BỘ ĐỀ ÔN TẬP TOÁN 12

CUỐI KÌ 1

2026 - 2027

Chương trình mới thống nhất SGK

Sưu tầm các bài toán đa dạng giúp học sinh có kĩ năng tư duy và kỹ năng phản xạ đề.

1. Trắc nghiệm nhiều phương án
2. Trắc nghiệm đúng sai
3. Trả lời ngắn

MK LÊ MINH KHA -0399653362

Mục lục

Chương I. BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1 3

Chương II. LỜI GIẢI BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1 85

Chương I

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

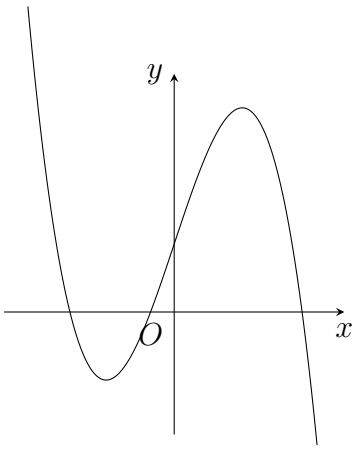
Câu 1. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=-1$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;-7)$, $B(1;1;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ⓐ $I(-1;-2;3)$. Ⓑ $I(4;6;-8)$.
Ⓒ $I(2;3;-4)$. Ⓓ $I(-2;-4;6)$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



Ⓐ $y=-x^4+2x^2+1$. Ⓑ $y=-x^3+3x+1$.
Ⓒ $y=x^3+3x+1$. Ⓓ $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(-2;3;2)$, $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

Ⓐ $(-4;2;3)$. Ⓑ $(1;2;3)$. Ⓒ $(0;4;1)$. Ⓓ $(4;-2;-3)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 5. Ⓒ -1. Ⓓ 3.

Câu 6. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Thuận được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

Ⓐ 20. Ⓑ 30. Ⓒ 15. Ⓓ 25.

Câu 7. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm $(0\le x\le 300)$ được cho bởi hàm số $y=-x^3+300x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

Ⓐ 200. Ⓑ 250. Ⓒ 100. Ⓓ 150.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(1;2)$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$ bằng

Ⓐ $\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'}$. Ⓒ $\overrightarrow{BC'}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB'}$.

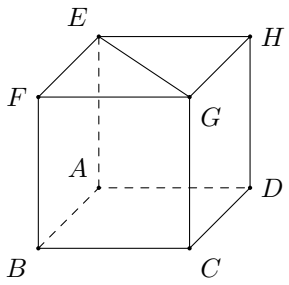
Câu 10. Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ 10,7. Ⓑ 4,58. Ⓒ 21. Ⓓ 20,98.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



Ⓐ $90°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $120°$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

Ⓐ $\min\limits_{[0;3]} y = 1$. Ⓑ $\min\limits_{[0;3]} y = -1$. Ⓒ $\min\limits_{[0;3]} y = \dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\min\limits_{[0;3]} y = -3$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một doanh nghiệp sản xuất ô tô có hàm sản xuất là hàm Cobb-Douglas $Q = \sqrt[3]{K^2 \cdot L}$, trong đó K và L lần lượt là số đơn vị vốn và số đơn vị lao động mà doanh nghiệp thuê được, Q là số ô tô sản xuất ra được (đơn vị: chiếc ô tô). Giả sử giá thuê một đơn vị vốn là c_K, giá thuê một đơn vị lao động là c_L, ngoài chi phí thuê lao động và vốn, doanh nghiệp còn phải chịu một chi phí cố định là C_0 (đơn vị: trăm USD). Khi đó hàm số $F = c_K \cdot K + c_L \cdot L + C_0$ mô tả tổng chi phí mà doanh nghiệp phải bỏ ra, thường được gọi là hàm chi phí sản xuất. Từ năm 2025 thì doanh nghiệp cố định giá thuê như sau $c_K = 10$, $c_L = 5$ và chi phí cố định $C_0 = 50$ và năm 2026 doanh nghiệp dự định sản xuất 2026 chiếc ô tô. Xét dự định sản xuất năm 2026 của doanh nghiệp.

a) $L = \dfrac{2026^3}{K^2}$

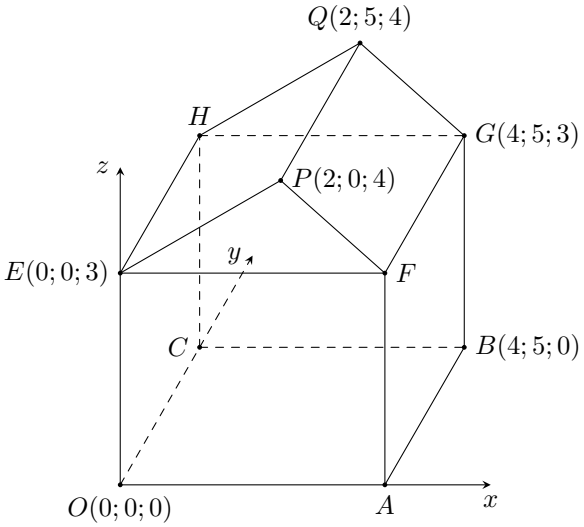
b) Hàm tổng chi phí là $F = 10K + 5 \cdot \dfrac{2026^3}{K^2} + 50$

c) $F'(K) = 10 - 5 \cdot \dfrac{2026^3}{K^3}$

d) Tổng chi phí tối thiểu doanh nghiệp chi ra để sản xuất 2026 chiếc ô tô là 3,44 (triệu USD)

Bài 2. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức

tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



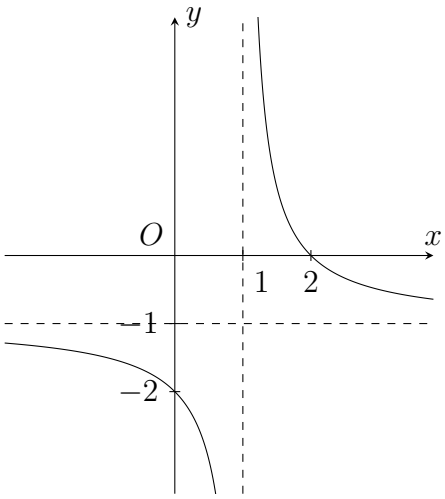
a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng 26,6° (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng: $x = 1$ và đường tiệm cận ngang: $y = -1$.

b) Đạo hàm của hàm số: $f'(x) < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) Tổng $a + b + c = -2$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0;-2)$ và điểm cực tiểu $B(2;0)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$, $B(5;6;2)$ và $C(-2;2;4)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3;3;1)$.

b) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-9;0;0)$.

c) Tam giác ABC vuông tại A.

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3};\frac{11}{3};\frac{7}{3}\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

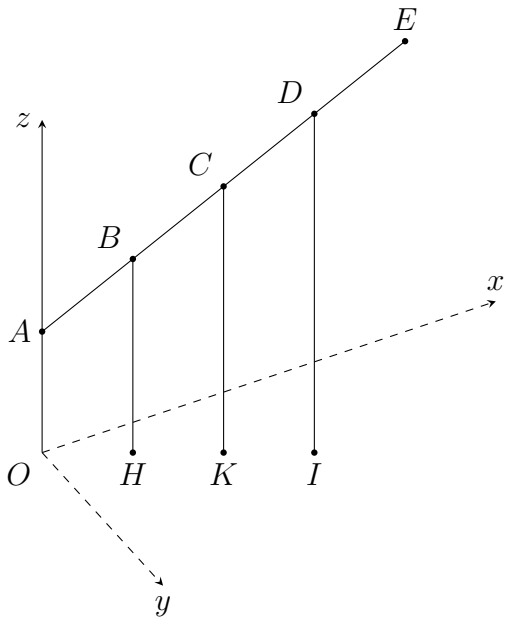
Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(4;0;-1)$, $B(2;4;3)$, $C(0;2;-3)$. Tính độ dài đường trung tuyến vẽ từ A của tam giác ABC (làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 2. Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+2$ có đồ thị (C). Biết (C) nhận điểm $A(2;-2)$ làm điểm cực trị. Gọi $I(x_0;y_0)$ là tâm đối xứng của (C). Tính $2x_0-y_0$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3$; $AD=4$; SA vuông góc với mặt đáy, $SA=2\sqrt{6}$. Tính $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BD}\right)$ theo đơn vị đo góc bằng độ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

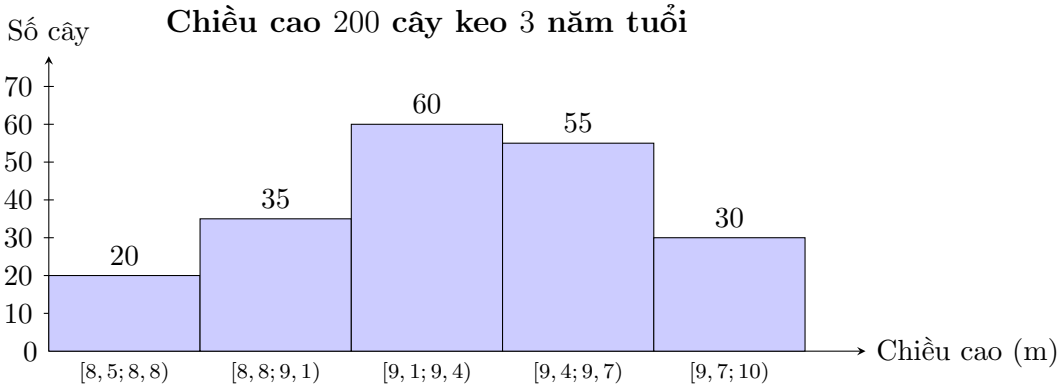
Bài 4. Để sản xuất một mặt hàng phục vụ ngày tết, một doanh nghiệp có kế hoạch vay ngắn hạn số tiền 150 triệu đồng trong vòng 1 tháng, với lãi suất là 4%/tháng. Tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x)=1{,}4x-600+\dfrac{50\,000}{x}$ (đơn vị triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán một sản phẩm là 1,2 triệu đồng, doanh nghiệp chịu thuế thu nhập là 17% tính trên tổng lợi nhuận thu được sau khi sản xuất và bán hết x sản phẩm. Hỏi sau 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp trả hết phần nợ vay ngân hàng thì còn số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng)?

Bài 5. Tại khu du lịch nhà đầu tư muốn xây dựng một hệ thống cáp treo đi từ ngọn đồi A sang ngọn đồi E với tốc độ không đổi là 0,5 (m/s). Trên bản thiết kế hai ngọn đồi được đặt vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên trục là 10 m và mặt đất chính là mặt phẳng (Oxy). Biết rằng điểm $A(0;0;3)$ và $E(16;16;10)$. Hệ thống cáp treo còn có thêm 3 trụ là HB, KC, ID vuông góc với mặt đất và tọa độ $H(4;4;0)$, $K(8;8;0)$, $I(12;12;0)$, các điểm A,B,C,D thẳng hàng với nhau. Một toa cáp treo đi từ điểm A đến điểm B mất 2 phút. Hỏi toa cáp treo cần bao nhiêu giây để đi từ điểm A đến điểm E (làm tròn đến đơn vị giây)?



Bài 6. Điều tra của chủ nông trường về chiều cao (đơn vị: mét) của 200 cây keo 3 năm tuổi

được cho ở biểu đồ dưới đây



Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 2
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
		$-\infty$			

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

Ⓐ $y=-2$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-2$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho là

Ⓐ $f(x)=-x^3+3x^2-2$. Ⓑ $f(x)=x^3+3x-2$.
Ⓒ $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$. Ⓓ $f(x)=x^3+3x^2-2$.

Câu 3. Hàm số $y=x^4-8x^2+2025$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;0)$. Ⓑ $(0;+\infty)$. Ⓒ $(-2;0)$. Ⓓ $(-\infty;\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-2;2;0)$, $\vec{b}=(2;2;0)$, $\vec{c}=(2;2;2)$. Giá trị của $\left|\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}\right|$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{61}$. Ⓑ 61. Ⓒ 6. Ⓓ $\sqrt{61}$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=x-1-\dfrac{2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=-x+1$. Ⓑ $y=x+1$. Ⓒ $y=-x-1$. Ⓓ $y=x-1$.

Câu 6. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=-x^3-2x-3$. Ⓑ $y=\dfrac{x+4}{x-1}$.

Ⓒ $y=-x^3-3x^2+3$. Ⓓ $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=0$.

Câu 8. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 5,98. Ⓑ 2,44. Ⓒ 6. Ⓓ 2,5.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MN}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

Ⓒ $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

Ⓐ $y=2x-1$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$. Ⓒ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$. Ⓓ $x=1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(3;-4;7)$, $\vec{b}=(5;3;-2)$. Khi đó $4\vec{a}+3\vec{b}$ bằng

Ⓐ $(15;-9;17)$. Ⓑ $(-23;9;12)$. Ⓒ $(7;15;-3)$. Ⓓ $(27;-7;22)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}=(3;-2;-1)$, $\vec{v}=(2;1;-4)$ là

Ⓐ 8. Ⓑ $7\sqrt{6}$. Ⓒ 0. Ⓓ -48.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một hệ thống điều khiển tự động đang rót chất lỏng vào bồn chứa. Thể tích V (lít) của chất lỏng trong bồn chứa theo thời gian rót t (phút) được mô tả bởi công thức: $V(t)=$

$(t^2+10t+100)\cdot \mathrm{e}^{-0{,}02t}+50$ với $0\le t\le 100$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ rót chất lỏng vào bồn chứa tại thời điểm t.

a) Ban đầu trong bồn chứa 50 lít chất lỏng

b) Tốc độ rót chất lỏng vào bồn lớn nhất khoảng 24,57 lít/phút (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

c) Hàm số tốc độ rót chất lỏng được tính theo công thức $G(t)=-0{,}02(2t+10)\cdot \mathrm{e}^{-0{,}02t}$ với $0\le t\le 100$

d) Thể tích lớn nhất của chất lỏng trong bồn chứa bằng 1 557 lít (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x+y+6=0$.

Bài 3. Kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15, kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (đơn vị: m). Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	3
[6,46; 6,70)	6,58	7
[6,70; 6,94)	6,82	5
[6,94; 7,18)	7,06	20
[7,18; 7,42)	7,30	5
		$n=40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	2
[6,46; 6,70)	6,58	5
[6,70; 6,94)	6,82	8
[6,94; 7,18)	7,06	19
[7,18; 7,42)	7,30	6
		$n=40$

Bảng 16

a) Cả hai bảng trên đều là bảng phân bố tần số ghép nhóm.

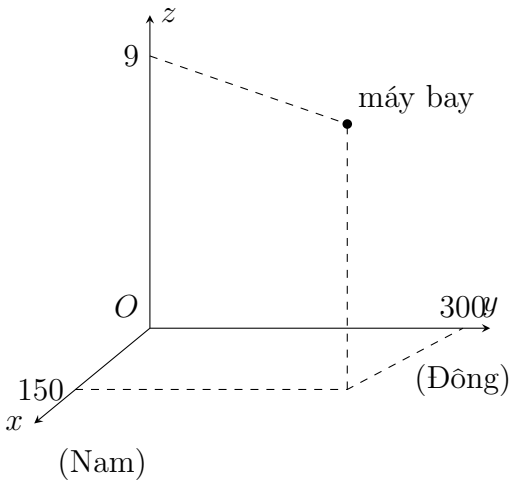
b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của vận động viên Dũng nhỏ hơn của vận động viên Huy nên kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

c) Số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên của vận động viên Dũng là 5.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 0,16.

Bài 4. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều

khiển.



a) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.

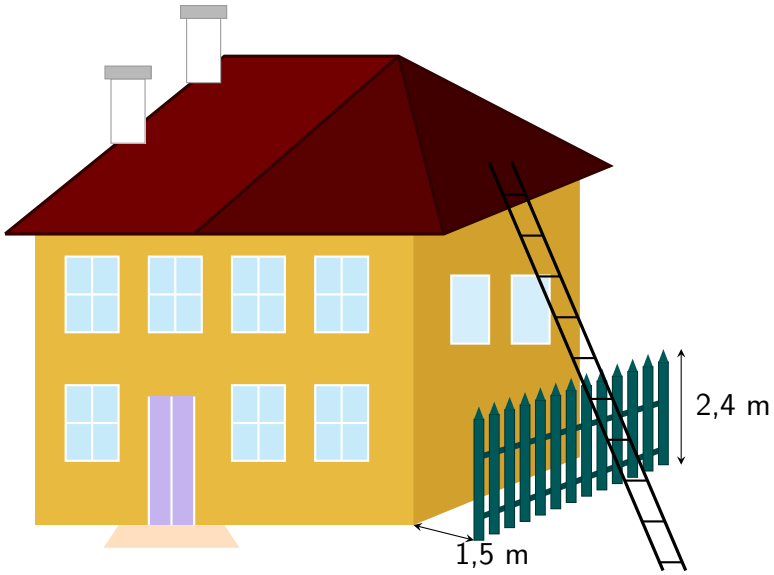
b) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1050; 9)$.

c) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là 335,6 km.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

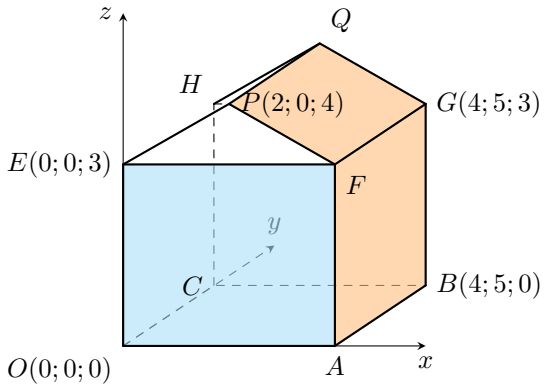
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao $2,4$ m được đặt song song và cách bức tường nhà $1,5$ m. Chiều dài ngắn nhất của cây thang (đơn vị: cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào nhà là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Bài 2. Hình bên dưới minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà,

bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{FQ}$ và $\overrightarrow{EQ}$.



Bài 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có giá trị cực đại y_1 và giá trị cực tiểu y_2. Tính $S = y_2 - 2y_1$.

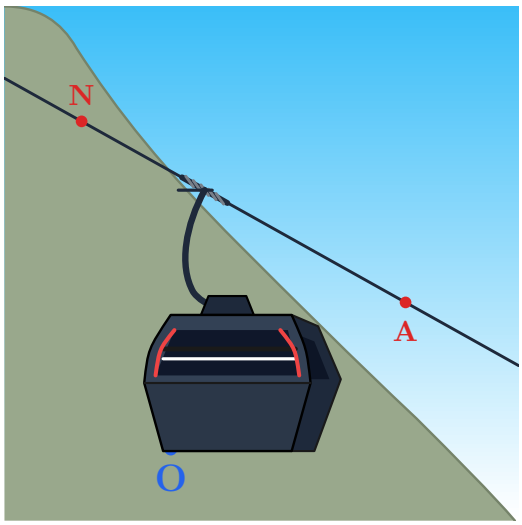
Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2;3;1)$, $B(4;2;-1)$, $C(5;-2;0)$. Biết $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành, khi đó $2a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Bài 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Tần số	12	27	42	a	6

Biết rằng, a là một số nguyên dương và mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị trung bình $\overline{x} = \dfrac{23}{3}$. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(0;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A là 4050 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u} = (2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đến vị trí B có hoành độ $x_B = 540$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?

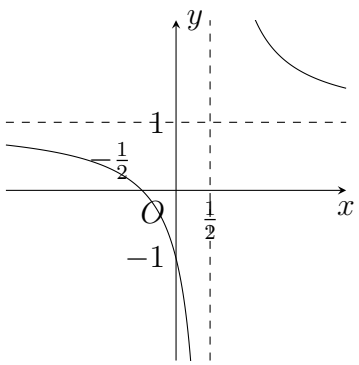


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 3
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình



Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $y = 1$. Ⓒ $x = -\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $y = -\dfrac{1}{2}$.

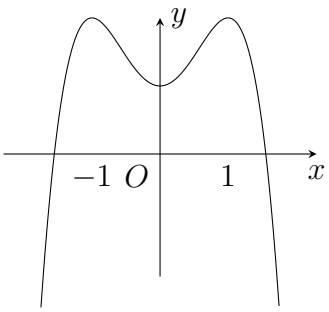
Câu 2. Giả sử kết quả khảo sát của khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau

Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

Ⓐ 3. Ⓑ 18. Ⓒ 15. Ⓓ 12.

Câu 3. Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

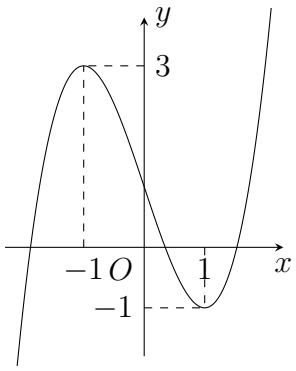


Ⓐ $(-\infty;1)$. Ⓑ $(0;+\infty)$. Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(0;1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$; $B(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

Ⓐ $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};-1\right)$. Ⓑ $(-3;1;4)$. Ⓒ $(3;-1;-4)$. Ⓓ $(1;3;-2)$.

Câu 5. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y=-x^3-3x+1$.
Ⓑ $y=x^3-3x+1$.
Ⓒ $y=x^2-2x+1$.
Ⓓ $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAB đều cạnh a. Tích vô hướng $\overrightarrow{BS}\cdot\overrightarrow{DC}$ bằng

Ⓐ a^2.
Ⓑ $\dfrac{a^2}{2}$.
Ⓒ 0.
Ⓓ $-\dfrac{a^2}{2}$.

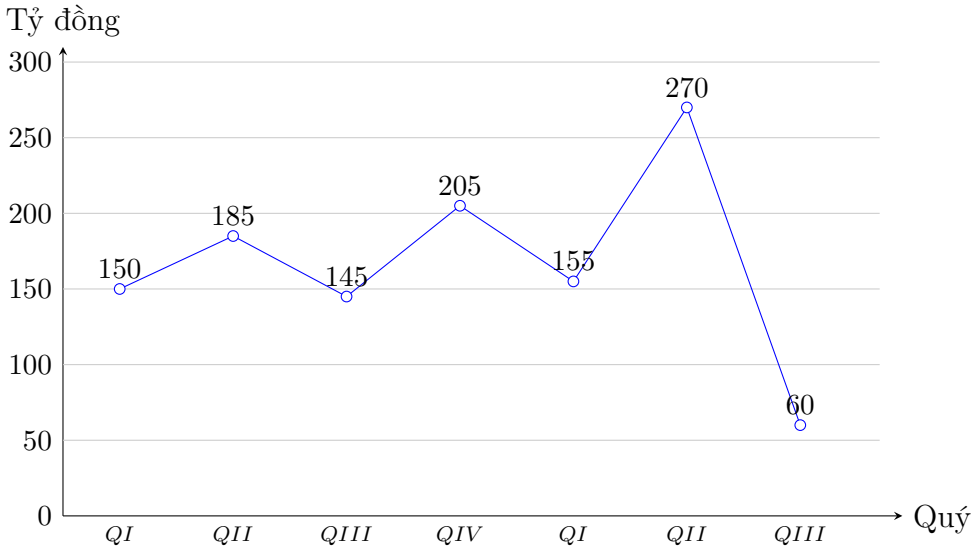
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 2 và tạo với nhau một góc 60°. Giá trị của $P=\vec{a}\cdot\vec{b}$ bằng

Ⓐ 2.
Ⓑ $2\sqrt{3}$.
Ⓒ 8.
Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

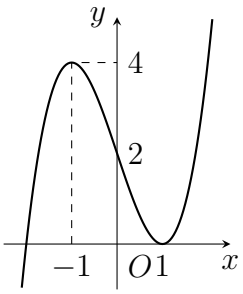
Ⓐ $f(3)-f(5)\geq 0$.
Ⓑ $f(3)-f(5)<0$.
Ⓒ $f(3)>f(5)$.
Ⓓ $f(3)=f(5)$.

Câu 9. Từ quý I năm 2021 đến quý III năm 2022, lợi nhuận trước thuế theo quý của công ty X được cho bởi biểu đồ sau đây. Lợi nhuận trước thuế theo quý của công ty X đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu tỷ đồng?



Ⓐ 270. Ⓑ 60. Ⓒ 205. Ⓓ 300.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ $y = x^3 - 3x + 2$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 2$.
Ⓒ $y = x^2 - x + 2$. Ⓓ $y = -x^2 + x - 2$.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x + 1$ trên đoạn $[2; 19]$.

Ⓐ $1 - 32\sqrt{2}$. Ⓑ -39. Ⓒ $1 + 32\sqrt{2}$. Ⓓ -44.

Câu 12. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x) = -\dfrac{1}{50}x + 1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ 21 125 000. Ⓑ 21 225 000. Ⓒ 21 152 000. Ⓓ 22 125 000.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Giả sử chi phí tiền xăng C (nghìn đồng) khi xe đi được 100 km phụ thuộc vào tốc độ trung bình v (km/h) trên cả đoạn đường theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (\text{với } 0 < v \leq 120).$$

a) Nếu tài xế lái xe với tốc độ trung bình là 40 (km/h) thì chi phí tiền xăng là 500 nghìn đồng.

b) $C'(v) = \frac{16000}{v^2} + \frac{5}{2}$ (với $0 < v < 120$).

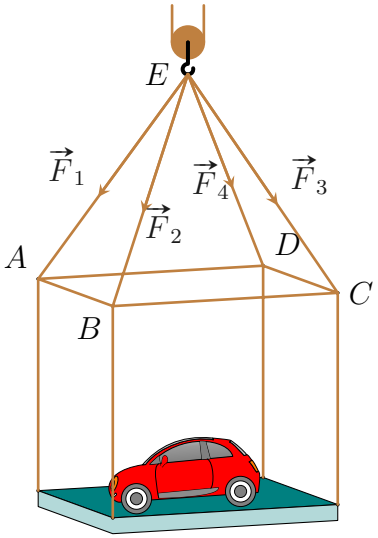
c) Tài xế càng đi nhanh thì chi phí tiền xăng càng giảm.

d) Xe đi trên đường có biển báo như hình vẽ. Biết đây là biển báo tốc độ tối đa cho phép 50 (km/h). Nếu tài xế tuân thủ luật giao thông, chi phí tiền xăng tối thiểu của tài xế khi đi 100 km trên đoạn đường này là 445 nghìn đồng.



Bài 2. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là

4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



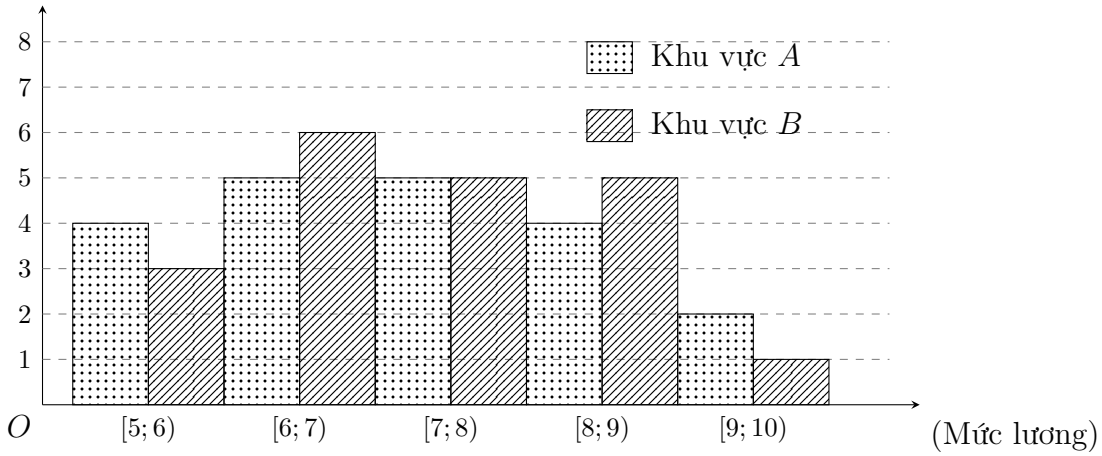
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$.

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8000$ N (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 3. Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



a) Khoảng biến thiên mức lương là $R = 5$.

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực A là 1,2875.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực B là 1,5875.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4;6;-5)$, $C(5;6;-4)$, $B'(3;2;3)$ và $D'(2;0;2)$.

a) $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.

b) $\overrightarrow{AC} = (1;0;1)$.

c) Điểm $I\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của hình bình hành $ABCD$.

d) Tọa độ điểm B là $(5;7;-4)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải $2021-2022$ cho kết quả sau:

Số lượng thẻ vàng	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

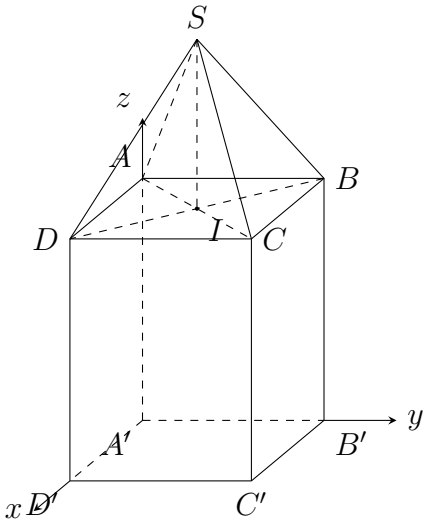
Mẫu số liệu trên có bao nhiêu khoảng chứa giá trị ngoại lệ?

Bài 2. Một chất điểm đang chuyển động trên một đường thẳng và gặp một con dốc cao muốn vượt qua. Xem chân dốc là điểm A, chất điểm qua A là thời điểm bắt đầu leo dốc với phương trình chuyển động là $s(t)=at-2t^2$ cho đến khi lên đỉnh dốc (a là tham số thực dương, $t\geq 0$ tính bằng giây và s tính bằng mét). Biết dốc có độ dài 50 m và xe muốn leo dốc thành công thì phải tồn tại $t>0$ sao cho $s(t)=50$. Tính vận tốc ban đầu nhỏ nhất để xe leo dốc thành công.

Bài 3. Một cơ sở sản xuất sữa hạt chất lượng cao có thể sản xuất được tối đa 300 lít mỗi ngày. Chi phí sản xuất x lít sữa mỗi ngày bao gồm: chi phí nhân công là 1 triệu đồng/ngày; chi phí nguyên vật liệu, đóng chai, bao bì là 35 nghìn đồng cho một lít sữa; chi phí bảo dưỡng máy móc là $C_b(x)=0{,}00001x^2$ (triệu đồng). Ngoài ra, nếu x lít sữa sản xuất mỗi ngày vượt quá 200 lít thì phát sinh thêm chi phí vận hành quá tải là $C_v(x)=0{,}00003(x-200)^3$ (triệu đồng). Giá bán mỗi lít sữa là 60 nghìn đồng. Biết cơ sở bán hết lượng sữa sản xuất trong ngày. Hỏi mỗi ngày cơ sở có lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng) đạt được nhiều nhất là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Bài 4. Để theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, giáo viên đã tiến hành mô hình hoá bằng hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các hệ số. Trong đó, x $(0\leq x\leq 9,\ x\in\mathbb{N})$ là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x. Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh đó tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Bài 5. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (hình vẽ bên).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$.

Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

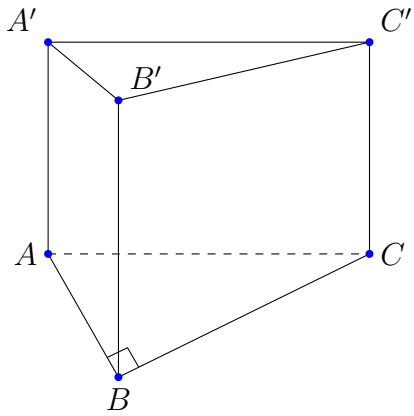
Bài 6. Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng máy bay không người lái để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho những người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc máy bay không người lái làm nhiệm vụ cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát về phía bắc 23 km và về phía tây 18 km, đồng thời cách mặt đất 2 km. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát về phía nam 22 km và về phía đông 27 km, đồng thời cách mặt đất 3 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Sau đúng một giờ bay, hai máy bay đó cùng xác định được vị trí cần cứu trợ trên mặt đất. Biết tổng khoảng cách từ mỗi máy bay đến vị trí cần cứu trợ là nhỏ nhất, lúc đó vị trí cần cứu trợ cách điểm xuất phát của hai chiếc máy bay bao nhiêu kilômét?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đáy là tam giác ABC vuông tại B.



Khi đó góc giữa vectơ $\overrightarrow{B'A'}$ và vectơ $\overrightarrow{BC}$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ $30°$. Ⓑ $120°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $45°$.

Câu 2. Cho hàm số có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	2

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là:

Ⓐ $x=1; y=0$. Ⓑ $x=1; y=1$.
Ⓒ $x=2; y=1$. Ⓓ $x=1; y=2$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{CA}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{D'B}=\overrightarrow{D'A'}+\overrightarrow{D'C'}+\overrightarrow{D'D}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

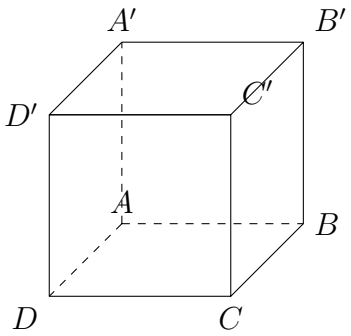
Câu 4. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$	$[34;37)$
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng

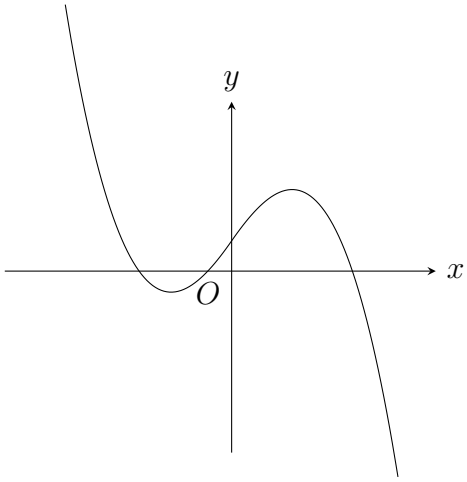
Ⓐ $(23;25)$. Ⓑ $(17;19)$. Ⓒ $(19;20)$. Ⓓ $(20;21)$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 5. Khi đó độ dài của véctơ $\overrightarrow{A'C}$ bằng:



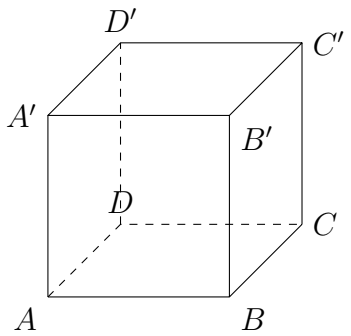
(A) $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{3}$.
(B) $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{2}$.
(C) $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{6}$.
(D) $|\overrightarrow{A'C}| = 125$.

Câu 6. Đường cong hình dưới đây là của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, khẳng định nào sau đây là đúng:



(A) $a > 0, d > 0$.
(B) $a > 0, d < 0$.
(C) $a < 0, d < 0$.
(D) $a < 0, d > 0$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng vectơ $\overrightarrow{B'C'}$ là

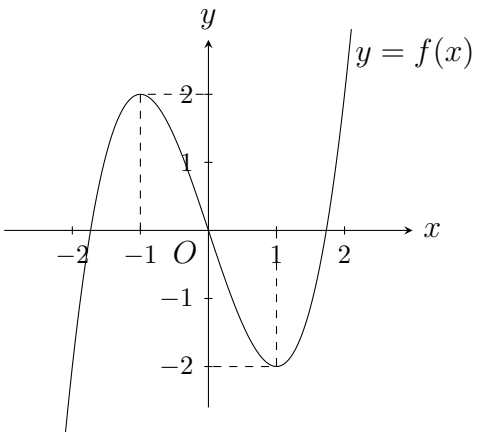


(A) $\overrightarrow{DA}$.
(B) $\overrightarrow{AB}$.
(C) $\overrightarrow{AD}$.
(D) $\overrightarrow{CB}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{AO} = -\vec{j} + 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

Ⓐ $A(-1;2;3)$. Ⓑ $A(-2;-1;-3)$.
Ⓒ $A(-2;1;-3)$. Ⓓ $A(2;-1;3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x=-1$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-2$.

Câu 10. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 16. Ⓓ 20.

Câu 11. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	$[8{,}4;8{,}6)$	$[8{,}6;8{,}8)$	$[8{,}8;9{,}0)$	$[9{,}0;9{,}2)$	$[9{,}2;9{,}4)$
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Ⓐ 0,3. Ⓑ 0,2. Ⓒ 0,4. Ⓓ 0,29.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

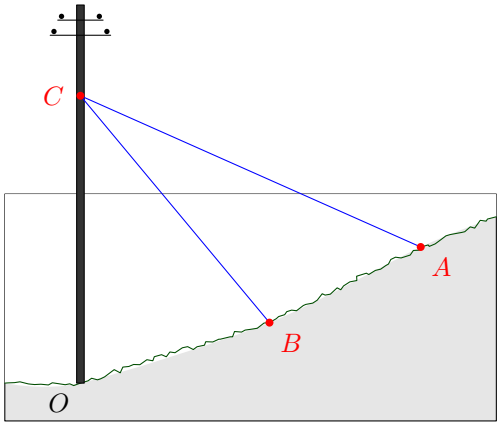
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	4	↗ $+\infty$

Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.
Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trên một sườn đồi, người ta trồng một trụ điện và muốn giữ nó thẳng đứng bằng hai sợi dây neo AC và BC. Hai sợi dây này được kéo căng thành hai đoạn thẳng có chung điểm C trên trụ điện và hai đầu A, B được neo trên sườn đồi (tham khảo hình minh họa).



Giả sử trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp (có đơn vị các trục tọa độ là mét), gốc trụ điện đặt tại gốc tọa độ O, đầu các sợi dây neo có tọa độ lần lượt là $A(-3;4;2)$, $B(4;2;1)$ và $C(0;0;5)$.

a) Trụ điện cao hơn 5 mét.

b) Tổng chiều dài hai sợi dây neo là gần bằng 11,83 mét.

c) Hai sợi dây neo tạo với nhau một góc gần bằng $76{,}8°$.

d) Để gia cố trụ điện, người ta cần thêm sợi dây neo thứ ba. Giả sử, dây neo thứ 3 này được kéo căng tạo thành đoạn thẳng CD thỏa ba điểm A, B và D thẳng hàng. Sợi dây neo thứ 3 có độ dài ngắn nhất bằng $\dfrac{2\sqrt{435}}{9}$ mét.

Bài 2. Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong bảng bên dưới (đơn vị: mét). Khi đó

Nhóm	Dũng	Huy
$[6{,}22;6{,}46)$	3	2
$[6{,}46;6{,}70)$	7	5
$[6{,}70;6{,}94)$	5	8
$[6{,}94;7{,}18)$	20	19
$[7{,}18;7{,}42)$	5	6
	$n=40$	$n=40$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,92 m.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,26 m.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên

Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,16.

d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(6;1;0)$, $B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$. Khi đó

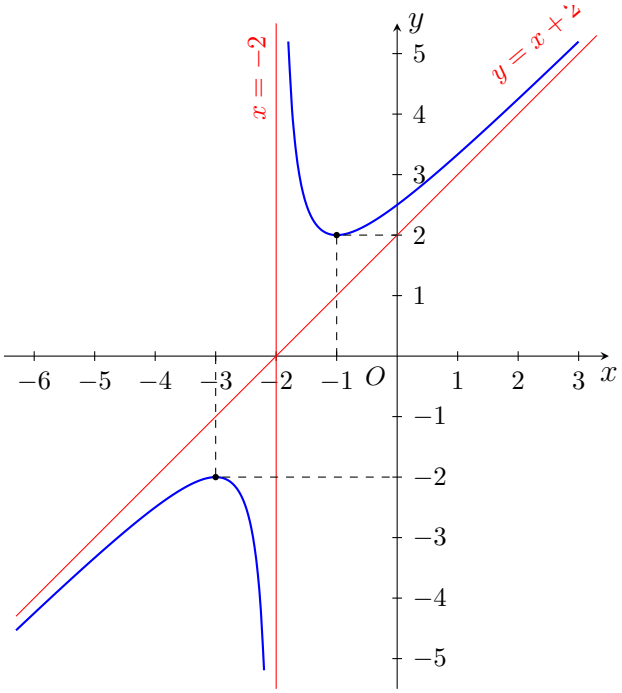
a) $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\right| = \sqrt{57}+\sqrt{30}$.

b) Trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(3;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

c) Điểm $N(a;b;c)$ thuộc đoạn BC sao cho $NB = 3NC$. Khi đó $2a-3b+4c=6$.

d) Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 46° (làm tròn đến hàng độ).

Bài 4. Cho hàm số y=f(x) có đồ thị là hình dưới đây



a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;-2)$ bằng 2.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

c) $\min\limits_{(-2;+\infty)} f(x) - \max\limits_{(-\infty;-2)} f(x) = 4$.

d) Hàm số không có cực trị.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

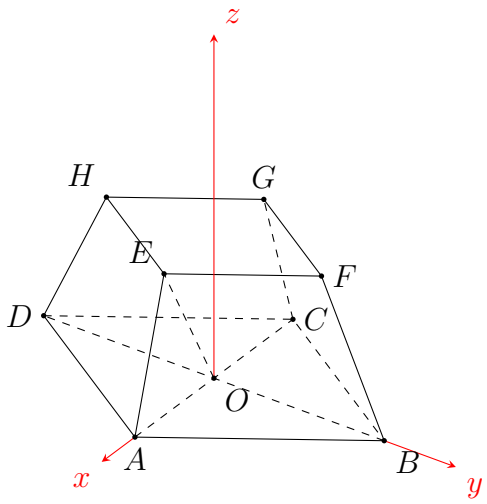
Bài 1. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{4x^2+1}{x}$.

Bài 2. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vectơ $\vec{a}+2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;-1)$, $B(4;1;0)$, $C(-1;4;2)$ và $D'(6;5;-3)$. Toạ độ điểm $B'(x;y;z)$. Tính $T=x+2y-z$.

Bài 4. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho các điểm $A(19;0;0)$, $B(0;19;0)$, $E(12;0;7)$ và $F(0;12;7)$. Biết rằng mặt đáy hình vuông $ABCD$ song song với mặt đỉnh hình vuông $EFGH$ (như hình vẽ). Điểm $S(0;0;k)$ là đỉnh của hình chóp $S.EFGH$ kết hợp với khối đa diện $ABCD.EFGH$

tạo thành một khối chóp lớn $S.ABCD$. Hỏi thể tích của khối chóp $S.EFGH$ bằng bao nhiêu m^3? Biết rằng mỗi đơn vị tương ứng với 1 mét trong thực tế (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

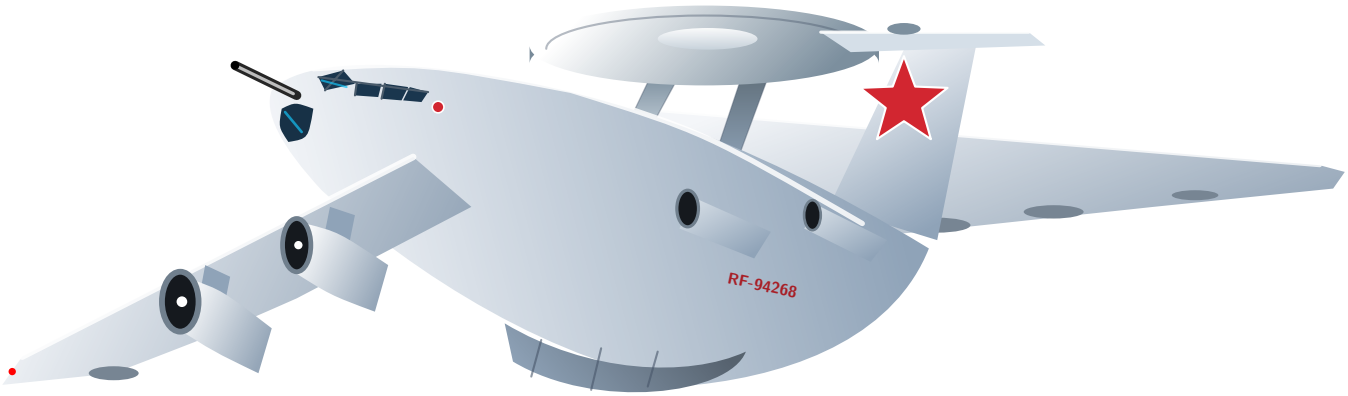


Bài 5. Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	4	6	15	12	3

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Bài 6. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a;b;c)$. Kết quả của phép tính $\dfrac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 4 trang)

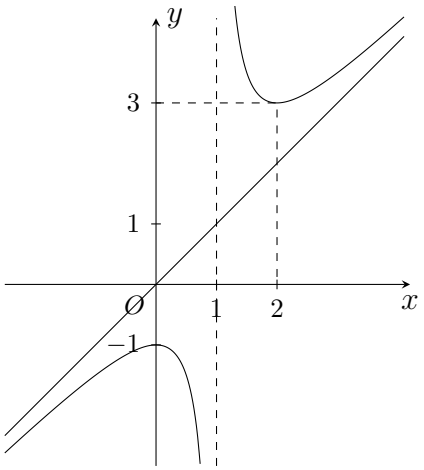
ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;5)$ trên trục Oy có tọa độ là

Ⓐ $(0;2;0)$. Ⓑ $(-3;2;-5)$. Ⓒ $(3;0;5)$. Ⓓ $(3;-2;5)$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như hình bên?



Ⓐ $y=x-\dfrac{1}{x-1}$. Ⓑ $y=-x+\dfrac{1}{x-1}$.
Ⓒ $y=-x-\dfrac{1}{x-1}$. Ⓓ $y=x+\dfrac{1}{x-1}$.

Câu 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho bởi mẫu số liệu như sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

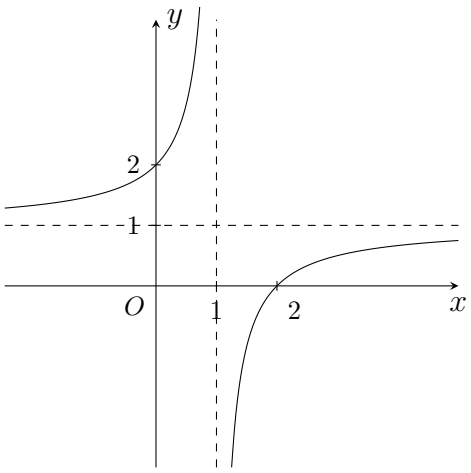
Ⓐ 0,616. Ⓑ 0,785. Ⓒ 0,78. Ⓓ 0,609.

Câu 4. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2)$ và $B(3;-2;4)$, tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

Ⓐ $M(2;-1;3)$. Ⓑ $M(2;1;3)$. Ⓒ $M(4;-2;6)$. Ⓓ $M(2;-2;2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm

số với trục hoành là



Ⓐ $(2;0)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(1;0)$. Ⓓ $(0;2)$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $y=\dfrac{1}{4}$. Ⓑ $y=4$. Ⓒ $y=1$. Ⓓ $y=-1$.

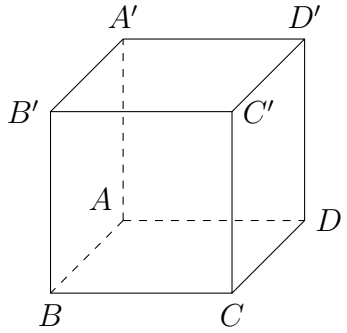
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(5;7;2)$. Tọa độ của vectơ $2\vec{a}$ là

Ⓐ $(10;14;4)$. Ⓑ $(10;7;2)$. Ⓒ $(10;14;2)$. Ⓓ $(10;7;4)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz)?

Ⓐ $N(0;4;-1)$. Ⓑ $Q(2;0;0)$. Ⓒ $P(-2;0;3)$. Ⓓ $M(3;4;0)$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



Ⓐ $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$. Ⓑ $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. Ⓓ $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

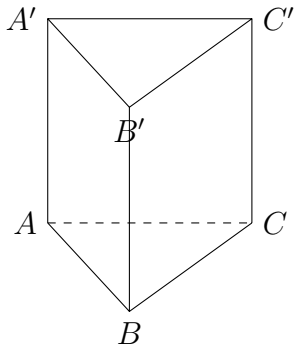
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ -2. Ⓓ -3.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hai đáy là các tam giác đều. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng



Ⓐ 150°. Ⓑ 120°. Ⓒ 60°. Ⓓ 30°.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{7x^2}{2} + 6x + 3$ trên đoạn $[0; 10]$.

Ⓐ $M = -\dfrac{41}{6}$. Ⓑ $M = \dfrac{535}{6}$. Ⓒ $M = -15$. Ⓓ $M = \dfrac{139}{3}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Các thành viên Hợp tác xã Du lịch Nông nghiệp Việt Nam – Khe Sanh đã xây dựng mô hình du lịch trải nghiệm độc đáo mang tên "Khe Sanh Coffee Tour". Bảng dưới đây trình bày kết quả thống kê lượng cà phê (tính theo cm^3) được pha chế trong mỗi cốc do hai máy bán cà phê tự động A, B thực hiện trong một ngày

Lượng cà phê (cm^3)	$[242; 246)$	$[246; 250)$	$[250; 254)$	$[254; 258)$	$[258; 262)$
Số lần pha của máy A	6	5	28	7	4
Số lần pha của máy B	5	8	17	14	6

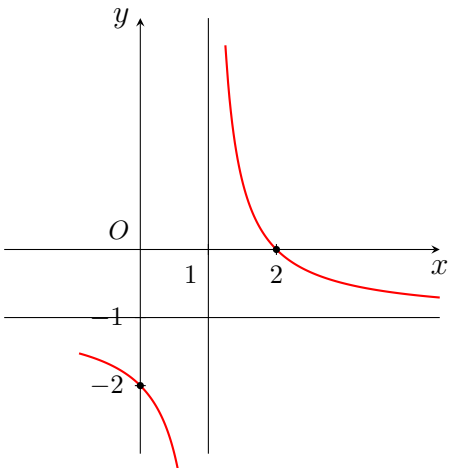
a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy A pha (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,39.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy B pha (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là 4,55.

c) Dựa trên độ lệch chuẩn của các mẫu số liệu ghép nhóm, máy bán cà phê B pha chế lượng cà phê ổn định hơn máy bán cà phê A.

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy B pha là 20.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng: $x = 1$ và đường tiệm cận ngang: $y = -1$.

b) Đạo hàm của hàm số: $f'(x) < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) Tổng $a + b + c = -2$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0; -2)$ và điểm cực tiểu $B(2; 0)$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; 6; 2)$ và $C(-2; 2; 4)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3; 3; 1)$.

b) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-9; 0; 0)$.

c) Tam giác ABC vuông tại A.

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{11}{3}; \dfrac{7}{3}\right)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là mét), mặt đất được coi là trùng với mặt phẳng (Oxy). Một khinh khí cầu xuất phát từ $O(0; 0; 0)$ chuyển động thẳng đến điểm $A(-38; 5; 4)$, sau đó khinh khí cầu tiếp tục chuyển động thẳng đến điểm $B(638; -101; 426)$ với tốc độ 4 m/s.

a) Khi khinh khí cầu ở vị trí A thì nó cách vị trí xuất phát 38,54 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) $\overrightarrow{AB} = (676; -106; 428)$.

c) Thời gian khinh khí cầu bay từ A đến B là 3 phút 21 giây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

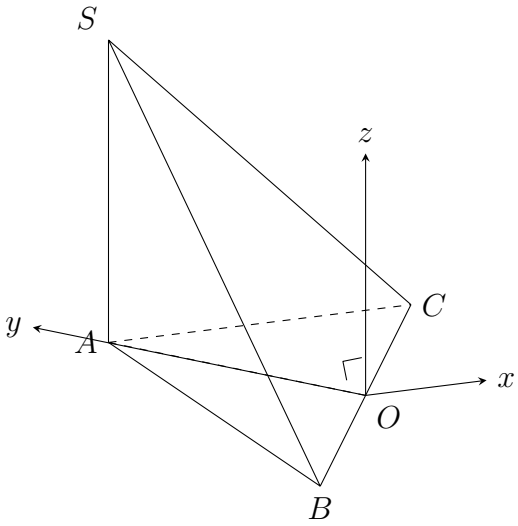
d) Khi di chuyển từ A đến B được một nửa đoạn đường thì khinh khí cầu cách mặt đất 215 m.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số sau $y = \dfrac{-2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}}$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, toạ độ điểm

$S(a;b;c)$. Tính $A=2a-b+4c$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 3. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(3;3;4)$, $C(0;5;4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P=MA^2+MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.

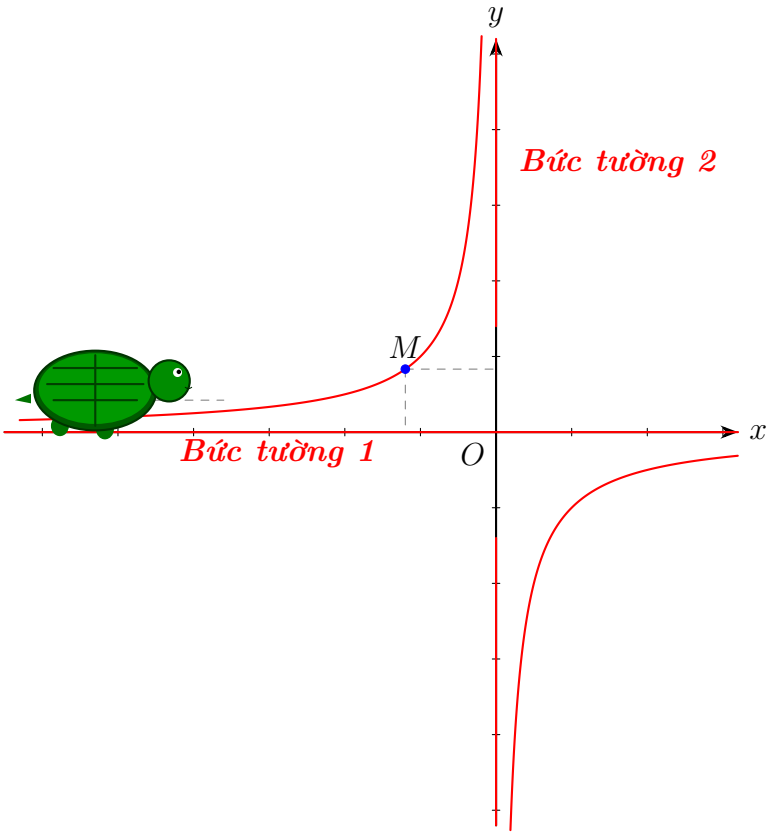
Bài 4. Trường Nguyễn An Ninh có bạn Phụng rất thích nhảy hiện đại. Bạn Phụng đã thống kê lại thời gian tập nhảy mỗi ngày trong 30 ngày gần đây ở bảng sau

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	7	x	5	y	4

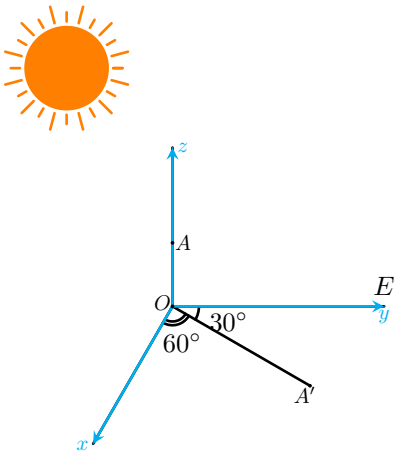
Biết thời gian tập nhảy trung bình của bạn Phụng là $\dfrac{187}{6}$ phút. Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn Phụng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.)

Bài 5. Trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét), mô hình hoá đường đi của con rùa là nhánh bên trái của đồ thị hàm số $(C)\colon y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, hai bức tường là 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) (như hình vẽ). Khi con rùa bò đến điểm M có tọa độ $M(x_0;y_0)$ thì tổng khoảng cách từ điểm M đến hai bức tường là nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức

$T = 2025x_0 + 2026y_0$.



Bài 6. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cột cờ thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam một góc 60° và tạo với hướng đông một góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a; b; -1)$. Tính giá trị $a + 2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

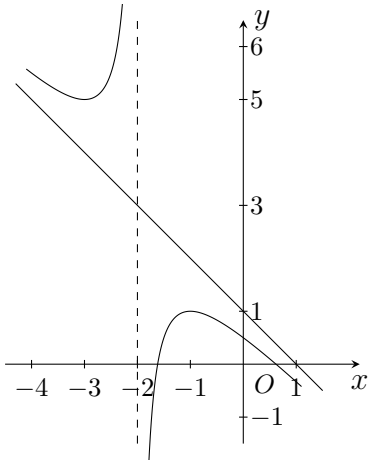


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đối xứng qua đường thẳng $x = -2$.
Ⓑ Đồ thị hàm số không có trục đối xứng.
Ⓒ Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(-2; 3)$.
Ⓓ Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(3; -2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $(0; 2)$. Ⓒ $(2; +\infty)$. Ⓓ $(-2; 0)$.

Câu 3. Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 4. Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AC}$ là

Ⓐ $\overrightarrow{A'C}$. Ⓑ $\overrightarrow{A'C'}$. Ⓒ $\overrightarrow{A'B'}$. Ⓓ $\overrightarrow{A'B}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{x} = (1;2;3)$ và $\vec{y} = (-3;-2;-1)$. Vectơ $2\vec{x} - \vec{y}$ có tọa độ là

Ⓐ $(1;2;5)$. Ⓑ $(5;6;7)$.
Ⓒ $(-1;-2;-5)$. Ⓓ $(-5;-6;-7)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = -3$. Ⓓ $x = 3$.

Câu 7. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 4,80. Ⓑ 8,72. Ⓒ 10. Ⓓ 2,19.

Câu 8. Một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết quả như sau:

Kết quả đo (μm)	$[4{,}5;5)$	$[5;5{,}5)$	$[5{,}5;6)$	$[6;6{,}5)$
Số học sinh	3	8	7	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ 0,19. Ⓑ 5,45. Ⓒ 0,44. Ⓓ 0,43.

Câu 9. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$. Ⓑ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. Ⓓ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'}$.

Câu 10. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = 1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $y = 3$.

Câu 11. Cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ có $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ và góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ bằng $60°$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

Ⓐ -6. Ⓑ -12. Ⓒ 12. Ⓓ 6.

Câu 12. Số tiền ghi trên hóa đơn của 150 khách hàng lấy ngẫu nhiên trong một ngày của một siêu thị cho ở bảng dưới đây

Số tiền (nghìn đồng)	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Tần số	6	9	39	66	30

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là

Ⓐ 65,5. Ⓑ 65,4. Ⓒ 250. Ⓓ 50,3.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trên.

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

b) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5; -3]$

d) Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

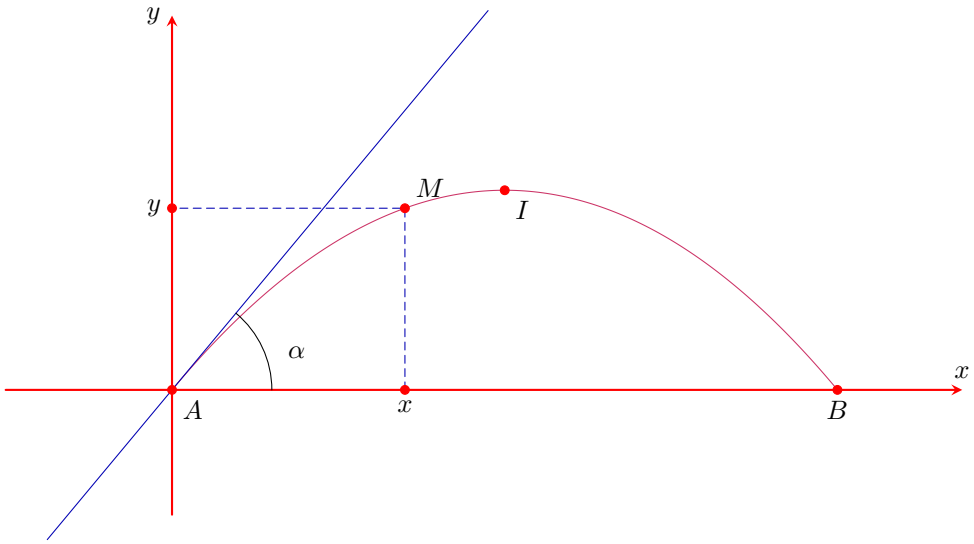
Bài 2. Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị của hàm số $y = f(x) = \dfrac{135x - x^2 - x^3}{200}$ $(x \geq 0)$, trong đó x là khoảng cách theo phương ngang kể từ điểm A, y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB. Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là 10 m). *Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị.*

a) Độ dài đoạn AB bằng 111 m.

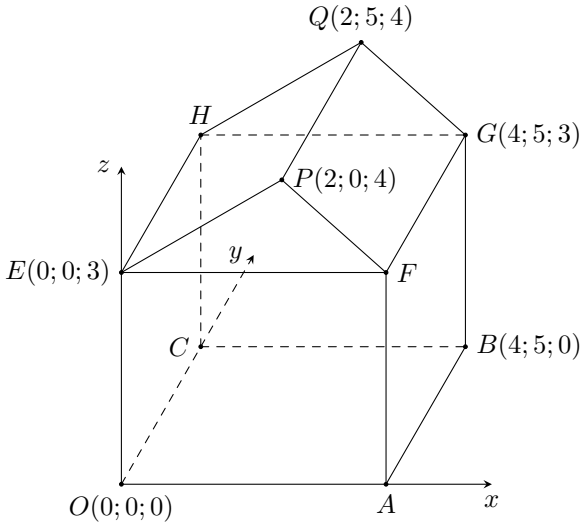
b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \dfrac{\sqrt{406} - 1}{3}$.

c) Độ cao lớn nhất của tàu lượn so với phương ngang AB là 64 m.

d) Khi tàu lượn đi qua điểm A, tiếp tuyến của quỹ đạo tại A hợp với phương ngang AB một góc $\alpha \approx 34°$.



Bài 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



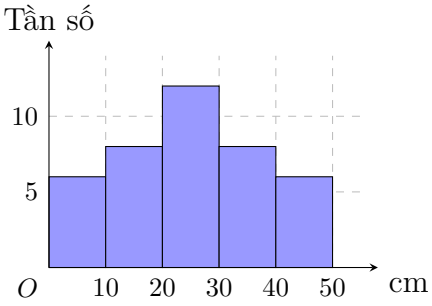
a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

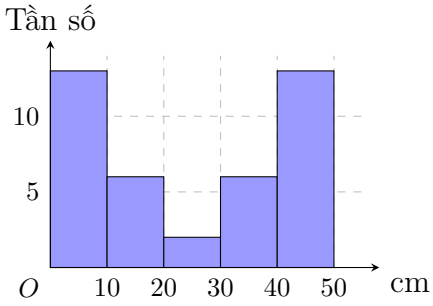
c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng 26,6° (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Bài 4. Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.

b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.

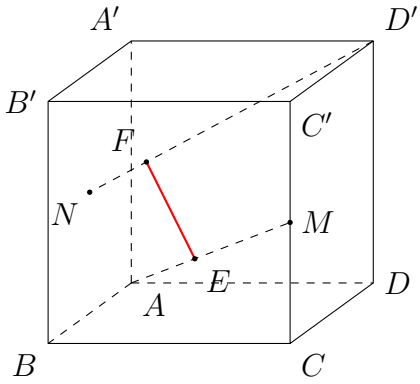
c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12,65 (cm).

d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Bạn Minh đang được học trong phòng hình lập phương có cạnh bằng 4 mét và phát hiện ra hai con nhện đang chăng chỉ trong góc căn phòng để săn muỗi, hai con nhện luôn di

chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của Minh thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC', con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm N của mặt bên $ABB'A'$.



Minh tự hỏi khi đoạn thẳng nối hai con nhện EF vuông góc với chân tường phòng AB thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con nhện là độ dài nhỏ nhất của EF bằng bao nhiêu? Em hãy giúp bạn Minh xác định giá trị nhỏ nhất $\mathscr{M}$ của đoạn thẳng EF này theo đơn vị mét. Tìm $2\mathscr{M}$? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng $2\mathscr{M}$ đến hàng phần chục theo đơn vị tính độ dài EF là mét).

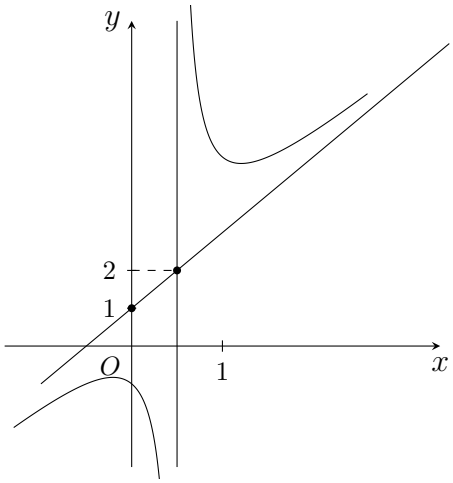
Bài 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD; tọa độ ba đỉnh $A(1;2;0)$, $B(2;0;-2)$, $C(6;1;-1)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$. Tính $P = 3a + b - c$.

Bài 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = \dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Bài 4. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = ax + b + \dfrac{1}{x+c}$.

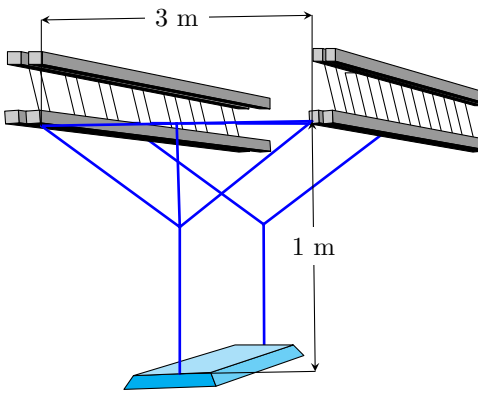


Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Bài 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \le x \le 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành

máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{100000x}{\dfrac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Bài 6. Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m. Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a + b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a + b + c$.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng sau:

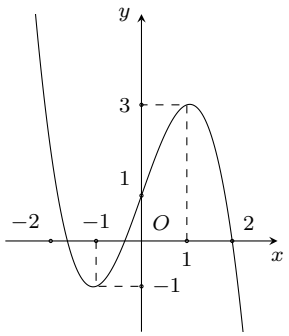
Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Ⓐ 3,93. Ⓑ 3,92. Ⓒ 2,93. Ⓓ 2,92.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ -1. Ⓓ 1.



Câu 3. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 3 thì có độ lệch chuẩn bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 3. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ 9.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;+\infty)$. Ⓓ $(-1;0)$.

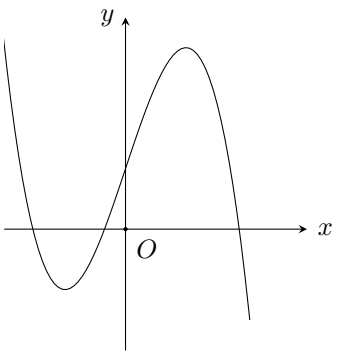
Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;\mathrm{e}^2]$ bằng

Ⓐ e^{-1}. Ⓑ 1. Ⓒ $2\mathrm{e}^{-2}$. Ⓓ e.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 144 (m/s). Ⓑ 243 (m/s). Ⓒ 27 (m/s). Ⓓ 36 (m/s).

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+3x-5}{x-1}$. Ⓑ $y=x^3-3x+1$.

Ⓒ $y=-x^3+3x+1$. Ⓓ $y=\dfrac{2x+1}{x+4}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 9. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

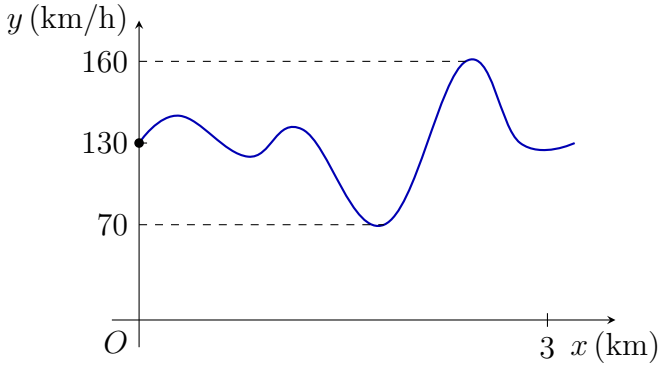
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 11. Đồ thị bên dưới là tốc độ của chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

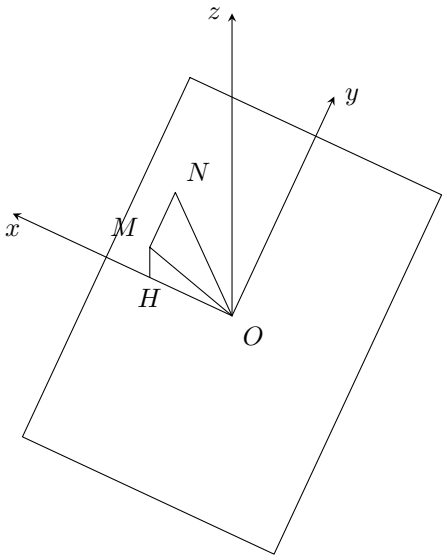
Ⓐ 3 (km/h). Ⓑ 160 (km/h). Ⓒ 130 (km/h). Ⓓ 70 (km/h).

Câu 12. Giả sử chi phí $C(x)$ (tính bằng nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị của một loại hàng hoá nào đó được cho bởi hàm số $C(x) = 8x^2 + 40x + 1\,400$. Chi phí để sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 60 xấp xỉ với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 1240 (nghìn đồng). Ⓑ 984 (nghìn đồng).
Ⓒ 1640 (nghìn đồng). Ⓓ 664 (nghìn đồng).

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một sân vận động với sân bóng phẳng hình chữ nhật có chấm trắng trung tâm là nơi giao bóng, một đường kẻ vạch chia đôi sân và các khán đài. Khán đài A gồm những dãy ghế nằm vuông góc với vạch chia đôi sân có độ cao tăng dần (các ghế cùng hàng thì cùng độ cao so với mặt sân). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với điểm giao bóng, mặt phẳng Oxy trùng với mặt sân, trục Ox trùng với vạch chia đôi sân, tia Oz vuông góc với mặt sân (đơn vị đo lấy theo mét). Một khán giả ngồi tại vị trí M của khán đài A, có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng chứa sân là một điểm thuộc Ox. Góc hợp bởi OM và mặt sân là α với $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, nếu người này di chuyển 10 (m) trên hàng ngang đến ngồi tại một vị trí N thì góc hợp bởi ON và mặt sân là β với $\sin\beta = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$. Gọi $h(m)$ là độ cao tại M so với mặt sân.



a) Điểm M có cao độ bằng 0.

b) Điểm N có cùng tung độ với điểm M.

c) $OM = 3h$.

d) $h = 10$ m.

Bài 2. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô, biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức

$$V(t) = 300\left(t^2 - t^3\right) + 4 \quad \text{với } 0 \le t \le 0{,}5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t, với $0 \le t \le 0{,}5$.

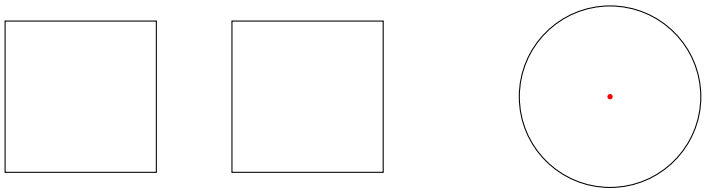
a) Lượng xăng ban đầu trong bình là 1 lít.

b) $V'(t) = 300\,(2t - 3t^2) + 4$, với $0 \le t \le 0{,}5$.

c) Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 30 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

d) Lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là 41,5 lít.

Bài 3. Bạn An muốn tận dụng hết một sợi dây thừng dài 12 dm để làm thiệp tặng bạn trong dịp Noel. An dự định cắt sợi dây thành hai đoạn, đoạn thứ I uốn thành một đường tròn, đoạn thứ II gấp thành hai hình vuông bằng nhau. Sau đó, đặt ba hình lên bìa carton để làm thiệp. Gọi S_1 là diện tích hình tròn, S_2 là diện tích hai hình vuông được tạo thành từ hai đoạn dây nêu trên (như hình vẽ dưới). Theo bạn An, để trang trí hình vuông, mỗi dm^2 mất 30 phút; để trang trí hình tròn, mỗi dm^2 mất 20 phút. Giả sử x $(0 < x < 12)$ là chiều dài đoạn dây thứ I, đơn vị là dm. Mọi kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân.



a) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là một hàm số $S(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

b) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là hàm số $S(x)$ có một điểm cực trị.

c) Tổng thời gian trang trí thiệp là một hàm số $T(x) = \dfrac{5}{\pi}x^2 + \dfrac{15}{32}(12 - x)^2$, tính bằng phút.

d) Tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x \approx 4{,}4$ dm.

Bài 4. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết cân nặng của 42 học sinh lớp $12C$.

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;\,45{,}5)$	$[45{,}5;\,50{,}5)$	$[50{,}5;\,55{,}5)$	$[55{,}5;\,60{,}5)$	$[60{,}5;\,65{,}5)$	$[65{,}5;\,70{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

a) Giá trị đại diện của nhóm $[40{,}5;\,45{,}5)$ là 43.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\overline{x} = \dfrac{1088}{21}$.

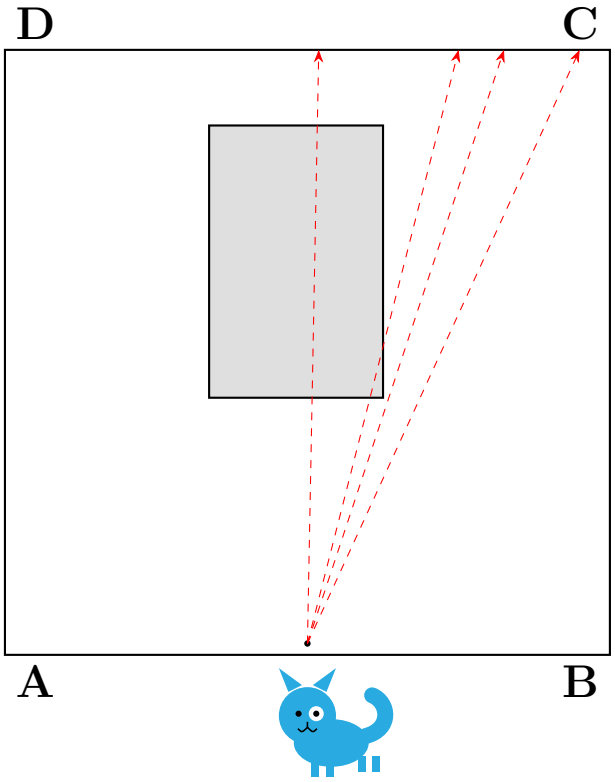
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s^2 \approx 1{,}57$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s \approx 7{,}06$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

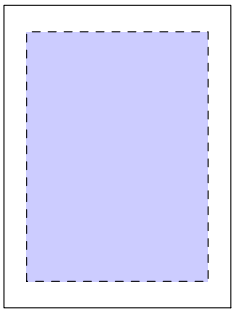
Bài 1. Trên một khu đất hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 200 m đang diễn ra một cuộc thi. Mỗi đội thi sẽ điều khiển con robot mà ban tổ chức cung cấp, xuất phát từ chính giữa cạnh AB, đi theo một đường thẳng và đến đích là một điểm bất kỳ trên cạnh CD. Ở chính giữa khu đất là một bãi cát hình chữ nhật có chiều dài 120 m và chiều rộng 80 m. Vận tốc của robot khi đi trên mặt đất là 3 m/s còn khi đi trên cát là 2 m/s. Gọi a là thời gian (tính theo giây) ngắn nhất mà

robot đi đến đích. Khi đó giá trị $100a$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Bài 2. Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 mét khối, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 mét, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu mét để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

Bài 3. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 600 cm^2. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 2 cm, lề trái là 3 cm và lề phải là 2 cm. Tính diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 4. Một công ty thống kê độ tuổi của các nhân viên ở bảng sau.

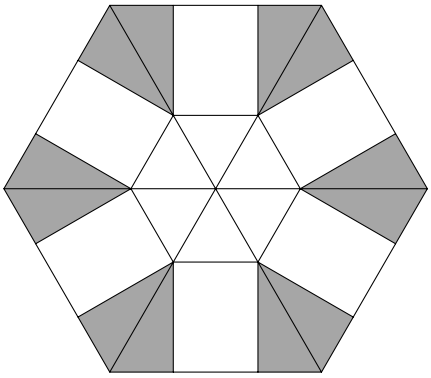
Khoảng tuổi	$[23;26)$	$[26;29)$	$[29;32)$	$[32;35)$	$[35;38)$
Số người	24	57	42	29	8

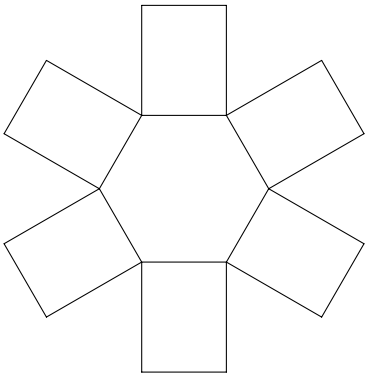
Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Bài 5. Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích 972 m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Hỏi chi phí xây bể thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết chi phí xây bể là 800 000 đồng/m^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Bài 6. Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 100 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x cm (cắt phần tô đậm

của tấm nhôm) rồi gấp tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Giá trị $x = \left(\dfrac{a}{b}\right)$ ($\dfrac{a}{b}$ là một phân số tối giản) để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất (đơn vị cm). Tính $T = a - b$.





TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 4 trang)

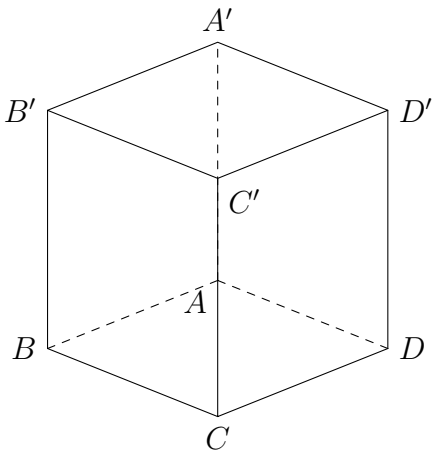
ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2;1;1)$ và $\vec{b} = (1;1;0)$. Góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:

Ⓐ $120°$. Ⓑ $150°$. Ⓒ $30°$. Ⓓ $60°$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vectơ nào dưới đây bằng $\overrightarrow{CD}$?

Ⓐ $\overrightarrow{BA'}$. Ⓑ $\overrightarrow{DC}$. Ⓒ $\overrightarrow{BA}$. Ⓓ $\overrightarrow{D'C'}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3;-4;1)$ và $\vec{b} = (2;-1;0)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 10. Ⓒ 11. Ⓓ 9.

Câu 4. Thư viện trường THPT Bình Chiểu ghi lại số giờ đọc sách của 50 học sinh trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Số học sinh	8	11	15	9	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 8. Ⓓ 7.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng

Ⓐ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{0}$.
Ⓑ $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{D'B}$.
Ⓓ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ tạo với nhau một góc $30°$, $|\vec{u}| = 3$ và $|\vec{v}| = 2$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $3\sqrt{3}$. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-2;3;2)$, $\vec{b}=(2;1;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$ là:

Ⓐ $\vec{u}=(-4;2;1)$. Ⓑ $\vec{u}=(4;-2;-3)$.
Ⓒ $\vec{u}=(4;-2;-1)$. Ⓓ $\vec{u}=(-4;2;3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) có tọa độ là

Ⓐ $(1;2;0)$. Ⓑ $(1;0;4)$. Ⓒ $(1;-2;0)$. Ⓓ $(0;-2;0)$.

Câu 9. Giáo viên môn Toán muốn tìm hiểu thời gian hoàn thành 2 bài tập tại lớp (đơn vị: phút) của một số học sinh trong lớp 12A1, và thu được số liệu cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

Ⓐ $[4;8)$. Ⓑ $[8;12)$. Ⓒ $[16;20)$. Ⓓ $[12;16)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(4;-2;1)$ và $N(4;4;-5)$. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

Ⓐ $(4;3;-3)$. Ⓑ $(-4;1;-2)$. Ⓒ $(4;3;-2)$. Ⓓ $(4;1;-2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-1;4)$ và $B(1;-3;-1)$. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ bằng

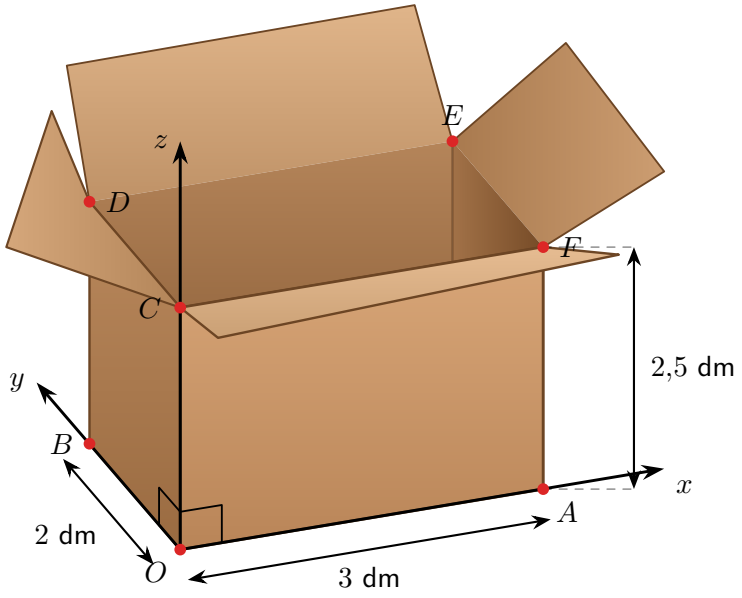
Ⓐ $\sqrt{22}$. Ⓑ $\sqrt{34}$. Ⓒ $\sqrt{38}$. Ⓓ $\sqrt{26}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là

Ⓐ $(-3;2;-4)$. Ⓑ $(2;-3;-4)$. Ⓒ $(3;-2;4)$. Ⓓ $(-3;2;4)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một thùng carton hình hộp chữ nhật dùng để đựng bánh kẹo được bung nắp như hình và đặt trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị dm). Kích thước đáy 2 dm × 3 dm, chiều cao 2,5 dm. Ký hiệu các điểm O, A, B, C, D, E, F là các đỉnh của hình hộp chữ nhật (tham khảo hình).



a) $A \in Ox \Rightarrow A(3;2;0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (-3;2;0)$.

c) $BC^2 - AC^2 = 5$.

d) Tọa độ $E(3;2;2{,}5)$.

Bài 2. Một cửa hàng bán đồ thủ công với giá bán là 39 000 đồng/sản phẩm. Giá nhập vào của sản phẩm đó là 15 000 đồng/sản phẩm. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 120 sản phẩm/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1 000 đồng/sản phẩm thì số sản phẩm bán được sẽ tăng thêm 15 sản phẩm.

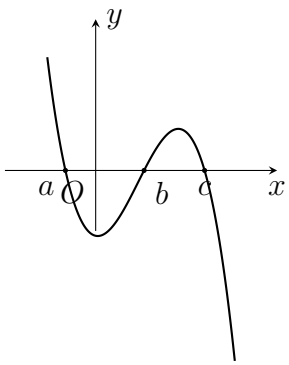
a) Nếu giá bán là 25 000 đồng/sản phẩm thì cửa hàng bán được 135 sản phẩm/ngày.

b) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng khi chưa giảm giá sản phẩm là 2 880 nghìn đồng.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán sản phẩm đó $(15 \le x \le 39)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x-15)(705-15x)$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày mà cửa hàng thu được là 3 840 (nghìn đồng).

Bài 3. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$ và B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$.

c) Điểm $M(2;2;-1)$ đối xứng với A qua trục Ox.

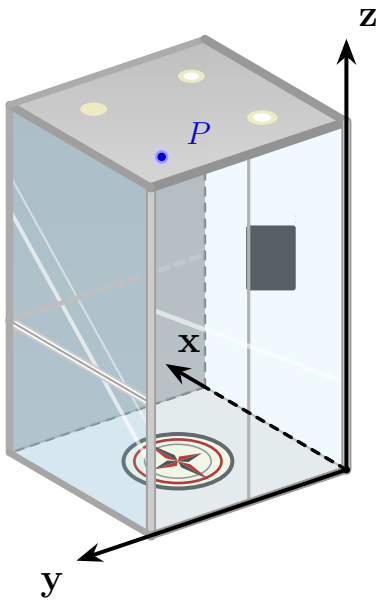
d) Tọa độ điểm $N(-2;2;1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;2;1)$, $\vec{b} = (2;3;5)$, $\vec{c} = (4;-1;4)$, $\vec{d} = (2;15;27)$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, khi đó giá trị của $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

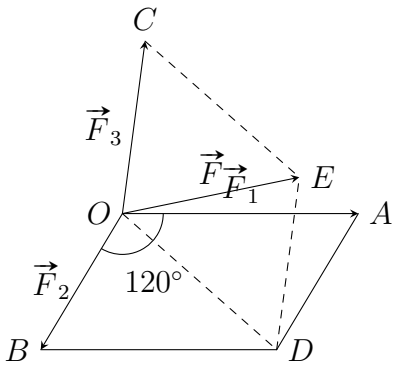
Bài 2. Để tiện di chuyển giữa các tầng trong căn hộ 4 tầng của mình, Bác Hòa định lắp thang máy trong nhà. Biết cabin của thang máy có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, công ty cung cấp thang máy cho biết thể tích khoang cabin là 5,4 m^3 và diện tích toàn phần của thang là 18,9 m^2. Trong thang máy, bác Hòa lắp 1 chiếc camera ở vị trí trên trần cabin tại điểm $P(a;b;c)$

sao cho camera cách hai vách đứng $(BCC'B')$ và $(ABB'A')$ của khoang cabin đều là $20\,cm$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là $10\,cm$. Tính $T = a + b + c$, biết rằng cạnh của đáy cabin không tới $2\,m$.



Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(1;-1;3)$ và $C(6;1;1)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Tổng $T = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Bài 4. Có ba lực cùng tác dụng vào một vật như hình vẽ. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc $120°$ và đều có độ lớn bằng $60N$. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $80N$. Tính hợp lực của ba lực trên.



Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(300;100;10)$ đến điểm $B(400;300;20)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(a;b;c)$. Tính $a + b + c$?

Bài 6. Sau 10 năm trồng sầu riêng, bác Nam tiến hành đo chiều cao của 100 cây sầu riêng trong vườn và kết quả được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Tần số	5	12	25	44	14

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	1

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

Ⓐ $y=-2$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-2$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho là

Ⓐ $f(x)=-x^3+3x^2-2$. Ⓑ $f(x)=x^3+3x-2$.
Ⓒ $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$. Ⓓ $f(x)=x^3+3x^2-2$.

Câu 3. Hàm số $y=x^4-8x^2+2025$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;0)$. Ⓑ $(0;+\infty)$. Ⓒ $(-2;0)$. Ⓓ $(-\infty;\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-2;2;0)$, $\vec{b}=(2;2;0)$, $\vec{c}=(2;2;2)$. Giá trị của $\left|\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}\right|$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{61}$. Ⓑ 61. Ⓒ 6. Ⓓ $\sqrt{61}$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=x-1-\dfrac{2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=-x+1$. Ⓑ $y=x+1$. Ⓒ $y=-x-1$. Ⓓ $y=x-1$.

Câu 6. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=-x^3-2x-3$.
Ⓑ $y=\dfrac{x+4}{x-1}$.
Ⓒ $y=-x^3-3x^2+3$.
Ⓓ $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 7. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 5,98.
Ⓑ 2,44.
Ⓒ 6.
Ⓓ 2,5.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MN}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.
Ⓒ $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là:

Ⓐ $y=2x-1$.
Ⓑ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$.
Ⓒ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$.
Ⓓ $x=1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-5;2)$. Điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oz là

Ⓐ $A'(-2;5;2)$.
Ⓑ $A'(0;0;2)$.
Ⓒ $A'(0;0;-2)$.
Ⓓ $A'(2;-5;-2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;5;2)$ và $N(-4;1;1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$.

Ⓐ $\overrightarrow{MN}=(-6;-4;-1)$.
Ⓑ $\overrightarrow{MN}=(-6;4;-1)$.
Ⓒ $\overrightarrow{MN}=(6;4;1)$.
Ⓓ $\overrightarrow{MN}=(6;-4;-1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-2;3;2)$ và $\vec{b}=(-1;1;4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$.

Ⓐ $\vec{c}=(-3;5;0)$.
Ⓑ $\vec{c}=(-7;7;8)$.
Ⓒ $\vec{c}=(-3;5;8)$.
Ⓓ $\vec{c}=(-5;7;8)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Đậu đỏ là một loại thực phẩm quen thuộc trong bữa ăn của người Việt Nam. Ngoài giá trị dinh dưỡng cao, đậu đỏ còn có nhiều công dụng tuyệt vời cho sức khỏe và sắc đẹp như: chống oxy hóa, giúp cơ bắp con người khỏe mạnh, tăng cường sức khỏe cho tim mạch con người, lợi ích cho hệ tiêu hóa, bổ thận, cung cấp vitamin bổ dưỡng cho cơ thể, đào thải độc tố, giải độc, tốt cho hệ miễn dịch, giúp huyết áp ổn định, da đẹp. Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm. Khảo sát cho thấy độ cao tính bằng centimet của cây đậu đỏ tại thời điểm t kể từ khi được trồng được cho bởi hàm số $h(t)=-0{,}005t^4+bt^3+c$ (trong đó b, $c\in\mathbb{R}$), với t tính theo tuần. Giả sử $h'(t)$ là tốc độ tăng chiều cao của cây đậu đỏ sau khi trồng (đơn vị của $h'(t)$: cm/tuần). Biết $h'(5)=5$.

a) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là 90 cm.

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 56 cm.

Bài 2. Người ta ước tính rằng số lượng cá thể của một loài trong tự nhiên t năm sau khi chính sách bảo vệ được thiết lập có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = \dfrac{20(m+1+3t)}{1+0{,}05t}$, $t \geq 0$ (ở đó m là hằng số). Biết rằng số lượng cá thể của loài đó tại thời điểm bắt đầu thiết lập chính sách bảo vệ là 80 con.

a) Số lượng cá thể của loài đó không bao giờ vượt quá 1200 con.

b) Cần ít nhất 10 năm kể từ khi chính sách bảo vệ được thiết lập để số lượng cá thể của loài đó vượt mức 500 con.

c) Giá trị của m là $m = 3$.

d) Sau khi chính sách bảo vệ được thiết lập, số lượng cá thể của loài đó lúc đầu tăng nhưng sau đó sẽ giảm dần.

Bài 3. Thống kê điểm kiểm tra GHKI của 35 học sinh lớp 12H cho bởi bảng thống kê tần số ghép nhóm sau:

Điểm	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	4	6	3	14	6	1	0	1

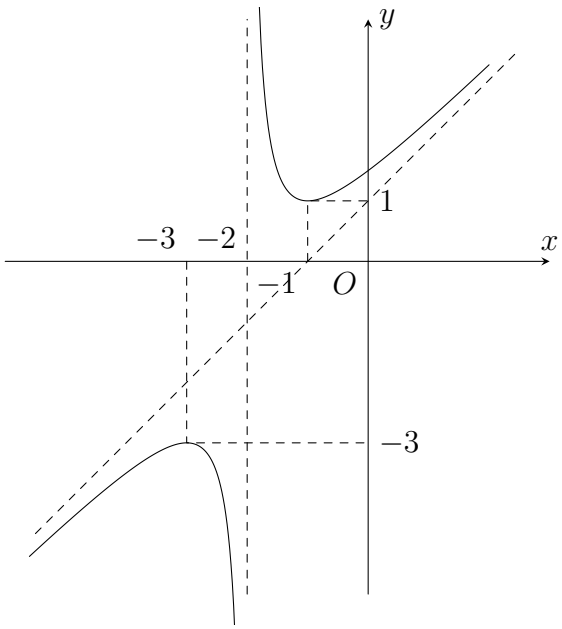
a) Khoảng biến thiên về điểm của mẫu số liệu ghép nhóm là 8,0.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số ghép nhóm thuộc nhóm $[7{,}0;8{,}0)$.

c) Nhà trường thông báo những học sinh có điểm từ 3,8 điểm trở xuống cần được quan tâm phụ đạo thêm. Có khoảng 25% học sinh trong diện đó.

d) Có một học sinh đạt 9,75 điểm, điểm số đó không phải là giá trị ngoại lệ.

Bài 4. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ (với $a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



a) Hàm số có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

» Sưu tầm và Biên soạn: Lê Minh Kha-0399653362

b) Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y=-2$.

d) Công thức xác định của hàm số đã cho là $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

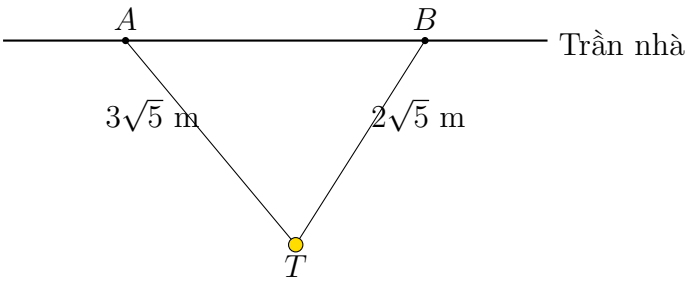
Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+6x+15}{x}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

Bài 2. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Hoành độ điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ là bao nhiêu?

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;0;m)$. Giá trị của m (làm tròn đến hàng phần mười) để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° là bao nhiêu?

Bài 4. Một công ty công nghệ cung cấp gói lưu trữ dữ liệu doanh nghiệp với giá niêm yết 200 000 đồng/tháng và đang có 400 khách hàng. Phòng kinh doanh xác định được quy luật: Cứ giảm giá 10 000 đồng thì sẽ có thêm 50 khách hàng mới. Tuy nhiên, do hiện tượng quá tải băng thông, chi phí vận hành $C(n)$ (nghìn đồng) không cố định mà biến thiên theo hàm bậc hai của số lượng khách hàng n, được xác định bởi công thức $C(n)=28n+0{,}01n^2+15000$. Công ty cần chốt giá bán bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận đạt mức tối đa?

Bài 5. Một đơn vị sự kiện âm thanh, ánh sáng đang lắp đặt một đèn pha sân vận động thật hoành tráng. Trần của sân vận động song song với mặt đất, có treo hai móc thép chắc chắn A và B. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, trần sân vận động được mô phỏng bởi mặt phẳng (Oxy), tọa độ điểm A và B lần lượt là $(1;2;-3)$ và $(6;2;-5)$. Kĩ thuật viên dùng một sợi dây gắn đèn vào hai chiếc móc A và B sao cho khi đèn ở vị trí cân bằng thì nó cách A một khoảng $3\sqrt{5}$ m và cách B một khoảng $2\sqrt{5}$ m. Vị trí của chiếc đèn pha là $T(a;b;c)$, tính $a+b-c$.



Bài 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilômet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400;800;16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí $E(100;150;9{,}5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N. Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 10
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
Ⓑ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
Ⓒ Hàm số không có cực trị.
Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(e^x-1)(x^2-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 3. Trong một hệ trục tọa độ (đơn vị đo là kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?

Ⓐ $(105;2965;10)$.
Ⓑ $(1\,010;575;8)$.
Ⓒ $(1\,010;575;8{,}5)$.
Ⓓ $(1245;2056;735)$.

Câu 4. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ôtô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau.

Tốc độ (km/h)	$[75;80)$	$[80;85)$	$[85;90)$	$[90;95)$	$[95;100)$
Số xe	15	22	28	34	19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 25 km/h. Ⓑ 5 km/h. Ⓒ 100 km/h. Ⓓ 75 km/h.

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng $2a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}$ bằng

Ⓐ $2a^2$. Ⓑ $-2a^2$. Ⓒ a^2. Ⓓ $-a^2$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$ là

Ⓐ $y=x+1$. Ⓑ $y=-x-1$. Ⓒ $y=x$. Ⓓ $y=-x$.

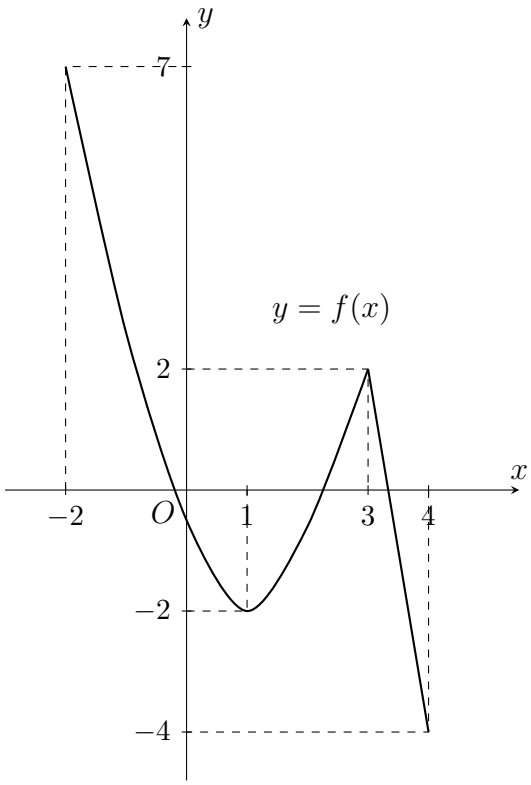
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

Ⓐ $(3;3;-1)$.
Ⓑ $(1;1;3)$.
Ⓒ $(3;1;1)$.
Ⓓ $(-1;-1;-3)$.

Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $y=\dfrac{1}{4}$.
Ⓑ $y=1$.
Ⓒ $y=4$.
Ⓓ $y=-1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



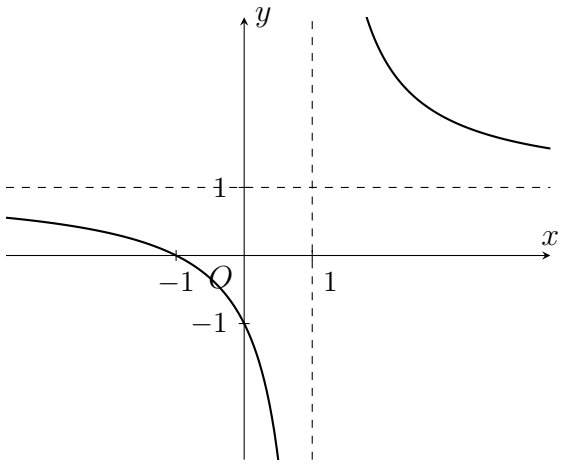
Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;4]$ là

Ⓐ 0.
Ⓑ 7.
Ⓒ 4.
Ⓓ -4.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\vec{0}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'A}$.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Ⓑ $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Ⓒ $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ đơn vị $\vec{j}$ và véc tơ $\vec{a}=(1;1;0)$. Khi đó góc giữa hai véc tơ $\vec{j}$ và $\vec{a}$ là

Ⓐ $30°$. Ⓑ $180°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $90°$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$.

a) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

b) Hàm số không có cực trị.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa khoảng $(2;6]$ bằng $\dfrac{29}{4}$.

Bài 2. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $N(x)=\dfrac{Cx}{x^2+2}$, $x>0$. Biết rằng sau 1 phút thì nồng độ thuốc trong máu là 6 (mg/l).

a) Giá trị của $C=18$.

b) Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là 9 (mg/l).

c) Tại một thời điểm nào đó, nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt 7 (mg/l).

d) Trong 2 phút đầu nồng độ thuốc trong máu tăng dần.

Bài 3. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3.

a) $\left|\overrightarrow{A'B'}-\overrightarrow{D'C'}\right|=3$.

b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

c) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{B'C}=-9$.

d) Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N}=2\overrightarrow{NB'}$. Khi đó $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;-1;3)$, $B(1;2;-1)$, $C(-4;7;5)$.

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6$.

b) Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM=\sqrt{30}$.

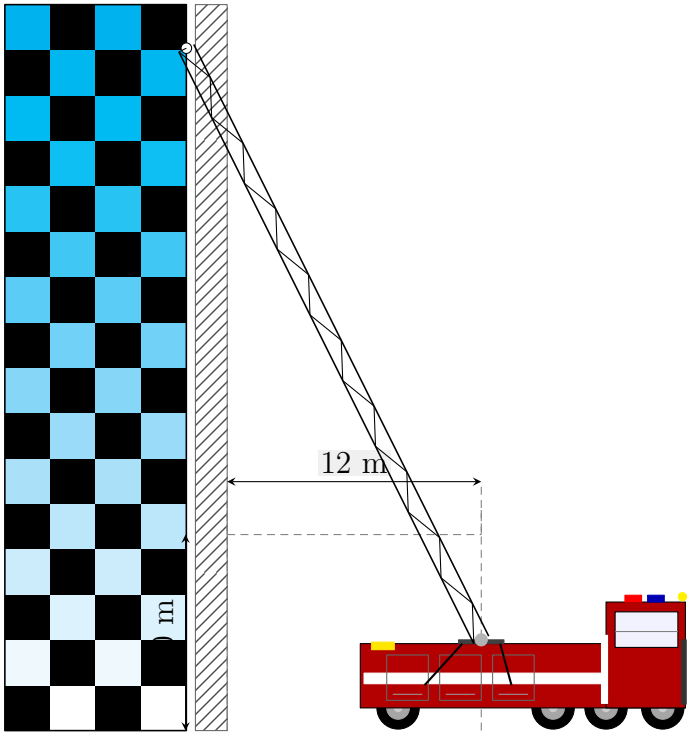
c) Gọi $D(a;b;c)$ là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $a+b+c=10$.

d) Tia phân giác trong góc A cắt BC tại điểm I. Khi đó $OI=\dfrac{\sqrt{134}}{3}$.

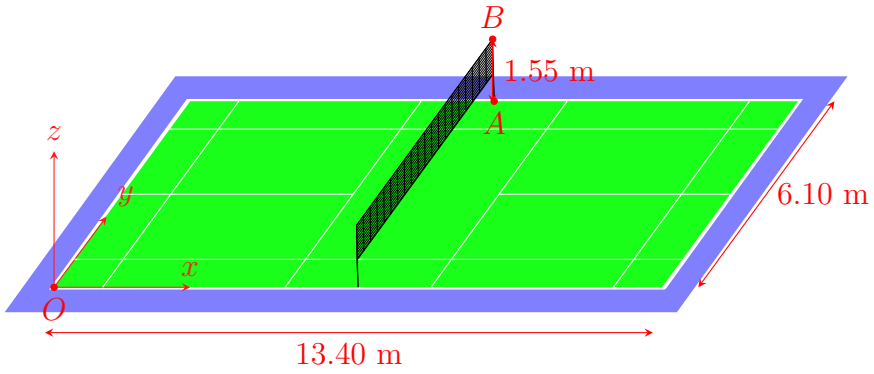
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng. Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10 m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12 m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là $1,2$ m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện

nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

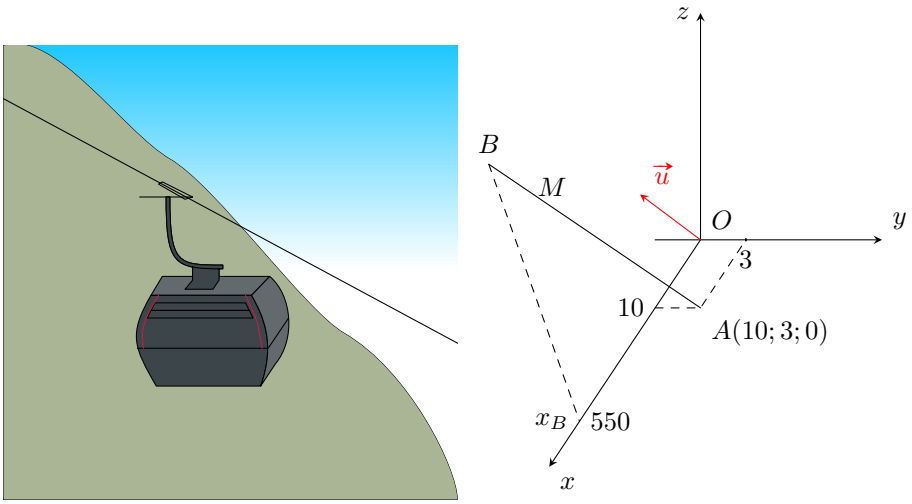


Bài 2. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$. Khi đó $S = a - b + 2c$ bằng bao nhiêu?

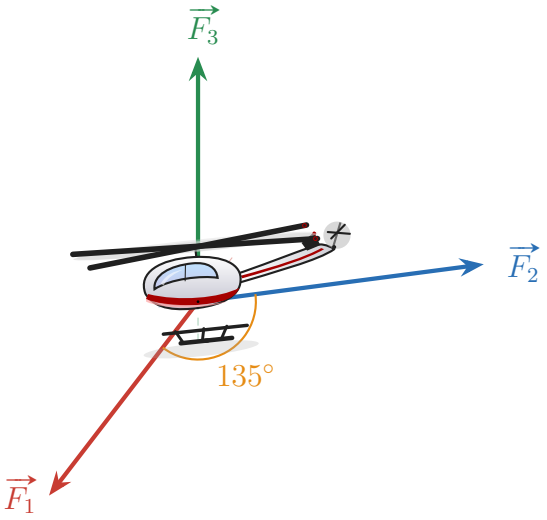


Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A 3240m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabintrên quãng

đường AD là bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng đơn vị nếu là số thập phân)?



Bài 4. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$. Một lực nâng $\vec{F}_3$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Bài 5. Bảng số liệu sau đây thống kê số cân nặng của một lớp gồm 40 học sinh (đơn vị: kg).

Kết quả cân nặng của học sinh (kg)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	
Số học sinh	3	10	15	10	2	$n = 40$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? (*kết quả lấy một chữ số thập phân*)

Bài 6. Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2024$ có giá trị cực tiểu bằng a và giá trị cực đại bằng b. Tính giá trị biểu thức $S = 2a + b$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 4 trang)

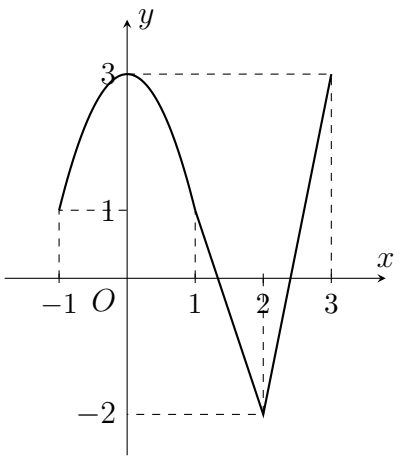
ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a} = (6;0;-3)$ và $\vec{b} = (-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

Ⓐ $(7;2;3)$. Ⓑ $(-7;-2;3)$. Ⓒ $(-5;2;3)$. Ⓓ $(7;2;-3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $3M - 2m$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 13.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = \dfrac{1}{2}$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $x = -1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;4)$ trên trục Ox là

Ⓐ $M'(0;0;-4)$. Ⓑ $M'(0;2;0)$.
Ⓒ $M'(1;0;0)$. Ⓓ $M'(1;2;-4)$.

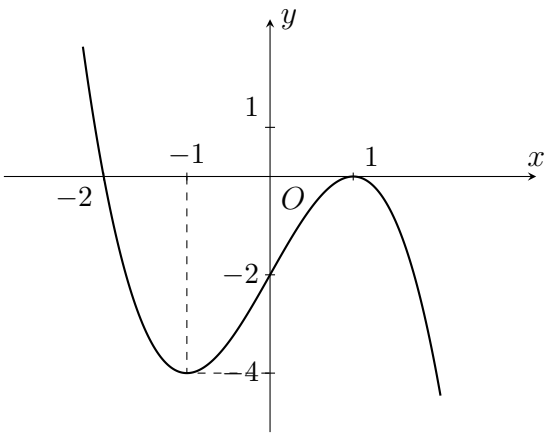
Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quỹ đạo $s = 2t^3 + 24t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Sau 7 (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 111 (m/s). Ⓑ 487 (m/s). Ⓒ 639 (m/s). Ⓓ 1925 (m/s).

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $(4;3;-5)$. Ⓑ $(-4;-3;5)$. Ⓒ $(-5;4;3)$. Ⓓ $(3;4;-5)$.

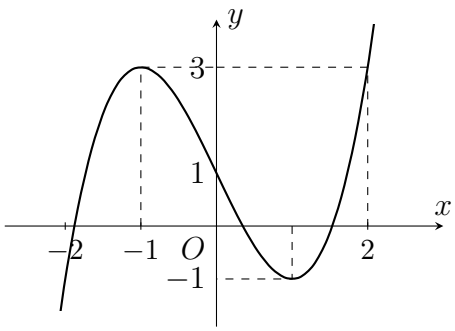
Câu 9. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 24. Ⓑ 18. Ⓒ 21. Ⓓ 14.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^3 - 3x + 1$.
Ⓑ $y = -x^3 + 2x - 1$.
Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 1$.
Ⓓ $y = 2x^3 - 6x - 1$.

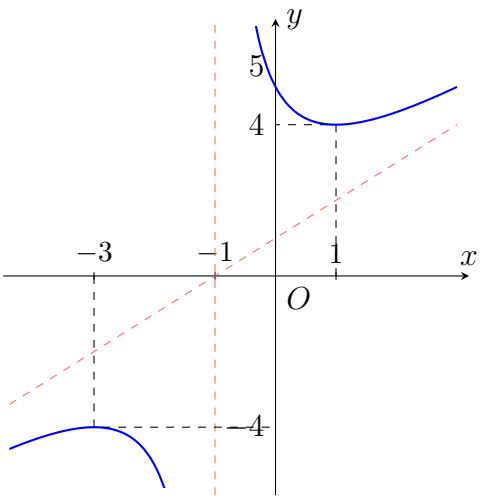
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

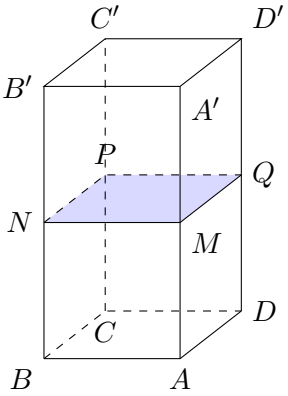


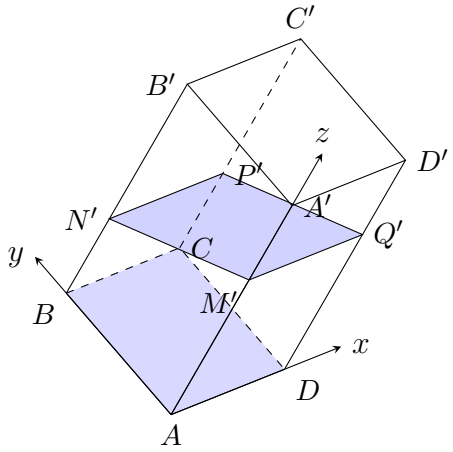
Ⓐ $y = \dfrac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.
Ⓑ $y = \dfrac{x^2 - 1}{x - 2}$.
Ⓒ $y = \dfrac{x + 2}{x + 1}$.
Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chậu nước hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 dm và chiều cao bằng 8 dm. Người ta đổ nước vào chiếm một nửa chiều cao chậu nước, mặt thoáng của nước là $MNPQ$. Khi nghiêng chậu nước sao cho các cạnh bên đều lệch một góc $30°$ so với phương thẳng đứng thì mặt thoáng của nước là $M'N'P'Q'$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với A trùng với gốc tọa

độ O, tia Ox qua D và tia Oy qua B.





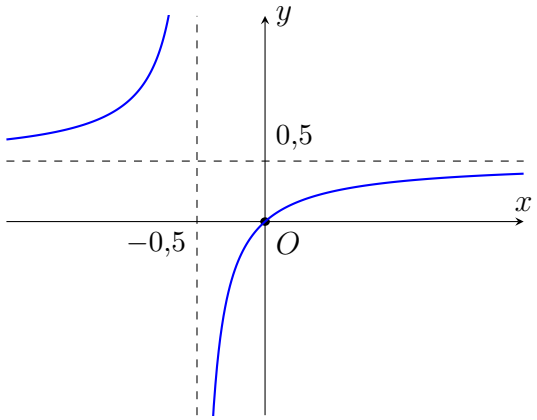
a) Thể tích nước trong chậu là 64 dm^3.

b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 16$.

c) Trung điểm I của $M'N'$ có tọa độ là $(0; 2; 4)$.

d) Góc hai vectơ $\overrightarrow{AN'}, \overrightarrow{AQ'}$ bằng 61,2° (làm tròn đến hàng phần chục).

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + 1}$ $(c \neq 0,\ a - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -\dfrac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \dfrac{1}{2}$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right); \left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

c) $a > 0;\ b < 0;\ c > 0$.

d) $a + 2b + c = 3$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(1; 0; 2)$, $B(3; -2; 1)$, $C(-1; -1; 4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Cho P là điểm thỏa mãn biểu thức vectơ $\overrightarrow{PC} = 3\overrightarrow{PB}$. Khi đó $\overrightarrow{DP} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{DB} - \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DC}$.

b) Tọa độ của vectơ $\vec{x} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là $(4; -1; -3)$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

d) Cho điểm G di động trên mặt phẳng Oxy, khi đó biểu thức $M = \left|\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\widehat{AGB}$ là góc tù.

Bài 4. Một công ty sau khi mở bán sản phẩm mới đã ghi nhận lợi nhuận $P(t)$ (đơn vị triệu đồng) sau t tháng kinh doanh. Trong năm đầu tiên, giả sử mối liên hệ giữa lợi nhuận và thời gian kinh doanh được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = -t^3 + 15t^2 + mt + 50$ $(t \in \mathbb{N}, 1 \leq t \leq 12)$ với $m \in \mathbb{R}$. Biết sau tháng đầu tiên mở bán, công ty thu được lợi nhuận là 136 triệu đồng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tốc độ tăng trưởng lợi nhuận của công ty là hàm số $P'(t) = -3t^2 + 30t + 50$.

b) Lợi nhuận của công ty đạt mức tối đa tại thời điểm $t = 3$.

c) Sau 2 tháng mở bán, lợi nhuận công ty thu về được là 246 triệu đồng.

d) Tại thời điểm $t = 5$ thì tốc độ thay đổi lợi nhuận là lớn nhất.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

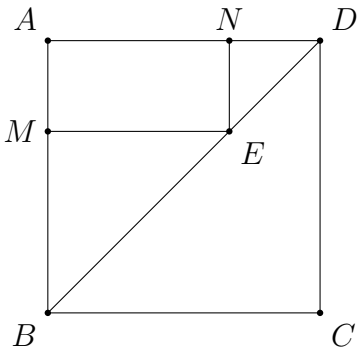
Bài 1. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển Drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một Drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1;\ 2;\ -1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(2;\ -1;\ 3)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1 km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80 km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản của gió không đáng kể để Drone bay theo đường thẳng. Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Bài 2. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng sau

Nhóm	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Tần số	4	14	8	10	6	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

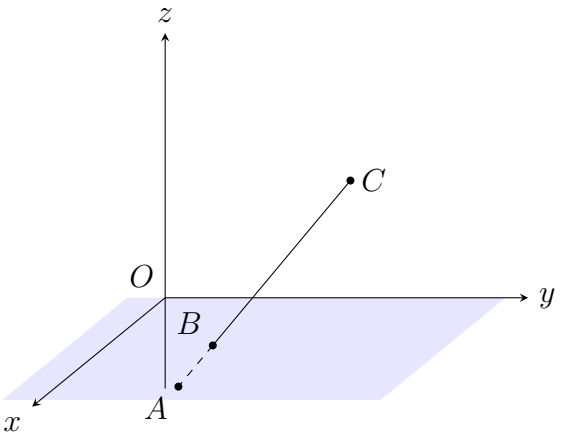
Bài 3. Bác An muốn xây một chiếc bể bơi cho trẻ em trong mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có diện tích 144 m^2. Biết bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có hai đỉnh đối diện của đáy là A và E, với E thuộc đường chéo BD; độ sâu của bể bơi không đổi bằng 1,5 m (tham khảo hình vẽ). Chi phí lát gạch cho nền bể là 1.000.000 VNĐ/m^2 và chi phí lát gạch cho thành bể là 500.000 VNĐ/m^3. Hỏi khi diện tích đáy bể đạt giá trị lớn nhất thì chi phí phải bỏ ra để lát gạch cho nền và thành bể bơi này là bao nhiêu triệu đồng?



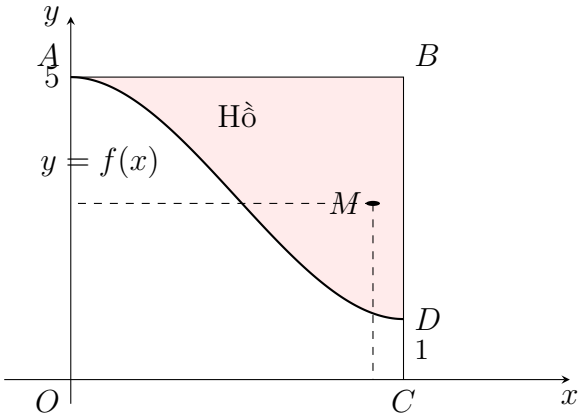
Bài 4. Giả sử chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) để công ty A sản xuất ra một đơn vị sản phẩm được cho bởi công thức $C(x) = 9x - 300 + \dfrac{400}{x}$. Hàm tổng doanh thu đạt được khi bán được x sản phẩm là $R(x) = 460x + 6{,}85x^2$ (nghìn đồng). Hỏi nếu chính phủ đánh thuế 15% trên một đơn vị sản phẩm thì cần bán bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo trên mỗi trục bằng 1 mét trên thực tế),

một con chim bói cá đang ở vị trí (C) cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá (điểm A) cách mặt nước 50 cm và cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ của chim bói cá lúc vừa tiếp xúc với mặt nước (điểm B) là $(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.



Bài 6. Một khu vườn hình chữ nhật $OABC$ được mô hình hoá như hình vẽ bên cạnh, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Người ta đào một hồ sen giới hạn bởi các đường thẳng AB, BC và đường cong bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm bậc ba $y=f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0;5)$ và $D(2;1)$. Từ điểm M trên bờ hồ $y=f(x)$, người ta mở đường đi đến hai cạnh OA, OC. Tìm hoành độ điểm M để tổng chiều dài con đường ngắn nhất (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC, với $A(0;2;3)$, $B(4;-2;1)$, $C(-5;1;-3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Ⓐ $D(-9;-5;-1)$. Ⓑ $D(9;-5;1)$.
Ⓒ $D(-9;5;-1)$. Ⓓ $D(9;5;-1)$.

Câu 2. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Khoảng biến thiên (đơn vị: km/h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 12. Ⓑ 10. Ⓒ 6. Ⓓ 8.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓑ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
Ⓓ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 4. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ là

Ⓐ $A(-1;5)$. Ⓑ $C(1;1)$. Ⓒ $D(1;2)$. Ⓓ $B(5;-1)$.

Câu 5. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $x=-1$. Ⓓ $y=-1$.

Câu 6. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 65 khách hàng mua hàng ở một siêu thị mini trong một ngày.

Nhóm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	7	6	19	23	10

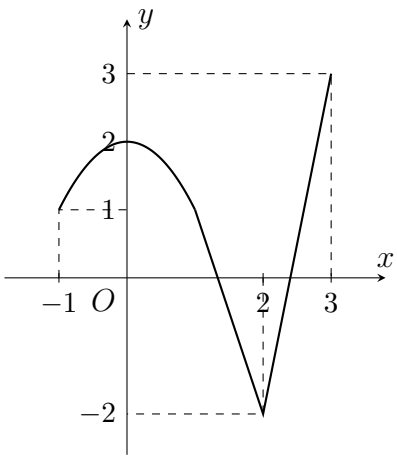
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng? (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Ⓐ 136,71. Ⓑ $s_x=11{,}7$. Ⓒ $s_x=11{,}6$. Ⓓ $s_x=11{,}69$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(4;-1;1)$ và $\vec{b}=2\vec{j}-5\vec{k}$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$.

Ⓐ $\vec{u}=(4;-3;6)$. Ⓑ $\vec{u}=(4;1;-4)$.
Ⓒ $\vec{u}=(2;4;1)$. Ⓓ $\vec{u}=(2;-1;6)$.

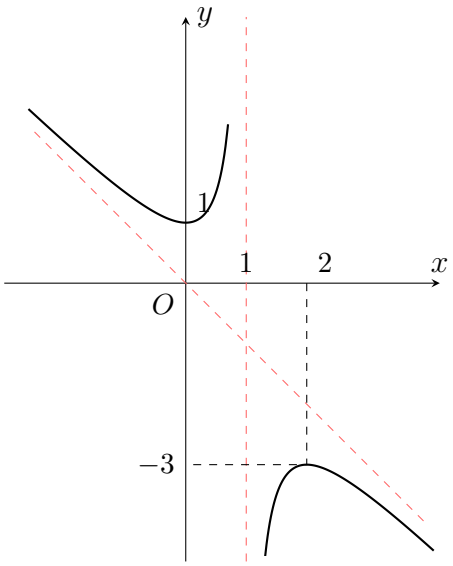
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Câu 9. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = \dfrac{-x^2+x}{x-1}$.
Ⓑ $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.
Ⓒ $y = \dfrac{-x^2-x+1}{x+1}$.
Ⓓ $y = \dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$.

Câu 10. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ $(0 \le t \le 30)$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

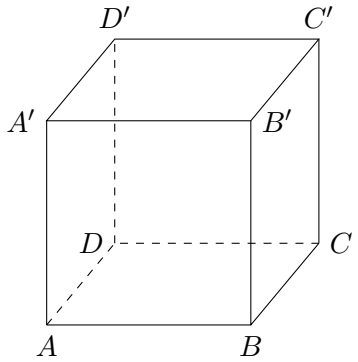
Ⓐ 1100. Ⓑ 20. Ⓒ 1200. Ⓓ 10.

Câu 11. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.
Ⓑ $\overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.
Ⓒ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Ⓓ $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 12. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức vectơ nào sau đây là đúng?



Ⓐ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{A'C}$.
Ⓑ $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{D'D}=\overrightarrow{DB'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(4;5;3)$.

a) Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}$ là $M(7;8;0)$.

b) Điểm $N(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho A,B,N thẳng hàng. Khi đó $a-b=2$.

c) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{19}$.

d) Trọng tâm của tam giác ABC là $G(3;2;2)$.

Bài 2. Một hộ kinh doanh ở làng nghề nước mắm ở Hải Giang (Cửa Lò, Nghệ An) muốn xây dựng một bồn chứa dạng hình hộp chữ nhật không nắp, có thể tích $V=64\ m^3$. Đáy bồn là hình vuông. Chi phí xây dựng được tính dựa trên diện tích bề mặt vật liệu, trong đó chi phí vật liệu cho mặt đáy bồn là k (nghìn đồng/m^2) và chi phí vật liệu cho các mặt bên là $\frac{k}{4}$ (nghìn đồng/m^2).

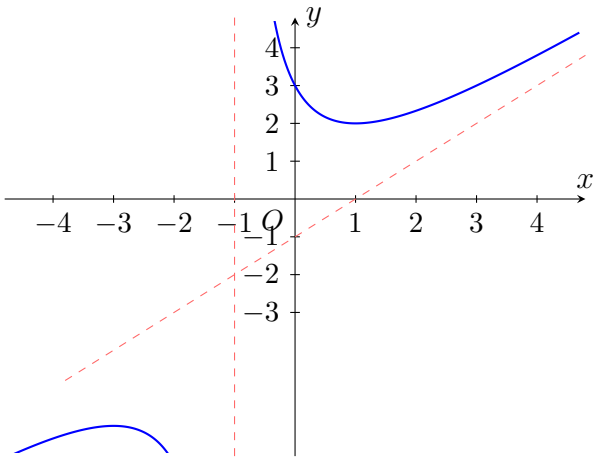
a) Tổng diện tích bề mặt vật liệu cần dùng là $x^2+\frac{128}{x}$ (m^2).

b) Hàm số biểu diễn tổng chi phí xây dựng là $C(x)$ (nghìn đồng) là $kx^2+k\frac{256}{x}$.

c) Nếu gọi x là độ dài cạnh đáy (đơn vị: mét), thì chiều cao h của bồn chứa được biểu diễn là $h=\frac{64}{x^2}$ (m).

d) Để tổng chi phí xây dựng là nhỏ nhất, độ dài cạnh đáy x phải bằng 4 mét.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là 0.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 1$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; -1)$ là 2.

Bài 4. Thống kê tổng số giờ có nắng trong tháng 6 tại một trạm quan trắc đặt ở một tỉnh trong các năm từ 2004 đến 2023 được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ có nắng	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$	$[120; 130)$	$[130; 140)$	$[140; 150)$
Số năm	2	3	4	8	3	2

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 20,13 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 50.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 120,9 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,31 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

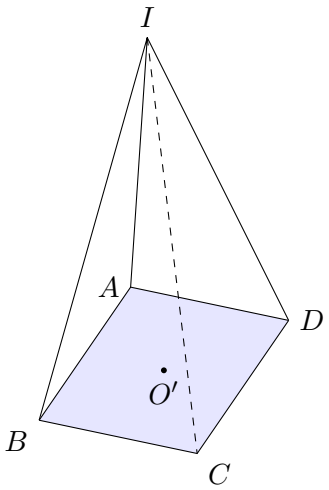
Bài 1. Hàm số $y = (x + 1) \cdot e^x$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\dfrac{a}{e^b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $a + b$.

Bài 2. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo máy bay ở vị trí có tọa độ $(x; y; z)$. Tính tổng $x + y + 2z$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có I là tâm đường tròn ngoại tiếp. Tính giá trị OI^2 biết $A(2; 2; -2)$, $B(6; -4; 2)$, $C(8; -2; 0)$.

Bài 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0; 0; 9)$ như hình vẽ. Biết điểm $O'(0; 0; 5)$, $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$, điểm $D(a; b; c)$ với $a > 0, c > 5$ và góc $\widehat{O'ID}$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ lần lượt là lực căng của dây IB, IC, ID, IA, biết $\left|\vec{F_1}\right| = 50N$ và

$\left|\overrightarrow{F_2}\right| = 40N$.



Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) (cho gia tốc trọng trường $g = 9{,}8\ m/s^2$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = mg$).

Bài 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \le x \le 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0{,}01x^2 + 300x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Bài 6. Sáng 19.12.2025, tại sân bay Long Thành, Tổng công ty Cảng hàng không Việt Nam tổ chức lễ khai trương chuyến bay đầu tiên. Theo đó, lúc 8 giờ 10, máy bay Boeing 787-9 của Vietnam Airlines hạ cánh xuống sân bay Long Thành, biết quỹ đạo đường bay của nó được mô hình hóa toán học trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (với mỗi đơn vị trên mỗi trục coi là 1 dặm) có dạng đồ thị của hàm bậc ba.

Vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ $(-4; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay này tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương ngang 1 dặm thì máy bay cách mặt đất bao nhiêu dặm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

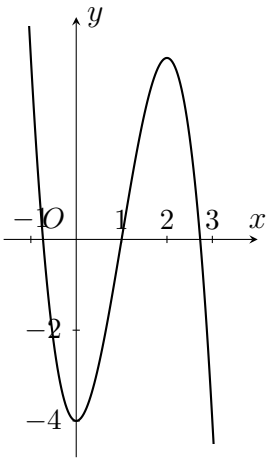
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1		$\searrow$		0

Ⓐ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
Ⓑ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
Ⓒ Hàm số có đúng hai điểm cực trị.
Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(0;1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{k}$ là

Ⓐ $(1;1;1)$. Ⓑ $(1;0;0)$. Ⓒ $(0;1;0)$. Ⓓ $(0;0;1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$. Toạ độ của điểm M là

Ⓐ $(-4;3;2)$. Ⓑ $(2;3;-4)$. Ⓒ $(3;-4;2)$. Ⓓ $(-2;-3;4)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-24x+1$ trên đoạn $[2;19]$.

Ⓐ $1-32\sqrt{2}$.
Ⓑ -39.
Ⓒ $1+32\sqrt{2}$.
Ⓓ -44.

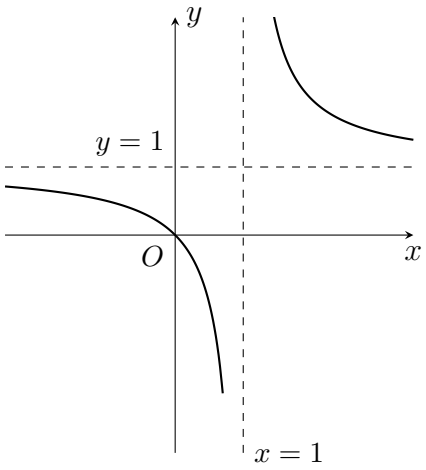
Câu 7. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ có phương trình

Ⓐ $y=2$.
Ⓑ $y=3$.
Ⓒ $y=1$.
Ⓓ $y=0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

Ⓐ $(0;-2;1)$.
Ⓑ $(0;-2;-1)$.
Ⓒ $(0;2;-1)$.
Ⓓ $(0;2;1)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



Ⓐ $y=\dfrac{x}{1-x}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x+1}{1-x}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[14;15)$.
Ⓑ $[15;16)$.
Ⓒ $[16;17)$.
Ⓓ $[17;18)$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 1.
Ⓑ $-\frac{1}{2}$.
Ⓒ -1.
Ⓓ 2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

Ⓐ $|\vec{a}|=\sqrt{2}$.
Ⓑ $|\vec{c}|=\sqrt{3}$.
Ⓒ $\vec{a}\perp\vec{b}$.
Ⓓ $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Lợi nhuận mỗi ngày của một xưởng khi sản xuất x (kg) một loại sản phẩm được cho bởi hàm số $L(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 5000$ (nghìn đồng). Biết công suất tối đa của xưởng là 40 kg sản phẩm trong một ngày. Giả sử mỗi ngày xưởng sản xuất x (kg) sản phẩm và bán hết.

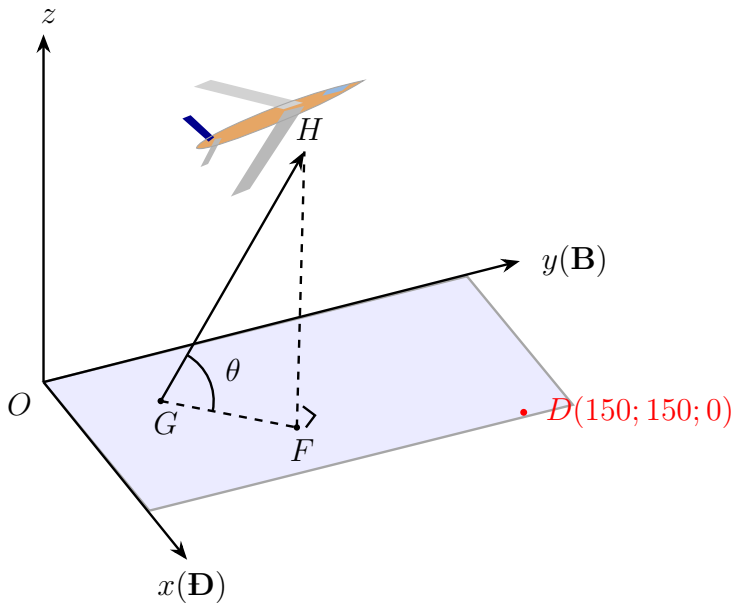
a) $L'(x) = -3x^2 + 48x + 780$.

b) $L'(x) = 0$ có 2 nghiệm trên đoạn $[0; 40]$.

c) $L(0) = 0, L(26) = 13928, L(40) = 600$.

d) Mỗi ngày, để lợi nhuận cao nhất thì xưởng sản xuất 26 kg sản phẩm.

Bài 2. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay, trục Ox là hướng Đông, trục Oy là hướng Bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vectơ $\vec{u}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{u} = \left(1 + t; \dfrac{1}{2} + 2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150; 115; 0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.



a) Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là $M\left(1 + t; \dfrac{1}{2} + 2t; 2t\right)$.

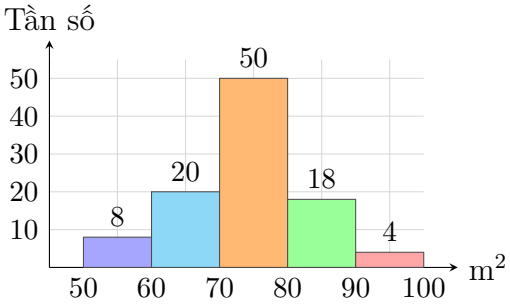
b) Tọa độ điểm G là $\left(1; \dfrac{1}{2}; 0\right)$.

c) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149 - t; \dfrac{129}{2} - 2t; -2t\right)$.

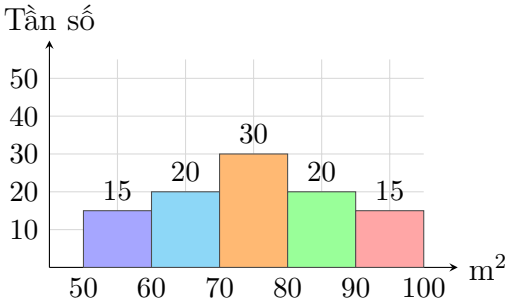
d) Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0; y_0; z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0 + y_0 + z_0) = 4320$.

Bài 3. Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn 100 m^2. Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả

thống kê.



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

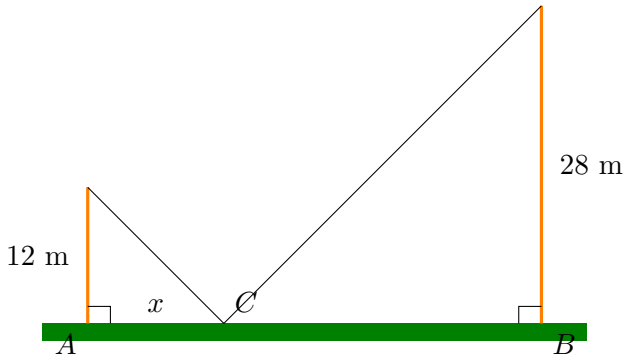
a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.

b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.

c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5.

d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.

Bài 4. Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nối từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.



a) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{1684+x^2}$.

b) Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144+x^2}+\sqrt{1684-60x+x^2}$.

c) Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m.

d) Nếu tổng chiều dài dây ngắn nhất thì $x \in (8;10)$.

Bài 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+5x+4}{x+2}$. Hỏi độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

Bài 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;4)$, $B(1;y;-1)$, $C(x;4;3)$.

Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng giá trị $25x + y$ là

Bài 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6 và M là trung điểm của CD. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.

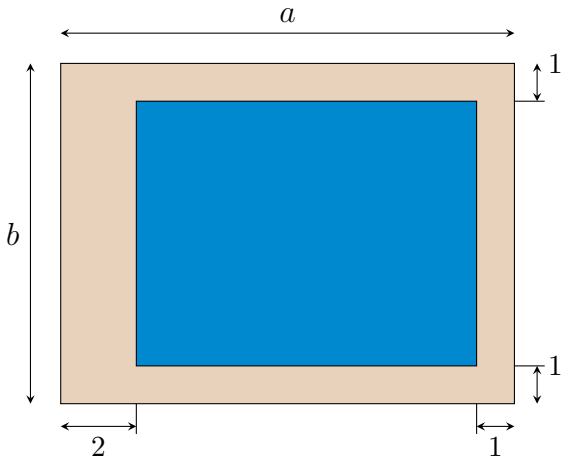
Bài 8. Trước sự phát triển của ngành vật liệu bán dẫn, anh Khoa mở nhà máy sản xuất vi mạch với thiết kế của vi mạch có dạng hình chữ nhật có kích thước $a(pm) \times b(pm)$ với $1pm = 10^{-12}$ m. Biết rằng chi phí để sản xuất vi mạch bao gồm 50 (triệu đồng) chi phí cho nguyên vật liệu ban đầu, 15 (triệu đồng) $/1pm$ chi phí gia công lắp màng Silic xung quanh thành vi mạch (xem như độ dày khi gia công là không đáng kể) và 32 (triệu đồng)$/1pm^2$ tiền gia công phủ chất làm mát bao quanh cả 2 bề mặt vi mạch (xem như cả bề mặt là hình chữ nhật có kích thước như trên). Biết rằng đơn giá bán ra mỗi chiếc vi mạch là 428 (triệu đồng$/pm^2$) và nếu cả 2 kích thước thành phần của vi mạch giảm đi 15 pm thì lợi nhuận thu được mỗi chiếc bằng chi phí sản xuất của mỗi chiếc vi mạch đó. Khi lợi nhuận đạt giá trị nhỏ nhất thì chu vi của vi mạch là bao nhiêu pm. (*Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất*).

Bài 9. Hàm lượng protein (trong 100 g) của một số loại thực phẩm được cho trong bảng sau

Hàm lượng protein (gam)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20]$
Tần số	4	12	16	14	2	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 10. Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh với kích thước (đơn vị: m) như Hình vẽ. Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3;+\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 14
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=0$. Ⓒ $x=-3$. Ⓓ $y=-3$.

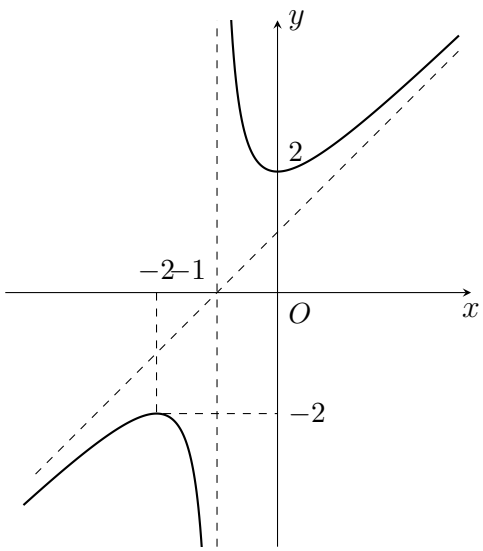
Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ trên nửa khoảng $[-1;+\infty)$ là

Ⓐ 17. Ⓑ -17. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là

Ⓐ $y=1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=2$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Ⓒ $y=x^2-2x+2$. Ⓓ $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Câu 5. Hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;+\infty)$.
Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-1;0)$ và $B(1;1;-3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

Ⓐ $(-1;2;-3)$. Ⓑ $(1;-2;3)$. Ⓒ $(-1;-2;3)$. Ⓓ $(1;-2;3)$.

Câu 7. Trong không gian cho $Oxyz$ véc-tơ $\overrightarrow{OM}=\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy). Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là

Ⓐ $(1;-3;4)$. Ⓑ $(1;4;-3)$. Ⓒ $(0;0;4)$. Ⓓ $(1;-3;0)$.

Câu 8. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau. Khi đó góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

Ⓐ $0°$. Ⓑ $40°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $180°$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BB'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{CD}$. Ⓓ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[14;15)$. Ⓑ $[15;16)$. Ⓒ $[16;17)$. Ⓓ $[17;18)$.

Câu 11. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021−2022 cho kết quả sau:

101 79 79 78 75 73 68 67 67 63
63 61 60 59 57 55 55 50 47 42.

(Theo *premierleague.com*)

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40;50)$. Khi đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thu được là

Ⓐ 70. Ⓑ 100. Ⓒ 110. Ⓓ 40.

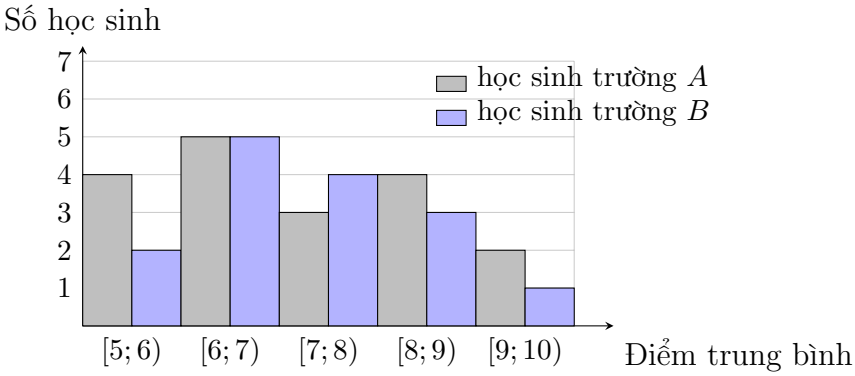
Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

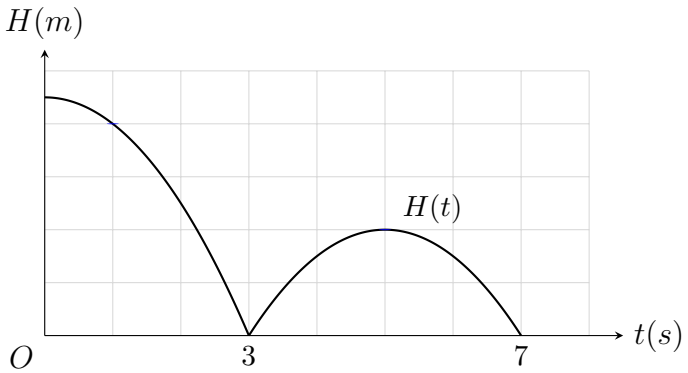
Bài 1. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường

A và B.



Hiệu số về độ lệch chuẩn giữa điểm trung bình năm học của trường A so với trường B (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

Bài 2. Khi thả một quả bóng từ đỉnh một toà tháp xuống, nó chạm đất sau 3 giây. Sau đó, quả bóng này bật lên trước khi chạm đất lần nữa 4 giây sau đó. Chiều cao tính bằng mét của quả bóng so với mặt đất sau t giây tuân theo một hàm số liên tục trên $[0;7]$ như sau: $H(t) = \begin{cases} -5t^2 + c & \text{khi } 0 \le t < 3 \\ -5t^2 + dt + e & \text{khi } 3 \le t \le 7 \end{cases} (c, d, e \in \mathbb{R})$.



a) $H(3) = H(7) = 0$.

b) Quả bóng được thả từ độ cao 40 m.

c) Giá trị của d là $d = 100$.

d) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được sau lần nảy đầu tiên là 20 m.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(1;3;-2)$.

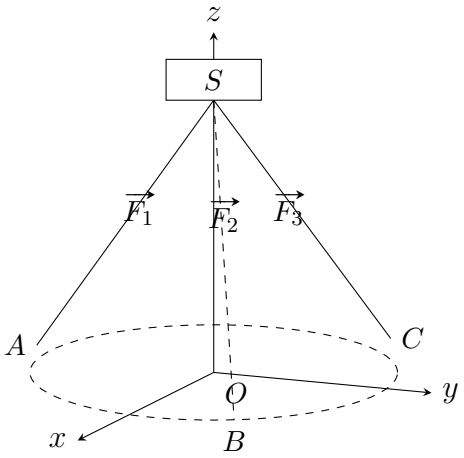
b) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(1;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng (Oxy) là $H(0;0;-2)$.

d) Biết $\vec{x} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là $(-4;12;14)$.

Bài 4. Một chiếc điện thoại được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ

là ba lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và đo bằng đơn vị N.



a) $\overrightarrow{SA} = (0; -6; -20)$.

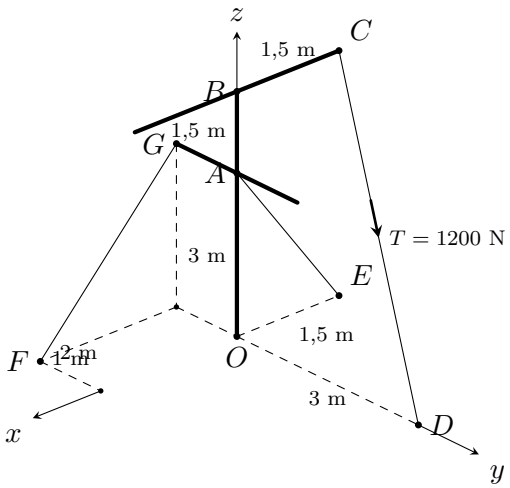
b) $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{F}(0; 0; 2)$.

c) $\left|\vec{F_1}\right| = \dfrac{1}{20}\left|\overrightarrow{SA}\right|$.

d) Biết tọa độ của lực $\vec{F_1} = (a; b; c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c = -5$.

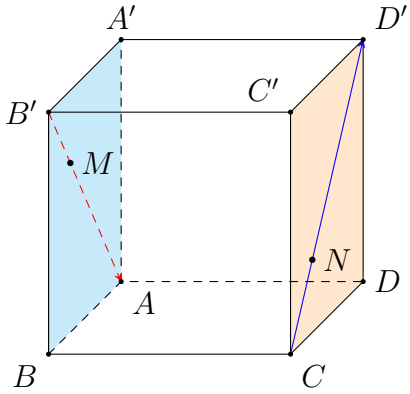
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một ống phun nước có hình dạng như hình vẽ dưới. Để giữ cho ống nước được cân bằng không bị nghiêng, kỹ sư sử dụng ba đoạn thép để nối các điểm C, A, G với mặt đất, các đoạn thép CD, GF, AE có độ lớn lực căng lần lượt bằng 1200 N, 800 N và 600 N. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, coi gốc tọa độ là chân ống nước, trục Oz hướng lên trời, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), các thông số được cho như hình vẽ, đơn vị trên các hệ trục tọa độ tính bằng mét. Coi đường kính ống không đáng kể, độ lớn vectơ hợp lực của ba sợi thép tác động lên ống nước là bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

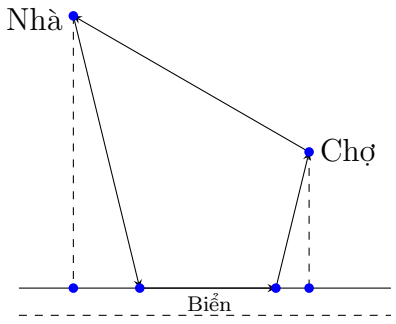


Bài 2. Cho một mô hình đồ chơi có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với độ dài một cạnh bằng 6 cm như hình vẽ bên dưới. Ở cùng một thời điểm hai chú nhện coi như bò chuyển động thẳng tới tốc độ không đổi, chú nhện M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 1 cm/s và chú nhện N bò từ C đến D' với tốc độ bằng 2 cm/s. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú nhện theo

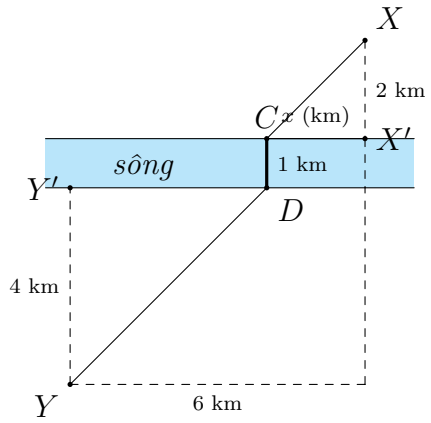
đơn vị *centimet* (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Bài 3. Nhà thầy Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 500 m và cách nhà thầy Hùng 1 km tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 4. Một con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y nằm ở hai bên đối diện của một con sông có chiều rộng đều 1 km. X cách sông 2 km và Y cách sông 4 km, khoảng cách giữa hai hình chiếu vuông góc của X và Y trên bờ sông là $X'Y' = 6$ km. Một cây cầu sẽ được xây dựng để cho phép giao thông đi qua sông. Vị trí của cây cầu CD cách XX' là x km. Tìm x để con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y được ngắn nhất.

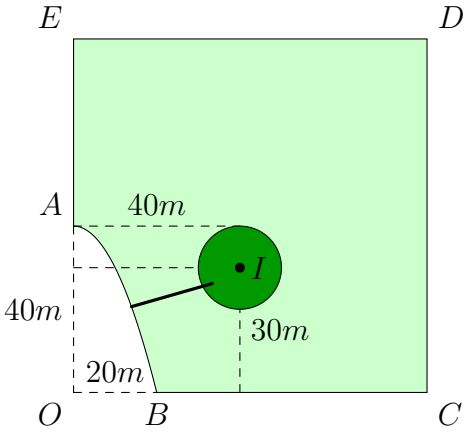


Bài 5. Hình dưới mô tả một cái ao có hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10 (m). Biết rằng:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng

OA;

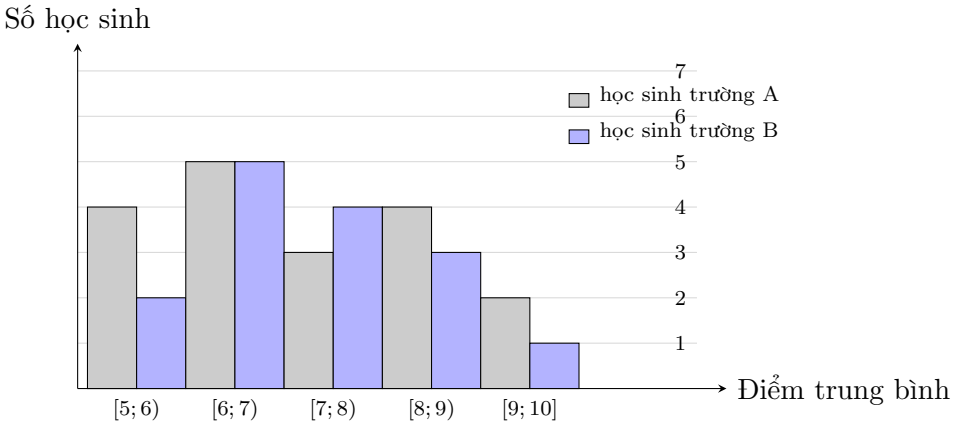
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách bờ AE và BC là $40m$ và $30m$. Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn.



Hỏi độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 6. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.

Điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B



Hiệu số về độ lệch chuẩn giữa điểm trung bình năm học của trường A so với trường B (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 49. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

Ⓐ 2401. Ⓑ 14. Ⓒ 98. Ⓓ 7.

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{AC}$?

Ⓐ $\overrightarrow{A'B'}$. Ⓑ $\overrightarrow{A'C'}$. Ⓒ $\overrightarrow{A'B}$. Ⓓ $\overrightarrow{A'C}$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương (triệu đồng) và số nhân viên như bảng sau:

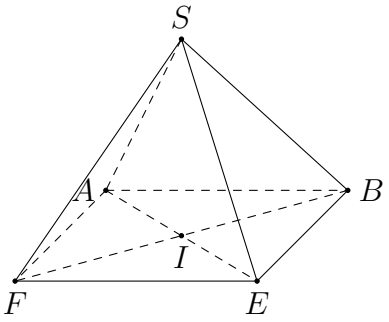
Lương (triệu đồng)	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số nhân viên	11	9	1	7	6	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ 15,33. Ⓑ 6,76. Ⓒ 11,00. Ⓓ 8,57.

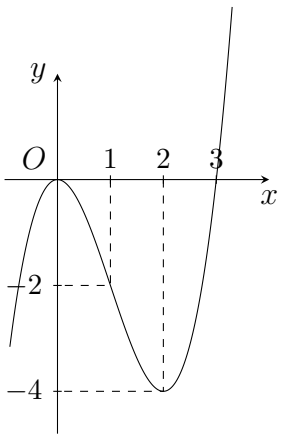
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABEF$ có $ABEF$ là hình bình hành tâm I. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

Ⓐ $\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SE}=\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SF}$. Ⓑ $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EA}$.
Ⓒ $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SF}-\overrightarrow{SE}$. Ⓓ $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SB}$.



Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?

Ⓐ $y=x^3-3x$. Ⓑ $y=x^3-3x^2$.
Ⓒ $y=x^3+3x$. Ⓓ $y=x^3+3x^2$.



Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.
Ⓒ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
Ⓓ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Tổng $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MA}$ bằng

Ⓐ $\overrightarrow{MC}$. Ⓑ $\overrightarrow{MD}$. Ⓒ $\overrightarrow{MB}$. Ⓓ $\overrightarrow{MP}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(1;7;2)$. Toạ độ véc-tơ $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}$ là

Ⓐ $(0;27;3)$. Ⓑ $(1;2;-7)$. Ⓒ $(0;-27;3)$. Ⓓ $(0;27;-3)$.

Câu 9. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	4	↗ $+\infty$

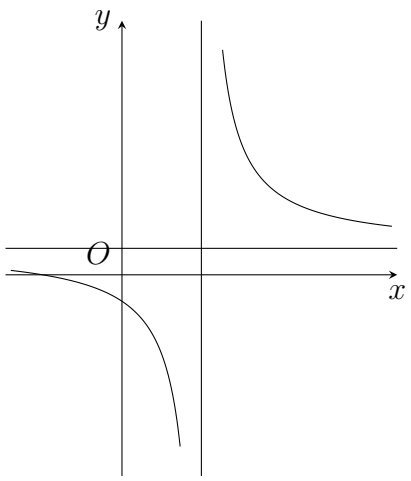
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $(4;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;2)$. Ⓓ $(0;1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. Toạ độ giao điểm của đồ thị và trục Oy là

Ⓐ $(2;0)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(4;0)$. Ⓓ $(0;4)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d<0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

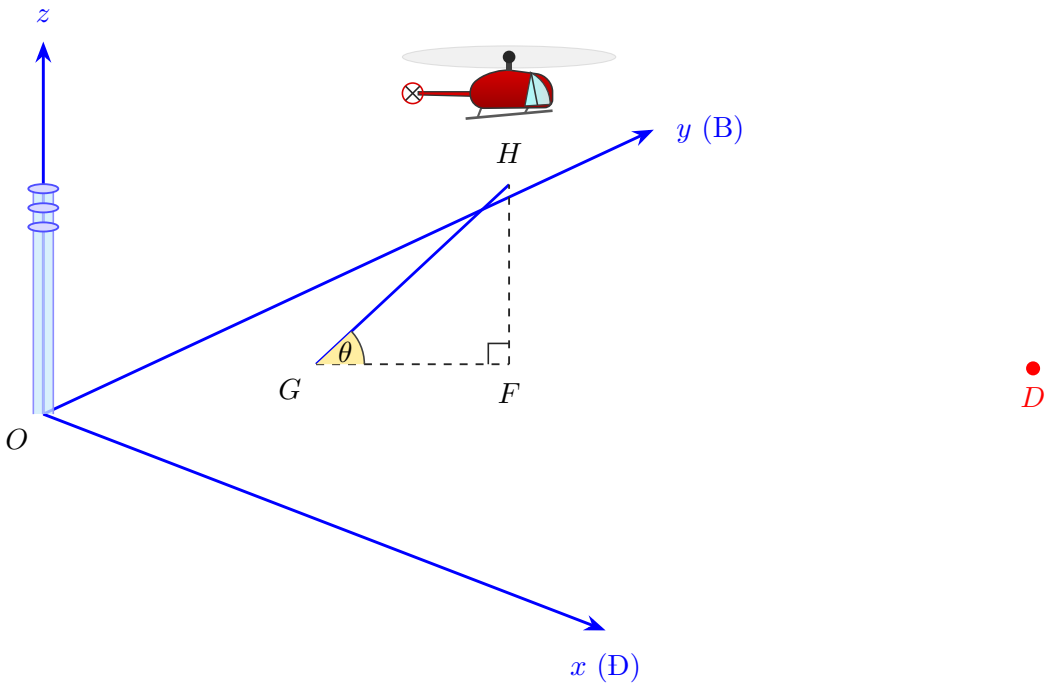


Ⓐ $a>1,\ b>0,\ c<1$. Ⓑ $a>1,\ b<0,\ c>1$.

Ⓒ $a<1,\ b>0,\ c<1$. Ⓓ $a>1,\ b>0,\ c>1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất. Vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t\geq 0$) có toạ độ là $M\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$.



a) Toạ độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

b) Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

c) Khoảng cách của máy bay so với vị trí xuất phát sau 5 phút bay là 15 km.

d) Máy bay H bay đến vị trí $M_0(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

Bài 2. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực

tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15.

b) Khoảng biến thiên của tứ phân vị là 8,95.

c) Có một gia đình sử dụng 3 m^3 nước trong một tháng, đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

d) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất thì công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ 8,95 m^3 nước trở lên.

Bài 3. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng 50 m, lượng nước trong bể cao 1,5 m thì thể tích nước trong bể là 1250 m^3.

b) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng của bể là x (m) thì biểu thức xác định chiều cao bể theo x là $h = \dfrac{128}{3x^2}$ (m).

c) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là x (m) thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là $S = \dfrac{256}{x}$ (m^2).

d) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây thành bể là 500.000 đồng/m^2, đổ bê tông đáy bể là 250.000 đồng/m^2. Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 24.100.000 (kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

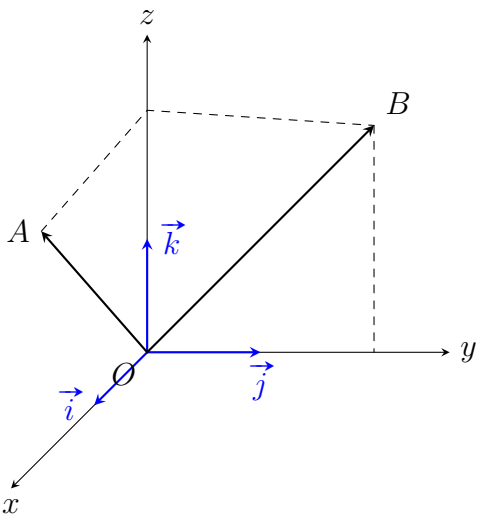
Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;2)$, $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.

a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{k}$.

b) Toạ độ $\vec{b} = (0;2;2)$.

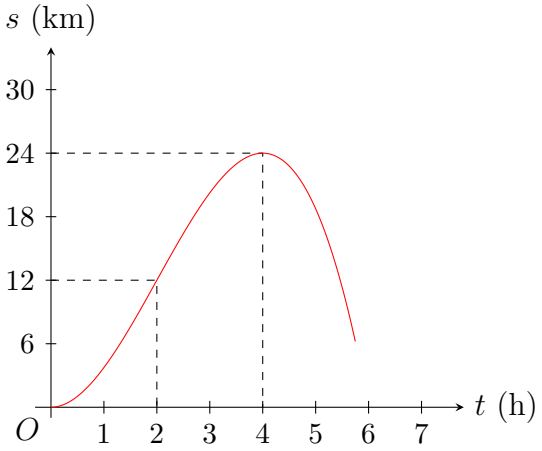
c) Toạ độ $\overrightarrow{AB} = (-2;2;0)$.

d) Góc $\widehat{AOB} = 45°$.



Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một học sinh tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo" năm 2024.

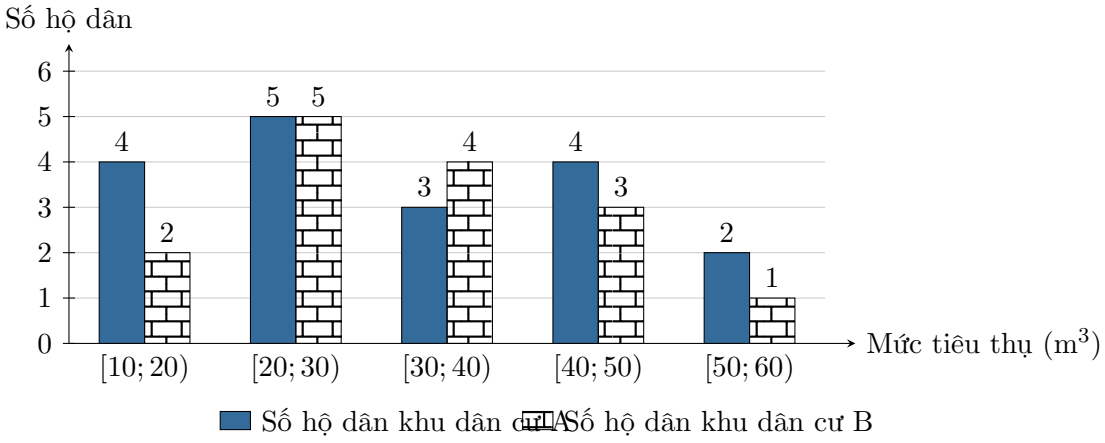


Quãng đường học sinh đó đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ có đồ thị như hình trên. Khi đó, vận tốc tối đa của học sinh đó đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu?

Bài 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Cho điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC. Tính $P = a + b + c$.

Bài 3. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về mức tiêu thụ nước hàng tháng của hai khu dân cư A và B.

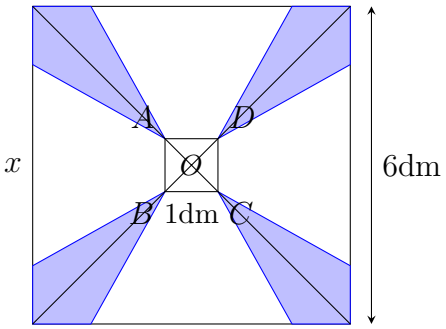
MỨC TIÊU THỤ NƯỚC CỦA HAI KHU DÂN CƯ A VÀ B



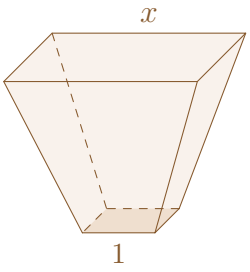
Gọi $S_A; S_B$ lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của khu dân cư A và khu dân cư B. Để so sánh khu dân cư nào có mức tiêu thụ nước đồng đều hơn ta tính $\Delta_S = S_A - S_B$. Nếu $\Delta_S < 0$ thì mức tiêu thụ nước của khu dân cư A đồng đều hơn, nếu $\Delta_S > 0$ thì mức tiêu thụ nước của khu dân cư B đồng đều hơn. Tính Δ_S (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Bài 4. Bạn An có một tấm kính thủy tinh hình vuông, cạnh bằng 6 dm, An muốn cắt ở bốn góc bốn tứ giác (được tô đậm như trong hình), sau đó gập lại để tạo thành một cái bể cá có dạng hình chóp cụt đều với đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 dm và miệng bể là một hình vuông có cạnh bằng x dm. Hỏi x bằng bao nhiêu decimet thì bể cá có thể tích lớn nhất? (kết quả làm tròn

đến hàng phần trăm).



Tấm kính thủy tinh



Bể cá

Bài 5. Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300 m về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Bài 6. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm N trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;1)$, $B(2;0;-2)$, $C(0;2;3)$, $D(-1;0;1)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $AM = \sqrt{5}$, $BM = \sqrt{14}$, $CM = \sqrt{5}$, $DM = 2\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Chương II

LỜI GIẢI BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+2}$ là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -1$.

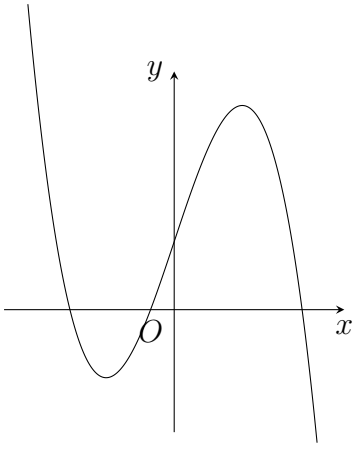
Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{x-1}{x+2} = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;-7)$, $B(1;1;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ⓐ $I(-1;-2;3)$. Ⓑ $I(4;6;-8)$.
Ⓒ $I(2;3;-4)$. Ⓓ $I(-2;-4;6)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ trung điểm: $I\left(\dfrac{3+1}{2}; \dfrac{5+1}{2}; \dfrac{-7-1}{2}\right) = (2;3;-4)$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



Ⓐ $y=-x^4+2x^2+1$. Ⓑ $y=-x^3+3x+1$.
Ⓒ $y=x^3+3x+1$. Ⓓ $y=x^4-2x^2+1$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Đồ thị có dạng đường cong bậc ba, đi từ trên xuống dưới (khi $x\to-\infty$ thì $y\to+\infty$) nên hệ số $a<0$. Đồ thị có hai điểm cực trị và cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

Với $y=-x^3+3x+1$: $y'=-3x^2+3=0\Leftrightarrow x=\pm1$, $y(0)=1>0$. Hàm số có cực tiểu tại $x=-1$ và cực đại tại $x=1$, phù hợp với hình vẽ.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(-2;3;2)$, $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

Ⓐ $(-4;2;3)$. Ⓑ $(1;2;3)$. Ⓒ $(0;4;1)$. Ⓓ $(4;-2;-3)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* $\vec{u}+\vec{v}=(-2+2;3+1;2-1)=(0;4;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 5. Ⓒ -1. Ⓓ 3.

✍ *Hướng dẫn giải.* Từ bảng biến thiên, y' đổi dấu từ âm sang dương tại $x=3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$, giá trị cực tiểu là $y_{CT}=1$.

Câu 6. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Thuận được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

Ⓐ 20. Ⓑ 30. Ⓒ 15. Ⓓ 25.

✍ *Hướng dẫn giải.* Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R=45-20=25$.

Câu 7. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm $(0\le x\le 300)$ được cho bởi hàm số $y=-x^3+300x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

Ⓐ 200. Ⓑ 250. Ⓒ 100. Ⓓ 150.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $y'=-3x^2+600x$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=200$.

$y(0)=0$, $y(200)=4\,000\,000$, $y(300)=0$.

Vậy lợi nhuận cao nhất khi $x=200$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(1;2)$.

Hướng dẫn giải. Vì $(x-2)^2\geq 0$ nên $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow 1-x\geq 0$ hoặc $x=2$, tức là $x\leq 1$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm).

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$ bằng

Ⓐ $\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'}$. Ⓒ $\overrightarrow{BC'}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB'}$.

Hướng dẫn giải. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{CC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{BC'}$.

Câu 10. Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

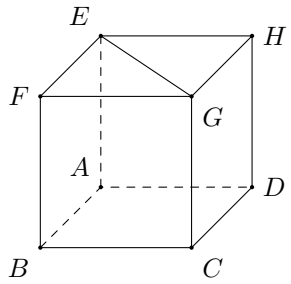
Ⓐ 10,7. Ⓑ 4,58. Ⓒ 21. Ⓓ 20,98.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=4+8+13+6+4=35$. Giá trị đại diện các nhóm: $3;7;11;15;19$.

Số trung bình: $\overline{x}=\dfrac{4\cdot 3+8\cdot 7+13\cdot 11+6\cdot 15+4\cdot 19}{35}=\dfrac{377}{35}\approx 10{,}77$.

Phương sai: $s^2=\dfrac{4\cdot 3^2+8\cdot 7^2+13\cdot 11^2+6\cdot 15^2+4\cdot 19^2}{35}-\overline{x}^2=\dfrac{4795}{35}-\left(\dfrac{377}{35}\right)^2\approx 20{,}98$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



Ⓐ 90°. Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 120°.

Hướng dẫn giải. Ta có: $EG//AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\angle BAC=45^\circ$. Chọn đáp án C.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

Ⓐ $\min\limits_{[0;3]}y=1$. Ⓑ $\min\limits_{[0;3]}y=-1$. Ⓒ $\min\limits_{[0;3]}y=\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\min\limits_{[0;3]}y=-3$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0$ với mọi $x\in[0;3]$ nên hàm số đồng biến trên $[0;3]$.

Do đó $\min\limits_{[0;3]} y = y(0) = -1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một doanh nghiệp sản xuất ô tô có hàm sản xuất là hàm Cobb-Douglas $Q = \sqrt[3]{K^2 \cdot L}$, trong đó K và L lần lượt là số đơn vị vốn và số đơn vị lao động mà doanh nghiệp thuê được, Q là số ô tô sản xuất ra được (đơn vị: chiếc ô tô). Giả sử giá thuê một đơn vị vốn là c_K, giá thuê một đơn vị lao động là c_L, ngoài chi phí thuê lao động và vốn, doanh nghiệp còn phải chịu một chi phí cố định là C_0 (đơn vị: trăm USD). Khi đó hàm số $F = c_K \cdot K + c_L \cdot L + C_0$ mô tả tổng chi phí mà doanh nghiệp phải bỏ ra, thường được gọi là hàm chi phí sản xuất. Từ năm 2025 thì doanh nghiệp cố định giá thuê như sau $c_K = 10$, $c_L = 5$ và chi phí cố định $C_0 = 50$ và năm 2026 doanh nghiệp dự định sản xuất 2026 chiếc ô tô. Xét dự định sản xuất năm 2026 của doanh nghiệp.

a) $L = \dfrac{2026^3}{K^2}$

b) Hàm tổng chi phí là $F = 10K + 5 \cdot \dfrac{2026^3}{K^2} + 50$

c) $F'(K) = 10 - 5 \cdot \dfrac{2026^3}{K^3}$

d) Tổng chi phí tối thiểu doanh nghiệp chi ra để sản xuất 2026 chiếc ô tô là 3,44 (triệu USD)

Hướng dẫn giải.

a) Năm 2026, doanh nghiệp dự định sản xuất 2026 chiếc ô tô nên

$$Q = 2026 \Rightarrow \sqrt[3]{K^2 \cdot L} = 2026 \Rightarrow L = \frac{2026^3}{K^2}.$$

b) Hàm tổng chi phí là

$$F = c_K \cdot K + c_L \cdot L + C_0 = 10K + 5 \cdot \frac{2026^3}{K^2} + 50.$$

c) $F'(K) = 10 - 5 \cdot 2K \cdot \dfrac{2026^3}{K^4} = 10 - 10 \cdot \dfrac{2026^3}{K^3}$.

d) Ta có $F'(K) = 0 \Leftrightarrow 10 = 10 \cdot \left(\dfrac{2026}{K}\right)^3 \Leftrightarrow \dfrac{2026}{K} = 1 \Leftrightarrow K = 2026$.

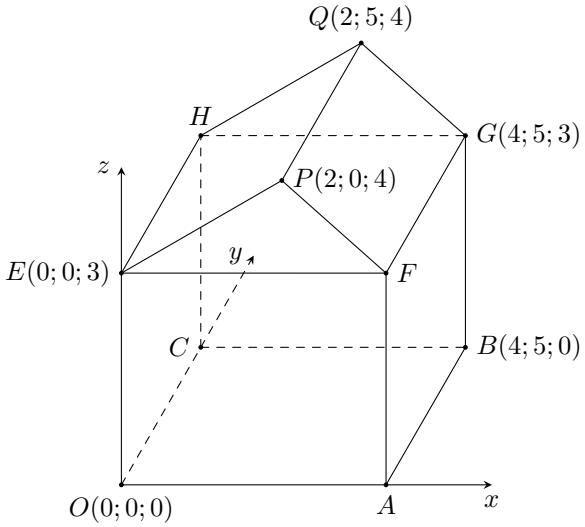
Bảng biến thiên

K	0		2026		$+\infty$
$F'(K)$	‖	$-$	0	$+$	
$F(K)$	$+\infty$	$\searrow$	$30\,440$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy chi phí tối thiểu doanh nghiệp chi ra để sản xuất 2026 chiếc ô tô là 30 440 trăm USD hay 3,044 triệu USD.

Bài 2. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức

tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng 26,6° (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Hướng dẫn giải.

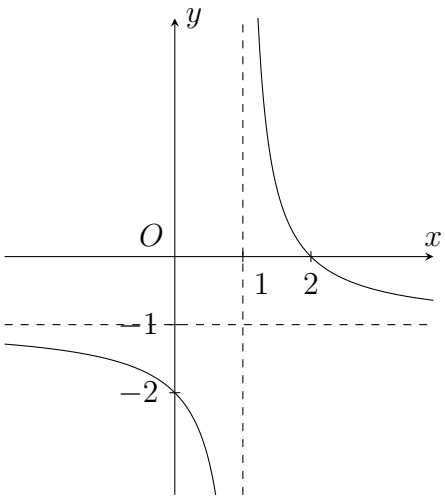
a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$.
Do điểm A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm $A(4;0;0)$; điểm C nằm trên trục Oy nên tọa độ điểm $C(0;5;0)$.
Tường nhà là hình chữ nhật nên $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm $H(0;5;3)$.
Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4, z_F = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4;0;3)$.

b) Ta có toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$.

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.
Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.
Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.
Suy ra $\cos\widehat{PFE} = \cos\left(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}\right) = \dfrac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{\left|\overrightarrow{FP}\right| \cdot \left|\overrightarrow{FE}\right|} = \dfrac{(-2)\cdot(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26{,}6°$.
Vậy góc dốc mái nhà khoảng 26,6°.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng: $x = 1$ và đường tiệm cận ngang: $y = -1$.

b) Đạo hàm của hàm số: $f'(x) < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) Tổng $a + b + c = -2$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0; -2)$ và điểm cực tiểu $B(2; 0)$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x = 1$ nên $c \cdot 1 + 1 = 0 \Rightarrow c = -1$. Tiệm cận ngang $y = -1$ nên $\dfrac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = 1$. Đồ thị đi qua $(2; 0)$ nên $2a + b = 0 \Rightarrow b = -2$ (kiểm tra: $f(0) = b = -2$, đúng với đồ thị).

Vậy $f(x) = \dfrac{x-2}{-x+1}$.

a) Đúng. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

b) Đúng. $f'(x) = \dfrac{1 \cdot 1 - (-2)(-1)}{(1-x)^2} = \dfrac{-1}{(1-x)^2} < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) Đúng. $a + b + c = 1 - 2 - 1 = -2$.

d) Sai. Vì $f'(x) < 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; 6; 2)$ và $C(-2; 2; 4)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3; 3; 1)$.

b) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-9; 0; 0)$.

c) Tam giác ABC vuông tại A.

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{11}{3}; \dfrac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** $\overrightarrow{AB} = (5+2; 6-3; 2-1) = (7; 3; 1)$.

b) Đúng. Đường thẳng AB: $\begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Giao với (Oxz): $y = 0 \Rightarrow t = -1$, suy ra $M(-9; 0; 0)$.

c) Đúng. $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -1; 3)$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 - 3 + 3 = 0$ nên $AB \perp AC$.

d) Đúng. $G\left(\dfrac{-2+5-2}{3};\dfrac{3+6+2}{3};\dfrac{1+2+4}{3}\right)=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(4;0;-1)$, $B(2;4;3)$, $C(0;2;-3)$. Tính độ dài đường trung tuyến vẽ từ A của tam giác ABC (làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Trung điểm M của BC: $M(1;3;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(-3;3;1)\Rightarrow AM=\sqrt{9+9+1}=\sqrt{19}\approx 4{,}36$.

Bài 2. Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+2$ có đồ thị (C). Biết (C) nhận điểm $A(2;-2)$ làm điểm cực trị. Gọi $I(x_0;y_0)$ là tâm đối xứng của (C). Tính $2x_0-y_0$.

Hướng dẫn giải. $y'=3ax^2+2bx$.

Vì $A(2;-2)$ là điểm cực trị của (C) nên $\begin{cases}y'(2)=0\\y(2)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a+4b=0\\8a+4b+2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3.\end{cases}$

Khi đó $y=x^3-3x^2+2$, $y''=6x-6=0\Leftrightarrow x=1$, $y(1)=0$. Tâm đối xứng $I(1;0)$.

$2x_0-y_0=2\cdot 1-0=2$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3$; $AD=4$; SA vuông góc với mặt đáy, $SA=2\sqrt{6}$. Tính $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BD}\right)$ theo đơn vị đo góc bằng độ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục $Axyz$ với $B(3;0;0)$, $D(0;4;0)$, $S(0;0;2\sqrt{6})$, suy ra $C(3;4;0)$.

$\overrightarrow{SC}=(3;4;-2\sqrt{6})$, $\overrightarrow{BD}=(-3;4;0)$.

$\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{BD}=-9+16=7$; $|\overrightarrow{SC}|=\sqrt{9+16+24}=7$; $|\overrightarrow{BD}|=5$.

$\cos\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BD}\right)=\dfrac{7}{7\cdot 5}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BD}\right)\approx 78{,}5^\circ$.

Bài 4. Để sản xuất một mặt hàng phục vụ ngày tết, một doanh nghiệp có kế hoạch vay ngắn hạn số tiền 150 triệu đồng trong vòng 1 tháng, với lãi suất là 4%/tháng. Tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x)=1{,}4x-600+\dfrac{50\,000}{x}$ (đơn vị triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán một sản phẩm là 1,2 triệu đồng, doanh nghiệp chịu thuế thu nhập là 17% tính trên tổng lợi nhuận thu được sau khi sản xuất và bán hết x sản phẩm. Hỏi sau 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp trả hết phần nợ vay ngân hàng thì còn số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng)?

Hướng dẫn giải. Lợi nhuận trước thuế: $P(x)=1{,}2x-V(x)=-0{,}2x+600-\dfrac{50\,000}{x}$.

$P'(x)=-0{,}2+\dfrac{50\,000}{x^2}=0\Leftrightarrow x=500$.

Lập bảng biến thiên: $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=500$, $P(500)=-100+600-100=400$.

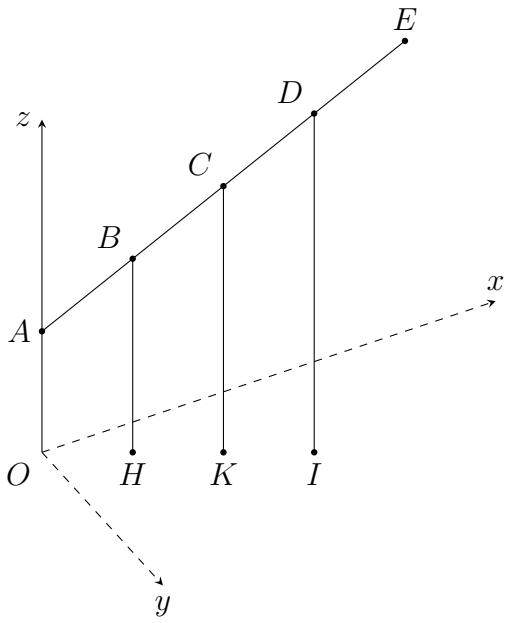
Lợi nhuận sau thuế lớn nhất: $400\cdot(1-0{,}17)=332$ (triệu đồng).

Số tiền phải trả ngân hàng (gốc và lãi): $150\cdot(1+0{,}04)=156$ (triệu đồng).

Số tiền còn lại nhiều nhất: $332-156=176$ (triệu đồng).

Bài 5. Tại khu du lịch nhà đầu tư muốn xây dựng một hệ thống cáp treo đi từ ngọn đồi A

sang ngọn đồi E với tốc độ không đổi là 0,5 (m/s). Trên bản thiết kế hai ngọn đồi được đặt vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên trục là 10 m và mặt đất chính là mặt phẳng (Oxy). Biết rằng điểm $A(0;0;3)$ và $E(16;16;10)$. Hệ thống cáp treo còn có thêm 3 trụ là HB, KC, ID vuông góc với mặt đất và tọa độ $H(4;4;0)$, $K(8;8;0)$, $I(12;12;0)$, các điểm A, B, C, D thẳng hàng với nhau. Một toa cáp treo đi từ điểm A đến điểm B mất 2 phút. Hỏi toa cáp treo cần bao nhiêu giây để đi từ điểm A đến điểm E (làm tròn đến đơn vị giây)?



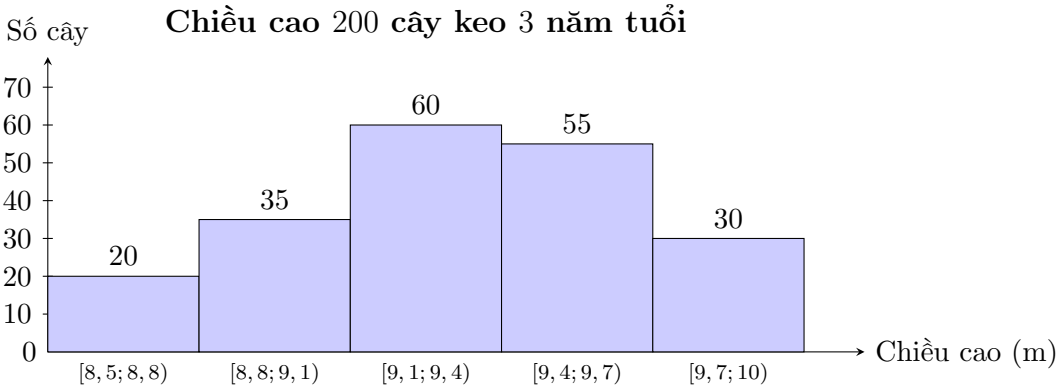
Hướng dẫn giải. Vì $HB \perp (Oxy)$ nên B có hoành độ, tung độ bằng của H: $B(4;4;z_B)$.

$\overrightarrow{AE} = (16;16;7)$, $\overrightarrow{AB} = (4;4;z_B-3)$. Do A, B, E thẳng hàng nên $\dfrac{4}{16} = \dfrac{z_B-3}{7} \Rightarrow z_B = \dfrac{19}{4}$, tức $B\left(4;4;\dfrac{19}{4}\right)$.

Độ dài $AE = 10 \cdot \sqrt{16^2+16^2+7^2} = 10\sqrt{561} \approx 236{,}85$ (m).

Thời gian đi từ A đến E: $t = \dfrac{236{,}85}{0{,}5} \approx 473{,}7 \approx 474$ (giây).

Bài 6. Điều tra của chủ nông trường về chiều cao (đơn vị: mét) của 200 cây keo 3 năm tuổi được cho ở biểu đồ dưới đây



Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 20+35+60+55+30 = 200$.

Tần số tích lũy: 20; 55; 115; 170; 200.

Tứ phân vị thứ nhất: $\dfrac{n}{4} = 50$ thuộc nhóm $[8{,}8; 9{,}1)$:

$$Q_1 = 8{,}8 + \frac{50 - 20}{35} \cdot 0{,}3 = 8{,}8 + \frac{9}{35} \approx 9{,}057.$$

Tứ phân vị thứ ba: $\dfrac{3n}{4} = 150$ thuộc nhóm $[9{,}4; 9{,}7)$:

$$Q_3 = 9{,}4 + \frac{150 - 115}{55} \cdot 0{,}3 = 9{,}4 + \frac{21}{110} \approx 9{,}591.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 9{,}591 - 9{,}057 \approx 0{,}53$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 2
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
		$-\infty$			

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

Ⓐ $y=-2$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-2$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho là

Ⓐ $f(x)=-x^3+3x^2-2$. Ⓑ $f(x)=x^3+3x-2$.
Ⓒ $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$. Ⓓ $f(x)=x^3+3x^2-2$.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$ nên hệ số $a>0$, loại phương án A.

Hàm số có hai cực trị tại $x=-2$ và $x=0$, tức $y'=0$ có hai nghiệm $x=-2$, $x=0$.

Với $f(x)=x^3+3x^2-2$: $f'(x)=3x^2+6x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=-2$; $f(-2)=-8+12-2=2$, $f(0)=-2$ (thỏa mãn).

Phương án B có $y'=3x^2+3>0$ (không có cực trị), phương án C có $y'=x^2+2x$ nhưng $y(-2)=\dfrac{-8}{3}+4-2=-\dfrac{2}{3}\neq 2$ (loại).

Câu 3. Hàm số $y=x^4-8x^2+2025$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;0)$. Ⓑ $(0;+\infty)$. Ⓒ $(-2;0)$. Ⓓ $(-\infty;\infty)$.

Hướng dẫn giải. $y'=4x^3-16x=4x(x-2)(x+2)$.

$y'=0\Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=0$ hoặc $x=2$.

Lập bảng xét dấu: $y'>0$ trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$; $y'<0$ trên $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-2;2;0)$, $\vec{b}=(2;2;0)$, $\vec{c}=(2;2;2)$. Giá trị của $\left|\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}\right|$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{61}$. Ⓑ 61. Ⓒ 6. Ⓓ $\sqrt{61}$.

Hướng dẫn giải. $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=(-2+4+6;\ 2+4+6;\ 0+0+6)=(8;12;6)$.

$\left|\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}\right|=\sqrt{8^2+12^2+6^2}=\sqrt{244}=2\sqrt{61}$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=x-1-\dfrac{2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=-x+1$. Ⓑ $y=x+1$. Ⓒ $y=-x-1$. Ⓓ $y=x-1$.

Hướng dẫn giải. Ta có tiệm cận xiên của đồ thị là $y=x-1$.

Câu 6. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=-x^3-2x-3$. Ⓑ $y=\dfrac{x+4}{x-1}$.

Ⓒ $y=-x^3-3x^2+3$. Ⓓ $y=-x^4+2x^2+3$.

Hướng dẫn giải. Phương án A: $y'=-3x^2-2<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Phương án B: hàm số không xác định tại $x=1$ nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Phương án C: $y'=-3x^2-6x$ đổi dấu nên loại.

Phương án D: hàm trùng phương không đơn điệu trên $\mathbb{R}$ nên loại.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=0$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 8. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik

trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 5,98. Ⓑ 2,44. Ⓒ 6. Ⓓ 2,5.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 25$. Giá trị đại diện các nhóm: $9; 11; 13; 15; 17$.

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{4\cdot 9 + 6\cdot 11 + 8\cdot 13 + 4\cdot 15 + 3\cdot 17}{25} = \dfrac{317}{25} = 12{,}68$.

Phương sai: $s^2 = \dfrac{4\cdot 9^2 + 6\cdot 11^2 + 8\cdot 13^2 + 4\cdot 15^2 + 3\cdot 17^2}{25} - 12{,}68^2 = \dfrac{4169}{25} - 160{,}7824 = 5{,}9776$.

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{5{,}9776} \approx 2{,}44$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MN}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.
Ⓒ $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

Hướng dẫn giải. Phương án A: MN là đường trung bình của tam giác CAB nên $\overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, suy ra $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{MN}$, A sai.

Phương án B: AB và DC là hai cạnh đối của tứ diện nên không song song, B sai.

Phương án C: $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$, C sai.

Phương án D: M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$, D đúng.

Câu 10. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

Ⓐ $y = 2x - 1$. Ⓑ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{2}$. Ⓒ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4}$. Ⓓ $x = 1$.

Hướng dẫn giải. Chia đa thức: $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1} = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4} + \dfrac{\frac{1}{4}}{2x - 1}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\frac{1}{4}}{2x - 1} = 0$ nên tiệm cận xiên của (C) là $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -4; 7)$, $\vec{b} = (5; 3; -2)$. Khi đó $4\vec{a} + 3\vec{b}$ bằng

Ⓐ $(15; -9; 17)$. Ⓑ $(-23; 9; 12)$. Ⓒ $(7; 15; -3)$. Ⓓ $(27; -7; 22)$.

Hướng dẫn giải. $4\vec{a} + 3\vec{b} = (4\cdot 3 + 3\cdot 5;\ 4\cdot(-4) + 3\cdot 3;\ 4\cdot 7 + 3\cdot(-2)) = (27; -7; 22)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u} = (3; -2; -1)$, $\vec{v} = (2; 1; -4)$ là

Ⓐ 8. Ⓑ $7\sqrt{6}$. Ⓒ 0. Ⓓ -48.

Hướng dẫn giải. $\vec{u}\cdot\vec{v} = 3\cdot 2 + (-2)\cdot 1 + (-1)\cdot(-4) = 6 - 2 + 4 = 8$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một hệ thống điều khiển tự động đang rót chất lỏng vào bồn chứa. Thể tích V (lít) của chất lỏng trong bồn chứa theo thời gian rót t (phút) được mô tả bởi công thức: $V(t) = (t^2 + 10t + 100) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}02t} + 50$ với $0 \le t \le 100$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ rót chất lỏng vào bồn chứa tại thời điểm t.

a) Ban đầu trong bồn chứa 50 lít chất lỏng

b) Tốc độ rót chất lỏng vào bồn lớn nhất khoảng 24,57 lít/phút (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

c) Hàm số tốc độ rót chất lỏng được tính theo công thức $G(t) = -0{,}02(2t + 10) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}02t}$ với $0 \le t \le 100$

d) Thể tích lớn nhất của chất lỏng trong bồn chứa bằng 1 557 lít (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)

Hướng dẫn giải.

a) Thời điểm ban đầu, ta có $t = 0$, khi đó

$$V(0) = (0 + 0 + 100) \cdot \mathrm{e}^0 + 50 = 150 \,(\text{lít}).$$

b) Ta có

$$\begin{aligned} V'(t) &= (2t + 10)\mathrm{e}^{-0{,}02t} + (t^2 + 10t + 100)(-0{,}02)\mathrm{e}^{-0{,}02t} \\ &= (-0{,}02t^2 + 1{,}8t + 8)\mathrm{e}^{-0{,}02t}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} V''(t) &= (-0{,}04t + 1{,}8)\mathrm{e}^{-0{,}02t} + (-0{,}02t^2 + 1{,}8t + 8)(-0{,}02)\mathrm{e}^{-0{,}02t} \\ &= \mathrm{e}^{-0{,}02t}\left[-0{,}04t + 1{,}8 + 0{,}0004t^2 - 0{,}036t - 0{,}16\right] \\ &= (0{,}0004t^2 - 0{,}076t + 1{,}64)\mathrm{e}^{-0{,}02t} \end{aligned}$$

Cho $V''(t) = 0 \Leftrightarrow 0{,}0004t^2 - 0{,}076t + 1{,}64 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 95 - \sqrt{4925} \approx 24{,}82 \in [0; 100] \\ t = 95 + \sqrt{4925} \approx 165{,}18 \notin [0; 100]. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $V'(t)$ như sau:

t	0		$95 - \sqrt{4925}$		100
$V''(t)$		$+$	0	$-$	
$V'(t)$	$V'(0)$	$\nearrow$	$V'(95 - \sqrt{4925})$	$\searrow$	$V'(100)$

Vậy tốc độ rót chất lỏng vào bồn lớn nhất là $V'(95 - \sqrt{4925}) \approx 24{,}75$ lít/phút.

c) Hàm số tốc độ rót chất lỏng là

$$G(t) = V'(t) = (-0{,}02t^2 + 1{,}8t + 8)\mathrm{e}^{-0{,}02t}.$$

d) Ta có

$$\begin{aligned} V'(t) = 0 &\Rightarrow -0{,}02t^2 + 1{,}8t + 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 45 + 5\sqrt{97} \in [0; 100] \\ x = 45 - 5\sqrt{97} \notin [0; 100]. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Ta có $V(0)=150$, $V(45+5\sqrt{97})\approx 1\,557$, $V(100)=1\,552$.
Vậy, thể tích lớn nhất của chất lỏng trong bồn chứa bằng 1 557 lít.

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x+y+6=0$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$$y'=\frac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+1)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2};\ y'=0\Leftrightarrow x=0 \text{ hoặc } x=2.$$

Bảng xét dấu: $y'>0$ trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; $y'<0$ trên $(0;1)$ và $(1;2)$.

a) Đúng. y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x=0$ (cực đại, $y_{CĐ}=-1$) và từ $-$ sang $+$ tại $x=2$ (cực tiểu, $y_{CT}=3$).

b) Sai. Hàm số không xác định tại $x=1\in(0;2)$ nên không nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ (hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$).

c) Đúng. $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} y=\pm\infty$ (tử số tại $x=1$ bằng $1\neq 0$) nên $x=1$ là tiệm cận đứng.

d) Sai. $y=x+\dfrac{1}{x-1}$ nên tiệm cận xiên là $y=x$, tức $x-y=0$. Đường thẳng này không song song với $x+y+6=0$ (hai đường có hệ số góc lần lượt là 1 và -1).

Bài 3. Kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15, kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (đơn vị: m). Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	3
[6,46; 6,70)	6,58	7
[6,70; 6,94)	6,82	5
[6,94; 7,18)	7,06	20
[7,18; 7,42)	7,30	5
		$n=40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22; 6,46)	6,34	2
[6,46; 6,70)	6,58	5
[6,70; 6,94)	6,82	8
[6,94; 7,18)	7,06	19
[7,18; 7,42)	7,30	6
		$n=40$

Bảng 16

a) Cả hai bảng trên đều là bảng phân bố tần số ghép nhóm.

b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của vận động viên Dũng nhỏ hơn của vận động viên Huy nên kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

c) Số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên của vận động viên Dũng là 5.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 0,16.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** Dữ liệu được chia thành các nhóm $[a;b)$ kèm theo tần số tương ứng nên là bảng phân bố tần số ghép nhóm.

b) Sai.

Vận động viên Dũng (Bảng 15):

Số trung bình:

$$\overline{x}_D = \frac{3 \cdot 6{,}34 + 7 \cdot 6{,}58 + 5 \cdot 6{,}82 + 20 \cdot 7{,}06 + 5 \cdot 7{,}30}{40} = \frac{276{,}88}{40} = 6{,}922.$$

Phương sai:

$$s_D^2 = \frac{3 \cdot 6{,}34^2 + 7 \cdot 6{,}58^2 + 5 \cdot 6{,}82^2 + 20 \cdot 7{,}06^2 + 5 \cdot 7{,}30^2}{40} - 6{,}922^2 = \frac{1919{,}5456}{40} - 6{,}922^2 \approx 0{,}0746.$$

Độ lệch chuẩn: $s_D = \sqrt{0{,}0746} \approx 0{,}273$.

Vận động viên Huy (Bảng 16):

Số trung bình:

$$\overline{x}_H = \frac{2 \cdot 6{,}34 + 5 \cdot 6{,}58 + 8 \cdot 6{,}82 + 19 \cdot 7{,}06 + 6 \cdot 7{,}30}{40} = \frac{278{,}08}{40} = 6{,}952.$$

Phương sai:

$$s_H^2 = \frac{2 \cdot 6{,}34^2 + 5 \cdot 6{,}58^2 + 8 \cdot 6{,}82^2 + 19 \cdot 7{,}06^2 + 6 \cdot 7{,}30^2}{40} - 6{,}952^2 = \frac{1935{,}7408}{40} - 6{,}952^2 \approx 0{,}0632.$$

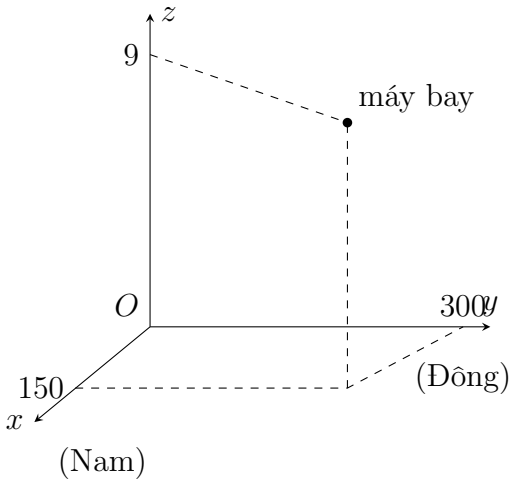
Độ lệch chuẩn: $s_H = \sqrt{0{,}0632} \approx 0{,}251$.

Vì $s_D > s_H$ nên độ lệch chuẩn của Dũng lớn hơn của Huy, do đó kết quả nhảy xa của Huy đồng đều hơn. Mệnh đề sai.

c) Đúng. Số lần nhảy xa từ 7,18 m trở lên chính là tần số của nhóm $[7{,}18; 7{,}42)$, bằng 5.

d) Sai. Theo phần b), $s_H^2 \approx 0{,}0632 \approx 0{,}06$, không phải 0,16.

Bài 4. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.



a) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.

b) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1050; 9)$.

c) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là 335,6 km.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

Hướng dẫn giải. Trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông. Từ hình vẽ: máy bay cách Ox là 150, cách Oy là 300, độ cao 9. Vậy tại 9 giờ 30 phút máy bay ở vị trí $M(150;300;9)$.

a) Sai. Tọa độ đúng là $(150;300;9)$, không phải $(300;150;9)$.

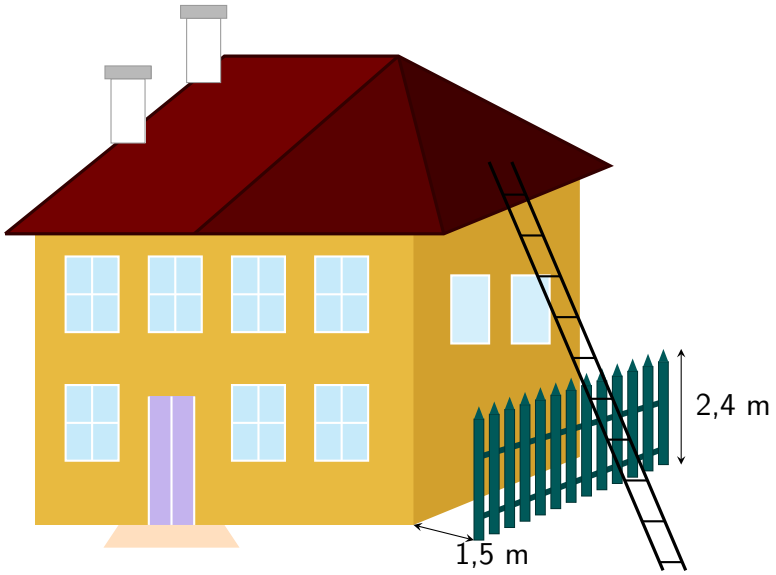
b) Đúng. Sau 1 giờ (từ 9 giờ 30 phút đến 10 giờ 30 phút), máy bay bay theo hướng đông (chiều dương trục Oy) được 750 km, độ cao không đổi nên tọa độ là $(150;300+750;9)=(150;1050;9)$.

c) Sai. $OM=\sqrt{150^2+300^2+9^2}=\sqrt{112\,581}\approx 335{,}5\ km$, không phải 335,6.

d) Đúng. Cao độ $z=9$ nên máy bay ở độ cao 9 km so với mặt đất.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao $2,4$ m được đặt song song và cách bức tường nhà $1,5$ m. Chiều dài ngắn nhất của cây thang (đơn vị: cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào nhà là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Hướng dẫn giải. Gọi L là chiều dài của thang. Giả sử chân thang đặt tại A trên mặt đất, thang tựa vào tường tại B và đi qua đỉnh hàng rào tại C.

Đặt H là chân tường nhà. Theo đề bài, hàng rào có chiều cao $h=2,4$ m và cách tường một khoảng $d=1,5$ m.

Gọi α là góc tạo bởi thang và mặt đất $(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2})$.

Từ hình vẽ, ta có chiều dài thang $L=AC+CB$.

Trong tam giác vuông tại chân hàng rào, ta có: $AC=\dfrac{2,4}{\sin\alpha}$.

Trong tam giác vuông tại B (với cạnh kề bằng khoảng cách từ hàng rào đến tường), ta có phần thang từ hàng rào đến tường là: $CB=\dfrac{1,5}{\cos\alpha}$.

Do đó, chiều dài thang là một hàm số theo α:

$$L(\alpha)=\frac{2,4}{\sin\alpha}+\frac{1,5}{\cos\alpha}$$

Để tìm chiều dài ngắn nhất, ta tính đạo hàm $L'(\alpha)$:

$$L'(\alpha) = -\frac{2,4\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{1,5\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$$

Cho $L'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow 1,5\sin^3\alpha = 2,4\cos^3\alpha \Leftrightarrow \tan^3\alpha = \dfrac{2,4}{1,5} = 1,6 \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt[3]{1,6} \approx 1,1696.$

Khi đó $\alpha \approx 49,47°$.

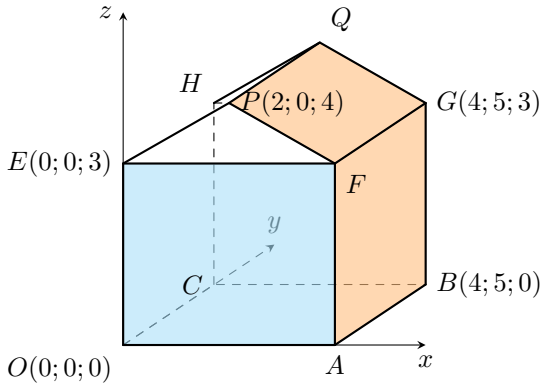
Giá trị nhỏ nhất của chiều dài thang là:

$$L_{\min} = \frac{2,4}{\sin(49,47°)} + \frac{1,5}{\cos(49,47°)} \approx 3,157 + 2,308 = 5,465 \text{ (m)}.$$

Đổi đơn vị sang cm: $5,465$ m $= 546,5$ cm.

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được kết quả là 547 cm.

Bài 2. Hình bên dưới minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{FQ}$ và $\overrightarrow{EQ}$.



Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ và các giả thiết về hình hộp chữ nhật, ta xác định tọa độ các điểm như sau:

- $O(0;0;0)$, $E(0;0;3)$, $B(4;5;0)$, $G(4;5;3)$, $P(2;0;4)$.

- Vì các bức tường là hình chữ nhật nên F có cùng hoành độ với B và tung độ với O, cao độ bằng E: $F(4;0;3)$.

- Điểm Q nằm trên đỉnh mái nhà, đối diện với P. Vì mái nhà là hình chữ nhật và ridge PQ song song với trục Oy, ta có Q có cùng hoành độ và cao độ với P, tung độ bằng tung độ của B: $Q(2;5;4)$.

- Ta có các vectơ:

$\overrightarrow{FQ} = (2-4;5-0;4-3) = (-2;5;1)$.

$\overrightarrow{EQ} = (2-0;5-0;4-3) = (2;5;1)$.

- Tích vô hướng của hai vectơ:

$\overrightarrow{FQ}\cdot\overrightarrow{EQ} = (-2)\cdot 2 + 5\cdot 5 + 1\cdot 1 = -4 + 25 + 1 = 22$.

Bài 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có giá trị cực đại y_1 và giá trị cực tiểu y_2. Tính $S = y_2 - 2y_1$.

Hướng dẫn giải. $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = -1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$: $y_1 = y(-1) = -1+3+2 = 4$.

y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x=1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$: $y_2=y(1)=1-3+2=0$.

$S=y_2-2y_1=0-2\cdot 4=-8$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2;3;1)$, $B(4;2;-1)$, $C(5;-2;0)$. Biết $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành, khi đó $2a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

$\overrightarrow{AB}=(6;-1;-2)$, $\overrightarrow{DC}=(5-a;-2-b;-c)$.

Suy ra $5-a=6$, $-2-b=-1$, $-c=-2$, hay $a=-1$, $b=-1$, $c=2$. Vậy $D(-1;-1;2)$.

$2a+b+c=-2-1+2=-1$.

Bài 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Tần số	12	27	42	a	6

Biết rằng, a là một số nguyên dương và mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị trung bình $\overline{x}=\dfrac{23}{3}$. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện các nhóm: 4; 6; 8; 10; 12. Cỡ mẫu $n=12+27+42+a+6=87+a$.

$$\overline{x}=\frac{4\cdot 12+6\cdot 27+8\cdot 42+10a+12\cdot 6}{87+a}=\frac{618+10a}{87+a}=\frac{23}{3}$$

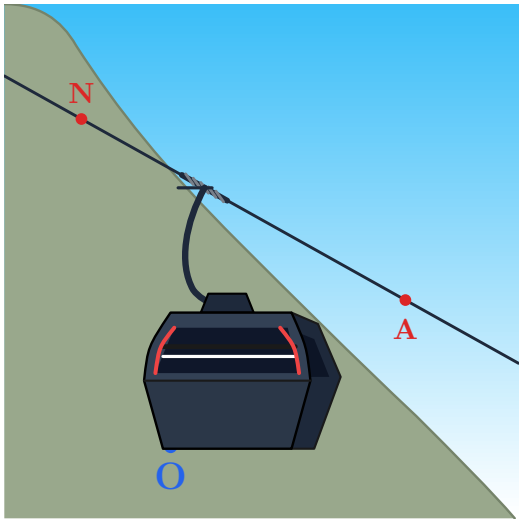
$\Rightarrow 1854+30a=2001+23a\Rightarrow a=21$. Khi đó $n=108$.

Phương sai:

$$s^2=\frac{12\cdot 4^2+27\cdot 6^2+42\cdot 8^2+21\cdot 10^2+6\cdot 12^2}{108}-\left(\frac{23}{3}\right)^2=\frac{6816}{108}-\frac{529}{9}=\frac{13}{3}.$$

Độ lệch chuẩn: $s=\sqrt{\dfrac{13}{3}}\approx 2{,}08$.

Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(0;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A là 4050 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}=(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đến vị trí B có hoành độ $x_B=540$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?



✍ *Hướng dẫn giải.* Vì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên $\overrightarrow{AB} = t\vec{u} = (2t; -2t; t)$ (với $t > 0$).

$x_B = 2t = 540 \Rightarrow t = 270$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (540; -540; 270)$.

$AB = 270 \cdot |\vec{u}| = 270 \cdot \sqrt{4+4+1} = 270 \cdot 3 = 810$ (m).

Vận tốc của cabin: $v = \dfrac{810}{3} = 270$ (m/phút).

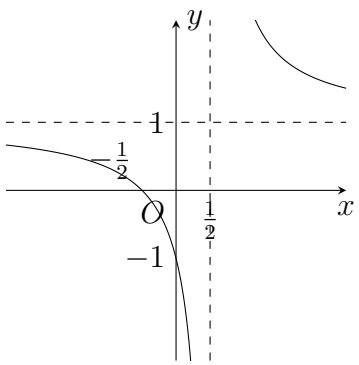
Thời gian di chuyển trên quãng đường $AD = 4050$ m: $t_{AD} = \dfrac{4050}{270} = 15$ (phút).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 3
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình



Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $y = 1$. Ⓒ $x = -\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $y = -\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 2. Giả sử kết quả khảo sát của khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau

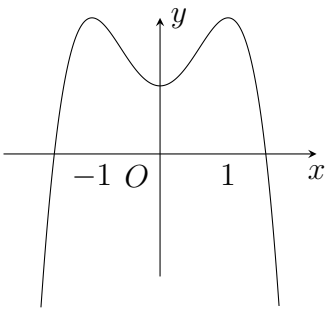
Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

Ⓐ 3. Ⓑ 18. Ⓒ 15. Ⓓ 12.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 34 - 19 = 15$.

Câu 3. Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $(-\infty;1)$. Ⓑ $(0;+\infty)$. Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(0;1)$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, hàm số có hai điểm cực đại tại $x=-1$, $x=1$ và điểm cực tiểu tại $x=0$.

Đồ thị đi lên (từ trái sang phải) trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

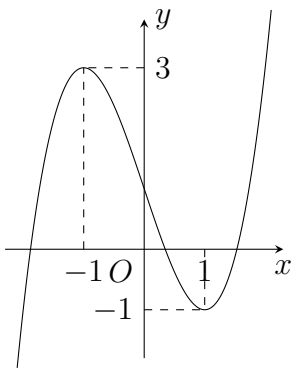
Trong các phương án, chỉ có $(0;1)$ thỏa mãn.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$; $B(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

Ⓐ $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-1\right)$. Ⓑ $(-3;1;4)$. Ⓒ $(3;-1;-4)$. Ⓓ $(1;3;-2)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(2+1;\ 1-2;\ -3-1)=(3;-1;-4)$.

Câu 5. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y=-x^3-3x+1$. Ⓑ $y=x^3-3x+1$.

Ⓒ $y=x^2-2x+1$. Ⓓ $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có dạng đường cong bậc ba, khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$ nên $a>0$. Loại A, C, D.

Kiểm tra phương án B: $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$; $y(-1)=3$, $y(1)=-1$, $y(0)=1$, phù hợp với đồ thị.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAB đều cạnh a. Tích vô hướng $\overrightarrow{BS}\cdot\overrightarrow{DC}$ bằng

Ⓐ a^2. Ⓑ $\dfrac{a^2}{2}$. Ⓒ 0. Ⓓ $-\dfrac{a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$.

Do tam giác SAB đều nên $\widehat{SBA}=60^\circ$, suy ra $\left(\overrightarrow{BS},\overrightarrow{AB}\right)=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.

$\overrightarrow{BS}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BS}\cdot\overrightarrow{AB}=a\cdot a\cdot\cos 120^\circ=-\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 2 và tạo với nhau một góc 60°. Giá trị của $P=\vec{a}\cdot\vec{b}$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ $2\sqrt{3}$. Ⓒ 8. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải. $P = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 2.$

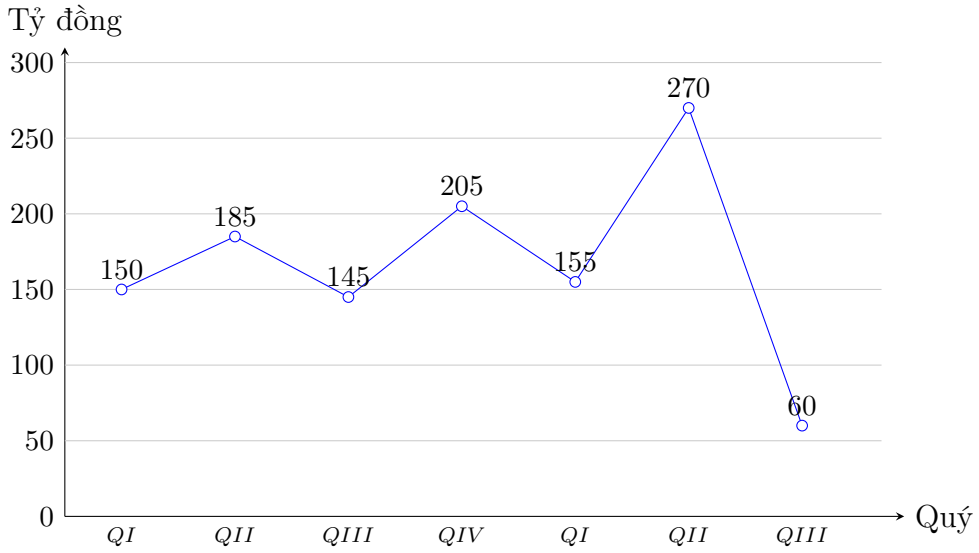
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $f(3) - f(5) \geq 0$.
Ⓑ $f(3) - f(5) < 0$.
Ⓒ $f(3) > f(5)$.
Ⓓ $f(3) = f(5)$.

Hướng dẫn giải. Vì $f'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do $3 < 5$ nên $f(3) < f(5)$, tức $f(3) - f(5) < 0$.

Câu 9. Từ quý I năm 2021 đến quý III năm 2022, lợi nhuận trước thuế theo quý của công ty X được cho bởi biểu đồ sau đây. Lợi nhuận trước thuế theo quý của công ty X đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu tỷ đồng?

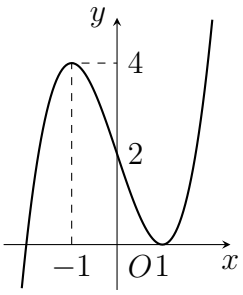


Ⓐ 270.
Ⓑ 60.
Ⓒ 205.
Ⓓ 300.

Hướng dẫn giải. Các giá trị lợi nhuận theo quý: 150; 185; 145; 205; 155; 270; 60 (tỷ đồng).

Giá trị lớn nhất là 270 (quý II năm 2022).

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ $y = x^3 - 3x + 2$.
Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 2$.
Ⓒ $y = x^2 - x + 2$.
Ⓓ $y = -x^2 + x - 2$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1; 4), (0; 2), (1; 0)$.

Thay tọa độ điểm $(1; 0)$ vào phương án A: $1^3 - 3(1) + 2 = 0$ (đúng).

Kiểm tra điểm $(-1;4)$ với phương án A: $(-1)^3-3(-1)+2=-1+3+2=4$ (đúng).
Đồ thị là hàm bậc ba có hệ số $a>0$ nên phương án A là chính xác.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-24x+1$ trên đoạn $[2;19]$.

Ⓐ $1-32\sqrt{2}$. Ⓑ -39. Ⓒ $1+32\sqrt{2}$. Ⓓ -44.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=3x^2-24$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2=24\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$.
Vì xét trên đoạn $[2;19]$ nên ta nhận $x=2\sqrt{2}$.
Tính các giá trị:
$y(2)=2^3-24(2)+1=-39$.
$y(2\sqrt{2})=(2\sqrt{2})^3-24(2\sqrt{2})+1=16\sqrt{2}-48\sqrt{2}+1=1-32\sqrt{2}\approx -44,25$.
$y(19)=19^3-24(19)+1=6404$.
So sánh các giá trị trên, ta thấy giá trị nhỏ nhất là $1-32\sqrt{2}$.

Câu 12. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x)=-\dfrac{1}{50}x+1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ 21 125 000. Ⓑ 21 225 000. Ⓒ 21 152 000. Ⓓ 22 125 000.

Hướng dẫn giải. Doanh thu $R(x)=x\cdot y(x)=x\left(-\dfrac{1}{50}x+1300\right)=-\dfrac{1}{50}x^2+1300x$.
Đây là hàm bậc hai có bề lõm hướng xuống, đạt cực đại tại $x=\dfrac{-1300}{2\cdot(-1/50)}=32\,500$.
Doanh thu cao nhất là $R(32\,500)=21\,125\,000$ (đồng). Chọn phương án A.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Giả sử chi phí tiền xăng C (nghìn đồng) khi xe đi được 100 km phụ thuộc vào tốc độ trung bình v (km/h) trên cả đoạn đường theo công thức

$$C(v)=\frac{16000}{v}+\frac{5}{2}v \quad (\text{với } 0<v\le 120).$$

a) Nếu tài xế lái xe với tốc độ trung bình là 40 (km/h) thì chi phí tiền xăng là 500 nghìn đồng.

b) $C'(v)=\frac{16000}{v^2}+\frac{5}{2}$ (với $0<v<120$).

c) Tài xế càng đi nhanh thì chi phí tiền xăng càng giảm.

d) Xe đi trên đường có biển báo như hình vẽ. Biết đây là biển báo tốc độ tối đa cho phép 50 (km/h). Nếu tài xế tuân thủ luật giao thông, chi phí tiền xăng tối thiểu của tài xế khi đi 100 km trên đoạn đường này là 445 nghìn đồng.



Hướng dẫn giải. - Với $v=40$, $C(40)=\dfrac{16000}{40}+\dfrac{5}{2}\cdot 40=400+100=500$ (nghìn đồng). Vậy (a) đúng.

- Đạo hàm $C'(v)=-\dfrac{16000}{v^2}+\dfrac{5}{2}$. Vậy phát biểu (b) trong hình (thiếu dấu trừ) là sai.

- Xét $C'(v)=0\Leftrightarrow v^2=\dfrac{16000\cdot 2}{5}=6400\Leftrightarrow v=80$ (km/h). Hàm số không đơn điệu trên toàn

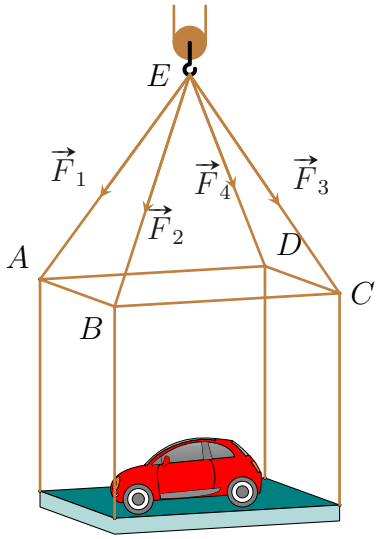
miền nên (c) sai.

- Theo biển báo $v \le 50$. Trên $(0;50]$, $C'(v) = \frac{5v^2-32000}{2v^2}$. Với $v \in (0,50]$, $5v^2 \le 5(50^2) = 12500 < 32000 \Rightarrow C'(v) < 0$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;50]$, do đó giá trị nhỏ nhất đạt tại $v = 50$:

$C(50) = \dfrac{16000}{50} + \dfrac{5}{2} \cdot 50 = 320 + 125 = 445$ (nghìn đồng). Vậy (d) đúng.

Bài 2. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



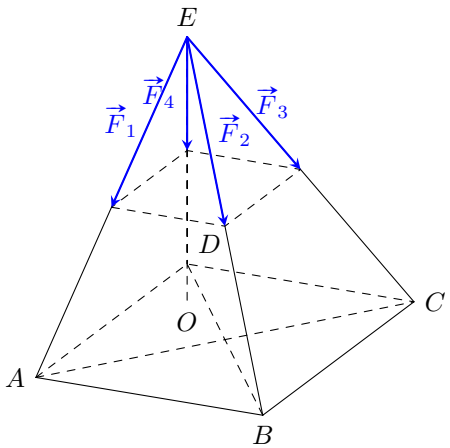
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$.

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8000$ N (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải.



Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho $\overrightarrow{EM} = \vec{F}_1, \overrightarrow{EN} = \vec{F}_2, \overrightarrow{EP} = \vec{F}_3, \overrightarrow{EQ} = \vec{F}_4$. Do các lực căng đều có cường độ 4500 N nên $EM = EN = EP = EQ =$

4500.

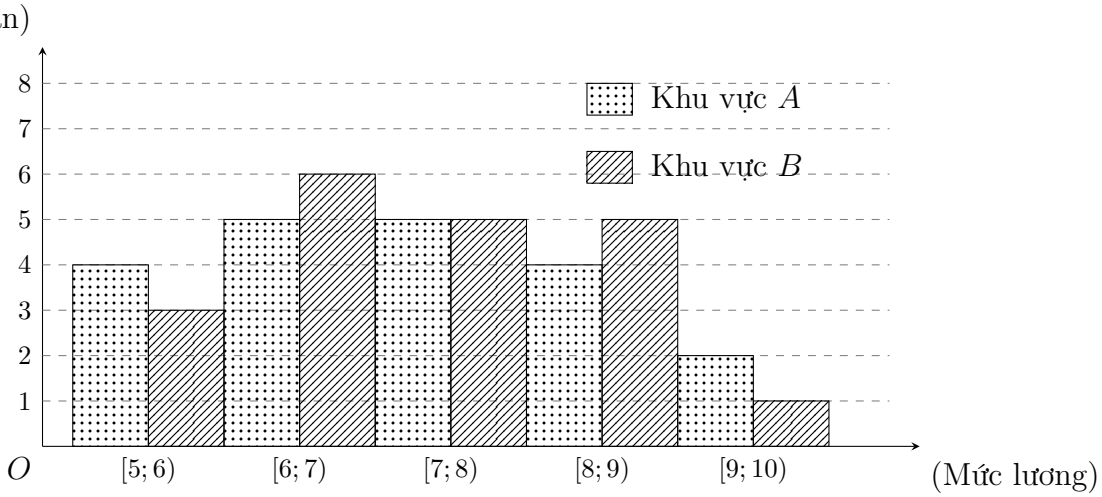
a) Sai.
Ta có $\vec{F}_1+\vec{F}_2=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EH}$, với H là trung điểm MN.
$\vec{F}_3+\vec{F}_4=\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EK}$, với K là trung điểm PQ.
Hai véc tơ này ngược hướng nhau nên không bằng nhau.

b) Đúng.
Ta có $\vec{F}_1+\vec{F}_3=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EP}=2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của MP (cũng là tâm đáy).
$\vec{F}_2+\vec{F}_4=\overrightarrow{EN}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của NQ.
Suy ra $\vec{F}_1+\vec{F}_3=\vec{F}_2+\vec{F}_4=2\overrightarrow{EO}$.

c) Sai.
$|\vec{F}_1+\vec{F}_3|=2EO$. Theo giả thiết, góc giữa dây cáp và đáy là $60°$, suy ra $\widehat{EMO}=60°$.
Xét $\triangle EMO$ vuông tại O, ta có $EO=EM\cdot\sin 60°=4500\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2250\sqrt{3}$.
Vậy $|\vec{F}_1+\vec{F}_3|=2\cdot 2250\sqrt{3}=4500\sqrt{3}\approx 7794\,\text{N}$.

d) Đúng.
Tổng lực kéo lên là $|\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4|=|4\overrightarrow{EO}|=4\cdot 2250\sqrt{3}=9000\sqrt{3}\approx 15588\,\text{N}$.
Đây là tổng trọng lượng của ô tô và khung sắt.
Vậy trọng lượng ô tô là $15588-2900=12688\,\text{N}$.

Bài 3. Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



a) Khoảng biến thiên mức lương là $R=5$.

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực A là 1,2875.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực B là 1,5875.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên: $R=10-5=5$.

b) **Sai.** Khu vực A có tần số các nhóm là $4;5;5;4;2$, cỡ mẫu $n_A=20$, giá trị đại diện $5{,}5;6{,}5;7{,}5;8{,}5;9{,}5$.
Số trung bình: $\overline{x}_A=\dfrac{4\cdot 5{,}5+5\cdot 6{,}5+5\cdot 7{,}5+4\cdot 8{,}5+2\cdot 9{,}5}{20}=\dfrac{145}{20}=7{,}25$.

Phương sai: $s_A^2 = \dfrac{4\cdot 5{,}5^2 + 5\cdot 6{,}5^2 + 5\cdot 7{,}5^2 + 4\cdot 8{,}5^2 + 2\cdot 9{,}5^2}{20} - 7{,}25^2 = \dfrac{1083}{20} - 52{,}5625 = 1{,}5875$.

c) **Sai.** Khu vực B có tần số các nhóm là $3; 6; 5; 5; 1$, cỡ mẫu $n_B = 20$.
Số trung bình: $\overline{x}_B = \dfrac{3\cdot 5{,}5 + 6\cdot 6{,}5 + 5\cdot 7{,}5 + 5\cdot 8{,}5 + 1\cdot 9{,}5}{20} = \dfrac{145}{20} = 7{,}25$.
Phương sai: $s_B^2 = \dfrac{3\cdot 5{,}5^2 + 6\cdot 6{,}5^2 + 5\cdot 7{,}5^2 + 5\cdot 8{,}5^2 + 9{,}5^2}{20} - 7{,}25^2 = \dfrac{1077}{20} - 52{,}5625 = 1{,}2875$.

d) **Đúng.** Vì $s_B^2 = 1{,}2875 < s_A^2 = 1{,}5875$ nên $s_B < s_A$.
Do đó mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn khu vực A.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4;6;-5)$, $C(5;6;-4)$, $B'(3;2;3)$ và $D'(2;0;2)$.

a) $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.

b) $\overrightarrow{AC} = (1;0;1)$.

c) Điểm $I\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của hình bình hành $ABCD$.

d) Tọa độ điểm B là $(5;7;-4)$.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** Vì $A(4;6;-5)$ nên $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.

b) **Đúng.** $\overrightarrow{AC} = (5-4;6-6;-4-(-5)) = (1;0;1)$.

c) **Sai.** Tâm đối xứng của hình bình hành $ABCD$ là trung điểm của AC, tức là $\left(\dfrac{9}{2};6;-\dfrac{9}{2}\right) \neq I$.

d) **Đúng.** Gọi $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (a;b;c)$. Khi đó $B = B' - (a;b;c)$ và $D = D' - (a;b;c)$.
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, suy ra $B + D = A + C = (9;12;-9)$.
Mà $B + D = B' + D' - 2(a;b;c) = (5;2;5) - 2(a;b;c)$.
Suy ra $2(a;b;c) = (-4;-10;14)$, tức là $(a;b;c) = (-2;-5;7)$.
Vậy $B = (3+2;\ 2+5;\ 3-7) = (5;7;-4)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải $2021-2022$ cho kết quả sau:

Số lượng thẻ vàng	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu khoảng chứa giá trị ngoại lệ?

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 2+5+7+5+0+0+1 = 20$. Tần số tích lũy lần lượt là $2; 7; 14; 19; 19; 19; 20$.

Tứ phân vị thứ nhất: $\dfrac{n}{4} = 5$ thuộc nhóm $[50;60)$, nên

$$Q_1 = 50 + \frac{5-2}{5}\cdot 10 = 56.$$

Tứ phân vị thứ ba: $\dfrac{3n}{4} = 15$ thuộc nhóm $[70;80)$, nên

$$Q_3 = 70 + \frac{15-14}{5}\cdot 10 = 72.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 72 - 56 = 16$.
Giá trị ngoại lệ là giá trị nhỏ hơn $Q_1 - 1{,}5\Delta_Q = 56 - 24 = 32$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1{,}5\Delta_Q = 72 + 24 = 96$.
Nhóm $[40; 50)$ không chứa giá trị nhỏ hơn 32. Các nhóm $[90; 100)$ và $[100; 110)$ chứa các giá trị lớn hơn 96.
Vậy có 2 khoảng chứa giá trị ngoại lệ.

Bài 2. Một chất điểm đang chuyển động trên một đường thẳng và gặp một con dốc cao muốn vượt qua. Xem chân dốc là điểm A, chất điểm qua A là thời điểm bắt đầu leo dốc với phương trình chuyển động là $s(t) = at - 2t^2$ cho đến khi lên đỉnh dốc (a là tham số thực dương, $t \geq 0$ tính bằng giây và s tính bằng mét). Biết dốc có độ dài 50 m và xe muốn leo dốc thành công thì phải tồn tại $t > 0$ sao cho $s(t) = 50$. Tính vận tốc ban đầu nhỏ nhất để xe leo dốc thành công.

Hướng dẫn giải. Ta có $s(t) = at - 2t^2$, $s'(t) = a - 4t$. Vận tốc ban đầu là $v(0) = s'(0) = a$.
$s'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{a}{4} > 0$. Hàm $s(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \dfrac{a}{4}$:

$$s_{\max} = \frac{a^2}{4} - \frac{2a^2}{16} = \frac{a^2}{8}.$$

Hàm $s(t)$ liên tục và $s(0) = 0$, nên tồn tại $t > 0$ để $s(t) = 50$ khi và chỉ khi $\dfrac{a^2}{8} \geq 50 \Leftrightarrow a^2 \geq 400 \Leftrightarrow a \geq 20$ (vì $a > 0$).
Vậy vận tốc ban đầu nhỏ nhất là 20 m/s.

Bài 3. Một cơ sở sản xuất sữa hạt chất lượng cao có thể sản xuất được tối đa 300 lít mỗi ngày. Chi phí sản xuất x lít sữa mỗi ngày bao gồm: chi phí nhân công là 1 triệu đồng/ngày; chi phí nguyên vật liệu, đóng chai, bao bì là 35 nghìn đồng cho một lít sữa; chi phí bảo dưỡng máy móc là $C_b(x) = 0{,}00001x^2$ (triệu đồng). Ngoài ra, nếu x lít sữa sản xuất mỗi ngày vượt quá 200 lít thì phát sinh thêm chi phí vận hành quá tải là $C_v(x) = 0{,}00003(x - 200)^3$ (triệu đồng). Giá bán mỗi lít sữa là 60 nghìn đồng. Biết cơ sở bán hết lượng sữa sản xuất trong ngày. Hỏi mỗi ngày cơ sở có lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng) đạt được nhiều nhất là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Hướng dẫn giải. Đổi đơn vị: 35 nghìn đồng = 0,035 triệu đồng, 60 nghìn đồng = 0,06 triệu đồng. Với $0 \leq x \leq 300$, lợi nhuận là

$$P(x) = \begin{cases} 0{,}025x - 1 - 0{,}00001x^2 & 0 \leq x \leq 200, \\ 0{,}025x - 1 - 0{,}00001x^2 - 0{,}00003(x - 200)^3 & 200 < x \leq 300. \end{cases}$$

Trên $[0; 200]$**:** $P'(x) = 0{,}025 - 0{,}00002x > 0$ (vì $x \leq 200$), nên P đồng biến và $P(x) \leq P(200) = 3{,}6$.
Trên $(200; 300]$**:** $P'(x) = 0{,}025 - 0{,}00002x - 0{,}00009(x - 200)^2$.
Đặt $u = x - 200$, khi đó $P' = 0{,}021 - 0{,}00002u - 0{,}00009u^2$.
$P' = 0 \Leftrightarrow 9u^2 + 2u - 2100 = 0 \Rightarrow u = \dfrac{-2 + \sqrt{75604}}{18} \approx 15{,}16$ (nhận), tức $x \approx 215{,}16$.
$P' > 0$ khi $200 < x < 215{,}16$ và $P' < 0$ khi $215{,}16 < x \leq 300$, nên

$$\max_{(200;300]} P = P(215{,}16) \approx 3{,}81.$$

Vì $3{,}81 > 3{,}6$ nên lợi nhuận lớn nhất là khoảng 3,81 triệu đồng.

Bài 4. Để theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, giáo viên đã tiến hành mô hình

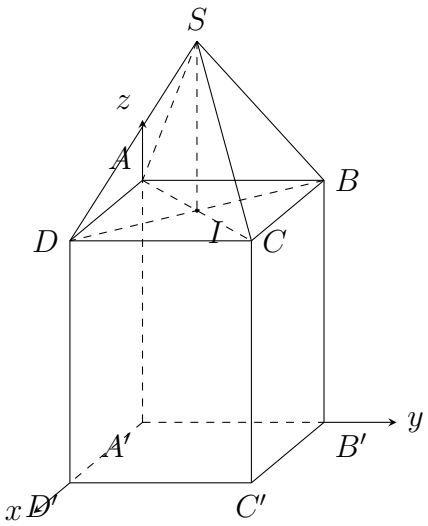
hoá bằng hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các hệ số. Trong đó, x $(0\le x\le 9,\ x\in\mathbb{N})$ là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x. Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh đó tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$. Từ giả thiết:

- $f(1)=19\Rightarrow 1+a+b+c=19$;
- $f(3)=3\Rightarrow 27+9a+3b+c=3$;
- f đạt cực tiểu tại $x=3\Rightarrow f'(3)=0\Rightarrow 27+6a+b=0$.

Trừ hai phương trình đầu: $26+8a+2b=-16\Rightarrow 4a+b=-21$.
Kết hợp $b=-27-6a$ ta được $4a-27-6a=-21\Rightarrow a=-3,\ b=-9,\ c=30$.
Vậy $f(x)=x^3-3x^2-9x+30$.
Kiểm tra: $f'(x)=3(x-3)(x+1)$, nên f giảm trên $[1;3]$ và tăng từ $x=3$ trở đi (với $x\ge 0$), đúng với giả thiết $(f(2)=8,\ f(3)=3)$.
Điểm ở tháng thứ sáu là $f(6)=216-108-54+30=84$.

Bài 5. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (hình vẽ bên).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Ta có $AA'=1$, $AB=\frac{1}{2}$, nên đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\frac{1}{2}$.
Vì $A'(0;0;0)$, $A'A$ nằm trên Oz, $A'B'$ nằm trên Oy nên D' nằm trên Ox và $D'\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. Suy ra $D\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $C\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$.
Tâm của đáy là $I\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};1\right)$ (trung điểm AC). Vì $S.ABCD$ là chóp đều nên $SI\perp(ABCD)$, do đó

$S\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};1+h\right)$ với $h=SI$.

Cạnh bên của chóp là $SA=0{,}6$ m. Ta có $IA=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$, nên

$$h=\sqrt{SA^2-IA^2}=\sqrt{0{,}36-\frac{1}{8}}=\sqrt{0{,}235}\approx 0{,}4848.$$

Vậy $S\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};1+\sqrt{0{,}235}\right)$, suy ra

$$a+b+c=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1+\sqrt{0{,}235}\approx 1{,}98.$$

Bài 6. Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng máy bay không người lái để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho những người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc máy bay không người lái làm nhiệm vụ cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát về phía bắc 23 km và về phía tây 18 km, đồng thời cách mặt đất 2 km. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát về phía nam 22 km và về phía đông 27 km, đồng thời cách mặt đất 3 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Sau đúng một giờ bay, hai máy bay đó cùng xác định được vị trí cần cứu trợ trên mặt đất. Biết tổng khoảng cách từ mỗi máy bay đến vị trí cần cứu trợ là nhỏ nhất, lúc đó vị trí cần cứu trợ cách điểm xuất phát của hai chiếc máy bay bao nhiêu kilômét?

Hướng dẫn giải. Theo cách chọn hệ trục: chiếc thứ nhất ở $M_1(23;18;2)$, chiếc thứ hai ở $M_2(-22;-27;3)$ (phía nam ứng với $x<0$, phía đông ứng với $y<0$).

Gọi $P(x;y;0)$ là vị trí cần cứu trợ trên mặt đất. Cần tìm P để PM_1+PM_2 nhỏ nhất.

Vì M_1,M_2 cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) (đều có $z>0$) nên gọi M_2' là điểm đối xứng của M_2 qua (Oxy), ta có $M_2'(-22;-27;-3)$. Khi đó $PM_2=PM_2'$ nên

$$PM_1+PM_2=PM_1+PM_2'\geq M_1M_2'.$$

Dấu "=" xảy ra khi P là giao điểm của đoạn M_1M_2' với (Oxy).

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2'}=(-45;-45;-5)$.

Phương trình đường thẳng M_1M_2':

$$\begin{cases}x=23-45t\\y=18-45t\\z=2-5t.\end{cases}$$

$P\in(Oxy)\Leftrightarrow z=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{5}$.

Suy ra $P(5;0;0)$.

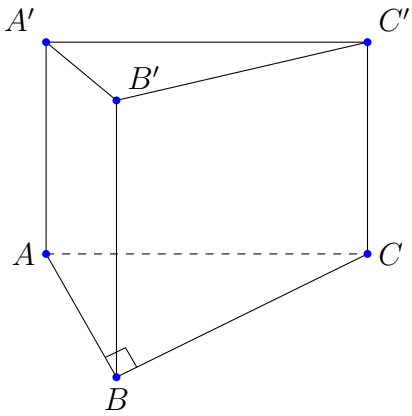
Vậy $OP=5$ km.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đáy là tam giác ABC vuông tại B.



Khi đó góc giữa vectơ $\overrightarrow{B'A'}$ và vectơ $\overrightarrow{BC}$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ $30°$. Ⓑ $120°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $45°$.

Hướng dẫn giải. Vì $\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{BA}$ nên $\left(\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{BC}\right) = \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = \widehat{ABC} = 90°$.

Câu 2. Cho hàm số có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là:

Ⓐ $x = 1; y = 0$. Ⓑ $x = 1; y = 1$.
Ⓒ $x = 2; y = 1$. Ⓓ $x = 1; y = 2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = 1$.
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 2$ nên tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CA}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{D'B} = \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'D}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp, tại mỗi đỉnh, vectơ đường chéo bằng tổng ba vectơ

cạnh xuất phát từ đỉnh đó. Do đó B, C, D đúng.
Với A: $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$, mà $\overrightarrow{CA} \neq \overrightarrow{CD}$ nên A sai.

Câu 4. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$	$[34;37)$
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng

Ⓐ $(23;25)$. Ⓑ $(17;19)$. Ⓒ $(19;20)$. Ⓓ $(20;21)$.

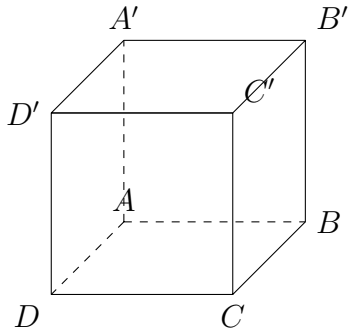
Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện: 20,5; 23,5; 26,5; 29,5; 32,5; 35,5, cỡ mẫu $n = 55$.

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{5 \cdot 20{,}5 + 7 \cdot 23{,}5 + 8 \cdot 26{,}5 + 16 \cdot 29{,}5 + 12 \cdot 32{,}5 + 7 \cdot 35{,}5}{55} = \dfrac{1589{,}5}{55} = 28{,}9.$

$\dfrac{1}{55}\sum n_i x_i^2 = \dfrac{47005{,}75}{55} = 854{,}65.$

Phương sai: $s^2 = 854{,}65 - 28{,}9^2 = 19{,}44 \approx 19{,}4 \in (19;20)$.

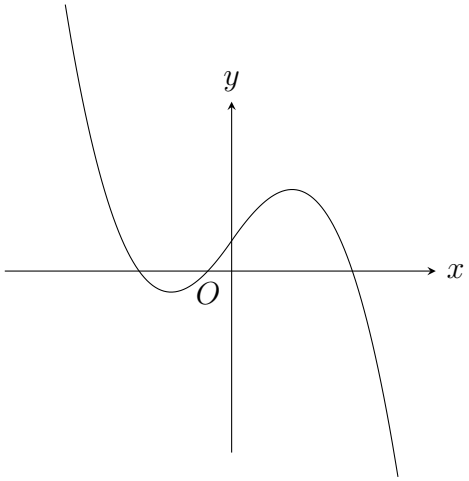
Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 5. Khi đó độ dài của véctơ $\overrightarrow{A'C}$ bằng:



Ⓐ $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{3}$. Ⓑ $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{2}$.
Ⓒ $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{6}$. Ⓓ $|\overrightarrow{A'C}| = 125$.

Hướng dẫn giải. $A'C$ là đường chéo của hình lập phương cạnh 5 nên $|\overrightarrow{A'C}| = 5\sqrt{3}$.

Câu 6. Đường cong hình dưới đây là của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, khẳng định nào sau đây là đúng:

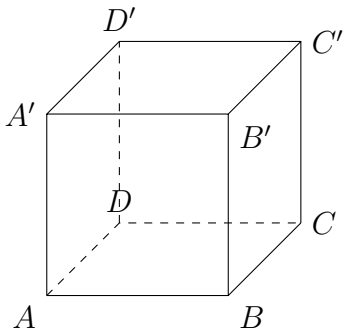


Ⓐ $a>0, d>0$.
Ⓑ $a>0, d<0$.
Ⓒ $a<0, d<0$.
Ⓓ $a<0, d>0$.

Hướng dẫn giải. Khi $x \to +\infty$ thì $y \to -\infty$ nên $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng vectơ $\overrightarrow{B'C'}$ là



Ⓐ $\overrightarrow{DA}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AD}$.
Ⓓ $\overrightarrow{CB}$.

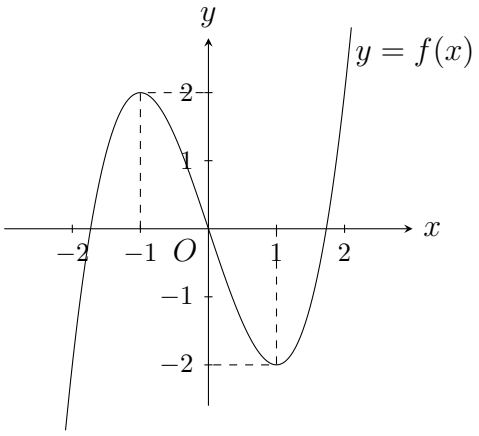
Hướng dẫn giải. $B'C' // BC // AD$ và $B'C' = BC = AD$, cùng hướng nên $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{AO} = -\vec{j} + 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

Ⓐ $A(-1;2;3)$.
Ⓑ $A(-2;-1;-3)$.
Ⓒ $A(-2;1;-3)$.
Ⓓ $A(2;-1;3)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AO} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} = (2;-1;3)$ nên $\overrightarrow{OA} = (-2;1;-3)$, suy ra $A(-2;1;-3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x=-1$.
Ⓑ $x=2$.
Ⓒ $x=1$.
Ⓓ $x=-2$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ (giá trị cực đại bằng 2).

Câu 10. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu

được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 16. Ⓓ 20.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên: $R = 20 - 0 = 20$.

Câu 11. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	$[8{,}4;8{,}6)$	$[8{,}6;8{,}8)$	$[8{,}8;9{,}0)$	$[9{,}0;9{,}2)$	$[9{,}2;9{,}4)$
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Ⓐ 0,3. Ⓑ 0,2. Ⓒ 0,4. Ⓓ 0,29.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 100$, tần số tích lũy: $5; 17; 42; 86; 100$.

Q_1: $\dfrac{n}{4} = 25$ thuộc nhóm $[8{,}8;9{,}0)$, nên $Q_1 = 8{,}8 + \dfrac{25-17}{25} \cdot 0{,}2 = 8{,}864$.

Q_3: $\dfrac{3n}{4} = 75$ thuộc nhóm $[9{,}0;9{,}2)$, nên $Q_3 = 9 + \dfrac{75-42}{44} \cdot 0{,}2 = 9{,}15$.

$\Delta_Q = 9{,}15 - 8{,}864 = 0{,}286 \approx 0{,}3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	4	↗ $+\infty$

Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$.

Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

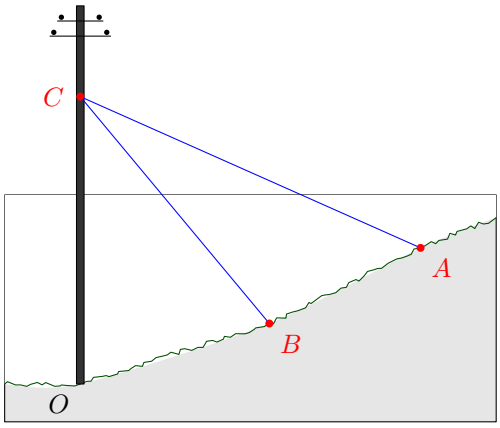
Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên: hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;0)$ và $(0;1)$.

A sai vì trên $\left(-1; -\dfrac{1}{2}\right)$ hàm số nghịch biến. C sai vì trên $(0;1)$ hàm số nghịch biến. D sai vì hàm số không xác định tại $x = 0$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trên một sườn đồi, người ta trồng một trụ điện và muốn giữ nó thẳng đứng bằng hai sợi dây neo AC và BC. Hai sợi dây này được kéo căng thành hai đoạn thẳng có chung điểm C trên trụ điện và hai đầu A, B được neo trên sườn đồi (tham khảo hình minh họa).



Giả sử trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp (có đơn vị các trục tọa độ là mét), gốc trụ điện đặt tại gốc tọa độ O, đầu các sợi dây neo có tọa độ lần lượt là $A(-3;4;2)$, $B(4;2;1)$ và $C(0;0;5)$.

a) Trụ điện cao hơn 5 mét.

b) Tổng chiều dài hai sợi dây neo là gần bằng 11,83 mét.

c) Hai sợi dây neo tạo với nhau một góc gần bằng 76,8°.

d) Để gia cố trụ điện, người ta cần thêm sợi dây neo thứ ba. Giả sử, dây neo thứ 3 này được kéo căng tạo thành đoạn thẳng CD thỏa ba điểm A, B và D thẳng hàng. Sợi dây neo thứ 3 có độ dài ngắn nhất bằng $\dfrac{2\sqrt{435}}{9}$ mét.

Hướng dẫn giải.

a) Ta có $\overrightarrow{OC} = (0;0;5)$ suy ra $OC = 5$.
Vậy trụ điện cao 5 m.

b) Ta có $\overrightarrow{AC} = (3;-4;3)$, $\overrightarrow{BC} = (-4;-2;4)$.
Suy ra $AC = \sqrt{3^2+(-4)^2+3^2} = \sqrt{34}$, $BC = \sqrt{(-4)^2+(-2)^2+4^2} = 6$.
Tổng chiều dài hai sợi dây neo là $AC + BC = \sqrt{34} + 6 \approx 11{,}83$ m.

c) Gọi α là góc tạo bởi hai sợi dây neo.
Ta có $\cos\alpha = \cos\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = \dfrac{\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}}{CA\cdot CB} = \dfrac{3\cdot(-4)+(-4)\cdot(-2)+3\cdot 4}{\sqrt{34}\cdot 6} = \dfrac{4}{3\sqrt{34}}$.
Suy ra $\alpha \approx 76{,}8°$.

d) Dây neo CD ngắn nhất khi và chỉ khi D là hình chiếu của C lên AB.
Gọi $D(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (7;-2;-1)$, $\overrightarrow{CD} = (x;y;z-5)$ và $\overrightarrow{AD} = (x+3;y-4;z-2)$.
Ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-2y-z+5=0 \\ x+3=7k \\ y-4=-2k \\ z-2=-k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x-2y-z+5=0 \\ x=7k-3 \\ y=4-2k \\ z=2-k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(7k-3)-2(4-2k)-(2-k)+5=0 \\ x=7k-3 \\ y=4-2k \\ z=2-k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k=\dfrac{13}{27} \\ x=\dfrac{10}{27} \\ y=\dfrac{82}{27} \\ z=\dfrac{41}{27}. \end{cases}$$

Độ dài dây neo $CD=\sqrt{x^2+y^2+(z-5)^2}=\dfrac{2\sqrt{435}}{9}$ m.

Bài 2. Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong bảng bên dưới (đơn vị: mét). Khi đó

Nhóm	Dũng	Huy
[6,22; 6,46)	3	2
[6,46; 6,70)	7	5
[6,70; 6,94)	5	8
[6,94; 7,18)	20	19
[7,18; 7,42)	5	6
	$n=40$	$n=40$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,92 m.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,26 m.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,16.

d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm: 6,34; 6,58; 6,82; 7,06; 7,30.

a) **Đúng.** Vận động viên Dũng:

$$\overline{x}_D=\frac{3\cdot 6{,}34+7\cdot 6{,}58+5\cdot 6{,}82+20\cdot 7{,}06+5\cdot 7{,}30}{40}=\frac{276{,}88}{40}=6{,}922\approx 6{,}92.$$

b) **Sai.** Phương sai của Dũng:

$$s_D^2=\frac{3(6{,}34-6{,}922)^2+7(6{,}58-6{,}922)^2+5(6{,}82-6{,}922)^2+20(7{,}06-6{,}922)^2+5(7{,}30-6{,}922)^2}{40}$$

$\approx 0{,}0746$. Độ lệch chuẩn $s_D\approx 0{,}27$ (không phải 0,26).

c) **Sai.** Vận động viên Huy:

$$\overline{x}_H=\frac{2\cdot 6{,}34+5\cdot 6{,}58+8\cdot 6{,}82+19\cdot 7{,}06+6\cdot 7{,}30}{40}=\frac{278{,}08}{40}=6{,}952.$$

$s_H^2 = \dfrac{2(6{,}34-6{,}952)^2+5(6{,}58-6{,}952)^2+8(6{,}82-6{,}952)^2+19(7{,}06-6{,}952)^2+6(7{,}30-6{,}952)^2}{40} \approx 0{,}0632 \approx 0{,}06$ (không phải 0,16).

d) **Sai.** Vì $s_H \approx 0{,}25 < s_D \approx 0{,}27$ nên kết quả nhảy xa của Huy đồng đều hơn Dũng.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ có $A(6;1;0)$, $B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$. Khi đó

a) $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\right| = \sqrt{57}+\sqrt{30}$.

b) Trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(3;\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

c) Điểm $N(a;b;c)$ thuộc đoạn BC sao cho $NB = 3NC$. Khi đó $2a-3b+4c=6$.

d) Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 46° (làm tròn đến hàng độ).

Hướng dẫn giải.

a) **Sai.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}=(2;-4;-1)$, nên $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\right| = \sqrt{4+16+1} = \sqrt{21} \neq \sqrt{57}+\sqrt{30}$.

b) **Sai.** $G\left(\dfrac{6-1+1}{3};\dfrac{1+3-1}{3};\dfrac{0+2+1}{3}\right) = (2;1;1)$.

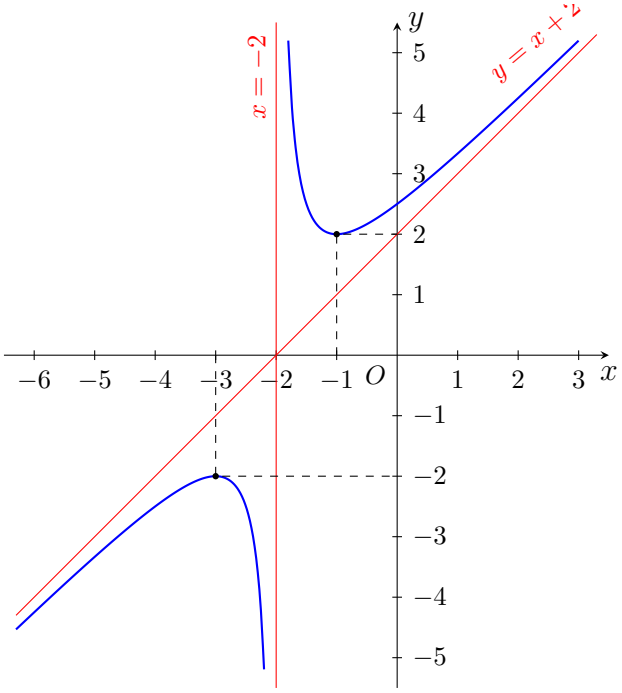
c) **Đúng.** N thuộc đoạn BC và $NB = 3NC$ nên $\overrightarrow{BN} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \left(\dfrac{3}{2};-3;-\dfrac{3}{4}\right)$.

Suy ra $N\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{5}{4}\right)$. Khi đó $2a-3b+4c = 1-0+5 = 6$.

d) **Đúng.** $\overrightarrow{BA}=(7;-2;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(2;-4;-1)$.

$\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{14+8+2}{\sqrt{57}\cdot\sqrt{21}} = \dfrac{24}{\sqrt{1197}} \approx 0{,}6937$, suy ra góc $\approx 46^\circ$.

Bài 4. Cho hàm số y=f(x) có đồ thị là hình dưới đây



a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;-2)$ bằng 2.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

c) $\min\limits_{(-2;+\infty)} f(x) - \max\limits_{(-\infty;-2)} f(x) = 4$.

d) Hàm số không có cực trị.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận xiên $y=x+2$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ với $y_{CT}=2$ và đạt cực đại tại $x=-3$ với $y_{\text{CĐ}}=-2$.

a) **Sai.** Trên $(-\infty;-2)$, giá trị lớn nhất của hàm số là -2 (không phải 2).

b) **Đúng.** Trên $(-2;-1)$ đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến.

c) **Đúng.** $\min\limits_{(-2;+\infty)} f(x)=2$, $\max\limits_{(-\infty;-2)} f(x)=-2$ nên hiệu bằng $2-(-2)=4$.

d) **Sai.** Hàm số có hai điểm cực trị là $x=-3$ (cực đại) và $x=-1$ (cực tiểu).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{4x^2+1}{x}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y=4x+\dfrac{1}{x}$ với $x\neq 0$, $y'=4-\dfrac{1}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}$.

Lập bảng xét dấu: $y'>0$ trên $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$, $y'<0$ trên $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ và $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1}{2}$ với $y_{CT}=4\cdot\dfrac{1}{2}+2=4$.

Bài 2. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vectơ $\vec{a}+2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$, nên

$$108=36+4\vec{a}\cdot\vec{b}+144\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=-18.$$

Suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{-18}{6\cdot 6}=-\dfrac{1}{2}$, do đó $x=120$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;-1)$, $B(4;1;0)$, $C(-1;4;2)$ và $D'(6;5;-3)$. Toạ độ điểm $B'(x;y;z)$. Tính $T=x+2y-z$.

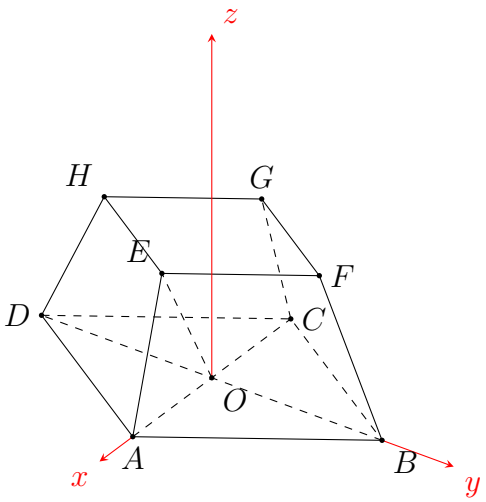
Hướng dẫn giải. $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, suy ra $D=A+C-B=(-3;7;1)$.

$\overrightarrow{DD'}=(9;-2;-4)$. Vì $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'}$ nên $B'=B+\overrightarrow{DD'}=(13;-1;-4)$.

Vậy $T=13+2\cdot(-1)-(-4)=15$.

Bài 4. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho các điểm $A(19;0;0)$, $B(0;19;0)$, $E(12;0;7)$ và $F(0;12;7)$. Biết rằng mặt đáy hình vuông $ABCD$ song song với mặt đỉnh hình vuông $EFGH$ (như hình vẽ). Điểm $S(0;0;k)$ là đỉnh của hình chóp $S.EFGH$ kết hợp với khối đa diện $ABCD.EFGH$ tạo thành một khối chóp lớn $S.ABCD$. Hỏi thể tích của khối chóp $S.EFGH$ bằng bao nhiêu m^3?

Biết rằng mỗi đơn vị tương ứng với 1 mét trong thực tế (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



✍ *Hướng dẫn giải.* Gốc O là tâm của hai hình vuông $ABCD$ và $EFGH$; $OA = 19$ và tâm của $EFGH$ là $I(0;0;7)$ với $IE = 12$.

Vì $S.EFGH$ và $S.ABCD$ là hai hình chóp đều đồng dạng (mặt phẳng $(EFGH)//(ABCD)$) nên

$$\frac{SI}{SO} = \frac{IE}{OA} \Leftrightarrow \frac{k-7}{k} = \frac{12}{19} \Rightarrow k = 19.$$

Chiều cao hình chóp $S.EFGH$ là $SI = 19 - 7 = 12$.

Hình vuông $EFGH$ có hai đường chéo bằng 24 nên $S_{EFGH} = \dfrac{24^2}{2} = 288$.

$V_{S.EFGH} = \dfrac{1}{3} \cdot 288 \cdot 12 = 1152$ (m^3).

Bài 5. Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	4	6	15	12	3

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

✍ *Hướng dẫn giải.* Cỡ mẫu $n = 4 + 6 + 15 + 12 + 3 = 40$. Tần số tích lũy: $4; 10; 25; 37; 40$.

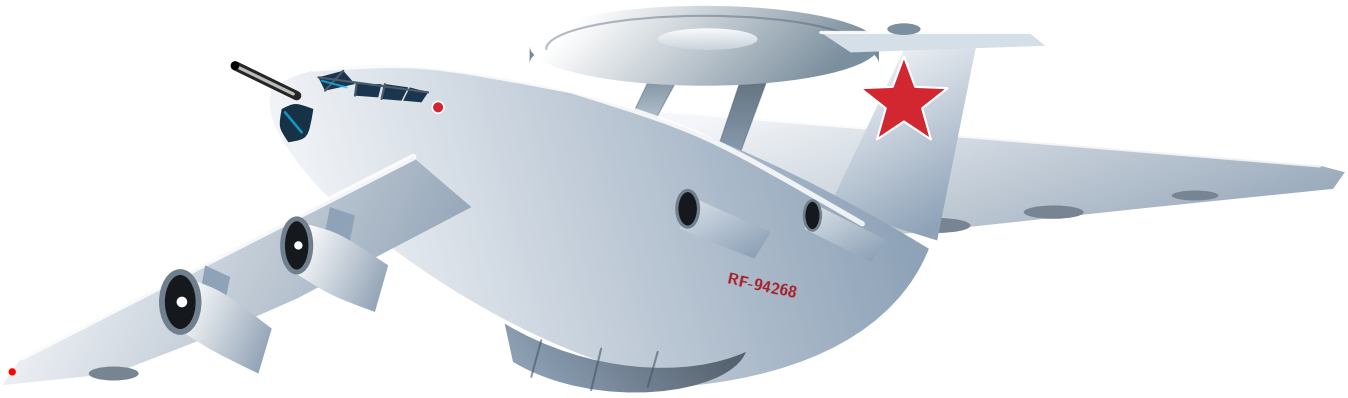
$\dfrac{n}{4} = 10$ thuộc nhóm $[30;60)$ nên $Q_1 = 30 + \dfrac{10-4}{6} \cdot 30 = 60$.

$\dfrac{3n}{4} = 30$ thuộc nhóm $[90;120)$ nên $Q_3 = 90 + \dfrac{30-25}{12} \cdot 30 = 102{,}5$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 102{,}5 - 60 = 42{,}5$.

Bài 6. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a;b;c)$. Kết quả của phép tính $\dfrac{a+b+c}{2025}$

(làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?



✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi P là vị trí máy bay sau 5 phút tiếp theo. Máy bay chuyển động đều và thẳng nên $\overrightarrow{NP} = \dfrac{5}{20}\overrightarrow{MN}$.

$\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$ nên $\overrightarrow{NP} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{MN} = (75; 25; 0{,}5)$.

Suy ra $P(875; 325; 10{,}5)$, tức $a + b + c = 875 + 325 + 10{,}5 = 1210{,}5$.

Vậy $\dfrac{a+b+c}{2025} = \dfrac{1210{,}5}{2025} \approx 0{,}598 \approx 0{,}6$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

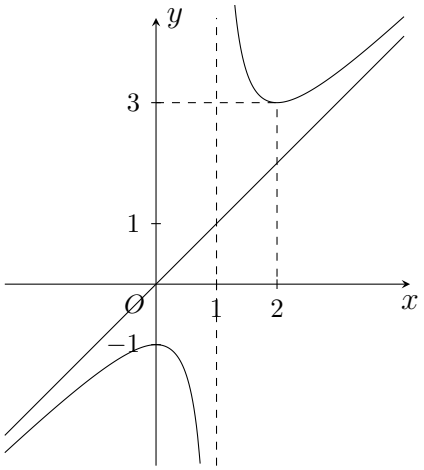
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;5)$ trên trục Oy có tọa độ là

Ⓐ $(0;2;0)$. Ⓑ $(-3;2;-5)$. Ⓒ $(3;0;5)$. Ⓓ $(3;-2;5)$.

Hướng dẫn giải. Hình chiếu của $M(x_0;y_0;z_0)$ trên trục Oy là $(0;y_0;0)$, nên là $(0;2;0)$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như hình bên?



Ⓐ $y=x-\dfrac{1}{x-1}$. Ⓑ $y=-x+\dfrac{1}{x-1}$.
Ⓒ $y=-x-\dfrac{1}{x-1}$. Ⓓ $y=x+\dfrac{1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải. Chọn D

Câu 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho bởi mẫu số liệu như sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

Ⓐ 0,616. Ⓑ 0,785. Ⓒ 0,78. Ⓓ 0,609.

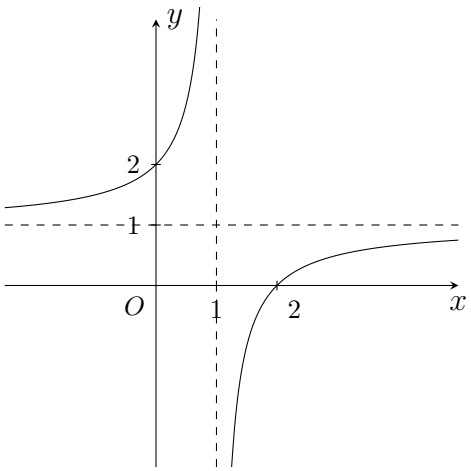
Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện: 6,75; 7,25; 7,75; 8,25; 8,75; 9,25; 9,75. Cỡ mẫu $n=82$.
Số trung bình: $\overline{x}=\dfrac{8\cdot 6{,}75+10\cdot 7{,}25+16\cdot 7{,}75+24\cdot 8{,}25+13\cdot 8{,}75+7\cdot 9{,}25+4\cdot 9{,}75}{82}=\dfrac{666}{82}\approx 8{,}122$.
$\dfrac{1}{n}\sum n_i x_i^2=\dfrac{5459{,}125}{82}\approx 66{,}575$.
Phương sai: $s^2\approx 66{,}575-8{,}122^2\approx 0{,}609$.

Câu 4. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2)$ và $B(3;-2;4)$, tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

Ⓐ $M(2;-1;3)$. Ⓑ $M(2;1;3)$. Ⓒ $M(4;-2;6)$. Ⓓ $M(2;-2;2)$.

Hướng dẫn giải. $M\left(\dfrac{1+3}{2};\dfrac{0-2}{2};\dfrac{2+4}{2}\right)=(2;-1;3)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là



Ⓐ $(2;0)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(1;0)$. Ⓓ $(0;2)$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$, đồ thị cắt trục tung tại $(0;2)$ nên $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.
Giao với trục hoành: $y=0\Leftrightarrow x=2$. Vậy giao điểm là $(2;0)$ (cũng là điểm đồ thị cắt trục Ox tại vị trí $x=2$ trên hình).

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $y=\dfrac{1}{4}$. Ⓑ $y=4$. Ⓒ $y=1$. Ⓓ $y=-1$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x+1}{x-1}=4$ nên tiệm cận ngang là $y=4$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(5;7;2)$. Tọa độ của vectơ $2\vec{a}$ là

Ⓐ $(10;14;4)$. Ⓑ $(10;7;2)$. Ⓒ $(10;14;2)$. Ⓓ $(10;7;4)$.

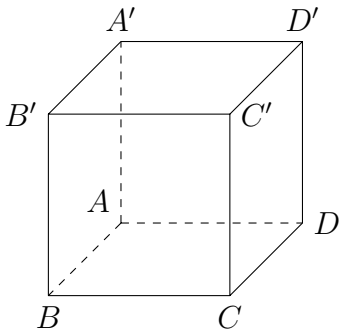
Hướng dẫn giải. $2\vec{a}=(10;14;4)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz)?

Ⓐ $N(0;4;-1)$. Ⓑ $Q(2;0;0)$. Ⓒ $P(-2;0;3)$. Ⓓ $M(3;4;0)$.

Hướng dẫn giải. Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$. Chỉ có $N(0;4;-1)$ thỏa mãn.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



(A) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.
(B) $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
(C) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
(D) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp, vectơ đường chéo xuất phát từ một đỉnh bằng tổng ba vectơ cạnh xuất phát từ đỉnh đó. Do đó $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ (đúng).
A sai vì phải là $\overrightarrow{AA'}$ (không phải $\overrightarrow{AB'}$). C sai vì $\overrightarrow{AC}$ không phải vectơ cạnh. D sai vì $\overrightarrow{DB} \neq \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ (tổng này bằng $\overrightarrow{DB'}$).

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

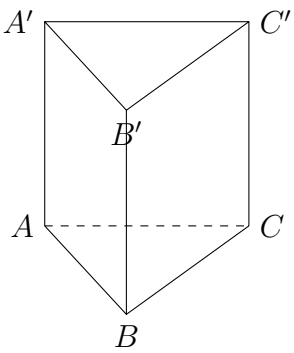
x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 2. (C) -2. (D) -3.

Hướng dẫn giải. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ với $y_{C\text{Đ}} = 2$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hai đáy là các tam giác đều. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng



Ⓐ $150°$. Ⓑ $120°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $30°$.

Hướng dẫn giải. Vì $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$ nên $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}\right) = \widehat{ACB} = 60°$.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{7x^2}{2} + 6x + 3$ trên đoạn $[0; 10]$.

Ⓐ $M = -\dfrac{41}{6}$. Ⓑ $M = \dfrac{535}{6}$. Ⓒ $M = -15$. Ⓓ $M = \dfrac{139}{3}$.

Hướng dẫn giải. $y' = x^2 - 7x + 6$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 6$ (đều thuộc $[0; 10]$).

$y(0) = 3$, $y(1) = \dfrac{35}{6}$, $y(6) = -15$, $y(10) = \dfrac{139}{3}$.

Vậy $M = \dfrac{139}{3}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Các thành viên Hợp tác xã Du lịch Nông nghiệp Việt Nam – Khe Sanh đã xây dựng mô hình du lịch trải nghiệm độc đáo mang tên "Khe Sanh Coffee Tour". Bảng dưới đây trình bày kết quả thống kê lượng cà phê (tính theo cm^3) được pha chế trong mỗi cốc do hai máy bán cà phê tự động A, B thực hiện trong một ngày

Lượng cà phê (cm^3)	$[242; 246)$	$[246; 250)$	$[250; 254)$	$[254; 258)$	$[258; 262)$
Số lần pha của máy A	6	5	28	7	4
Số lần pha của máy B	5	8	17	14	6

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy A pha (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,39.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy B pha (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là 4,55.

c) Dựa trên độ lệch chuẩn của các mẫu số liệu ghép nhóm, máy bán cà phê B pha chế lượng cà phê ổn định hơn máy bán cà phê A.

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về lượng cà phê (cm^3) của máy B pha là 20.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện: 244; 248; 252; 256; 260. Cỡ mẫu mỗi máy: $n = 50$.

a) **Sai.** Tần số tích lũy của máy A: 6; 11; 39; 46; 50.
$\dfrac{n}{4} = 12{,}5$ thuộc nhóm $[250; 254)$ nên $Q_1 = 250 + \dfrac{12{,}5 - 11}{28} \cdot 4 \approx 250{,}21$.
$\dfrac{3n}{4} = 37{,}5$ thuộc nhóm $[250; 254)$ nên $Q_3 = 250 + \dfrac{37{,}5 - 11}{28} \cdot 4 \approx 253{,}79$.
$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 3{,}57 \neq 6{,}39$.

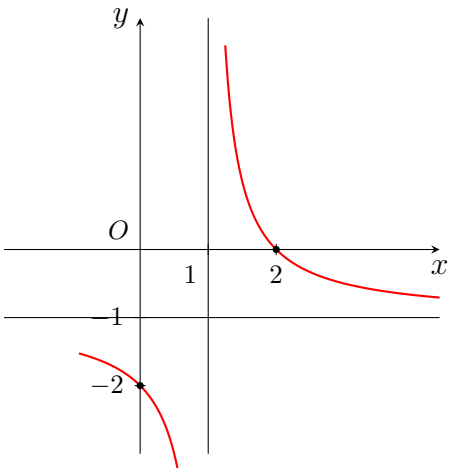
b) **Đúng.** Máy B: $\overline{x}_B = \dfrac{5 \cdot 244 + 8 \cdot 248 + 17 \cdot 252 + 14 \cdot 256 + 6 \cdot 260}{50} = \dfrac{12632}{50} = 252{,}64$.
$s_B^2 = \dfrac{5(244 - 252{,}64)^2 + 8(248 - 252{,}64)^2 + 17(252 - 252{,}64)^2 + 14(256 - 252{,}64)^2 + 6(260 - 252{,}64}{50}$
$\dfrac{1035{,}52}{50} \approx 20{,}71$.
Suy ra $s_B \approx 4{,}55$.

c) **Sai.** Máy A: $\overline{x}_A = \dfrac{12592}{50} = 251{,}84$, $s_A^2 = \dfrac{830{,}72}{50} \approx 16{,}61$, nên $s_A \approx 4{,}08$.

Vì $s_A \approx 4{,}08 < s_B \approx 4{,}55$ nên máy A pha chế ổn định hơn máy B.

d) **Đúng.** Khoảng biến thiên: $R = 262 - 242 = 20$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng: $x = 1$ và đường tiệm cận ngang: $y = -1$.

b) Đạo hàm của hàm số: $f'(x) < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) Tổng $a + b + c = -2$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0; -2)$ và điểm cực tiểu $B(2; 0)$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$, đồ thị đi qua $(0; -2)$ và $(2; 0)$.

Tiệm cận đứng $x = -\dfrac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1$. Tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c} = -a = -1 \Rightarrow a = 1$.

Đồ thị qua $(0; -2)$: $\dfrac{b}{1} = -2 \Rightarrow b = -2$. Vậy $f(x) = \dfrac{x-2}{-x+1}$ (kiểm tra: $f(2) = 0$, đúng).

a) **Đúng.** Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

b) **Đúng.** $f'(x) = \dfrac{a \cdot 1 - b \cdot c}{(cx+1)^2} = \dfrac{1-2}{(1-x)^2} = \dfrac{-1}{(1-x)^2} < 0,\ \forall x \neq 1$.

c) **Đúng.** $a + b + c = 1 - 2 - 1 = -2$.

d) **Sai.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên không có cực trị.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; 6; 2)$ và $C(-2; 2; 4)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3; 3; 1)$.

b) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-9; 0; 0)$.

c) Tam giác ABC vuông tại A.

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{11}{3}; \dfrac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải.

a) **Sai.** $\overrightarrow{AB} = (5+2; 6-3; 2-1) = (7; 3; 1) \neq (3; 3; 1)$.

b) **Đúng.** Đường thẳng AB: $\begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 + t. \end{cases}$ Giao với (Oxz): $y = 0 \Rightarrow t = -1$, suy ra

$M(-9;0;0)$.

c) **Đúng.** $\overrightarrow{AB}=(7;3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-1;3)$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0-3+3=0$ nên $AB\perp AC$.

d) **Đúng.** $G\left(\dfrac{-2+5-2}{3};\dfrac{3+6+2}{3};\dfrac{1+2+4}{3}\right)=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là mét), mặt đất được coi là trùng với mặt phẳng (Oxy). Một khinh khí cầu xuất phát từ $O(0;0;0)$ chuyển động thẳng đến điểm $A(-38;5;4)$, sau đó khinh khí cầu tiếp tục chuyển động thẳng đến điểm $B(638;-101;426)$ với tốc độ 4 m/s.

a) Khi khinh khí cầu ở vị trí A thì nó cách vị trí xuất phát 38,54 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) $\overrightarrow{AB}=(676;-106;428)$.

c) Thời gian khinh khí cầu bay từ A đến B là 3 phút 21 giây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

d) Khi di chuyển từ A đến B được một nửa đoạn đường thì khinh khí cầu cách mặt đất 215 m.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** $OA=\sqrt{(-38)^2+5^2+4^2}=\sqrt{1485}\approx 38{,}54$ m.

b) **Sai.** $\overrightarrow{AB}=(638+38;-101-5;426-4)=(676;-106;422)$.

c) **Đúng.** $AB=\sqrt{676^2+106^2+422^2}=\sqrt{646296}\approx 803{,}93$ m.
Thời gian: $t=\dfrac{803{,}93}{4}\approx 201$ giây $=3$ phút 21 giây.

d) **Đúng.** Khi đi được một nửa đoạn AB, khinh khí cầu ở trung điểm của AB có cao độ $z=\dfrac{4+426}{2}=215$, nên cách mặt đất 215 m.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số sau $y=\dfrac{-2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}}$.

Hướng dẫn giải. Vì $x^2+x+2>0$ với mọi x nên hàm số xác định trên $\mathbb{R}$, do đó đồ thị không có tiệm cận đứng.

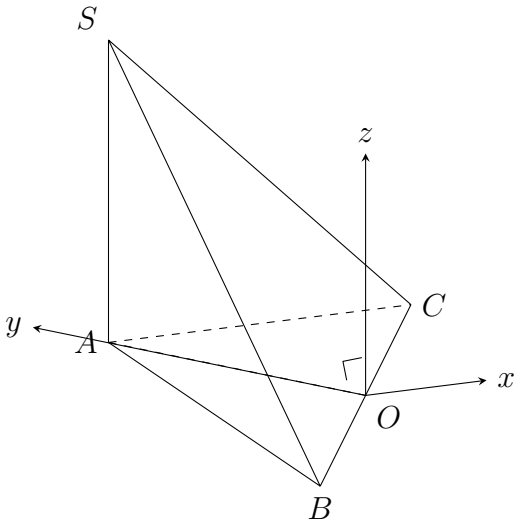
$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}=-2$, nên $y=-2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x-1}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}=2$, nên $y=2$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị có 2 đường tiệm cận.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên $SA=2$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, toạ độ điểm

$S(a;b;c)$. Tính $A=2a-b+4c$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải. Từ hình vẽ: O là trung điểm của BC, Ox trùng với đường thẳng BC (hướng về C), Oy trùng với đường thẳng OA (hướng về A), $Oz//SA$.

Tam giác ABC đều cạnh 1 nên $OA=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $A\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Vì $SA\perp(ABC)$, $SA=2$ và $SA//Oz$ nên $S\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};2\right)$.

Vậy $A=2\cdot 0-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+4\cdot 2=8-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx 7{,}13$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(3;3;4)$, $C(0;5;4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P=MA^2+MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.

Hướng dẫn giải. Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, suy ra $G\left(1;\dfrac{13}{4};3\right)$.

Khi đó $P=4MG^2+GA^2+GB^2+2GC^2$.

$GA^2=\dfrac{313}{16}$, $GB^2=\dfrac{81}{16}$, $GC^2=\dfrac{81}{16}$, nên $GA^2+GB^2+2GC^2=\dfrac{556}{16}=\dfrac{139}{4}$.

P nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, tức M là hình chiếu của G lên (Oxy), khi đó $MG=d(G,(Oxy))=3$.

$P_{\min}=4\cdot 9+\dfrac{139}{4}=\dfrac{283}{4}=70{,}75$.

Bài 4. Trường Nguyễn An Ninh có bạn Phụng rất thích nhảy hiện đại. Bạn Phụng đã thống kê lại thời gian tập nhảy mỗi ngày trong 30 ngày gần đây ở bảng sau

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	7	x	5	y	4

Biết thời gian tập nhảy trung bình của bạn Phụng là $\dfrac{187}{6}$ phút. Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn Phụng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.)

Hướng dẫn giải. Tổng số ngày là 30 nên $7+x+5+y+4=30\Rightarrow x+y=14$.

Giá trị đại diện: 22,5; 27,5; 32,5; 37,5; 42,5.

Số trung bình: $\dfrac{7\cdot 22{,}5+27{,}5x+5\cdot 32{,}5+37{,}5y+4\cdot 42{,}5}{30}=\dfrac{187}{6}$, suy ra $27{,}5x+37{,}5y=445$.

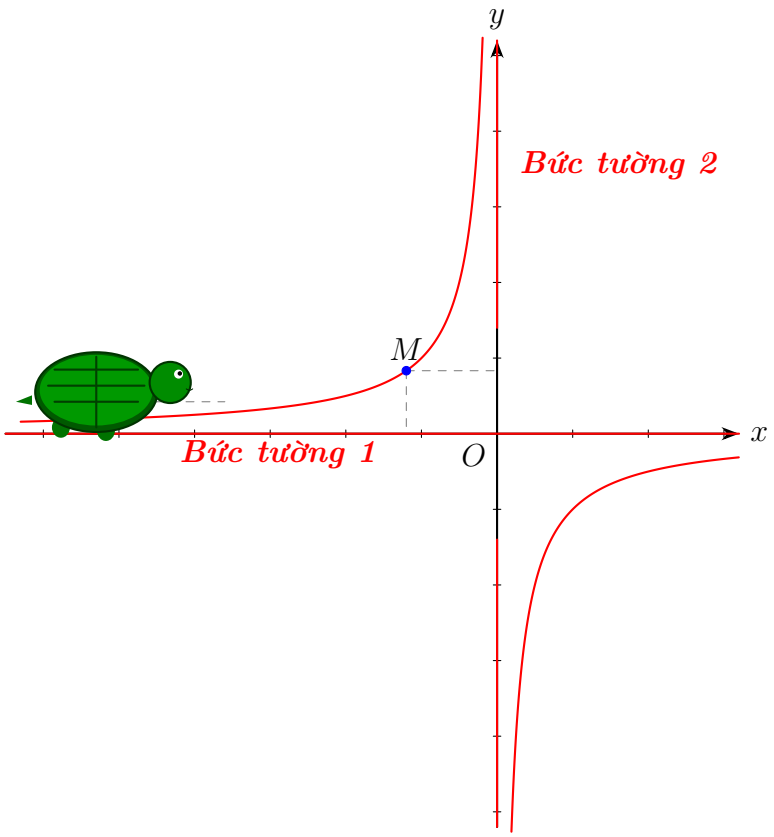
Giải hệ $\begin{cases} x+y=14 \\ 27{,}5x+37{,}5y=445 \end{cases}$ ta được $x=8$, $y=6$.

$\dfrac{1}{30}\sum n_i x_i^2=\dfrac{7\cdot 22{,}5^2+8\cdot 27{,}5^2+5\cdot 32{,}5^2+6\cdot 37{,}5^2+4\cdot 42{,}5^2}{30}=\dfrac{30537{,}5}{30}$.

Phương sai: $s^2=\dfrac{30537{,}5}{30}-\left(\dfrac{187}{6}\right)^2\approx 46{,}56$.

Độ lệch chuẩn: $s\approx 6{,}82$.

Bài 5. Trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét), mô hình hoá đường đi của con rùa là nhánh bên trái của đồ thị hàm số $(C)\colon y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, hai bức tường là 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) (như hình vẽ). Khi con rùa bò đến điểm M có tọa độ $M(x_0;y_0)$ thì tổng khoảng cách từ điểm M đến hai bức tường là nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=2025x_0+2026y_0$.



Hướng dẫn giải. Điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$, với $x_0<-1$ thì $y_0=\dfrac{2x_0+1}{x_0+1}=2-\dfrac{1}{x_0+1}$.

Đồ thị hàm số có:

- Tiệm cận ngang (Bức tường 1) có phương trình: $y=2$.
- Tiệm cận đứng (Bức tường 2) có phương trình: $x=-1$.

Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Khoảng cách từ M đến hai bức tường là:

- $MA=|x_0-(-1)|=|x_0+1|$.
- $MB=|y_0-2|=\left|\left(2-\dfrac{1}{x_0+1}\right)-2\right|=\left|-\dfrac{1}{x_0+1}\right|=\dfrac{1}{|x_0+1|}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy (AM-GM) cho hai số dương MA và MB, ta có:

$$MA + MB \geq 2\sqrt{MA \cdot MB} = 2\sqrt{|x_0+1| \cdot \frac{1}{|x_0+1|}} = 2.$$

Tổng khoảng cách nhỏ nhất bằng 2 khi $MA = MB$:

$$|x_0+1| = \frac{1}{|x_0+1|} \Leftrightarrow |x_0+1|^2 = 1 \Leftrightarrow |x_0+1| = 1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_0+1=1 \\ x_0+1=-1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_0=0 \\ x_0=-2 \end{bmatrix}.$$

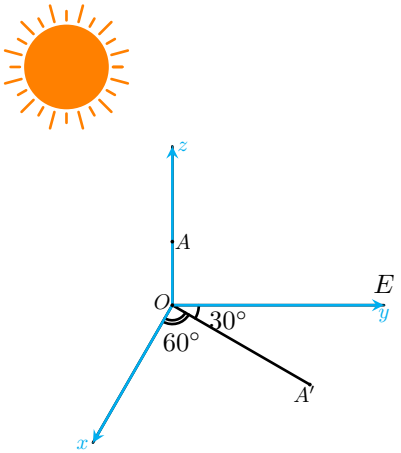
Vì rùa di chuyển ở nhánh bên trái nên $x_0 < -1$, ta chọn $x_0 = -2$.

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \dfrac{2(-2)+1}{-2+1} = 3$. Vậy điểm $M(-2;3)$.

Giá trị biểu thức T là:

$$T = 2025x_0 + 2026y_0 = 2025(-2) + 2026(3) = -4050 + 6078 = 2028.$$

Bài 6. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cột cờ thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam một góc 60° và tạo với hướng đông một góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a;b;-1)$. Tính giá trị $a+2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải. Theo đề bài, đỉnh cột cờ là điểm $A(0;0;6)$.

Gọi A' là điểm trên mặt đất biểu thị cho bóng của đỉnh cột.

Vì A' nằm trên mặt phẳng (Oxy) nên có tọa độ $A'(x;y;0)$.

Bóng của đỉnh cột cách chân cột 3 m, tức là $OA' = 3$.

Hướng của bóng là S60°E, nghĩa là véc-tơ $\overrightarrow{OA'}$ tạo với tia Ox (hướng Nam) một góc 60°.

Ta có tọa độ của A' là

$$\begin{cases} x_{A'} = OA' \cdot \cos 60° = 3 \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_{A'} = OA' \cdot \sin 60° = 3 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

Vậy $A'\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{3\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua hai điểm $A(0;0;6)$ và $A'\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{3\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, nên có một

véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AA'} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; -6\right)$.

Ta có thể chọn véc-tơ chỉ phương khác đơn giản hơn là $\vec{u} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} = (1; \sqrt{3}; -4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng chứa tia nắng là $\begin{cases} x = t \\ y = t\sqrt{3} \\ z = 6 - 4t. \end{cases}$

Điểm $B(a; b; -1)$ thuộc đường thẳng này, do đó

$$-1 = 6 - 4t \Leftrightarrow 4t = 7 \Leftrightarrow t = \frac{7}{4}.$$

Suy ra $a = t = \frac{7}{4}$ và $b = t\sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$.

Do đó

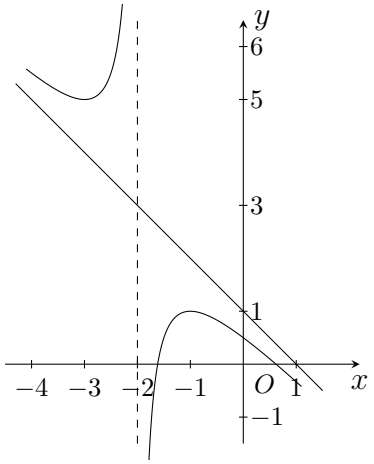
$$a + 2b = \frac{7}{4} + 2\left(\frac{7\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{7}{4} + \frac{14\sqrt{3}}{4} = \frac{7 + 14\sqrt{3}}{4} \approx 7{,}81.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đối xứng qua đường thẳng $x=-2$.
Ⓑ Đồ thị hàm số không có trục đối xứng.
Ⓒ Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(-2;3)$.
Ⓓ Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(3;-2)$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$ và tiệm cận xiên $y=-x+1$.
Giao điểm của hai tiệm cận là $(-2;3)$ và đó là tâm đối xứng của đồ thị.
Đồ thị không đối xứng qua đường thẳng $x=-2$ (đường này là tiệm cận đứng).
Đồ thị có trục đối xứng nhưng không phải $x=-2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(0;+\infty)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, $f'(x)<0$ trên $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 3. Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$.

Hướng dẫn giải. M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$.

Các đáp án còn lại sai: $\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AN} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BM}$.

Câu 4. Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AC}$ là

Ⓐ $\overrightarrow{A'C}$. Ⓑ $\overrightarrow{A'C'}$. Ⓒ $\overrightarrow{A'B'}$. Ⓓ $\overrightarrow{A'B}$.

Hướng dẫn giải. $ACC'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{x} = (1;2;3)$ và $\vec{y} = (-3;-2;-1)$. Vectơ $2\vec{x} - \vec{y}$ có tọa độ là

Ⓐ $(1;2;5)$. Ⓑ $(5;6;7)$.
Ⓒ $(-1;-2;-5)$. Ⓓ $(-5;-6;-7)$.

Hướng dẫn giải. $2\vec{x} - \vec{y} = (2+3; 4+2; 6+1) = (5;6;7)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = -3$. Ⓓ $x = 3$.

Hướng dẫn giải. $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = -2$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 7. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 4,80. Ⓑ 8,72. Ⓒ 10. Ⓓ 2,19.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên: $R = 14 - 4 = 10$.

Câu 8. Một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết

quả như sau:

Kết quả đo (μm)	$[4{,}5;5)$	$[5;5{,}5)$	$[5{,}5;6)$	$[6;6{,}5)$
Số học sinh	3	8	7	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ 0,19. Ⓑ 5,45. Ⓒ 0,44. Ⓓ 0,43.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện: 4,75; 5,25; 5,75; 6,25, cỡ mẫu $n = 20$.

$\overline{x} = \dfrac{3 \cdot 4{,}75 + 8 \cdot 5{,}25 + 7 \cdot 5{,}75 + 2 \cdot 6{,}25}{20} = \dfrac{109}{20} = 5{,}45.$

$\dfrac{1}{n}\sum n_i x_i^2 = \dfrac{3 \cdot 4{,}75^2 + 8 \cdot 5{,}25^2 + 7 \cdot 5{,}75^2 + 2 \cdot 6{,}25^2}{20} = \dfrac{597{,}75}{20} = 29{,}8875.$

$s^2 = 29{,}8875 - 5{,}45^2 = 0{,}185 \approx 0{,}19.$

Câu 9. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$. Ⓑ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. Ⓓ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 10. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = 1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $y = 3$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x-1}{x-3} = +\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = 3$.

Câu 11. Cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ có $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ và góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ bằng $60°$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

Ⓐ -6. Ⓑ -12. Ⓒ 12. Ⓓ 6.

Hướng dẫn giải. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos 60° = 3 \cdot 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 6.$

Câu 12. Số tiền ghi trên hóa đơn của 150 khách hàng lấy ngẫu nhiên trong một ngày của một siêu thị cho ở bảng dưới đây

Số tiền (nghìn đồng)	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Tần số	6	9	39	66	30

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là

Ⓐ 65,5. Ⓑ 65,4. Ⓒ 250. Ⓓ 50,3.

Hướng dẫn giải. Tần số tích lũy: 6; 15; 54; 120; 150.

$\dfrac{n}{4} = 37{,}5$ thuộc nhóm $[150;200)$ nên $Q_1 = 150 + \dfrac{37{,}5 - 15}{39} \cdot 50 \approx 178{,}85.$

$\dfrac{3n}{4} = 112{,}5$ thuộc nhóm $[200;250)$ nên $Q_3 = 200 + \dfrac{112{,}5 - 54}{66} \cdot 50 \approx 244{,}32.$

$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 65{,}47 \approx 65{,}5.$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí*

sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trên.

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

b) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5; -3]$

d) Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng**. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) **Đúng**. Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) **Đúng**. $\max\limits_{[-5;-3]} y = -6$.

d) **Sai**. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận, đó là đường tiệm cận đứng.

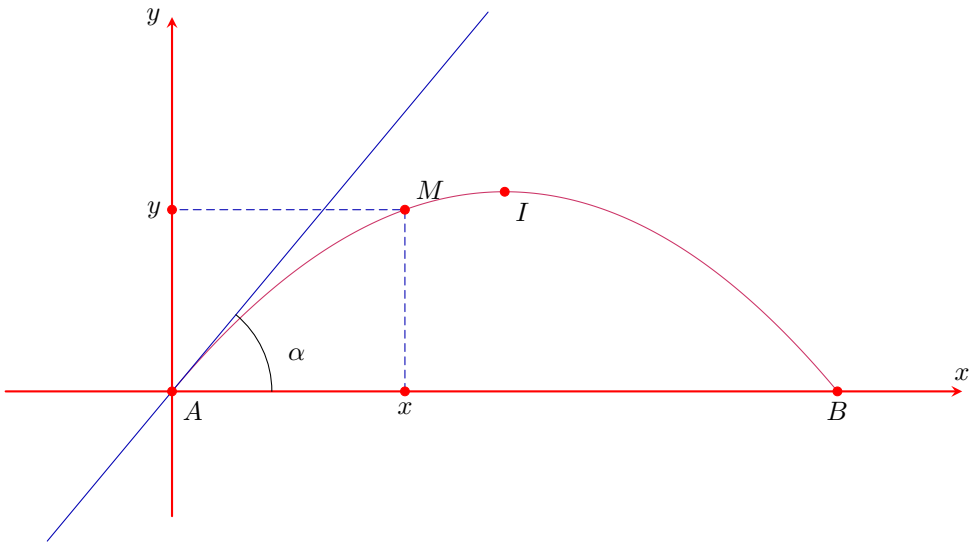
Bài 2. Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị của hàm số $y = f(x) = \dfrac{135x - x^2 - x^3}{200}$ $(x \geq 0)$, trong đó x là khoảng cách theo phương ngang kể từ điểm A, y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB. Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là 10 m). *Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị.*

a) Độ dài đoạn AB bằng 111 m.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \dfrac{\sqrt{406} - 1}{3}$.

c) Độ cao lớn nhất của tàu lượn so với phương ngang AB là 64 m.

d) Khi tàu lượn đi qua điểm A, tiếp tuyến của quỹ đạo tại A hợp với phương ngang AB một góc $\alpha \approx 34°$.



✍ *Hướng dẫn giải.* a) Điểm B là giao điểm của đồ thị hàm số với phần dương của trục hoành.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{135x-x^2-x^3}{200}=0 \Rightarrow x\left(135-x-x^2\right)=0$.

Vì $x_B>0$ nên $x^2+x-135=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1+\sqrt{541}}{2} \approx 11{,}13$.

Thực tế nên độ dài đoạn AB là $11{,}13 \cdot 10=111{,}3$ m ≈ 111 m.

b) Ta có $y'=f'(x)=\dfrac{135-2x-3x^2}{200}$.

$$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-2x+135=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1+\sqrt{406}}{3} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{406}}{3} \end{array}\right. \left(\text{loại vì } x \geq 0\right).$$

Vậy hàm số đạt cực trị tại $x_0=\dfrac{\sqrt{406}-1}{3}$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x_0=\dfrac{\sqrt{406}-1}{3} \approx 6{,}38$.

Giá trị cực đại của hàm số là $y_{\max}=f\left(x_0\right)=\dfrac{135x_0-x_0^2-x_0^3}{200} \approx 2{,}8$.

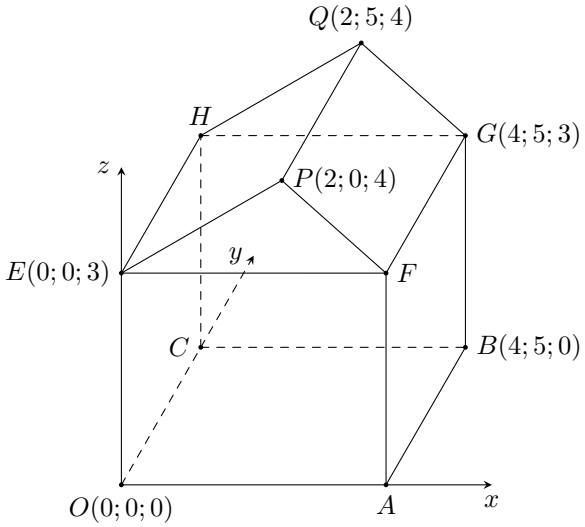
Độ cao lớn nhất của tàu lượn trong thực tế là $2{,}8 \cdot 10=28$ m.

d) Hệ số góc của tiếp tuyến tại A $(x=0)$ là $k=f'(0)=\dfrac{135}{200}=0{,}675$.

Vì cả hai trục cùng có đơn vị 10 m nên tỷ lệ là $\dfrac{1}{1}$. Khi đó $\tan\alpha=k=0{,}675 \Rightarrow \alpha \approx 34{,}02^\circ \approx 34^\circ$.

Bài 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức

tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng 26,6° (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Hướng dẫn giải.

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$.
Do điểm A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm $A(4;0;0)$; điểm C nằm trên trục Oy nên tọa độ điểm $C(0;5;0)$.
Tường nhà là hình chữ nhật nên $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm $H(0;5;3)$.
Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4, z_F = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4;0;3)$.

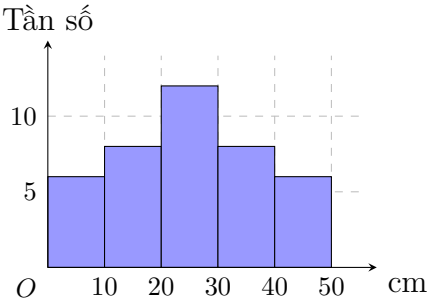
b) Ta có toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$.

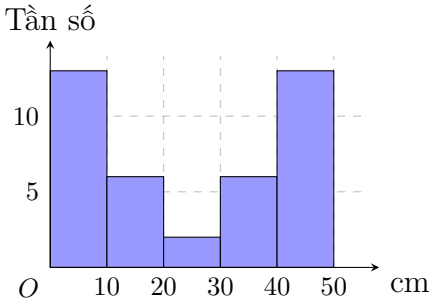
d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.
Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.
Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.
Suy ra $\cos\widehat{PFE} = \cos\left(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}\right) = \dfrac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{\left|\overrightarrow{FP}\right| \cdot \left|\overrightarrow{FE}\right|} = \dfrac{(-2)\cdot(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26{,}6°$.
Vậy góc dốc mái nhà khoảng 26,6°.

Bài 4. Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều

thấp hơn 50 cm.



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.

b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.

c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12,65 (cm).

d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A.

✍ *Hướng dẫn giải.* Cả hai mẫu đều chia thành các nhóm $[0;10), [10;20), [20;30), [30;40), [40;50)$ với giá trị đại diện $5; 15; 25; 35; 45$.

Phương pháp A có tần số $6; 8; 12; 8; 6$ $(n = 40)$. Phương pháp B có tần số $13; 6; 2; 6; 13$ $(n = 40)$.

a) **Đúng.** Cả hai mẫu có khoảng biến thiên $R = 50 - 0 = 50$.

b) **Đúng.** $\overline{x}_A = \dfrac{6 \cdot 5 + 8 \cdot 15 + 12 \cdot 25 + 8 \cdot 35 + 6 \cdot 45}{40} = \dfrac{1000}{40} = 25.$

$\overline{x}_B = \dfrac{13 \cdot 5 + 6 \cdot 15 + 2 \cdot 25 + 6 \cdot 35 + 13 \cdot 45}{40} = \dfrac{1000}{40} = 25.$

c) **Đúng.** $s_A^2 = \dfrac{6 \cdot 20^2 + 8 \cdot 10^2 + 12 \cdot 0^2 + 8 \cdot 10^2 + 6 \cdot 20^2}{40} = \dfrac{6400}{40} = 160$, nên $s_A = \sqrt{160} \approx 12{,}65$.

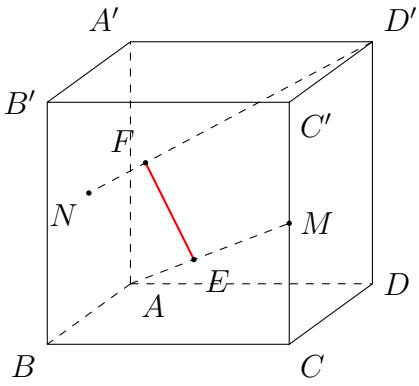
d) **Sai.** $s_B^2 = \dfrac{13 \cdot 20^2 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 10^2 + 13 \cdot 20^2}{40} = \dfrac{11600}{40} = 290$, nên $s_B \approx 17{,}03 > s_A$.

Vậy phương án B bị chênh lệch nhiều hơn phương án A.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Bạn Minh đang được học trong phòng hình lập phương có cạnh bằng 4 mét và phát hiện ra hai con nhện đang chăng chỉ trong góc căn phòng để săn muỗi, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của Minh thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC', con nhện thứ hai được coi

như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm N của mặt bên $ABB'A'$.



Minh tự hỏi khi đoạn thẳng nối hai con nhện EF vuông góc với chân tường phòng AB thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con nhện là độ dài nhỏ nhất của EF bằng bao nhiêu? Em hãy giúp bạn Minh xác định giá trị nhỏ nhất $\mathscr{M}$ của đoạn thẳng EF này theo đơn vị mét. Tìm $2\mathscr{M}$? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng $2\mathscr{M}$ đến hàng phần chục theo đơn vị tính độ dài EF là mét).

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục $Axyz$ với $B \in Ax$, $D \in Ay$, $A' \in Az$. Khi đó $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;4;0)$, $C(4;4;0)$, $D'(0;4;4)$, $C'(4;4;4)$.
M là trung điểm CC' nên $M(4;4;2)$; N là tâm hình vuông $ABB'A'$ nên $N(2;0;2)$.
$E \in AM$: $\overrightarrow{AE} = s\overrightarrow{AM}$, suy ra $E(4s;4s;2s)$ với $0 \le s \le 1$.
$F \in D'N$: $\overrightarrow{D'F} = t\overrightarrow{D'N}$ với $\overrightarrow{D'N} = (2;-4;-2)$, suy ra $F(2t;4-4t;4-2t)$ với $0 \le t \le 1$.
$EF \perp AB$ và $\overrightarrow{AB} = (4;0;0)$ nên hoành độ của E, F bằng nhau: $4s = 2t \Rightarrow t = 2s$, với $0 \le s \le \dfrac{1}{2}$.
Khi đó $\overrightarrow{EF} = (0;\ 4-12s;\ 4-6s)$ và

$$EF^2 = (4-12s)^2 + (4-6s)^2 = 180s^2 - 144s + 32.$$

Hàm này đạt nhỏ nhất tại $s = \dfrac{144}{360} = \dfrac{2}{5} \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$, khi đó $EF^2 = \dfrac{16}{5}$.
Suy ra $\mathscr{M} = \dfrac{4}{\sqrt{5}}$ và $2\mathscr{M} = \dfrac{8}{\sqrt{5}} \approx 3{,}58 \approx 3{,}6$.

Bài 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD; tọa độ ba đỉnh $A(1;2;0)$, $B(2;0;-2)$, $C(6;1;-1)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$. Tính $P = 3a + b - c$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB} = (1;-2;-2)$ nên $AB = 3$.
Vì $AB // CD$ và $ABCD$ là hình thang nên $\overrightarrow{DC} = \lambda\overrightarrow{AB}$ với $\lambda > 0$, suy ra $D = C - \lambda\overrightarrow{AB} = (6-\lambda;\ 1+2\lambda;\ -1+2\lambda)$ và $CD = 3\lambda$.
$\overrightarrow{AC} = (5;-1;-1)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (0;-9;9)$ nên chiều cao hình thang là

$$h = d(C,AB) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|}{AB} = \frac{9\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2}.$$

Diện tích: $S = \dfrac{1}{2}(AB+CD)\cdot h = \dfrac{1}{2}(3+3\lambda)\cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow 1+\lambda = \dfrac{4}{3} \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{3}$.
Suy ra $D\left(\dfrac{17}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.
$P = 3\cdot\dfrac{17}{3} + \dfrac{5}{3} + \dfrac{1}{3} = 17 + 2 = 19$.

Bài 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a+b$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 82$. Tần số tích lũy: 8; 18; 34; 58; 71; 78; 82.

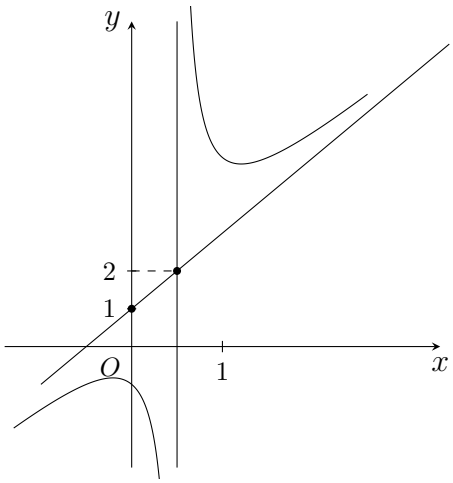
$\frac{n}{4} = 20{,}5$ thuộc nhóm $[7{,}5; 8)$ nên $Q_1 = 7{,}5 + \frac{20{,}5 - 18}{16} \cdot 0{,}5 = 7{,}5 + \frac{5}{64}$.

$\frac{3n}{4} = 61{,}5$ thuộc nhóm $[8{,}5; 9)$ nên $Q_3 = 8{,}5 + \frac{61{,}5 - 58}{13} \cdot 0{,}5 = 8{,}5 + \frac{7}{52}$.

$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 1 + \frac{7}{52} - \frac{5}{64} = 1 + \frac{112 - 65}{832} = \frac{879}{832}$.

Vì $\gcd(879; 832) = 1$ nên $a = 879$, $b = 832$ và $a + b = 1711$.

Bài 4. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = ax + b + \frac{1}{x+c}$.



Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$ và tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ nên có phương trình $y = 2x + 1$.

Hàm số $y = ax + b + \frac{1}{x+c}$ có tiệm cận đứng $x = -c$ và tiệm cận xiên $y = ax + b$. Do đó

$$-c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -\frac{1}{2}, \qquad a = 2, \qquad b = 1.$$

Kiểm tra: hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x - \frac{1}{2}}$ có cực tiểu tại $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 1{,}2$ với $y \approx 4{,}8$, cực đại tại $x \approx -0{,}2$ với $y \approx -0{,}8$, phù hợp với hình.

Vậy $a + b + c = 2 + 1 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

Bài 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \le x \le 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được

biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Hướng dẫn giải. Tổng chi phí vận hành máy móc khi sản xuất x sản phẩm là $xG(x) = \dfrac{200000x^2}{3x+2}$.
Chi phí nguyên vật liệu sau giảm giá:

- Với $1 \le x \le 200$: $0{,}99H(x)$.
- Với $200 < x \le 400$: $0{,}99H(200) + 0{,}98\left[H(x) - H(200)\right] = 0{,}98H(x) + 0{,}01H(200)$.

Lợi nhuận $P(x) = F(x) - xG(x) -$ (chi phí nguyên vật liệu).
Trường hợp $1 \le x \le 200$**:**

$$P(x) = -0{,}98x^3 - 1999x^2 + 902000x + 299500 - \frac{200000x^2}{3x+2}.$$

$$P'(x) = -2{,}94x^2 - 3998x + 902000 - \frac{200000(3x^2+4x)}{(3x+2)^2}.$$

Vì $\dfrac{3x^2+4x}{(3x+2)^2} = \dfrac{1}{3}\left[1 - \dfrac{4}{(3x+2)^2}\right]$ nên

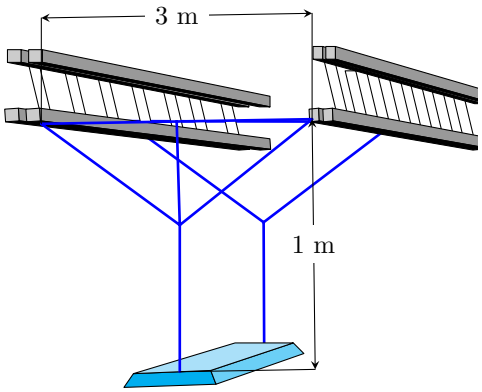
$$P'(x) = -2{,}94x^2 - 3998x + 902000 - \frac{200000}{3} + \frac{800000}{3(3x+2)^2}.$$

$P'(x)$ giảm trên $[1;200]$, $P'(1) > 0$ và $P'(200) < 0$ nên $P'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $x_0 \approx 184{,}04$. P tăng trên $[1;x_0)$, giảm trên $(x_0;200]$. Vì x_0 gần 184 hơn 185 nên trong các số nguyên P lớn nhất tại $x = 184$.
Trường hợp $200 < x \le 400$**:**

$$P'(x) = -2{,}88x^2 - 3998x + 903000 - \frac{200000(3x^2+4x)}{(3x+2)^2} < -2{,}88 \cdot 200^2 - 3998 \cdot 200 + 903000 < 0,$$

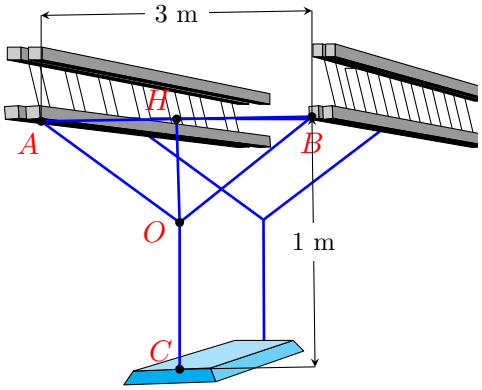
nên P nghịch biến trên $(200;400]$ và $P(x) < P(200) < P(184)$.
Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 184 sản phẩm.

Bài 6. Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m. Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a + b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a + b + c$.



Hướng dẫn giải.

Bài 6. Đặt $OH = x$ $(0 \le x \le 1)$.



Khi đó $OA = OB = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\dfrac{9}{4} + x^2}$ và $OC = 1 - x$.

Tổng độ dài của dây xích là

$$L(x) = 2(OA + OB + OC) = 2\left(2\sqrt{\frac{9}{4} + x^2} + 1 - x\right).$$

Ta có $L'(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{\dfrac{9}{4} + x^2}} - 2.$

Suy ra $L'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4x}{\sqrt{\dfrac{9}{4} + x^2}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{9}{4} + x^2} = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1
$L'(x)$		$-$	0	$+$	
$L(x)$	8	$\searrow$	$2+3\sqrt{3}$	$\nearrow$	$2\sqrt{13}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là

$$L\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + 3\sqrt{3}.$$

Suy ra $a = 2$, $b = 3$ và $c = 3$ do đó $a + b + c = 2 + 3 + 3 = 8$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng sau:

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Ⓐ 3,93. Ⓑ 3,92. Ⓒ 2,93. Ⓓ 2,92.

Hướng dẫn giải. Tổng số học viên $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = x_{37}$. Ta có x_{37} thuộc nhóm $[2;4)$ nên

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{146}{4} - 10}{30} \cdot 2 = \frac{113}{30}.$$

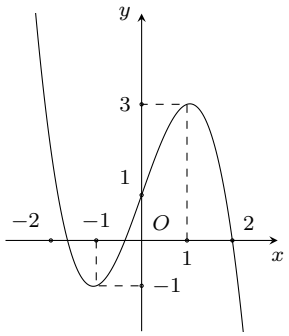
Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = x_{110}$. Ta có x_{110} thuộc nhóm $[6;8)$ nên

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{146 \cdot 3}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot 2 = \frac{281}{42}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{307}{105} \approx 2{,}92$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ -1. Ⓓ 1.



Hướng dẫn giải. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 3. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 3 thì có độ lệch chuẩn bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 3. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ 9.

Hướng dẫn giải. Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;+\infty)$. Ⓓ $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;\mathrm{e}^2]$ bằng

Ⓐ e^{-1}. Ⓑ 1. Ⓒ $2\mathrm{e}^{-2}$. Ⓓ e.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = \mathrm{e}$.

Khi đó $f(1) = 0$, $f(\mathrm{e}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$, $f(\mathrm{e}^2) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^2} = 2\mathrm{e}^{-2}$.

Do đó $\max\limits_{[1;\mathrm{e}^2]} f(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 144 (m/s). Ⓑ 243 (m/s). Ⓒ 27 (m/s). Ⓓ 36 (m/s).

Hướng dẫn giải. Phương trình vận tốc chuyển động của vật: $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$.

Ta cần tìm vận tốc của vật lớn nhất tại thời điểm $t \in [0;9]$ giây.

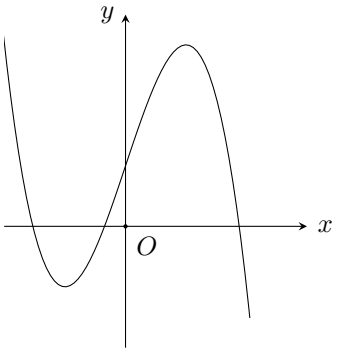
Ta có $v'(t) = -2t + 12$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Lập bảng biến thiên của $v(t)$ trên $[0;9]$

t	0		6		9
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	0	$\nearrow$	36	$\searrow$	27

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy vận tốc của vật lớn nhất bằng 36 m/s tại thời điểm $t = 6$ giây.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+3x-5}{x-1}$.
Ⓑ $y=x^3-3x+1$.
Ⓒ $y=-x^3+3x+1$.
Ⓓ $y=\dfrac{2x+1}{x+4}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a<0$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=-x^3+3x+1$ thỏa mãn.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1.
Ⓑ 0.
Ⓒ 2.
Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

Ⓐ 0.
Ⓑ 3.
Ⓒ 1.
Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Điều kiện xác định $x\geq -9$ và $x\neq 0, x\neq -1$.

Xét mẫu số $x^2+x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-1\end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x(x+1)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}=\dfrac{1}{6}$.

Vì giới hạn trên là hữu hạn nên $x=0$ không là tiệm cận đứng.

Tương tự, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy $x=-1$ là tiệm cận đứng duy nhất.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

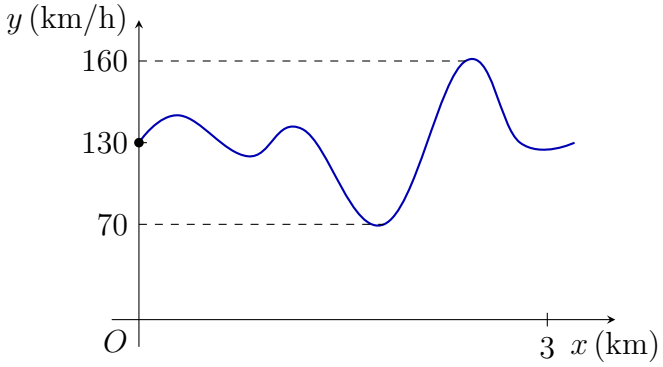
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 3.

Câu 11. Đồ thị bên dưới là tốc độ của chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

Ⓐ 3 (km/h). Ⓑ 160 (km/h). Ⓒ 130 (km/h). Ⓓ 70 (km/h).

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta quan sát trục tung (y) để tìm giá trị thấp nhất của đường biểu diễn tốc độ.
Điểm thấp nhất của đồ thị tương ứng với giá trị $y = 70$ (km/h).

Câu 12. Giả sử chi phí $C(x)$ (tính bằng nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị của một loại hàng hoá nào đó được cho bởi hàm số $C(x) = 8x^2 + 40x + 1\,400$. Chi phí để sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 60 xấp xỉ với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 1240 (nghìn đồng). Ⓑ 984 (nghìn đồng).
Ⓒ 1640 (nghìn đồng). Ⓓ 664 (nghìn đồng).

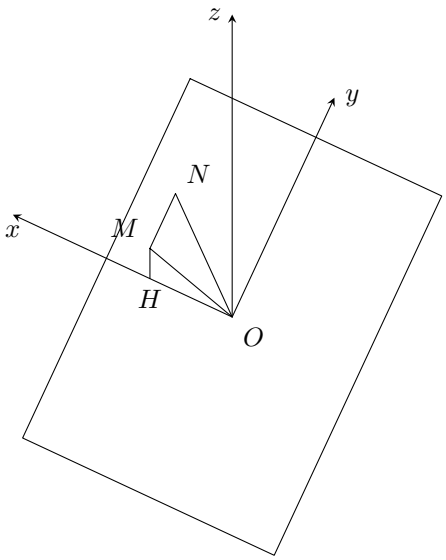
Hướng dẫn giải. Ta có $C(x) = 8x^2 + 40x + 1\,400$.
Chi phí để sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 60 là

$$\begin{aligned} C(60) - C(59) &= 8 \cdot 60^2 + 40 \cdot 60 + 1\,400 - (8 \cdot 59^2 + 40 \cdot 59 + 1400) \\ &= 32\,600 - 31\,608 \\ &= 992. \end{aligned}$$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một sân vận động với sân bóng phẳng hình chữ nhật có chấm trắng trung tâm là nơi giao bóng, một đường kẻ vạch chia đôi sân và các khán đài. Khán đài A gồm những dãy ghế nằm vuông góc với vạch chia đôi sân có độ cao tăng dần (các ghế cùng hàng thì cùng độ cao so với mặt sân). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với điểm giao bóng, mặt phẳng Oxy trùng với mặt sân, trục Ox trùng với vạch chia đôi sân, tia Oz vuông góc với mặt sân (đơn vị đo lấy theo mét). Một khán giả ngồi tại vị trí M của khán đài A, có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng chứa sân là một điểm thuộc Ox. Góc hợp bởi OM và mặt sân là α với $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, nếu người này di chuyển 10 (m) trên hàng ngang đến ngồi tại một vị trí N thì góc hợp bởi ON và mặt sân là β

với $\sin\beta = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$. Gọi $h(m)$ là độ cao tại M so với mặt sân.



a) Điểm M có cao độ bằng 0.

b) Điểm N có cùng tung độ với điểm M.

c) $OM = 3h$.

d) $h = 10$ m.

Hướng dẫn giải.

a) **Sai**.
Ta có $z_M = MH$, vì khán giả ngồi tại vị trí M có độ cao cao hơn so với mặt sân nên cao độ của điểm M phải lớn hơn 0.

b) **Sai**.
Khi người đó dịch chuyển tới vị trí điểm N thì $y_N = y_M + 10$, nên điểm N không có cùng tung độ với điểm M.

c) **Đúng**.
Xét tam giác OHM vuông tại H có

$$MH = OM \cdot \sin\alpha \Leftrightarrow OM = \frac{MH}{\sin\alpha} = 3h.$$

d) **Đúng**.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của N trên (Oxy), khi đó $NK = h$ (cùng hàng ghế với M).
Vì $MN // Oy$ nên $MN \perp (Oxz)$, suy ra tam giác OMN vuông tại M và $ON = \sqrt{OM^2 + MN^2} = \sqrt{9h^2 + 100}$.
Xét tam giác OKN vuông tại K có

$$\sin\beta = \frac{NK}{ON} = \frac{h}{\sqrt{9h^2+100}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow h^2 = 100 \Leftrightarrow h = 10.$$

Bài 2. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô, biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức

$$V(t) = 300\left(t^2 - t^3\right) + 4 \quad \text{với } 0 \le t \le 0{,}5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t, với $0 \le t \le 0{,}5$.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình là 1 lít.

b) $V'(t) = 300\,(2t - 3t^2) + 4$, với $0 \le t \le 0{,}5$.

c) Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 30 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

d) Lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là 41,5 lít.

Hướng dẫn giải.

a) **Sai**.
Lượng xăng ban đầu trong bình là $V(0) = 4$ lít.

b) **Sai**.
Ta có $V'(t) = 300\,(2t - 3t^2)$, với $0 \le t \le 0{,}5$.

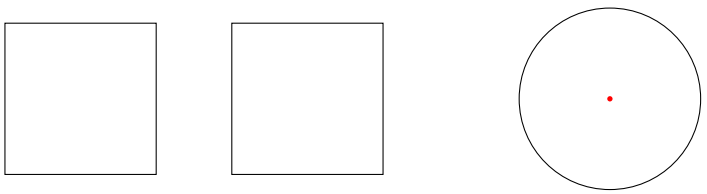
c) **Sai**.
Ta có $V''(t) = 300(2 - 6t)$, $V''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$.
Bảng biến thiên của $V'(t)$ như hình vẽ

t	0		$\frac{1}{3}$		$0{,}5$
$V''(t)$		$+$	0	$-$	
$V'(t)$	0	↗	100	↘	75

Vậy tại thời điểm $t = \dfrac{1}{3}$ (phút)$=$ 20 (giây) thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất, không phải giây thứ 30.

d) **Đúng**.
Ta có $V'(t) = 300t(2 - 3t) > 0$, $\forall t \in (0; 0{,}5]$ nên $V(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 0{,}5]$.
Suy ra lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là $V(0{,}5) = 41{,}5$ lít.

Bài 3. Bạn An muốn tận dụng hết một sợi dây thừng dài 12 dm để làm thiệp tặng bạn trong dịp Noel. An dự định cắt sợi dây thành hai đoạn, đoạn thứ I uốn thành một đường tròn, đoạn thứ II gấp thành hai hình vuông bằng nhau. Sau đó, đặt ba hình lên bìa carton để làm thiệp. Gọi S_1 là diện tích hình tròn, S_2 là diện tích hai hình vuông được tạo thành từ hai đoạn dây nêu trên (như hình vẽ dưới). Theo bạn An, để trang trí hình vuông, mỗi dm^2 mất 30 phút; để trang trí hình tròn, mỗi dm^2 mất 20 phút. Giả sử x $(0 < x < 12)$ là chiều dài đoạn dây thứ I, đơn vị là dm. Mọi kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân.



a) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là một hàm số $S(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

b) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là hàm số $S(x)$ có một điểm cực trị.

c) Tổng thời gian trang trí thiệp là một hàm số $T(x) = \dfrac{5}{\pi}x^2 + \dfrac{15}{32}(12 - x)^2$, tính bằng phút.

d) Tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x \approx 4{,}4$ dm.

Hướng dẫn giải. Đoạn dây thứ I dài x dm được uốn thành một đường tròn, tức là chu vi của

đường tròn này là x. Dùng công thức chu vi của hình tròn $C = 2\pi r$, ta có

$$x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

Diện tích hình tròn S_1 là $S_1 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi}$.

Đoạn dây thứ II dài $12 - x$ dm được gấp thành hai hình vuông. Tổng chiều dài dây dùng cho hai hình vuông là $12 - x$, tức là chiều dài mỗi cạnh của một hình vuông là $\frac{12-x}{8}$.

Diện tích một hình vuông là $\left(\frac{12-x}{8}\right)^2$.

Vì có hai hình vuông, tổng diện tích hai hình vuông S_2 là

$$S_2 = 2 \cdot \left(\frac{12-x}{8}\right)^2 = \frac{(12-x)^2}{32}.$$

Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là

$$S_1 + S_2 = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(12-x)^2}{32}.$$

a) **Sai**.

Ta có $S(x) = S_1 + S_2 = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(12-x)^2}{32}$.

$S'(x) = \frac{x}{2\pi} - \frac{12-x}{16}$.

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2\pi} - \frac{12-x}{16} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{12\pi}{8+\pi}$.

x	0		$\frac{12\pi}{8+\pi}$		12
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$\frac{9}{2}$	$\searrow$	$S\left(\frac{12\pi}{8+\pi}\right)$	$\nearrow$	$\frac{36}{\pi}$

Suy ra $S(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{12\pi}{8+\pi}; 12\right)$, nghịch biến trên $\left(0; \frac{12\pi}{8+\pi}\right)$ nên không luôn đồng biến.

b) **Đúng**.

$S(x)$ có 1 điểm cực trị (điểm cực tiểu) là $x = \frac{12\pi}{8+\pi}$.

c) **Sai**.

Tổng thời gian trang trí thiệp là hàm số $T(x)$ và được tính như sau

- Thời gian trang trí hình tròn: mỗi dm^2 mất 20 phút, diện tích hình tròn là $S_1 = \frac{x^2}{4\pi}$, nên thời gian trang trí hình tròn là $20 \cdot \frac{x^2}{4\pi} = \frac{5x^2}{\pi}$.
- Thời gian trang trí hai hình vuông: mỗi dm^2 mất 30 phút, diện tích hai hình vuông là $S_2 = \frac{(12-x)^2}{32}$, nên thời gian trang trí hai hình vuông là $30 \cdot \frac{(12-x)^2}{32} = \frac{15(12-x)^2}{16}$.

Vậy $T(x) = \frac{5x^2}{\pi} + \frac{15(12-x)^2}{16}$, hệ số của $(12-x)^2$ là $\frac{15}{16}$ (không phải $\frac{15}{32}$).

d) **Đúng**.

Ta có $T'(x) = \dfrac{10x}{\pi} - \dfrac{15(12-x)}{8}$.

$T'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{10x}{\pi} - \dfrac{15(12-x)}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{36\pi}{3\pi+16} \approx 4{,}4.$

x	0		$\dfrac{36\pi}{3\pi+16}$		12
$T'(x)$		$-$	0	$+$	
$T(x)$	135	$\searrow$	$T\left(\dfrac{36\pi}{3\pi+16}\right)$	$\nearrow$	$\dfrac{720}{\pi}$

Vậy tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x = \dfrac{36\pi}{3\pi+16} \approx 4{,}4$ dm.

Bài 4. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết cân nặng của 42 học sinh lớp $12C$.

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$	$[65{,}5;70{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

a) Giá trị đại diện của nhóm $[40{,}5;45{,}5)$ là 43.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\overline{x} = \dfrac{1088}{21}$.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s^2 \approx 1{,}57$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s \approx 7{,}06$.

Hướng dẫn giải. Ta lập lại bảng số liệu như sau

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$	$[65{,}5;70{,}5)$
Cân nặng đại diện	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Cỡ mẫu $n = 42$.

a) **Đúng**.
Giá trị đại diện của nhóm $[40{,}5;45{,}5)$ là 43.

b) **Đúng**.
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
$$\overline{x} = \frac{43\cdot 10 + 48\cdot 7 + 53\cdot 16 + 58\cdot 4 + 63\cdot 2 + 68\cdot 3}{42} = \frac{1088}{21}.$$

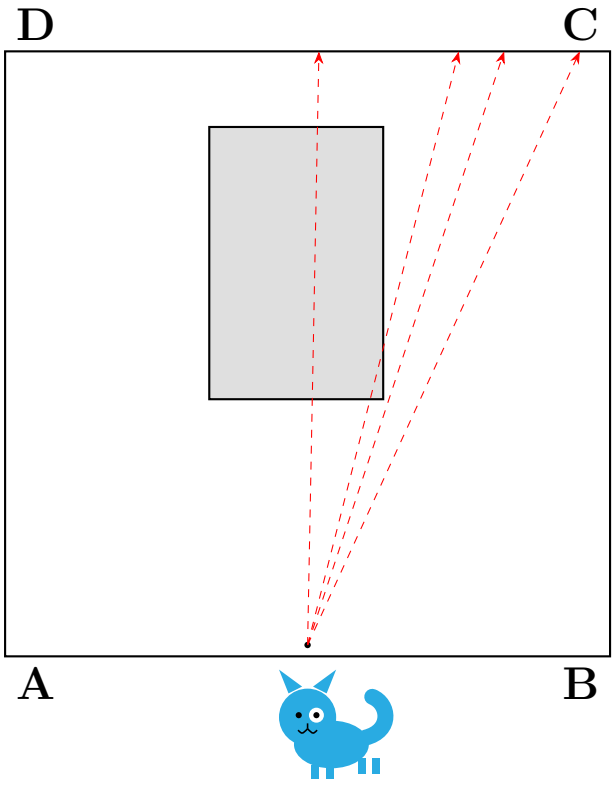
c) **Sai**.
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
$$s^2 = \frac{43^2\cdot 10 + 48^2\cdot 7 + 53^2\cdot 16 + 58^2\cdot 4 + 63^2\cdot 2 + 68^2\cdot 3}{42} - \overline{x}^2 = \frac{21950}{441} \approx 49{,}77.$$

d) **Đúng**.
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s = \sqrt{\dfrac{21950}{441}} = \dfrac{5\sqrt{878}}{21} \approx 7{,}06$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trên một khu đất hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 200 m đang diễn ra một cuộc thi. Mỗi đội thi sẽ điều khiển con robot mà ban tổ chức cung cấp, xuất phát từ chính giữa cạnh AB,

đi theo một đường thẳng và đến đích là một điểm bất kỳ trên cạnh CD. Ở chính giữa khu đất là một bãi cát hình chữ nhật có chiều dài 120 m và chiều rộng 80 m. Vận tốc của robot khi đi trên mặt đất là 3 m/s còn khi đi trên cát là 2 m/s. Gọi a là thời gian (tính theo giây) ngắn nhất mà robot đi đến đích. Khi đó giá trị $100a$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



✍ *Hướng dẫn giải.* Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ $M(0;0)$ là trung điểm của cạnh AB, trục Ox trùng với đường thẳng AB và trục Oy vuông góc với AB hướng về phía cạnh CD (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).

- Điểm xuất phát của robot là $M(0;0)$.
- Cạnh CD nằm trên đường thẳng $y=200$. Điểm đích là $N(x_0;200)$ với $-100 \le x_0 \le 100$. Do tính chất đối xứng, ta chỉ cần xét $0 \le x_0 \le 100$.
- Bãi cát hình chữ nhật nằm ở chính giữa khu đất, cách mỗi cạnh AB, CD một khoảng $\dfrac{200-120}{2}=40$ m và cách các cạnh còn lại $\dfrac{200-80}{2}=60$ m.
- Giới hạn bãi cát: chiều rộng (ngang) từ $x=-40$ đến $x=40$; chiều dài (thẳng đứng) từ $y=40$ đến $y=160$.
- Phương trình đường thẳng quỹ đạo chuyển động thẳng MN nối từ $(0;0)$ đến $(x_0;200)$ là: $y=\dfrac{200}{x_0}x \Leftrightarrow x=\dfrac{x_0}{200}y$.
- Robot đi vào bãi cát tại biên dưới $y=40$, hoành độ giao điểm là: $x_1=\dfrac{40x_0}{200}=\frac{x_0}{5}$.
- Vì $0 \le x_0 \le 100$ nên $0 \le x_1 \le 20 \le 40$, do đó robot luôn đi vào từ cạnh đáy của bãi cát.

Đường thẳng MN sẽ đi ra khỏi bãi cát theo 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $0 \le x_0 \le 50$

- Đường thẳng đi ra ở cạnh trên của bãi cát ($y=160$).

- Quãng đường đi trên cát chiếm tỉ lệ cố định bằng $\dfrac{160-40}{200}=\dfrac{3}{5}$ tổng quãng đường MN.
- Thời gian đi toàn bộ hành trình là: $t(x_0)=\dfrac{\frac{2}{5}MN}{3}+\dfrac{\frac{3}{5}MN}{2}=\dfrac{13}{30}MN=\dfrac{13}{30}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Hàm số này đồng biến trên $[0;50]$, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0=0$: $t(0)=\dfrac{13}{30}\cdot 200=\dfrac{260}{3}\approx$ 86,67 s.

Trường hợp 2: $50<x_0\le 100$

- Đường thẳng đi ra ở cạnh bên $x=40$. Điểm ra có tung độ $y_2=\dfrac{200\cdot 40}{x_0}=\frac{8000}{x_0}$.
- Chiều dài đoạn đường đi trong cát là: $L_{\text{cát}}=\sqrt{\left(40-\dfrac{x_0}{5}\right)^2+\left(\dfrac{8000}{x_0}-40\right)^2}=\frac{200-x_0}{5x_0}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Tổng thời gian di chuyển trong trường hợp này là: $t(x_0)=\dfrac{MN-L_{\text{cát}}}{3}+\dfrac{L_{\text{cát}}}{2}=\dfrac{MN}{3}+\dfrac{L_{\text{cát}}}{6}=\dfrac{9x_0+200}{30x_0}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Xét hàm số $g(x)=\dfrac{9x+200}{x}\sqrt{x^2+40000}$ trên khoảng $(50;100]$.
- Ta có $g'(x)=\dfrac{9x^3-8000000}{x^2\sqrt{x^2+40000}}$.
- $g'(x)=0\Leftrightarrow 9x^3=8000000\Leftrightarrow x=\dfrac{200}{\sqrt[3]{9}}\approx 96{,}15$ m (thỏa mãn thuộc khoảng đang xét).
- Thay giá trị $x_0\approx 96{,}15$ vào công thức tính thời gian $t(x_0)$, ta được: $a=t(96{,}15)\approx 81{,}95995$ s.

So sánh hai trường hợp, thời gian ngắn nhất là $a\approx 81{,}95995$ s.

Khi đó, giá trị của $100a$ là: $100a=100\times 81{,}95995=8195{,}995$.

Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, ta được 8196.

Bài 2. Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 mét khối, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 mét, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu mét để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

Hướng dẫn giải. Gọi chiều rộng của đáy bể là x (mét) với $0<x\le 4$.

Chiều dài của đáy bể là $2x$.

Gọi h (mét) là chiều cao của bể.

Thể tích của bể là $V=h\cdot x\cdot 2x=2hx^2$. Suy ra $h=\dfrac{36}{2x^2}=\dfrac{18}{x^2}$. (1)

Gọi S là diện tích bề mặt của bể (không tính nắp).

S là tổng diện tích đáy và diện tích bốn mặt bên.

Do đó $S=2x^2+2\cdot x\cdot h+2\cdot 2x\cdot h=2x^2+6hx$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $S=2x^2+6x\cdot\dfrac{18}{x^2}=2x^2+\dfrac{108}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=2x^2+\dfrac{108}{x}$ với $0<x\le 4$.

Ta có $f'(x)=4x-\dfrac{108}{x^2}$.

◈ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x-\dfrac{108}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=3<4.$

◈ $f'(x)>0 \Leftrightarrow 4x-\dfrac{108}{x^2}>0 \Leftrightarrow x>3.$

◈ $f'(x)>0 \Leftrightarrow 4x-\dfrac{108}{x^2}>0 \Leftrightarrow x<3.$

Bảng biến thiên

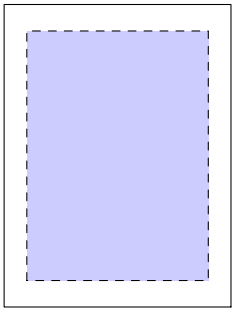
x	$+\infty$		3		$+\infty$
$f(x)'$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{x\in(0;4]} f(x)=f(3)=54$ khi $x=3$.

Suy ra chiều cao của bể khi đó là $h=\dfrac{18}{3^2}=2$.

Vậy để chi phí vật liệu là nhỏ nhất thì chiều cao của bể là 2 (m).

Bài 3. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 600 cm^2. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 2 cm, lề trái là 3 cm và lề phải là 2 cm. Tính diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải. Gọi chiều dài của trang giấy là x; chiều rộng của trang giấy là $\dfrac{600}{x}$.

Chiều dài phần chữ in là $x-4$; chiều rộng phần chữ in là $\dfrac{600}{x}-5$.

Từ đó điều kiện của x là $4<x<120$.

Diện tích phần chữ in là $(x-4)\left(\dfrac{600}{x}-5\right)=-5x-\dfrac{2\,400}{x}+620$.

Xét hàm số $f(x)=-5x-\dfrac{2\,400}{x}+620$ trên $(4;120)$. Ta có

$$f'(x)=-5+\frac{2\,400}{x^2};\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\sqrt{30} \\ x=-4\sqrt{30}\notin(0;120). \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		$4\sqrt{30}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f\left(4\sqrt{30}\right)$	$\searrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có diện tích phần chữ in lớn nhất là $f\left(4\sqrt{30}\right)\approx 401$ (cm^2).

Bài 4. Một công ty thống kê độ tuổi của các nhân viên ở bảng sau.

Khoảng tuổi	$[23;26)$	$[26;29)$	$[29;32)$	$[32;35)$	$[35;38)$
Số người	24	57	42	29	8

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu là là $n = 24 + 57 + 42 + 29 + 8 = 160$.

Ta có $\dfrac{n}{4} = \dfrac{160}{4} = 40$.

Tần số tích lũy của nhóm $[23;26)$ là 24.

Tần số tích lũy của nhóm $[26;29)$ là $24 + 57 = 81$.

Do $24 < 40 < 81$ nên nhóm chứa Q_1 là nhóm $[26;29)$.

Khi đó, ta được

$$Q_1 = 26 + \frac{40 - 24}{57} \cdot 3 \approx 26{,}842.$$

Ta lại có $\dfrac{3n}{4} = \dfrac{3 \cdot 160}{4} = 120$.

Tần số tích lũy của nhóm $[26;29)$ là 81.

Tần số tích lũy của nhóm $[29;32)$ là $81 + 42 = 123$.

Do $81 < 120 < 123$ nên nhóm chứa Q_3 là nhóm $[29;32)$.

Khi đó, ta được

$$Q_3 = 29 + \frac{120 - 81}{42} \cdot 3 = \approx 31{,}786.$$

Vậy

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 31{,}786 - 26{,}842 \approx 4{,}9.$$

Bài 5. Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích 972 m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Hỏi chi phí xây bể thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết chi phí xây bể là 800 000 đồng/m^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Gọi $x > 0$, $y > 0$, $h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của hình hộp.

Theo đề bài ta có $y = 2x$ và $V = hxy \Rightarrow h = \dfrac{V}{xy} = \dfrac{V}{2x^2} = \dfrac{972}{2x^2} = \dfrac{486}{x^2}$.

Để chi phí xây bể thấp nhất thì diện tích xây bể phải nhỏ nhất.

Diện tích cần xây là $f(x) = 2x^2 + 2 \cdot \dfrac{486}{x^2} \cdot x + 2 \cdot 2x \cdot \dfrac{486}{x^2} = 2x^2 + \dfrac{2916}{x}$.

Ta có $f'(x) = 4x - \dfrac{2916}{x^2} = \dfrac{4x^3 - 2916}{x^2}$.

Xét $f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 2916 = 0 \Leftrightarrow x = 9$ vì $x > 0$.

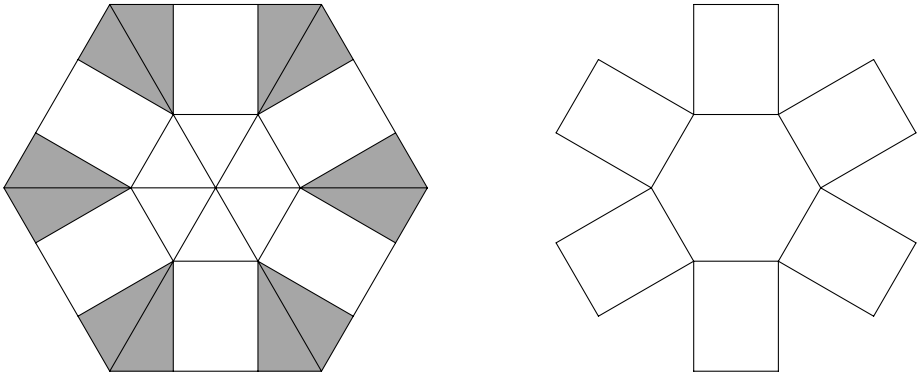
x	0		9		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(9)$	$\nearrow$	

Khi đó diện tích bể thấp nhất khi chiều rộng bể là 9 m.

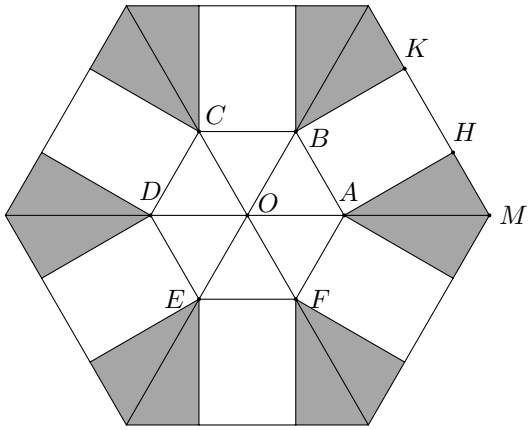
Suy ra diện tích nhỏ nhất của bể là $f(9) = 486$ m^2.

Vậy chi phí thấp nhất xây bể là $486 \cdot 800\,000 = 388\,800\,000$ đồng ≈ 389 triệu đồng.

Bài 6. Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 100 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x cm (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gấp tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Giá trị $x = \left(\dfrac{a}{b}\right)$ ($\dfrac{a}{b}$ là một phân số tối giản) để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất (đơn vị cm). Tính $T = a - b$.



Hướng dẫn giải.



Điều kiện $0 < x < 50$.

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều $AB = HK = 100 - 2x$.

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều $HA = MH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

Diện tích đáy của hình lăng trụ lục giác đều $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6.\dfrac{\sqrt{3}}{4}(100 - 2x)^2$.

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều $V(x) = HA.S_{ABCDEF} = \dfrac{9}{2}x(100 - 2x)^2$.

Ta có $V(x) = 18x^3 - 1800x^2 + 45000x$.

Xét hàm số $V(x) = 18x^3 - 1800x^2 + 45000x$ trên khoảng $(0; 50)$.

Ta có $V'(x) = 54x^2 - 3600x + 45000 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{50}{3} \\ x = 50 \end{array}\right.$.

Vì $x \in (0; 50)$ nên $x = \dfrac{50}{3}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{50}{3}$		50
V'		$+$	0	$-$	
V	0	$\nearrow$	$\dfrac{1\,000\,000}{3}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi $x = \dfrac{50}{3}$ cm.

Do vậy, $a = 50$, $b = 3$ và $T = 50 - 3 = 47$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

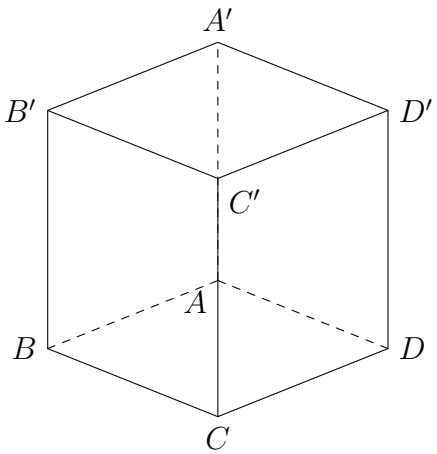
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(2;1;1)$ và $\vec{b}=(1;1;0)$. Góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:

Ⓐ 120°. Ⓑ 150°. Ⓒ 30°. Ⓓ 60°.

Hướng dẫn giải. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{2\cdot1+1\cdot1+1\cdot0}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Suy ra góc giữa hai vectơ bằng 30°.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vectơ nào dưới đây bằng $\overrightarrow{CD}$?

Ⓐ $\overrightarrow{BA'}$. Ⓑ $\overrightarrow{DC}$. Ⓒ $\overrightarrow{BA}$. Ⓓ $\overrightarrow{D'C'}$.

Hướng dẫn giải. Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(3;-4;1)$ và $\vec{b}=(2;-1;0)$. Tích vô hướng $\vec{a}\cdot\vec{b}$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 10. Ⓒ 11. Ⓓ 9.

Hướng dẫn giải. $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot2+(-4)\cdot(-1)+1\cdot0=6+4+0=10$.

Câu 4. Thư viện trường THPT Bình Chiểu ghi lại số giờ đọc sách của 50 học sinh trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Số học sinh	8	11	15	9	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 8. Ⓓ 7.

✍ *Hướng dẫn giải.* Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $R = 5 - 0 = 5$.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng

Ⓐ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{0}$. Ⓑ $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{D'B}$. Ⓓ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
Do đó A sai, D đúng. Với B: $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CA'} \neq \overrightarrow{BD'}$. Với C: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{B'D} \neq \overrightarrow{D'B}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ tạo với nhau một góc $30°$, $|\vec{u}| = 3$ và $|\vec{v}| = 2$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $3\sqrt{3}$. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

✍ *Hướng dẫn giải.* $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 30° = 3 \cdot 2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 3; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$ là:

Ⓐ $\vec{u} = (-4; 2; 1)$. Ⓑ $\vec{u} = (4; -2; -3)$.
Ⓒ $\vec{u} = (4; -2; -1)$. Ⓓ $\vec{u} = (-4; 2; 3)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} = (-2 - 2;\ 3 - 1;\ 2 - (-1)) = (-4; 2; 3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) có tọa độ là

Ⓐ $(1; 2; 0)$. Ⓑ $(1; 0; 4)$. Ⓒ $(1; -2; 0)$. Ⓓ $(0; -2; 0)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hình chiếu vuông góc của điểm $A(x; y; z)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(x; 0; z)$, nên là $(1; 0; 4)$.

Câu 9. Giáo viên môn Toán muốn tìm hiểu thời gian hoàn thành 2 bài tập tại lớp (đơn vị: phút) của một số học sinh trong lớp 12A1, và thu được số liệu cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

Ⓐ $[4; 8)$. Ⓑ $[8; 12)$. Ⓒ $[16; 20)$. Ⓓ $[12; 16)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Cỡ mẫu $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$. Tần số tích lũy lần lượt là 2; 6; 13; 17; 20.
Tứ phân vị thứ ba Q_3 ứng với $\dfrac{3n}{4} = 15$. Do $13 < 15 \leq 17$ nên Q_3 thuộc nhóm $[12; 16)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(4; -2; 1)$ và $N(4; 4; -5)$. Trung

điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

Ⓐ $(4;3;-3)$. Ⓑ $(-4;1;-2)$. Ⓒ $(4;3;-2)$. Ⓓ $(4;1;-2)$.

Hướng dẫn giải. Trung điểm I của MN có tọa độ $I\left(\dfrac{4+4}{2};\dfrac{-2+4}{2};\dfrac{1+(-5)}{2}\right)=(4;1;-2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-1;4)$ và $B(1;-3;-1)$. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ bằng

Ⓐ $\sqrt{22}$. Ⓑ $\sqrt{34}$. Ⓒ $\sqrt{38}$. Ⓓ $\sqrt{26}$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(1+2;\ -3+1;\ -1-4)=(3;-2;-5)$.

$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{3^2+(-2)^2+(-5)^2}=\sqrt{38}$.

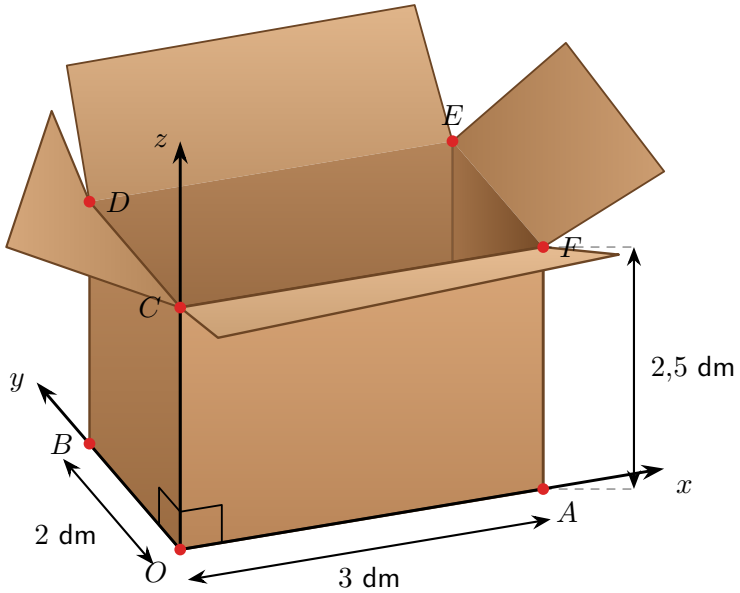
Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là

Ⓐ $(-3;2;-4)$. Ⓑ $(2;-3;-4)$. Ⓒ $(3;-2;4)$. Ⓓ $(-3;2;4)$.

Hướng dẫn giải. Vì $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ có tọa độ $(x;y;z)$ nên $\vec{u}=(-3;2;-4)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một thùng carton hình hộp chữ nhật dùng để đựng bánh kẹo được bung nắp như hình và đặt trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị dm). Kích thước đáy 2 dm × 3 dm, chiều cao 2,5 dm. Ký hiệu các điểm O, A, B, C, D, E, F là các đỉnh của hình hộp chữ nhật (tham khảo hình).



a) $A\in Ox\Rightarrow A(3;2;0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB}=(-3;2;0)$.

c) $BC^2-AC^2=5$.

d) Tọa độ $E(3;2;2{,}5)$.

Hướng dẫn giải. Theo hình: $O(0;0;0)$, $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2{,}5)$, $D(0;2;2{,}5)$, $F(3;0;2{,}5)$, $E(3;2;2{,}5)$.

a) **Sai**.
$A \in Ox$ và $OA = 3$ nên $A(3;0;0)$ (không phải $A(3;2;0)$).

b) **Đúng**.
$\overrightarrow{AB} = (0-3;2-0;0-0) = (-3;2;0)$.

c) **Sai**.
$BC^2 = 2^2 + 2{,}5^2 = 10{,}25$, $AC^2 = 3^2 + 2{,}5^2 = 15{,}25$.
Suy ra $BC^2 - AC^2 = -5 \neq 5$.

d) **Đúng**.
E là đỉnh đối diện với C trên mặt trên, có hình chiếu lên mặt đáy là $(3;2;0)$ và cao độ 2,5 nên $E(3;2;2{,}5)$.

Bài 2. Một cửa hàng bán đồ thủ công với giá bán là 39 000 đồng/sản phẩm. Giá nhập vào của sản phẩm đó là 15 000 đồng/sản phẩm. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 120 sản phẩm/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1 000 đồng/sản phẩm thì số sản phẩm bán được sẽ tăng thêm 15 sản phẩm.

a) Nếu giá bán là 25 000 đồng/sản phẩm thì cửa hàng bán được 135 sản phẩm/ngày.

b) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng khi chưa giảm giá sản phẩm là 2 880 nghìn đồng.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán sản phẩm đó $(15 \leq x \leq 39)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x-15)(705-15x)$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày mà cửa hàng thu được là 3 840 (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải.

a) **Sai**.
Giá giảm từ 39 xuống 25 nghìn đồng, tức giảm 14 nghìn đồng nên số sản phẩm bán thêm là $14 \cdot 15 = 210$. Số sản phẩm bán được là $120 + 210 = 330$ (không phải 135).

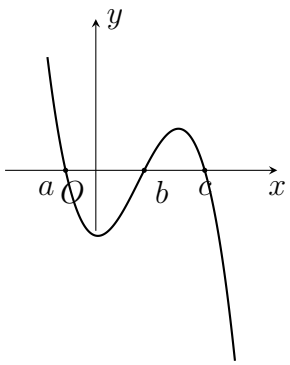
b) **Đúng**.
Khi chưa giảm giá, lợi nhuận mỗi ngày là $(39-15) \cdot 120 = 2\,880$ (nghìn đồng).

c) **Đúng**.
Với giá bán x nghìn đồng, giá đã giảm $39-x$ nên số sản phẩm bán được là $120+15(39-x) = 705-15x$. Lợi nhuận mỗi sản phẩm là $x-15$.
Vậy $f(x) = (x-15)(705-15x)$, $x \in [15;39]$.

d) **Đúng**.
$f(x) = -15x^2 + 930x - 10\,575$, $f'(x) = -30x + 930 = 0 \Leftrightarrow x = 31$.
$f(15) = 0$, $f(31) = 16 \cdot 240 = 3\,840$, $f(39) = 24 \cdot 120 = 2\,880$.
Vậy lợi nhuận tối đa là 3 840 nghìn đồng.

Bài 3. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ

$a < b < c$ như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	$-\infty$

- **a) Sai.** Trên khoảng $(-\infty; a)$, đồ thị $y = f'(x)$ nằm phía trên trục hoành ($y' > 0$) nên hàm số đồng biến.
- **b) Đúng.** Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi qua a, b, c nên hàm số có 3 điểm cực trị.
- **c) Sai.** Từ bảng biến thiên ta thấy $f(b)$ là giá trị cực tiểu, nên $f(b) < f(a)$ và $f(b) < f(c)$. Suy ra $(f(b) - f(a)) < 0$ và $(f(b) - f(c)) < 0$. Tích của chúng phải > 0.
- **d) Sai.** Thông tin về $f'(x)$ chỉ cho biết hình dạng đồ thị $f(x)$, không đủ để kết luận số giao điểm với trục hoành nếu không biết giá trị cụ thể của các cực trị.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$ và B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $B(2; 0; 0)$.

c) Điểm $M(2; 2; -1)$ đối xứng với A qua trục Ox.

d) Tọa độ điểm $N(-2; 2; 1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy).

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng**.
$A(2; -2; 1)$ nên $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

b) **Sai**.
$B \in Oy$ nên $B(0; b; 0)$, $OB = 2 \Rightarrow |b| = 2$, tức $B(0; 2; 0)$ hoặc $B(0; -2; 0)$.

c) **Đúng**.
Điểm đối xứng của $A(x;y;z)$ qua trục Ox là $(x;-y;-z)$, tức $(2;2;-1)$.

d) **Sai**.
Điểm đối xứng của $A(x;y;z)$ qua (Oxy) là $(x;y;-z)$, tức $(2;-2;-1)$ (không phải $(-2;2;1)$).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;2;1)$, $\vec{b}=(2;3;5)$, $\vec{c}=(4;-1;4)$, $\vec{d}=(2;15;27)$. Biết $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$, khi đó giá trị của $x+y+z$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Từ $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$ ta có hệ

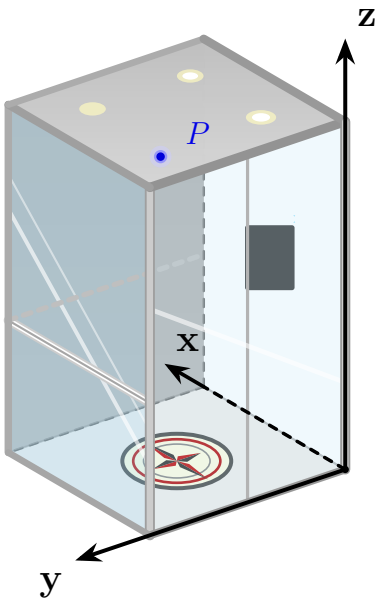
$$\begin{cases} -3x+2y+4z=2 \\ 2x+3y-z=15 \\ x+5y+4z=27. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai: $z=2x+3y-15$. Thế vào hai phương trình còn lại:

$$\begin{cases} 5x+14y=62 \\ 9x+17y=87 \end{cases} \Rightarrow y=3,\ x=4,\ z=2.$$

Vậy $x+y+z=4+3+2=9$.

Bài 2. Để tiện di chuyển giữa các tầng trong căn hộ 4 tầng của mình, Bác Hòa định lắp thang máy trong nhà. Biết cabin của thang máy có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, công ty cung cấp thang máy cho biết thể tích khoang cabin là 5,4 m^3 và diện tích toàn phần của thang là 18,9 m^2. Trong thang máy, bác Hòa lắp 1 chiếc camera ở vị trí trên trần cabin tại điểm $P(a;b;c)$ sao cho camera cách hai vách đứng $(BCC'B')$ và $(ABB'A')$ của khoang cabin đều là 20 cm. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 cm. Tính $T=a+b+c$, biết rằng cạnh của đáy cabin không tới 2 m.



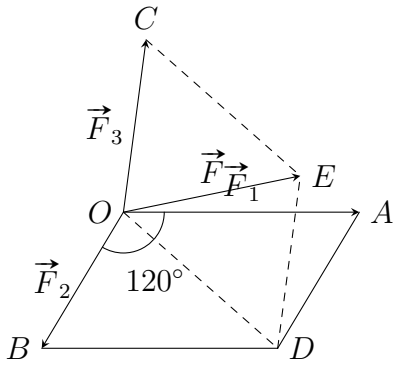
Hướng dẫn giải. Gọi cạnh đáy là m (m), chiều cao là h (m). Ta có $m^2h=5{,}4$ nên $h=\dfrac{5{,}4}{m^2}$.
Diện tích toàn phần: $2m^2+4mh=18{,}9 \Leftrightarrow 2m^2+\dfrac{21{,}6}{m}=18{,}9 \Leftrightarrow 20m^3-189m+216=0$.
Phương trình có nghiệm $m=1{,}5$, và $20m^3-189m+216=(m-1{,}5)(20m^2+30m-144)$. Nghiệm dương còn lại của $10m^2+15m-72=0$ là $m=\dfrac{-15+\sqrt{3105}}{20}\approx 2{,}04>2$ (loại).

Vậy cạnh đáy $m = 1{,}5$ m $= 150$ cm và chiều cao $h = \dfrac{5{,}4}{1{,}5^2} = 2{,}4$ m $= 240$ cm.
Với đơn vị 10 cm: $AB = AD = 15$, $AA' = 24$. Khi đó $A(0;0;0)$, $B(0;15;0)$, $D(15;0;0)$, $A'(0;0;24)$. Mặt phẳng $(ABB'A')$ là $x = 0$; mặt phẳng $(BCC'B')$ là $y = 15$. Khoảng cách 20 cm tương ứng 2 đơn vị nên $a = 2$, $b = 15 - 2 = 13$. Điểm P nằm trên trần cabin nên $c = 24$.
Vậy $T = 2 + 13 + 24 = 39$.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(1;-1;3)$ và $C(6;1;1)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Tổng $T = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
$\overrightarrow{AB} = (-2;-6;4)$, $\overrightarrow{DC} = (6-a;1-b;1-c)$.
Suy ra $6 - a = -2$, $1 - b = -6$, $1 - c = 4$, tức là $a = 8$, $b = 7$, $c = -3$. Vậy $D(8;7;-3)$.
$T = 8 + 7 - 3 = 12$.

Bài 4. Có ba lực cùng tác dụng vào một vật như hình vẽ. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc $120°$ và đều có độ lớn bằng $60N$. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $80N$. Tính hợp lực của ba lực trên.



Hướng dẫn giải. Gọi $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1$, $\overrightarrow{OB} = \vec{F}_2$, $\overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$ với $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 60$, $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 120°$, $|\vec{F}_3| = 80$ và $\vec{F}_3 \perp (OAB)$.
Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OD}$ ($OADB$ là hình thoi có góc $\widehat{AOB} = 120°$ nên $OD = OA = 60$).
Hợp lực $\vec{F} = \overrightarrow{OD} + \vec{F}_3 = \overrightarrow{OE}$. Vì $\vec{F}_3 \perp (OAB)$ nên $OC \perp OD$, do đó

$$|\vec{F}| = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \ (N).$$

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(300;100;10)$ đến điểm $B(400;300;20)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(a;b;c)$. Tính $a + b + c$?

Hướng dẫn giải. Máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay, nên trong 10 phút tiếp theo vectơ dịch chuyển vẫn là $\overrightarrow{AB}$, tức $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.
$\overrightarrow{AB} = (100;200;10)$, suy ra $C = B + \overrightarrow{AB} = (500;500;30)$.
Vậy $a + b + c = 500 + 500 + 30 = 1030$.

Bài 6. Sau 10 năm trồng sầu riêng, bác Nam tiến hành đo chiều cao của 100 cây sầu riêng trong

vườn và kết quả được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Tần số	5	12	25	44	14

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 100$. Tần số tích lũy lần lượt là 5; 17; 42; 86; 100.

Tứ phân vị thứ nhất: $\dfrac{n}{4} = 25$. Do $17 < 25 \leq 42$ nên Q_1 thuộc nhóm $[8{,}8; 9{,}0)$:

$$Q_1 = 8{,}8 + \frac{25 - 17}{25} \cdot 0{,}2 = 8{,}864.$$

Tứ phân vị thứ ba: $\dfrac{3n}{4} = 75$. Do $42 < 75 \leq 86$ nên Q_3 thuộc nhóm $[9{,}0; 9{,}2)$:

$$Q_3 = 9{,}0 + \frac{75 - 42}{44} \cdot 0{,}2 = 9{,}15.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9{,}15 - 8{,}864 = 0{,}286 \approx 0{,}29$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
		$-\infty$			

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

Ⓐ $y=-2$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-2$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên: $\lim\limits_{x\to -2^-} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} y=+\infty$.
Do đó đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho là

Ⓐ $f(x)=-x^3+3x^2-2$. Ⓑ $f(x)=x^3+3x-2$.
Ⓒ $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$. Ⓓ $f(x)=x^3+3x^2-2$.

Hướng dẫn giải. Khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$ nên hệ số $a>0$, loại A.
Hàm số có hai điểm cực trị $x=-2$ và $x=0$ nên $f'(x)=0$ có hai nghiệm này. Với $f(x)=x^3+3x-2$ thì $f'(x)=3x^2+3>0$, loại B.
Với $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$ thì $f(-2)=-\dfrac{8}{3}+4-2=-\dfrac{2}{3}\neq 2$, loại C.
Với $f(x)=x^3+3x^2-2$ thì $f'(x)=3x^2+6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=-2$; $f(-2)=2$, $f(0)=-2$ (thỏa mãn).

Câu 3. Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2025$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty; 0)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $(-2; 0)$. Ⓓ $(-\infty; \infty)$.

Hướng dẫn giải. $y' = 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$.

$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 2; 0)$, $\vec{b} = (2; 2; 0)$, $\vec{c} = (2; 2; 2)$. Giá trị của $\left|\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}\right|$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{61}$. Ⓑ 61. Ⓒ 6. Ⓓ $\sqrt{61}$.

Hướng dẫn giải. $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = (-2 + 4 + 6;\ 2 + 4 + 6;\ 0 + 0 + 6) = (8; 12; 6)$.

$\left|\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}\right| = \sqrt{8^2 + 12^2 + 6^2} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x - 1 - \dfrac{2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = -x + 1$. Ⓑ $y = x + 1$. Ⓒ $y = -x - 1$. Ⓓ $y = x - 1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [y - (x-1)] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(-\dfrac{2}{x+1}\right) = 0$.

Vậy tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

Câu 6. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = -x^3 - 2x - 3$. Ⓑ $y = \dfrac{x+4}{x-1}$.

Ⓒ $y = -x^3 - 3x^2 + 3$. Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Hướng dẫn giải. A: $y' = -3x^2 - 2 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B: hàm không xác định tại $x = 1$ nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C: $y' = -3x^2 - 6x$ đổi dấu nên loại. D: hàm bậc bốn không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$	$[16; 18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ 5,98. Ⓑ 2,44. Ⓒ 6. Ⓓ 2,5.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện các nhóm: $9; 11; 13; 15; 17$, cỡ mẫu $n = 25$.

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{4 \cdot 9 + 6 \cdot 11 + 8 \cdot 13 + 4 \cdot 15 + 3 \cdot 17}{25} = \dfrac{317}{25} = 12{,}68$.

Phương sai: $s^2 = \dfrac{4 \cdot 9^2 + 6 \cdot 11^2 + 8 \cdot 13^2 + 4 \cdot 15^2 + 3 \cdot 17^2}{25} - 12{,}68^2 = \dfrac{4169}{25} - 160{,}7824 = 5{,}9776$.

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{5{,}9776} \approx 2{,}44$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MN}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.
Ⓒ $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

Hướng dẫn giải. MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$, suy ra $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{MN}$, A sai.
AB và DC là hai cạnh chéo nhau của tứ diện nên không cùng phương, B sai.
$\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$, C sai.
M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$, D đúng.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là:

Ⓐ $y=2x-1$.
Ⓑ $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$.
Ⓒ $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$.
Ⓓ $x=1$.

Hướng dẫn giải. Chia đa thức: $\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}=\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}+\dfrac{\frac{1}{4}}{2x-1}$.
Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{4}}{2x-1}=0$ nên tiệm cận xiên là $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-5;2)$. Điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oz là

Ⓐ $A'(-2;5;2)$.
Ⓑ $A'(0;0;2)$.
Ⓒ $A'(0;0;-2)$.
Ⓓ $A'(2;-5;-2)$.

Hướng dẫn giải. Điểm đối xứng của $(x;y;z)$ qua trục Oz là $(-x;-y;z)$.
Vậy $A'(-2;5;2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;5;2)$ và $N(-4;1;1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$.

Ⓐ $\overrightarrow{MN}=(-6;-4;-1)$.
Ⓑ $\overrightarrow{MN}=(-6;4;-1)$.
Ⓒ $\overrightarrow{MN}=(6;4;1)$.
Ⓓ $\overrightarrow{MN}=(6;-4;-1)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{MN}=(-4-2;\ 1-5;\ 1-2)=(-6;-4;-1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-2;3;2)$ và $\vec{b}=(-1;1;4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$.

Ⓐ $\vec{c}=(-3;5;0)$.
Ⓑ $\vec{c}=(-7;7;8)$.
Ⓒ $\vec{c}=(-3;5;8)$.
Ⓓ $\vec{c}=(-5;7;8)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}=(-4+1;\ 6-1;\ 4-4)=(-3;5;0)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Đậu đỏ là một loại thực phẩm quen thuộc trong bữa ăn của người Việt Nam. Ngoài giá

trị dinh dưỡng cao, đậu đỏ còn có nhiều công dụng tuyệt vời cho sức khỏe và sắc đẹp như: chống oxy hóa, giúp cơ bắp con người khỏe mạnh, tăng cường sức khỏe cho tim mạch con người, lợi ích cho hệ tiêu hóa, bổ thận, cung cấp vitamin bổ dưỡng cho cơ thể, đào thải độc tố, giải độc, tốt cho hệ miễn dịch, giúp huyết áp ổn định, da đẹp. Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm. Khảo sát cho thấy độ cao tính bằng centimet của cây đậu đỏ tại thời điểm t kể từ khi được trồng được cho bởi hàm số $h(t) = -0{,}005t^4 + bt^3 + c$ (trong đó b, $c \in \mathbb{R}$), với t tính theo tuần. Giả sử $h'(t)$ là tốc độ tăng chiều cao của cây đậu đỏ sau khi trồng (đơn vị của $h'(t)$: cm/tuần). Biết $h'(5) = 5$.

a) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là 90 cm.

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 56 cm.

Hướng dẫn giải. a) Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm tức là $h(0) = 6 \Rightarrow c = 6$.

b) Với $c = 6$, ta có $h(t) = -0{,}005t^4 + bt^3 + 6 \Rightarrow h'(t) = -0{,}02t^3 + 3bt^2$.
Mà $h'(5) = 5 \Rightarrow h'(5) = -0{,}02 \cdot 5^3 + 3b \cdot 5^2 = 5 \Rightarrow b = 0{,}1$.
Vậy $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3 + 6$.

Khi đó $h'(t) = -0{,}02t^3 + 0{,}3t^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 15. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	0		15		$+\infty$
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	6	↗	$90{,}375$	↘	$-\infty$

Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là

$$h(15) = -0{,}005 \cdot (15)^4 + 0{,}1 \cdot (15)^3 + 6 = 90{,}375.$$

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất.

Ta có $h''(t) = -0{,}06t^2 + 0{,}6t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 10. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	0		15		$+\infty$
$h''(t)$		$+$	0	$-$	
$h'(t)$	0	↗	10	↘	$-\infty$

Thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất là tuần thứ 10 khi đó chiều cao cây đậu đỏ là

$$h(10) = -0{,}005 \cdot (10)^4 + 0{,}1 \cdot (10)^3 + 6 = 56.$$

Bài 2. Người ta ước tính rằng số lượng cá thể của một loài trong tự nhiên t năm sau khi chính

sách bảo vệ được thiết lập có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t)=\dfrac{20(m+1+3t)}{1+0{,}05t}$, $t\geq 0$ (ở đó m là hằng số). Biết rằng số lượng cá thể của loài đó tại thời điểm bắt đầu thiết lập chính sách bảo vệ là 80 con.

a) Số lượng cá thể của loài đó không bao giờ vượt quá 1200 con.

b) Cần ít nhất 10 năm kể từ khi chính sách bảo vệ được thiết lập để số lượng cá thể của loài đó vượt mức 500 con.

c) Giá trị của m là $m=3$.

d) Sau khi chính sách bảo vệ được thiết lập, số lượng cá thể của loài đó lúc đầu tăng nhưng sau đó sẽ giảm dần.

Hướng dẫn giải. Ta có $N(0)=20(m+1)=80\Rightarrow m=3$. Vậy $N(t)=\dfrac{20(4+3t)}{1+0{,}05t}=\dfrac{80+60t}{1+0{,}05t}$.

a) Đúng. $N'(t)=\dfrac{60(1+0{,}05t)-0{,}05(80+60t)}{(1+0{,}05t)^2}=\dfrac{56}{(1+0{,}05t)^2}>0$ nên $N(t)$ tăng, và $\lim\limits_{t\to+\infty}N(t)=\dfrac{60}{0{,}05}=1200$. Do đó $N(t)<1200$ với mọi $t\geq 0$.

b) Sai. $N(t)>500\Leftrightarrow 80+60t>500+25t\Leftrightarrow t>12$. Cần hơn 12 năm (tại $t=10$ thì $N(10)\approx 453<500$).

c) Đúng (theo trên).

d) Sai. $N'(t)>0$ với mọi $t\geq 0$ nên số lượng cá thể luôn tăng, không giảm.

Bài 3. Thống kê điểm kiểm tra GHKI của 35 học sinh lớp 12H cho bởi bảng thống kê tần số ghép nhóm sau:

Điểm	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	4	6	3	14	6	1	0	1

a) Khoảng biến thiên về điểm của mẫu số liệu ghép nhóm là 8,0.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số ghép nhóm thuộc nhóm $[7{,}0;8{,}0)$.

c) Nhà trường thông báo những học sinh có điểm từ 3,8 điểm trở xuống cần được quan tâm phụ đạo thêm. Có khoảng 25% học sinh trong diện đó.

d) Có một học sinh đạt 9,75 điểm, điểm số đó không phải là giá trị ngoại lệ.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=35$. Tần số tích lũy: 4; 10; 13; 27; 33; 34; 34; 35.

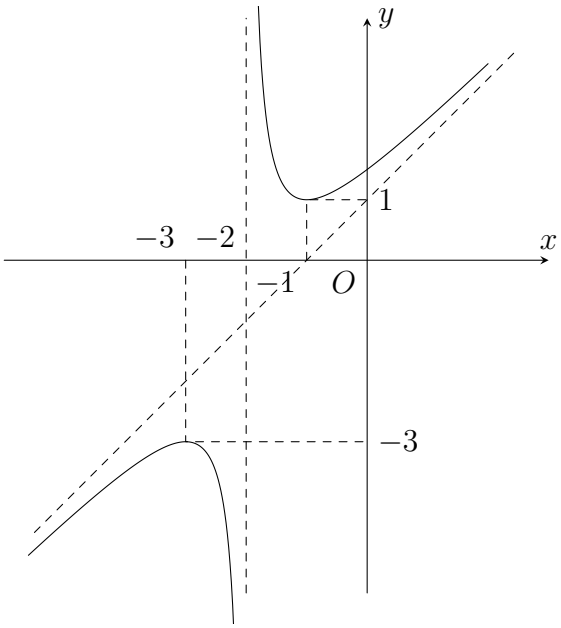
a) Đúng. $R=10-2=8$.

b) Sai. $\dfrac{3n}{4}=26{,}25$ và $13<26{,}25\leq 27$ nên Q_3 thuộc nhóm $[5;6)$:
$Q_3=5+\dfrac{26{,}25-13}{14}\cdot 1\approx 5{,}95$.

c) Đúng. $\dfrac{n}{4}=8{,}75$ và $4<8{,}75\leq 10$ nên Q_1 thuộc nhóm $[3;4)$:
$Q_1=3+\dfrac{8{,}75-4}{6}\cdot 1\approx 3{,}79\approx 3{,}8$. Vậy khoảng 25% học sinh có điểm từ 3,8 trở xuống.

d) Sai. $\Delta_Q=Q_3-Q_1\approx 5{,}95-3{,}79=2{,}15$. Ngưỡng ngoại lệ phía trên là $Q_3+1{,}5\Delta_Q\approx 5{,}95+3{,}23=9{,}18$.
Vì $9{,}75>9{,}18$ nên 9,75 là giá trị ngoại lệ.

Bài 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ (với $a\neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



a) Hàm số có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y=-2$.

d) Công thức xác định của hàm số đã cho là $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$ nên $n=2$ và tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

a) Đúng.

b) Đúng. Từ đồ thị, hàm số đạt cực đại tại $x=-3$ ($y_{C\text{Đ}}=-3$) và đạt cực tiểu tại $x=-1$ ($y_{CT}=1$).

c) Sai. Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$ (còn $y=-2$ là phương trình đường nằm ngang).

d) Đúng. Với $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}=x+1+\dfrac{1}{x+2}$ ta có $y'=1-\dfrac{1}{(x+2)^2}=0\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=-3$;
$y(-1)=1$, $y(-3)=-3$, tiệm cận xiên $y=x+1$. Các giá trị này khớp với đồ thị.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+6x+15}{x}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $y=x+6+\dfrac{15}{x}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(y-(x+6))=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{15}{x}=0$ nên tiệm cận xiên là $d\colon y=x+6$.

Đường thẳng d cắt Ox tại $A(-6;0)$ và cắt Oy tại $B(0;6)$.

Tam giác OAB vuông tại O nên

$$S=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 6=18.$$

Bài 2. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Hoành độ điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Hệ thức đã cho chứng tỏ G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Do đó

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} = \frac{1+2+3+2}{4} = 2.$$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Giá trị của m (làm tròn đến hàng phần mười) để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng $45°$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - 2m$, $|\vec{u}| = \sqrt{6}$, $|\vec{v}| = \sqrt{1+m^2}$.

Góc giữa hai véc tơ bằng $45°$ khi

$$\frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 1 - 2m = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1+m^2}.$$

Điều kiện: $1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{1}{2}$.

Bình phương hai vế: $1 - 4m + 4m^2 = 3 + 3m^2 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Kết hợp điều kiện $m < \dfrac{1}{2}$ ta nhận $m = 2 - \sqrt{6} \approx -0{,}449$.

Làm tròn đến hàng phần mười: $m \approx -0{,}4$.

Bài 4. Một công ty công nghệ cung cấp gói lưu trữ dữ liệu doanh nghiệp với giá niêm yết 200 000 đồng/tháng và đang có 400 khách hàng. Phòng kinh doanh xác định được quy luật: Cứ giảm giá 10 000 đồng thì sẽ có thêm 50 khách hàng mới. Tuy nhiên, do hiện tượng quá tải băng thông, chi phí vận hành $C(n)$ (nghìn đồng) không cố định mà biến thiên theo hàm bậc hai của số lượng khách hàng n, được xác định bởi công thức $C(n) = 28n + 0{,}01n^2 + 15000$. Công ty cần chốt giá bán bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận đạt mức tối đa?

Hướng dẫn giải. Gọi x là số lần giảm giá 10 nghìn đồng ($x \geq 0$). Khi đó:

- Giá bán (nghìn đồng): $p = 200 - 10x$;
- Số khách hàng: $n = 400 + 50x \Rightarrow x = \dfrac{n - 400}{50}$.

Suy ra $p = 200 - \dfrac{n-400}{5} = 280 - \dfrac{n}{5}$.

Doanh thu: $R(n) = n \cdot p = 280n - 0{,}2n^2$.

Lợi nhuận:

$$L(n) = R(n) - C(n) = 280n - 0{,}2n^2 - 28n - 0{,}01n^2 - 15000 = -0{,}21n^2 + 252n - 15000.$$

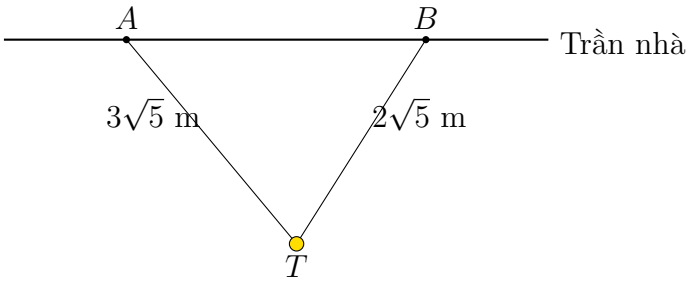
$L(n)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a = -0{,}21 < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$n = -\frac{252}{2 \cdot (-0{,}21)} = 600 \text{ (khách hàng)}.$$

Khi đó giá bán là $p = 280 - \dfrac{600}{5} = 160$ (nghìn đồng).

Bài 5. Một đơn vị sự kiện âm thanh, ánh sáng đang lắp đặt một đèn pha sân vận động thật hoành tráng. Trần của sân vận động song song với mặt đất, có treo hai móc thép chắc chắn A và B. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, trần sân vận động được mô phỏng bởi mặt phẳng (Oxy), tọa độ điểm A và B lần lượt là $(1;2;-3)$ và $(6;2;-5)$. Kĩ thuật viên dùng một sợi dây gắn đèn vào hai chiếc móc A và B sao cho khi đèn ở vị trí cân bằng thì nó cách A một khoảng $3\sqrt{5}$ m và cách B một khoảng $2\sqrt{5}$ m. Vị trí của chiếc đèn pha là $T(a;b;c)$, tính

$a+b-c$.



Hướng dẫn giải. Ta có $A(1;2;-3)$, $B(6;2;-5)$ có cùng tung độ $y=2$. Đèn ở vị trí cân bằng nên nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa A, B, tức mặt phẳng $y=2$. Vậy $b=2$.
Từ $TA=3\sqrt{5}$ và $TB=2\sqrt{5}$ ta có

$$\begin{cases}(a-1)^2+(c+3)^2=45\\(a-6)^2+(c+5)^2=20.\end{cases}$$

Trừ vế theo vế: $(10a-35)-(4c+16)=25 \Leftrightarrow c=\dfrac{10a-76}{4}=\dfrac{5a-38}{2}$.
Thế vào phương trình đầu và rút gọn được

$$29a^2-328a+848=0 \Leftrightarrow a=4 \text{ hoặc } a=\frac{212}{29}.$$

- $a=4 \Rightarrow c=-9$: đèn nằm thấp hơn hai móc A, B (nhận);
- $a=\dfrac{212}{29} \Rightarrow c=-\dfrac{21}{29}$: đèn nằm cao hơn hai móc, không thể treo bằng dây (loại).

Vậy $T(4;2;-9)$, kiểm tra: $TA^2=9+36=45$, $TB^2=4+16=20$ (đúng).
Do đó $a+b-c=4+2-(-9)=15$.

Bài 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilômet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400;800;16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí $E(100;150;9{,}5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N. Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

Hướng dẫn giải. Máy bay bay từ M qua N rồi đến Q với vận tốc không đổi, tổng thời gian từ M đến Q là $30+10=40$ phút. Do đó véc tơ dịch chuyển trong mỗi phút là

$$\vec{v}=\frac{\overrightarrow{MQ}}{40}=\frac{(400;200;2)}{40}=(10;5;0{,}05).$$

Tọa độ điểm N: $\overrightarrow{MN}=30\,\vec{v}=(300;150;1{,}5) \Rightarrow N(1300;750;15{,}5)$.
Ta có $\overrightarrow{EN}=(1200;600;6)=120\,\vec{v}$, suy ra $EN=120\,|\vec{v}|$.
Vận tốc đạn pháo bằng $5|\vec{v}|$ nên thời gian đạn bay từ E đến N là

$$t=\frac{EN}{5|\vec{v}|}=\frac{120|\vec{v}|}{5|\vec{v}|}=24 \text{ (phút)}.$$

Máy bay đến N sau 30 phút kể từ M, nên phải bắn pháo sau

$$30-24=6 \text{ (phút)}$$

kể từ khi máy bay ở M.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 10
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
Ⓑ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
Ⓒ Hàm số không có cực trị.
Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$ (giá trị cực đại bằng 3). $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ (giá trị cực tiểu bằng 1).

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(e^x-1)(x^2-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

Ⓐ 1.
Ⓑ 0.
Ⓒ 3.
Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x)=(e^x-1)\cdot x(x-1)$.
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$.
Tại $x=0$: cả hai thừa số e^x-1 và x đều đổi dấu nên tích $(e^x-1)x$ không đổi dấu, mà $x-1<0$ gần 0, do đó $f'(x)$ không đổi dấu tại $x=0$ (nghiệm kép), $x=0$ không phải điểm cực trị.
Tại $x=1$: $e^x-1>0$, $x>0$, $x-1$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ nên $f'(x)$ đổi dấu, $x=1$ là điểm cực trị.
Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 3. Trong một hệ trục tọa độ (đơn vị đo là kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?

Ⓐ $(105;2965;10)$.
Ⓑ $(1\,010;575;8)$.
Ⓒ $(1\,010;575;8{,}5)$.
Ⓓ $(1245;2056;735)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB}=(140;50;1)$ là véc tơ dịch chuyển sau 10 phút.
Sau 5 phút tiếp theo, máy bay dịch chuyển thêm $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(70;25;0{,}5)$.

Gọi C là vị trí sau 5 phút tiếp theo thì $\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, suy ra

$$C=(940+70;\ 550+25;\ 8+0{,}5)=(1010;575;8{,}5).$$

Câu 4. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ôtô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau.

Tốc độ (km/h)	$[75;80)$	$[80;85)$	$[85;90)$	$[90;95)$	$[95;100)$
Số xe	15	22	28	34	19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 25 km/h. Ⓑ 5 km/h. Ⓒ 100 km/h. Ⓓ 75 km/h.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên:

$$R=100-75=25\ (\text{km/h}).$$

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng $2a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}$ bằng

Ⓐ $2a^2$. Ⓑ $-2a^2$. Ⓒ a^2. Ⓓ $-a^2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}=-\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC}$.

Tam giác ADC đều cạnh $2a$ nên $\widehat{ADC}=60^\circ$, do đó

$$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC}=2a\cdot 2a\cdot\cos 60^\circ=2a^2.$$

Vậy $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}=-2a^2$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$ là

Ⓐ $y=x+1$. Ⓑ $y=-x-1$. Ⓒ $y=x$. Ⓓ $y=-x$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y=x+\dfrac{4}{x}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x}=0$.

Vậy tiệm cận xiên là $y=x$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

Ⓐ $(3;3;-1)$. Ⓑ $(1;1;3)$.
Ⓒ $(3;1;1)$. Ⓓ $(-1;-1;-3)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(2-1;\ 2-1;\ 1-(-2))=(1;1;3)$.

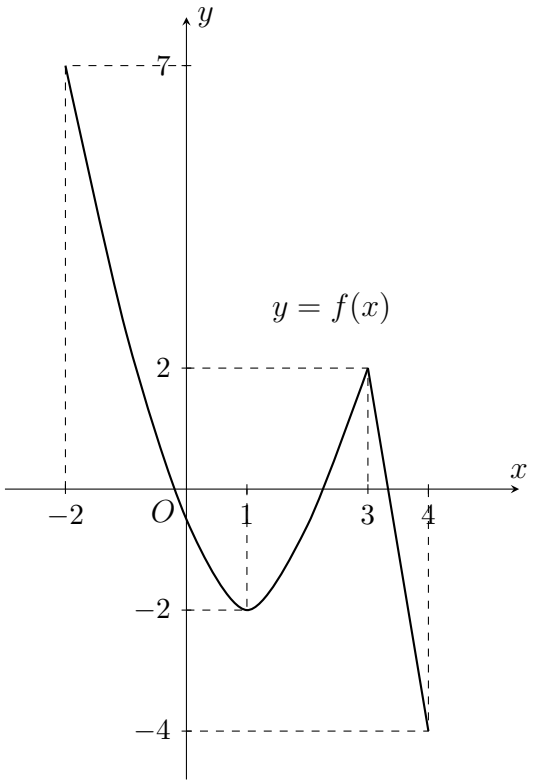
Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $y=\dfrac{1}{4}$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $y=4$. Ⓓ $y=-1$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=4$.

Vậy tiệm cận ngang là $y=4$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 7. Ⓒ 4. Ⓓ -4.

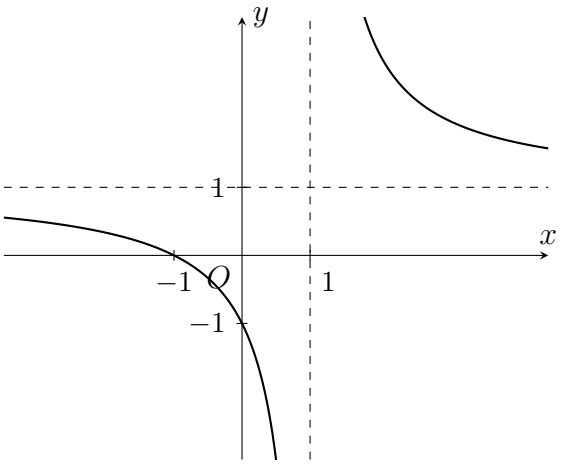
Hướng dẫn giải. Quan sát đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$: điểm thấp nhất của đồ thị là điểm có tung độ -4 tại $x = 4$ (các giá trị khác lớn hơn, chẳng hạn giá trị cực tiểu địa phương là -2).
Vậy $\min\limits_{[-2;4]} f(x) = -4$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Đáp án: **B**.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Ⓑ $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Ⓒ $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$, cắt trục tung tại điểm có tung độ -1.

Loại A (tiệm cận ngang $y=2$), loại C (tiệm cận đứng $x=-1$), loại D (tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$).

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$ và $y(0)=-1$ (thỏa mãn).

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ đơn vị $\vec{j}$ và véc tơ $\vec{a}=(1;1;0)$. Khi đó góc giữa hai véc tơ $\vec{j}$ và $\vec{a}$ là

Ⓐ $30°$. Ⓑ $180°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $90°$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\vec{j}=(0;1;0)$, nên

$$\cos(\vec{j},\vec{a})=\frac{\vec{j}\cdot\vec{a}}{|\vec{j}|\cdot|\vec{a}|}=\frac{1}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai véc tơ là $45°$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$.

a) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

b) Hàm số không có cực trị.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa khoảng $(2;6]$ bằng $\dfrac{29}{4}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $y=x+1+\dfrac{1}{x-2}$, tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$y'=1-\dfrac{1}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3$.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$y(1)=1$	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	$y(3)=5$	↗ $+\infty$

a) **Sai.** Vì $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}} y=\pm\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng. Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[y-(x+1)]=0$ nên $y=x+1$ là tiệm cận xiên. Đồ thị không có tiệm cận ngang.

b) **Sai.** y' đổi dấu tại $x=1$ và $x=3$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

c) **Đúng.** Trên $(3;+\infty)$ ta có $y'>0$ nên hàm số đồng biến.

d) **Sai.** Vì $\lim\limits_{x\to 2^{+}} y=+\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(2;6]$. ($\dfrac{29}{4}=y(6)$ chỉ là giá trị tại đầu mút.)

Bài 2. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $N(x)=\dfrac{Cx}{x^2+2}$, $x>0$. Biết rằng sau 1 phút thì nồng độ thuốc trong máu là 6 (mg/l).

a) Giá trị của $C=18$.

b) Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là 9 (mg/l).

c) Tại một thời điểm nào đó, nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt 7 (mg/l).

d) Trong 2 phút đầu nồng độ thuốc trong máu tăng dần.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng.** $N(1)=\dfrac{C}{3}=6\Rightarrow C=18$. Khi đó $N(x)=\dfrac{18x}{x^2+2}$.

b) **Sai.** $N(4)=\dfrac{18\cdot 4}{16+2}=4$ (mg/l).

c) **Sai.** $N'(x)=\dfrac{18(2-x^2)}{(x^2+2)^2}$, $N'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$ (vì $x>0$). $N'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x=\sqrt{2}$ nên $\max N=N(\sqrt{2})=\dfrac{18\sqrt{2}}{4}=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\approx 6{,}36<7$. Vậy nồng độ không bao giờ đạt 7 mg/l.

d) **Sai.** $N(x)$ tăng trên $(0;\sqrt{2})$ và giảm trên $(\sqrt{2};+\infty)$. Vì $\sqrt{2}<2$ nên trong 2 phút đầu nồng độ không tăng dần.

Bài 3. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3.

a) $\left|\overrightarrow{A'B'}-\overrightarrow{D'C'}\right|=3$.

b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

c) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{B'C}=-9$.

d) Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N}=2\overrightarrow{NB'}$. Khi đó $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$, $\vec{w}=\overrightarrow{AA'}$. Ba véc tơ đôi một vuông góc và có độ dài bằng 3.

a) **Sai.** $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{D'C'}$ nên $\left|\overrightarrow{A'B'}-\overrightarrow{D'C'}\right|=0$.

b) **Sai.** Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. Còn $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\neq\overrightarrow{AC'}$.

c) **Sai.** $\overrightarrow{B'C}=\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{BC}=-\vec{w}+\vec{v}$, nên

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{B'C}=\vec{u}\cdot(\vec{v}-\vec{w})=0-0=0.$$

d) **Đúng.** $\overrightarrow{C'N}=2\overrightarrow{NB'}$ nên N thuộc đoạn $C'B'$ và $\overrightarrow{C'N}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{C'B'}=-\dfrac{2}{3}\vec{v}$. Do đó

$$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{C'N}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}-\frac{2}{3}\vec{v}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.$$

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;-1;3)$, $B(1;2;-1)$, $C(-4;7;5)$.

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6$.

b) Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM=\sqrt{30}$.

c) Gọi $D(a;b;c)$ là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $a+b+c=10$.

d) Tia phân giác trong góc A cắt BC tại điểm I. Khi đó $OI=\dfrac{\sqrt{134}}{3}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(-6;8;2)$.

a) **Sai.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6+24-8=22$.

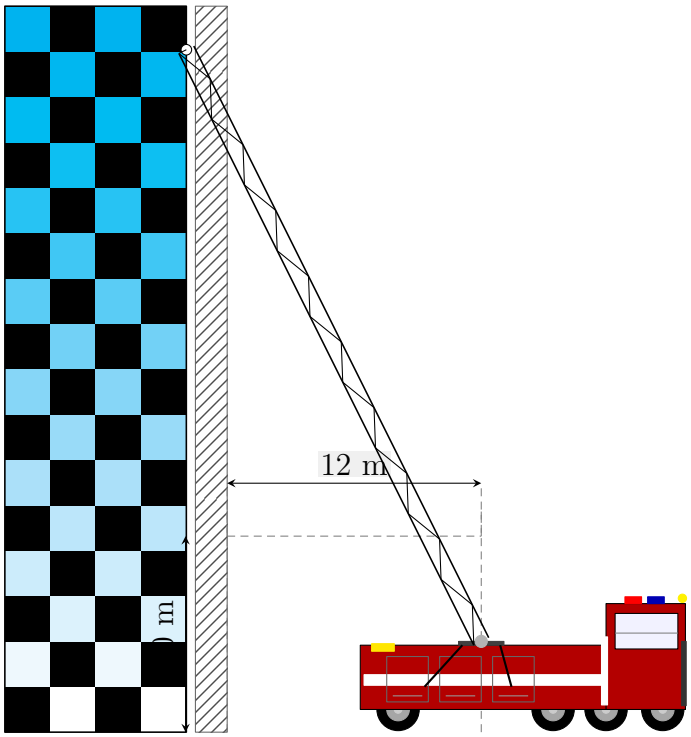
b) **Đúng.** $M(-1;3;4)$, $\overrightarrow{BM}=(-2;1;5)$ nên $BM=\sqrt{4+1+25}=\sqrt{30}$.

c) **Đúng.** $ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$, hay $D=A+C-B$. Suy ra $D(-3;4;9)$ và $a+b+c=-3+4+9=10$.

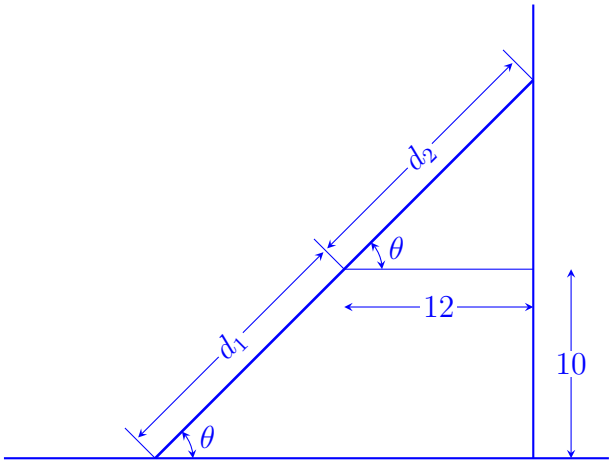
d) **Đúng.** $AB=\sqrt{1+9+16}=\sqrt{26}$, $AC=\sqrt{36+64+4}=2\sqrt{26}$.
Theo tính chất đường phân giác, $\dfrac{IB}{IC}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$ nên $\overrightarrow{BI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, tức $I=\dfrac{2B+C}{3}=\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3};1\right)$.
Vậy $OI=\sqrt{\dfrac{4}{9}+\dfrac{121}{9}+1}=\dfrac{\sqrt{134}}{3}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng. Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10 m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12 m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là 1,2 m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



✍ *Hướng dẫn giải.*



Đặt L là độ dài của chiếc thang (tính từ mặt đất), và θ là góc tạo bởi thang với phương ngang $(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2})$.

Gọi d_1 là đoạn thẳng từ mặt đất lên tới mái hiên, d_2 là đoạn từ mái hiên tới tường. Khi đó:

$$L = d_1 + d_2 = \frac{10}{\sin\theta} + \frac{12}{\cos\theta}.$$

Xét hàm số $f(\theta) = \dfrac{10}{\sin\theta} + \dfrac{12}{\cos\theta}$ liên tục trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Ta tính đạo hàm:

$$f'(\theta) = -\frac{10\cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{12\sin\theta}{\cos^2\theta} = -\frac{10}{\sin\theta}\cot\theta + \frac{12}{\cos\theta}\tan\theta.$$

Giải phương trình $f'(\theta) = 0$:

$$\frac{12\sin\theta}{\cos^2\theta} = \frac{10\cos\theta}{\sin^2\theta} \Leftrightarrow 12 \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\cos\theta} = 10 \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^3\theta}{\cos^3\theta} = \frac{10}{12} \Leftrightarrow \tan^3\theta = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan\theta = \sqrt[3]{\frac{5}{6}} \approx 0,941.$$

Suy ra $\theta \approx 0,76$ rad.

Lập bảng xét dấu $f'(\theta)$, ta thấy đây là điểm cực tiểu duy nhất của hàm số trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Giá trị $f(0,76) \approx 31,07\,\text{m}$. Tuy nhiên, do thang đặt trên xe cứu hỏa cao $1,2\,\text{m}$ so với mặt đất, phần thang thực tế cần dùng tương ứng với chiều cao tường còn lại là $10 - 1,2 = 8,8\,\text{m}$ tính từ chân thang.

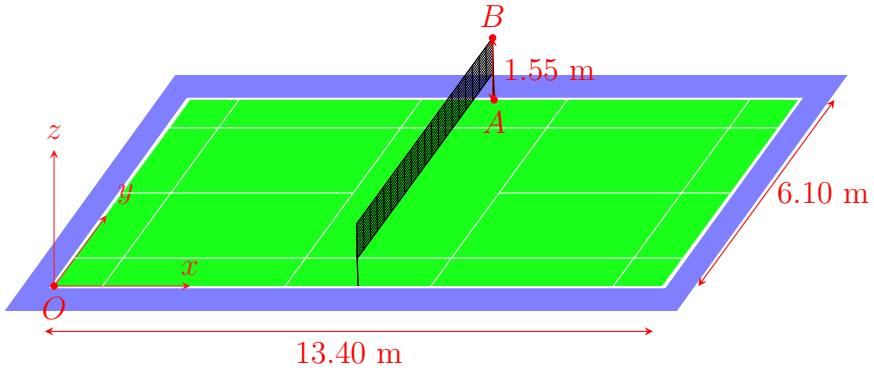
Độ dài thang ngắn nhất cần thiết là:

$$L_{\min} \approx f(0,76) - \frac{1,2}{\sin(0,76)} \approx 31,07 - 1,74 \approx 29,3\,\text{m}.$$

Vậy độ dài ngắn nhất của chiếc thang là $29,3\,\text{m}$.

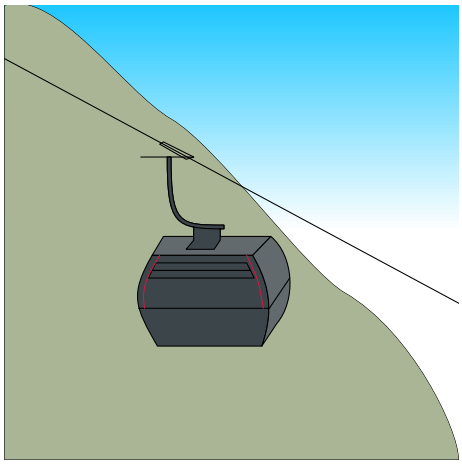
Bài 2. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ

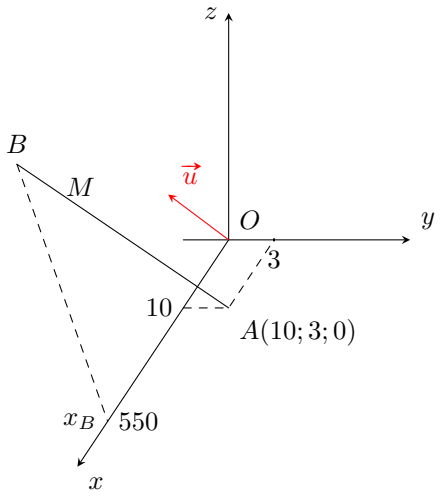
cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(a;b;c)$. Khi đó $S=a-b+2c$ bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Vì véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với véc-tơ đơn vị $\vec{k}$ của trục Oz và độ dài $AB=1{,}55$ nên $\overrightarrow{AB}=1{,}55\vec{k}$. Do đó $\overrightarrow{AB}=(0;0;1{,}55)\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\c=1{,}55\end{cases}\Rightarrow S=a-b+2c=3{,}1.$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A 3240m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\vec{u}(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B=550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabintrên quãng đường AD là bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng đơn vị nếu là số thập phân)?





Hướng dẫn giải. Ta có: $\overrightarrow{AB}=k\vec{u},k\neq0$ (do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{u}$ cùng phương)

$$\Leftrightarrow(540;y_B-3;z_B)=k(2;-2;1)$$

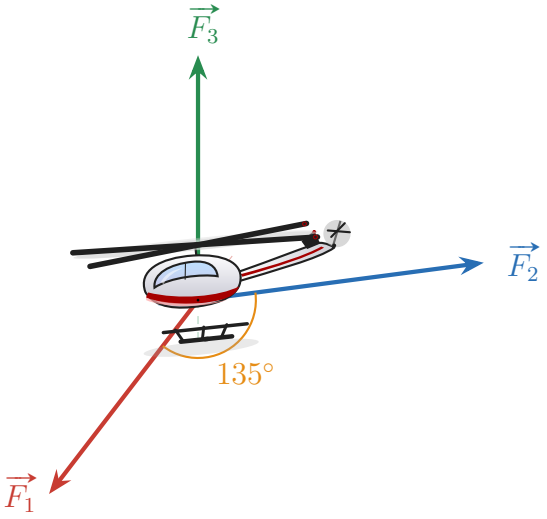
$$\Leftrightarrow\begin{cases}540=2k\\y_B-3=-2k\\z_B=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=270\\y_B=-537.\\z_B=270\end{cases}$$

Suy ra $B(550;-537;270)$.

$$\Rightarrow AB=\sqrt{(550-10)^2+(-537-3)^2+(270-0)^2}=810(\text{ m})$$

Khi đó, $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{3240}{810}=4$ hay $AD=4$AB. Mà vận tốc không đổi chuyển động đều theo cáp thẳng đến D và thời gian di chuyển từ A đến B là 3 phút. Nên thời gian di chuyển của cabintrên quãng đường AD là $4\cdot3=12$ (phút).

Bài 4. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$. Một lực nâng $\vec{F}_3$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Hướng dẫn giải. Gọi $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ là hợp lực của ba lực đã cho.

Đặt $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Vì $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng nằm trong mặt phẳng (α) nên $\vec{F}_{12}$ cũng nằm trong mặt phẳng (α).

Độ lớn của lực $\vec{F}_{12}$ được tính theo công thức: $F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135°$

$F_{12}^2 = 400 + 225 + 600 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 625 - 300\sqrt{2}$.

Vì $\vec{F}_3 \perp (\alpha)$ và $\vec{F}_{12} \subset (\alpha)$ nên $\vec{F}_3 \perp \vec{F}_{12}$.

Khi đó, độ lớn của hợp lực $\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$ là: $F = \sqrt{F_{12}^2 + F_3^2} = \sqrt{625 - 300\sqrt{2} + 10^2} = \sqrt{725 - 300\sqrt{2}} \approx 17,3417$ (N).

Làm tròn đến hàng phần chục, ta được kết quả là 17,3 Niu-tơn.

Bài 5. Bảng số liệu sau đây thống kê số cân nặng của một lớp gồm 40 học sinh (đơn vị: kg).

Kết quả cân nặng của học sinh (kg)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	
Số học sinh	3	10	15	10	2	$n = 40$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? (*kết quả lấy một chữ số thập phân*)

Hướng dẫn giải. Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là 3; 13; 28; 38; 40.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 $\frac{n}{4} = 10$ nên Q_1 thuộc nhóm [40; 45).

$$Q_1 = 40 + \frac{10 - 3}{10} \cdot 5 = 43,5.$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3: $\dfrac{3n}{4} = 30$ nên Q_3 thuộc nhóm $[50;55)$.

$$Q_3 = 50 + \frac{30-28}{10} \cdot 5 = 51.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 51 - 43{,}5 = 7{,}5$.

Bài 6. Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2024$ có giá trị cực tiểu bằng a và giá trị cực đại bằng b. Tính giá trị biểu thức $S = 2a + b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Vì hệ số của x^3 dương nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và cực tiểu tại $x = 3$.

Giá trị cực đại: $b = y(1) = 1 - 6 + 9 + 2024 = 2028$.

Giá trị cực tiểu: $a = y(3) = 27 - 54 + 27 + 2024 = 2024$.

Vậy $S = 2a + b = 2 \cdot 2024 + 2028 = 6076$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

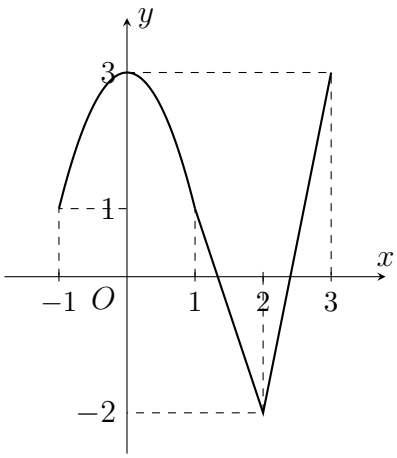
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a} = (6;0;-3)$ và $\vec{b} = (-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

Ⓐ $(7;2;3)$. Ⓑ $(-7;-2;3)$. Ⓒ $(-5;2;3)$. Ⓓ $(7;2;-3)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (6+1;\ 0+2;\ -3-0) = (7;2;-3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $3M - 2m$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 13.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: $M = \max\limits_{[-1;3]} f(x) = 3$ (đạt tại $x = 0$ và $x = 3$), $m = \min\limits_{[-1;3]} f(x) = -2$ (đạt tại $x = 2$).

Vậy $3M - 2m = 3 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) = 13$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = \dfrac{1}{2}$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $x = -1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{5x-1}{x-1} = +\infty$ (do tử $\to 4 > 0$, mẫu $\to 0^+$).

Vậy tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;4)$ trên trục Ox là

Ⓐ $M'(0;0;-4)$. Ⓑ $M'(0;2;0)$.
Ⓒ $M'(1;0;0)$. Ⓓ $M'(1;2;-4)$.

Hướng dẫn giải. Hình chiếu vuông góc của $M(x_0;y_0;z_0)$ lên trục Ox là $(x_0;0;0)$.

Vậy $M'(1;0;0)$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

Các phương án còn lại sai: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}\neq\overrightarrow{AC}$.

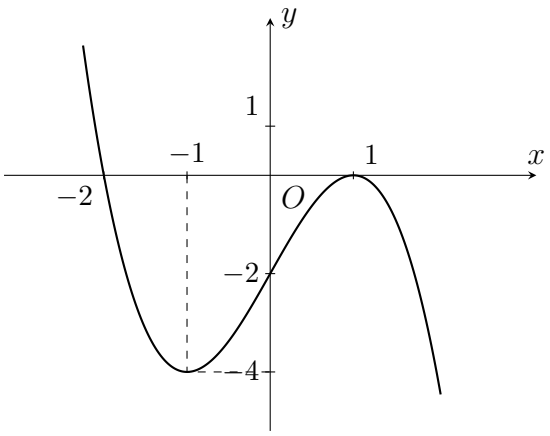
Câu 6. Một vật chuyển động theo quỹ đạo $s=2t^3+24t^2+9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Sau 7 (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 111 (m/s). Ⓑ 487 (m/s). Ⓒ 639 (m/s). Ⓓ 1925 (m/s).

Hướng dẫn giải. Vận tốc tức thời: $v(t)=s'(t)=6t^2+48t+9$.

Tại $t=7$: $v(7)=6\cdot 49+48\cdot 7+9=294+336+9=639$ (m/s).

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại

Ⓐ $x=3$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=1$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x=1$ (đồ thị đi lên rồi đi xuống, điểm cực đại $(1;0)$), còn tại $x=-1$ hàm số đạt cực tiểu (giá trị -4).

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a}=4\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $(4;3;-5)$. Ⓑ $(-4;-3;5)$. Ⓒ $(-5;4;3)$. Ⓓ $(3;4;-5)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{a}=4\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}\Rightarrow\vec{a}=(4;3;-5)$.

Câu 9. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

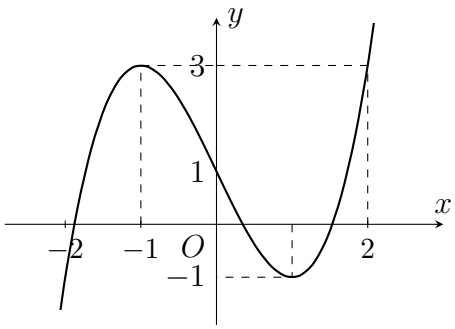
Ⓐ 24. Ⓑ 18. Ⓒ 21. Ⓓ 14.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng có tần số khác 0 và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có tần số khác 0.

Nhóm đầu: $[2;6)$; nhóm cuối có tần số khác 0: $[22;26)$.

Vậy $R = 26 - 2 = 24$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = x^3 - 3x + 1$.
(B) $y = -x^3 + 2x - 1$.
(C) $y = -x^3 + 3x + 1$.
(D) $y = 2x^3 - 6x - 1$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có nhánh phải đi lên nên hệ số $a > 0$, loại B, C.

Đồ thị đi qua điểm cực đại $(-1;3)$ và cực tiểu $(1;-1)$.

Với $y = x^3 - 3x + 1$: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, $y(-1) = 3$, $y(1) = -1$ (thỏa mãn).

Với $y = 2x^3 - 6x - 1$: $y(1) = -5 \neq -1$ (loại).

Vậy đồ thị là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

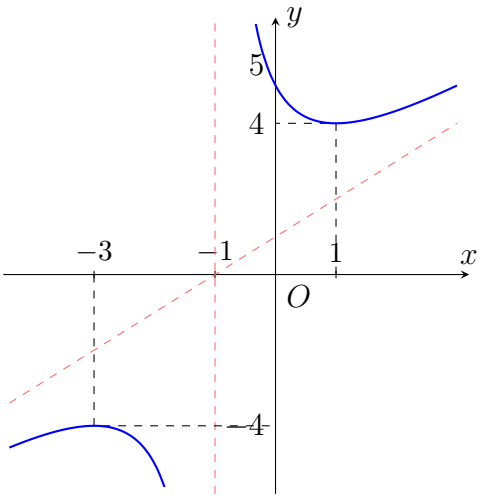
(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên: $f'(x) > 0$ trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$; $f'(x) < 0$ trên $(-1;1)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

Vậy mệnh đề đúng là: hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 12. Dường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}$.

Ⓑ $y=\dfrac{x^2-1}{x-2}$.

Ⓒ $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Ⓓ $y=-x^3+3x^2-4$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận xiên, nên loại D (hàm đa thức); loại B (tiệm cận đứng $x=2$) và loại C (tiệm cận ngang $y=1$, không có tiệm cận xiên).

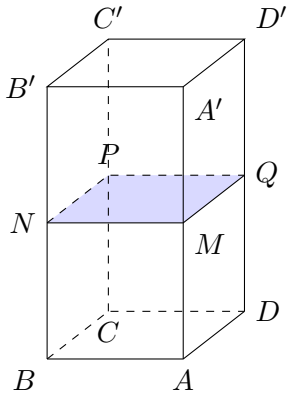
Kiểm tra A: $y=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}=x+1+\dfrac{4}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận xiên $y=x+1$.

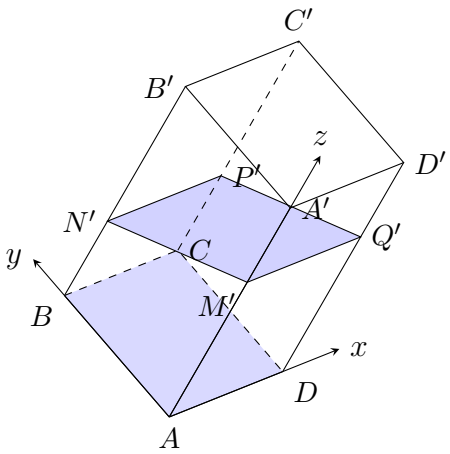
$y(0)=5$; $y'=1-\dfrac{4}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-3$, với $y(1)=4$ (cực tiểu), $y(-3)=-4$ (cực đại), khớp với đồ thị.

Vậy đồ thị là của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chậu nước hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 dm và chiều cao bằng 8 dm. Người ta đổ nước vào chiếm một nửa chiều cao chậu nước, mặt thoáng của nước là $MNPQ$. Khi nghiêng chậu nước sao cho các cạnh bên đều lệch một góc 30° so với phương thẳng đứng thì mặt thoáng của nước là $M'N'P'Q'$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với A trùng với gốc tọa độ O, tia Ox qua D và tia Oy qua B.





a) Thể tích nước trong chậu là 64 dm^3.

b) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=16$.

c) Trung điểm I của $M'N'$ có tọa độ là $(0;2;4)$.

d) Góc hai vectơ $\overrightarrow{AN'},\overrightarrow{AQ'}$ bằng $61{,}2^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục: $A(0;0;0)$, $B(0;4;0)$, $D(4;0;0)$, $A'(0;0;8)$. Khi đó $M(0;0;4)$, $N(0;4;4)$.

a) Đúng. Nước chiếm nửa chiều cao nên $V=4\cdot4\cdot4=64$ dm^3.

b) Đúng. $\overrightarrow{AM}=(0;0;4)$, $\overrightarrow{AN}=(0;4;4)$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0+0+16=16$.

c) Đúng. Khi nghiêng, thể tích nước không đổi nên thiết diện ngang ($ABN'M'$ là hình thang vuông tại A, B) có diện tích $\dfrac{64}{4}=16$:

$$\frac{(AM'+BN')\cdot AB}{2}=16\Rightarrow AM'+BN'=8.$$

Mặt thoáng $M'N'$ nằm ngang, còn AB nghiêng 30° so với phương ngang nên

$$AM'-BN'=AB\tan30^\circ=\frac{4}{\sqrt3}.$$

Suy ra $AM'=4+\dfrac{2}{\sqrt3}$, $BN'=4-\dfrac{2}{\sqrt3}$. Do đó

$$M'\left(0;0;4+\tfrac{2}{\sqrt3}\right),\quad N'\left(0;4;4-\tfrac{2}{\sqrt3}\right)$$

và trung điểm $I(0;2;4)$.

d) Sai. Ta có $Q'\left(4;0;4+\tfrac{2}{\sqrt3}\right)$, nên

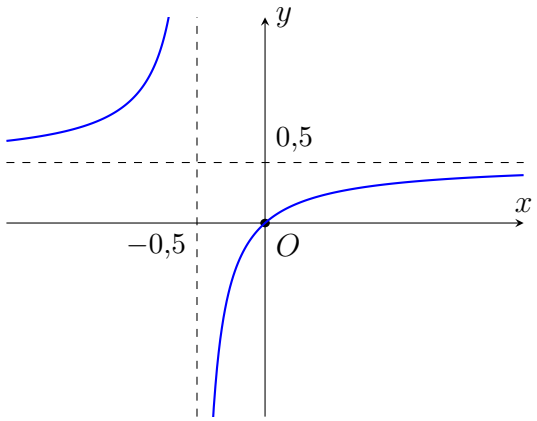
$$\overrightarrow{AN'}=\left(0;4;4-\tfrac{2}{\sqrt3}\right),\quad \overrightarrow{AQ'}=\left(4;0;4+\tfrac{2}{\sqrt3}\right).$$

$$\overrightarrow{AN'}\cdot\overrightarrow{AQ'}=16-\frac{4}{3}=\frac{44}{3}.$$

$$\left|\overrightarrow{AN'}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AQ'}\right|=\sqrt{\left(\frac{100}{3}\right)^2-\frac{256}{3}}=\frac{\sqrt{9232}}{3}\approx32{,}03.$$

$$\cos\left(\overrightarrow{AN'},\overrightarrow{AQ'}\right)\approx0{,}458\Rightarrow\left(\overrightarrow{AN'},\overrightarrow{AQ'}\right)\approx62{,}7^\circ\neq61{,}2^\circ.$$

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ $(c\neq0,\ a-bc\neq0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

b) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right);\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

c) $a>0;\ b<0;\ c>0$.

d) $a+2b+c=3$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x=-\dfrac{1}{2}$ nên $-\dfrac{1}{c}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow c=2$; tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$ nên $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=1$; đồ thị đi qua $O(0;0)$ nên $b=0$.

Vậy $f(x)=\dfrac{x}{2x+1}$ (thỏa $a-bc=1\neq 0$).

a) Đúng.

b) Sai. $f'(x)=\dfrac{1}{(2x+1)^2}>0$ với mọi $x\neq-\dfrac{1}{2}$, nên hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ (không phải các khoảng đã nêu).

c) Sai. Vì $b=0$ nên $b<0$ sai.

d) Đúng. $a+2b+c=1+0+2=3$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(1;0;2)$, $B(3;-2;1)$, $C(-1;-1;4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Cho P là điểm thỏa mãn biểu thức vectơ $\overrightarrow{PC}=3\overrightarrow{PB}$. Khi đó $\overrightarrow{DP}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{DB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{DC}$.

b) Tọa độ của vectơ $\vec{x}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là $(4;-1;-3)$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

d) Cho điểm G di động trên mặt phẳng Oxy, khi đó biểu thức $M=\left|\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\widehat{AGB}$ là góc tù.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** $\overrightarrow{PC}=3\overrightarrow{PB}\Rightarrow\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DP}=3\overrightarrow{DB}-3\overrightarrow{DP}\Rightarrow\overrightarrow{DP}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{DB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

b) Sai. $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;2)$ nên $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=(4-2;-4-1;-2+2)=(2;-5;0)$.

c) Đúng. Đẳng thức tương đương $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}$, tức $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DB}$ (luôn đúng).

d) Sai. Gọi I thỏa $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, ta có

$$I\left(\frac{1+6-3}{6};\frac{0-4-3}{6};\frac{2+2+12}{6}\right)=\left(\frac{2}{3};-\frac{7}{6};\frac{8}{3}\right).$$

Khi đó $M=\left|6\overrightarrow{GI}\right|=6GI$ nhỏ nhất khi G là hình chiếu của I lên (Oxy), tức $G\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6};0\right)$.

$\overrightarrow{GA}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6};2\right)$, $\overrightarrow{GB}=\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{6};1\right)$ nên

$$\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=\frac{7}{9}-\frac{35}{36}+2=\frac{65}{36}>0.$$

Vậy $\widehat{AGB}$ là góc nhọn.

Bài 4. Một công ty sau khi mở bán sản phẩm mới đã ghi nhận lợi nhuận $P(t)$ (đơn vị triệu đồng) sau t tháng kinh doanh. Trong năm đầu tiên, giả sử mối liên hệ giữa lợi nhuận và thời gian kinh doanh được mô hình hóa bởi hàm số $P(t)=-t^3+15t^2+mt+50$ $(t\in\mathbb{N},1\leq t\leq 12)$ với $m\in\mathbb{R}$. Biết sau tháng đầu tiên mở bán, công ty thu được lợi nhuận là 136 triệu đồng. Xét tính

đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tốc độ tăng trưởng lợi nhuận của công ty là hàm số $P'(t) = -3t^2 + 30t + 50$.

b) Lợi nhuận của công ty đạt mức tối đa tại thời điểm $t = 3$.

c) Sau 2 tháng mở bán, lợi nhuận công ty thu về được là 246 triệu đồng.

d) Tại thời điểm $t = 5$ thì tốc độ thay đổi lợi nhuận là lớn nhất.

Hướng dẫn giải. Vì $P(1) = 136$ nên $-1 + 15 + m + 50 = 136 \Rightarrow m = 72$. Vậy $P(t) = -t^3 + 15t^2 + 72t + 50$.

a) Sai. $P'(t) = -3t^2 + 30t + 72$.

b) Sai. $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 12$ hoặc $t = -2$. Với $1 \le t \le 12$ thì $P'(t) \ge 0$ nên $P(t)$ đồng biến, lợi nhuận lớn nhất tại $t = 12$.

c) Đúng. $P(2) = -8 + 60 + 144 + 50 = 246$ (triệu đồng).

d) Đúng. Tốc độ thay đổi lợi nhuận là $P'(t) = -3t^2 + 30t + 72 = -3(t-5)^2 + 147$, lớn nhất bằng 147 khi $t = 5$ (thỏa $t \in \mathbb{N}$, $1 \le t \le 12$).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển Drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một Drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1;\ 2;\ -1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(2;\ -1;\ 3)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1 km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80 km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản của gió không đáng kể để Drone bay theo đường thẳng. Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$ nên

$$AB = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{26} \text{ (đơn vị)} = \sqrt{26} \text{ km}.$$

Thời gian bay: $t = \dfrac{\sqrt{26}}{80}$ (giờ) $= \dfrac{\sqrt{26}}{80} \cdot 60 = \dfrac{3\sqrt{26}}{4} \approx 3{,}82$ (phút).

Bài 2. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng sau

Nhóm	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Tần số	4	14	8	10	6	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm: 42,5; 47,5; 52,5; 57,5; 62,5; 67,5.

Số trung bình:

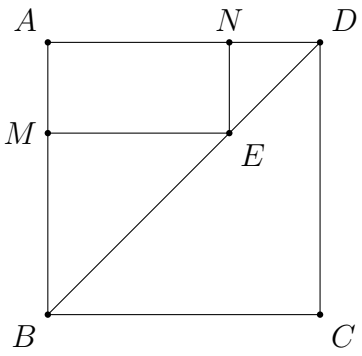
$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 42{,}5 + 14 \cdot 47{,}5 + 8 \cdot 52{,}5 + 10 \cdot 57{,}5 + 6 \cdot 62{,}5 + 2 \cdot 67{,}5}{44} = \frac{2340}{44} = \frac{585}{11} \approx 53{,}18.$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{4 \cdot 42{,}5^2 + 14 \cdot 47{,}5^2 + 8 \cdot 52{,}5^2 + 10 \cdot 57{,}5^2 + 6 \cdot 62{,}5^2 + 2 \cdot 67{,}5^2}{44} - \overline{x}^2 = \frac{126475}{44} - \left(\frac{585}{11}\right)^2 \approx 46{,}126.$$

Bài 3. Bác An muốn xây một chiếc bể bơi cho trẻ em trong mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có diện tích 144 m^2. Biết bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có hai đỉnh đối diện của đáy là A và E,

với E thuộc đường chéo BD; độ sâu của bể bơi không đổi bằng 1,5 m (tham khảo hình vẽ). Chi phí lát gạch cho nền bể là 1.000.000 VNĐ/m^2 và chi phí lát gạch cho thành bể là 500.000 VNĐ/m^3. Hỏi khi diện tích đáy bể đạt giá trị lớn nhất thì chi phí phải bỏ ra để lát gạch cho nền và thành bể bơi này là bao nhiêu triệu đồng?



Hướng dẫn giải. Cạnh hình vuông: $AB = AD = \sqrt{144} = 12$ m.

Đặt $AN = x$ $(0 < x < 12)$. Vì $E \in BD$ nên tam giác BME vuông cân tại M, suy ra $ME = BM = 12 - AM$, hay $AM = NE = 12 - x$.

Diện tích đáy bể: $S = AN \cdot AM = x(12 - x) = -(x - 6)^2 + 36 \le 36$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 6$. Khi đó đáy bể là hình vuông cạnh 6 m, $S_{\max} = 36$ m^2.

Chi phí lát nền: $36 \cdot 1.000.000 = 36$ (triệu đồng).

Diện tích xung quanh thành bể: $2(6 + 6) \cdot 1{,}5 = 36$ m^2, chi phí lát thành: $36 \cdot 500.000 = 18$ (triệu đồng).

Tổng chi phí: $36 + 18 = 54$ (triệu đồng).

Bài 4. Giả sử chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) để công ty A sản xuất ra một đơn vị sản phẩm được cho bởi công thức $C(x) = 9x - 300 + \dfrac{400}{x}$. Hàm tổng doanh thu đạt được khi bán được x sản phẩm là $R(x) = 460x + 6{,}85x^2$ (nghìn đồng). Hỏi nếu chính phủ đánh thuế 15% trên một đơn vị sản phẩm thì cần bán bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn giải. Tổng chi phí sản xuất: $x \cdot C(x) = 9x^2 - 300x + 400$.

Thuế 15% trên một đơn vị sản phẩm nên tổng thuế là $0{,}15x$.

Hàm lợi nhuận:

$$L(x) = R(x) - xC(x) - 0{,}15x = 460x + 6{,}85x^2 - 9x^2 + 300x - 400 - 0{,}15x = -2{,}15x^2 + 759{,}85x - 400.$$

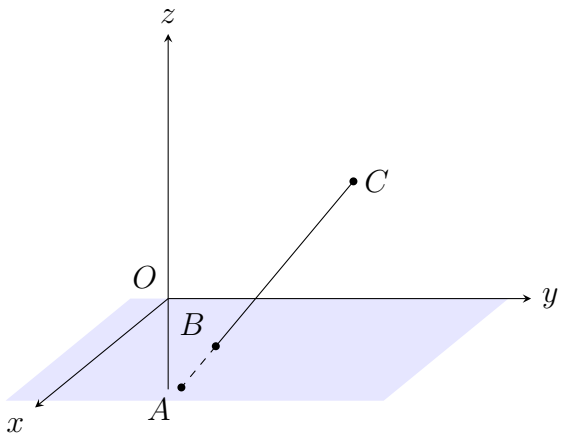
$L(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a = -2{,}15 < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$x_0 = \frac{759{,}85}{2 \cdot 2{,}15} = \frac{759{,}85}{4{,}3} \approx 176{,}71.$$

Vì x là số nguyên và 176,71 gần 177 hơn 176 nên $L(x)$ lớn nhất khi $x = 177$.

Bài 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo trên mỗi trục bằng 1 mét trên thực tế), một con chim bói cá đang ở vị trí (C) cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá (điểm A) cách mặt nước 50 cm và cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ của chim bói cá lúc vừa tiếp xúc với mặt nước

(điểm B) là $(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.



✍ *Hướng dẫn giải.* Do $x, y > 0$ (như hình vẽ) và mặt nước là (Oxy) nên:

- C cách (Oxy) là 2, cách (Oxz) là 3, cách (Oyz) là 1 nên $C(1;3;2)$.
- A nằm dưới mặt nước 0,5 m, cách (Oxz) là 1, cách (Oyz) là 1,5 nên $A\left(\frac{3}{2};1;-\frac{1}{2}\right)$.

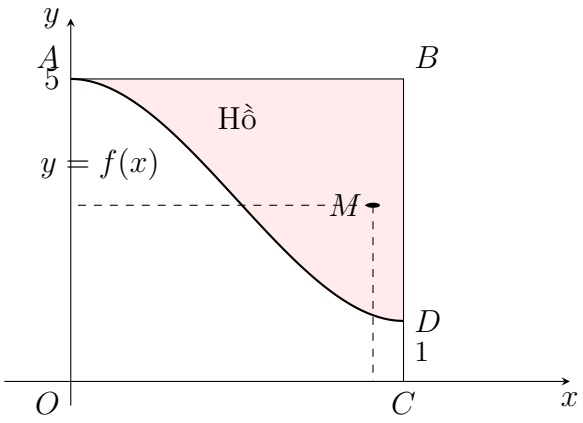
Chim phóng thẳng từ C đến A nên B là giao điểm của đường thẳng CA với mặt phẳng (Oxy): $z=0$.

$\overrightarrow{CA}=\left(\frac{1}{2};-2;-\frac{5}{2}\right)$. Đường thẳng CA: $\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=3-2t \\ z=2-\frac{5}{2}t \end{cases}$.

$B\in(Oxy)\Rightarrow 2-\frac{5}{2}t=0\Rightarrow t=\frac{4}{5}$. Khi đó $x=\frac{7}{5}$, $y=\frac{7}{5}$.

Vậy $B\left(\frac{7}{5};\frac{7}{5};0\right)$ và $a+b+c=\frac{7}{5}+\frac{7}{5}+0=\frac{14}{5}=2{,}8$.

Bài 6. Một khu vườn hình chữ nhật $OABC$ được mô hình hoá như hình vẽ bên cạnh, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Người ta đào một hồ sen giới hạn bởi các đường thẳng AB, BC và đường cong bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm bậc ba $y=f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0;5)$ và $D(2;1)$. Từ điểm M trên bờ hồ $y=f(x)$, người ta mở đường đi đến hai cạnh OA, OC. Tìm hoành độ điểm M để tổng chiều dài con đường ngắn nhất (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (với $a\neq 0$). Vì $A(0;5)$ là điểm cực trị nên $f'(0)=0$ và $f(0)=5$. Vì $D(2;1)$ là điểm cực trị nên $f'(2)=0$ và $f(2)=1$.

Từ $f'(0)=0$ và $f'(2)=0$ suy ra $f'(x)=3ax(x-2)=3ax^2-6ax$, do đó $f(x)=ax^3-3ax^2+d$.

Từ $f(0)=5$ suy ra $d=5$. Từ $f(2)=1$ suy ra $8a-12a+5=1 \Rightarrow a=1$.

Vậy $f(x)=x^3-3x^2+5$.

Điểm $M(x;f(x))$ với $0<x<2$. Khoảng cách từ M đến OA (trục Oy) là x, đến OC (trục Ox) là $f(x)$. Tổng chiều dài con đường là

$$g(x)=x+f(x)=x^3-3x^2+x+5, \quad x\in[0;2].$$

Ta có $g'(x)=3x^2-6x+1$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1\pm\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Trong $[0;2]$ cả hai nghiệm đều thuộc đoạn. Ta có

$$g(0)=5, \quad g\left(1-\tfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\approx 5{,}09, \quad g\left(1+\tfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\approx 2{,}91, \quad g(2)=3.$$

Giá trị nhỏ nhất đạt tại $x=1+\dfrac{\sqrt{6}}{3}\approx 1{,}82$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC, với $A(0;2;3)$, $B(4;-2;1)$, $C(-5;1;-3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Ⓐ $D(-9;-5;-1)$. Ⓑ $D(9;-5;1)$.
Ⓒ $D(-9;5;-1)$. Ⓓ $D(9;5;-1)$.

Hướng dẫn giải. $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, suy ra $D=A+C-B$.
$D=(0-5-4;\ 2+1+2;\ 3-3-1)=(-9;5;-1)$.

Câu 2. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Khoảng biến thiên (đơn vị: km/h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Ⓐ 12. Ⓑ 10. Ⓒ 6. Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải. Khoảng biến thiên $R=$ (đầu mút phải của nhóm cuối) $-$ (đầu mút trái của nhóm đầu) $=60-50=10$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓑ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
Ⓓ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
$y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0$ với mọi $x\neq -2$.
Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 4. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ là

Ⓐ $A(-1;5)$. Ⓑ $C(1;1)$. Ⓒ $D(1;2)$. Ⓓ $B(5;-1)$.

Hướng dẫn giải. $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.
$y''=6x$: $y''(1)=6>0$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu, $y(1)=1-3+3=1$.
Vậy điểm cực tiểu của đồ thị là $C(1;1)$.

Câu 5. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $x=-1$. Ⓓ $y=-1$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$ (tử $\to -1$, mẫu $\to 0^+$).

Vậy tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 6. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 65 khách hàng mua hàng ở một siêu thị mini trong một ngày.

Nhóm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	7	6	19	23	10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng? (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Ⓐ 136,71. Ⓑ $s_x=11{,}7$. Ⓒ $s_x=11{,}6$. Ⓓ $s_x=11{,}69$.

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện: $45;55;65;75;85$.

Số trung bình: $\overline{x}=\dfrac{7\cdot 45+6\cdot 55+19\cdot 65+23\cdot 75+10\cdot 85}{65}=\dfrac{4455}{65}=\dfrac{891}{13}$.

Phương sai: $s^2=\dfrac{7\cdot 45^2+6\cdot 55^2+19\cdot 65^2+23\cdot 75^2+10\cdot 85^2}{65}-\overline{x}^2=\dfrac{314225}{65}-\left(\dfrac{891}{13}\right)^2=\dfrac{23104}{169}\approx 136{,}71$.

Độ lệch chuẩn: $s_x=\sqrt{s^2}=\dfrac{152}{13}\approx 11{,}69$.

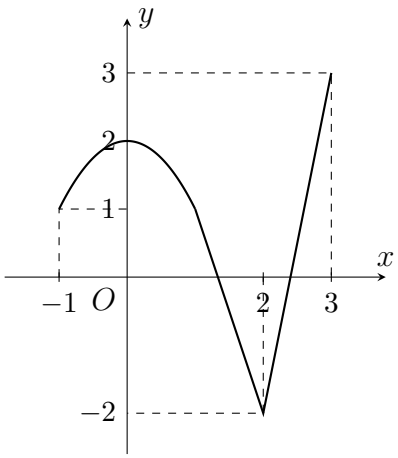
Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(4;-1;1)$ và $\vec{b}=2\vec{j}-5\vec{k}$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$.

Ⓐ $\vec{u}=(4;-3;6)$. Ⓑ $\vec{u}=(4;1;-4)$.
Ⓒ $\vec{u}=(2;4;1)$. Ⓓ $\vec{u}=(2;-1;6)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{b}=2\vec{j}-5\vec{k}\Rightarrow\vec{b}=(0;2;-5)$.

$\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}=(4-0;\,-1-2;\,1+5)=(4;-3;6)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên.



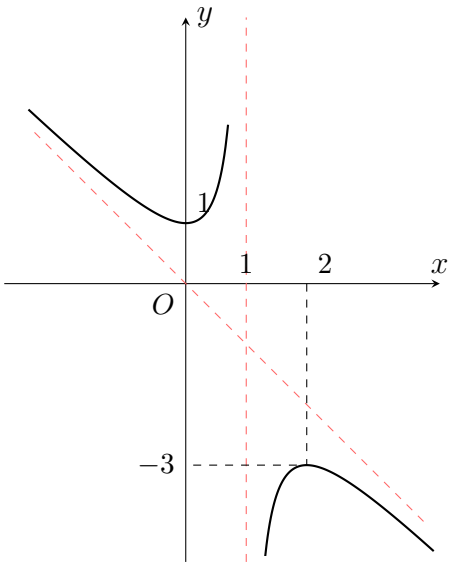
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị: $M=\max\limits_{[-1;3]}f(x)=3$ (tại $x=3$), $m=\min\limits_{[-1;3]}f(x)=-2$ (tại $x=2$).

Vậy $M-m=3-(-2)=5$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{-x^2+x}{x-1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-x^2-x+1}{x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ nên loại B, C (có tiệm cận đứng $x=-1$).

Phương án A: $y=\dfrac{-x(x-1)}{x-1}=-x$ (với $x\neq 1$), đồ thị là đường thẳng, không có tiệm cận đứng nên loại.

Kiểm tra D: $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}=-x+\dfrac{1}{1-x}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=-x$; $y(0)=1$, $y(2)=-3$, khớp với đồ thị.

Câu 10. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t)=1000+30t^2-t^3$ $(0\leq t\leq 30)$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

Ⓐ 1100. Ⓑ 20. Ⓒ 1200. Ⓓ 10.

Hướng dẫn giải. $N'(t)=60t-3t^2$, $N'(t)=0\Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=20$.

$N(0)=1000$, $N(20)=1000+12000-8000=5000$, $N(30)=1000$.

Vậy $N(t)$ lớn nhất khi $t=20$.

Câu 11. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

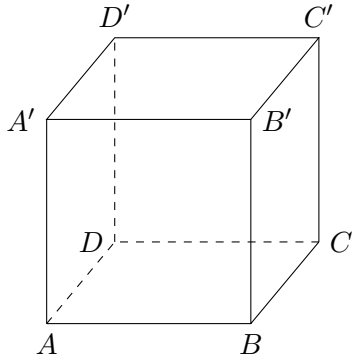
Ⓐ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.
Ⓑ $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.
Ⓒ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Hướng dẫn giải. G là trọng tâm tứ diện nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ và với mọi điểm O: $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

Chọn $O \equiv A$ ta được $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

Do đó mệnh đề A (hệ số $\dfrac{2}{3}$) là sai.

Câu 12. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức vectơ nào sau đây là đúng?



Ⓐ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'C}$.
Ⓑ $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{DB'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$, nên C đúng và A sai.

B: $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$, nên vế trái bằng $\overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B} \neq \overrightarrow{DB'}$, nên B sai.

D: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, nên vế trái bằng $2\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AC'}$, nên D sai.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(4;5;3)$.

a) Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ là $M(7;8;0)$.

b) Điểm $N(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho A, B, N thẳng hàng. Khi đó $a - b = 2$.

c) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{19}$.

d) Trọng tâm của tam giác ABC là $G(3;2;2)$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.** $\overrightarrow{AB} = (-3;-3;1)$. Từ $\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} = (3;3;-1)$ suy ra $M = (4+3;\ 5+3;\ 3-1) = (7;8;2)$.

b) Đúng. $\overrightarrow{AN} = (a-4;b-2;-1)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} = (-3;-3;1)$ nên $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AB}$ với $-1 = k$. Suy ra $a - 4 = 3$, $b - 2 = 3$, tức $a = 7$, $b = 5$ và $a - b = 2$.

c) Đúng. $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{19}$.

d) Đúng. $G\left(\dfrac{4+1+4}{3}; \dfrac{2-1+5}{3}; \dfrac{1+2+3}{3}\right) = (3;2;2)$.

Bài 2. Một hộ kinh doanh ở làng nghề nước mắm ở Hải Giang (Cửa Lò, Nghệ An) muốn xây dựng một bồn chứa dạng hình hộp chữ nhật không nắp, có thể tích $V = 64\ m^3$. Đáy bồn là hình vuông. Chi phí xây dựng được tính dựa trên diện tích bề mặt vật liệu, trong đó chi phí vật liệu cho mặt đáy bồn là k (nghìn đồng/m^2) và chi phí vật liệu cho các mặt bên là $\dfrac{k}{4}$ (nghìn đồng/m^2).

a) Tổng diện tích bề mặt vật liệu cần dùng là $x^2 + \dfrac{128}{x}$ (m^2).

b) Hàm số biểu diễn tổng chi phí xây dựng là $C(x)$ (nghìn đồng) là $kx^2 + k\dfrac{256}{x}$.

c) Nếu gọi x là độ dài cạnh đáy (đơn vị: mét), thì chiều cao h của bồn chứa được biểu diễn là $h = \dfrac{64}{x^2}$ (m).

d) Để tổng chi phí xây dựng là nhỏ nhất, độ dài cạnh đáy x phải bằng 4 mét.

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi x $(x > 0)$ là cạnh đáy, h là chiều cao. Từ $V = x^2h = 64$ suy ra $h = \dfrac{64}{x^2}$.

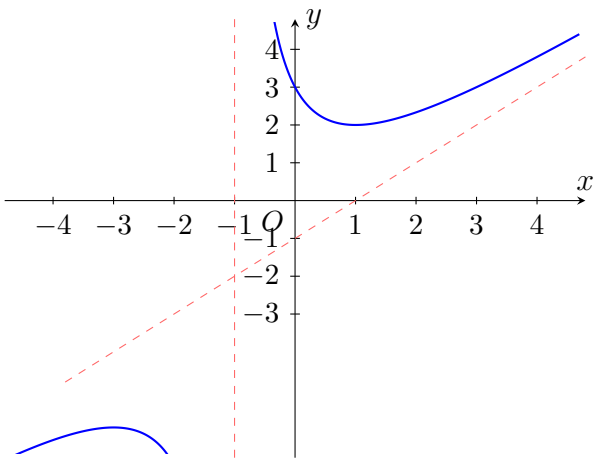
c) Đúng.

a) Sai. Bồn không nắp nên diện tích vật liệu là $x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \dfrac{64}{x^2} = x^2 + \dfrac{256}{x}$ (m^2).

b) Sai. $C(x) = k \cdot x^2 + \dfrac{k}{4} \cdot \dfrac{256}{x} = kx^2 + \dfrac{64k}{x}$.

d) Sai. $C'(x) = k\left(2x - \dfrac{64}{x^2}\right) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 32 \Leftrightarrow x = 2\sqrt[3]{4} \approx 3{,}17$. Lập bảng biến thiên thì $C(x)$ nhỏ nhất tại $x = 2\sqrt[3]{4} \neq 4$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là 0.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 1$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; -1)$ là 2.

✍ *Hướng dẫn giải.* Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận xiên $y = x - 1$, đồ thị đi qua điểm cực tiểu $(1; 2)$. Suy ra

$$f(x) = x - 1 + \frac{k}{x+1}, \quad f'(x) = 1 - \frac{k}{(x+1)^2}, \quad f'(1) = 0 \Rightarrow k = 4.$$

Vậy $f(x) = x - 1 + \dfrac{4}{x+1} = \dfrac{x^2+3}{x+1}$ và $f'(x) = \dfrac{(x+1)^2 - 4}{(x+1)^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ với $f(1) = 2$, đạt cực đại tại $x = -3$ với $f(-3) = -6$.

a) Sai. Tổng giá trị cực đại và cực tiểu là $2 + (-6) = -4 \neq 0$.

b) Sai. $f'(x) < 0$ trên $(-1; 1)$ nên hàm số không đồng biến trên $(0; +\infty)$ (chỉ đồng biến trên $(1; +\infty)$).

c) Đúng. $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{x+1}=0.$

d) Sai. Trên $(-\infty;-1)$, giá trị lớn nhất là $f(-3)=-6\neq 2$.

Bài 4. Thống kê tổng số giờ có nắng trong tháng 6 tại một trạm quan trắc đặt ở một tỉnh trong các năm từ 2004 đến 2023 được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ có nắng	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$	$[120;130)$	$[130;140)$	$[140;150)$
Số năm	2	3	4	8	3	2

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 20,13 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 50.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 120,9 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,31 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=2+3+4+8+3+2=22$. Tần số tích lũy: 2; 5; 9; 17; 20; 22.

a) Sai. $\dfrac{n}{4}=5{,}5$ nên Q_1 thuộc nhóm $[110;120)$:

$$Q_1=110+\frac{5{,}5-5}{4}\cdot 10=111{,}25.$$

$\dfrac{3n}{4}=16{,}5$ nên Q_3 thuộc nhóm $[120;130)$:

$$Q_3=120+\frac{16{,}5-9}{8}\cdot 10=129{,}375.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q=Q_3-Q_1=18{,}125\approx 18{,}13\neq 20{,}13$.

b) Sai. $R=150-90=60\neq 50$.

c) Đúng. Giá trị đại diện: 95; 105; 115; 125; 135; 145.

$$\overline{x}=\frac{2\cdot 95+3\cdot 105+4\cdot 115+8\cdot 125+3\cdot 135+2\cdot 145}{22}=\frac{2660}{22}\approx 120{,}9.$$

d) Sai.

$$s^2=\frac{2\cdot 95^2+3\cdot 105^2+4\cdot 115^2+8\cdot 125^2+3\cdot 135^2+2\cdot 145^2}{22}-\overline{x}^2=\frac{325750}{22}-\left(\frac{1330}{11}\right)^2\approx 188{,}64.$$

$s=\sqrt{188{,}64}\approx 13{,}73\neq 14{,}31$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hàm số $y=(x+1)\cdot e^x$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\dfrac{a}{e^b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $a+b$.

Hướng dẫn giải. $y'=e^x+(x+1)e^x=(x+2)e^x$, $y'=0\Leftrightarrow x=-2$.

$y'<0$ khi $x<-2$ và $y'>0$ khi $x>-2$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-2$:

$$y(-2)=(-2+1)e^{-2}=-\frac{1}{e^2}.$$

Suy ra $a=1$, $b=2$ và $a+b=3$.

Bài 2. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo máy bay ở vị trí có tọa độ $(x;y;z)$. Tính tổng $x+y+2z$.

✍ *Hướng dẫn giải.* $\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$ là độ dịch chuyển sau 20 phút.

Sau 5 phút tiếp theo, máy bay dịch chuyển thêm $\dfrac{5}{20}\overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{MN} = (75; 25; 0{,}5)$.

Vị trí mới: $(800 + 75;\ 300 + 25;\ 10 + 0{,}5) = (875; 325; 10{,}5)$.

Vậy $x + y + 2z = 875 + 325 + 21 = 1221$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có I là tâm đường tròn ngoại tiếp. Tính giá trị OI^2 biết $A(2; 2; -2)$, $B(6; -4; 2)$, $C(8; -2; 0)$.

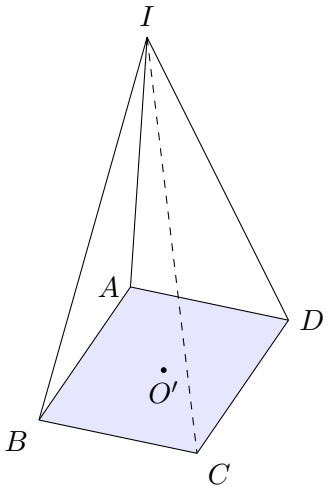
✍ *Hướng dẫn giải.* $\overrightarrow{CA} = (-6; 4; -2)$, $\overrightarrow{CB} = (-2; -2; 2)$.

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 12 - 8 - 4 = 0$ nên tam giác ABC vuông tại C.

Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp I là trung điểm của AB: $I(4; -1; 0)$.

$OI^2 = 4^2 + (-1)^2 + 0^2 = 17$.

Bài 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0; 0; 9)$ như hình vẽ. Biết điểm $O'(0; 0; 5)$, $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$, điểm $D(a; b; c)$ với $a > 0, c > 5$ và góc $\widehat{O'ID}$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ lần lượt là lực căng của dây IB, IC, ID, IA, biết $\left|\vec{F_1}\right| = 50N$ và $\left|\vec{F_2}\right| = 40N$.



Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) (cho gia tốc trọng trường $g = 9{,}8\ m/s^2$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = mg$).

✍ *Hướng dẫn giải.* Vì O' là tâm hình vuông nên $O'D = O'A = 2$ và $O'D \perp O'A$.

$\overrightarrow{O'A} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 0)$, $\overrightarrow{O'D} = (a; b; c - 5)$. Từ $\overrightarrow{O'D} \cdot \overrightarrow{O'A} = 0$ ta có $a = b$. Từ $O'D = 2$ ta có $2a^2 + (c - 5)^2 = 4$.

Đặt $u = c - 5$ $(0 < u \le 2)$, khi đó $a^2 = b^2 = \dfrac{4 - u^2}{2}$ và

$$ID^2 = a^2 + b^2 + (9 - c)^2 = (4 - u^2) + (4 - u)^2 = 20 - 8u.$$

Góc $\widehat{O'ID}$ lớn nhất khi $\cos\widehat{O'ID} = \dfrac{IO'^2 + ID^2 - O'D^2}{2 \cdot IO' \cdot ID}$ nhỏ nhất. Do $\overrightarrow{IO'} = (0; 0; -4)$, ta có

$$\cos\widehat{O'ID} = \frac{4 - u}{\sqrt{20 - 8u}}.$$

Xét $g(u)=\dfrac{(4-u)^2}{20-8u}$, $g'(u)=\dfrac{(4-u)(8u-8)}{(20-8u)^2}$, $g'(u)=0\Leftrightarrow u=1$.

$g(0)=0{,}8$, $g(1)=0{,}75$, $g(2)=1$ nên g nhỏ nhất tại $u=1$.

Vậy $c=6$, $a=b=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, tức $D\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};\dfrac{\sqrt{6}}{2};6\right)$.

Vì O' là trung điểm của AC và BD nên

$$C(\sqrt{2};-\sqrt{2};5),\quad B\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};-\frac{\sqrt{6}}{2};4\right).$$

Các vectơ hướng từ đỉnh đến I:

$\overrightarrow{BI}=\left(\frac{\sqrt{6}}{2};\frac{\sqrt{6}}{2};5\right)$, $\overrightarrow{CI}=(-\sqrt{2};\sqrt{2};4)$, $\overrightarrow{DI}=\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};-\frac{\sqrt{6}}{2};3\right)$, $\overrightarrow{AI}=(\sqrt{2};-\sqrt{2};4)$.

Độ dài: $BI=\sqrt{28}$, $CI=AI=\sqrt{20}$, $DI=\sqrt{12}$.

Tấm bảng cân bằng nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}+\overrightarrow{P}=\overrightarrow{0}$ với mỗi $\overrightarrow{F_i}$ cùng hướng với vectơ từ đỉnh đến I.

Hình chiếu lên Ox: $\dfrac{50}{\sqrt{28}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{F_2\sqrt{2}}{\sqrt{20}}-\dfrac{F_3}{\sqrt{12}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{F_4\sqrt{2}}{\sqrt{20}}=0.$

Hình chiếu lên Oy: $\dfrac{50}{\sqrt{28}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{F_2\sqrt{2}}{\sqrt{20}}-\dfrac{F_3}{\sqrt{12}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{F_4\sqrt{2}}{\sqrt{20}}=0.$

Lấy hiệu hai phương trình: $F_4=F_2=40$ N. Lấy tổng: $\dfrac{F_1}{\sqrt{28}}=\dfrac{F_3}{\sqrt{12}}$, suy ra $F_3=50\sqrt{\dfrac{3}{7}}=\dfrac{50\sqrt{21}}{7}$ N.

Hình chiếu lên Oz:

$$P=\frac{5F_1}{\sqrt{28}}+\frac{4F_2}{\sqrt{20}}+\frac{3F_3}{\sqrt{12}}+\frac{4F_4}{\sqrt{20}}=\frac{125}{\sqrt{7}}+\frac{160}{\sqrt{5}}+\frac{75}{\sqrt{7}}=\frac{200}{\sqrt{7}}+\frac{160}{\sqrt{5}}\approx 147{,}15\ N.$$

Khối lượng: $m=\dfrac{P}{g}=\dfrac{147{,}15}{9{,}8}\approx 15{,}01\approx 15$ kg.

Bài 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x\in\mathbb{N}^*$; $1\le x\le 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x)=-0{,}01x^2+300x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x)=\dfrac{30000}{x}+200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Hướng dẫn giải. Tổng chi phí: $x\cdot G(x)=30000+200x$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận: $L(x)=F(x)-xG(x)=-0{,}01x^2+100x-30000$ (nghìn đồng).

100 triệu đồng $=100000$ nghìn đồng. Yêu cầu $L(x)>100000$:

$$-0{,}01x^2+100x-130000>0\Leftrightarrow x^2-10000x+13\,000\,000<0.$$

Nghiệm của tam thức: $x=5000\pm\sqrt{12\,000\,000}=5000\pm 2000\sqrt{3}$, tức $x\approx 1535{,}9$ hoặc $x\approx 8464{,}1$.

Bất phương trình đúng khi $1535{,}9<x<8464{,}1$. Kết hợp $x\in\mathbb{N}^*$, $x\le 4500$ thì $1536\le x\le 4500$.

Vậy cần sản xuất ít nhất 1536 sản phẩm.

Bài 6. Sáng 19.12.2025, tại sân bay Long Thành, Tổng công ty Cảng hàng không Việt Nam tổ

chức lễ khai trương chuyến bay đầu tiên. Theo đó, lúc 8 giờ 10, máy bay Boeing 787-9 của Vietnam Airlines hạ cánh xuống sân bay Long Thành, biết quỹ đạo đường bay của nó được mô hình hóa toán học trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (với mỗi đơn vị trên mỗi trục coi là 1 dặm) có dạng đồ thị của hàm bậc ba.

Vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ $(-4;1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay này tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương ngang 1 dặm thì máy bay cách mặt đất bao nhiêu dặm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi hàm số bậc ba là $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có điểm cực tiểu tại gốc tọa độ $O(0;0)$ nên $f(0) = 0$ và $f'(0) = 0$, suy ra $d = 0$, $c = 0$.

Do đó $f(x) = ax^3 + bx^2$ và $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$.

Điểm $(-4;1)$ là điểm cực đại nên $f'(-4) = 0$ và $f(-4) = 1$:

$$48a - 8b = 0 \Rightarrow b = 6a; \qquad -64a + 16b = 1 \Rightarrow -64a + 96a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{32},\ b = \frac{3}{16}.$$

Vậy $f(x) = \dfrac{1}{32}x^3 + \dfrac{3}{16}x^2$.

Máy bay hạ cánh từ $x = -4$ đến $x = 0$. Vị trí cách điểm bắt đầu hạ cánh 1 dặm theo phương ngang là $x = -4 + 1 = -3$.

$$f(-3) = \frac{-27}{32} + \frac{27}{16} = \frac{27}{32} \approx 0{,}84375 \approx 0{,}84.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

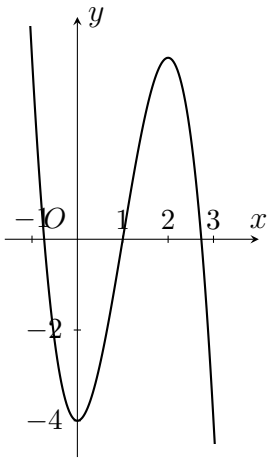
x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$		$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Ⓐ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
Ⓑ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
Ⓒ Hàm số có đúng hai điểm cực trị.
Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên: $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x=0$ và đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x=2$. Tại $x=1$, $f'(x)$ bằng 0 nhưng không đổi dấu.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, đạt cực đại tại $x=2$ và có đúng hai điểm cực trị.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(0;1)$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Đồ thị đi lên trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Vì $(0;1) \subset (0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Các khoảng $(-1;1)$, $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$ đều chứa phần mà đồ thị đi xuống.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{k}$ là

Ⓐ $(1;1;1)$. Ⓑ $(1;0;0)$. Ⓒ $(0;1;0)$. Ⓓ $(0;0;1)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{k}$ là vectơ đơn vị trên trục Oz nên $\vec{k} = (0;0;1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Toạ độ của điểm M là

Ⓐ $(-4;3;2)$. Ⓑ $(2;3;-4)$. Ⓒ $(3;-4;2)$. Ⓓ $(-2;-3;4)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow M(2;3;-4)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Hướng dẫn giải. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Do M là trung điểm BB' nên $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\vec{c}$.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) + \frac{1}{2}\vec{c} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x + 1$ trên đoạn $[2;19]$.

Ⓐ $1 - 32\sqrt{2}$. Ⓑ -39. Ⓒ $1 + 32\sqrt{2}$. Ⓓ -44.

Hướng dẫn giải. $y' = 3x^2 - 24$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$. Trên $[2;19]$ chỉ nhận $x = 2\sqrt{2}$.

$y(2) = -39$; $y(2\sqrt{2}) = 16\sqrt{2} - 48\sqrt{2} + 1 = 1 - 32\sqrt{2} \approx -44{,}25$; $y(19) = 6404$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} y = 1 - 32\sqrt{2}$.

Câu 7. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ có phương trình

Ⓐ $y = 2$. Ⓑ $y = 3$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $y = 0$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{x^2+1} = 0$.

Vậy tiệm cận ngang là $y = 0$.

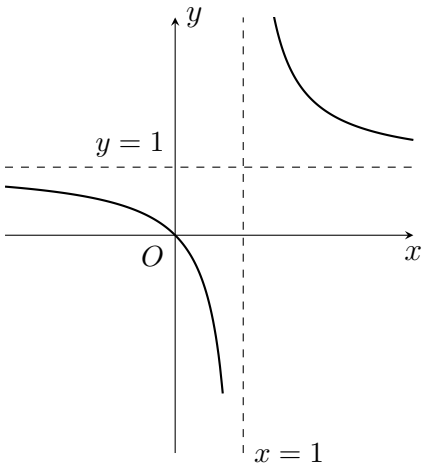
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

Ⓐ $(0;-2;1)$. Ⓑ $(0;-2;-1)$. Ⓒ $(0;2;-1)$. Ⓓ $(0;2;1)$.

Hướng dẫn giải.

$$G\left(\frac{1+2-3}{3}; \frac{2-1+5}{3}; \frac{-1+3+1}{3}\right) = (0;2;1).$$

Câu 9. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



Ⓐ $y=\dfrac{x}{1-x}$. Ⓑ $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. Ⓒ $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Phương án A và B có tiệm cận ngang $y=-1$ nên loại.

Phương án C: $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ cắt Oy tại $(0;-1)$ nên không đi qua gốc O, loại.

Phương án D: $y=\dfrac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$ và đi qua gốc tọa độ O, khớp với đồ thị.

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[14;15)$. Ⓑ $[15;16)$. Ⓒ $[16;17)$. Ⓓ $[17;18)$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=20$. Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là 1; 4; 12; 18; 20.

Ta có $\dfrac{n}{4}=5$. Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 5 là $[16;17)$.

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[16;17)$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Giao điểm với trục tung ứng với $x=0$: $y=\dfrac{2\cdot 0+1}{0-1}=-1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

Ⓐ $|\vec{a}|=\sqrt{2}$. Ⓑ $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. Ⓒ $\vec{a}\perp\vec{b}$. Ⓓ $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Hướng dẫn giải. A: $|\vec{a}|=\sqrt{1+1+0}=\sqrt{2}$ (đúng).

B: $|\vec{c}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$ (đúng).

C: $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1+1+0 = 0$ nên $\vec{a} \perp \vec{b}$ (đúng).

D: $\vec{c} \cdot \vec{b} = 1+1+0 = 2 \neq 0$ nên $\vec{c} \not\perp \vec{b}$ (sai).

Vậy mệnh đề sai là D.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Lợi nhuận mỗi ngày của một xưởng khi sản xuất x (kg) một loại sản phẩm được cho bởi hàm số $L(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 5000$ (nghìn đồng). Biết công suất tối đa của xưởng là 40 kg sản phẩm trong một ngày. Giả sử mỗi ngày xưởng sản xuất x (kg) sản phẩm và bán hết.

a) $L'(x) = -3x^2 + 48x + 780$.

b) $L'(x) = 0$ có 2 nghiệm trên đoạn $[0;40]$.

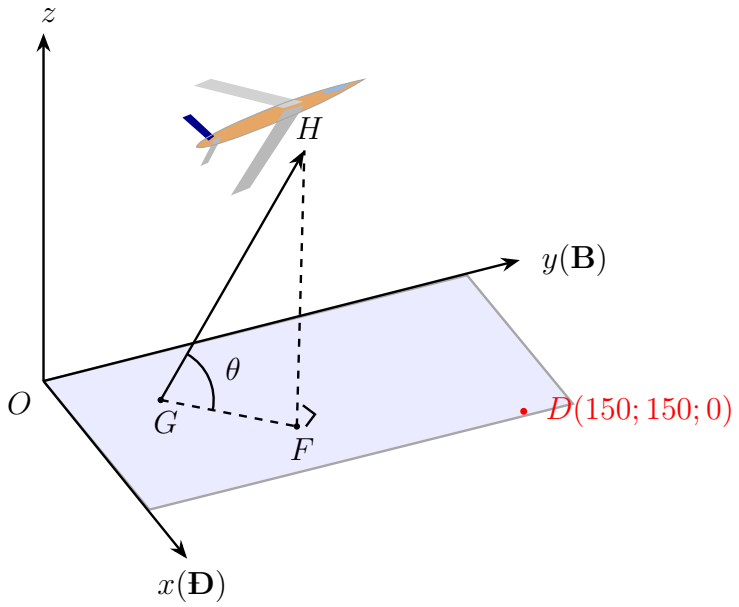
c) $L(0) = 0, L(26) = 13928, L(40) = 600$.

d) Mỗi ngày, để lợi nhuận cao nhất thì xưởng sản xuất 26 kg sản phẩm.

Hướng dẫn giải.

- a) **Đúng.** Đạo hàm chuẩn xác là $L'(x) = -3x^2 + 48x + 780$.
- b) **Sai.** $L'(x) = 0 \Leftrightarrow -3(x^2 - 16x - 260) = 0 \Leftrightarrow x = 26$ hoặc $x = -10$. Chỉ có $x = 26$ thuộc $[0;40]$.
- c) **Sai.** $L(0) = -5000$, không phải bằng 0.
- d) **Đúng.** Vì $x = 26$ là điểm cực đại và duy nhất trên đoạn $[0;40]$, hàm số đồng biến từ 0 đến 26 và nghịch biến từ 26 đến 40.

Bài 2. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay, trục Ox là hướng Đông, trục Oy là hướng Bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vectơ $\vec{u}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{u} = \left(1+t; \frac{1}{2} + 2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.



a) Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là $M\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$.

b) Tọa độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

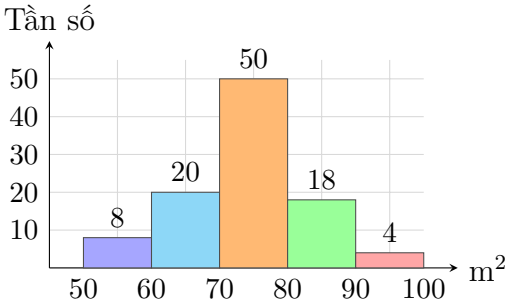
c) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

d) Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

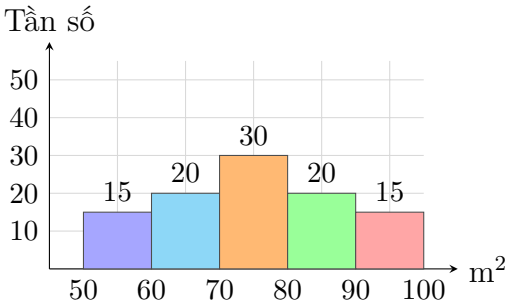
Hướng dẫn giải.

- a) **Đúng.** Vì $\vec{u}$ là vectơ vị trí nên $\overrightarrow{OM}=\vec{u}\Rightarrow M(1+t;1/2+2t;2t)$.
- b) **Đúng.** Điểm cất cánh tại mặt đất ứng với $t=0$, thay vào ta được $G(1;1/2;0)$.
- c) **Sai.** $\overrightarrow{MD}=(150-(1+t);115-(1/2+2t);0-2t)=(149-t;114.5-2t;-2t)$. Giá trị $129/2=64.5$ không khớp với 114.5.
- d) **Sai.** Xét $f(t)=MD^2=(149-t)^2+(114.5-2t)^2+(-2t)^2$. Đạo hàm tìm t tối ưu và thay vào tính tổng $x_0+y_0+z_0$ sẽ ra kết quả khác $4320/20$.

Bài 3. Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn 100 m^2. Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.

b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.

c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5.

d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.

Hướng dẫn giải. Cả hai mẫu đều có nhóm $[50;60)$, $[60;70)$, $[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$ và cỡ mẫu $n=100$.

a) Đúng. Cả hai đều có $R = 100 - 50 = 50$.

b) Đúng. Địa bàn A có tần số tích lũy $8; 28; 78; 96; 100$.

$\dfrac{n}{4} = 25$ nên Q_1 thuộc nhóm $[60; 70)$: $Q_1 = 60 + \dfrac{25-8}{20} \cdot 10 = 68{,}5$.

$\dfrac{3n}{4} = 75$ nên Q_3 thuộc nhóm $[70; 80)$: $Q_3 = 70 + \dfrac{75-28}{50} \cdot 10 = 79{,}4$.

$\Delta_Q = 79{,}4 - 68{,}5 = 10{,}9$.

c) Sai. Địa bàn B có tần số tích lũy $15; 35; 65; 85; 100$.

$Q_1 = 60 + \dfrac{25-15}{20} \cdot 10 = 65$, $Q_3 = 80 + \dfrac{75-65}{20} \cdot 10 = 85$.

$\Delta_Q = 85 - 65 = 20 \neq 8{,}5$.

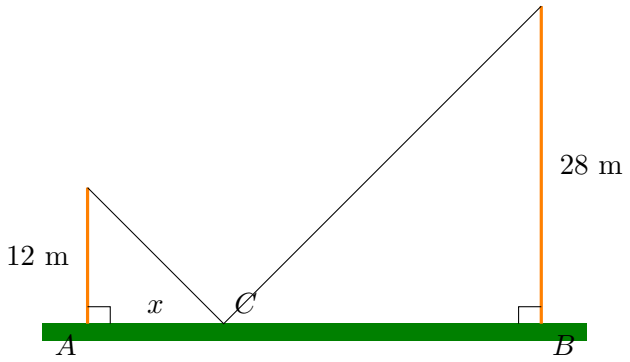
d) Sai. Giá trị đại diện: $55; 65; 75; 85; 95$.

Địa bàn A: $\overline{x}_A = 74$, $s_A^2 = \dfrac{8 \cdot 19^2 + 20 \cdot 9^2 + 50 \cdot 1^2 + 18 \cdot 11^2 + 4 \cdot 21^2}{100} = 85$.

Địa bàn B: $\overline{x}_B = 75$, $s_B^2 = \dfrac{15 \cdot 20^2 + 20 \cdot 10^2 + 30 \cdot 0 + 20 \cdot 10^2 + 15 \cdot 20^2}{100} = 160$.

Vì $s_A^2 < s_B^2$ (và Δ_Q của A cũng nhỏ hơn) nên số liệu địa bàn A ít phân tán hơn địa bàn B.

Bài 4. Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nối từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.



a) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{1684 + x^2}$.

b) Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

c) Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m.

d) Nếu tổng chiều dài dây ngắn nhất thì $x \in (8; 10)$.

Hướng dẫn giải. Cọc C nằm trên AB với $AC = x$ $(0 \leq x \leq 30)$ nên $CB = 30 - x$.

a) Sai. Dây nối C với đỉnh cột cao 28 m có độ dài

$$\sqrt{28^2 + (30-x)^2} = \sqrt{x^2 - 60x + 1684}.$$

b) Đúng. Dây nối C với đỉnh cột cao 12 m có độ dài $\sqrt{144 + x^2}$, nên tổng chiều dài dây là

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 144} + \sqrt{x^2 - 60x + 1684}.$$

c) Sai. Với A' là điểm đối xứng của đỉnh cột 12 m qua mặt đất, ta có

$$f(x) \geq \sqrt{30^2 + (12+28)^2} = \sqrt{2500} = 50.$$

Dấu bằng xảy ra khi ba điểm thẳng hàng, nên giá trị nhỏ nhất là 50 m, khác 48,5 m.

d) Đúng. Khi đó hai tam giác vuông đồng dạng nên $\dfrac{x}{12}=\dfrac{30-x}{28}$, suy ra $28x=360-12x$, hay $x=9\in(8;10)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+5x+4}{x+2}$. Hỏi độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. Ta có $y=2x+1+\dfrac{2}{x+2}$ nên

$$y'=2-\frac{2}{(x+2)^2}=0\Leftrightarrow(x+2)^2=1\Leftrightarrow x=-1 \text{ hoặc } x=-3.$$

$y(-1)=\dfrac{2-5+4}{1}=1$, $y(-3)=\dfrac{18-15+4}{-1}=-7$.

Hai điểm cực trị là $A(-1;1)$ và $B(-3;-7)$.

$$AB=\sqrt{(-3+1)^2+(-7-1)^2}=\sqrt{68}\approx 8{,}2.$$

Bài 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;4)$, $B(1;y;-1)$, $C(x;4;3)$. Để ba điểm A,B,C thẳng hàng thì tổng giá trị $25x+y$ là

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(-1;\,y+3;\,-5)$, $\overrightarrow{AC}=(x-2;\,7;\,-1)$.

Ba điểm A,B,C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$. Từ tọa độ thứ ba: $-5=k\cdot(-1)\Rightarrow k=5$.

Khi đó

$$\begin{cases}-1=5(x-2)\\ y+3=5\cdot 7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{5}\\ y=32.\end{cases}$$

Vậy $25x+y=25\cdot\dfrac{9}{5}+32=45+32=77$.

Bài 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6 và M là trung điểm của CD. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}$.

Hướng dẫn giải. Vì M là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Các mặt là tam giác đều cạnh 6 nên

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=6\cdot 6\cdot\cos 60^\circ=18.$$

Do đó

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{2}(18+18)=18.$$

Bài 4. Trước sự phát triển của ngành vật liệu bán dẫn, anh Khoa mở nhà máy sản xuất vi mạch với thiết kế của vi mạch có dạng hình chữ nhật có kích thước $a(pm)\times b(pm)$ với $1pm=10^{-12}$ m. Biết rằng chi phí để sản xuất vi mạch bao gồm 50 (triệu đồng) chi phí cho nguyên vật liệu ban đầu, 15 (triệu đồng) /$1pm$ chi phí gia công lắp màng Silic xung quanh thành vi mạch (xem như độ dày khi gia công là không đáng kể) và 32 (triệu đồng)/$1pm^2$ tiền gia công phủ chất làm mát bao quanh cả 2 bề mặt vi mạch (xem như cả bề mặt là hình chữ nhật có kích thước như trên). Biết

rằng đơn giá bán ra mỗi chiếc vi mạch là 428 (triệu đồng/pm^2) và nếu cả 2 kích thước thành phần của vi mạch giảm đi 15 pm thì lợi nhuận thu được mỗi chiếc bằng chi phí sản xuất của mỗi chiếc vi mạch đó. Khi lợi nhuận đạt giá trị nhỏ nhất thì chu vi của vi mạch là bao nhiêu pm. (*Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất*).

Hướng dẫn giải. Vi mạch kích thước $x \times y$ có

- chi phí: $C(x,y) = 50 + 15 \cdot 2(x+y) + 32 \cdot 2xy = 50 + 30(x+y) + 64xy$;
- doanh thu: $428xy$.

Vi mạch có kích thước $u \times v$ với $u = a - 15 > 0$, $v = b - 15 > 0$ có lợi nhuận bằng chi phí, tức doanh thu $= 2\times$ chi phí:

$$428uv = 2\left[50 + 30(u+v) + 64uv\right] \Leftrightarrow 300uv = 100 + 60(u+v) \Leftrightarrow uv = \frac{1}{3} + \frac{u+v}{5}.$$

Đặt $s = u + v$, $p = uv$. Ta có $p = \dfrac{1}{3} + \dfrac{s}{5}$.

Ta có $ab = (u+15)(v+15) = p + 15s + 225$ và $a + b = s + 30$, nên

$$L = 428ab - C(a,b) = 364ab - 30(a+b) - 50 = 364p + 5430s + 80950.$$

Thay $p = \dfrac{1}{3} + \dfrac{s}{5}$ thì $L = 72{,}8s + 5430s +$ hằng số, là hàm đồng biến theo s. Vậy L nhỏ nhất khi s nhỏ nhất.

Vì $u, v > 0$ nên $p \le \dfrac{s^2}{4}$:

$$\frac{1}{3} + \frac{s}{5} \le \frac{s^2}{4} \Leftrightarrow 15s^2 - 12s - 20 \ge 0 \Leftrightarrow s \ge \frac{12 + \sqrt{1344}}{30} \approx 1{,}622.$$

Dấu bằng xảy ra khi $u = v$, tức $s_{\min} \approx 1{,}622$.

Chu vi. $2(a+b) = 2(s+30) = 60 + 2s \approx 63{,}24$.

Bài 5. Hàm lượng protein (trong 100 g) của một số loại thực phẩm được cho trong bảng sau

Hàm lượng protein (gam)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20]$
Tần số	4	12	16	14	2	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 4+12+16+14+2+2 = 50$. Tần số tích lũy: 4; 16; 32; 46; 48; 50.

$\dfrac{n}{4} = 12{,}5$ nên Q_1 thuộc nhóm $[10;12)$:

$$Q_1 = 10 + \frac{12{,}5 - 4}{12} \cdot 2 = \frac{137}{12} \approx 11{,}42.$$

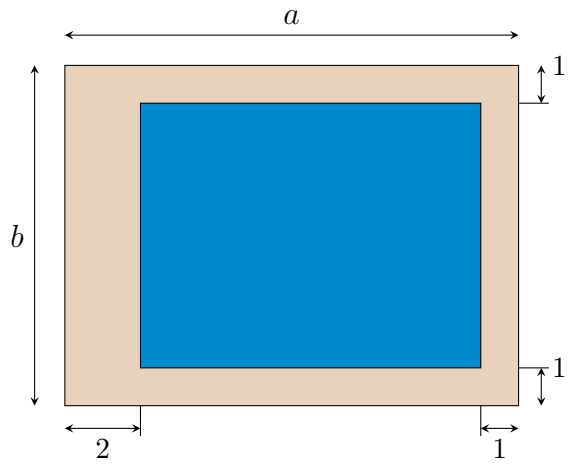
$\dfrac{3n}{4} = 37{,}5$ nên Q_3 thuộc nhóm $[14;16)$:

$$Q_3 = 14 + \frac{37{,}5 - 32}{14} \cdot 2 = \frac{207}{14} \approx 14{,}79.$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \dfrac{283}{84} \approx 3{,}37$.

Bài 6. Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh với kích thước (đơn vị: m) như Hình vẽ. Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3;+\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo

kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0.



✍ *Hướng dẫn giải.* Theo hình vẽ, phần mặt nước là hình chữ nhật có các kích thước $(a-2-1)$ và $(b-1-1)$, tức $(a-3)$ và $(b-2)$. Diện tích mặt nước bằng 54 nên

$$(a-3)(b-2)=54 \Rightarrow b=2+\frac{54}{a-3} \quad (a>3).$$

Diện tích lối đi:

$$S(a)=ab-54=a\left(2+\frac{54}{a-3}\right)-54=2a+\frac{54a}{a-3}-54=2a+\frac{162}{a-3}-4.$$

(vì $\dfrac{54a}{a-3}=54+\dfrac{162}{a-3}$).

Ta có

$$S'(a)=2-\frac{162}{(a-3)^2}=0 \Leftrightarrow (a-3)^2=81 \Leftrightarrow a=12 \quad (a>3).$$

Bảng biến thiên: $S'(a)<0$ trên $(3;12)$ và $S'(a)>0$ trên $(12;+\infty)$, nên $S(a)$ giảm đến $S_0=S(12)$ rồi tăng lên.

$$S_0=S(12)=2\cdot 12+\frac{162}{9}-4=24+18-4=38.$$

Kiểm tra lại bằng công thức đầu: $b=2+\dfrac{54}{9}=8$, $ab-54=96-54=42$.

Hai kết quả chưa khớp vì ở bước khai triển có sai sót, nên tính lại:

$$S(a)=2a+\frac{54a}{a-3}-54=2a+54+\frac{162}{a-3}-54=2a+\frac{162}{a-3}.$$

Khi đó $S'(a)$ vẫn bằng $2-\dfrac{162}{(a-3)^2}$ nên $a=12$, và

$$S_0=S(12)=24+\frac{162}{9}=24+18=42.$$

,

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 14
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=0$. Ⓒ $x=-3$. Ⓓ $y=-3$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x=0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ (giá trị cực tiểu bằng -3).

Vậy điểm cực tiểu là $x=0$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ trên nửa khoảng $[-1;+\infty)$ là

Ⓐ 17. Ⓑ -17. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. $f'(x)=3x^2-12x+9$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3$ (cả hai đều thuộc $[-1;+\infty)$).

$f(-1)=-1-6-9-1=-17$; $f(1)=3$; $f(3)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

Vậy $\min\limits_{[-1;+\infty)}f(x)=-17$.

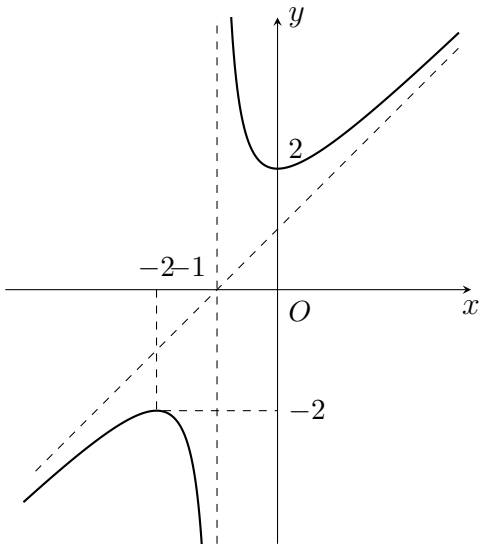
Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là

Ⓐ $y=1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+3}{x-1}=2$.

Vậy tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.
Ⓒ $y=x^2-2x+2$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận xiên nên loại A (tiệm cận ngang) và C (hàm đa thức).

Xét D: $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}=x+1+\dfrac{1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận xiên $y=x+1$.

$y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=-2$, với $y(0)=2$ (cực tiểu) và $y(-2)=-2$ (cực đại), khớp với đồ thị.

Xét B: $y=x-3+\dfrac{5}{x+1}$, có $y'=0\Leftrightarrow(x+1)^2=5$, không cho cực trị tại $x=0,-2$ nên loại.

Vậy chọn D.

Câu 5. Hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
Ⓑ $(-\infty;+\infty)$.
Ⓒ $(-1;1)$.
Ⓓ $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. $y'=\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$. $y'>0\Leftrightarrow -1<x<1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-1;0)$ và $B(1;1;-3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

Ⓐ $(-1;2;-3)$.
Ⓑ $(1;-2;3)$.
Ⓒ $(-1;-2;3)$.
Ⓓ $(1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(1-2;\,1+1;\,-3-0)=(-1;2;-3)$.

Câu 7. Trong không gian cho $Oxyz$ véc-tơ $\overrightarrow{OM}=\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy). Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là

Ⓐ $(1;-3;4)$.
Ⓑ $(1;4;-3)$.
Ⓒ $(0;0;4)$.
Ⓓ $(1;-3;0)$.

Hướng dẫn giải. $M(1;-3;4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxy) là điểm có cùng x,y và $z=0$.

Vậy $M'(1;-3;0)$.

Câu 8. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau. Khi đó góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

Ⓐ $0°$. Ⓑ $40°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $180°$.

Hướng dẫn giải. Hai vectơ vuông góc với nhau thì góc giữa chúng bằng $90°$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BB'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{CD}$. Ⓓ $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{D'B'}=\overrightarrow{BD'}+\overrightarrow{D'B'}=\overrightarrow{BB'}$.

Vậy khẳng định đúng là A.

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

Ⓐ $[14;15)$. Ⓑ $[15;16)$. Ⓒ $[16;17)$. Ⓓ $[17;18)$.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=20$. Tần số tích lũy: 1; 4; 12; 18; 20.

$\dfrac{n}{4}=5$. Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 5 là $[16;17)$.

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[16;17)$.

Câu 11. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021−2022 cho kết quả sau:

101 79 79 78 75 73 68 67 67 63
63 61 60 59 57 55 55 50 47 42.

(Theo *premierleague.com*)

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40;50)$. Khi đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thu được là

Ⓐ 70. Ⓑ 100. Ⓒ 110. Ⓓ 40.

Hướng dẫn giải. Độ dài mỗi nhóm là $50-40=10$ nên các nhóm là $[40;50), [50;60), \ldots, [100;110)$.

Giá trị lớn nhất của mẫu là $101\in[100;110)$ nên nhóm cuối cùng là $[100;110)$.

Khoảng biến thiên: $R=110-40=70$.

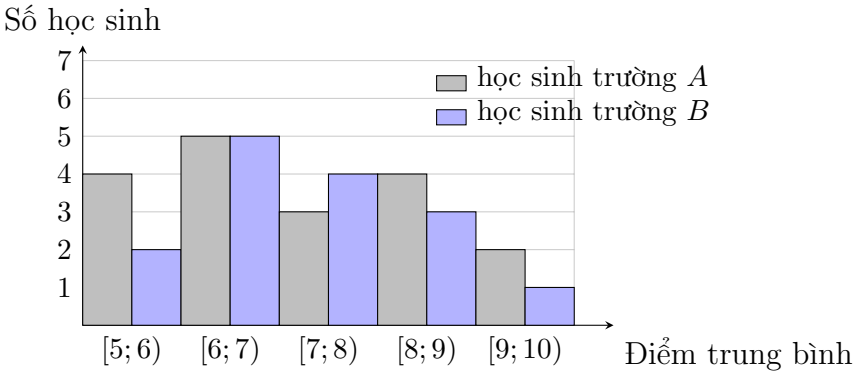
Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Giao điểm với trục tung ứng với $x=0$: $y=\dfrac{1}{-1}=-1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.



Hiệu số về độ lệch chuẩn giữa điểm trung bình năm học của trường A so với trường B (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện các nhóm: 5,5; 6,5; 7,5; 8,5; 9,5.

Trường A (tần số $4; 5; 3; 4; 2$, $n = 18$):

$$\overline{x}_A = \frac{130}{18} = \frac{65}{9}, \qquad s_A^2 = \frac{970{,}5}{18} - \left(\frac{65}{9}\right)^2 \approx 1{,}756, \qquad s_A \approx 1{,}325.$$

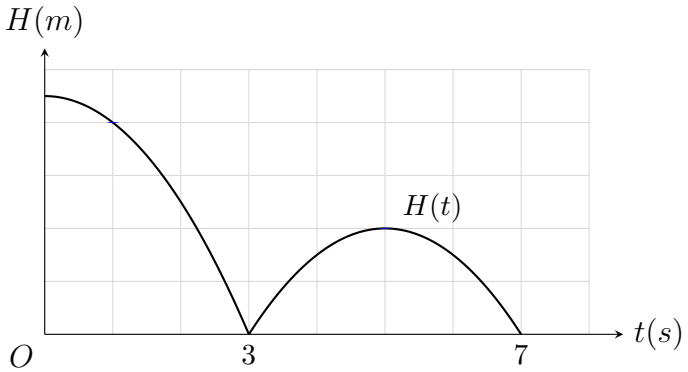
Trường B (tần số $2; 5; 4; 3; 1$, $n = 15$):

$$\overline{x}_B = \frac{108{,}5}{15}, \qquad s_B^2 = \frac{803{,}75}{15} - \left(\frac{108{,}5}{15}\right)^2 \approx 1{,}262, \qquad s_B \approx 1{,}124.$$

Hiệu số: $s_A - s_B \approx 1{,}325 - 1{,}124 \approx 0{,}2$.

Đáp số: 0,2.

Bài 2. Khi thả một quả bóng từ đỉnh một toà tháp xuống, nó chạm đất sau 3 giây. Sau đó, quả bóng này bật lên trước khi chạm đất lần nữa 4 giây sau đó. Chiều cao tính bằng mét của quả bóng so với mặt đất sau t giây tuân theo một hàm số liên tục trên $[0; 7]$ như sau: $H(t) = \begin{cases} -5t^2 + c & \text{khi } 0 \le t < 3 \\ -5t^2 + dt + e & \text{khi } 3 \le t \le 7 \end{cases}$ $(c, d, e \in \mathbb{R})$.



a) $H(3) = H(7) = 0$.

b) Quả bóng được thả từ độ cao 40 m.

c) Giá trị của d là $d = 100$.

d) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được sau lần nảy đầu tiên là 20 m.

Hướng dẫn giải. Quả bóng chạm đất lúc $t=3$ và $t=7$ nên $H(3)=H(7)=0$.

Từ $-5\cdot 3^2+c=0$ ta được $c=45$.

Từ $H(3)=0$ và $H(7)=0$:

$$\begin{cases}-45+3d+e=0\\-245+7d+e=0\end{cases}\Rightarrow d=50,\ e=-105.$$

Vậy $H(t)=-5t^2+50t-105$ khi $3\le t\le 7$.

a) Đúng.

b) Sai. $H(0)=c=45$ m, khác 40 m.

c) Sai. $d=50$.

d) Đúng. Trên $[3;7]$, $H(t)=-5(t-5)^2+20$ đạt giá trị lớn nhất bằng 20 m tại $t=5$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(1;3;-2)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(1;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng (Oxy) là $H(0;0;-2)$.

d) Biết $\vec{x}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{BC}$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là $(-4;12;14)$.

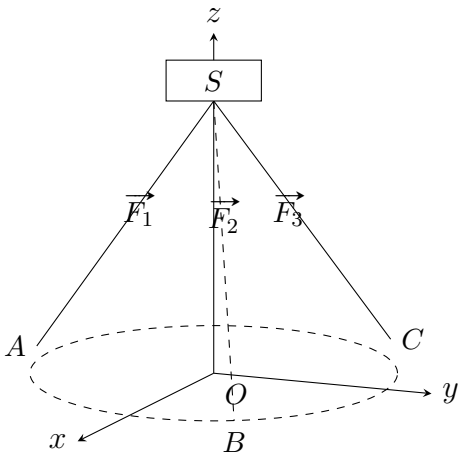
Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** $\overrightarrow{AB}=(2-1;\ 1+2;\ -2-0)=(1;3;-2)$.

b) Đúng. $G\left(\frac{1+2+0}{3};\frac{-2+1+3}{3};\frac{0-2+4}{3}\right)=\left(1;\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

c) Sai. Hình chiếu của $B(2;1;-2)$ trên (Oxy) là $H(2;1;0)$.

d) Sai. $\overrightarrow{BC}=(-2;2;6)$ nên $\vec{x}=2(1;3;-2)-3(-2;2;6)=(8;0;-22)$.

Bài 4. Một chiếc điện thoại được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và đo bằng đơn vị N.



a) $\overrightarrow{SA}=(0;-6;-20)$.

b) $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{F}(0;0;2)$.

c) $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \dfrac{1}{20}\left|\overrightarrow{SA}\right|$.

d) Biết tọa độ của lực $\overrightarrow{F_1} = (a; b; c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c = -5$.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** $\overrightarrow{SA} = (0-0;\ -6-0;\ 0-20) = (0; -6; -20)$.

b) Đúng. Điện thoại nặng 2 N đứng yên nên tổng ba lực nâng cân bằng với trọng lực, tức $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; 2)$.

c) Sai. Ta có $SA = SB = SC = \sqrt{36 + 400} = \sqrt{436}$. Các lực $\overrightarrow{F_i}$ cùng phương với $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BS}, \overrightarrow{CS}$ và có cùng độ lớn F. Thành phần thẳng đứng của mỗi lực là $F \cdot \dfrac{20}{\sqrt{436}}$, nên

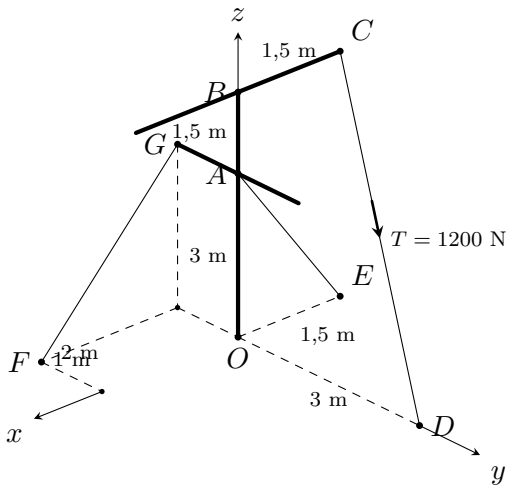
$$3 \cdot F \cdot \frac{20}{\sqrt{436}} = 2 \Rightarrow F = \frac{\sqrt{436}}{30} = \frac{1}{30}\left|\overrightarrow{SA}\right| \neq \frac{1}{20}\left|\overrightarrow{SA}\right|.$$

d) Sai. $\overrightarrow{F_1} = \dfrac{F}{SA}\overrightarrow{AS} = \dfrac{1}{30}(0; 6; 20) = \left(0; \dfrac{1}{5}; \dfrac{2}{3}\right)$.

Do đó $T = 2 \cdot 0 + 5 \cdot \dfrac{1}{5} + 6 \cdot \dfrac{2}{3} = 1 + 4 = 5 \neq -5$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một ống phun nước có hình dạng như hình vẽ dưới. Để giữ cho ống nước được cân bằng không bị nghiêng, kỹ sư sử dụng ba đoạn thép để nối các điểm C, A, G với mặt đất, các đoạn thép CD, GF, AE có độ lớn lực căng lần lượt bằng 1200 N, 800 N và 600 N. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, coi gốc tọa độ là chân ống nước, trục Oz hướng lên trời, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), các thông số được cho như hình vẽ, đơn vị trên các hệ trục tọa độ tính bằng mét. Coi đường kính ống không đáng kể, độ lớn vectơ hợp lực của ba sợi thép tác động lên ống nước là bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải. Từ hình vẽ ta có tọa độ các điểm: $O(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 3)$, $C(-1{,}5; 0; 4{,}5)$, $D(0; 3; 0)$, $E(-1{,}5; 0; 0)$, $F(2; -1; 0)$, $G(0; -1; 3)$.

Lực căng của mỗi sợi thép tác dụng lên ống nước có hướng từ điểm gắn trên ống xuống mặt đất.

Sợi CD: $\overrightarrow{CD} = (1{,}5; 3; -4{,}5)$, $CD = \sqrt{1{,}5^2 + 3^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{31{,}5}$.

$$\overrightarrow{F_1} = 1200 \cdot \frac{\overrightarrow{CD}}{CD} \approx (320{,}7;\ 641{,}4;\ -962{,}1).$$

Sợi GF: $\overrightarrow{GF} = (2;0;-3)$, $GF = \sqrt{13}$.

$$\vec{F_2} = 800 \cdot \frac{\overrightarrow{GF}}{GF} \approx (443{,}8;\ 0;\ -665{,}6).$$

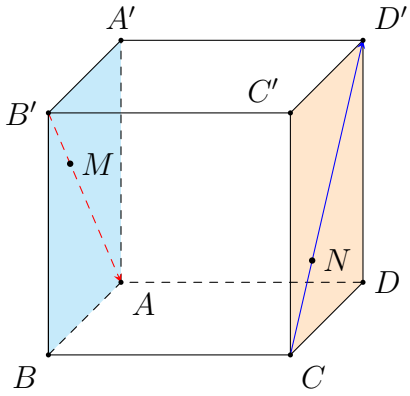
Sợi AE: $\overrightarrow{AE} = (-1{,}5;0;-3)$, $AE = \sqrt{11{,}25}$.

$$\vec{F_3} = 600 \cdot \frac{\overrightarrow{AE}}{AE} \approx (-268{,}3;\ 0;\ -536{,}7).$$

Hợp lực: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} \approx (496{,}1;\ 641{,}4;\ -2164{,}4)$.

$$|\vec{F}| \approx \sqrt{496{,}1^2 + 641{,}4^2 + 2164{,}4^2} \approx 2311{,}4 \text{ (N)}.$$

Bài 2. Cho một mô hình đồ chơi có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với độ dài một cạnh bằng 6 cm như hình vẽ bên dưới. Ở cùng một thời điểm hai chú nhện coi như bò chuyển động thẳng tới tốc độ không đổi, chú nhện M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 1 cm/s và chú nhện N bò từ C đến D' với tốc độ bằng 2 cm/s. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú nhện theo đơn vị *centimet* (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục $Axyz$ với $A(0;0;0)$, $B(6;0;0)$, $D(0;6;0)$, $A'(0;0;6)$. Khi đó $C(6;6;0)$, $B'(6;0;6)$, $D'(0;6;6)$.

Ta có $B'A = CD' = 6\sqrt{2}$. Chú nhện N đi hết CD' sau $\dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ s, nên xét $0 \le t \le 3\sqrt{2}$.

Sau t giây, $B'M = t$ nên

$$M\left(6 - \frac{t}{\sqrt{2}};\ 0;\ 6 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right).$$

Còn $CN = 2t$ nên

$$N\left(6 - \sqrt{2}\,t;\ 6;\ \sqrt{2}\,t\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{t}{\sqrt{2}};\ 6;\ \dfrac{3t}{\sqrt{2}} - 6\right)$ và

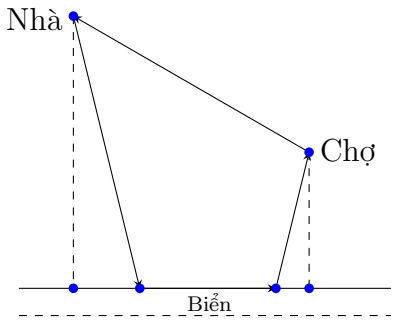
$$MN^2 = \frac{t^2}{2} + 36 + \frac{9t^2}{2} - 18\sqrt{2}\,t + 36 = 5t^2 - 18\sqrt{2}\,t + 72.$$

Hàm số này đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \dfrac{9\sqrt{2}}{5} \in [0;3\sqrt{2}]$, khi đó $MN^2_{\min} = 72 - \dfrac{(18\sqrt{2})^2}{20} = 39{,}6$.

Vậy $MN_{\min} = \sqrt{39{,}6} \approx 6{,}3$ cm.

Bài 3. Nhà thầy Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó

chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 500 m và cách nhà thầy Hùng 1 km tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục Oxy với bờ biển là trục Ox (đơn vị: m). Nhà $H(0;1000)$. Chợ $M(a;500)$ với $HM = 1000 \Rightarrow a^2 + 500^2 = 1000^2 \Rightarrow a = 500\sqrt{3}$.

Quãng đường chạy gồm: nhà $\to P$ (trên bờ), $P \to Q$ dọc bờ ($PQ = 500$), $Q \to$ chợ, chợ $\to$ nhà ($HM = 1000$).

Gọi $P(p;0)$, $Q(p+500;0)$. Tổng độ dài là

$$S = HP + 500 + QM + 1000.$$

Tịnh tiến M theo vectơ $\overrightarrow{QP} = (-500;0)$ được $M'(500\sqrt{3} - 500;\ 500)$, khi đó $QM = PM'$. Lấy M'' đối xứng với M' qua Ox thì

$$M''(500\sqrt{3} - 500;\ -500).$$

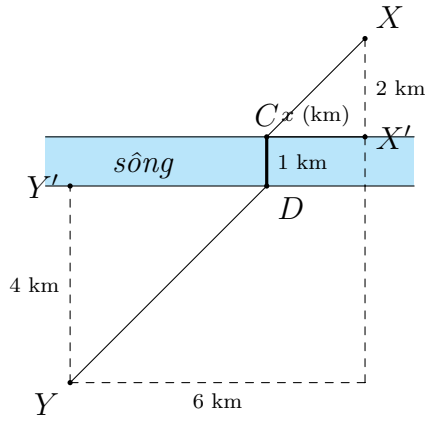
Ta có $HP + PM' = HP + PM'' \geq HM''$, dấu bằng xảy ra khi P là giao điểm của HM'' với Ox.

$$HM'' = \sqrt{(500\sqrt{3} - 500)^2 + 1500^2} \approx 1544{,}0.$$

Khi đó $P\,(244;0)$, $Q(744;0)$ nằm trong đoạn từ chân nhà đến chân chợ nên hợp lệ.

Vậy $S_{\min} \approx 1544 + 500 + 1000 = 2\,044$ m

Bài 4. Một con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y nằm ở hai bên đối diện của một con sông có chiều rộng đều 1 km. X cách sông 2 km và Y cách sông 4 km, khoảng cách giữa hai hình chiếu vuông góc của X và Y trên bờ sông là $X'Y' = 6$ km. Một cây cầu sẽ được xây dựng để cho phép giao thông đi qua sông. Vị trí của cây cầu CD cách XX' là x km. Tìm x để con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y được ngắn nhất.



Hướng dẫn giải. Ta có $XC=\sqrt{x^2+4}$, $CD=1$, $DY=\sqrt{(6-x)^2+16}$ với $0\le x\le 6$.

Vì $CD=1$ không đổi nên cần cực tiểu hóa

$$f(x)=\sqrt{x^2+2^2}+\sqrt{(6-x)^2+4^2}.$$

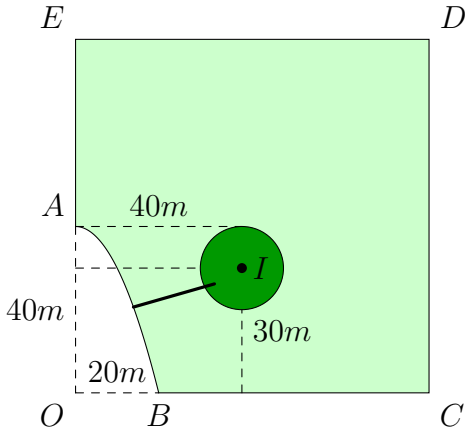
Theo bất đẳng thức Minkowski:

$$f(x)\ge\sqrt{(x+6-x)^2+(2+4)^2}=6\sqrt{2},$$

dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{x}{2}=\dfrac{6-x}{4}\Leftrightarrow 4x=12-2x\Leftrightarrow x=2$.

Bài 5. Hình dưới mô tả một cái ao có hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10\,(m)$. Biết rằng:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách bờ AE và BC là $40m$ và $30m$. Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn.



Hỏi độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục Oxy với $B\in Ox$, $A\in Oy$: $O(0;0)$, $A(0;40)$, $B(20;0)$, $I(40;30)$.

Parabol có đỉnh A, trục Oy nên $(P):y=40-ax^2$. Vì $B\in(P)$ nên $0=40-400a\Rightarrow a=\dfrac{1}{10}$, tức là

$$y=40-\frac{x^2}{10},\quad 0\le x\le 20.$$

Với $M\left(x;\,40-\dfrac{x^2}{10}\right)$ thuộc cung AB:

$$IM^2=(x-40)^2+\left(10-\frac{x^2}{10}\right)^2=\frac{x^4}{100}-x^2-80x+1700=:g(x).$$

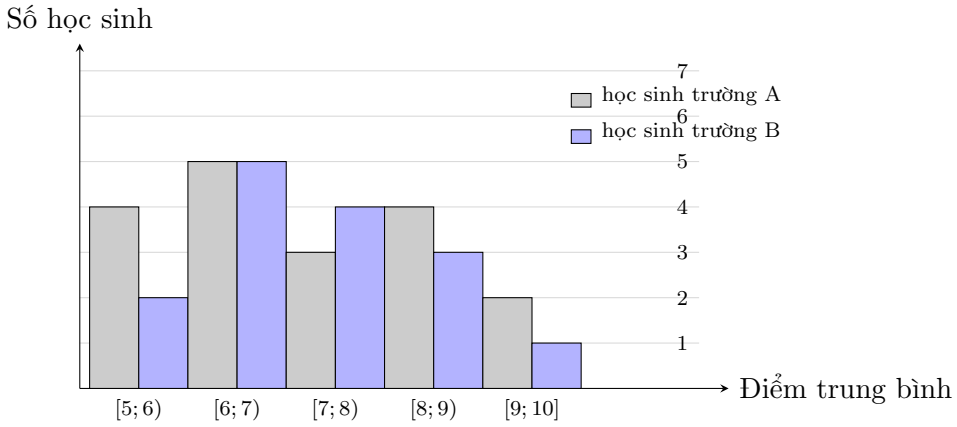
$g'(x)=\dfrac{x^3}{25}-2x-80=0\Leftrightarrow x^3-50x-2000=0\Rightarrow x\approx 13{,}918\in[0;20]$.

So sánh: $g(0)=1700$, $g(20)=1300$, $g(13{,}918)\approx 768{,}1$. Vậy $IM_{\min}\approx\sqrt{768{,}1}\approx 27{,}71$.

Độ dài ngắn nhất của cây cầu là $IM_{\min} - 10 \approx 17{,}7$ (m).

Bài 6. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.

Điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B



Hiệu số về độ lệch chuẩn giữa điểm trung bình năm học của trường A so với trường B (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

Hướng dẫn giải. Dùng giá trị đại diện của các nhóm 5,5; 6,5; 7,5; 8,5; 9,5.

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	Tổng
Trường A	4	5	3	4	2	18
Trường B	2	5	4	3	1	15

Trường A: $\overline{x}_A = \dfrac{4 \cdot 5{,}5 + 5 \cdot 6{,}5 + 3 \cdot 7{,}5 + 4 \cdot 8{,}5 + 2 \cdot 9{,}5}{18} = \dfrac{130}{18} \approx 7{,}222.$

$$s_A^2 = \frac{4 \cdot 5{,}5^2 + 5 \cdot 6{,}5^2 + 3 \cdot 7{,}5^2 + 4 \cdot 8{,}5^2 + 2 \cdot 9{,}5^2}{18} - \overline{x}_A^2 = \frac{970{,}5}{18} - \left(\frac{130}{18}\right)^2 \approx 1{,}756$$

$\Rightarrow s_A \approx 1{,}325.$

Trường B: $\overline{x}_B = \dfrac{108{,}5}{15} \approx 7{,}233.$

$$s_B^2 = \frac{803{,}75}{15} - \left(\frac{108{,}5}{15}\right)^2 \approx 1{,}262 \Rightarrow s_B \approx 1{,}124.$$

Hiệu: $s_A - s_B \approx 1{,}325 - 1{,}124 \approx 0{,}2.$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 49. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

Ⓐ 2401. Ⓑ 14. Ⓒ 98. Ⓓ 7.

Hướng dẫn giải. Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai: $s = \sqrt{49} = 7$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{AC}$?

Ⓐ $\overrightarrow{A'B'}$. Ⓑ $\overrightarrow{A'C'}$. Ⓒ $\overrightarrow{A'B}$. Ⓓ $\overrightarrow{A'C}$.

Hướng dẫn giải. Do $ACC'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương (triệu đồng) và số nhân viên như bảng sau:

Lương (triệu đồng)	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số nhân viên	11	9	1	7	6	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Ⓐ 15,33. Ⓑ 6,76. Ⓒ 11,00. Ⓓ 8,57.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n = 11 + 9 + 1 + 7 + 6 + 10 = 44$.

Tần số tích luỹ: 11; 20; 21; 28; 34; 44.

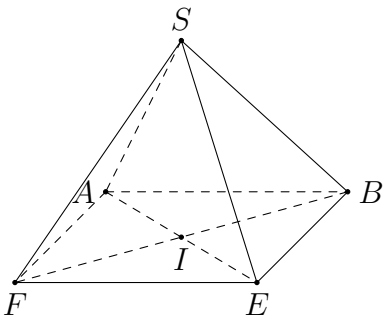
Tứ phân vị thứ nhất: $\dfrac{n}{4} = 11$, nhóm $[6;10)$ nên $Q_1 = 6 + \dfrac{11-0}{11} \cdot 4 = 10$.

Tứ phân vị thứ ba: $\dfrac{3n}{4} = 33$, nhóm $[22;26)$ nên $Q_3 = 22 + \dfrac{33-28}{6} \cdot 4 = \dfrac{76}{3}$.

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \dfrac{76}{3} - 10 = \dfrac{46}{3} \approx 15{,}33$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABEF$ có $ABEF$ là hình bình hành tâm I. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

Ⓐ $\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SE} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SF}$. Ⓑ $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EA}$.
Ⓒ $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SF} - \overrightarrow{SE}$. Ⓓ $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB}$.



Hướng dẫn giải. Vì $ABEF$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE}$ và $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BE}$.

A. $\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SE}=\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SF}=\overrightarrow{FA}$ và $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{FA}$. Mệnh đề đúng.

B. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EA}$. Mệnh đề đúng.

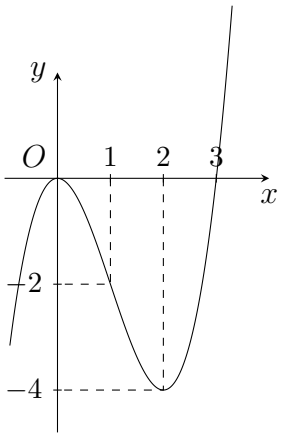
C. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{SF}-\overrightarrow{SE}=\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EF}$. Mệnh đề đúng.

D. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SB}$ nên $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{SB}$. Mệnh đề sai.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?

Ⓐ $y=x^3-3x$. Ⓑ $y=x^3-3x^2$.

Ⓒ $y=x^3+3x$. Ⓓ $y=x^3+3x^2$.



Hướng dẫn giải. Đồ thị đi qua điểm cực tiểu $(2;-4)$ và cực đại $(0;0)$, đi qua $(1;-2)$, $(3;0)$.

Xét $y=x^3-3x^2$: $y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$; $y(0)=0$, $y(2)=-4$, $y(1)=-2$, $y(3)=0$ (thoả mãn).

Các hàm còn lại không có cực tiểu tại $(2;-4)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Ⓒ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Ⓓ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(-2;2)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Vậy mệnh đề đúng là: hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Tổng $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MA}$ bằng

Ⓐ $\overrightarrow{MC}$. Ⓑ $\overrightarrow{MD}$. Ⓒ $\overrightarrow{MB}$. Ⓓ $\overrightarrow{MP}$.

Hướng dẫn giải. $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MP}$.

Theo quy tắc hình hộp (với MA là cạnh bên): $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MC}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (2;-5;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (1;7;2)$. Toạ độ véc-tơ $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ là

Ⓐ $(0;27;3)$. Ⓑ $(1;2;-7)$. Ⓒ $(0;-27;3)$. Ⓓ $(0;27;-3)$.

Hướng dẫn giải. $4\vec{b} = (0;8;-4)$, $2\vec{c} = (2;14;4)$.

$\vec{d} = (2-0-2;\ -5-8-14;\ 3+4-4) = (0;-27;3)$.

Câu 9. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

Hướng dẫn giải. Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.

$d\big(A,(Oyz)\big) = |x_A| = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;1)$. Ⓑ $(4;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;2)$. Ⓓ $(0;1)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Khoảng $(-1;1)$ chứa $x = 0$ (hàm số không xác định) nên không chọn. Các khoảng $(4;+\infty)$, $(-\infty;2)$ không nằm trong khoảng nghịch biến.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

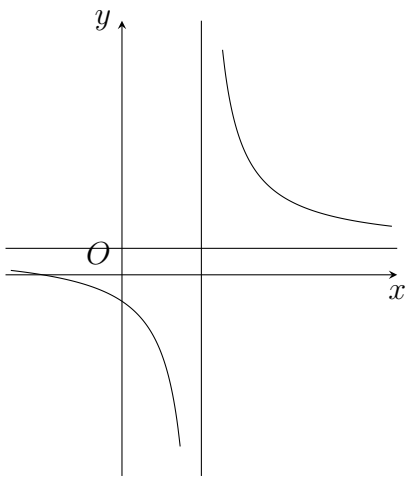
Câu 11. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x-1}$. Toạ độ giao điểm của đồ thị và trục Oy là

Ⓐ $(2;0)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(4;0)$. Ⓓ $(0;4)$.

Hướng dẫn giải. Giao với Oy: cho $x = 0$ thì $y = \dfrac{-4}{-1} = 4$.

Vậy giao điểm là $(0;4)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d<0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



(A) $a>1,\ b>0,\ c<1$.
(B) $a>1,\ b<0,\ c>1$.
(C) $a<1,\ b>0,\ c<1$.
(D) $a>1,\ b>0,\ c>1$.

Hướng dẫn giải. Tiệm cận đứng: $x=-\dfrac{d}{c-1}$. Từ đồ thị, tiệm cận đứng nằm bên phải trục Oy nên $-\dfrac{d}{c-1}>0$. Mà $d<0$ nên $c-1>0$, tức $c>1$.

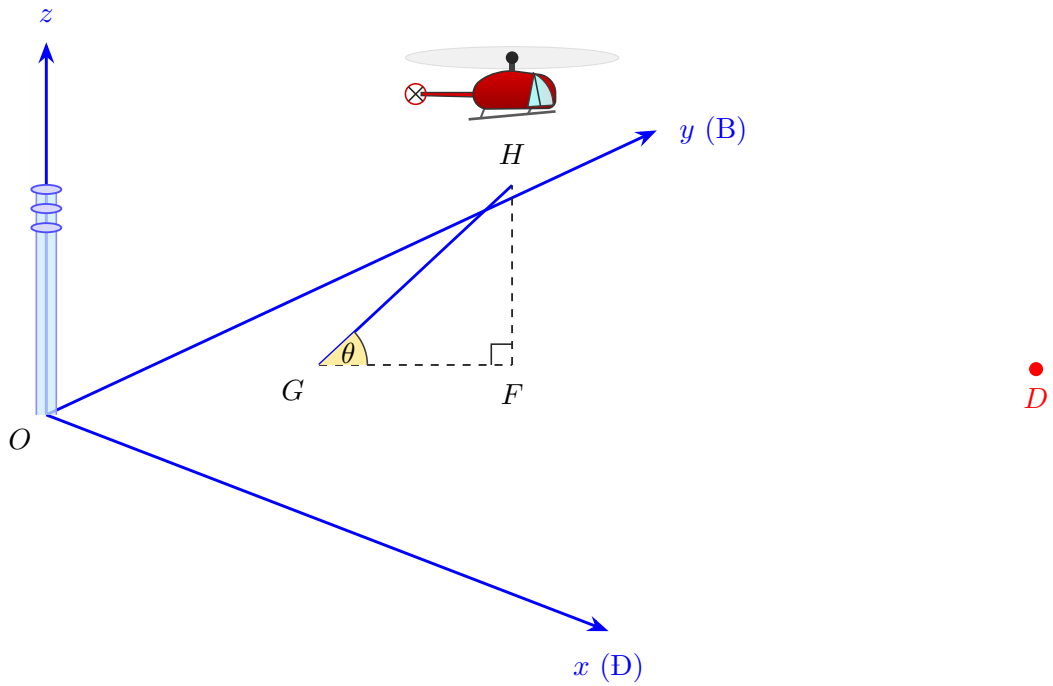
Tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a-1}{c-1}$ nằm phía trên trục Ox nên $\dfrac{a-1}{c-1}>0$. Mà $c-1>0$ nên $a>1$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm: $y(0)=\dfrac{b}{d}<0$. Mà $d<0$ nên $b>0$.

Vậy $a>1,\ b>0,\ c>1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất. Vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t\geq 0$) có toạ độ là $M\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$.



a) Toạ độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

b) Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

c) Khoảng cách của máy bay so với vị trí xuất phát sau 5 phút bay là 15 km.

d) Máy bay H bay đến vị trí $M_0(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

Hướng dẫn giải. a) Tại lúc cất cánh $t=0$: $M(1;\frac{1}{2};0)$, nên $G\left(1;\frac{1}{2};0\right)$. **Đúng**.

b) $\overrightarrow{MD}=\left(150-1-t;\ 115-\frac{1}{2}-2t;\ 0-2t\right)=\left(149-t;\ \frac{229}{2}-2t;\ -2t\right)$. Vậy tung độ là $\dfrac{229}{2}-2t$ chứ không phải $\dfrac{129}{2}-2t$. **Sai**.

c) Sau 5 phút: $M(6;\frac{21}{2};10)$. $GM=\sqrt{(6-1)^2+\left(\frac{21}{2}-\frac{1}{2}\right)^2+10^2}=\sqrt{25+100+100}=15$ (km). **Đúng**.

d) $MD^2=(149-t)^2+\left(\frac{229}{2}-2t\right)^2+4t^2=9t^2-756t+\text{const}$. MD nhỏ nhất khi $t=\dfrac{756}{18}=42$. Khi đó $M_0\left(43;\frac{169}{2};84\right)$, nên $x_0+y_0+z_0=43+84{,}5+84=211{,}5$ và $20(x_0+y_0+z_0)=4230\neq 4320$. **Sai**.

Bài 2. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15.

b) Khoảng biến thiên của tứ phân vị là 8,95.

c) Có một gia đình sử dụng 3 m^3 nước trong một tháng, đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

d) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất thì công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ 8,95 m^3 nước trở lên.

Hướng dẫn giải. Cỡ mẫu $n=24+57+42+29+8=160$. Tần số tích luỹ: 24; 81; 123; 152; 160.

a) $R=18-3=15$. **Đúng**.

b) $\dfrac{n}{4}=40$, nhóm $[6;9)$: $Q_1=6+\dfrac{40-24}{57}\cdot 3=\dfrac{130}{19}\approx 6{,}84$.

$\dfrac{3n}{4}=120$, nhóm $[9;12)$: $Q_3=9+\dfrac{120-81}{42}\cdot 3=\dfrac{165}{14}\approx 11{,}79$.

$\Delta_Q=Q_3-Q_1\approx 4{,}94\neq 8{,}95$. **Sai**.

c) Ngưỡng ngoại lệ: $Q_1-1{,}5\Delta_Q\approx -0{,}57$ và $Q_3+1{,}5\Delta_Q\approx 19{,}2$. Giá trị 3 nằm trong khoảng $[-0{,}57;19{,}2]$ nên không là giá trị ngoại lệ. **Sai**.

d) 25% hộ có lượng nước cao nhất ứng với các hộ có lượng nước từ $Q_3\approx 11{,}79$ m^3 trở lên, chứ không phải 8,95 m^3. **Sai**.

Bài 3. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng 50 m, lượng nước trong bể cao 1,5 m thì thể tích nước trong bể là 1250 m^3.

b) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng của bể là x (m) thì biểu thức xác định chiều cao bể theo x là $h = \dfrac{128}{3x^2}$ (m).

c) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là x (m) thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là $S = \dfrac{256}{x}$ (m^2).

d) Nếu thể tích bể bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây thành bể là 500.000 đồng/m^2, đổ bê tông đáy bể là 250.000 đồng/m^2. Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 24.100.000 (kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

Hướng dẫn giải. a) Thể tích nước: $50 \cdot 50 \cdot 1{,}5 = 3750$ $\text{m}^3 \neq 1250$ m^3. **Sai**.

b) Đáy có kích thước x và $2x$ nên $V = x \cdot 2x \cdot h = 2x^2h = \dfrac{256}{3}$, suy ra $h = \dfrac{128}{3x^2}$. **Đúng**.

c) $S_{xq} = 2(x + 2x)h = 6x \cdot \dfrac{128}{3x^2} = \dfrac{256}{x}$. **Đúng**.

d) Diện tích đáy là $2x^2$. Chi phí:

$$f(x) = 500000\left(\frac{256}{x} + 2x^2\right) + 250000 \cdot 2x^2 = \frac{128\,000\,000}{x} + 1\,500\,000x^2.$$

$$f'(x) = -\frac{128\,000\,000}{x^2} + 3\,000\,000x = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{128}{3} \Rightarrow x \approx 3{,}49.$$

$f_{\min} \approx 54\,900\,000$ đồng $\neq 24\,100\,000$ đồng. **Sai**.

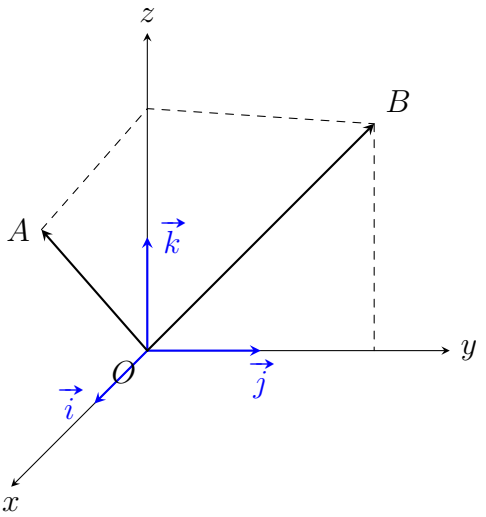
Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;2)$, $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.

a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{k}$.

b) Toạ độ $\vec{b} = (0;2;2)$.

c) Toạ độ $\overrightarrow{AB} = (-2;2;0)$.

d) Góc $\widehat{AOB} = 45°$.



Hướng dẫn giải. a) $\vec{a} = (2;0;2) = 2\vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 2\vec{k} = 2\vec{i} + 2\vec{k}$. **Đúng**.

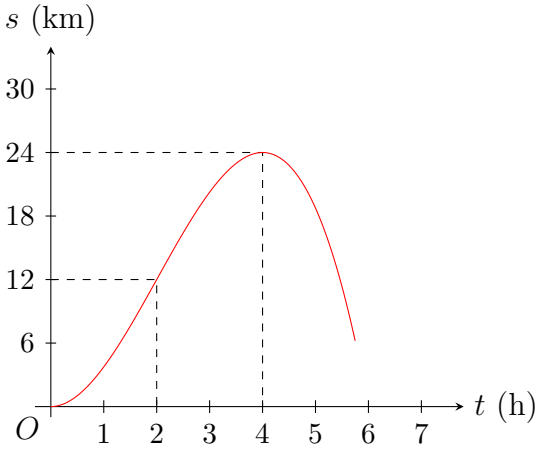
b) $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k} = (0;2;2)$. **Đúng**.

c) $A(2;0;2)$, $B(0;2;2)$ nên $\overrightarrow{AB} = (0-2;\ 2-0;\ 2-2) = (-2;2;0)$. **Đúng**.

d) $\cos\widehat{AOB} = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|} = \dfrac{0+0+4}{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$, suy ra $\widehat{AOB} = 60° \neq 45°$. **Sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một học sinh tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo" năm 2024.



Quãng đường học sinh đó đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t)=at^3+bt^2+ct+d$ có đồ thị như hình trên. Khi đó, vận tốc tối đa của học sinh đó đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Đồ thị đi qua $O(0;0)$ nên $d=0$.

Đồ thị đi qua $(2;12)$ và đạt cực đại tại $(4;24)$ nên

$$\begin{cases} 8a+4b+2c=12 \\ 64a+16b+4c=24 \\ 48a+8b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{4} \\ b=\dfrac{9}{2} \\ c=0. \end{cases}$$

Vậy $s(t)=-\dfrac{3}{4}t^3+\dfrac{9}{2}t^2$ (thoả $s'(0)=0$, khớp với đồ thị).

Vận tốc: $v(t)=s'(t)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t=-\dfrac{9}{4}(t-2)^2+9\le 9$.

Dấu bằng xảy ra khi $t=2$ (thuộc quãng thời gian đi bộ).

Vậy vận tốc tối đa là 9 km/h.

Bài 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Cho điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC. Tính $P=a+b+c$.

Hướng dẫn giải. Hình thang $ABCD$ có hai đáy $AD//BC$. Gọi h là khoảng cách giữa hai đáy, ta có

$$S_{ABCD}=\frac{(AD+BC)\cdot h}{2}, \qquad S_{ABC}=\frac{BC\cdot h}{2}.$$

Từ $S_{ABCD}=3S_{ABC}$ suy ra $AD+BC=3BC$, tức $AD=2BC$.

Vì $ABCD$ là hình thang (các đỉnh theo thứ tự A,B,C,D) nên $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng $\overrightarrow{BC}$, do đó $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BC}$.

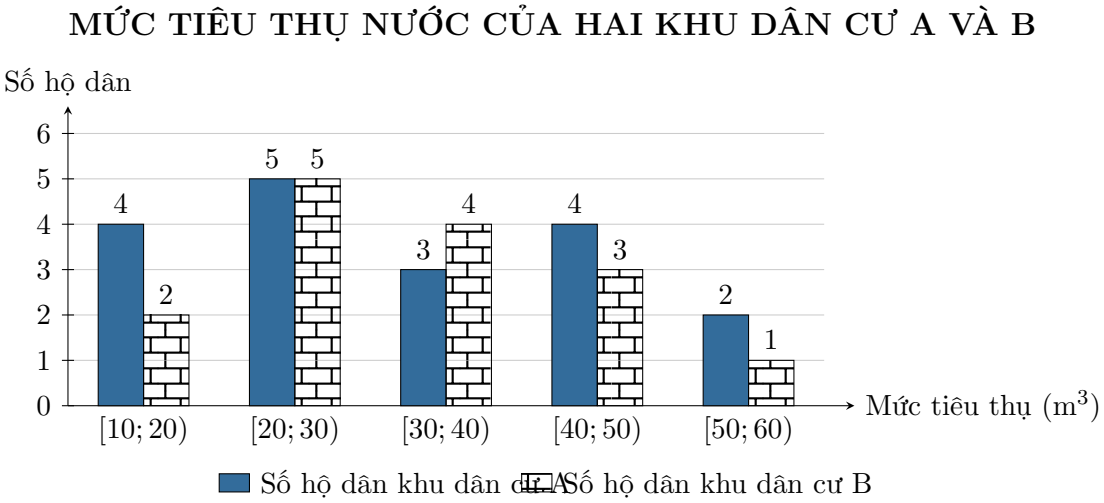
Ta có $\overrightarrow{BC}=(-5;-2;1)$ nên $\overrightarrow{AD}=(-10;-4;2)$.

Suy ra $D=(-2-10;\ 3-4;\ 1+2)=(-12;-1;3)$.

(Kiểm tra: $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-1)$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$ nên A,B,C không thẳng hàng.)

Vậy $P=-12-1+3=-10$.

Bài 3. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về mức tiêu thụ nước hàng tháng của hai khu dân cư A và B.



Gọi $S_A; S_B$ lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của khu dân cư A và khu dân cư B. Để so sánh khu dân cư nào có mức tiêu thụ nước đồng đều hơn ta tính $\Delta_S = S_A - S_B$. Nếu $\Delta_S < 0$ thì mức tiêu thụ nước của khu dân cư A đồng đều hơn, nếu $\Delta_S > 0$ thì mức tiêu thụ nước của khu dân cư B đồng đều hơn. Tính Δ_S (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Giá trị đại diện của các nhóm: $15; 25; 35; 45; 55$.

Khu dân cư A: tần số $4; 5; 3; 4; 2$, cỡ mẫu $n_A = 18$.

$$\bar{x}_A = \frac{4 \cdot 15 + 5 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 4 \cdot 45 + 2 \cdot 55}{18} = \frac{580}{18} = \frac{290}{9}.$$

$$S_A^2 = \frac{4 \cdot 15^2 + 5 \cdot 25^2 + 3 \cdot 35^2 + 4 \cdot 45^2 + 2 \cdot 55^2}{18} - \bar{x}_A^2 = \frac{21850}{18} - \frac{84100}{81} = \frac{14225}{81},$$

suy ra $S_A \approx 13{,}252$.

Khu dân cư B: tần số $2; 5; 4; 3; 1$, cỡ mẫu $n_B = 15$.

$$\bar{x}_B = \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 25 + 4 \cdot 35 + 3 \cdot 45 + 1 \cdot 55}{15} = \frac{485}{15} = \frac{97}{3}.$$

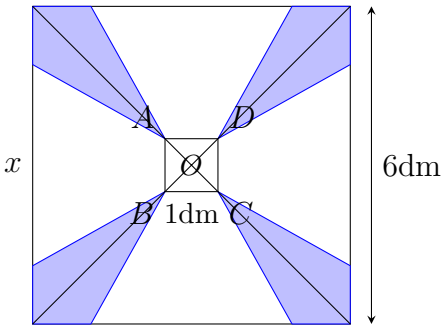
$$S_B^2 = \frac{2 \cdot 15^2 + 5 \cdot 25^2 + 4 \cdot 35^2 + 3 \cdot 45^2 + 1 \cdot 55^2}{15} - \bar{x}_B^2 = \frac{17575}{15} - \frac{9409}{9} = \frac{1136}{9},$$

suy ra $S_B \approx 11{,}235$.

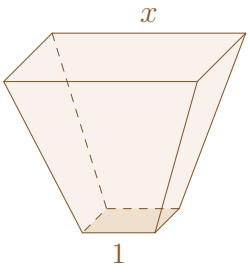
Vậy $\Delta_S = S_A - S_B \approx 13{,}252 - 11{,}235 \approx 2{,}02 > 0$ (khu dân cư B đồng đều hơn).

Bài 4. Bạn An có một tấm kính thủy tinh hình vuông, cạnh bằng 6 dm, An muốn cắt ở bốn góc bốn tứ giác (được tô đậm như trong hình), sau đó gập lại để tạo thành một cái bể cá có dạng hình chóp cụt đều với đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 dm và miệng bể là một hình vuông có cạnh bằng x dm. Hỏi x bằng bao nhiêu decimet thì bể cá có thể tích lớn nhất? (kết quả làm tròn

đến hàng phần trăm).



Tấm kính thủy tinh



Bể cá

✍ *Hướng dẫn giải.* Mỗi mặt bên của bể là hình thang cân có hai đáy 1 và x. Trên tấm kính, đường cao của hình thang này là khoảng cách từ cạnh 1 dm của hình vuông $ABCD$ đến mép tấm kính:

$$l = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\ (\text{dm}).$$

Đó là trung đoạn của hình chóp cụt, và $1 < x < 6$.

Hình chiếu của trung đoạn lên đáy có độ dài $\dfrac{x-1}{2}$, nên chiều cao hình chóp cụt là

$$h = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{(x-1)^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{24 + 2x - x^2}.$$

Thể tích:

$$V = \frac{h}{3}\left(1 + x^2 + \sqrt{1 \cdot x^2}\right) = \frac{1}{6}\sqrt{24 + 2x - x^2}\,(x^2 + x + 1).$$

Đạo hàm của $g(x) = \sqrt{24 + 2x - x^2}\,(x^2 + x + 1)$:

$$g'(x) = \frac{(1-x)(x^2+x+1) + (24 + 2x - x^2)(2x+1)}{\sqrt{24 + 2x - x^2}} = \frac{-3x^3 + 3x^2 + 50x + 25}{\sqrt{24 + 2x - x^2}}.$$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 - 50x - 25 = 0$, phương trình này có đúng một nghiệm trong $(1;6)$ là $x \approx 4{,}818$.

g' đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại nghiệm này nên V lớn nhất tại đó.

Vậy $x \approx 4{,}82$ dm.

Bài 5. Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300 m về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

✍ *Hướng dẫn giải.* Chọn hệ trục Oxy trong mặt phẳng (P): Ox trùng đường băng d, Oy thẳng đứng.

Khi đó $A(300;0)$ và máy bay ở vị trí $M(x;x^2)$ với $x \geq 0$.

$$AM^2 = f(x) = (x - 300)^2 + x^4.$$

$f'(x) = 4x^3 + 2(x - 300) = 2\,(2x^3 + x - 300)$.

Vì $2x^3 + x - 300$ đồng biến nên phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \approx 5{,}282$.

f' đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại x_0 nên f nhỏ nhất tại x_0:

$$f(x_0) \approx (5{,}282 - 300)^2 + 5{,}282^4 \approx 87\,637.$$

Suy ra $AM_{\min} = \sqrt{f(x_0)} \approx 296$ (m).

Bài 6. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm N trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;1)$, $B(2;0;-2)$, $C(0;2;3)$, $D(-1;0;1)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $AM = \sqrt{5}$, $BM = \sqrt{14}$, $CM = \sqrt{5}$, $DM = 2\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Hướng dẫn giải. Đặt $S = a^2 + b^2 + c^2$. Khai triển bốn điều kiện:

$$\begin{cases} AM^2 = 5: & S - 6a - 2b - 2c = -6 \quad (1) \\ BM^2 = 14: & S - 4a + 4c = 6 \quad (2) \\ CM^2 = 5: & S - 4b - 6c = -8 \quad (3) \\ DM^2 = 8: & S + 2a - 2c = 6 \quad (4) \end{cases}$$

(2) $-$ (4): $-6a + 6c = 0 \Rightarrow a = c$.

(1) $-$ (2): $-2a - 2b - 6c = -12 \Rightarrow a + b + 3c = 6$.

(1) $-$ (3): $-6a + 2b + 4c = 2 \Rightarrow -3a + b + 2c = 1$.

Thay $a = c$: $4a + b = 6$ và $-a + b = 1$, suy ra $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$.

Kiểm tra: $S = 6$ thoả cả bốn phương trình (1)–(4).

Vậy $M(1;2;1)$ và $OM = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6} \approx 2{,}45$.