

BỘ ĐỀ ÔN TẬP

TOÁN 11

GIỮA KÌ 1

2026 - 2027

**Chương trình mới
thống nhất SGK**

Sưu tầm các bài toán đa dạng
giúp học sinh có kỹ năng tư
duy và kỹ năng phản xạ đề.

- ① Trắc nghiệm nhiều phương án
- ② Trắc nghiệm đúng sai
- ③ Trả lời ngắn
- ④ Tự luận



LÊ MINH KHA -0399653362

Mục lục

Chương I. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

3

Chương II. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ
1

78

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 1

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đổi số đo của góc 108° sang đơn vị radian.

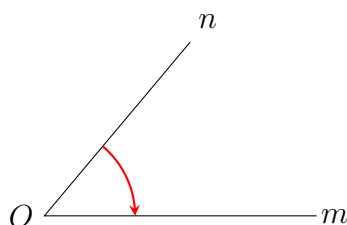
(A) $\frac{3\pi}{5}$.

(B) $\frac{3\pi}{2}$.

(C) $\frac{\pi}{4}$.

(D) $\frac{\pi}{10}$.

❖ **Câu 2.** Cho góc hình học $\widehat{mOn} = 50^\circ$. Số đo của góc lượng giác (On, Om) như hình vẽ bên dưới bằng



(A) -210° .

(B) 210° .

(C) 50° .

(D) -50° .

❖ **Câu 3.** Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

(A) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

(B) $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

(C) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

(D) $\cos \alpha = \frac{5}{3}$.

❖ **Câu 4.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4 - 3\cos^2 x$. Khi đó:

(A) $M + m = 5$.

(B) $M + m = 1$.

(C) $M + m = 7$.

(D) $M + m = 4$.

❖ **Câu 5.** Trên đường tròn bán kính $R = 12$ cm, góc ở tâm có số đo 60° chắn một cung có độ dài ℓ bằng

(A) $\ell = 4\pi$ cm.

(B) $\ell = 2$ cm.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

(C) $\ell = 6.28$ cm.

(D) $\ell = 12.56$ cm.

❖ **Câu 6.** Tìm khẳng định sai? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

(A) $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

(B) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.

(C) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

(D) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

❖ **Câu 7.** Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm

(A) $0 \leq m \leq 1$.

(B) $m \leq 0$.

(C) $-2 \leq m \leq 0$.

(D) $m \geq 1$.

❖ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 + \sin x}{\cos x}$ là

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(C) $D = \mathbb{R}$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 9.** Công thức nào sau đây sai?

(A) $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

(B) $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

(C) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

(D) $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

❖ **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n + 1$. Số hạng u_3 bằng

(A) 3.

(B) 8.

(C) 6.

(D) 7.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

(A) 4.

(B) 10.

(C) 6.

(D) $\frac{5}{2}$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị u_4 là

(A) 24.

(B) -32.

(C) 9.

(D) 6.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) $\sin 2\alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{16}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

c) Giá trị của biểu thức $M = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{4\sqrt{3}}{3}$ bằng $\sqrt{7}$.

d) $\cos(\alpha + 21\pi) = -\frac{3}{4}$.

❖ **Bài 2.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$.

a) Dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

b) Dãy số đã cho là 1 cấp số nhân với công bội $q = 1$.

c) Số hạng đầu $u_1 = 4$.

d) Tổng của 2024 số hạng đầu bằng 6149924.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Tìm x để ba số $3 + x, 13 + x, 43 + x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Bài 2. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \cos(a + b) \cos(a - b),$$

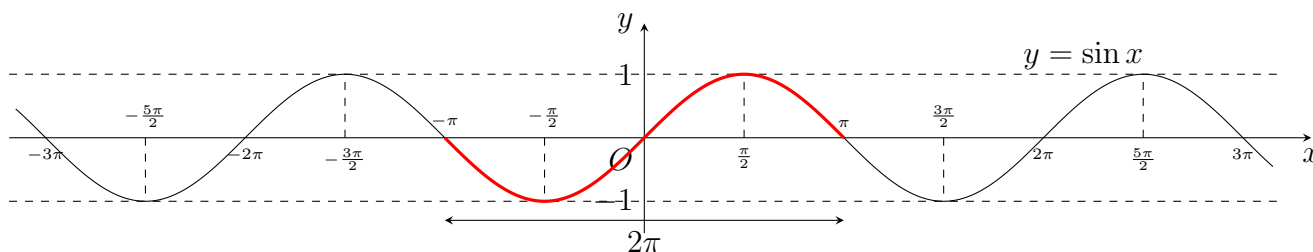
(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 3. Người ta thiết kế một tòa tháp có 9 tầng, tầng thứ nhất có diện tích 1000 m^2 , mỗi tầng tiếp theo có diện tích bằng $\frac{2}{3}$ tầng trước đó. Tính tổng diện tích các tầng của tháp (làm tròn đến hàng đơn vị của m^2).

Bài 4. Một hội trường có 10 dãy ghế, mỗi dãy ghế kế tiếp nhiều hơn dãy ghế ngay trước nó là 8 ghế. Biết dãy ghế cuối cùng có 90 ghế, hỏi hội trường có bao nhiêu ghế?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho đồ thị của hàm số $y = \sin x$ (tham khảo hình vẽ)



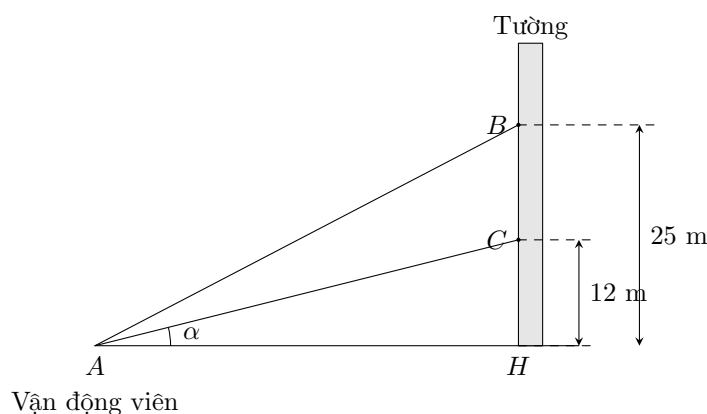
Tìm các giá trị $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\sin 2x \geq 0$.

Bài 2. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$

b) $\sin x - \sin 3x = 0.$

Bài 3. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất 12 m tại một góc ngắm α (góc hợp bởi phương bắn và phương ngang). Nếu vận động viên tăng góc ngắm đó lên hai lần thì bắn trúng mục tiêu cách mặt đất 25 m . Hỏi vị trí vận động viên nằm bắn cách bức tường bao nhiêu mét?



Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + n, n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 3 là

- (A) 3. (B) 6. (C) 7. (D) 4.

❖ **Câu 2.** Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- (A) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. (B) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$. (D) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

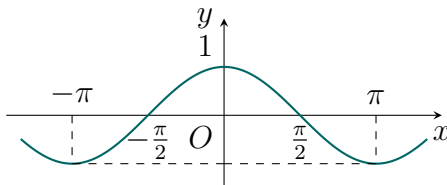
❖ **Câu 3.** Cho cấp số cộng có $u_2 = -1; u_3 = 2$. Công sai d của cấp số cộng bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) 1. (D) -3.

❖ **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 5.** Đây là một phần đồ thị của hàm số nào?



- (A) $y = \cos x$. (B) $y = \cot x$. (C) $y = \sin x$. (D) $y = \tan x$.

❖ **Câu 6.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$. (B) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.
(C) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$. (D) $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

❖ **Câu 7.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.
(B) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
(C) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.
(D) $\cos x + \cos y = 2 \cos(x + y) \cdot \cos(x - y)$.

❖ **Câu 8.** Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là

- (A) $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ Ⓓ $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

❖ **Câu 9.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

Ⓐ $y = \tan x.$ Ⓑ $y = \cos x.$ Ⓒ $y = \cot x.$ Ⓓ $y = \sin x.$

❖ **Câu 10.** Cho cấp số cộng có $u_1 = -2; d = 3$. Số hạng thứ 10 là

Ⓐ 31. Ⓑ 25. Ⓒ 28. Ⓓ 10.

❖ **Câu 11.** Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\cot \alpha < 0.$ Ⓑ $\sin \alpha > 0.$ Ⓒ $\tan \alpha < 0.$ Ⓓ $\cos \alpha < 0.$

❖ **Câu 12.** Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy (u_n) ?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 7. Ⓓ 4.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho phương trình lượng giác $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{3} = 0$ (*). Khi đó:

a) Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$.

b) Phương trình (*) tương đương $\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{6} \right).$

c) Nghiệm của phương trình (*) là $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}.$

❖ **Bài 2.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ...

a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = 1$.

b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có công sai là $d = 2$.

c) Có tất cả 80 hàng cây.

d) Hàng thứ 20 trồng được 40 cây.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Cho $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$. Biết $\sin 2a = \frac{m}{n}$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $S = m^2 + n^2$.

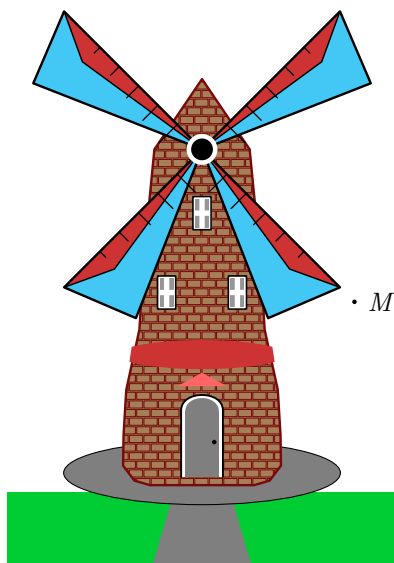
❖ **Bài 2.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

❖ **Bài 3.** Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 200 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục, đơn vị nghìn con).

❖ **Bài 4.** Cối xay gió là một loại máy chạy bằng sức gió. Một điểm M nằm trên cánh của cối xay gió. Khi cánh quạt quay thuận chiều kim đồng hồ, vị trí thấp nhất và cao nhất của M so với mặt đất lần lượt là 8 m và 22 m. Xét vòng quay của M bắt đầu từ vị trí thấp nhất tương ứng thời

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

điểm $t = 0$. Khi cánh quay đều, khoảng cách h (mét) từ M đến mặt đất được tính theo công thức $h = A \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + C$, với t (giây) là thời gian quay của điểm M ($t \geq 0$). Hỏi lần thứ 2025 điểm M cách mặt đất 18,5 m là vào thời điểm bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Phần IV. Tự luận

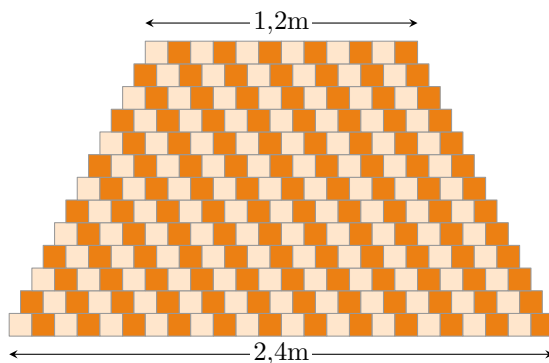
Bài 1. Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính:

a) $\cos \alpha$

b) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$

Bài 2. Lượng mưa trung bình trên tháng tại địa điểm rừng quốc gia Chư Yang Sin tính trong năm 2025 được cho bởi hàm số: $f(t) = 200 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + 350$ mm, với t : số tháng. Tháng nào trong năm có lượng mưa lớn nhất? Lượng mưa lớn nhất bằng bao nhiêu mm?

Bài 3. Để phục hồi một phần của một bức tường cổ có dạng hình thang có đáy lớn rộng 2,4 m và đáy bé rộng 1,2 m (Tham khảo hình vẽ). thợ thủ công cần đục các viên gạch hình vuông có kích thước $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần đục bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{\pi}{2}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) bằng

(A) $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(B) $\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(C) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(D) $\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

❖ **Câu 2.** Cho góc lượng giác $\alpha = \text{sđ}(OA, OM)$ có điểm biểu diễn M thuộc góc phần tư II của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

(B) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.

(C) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

(D) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

❖ **Câu 3.** Một đường tròn có bán kính 30 cm. Tính độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo 2,5 rad.

(A) 7,5 cm.

(B) 0,83 cm.

(C) 75 cm.

(D) 12 cm.

❖ **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là:

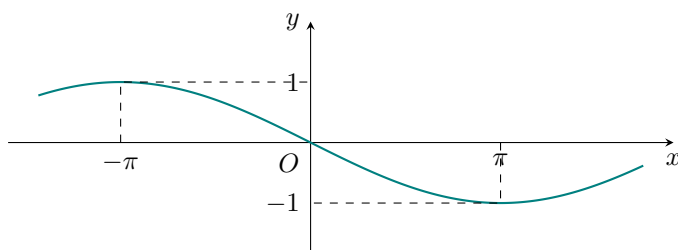
(A) $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 5.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số nào?



(A) $y = \sin \frac{x}{2}$.

(B) $y = \cos \frac{x}{2}$.

(C) $y = -\cos \frac{x}{4}$.

(D) $y = \sin \left(-\frac{x}{2} \right)$.

❖ **Câu 6.** Phương trình $\tan x = \tan \alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

(A) $x = \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(B) $x = \alpha + k2\pi; x = \pi - \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(C) $x = \alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(D) $x = \alpha + k2\pi; x = -\alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

❖ **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3; u_8 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là

- (A) $d = 3$. (B) $d = -3$. (C) $d = 2$. (D) $d = -2$.

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) (u_n) không phải là cấp số nhân.
(B) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
(C) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
(D) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

❖ **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}, (n \geq 1)$. Tìm số hạng u_4 .

- (A) $\frac{5}{9}$. (B) 1. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{14}{27}$.

❖ **Câu 10.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_4 = 24$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân.

- (A) $u_5 = 93$. (B) $u_5 = -93$. (C) $u_5 = 48$. (D) $u_5 = 27$.

❖ **Câu 11.** Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

- (A) $u_n = n^2$. (B) 2^n .
(C) $u_n = \sqrt{n+1}$. (D) $u_n = \frac{1}{n}$.

❖ **Câu 12.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
(B) $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
(C) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
(D) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$.

- a) $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $f(x) > 0$.
b) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.
c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
d) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

❖ **Bài 2.**

- a) Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân đó là $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$.
b) Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5 000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng thêm 8% mỗi giờ. Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là 6 802 con.
c) Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Năm số hạng đầu của cấp số

nhân này là $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$.

d) Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Khi đó $u_5 = 84$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương. Giả sử huyết áp của một người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \frac{8\pi t}{3}$, trong đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo s (giây). Hỏi trong khoảng từ 0 đến 2 giây, số lần huyết áp tâm thu đạt 120 mmHg là bao nhiêu?

Bài 2. Một kĩ sư được một công ty thuê với mức lương hằng tháng là 26 triệu đồng và nhận được mức tăng lương sau mỗi 6 tháng là 6%. Hỏi mức lương tháng đầu của người kĩ sư đó trong năm thứ ba làm việc cho công ty là bao nhiêu triệu đồng? (Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).

Bài 3. Cho phương trình $\cos 5x = \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Tìm số nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[-2024; 2024]$.

Bài 4. Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin 2\alpha$.

Bài 2. Giải phương trình $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$.

Bài 3. Tìm số hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài có 930 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 20 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 6 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 4

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot x$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 2.** Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

(A) $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 3.** Tìm khẳng định sai? (với điều kiện các hệ thức đã xác định).

(A) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

(B) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.

(C) $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

(D) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

❖ **Câu 4.** Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

(A) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

(B) $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$.

(C) $\sin 2x + \cos 2x = 1$.

(D) $\sin^2 x + \cos x^2 = 1$.

❖ **Câu 5.** Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng

(A) $\frac{1}{16}$.

(B) $\frac{1}{8}$.

(C) $\frac{3}{16}$.

(D) $\frac{1}{4}$.

❖ **Câu 6.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

(B) $y = \tan x$.

(C) $y = \sin x$.

(D) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

❖ **Câu 7.** Dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng thứ ba của dãy số bằng?

(A) 2.

(B) 4.

(C) 7.

(D) 6.

❖ **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_{10} = 19$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng

(A) 110.

(B) 100.

(C) 21.

(D) 19.

❖ **Câu 9.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

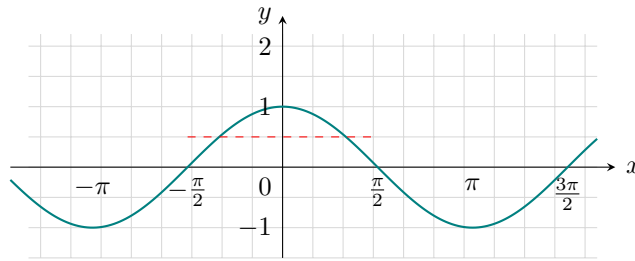
(A) $u_n = \sqrt{n}$.

(B) $u_n = 2^n$.

(C) $u_n = \frac{1}{n}$.

(D) $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

❖ **Câu 10.** Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?



- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

❖ **Câu 11.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

- (A) 30° . (B) 40° . (C) 50° . (D) 60° .

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- (A) $-2; -10; -50; -250$. (B) $-2; 10; -50; 250$.
(C) $-2; 10; 50; -250$. (D) $-2; 10; 50; 250$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

- ❖ **Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.
❖ **Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Hãy xác định tính đúng, sai của các phát biểu sau:

- a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.
b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.
c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.
d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

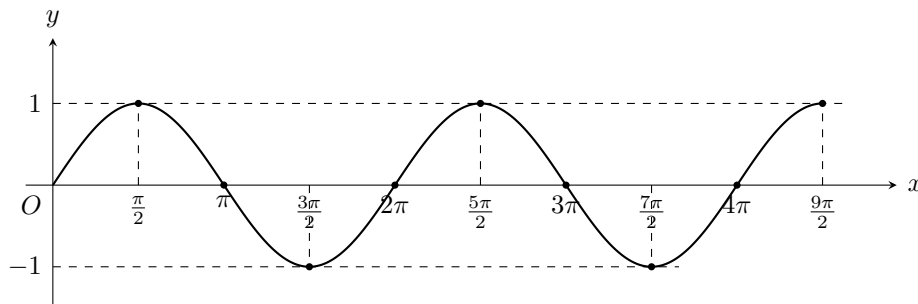
❖ **Bài 2.** Cho đồ thị hai hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$. Khi đó:

- a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.
b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm.
d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right); \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$.

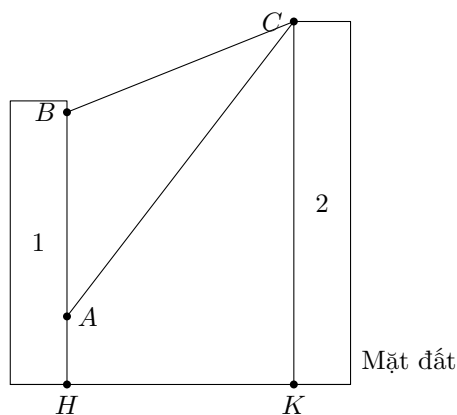
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

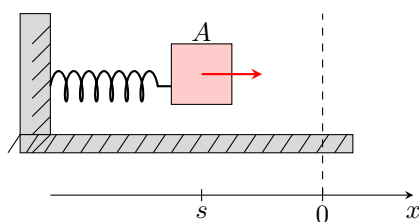
Bài 2. Xét hàm số $y = \sin x$ trên nửa khoảng $\left[0; \frac{9\pi}{2} \right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hãy tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến một điểm M thuộc đồ thị có tung độ bằng 1 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Bài 3. Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C . Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Biết chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32$ m, $AH = 6$ m, $BH = 24$ m. Số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Bài 4. Trong hình vẽ, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Tọa độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right)$. Trong 10 giây đầu tiên có bao nhiêu thời điểm $s = -5\sqrt{3}$ cm?



Phần IV. Tự luận

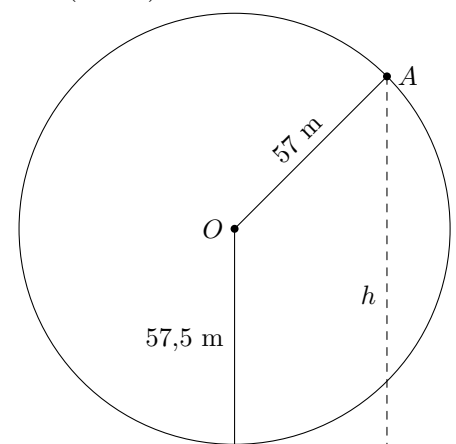
Bài 1.

a) Giải phương trình: $2 \sin 2x + 1 = 0$.

b) Tìm các nghiệm của phương trình $\tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 1$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

Bài 2. Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2015. Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122 550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4 901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng. Hỏi mô hình Kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?

Bài 3. Một vòng quay trò chơi có bán kính 57 m, trục quay cách mặt đất 57,5 m, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách h (m) từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức: $h(t) = 57 \sin \left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2} \right) + 57,5$ với t là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút ($t \geq 0$) như hình bên.



a) Tính chu kỳ của hàm số $h(t)$?

b) Khi $t = 0$ (phút) thì khoảng cách từ cabin đến mặt đất bằng bao nhiêu?

c) Khi quay một vòng lần thứ nhất tính từ thời điểm $t = 0$ (phút), tại thời điểm nào của t thì cabin ở vị trí cao nhất? Ở vị trí đạt được chiều cao là 86 m?

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 5

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\sin a < 0$. (B) $\cos a < 0$. (C) $\cot a > 0$. (D) $\tan a > 0$.

❖ **Câu 2.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- (A) $\sin 2a = \frac{1}{2} \sin a \cos a$. (B) $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
(C) $\sin 2a = \sin a \cos a$. (D) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

❖ **Câu 3.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- (A) $y = \cot x$. (B) $y = \sin x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cos x$.

❖ **Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Số hạng thứ 20 của cấp số cộng này là

- (A) $u_{20} = u_1 + 190d$. (B) $u_{20} = 20u_1 + 19d$.
(C) $u_{20} = 20u_1 + 190d$. (D) $u_{20} = u_1 + 19d$.

❖ **Câu 5.** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- (A) $\cos 2x = -\frac{2}{3}$. (B) $\cos 2x = 0$.
(C) $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

❖ **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

- (A) SO . (B) AC . (C) SD . (D) SA .

❖ **Câu 7.** Bánh xe đạp có đường kính 100 cm. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

- (A) 500π (cm). (B) 250π (cm). (C) 200π (cm). (D) 1000π (cm).

❖ **Câu 8.** Nghiệm của phương trình $\cot x = \cot \frac{\pi}{3}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 9.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // b, b // (\alpha)$. Khi đó:

- (A) $a // (\alpha)$. (B) a cắt (α) .
(C) $a \subset (\alpha)$. (D) $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

❖ **Câu 10.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung..
- (B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau..
- (C) Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song..
- (D) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau..

❖ **Câu 11.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Dãy số giảm.
- (B) Dãy số không tăng, không giảm.
- (C) Dãy số vừa tăng vừa giảm.
- (D) Dãy số tăng.

❖ **Câu 12.** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

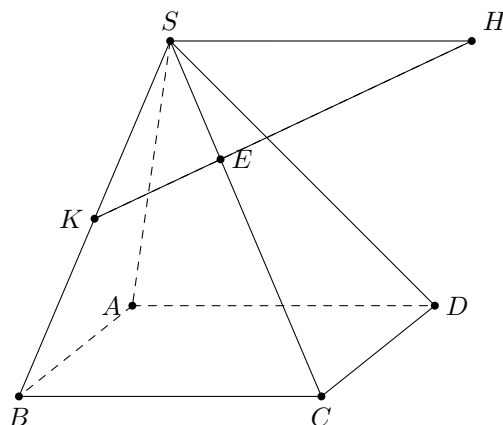
- (A) Ba điểm không thẳng hàng..
- (B) Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng..
- (C) Ba điểm mà nó đi qua..
- (D) Một đường thẳng và một điểm thuộc nó..

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số $y = f(x) = 2 \cos x - \sqrt{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
- b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- c) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- d) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

❖ **Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, K là trung điểm cạnh SB . Gọi E là điểm trên SC sao cho $\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$, gọi H là giao điểm của KE và (SAD) .



- a) Tỷ số $\frac{HE}{HK} = 0,76$
- b) Ta chứng minh được $KE \parallel BC$
- c) Điểm E nằm trên mặt phẳng (SCD)
- d) Ta chứng minh được $mp(SAD) \parallel BC$

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 3x \cos 3x$ có dạng $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Để xây xong bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Hỏi cần tất cả bao nhiêu viên gạch để xây xong cầu thang đó?

Bài 3. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng hồ đồ chuông. Đồng hồ đồ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

Bài 4. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT chuyên Nguyễn Tất Thành, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHOÁ và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khoá. Học sinh sẽ trả lời từ khoá sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

◇ Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.

◇ Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khoá thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ CKTU-CKT Union. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Hỏi câu lạc bộ CKTU-CKT Union nhận được từ Ban tổ chức bao nhiêu cái kẹo?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. a) Giải phương trình $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2 = 0$

b) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin x = 0$ thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, SC và SD . Gọi I là giao điểm của AN và (SBD) , J là giao điểm của MN với (SBD) .

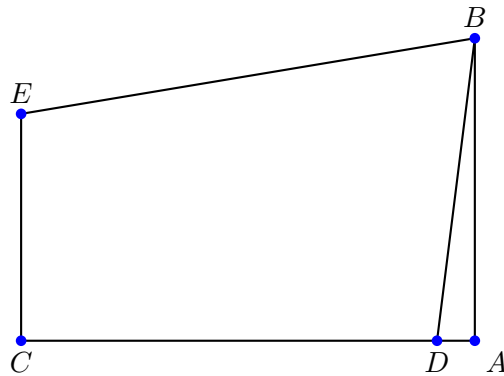
a) Chứng minh rằng $NK // (SAB)$.

b) Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$?

Bài 3. Mỗi lần tim đập, huyết áp của bạn sẽ tăng và sau đó huyết áp của bạn sẽ giảm khi tim nghỉ giữa các nhịp đập. Huyết áp tối đa và tối thiểu lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp thường được viết dưới dạng tỉ lệ tâm thu/tâm trương, một người có huyết áp 120/80 được coi là bình thường. Huyết áp của một người được thể hiện qua hàm số $\theta(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$, trong đó $\theta(t)$ là huyết áp tính bằng $mmHg$ tại thời điểm $t \geq 0$ tính bằng phút. Độ lệch chỉ số huyết áp của người này so với người bình thường bằng bao nhiêu?

Bài 4. Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà.

Cửa nhà tại điểm A và cổng tại điểm C , $AC = 6$ (m). Camera được đặt tại vị trí B , hình chiếu vuông góc của B lên mặt đất trùng với điểm A , $AB = 4$ (m). Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm E trên cổng, CE song song AB , $CE = 3$ (m) và vị trí điểm D thuộc đoạn AC , cách điểm A một khoảng $AD = 0,5$ (m). Số đo của $\widehat{DBE}$ bằng bao nhiêu độ.



TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 6

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖❖ **Câu 1.** Trong không gian, cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm này?

- (A) Vô số. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

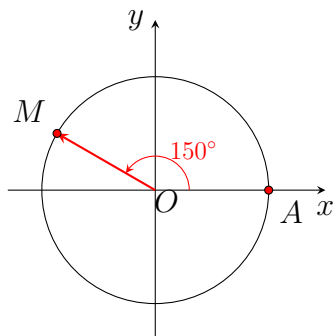
❖❖ **Câu 2.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Tổng 20 số hạng đầu của cấp số cộng này là

- (A) $S_{20} = 20u_1 + 190d$. (B) $S_{20} = 5u_1 + 190d$.
(C) $S_{20} = 20u_1 + 19d$. (D) $S_{20} = u_1 + 190d$.

❖❖ **Câu 3.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos(2024x)$ bằng -2024 .
(B) Hàm số $y = 3\sin^2 x$ có tập giá trị là $[0; 3]$.
(C) Hàm số $y = 2\cos^2 x$ có tập giá trị là $[-2; 2]$.
(D) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin(2024x)$ bằng 2024 .

❖❖ **Câu 4.** Cho hình vẽ bên dưới, số đo của góc lượng giác (OA, OM) là:



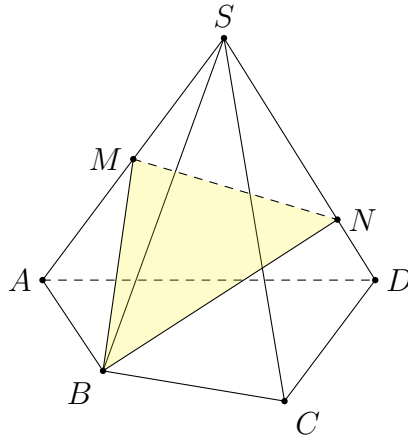
- (A) $-30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (B) $150^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (D) $-150^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

❖❖ **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

- (A) SC . (B) SB . (C) SM . (D) SN .

❖❖ **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M là trung điểm của SA , N là điểm trên đoạn SD sao

cho $SN = \frac{3}{4}SD$ (minh họa hình dưới). Các điểm nào sau đây đồng phẳng?



- (A) S, B, M, N . (B) S, A, B, C . (C) A, M, N, D . (D) S, A, B, D .

❖ **Câu 7.** Chu kì của hàm số $y = \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ là

- (A) $T = 2\pi$. (B) $T = \frac{2\pi}{3}$. (C) $T = 6\pi$. (D) $T = 3\pi$.

❖ **Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

❖ **Câu 9.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- (A) $\sin 2a = 4 \sin a \cos a$. (B) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
 (C) $\sin 2a = \frac{1}{2} \sin a \cos a$. (D) $\sin 2a = \sin a \cos a$.

❖ **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $u_2 = -10$. (B) $u_1 = -5$. (C) $u_4 = 20$. (D) $u_3 = -15$.

❖ **Câu 11.** Trong các công thức sau, công thức nào sai?

- (A) $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.
 (B) $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.
 (C) $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.
 (D) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

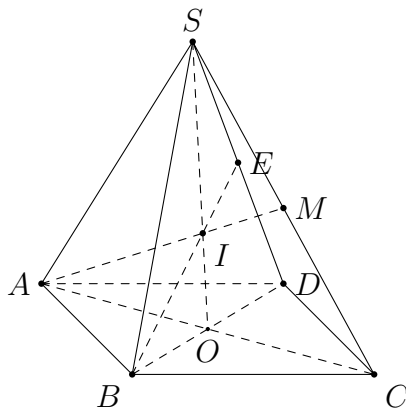
- (A) $u_6 = 320$. (B) $u_6 = 160$. (C) $u_6 = -320$. (D) $u_6 = -160$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của

SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

- $\frac{IA}{IM} = 3$.
- Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) , (SNC) .
- $AM \cap SO = I$.
- Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI .



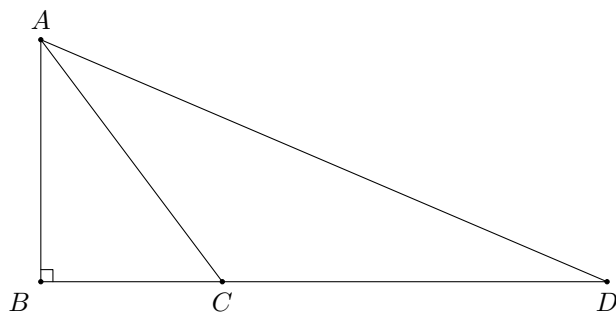
Bài 2. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, khi đó:

- $\sin 2\alpha = \frac{-12}{25}$.
- Giá trị lớn nhất $y = \sin(x + \alpha)$ là 1.
- $\sin\left(\alpha + \frac{121\pi}{12}\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{23}{100}$.
- $\cos \alpha > 0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính u_{10} .

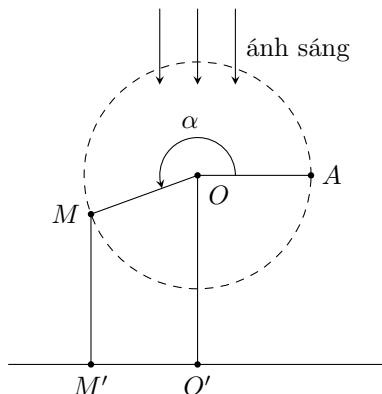
Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại B và có hai cạnh góc vuông là $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm. Vẽ điểm D nằm trên tia đối của tia CB thỏa mãn $\widehat{CAD} = 30^\circ$. Độ dài cạnh CD bằng bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Bài 3. Năm 2018 anh Minh tốt nghiệp trường Đại Học Bách Khoa Hà Nội. Vừa ra trường anh Minh đã được nhận vào làm việc tại một công ty Điện Tử ở Hà Nội. Tháng đầu tiên đi làm, anh Minh được công ty trả lương 5 triệu đồng, nhờ chăm chỉ làm việc và hoàn thành tốt các công việc được giao nên cứ mỗi tháng sau công ty đó lại tăng 5% lương so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương anh Minh đều cất đi phần lương tăng so với tháng trước để tiết kiệm, phần lương còn lại anh Minh dùng cho chi phí sinh hoạt. Hỏi sau 5 năm (tính từ thời điểm bắt đầu làm việc tại công

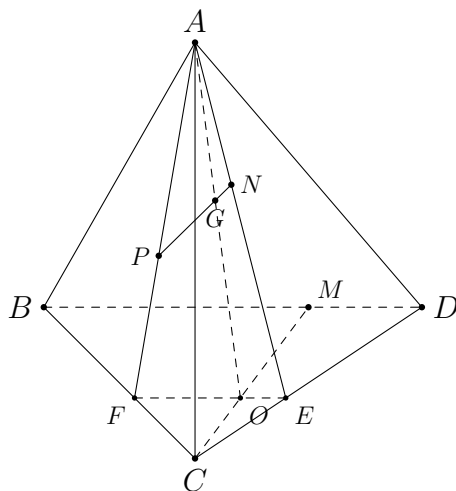
ty) thì anh Minh tiết kiệm được bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

Bài 4. Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình 12. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\frac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 15 cm. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho N, P lần lượt là hai điểm thuộc miền trong tam giác ACD và tam giác ABC của tứ diện $ABCD$. M là một điểm tùy ý trên cạnh DB . Tìm giao điểm của NP và mặt phẳng (ACM) .



Hướng dẫn giải. Gọi $F = AP \cap BC$, $E = AN \cap CD$ và $O = EF \cap CM$.

Chọn mặt phẳng (AEF) chứa NP .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A = (AEF) \cap (ACM) \\ O = (AEF) \cap (ACM) \end{cases} \Rightarrow AO = (AEF) \cap (ACM).$$

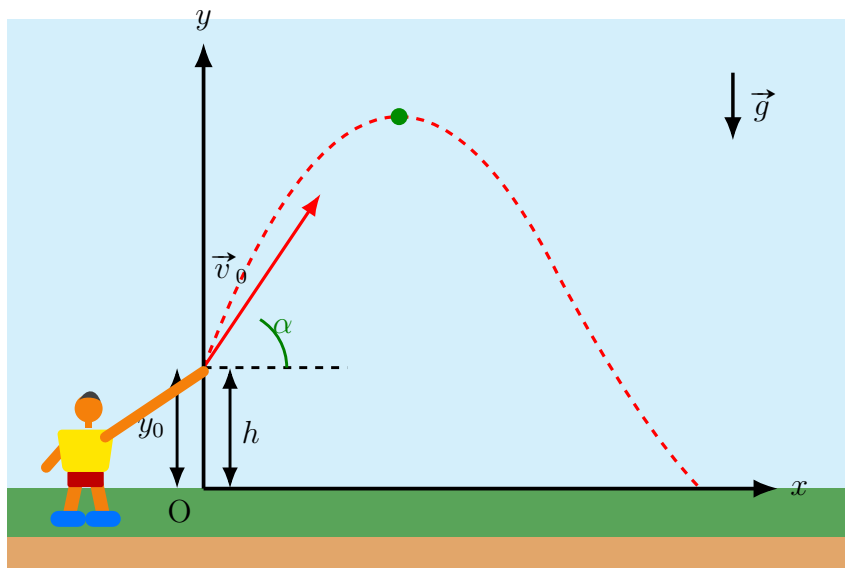
Trong mặt phẳng (AEF) , gọi $G = NP \cap AO$.

$$\text{Vì } \begin{cases} G \in NP \\ G \in AO \subset (ACM) \end{cases} \Rightarrow G = NP \cap (ACM).$$

Bài 2. Một vận động viên có chiều cao 1m75 thực hiện ném tạ với vận tốc ban đầu $v_0 = 30\text{m/s}$. Đạt thành tích 15m. Gọi α là góc ném của vận động viên hợp với mặt đất (tham khảo hình vẽ).

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Coi gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Tính giá trị của $|\cos 2\alpha|$.



Hướng dẫn giải. Quỹ đạo của tạ khi ném xiên là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$.

Thành tích của vận động viên đạt được là giá trị của hoành độ x_0 sao cho $y(x_0) = 0$.

Khi đó ta có: $-\frac{10}{2 \cdot 30^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot 15^2 + \tan \alpha \cdot 15 + 1,75 = 0$

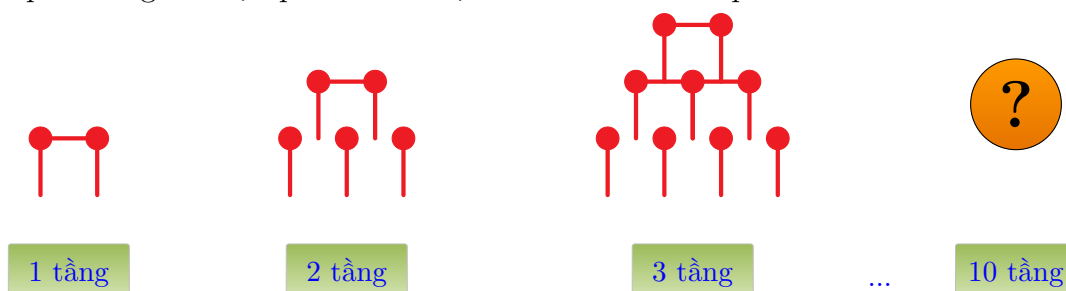
$$\Leftrightarrow -\frac{1,25}{\cos^2 \alpha} + 15 \tan \alpha + 1,75 = 0 \Leftrightarrow -1,25(\tan^2 \alpha + 1) + 15 \tan \alpha + 1,75 = 0$$

$$\Leftrightarrow -1,25 \tan^2 \alpha + 15 \tan \alpha + 0,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{30 + \sqrt{910}}{5} \text{ (TM)} \\ \tan \alpha = \frac{30 - \sqrt{910}}{5} \text{ (L)} \end{cases}$$

Ta có $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{2}{\tan^2 \alpha + 1} - 1$.

Với $\tan \alpha = \frac{30 + \sqrt{910}}{5}$ suy ra $|\cos 2\alpha| \approx 0,99$.

Bài 3. Bạn An và bạn Bình chơi trò xếp tháp bằng que diêm được mô tả như hình dưới đây. Để xếp tháp 10 tầng hai bạn phải chuẩn bị ít nhất bao nhiêu que diêm?



Hướng dẫn giải. Cách 1.

Để xếp tháp 1 tầng An và Bình phải chuẩn bị $2 + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 2 tầng An và Bình phải chuẩn bị $4 + 3 + 2 + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 3 tầng An và Bình phải chuẩn bị $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ (que diêm).

...

Để xếp tháp k tầng An và Bình phải chuẩn bị $2k + (2k - 1) + \dots + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 10 tầng An và Bình phải chuẩn bị $20 + 19 + \dots + 1 = \frac{(20 + 1) \cdot 20}{2} = 210$ (que diêm).

Cách 2.

Nhận xét: Số que diêm ở tầng sau bằng số que diêm ở tầng trước cộng thêm 4.

Tầng 1 cần 3 que diêm.

Tầng 2 cần 7 que diêm.

Tầng 3 cần 11 que diêm.

...

Số que diêm ở các tầng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$.

$$\text{Suy ra } S_{10} = \frac{(2u_1 + 9d) \cdot 10}{2} = \frac{(6 + 36) \cdot 10}{2} = 210 \text{ (que diêm).}$$

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 7

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. (C) $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

❖ **Câu 2.** Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng

- (A) $(0; \pi)$. (B) $(\pi; 2\pi)$. (C) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (D) $(-\pi; 0)$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ là

- (A) $\emptyset$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $[-1; +\infty)$. (D) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

❖ **Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 5.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- (A) $u_n = \frac{1}{2^n}$. (B) $u_n = \frac{1}{n}$.
(C) $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. (D) $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

❖ **Câu 6.** Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân.

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) ± 2 .

❖ **Câu 7.** Biết bốn số 5; x ; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x + 2y$ bằng

- (A) 50. (B) 70. (C) 30. (D) 80.

❖ **Câu 8.** Xét dãy số (u_n) là dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó khi chia cho 5 dư 1. Ba số hạng đầu của dãy số là?

- (A) 1; 5; 11. (B) 1; 6; 11. (C) 0; 6; 11. (D) 1; 6; 12.

❖ **Câu 9.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2; d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- (A) 226. (B) 225. (C) 223. (D) 224.

❖ **Câu 11.** Dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng thứ ba của dãy số bằng?

- (A) 2. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

❖ **Câu 12.** Rút gọn biểu thức $M = \cos(a + b) \cos(a - b) - \sin(a + b) \sin(a - b)$, ta được

- (A) $M = \sin 4a$. (B) $M = 1 - 2 \cos^2 a$.
(C) $M = 1 - 2 \sin^2 a$. (D) $M = \cos 4a$.

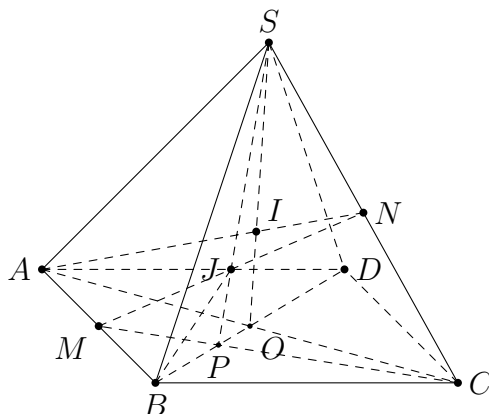
Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ n sử dụng.

- a) $u_2 = 630$.
b) Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 50$.
c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.
d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

❖ **Bài 2.** Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
b) Giao điểm I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO .
c) Giao điểm J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD .
d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.

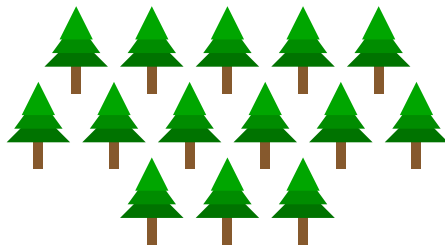


Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Một thiết bị đo nhiệt độ môi trường ghi nhận sự thay đổi nhiệt độ theo ngày. Nhiệt độ T (tính bằng độ C, so với nhiệt độ trung bình) được mô hình hóa bởi hàm số theo thời gian t (tính bằng ngày) như sau: $T(t) = 15 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì chu kỳ biến đổi nhiệt độ này

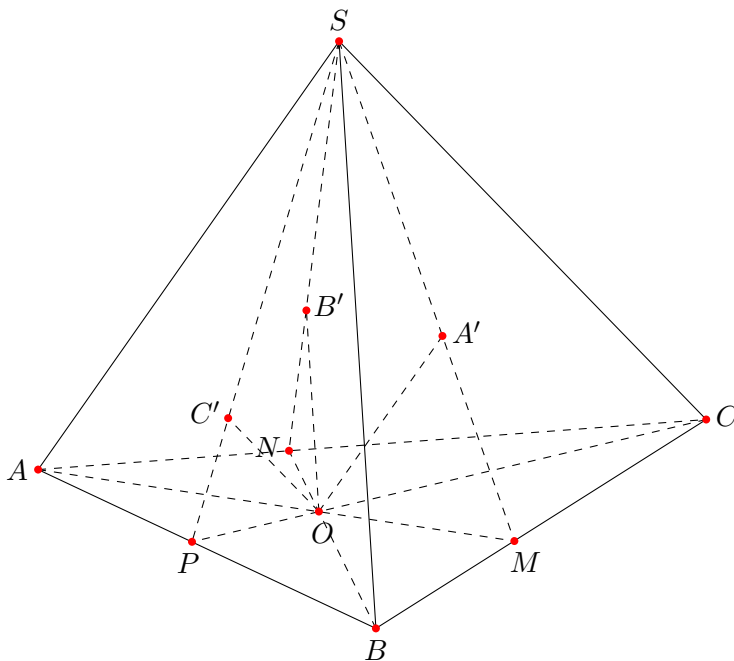
lại lập lại hoàn toàn?

Bài 2. Người ta trồng 440 cây theo dạng một hình thang cân như sau: hàng thứ nhất trồng 3 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 7 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính tất cả số hàng cây được trồng?



Bài 3. Một chiếc đèn trang trí hình tròn được chia thành 40 phần bằng nhau, mỗi phần có một bóng đèn LED nhỏ. Khi bật chế độ hiệu ứng, các bóng đèn này sẽ sáng lần lượt. Nếu hiệu ứng làm sáng 5 bóng đèn liên tiếp, thì tổng số đo góc (tính theo độ) mà 5 bóng đèn đó chiếm trên vòng tròn là bao nhiêu?

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỉ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , chọn điểm có tọa độ $(0; y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

trong đó:

- ◇ g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8 \text{ m/s}^2$).
- ◇ α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất).

◇ v_0 là vận tốc ban đầu của cầu.

◇ y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là 6,68 m. Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao 0,7 m so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là 8 m/s, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng).

🔗 **Bài 2.** Công ty A đề xuất 2 phương án trả lương để người lao động chọn như sau:

Phương án 1: Người lao động sẽ nhận 45.000.000 đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ tăng thêm 3.000.000 đồng so với năm trước đó.

Phương án 2: Người lao động sẽ nhận mức lương 7.000.000 đồng cho quý làm việc đầu và kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 500.000 đồng so với quý trước đó.

Hỏi sau 10 năm số tiền lương mà người lao động nhận được theo mỗi phương án là bao nhiêu?

🔗 **Bài 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy M, N, P lần lượt là các điểm trên SA, SB, SD . Tìm giao điểm Q của SC với mặt phẳng (MNP) .

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 8

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Chọn cặp số nhân trong các dãy số sau:

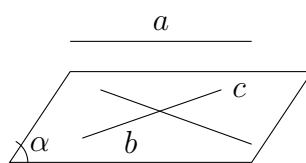
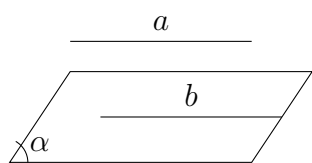
(A) 1; 2; 4; 8; 16.

(B) 1; 0, 2; 0, 04; 0, 0008.

(C) 1; 2; 3; 4.

(D) 2; 22; 222; 2222.

❖ **Câu 2.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:



(A) $a // b$.

(B) a, b chéo nhau.

(C) a, b cắt nhau.

(D) $a // b$ hoặc a, b chéo nhau.

❖ **Câu 3.** Đẳng thức nào sau đây **Sai**?

(A) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

(B) $\cos 2a = 2 \sin a \cos a$.

(C) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

(D) $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

❖ **Câu 4.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó

(A) $a // b$.

(B) $a // b$ hoặc a, b chéo nhau.

(C) a, b cắt nhau.

(D) a, b chéo nhau.

❖ **Câu 5.** Biết $\tan \alpha = 2$ và $-\pi < \alpha < 0$. Tính $\cos \alpha$.

(A) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

(B) $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

(C) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

(D) $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

❖ **Câu 6.** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

(A) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng..

(B) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..

(C) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..

(D) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn vô số điểm chung khác nữa..

❖ **Câu 7.** Xét góc lượng giác $(OA; OM) = \alpha$ trong đó M là điểm không nằm trên các trục tọa độ Ox và Oy . Khi đó M thuộc góc phần tư nào để $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ cùng dấu?

(A) (II) và (III).

(B) (I) và (IV).

(C) (I) và (III).

(D) (I) và (II).

❖ **Câu 8.** Tập giá trị của hàm số $y = 4 \sin x$ là

Ⓐ $[-4; 4]$.

Ⓑ $[-2; 2]$.

Ⓒ $[-1; 1]$.

Ⓓ $[-6; 6]$.

❖ **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1} ?

Ⓐ $u_{n+1} = 3^n + 3$.

Ⓑ $u_{n+1} = 3(n + 1)$.

Ⓒ $u_{n+1} = 3^n + 1$.

Ⓓ $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

❖ **Câu 10.** Phương trình $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

Ⓐ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ vô nghiệm.

Ⓒ $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓓ $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 11.** Phương trình $\cos x = 2$ có số nghiệm là

Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

Ⓓ vô số.

❖ **Câu 12.** Tập xác định của hàm số $y = 2 \cos x - 1$ là:

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R}$.

Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ và $y = \sin x$, khi đó:

a) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.

b) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8} \right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8} \right)$.

c) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin x$.

d) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Bài 2.** Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:

a) Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .

b) Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC .

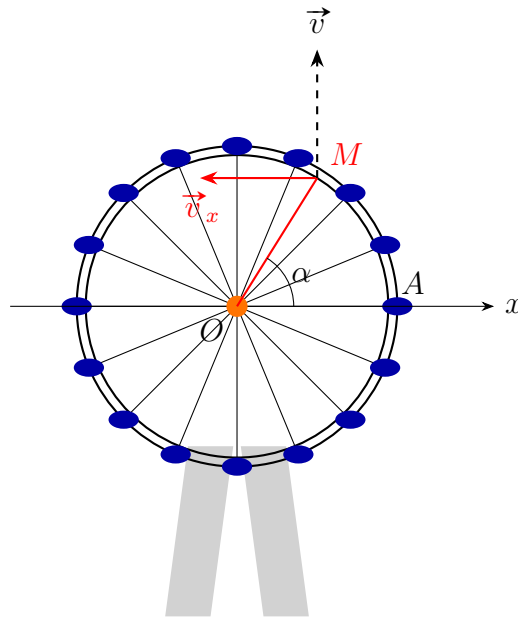
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

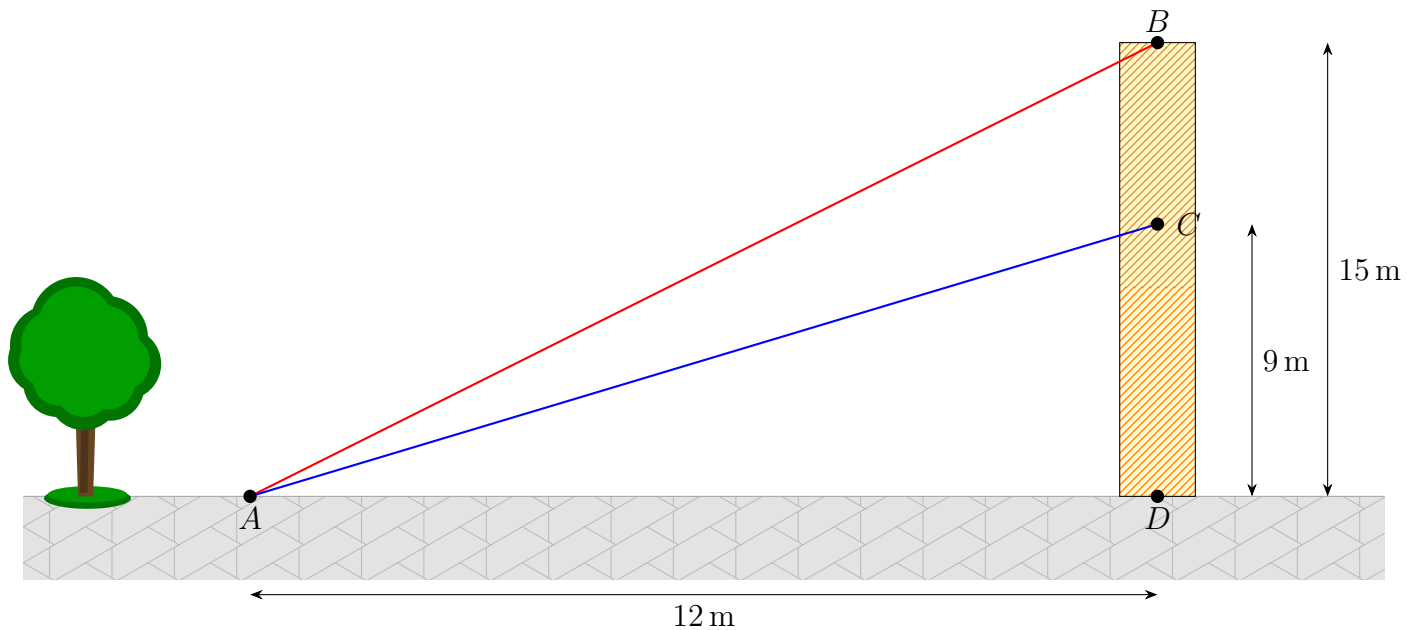
Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (Ox, OM)$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (Hình bên). Dựa vào đồ thị hàm số $\sin$, biết trong vòng quay đầu tiên $(0 \leq \alpha \leq 2\pi)$ góc α thuộc các khoảng $(a; b)$ và $(c; d)$ thì v_x

tăng. Hãy cho biết $a + b + c + d$ có giá trị bằng bao nhiêu?

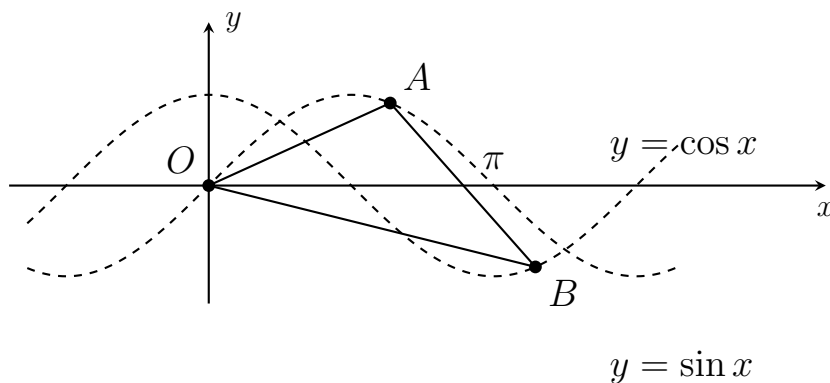


Bài 2. Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tìm góc nhọn $\alpha = \widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).



Bài 3. Giả sử A, B là các điểm lần lượt nằm trên các đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ sao cho tam giác OAB nhận điểm $G\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ làm trọng tâm. Tính diện tích S của tam giác OAB ,

biết $x_A \in [0; 2\pi]$. Làm tròn đến hàng phần trăm.



Bài 4. Kiến vàng là loài kiến có lợi trong nông học, sinh học. Nó giúp nhà nông ngăn ngừa côn trùng, giảm sử dụng các loại thuốc trừ sâu. Ở đồng bằng sông Cửu Long, nhà nông thường tách đàn kiến sang cây trồng khác để bảo vệ cây. Giả sử một đàn kiến vàng có 4 000 con vào đầu tháng 6 năm 2018, mỗi tháng đàn kiến tăng thêm 900 con. Một nhà nông muốn tách đàn khi đàn kiến đạt khoảng 20 000 con. Sau bao nhiêu tháng thì người đó có thể tách đàn? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình lượng giác $\cos(2x + 20^\circ) = \sin(50^\circ - x)$.

Bài 2. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $f(x) = x \sin 3x$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có điểm M nằm trong tam giác SCD . Tìm giao điểm của AM và (SBD) .

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 9

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đồ thị hàm số $f(x) = \cos x + 1$ đi qua điểm nào sau đây?

- (A) $(0; 2)$. (B) $(\frac{\pi}{2}; 0)$. (C) $(-\frac{\pi}{2}; 0)$. (D) $(0; 1)$.

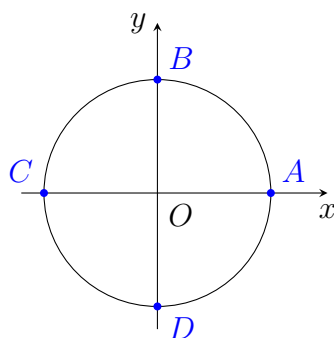
❖ **Câu 2.** Rút gọn biểu thức $M = \frac{\cos 2x}{\sin x} + \frac{\sin 2x}{\cos x}$ ta được kết quả là

- (A) $M = \frac{1}{\cos x}$. (B) $M = 1$.
(C) $M = \frac{1}{\sin x}$. (D) $M = \frac{\cos 3x}{\sin x \cdot \cos x}$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ là

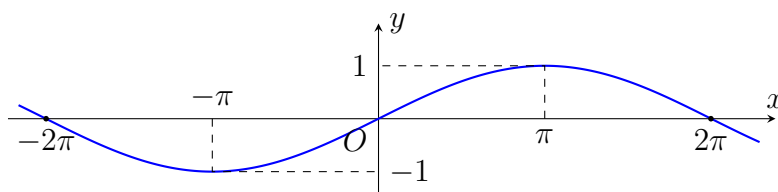
- (A) $\mathbb{R}$. (B) $[0; 1]$. (C) $[-2; 2]$. (D) $[-1; 1]$.

❖ **Câu 4.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A; B; C; D$ nằm trên đường tròn lượng giác như hình vẽ. Khi đó, điểm B biểu diễn các góc lượng giác nào?



- (A) $-\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $-\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 5.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = -\cos \frac{x}{4}$. (B) $y = \sin \frac{x}{2}$.

Ⓒ $y = \sin\left(-\frac{x}{2}\right)$.

Ⓓ $y = \cos \frac{x}{2}$.

❖ **Câu 6.** Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

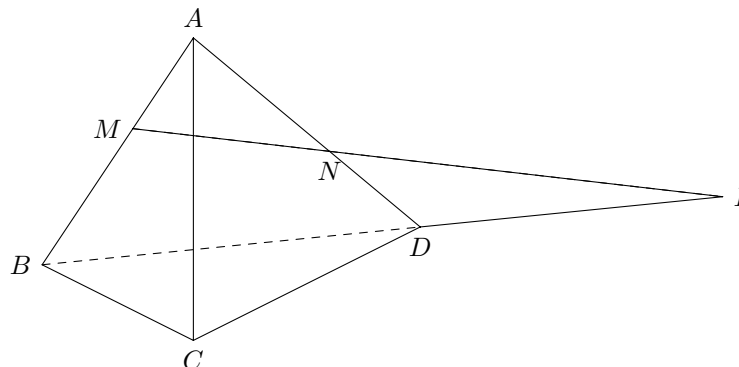
Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 4.

Ⓓ 3.

❖ **Câu 7.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I **không** thuộc mặt phẳng nào sau đây?



Ⓐ (ABD) .

Ⓑ (CMN) .

Ⓒ (ACD) .

Ⓓ (BCD) .

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_2 .

Ⓐ $u_2 = 1$.

Ⓑ $u_2 = 2$.

Ⓒ $u_2 = \frac{2}{3}$.

Ⓓ $u_2 = \frac{1}{3}$.

❖ **Câu 9.** Tìm các giá trị của x sao cho các số $x + 1, 2x^2 + 3, 5x + 3$ lập thành cấp số cộng.

Ⓐ $x = \frac{1}{2}$ và $x = -1$.

Ⓑ $x = 1$.

Ⓒ $x = \frac{1}{2}$ và $x = 1$.

Ⓓ $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -1$.

❖ **Câu 10.** Tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

Ⓐ $\frac{3^{2019} - 1}{2}$.

Ⓑ $\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Ⓒ $\frac{3^{2020} - 1}{2}$.

Ⓓ $-\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

❖ **Câu 11.** Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ $\sin \alpha > 0$.

Ⓑ $\cos \alpha > 0$.

Ⓒ $\cot \alpha > 0$.

Ⓓ $\tan \alpha < 0$.

❖ **Câu 12.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

Ⓐ $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

Ⓑ $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Ⓒ $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

Ⓓ $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

❖ Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

- ◇ Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó.

Khi đó:

- Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.
- Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.
- Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ và $u_1 = 5$ triệu.
- Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.

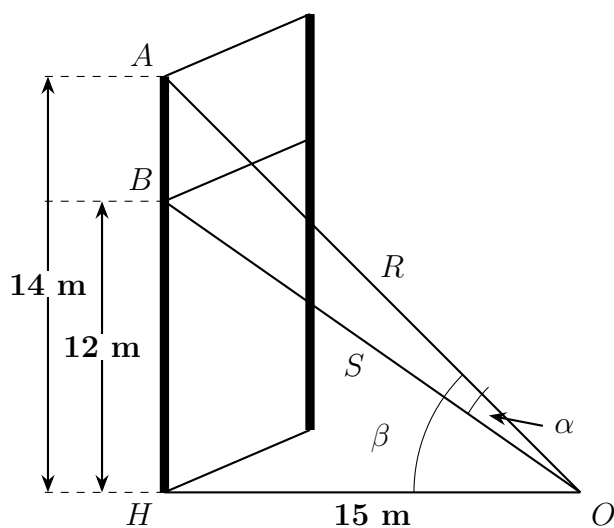
Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle BCD$. Khi đó:

- $MN = (MNP) \cap (ABC)$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) , (BCD) là đường thẳng cắt BC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) , (ABD) là đường thẳng cắt AB và DC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) , (ACD) là đường thẳng cắt AC và DB .

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-a - b\sqrt{a}}{10}$, $(a, b \in \mathbb{Z})$. Tính giá trị $a + b$.

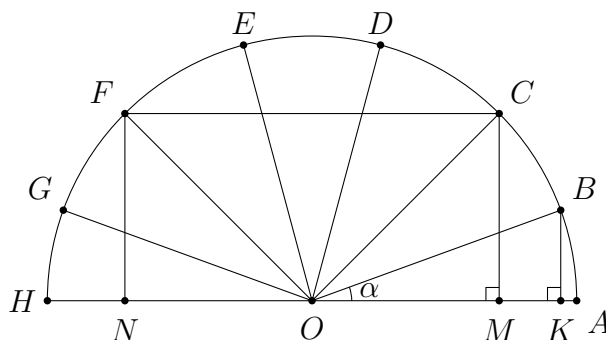
Bài 2. Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m (Hình vẽ). Tính $\tan \alpha$, ở đó α là góc giữa hai sợi cáp trên (làm tròn đến một chữ số thập phân).



Bài 3. Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là “Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay”. Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết

các điều đầu tiên và luôn chứa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Hối sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả bao nhiêu điều ước.

Bài 4. Đèo Hải Vân là ranh giới tự nhiên của thành phố Đà Nẵng và tỉnh Thừa Thiên Huế. Trong kiến trúc, đường hầm là hình nửa đường tròn để có thể chịu lực tốt. Trong hình bên, cổng Đèo Hải Vân được ghép bởi sáu cung vật liệu tốt chịu lực tốt hai bên tạo thành các cung AB, BC, CD, EF, FG, GH bằng nhau và một cung vật liệu tốt chốt ở đỉnh. Cho $AH = 18$ m, $BK = 4,3$ m. Biết rằng hình chữ nhật $MNFC$ có MN là chiều rộng của hai làn xe, CM là chiều cao cho phép của các xe lưu thông. Tính chiều cao CM cho phép của các xe lưu thông (làm tròn đến một chữ số thập phân).



Phần IV. Tự luận

Bài 1.

- Cho góc x thỏa mãn $\sin x = \frac{1}{5}$. Khi đó tính giá trị biểu thức $P = \cos^2 2x + \cos^2 x$.
- Giải phương trình: $\cos \left(x - \frac{\pi}{5} \right) = \frac{1}{2}$.

Bài 2. Giáo viên A xin làm quản nhiệm tại hai trường THPT dân lập với hợp đồng 10 năm. Hai trường có cách trả lương khác nhau:

- ♦ **Trường THPT X:** Giáo viên sẽ nhận được 50 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ 2 trở đi mỗi năm mức lương sẽ tăng lên 4 triệu đồng so với năm trước.
- ♦ **Trường THPT Y:** Nhà trường trả theo quý, giáo viên sẽ nhận được 10 triệu đồng và kể từ quý thứ 2 trở đi mỗi quý mức lương sẽ tăng lên 500 ngàn đồng so với quý trước.

Nếu bạn là giáo viên A thì bạn chọn phương án nào? Vì sao?

Bài 3. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Gọi a là ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và b là ngày có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận). Tính $a + b$.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ (B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 (C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

❖ **Câu 2.** Trong các giá trị sau, $\cos \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{2}.$ (B) $-\frac{1}{2}.$ (C) $-\sqrt{2}.$ (D) $\frac{4}{3}.$

❖ **Câu 3.** Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là

- (A) $(-\infty; 0).$ (B) $(-1; 1).$ (C) $[-1; 1].$ (D) $\mathbb{R}.$

❖ **Câu 4.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // b, b // (\alpha)$. Khi đó

- (A) $a // (\alpha).$ (B) a cắt $(\alpha).$
 (C) $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha).$ (D) $a \subset (\alpha).$

❖ **Câu 5.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) 24. (B) 12. (C) 7. (D) 48.

❖ **Câu 6.** Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

- (A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}.$ (B) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}.$
 (C) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x.$ (D) $\sin 2x = 2\sin x \cos x.$

❖ **Câu 7.** Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

- (A) hai đường thẳng cắt nhau. (B) ba điểm phân biệt.
 (C) một điểm và một đường thẳng. (D) hai đường thẳng phân biệt.

❖ **Câu 8.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}.$

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$
 (C) $D = \mathbb{R}.$ (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

❖ **Câu 9.** Một đường tròn có bán kính 15(cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:

- (A) $\frac{\pi}{3}.$ (B) $\frac{5\pi}{2}.$ (C) $\frac{5\pi}{3}.$ (D) $\frac{2\pi}{5}.$

❖ **Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ là

- (A) $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$ (B) $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

$$\textcircled{C} \left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\textcircled{D} \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

❖ **Câu 11.** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

$$\textcircled{A} u_5 = \frac{27}{16}.$$

$$\textcircled{B} u_5 = \frac{-16}{27}.$$

$$\textcircled{C} u_5 = \frac{-27}{16}.$$

$$\textcircled{D} u_5 = \frac{16}{27}.$$

❖ **Câu 12.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

$$\textcircled{A} 4, 16, 32, 64, 128.$$

$$\textcircled{B} 4, 6, 9, 13, 18.$$

$$\textcircled{C} 4, 5, 7, 10, 14.$$

$$\textcircled{D} 4, 5, 6, 7, 8.$$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{9}{u_n} \end{cases}$. Khi đó:

a) Dãy số (u_n) có số hạng thứ 2 là $u_2 = \frac{9}{u_1} = 3$.

b) Giá trị của $u_4 - u_2 = 3$.

c) Công thức tổng quát của (u_n) là $u_n = 3n$.

d) Dãy số (u_n) là dãy không tăng không giảm.

❖ **Bài 2.** Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và $C, K = AM \cap SO$. Khi đó:

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (ABC)$.

b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$.

c) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK .

d) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K .

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

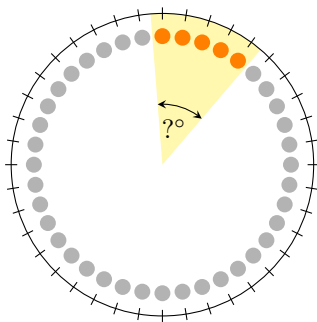
❖ **Bài 1.** Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC . Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S . Khi đó $AD = kDS$. Tìm giá trị của k .

❖ **Bài 2.** Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 5$ là đoạn $[a; b]$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

❖ **Bài 3.** Cho cung tròn có số đo 135° nằm trong đường tròn có đường kính 20 cm. Độ dài cung tròn đã cho bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

❖ **Bài 4.** Một chiếc đèn trang trí hình tròn được chia thành 40 phần bằng nhau, mỗi phần có một bóng đèn LED nhỏ. Khi bật chế độ hiệu ứng, các bóng đèn này sẽ sáng lần lượt. Nếu hiệu ứng làm sáng 5 bóng đèn liên tiếp, thì tổng số đo góc (tính theo độ) mà 5 bóng đèn đó chiếm trên vòng

tròn là bao nhiêu?



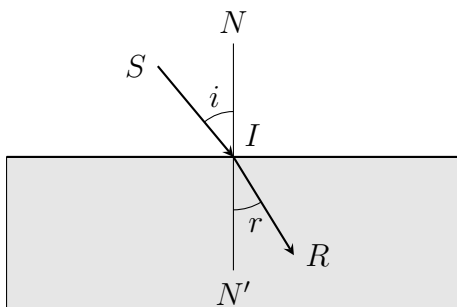
Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$. Giá trị của biểu thức

$$T = 9 \sin(x + 2025\pi) + \sqrt{3} \tan(2025\pi - x)$$

bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 2. Theo Định luật khúc xạ ánh sáng, khi một tia sáng được chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt không đồng chất thì tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$, với i là góc tới và r là góc khúc xạ, là một hằng số phụ thuộc vào chiết suất của hai môi trường. Biết rằng khi góc tới là 45° thì góc khúc xạ bằng 30° . Khi góc tới là 60° thì góc khúc xạ là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Bài 3. Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè; ngôi nhà có chiều dài, chiều rộng đều là 6,8 m; chiều cao là 2,72 m. Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch là $0,2 \times 0,08 \times 1$ m. Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

(A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$.

(B) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

(C) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.

(D) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$.

❖ **Câu 2.** Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

(A) hai đường thẳng cắt nhau.

(B) ba điểm phân biệt.

(C) một điểm và một đường thẳng.

(D) hai đường thẳng phân biệt.

❖ **Câu 3.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

(C) $D = \mathbb{R}$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 4.** Một đường tròn có bán kính 15 (cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:

(A) $\frac{\pi}{3}$.

(B) $\frac{5\pi}{2}$.

(C) $\frac{5\pi}{3}$.

(D) $\frac{2\pi}{5}$.

❖ **Câu 5.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin(2019x + 2020)$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là

(A) $M = 4039; m = 1$.

(B) $M = 1; m = -1$.

(C) $M = 2019; m = -2019$.

(D) $M = 2020; m = -4039$.

❖ **Câu 6.** Tập nghiệm của phương trình $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ là

(A) $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 7.** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

(A) $u_5 = \frac{27}{16}$.

(B) $u_5 = \frac{-16}{27}$.

(C) $u_5 = \frac{-27}{16}$.

(D) $u_5 = \frac{16}{27}$.

❖ **Câu 8.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

(A) 4, 16, 32, 64, 128.

(B) 4, 6, 9, 13, 18.

(C) 4, 5, 7, 10, 14.

(D) 4, 5, 6, 7, 8.

❖ **Câu 9.** Trong mặt phẳng (P) cho ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng, D là điểm nằm

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

ngoài mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC

- (A) Chéo nhau. (B) Song song hoặc cắt nhau.
(C) Cắt nhau. (D) Song song.

❖ **Câu 10.** Cho $\sin \alpha = 0$. Tính $\cos \alpha$

- (A) $\cos \alpha = -1$. (B) $\cos \alpha = 0$.
(C) $\cos \alpha = 1$. (D) $[\dots \cos \alpha = -1 \cos \alpha = 1$.

❖ **Câu 11.** Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P) .
(B) Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b .
(C) Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau.
(D) Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P) .

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của phương trình $\tan 3x = -\sqrt{3}$ là

- (A) $\left\{-\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\left\{\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\left\{\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$. Khi đó:

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
c) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK
d) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K

❖ **Bài 2.** Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*). Khi đó:

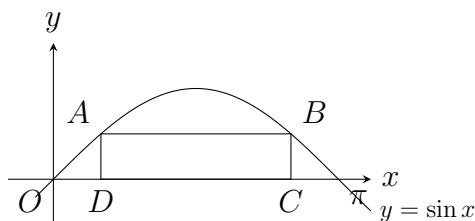
- a) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$.
b) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
c) Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$.
d) Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có 2 nghiệm.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 3x \cos 3x$ có dạng $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

❖ **Bài 2.** Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC (Kết quả làm tròn

đến hàng phân chục).



Bài 3. Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ 30×30 cm để lát nền cho một tòa tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 . Hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Bài 4. Hai sóng âm có phương trình lần lượt là $f_1(t) = C \sin \omega t$ và $f_2(t) = C \sin(\omega t + \alpha)$. Hai sóng này giao thoa với nhau tạo nên một âm kết hợp có phương trình $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$. Khi $C = 10$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì phương trình của sóng âm kết hợp là $f(t) = k \sin(\omega t + \varphi)$, trong đó k là biên độ dao động, φ là pha ban đầu. Biên độ dao động của sóng âm kết hợp có dạng $k = a\sqrt{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

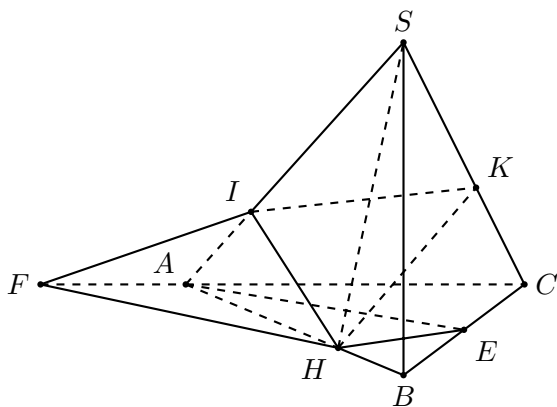
Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình $\sin(3x - 10^\circ) - \cos 15^\circ = 0$.

Bài 2. Cho biết $\tan x, \tan y$ là hai nghiệm của phương trình bậc hai $2027t^2 + 2026t - 2025 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 2027 \sin^2(x + y) + 2026 \sin(x + y) \cdot \cos(x + y) - 2025 \cos^2(x + y).$$

Bài 3. Cho bốn điểm không đồng phẳng S, A, B, C . Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Tìm giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK) .



TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 12

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần nghìn.

- (A) 0,7947. (B) 0,7948. (C) 0,795. (D) 0,794.

❖ **Câu 2.** Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A) $\sin a + \cos a = 1$. (B) $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.
(C) $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$. (D) $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

❖ **Câu 3.** Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$ là

- (A) $\frac{5}{26}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $-\frac{5}{26}$. (D) $-\frac{1}{3}$.

❖ **Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- (A) $y = \cos x + 5$. (B) $y = \tan x + \cot x$.
(C) $y = \sin(-x)$. (D) $y = \sin x - \cos x$.

❖ **Câu 5.** Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- (A) $x = \frac{11\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi$.
(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{-7\pi}{6} + k2\pi$.
(C) $x = \frac{-\pi}{6} + k\pi$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi$.
(D) $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

❖ **Câu 6.** Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $-\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}$.

❖ **Câu 7.** Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho góc lượng giác (OA, OM) có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox . Số đo các góc lượng giác (OA, ON) là

- (A) $135^\circ + k360^\circ$. (B) -45° .
(C) 315° . (D) $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 8.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- (A) $u_n = \frac{1}{2^n}$. (B) $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.
(C) $u_n = (n+1)^2$. (D) $u_n = \sqrt{n+1}$.

❖ **Câu 9.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -7$ và $u_4 = -4$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- Ⓐ $d = 3$. Ⓑ $d = \frac{4}{7}$. Ⓒ $d = -11$. Ⓓ $d = -3$.

❖ **Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

- Ⓐ $S_{100} = 24350$. Ⓑ $S_{100} = -24350$.
Ⓒ $S_{100} = -24600$. Ⓓ $S_{100} = 24600$.

❖ **Câu 11.** Một cấp số nhân (u_n) có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n) .

- Ⓐ $q = -2$. Ⓑ $q = 3$. Ⓒ $q = 2$. Ⓓ $q = -3$.

❖ **Câu 12.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- Ⓐ 5; 6; 7; 8; ... Ⓑ $\sqrt{2}$; 2; 4; $4\sqrt{2}$; ...
Ⓒ 128; -64; 32; -16; 8; ... Ⓓ 15 ; 5; 1 ; $\frac{1}{5}$; ...

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n .

- a) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.
b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 120 triệu đồng.
c) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.
d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

❖ **Bài 2.** Cho phương trình lượng giác $2 \cos x = \sqrt{3}$, khi đó

- a) Phương trình có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
b) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm.
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$.
d) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Một ao hiện có 2000 con cá hồi. Mỗi tháng, một trại giống thả thêm 20 con cá hồi, và biết rằng quần thể cá hồi tăng trưởng 3% mỗi tháng. Kích thước quần thể sau n tháng được cho bởi dãy truy hồi
$$\begin{cases} p_0 = 2000 \\ p_n = 1,03p_{n-1} + 20 \end{cases}$$
 Hỏi sau hai tháng, ao có bao nhiêu con cá hồi? (Tức là tìm p_2 .)

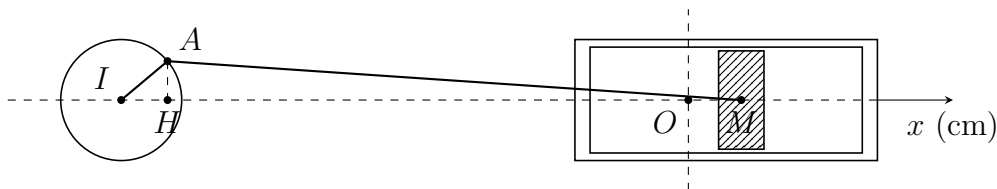
❖ **Bài 2.** Quy luật sinh sản của một đôi thỏ, được tuân thủ theo dãy số Fibonacci có hệ thức truy

hồi là:
$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}, n \geq 3, F_n \text{ là số lượng đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ } n. \text{ Một người}$$

nông dân A , nuôi một đôi thỏ (gồm 1 thỏ đực và 1 thỏ cái) trong một chuồng. Hỏi sau một năm người nông dân A đó sẽ thu được bao nhiêu con thỏ (giả sử thỏ con không chết trong 1 năm)?

Bài 3. Hằng ngày, Mặt trời chiếu sáng, bóng của một tòa chung cư cao 40m in trên mặt đất, độ dài bóng của tòa nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng đến 18 giờ chiều. Hãy cho biết có bao nhiêu giá trị của t thỏa điều kiện bóng của tòa nhà bằng chiều cao của tòa nhà?

Bài 4. Một piston M của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi lanh làm quay trục khuỷu IA . Ban đầu I, A, M thẳng hàng. Cho α là góc quay của trục khuỷu, O là vị trí của piston khi $\alpha = \frac{\pi}{2}$ và là hình chiếu của A lên Ix . Trục khuỷu IA rất ngắn so với độ dài thanh truyền AM nên có thể xem như độ dài MH không đổi và gần bằng MA . Biết $IA = 8$ cm và ban đầu $\alpha = 0$, sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$. Giá trị x_M sau 2 phút chuyển động bằng bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



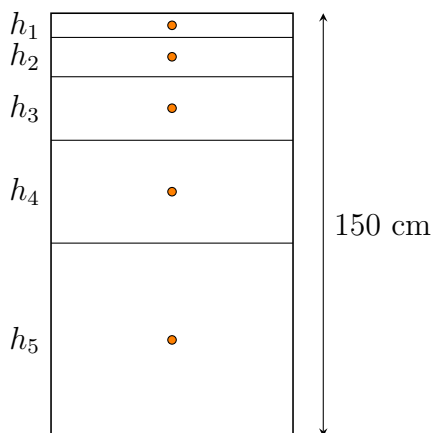
Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình: $(\sin x + 1)(2 \cos 2x - \sqrt{2}) = 0$.

Bài 2. Chứng minh biểu thức sau: $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$.

Bài 3. Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ 30×30 cm để lát nền cho một tòa tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 . Hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Bài 4. Tỷ lệ vàng $\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ là một khái niệm phổ biến trong toán học và có nhiều ứng dụng trong thực tế. Trong thiết kế nội thất, người ta thường áp dụng tỷ lệ vàng để có được sự cân bằng hài hòa và tính thẩm mỹ cao. Một người thợ mộc thiết kế một cái tủ đựng quần áo bằng gỗ như hình vẽ bên dựa vào tỷ lệ vàng này.



Biết rằng, chiều cao của cái tủ này là 150 cm và nếu gọi h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 cm là chiều cao của các ngăn đựng quần áo thì $\frac{h_2}{h_1} = \frac{h_3}{h_2} = \frac{h_4}{h_3} = \frac{h_5}{h_4} = \varphi$. Hỏi chiều cao h_1 của ngăn đựng quần áo trên cùng bằng bao nhiêu xentimét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của đơn vị xentimét)?

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được kết quả là

(A) $P = \sqrt{2} \sin x$.

(B) $P = \sqrt{2} \cos x$.

(C) 1.

(D) $\sin x$.

❖ **Câu 2.** Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$?

(A) 9.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 10.

❖ **Câu 3.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

(A) $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$.

(B) $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

(C) $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$.

(D) $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

❖ **Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

(A) 27.

(B) 31.

(C) 35.

(D) 29.

❖ **Câu 5.** Hàm số $y = 2 \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì là

(A) 4π .

(B) $\frac{\pi}{2}$.

(C) π .

(D) 2π .

❖ **Câu 6.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

(A) $u_n = n^2$.

(B) $u_n = 2n$.

(C) $u_n = n^3 - 1$.

(D) $u_n = \frac{2n + 1}{n - 1}$.

❖ **Câu 7.** Tập giá trị của hàm số $y = \sin 4x - 3$ là:

(A) $[-4; -2]$.

(B) $[-3; 1]$.

(C) $[-2; 2]$.

(D) $[-4; 2]$.

❖ **Câu 8.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

(A) (IBC) và (KBD) .

(B) (IBC) và (KCD) .

(C) (IBC) và (KAD) .

(D) (ABI) và (KAD) .

❖ **Câu 9.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $D = \emptyset$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) d qua S và song song với BC .

(B) d qua S và song song với DC .

(C) d qua S và song song với AB .

(D) d qua S và song song với BD .

❖ **Câu 11.** Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(B) $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(C) $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 12.** Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a // b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

(A) Trùng nhau hoặc chéo nhau.

(B) Cắt nhau hoặc chéo nhau.

(C) Chéo nhau hoặc song song.

(D) Song song hoặc trùng nhau.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Biết $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

c) $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

d) $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

❖ **Bài 2.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (đế tháp có diện tích là 12288 m^2).

a) Diện tích các tầng lập thành cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$.

b) Diện tích các tầng lập thành cấp số cộng có công sai $d = \frac{1}{2}$.

c) Diện tích tầng 11 là 4 m^2 .

d) Cần 12282 m^2 gạch để lát nền từ tầng 1 đến hết tầng 11.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $P = \cos(a+b) \cos(a-b)$ có dạng $\frac{m}{n}, (m, n \in \mathbb{Z})$. Tính $m+n$.

❖ **Bài 2.** Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55 cm . Nếu xe chạy với tốc độ 50 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

❖ **Bài 3.** Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm của SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M và N . Cho $AB = 3$ khi đó hãy tính độ dài đoạn thẳng MN .

❖ **Bài 4.** Công ty Z dự định thực hiện chiến dịch quảng bá livestream cho sản phẩm mới trên nền tảng Tiktok. Nếu doanh số bán hàng theo ngày đều bằng nhau thì mục tiêu là trong 20 ngày sẽ bán được hết số sản phẩm trong kho. Theo kế hoạch, trong 5 ngày đầu tiên, mỗi ngày công ty

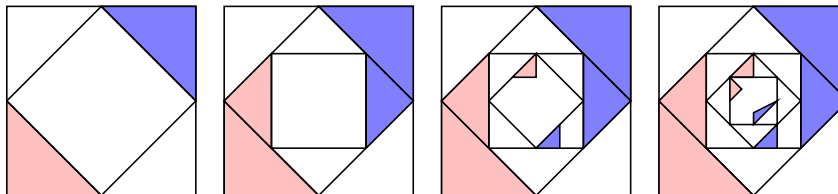
thuê các KOL (nhà sáng tạo nội dung và bán hàng trên Tiktok) tích cực livestream bán hàng và dự kiến doanh số theo ngày đều đạt chỉ tiêu. Kể từ ngày thứ 6 trở đi, công ty quyết định tăng chi phí quảng bá và dự kiến doanh số tăng đều $x\%$ cố định mỗi ngày so với ngày kề trước. Biết rằng sau đúng 2 tuần thì công ty sẽ bán hết hàng, tìm giá trị của x (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$.

Bài 2. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

Bài 3. Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông có kích thước $4\text{ m} \times 4\text{ m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (tham khảo hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền (nghìn đồng) nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên. Biết tiền nước sơn để sơn 1 m^2 là 50000 đ.



Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

- (A) $u_{10} = \frac{8}{31}$. (B) $u_{50} = \frac{47}{150}$. (C) $u_3 = \frac{1}{10}$. (D) $u_{21} = \frac{19}{64}$.

❖ **Câu 2.** Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x - 1}{\cos x}$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

❖ **Câu 4.** Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- (A) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. (B) $-\frac{1}{8}$. (C) $\frac{1}{8}$. (D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

❖ **Câu 5.** Cho cặp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = 16$. Khi đó công bội q là

- (A) 8. (B) 32. (C) 4. (D) 64.

❖ **Câu 6.** Giải phương trình $\tan(2x) = \tan 80^\circ$. Kết quả thu được là

- (A) $x = 40^\circ + k90^\circ$. (B) $x = 40^\circ + k180^\circ$.
(C) $x = 40^\circ + k45^\circ$. (D) $x = 80^\circ + k180^\circ$.

❖ **Câu 7.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) $MN \parallel BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$. (B) $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$.
(C) MP và NQ chéo nhau. (D) $MNPQ$ là hình bình hành.

❖ **Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin x + 5$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 5.

❖ **Câu 9.** Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\cos a$.

- (A) $\cos a = \frac{8}{9}$. (B) $\cos a = -\frac{8}{9}$.
(C) $\cos a = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. (D) $\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

❖ **Câu 10.** Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?

- (A) 8. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

❖ **Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (SCD) . (B) (SAB) . (C) (SAD) . (D) (SBC) .

❖ **Câu 12.** Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, tìm phát biểu **đúng** trong các phát biểu sau:

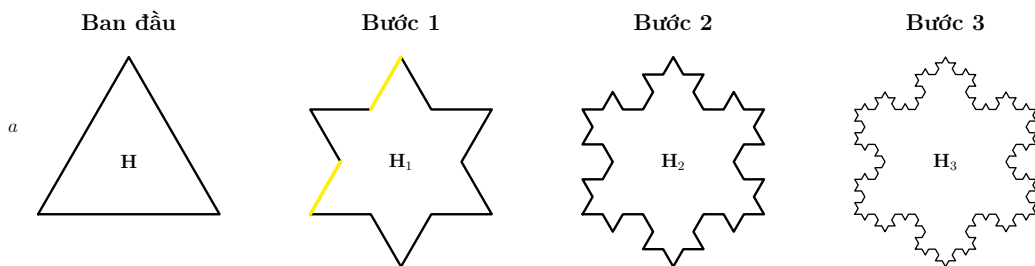
- (A) $\cot x > 0$. (B) $\sin x > 0$. (C) $\cos x > 0$. (D) $\tan x > 0$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hình H là một tam giác đều cạnh a . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:

- ❖ Bước 1: Chia mỗi cạnh của hình H thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình H , sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình H_1 .
- ❖ Bước 2: Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình H_1 , ta được hình H_2 .

Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là *bông tuyết Von Koch*.



- a) Độ dài mỗi cạnh của hình H_1 là $\frac{a}{3}$.
- b) Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì độ dài mỗi cạnh của hình H_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình H_n .
- c) Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là số cạnh của các hình $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Khi đó dãy u_n là cấp số nhân có công bội $q = 4$.
- d) Chu vi của hình bông tuyết Von Koch H_{16} lớn hơn 100 lần chu vi của hình H .

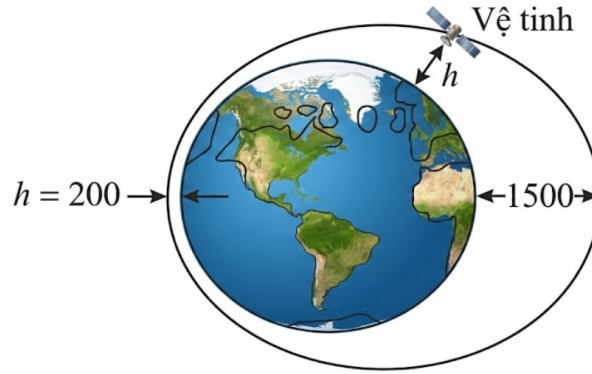
❖ **Bài 2.** Cho phương trình lượng giác $2 \sin x = \sqrt{2}$. Khi đó

- a) Phương trình tương đương $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$.
- b) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- c) Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$.
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

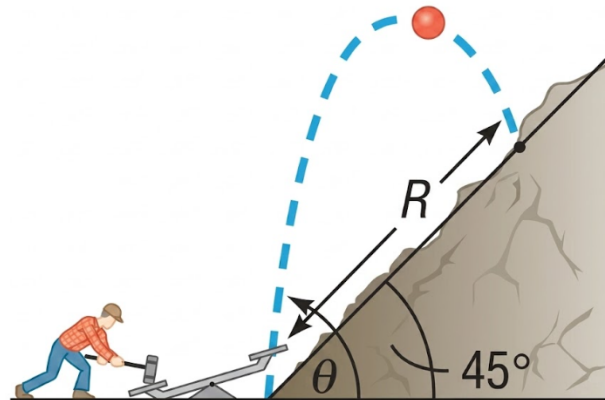
❖ **Bài 1.** Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{n+1}$. Biết số hạng thứ 2 và số hạng thứ 4 lần lượt bằng 4 và bằng 2. Số hạng đầu tiên của dãy số bằng bao nhiêu?

Bài 2. Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km. Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó?

Bài 3. Một vật được phóng lên theo phương ngang một góc θ , với $45^\circ < \theta < 90^\circ$, có vận tốc ban đầu v_0 (tính bằng m/s) từ chân một mặt phẳng nghiêng tạo với phương ngang góc 45° . (Xem hình minh họa.)



Nếu bỏ qua sức cản không khí, quãng đường R mà vật đi dọc theo mặt phẳng nghiêng, khi là hàm của θ , được cho bởi $R(\theta) = \frac{v_0^2 \sqrt{2}}{32} [\sin(2\theta) - \cos(2\theta) - 1]$. Khi đó R đạt giá trị dài nhất khi θ bằng bao nhiêu độ?

Bài 4. Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \cot^3 \alpha + \tan^3 \alpha$.

Bài 2. Lớp 11A được phân công trồng cây vườn trường hình tam giác đều. Sau thời gian tính toán để trồng hết số cây theo quy định thì các bạn đã đưa ra phương án trồng như sau: Hàng thừa nhất là cạnh tam giác đều trồng 10 cây, hàng thứ 2 song song hàng thứ nhất và ít hơn hàng thứ nhất 1 cây, hàng thứ 3 song song hàng thứ hai và ít hơn hàng thứ hai 1 cây cứ trồng cây theo quy luật các hàng song song nhau và hàng sau ít hơn hàng trước 1 cây; hàng cuối cùng tại đỉnh của tam giác đều đó và chỉ có 1 cây. Lớp 11A được giao trồng số cây là bao nhiêu?

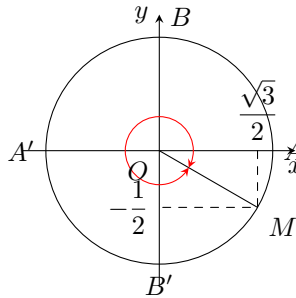
 **Bài 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và SD .

a) Chứng minh $MN // (SAC)$.

b) Mặt phẳng (PMN) cắt SA, SC lần lượt tại H, K . Tìm tỉ số $\frac{S_{\triangle SHK}}{S_{\triangle SAC}}$.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho góc lượng giác α được biểu diễn bởi điểm M trên đường tròn lượng giác như mô tả trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- (A) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. (D) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

❖ **Câu 2.** Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) $\sin(\alpha + \pi) < 0$. (B) $\cos(\alpha + \pi) > 0$.
(C) $\tan(\pi - \alpha) > 0$. (D) $\cot(\pi - \alpha) < 0$.

❖ **Câu 3.** Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $-\sqrt{3}$.

❖ **Câu 4.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
(B) $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
(C) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
(D) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$, nghịch biến trên khoảng $(\pi; \frac{3\pi}{2})$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2})$, nghịch biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$, nghịch biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, nghịch biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$.

❖ **Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 5$ là

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

❖ **Câu 7.** Phương trình $\cot x = -1$ có nghiệm là:

(A) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 8.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

(B) Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

(C) Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

(D) Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

❖ **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

(A) 8.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 7.

❖ **Câu 10.** Tổng của 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên tính từ 1 là:

(A) 10000.

(B) 10100.

(C) 20000.

(D) 20200.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

(A) $-2; -10; -50; -250$.

(B) $-2; 10; -50; 250$.

(C) $-2; 10; 50; -250$.

(D) $-2; 10; 50; 250$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số cộng $u_1 = -3; u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đó là

(A) $d = 6$.

(B) $d = 7$.

(C) $d = 8$.

(D) $d = 5$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$.

a) Công sai của cấp số cộng là $d = 3$.

b) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 21$.

c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là $u_9 = 3$.

d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_5 = -60$.

❖ **Bài 2.** Trên đường tròn lượng giác tâm O và hệ trục tọa độ Oxy cho điểm M sao cho $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{5}$.

a) Số đo của góc lượng giác có tia đầu là OA tia cuối là OM bằng $\frac{\pi}{5} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

b) Góc lượng giác có số đo $\frac{11\pi}{5}$ có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác (OA, OM) .

c) Trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ta được 6 điểm.

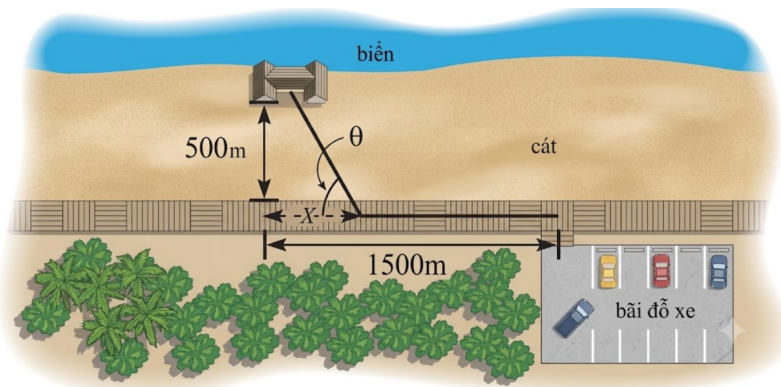
d) Khi biểu diễn góc $\alpha = \frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ lên đường tròn lượng giác ta được tập hợp điểm là một đa giác đều thì diện tích của đa giác đều đó bằng 4.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_4 = 3; u_2 + u_5 = 9$. Tổng mười số hạng đầu tiên của cấp số nhân là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Bài 2. Nhân dịp chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20 – 11, lớp 11A trường THPT Nguyễn Huệ luyện tập dân vũ mỗi ngày để biểu diễn. Lớp bắt đầu luyện tập trong 1 giờ vào ngày đầu tiên. Mỗi ngày tiếp theo lớp tăng thêm 5 phút luyện tập so với ngày trước đó. Hỏi sau một tuần tổng tất cả thời gian lớp 11A đã luyện tập là bao nhiêu phút?

Bài 3. Từ một bãi đỗ xe, bạn muốn đi bộ đến một ngôi nhà trên bãi biển. Ngôi nhà nằm cách đó 1500 m dọc theo một con đường lát xi măng song song với bờ biển, và bờ biển cách con đường đó 500 m. (Xem hình minh họa.)



Trên con đường lát, bạn có thể đi được 300 m mỗi phút, nhưng đi trên cát ở bãi biển thì chỉ được 100 m mỗi phút. Thời gian T để đi từ bãi đỗ xe đến ngôi nhà trên bãi biển có thể được biểu diễn dưới dạng hàm của góc θ trong hình vẽ: $T(\theta) = 5 - \frac{5}{3 \tan \theta} + \frac{5}{\sin \theta}, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Yêu cầu. Tính thời gian (phút) T nếu bạn đi thẳng từ bãi đỗ xe đến ngôi nhà biết $\tan \theta = \frac{500}{1500}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Bài 4. Quang Hải là một cầu thủ bóng đá chuyên nghiệp. Giả sử năm 2023, anh vừa kí hợp đồng 5 năm với CLB Công An Hà Nội với mức lương năm khởi điểm là 300 triệu đồng. Chủ tịch CLB đưa ra cho Quang Hải ba phương án về lương như sau:

- ❖ Phương án 1: Mỗi năm ngoài mức lương cố định như trên, sẽ được thưởng thêm 50 triệu đồng.
- ❖ Phương án 2: Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 10% so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.
- ❖ Phương án 3: Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 30 triệu so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

Em hãy tính giúp Quang Hải xem với phương án lương nào thì tổng lương sau 5 năm của Quang Hải là lớn nhất?

Phần IV. Tự luận

Bài 1.

a) Giải phương trình $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2 = 0$.

b) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin x = 0$ thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$.

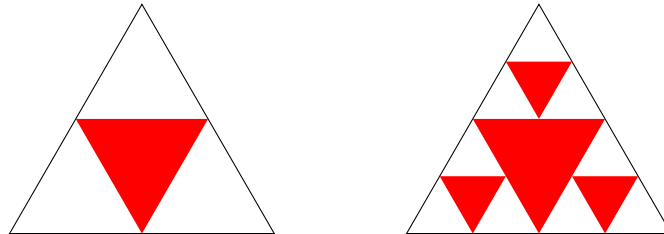
Bài 2. Trong công viên Yellowstone (Mỹ), có miệng giếng phun “Old Faithful” – là một mạch nước ngầm tự nhiên. Điều ngạc nhiên là sự phun trào này theo một quy tắc: Thời gian giữa các đợt phun trào dựa vào độ dài của đợt phun trào trước đó.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- ◇ Nếu thời gian phun trào kéo dài 1 phút thì sau 46 phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.
- ◇ Nếu thời gian phun trào kéo dài 2 phút thì sau 58 phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

Thời gian giữa các đợt phun trào tạo thành một cấp số cộng: 46, 58, 70, 82, ... Nếu đợt phun trào kéo dài 6 phút thì sau bao nhiêu phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

Bài 3. Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 1 đơn vị được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ. Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ.



- Tính diện tích tam giác đều đó?
- Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại 5 lần, hãy tìm tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

- (A) 60° . (B) 30° . (C) 40° . (D) 50° .

❖ **Câu 2.** Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

- (A) $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (B) $1 - \sqrt{5}$. (C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

❖ **Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$ là:

- (A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 4.** Xác định x dương để $2x - 3; x; 2x + 3$ lập thành cấp số nhân.

- (A) $x = \sqrt{3}$. (B) $x = \pm\sqrt{3}$.
(C) không có giá trị nào của x . (D) $x = 3$.

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = \cos x$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; \pi)$. (B) $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. (C) $(-\pi; 0)$. (D) $(-\pi; -\frac{3\pi}{4})$.

❖ **Câu 6.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- (A) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa..
(B) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
(C) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
(D) Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau..

❖ **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- (A) $d = 3$. (B) $d = 2$. (C) $d = -2$. (D) $d = -3$.

❖ **Câu 8.** Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- (A) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$.
(B) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$.
(C) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$.

Ⓓ $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x.$

❖ **Câu 9.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng MNP là giao điểm của:

- (A) CD và NP .
 (B) CD và MN .
 (C) CD và MP .
 (D) CD và AP .

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD (AB \parallel CD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên..
 (B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD)..
 (C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC)..
 (D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của hình thang $ABCD$..

❖ **Câu 11.** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- (A) Ba điểm phân biệt.
- (B) Một điểm và một đường thẳng.
- (C) Hai đường thẳng cắt nhau.
- (D) Bốn điểm phân biệt.

❖ **Câu 12.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là:

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$
 (C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Giao của AC và BD là O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO .
- Giao điểm của BD và (SAC) chính là điểm O .
- Giao điểm của MN và (SBD) chính là trung điểm của SO .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MCD) là SC .

 Bài 2. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó: $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$.

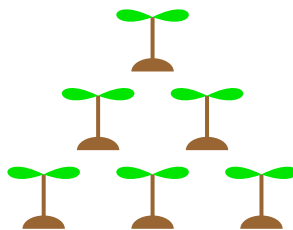
- b) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 - a\sqrt{6}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ thì $a + b = 8$.

- c) Phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

- d) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có 3 nghiệm.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác theo cách sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, và cứ như thế mỗi hàng sau sẽ có nhiều hơn hàng ngay trước đó 1 cây. Tổng số hàng cây trong khu vườn bằng bao nhiêu?



Bài 2. Biết $\sin \alpha = \frac{2}{5}$. Khi đó giá trị $\cos 2\alpha$ bằng bao nhiêu?

Bài 3. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng hồ đồ chuông. Đồng hồ đồ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm. AC và BD cắt nhau tại O , tam giác SBD vuông cân tại S . Lấy điểm I nằm trên SO sao cho $SI = 2IO$. Đường thẳng IB cắt mặt phẳng (SAD) tại điểm M . Độ dài của MD là bao nhiêu centimet?

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính chẵn lẻ của hàm số sau: $f(x) = x \sin 3x$.

Bài 2. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT Ngọc Tảo, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHÓA và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khóa. Học sinh sẽ trả lời từ khóa sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

- ◇ Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.
- ◇ Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khóa thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ Olympia. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Tính số kẹo mà câu lạc bộ Olympia nhận được từ Ban tổ chức.

Bài 3. Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình bên). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD .

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SCD).
- b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBN) và (SAD).
- c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBN).

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng.

- (A) $d = 3$. (B) $d = -2$. (C) $d = 1$. (D) $d = 2$.

❖ **Câu 2.** Biết $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, giá trị của $\sin(\pi - \alpha)$ là

- (A) $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{1}{3}$. (B) $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
(C) $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$. (D) $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

❖ **Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

- (A) SM . (B) SA . (C) MN . (D) SN .

❖ **Câu 4.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \cos x$. (B) $y = \tan 2x$. (C) $y = \sin 2x$. (D) $y = \cot 3x$.

❖ **Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2024$, công sai $d = 5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $u_n = 2029 + 5n$. (B) $u_n = 5 + 2024n$.
(C) $u_n = 2019 + 5n$. (D) $u_n = -2019 + 2024n$.

❖ **Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trung điểm BC, BD . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng:

- (A) (BCD) . (B) (ABC) . (C) (ACD) . (D) (ABD) .

❖ **Câu 7.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. (B) $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.
(C) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. (D) $\cos 2a = 2\sin a \cos a$.

❖ **Câu 8.** Với $x \in \left(\frac{5\pi}{4}; \frac{4\pi}{3}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến. (B) Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.
(C) Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến. (D) Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

❖ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD . Gọi M là trung

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

điểm của SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) MN và SD cắt nhau. (B) $MN \parallel CD$.
(C) MN và SC cắt nhau. (D) MN và CD chéo nhau.

❖ **Câu 11.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
(B) Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
(C) Nếu $a \perp b$ thì a và b cắt nhau.
(D) Nếu a và b phân biệt cùng vuông góc với c thì $a \perp b$.

❖ **Câu 12.** Dãy số nào dưới đây là dãy số tăng?

- (A) 3, 3, 3. (B) 7, 5, 3. (C) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Một công ty taxi điện thông kê như sau: Khi mua một chiếc xe ô tô điện Vinfast VF5 với giá 600 triệu đồng thì sau một năm sử dụng giá trị chiếc xe giảm so với năm liền trước đó là 15%. Mặt khác, lợi nhuận kinh doanh vận tải mà một chiếc xe mang lại trung bình là 20 triệu đồng/tháng. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Sau một năm sử dụng, giá trị chiếc xe còn lại là 510 triệu đồng.
b) Nếu đặt $u_1, u_2, u_3, \dots$ lần lượt là giá trị của chiếc xe từ khi mới mua, sau năm thứ nhất, sau năm thứ 2, ... thì ta được một cấp số nhân có $u_1 = 510$ và công bội $q = 0,85$.
c) Giá trị chiếc xe còn lại sau n năm sử dụng được tính theo công thức $T_n = 600 \cdot (0,15)^n$ triệu đồng.
d) Sau 5 năm sử dụng xe kinh doanh, công ty lãi được 934 triệu đồng/xe (làm tròn đến hàng đơn vị).

❖ **Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , Q là trung điểm cạnh SA . Khi đó xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

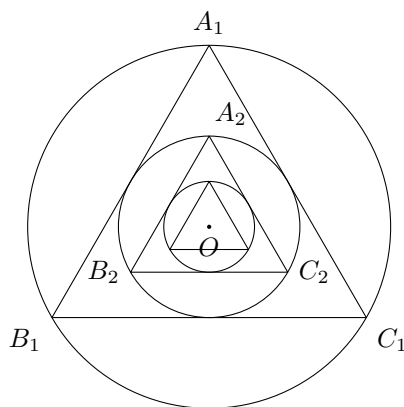
- a) $MP \parallel (SAD)$.
b) SC cắt mặt phẳng (MPQ) .
c) Điểm O thuộc mặt phẳng (SBD) .
d) SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Ông X trồng cây cao su trên một khu đất hình tam giác đều có diện tích 2019 (m^2). Hàng thứ nhất ông trồng 1 cây ở đỉnh, hàng thứ hai cách đỉnh 1 m ông trồng nhiều hơn hàng thứ nhất 2 cây và cứ tiếp tục như vậy đến hàng cuối cùng (mỗi hàng cách đều nhau và song song với cạnh của khu đất). Hỏi ông X trồng được bao nhiêu cây cao su?

❖ **Bài 2.** Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R = 60$ m. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên.

Diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Bài 3. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q < 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

Bài 4. Một chiếc phao được thả cố định trên biển dùng để đo độ cao của sóng biển được mô hình hóa bởi hàm số $h(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây. Nếu chiếc phao đang ở đỉnh của sóng thì trong bao giây chiếc phao lại ở vị trí đỉnh của cơn sóng tiếp theo (giả sử các cơn sóng đều mô hình hóa bởi cùng hàm số).



Phần IV. Tự luận

Bài 1. An và Bình chơi bài. Người thua phải trả 1 cây kẹo cho người thắng trong ván đầu tiên; 2 cây kẹo trong ván thứ 2; 4 cây kẹo trong ván thứ 3 và cứ thế số kẹo mỗi lần thua tăng gấp đôi so với lần trước đó. Ban đầu An có 625 cây kẹo và sau 10 ván thì An thua hết kẹo (có ván thắng, có ván thua). An nói với Bình: "Nếu chúng ta không chơi theo luật vừa rồi mà chơi theo luật khác: ván đầu người thua trả 10 cây cho người thắng, ván 2 trả 20 cây, ván 3 trả 30 cây thì tớ vẫn còn chơi với cậu được vài ván nữa". Vậy, bạn An nói đúng hay sai?

Bài 2. Giải phương trình: $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, ABC .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SNC) và (SAB) .

b) Chứng minh $MN \parallel (SAC)$.

 **Bài 4.** Trong đợt quyên góp để ủng hộ đồng bào bị ảnh hưởng bởi siêu bão Yagi, 50 học sinh lớp 11A của trường THPT X thực hiện kế hoạch quyên góp như sau: Ngày đầu tiên mỗi bạn quyên góp 2000 đồng, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn quyên góp hơn ngày liền trước là 1000 đồng. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì số tiền quyên góp được là 8.500.000 đồng?

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$.

(A) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 1$.

(B) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2\sqrt{5}$.

(C) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2$.

(D) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 3$.

❖ **Câu 2.** Biết $\sin a = \frac{5}{13}$; $\cos b = \frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < a < \pi$; $0 < b < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin(a + b)$.

(A) $\frac{56}{65}$.

(B) $\frac{63}{65}$.

(C) $-\frac{33}{65}$.

(D) 0.

❖ **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

(B) $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$.

(C) $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

(D) $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$.

❖ **Câu 4.** Trên đường tròn lượng giác, cung có số đo $\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

❖ **Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$.

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 6.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x \cdot \cos 2x$.

(B) $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x$.

(C) $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}$.

(D) $y = \frac{\tan x}{1 + x^2}$.

❖ **Câu 7.** Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \cot \alpha$ là

(A) $x = \alpha + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(B) $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

(C) $x = \pi - \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $x = \pm \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 8.** Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm nằm trong khoảng $(0; \pi)$?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

❖ **Câu 9.** Dãy số có các số hạng cho bởi: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

(A) $u_n = 1$.

(B) $u_n = -1$.

(C) $u_n = (-1)^n$.

(D) $u_n = (-1)^{n+1}$.

❖ **Câu 10.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_4 = 24$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- (A) $S_5 = 93$. (B) $S_5 = -93$. (C) $u_5 = 48$. (D) $u_5 = 27$.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng 1, 8, 15, 22, 29, ... Công sai của cấp số cộng này là

- (A) 9. (B) 1. (C) 8. (D) 7.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2; d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- (A) 226. (B) 225. (C) 223. (D) 224.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Em P sau khi học bài "Cấp số cộng" đã về nhà lấy đậu để chơi trò xếp hạt đậu thành các hàng sao cho số hạt đậu ở các hàng tạo thành dãy cấp số cộng (u_n) . Biết ở hàng đầu tiên P xếp 5 hạt đậu, hàng thứ hai P xếp 9 hạt đậu.

- a) Công sai của cấp số cộng $d = 6$.
b) Số hạt đậu ở hàng thứ 10 là 42 hạt.
c) Số hạt đậu ở hàng thứ 85 là 341 hạt.
d) Để xếp được 85 hàng đầu tiên, P cần 14705 hạt đậu.

❖ **Bài 2.** Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Khi đó:

- a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 1,5$ m.
b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.
c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì $\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$.
d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.

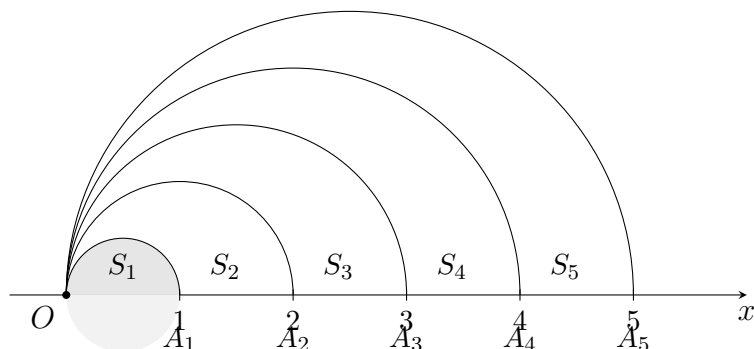
Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

❖ **Bài 1.** Một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 4$. Biết $S_n = 4095$. Giá trị n bằng

❖ **Bài 2.** Biết rằng tổng các nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos 2x - \sin x + 3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 6\pi]$ là $\frac{a\pi}{b}$, với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b$.

❖ **Bài 3.** Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ sao cho với mỗi số nguyên dương n thỏa mãn $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox , vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n với $n = 1, 2, 3, \dots$. Kí hiệu s_1 là diện tích nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi số $n \geq 2$, kí hiệu s_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1} , nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox (tham khảo hình vẽ). Chứng minh rằng dãy số

(s_n) là một cấp số cộng. Tính tổng 2024 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.



Bài 4. Để dệt nên một tấm vải thổ cẩm truyền thống của người phụ nữ dân tộc Thái phải trải qua nhiều công đoạn. Trong đó có công đoạn quay tơ kéo sợi. Trung bình một người quay được 5 vòng trong 36 giây. Chọn chiều quay của vòng kéo sợi là chiều dương. Biết rằng bán kính của vòng quay là 10 cm và tốc độ quay mỗi vòng bằng nhau. Chiều dài sợi dây mà người đó làm được trong 5 phút là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình lượng giác sau:

- $\sin x = \sin \left(\frac{2\pi}{7} \right);$
- $\cot \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 1 = 0.$

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 4n - 2$.

- Tìm số hạng đầu và số hạng thứ 8 của dãy số.
- Chứng minh rằng (u_n) là dãy số tăng.

Bài 3. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do áp lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \left(\frac{7\pi}{3} t \right)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

ngân) và thời gian t tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, có bao nhiêu lần huyết áp là 100 mmHg?

 **Bài 4.** Một học sinh đăng tải video lên YouTube. Ngày đầu tiên, video có 3 lượt xem. Mỗi ngày sau đó, số lượt xem tăng gấp đôi so với ngày hôm trước. Hỏi:

- a) Ngày thứ 7, video có bao nhiêu lượt xem?
- b) Sau 1 tuần đầu, video có bao nhiêu lượt xem?

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cos x$. (D) $y = \cot x$.

❖ **Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

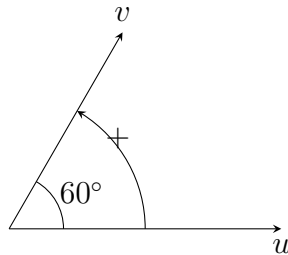
❖ **Câu 3.** Cho $\cos a = -\frac{5}{13}$ với $a \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$. Khi đó giá trị của $\sin a$ là

- (A) $-\frac{12}{13}$. (B) $\frac{12}{13}$. (C) $\frac{4}{13}$. (D) $\frac{7}{13}$.

❖ **Câu 4.** Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \{\alpha + k2\pi; \pi - \alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(B) $S = \{\alpha + k2\pi; -\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \{\alpha + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $S = \{\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 5.** Cho góc hình học $\widehat{uOv}$ có số đo bằng 60° như hình vẽ. Số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) là



- (A) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
(B) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $\text{sđ}(Ou, Ov) = -60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
(D) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ - k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 6.** Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{2} \sin x$ là

- (A) $[-1; 1]$. (B) $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. (C) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. (D) $[0; \sqrt{2}]$.

❖ **Câu 7.** Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- (A) Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- (B) Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$ là một đường tròn lượng giác.
 (C) Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
 (D) Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

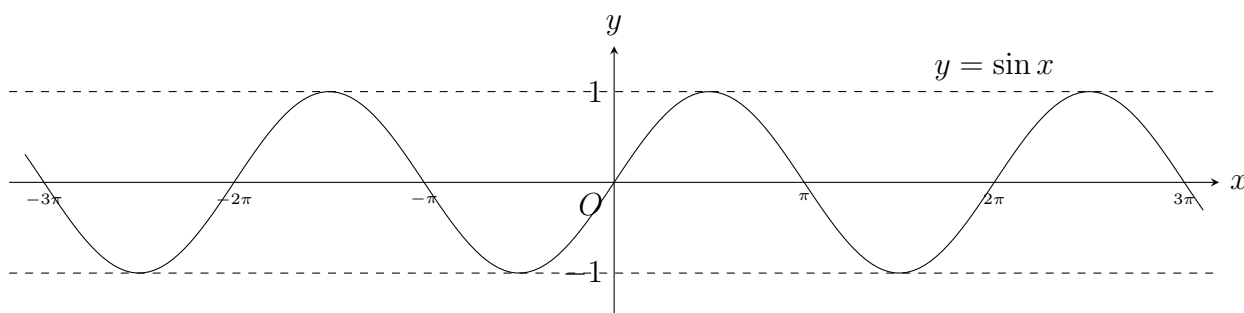
❖ **Câu 8.** Cho góc lượng giác x . Đẳng thức lượng nào dưới đây **sai**?

- (A) $\sin(\pi - x) = \sin x$. (B) $\tan(\pi + x) = \tan x$.
 (C) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$. (D) $\cos(-x) = -\cos x$.

❖ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 10.** Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
 (B) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.
 (C) Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 (D) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

❖ **Câu 11.** Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là

- (A) $\frac{7\pi}{2}$. (B) $\frac{7\pi}{4}$. (C) $\frac{5\pi}{4}$. (D) $\frac{5\pi}{2}$.

❖ **Câu 12.** Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

- (A) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. (B) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
 (C) $\sin \alpha = \frac{4}{5}; \cos \alpha = -\frac{3}{5}$. (D) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}; \cos \alpha = \frac{1}{4}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hai hàm số $y = f(x) = \sin x$ và $y = g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) Giá trị $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = g\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
 c) Phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng 4 nghiệm trong khoảng $[0; 2\pi]$.

d) Phương trình $g(x) = 1$ có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

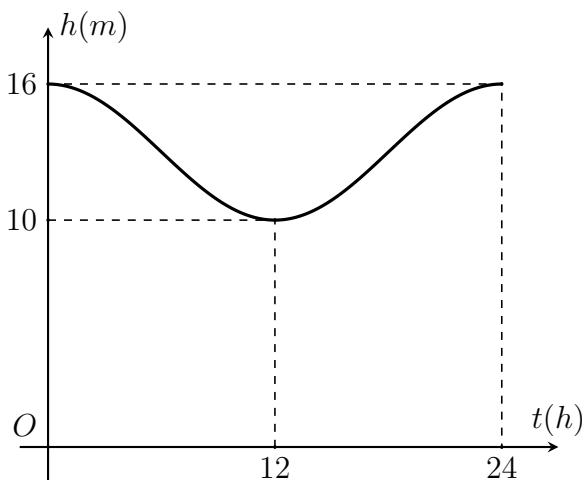
Bài 2. Một khu vực rừng tràm có diện tích ban đầu (đầu năm 2025) được ghi nhận là 15000 héc-ta. Do ảnh hưởng của biến đổi khí hậu và xâm nhập mặn, diện tích rừng được dự báo bị suy giảm với tốc độ trung bình 4% mỗi năm.

- Diện tích của khu rừng vào đầu năm 2026 là 14400 héc-ta.
- Diện tích của khu rừng vào đầu mỗi năm (sau năm 2025) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 0,96$.
- Diện tích khu rừng sau n năm (kể từ đầu năm 2025) được tính theo công thức $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.
- Đến đầu năm 2035, diện tích khu rừng đã mất đi 5028 héc-ta (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

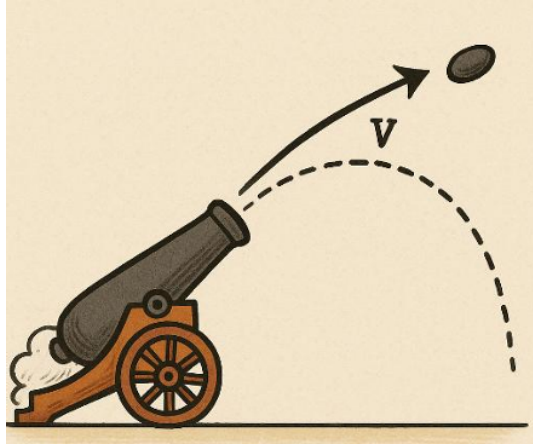
Bài 1. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$ và biểu thức $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2026 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Bài 2. Mực nước cao nhất tại một cảng biển là 16 m khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là 10 m. Đồ thị ở hình dưới đây mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm. Biết chiều cao của mực nước h (m) theo thời gian t (h) ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức $h = m + a \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với m, a là các số thực dương cho trước. Tìm thời điểm trong ngày khi chiều cao của mực nước là 11,5 m và tính tổng các thời điểm đó.



Bài 3. Một giáo viên mầm non hạng III nhận lương mỗi tháng bằng lương cơ sở nhân với bậc lương. Biết rằng một giáo viên mới ra trường có bậc lương là 2,1; sau mỗi 3 năm bậc lương đều sẽ được tăng thêm 0,31 và lương cơ sở trung bình của 25 năm công tác là 5 triệu đồng mỗi tháng. Hỏi giáo viên đó sẽ nhận được tất cả bao nhiêu triệu đồng sau 25 năm công tác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Bài 4. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500$ m/s hợp với phương ngang một góc α . Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó $g = 9,8$ m/s² là gia tốc trọng trường. Tìm góc bắn α để quả đạn đạt độ cao lớn nhất?



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $2 \sin 2x + 1 = 0$.

b) Tìm các nghiệm của phương trình $\tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 1$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

Bài 2. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{6} \right)$.

Bài 3. Một chất điểm dao động điều hòa xung quanh điểm O theo phương nằm ngang. Biết rằng vị trí của chất điểm đó so với O tại thời điểm t (giây) được xác định theo phương trình $x = 3 \cos \left(\frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ (m). Trong 5 (giây) đầu tiên, thời điểm nào thì chất điểm nằm xa O nhất?

Bài 4. Nam đỗ đại học tại một trường ở thành phố, bạn phải đi làm thêm để có thể giảm gánh nặng kinh tế cho cha mẹ. Tháng đầu tiên đi làm, bạn được trả lương 3 triệu đồng. Nhờ siêng năng làm việc nên kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lương của Nam được tăng lên 3% so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương, Nam đều để dành phần lương tăng so với tháng trước. Hỏi sau 5 năm kể từ lúc bắt đầu đi làm thì Nam tiết kiệm được bao nhiêu tiền (làm tròn đến triệu đồng)?

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Góc 72° có số đo theo radian bằng

- (A) $\frac{2\pi}{5}$. (B) $\frac{3\pi}{5}$. (C) $\frac{5\pi}{3}$. (D) $\frac{5\pi}{2}$.

❖ **Câu 2.** Giá trị của $\cos \frac{3\pi}{4}$ là

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 1.

❖ **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.
 (B) $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$.
 (C) $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.
 (D) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

❖ **Câu 4.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cos x$. (D) $y = \cot x$.

❖ **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 6.** Cho $\cos \alpha = \frac{-5}{13}$, với $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$. Khi đó giá trị của $\sin \alpha$ là

- (A) $-\frac{12}{13}$. (B) $\frac{12}{13}$. (C) $\frac{4}{13}$. (D) $\frac{7}{13}$.

❖ **Câu 7.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+3}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu của dãy số là

- (A) $u_1 = 1$. (B) $u_1 = \frac{5}{2}$. (C) $u_1 = 3$. (D) $u_1 = \frac{1}{2}$.

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 1. (D) 0.

❖ **Câu 9.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng

- (A) $M = 1, m = -1$. (B) $M = 2, m = 1$.
 (C) $M = 3, m = 0$. (D) $M = 3, m = 1$.

Chương 1. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

❖ **Câu 10.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây:

- (A) (ABD) . (B) (BCD) . (C) (CMN) . (D) (ACD) .

❖ **Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào sau đây đúng?

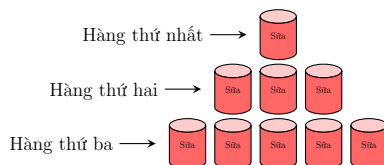
- (A) $AB \parallel MC$. (B) $MD \parallel NC$. (C) $MN \parallel AC$. (D) $MC \parallel ND$.

❖ **Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC . Điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

- (A) qua I và song song với AB . (B) qua J và song song với BD .
(C) qua G và song song với CD . (D) qua G và song song với BC .

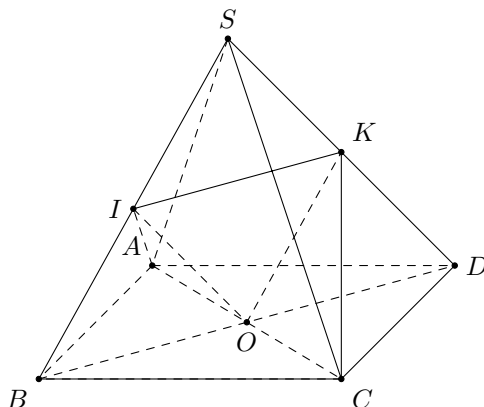
Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Trong một hội chợ đón Xuân, một gian hàng sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo quy luật là hàng trên cùng có 1 hộp sữa, mỗi hàng ngay phía dưới lần lượt được xếp nhiều hơn 2 hộp so với hàng trên nó.



- a) Số hộp sữa ở các hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$.
b) Hàng thứ 10 có 20 hộp sữa.
c) 23 hộp là số hộp sữa ở hàng thứ 12.
d) Cần 30 hàng để xếp hết tất cả số hộp sữa lên gian hàng.

❖ **Bài 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB, SD .



- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
b) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (OIA) là điểm C .
c) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với CD .
d) $CD \parallel IJ$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

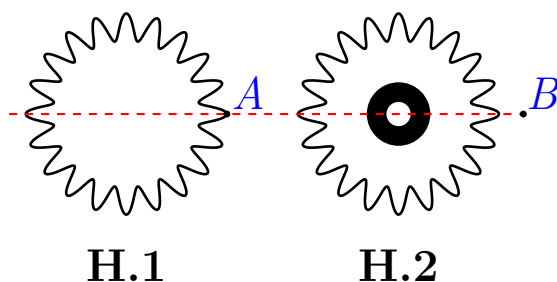
❖ **Bài 1.** Cho $\sin x = \frac{1}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết $\sin 2x = \frac{a\sqrt{6}}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Giá trị

của biểu thức $P = a + b$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Số nghiệm của phương trình $\cos 3x = 0$ trên nửa khoảng $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{37\pi}{6}\right)$ là bao nhiêu?

Bài 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$. Số $\frac{20}{101}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Bài 4. Hình vẽ dưới đây là hai bánh răng của một động cơ, chúng có cùng kích thước. Khi động cơ hoạt động, hai bánh răng quay đều cùng chiều. Biết tốc độ quay của bánh răng ở hình 2 gấp đôi tốc độ quay của bánh răng ở hình 1 và phương trình biểu thị độ cao của điểm A ở bánh răng thứ nhất là $h = 2R + R \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ (trong đó R là bán kính bánh răng, t là thời gian tính bằng giây, h là độ cao của điểm A). Giả sử tại thời điểm bắt đầu khởi động, hai điểm A và B có độ cao bằng nhau. Sau bao nhiêu giây kể từ thời điểm đầu tiên sau khi động cơ hoạt động hai điểm A, B có độ cao bằng nhau?



Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = \cos \frac{\pi}{8}$.

b) $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$.

c) $\sin 3x - \cos 2x = 0$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Xác định giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD) và tính tỉ số $\frac{AI}{AM}$.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 1

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

❖ **Câu 1.** Đổi số đo của góc 108° sang đơn vị radian.

(A) $\frac{3\pi}{5}$.

(B) $\frac{3\pi}{2}$.

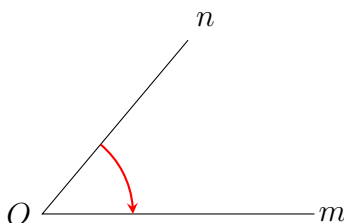
(C) $\frac{\pi}{4}$.

(D) $\frac{\pi}{10}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có công thức chuyển đổi: $\alpha \text{ (rad)} = a^\circ \cdot \frac{\pi}{180}$.

Áp dụng: $108^\circ = 108 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$.

❖ **Câu 2.** Cho góc hình học $\widehat{mOn} = 50^\circ$. Số đo của góc lượng giác (On, Om) như hình vẽ bên dưới bằng



(A) -210° .

(B) 210° .

(C) 50° .

(D) -50° .

➤ *Hướng dẫn giải.* Theo hình vẽ, góc lượng giác (On, Om) có tia đầu là On , tia cuối là Om và quay theo chiều kim đồng hồ (chiều âm).

Số đo hình học của góc là 50° , do đó số đo của góc lượng giác là -50° .

❖ **Câu 3.** Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

(A) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

(B) $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

(C) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

(D) $\cos \alpha = \frac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải. Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên α thuộc góc phần tư thứ II, suy ra $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = -\frac{3}{5}.$$

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4 - 3 \cos^2 x$. Khi đó:

- (A) $M + m = 5$. (B) $M + m = 1$. (C) $M + m = 7$. (D) $M + m = 4$.

Hướng dẫn giải. Ta có $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow 0 \leq 3 \cos^2 x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq -3 \cos^2 x \leq 0.$$

$$\Rightarrow 1 \leq 4 - 3 \cos^2 x \leq 4.$$

Do đó $M = 4, m = 1$. Suy ra $M + m = 5$.

Câu 5. Trên đường tròn bán kính $R = 12$ cm, góc ở tâm có số đo 60° chắn một cung có độ dài ℓ bằng

- (A) $\ell = 4\pi$ cm. (B) $\ell = 2$ cm.
(C) $\ell = 6.28$ cm. (D) $\ell = 12.56$ cm.

Hướng dẫn giải. Đổi số đo góc sang radian: $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad.

$$\text{Độ dài cung là } \ell = R\alpha = 12 \cdot \frac{\pi}{3} = 4\pi \text{ cm.}$$

Câu 6. Tìm khẳng định sai? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

- (A) $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. (B) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.
(C) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$. (D) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

Hướng dẫn giải. Áp dụng công thức cung liên quan đặc biệt, ta có $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$.

Do đó khẳng định B là sai.

Câu 7. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm

- (A) $0 \leq m \leq 1$. (B) $m \leq 0$.
(C) $-2 \leq m \leq 0$. (D) $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải. Phương trình tương đương với $\sin x = m + 1$.

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } -1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0.$$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 + \sin x}{\cos x}$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
(C) $D = \mathbb{R}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định khi mẫu thức khác 0, tức là $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

Câu 9. Công thức nào sau đây sai?

- (A) $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
(B) $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Ⓒ $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Ⓓ $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

 **Hướng dẫn giải.** Công thức đúng là $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. Do đó phương án A là công thức sai.

❖ **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n + 1$. Số hạng u_3 bằng

Ⓐ 3.

Ⓑ 8.

Ⓒ 6.

Ⓓ 7.

 **Hướng dẫn giải.** Thay $n = 3$ vào công thức tổng quát của dãy số ta được: $u_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

Ⓐ 4.

Ⓑ 10.

Ⓒ 6.

Ⓓ $\frac{5}{2}$.

 **Hướng dẫn giải.** Công sai của cấp số cộng là: $d = u_2 - u_1 = 10 - 4 = 6$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị u_4 là

Ⓐ 24.

Ⓑ -32.

Ⓒ 9.

Ⓓ 6.

 **Hướng dẫn giải.** Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Với $n = 4$ ta có: $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) $\sin 2\alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{16}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

c) Giá trị của biểu thức $M = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{4\sqrt{3}}{3}$ bằng $\sqrt{7}$.

d) $\cos(\alpha + 21\pi) = -\frac{3}{4}$.

 **Hướng dẫn giải.** Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc góc phần tư thứ IV, suy ra $\sin \alpha < 0$.

Ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

a) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right) \cdot \frac{3}{4} = -\frac{3\sqrt{7}}{8}$. Khẳng định a) Sai.

b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$. Khẳng định b) Sai.

c) Ta có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

$$M = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha} + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{-\frac{\sqrt{7}}{3} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}} + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{-\sqrt{7} + 3\sqrt{3}}{3 + \sqrt{21}} + \frac{4\sqrt{3}}{3} =$$

$\sqrt{7}$. Khẳng định c) Đúng.

d) $\cos(\alpha + 21\pi) = \cos(\alpha + \pi + 10 \cdot 2\pi) = -\cos \alpha = -\frac{3}{4}$. Khẳng định d) Đúng.

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$.

- a) Dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.
- b) Dãy số đã cho là 1 cấp số nhân với công bội $q = 1$.
- c) Số hạng đầu $u_1 = 4$.
- d) Tổng của 2024 số hạng đầu bằng 6149924.

Hướng dẫn giải. Xét dãy số (u_n) có $u_n = 3n + 1$.

◇ **Câu a):** Ta có $u_{n+1} - u_n = [3(n+1) + 1] - (3n + 1) = 3n + 4 - 3n - 1 = 3$.

Vì hiệu số giữa hai số hạng liên tiếp là hằng số $d = 3$ nên dãy số đã cho là một cấp số cộng với công sai $d = 3$. $\Rightarrow$ Phát biểu a) **Đúng**.

◇ **Câu b):** Vì dãy số là cấp số cộng với công sai $d = 3 \neq 0$ nên nó không thể là cấp số nhân $\Rightarrow$ Phát biểu b) **Sai**.

◇ **Câu c):** Số hạng đầu của dãy số ứng với $n = 1$: $u_1 = 3(1) + 1 = 4$. $\Rightarrow$ Phát biểu c) **Đúng**.

◇ **Câu d):** Tổng của 2024 số hạng đầu của cấp số cộng được tính theo công thức: $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$

Với $n = 2024, u_1 = 4, d = 3$, ta có: $S_{2024} = \frac{2024}{2}[2 \cdot 4 + (2024 - 1) \cdot 3] = 1012 \cdot [8 + 2023 \cdot 3]$
 $S_{2024} = 1012 \cdot [8 + 6069] = 1012 \cdot 6077 = 6149924$.

$\Rightarrow$ Phát biểu d) **Đúng**.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Tìm x để ba số $3 + x, 13 + x, 43 + x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Hướng dẫn giải. Để ba số $3 + x, 13 + x, 43 + x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân, ta phải có:

$$\begin{aligned}(13 + x)^2 &= (3 + x)(43 + x) \\ \Leftrightarrow 169 + 26x + x^2 &= 129 + 46x + x^2 \\ \Leftrightarrow 20x &= 40 \Leftrightarrow x = 2.\end{aligned}$$

Vậy $x = 2$.

Bài 2. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \cos(a + b) \cos(a - b),$$

(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Ta có công thức biến đổi tích thành tổng:

$$\begin{aligned}P &= \cos(a + b) \cos(a - b) = \frac{1}{2}[\cos(2a) + \cos(2b)] \\ P &= \frac{1}{2}[(2\cos^2 a - 1) + (2\cos^2 b - 1)] = \cos^2 a + \cos^2 b - 1.\end{aligned}$$

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Thay các giá trị vào ta được:

$$P = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - 1 = -\frac{119}{144} \approx -0,83.$$

Bài 3. Người ta thiết kế một tòa tháp có 9 tầng, tầng thứ nhất có diện tích 1000 m^2 , mỗi tầng tiếp theo có diện tích bằng $\frac{2}{3}$ tầng trước đó. Tính tổng diện tích các tầng của tháp (làm tròn đến hàng đơn vị của m^2).

Hướng dẫn giải. Diện tích các tầng lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 1000$ và công bội $q = \frac{2}{3}$.

Tổng diện tích 9 tầng là:

$$S_9 = u_1 \cdot \frac{1 - q^9}{1 - q} = 1000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^9}{1 - \frac{2}{3}} = 3000 \cdot \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^9\right] \approx 2922 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Bài 4. Một hội trường có 10 dãy ghế, mỗi dãy ghế kế tiếp nhiều hơn dãy ghế ngay trước nó là 8 ghế. Biết dãy ghế cuối cùng có 90 ghế, hỏi hội trường có bao nhiêu ghế?

Hướng dẫn giải. Số ghế mỗi dãy lập thành một cấp số cộng có $n = 10$ số hạng, công sai $d = 8$ và $u_{10} = 90$.

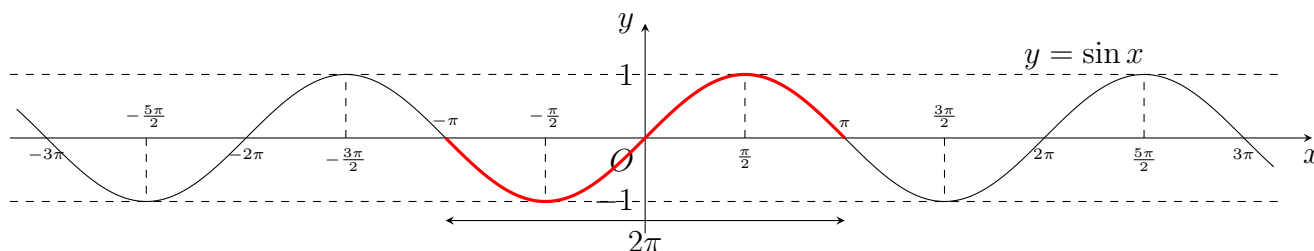
Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d \Rightarrow 90 = u_1 + 9 \cdot 8 \Rightarrow u_1 = 18$.

Tổng số ghế trong hội trường là:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(u_1 + u_{10}) = 5 \cdot (18 + 90) = 540 \text{ (ghế)}.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho đồ thị của hàm số $y = \sin x$ (tham khảo hình vẽ)



Tìm các giá trị $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\sin 2x \geq 0$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\sin 2x \geq 0 \Leftrightarrow k2\pi \leq 2x \leq \pi + k2\pi \Leftrightarrow k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Với $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ ta có:

- Với $k = 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- Với $k = 1 \Rightarrow \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

Vậy $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Bài 2. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$

b) $\sin x - \sin 3x = 0.$

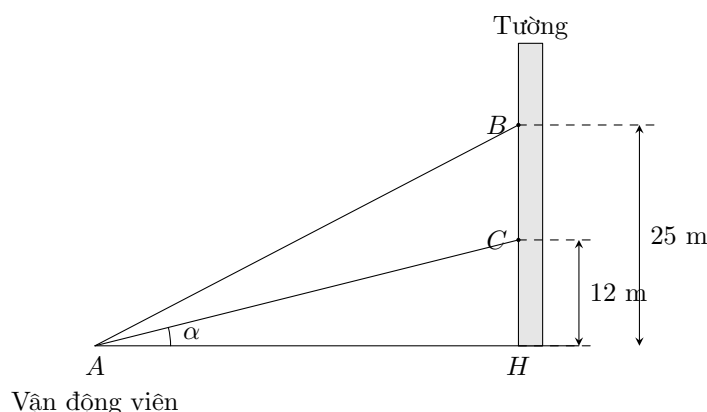
Hướng dẫn giải. a) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

b) $\sin x - \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \sin x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 4x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Bài 3. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất 12 m tại một góc ngắm α (góc hợp bởi phương bắn và phương ngang). Nếu vận động viên tăng góc ngắm đó lên hai lần thì bắn trúng mục tiêu cách mặt đất 25 m. Hỏi vị trí vận động viên nằm bắn cách bức tường bao nhiêu mét?



Hướng dẫn giải. Gọi $d = AH$ (m) là khoảng cách từ vị trí vận động viên đến chân bức tường ($d > 0$).

Trong tam giác vuông AHC , ta có: $\tan \alpha = \frac{CH}{AH} = \frac{12}{d}.$

Trong tam giác vuông AHB , ta có: $\tan 2\alpha = \frac{BH}{AH} = \frac{25}{d}.$

Sử dụng công thức nhân đôi $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$, ta có phương trình:

$$\frac{25}{d} = \frac{2 \cdot \frac{12}{d}}{1 - \left(\frac{12}{d}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{25}{d} = \frac{\frac{24}{d}}{\frac{d^2 - 144}{d^2}} \Leftrightarrow \frac{25}{d} = \frac{24d}{d^2 - 144}$$

$$\Leftrightarrow 25(d^2 - 144) = 24d^2 \Leftrightarrow 25d^2 - 3600 = 24d^2$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 3600 \Rightarrow d = 60 \text{ (m)}.$$

Vậy vị trí vận động viên nằm bắn cách bức tường 60 mét.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 2

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + n, n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 3 là

- (A) 3. (B) 6. (C) 7. (D) 4.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có: $u_1 = 2$; $u_2 = u_1 + 2 = 2 + 2 = 4$; $u_3 = u_2 + 3 = 4 + 3 = 7$. Vậy số hạng thứ 3 là 7.

❖ **Câu 2.** Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- (A) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. (B) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$. (D) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên α thuộc góc phần tư thứ II, do đó $\cos \alpha < 0$.

Suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$.

❖ **Câu 3.** Cho cấp số cộng có $u_2 = -1$; $u_3 = 2$. Công sai d của cấp số cộng bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) 1. (D) -3.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công sai của cấp số cộng là $d = u_3 - u_2 = 2 - (-1) = 3$.

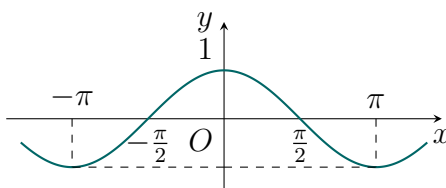
❖ **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 5.** Đây là một phần đồ thị của hàm số nào?



- (A) $y = \cos x$. (B) $y = \cot x$. (C) $y = \sin x$. (D) $y = \tan x$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị đi qua điểm $(0; 1)$, $(\pi; -1)$ và $(-\pi; -1)$. Đây là đặc điểm của đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Câu 6. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$. (B) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.
(C) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$. (D) $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ (hàm số chẵn), nên khẳng định $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$ là sai.

Câu 7. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.
(B) $\sin 2a = 2\sin a \cos a$.
(C) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.
(D) $\cos x + \cos y = 2\cos(x + y) \cdot \cos(x - y)$.

Hướng dẫn giải. Công thức biến đổi tổng thành tích đúng là: $\cos x + \cos y = 2\cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$. Khẳng định ở phương án D thiếu mẫu số 2 trong các cung nên sai.

Câu 8. Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là

- (A) $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có các họ nghiệm là $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \pi - \alpha + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \tan x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \cot x$. (D) $y = \sin x$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn vì $\cos(-x) = \cos x$. Các hàm số $\sin x, \tan x, \cot x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 10. Cho cấp số cộng có $u_1 = -2; d = 3$. Số hạng thứ 10 là

- (A) 31. (B) 25. (C) 28. (D) 10.

Hướng dẫn giải. Số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Với $n = 10$: $u_{10} = -2 + (10 - 1) \cdot 3 = -2 + 27 = 25$.

Câu 11. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\cot \alpha < 0$. (B) $\sin \alpha > 0$. (C) $\tan \alpha < 0$. (D) $\cos \alpha < 0$.

Hướng dẫn giải. Với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì điểm biểu diễn của cung α nằm trong góc phần tư thứ I.

Ở góc phần tư này, tất cả các giá trị lượng giác $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ đều dương. Vậy khẳng định $\sin \alpha > 0$ là đúng.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy (u_n) ?

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 4.

 **Hướng dẫn giải.** Số -19 là số hạng thứ n của dãy số nếu:

$$u_n = -19 \Leftrightarrow -n^2 + n + 1 = -19$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \quad (\text{vì } n \in \mathbb{N}^*).$$

Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy số.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Cho phương trình lượng giác $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{3} = 0$ (*). Khi đó:

a) Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$.

b) Phương trình (*) tương đương $\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{6} \right)$.

c) Nghiệm của phương trình (*) là $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có: (*) $\Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

♦ **Câu a) Đúng:** Các nghiệm trong $(-\pi; \pi)$ là $x_1 = \frac{7\pi}{12}$ (ứng với $k = 0$) và $x_2 = -\frac{13\pi}{12} + 2\pi = \frac{11\pi}{12}$ (ứng với $k = 1$).

♦ **Câu b) Sai:** Phương trình tương đương với $\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right)$.

♦ **Câu c) Sai:** Đối chiếu với kết quả giải ở trên.

♦ **Câu d) Đúng:** Tổng các nghiệm $= \frac{7\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$.

 **Bài 2.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ...

a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = 1$.

b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có công sai là $d = 2$.

c) Có tất cả 80 hàng cây.

d) Hàng thứ 20 trồng được 40 cây.

 **Hướng dẫn giải.** Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$ (vì hàng sau hơn hàng trước 1 cây).

Do đó mệnh đề a) Đúng, b) Sai.

Gọi n là số hàng cây, tổng số cây là $S_n = 3240$. Ta có: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow 3240 = \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]}{2} \Leftrightarrow 6480 = n(n+1) \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0$.

Giải phương trình ta được $n = 80$ (nhận) hoặc $n = -81$ (loại). Vậy mệnh đề c) Đúng.

Số cây hàng thứ 20 là $u_{20} = u_1 + 19d = 1 + 19 \cdot 1 = 20$ cây. Vậy mệnh đề d) Sai.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$. Biết $\sin 2a = \frac{m}{n}$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $S = m^2 + n^2$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\sin a + \cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow (\sin a + \cos a)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$$\Leftrightarrow \sin^2 a + \cos^2 a + 2 \sin a \cos a = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2a = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2a = -\frac{8}{9}.$$

Vì $-\frac{8}{9}$ là phân số tối giản nên $m = -8, n = 9$. Giá trị của biểu thức $S = m^2 + n^2 = (-8)^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145$.

Bài 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

Hướng dẫn giải. Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_5 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 4d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3d = 9 \\ u_1 = 3 - d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 0. \end{cases}$$

Giả sử 759 là tổng của n số hạng đầu, ta có:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 759 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2 \cdot 0 + (n-1) \cdot 3] &= 759 \Leftrightarrow 3n(n-1) = 1518 \Leftrightarrow n^2 - n - 506 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 23 \text{ (nhận)} \\ n = -22 \text{ (loại)} \end{cases} & \text{ (vì } n \in \mathbb{N}^*). \end{aligned}$$

Vậy 759 là tổng của 23 số hạng đầu.

Bài 3. Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 200 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục, đơn vị nghìn con).

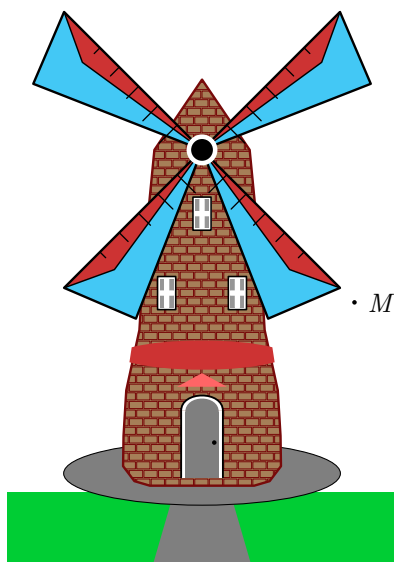
Hướng dẫn giải. Đổi 2 giờ = 120 phút.

Số lần phân đôi của vi khuẩn sau 2 giờ là $n = \frac{120}{20} = 6$ (lần).

Số lượng vi khuẩn sau 2 giờ là: $N = 200 \cdot 2^6 = 200 \cdot 64 = 12\,800$ (con).

Đổi sang đơn vị nghìn con: 12,8 nghìn con.

Bài 4. Cối xay gió là một loại máy chạy bằng sức gió. Một điểm M nằm trên cánh của cối xay gió. Khi cánh quạt quay thuận chiều kim đồng hồ, vị trí thấp nhất và cao nhất của M so với mặt đất lần lượt là 8 m và 22 m. Xét vòng quay của M bắt đầu từ vị trí thấp nhất tương ứng thời điểm $t = 0$. Khi cánh quay đều, khoảng cách h (mét) từ M đến mặt đất được tính theo công thức $h = A \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + C$, với t (giây) là thời gian quay của điểm M ($t \geq 0$). Hỏi lần thứ 2025 điểm M cách mặt đất 18,5 m là vào thời điểm bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Hướng dẫn giải. Dựa vào dữ kiện vị trí thấp nhất (8 m) và cao nhất (22 m), ta có:

$$C = \frac{22 + 8}{2} = 15. \text{ Biên độ dao động } |A| = \frac{22 - 8}{2} = 7.$$

Tại thời điểm $t = 0$, điểm M ở vị trí thấp nhất ($h = 8$ m): $8 = A \cos(0) + 15 \Rightarrow A = -7$.

Vậy công thức tính khoảng cách là $h = -7 \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + 15$.

Yêu cầu $h = 18,5$ m:

$$\begin{aligned} -7 \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + 15 &= 18,5 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) = -0,5 = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{2\pi}{5}t &= \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \pm \frac{5}{3} + 5k \quad (k \in \mathbb{N}). \end{aligned}$$

Trong mỗi chu kỳ $T = 5$ giây, có 2 thời điểm điểm M cách mặt đất 18,5 m.

Các thời điểm sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $t_1 = \frac{5}{3} + 5 \cdot 0$, $t_2 = -\frac{5}{3} + 5 \cdot 1$, $t_3 = \frac{5}{3} + 5 \cdot 1$,
 $t_4 = -\frac{5}{3} + 5 \cdot 2, \dots$

Tổng quát, lần thứ $2k - 1$ là $t = \frac{5}{3} + 5(k - 1)$.

Lần thứ 2025 ứng với $2k - 1 = 2025 \Rightarrow k = 1013$.

Thời điểm cần tìm là: $t = \frac{5}{3} + 5(1013 - 1) = 5060 + \frac{5}{3} = \frac{15185}{3} \approx 5062$ (giây).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính:

a) $\cos \alpha$

b) $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$

Hướng dẫn giải. a) Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên điểm biểu diễn của cung α nằm trong góc phần tư thứ III, do đó $\cos \alpha < 0$.

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

b) Ta có công thức: $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3}$.

Thay số: $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \left(-\frac{4}{5} \right) \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2}{5} + \frac{3\sqrt{3}}{10} = \frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$.

Bài 2. Lượng mưa trung bình trên tháng tại địa điểm rừng quốc gia Chư Yang Sin tính trong năm 2025 được cho bởi hàm số: $f(t) = 200 \cdot \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6} \right) + 350$ mm, với t : số tháng. Tháng nào trong năm có lượng mưa lớn nhất? Lượng mưa lớn nhất bằng bao nhiêu mm?

Hướng dẫn giải. Lượng mưa $f(t)$ lớn nhất khi và chỉ khi $\cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6} \right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

$\Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6} = k2\pi \Leftrightarrow \frac{t+1}{6} = 2k \Leftrightarrow t = 12k - 1$ ($k \in \mathbb{Z}$).

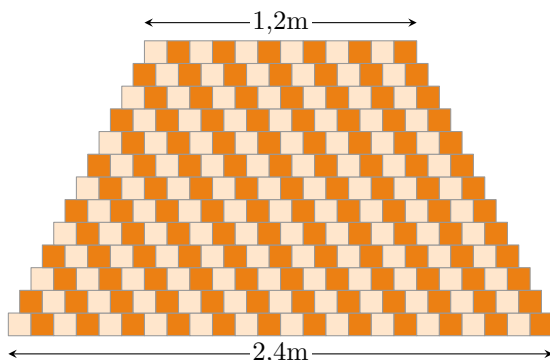
Trong một năm, số tháng $t \in \{1; 2; \dots; 12\}$.

Với $k = 1$, ta tìm được $t = 11$.

Vậy tháng 11 có lượng mưa lớn nhất.

Giá trị lượng mưa lớn nhất là $f(11) = 200 \cdot 1 + 350 = 550$ mm.

Bài 3. Để phục hồi một phần của một bức tường cổ có dạng hình thang có đáy lớn rộng 2,4 m và đáy bé rộng 1,2 m (Tham khảo hình vẽ). thợ thủ công cần đục các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm $\times$ 10 cm, phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần đục bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



Hướng dẫn giải. Đổi kích thước viên gạch 10 cm = 0,1 m.

Số viên gạch ở hàng dưới cùng (đáy lớn) là: $u_{cui} = \frac{2,4}{0,1} = 24$ (viên).

Số viên gạch ở hàng trên cùng (đáy bé) là: $u_1 = \frac{1,2}{0,1} = 12$ (viên).

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Vì mỗi hàng phía trên ít hơn hàng dưới 1 viên nên số viên gạch ở mỗi hàng (tính từ trên xuống dưới) lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$, công sai $d = 1$ và số hạng cuối $u_n = 24$.

Số hàng gạch là n : $u_n = u_1 + (n - 1)d \Rightarrow 24 = 12 + (n - 1) \cdot 1 \Rightarrow n = 13$ (hàng).

Tổng số viên gạch cần đúc để ốp hết bức tường là:

$$S_{13} = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{13}{2}(12 + 24) = 234 \text{ (viên)}.$$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{\pi}{2}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) bằng

(A) $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(B) $\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(C) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(D) $\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có:

$$(Ov, Ow) = (Ou, Ow) - (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + k2\pi = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

❖ **Câu 2.** Cho góc lượng giác $\alpha = \text{sđ}(OA, OM)$ có điểm biểu diễn M thuộc góc phần tư II của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

(B) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.

(C) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

(D) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Điểm M thuộc góc phần tư thứ II có tung độ dương ($y_M > 0$) và hoành độ âm ($x_M < 0$).

Do đó $\sin \alpha = y_M > 0$ và $\cos \alpha = x_M < 0$.

❖ **Câu 3.** Một đường tròn có bán kính 30 cm. Tính độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo 2,5 rad.

(A) 7,5 cm.

(B) 0,83 cm.

(C) 75 cm.

(D) 12 cm.

➤ *Hướng dẫn giải.* Độ dài cung tròn được tính bởi công thức $l = R \cdot \alpha$.

Thay số: $l = 30 \cdot 2,5 = 75$ (cm).

❖ **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là:

(A) $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

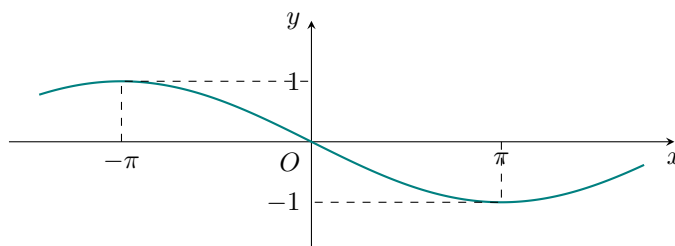
(C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số xác định khi mẫu số khác 0: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 5.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số nào?



(A) $y = \sin \frac{x}{2}$.

(B) $y = \cos \frac{x}{2}$.

(C) $y = -\cos \frac{x}{4}$.

(D) $y = \sin \left(-\frac{x}{2}\right)$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và đi qua điểm $(\pi; -1)$.

Kiểm tra các phương án: - Với phương án D: $y = \sin(-\pi/2) = -1$ (Thỏa mãn).

- Với phương án A: $y = \sin(\pi/2) = 1$ (Loại). Vậy hàm số cần tìm là $y = \sin \left(-\frac{x}{2}\right)$.

❖ **Câu 6.** Phương trình $\tan x = \tan \alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

(A) $x = \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(B) $x = \alpha + k2\pi; x = \pi - \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(C) $x = \alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(D) $x = \alpha + k2\pi; x = -\alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

➤ *Hướng dẫn giải.* Theo công thức nghiệm cơ bản của hàm tang: $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

❖ **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3; u_8 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là

(A) $d = 3$.

(B) $d = -3$.

(C) $d = 2$.

(D) $d = -2$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_8 = u_1 + 7d \Rightarrow 18 = -3 + 7d \Rightarrow 7d = 21 \Rightarrow d = 3$.

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) (u_n) không phải là cấp số nhân.

(B) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.

(C) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.

(D) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 5^{n+1}}{\frac{3}{2} \cdot 5^n} = 5$ (không đổi) nên đây là cấp số nhân với $q = 5$.

Số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2} \cdot 5^1 = \frac{15}{2}$.

❖ **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$, ($n \geq 1$). Tìm số hạng u_4 .

(A) $\frac{5}{9}$.

(B) 1.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{14}{27}$.

 **Hướng dẫn giải.** Ta tính lần lượt:

$$- u_2 = \frac{1}{3}(u_1 + 1) = \frac{1}{3}(2 + 1) = 1.$$

$$- u_3 = \frac{1}{3}(u_2 + 1) = \frac{1}{3}(1 + 1) = \frac{2}{3}.$$

$$- u_4 = \frac{1}{3}(u_3 + 1) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3} + 1\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{9}.$$

❖ **Câu 10.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_4 = 24$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân.

(A) $u_5 = 93$.

(B) $u_5 = -93$.

(C) $u_5 = 48$.

(D) $u_5 = 27$.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 24 = 3 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$.

Số hạng thứ 5 là $u_5 = u_4 \cdot q = 24 \cdot 2 = 48$.

❖ **Câu 11.** Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

(A) $u_n = n^2$.

(B) 2^n .

(C) $u_n = \sqrt{n+1}$.

(D) $u_n = \frac{1}{n}$.

 **Hướng dẫn giải.** Dãy số $u_n = \frac{1}{n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ có $0 < u_n \leq 1$ nên bị chặn.

Các dãy số còn lại đều tiến tới vô cùng khi n lớn nên không bị chặn trên.

❖ **Câu 12.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

(A) $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

(B) $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.

(C) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

(D) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

 **Hướng dẫn giải.** Công thức đúng là $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. Phương án B thiếu bình phương nên là khẳng định sai.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$.

a) $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $f(x) > 0$.

b) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

d) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

 **Hướng dẫn giải.**

❖ **Câu a) Đúng:** Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $2x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó $\sin 2x > 0 \Rightarrow f(x) > 0$.

❖ **Câu b) Sai:** Ta có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin \pi = 0 \neq 1$.

❖ **Câu c) Đúng:** $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu d) Đúng:** Hàm số $y = \sin 2x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$, do đó $D = \mathbb{R}$.

Bài 2.

- a) Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân đó là $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$.
- b) Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5 000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng thêm 8% mỗi giờ. Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là 6 802 con.
- c) Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Năm số hạng đầu của cấp số nhân này là $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$.
- d) Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Khi đó $u_5 = 84$.

Hướng dẫn giải.

- ♦ **Câu a) Đúng:** Cấp số nhân có $u_1 = 1, q = 4$. Tổng n số hạng đầu là $S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = 1 \cdot \frac{4^n - 1}{4 - 1} = \frac{4^n - 1}{3}$.
- ♦ **Câu b) Sai:** Sau 5 giờ, số lượng vi khuẩn là $5000 \cdot (1 + 8\%)^5 = 5000 \cdot 1,08^5 \approx 7346,64$ con.
- ♦ **Câu c) Đúng:** Các số hạng tiếp theo là $1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}; \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}; \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$.
- ♦ **Câu d) Sai:** Công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{3} = -2$. Số hạng thứ năm là $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 3 \cdot 16 = 48 \neq 84$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương. Giả sử huyết áp của một người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \frac{8\pi t}{3}$, trong đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo s (giây). Hỏi trong khoảng từ 0 đến 2 giây, số lần huyết áp tâm thu đạt 120 mmHg là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Yêu cầu bài toán là tìm số giá trị $t \in [0; 2]$ thỏa mãn phương trình $P(t) = 120$.

$$\text{Ta có: } 100 + 20 \sin \frac{8\pi t}{3} = 120 \Leftrightarrow \sin \frac{8\pi t}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{8\pi t}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow \frac{8t}{3} = \frac{1}{2} + 2k \Leftrightarrow t = \frac{3 + 12k}{16} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $0 \leq t \leq 2$ nên ta có:

$$0 \leq \frac{3 + 12k}{16} \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq 3 + 12k \leq 32 \Leftrightarrow -3 \leq 12k \leq 29 \Leftrightarrow -0,25 \leq k \leq 2,41.$$

Do k là số nguyên nên $k \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy trong khoảng từ 0 đến 2 giây, có 3 lần huyết áp tâm thu đạt 120 mmHg.

Bài 2. Một kĩ sư được một công ty thuê với mức lương hằng tháng là 26 triệu đồng và nhận được mức tăng lương sau mỗi 6 tháng là 6%. Hỏi mức lương tháng đầu của người kĩ sư đó trong

năm thứ ba làm việc cho công ty là bao nhiêu triệu đồng? (Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).

Hướng dẫn giải. Mức lương của kỹ sư tăng theo định kỳ 6 tháng một lần, lập thành một cấp số nhân.

- Năm thứ nhất: 6 tháng đầu là 26 triệu, 6 tháng sau là $26 \cdot (1 + 6\%) = 26 \cdot 1,06$ triệu.
- Năm thứ hai: 6 tháng đầu là $26 \cdot (1,06)^2$ triệu, 6 tháng sau là $26 \cdot (1,06)^3$ triệu.
- Năm thứ ba: 6 tháng đầu là $26 \cdot (1,06)^4$ triệu. Vậy mức lương tháng đầu của năm thứ ba là:

$$26 \cdot (1,06)^4 \approx 32,824 \approx 32,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

Bài 3. Cho phương trình $\cos 5x = \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Tìm số nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[-2024; 2024]$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\cos 5x = \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 5x = -x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \quad (1) \\ x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3} \quad (2) \end{cases}$

với $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{- Xét họ (1): } -2024 \leq \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \leq 2024 \Leftrightarrow \frac{-2024 - \frac{\pi}{16}}{\frac{\pi}{2}} \leq k \leq \frac{2024 - \frac{\pi}{16}}{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Leftrightarrow -1288,73 \leq k \leq 1288,34 \Rightarrow k \in \{-1288; \dots; 1288\}. \text{ Có 2577 nghiệm.}$$

$$\text{- Xét họ (2): } -2024 \leq -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3} \leq 2024 \Leftrightarrow \frac{-2024 + \frac{\pi}{24}}{\frac{\pi}{3}} \leq k \leq \frac{2024 + \frac{\pi}{24}}{\frac{\pi}{3}} \Leftrightarrow -1932,72 \leq k \leq 1932,80 \Rightarrow k \in \{-1932; \dots; 1932\}. \text{ Có 3865 nghiệm.}$$

Hai họ nghiệm này không trùng nhau vì phương trình $\frac{\pi}{16} + \frac{k_1\pi}{2} = -\frac{\pi}{24} + \frac{k_2\pi}{3}$ vô nghiệm nguyên.

Tổng số nghiệm là $2577 + 3865 = 6442$.

Bài 4. Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Hướng dẫn giải. Số giờ có ánh sáng ít nhất khi hàm số $d(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Điều này xảy ra khi } \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow t - 80 = -91 + 364k \Leftrightarrow t = -11 + 364k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với điều kiện $0 < t \leq 365$, ta chọn $k = 1$ suy ra $t = 353$. Vậy bạn An nên chọn đi vào ngày thứ 353 trong năm.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin 2\alpha$.

Hướng dẫn giải. Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0$.

$$\text{Ta có: } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Khi đó: } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}.$$

Bài 2. Giải phương trình $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$.

Hướng dẫn giải. Phương trình tương đương với:

$$2 \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Bài 3. Tìm số hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài có 930 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 20 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 6 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó.

Hướng dẫn giải. Số chỗ ngồi ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 20$ và công sai $d = 6$.

Tổng số chỗ ngồi là $S_n = 930$. Ta cần tìm n .

Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng:

$$S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 930$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2}[2 \cdot 20 + (n-1) \cdot 6] = 930$$

$$\Leftrightarrow n[20 + 3(n-1)] = 930$$

$$\Leftrightarrow n(3n + 17) = 930 \Leftrightarrow 3n^2 + 17n - 930 = 0$$

Giải phương trình bậc hai với $n > 0$, ta được:

$$\Delta = 17^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-930) = 11449 = 107^2$$

$$n = \frac{-17 + 107}{6} = 15 \text{ (nhận) hoặc } n = -\frac{62}{3} \text{ (loại)}.$$

Vậy góc khán đài đó có 15 hàng ghế.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot x$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cot x$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

❖ **Câu 2.** Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

(A) $\left\{x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\left\{x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 3.** Tìm khẳng định sai? (với điều kiện các hệ thức đã xác định).

(A) $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

(B) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.

(C) $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

(D) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Theo công thức lượng giác, ta có: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$. Do đó khẳng định ở phương án B là sai.

❖ **Câu 4.** Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

(A) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

(B) $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$.

(C) $\sin 2x + \cos 2x = 1$.

(D) $\sin^2 x + \cos x^2 = 1$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hệ thức lượng giác cơ bản là $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

❖ **Câu 5.** Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng

(A) $\frac{1}{16}$.

(B) $\frac{1}{8}$.

(C) $\frac{3}{16}$.

(D) $\frac{1}{4}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $A = \cos 30^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 10^\circ \cdot \frac{1}{2}(\cos 120^\circ + \cos 20^\circ)$
 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \cos 10^\circ \left(-\frac{1}{2} + \cos 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{8} \cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos 20^\circ \cos 10^\circ$
 $= -\frac{\sqrt{3}}{8} \cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{8}(\cos 30^\circ + \cos 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{8} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{16}$.

❖ **Câu 6.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

(B) $y = \tan x$.

Ⓒ $y = \sin x$.

Ⓓ $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. Vì $\cos(-x) = \cos x$ nên đây là hàm số chẵn.

❖ **Câu 7.** Dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng thứ ba của dãy số bằng?

Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

Ⓒ 7.

Ⓓ 6.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_1 = 1$.

$u_2 = u_1 + 3 = 1 + 3 = 4$.

$u_3 = u_2 + 3 = 4 + 3 = 7$.

❖ **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_{10} = 19$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng

Ⓐ 110.

Ⓑ 100.

Ⓒ 21.

Ⓓ 19.

Hướng dẫn giải. Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

Với $n = 10$, ta có $S_{10} = \frac{10(1 + 19)}{2} = 5 \cdot 20 = 100$.

❖ **Câu 9.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

Ⓐ $u_n = \sqrt{n}$.

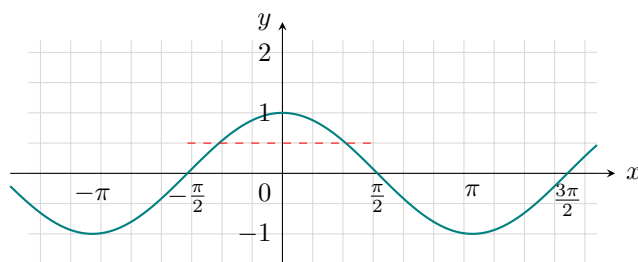
Ⓑ $u_n = 2^n$.

Ⓒ $u_n = \frac{1}{n}$.

Ⓓ $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

Hướng dẫn giải. Xét dãy $u_n = \frac{1}{n}$, ta thấy với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì $u_{n+1} < u_n$ vì $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{n}$. Vậy đây là dãy số giảm.

❖ **Câu 10.** Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?



Ⓐ 0.

Ⓑ 2.

Ⓒ 1.

Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$ tại 2 điểm có hoành độ là $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = -\frac{\pi}{3}$ thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Do đó phương trình có 2 nghiệm.

❖ **Câu 11.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

Ⓐ 30° .

Ⓑ 40° .

Ⓒ 50° .

Ⓓ 60° .

Hướng dẫn giải. Cả bánh xe có 72 răng tương ứng với 360° .

Góc quay ứng với 1 răng là $360^\circ : 72 = 5^\circ$.

Góc quay khi di chuyển 10 răng là $10 \cdot 5^\circ = 50^\circ$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

(A) $-2; -10; -50; -250$.

(B) $-2; 10; -50; 250$.

(C) $-2; 10; 50; -250$.

(D) $-2; 10; 50; 250$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) được tính như sau:

◇ $u_1 = -2$.

◇ $u_2 = u_1 \cdot q = (-2) \cdot (-5) = 10$.

◇ $u_3 = u_2 \cdot q = 10 \cdot (-5) = -50$.

◇ $u_4 = u_3 \cdot q = (-50) \cdot (-5) = 250$.

Vậy bốn số hạng đầu tiên là $-2; 10; -50; 250$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

⚙ **Bài 1.** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

◇ **Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

◇ **Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Hãy xác định tính đúng, sai của các phát biểu sau:

- Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.
- Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.
- Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.
- Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

➤ *Hướng dẫn giải.*

◇ **Câu a) Đúng:** Theo mô tả phương án 1, tiền lương mỗi năm tăng thêm một lượng không đổi là 18 triệu, nên dãy số này là một cấp số cộng với $u_1 = 120$ và $d_1 = 18$.

◇ **Câu b) Sai:** Tiền lương năm thứ ba là $u_3 = u_1 + 2d_1 = 120 + 2 \cdot 18 = 156$ (triệu). (Con số 174 triệu là lương năm thứ tư).

◇ **Câu c) Đúng:** Tổng tiền lương trong 3 năm của phương án 1 là: $S_3 = \frac{3}{2}(2u_1 + 2d_1) = \frac{3}{2}(2 \cdot 120 + 2 \cdot 18) = 414$ (triệu).

◇ **Câu d) Đúng:** - Xét phương án 2: Một năm có 4 quý, 3 năm có 12 quý. Tiền lương mỗi quý lập thành cấp số cộng với $v_1 = 24, d_2 = 1,8$.

- Tổng tiền lương phương án 2 sau 3 năm (12 quý) là: $S'_{12} = \frac{12}{2}[2v_1 + 11d_2] = 6[2 \cdot 24 + 11 \cdot 1,8] = 406,8$ (triệu).

- Vì $414 > 406,8$ nên chọn phương án 1 sẽ nhận được tổng lương cao hơn.

⚙ **Bài 2.** Cho đồ thị hai hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$. Khi đó:

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.
- b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm.
- d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right); \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$.

Hướng dẫn giải.

♦ **Câu a) Đúng:** Phương trình hoành độ giao điểm được lập bằng cách cho hai biểu thức của hàm số bằng nhau.

♦ **Câu b) Đúng:** Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$:

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \text{ (vô nghiệm)} \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

♦ **Câu c) Sai:** Với $x \in [0; 2\pi]$, ta có: $0 \leq \frac{3\pi}{8} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq k \leq \frac{13}{8} \Rightarrow k \in \{0; 1\}$. Vậy có 2 giao điểm.

♦ **Câu d) Sai:** Theo câu c, hai hoành độ giao điểm trong đoạn $[0; 2\pi]$ là $x_1 = \frac{3\pi}{8}$ và $x_2 = \frac{11\pi}{8}$. Các tọa độ đưa ra trong phát biểu là không chính xác.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Ta có công thức cộng: $A = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3}$.

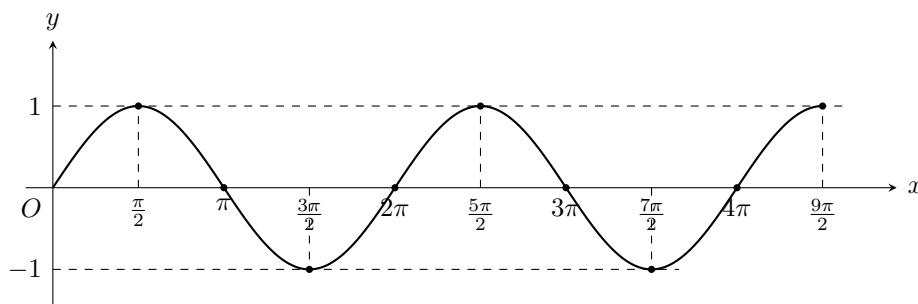
Thay các giá trị đã biết vào, ta được:

$$A = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6}.$$

Sử dụng máy tính bỏ túi: $A = \frac{2 + \sqrt{15}}{6} \approx 0,9788...$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được $A \approx 0,98$.

Bài 2. Xét hàm số $y = \sin x$ trên nửa khoảng $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hãy tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến một điểm M thuộc đồ thị có tung độ bằng 1 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải. Điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tung độ bằng 1 khi:

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in \left[0; \frac{9\pi}{2}\right)$, các giá trị của x thỏa mãn là:

◇ Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$. Ta được điểm $M_1\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$.

◇ Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{2}$. Ta được điểm $M_2\left(\frac{5\pi}{2}; 1\right)$.

◇ Với $k = 2 \Rightarrow x = \frac{9\pi}{2}$. Tuy nhiên, giá trị này không thuộc nửa khoảng $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right)$ nên loại.

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến một điểm $M(x; 1)$ được tính bởi công thức:

$$OM = \sqrt{(x - 0)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{x^2 + 1}.$$

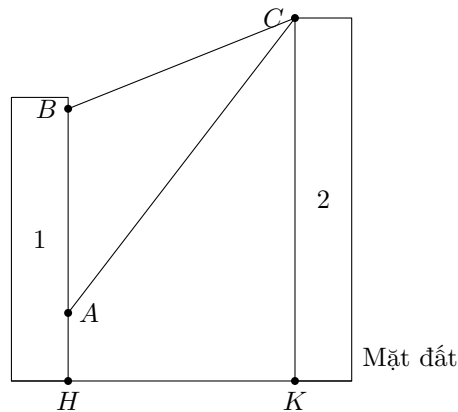
Để OM lớn nhất thì hoành độ x phải lớn nhất. Trong hai điểm tìm được, điểm có hoành độ lớn nhất là M_2 với $x = \frac{5\pi}{2}$.

Khoảng cách lớn nhất là:

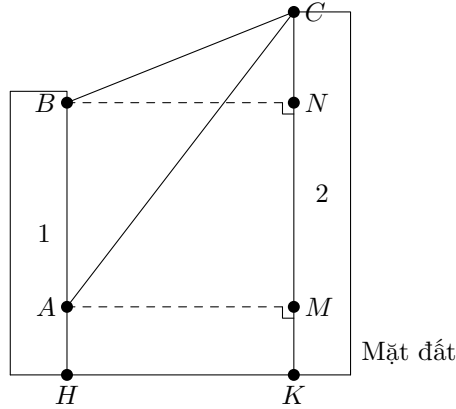
$$OM_{max} = \sqrt{\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 + 1} \approx 7,917.$$

Làm tròn đến hàng phần chục (hàng đơn vị của phần mười), ta được kết quả là 7,9.

Bài 3. Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C . Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Biết chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32$ m, $AH = 6$ m, $BH = 24$ m. Số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hướng dẫn giải. Kẻ $AM \perp CK$, $BN \perp CK$, ta có:



- ◇ $BN = AM = HK = 20$ (m);
- ◇ $CN = CK - NK = CK - BH = 32 - 24 = 8$ (m);
- ◇ $MN = AB = BH - AH = 24 - 6 = 18$ (m);
- ◇ $CM = CN + MN = 8 + 18 = 26$ (m).

Đặt $\widehat{BCN} = \alpha$, $\widehat{ACM} = \beta$.

Xét $\triangle BCN$ vuông tại N có: $\tan \alpha = \frac{BN}{CN} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$.

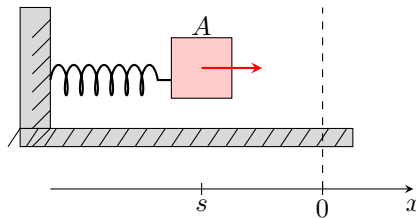
Xét $\triangle ACM$ vuông tại M có: $\tan \beta = \frac{AM}{CM} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$.

Khi đó $\tan \widehat{ACB} = \tan (\widehat{BCN} - \widehat{ACM}) = \tan (\alpha - \beta)$.

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{ACB} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{13}}{1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{13}} = \frac{45}{76}.$$

Vậy $\widehat{ACB} \approx 30,6^\circ$.

Bài 4. Trong hình vẽ, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Tọa độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right)$. Trong 10 giây đầu tiên có bao nhiêu thời điểm $s = -5\sqrt{3}$ cm?



Hướng dẫn giải. Xét phương trình:

$$10 \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) = -5\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5} \\ t = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp với điều kiện $t \geq 0$. Suy ra vào các thời điểm $t = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) và $t = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5}$

($k \in \mathbb{N}$) thì $s = -5\sqrt{3}$ cm.

◇ Với $t = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5}$ ($k \in \mathbb{N}^*$), ta có:

$$0 \leq -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5} \leq 10 \Leftrightarrow \frac{5}{12} \leq k \leq \frac{600 + 5\pi}{12\pi} \approx 16,33.$$

Suy ra $k \in \{1; 2; \dots; 16\}$.

◇ Với $t = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5}$ ($k \in \mathbb{N}$), ta có:

$$0 \leq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5} \leq 10 \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{600 - 5\pi}{12\pi} \approx 15,51.$$

Suy ra $k \in \{0; 1; 2; \dots; 15\}$.

Vậy trong 10 giây đầu tiên có $16 + 16 = 32$ thời điểm $s = -5\sqrt{3}$ cm.

Phần IV. Tự luận

🔗 Bài 1.

a) Giải phương trình: $2 \sin 2x + 1 = 0$.

b) Tìm các nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

🔗 *Hướng dẫn giải.* a) $2 \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{b) } \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [3\pi; 5\pi]$ nên:

$$3\pi \leq \frac{\pi}{12} + k\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow 3 - \frac{1}{12} \leq k \leq 5 - \frac{1}{12} \Leftrightarrow 2,91 \leq k \leq 4,91.$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{3; 4\}$.

$$\text{- Với } k = 3 \Rightarrow x = 3\pi + \frac{\pi}{12} = \frac{37\pi}{12}.$$

$$\text{- Với } k = 4 \Rightarrow x = 4\pi + \frac{\pi}{12} = \frac{49\pi}{12}.$$

Vậy các nghiệm cần tìm là $x \in \left\{ \frac{37\pi}{12}; \frac{49\pi}{12} \right\}$.

🔗 **Bài 2.** Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2015. Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122 550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng. Hỏi mô hình Kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?

🔗 *Hướng dẫn giải.* Gọi u_n ($n \in \mathbb{N}^*$) là số đồng xu ở tầng thứ n (tính từ tầng dưới cùng lên). Theo đề bài ta có (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 4901$, công sai $d = -100$ và tổng số đồng xu $S_n = 122550$. Ta có:

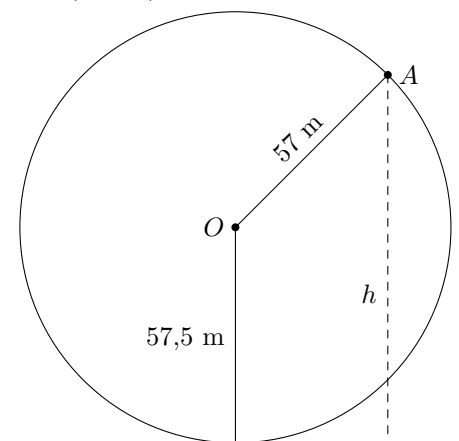
$$\begin{aligned} S_n &= nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Leftrightarrow 122550 = 4901n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot (-100) \\ &\Leftrightarrow 122550 = 4901n - 50n^2 + 50n \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -50n^2 + 4951n - 122550 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 50 \text{ (nhận)} \\ n = \frac{2451}{50} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy mô hình kim tự tháp có tổng cộng 50 tầng.

Bài 3. Một vòng quay trò chơi có bán kính 57 m, trục quay cách mặt đất 57,5 m, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách h (m) từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức: $h(t) = 57 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) + 57,5$ với t là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút ($t \geq 0$) như hình bên.



- Tính chu kỳ của hàm số $h(t)$?
- Khi $t = 0$ (phút) thì khoảng cách từ cabin đến mặt đất bằng bao nhiêu?
- Khi quay một vòng lần thứ nhất tính từ thời điểm $t = 0$ (phút), tại thời điểm nào của t thì cabin ở vị trí cao nhất? Ở vị trí đạt được chiều cao là 86 m?

Hướng dẫn giải. a) Chu kỳ của hàm số $h(t)$ là $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi/15} = 15$ (phút).

b) Khi $t = 0$, khoảng cách từ cabin đến mặt đất là:

$$h(0) = 57 \sin\left(0 - \frac{\pi}{2}\right) + 57,5 = 57 \cdot (-1) + 57,5 = 0,5 \text{ (m)}.$$

c) Vòng thứ nhất ứng với $0 \leq t \leq 15$.

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Cabin ở vị trí cao nhất khi } \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) &= 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ &\Leftrightarrow \frac{2\pi}{15}t = \pi + k2\pi \Leftrightarrow t = 7,5 + 15k. \end{aligned}$$

Trong vòng đầu tiên, chọn $k = 0 \Rightarrow t = 7,5$ (phút).

$$\diamond \text{ Khi cabin ở độ cao 86 m: } 57 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) + 57,5 = 86$$

$$\Leftrightarrow 57 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) = 28,5 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 + 15k \\ t = 10 + 15k \end{cases}.$$

Trong vòng đầu tiên ($0 \leq t \leq 15$), ta có $t = 5$ (phút) hoặc $t = 10$ (phút).

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\sin a < 0$. (B) $\cos a < 0$. (C) $\cot a > 0$. (D) $\tan a > 0$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ nên cung a thuộc góc phần tư thứ II. Ở góc phần tư này, $\sin a > 0, \cos a < 0, \tan a < 0$ và $\cot a < 0$. Vậy khẳng định $\cos a < 0$ là đúng.

❖ **Câu 2.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- (A) $\sin 2a = \frac{1}{2} \sin a \cos a$. (B) $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
(C) $\sin 2a = \sin a \cos a$. (D) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công thức nhân đôi đối với hàm số sin là $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

❖ **Câu 3.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- (A) $y = \cot x$. (B) $y = \sin x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cos x$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng là đặc điểm của hàm số chẵn. Trong các hàm số đã cho, chỉ có $y = \cos x$ là hàm số chẵn ($\cos(-x) = \cos x$).

❖ **Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Số hạng thứ 20 của cấp số cộng này là

- (A) $u_{20} = u_1 + 190d$. (B) $u_{20} = 20u_1 + 19d$.
(C) $u_{20} = 20u_1 + 190d$. (D) $u_{20} = u_1 + 19d$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n - 1)d$. Thay $n = 20$, ta có $u_{20} = u_1 + 19d$.

❖ **Câu 5.** Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- (A) $\cos 2x = -\frac{2}{3}$. (B) $\cos 2x = 0$.
(C) $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình $\cos X = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$. Ta có $\frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,118 > 1$ nên phương trình $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ vô nghiệm.

❖ **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

- (A) SO . (B) AC . (C) SD . (D) SA .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Mặt khác $O = AC \cap BD$, mà $AC \subset (SAC)$ và $BD \subset (SBD)$ nên $O \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO .

❖ **Câu 7.** Bánh xe đạp có đường kính 100 cm. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

- (A) 500π (cm). (B) 250π (cm). (C) 200π (cm). (D) 1000π (cm).

🔗 *Hướng dẫn giải.* Chu vi của bánh xe là $C = \pi \cdot d = 100\pi$ (cm).

Quãng đường đi được sau 5 vòng quay là $S = 5 \cdot C = 5 \cdot 100\pi = 500\pi$ (cm).

❖ **Câu 8.** Nghiệm của phương trình $\cot x = \cot \frac{\pi}{3}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

🔗 *Hướng dẫn giải.* Áp dụng công thức nghiệm cơ bản: $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 9.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // b, b // (\alpha)$. Khi đó:

- (A) $a // (\alpha)$. (B) a cắt (α) .
(C) $a \subset (\alpha)$. (D) $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

🔗 *Hướng dẫn giải.* Vì $a // b$ và $b // (\alpha)$, theo tính chất quan hệ song song, đường thẳng a có thể song song với (α) hoặc nằm trong mặt phẳng (α) .

❖ **Câu 10.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- (A) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung..
(B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau..
(C) Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song..
(D) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau..

🔗 *Hướng dẫn giải.* Khẳng định "Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau" là sai vì hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau (cùng nằm trong một mặt phẳng).

❖ **Câu 11.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Dãy số giảm.
(B) Dãy số không tăng, không giảm.
(C) Dãy số vừa tăng vừa giảm.
(D) Dãy số tăng.

🔗 *Hướng dẫn giải.* Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3(n+1)+2} - \frac{1}{3n+2} = \frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2} = \frac{-3}{(3n+5)(3n+2)} < 0$ với mọi $n \geq 1$.

Do đó dãy số (u_n) là dãy số giảm.

❖ **Câu 12.** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- (A) Ba điểm không thẳng hàng..

- (B) Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng..
 (C) Ba điểm mà nó đi qua..
 (D) Một đường thẳng và một điểm thuộc nó..

Hướng dẫn giải. Theo tính chất cơ bản của hình học không gian, có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

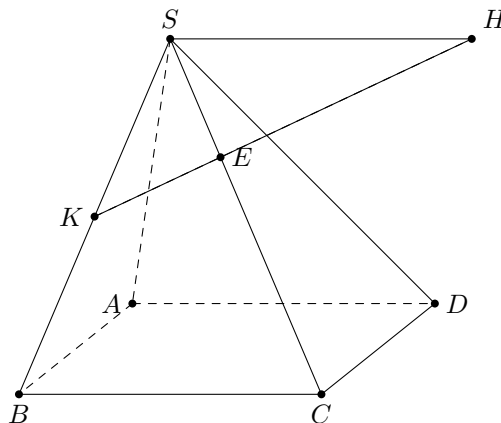
Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2 \cos x - \sqrt{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
 b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 c) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.
 d) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Hướng dẫn giải.

- ♦ **a) Sai:** Ta có $f(-x) = 2 \cos(-x) - \sqrt{3} = 2 \cos x - \sqrt{3} = f(x)$, đây là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng, không phải gốc tọa độ.
 ♦ **b) Sai:** Phương trình hoành độ giao điểm: $2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
 ♦ **c) Đúng:** Hàm số $y = \cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$, nên hàm số $y = 2 \cos x - \sqrt{3}$ cũng có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 ♦ **d) Đúng:** Các nghiệm trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là $x = \frac{\pi}{6}$ (với $k = 0$), $x = \frac{11\pi}{6}$ và $x = \frac{13\pi}{6}$ (với $k = 1$). Tổng cộng có 3 điểm.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, K là trung điểm cạnh SB . Gọi E là điểm trên SC sao cho $\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$, gọi H là giao điểm của KE và (SAD) .



- a) Tỷ số $\frac{HE}{HK} = 0,76$
 b) Ta chứng minh được $KE \parallel BC$
 c) Điểm E nằm trên mặt phẳng (SCD)
 d) Ta chứng minh được $mp(SAD) \parallel BC$

Hướng dẫn giải.

- ♦ **a) Sai:** Xét tam giác SBC . Gọi $d = (SBC) \cap (SAD)$, vì $AD // BC$ nên d là đường thẳng qua S và $d // BC$. Khi đó $H = KE \cap d$. Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SBC hoặc dùng tính chất tỉ số: Ta tính được $\frac{HE}{HK} = \frac{2}{3} \approx 0,67$.
- ♦ **b) Sai:** Trong tam giác SBC , ta có $\frac{SK}{SB} = \frac{1}{2}$ và $\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$. Vì $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3}$ nên KE không song song với BC .
- ♦ **c) Đúng:** Điểm E thuộc cạnh SC , mà SC nằm trong mặt phẳng (SCD) nên $E \in (SCD)$.
- ♦ **d) Đúng:** Ta có $BC // AD$ và $AD \subset (SAD)$, do đó đường thẳng BC song song với mặt phẳng (SAD) .

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 3x \cos 3x$ có dạng $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $y = 5 + 2(2 \sin 3x \cos 3x) = 5 + 2 \sin 6x$.

Vì $-1 \leq \sin 6x \leq 1$ nên $-2 \leq 2 \sin 6x \leq 2$.

Suy ra $5 - 2 \leq 5 + 2 \sin 6x \leq 5 + 2$, hay $3 \leq y \leq 7$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $[3; 7]$, suy ra $a = 3, b = 7$.

Khi đó $a + b = 3 + 7 = 10$.

Bài 2. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Để xây xong bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Hỏi cần tất cả bao nhiêu viên gạch để xây xong cầu thang đó?

Hướng dẫn giải. Số gạch mỗi bậc lập thành một cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 100$ (bậc dưới cùng), công sai $d = -2$.

Tổng số viên gạch để xây 30 bậc là tổng của 30 số hạng đầu của cấp số cộng:

$$S_{30} = \frac{30}{2}[2u_1 + (30 - 1)d] = 15[2 \cdot 100 + 29 \cdot (-2)] = 15[200 - 58] = 15 \cdot 142 = 2130 \text{ (viên)}.$$

Bài 3. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng hồ đồ chuông. Đồng hồ đồ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

Hướng dẫn giải. Số tiếng chuông đồng hồ đánh sau mỗi giờ từ 1 giờ đến 12 giờ lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 1$ và số hạng cuối $u_{12} = 12$.

Tổng số tiếng chuông trong một chu kỳ 12 giờ là:

$$S_{12} = \frac{12}{2}(u_1 + u_{12}) = \frac{12}{2}(1 + 12) = 78 \text{ (tiếng)}.$$

Vì một ngày có 24 giờ, tương ứng với hai chu kỳ 12 giờ trên mặt đồng hồ, nên tổng số tiếng chuông đánh trong một ngày là:

$$S = 2 \cdot S_{12} = 2 \cdot 78 = 156 \text{ (tiếng)}.$$

Vậy trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả 156 tiếng.

Bài 4. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT chuyên Nguyễn Tất Thành, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHÓA và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khoá. Học sinh sẽ trả lời từ khoá sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

♦ Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.

♦ Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khoá thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ CKTU-CKT Union. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Hỏi câu lạc bộ CKTU-CKT Union nhận được từ Ban tổ chức bao nhiêu cái kẹo?

Hướng dẫn giải. Gọi N là số kẹo Ban tổ chức có ban đầu.

Số kẹo thưởng ở mỗi lượt gợi ý lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{N}{2}$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Học sinh trả lời đúng sau 6 gợi ý, có nghĩa là ở 5 lượt gợi ý đầu tiên không có học sinh trả lời đúng, số kẹo thưởng tương ứng được chuyển cho câu lạc bộ.

Số kẹo học sinh nhận được ở gợi ý thứ 6 là:

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 = \frac{N}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{N}{64}.$$

Sau khi kết thúc trò chơi (sau 6 lượt gợi ý), số kẹo Ban tổ chức còn lại là:

$$\begin{aligned} N - (u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6) &= 1 \\ \Leftrightarrow N - S_6 &= 1 \Leftrightarrow N - \frac{\frac{N}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow N - N \left(1 - \frac{1}{64}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{N}{64} = 1 \Leftrightarrow N = 64 \text{ (cái kẹo)}.$$

Số kẹo câu lạc bộ CKTU-CKT Union nhận được là tổng số kẹo thưởng của 5 lượt gợi ý đầu:

$$S_{club} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 62 \text{ (cái kẹo)}.$$

Vậy câu lạc bộ nhận được từ Ban tổ chức 62 cái kẹo.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. a) Giải phương trình $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$

b) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin x = 0$ thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Hướng dẫn giải. a) Ta có:

$$\begin{aligned} 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 &= 0 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \\ \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} &= -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} \cos 3x + \sin x &= 0 \Leftrightarrow \cos 3x = -\sin x = -\cos \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} - x + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

$$TH1: x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$TH2: x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8}; x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{8}$$

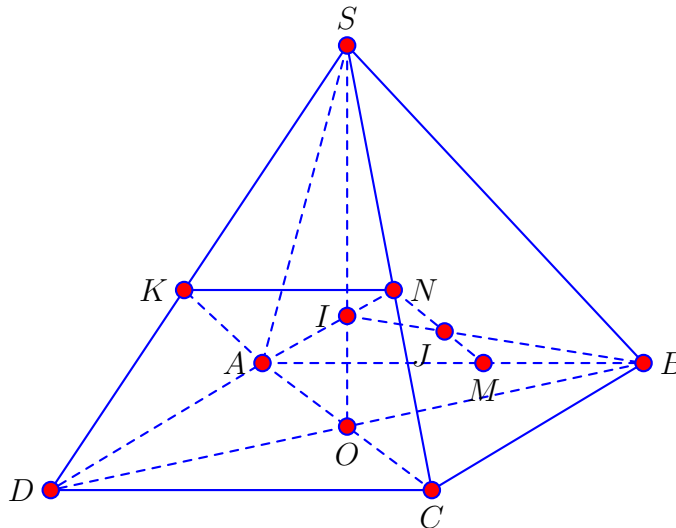
$$\text{Vậy phương trình có 3 nghiệm } x = \frac{\pi}{4}; x = -\frac{\pi}{8}; x = \frac{3\pi}{8}$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, SC và SD . Gọi I là giao điểm của AN và (SBD) , J là giao điểm của MN với (SBD) .

a) Chứng minh rằng $NK \parallel (SAB)$.

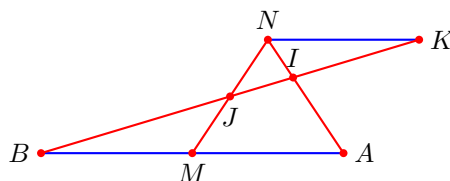
b) Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$?

Hướng dẫn giải. a) Chứng minh $NK \parallel (SAB)$



Vì NK là đường trung bình của $\triangle SCD$ nên $NK \parallel CD$.
Mà $AB \parallel CD$ (do $ABCD$ là hình bình hành).
Do đó: $NK \parallel AB$, mà $AB \subset (SAB)$.
Lại có NK nằm trong mặt phẳng (SCD) nên $NK \not\subset (SAB)$.
Vậy $NK \parallel (SAB)$.

b) Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$



Gọi O là giao điểm của AC và BD , khi đó O là trung điểm của AC và BD .

Trong mặt phẳng (SAC) : $AN \cap SO = I$, do đó I là giao điểm của AN và (SBD) .

Trong (SBD) , BK và SO là hai đường trung tuyến của $\triangle SBD$ nên chúng cắt nhau tại trọng tâm I . Suy ra B, I, K thẳng hàng và $BI = \frac{2}{3}BK$.

Trong mặt phẳng (ABN) , gọi $J = MN \cap BI$. Vì $J \in BI \subset (SBD)$ nên J chính là giao điểm của MN với (SBD) .

Ta có $NK \parallel AB$ và $NK = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = MB$.

Tứ giác $NKMB$ có $NK \parallel MB$ và $NK = MB$ nên $NKMB$ là hình bình hành.

Suy ra $J = MN \cap BK$ là trung điểm mỗi đường, do đó $BJ = JK = \frac{1}{2}BK$.

Khi đó ta có các đoạn trên BK : $BJ = \frac{1}{2}BK$ và $BI = \frac{2}{3}BK$.

Suy ra $IJ = BI - BJ = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)BK = \frac{1}{6}BK$.

Vậy tỉ số $\frac{IB}{IJ} = \frac{\frac{2}{3}BK}{\frac{1}{6}BK} = 4$.

Bài 3. Mỗi lần tim đập, huyết áp của bạn sẽ tăng và sau đó huyết áp của bạn sẽ giảm khi tim nghỉ giữa các nhịp đập. Huyết áp tối đa và tối thiểu lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp thường được viết dưới dạng tỉ lệ tâm thu/tâm trương, một người có huyết áp 120/80 được coi là bình thường. Huyết áp của một người được thể hiện qua hàm số $\theta(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$, trong đó $\theta(t)$ là huyết áp tính bằng $mmHg$ tại thời điểm $t \geq 0$ tính bằng phút. Độ lệch chỉ số huyết áp của người này so với người bình thường bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $-1 \leq \sin(160\pi t) \leq 1, \forall t$

$$\Leftrightarrow 90 \leq 115 + 25 \sin(160\pi t) \leq 140, \forall t$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq \theta(t) \leq 140, \forall t.$$

$$\text{Khi đó } \max \theta(t) = 140 \text{ khi } \sin(160\pi t) = 1 \Leftrightarrow 160\pi t = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = \frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } t \geq 0 \text{ nên } t = \frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{N}).$$

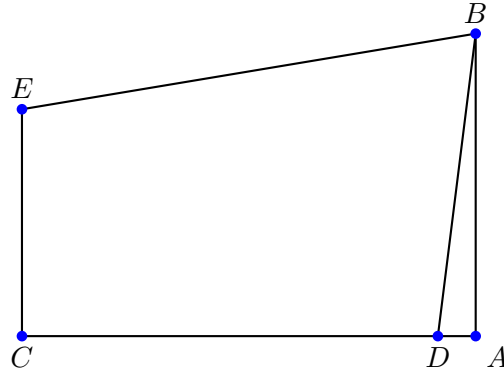
$$\text{Tương tự } \min \theta(t) = 90 \text{ khi } \sin(160\pi t) = -1 \Leftrightarrow 160\pi t = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } t \geq 0 \text{ nên } t = -\frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{N}^*).$$

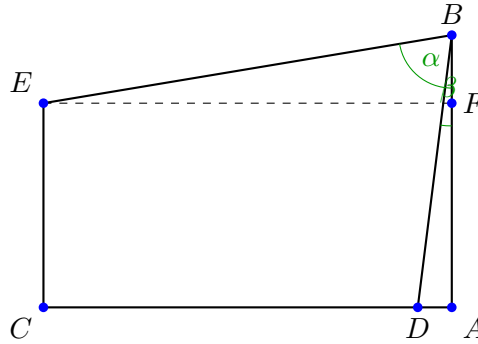
$$\text{Khi đó, chỉ số huyết áp của người này là } 140/90 = \frac{140}{90}.$$

$$\text{Độ lệch cần tìm } \frac{140}{90} - \frac{120}{80} \approx 0,06.$$

Bài 4. Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà. Cửa nhà tại điểm A và cổng tại điểm C , $AC = 6$ (m). Camera được đặt tại vị trí B , hình chiếu vuông góc của B lên mặt đất trùng với điểm A , $AB = 4$ (m). Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm E trên cổng, CE song song AB , $CE = 3$ (m) và vị trí điểm D thuộc đoạn AC , cách điểm A một khoảng $AD = 0,5$ (m). Số đo của $\widehat{DBE}$ bằng bao nhiêu độ.



Hướng dẫn giải.



Gọi F là hình chiếu vuông góc của E lên AB . Đặt góc $\widehat{ABE} = \alpha$; $\widehat{ABD} = \beta$.

Ta có: $EF = AC = 6$ (m), $BF = AB - AF = AB - CE = 4 - 3 = 1$ (m).

Xét $\triangle BEF$ vuông tại F : $BE = \sqrt{BF^2 + FE^2} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$ (m). Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\sin \alpha = \frac{EF}{BE} = \frac{6}{\sqrt{37}}; \quad \cos \alpha = \frac{BF}{BE} = \frac{1}{\sqrt{37}}.$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A : $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\sin \beta = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{65}}; \quad \cos \beta = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{65}}.$$

Áp dụng công thức cộng ta có:

$$\begin{aligned} \sin \widehat{DBE} &= \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \Leftrightarrow \sin \widehat{DBE} &= \frac{6}{\sqrt{37}} \cdot \frac{8}{\sqrt{65}} - \frac{1}{\sqrt{37}} \cdot \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{47}{\sqrt{2405}} \Rightarrow \widehat{DBE} \approx 73,4^\circ. \end{aligned}$$

Cách 2:

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{ABE} = \tan \alpha = \frac{EF}{BF} = 6, \quad \tan \widehat{ABD} = \tan \beta = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{8}.$$

$$\tan \widehat{DBE} = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{47}{14} \Rightarrow \widehat{DBE} \approx 73,4^\circ.$$

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 6

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Trong không gian, cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm này?

- (A) Vô số. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

➤ **Hướng dẫn giải.** Qua ba điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng. Vậy có 1 mặt phẳng.

❖ **Câu 2.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Tổng 20 số hạng đầu của cấp số cộng này là

- (A) $S_{20} = 20u_1 + 190d$. (B) $S_{20} = 5u_1 + 190d$.
(C) $S_{20} = 20u_1 + 19d$. (D) $S_{20} = u_1 + 190d$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là: $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$.

Với $n = 20$, ta có: $S_{20} = \frac{20}{2}[2u_1 + (20-1)d] = 10(2u_1 + 19d) = 20u_1 + 190d$.

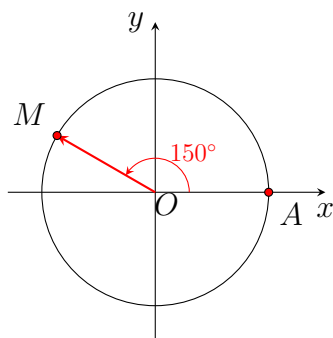
❖ **Câu 3.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos(2024x)$ bằng -2024 .
(B) Hàm số $y = 3\sin^2 x$ có tập giá trị là $[0; 3]$.
(C) Hàm số $y = 2\cos^2 x$ có tập giá trị là $[-2; 2]$.
(D) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin(2024x)$ bằng 2024 .

➤ **Hướng dẫn giải.** - Xét hàm số $y = 3\sin^2 x$: Ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 3\sin^2 x \leq 3$. Vậy tập giá trị là $[0; 3]$.

- Các hàm lượng giác $\sin, \cos$ cơ bản luôn có giá trị trong đoạn $[-1; 1]$.

❖ **Câu 4.** Cho hình vẽ bên dưới, số đo của góc lượng giác (OA, OM) là:



- (A) $-30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (B) $150^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (D) $-150^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Từ hình vẽ, góc lượng giác có tia đầu là OA , tia cuối là OM và quay theo

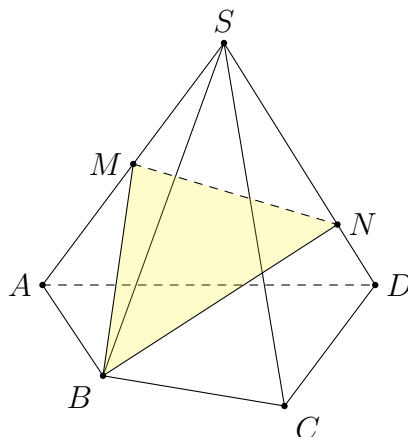
chiều dương một góc 150° . Công thức tổng quát là $150^\circ + k360^\circ$.

❖ **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

- (A) SC . (B) SB . (C) SM . (D) SN .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có S là điểm chung thứ nhất. Vì $M = AC \cap BD$ nên M là điểm chung thứ hai. Vậy giao tuyến là SM .

❖ **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M là trung điểm của SA , N là điểm trên đoạn SD sao cho $SN = \frac{3}{4}SD$ (minh họa hình dưới). Các điểm nào sau đây đồng phẳng?



- (A) S, B, M, N . (B) S, A, B, C . (C) A, M, N, D . (D) S, A, B, D .

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $M \in SA$ và $N \in SD$ nên bốn điểm A, M, N, D cùng nằm trong mặt phẳng (SAD) .

❖ **Câu 7.** Chu kì của hàm số $y = \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ là

- (A) $T = 2\pi$. (B) $T = \frac{2\pi}{3}$. (C) $T = 6\pi$. (D) $T = 3\pi$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{2/3} = 3\pi$.

❖ **Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

❖ **Câu 9.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- (A) $\sin 2a = 4 \sin a \cos a$. (B) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
(C) $\sin 2a = \frac{1}{2} \sin a \cos a$. (D) $\sin 2a = \sin a \cos a$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công thức nhân đôi: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

❖ **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- (A) $u_2 = -10$. (B) $u_1 = -5$. (C) $u_4 = 20$. (D) $u_3 = -15$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_2 = (-1)^2 \cdot 5 \cdot 2 = 10$. Vậy mệnh đề $u_2 = -10$ là sai.

Câu 11. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

- (A) $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.
 (B) $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.
 (C) $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.
 (D) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

Hướng dẫn giải. Công thức đúng là $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

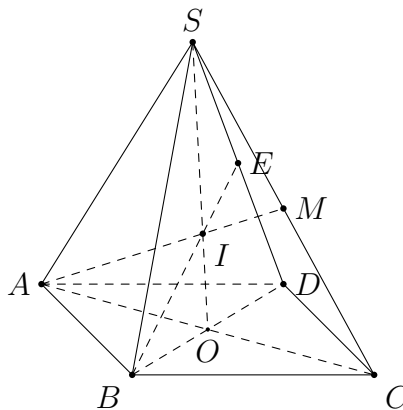
- (A) $u_6 = 320$. (B) $u_6 = 160$. (C) $u_6 = -320$. (D) $u_6 = -160$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = 5 \cdot (-32) = -160$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

- a) $\frac{IA}{IM} = 3$.
 b) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) , (SNC) .
 c) $AM \cap SO = I$.
 d) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI .



Hướng dẫn giải. - Xét tam giác SAC có SO và AM là hai đường trung tuyến (vì O là tâm hình bình hành nên O là trung điểm AC , M là trung điểm SC). Do đó $I = AM \cap SO$ là trọng tâm tam giác SAC .

$\Rightarrow \frac{IA}{IM} = 2$. Vậy khẳng định a) sai.

- Vì $I \in SO$ và $SO \subset (SBD)$ nên I là giao điểm của AM và (SBD) . Khẳng định c) đúng.

- Điểm $N \in AB \Rightarrow N \in (SNC)$ (vì S, C, N tạo thành một mặt phẳng). Vì $M \in SC$ nên

$M \in (SNC)$. Suy ra đường thẳng $MN \subset (SNC)$. Do đó giao điểm của MN và (SBD) phải thuộc giao tuyến của (SNC) và (SBD) . Khẳng định b) đúng.

- Trong mặt phẳng (SBD) , đường thẳng BI cắt SD tại E . Vì $BI \subset (ABM)$ (do $B, I \in (ABM)$) nên E chính là giao điểm của SD và (ABM) . Khẳng định d) đúng.

Bài 2. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, khi đó:

a) $\sin 2\alpha = \frac{-12}{25}$.

b) Giá trị lớn nhất $y = \sin(x + \alpha)$ là 1.

c) $\sin\left(\alpha + \frac{121\pi}{12}\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{23}{100}$.

d) $\cos \alpha > 0$.

Hướng dẫn giải. Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$. Ta có: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$.

- a) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$. Vậy a) sai.

- b) Hàm số $y = \sin(x + \alpha)$ luôn có giá trị lớn nhất bằng 1 với mọi α . Vậy b) đúng.

- c) Ta có $\sin\left(\alpha + \frac{121\pi}{12}\right) = \sin\left(\alpha + 10\pi + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right)$.

Biểu thức $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2} \left[\sin 2\alpha + \sin \frac{\pi}{6} \right] = \frac{1}{2} \left[-\frac{24}{25} + \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \left[-\frac{48}{50} + \frac{25}{50} \right] = -\frac{23}{100}$. Vậy c) đúng.

- d) Vì α thuộc góc phần tư thứ II nên $\cos \alpha < 0$. Vậy d) sai.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính u_{10} .

Hướng dẫn giải. Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) . Ta có:

$$u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$$

$$\Leftrightarrow (u_1 + 3d) + (u_1 + 7d) + (u_1 + 11d) + (u_1 + 15d) = 224$$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + 36d = 224$$

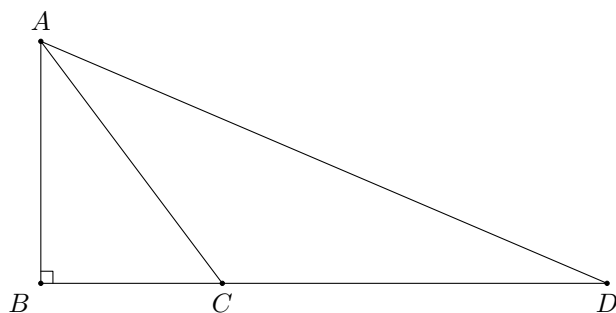
$$\Leftrightarrow u_1 + 9d = 56.$$

Mặt khác, số hạng thứ mười là $u_{10} = u_1 + 9d$.

Vậy $u_{10} = 56$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại B và có hai cạnh góc vuông là $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm. Vẽ điểm D nằm trên tia đối của tia CB thỏa mãn $\widehat{CAD} = 30^\circ$. Độ dài cạnh CD bằng bao nhiêu

centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Hướng dẫn giải. Xét tam giác ABC vuông tại B ta có $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$.

Lại có $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$. Suy ra:

$$\begin{aligned} \tan \widehat{BAD} &= \tan(\widehat{BAC} + 30^\circ) \\ &= \frac{\tan \widehat{BAC} + \tan 30^\circ}{1 - \tan \widehat{BAC} \cdot \tan 30^\circ} \\ &= \frac{\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{48 + 25\sqrt{3}}{39}. \end{aligned}$$

Xét tam giác ABD vuông tại B , ta có $\tan \widehat{BAD} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow BD = AB \cdot \tan \widehat{BAD}$.

Khi đó $CD = BD - BC = 4 \cdot \frac{48 + 25\sqrt{3}}{39} - 3 \approx 6,36$ (cm).

Bài 3. Năm 2018 anh Minh tốt nghiệp trường Đại Học Bách Khoa Hà Nội. Vừa ra trường anh Minh đã được nhận vào làm việc tại một công ty Điện Tử ở Hà Nội. Tháng đầu tiên đi làm, anh Minh được công ty trả lương 5 triệu đồng, nhờ chăm chỉ làm việc và hoàn thành tốt các công việc được giao nên cứ mỗi tháng sau công ty đó lại tăng 5% lương so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương anh Minh đều cất đi phần lương tăng so với tháng trước để tiết kiệm, phần lương còn lại anh Minh dùng cho chi phí sinh hoạt. Hỏi sau 5 năm (tính từ thời điểm bắt đầu làm việc tại công ty) thì anh Minh tiết kiệm được bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

Hướng dẫn giải. Gọi số tiền anh Minh nhận được ở tháng đầu tiên là $u_1 = 5$ (triệu đồng).

Số tiền lương ở tháng thứ n là: $u_n = u_1 \cdot (1 + 0,05)^{n-1} = u_1 \cdot 1,05^{n-1}$.

Theo đề bài, mỗi tháng anh Minh tiết kiệm phần lương tăng so với tháng trước. Số tiền tiết kiệm được ở tháng thứ n ($n \geq 2$) là $s_n = u_n - u_{n-1}$.

Tổng số tiền tiết kiệm sau n tháng là:

$$S = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_n - u_{n-1}) = u_n - u_1.$$

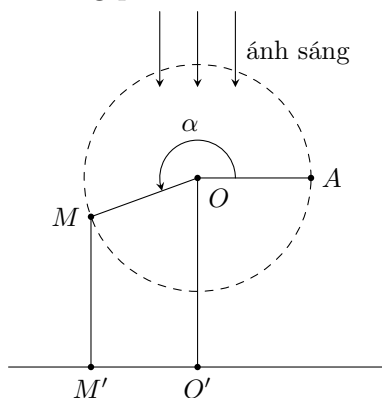
Sau 5 năm, tức là 60 tháng, tổng số tiền tiết kiệm là:

$$u_{60} - u_1 = 5 \cdot 1,05^{60-1} - 5 = 5 \cdot (1,05^{59} - 1) \approx 83,9 \approx 84 \text{ (triệu đồng)}.$$

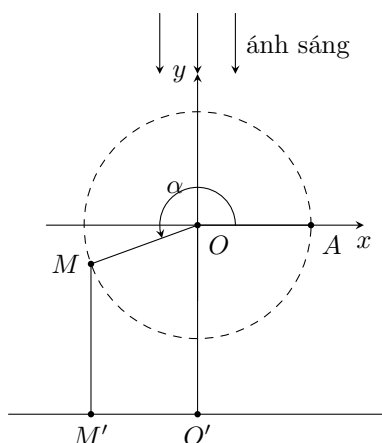
Vậy sau 5 năm anh Minh tiết kiệm được khoảng 84 triệu đồng.

Bài 4. Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình 12. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\frac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh

OM là 15 cm. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



 Hướng dẫn giải. Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Kẻ MH vuông góc với Ox .



Điểm M là điểm biểu diễn góc lượng giác α . Ta có $\alpha = 3\frac{1}{10} \cdot 360^\circ = 1116^\circ$.

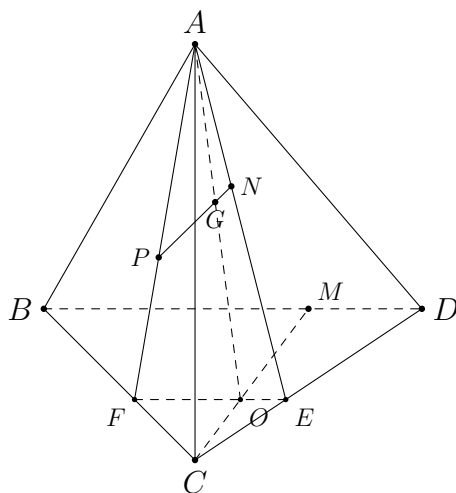
Khi đó tọa độ điểm M là $(\cos 1116^\circ \cdot 15; \sin 1116^\circ \cdot 15)$.

Độ dài bóng $O'M'$ chính là độ dài đại số của hình chiếu OM lên phương nằm ngang Ox :

$$O'M' = OH = |\cos 1116^\circ| \cdot 15 \approx 12,1 \text{ (cm)}.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho N, P lần lượt là hai điểm thuộc miền trong tam giác ACD và tam giác ABC của tứ diện $ABCD$. M là một điểm tùy ý trên cạnh DB . Tìm giao điểm của NP và mặt phẳng (ACM) .



 Hướng dẫn giải. Gọi $F = AP \cap BC$, $E = AN \cap CD$ và $O = EF \cap CM$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

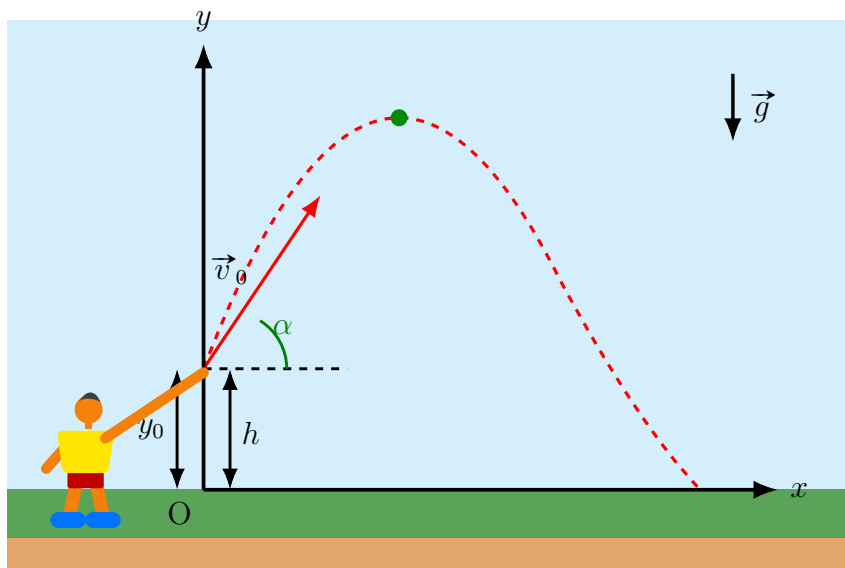
Chọn mặt phẳng (AEF) chứa NP .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A = (AEF) \cap (ACM) \\ O = (AEF) \cap (ACM) \end{cases} \Rightarrow AO = (AEF) \cap (ACM).$$

Trong mặt phẳng (AEF) , gọi $G = NP \cap AO$.

$$\forall \begin{cases} G \in NP \\ G \in AO \subset (ACM) \end{cases} \Rightarrow G = NP \cap (ACM).$$

Bài 2. Một vận động viên có chiều cao 1m75 thực hiện ném tạ với vận tốc ban đầu $v_0 = 30\text{m/s}$. Đạt thành tích 15m. Gọi α là góc ném của vận động viên hợp với mặt đất (tham khảo hình vẽ). Coi gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Tính giá trị của $|\cos 2\alpha|$.



Hướng dẫn giải. Quỹ đạo của tạ khi ném xiên là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x + y_0$.

Thành tích của vận động viên đạt được là giá trị của hoành độ x_0 sao cho $y(x_0) = 0$.

$$\text{Khi đó ta có: } -\frac{10}{2 \cdot 30^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot 15^2 + \tan \alpha \cdot 15 + 1,75 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1,25}{\cos^2 \alpha} + 15 \tan \alpha + 1,75 = 0 \Leftrightarrow -1,25(\tan^2 \alpha + 1) + 15 \tan \alpha + 1,75 = 0$$

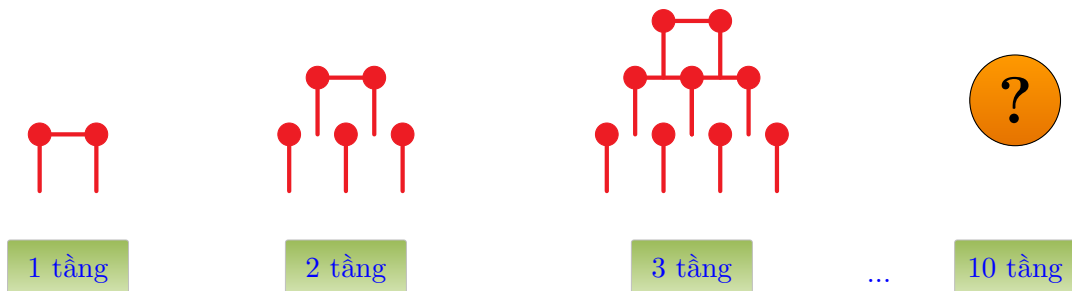
$$\Leftrightarrow -1,25 \tan^2 \alpha + 15 \tan \alpha + 0,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{30 + \sqrt{910}}{5} \text{ (TM)} \\ \tan \alpha = \frac{30 - \sqrt{910}}{5} \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{2}{\tan^2 \alpha + 1} - 1.$$

$$\text{Với } \tan \alpha = \frac{30 + \sqrt{910}}{5} \text{ suy ra } |\cos 2\alpha| \approx 0,99.$$

Bài 3. Bạn An và bạn Bình chơi trò xếp tháp bằng que diêm được mô tả như hình dưới đây.

Để xếp tháp 10 tầng hai bạn phải chuẩn bị ít nhất bao nhiêu que diêm?



Hướng dẫn giải. Cách 1.

Để xếp tháp 1 tầng An và Bình phải chuẩn bị $2 + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 2 tầng An và Bình phải chuẩn bị $4 + 3 + 2 + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 3 tầng An và Bình phải chuẩn bị $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ (que diêm).

...

Để xếp tháp k tầng An và Bình phải chuẩn bị $2k + (2k - 1) + \dots + 1$ (que diêm).

Để xếp tháp 10 tầng An và Bình phải chuẩn bị $20 + 19 + \dots + 1 = \frac{(20 + 1) \cdot 20}{2} = 210$ (que diêm).

Cách 2.

Nhận xét: Số que diêm ở tầng sau bằng số que diêm ở tầng trước cộng thêm 4.

Tầng 1 cần 3 que diêm.

Tầng 2 cần 7 que diêm.

Tầng 3 cần 11 que diêm.

...

Số que diêm ở các tầng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$.

Suy ra $S_{10} = \frac{(2u_1 + 9d) \cdot 10}{2} = \frac{(6 + 36) \cdot 10}{2} = 210$ (que diêm).

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 7

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. (C) $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có: $\cos \frac{37\pi}{12} = \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \frac{\pi}{12}$.

$$\text{Mà } \cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy } \cos \frac{37\pi}{12} = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

❖ **Câu 2.** Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng

- (A) $(0; \pi)$. (B) $(\pi; 2\pi)$. (C) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (D) $(-\pi; 0)$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên các khoảng dạng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.
Với $k = 0$, hàm số nghịch biến trên $(0; \pi)$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ là

- (A) $\emptyset$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $[-1; +\infty)$. (D) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Điều kiện xác định: $1 + \cos 2x \geq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \geq -1$.

Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên bất đẳng thức trên luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R}$.

❖ **Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 5.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- (A) $u_n = \frac{1}{2^n}$. (B) $u_n = \frac{1}{n}$.
(C) $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. (D) $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Xét dãy $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$, ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)-1}{(n+1)+1} - \frac{2n-1}{n+1} = \frac{2n+1}{n+2} - \frac{2n-1}{n+1} = \frac{(2n+1)(n+1) - (2n-1)(n+2)}{(n+2)(n+1)} = \frac{3}{(n+2)(n+1)} > 0$ với mọi $n \geq 1$. Vậy đây là dãy số tăng.

❖ **Câu 6.** Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân.

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) ± 2 .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Leftrightarrow 160 = 5 \cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$.

❖ **Câu 7.** Biết bốn số 5; x ; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x + 2y$ bằng

- (A) 50. (B) 70. (C) 30. (D) 80.

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì 5, x , 15 lập thành CSC nên $2x = 5 + 15 = 20 \Rightarrow x = 10$.

Công sai $d = x - 5 = 10 - 5 = 5$.

Số hạng tiếp theo $y = 15 + d = 15 + 5 = 20$.

Giá trị $3x + 2y = 3(10) + 2(20) = 30 + 40 = 70$.

❖ **Câu 8.** Xét dãy số (u_n) là dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó khi chia cho 5 dư 1. Ba số hạng đầu của dãy số là?

- (A) 1; 5; 11. (B) 1; 6; 11. (C) 0; 6; 11. (D) 1; 6; 12.

➤ *Hướng dẫn giải.* Các số nguyên dương chia cho 5 dư 1 lần lượt là: 1, 6, 11, 16, ...

Ba số hạng đầu là 1; 6; 11.

❖ **Câu 9.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

❖ **Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2; d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- (A) 226. (B) 225. (C) 223. (D) 224.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 2018 = 2 + (n - 1)9 \Leftrightarrow 2016 = 9(n - 1) \Leftrightarrow n - 1 = 224 \Leftrightarrow n = 225$.

❖ **Câu 11.** Dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng thứ ba của dãy số bằng?

- (A) 2. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

➤ *Hướng dẫn giải.* $u_1 = 1$.

$u_2 = u_1 + 2 = 1 + 2 = 3$.

$u_3 = u_2 + 2 = 3 + 2 = 5$.

❖ **Câu 12.** Rút gọn biểu thức $M = \cos(a + b) \cos(a - b) - \sin(a + b) \sin(a - b)$, ta được

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

(A) $M = \sin 4a.$

(B) $M = 1 - 2\cos^2 a.$

(C) $M = 1 - 2\sin^2 a.$

(D) $M = \cos 4a.$

 **Hướng dẫn giải.** Áp dụng công thức $\cos X \cos Y - \sin X \sin Y = \cos(X + Y)$, ta có:

$$M = \cos[(a + b) + (a - b)] = \cos 2a = 1 - 2\sin^2 a.$$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ n sử dụng.

- a) $u_2 = 630.$
- b) Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 50.$
- c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.
- d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

 **Hướng dẫn giải.**

- a) Giá của chiếc ô tô trong năm thứ 2 là $u_2 = u_1 + d = 680 - 50 = 630$ triệu đồng.
 $\Rightarrow$ **Phát biểu a) Đúng.**
- b) Vì giá trị xe giảm dần mỗi năm nên công sai phải âm: $d = -50.$
 $\Rightarrow$ **Phát biểu b) Sai.**
- c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng tương ứng với số hạng thứ 4 của dãy số (u_4) :
 $u_4 = u_1 + 3d = 680 - 3 \cdot 50 = 530$ triệu đồng.
Vì $530 > 500$ nên khẳng định này đúng.
 $\Rightarrow$ **Phát biểu c) Đúng.**
- d) Một nửa giá trị ban đầu là $680 : 2 = 340$ triệu đồng.
Xét bất phương trình $u_n < 340$:

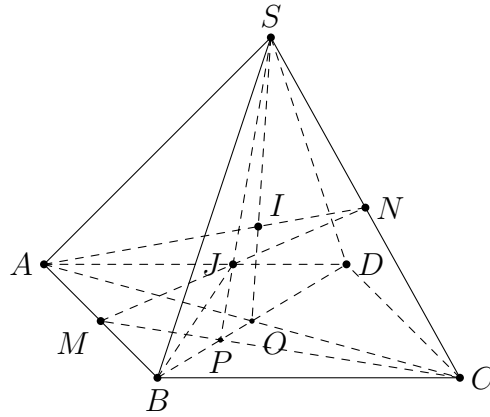
$$\begin{aligned}u_1 + (n - 1)d &< 340 \\ \Leftrightarrow 680 + (n - 1) \cdot (-50) &< 340 \\ \Leftrightarrow -50n + 730 &< 340 \\ \Leftrightarrow 50n &> 390 \Leftrightarrow n > 7,8.\end{aligned}$$

Vì n nguyên dương nên giá trị nhỏ nhất là $n = 8$. Vậy sau ít nhất 8 năm thì giá xe nhỏ hơn một nửa giá ban đầu.

$\Rightarrow$ **Phát biểu d) Đúng.**

 **Bài 2.** Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- b) Giao điểm I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO .
- c) Giao điểm J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD .
- d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.



Hướng dẫn giải. a. SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$ nên $O \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b. Tìm giao điểm I của AN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $I = SO \cap AN$.

Ta có:
$$\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD).$$

Vậy I nằm trên đường thẳng SO . Khẳng định b đúng.

c. Tìm giao điểm J của MN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = CM \cap BD$.

Trong mặt phẳng (SCM) , gọi $J = MN \cap SP$.

Ta có:
$$\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD).$$

Điểm J nằm trên đường thẳng SP , không nhất thiết nằm trên SD . Khẳng định c sai.

d. Chứng minh I, J, B thẳng hàng:

Dễ thấy $B \in (ABN) \cap (SBD)$. (1)

Ta có:
$$\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD). \quad (2)$$

Tương tự:
$$\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD). \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra B, I, J cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SBD) nên ba điểm này thẳng hàng.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Một thiết bị đo nhiệt độ môi trường ghi nhận sự thay đổi nhiệt độ theo ngày. Nhiệt độ T (tính bằng độ C, so với nhiệt độ trung bình) được mô hình hóa bởi hàm số theo thời gian t (tính bằng ngày) như sau: $T(t) = 15 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì chu kỳ biến đổi nhiệt độ này lại lặp lại hoàn toàn?

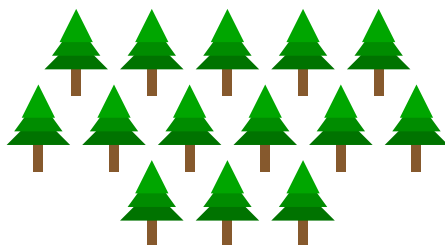
Hướng dẫn giải. Hàm số $T(t) = 15 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ có dạng $y = A \cos(\omega t + \varphi)$ với $\omega = \frac{\pi}{12}$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Chu kỳ biến đổi của nhiệt độ là: $P = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 24$ (ngày).

Vậy sau 24 ngày thì chu kỳ biến đổi nhiệt độ này lại lặp lại hoàn toàn.

Bài 2. Người ta trồng 440 cây theo dạng một hình thang cân như sau: hàng thứ nhất trồng 3 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 7 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính tất cả số hàng cây được trồng?



Hướng dẫn giải. Số cây ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$.

Gọi n là tổng số hàng cây được trồng. Tổng số cây là $S_n = 440$.

Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$.

Ta có phương trình: $440 = \frac{n}{2}[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 2] \Leftrightarrow 440 = n(3 + n - 1) \Leftrightarrow 440 = n(n+2) \Leftrightarrow n^2 + 2n - 440 = 0$.

Giải phương trình ta được $n = 20$ hoặc $n = -22$ (loại vì $n > 0$).

Vậy có tất cả 20 hàng cây được trồng.

Bài 3. Một chiếc đèn trang trí hình tròn được chia thành 40 phần bằng nhau, mỗi phần có một bóng đèn LED nhỏ. Khi bật chế độ hiệu ứng, các bóng đèn này sẽ sáng lần lượt. Nếu hiệu ứng làm sáng 5 bóng đèn liên tiếp, thì tổng số đo góc (tính theo độ) mà 5 bóng đèn đó chiếm trên vòng tròn là bao nhiêu?

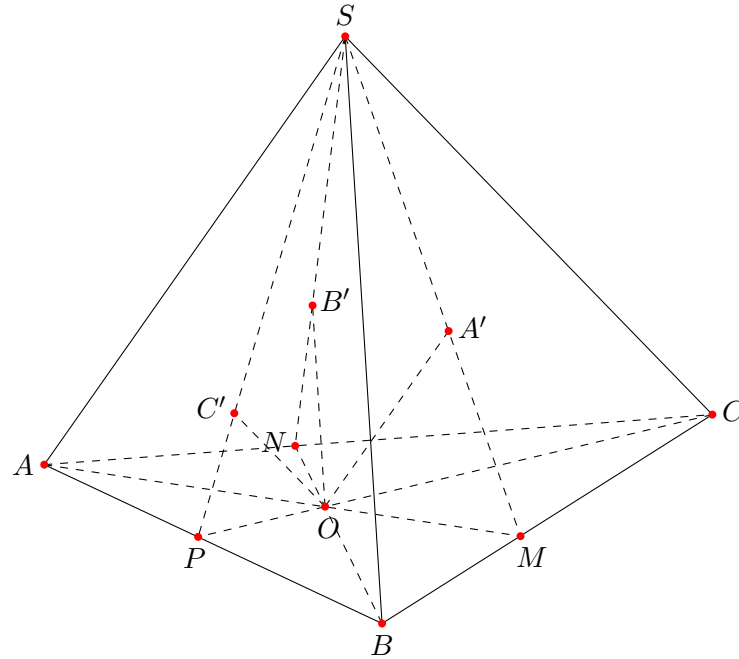
Hướng dẫn giải. Đường tròn có tổng số đo góc là 360° .

Vì đường tròn được chia thành 40 phần bằng nhau nên số đo góc ứng với mỗi phần (mỗi bóng đèn) là: $\frac{360^\circ}{40} = 9^\circ$.

Tổng số đo góc mà 5 bóng đèn liên tiếp chiếm trên vòng tròn là: $5 \cdot 9^\circ = 45^\circ$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$

theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỉ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC , BO và AC , CO và AB .

Vì $OA' \parallel SA$ và $O \in AM, A' \in SM$, theo định lý Thales ta có: $\frac{OA'}{SA} = \frac{MO}{MA} = \frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự, với $OB' \parallel SB$ và $OC' \parallel SC$, ta có: $\frac{OB'}{SB} = \frac{NO}{NB} = \frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$ và $\frac{OC'}{SC} = \frac{PO}{PC} = \frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$.

Cộng ba tỉ số trên ta được: $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC} = \frac{S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , chọn điểm có tọa độ $(O; y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

trong đó:

- ◇ g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8 \text{ m/s}^2$).
- ◇ α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất).
- ◇ v_0 là vận tốc ban đầu của cầu.
- ◇ y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68 \text{ m}$. Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7 \text{ m}$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là 8 m/s , bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng).

 **Hướng dẫn giải.** Với $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, vận tốc ban đầu $v_0 = 8 \text{ m/s}$ thì phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y = \frac{-9,8 \cdot x^2}{2 \cdot 8^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$$

Khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là 6,68 m nghĩa là tại $x = 6,68 \text{ m}$ thì $y = 0$.

$$\text{Ta có: } \frac{-9,8 \cdot (6,68)^2}{128 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot (6,68) + 0,7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9,8 \cdot (6,68)^2}{128} (1 + \tan^2 \alpha) + \tan(\alpha) \cdot (6,68) + 0,7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha \approx 1,378 \\ \tan \alpha \approx 0,576 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \approx 54,04^\circ \\ \alpha \approx 29,97^\circ \end{cases}$$

Vậy người chơi đã phát cầu một góc gần 54° hoặc gần 30° so với mặt đất.

 **Bài 2.** Công ty A đề xuất 2 phương án trả lương để người lao động chọn như sau:

Phương án 1: Người lao động sẽ nhận 45.000.000 đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ tăng thêm 3.000.000 đồng so với năm trước đó.

Phương án 2: Người lao động sẽ nhận mức lương 7.000.000 đồng cho quý làm việc đầu và kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 500.000 đồng so với quý trước đó.

Hỏi sau 10 năm số tiền lương mà người lao động nhận được theo mỗi phương án là bao nhiêu?

 **Hướng dẫn giải.** **Phân tích:**

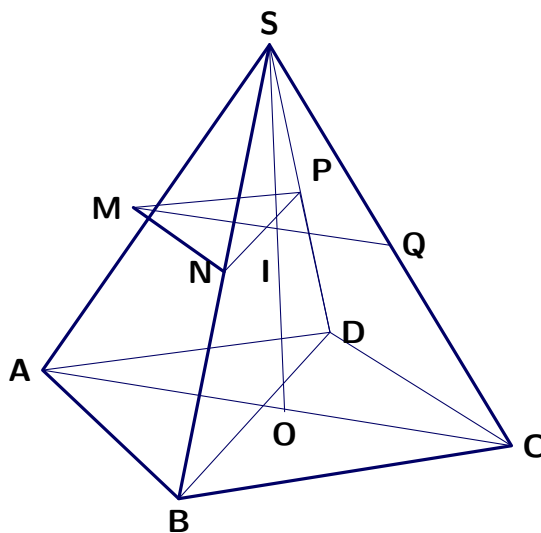
Ta thấy ở phương án 1: mức lương ở mỗi năm lập thành một cấp số cộng, với $u_1 = 45$ (triệu đồng), $n = 10$ (năm), công sai $d = 3$ (triệu đồng).

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 5 \cdot [2 \cdot 45 + 9 \cdot 3] = 585 \text{ triệu đồng.}$$

Ở phương án 2: mức lương ở mỗi quý lập thành một cấp số cộng, với $u_1 = 7$ (triệu đồng), $n = 40$ (quý), công sai $d = 0,5$ (triệu đồng).

$$\text{Vậy } S_{40} = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 20 \cdot [2 \cdot 7 + 39 \cdot 0,5] = 670 \text{ triệu đồng.}$$

 **Bài 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy M, N, P lần lượt là các điểm trên SA, SB, SD . Tìm giao điểm Q của SC với mặt phẳng (MNP) .



Tìm giao điểm của SO với (MNP) :

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $I = SO \cap NP$.

Mà $NP \subset (MNP) \Rightarrow I \in (MNP)$.

Trong (SAC) , gọi $Q = SC \cap MI$, mà $MI \subset (MNP) \Rightarrow Q = SC \cap (MNP)$.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 8

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

(A) 1; 2; 4; 8; 16.

(B) 1; 0, 2; 0, 04; 0, 0008.

(C) 1; 2; 3; 4.

(D) 2; 22; 222; 2222.

➤ **Hướng dẫn giải.** Dãy số: 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$; công bội $q = 2$.

❖ **Câu 2.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:



(A) $a // b$.

(B) a, b chéo nhau.

(C) a, b cắt nhau.

(D) $a // b$ hoặc a, b chéo nhau.

➤ **Hướng dẫn giải.** Vì $a // (\alpha)$ nên tồn tại đường thẳng $c \subset (\alpha)$ thỏa mãn $a // c$. Suy ra b, c đồng phẳng và xảy ra các trường hợp sau:

- Nếu b song song hoặc trùng với c thì $a // b$.

- Nếu b cắt c thì b cắt mặt phẳng chứa a và c , do đó a, b không đồng phẳng. Vậy a, b chéo nhau.

❖ **Câu 3.** Đẳng thức nào sau đây Sai?

(A) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

(B) $\cos 2a = 2 \sin a \cos a$.

(C) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

(D) $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Các đáp án A, C, D đúng theo công thức lượng giác của $\cos 2a$. Đáp án B sai vì $2 \sin a \cos a = \sin 2a$.

❖ **Câu 4.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó

(A) $a // b$.

(B) $a // b$ hoặc a, b chéo nhau.

(C) a, b cắt nhau.

(D) a, b chéo nhau.

➤ **Hướng dẫn giải.** Do $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$ nên a và b không có điểm chung. Suy ra chúng song song hoặc chéo nhau.

❖ **Câu 5.** Biết $\tan \alpha = 2$ và $-\pi < \alpha < 0$. Tính $\cos \alpha$.

(A) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

(B) $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

(C) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

(D) $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$

Vì $\tan \alpha > 0$ nên $\sin \alpha, \cos \alpha$ cùng dấu. Mà $-\pi < \alpha < 0$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$

❖ Câu 6. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- (A) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng..
- (B) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
- (C) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
- (D) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn vô số điểm chung khác nữa..

Hướng dẫn giải. Khẳng định C sai vì nếu hai mặt phẳng trùng nhau thì chúng có vô số đường thẳng chung chứ không phải duy nhất một đường.

❖ Câu 7. Xét góc lượng giác $(OA; OM) = \alpha$ trong đó M là điểm không nằm trên các trục tọa độ Ox và Oy . Khi đó M thuộc góc phần tư nào để $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ cùng dấu?

- (A) (II) và (III). (B) (I) và (IV).
- (C) (I) và (III). (D) (I) và (II).

Hướng dẫn giải. Để $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ cùng dấu thì điểm M phải thuộc góc phần tư (I) (cùng dương) và (III) (cùng âm).

❖ Câu 8. Tập giá trị của hàm số $y = 4 \sin x$ là

- (A) $[-4; 4]$. (B) $[-2; 2]$. (C) $[-1; 1]$. (D) $[-6; 6]$.

Hướng dẫn giải. Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -4 \leq 4 \sin x \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy tập giá trị là $[-4; 4]$.

❖ Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1} ?

- (A) $u_{n+1} = 3^n + 3$. (B) $u_{n+1} = 3(n + 1)$.
- (C) $u_{n+1} = 3^n + 1$. (D) $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

❖ Câu 10. Phương trình $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) vô nghiệm.
- (C) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. $3 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

❖ Câu 11. Phương trình $\cos x = 2$ có số nghiệm là

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) vô số.

Hướng dẫn giải. Do $-1 \leq \cos x \leq 1$. Mà $2 \notin [-1; 1]$ nên phương trình $\cos x = 2$ vô nghiệm.

❖ Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = 2 \cos x - 1$ là:

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.
- (C) $D = \mathbb{R}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = 2 \cos x - 1$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy $D = \mathbb{R}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$, khi đó:

- Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.
- Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$.
- Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.
- Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải. Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{\frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8}\right\}.$$

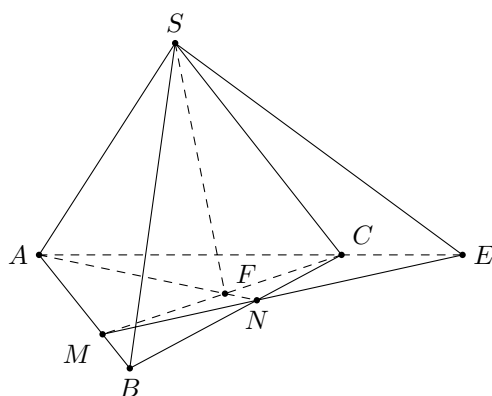
$$\text{Với } x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{3\pi}{8} \approx 0,92; \text{ với } x = \frac{11\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{11\pi}{8} \approx -0,92.$$

$$\text{Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: } \left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{3\pi}{8}\right), \left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{11\pi}{8}\right).$$

Bài 2. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:

- Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .
- Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

Hướng dẫn giải.



- Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC . Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.
Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

c. Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

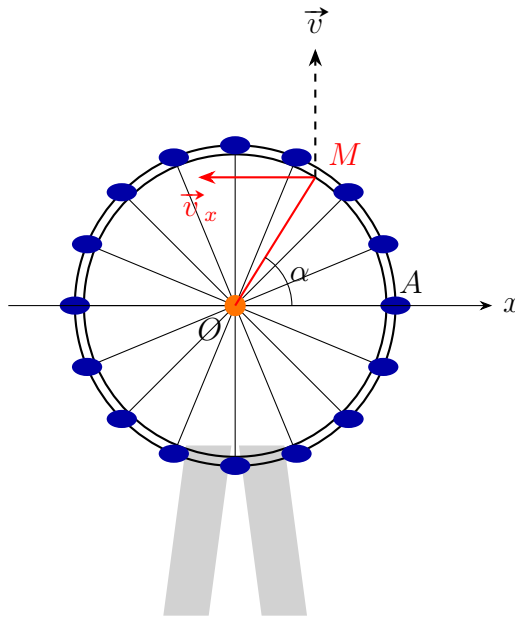
Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

d. Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm F của AN và MC . Ta có S và F là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) .

Suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (Ox, OM)$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (Hình bên). Dựa vào đồ thị hàm số sin, biết trong vòng quay đầu tiên ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$) góc α thuộc các khoảng $(a; b)$ và $(c; d)$ thì v_x tăng. Hãy cho biết $a + b + c + d$ có giá trị bằng bao nhiêu?



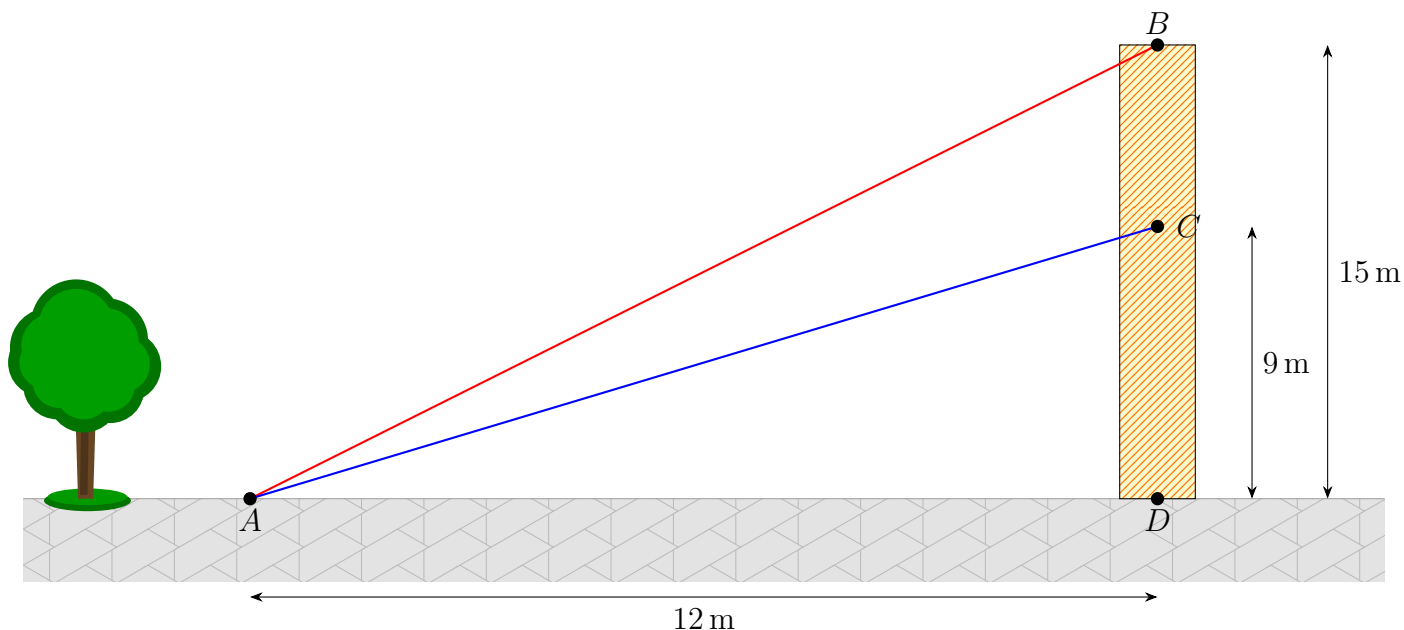
Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, trong vòng quay đầu tiên ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$), hàm số v_x tăng khi:
 $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ hoặc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Suy ra $a = 0, b = \frac{\pi}{2}, c = \frac{3\pi}{2}, d = 2\pi$.

Vậy $a + b + c + d = 0 + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + 2\pi = 4\pi$.

Bài 2. Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tìm góc nhọn $\alpha = \widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (làm tròn đến hàng phần chục,

đơn vị độ).



Hướng dẫn giải. Xét các tam giác vuông ABD và ACD tại D , ta có:

$$\tan \widehat{BAD} = \frac{BD}{AD} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}.$$

$$\tan \widehat{CAD} = \frac{CD}{AD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}.$$

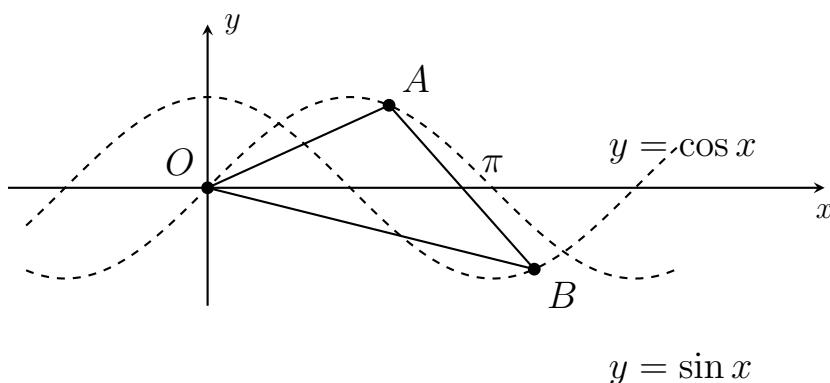
$$\text{Ta có } \alpha = \widehat{BAC} = \widehat{BAD} - \widehat{CAD}.$$

Áp dụng công thức cộng:

$$\tan \alpha = \tan(\widehat{BAD} - \widehat{CAD}) = \frac{\tan \widehat{BAD} - \tan \widehat{CAD}}{1 + \tan \widehat{BAD} \cdot \tan \widehat{CAD}} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{31}{16}} = \frac{8}{31}.$$

$$\text{Vì } \alpha \text{ nhọn nên } \alpha = \arctan\left(\frac{8}{31}\right) \approx 14,5^\circ.$$

Bài 3. Giả sử A, B là các điểm lần lượt nằm trên các đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ sao cho tam giác OAB nhận điểm $G\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ làm trọng tâm. Tính diện tích S của tam giác OAB , biết $x_A \in [0; 2\pi]$. Làm tròn đến hàng phần trăm.



Hướng dẫn giải. Gọi $A(x_A; \sin x_A)$ và $B(x_B; \cos x_B)$. Vì G là trọng tâm $\triangle OAB$ nên:

$$\begin{cases} x_O + x_A + x_B = 3x_G \\ y_O + y_A + y_B = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = \pi \\ \sin x_A + \cos x_B = \sqrt{2} \end{cases}$$

Thay $x_B = \pi - x_A$ vào phương trình dưới: $\sin x_A + \cos(\pi - x_A) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x_A - \cos x_A = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x_A - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x_A - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

$$\text{Với } x_A \in [0; 2\pi] \Rightarrow x_A - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_A = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{Suy ra } A\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

$$\text{Diện tích } S_{OAB} = \frac{1}{2}|x_A y_B - x_B y_A| = \frac{1}{2}\left|\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{2\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\pi\sqrt{2}}{8} \approx 0,56.$$

Bài 4. Kiến vàng là loài kiến có lợi trong nông học, sinh học. Nó giúp nhà nông ngăn ngừa côn trùng, giảm sử dụng các loại thuốc trừ sâu. Ở đồng bằng sông Cửu Long, nhà nông thường tách đàn kiến sang cây trồng khác để bảo vệ cây. Giả sử một đàn kiến vàng có 4 000 con vào đầu tháng 6 năm 2018, mỗi tháng đàn kiến tăng thêm 900 con. Một nhà nông muốn tách đàn khi đàn kiến đạt khoảng 20 000 con. Sau bao nhiêu tháng thì người đó có thể tách đàn? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Số lượng kiến sau mỗi tháng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 4\,000$ và công sai $d = 900$.

Số lượng kiến sau n tháng là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Theo đề bài, ta cần tìm n sao cho $u_n \geq 20\,000$:

$$4\,000 + (n - 1) \cdot 900 \geq 20\,000 \Leftrightarrow (n - 1) \cdot 900 \geq 16\,000 \Leftrightarrow n - 1 \geq \frac{160}{9} \approx 17,78 \Leftrightarrow n \geq 18,78.$$

Vậy sau khoảng 19 tháng thì người đó có thể tách đàn.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình lượng giác $\cos(2x + 20^\circ) = \sin(50^\circ - x)$.

Hướng dẫn giải. Ta có:

$$\begin{aligned} \cos(2x + 20^\circ) = \sin(50^\circ - x) &\Leftrightarrow \cos(2x + 20^\circ) = \cos[90^\circ - (50^\circ - x)] \\ &\Leftrightarrow \cos(2x + 20^\circ) = \cos(40^\circ + x) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 20^\circ = 40^\circ + x + k360^\circ \\ 2x + 20^\circ = -(40^\circ + x) + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20^\circ + k360^\circ \\ 3x = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20^\circ + k360^\circ \\ x = -20^\circ + k120^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 20^\circ + k360^\circ$ và $x = -20^\circ + k120^\circ$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Bài 2. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $f(x) = x \sin 3x$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

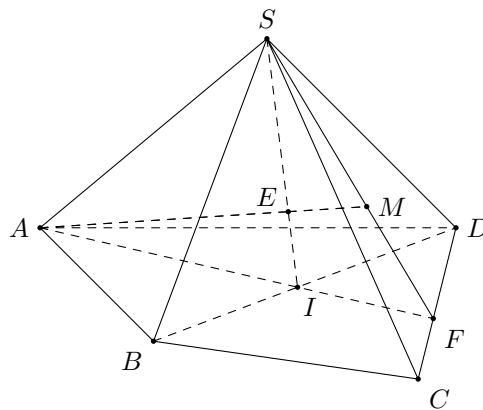
Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và:

$$f(-x) = (-x) \cdot \sin(3 \cdot (-x)) = (-x) \cdot \sin(-3x) = (-x) \cdot (-\sin 3x) = x \sin 3x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có điểm M nằm trong tam giác SCD . Tìm giao điểm của AM và (SBD) .

Hướng dẫn giải.



Trong mặt phẳng (SCD) : Gọi $F = SM \cap CD$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: Gọi $I = AF \cap BD$.

Vì $I \in BD$ mà $BD \subset (SBD)$ nên suy ra $I \in (SBD)$.

Trong mặt phẳng (SAF) : Gọi $E = SI \cap AM$.

Ta có: $E \in SI$ mà $SI \subset (SBD)$ nên suy ra $E \in (SBD)$.

$$\left. \begin{array}{l} E \in (SBD) \\ E \in AM \end{array} \right\} \Rightarrow E = AM \cap (SBD).$$

Vậy E là giao điểm của AM và (SBD) .

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đồ thị hàm số $f(x) = \cos x + 1$ đi qua điểm nào sau đây?

- (A) $(0; 2)$. (B) $(\frac{\pi}{2}; 0)$. (C) $(-\frac{\pi}{2}; 0)$. (D) $(0; 1)$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Thay $x = 0$ vào hàm số ta có $f(0) = \cos 0 + 1 = 1 + 1 = 2$. Vậy đồ thị đi qua điểm $(0; 2)$.

❖ **Câu 2.** Rút gọn biểu thức $M = \frac{\cos 2x}{\sin x} + \frac{\sin 2x}{\cos x}$ ta được kết quả là

- (A) $M = \frac{1}{\cos x}$. (B) $M = 1$.
(C) $M = \frac{1}{\sin x}$. (D) $M = \frac{\cos 3x}{\sin x \cdot \cos x}$.

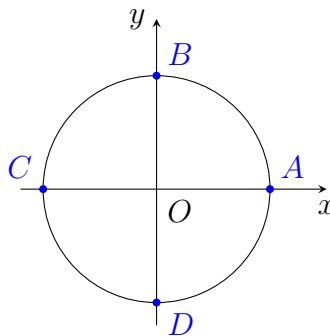
➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có: $M = \frac{\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x}{\sin x \cos x} = \frac{\cos(2x - x)}{\sin x \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x}$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $[0; 1]$. (C) $[-2; 2]$. (D) $[-1; 1]$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \sin u$ luôn xác định với mọi $u \in \mathbb{R}$. Do đó tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

❖ **Câu 4.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A; B; C; D$ nằm trên đường tròn lượng giác như hình vẽ. Khi đó, điểm B biểu diễn các góc lượng giác nào?



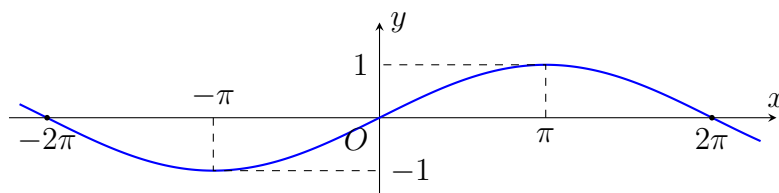
- (A) $-\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $-\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Điểm B nằm trên trục tung dương, tương ứng với góc $\frac{\pi}{2}$. Vì là đường tròn lượng giác nên các góc biểu diễn tại B có dạng $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 5.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

kê ở bốn phương án A, B, C, D?



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = -\cos \frac{x}{4}$.

(B) $y = \sin \frac{x}{2}$.

(C) $y = \sin \left(-\frac{x}{2}\right)$.

(D) $y = \cos \frac{x}{2}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0,0)$ nên có thể là hàm sin. Đồ thị đạt cực đại tại $x = \pi$ với $y = 1$. Thay $x = \pi$ vào $y = \sin \frac{x}{2}$ ta được $y = \sin \frac{\pi}{2} = 1$. Vậy hàm số là $y = \sin \frac{x}{2}$.

❖ **Câu 6.** Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

(A) 1.

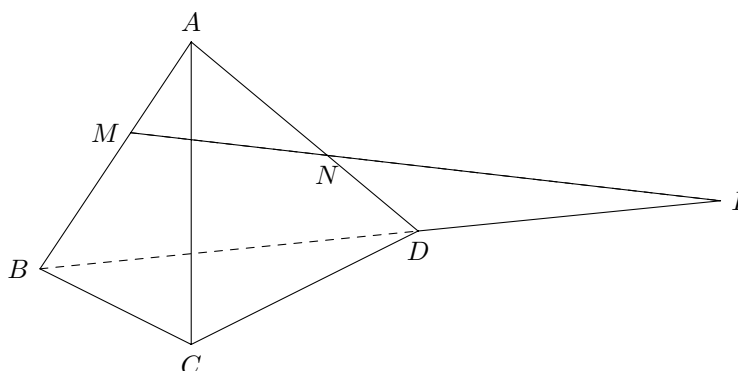
(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

Hướng dẫn giải. Hai đường thẳng phân biệt trong không gian có 3 vị trí tương đối: song song, cắt nhau (cùng thuộc một mặt phẳng) hoặc chéo nhau (không cùng thuộc một mặt phẳng).

❖ **Câu 7.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I **không** thuộc mặt phẳng nào sau đây?



(A) (ABD) .

(B) (CMN) .

(C) (ACD) .

(D) (BCD) .

Hướng dẫn giải. Vì $I \in BD$ nên $I \in (BCD)$ và $I \in (ABD)$. Vì $I \in MN$ nên $I \in (CMN)$. Điểm I nằm ngoài mặt phẳng (ACD) .

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_2 .

(A) $u_2 = 1$.

(B) $u_2 = 2$.

(C) $u_2 = \frac{2}{3}$.

(D) $u_2 = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_2 = \frac{1}{3}(u_1 + 1) = \frac{1}{3}(2 + 1) = 1$.

❖ **Câu 9.** Tìm các giá trị của x sao cho các số $x + 1, 2x^2 + 3, 5x + 3$ lập thành cấp số cộng.

(A) $x = \frac{1}{2}$ và $x = -1$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = \frac{1}{2}$ và $x = 1$.

(D) $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -1$.

Hướng dẫn giải. Ba số lập thành cấp số cộng khi: $2(2x^2+3) = (x+1) + (5x+3) \Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 2 =$

$$0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 10. Tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

(A) $\frac{3^{2019} - 1}{2}$.

(B) $\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

(C) $\frac{3^{2020} - 1}{2}$.

(D) $-\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Đây là tổng 2019 số hạng đầu của cấp số nhân có $u_1 = 1, q = 3$: $S = \frac{1 \cdot (3^{2019} - 1)}{3 - 1} = \frac{3^{2019} - 1}{2}$.

Câu 11. Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $\sin \alpha > 0$.

(B) $\cos \alpha > 0$.

(C) $\cot \alpha > 0$.

(D) $\tan \alpha < 0$.

Hướng dẫn giải. Với $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ thì α thuộc góc phần tư thứ nhất (tương ứng với khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$).

Trong khoảng này, ta có $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0, \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$.

Vậy khẳng định $\tan \alpha < 0$ là sai.

Câu 12. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

(A) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

(B) $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

(C) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

(D) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Hướng dẫn giải. Ta có các công thức lượng giác cơ bản:

- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$. Suy ra các phương án A và D đúng.

- $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. Suy ra phương án C đúng. Vậy công thức $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ là sai.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

♦ Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

♦ Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó.

Khi đó:

a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.

b) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.

c) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ và $u_1 = 5$

triệu.

d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.

Hướng dẫn giải.

◇ Đợt 1: Dãy số tiền mỗi tháng lập thành cấp số cộng với $d = 2$.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d \Rightarrow 21 = u_1 + 9 \cdot 2 \Rightarrow u_1 = 3$. Câu a) Đúng.

Tổng số tiền đợt 1: $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}[6 + (n-1)2] = n^2 + 2n$.

Theo đề $S_n = 624 \Rightarrow n^2 + 2n - 624 = 0 \Rightarrow n = 24$.

Vậy đợt 1 kéo dài 24 tháng. Câu b) Sai.

◇ Đợt 2: Số tiền mỗi tháng lập thành cấp số nhân với $v_1 = 5, q = 2$. Câu c) Đúng.

Số tiền còn thiếu: $1259 - 624 = 635$ triệu.

Gọi m là số tháng đợt 2: $S'_m = v_1 \frac{q^m - 1}{q - 1} = 5(2^m - 1)$.

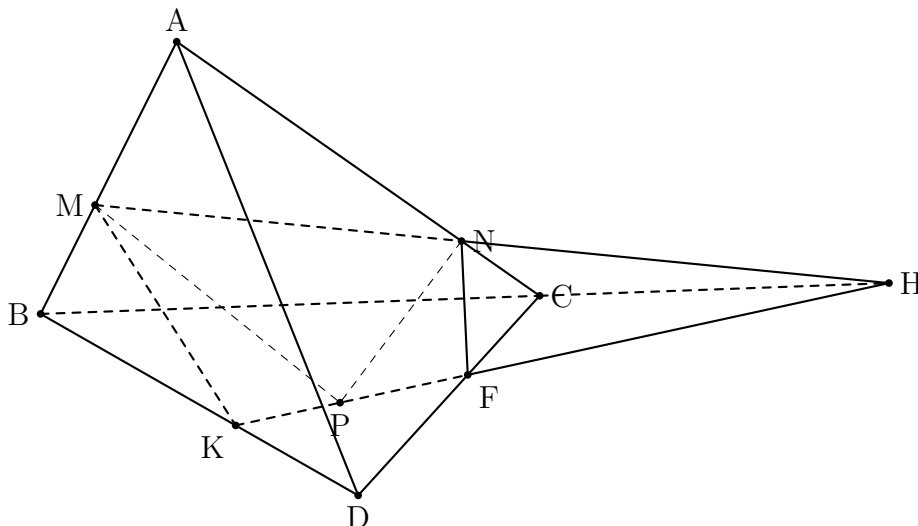
Ta có $5(2^m - 1) \geq 635 \Leftrightarrow 2^m - 1 \geq 127 \Leftrightarrow 2^m \geq 128 \Leftrightarrow m \geq 7$.

Tổng thời gian ít nhất: $24 + 7 = 31$ tháng. Câu d) Đúng.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle BCD$. Khi đó:

- $MN = (MNP) \cap (ABC)$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC .

Hướng dẫn giải.



- a) Đúng, vì M, N thuộc cả (MNP) và (ABC) .
- b) Đúng, gọi $H = MN \cap BC$, khi đó giao tuyến là HP cắt BC tại H .
- c) Sai, giao tuyến $(MNP) \cap (ABD)$ là MK với $K = HP \cap BD$.
- d) Sai, giao tuyến $(MNP) \cap (ACD)$ là NF với $F = HP \cap CD$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-a - b\sqrt{a}}{10}$, ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị $a + b$.

Hướng dẫn giải. Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}.$$

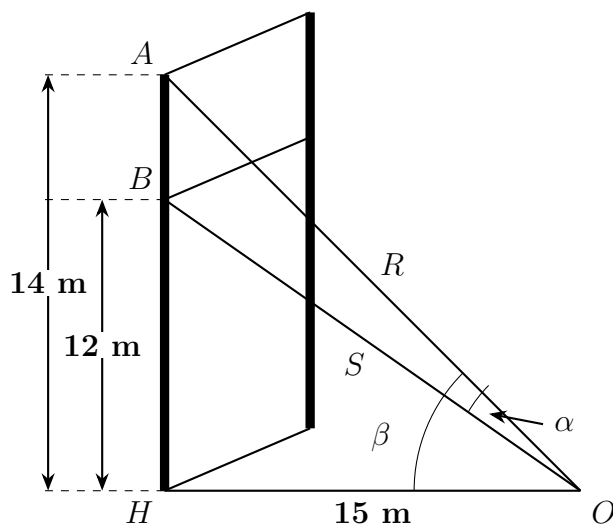
Khai triển công thức cộng:

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-3 - 4\sqrt{3}}{10}.$$

Đối chiếu với đề bài $\frac{-a - b\sqrt{a}}{10}$, ta có $a = 3$ và $b = 4$.

$$\text{Vậy } a + b = 3 + 4 = 7.$$

Bài 2. Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m (Hình vẽ). Tính $\tan \alpha$, ở đó α là góc giữa hai sợi cáp trên (làm tròn đến một chữ số thập phân).



Hướng dẫn giải. Xét $\triangle AOH$ vuông tại H , ta có: $\tan \beta = \frac{AH}{HO} = \frac{14}{15}$.

Đặt $\widehat{BOH} = \gamma$.

Xét $\triangle BOH$ vuông tại H , ta có: $\tan \gamma = \frac{BH}{HO} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\beta - \widehat{BOH}) = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \tan \gamma} \\ &= \frac{\frac{14}{15} - \frac{4}{5}}{1 + \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{131}{75}} = \frac{10}{131}. \end{aligned}$$

Vậy $\tan \alpha \approx 0,1$. Đáp án: 0,1.

Bài 3. Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

là “Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay”. Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Hỏi sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả bao nhiêu điều ước.

Hướng dẫn giải. Ngày thứ nhất Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ hai Aladin ước $2 \cdot 3$ điều.

Ngày thứ ba Aladin ước $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ điều.

Ngày thứ tư Aladin ước $2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ điều.

...

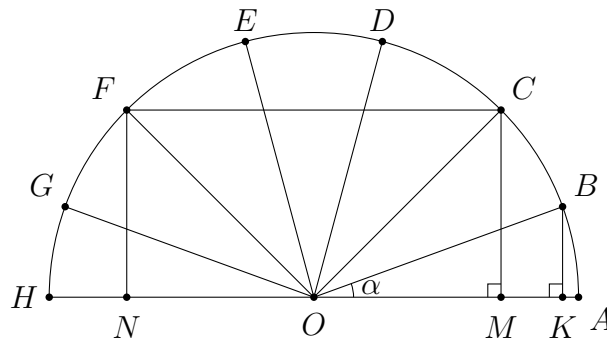
Ngày thứ 10 Aladin ước $2^9 \cdot 3$ điều.

Sau 10 ngày Aladin đã ước:

$$S = 3(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9) = 3(1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512) = 3069.$$

Vậy Aladin ước tất cả 3069 điều ước.

Bài 4. Đèo Hải Vân là ranh giới tự nhiên của thành phố Đà Nẵng và tỉnh Thừa Thiên Huế. Trong kiến trúc, đường hầm là hình nửa đường tròn để có thể chịu lực tốt. Trong hình bên, cổng Đèo Hải Vân được ghép bởi sáu cung vật liệu tốt chịu lực tốt hai bên tạo thành các cung AB, BC, CD, EF, FG, GH bằng nhau và một cung vật liệu tốt chốt ở đỉnh. Cho $AH = 18$ m, $BK = 4,3$ m. Biết rằng hình chữ nhật $MNFC$ có MN là chiều rộng của hai làn xe, CM là chiều cao cho phép của các xe lưu thông. Tính chiều cao CM cho phép của các xe lưu thông (làm tròn đến một chữ số thập phân).



Hướng dẫn giải. Đường hầm là hình nửa đường tròn đường kính $AH = 18$ m $\Rightarrow$ Bán kính $R = OA = OB = OC = 9$ m.

Xét tam giác vuông OBK , ta có: $\sin \widehat{AOB} = \frac{BK}{OB} = \frac{4,3}{9}$.

Vì các cung AB, BC, CD bằng nhau nên các góc ở tâm bằng nhau: $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \dots$

Khi đó $\alpha = \widehat{AOC} = 2 \cdot \widehat{AOB}$.

Chiều cao CM của xe lưu thông chính là đoạn thẳng vuông góc từ C xuống OA :

$$CM = OC \cdot \sin \alpha = R \cdot \sin(2\widehat{AOB}) = R \cdot 2 \sin \widehat{AOB} \cos \widehat{AOB}$$

$$\text{Tính } \cos \widehat{AOB} = \sqrt{1 - \sin^2 \widehat{AOB}} = \sqrt{1 - \left(\frac{4,3}{9}\right)^2} \approx 0,8785.$$

$$CM = 2 \cdot 9 \cdot \frac{4,3}{9} \cdot 0,8785 = 8,6 \cdot 0,8785 \approx 7,555 \text{ m.}$$

Làm tròn đến một chữ số thập phân, ta được $CM \approx 7,6 \text{ m.}$

Phần IV. Tự luận

Bài 1.

a) Cho góc x thỏa mãn $\sin x = \frac{1}{5}$. Khi đó tính giá trị biểu thức $P = \cos^2 2x + \cos^2 x$.

b) Giải phương trình: $\cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}$.

 *Hướng dẫn giải.* a) Ta có $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{23}{25}$.

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}.$$

$$\text{Vậy } P = \left(\frac{23}{25}\right)^2 + \frac{24}{25} = \frac{529}{625} + \frac{600}{625} = \frac{1129}{625}.$$

$$\text{b) } \cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{5} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8\pi}{15} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{15} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

 **Bài 2.** Giáo viên A xin làm quản nhiệm tại hai trường THPT dân lập với hợp đồng 10 năm. Hai trường có cách trả lương khác nhau:

♦ **Trường THPT X:** Giáo viên sẽ nhận được 50 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ 2 trở đi mỗi năm mức lương sẽ tăng lên 4 triệu đồng so với năm trước.

♦ **Trường THPT Y:** Nhà trường trả theo quý, giáo viên sẽ nhận được 10 triệu đồng và kể từ quý thứ 2 trở đi mỗi quý mức lương sẽ tăng lên 500 ngàn đồng so với quý trước.

Nếu bạn là giáo viên A thì bạn chọn phương án nào? Vì sao?

 *Hướng dẫn giải.* Kí hiệu u_n (triệu đồng) là mức lương của năm thứ n làm việc tại **trường THPT X**. Khi đó $u_1 = 50$ và $u_{n+1} = u_n + 4, n \geq 1$.

Dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 50$ và công sai $d = 4$.

Số tiền lương sau 10 năm bằng tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

Vậy tổng số tiền lương nhận được sau 10 năm làm việc tại trường X là:

$$S_{10} = \frac{10[2u_1 + (10-1)d]}{2} = \frac{10 \cdot [2 \cdot 50 + 9 \cdot 4]}{2} = 680 \text{ (triệu đồng)}.$$

Tại **trường THPT Y**, lương trả theo quý. 10 năm có $10 \times 4 = 40$ quý.

Lương quý là một cấp số cộng (v_n) với $v_1 = 10$ và công sai $d' = 0,5$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lương nhận được sau 40 quý tại trường Y là:

$$S'_{40} = \frac{40[2v_1 + (40-1)d']}{2} = \frac{40 \cdot [2 \cdot 10 + 39 \cdot 0,5]}{2} = 20 \cdot (20 + 19,5) = 790 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vì $790 > 680$ nên giáo viên A nên chọn **Trường THPT Y**.

 **Bài 3.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

$0 < t \leq 365$. Gọi a là ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và b là ngày có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận). Tính $a + b$.

 *Hướng dẫn giải.* Do $0 < t \leq 365$ nên $-\frac{40\pi}{91} < \frac{\pi}{182}(t - 80) \leq \frac{285\pi}{182}$.

Ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất ứng với t thỏa mãn điều kiện $\sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số sin và điều kiện $-\frac{40\pi}{91} < \frac{\pi}{182}(t - 80) \leq \frac{285\pi}{182}$, ta được:

$$\sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = 171.$$

Trong năm không nhuận, ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất là ngày thứ 171 (vậy $a = 171$).

Ngày có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất ứng với t thỏa mãn điều kiện $\sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = -1$.

Dựa vào đồ thị hàm số sin và điều kiện $-\frac{40\pi}{91} < \frac{\pi}{182}(t - 80) \leq \frac{285\pi}{182}$, ta được:

$$\sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow t = 353.$$

Trong năm không nhuận, ngày có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất là ngày thứ 353 (vậy $b = 353$).
Vậy $a + b = 171 + 353 = 524$.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số xác định khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

❖ **Câu 2.** Trong các giá trị sau, $\cos \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}.$

(B) $-\frac{1}{2}.$

(C) $-\sqrt{2}.$

(D) $\frac{4}{3}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow \cos \alpha$ có thể nhận giá trị $-\frac{1}{2}.$

❖ **Câu 3.** Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là

(A) $(-\infty; 0).$

(B) $(-1; 1).$

(C) $[-1; 1].$

(D) $\mathbb{R}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}.$

❖ **Câu 4.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // b, b // (\alpha)$. Khi đó

(A) $a // (\alpha).$

(B) a cắt $(\alpha).$

(C) $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha).$

(D) $a \subset (\alpha).$

➤ *Hướng dẫn giải.* Hai đường thẳng a, b phân biệt mà $a // b$ và $b // (\alpha)$ thì đường thẳng a có thể song song với mặt phẳng (α) hoặc đường thẳng a nằm trong mặt phẳng $(\alpha).$

❖ **Câu 5.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 24.

(B) 12.

(C) 7.

(D) 48.

➤ *Hướng dẫn giải.* Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$. Do đó $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot 2^2 = 12.$

❖ **Câu 6.** Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

(A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}.$

(B) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}.$

(C) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x.$

(D) $\sin 2x = 2\sin x \cos x.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$ nên đẳng thức ở phương án B là sai.

❖ **Câu 7.** Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

(A) hai đường thẳng cắt nhau.

(B) ba điểm phân biệt.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Ⓒ một điểm và một đường thẳng.

Ⓓ hai đường thẳng phân biệt.

Hướng dẫn giải. Phương án B sai khi ba điểm đó thẳng hàng. Phương án C sai khi điểm đó nằm trên đường thẳng đó. Phương án D sai khi hai đường thẳng đó chéo nhau. Vậy chỉ có hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

❖ **Câu 8.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R}$.

Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải. Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 9.** Một đường tròn có bán kính 15(cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:

Ⓐ $\frac{\pi}{3}$.

Ⓑ $\frac{5\pi}{2}$.

Ⓒ $\frac{5\pi}{3}$.

Ⓓ $\frac{2\pi}{5}$.

Hướng dẫn giải. Độ dài cung tròn là $l = \frac{\pi R \alpha}{180} = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 30}{180} = \frac{5\pi}{2}$.

❖ **Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ là

Ⓐ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

Ⓐ $u_5 = \frac{27}{16}$.

Ⓑ $u_5 = \frac{-16}{27}$.

Ⓒ $u_5 = \frac{-27}{16}$.

Ⓓ $u_5 = \frac{16}{27}$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^4 = -\frac{16}{27}$.

❖ **Câu 12.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

Ⓐ 4, 16, 32, 64, 128.

Ⓑ 4, 6, 9, 13, 18.

Ⓒ 4, 5, 7, 10, 14.

Ⓓ 4, 5, 6, 7, 8.

Hướng dẫn giải. Ta có: $u_1 = 4, u_2 = u_1 + 1 = 5, u_3 = u_2 + 2 = 7, u_4 = u_3 + 3 = 10, u_5 = u_4 + 4 = 14$. Vậy năm số hạng đầu là 4, 5, 7, 10, 14.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{9}{u_n} \end{cases}$. Khi đó:

- a) Dãy số (u_n) có số hạng thứ 2 là $u_2 = \frac{9}{u_1} = 3$.
- b) Giá trị của $u_4 - u_2 = 3$.
- c) Công thức tổng quát của (u_n) là $u_n = 3n$.
- d) Dãy số (u_n) là dãy không tăng không giảm.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_1 = 3 \Rightarrow u_2 = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow u_3 = \frac{9}{3} = 3 \dots$

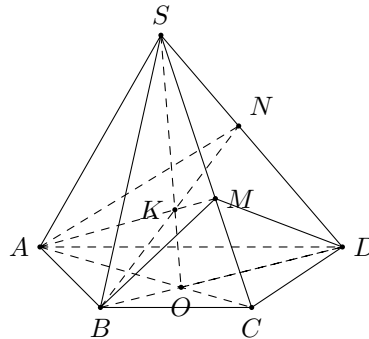
Dãy số là dãy hằng $u_n = 3$ với mọi $n \geq 1$.

- a) $u_2 = 3$. Đúng.
- b) $u_4 - u_2 = 3 - 3 = 0$. Sai.
- c) $u_n = 3$. Sai.
- d) Dãy hằng là dãy không tăng và không giảm. Đúng.

Bài 2. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$. Khi đó:

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC) .
- b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD) .
- c) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK .
- d) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K .

Hướng dẫn giải.

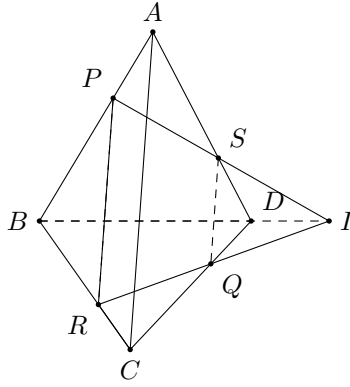


- a) Sai, giao tuyến $(SAC) \cap (ABC) = AC$.
- b) Đúng, vì S và O là điểm chung của (SAC) và (SBD) .
- c) Sai, giao điểm N của SD và (ABM) là $N = BK \cap SD$.
- d) Đúng, vì $K = AM \cap SO$, mà $AM \subset (ABM)$ nên $K = SO \cap (ABM)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC . Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S . Khi đó $AD = kDS$. Tìm giá trị của k .

 *Hướng dẫn giải.*



Gọi I là giao điểm của BD và RQ . Nối P với I , cắt AD tại S .

Ta có $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1$ mà $\frac{CQ}{QD} = 2$ suy ra $\frac{DI}{IB} \cdot \frac{BR}{RC} = \frac{1}{2} \iff \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{RC}{BR}$.

Vì PR song song với AC suy ra $\frac{RC}{BR} = \frac{AP}{PB} \Rightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB}$.

Lại có $\frac{SA}{SD} \cdot \frac{DI}{IB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BP}{PA} = 1 \iff \frac{SA}{SD} = 2 \rightarrow AD = 3DS$ nên $k = 3$.

 **Bài 2.** Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 5$ là đoạn $[a; b]$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

 *Hướng dẫn giải.* Ta có: $-1 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 2.$$

$$\Leftrightarrow -2 - 5 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 5 \leq 2 - 5.$$

$$\Leftrightarrow -7 \leq y \leq -3.$$

Vậy tập giá trị là đoạn $[-7; -3]$, suy ra $a = -7, b = -3$.

Giá trị $a + b = -7 + (-3) = -10$.

 **Bài 3.** Cho cung tròn có số đo 135° nằm trong đường tròn có đường kính 20 cm. Độ dài cung tròn đã cho bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

 *Hướng dẫn giải.* Bán kính đường tròn là $R = \frac{20}{2} = 10$ cm.

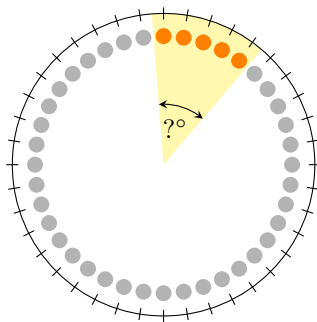
Độ dài cung tròn tính theo công thức: $L = \frac{n \cdot \pi \cdot R}{180}$, trong đó $n = 135^\circ$.

$$L = \frac{135 \cdot \pi \cdot 10}{180} = \frac{1350\pi}{180} = 7,5\pi \approx 23,56 \text{ cm.}$$

Làm tròn đến hàng phần chục ta được kết quả 23,6.

 **Bài 4.** Một chiếc đèn trang trí hình tròn được chia thành 40 phần bằng nhau, mỗi phần có một bóng đèn LED nhỏ. Khi bật chế độ hiệu ứng, các bóng đèn này sẽ sáng lần lượt. Nếu hiệu ứng làm sáng 5 bóng đèn liên tiếp, thì tổng số đo góc (tính theo độ) mà 5 bóng đèn đó chiếm trên vòng

tròn là bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Vòng tròn được chia thành 40 phần bằng nhau, nên số đo góc của mỗi phần (tương ứng với một bóng đèn) là:

$$\frac{360^\circ}{40} = 9^\circ.$$

Hiệu ứng làm sáng 5 bóng đèn liên tiếp chiếm 5 phần như thế trên vòng tròn. Vậy tổng số đo góc mà 5 bóng đèn đó chiếm là:

$$5 \times 9^\circ = 45^\circ.$$

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$. Giá trị của biểu thức

$$T = 9 \sin(x + 2025\pi) + \sqrt{3} \tan(2025\pi - x)$$

bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Hướng dẫn giải. Vì $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$ nên $\sin x < 0$.

$$\text{Ta có } \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = -\sqrt{\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\sqrt{6}/3}{-\sqrt{3}/3} = \sqrt{2}.$$

Biến đổi biểu thức T :

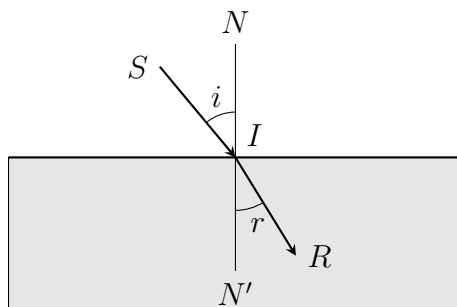
$$T = 9 \sin(x + \pi + 2024\pi) + \sqrt{3} \tan(\pi - x + 2024\pi)$$

$$T = -9 \sin x - \sqrt{3} \tan x = -9 \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 2\sqrt{6}.$$

Tính giá trị xấp xỉ: $T = 2\sqrt{6} \approx 4,8989... \approx 4,90$.

Bài 2. Theo Định luật khúc xạ ánh sáng, khi một tia sáng được chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt không đồng chất thì tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$, với i là góc tới và r là góc khúc xạ, là một hằng số phụ thuộc vào chiết suất của hai môi trường. Biết rằng khi góc tới là 45° thì góc khúc xạ bằng 30° . Khi góc tới là 60° thì góc khúc xạ là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần

trăm.



Hướng dẫn giải. Theo định luật khúc xạ ánh sáng, tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$ là một hằng số.

Theo đề bài, khi $i = 45^\circ$ thì $r = 30^\circ$, ta có hằng số này là: $n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}$.

Khi góc tới là $i' = 60^\circ$, gọi góc khúc xạ tương ứng là r' , ta có phương trình:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r'} \Rightarrow \sin r' = \frac{\sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Suy ra $r' \approx 37,76^\circ$.

Bài 3. Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè; ngôi nhà có chiều dài, chiều rộng đều là 6,8 m; chiều cao là 2,72 m. Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch là $0,2 \times 0,08 \times 1$ m. Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.

Hướng dẫn giải. Một bức tường có chiều cao 2,72 m. Với mỗi hàng gạch cao 0,08 m, số hàng gạch của một bức tường là:

$$2,72 : 0,08 = 34 \text{ hàng.}$$

Số gạch ở mỗi hàng tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu (hàng trên cùng) là $u_1 = 1$, công sai $d = 1$ (do hàng dưới nhiều hơn hàng trên 1 viên).

Số viên gạch trên một bức tường là tổng của 34 số hạng đầu của cấp số cộng này:

$$S_{34} = \frac{34 \cdot [2 \cdot 1 + (34 - 1) \cdot 1]}{2} = 17 \cdot (2 + 33) = 17 \cdot 35 = 595 \text{ viên.}$$

Vì ngôi nhà hình kim tự tháp có 4 mặt tường đều bằng nhau nên tổng số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt là:

$$4 \cdot 595 = 2380 \text{ viên.}$$

Vậy người chủ cần dự tính mua 2380 viên gạch.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

(A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$.

(B) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

(C) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.

(D) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$.

❖ **Câu 2.** Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

(A) hai đường thẳng cắt nhau.

(B) ba điểm phân biệt.

(C) một điểm và một đường thẳng.

(D) hai đường thẳng phân biệt.

➤ *Hướng dẫn giải.* A sai khi hai đường thẳng phân biệt đó chéo nhau.

B sai khi điểm đó nằm trên đường thẳng đó.

C sai khi ba điểm đó phân biệt nhưng thẳng hàng.

❖ **Câu 3.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

(C) $D = \mathbb{R}$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

❖ **Câu 4.** Một đường tròn có bán kính 15 (cm). Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là:

(A) $\frac{\pi}{3}$.

(B) $\frac{5\pi}{2}$.

(C) $\frac{5\pi}{3}$.

(D) $\frac{2\pi}{5}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* $l = \frac{\pi a R}{180} = \frac{\pi \cdot 30 \cdot 15}{180} = \frac{5\pi}{2}$.

❖ **Câu 5.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin(2019x + 2020)$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là

(A) $M = 4039; m = 1$.

(B) $M = 1; m = -1$.

(C) $M = 2019; m = -2019$.

(D) $M = 2020; m = -4039$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $-1 \leq \sin(2019x + 2020) \leq 1$.

❖ **Câu 6.** Tập nghiệm của phương trình $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ là

(A) $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Hướng dẫn giải. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

❖ **Câu 7.** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

Ⓐ $u_5 = \frac{27}{16}.$

Ⓑ $u_5 = \frac{-16}{27}.$

Ⓒ $u_5 = \frac{-27}{16}.$

Ⓓ $u_5 = \frac{16}{27}.$

Hướng dẫn giải. Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^4 = -\frac{16}{27}.$

❖ **Câu 8.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

Ⓐ 4, 16, 32, 64, 128.

Ⓑ 4, 6, 9, 13, 18.

Ⓒ 4, 5, 7, 10, 14.

Ⓓ 4, 5, 6, 7, 8.

Hướng dẫn giải. Ta có:

$u_2 = u_1 + 1 = 5; u_3 = u_2 + 2 = 7; u_4 = u_3 + 3 = 10; u_5 = u_4 + 4 = 14.$

❖ **Câu 9.** Trong mặt phẳng (P) cho ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng, D là điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC

Ⓐ Chéo nhau.

Ⓑ Song song hoặc cắt nhau.

Ⓒ Cắt nhau.

Ⓓ Song song.

Hướng dẫn giải. Theo giả thiết ta có 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Do đó hai đường thẳng AD và BC là hai đường thẳng chéo nhau.

❖ **Câu 10.** Cho $\sin \alpha = 0$. Tính $\cos \alpha$

Ⓐ $\cos \alpha = -1.$

Ⓑ $\cos \alpha = 0.$

Ⓒ $\cos \alpha = 1.$

Ⓓ $[\dots \cos \alpha = -1 \cos \alpha = 1.$

Hướng dẫn giải. Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow [\dots \cos \alpha = -1 \cos \alpha = 1.$

❖ **Câu 11.** Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

Ⓐ Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P) .

Ⓑ Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b .

Ⓒ Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau.

Ⓓ Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P) .

Hướng dẫn giải. Mệnh đề “Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P) ” đúng.

Mệnh đề “Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau” sai.

Mệnh đề “Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P) ” sai vì a và b có thể cùng thuộc (P) .

Mệnh đề “Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b ” sai.

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của phương trình $\tan 3x = -\sqrt{3}$ là

$$\textcircled{A} \left\{ -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\textcircled{B} \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\textcircled{C} \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\textcircled{D} \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

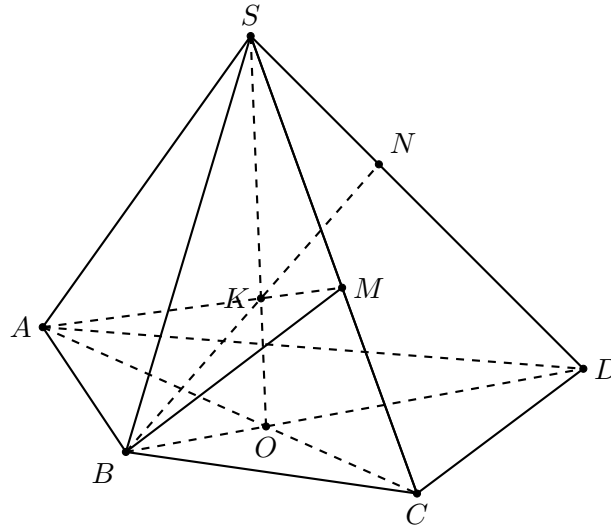
Hướng dẫn giải. Ta có $\tan 3x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$. Khi đó:

- SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
- SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
- Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK
- Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K

Hướng dẫn giải.



- AC là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
- SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
- Tìm giao điểm của SO và (ABM) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$.

$$\text{Vì } \begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases} \Rightarrow K = SO \cap (ABM).$$

- Tìm giao điểm của SD và (ABM) :

Xét mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .

Dễ thấy B là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM).$$

Do đó $BK = (SBD) \cap (ABM)$.

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $N = BK \cap SD$.

$$\text{Vì } \begin{cases} N \in SD \\ N \in BK, BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = SD \cap (ABM).$$

Bài 2. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*). Khi đó:

a) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$.

b) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

c) Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có 2 nghiệm.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên ta chọn được các nghiệm $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

+) Ý b) là công thức nghiệm tổng quát của phương trình.

+) Ý d) Đúng (có 2 nghiệm).

+) Ý c) Đúng (nghiệm lớn nhất là $5\pi/6$).

+) Ý a) Sai (tổng các nghiệm là $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 3x \cos 3x$ có dạng $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

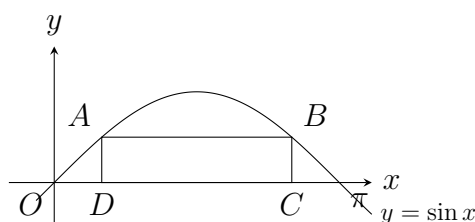
Hướng dẫn giải. Ta có $y = 5 + 2 \sin 6x$.

Vì $-1 \leq \sin 6x \leq 1$ nên $5 - 2 \leq y \leq 5 + 2 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7$.

Tập giá trị của hàm số là $[3; 7]$, suy ra $a = 3, b = 7$.

Vậy $a + b = 3 + 7 = 10$.

Bài 2. Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải. Do tính đối xứng của đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $[0; \pi]$ qua đường thẳng

$x = \frac{\pi}{2}$, hình chữ nhật $ABCD$ có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng này.

Gọi x_D, x_C lần lượt là hoành độ của D và C ($x_D < x_C$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_C - x_D = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{x_D + x_C}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - x_D = \frac{2\pi}{3} \\ x_C + x_D = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{5\pi}{6} \\ x_D = \frac{\pi}{6} \end{cases}.$$

Độ dài đoạn BC chính là tung độ của điểm B : $BC = y_B = \sin x_C = \sin \left(\frac{5\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Bài 3. Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ 30×30 cm để lát nền cho một tòa tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 . Hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Hướng dẫn giải. Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là $S_1 = 16 \text{ m}^2$.

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là $S_2 = \frac{1}{2}S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích mặt sàn tầng 3 là $S_3 = \frac{1}{2}S_2 = \frac{1}{2^2}S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

...

Diện tích mặt sàn tầng 7 là $S_7 = \frac{1}{2^6}S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

$$\begin{aligned} \text{Tổng diện tích mặt sàn của tòa tháp là: } S &= S_1 + S_2 + \dots + S_7 = S_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6} \right) = \\ S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7}{1 - \frac{1}{2}} &= 31,75 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Diện tích một viên gạch là $0,3 \cdot 0,3 = 0,09 \text{ m}^2$. Số viên gạch cần dùng là $\frac{31,75}{0,09} \approx 353$ viên.

Vậy phải dùng tối thiểu khoảng 353 viên gạch.

Bài 4. Hai sóng âm có phương trình lần lượt là $f_1(t) = C \sin \omega t$ và $f_2(t) = C \sin(\omega t + \alpha)$. Hai sóng này giao thoa với nhau tạo nên một âm kết hợp có phương trình $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$. Khi $C = 10$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì phương trình của sóng âm kết hợp là $f(t) = k \sin(\omega t + \varphi)$, trong đó k là biên độ dao động, φ là pha ban đầu. Biên độ dao động của sóng âm kết hợp có dạng $k = a\sqrt{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

Hướng dẫn giải. Khi $C = 10$ và $\alpha = \frac{\pi}{3}$, ta có:

$$f(t) = 10 \sin \omega t + 10 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) = 10 \cdot 2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \cos \frac{\pi}{6} = 10\sqrt{3} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right).$$

Vậy biên độ và pha ban đầu của sóng âm kết hợp lần lượt là $k = 10\sqrt{3}$ và $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

Sánh với dạng $k = a\sqrt{b}$ ta có $a = 10, b = 3$.

Do đó $T = a^2 + b^2 = 10^2 + 3^2 = 109$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình $\sin(3x - 10^\circ) - \cos 15^\circ = 0$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Hướng dẫn giải. Phương trình tương đương với: $\sin(3x - 10^\circ) = \cos 15^\circ \Leftrightarrow \sin(3x - 10^\circ) = \sin 75^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 10^\circ = 75^\circ + k360^\circ \\ 3x - 10^\circ = 180^\circ - 75^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 85^\circ + k360^\circ \\ 3x = 115^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{85^\circ}{3} + k120^\circ \\ x = \frac{115^\circ}{3} + k120^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Bài 2. Cho biết $\tan x, \tan y$ là hai nghiệm của phương trình bậc hai $2027t^2 + 2026t - 2025 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 2027 \sin^2(x + y) + 2026 \sin(x + y) \cdot \cos(x + y) - 2025 \cos^2(x + y).$$

Hướng dẫn giải. Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình $2027t^2 + 2026t - 2025 = 0$, ta có:

$$\tan x + \tan y = -\frac{2026}{2027} \text{ và } \tan x \tan y = -\frac{2025}{2027}.$$

$$\text{Ta có } \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{-\frac{2026}{2027}}{1 - \left(-\frac{2025}{2027}\right)} = \frac{-2026}{2027 + 2025} = \frac{-2026}{4052} = -\frac{1}{2}.$$

Biểu thức T có thể viết lại thành:

$$T = \cos^2(x + y) [2027 \tan^2(x + y) + 2026 \tan(x + y) - 2025].$$

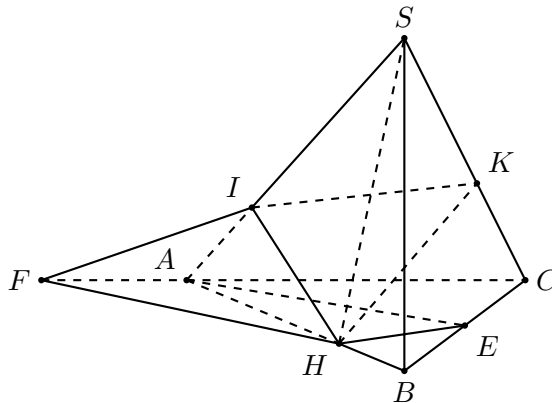
Thay $\tan(x + y) = -\frac{1}{2}$ vào biểu thức trong ngoặc:

$$2027 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2026 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2025 = \frac{2027}{4} - 1013 - 2025 = -\frac{10125}{4}.$$

$$\text{Mặt khác, } \cos^2(x + y) = \frac{1}{1 + \tan^2(x + y)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vậy } T = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{10125}{4}\right) = -\frac{10125}{5} = -2025.$$

Bài 3. Cho bốn điểm không đồng phẳng S, A, B, C . Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Tìm giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK) .



Hướng dẫn giải.

- ◊ Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa đường thẳng BC .
- ◊ Ta có H là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) (vì $H \in AB \subset (ABC)$ và $H \in (IHK)$).
- ◊ Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $F = IK \cap AC$ (do IK không song song với AC).
- ◊ Vì $F \in IK \subset (IHK)$ và $F \in AC \subset (ABC)$ nên F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK) .
- ◊ Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK) là đường thẳng HF .
- ◊ Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = HF \cap BC$.
- ◊ Ta có $E \in BC$ và $E \in HF \subset (IHK)$, do đó $E = BC \cap (IHK)$.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 12

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần nghìn.

- (A) 0,7947. (B) 0,7948. (C) 0,795. (D) 0,794.

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có $45^\circ 32' = \left(45 + \frac{32}{60}\right)^\circ \approx 45,5333^\circ$. Đổi sang radian: $45,5333 \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,794715$ rad.

Làm tròn đến hàng phần nghìn, ta được kết quả là 0,795.

❖ **Câu 2.** Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A) $\sin a + \cos a = 1$. (B) $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.
(C) $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$. (D) $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Theo hệ thức lượng giác cơ bản, với mọi số thực a ta luôn có $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

❖ **Câu 3.** Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$ là

- (A) $\frac{5}{26}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $-\frac{5}{26}$. (D) $-\frac{1}{3}$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^3 \alpha$, ta được: $P = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}{2 \tan^3 \alpha + 3}$. Thay

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \text{ vào: } P = \frac{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{4}\right)}{2 \cdot \frac{1}{8} + 3} = \frac{5}{26}.$$

❖ **Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- (A) $y = \cos x + 5$. (B) $y = \tan x + \cot x$.
(C) $y = \sin(-x)$. (D) $y = \sin x - \cos x$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Xét $f(x) = \cos x + 5$. Ta có $f(-x) = \cos(-x) + 5 = \cos x + 5 = f(x)$. Vậy hàm số $y = \cos x + 5$ là hàm số chẵn.

❖ **Câu 5.** Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- (A) $x = \frac{11\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi$.
(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{-7\pi}{6} + k2\pi$.
(C) $x = \frac{-\pi}{6} + k\pi$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi$.
(D) $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải. Phương trình tương đương $\sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 6. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $-\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Bình phương hai vế: $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{3}{4}$.

Câu 7. Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho góc lượng giác (OA, OM) có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox . Số đo các góc lượng giác (OA, ON) là

- (A) $135^\circ + k360^\circ$. (B) -45° .
(C) 315° . (D) $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. Điểm N đối xứng với M qua trục hoành nên số đo góc lượng giác (OA, ON) là số đối của góc (OA, OM) cộng thêm bội của 360° , tức là $-45^\circ + k360^\circ$.

Câu 8. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- (A) $u_n = \frac{1}{2^n}$. (B) $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.
(C) $u_n = (n+1)^2$. (D) $u_n = \sqrt{n+1}$.

Hướng dẫn giải. Xét $u_n = \frac{1}{2^n}$, ta có $u_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}} < \frac{1}{2^n} = u_n$ với mọi $n \geq 1$.

Vậy dãy số giảm.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -7$ và $u_4 = -4$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- (A) $d = 3$. (B) $d = \frac{4}{7}$. (C) $d = -11$. (D) $d = -3$.

Hướng dẫn giải. Công sai $d = u_4 - u_3 = -4 - (-7) = 3$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

- (A) $S_{100} = 24350$. (B) $S_{100} = -24350$.
(C) $S_{100} = -24600$. (D) $S_{100} = 24600$.

Hướng dẫn giải. Sử dụng công thức $S_{100} = \frac{100}{2}[2u_1 + (100-1)d] = 50 \cdot [2 \cdot 4 + 99 \cdot (-5)] = -24350$.

Câu 11. Một cấp số nhân (u_n) có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n) .

- (A) $q = -2$. (B) $q = 3$. (C) $q = 2$. (D) $q = -3$.

Hướng dẫn giải. Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Leftrightarrow 486 = 2 \cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = 3$.

Câu 12. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A) 5; 6; 7; 8; ... (B) $\sqrt{2}$; 2; 4; $4\sqrt{2}$; ...
(C) 128; -64; 32; -16; 8; ... (D) 15; 5; 1; $\frac{1}{5}$; ...

Hướng dẫn giải. Dãy số 128; -64; 32; -16; 8; ... có tỉ số giữa hai số hạng liên tiếp không đổi là

$q = -\frac{1}{2}$ nên là cấp số nhân.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n .

- a) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.
- b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 120 triệu đồng.
- c) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.
- d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

Hướng dẫn giải. a) Ta thấy, số tiền lương năm sau hơn năm trước 20 triệu đồng nên (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 100$ và công sai $d = 20$. Suy ra phát biểu a) sai.

b) Số tiền lương năm thứ n là $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1) \cdot 20 = 20n + 80$. Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là $u_2 = 20 \cdot 2 + 80 = 120$ (triệu đồng). Suy ra phát biểu b) đúng.

c) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là $u_{10} = 20 \cdot 10 + 80 = 280$ (triệu đồng). Suy ra phát biểu c) sai.

d) Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau n năm là: $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] - 70n = \frac{n}{2}[2 \cdot 100 + (n-1) \cdot 20] - 70n = 10n^2 + 20n$ (triệu đồng). Ta có $S_n \geq 2000 \Leftrightarrow 10n^2 + 20n - 2000 \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 13,1 \\ n \leq -15,1 \end{cases}$. Do đó sau ít nhất 14 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư 2 tỉ đồng.

Suy ra phát biểu d) sai.

Bài 2. Cho phương trình lượng giác $2 \cos x = \sqrt{3}$, khi đó

- a) Phương trình có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- b) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm.
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$.
- d) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải. a) Ta có $2 \cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Suy ra phát biểu a) sai.

b) Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$, trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ ta có nghiệm $x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{13\pi}{6}$. Với $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ ta có nghiệm $x_3 = \frac{11\pi}{6}$. Suy ra phương trình có 3 nghiệm trên đoạn đã cho. Suy ra phát biểu b) sai.

c) Tổng các nghiệm là: $\frac{\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$. Suy ra phát biểu c) đúng.

d) Trong các nghiệm trên, nghiệm lớn nhất là $x = \frac{13\pi}{6}$. Suy ra phát biểu d) đúng.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Một ao hiện có 2000 con cá hồi. Mỗi tháng, một trại giống thả thêm 20 con cá hồi, và biết rằng quần thể cá hồi tăng trưởng 3% mỗi tháng. Kích thước quần thể sau n tháng được cho bởi dãy truy hồi
$$\begin{cases} p_0 = 2000 \\ p_n = 1,03p_{n-1} + 20 \end{cases}$$

Hỏi sau hai tháng, ao có bao nhiêu con cá hồi? (Tức là tìm p_2 .)

Hướng dẫn giải. Cho dãy truy hồi
$$\begin{cases} p_0 = 2000 \\ p_n = 1,03p_{n-1} + 20 \end{cases}$$

Ta có:

◇ Sau tháng thứ nhất ($n = 1$): $p_1 = 1,03 \cdot p_0 + 20 = 1,03 \cdot 2000 + 20 = 2060 + 20 = 2080$

◇ Sau tháng thứ hai ($n = 2$): $p_2 = 1,03 \cdot p_1 + 20 = 1,03 \cdot 2080 + 20 = 2142,4 + 20 = 2162,4$.

Vậy sau hai tháng, ao có khoảng 2162,4 con cá hồi. Nếu làm tròn xuống số nguyên (vì số cá phải là nguyên), ta lấy 2162 con.

Bài 2. Qui luật sinh sản của một đôi thỏ, được tuân thủ theo dãy số Fibonacci có hệ thức truy hồi là:
$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}, n \geq 3, F_n \text{ là số lượng đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ } n. \text{ Một người}$$

nông dân A, nuôi một đôi thỏ (gồm 1 thỏ đực và 1 thỏ cái) trong một chuồng. Hỏi sau một năm người nông dân A đó sẽ thu được bao nhiêu con thỏ (giả sử thỏ con không chết trong 1 năm)?

Hướng dẫn giải. Số lượng đôi thỏ qua mỗi tháng được lập thành một dãy Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Số đôi thỏ sau 1 năm (gồm 12 tháng) là số hạng thứ 12 trong dãy $\Rightarrow F_{12} = 144$.

Mỗi đôi thỏ gồm 2 con, vậy người nông dân A sẽ có: $144 \cdot 2 = 288$ (con thỏ).

Bài 3. Hằng ngày, Mặt trời chiếu sáng, bóng của một tòa chung cư cao 40m in trên mặt đất, độ dài bóng của tòa nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng đến 18 giờ chiều. Hãy cho biết có bao nhiêu giá trị của t thỏa điều kiện bóng của tòa nhà bằng chiều cao của tòa nhà?

Hướng dẫn giải. Độ dài bóng của tòa nhà bằng chiều cao tòa nhà khi:

$$S(t) = 40 \Leftrightarrow 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 40 \Leftrightarrow \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 1 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{12} t = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow t = \pm 3 + 12k (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } 0 \leq t \leq 12 \text{ nên } \begin{cases} 0 \leq 3 + 12k \leq 12 \\ 0 \leq -3 + 12k \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0,25 \leq k \leq 0,75 \\ 0,25 \leq k \leq 1,25 \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

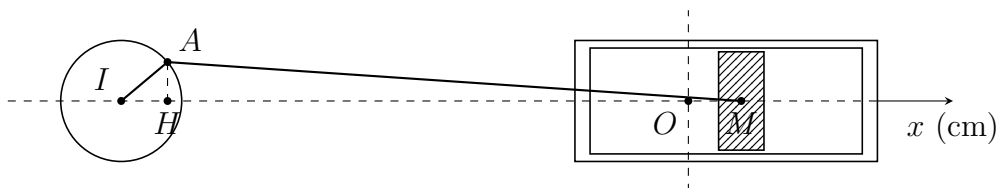
$$\Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 9 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị của t thỏa mãn.

Bài 4. Một piston M của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi lanh làm quay trục

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

khuyết IA . Ban đầu I, A, M thẳng hàng. Cho α là góc quay của trục khuyết, O là vị trí của piston khi $\alpha = \frac{\pi}{2}$ và là hình chiếu của A lên Ix . Trục khuyết IA rất ngắn so với độ dài thanh truyền AM nên có thể xem như độ dài MH không đổi và gần bằng MA . Biết $IA = 8$ cm và ban đầu $\alpha = 0$, sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$. Giá trị x_M sau 2 phút chuyển động bằng bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hướng dẫn giải. Theo giả thiết MH không đổi và gần bằng MA . Do đó để xác định tọa độ điểm M ta sẽ thông qua tọa độ của điểm H so với điểm I .

Khi trục khuyết quay một góc α ta có $x_H = 8 \cos \alpha$.

Sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$ (cm), do đó $x_H = -3$ (cm), khi đó ta có $\cos \alpha = -\frac{3}{8}$.

Sau 2 phút chuyển động, trục khuyết quay được một góc 2α , khi đó x_H tương ứng là:

$$x_H = 8 \cos 2\alpha = 8 (2 \cos^2 \alpha - 1) = 8 \left[2 \cdot \left(-\frac{3}{8} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{23}{4}.$$

Vậy giá trị $x_M = -\frac{23}{4} \approx -5,8$ (cm).

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình: $(\sin x + 1)(2 \cos 2x - \sqrt{2}) = 0$.

Hướng dẫn giải. Ta có $(\sin x + 1)(2 \cos 2x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + 1 = 0 \\ 2 \cos 2x - \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pm \frac{\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Bài 2. Chứng minh biểu thức sau: $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2}(\cos 2\alpha - \cos 2\beta)$

$$= -\frac{1}{2}[(1 - 2 \sin^2 \alpha) - (1 - 2 \sin^2 \beta)] = -\frac{1}{2}(-2 \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

Bài 3. Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ 30×30 cm để lát nền cho một tòa tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 . Hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Hướng dẫn giải. Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là $S_1 = 16$ (m^2).

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là $S_2 = \frac{1}{2}S_1$ (m²).

Diện tích mặt sàn tầng 3 là $S_3 = \frac{1}{2}S_2 = \frac{1}{2^2}S_1$ (m²).

...

Diện tích mặt sàn tầng 7 là $S_7 = \frac{1}{2^6}S_1$ (m²).

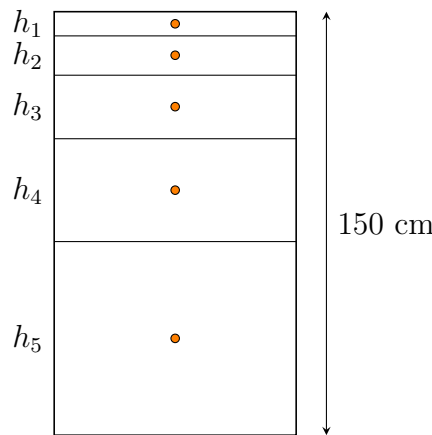
Tổng diện tích mặt sàn của tòa tháp là

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_7 = S_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6} \right) = S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 31,75 \text{ m}^2.$$

Số viên gạch cần dùng là $\frac{31,75}{(0,3 \cdot 0,3)} \approx 353$ viên.

Vậy phải dùng tối thiểu 353 viên gạch.

Bài 4. Tỷ lệ vàng $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ là một khái niệm phổ biến trong toán học và có nhiều ứng dụng trong thực tế. Trong thiết kế nội thất, người ta thường áp dụng tỷ lệ vàng để có được sự cân bằng hài hòa và tính thẩm mỹ cao. Một người thợ mộc thiết kế một cái tủ đựng quần áo bằng gỗ như hình vẽ bên dựa vào tỷ lệ vàng này.



Biết rằng, chiều cao của cái tủ này là 150 cm và nếu gọi h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 cm là chiều cao của các ngăn đựng quần áo thì $\frac{h_2}{h_1} = \frac{h_3}{h_2} = \frac{h_4}{h_3} = \frac{h_5}{h_4} = \varphi$. Hỏi chiều cao h_1 của ngăn đựng quần áo trên cùng bằng bao nhiêu xentimét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của đơn vị xentimét)?

Hướng dẫn giải. Ta có $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 150$.

Theo giả thiết: $h_2 = \varphi h_1, h_3 = \varphi^2 h_1, h_4 = \varphi^3 h_1, h_5 = \varphi^4 h_1$.

$$\Rightarrow h_1(1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \varphi^4) = 150 \Leftrightarrow h_1 \cdot \frac{\varphi^5 - 1}{\varphi - 1} = 150.$$

Với $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$. Ta có: $1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \varphi^4 \approx 1 + 1,618 + 2,618 + 4,236 + 6,854 = 16,326$.

$$\Rightarrow h_1 = \frac{150}{16,326} \approx 9,1877 \approx 9,2 \text{ (cm)}.$$

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 13

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được kết quả là

(A) $P = \sqrt{2} \sin x$.

(B) $P = \sqrt{2} \cos x$.

(C) 1.

(D) $\sin x$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích: $\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$.

$$\text{Ta có: } P = 2 \cos \left[\frac{\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{2} \right] \sin \left[\frac{\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{2} \right] = 2 \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cos x \cdot$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cos x.$$

❖ **Câu 2.** Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$?

(A) 9.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 10.

➤ *Hướng dẫn giải.* Xét phương trình: $\frac{2n}{n^2 + 1} = \frac{9}{41} \Leftrightarrow 82n = 9n^2 + 9 \Leftrightarrow 9n^2 - 82n + 9 = 0$.

Giải phương trình ta được $n = 9$ hoặc $n = \frac{1}{9}$ (loại vì $n \in \mathbb{N}^*$).

Vậy $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ 9.

❖ **Câu 3.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

(A) $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$.

(B) $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

(C) $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$.

(D) $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Theo công thức cộng của hàm số tang: $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

❖ **Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

(A) 27.

(B) 31.

(C) 35.

(D) 29.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2d = 4 \\ u_1 = 3 - d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 1 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14 \cdot 2 = 29.$$

❖ **Câu 5.** Hàm số $y = 2 \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ là

(A) 4π .

(B) $\frac{\pi}{2}$.

(C) π .

(D) 2π .

➤ *Hướng dẫn giải.* Chu kỳ của hàm số $y = \sin(ax + b)$ là $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Ở đây $a = 2$, nên $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

❖ **Câu 6.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

(A) $u_n = n^2$.

(B) $u_n = 2n$.

(C) $u_n = n^3 - 1$.

(D) $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Xét dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ với $n \geq 2$. Ta có $u_n = 2 + \frac{3}{n-1}$.
 Khi n tăng thì $n-1$ tăng, dẫn đến $\frac{3}{n-1}$ giảm. Do đó u_n là dãy số giảm.

❖ **Câu 7.** Tập giá trị của hàm số $y = \sin 4x - 3$ là:

(A) $[-4; -2]$.

(B) $[-3; 1]$.

(C) $[-2; 2]$.

(D) $[-4; 2]$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -1 - 3 \leq \sin 4x - 3 \leq 1 - 3 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq -2$.
 Vậy tập giá trị là $[-4; -2]$.

❖ **Câu 8.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

(A) (IBC) và (KBD) .

(B) (IBC) và (KCD) .

(C) (IBC) và (KAD) .

(D) (ABI) và (KAD) .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta thấy $I \in AD \subset (KAD)$ và $I \in (IBC)$ nên I là điểm chung.
 Tương tự $K \in BC \subset (IBC)$ và $K \in (KAD)$ nên K là điểm chung.
 Vậy IK là giao tuyến của (IBC) và (KAD) .

❖ **Câu 9.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $D = \emptyset$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Điều kiện xác định: $1 - \sin x > 0 \Leftrightarrow \sin x < 1$.
 Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $\sin x < 1 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) d qua S và song song với BC .

(B) d qua S và song song với DC .

(C) d qua S và song song với AB .

(D) d qua S và song song với BD .

➤ *Hướng dẫn giải.* Hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có điểm chung S và chứa hai đường thẳng song song là $AD \parallel BC$.

Do đó giao tuyến d đi qua S và song song với AD, BC .

❖ **Câu 11.** Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(B) $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(C) $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

➤ *Hướng dẫn giải.* $\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow 2x = \pi + 3k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$.

❖ **Câu 12.** Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai

đường thẳng b và c

- (A) Trùng nhau hoặc chéo nhau. (B) Cắt nhau hoặc chéo nhau.
(C) Chéo nhau hoặc song song. (D) Song song hoặc trùng nhau.

 **Hướng dẫn giải.** Vì $a // b$ và a, c chéo nhau nên b, c có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Biết $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\cos \alpha < 0$.
b) $2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.
c) $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}$, $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.
d) $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}$, $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

 **Hướng dẫn giải.**

- a) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos \alpha < 0$.
b) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

- c) Ta có hệ
$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \\ \sin \alpha = -\frac{2}{5 \cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}} \\ \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} \\ \sin \alpha = -\frac{2}{5 \cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

- d) $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}$, $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

 **Bài 2.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (đế tháp có diện tích là 12288 m^2).

- a) Diện tích các tầng lập thành cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$.
b) Diện tích các tầng lập thành cấp số cộng có công sai $d = \frac{1}{2}$.
c) Diện tích tầng 11 là 4 m^2 .
d) Cần 12282 m^2 gạch để lát nền từ tầng 1 đến hết tầng 11.

 **Hướng dẫn giải.**

- a) Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ tầng 1) lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$
và diện tích tầng 1 là $u_1 = \frac{12288}{2} = 6144$.

b) Sai.

c) Diện tích mặt trên cùng là

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6 \text{ m}^2.$$

d) Tổng diện tích từ tầng 1 đến hết tầng 11 là

$$S_{11} = u_1 + u_2 + \dots + u_{11} = \frac{u_1(1 - q^{11})}{1 - q} = \frac{6144 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 12282 \text{ m}^2.$$

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $P = \cos(a+b) \cos(a-b)$ có dạng $\frac{m}{n}, (m, n \in \mathbb{Z})$. Tính $m+n$.

Hướng dẫn giải. Ta có công thức: $\cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b$ hoặc $\cos(a+b) \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b)$.

Sử dụng công thức: $P = \cos^2 a - \sin^2 b = \cos^2 a - (1 - \cos^2 b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1$.

Thay số vào ta được:

$$P = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - 1 = \frac{16 + 9 - 144}{144} = -\frac{119}{144}.$$

Vì $P = \frac{m}{n}$ nên $m = -119$ và $n = 144$.

Vậy $m+n = -119 + 144 = 25$.

Bài 2. Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55 cm. Nếu xe chạy với tốc độ 50 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Đổi đường kính $d = 55 \text{ cm} = 0,55 \text{ m}$.

Chu vi của bánh xe là: $C = \pi \cdot d = 0,55\pi \text{ (m)}$.

Tốc độ của xe tính theo m/s là: $v = 50 \text{ km/h} = \frac{50 \cdot 1000}{3600} = \frac{125}{9} \text{ (m/s)}$.

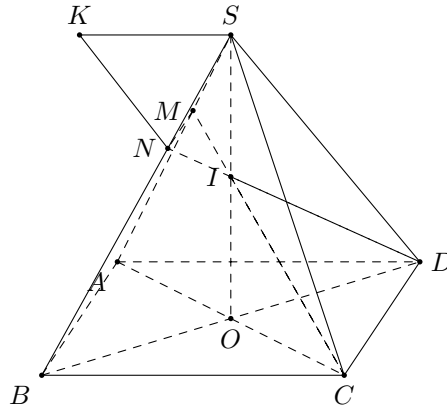
Quãng đường xe đi được trong một giây là: $s = v \cdot 1 = \frac{125}{9} \text{ (m)}$.

Số vòng bánh xe quay được trong một giây là:

$$N = \frac{s}{C} = \frac{\frac{125}{9}}{0,55\pi} = \frac{125}{4,95\pi} \approx 8,04 \text{ (vòng)}.$$

Bài 3. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm của SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M và N . Cho $AB = 3$ khi đó hãy tính độ dài đoạn thẳng MN .

Hướng dẫn giải.



Trong mặt phẳng (SAC) ta kéo dài CI cắt SA tại M ; trong mặt phẳng (SBD) ta kéo dài DI cắt SB tại N .

Từ O kẻ đường thẳng song song với IM , cắt SA tại H .

Tam giác SHO có I là trung điểm SO và $IM \parallel HO$ nên IM là đường trung bình của $\triangle SHO$.

Suy ra M là trung điểm SH hay $SM = MH$.

Tương tự: OH là đường trung bình của tam giác ACM nên H là trung điểm của AM .

Suy ra $MH = HA$.

Từ đó ta được $SM = MH = HA$ nên $SM = \frac{1}{3}SA$.

Chứng minh tương tự ta cũng được: $SN = \frac{1}{3}SB$.

Áp dụng định lý Talet trong tam giác SAB ta được $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{1}{3}AB = 1$.

Bài 4. Công ty Z dự định thực hiện chiến dịch quảng bá livestream cho sản phẩm mới trên nền tảng Tiktok. Nếu doanh số bán hàng theo ngày đều bằng nhau thì mục tiêu là trong 20 ngày sẽ bán được hết số sản phẩm trong kho. Theo kế hoạch, trong 5 ngày đầu tiên, mỗi ngày công ty thuê các KOL (nhà sáng tạo nội dung và bán hàng trên Tiktok) tích cực livestream bán hàng và dự kiến doanh số theo ngày đều đạt chỉ tiêu. Kể từ ngày thứ 6 trở đi, công ty quyết định tăng chi phí quảng bá và dự kiến doanh số tăng đều $x\%$ cố định mỗi ngày so với ngày kề trước. Biết rằng sau đúng 2 tuần thì công ty sẽ bán hết hàng, tìm giá trị của x (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Gọi a là doanh số bán hàng dự kiến mỗi ngày theo định mức ban đầu ($a > 0$).

Tổng số sản phẩm trong kho là: $A = 20a$.

Trong 5 ngày đầu tiên, số sản phẩm đã bán được là: $5a$.

Số sản phẩm còn lại cần bán là: $20a - 5a = 15a$.

Thời gian còn lại để bán hết hàng là: 2 tuần - 5 ngày = 14 - 5 = 9 ngày.

Doanh số bán hàng từ ngày thứ 6 trở đi lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = a \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ và công bội $q = 1 + \frac{x}{100}$.

Đặt $r = 1 + \frac{x}{100}$ ($r > 1$), ta có tổng doanh số trong 9 ngày cuối là:

$$S_9 = u_1 \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1} = ar \cdot \frac{r^9 - 1}{r - 1}$$

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$ar \cdot \frac{r^9 - 1}{r - 1} = 15a \Leftrightarrow r \cdot \frac{r^9 - 1}{r - 1} = 15 \Leftrightarrow r^{10} - 16r + 15 = 0$$

Sử dụng máy tính cầm tay, ta tìm được $r \approx 1,1009$.

$$\text{Suy ra } 1 + \frac{x}{100} \approx 1,1009 \Rightarrow \frac{x}{100} \approx 0,1009 \Rightarrow x \approx 10,09.$$

Làm tròn đến hàng phần mười, ta được $x \approx 10,1$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} + 4\pi\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$.
 $\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2} - 4\pi\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$.

Phương trình đã cho trở thành:

$$\cos 2x - 3(-\sin x) = 1 + 2\sin x \Leftrightarrow \cos 2x + 3\sin x = 1 + 2\sin x \Leftrightarrow \cos 2x + \sin x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2\sin^2 x) + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x - 2\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x(1 - 2\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Bài 2. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

Hướng dẫn giải. Gọi u_1 là số hạng đầu và d là công sai của cấp số cộng.

Hệ phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} u_1 + (u_1 + 3d) = 8 \\ (u_1 + 2d) - (u_1 + d) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6 = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là:

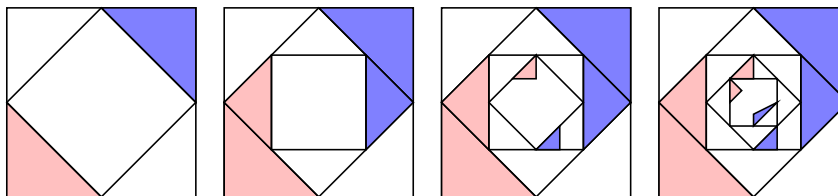
$$S_{10} = \frac{10}{2} \cdot [2u_1 + (10 - 1)d] = 5 \cdot [2 \cdot 1 + 9 \cdot 2] = 5 \cdot 20 = 100.$$

Vậy tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 100.

Bài 3. Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông có kích thước $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (tham khảo hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền (nghìn đồng) nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

hình vuông như trên. Biết tiền nước sơn để sơn 1 m^2 là 50000 đ.



Hướng dẫn giải. Diện tích hình vuông ban đầu là $S = 4 \times 4 = 16 \text{ m}^2$.

Ở lần vẽ thứ nhất, hình vuông mới có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ diện tích hình vuông ban đầu. Tổng diện tích 4 tam giác ở 4 góc tạo thành là $16 - \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ m}^2$. Vì thợ chỉ tô màu 2 tam giác đối diện nên diện tích phần được tô màu ở lần 1 là:

$$u_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \text{ m}^2.$$

Sau mỗi lần vẽ tiếp theo, diện tích hình vuông còn lại giảm đi một nửa, kéo theo diện tích phần tô màu cũng giảm đi một nửa so với lần trước đó. Do đó, diện tích phần tô màu ở mỗi lần lặp thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Tổng diện tích phần được tô màu sau 5 lần lặp lại là:

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1 - q^5}{1 - q} = 4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5}{1 - \frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{\frac{31}{32}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{31}{32} = \frac{31}{4} = 7,75 \text{ m}^2.$$

Số tiền nước sơn để hoàn thành trang trí là:

$$7,75 \times 50000 = 387500 \text{ đồng} = 387,5 \text{ nghìn đồng}.$$

Vậy số tiền cần tìm là 387,5 nghìn đồng.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

(A) $u_{10} = \frac{8}{31}$.

(B) $u_{50} = \frac{47}{150}$.

(C) $u_3 = \frac{1}{10}$.

(D) $u_{21} = \frac{19}{64}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Lần lượt kiểm tra các khẳng định:

◇ Với $n = 10$: $u_{10} = \frac{10-2}{3 \cdot 10 + 1} = \frac{8}{31}$. Vậy A đúng.

◇ Với $n = 50$: $u_{50} = \frac{50-2}{3 \cdot 50 + 1} = \frac{48}{151}$. Vậy B sai.

◇ Với $n = 3$: $u_3 = \frac{3-2}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{1}{10}$. Vậy C đúng.

◇ Với $n = 21$: $u_{21} = \frac{21-2}{3 \cdot 21 + 1} = \frac{19}{64}$. Vậy D đúng.

Vậy khẳng định sai là B.

❖ **Câu 2.** Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(C) $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Áp dụng công thức nghiệm cơ bản của phương trình cosin:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có: $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \sin x - 1}{\cos x}$ là

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số xác định khi mẫu số khác 0:

$$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

❖ **Câu 4.** Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

(A) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

(B) $-\frac{1}{8}$.

(C) $\frac{1}{8}$.

(D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Hướng dẫn giải. Sử dụng công thức nhân đôi: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$. Ta có: $\cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{9}{16} = 1 - \frac{9}{8} = -\frac{1}{8}$.

❖ Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = 16$. Khi đó công bội q là

- (A) 8. (B) 32. (C) 4. (D) 64.

Hướng dẫn giải. Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 16 \cdot 2 = 32$.

❖ Câu 6. Giải phương trình $\tan(2x) = \tan 80^\circ$. Kết quả thu được là

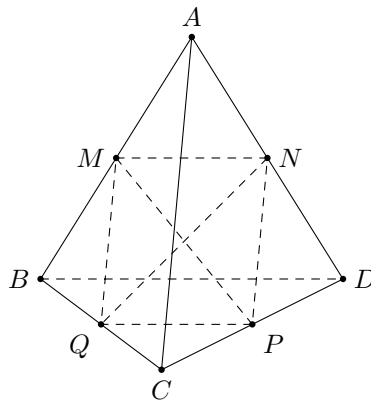
- (A) $x = 40^\circ + k90^\circ$. (B) $x = 40^\circ + k180^\circ$.
(C) $x = 40^\circ + k45^\circ$. (D) $x = 80^\circ + k180^\circ$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\tan(2x) = \tan 80^\circ \Leftrightarrow 2x = 80^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 40^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) $MN \parallel BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$. (B) $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$.
(C) MP và NQ chéo nhau. (D) $MNPQ$ là hình bình hành.

Hướng dẫn giải.



Trong $\triangle ABD$, MN là đường trung bình nên $MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD$.

Trong $\triangle CBD$, PQ là đường trung bình nên $PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD$.

Từ đó suy ra $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Trong hình bình hành $MNPQ$, hai đường chéo MP và NQ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Do đó, chúng không thể chéo nhau. Vậy C sai.

❖ Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin x + 5$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 5.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$.

Suy ra $2(-1) + 5 \leq 2\sin x + 5 \leq 2(1) + 5 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 3, đạt được khi $\sin x = -1$.

❖ Câu 9. Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\cos a$.

(A) $\cos a = \frac{8}{9}$.

(B) $\cos a = -\frac{8}{9}$.

(C) $\cos a = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(D) $\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \Rightarrow \cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos a = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ (góc phần tư thứ II) nên $\cos a < 0$.

Vậy $\cos a = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 10. Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?

(A) 8.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 4.

Hướng dẫn giải. Một mặt phẳng được xác định bởi điểm S và 2 điểm phân biệt lấy từ tập $\{A, B, C, D\}$.

Số cách chọn 2 điểm từ 4 điểm là $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ cách.

Vì $S \notin (\alpha)$ nên mỗi cặp điểm phối hợp với S sẽ tạo ra một mặt phẳng phân biệt.

Vậy có 6 mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

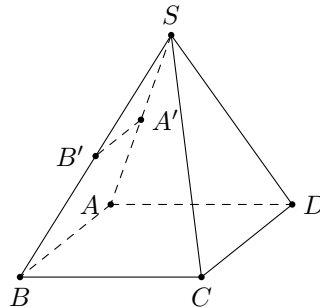
(A) (SCD) .

(B) (SAB) .

(C) (SAD) .

(D) (SBC) .

Hướng dẫn giải.



Trong tam giác SAB , $A'B'$ là đường trung bình nên $A'B' \parallel AB$.

Mà $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$.

Suy ra $A'B' \parallel CD$. Lại có $CD \subset (SCD)$ và $A'B' \notin (SCD)$.

Vậy $A'B' \parallel (SCD)$.

Câu 12. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, tìm phát biểu **đúng** trong các phát biểu sau:

(A) $\cot x > 0$.

(B) $\sin x > 0$.

(C) $\cos x > 0$.

(D) $\tan x > 0$.

Hướng dẫn giải. Với cung $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì điểm biểu diễn của góc lượng giác nằm ở góc phần tư thứ II.

Trong góc phần tư thứ II, ta có các giá trị lượng giác sau:

◇ $\sin x > 0$.

◇ $\cos x < 0$.

◇ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} < 0$.

$$\diamond \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} < 0.$$

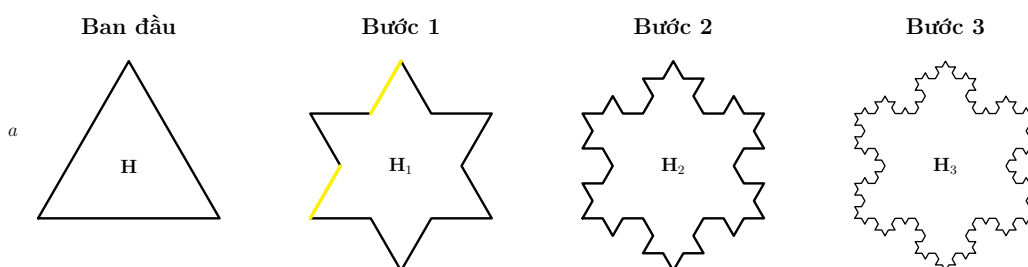
Vậy khẳng định đúng là $\sin x > 0$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hình **H** là một tam giác đều cạnh a . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:

- $\diamond$ Bước 1: Chia mỗi cạnh của hình **H** thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình **H**, sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình **H**₁.
- $\diamond$ Bước 2: Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình **H**₁, ta được hình **H**₂.

Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là *bông tuyết Von Koch*.



- a) Độ dài mỗi cạnh của hình **H**₁ là $\frac{a}{3}$.
- b) Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì độ dài mỗi cạnh của hình **H**_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình **H**_n.
- c) Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là số cạnh của các hình **H**₁, **H**₂, ..., **H**_n, ... Khi đó dãy u_n là cấp số nhân có công bội $q = 4$.
- d) Chu vi của hình bông tuyết Von Koch **H**₁₆ lớn hơn 100 lần chu vi của hình **H**.

Hướng dẫn giải.

- $\diamond$ **a) Đúng:** Cạnh của hình **H** có độ dài là a . Theo quy tắc ở bước 1, mỗi cạnh của **H** được chia làm 3 phần bằng nhau, phần ở giữa được thay thế bằng hai cạnh của một tam giác đều mới có độ dài bằng phần đã xóa. Do đó mỗi đoạn thẳng nhỏ của **H**₁ có độ dài là $\frac{a}{3}$.
- $\diamond$ **b) Đúng:** Ở mỗi bước tiếp theo, một cạnh của hình cũ độ dài L sẽ được thay thế bởi 4 cạnh mới, mỗi cạnh mới có độ dài là $\frac{L}{3}$. Như vậy, độ dài mỗi cạnh của hình **H**_n bằng $\frac{1}{3}$ độ dài mỗi cạnh của hình **H**_{n-1}, hay độ dài cạnh **H**_{n-1} gấp 3 lần độ dài cạnh **H**_n.
- $\diamond$ **c) Đúng:** Hình **H** ban đầu có 3 cạnh. Ở bước 1, mỗi cạnh được thay thế bởi 4 cạnh mới $\Rightarrow u_1 = 3 \cdot 4 = 12$ cạnh. Ở bước 2, mỗi cạnh trong số 12 cạnh của **H**₁ lại được thay thế bởi 4 cạnh mới $\Rightarrow u_2 = 12 \cdot 4 = 48$ cạnh. Tổng quát, $u_n = 12 \cdot 4^{n-1}$, đây là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 12$ và công bội $q = 4$.
- $\diamond$ **d) Đúng:** Chu vi của hình **H** là $P = 3a$. Độ dài mỗi cạnh của **H**_n là $l_n = \frac{a}{3^n}$. Số cạnh của **H**_n là $u_n = 3 \cdot 4^n$. Chu vi của hình **H**₁₆ là $P_{16} = u_{16} \cdot l_{16} = (3 \cdot 4^{16}) \cdot \frac{a}{3^{16}} = 3a \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{16}$. Xét tỉ số giữa chu vi **H**₁₆ và chu vi **H**: $\frac{P_{16}}{P} = \frac{3a \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{16}}{3a} = \left(\frac{4}{3}\right)^{16} \approx 100,176 > 100$. Vậy chu vi **H**₁₆ lớn hơn 100 lần chu vi **H**.

Bài 2. Cho phương trình lượng giác $2 \sin x = \sqrt{2}$. Khi đó

- Phương trình tương đương $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$.
- Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$.
- Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm.

Hướng dẫn giải. Ta có $2 \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

◇ a) Vì $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên phương trình tương đương với $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$. Đây là phát biểu **Đúng**.

◇ b) Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$ là:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Phát biểu b) ghi nghiệm $\frac{\pi}{3}$ là **Sai**.

◇ c) Từ các họ nghiệm trên, với $k = 0$, ta có các nghiệm dương là $\frac{\pi}{4}$ và $\frac{3\pi}{4}$. Nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{4}$. Đây là phát biểu **Đúng**.

◇ d) Xét khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$:

- Họ nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$: Chỉ có $x = \frac{\pi}{4}$ thuộc khoảng (với $k = 0$).

- Họ nghiệm $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$: Không có giá trị nào thuộc khoảng (vì $\frac{3\pi}{4} > \frac{\pi}{2}$ và $-\frac{5\pi}{4} < -\frac{\pi}{2}$).

Vậy phương trình chỉ có 1 nghiệm trong khoảng đã cho. Phát biểu d) là **Sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{n+1}$. Biết số hạng thứ 2 và số hạng thứ 4 lần lượt bằng 4 và bằng 2. Số hạng đầu tiên của dãy số bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_2 = 4 \\ u_4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2a+b}{3} = 4 \\ \frac{4a+b}{5} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b = 12 \\ 4a+b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = -2 \\ b = 12 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 14 \end{cases}$$

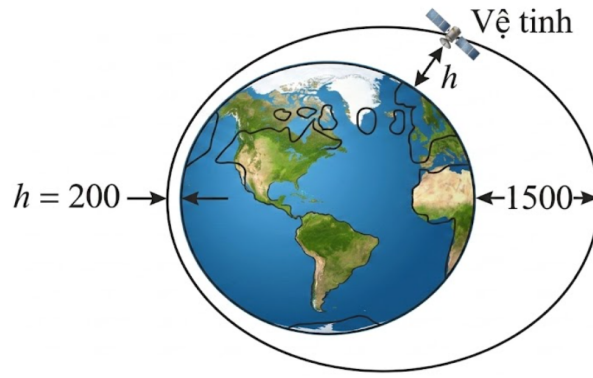
Số hạng đầu tiên của dãy số là:

$$u_1 = \frac{a(1)+b}{1+1} = \frac{-1+14}{2} = \frac{13}{2} = 6,5.$$

Vậy số hạng đầu tiên của dãy số bằng 6,5.

Bài 2. Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):

Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50}t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km. Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó?



Hướng dẫn giải. Ta có phương trình: $550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50}t = 250 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{50}t = -\frac{2}{3}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{50}t \approx 2,3 + k2\pi \\ \frac{\pi}{50}t \approx -2,3 + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 36,61 + k100 \\ t \approx -36,61 + k100 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

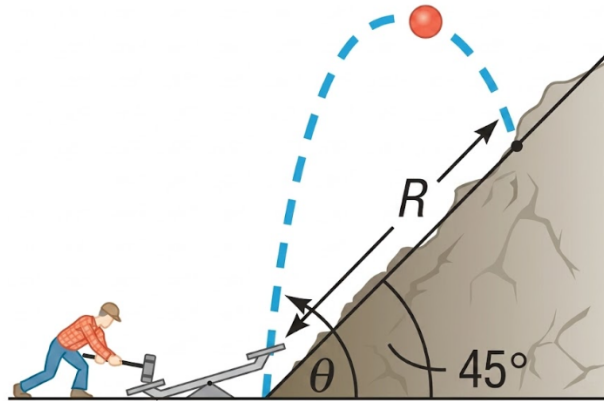
Vì xét trong khoảng 60 phút đầu tiên ($0 \leq t \leq 60$), ta chọn $k = 0$ cho nhánh thứ nhất và $k = 1$ cho nhánh thứ hai.

- Với $k = 0 \Rightarrow t \approx 36,61$ (phút).

- Với $k = 1 \Rightarrow t \approx -36,61 + 100 = 63,39$ (phút) > 60 (loại).

Vậy trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, tại thời điểm $t \approx 36,61$ (phút) thì ta có thể thực hiện thí nghiệm đó.

Bài 3. Một vật được phóng lên theo phương ngang một góc θ , với $45^\circ < \theta < 90^\circ$, có vận tốc ban đầu v_0 (tính bằng m/s) từ chân một mặt phẳng nghiêng tạo với phương ngang góc 45° . (Xem hình minh họa.)



Nếu bỏ qua sức cản không khí, quãng đường R mà vật đi dọc theo mặt phẳng nghiêng, khi là hàm của θ , được cho bởi $R(\theta) = \frac{v_0^2 \sqrt{2}}{32} [\sin(2\theta) - \cos(2\theta) - 1]$.
 Khi đó R đạt giá trị dài nhất khi θ bằng bao nhiêu độ?

Hướng dẫn giải. Để tìm cực đại của $R(\theta) = K[\sin(2\theta) - \cos(2\theta) - 1]$ với $K = \frac{v_0^2 \sqrt{2}}{32} > 0$, ta chỉ cần quan tâm đến biểu thức $f(\theta) = \sin(2\theta) - \cos(2\theta) - 1$.

$$\text{Biến đổi: } \sin(2\theta) - \cos(2\theta) = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2\theta) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\theta) \right) = \sqrt{2} \sin(2\theta - 45^\circ).$$

Vậy $f(\theta) = \sqrt{2} \sin(2\theta - 45^\circ) - 1$.

- Hàm $\sin(\alpha)$ lớn nhất bằng 1 khi $\alpha = 90^\circ$.

- Do đó ta cần $2\theta - 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow 2\theta = 135^\circ \Rightarrow \theta = 67,5^\circ$.

Với giá trị này, $\sin(2\theta - 45^\circ) = 1$ khiến $f(\theta)$ đạt cực đại, và do $K > 0$ nên $R(\theta)$ cũng đạt cực đại tại $\theta = 67,5^\circ$.

Bài 4. Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là?

Hướng dẫn giải. Ta có phương trình: $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1$ (với điều kiện $\cos x \neq 0$).

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in [-\pi; \pi]$ nên ta có:

$$-\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -1 \leq \frac{1}{4} + k \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0\}$.

◇ Với $k = -1 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{4} \in [-\pi; \pi]$.

◇ Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [-\pi; \pi]$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \cot^3 \alpha + \tan^3 \alpha$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $P = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3 \tan \alpha \cot \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha)$.

Vì $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ và $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$ nên thay vào ta được:

$$P = 2^3 - 3 \cdot 1 \cdot 2 = 8 - 6 = 2.$$

Vậy giá trị của biểu thức P bằng 2.

Bài 2. Lớp 11A được phân công trồng cây vườn trường hình tam giác đều. Sau thời gian tính toán để trồng hết số cây theo quy định thì các bạn đã đưa ra phương án trồng như sau: Hàng thừa nhất là cạnh tam giác đều trồng 10 cây, hàng thứ 2 song song hàng thứ nhất và ít hơn hàng thứ nhất 1 cây, hàng thứ 3 song song hàng thứ hai và ít hơn hàng thứ hai 1 cây cứ trồng cây theo quy luật các hàng song song nhau và hàng sau ít hơn hàng trước 1 cây; hàng cuối cùng tại đỉnh của tam giác đều đó và chỉ có 1 cây. Lớp 11A được giao trồng số cây là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Số cây ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là số cây ở hàng cuối cùng $u_1 = 1$, số hạng thứ n là số cây ở hàng đầu tiên $u_n = 10$, công sai $d = 1$.

Số hàng cây là $n = 10$.

Tổng số cây lớp 11A được giao trồng là tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng:

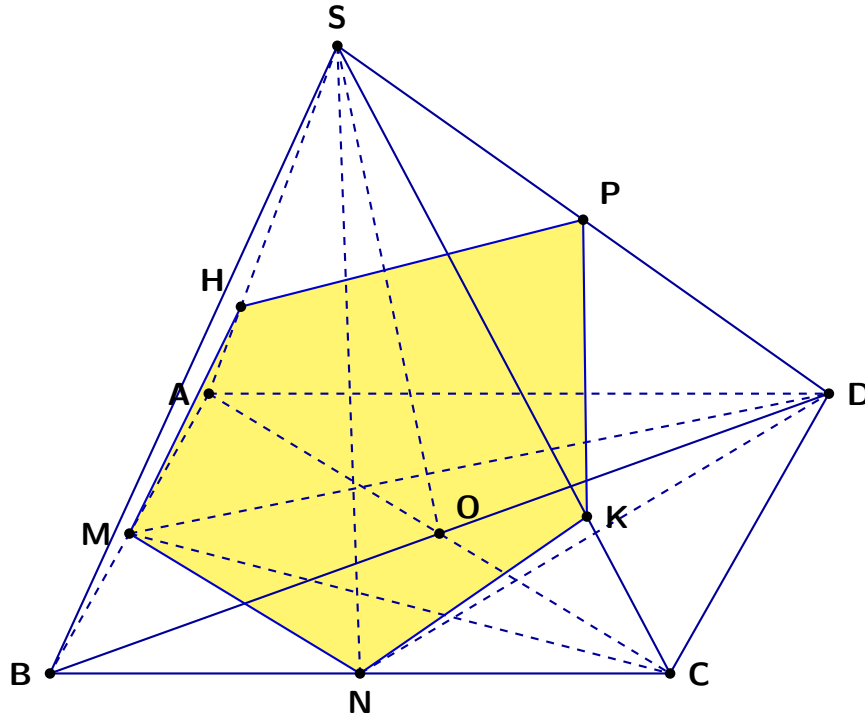
$$S_{10} = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{10(1 + 10)}{2} = 5 \cdot 11 = 55 \text{ (cây)}.$$

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và SD .

a) Chứng minh $MN \parallel (SAC)$.

b) Mặt phẳng (PMN) cắt SA, SC lần lượt tại H, K . Tìm tỉ số $\frac{S_{\triangle SHK}}{S_{\triangle SAC}}$.

 Hướng dẫn giải.



a) Trong tam giác ABC , M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $MN \parallel AC$.

Ta có: $\begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \subset (SAC) \\ MN \not\subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SAC).$

b) Gọi E là giao điểm của MN và BD . Vì MN là đường trung bình $\triangle ABC$ nên E nằm trên đường chéo BD và dễ dàng thấy E là trung điểm của BO .

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $O' = EP \cap SO$.

Vì $MN \parallel AC$ nên giao tuyến của (PMN) và (SAC) là đường thẳng HK đi qua O' và song song với AC ($H \in SA, K \in SC$).

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SDO với cát tuyến $PO'E$:

$$\frac{PS}{PD} \cdot \frac{ED}{EO} \cdot \frac{O'O}{O'S} = 1.$$

Vì P là trung điểm $SD \Rightarrow \frac{PS}{PD} = 1$.

Vì O là trung điểm BD , E là trung điểm $BO \Rightarrow OE = \frac{1}{4}BD$ và $DE = \frac{3}{4}BD \Rightarrow \frac{ED}{EO} = 3$.

Thay vào ta được: $1 \cdot 3 \cdot \frac{O'O}{O'S} = 1 \Rightarrow \frac{O'O}{O'S} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{4}$.

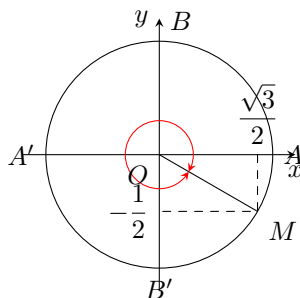
Vì $HK \parallel AC$ nên $\frac{SH}{SA} = \frac{SK}{SC} = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{4}$.

Tỉ số diện tích:

$$\frac{S_{\triangle SHK}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{SH}{SA} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}.$$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho góc lượng giác α được biểu diễn bởi điểm M trên đường tròn lượng giác như mô tả trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(C) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$.

(D) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Điểm biểu diễn M trên đường tròn lượng giác có tọa độ $(x_M; y_M)$.

Theo định nghĩa, $\cos \alpha = x_M$ và $\sin \alpha = y_M$.

Dựa vào hình vẽ, dóng điểm M lên trục hoành ta được $x_M = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và dóng lên trục tung ta được $y_M = -\frac{1}{2}$.

Vậy $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$. Đáp án D đúng.

❖ **Câu 2.** Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) $\sin(\alpha + \pi) < 0$.

(B) $\cos(\alpha + \pi) > 0$.

(C) $\tan(\pi - \alpha) > 0$.

(D) $\cot(\pi - \alpha) < 0$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, ta có $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha > 0$.

Xét các đáp án:

A. $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha < 0$. (Đúng)

B. $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha < 0$. Suy ra $\cos(\alpha + \pi) > 0$ là **Sai**.

C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha < 0$. Suy ra $\tan(\pi - \alpha) > 0$ là **Sai**.

D. $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha < 0$. (Đúng)

Lưu ý: Trong đề bài có hai khẳng định sai là B và C. Thông thường các đề thi trắc nghiệm sẽ chỉ có một đáp án sai.

❖ **Câu 3.** Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(C) $\sqrt{3}$.

(D) $-\sqrt{3}$.

 **Hướng dẫn giải.** Giá trị lượng giác cơ bản: $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

❖ **Câu 4.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
- (B) $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
- (C) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
- (D) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

 **Hướng dẫn giải.** Công thức nhân đôi đối với cosin đúng phải là: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ hoặc $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Vậy khẳng định B thiếu dấu bình phương ở $\cos a$ nên là khẳng định sai.

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.
- (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

 **Hướng dẫn giải.** Dựa vào tính chất biến thiên của hàm số lượng giác:

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Với $k = 0$, hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Đáp án D đúng.

❖ **Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 5$ là

- (A) 3.
- (B) 2.
- (C) 5.
- (D) 4.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $2 \cdot (-1) + 5 \leq 2 \sin x + 5 \leq 2 \cdot 1 + 5 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 3.

❖ **Câu 7.** Phương trình $\cot x = -1$ có nghiệm là:

- (A) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- (B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- (C) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- (D) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot}(-1) + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 8.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- (B) Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- (C) Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- (D) Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

 **Hướng dẫn giải.** Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Vậy mệnh đề C là sai.

❖ **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

(A) 8.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 7.

➤ **Hướng dẫn giải.** Xét phương trình: $\frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15(n+1) = 8(2n+1) \Leftrightarrow 15n+15 = 16n+8 \Leftrightarrow n=7$.

Vậy $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ 7 của dãy số.

❖ **Câu 10.** Tổng của 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên tính từ 1 là:

(A) 10000.

(B) 10100.

(C) 20000.

(D) 20200.

➤ **Hướng dẫn giải.** Dãy 100 số lẻ đầu tiên là $1, 3, 5, \dots, u_{100}$. Đây là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 2$.

Tổng của dãy là $S_{100} = \frac{100}{2} \cdot [2u_1 + (100-1)d] = 50 \cdot [2 \cdot 1 + 99 \cdot 2] = 50 \cdot 200 = 10000$.

Hoặc dùng công thức tổng n số lẻ đầu tiên là n^2 : $100^2 = 10000$.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

(A) $-2; -10; -50; -250$.

(B) $-2; 10; -50; 250$.

(C) $-2; 10; 50; -250$.

(D) $-2; 10; 50; 250$.

➤ **Hướng dẫn giải.** $u_1 = -2$

$u_2 = u_1 \cdot q = (-2) \cdot (-5) = 10$

$u_3 = u_2 \cdot q = 10 \cdot (-5) = -50$

$u_4 = u_3 \cdot q = (-50) \cdot (-5) = 250$

Vậy bốn số hạng đầu là $-2, 10, -50, 250$.

❖ **Câu 12.** Cho cấp số cộng $u_1 = -3; u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đó là

(A) $d = 6$.

(B) $d = 7$.

(C) $d = 8$.

(D) $d = 5$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Ta có $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow 5d = 30 \Leftrightarrow d = 6$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$.

a) Công sai của cấp số cộng là $d = 3$.

b) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 21$.

c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là $u_9 = 3$.

d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_5 = -60$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Gọi u_1 là số hạng đầu và d là công sai của cấp số cộng. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10d = 30 \\ u_1 = -12 - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$$

Xét các phát biểu:

❖ a) Công sai $d = 3$. Đây là phát biểu **Đúng**.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- ◇ b) Số hạng đầu $u_1 = -21$. Phát biểu ghi $u_1 = 21$ là **Sai**.
- ◇ c) Số hạng thứ 9 là $u_9 = u_1 + 8d = -21 + 8 \cdot 3 = 3$. Đây là phát biểu **Đúng**.
- ◇ d) Tổng 5 số hạng đầu là $S_5 = \frac{5}{2}[2u_1 + 4d] = \frac{5}{2}[2 \cdot (-21) + 4 \cdot 3] = \frac{5}{2}[-42 + 12] = -75$. Phát biểu ghi $S_5 = -60$ là **Sai**.

Bài 2. Trên đường tròn lượng giác tâm O và hệ trục tọa độ Oxy cho điểm M sao cho $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{5}$.

- a) Số đo của góc lượng giác có tia đầu là OA tia cuối là OM bằng $\frac{\pi}{5} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- b) Góc lượng giác có số đo $\frac{11\pi}{5}$ có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác (OA, OM) .
- c) Trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ta được 6 điểm.
- d) Khi biểu diễn góc $\alpha = \frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ lên đường tròn lượng giác ta được tập hợp điểm là một đa giác đều thì diện tích của đa giác đều đó bằng 4.

Hướng dẫn giải.

- ◇ a) Số đo của góc lượng giác (OA, OM) phải là $\frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Phát biểu ghi cộng đuôi $k\pi$ là **Sai**.
- ◇ b) Ta có $\frac{11\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + 2\pi$. Vì hai giá trị này sai khác nhau một bội của 2π nên chúng có cùng tia đầu và tia cuối. Đây là phát biểu **Đúng**.
- ◇ c) Góc có số đo $\alpha = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{2\pi}{6}$. Số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác tương ứng với mẫu số của phần đuôi khi đưa về dạng $\frac{k2\pi}{n}$, ở đây $n = 6$. Vậy có 6 điểm biểu diễn. Đây là phát biểu **Đúng**.
- ◇ d) Góc $\alpha = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{2\pi}{4}$ biểu diễn được 4 điểm tạo thành một hình vuông nội tiếp đường tròn đơn vị (bán kính $R = 1$). Diện tích hình vuông nội tiếp đường tròn bán kính R là $S = 2R^2 = 2 \cdot 1^2 = 2$. Phát biểu ghi diện tích bằng 4 là **Sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_4 = 3; u_2 + u_5 = 9$. Tổng mười số hạng đầu tiên của cấp số nhân là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Hướng dẫn giải. Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_1 + u_1q^3 = 3 \\ u_1q + u_1q^4 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^3) = 3 \\ u_1q(1 + q^3) = 9 \end{cases}$$

Lấy vế chia vế ta được $\frac{u_1q(1 + q^3)}{u_1(1 + q^3)} = \frac{9}{3} \Rightarrow q = 3$.

Thay $q = 3$ vào phương trình đầu: $u_1(1 + 3^3) = 3 \Rightarrow u_1 \cdot 28 = 3 \Rightarrow u_1 = \frac{3}{28}$.

Tổng mười số hạng đầu tiên là:

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = \frac{3}{28} \cdot \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} = \frac{3 \cdot 59048}{28 \cdot 2} \approx 3163,28.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được 3163.

Bài 2. Nhân dịp chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20 – 11, lớp 11A trường THPT Nguyễn Huệ luyện tập dân vũ mỗi ngày để biểu diễn. Lớp bắt đầu luyện tập trong 1 giờ vào ngày đầu tiên. Mỗi ngày tiếp theo lớp tăng thêm 5 phút luyện tập so với ngày trước đó. Hỏi sau một tuần tổng tất cả thời gian lớp 11A đã luyện tập là bao nhiêu phút?

Hướng dẫn giải. Đổi 1 giờ = 60 phút.

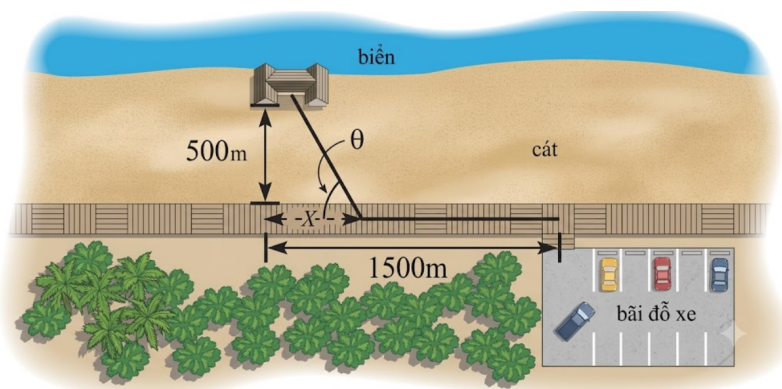
Thời gian luyện tập mỗi ngày của lớp lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 60$ (phút) và công sai $d = 5$ (phút).

Một tuần có 7 ngày nên $n = 7$.

Tổng thời gian luyện tập trong một tuần là:

$$S_7 = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{7}{2}[2 \cdot 60 + (7-1) \cdot 5] = \frac{7}{2}[120 + 30] = 525 \text{ (phút)}.$$

Bài 3. Từ một bãi đỗ xe, bạn muốn đi bộ đến một ngôi nhà trên bãi biển. Ngôi nhà nằm cách đó 1500 m dọc theo một con đường lát xi măng song song với bờ biển, và bờ biển cách con đường đó 500 m. (Xem hình minh họa.)



Trên con đường lát, bạn có thể đi được 300 m mỗi phút, nhưng đi trên cát ở bãi biển thì chỉ được 100 m mỗi phút. Thời gian T để đi từ bãi đỗ xe đến ngôi nhà trên bãi biển có thể được biểu diễn dưới dạng hàm của góc θ trong hình vẽ: $T(\theta) = 5 - \frac{5}{3 \tan \theta} + \frac{5}{\sin \theta}, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Yêu cầu. Tính thời gian (phút) T nếu bạn đi thẳng từ bãi đỗ xe đến ngôi nhà biết $\tan \theta = \frac{500}{1500}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Có $\tan \theta = \frac{500}{1500} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{1/3}{\sqrt{1 + 1/9}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Thay vào công thức thời gian $T(\theta)$:

$$\diamond \frac{5}{3 \tan \theta} = \frac{5}{3 \cdot \frac{1}{3}} = 5.$$

$$\diamond \frac{5}{\sin \theta} = \frac{5}{1/\sqrt{10}} = 5\sqrt{10}.$$

Suy ra: $T = 5 - 5 + 5\sqrt{10} = 5\sqrt{10} \approx 15,8$ phút.

Bài 4. Quang Hải là một cầu thủ bóng đá chuyên nghiệp. Giả sử năm 2023, anh vừa kí hợp đồng 5 năm với CLB Công An Hà Nội với mức lương năm khởi điểm là 300 triệu đồng. Chủ tịch CLB đưa ra cho Quang Hải ba phương án về lương như sau:

♦ Phương án 1: Mỗi năm ngoài mức lương cố định như trên, sẽ được thưởng thêm 50 triệu đồng.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- ◇ Phương án 2: Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 10% so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.
- ◇ Phương án 3: Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 30 triệu so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

Em hãy tính giúp Quang Hải xem với phương án lương nào thì tổng lương sau 5 năm của Quang Hải là lớn nhất?

 *Hướng dẫn giải.* Mức lương khởi điểm năm đầu tiên là 300 triệu đồng. Xét tổng lương sau 5 năm của từng phương án:

- ◇ **Phương án 1:** Mỗi năm Quang Hải nhận được số tiền cố định là $300 + 50 = 350$ triệu đồng. Tổng lương sau 5 năm là: $S_1 = 5 \times 350 = 1750$ (triệu đồng).
- ◇ **Phương án 2:** Mức lương mỗi năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 300$ và công bội $q = 1 + 10\% = 1,1$. Tổng lương sau 5 năm là:

$$S_2 = u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 300 \cdot \frac{1,1^5 - 1}{1,1 - 1} = 300 \cdot \frac{0,61051}{0,1} = 1831,53 \text{ (triệu đồng)}.$$

- ◇ **Phương án 3:** Mức lương mỗi năm lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 300$ và công sai $d = 30$. Tổng lương sau 5 năm là:

$$S_3 = \frac{5}{2}[2u_1 + (5 - 1)d] = \frac{5}{2}[2 \cdot 300 + 4 \cdot 30] = \frac{5}{2} \cdot 720 = 1800 \text{ (triệu đồng)}.$$

So sánh kết quả ta có $S_2 > S_3 > S_1$ ($1831,53 > 1800 > 1750$).

Vậy phương án 2 giúp Quang Hải có tổng lương sau 5 năm là lớn nhất.

Phần IV. Tự luận

Bài 1.

- a) Giải phương trình $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2 = 0$.
- b) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin x = 0$ thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$.

 *Hướng dẫn giải.* a) Ta có:

$$\begin{aligned} 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2 &= 0 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = -1 \\ \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} &= -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} \cos 3x + \sin x &= 0 \Leftrightarrow \cos 3x = -\sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 3x = -x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Xét điều kiện $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$:

- ◇ Với $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{1}{4} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

$$\diamond \text{ Với } x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{5}{4} \Rightarrow k \in \{0, 1\}.$$

$$\star k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8}.$$

$$\star k = 1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8}.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc đoạn đã cho là $x = \frac{\pi}{4}; x = -\frac{\pi}{8}; x = \frac{3\pi}{8}$.

Bài 2. Trong công viên Yellowstone (Mỹ), có miệng giếng phun “Old Faithful” – là một mạch nước ngầm tự nhiên. Điều ngạc nhiên là sự phun trào này theo một quy tắc: Thời gian giữa các đợt phun trào dựa vào độ dài của đợt phun trào trước đó.

$\diamond$ Nếu thời gian phun trào kéo dài 1 phút thì sau 46 phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

$\diamond$ Nếu thời gian phun trào kéo dài 2 phút thì sau 58 phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

Thời gian giữa các đợt phun trào tạo thành một cấp số cộng: 46, 58, 70, 82, ... Nếu đợt phun trào kéo dài 6 phút thì sau bao nhiêu phút sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

Hướng dẫn giải. Thời gian giữa các đợt phun trào tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 46$ và công sai $d = 58 - 46 = 12$.

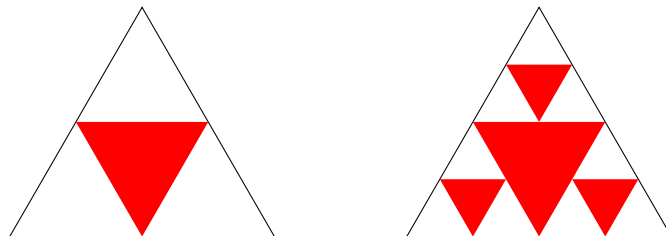
Số hạng u_n ứng với thời gian phun trào kéo dài n phút.

Để tìm thời gian chờ sau đợt phun trào kéo dài 6 phút, ta tính số hạng thứ 6 của cấp số cộng:

$$u_6 = u_1 + 5d = 46 + 5 \cdot 12 = 46 + 60 = 106 \text{ (phút)}.$$

Vậy sau 106 phút (tức 1 giờ 46 phút) sẽ có đợt phun trào tiếp theo.

Bài 3. Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 1 đơn vị được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ. Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ.



a) Tính diện tích tam giác đều đó?

b) Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại 5 lần, hãy tìm tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ.

Hướng dẫn giải. a) Diện tích của tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Với $a = 1$, diện tích tam giác đều ban đầu là $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ đơn vị diện tích.

b) Sau mỗi lần thực hiện, mỗi tam giác trắng sẽ được chia thành 4 tam giác nhỏ, trong đó 1 tam giác đỏ và 3 tam giác trắng.

Do đó, diện tích phần màu trắng sau mỗi lần sẽ bằng $\frac{3}{4}$ diện tích phần màu trắng của lần trước đó.

Gọi u_n là diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ sau lần thứ n .

Dãy (u_n) là một cấp số nhân với $u_0 = S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ và công bội $q = \frac{3}{4}$.

Diện tích phần màu trắng sau 5 lần lặp lại là:

$$u_5 = u_0 \cdot q^5 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{243}{1024} = \frac{243\sqrt{3}}{4096} \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

- (A) 60° . (B) 30° . (C) 40° . (D) 50° .

➤ *Hướng dẫn giải.* Một vòng quay của bánh xe tương ứng với 360° và có 72 răng.

Số đo góc tương ứng với 1 răng là $360^\circ : 72 = 5^\circ$.

Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là $10 \cdot 5^\circ = 50^\circ$.

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 2.** Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

- (A) $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (B) $1 - \sqrt{5}$. (C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$.

Lại có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 5 \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$.

Vì $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên α thuộc góc phần tư thứ III, do đó $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$.

Suy ra $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ và $\sin \alpha = 2 \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $\cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án A.

❖ **Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$ là:

- (A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 4.** Xác định x dương để $2x - 3; x; 2x + 3$ lập thành cấp số nhân.

- (A) $x = \sqrt{3}$. (B) $x = \pm\sqrt{3}$.
(C) không có giá trị nào của x . (D) $x = 3$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Để ba số $2x - 3, x, 2x + 3$ lập thành cấp số nhân thì $x^2 = (2x - 3)(2x + 3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow 3x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Vì x dương nên ta chọn $x = \sqrt{3}$. Chọn đáp án A.

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = \cos x$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; \pi)$. (B) $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. (C) $(-\pi; 0)$. (D) $(-\pi; -\frac{3\pi}{4})$.

🔍 *Hướng dẫn giải.* Quan sát đồ thị hàm số $y = \cos x$ ta thấy trên khoảng $(-\pi; 0)$, đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

Chọn đáp án C.

❖ **Câu 6.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- (A) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa..
(B) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
(C) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất..
(D) Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau..

🔍 *Hướng dẫn giải.* Mệnh đề B sai vì nếu hai mặt phẳng trùng nhau và có một điểm chung thì chúng có vô số đường thẳng chung, không phải duy nhất.

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- (A) $d = 3$. (B) $d = 2$. (C) $d = -2$. (D) $d = -3$.

🔍 *Hướng dẫn giải.* Công sai của cấp số cộng là $d = u_{n+1} - u_n = [3(n+1) - 2] - [3n - 2] = 3n + 3 - 2 - 3n + 2 = 3$.

Chọn đáp án A.

❖ **Câu 8.** Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- (A) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$.
(B) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$.
(C) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$.
(D) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$.

🔍 *Hướng dẫn giải.* Ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$.

Chọn đáp án C.

❖ **Câu 9.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng MNP là giao điểm của:

- (A) CD và NP . (B) CD và MN .
(C) CD và MP . (D) CD và AP .

🔍 *Hướng dẫn giải.* Ta có $N \in BC \subset (BCD)$ và $P \in BD \subset (BCD)$ nên $NP \subset (BCD)$.

Mặt khác $N, P \in (MNP)$ nên $NP \subset (MNP)$.

Do đó NP là giao tuyến của mặt phẳng (BCD) và (MNP) . Đường thẳng CD nằm trong mặt phẳng (BCD) .

Trong mặt phẳng (BCD) , xét đường thẳng NP và CD . Vì N là trung điểm của BC và P chia BD theo tỉ số $BP/BD = 2/3$ nên NP không song song với CD .

Vậy CD cắt NP tại một điểm, điểm này chính là giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP) .

Chọn đáp án A.

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD(AB \parallel CD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên..
- (B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD)..
- (C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC)..
- (D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của hình thang $ABCD$..

➤ *Hướng dẫn giải.* Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường thẳng đi qua hai điểm chung S và A , đó chính là cạnh bên SA .

Vậy khẳng định D sai.

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 11.** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- (A) Ba điểm phân biệt.
- (B) Một điểm và một đường thẳng.
- (C) Hai đường thẳng cắt nhau.
- (D) Bốn điểm phân biệt.

➤ *Hướng dẫn giải.* Theo định lí về sự xác định mặt phẳng, hai đường thẳng cắt nhau xác định một mặt phẳng duy nhất.

Các phương án khác thiếu điều kiện (ví dụ: ba điểm phải không thẳng hàng, điểm phải không nằm trên đường thẳng).

Chọn đáp án C.

❖ **Câu 12.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là:

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
- (C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

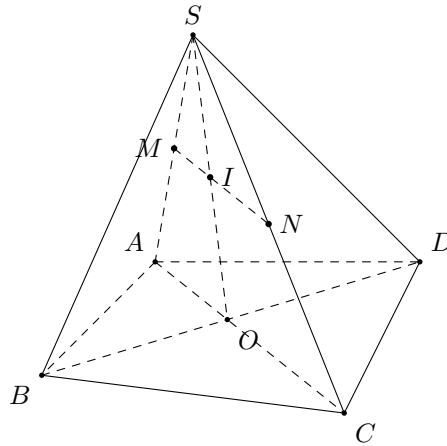
Chọn đáp án B.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Giao của AC và BD là O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO .
- b) Giao điểm của BD và (SAC) chính là điểm O .
- c) Giao điểm của MN và (SBD) chính là trung điểm của SO .
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MCD) là SC .

Hướng dẫn giải.



- a) **Đúng.** Vì S là điểm chung thứ nhất của (SAC) và (SBD) . $O = AC \cap BD \Rightarrow O \in (SAC)$ và $O \in (SBD) \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai. Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.
- b) **Đúng.** Vì $O \in BD$ và $O \in AC \subset (SAC)$. Vậy $BD \cap (SAC) = O$.
- c) **Đúng.** Trong tam giác SAC , MN là đường trung bình nên $MN \parallel AC$.
Gọi $I = MN \cap SO$, vì M, N là trung điểm của SA, SC nên I là trung điểm của SO .
Mà $SO \subset (SBD)$ nên I chính là giao điểm của MN và (SBD) .
- d) **Sai.** Điểm C thuộc cả hai mặt phẳng (SBC) và (MCD) .
Tuy nhiên điểm S không thuộc mặt phẳng (MCD) vì S không nằm trên các cạnh MC, CD hay DM .
Do đó SC không thể là giao tuyến của hai mặt phẳng này.

Bài 2. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó: $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$.
- b) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 - a\sqrt{6}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ thì $a + b = 8$.
- c) Phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- d) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có 3 nghiệm.

Hướng dẫn giải.

- a) **Sai.** Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, α thuộc góc phần tư thứ III, do đó $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$.
- b) **Đúng.** Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{6} + 1}{6} = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{6}.$$

Đối chiếu đề bài $\frac{1-a\sqrt{6}}{b}$, ta được $a=2, b=6$. Cả hai đều thuộc $\mathbb{N}$. Suy ra $a+b=2+6=8$.

c) **Sai.** Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(-\frac{\pi}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

So với đề bài, họ nghiệm thứ nhất là sai (thiếu hệ số 2 ở tử số).

d) **Sai.** Từ kết quả câu c), tìm các nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$:

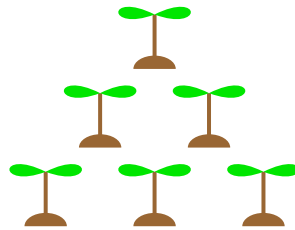
$$\bullet 0 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{9} < \frac{6k}{9} < \frac{4.5+2}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < k < \frac{6.5}{6} \approx 1,08 \Rightarrow k=1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{9}.$$

$$\bullet 0 < \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{1+2k}{3} < \frac{1.5}{3} \Leftrightarrow 0 < 1+2k < 1,5 \Rightarrow k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

Vậy phương trình chỉ có 2 nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4*

Bài 1. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác theo cách sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, và cứ như thế mỗi hàng sau sẽ có nhiều hơn hàng ngay trước đó 1 cây. Tổng số hàng cây trong khu vườn bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Số cây ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

Gọi n là tổng số hàng cây ($n \in \mathbb{N}^*$). Tổng số cây được trồng là tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng:

$$S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Theo giả thiết, tổng số cây là 465, ta có phương trình:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \text{ (nhận)} \\ n = -31 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy tổng số hàng cây trong khu vườn là 30 hàng.

Bài 2. Biết $\sin \alpha = \frac{2}{5}$. Khi đó giá trị $\cos 2\alpha$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có công thức nhân đôi: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$.

Thay $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ vào công thức, ta được:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{4}{25} = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25}.$$

$$\text{Vậy } \cos 2\alpha = \frac{17}{25}.$$

Bài 3. Ở các nơi không gian cổ điển mang cảm giác hoài niệm thường được treo một chiếc đồng hồ đồ chuông. Đồng hồ đồ chuông là loại đồng hồ không chỉ dùng để chỉ giờ mà còn phát ra tiếng chuông vào những thời điểm nhất định. Hệ thống chuông trong đồng hồ được điều khiển bởi một cơ chế riêng biệt, và khi đến giờ đồng hồ sẽ phát ra tiếng chuông tương ứng với số giờ, tạo ra âm thanh rõ ràng giúp người dùng biết được thời gian mà không cần nhìn vào mặt đồng hồ. Hỏi rằng trong một ngày, đồng hồ đánh tất cả bao nhiêu tiếng, biết rằng đồng hồ chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ (tương ứng với số chỉ ở trên mặt đồng hồ)?

Hướng dẫn giải. Một ngày có 24 giờ, đồng hồ có 12 số tương ứng với 12 giờ. Trong một ngày, đồng hồ sẽ thực hiện 2 chu kỳ từ 1 đến 12 giờ.

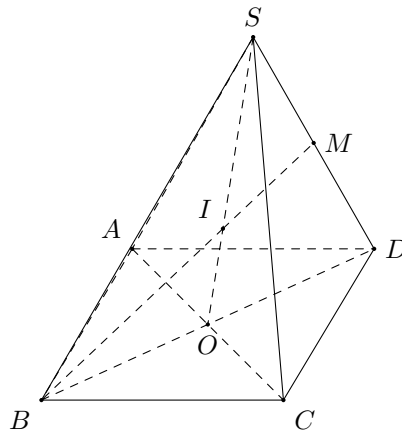
Tổng số tiếng chuông trong một chu kỳ 12 giờ là:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 12 = \frac{12(12 + 1)}{2} = 78 \text{ (tiếng)}.$$

Trong một ngày (24 giờ), đồng hồ đánh tất cả số tiếng chuông là: $78 \cdot 2 = 156$ (tiếng).

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm. AC và BD cắt nhau tại O , tam giác SBD vuông cân tại S . Lấy điểm I nằm trên SO sao cho $SI = 2IO$. Đường thẳng IB cắt mặt phẳng (SAD) tại điểm M . Độ dài của MD là bao nhiêu centimet?

Hướng dẫn giải.



Trong mặt phẳng (SBD) , đường thẳng IB giao với cạnh bên SD tại điểm M .

Do $SD \subset (SAD)$ nên M chính là giao điểm của IB và (SAD) .

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SOD với 3 điểm thẳng hàng I, B, M :

$$\frac{IS}{IO} \cdot \frac{BO}{BD} \cdot \frac{MD}{MS} = 1$$

Theo bài ra: $\frac{IS}{IO} = 2$. Do O là tâm hình vuông nên O là trung điểm cạnh $BD \Rightarrow \frac{BO}{BD} = \frac{1}{2}$.

Thay vào đẳng thức Menelaus: $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{MD}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{MD}{MS} = 1 \Rightarrow M$ là trung điểm của SD .

Mặt khác, $\triangle SBD$ vuông cân tại S nên trung tuyến $SO = \frac{1}{2}BD$. Đường chéo hình vuông $BD = 4\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow SD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 4$ cm.

Vì M là trung điểm SD nên độ dài đoạn $MD = \frac{SD}{2} = \frac{4}{2} = 2$ cm.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Xét tính chẵn lẻ của hàm số sau: $f(x) = x \sin 3x$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$.

Xét $f(-x)$:

$$f(-x) = (-x) \cdot \sin[3(-x)] = (-x) \cdot (-\sin 3x) = x \sin 3x = f(x).$$

Vì $f(-x) = f(x)$ với mọi $x \in D$, nên hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Bài 2. Trong một buổi sinh hoạt trải nghiệm của học sinh trường THPT Ngọc Tảo, học sinh được tham gia trò chơi mang tên: ĐI TÌM TỪ KHOÁ và trò chơi sẽ kết thúc khi có học sinh nói đúng từ khoá. Học sinh sẽ trả lời từ khoá sau mỗi gợi ý của Ban tổ chức. Quy tắc của trò chơi:

◇ Học sinh nào trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ nhất sẽ được nhận nửa số kẹo Ban tổ chức đang có.

◇ Nếu học sinh trả lời đúng đáp án sau gợi ý thứ hai thì số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa.

Tiếp tục quy luật đó: mỗi lần thêm một gợi ý, số kẹo nhận được sẽ bị giảm một nửa. Sau mỗi lượt gợi ý, nếu không có học sinh nào nói đúng từ khoá thì sẽ chuyển số kẹo ở lượt đó cho câu lạc bộ Olympia. Biết rằng trong buổi sinh hoạt này, học sinh trả lời đúng đáp án sau 6 gợi ý và Ban tổ chức chỉ còn lại 1 cái kẹo sau khi kết thúc trò chơi. Tính số kẹo mà câu lạc bộ Olympia nhận được từ Ban tổ chức.

Hướng dẫn giải. Gọi N là số kẹo ban đầu của Ban tổ chức ($N \in \mathbb{N}^*$).

◇ Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ 1 là: $u_1 = \frac{N}{2}$.

◇ Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ 2 là: $u_2 = \frac{u_1}{2} = \frac{N}{2^2}$.

◇ ...

◇ Số kẹo thưởng nếu trả lời đúng sau gợi ý thứ k là: $u_k = \frac{N}{2^k}$.

Theo đề bài, học sinh trả lời đúng sau gợi ý thứ 6, nghĩa là từ gợi ý thứ 1 đến thứ 5 không có ai trả lời đúng. Khi đó, số kẹo ở các lượt này được chuyển cho câu lạc bộ Olympia.

Tổng số kẹo đã phát ra (cho Olympia và cho học sinh) sau 6 gợi ý là:

$$S_6 = u_1 + u_2 + \dots + u_6 = \sum_{k=1}^6 \frac{N}{2^k} = N \cdot \left(1 - \frac{1}{2^6}\right) = \frac{63N}{64}$$

Số kẹo còn lại của Ban tổ chức sau khi kết thúc trò chơi là:

$$N - S_6 = N - \frac{63N}{64} = \frac{N}{64}$$

Theo giả thiết, Ban tổ chức còn lại 1 cái kẹo, nên:

$$\frac{N}{64} = 1 \Rightarrow N = 64 \text{ (cái kẹo)}.$$

Số kẹo câu lạc bộ Olympia nhận được là tổng số kẹo ở 5 lượt đầu (do lượt thứ 6 học sinh đã trả lời đúng):

$$\text{Số kẹo Olympia} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = \frac{64}{2} + \frac{64}{4} + \frac{64}{8} + \frac{64}{16} + \frac{64}{32} = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 62 \text{ (cái kẹo)}.$$

Vậy câu lạc bộ Olympia nhận được 62 cái kẹo.

Bài 3. Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

thể cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình bên). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Hướng dẫn giải. - Lần rơi đầu tiên: Quãng đường là $d_0 = 100$ m.

- Lần kéo lên thứ 1: Quãng đường là $u_1 = 100 \cdot 0,75$ m.

- Lần rơi xuống ngay sau đó: Quãng đường là $d_1 = u_1 = 100 \cdot 0,75$ m.

- Lần kéo lên thứ 2: Quãng đường là $u_2 = u_1 \cdot 0,75 = 100 \cdot (0,75)^2$ m.

- Lần rơi xuống ngay sau đó: Quãng đường là $d_2 = u_2 = 100 \cdot (0,75)^2$ m.

...

- Lần kéo lên và rơi xuống thứ 10 có quãng đường mỗi lượt là $u_{10} = d_{10} = 100 \cdot (0,75)^{10}$ m.

Tổng quãng đường người đó đi được sau lần rơi đầu tiên và 10 cặp kéo lên - rơi xuống là:

$$S = d_0 + 2 \cdot (u_1 + u_2 + \dots + u_{10}) = 100 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{10} 100 \cdot (0,75)^k$$

Đây là tổng của cấp số nhân có 10 số hạng với $a_1 = 100 \cdot 0,75 = 75$ và công bội $q = 0,75$:

$$S = 100 + 2 \cdot \left(75 \cdot \frac{1 - (0,75)^{10}}{1 - 0,75} \right) = 100 + 150 \cdot \frac{1 - (0,75)^{10}}{0,25} = 100 + 600 \cdot (1 - 0,75^{10})$$

Tính toán giá trị:

$$S \approx 100 + 600 \cdot (1 - 0,0563) \approx 100 + 566,22 \approx 666,22 \text{ (m)}.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, tổng quãng đường là 666 m.

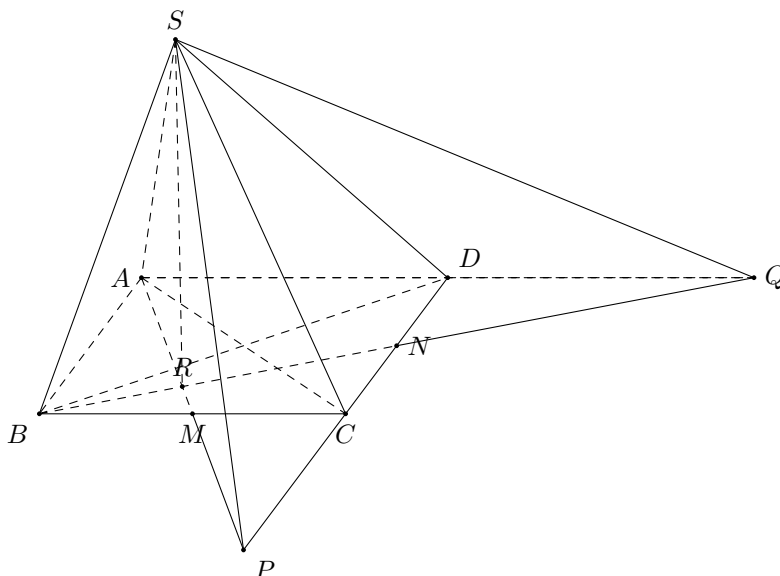
Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SCD) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBN) và (SAD) .

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBN) .

Hướng dẫn giải.



a) Ta thấy S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAM) và (SCD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: Gọi P là giao điểm của AM và CD .

Vì $P \in AM \subset (SAM)$ và $P \in CD \subset (SCD)$ nên P là điểm chung thứ hai của (SAM) và (SCD) .

Vậy SP là giao tuyến của (SAM) và (SCD) .

- b) Ta thấy S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SBN) và (SAD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: Gọi Q là giao điểm của BN và AD .

Vì $Q \in BN \subset (SBN)$ và $Q \in AD \subset (SAD)$ nên Q là điểm chung thứ hai của (SBN) và (SAD) .

Vậy SQ là giao tuyến của (SBN) và (SAD) .

- c) Ta thấy S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAM) và (SBN) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: Gọi R là giao điểm của AM và BN .

Vì $R \in AM \subset (SAM)$ và $R \in BN \subset (SBN)$ nên R là điểm chung thứ hai của (SAM) và (SBN) .

Vậy SR là giao tuyến của (SAM) và (SBN) .

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 17

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng.

- (A) $d = 3$. (B) $d = -2$. (C) $d = 1$. (D) $d = 2$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có $u_1 = 5 - 2(1) = 3$ và $u_2 = 5 - 2(2) = 1$.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 1 - 3 = -2$.

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 2.** Biết $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, giá trị của $\sin(\pi - \alpha)$ là

- (A) $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{1}{3}$. (B) $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
(C) $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$. (D) $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Sử dụng công thức lượng giác của các cung có liên quan đặc biệt: $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Vậy $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{1}{3}$. Chọn đáp án A.

❖ **Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

- (A) SM . (B) SA . (C) MN . (D) SN .

➤ **Hướng dẫn giải.** Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , ta có:

S là điểm chung thứ nhất.

$N = AB \cap CD$, mà $AB \subset (SAB)$ và $CD \subset (SCD)$ nên N là điểm chung thứ hai.

Vậy giao tuyến là đường thẳng SN .

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 4.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \cos x$. (B) $y = \tan 2x$. (C) $y = \sin 2x$. (D) $y = \cot 3x$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Xét hàm số $y = \cos x$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $\cos(-x) = \cos x$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Các hàm số còn lại đều là hàm số lẻ vì $\tan(-2x) = -\tan 2x$, $\sin(-2x) = -\sin 2x$, $\cot(-3x) = -\cot 3x$.

Chọn đáp án A.

❖ **Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2024$, công sai $d = 5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $u_n = 2029 + 5n$. (B) $u_n = 5 + 2024n$.
(C) $u_n = 2019 + 5n$. (D) $u_n = -2019 + 2024n$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = 2024 + (n-1)5 = 2024 + 5n - 5 = 2019 + 5n$.

Chọn đáp án C.

❖ **Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trung điểm BC, BD . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng:

- (A) (BCD) . (B) (ABC) . (C) (ACD) . (D) (ABD) .

➤ *Hướng dẫn giải.* Trong tam giác BCD , M, N là trung điểm của BC, BD nên MN là đường trung bình, suy ra $MN \parallel CD$.

Mà $CD \subset (ACD)$ và $MN \not\subset (ACD)$ nên $MN \parallel (ACD)$. Chọn đáp án C.

❖ **Câu 7.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. (B) $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.
(C) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. (D) $\cos 2a = 2\sin a \cos a$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Khẳng định D sai vì $\sin 2a = 2\sin a \cos a$. Các công thức còn lại đều đúng cho $\cos 2a$.

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 8.** Với $x \in \left(\frac{5\pi}{4}; \frac{4\pi}{3}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến. (B) Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.
(C) Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến. (D) Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

➤ *Hướng dẫn giải.* Khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{4\pi}{3}\right)$ nằm trong góc phần tư thứ III ($180^\circ < x < 270^\circ$).

Trong khoảng này, khi x tăng thì $\sin x$ giảm dần từ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ về $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, do đó hàm số $y = \sin x$ nghịch biến.

Chọn đáp án C.

❖ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình tương đương với: $2\sin x \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chọn đáp án A.

❖ **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) MN và SD cắt nhau. (B) $MN \parallel CD$.
(C) MN và SC cắt nhau. (D) MN và CD chéo nhau.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $CD \parallel AB$ (vì $ABCD$ là hình thang đáy lớn CD).

Xét hai mặt phẳng (MCD) và (SAB) có $CD \parallel AB$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Điểm chung của hai mặt phẳng là M và N .

Theo tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến MN phải song song với AB và CD .

Vậy $MN // CD$.

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 11.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.
- (B) Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
- (C) Nếu $a \perp b$ thì a và b cắt nhau.
- (D) Nếu a và b phân biệt cùng vuông góc với c thì $a \perp b$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Khẳng định B đúng theo tính chất quan hệ giữa tính song song và vuông góc trong không gian.

A và D sai vì trong không gian hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.

C sai vì hai đường thẳng vuông góc có thể chéo nhau.

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 12.** Dãy số nào dưới đây là dãy số tăng?

- (A) 3, 3, 3.
- (B) 7, 5, 3.
- (C) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.
- (D) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Dãy số $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ có các số hạng sau lớn hơn số hạng trước ($0.25 < 0.33... < 0.5$) nên là dãy số tăng.

Chọn đáp án D.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

🔗 **Bài 1.** Một công ty taxi điện thống kê như sau: Khi mua một chiếc xe ô tô điện Vinfast VF5 với giá 600 triệu đồng thì sau một năm sử dụng giá trị chiếc xe giảm so với năm liền trước đó là 15%. Mặt khác, lợi nhuận kinh doanh vận tải mà một chiếc xe mang lại trung bình là 20 triệu đồng/tháng. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Sau một năm sử dụng, giá trị chiếc xe còn lại là 510 triệu đồng.
- b) Nếu đặt $u_1, u_2, u_3, \dots$ lần lượt là giá trị của chiếc xe từ khi mới mua, sau năm thứ nhất, sau năm thứ 2, ... thì ta được một cấp số nhân có $u_1 = 510$ và công bội $q = 0,85$.
- c) Giá trị chiếc xe còn lại sau n năm sử dụng được tính theo công thức $T_n = 600 \cdot (0,15)^n$ triệu đồng.
- d) Sau 5 năm sử dụng xe kinh doanh, công ty lãi được 934 triệu đồng/xe (làm tròn đến hàng đơn vị).

➤ *Hướng dẫn giải.*

- a) **Đúng.** Giá trị xe sau 1 năm là: $600 \cdot (1 - 15\%) = 600 \cdot 0,85 = 510$ (triệu đồng).
- b) **Sai.** Theo cách đặt, u_1 là giá trị khi mới mua nên $u_1 = 600$ triệu đồng. Giá trị sau năm thứ nhất là $u_2 = 510$ triệu đồng. Dãy số này là cấp số nhân với $u_1 = 600$ và $q = 0,85$.
- c) **Sai.** Giá trị xe giảm 15% mỗi năm nên giá trị còn lại sau mỗi năm bằng 85% giá trị năm

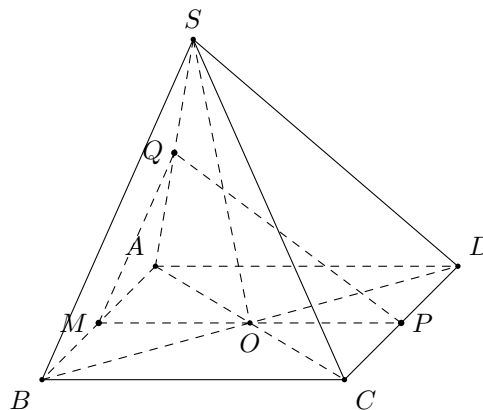
trước đó. Công thức đúng phải là $T_n = 600 \cdot (0,85)^n$ triệu đồng.

- d) **Sai.** - Tổng lợi nhuận kinh doanh sau 5 năm (60 tháng) là: $20 \cdot 60 = 1200$ (triệu đồng).
 - Giá trị chiếc xe sau 5 năm là: $600 \cdot (0,85)^5 \approx 266,22$ (triệu đồng).
 - Tổng số tiền công ty thu được sau 5 năm (bao gồm lợi nhuận và giá trị xe còn lại) là: $1200 + 266,22 = 1466,22$ (triệu đồng).
 - Số tiền lãi ròng là: $1466,22 - 600 = 866,22 \approx 866$ (triệu đồng).
 Tính "lãi" theo cách lấy tổng lợi nhuận trừ đi khấu hao xe: $1200 - (600 - 266,22) = 866,22$ triệu đồng. Giá trị 934 triệu đồng là sai.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , Q là trung điểm cạnh SA . Khi đó xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- $MP \parallel (SAD)$.
- SC cắt mặt phẳng (MPQ) .
- Điểm O thuộc mặt phẳng (SBD) .
- SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Hướng dẫn giải.



- Đúng.** Vì M, P là trung điểm của AB, CD nên $MP \parallel AD \parallel BC$ (tính chất hình bình hành). Mà $AD \subset (SAD)$ nên $MP \parallel (SAD)$.
- Sai.** Do MP đi qua tâm O của đáy và Q là trung điểm SA . Trong tam giác SAC , OQ là đường trung bình nên $OQ \parallel SC$. Vì $SC \parallel OQ$ mà $OQ \subset (MPQ)$ nên $SC \parallel (MPQ)$.
- Đúng.** O là giao điểm của AC và BD , mà $BD \subset (SBD)$ nên điểm O thuộc mặt phẳng (SBD) .
- Sai.** Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng đi qua điểm chung S và điểm chung O , đó chính là đường thẳng SO .

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Ông X trồng cây cao su trên một khu đất hình tam giác đều có diện tích $2019 (m^2)$. Hàng thứ nhất ông trồng 1 cây ở đỉnh, hàng thứ hai cách đỉnh 1 m ông trồng nhiều hơn hàng thứ nhất 2 cây và cứ tiếp tục như vậy đến hàng cuối cùng (mỗi hàng cách đều nhau và song song với cạnh của khu đất). Hỏi ông X trồng được bao nhiêu cây cao su?

Hướng dẫn giải. Gọi x (m) là độ dài cạnh của khu đất.

Ta có diện tích tam giác đều: $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \iff 2019 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \iff x^2 = \frac{8076}{\sqrt{3}} \iff x^2 = \frac{8076\sqrt{3}}{3} \implies x = \sqrt{\frac{8076\sqrt{3}}{3}} \approx 68,3 \text{ (m)}.$

Suy ra chiều cao của khu đất là: $h = \frac{x\sqrt{3}}{2} \approx 59,1 \text{ (m)}.$

Vì mỗi hàng cách nhau 1 m và hàng đầu tiên nằm ở đỉnh, số hàng tối đa n thỏa mãn $n - 1 \leq h$, suy ra $n \leq 60,1$. Vậy ông X trồng được 60 hàng.

Gọi u_n là số cây trồng được ở hàng thứ n , ta có quy luật $u_{n+1} = u_n + 2$ với $u_1 = 1$.

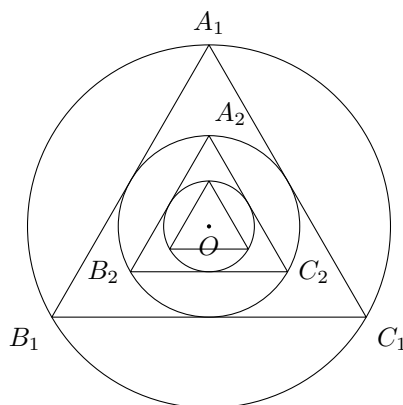
Dãy số (u_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 2$ và số số hạng $n = 60$.

Tổng số cây trồng được là:

$$S_{60} = \frac{60[2u_1 + (60 - 1)d]}{2} = \frac{60[2 \cdot 1 + (60 - 1) \cdot 2]}{2} = 3600.$$

Như vậy tổng số cây cao su ông X trồng được trên khu đất là 3600 cây.

Bài 2. Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R = 60 \text{ m}$. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên. Diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hướng dẫn giải. Gọi R_n là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều $A_nB_nC_n$.

Theo giả thiết, $R_1 = 60 \text{ m}$.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ chính là đường tròn nội tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Trong tam giác đều, bán kính đường tròn nội tiếp bằng nửa bán kính đường tròn ngoại tiếp, do đó ta có hệ thức:

$$R_{n+1} = R_n \cdot \cos 60^\circ = \frac{R_n}{2}.$$

Dãy số (R_n) lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $R_1 = 60$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_9B_9C_9$ là:

$$R_9 = R_1 \cdot q^8 = 60 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{60}{256} = \frac{15}{64} \text{ (m)}.$$

Cạnh của tam giác đều $A_9B_9C_9$ là $a_9 = R_9\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{64} \text{ m}$.

Diện tích tam giác $A_9B_9C_9$ là:

$$S_9 = \frac{a_9^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{15\sqrt{3}}{64}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{675\sqrt{3}}{16384} \approx 0,1 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Bài 3. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q < 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

Hướng dẫn giải. Vì a, b, c lập thành cấp số nhân công bội q nên ta có $b = aq$ và $c = aq^2$.

Vì b, c, d lập thành cấp số cộng nên $2c = b + d \Rightarrow d = 2c - b = 2aq^2 - aq$.

Theo giả thiết bài ra, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + d = 14 \\ b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2aq^2 - aq = 14 \\ aq + aq^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(1 - q + 2q^2) = 14 & (1) \\ aq(1 + q) = 12 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $a = \frac{12}{q(1+q)}$. Thế vào (1) ta được:

$$\frac{12(1 - q + 2q^2)}{q(1 + q)} = 14 \Leftrightarrow 12(2q^2 - q + 1) = 14(q^2 + q)$$

$$\Leftrightarrow 24q^2 - 12q + 12 = 14q^2 + 14q \Leftrightarrow 10q^2 - 26q + 12 = 0 \Leftrightarrow 5q^2 - 13q + 6 = 0.$$

Giải phương trình bậc hai trên, ta tìm được các nghiệm $q = 2$ hoặc $q = \frac{3}{5} = 0,6$.

Vì điều kiện $q < 1$ nên ta nhận $q = 0,6$.

Vậy công bội cần tìm là $q = 0,6$.

Bài 4. Một chiếc phao được thả cố định trên biển dùng để đo độ cao của sóng biển được mô hình hóa bởi hàm số $h(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây. Nếu chiếc phao đang ở đỉnh của sóng thì trong bao giây chiếc phao lại ở vị trí đỉnh của cơn sóng tiếp theo (giả sử các cơn sóng đều mô hình hóa bởi cùng hàm số).



Hướng dẫn giải. Mô hình hóa chiều cao của sóng nước là hàm số $h(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$.

Để chiếc phao ở vị trí đỉnh ở hai lần liên tiếp thì khoảng thời gian trôi qua đúng bằng một chu kỳ của hàm số sóng:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10 \text{ (giây)}.$$

Vậy sau 10 giây chiếc phao lại ở vị trí đỉnh tiếp theo.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. An và Bình chơi bài. Người thua phải trả 1 cây kẹo cho người thắng trong ván đầu tiên; 2 cây kẹo trong ván thứ 2; 4 cây kẹo trong ván thứ 3 và cứ thế số kẹo mỗi lần thua tăng gấp đôi so với lần trước đó. Ban đầu An có 625 cây kẹo và sau 10 ván thì An thua hết kẹo (có ván thắng, có ván thua). An nói với Bình: "Nếu chúng ta không chơi theo luật vừa rồi mà chơi theo luật khác: ván đầu người thua trả 10 cây cho người thắng, ván 2 trả 20 cây, ván 3 trả 30 cây thì tớ vẫn còn chơi với cậu được vài ván nữa". Vậy, bạn An nói đúng hay sai?

Hướng dẫn giải. Theo cách nói của An và xem như An thua tất cả các ván bài ở luật chơi mới để so sánh khả năng chịu đựng tối đa. Khi đó, số kẹo thua mỗi ván lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 10$ và công sai $d = 10$.

Giả sử sau n ván thua liên tiếp thì An mới thua hết số kẹo ban đầu là 625 cây.

Khi đó tổng số kẹo thua là: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 625$.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow n \cdot u_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d &= 625 \\ \Leftrightarrow 10n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 10 &= 625 \\ \Leftrightarrow 10n + 5n(n-1) &= 625 \\ \Leftrightarrow 5n^2 + 5n - 625 &= 0 \\ \Leftrightarrow n^2 + n - 125 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình trên ta được $n \approx 10,7$ (do $n > 0$).

Như vậy, theo luật chơi mới, nếu An thua liên tiếp thì phải đến ván thứ 11 mới hết kẹo. Trong khi ở luật chơi cũ, sau 10 ván (có thắng có thua) An đã hết kẹo. Điều này chứng tỏ với luật chơi mới, An có thể duy trì cuộc chơi lâu hơn.

Vậy, An nói đúng.

Bài 2. Giải phương trình: $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$.

Hướng dẫn giải. Phương trình tương đương với:

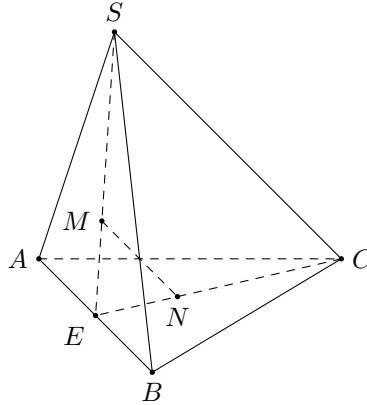
$$\begin{aligned} 2 \sin 2x = \sqrt{3} &\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, ABC .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SNC) và (SAB) .
- Chứng minh $MN \parallel (SAC)$.

 Hướng dẫn giải.



- a) Gọi E là trung điểm của AB . Vì N là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $N \in CE \Rightarrow CE \subset (SNC)$. Xét hai mặt phẳng (SNC) và (SAB) ta có: - S là điểm chung thứ nhất. - $E \in CE \subset (SNC)$ và $E \in AB \subset (SAB) \Rightarrow E$ là điểm chung thứ hai. Vậy giao tuyến của (SNC) và (SAB) là đường thẳng SE .
- b) Trong tam giác SCE , ta có: - M là trọng tâm $\triangle SAB \Rightarrow \frac{EM}{ES} = \frac{1}{3}$. - N là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow \frac{EN}{EC} = \frac{1}{3}$. Suy ra $\frac{EM}{ES} = \frac{EN}{EC} = \frac{1}{3}$. Theo định lí Thales đảo, ta có $MN \parallel SC$. Mà $SC \subset (SAC)$ và $MN \not\subset (SAC)$ nên $MN \parallel (SAC)$.

 **Bài 4.** Trong đợt quyên góp để ủng hộ đồng bào bị ảnh hưởng bởi siêu bão Yagi, 50 học sinh lớp 11A của trường THPT X thực hiện kế hoạch quyên góp như sau: Ngày đầu tiên mỗi bạn quyên góp 2000 đồng, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn quyên góp hơn ngày liền trước là 1000 đồng. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì số tiền quyên góp được là 8.500.000 đồng?

 *Hướng dẫn giải.* Số tiền cả lớp quyên góp được ở ngày đầu tiên là: $u_1 = 50 \times 2000 = 100.000$ (đồng).

Vì mỗi bạn quyên góp hơn ngày trước 1000 đồng nên cả lớp quyên góp hơn ngày trước là: $d = 50 \times 1000 = 50.000$ (đồng).

Số tiền quyên góp mỗi ngày của cả lớp lập thành một cấp số cộng có $u_1 = 100.000$ và $d = 50.000$. Gọi n là số ngày quyên góp để đạt được 8.500.000 đồng. Ta có tổng n số hạng đầu:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 8.500.000 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2 \cdot 100.000 + (n-1) \cdot 50.000] &= 8.500.000 \\ \Leftrightarrow n[100.000 + 25.000(n-1)] &= 8.500.000 \\ \Leftrightarrow n[25.000n + 75.000] &= 8.500.000 \\ \Leftrightarrow 25.000n^2 + 75.000n - 8.500.000 &= 0 \\ \Leftrightarrow n^2 + 3n - 340 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 17 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -20 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy sau 17 ngày thì số tiền quyên góp được là 8.500.000 đồng.

TOÁN THẦY KHA

ĐỀ SỐ 18

(Đề gồm có 4 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027

Môn: TOÁN 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$.

(A) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 1$.

(B) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2\sqrt{5}$.

(C) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2$.

(D) $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 3$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \iff -2 \leq 2\sin x \leq 2 \iff 1 \leq 2\sin x + 3 \leq 5$.

Do đó $1 \leq \sqrt{2\sin x + 3} \leq \sqrt{5}$.

Vậy $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 1$.

❖ **Câu 2.** Biết $\sin a = \frac{5}{13}$; $\cos b = \frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < a < \pi$; $0 < b < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin(a + b)$.

(A) $\frac{56}{65}$.

(B) $\frac{63}{65}$.

(C) $-\frac{33}{65}$.

(D) 0.

➤ **Hướng dẫn giải.** Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ nên $\cos a < 0 \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{12}{13}$.

Vì $0 < b < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin b > 0 \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{4}{5}$.

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b = \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} + \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{15 - 48}{65} = -\frac{33}{65}.$$

❖ **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

(B) $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$.

(C) $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

(D) $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Dựa vào các cung liên quan đặc biệt: $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$ là khẳng định đúng.

❖ **Câu 4.** Trên đường tròn lượng giác, cung có số đo $\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

➤ **Hướng dẫn giải.** Số điểm biểu diễn cung $\alpha + \frac{k2\pi}{n}$ trên đường tròn lượng giác là n .

Ở đây $n = 3$ nên có 3 điểm biểu diễn.

❖ **Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$.

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ **Hướng dẫn giải.** Hàm số xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x - 1 \neq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \iff x \neq$

$$\frac{\pi}{2} + k\pi.$$

❖ **Câu 6.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x \cdot \cos 2x.$

(B) $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x.$

(C) $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}.$

(D) $y = \frac{\tan x}{1 + x^2}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Xét $f(x) = \frac{\cos x}{1 + x^2}.$

Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{1 + (-x)^2} = \frac{\cos x}{1 + x^2} = f(x).$ Vậy đây là hàm số chẵn.

❖ **Câu 7.** Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \cot \alpha$ là

(A) $x = \alpha + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \pi - \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \pm \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình $\cot x = \cot \alpha$ có nghiệm $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

❖ **Câu 8.** Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm nằm trong khoảng $(0; \pi)$?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

➤ *Hướng dẫn giải.* $\tan x = \sqrt{3} \iff x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Với $x \in (0; \pi),$ ta có nghiệm duy nhất $x = \frac{\pi}{3}$ (ứng với $k = 0$).

❖ **Câu 9.** Dãy số có các số hạng cho bởi: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

(A) $u_n = 1.$

(B) $u_n = -1.$

(C) $u_n = (-1)^n.$

(D) $u_n = (-1)^{n+1}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta thấy $u_1 = -1, u_2 = 1, u_3 = -1.$ Công thức phù hợp là $u_n = (-1)^n.$

❖ **Câu 10.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_4 = 24.$ Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân.

(A) $S_5 = 93.$

(B) $S_5 = -93.$

(C) $u_5 = 48.$

(D) $u_5 = 27.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \iff 24 = 3 \cdot q^3 \iff q^3 = 8 \iff q = 2.$

Số hạng thứ 5 là $u_5 = u_4 \cdot q = 24 \cdot 2 = 48.$

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng $1, 8, 15, 22, 29, \dots$ Công sai của cấp số cộng này là

(A) 9.

(B) 1.

(C) 8.

(D) 7.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công sai $d = u_2 - u_1 = 8 - 1 = 7.$

❖ **Câu 12.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2; d = 9.$ Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

(A) 226.

(B) 225.

(C) 223.

(D) 224.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d \iff 2018 = 2 + (n - 1)9 \iff (n - 1)9 = 2016 \iff n - 1 = 224 \iff n = 225.$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Em P sau khi học bài "Cấp số cộng" đã về nhà lấy đậu để chơi trò xếp hạt đậu thành

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

các hàng sao cho số hạt đậu ở các hàng tạo thành dãy cấp số cộng (u_n) . Biết ở hàng đầu tiên P xếp 5 hạt đậu, hàng thứ hai P xếp 9 hạt đậu.

- a) Công sai của cấp số cộng $d = 6$.
- b) Số hạt đậu ở hàng thứ 10 là 42 hạt.
- c) Số hạt đậu ở hàng thứ 85 là 341 hạt.
- d) Để xếp được 85 hàng đầu tiên, P cần 14705 hạt đậu.

 **Hướng dẫn giải.** Theo giả thiết, ta có cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 5$ và số hạng thứ hai $u_2 = 9$.

- ◇ Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 9 - 5 = 4$. Vậy khẳng định a) Sai.
- ◇ Số hạt đậu ở hàng thứ 10 là: $u_{10} = u_1 + 9d = 5 + 9 \cdot 4 = 41$ (hạt). Vậy khẳng định b) Sai.
- ◇ Số hạt đậu ở hàng thứ 85 là: $u_{85} = u_1 + 84d = 5 + 84 \cdot 4 = 341$ (hạt). Vậy khẳng định c) Đúng.
- ◇ Tổng số hạt đậu ở 85 hàng đầu tiên là:

$$S_{85} = \frac{85(u_1 + u_{85})}{2} = \frac{85(5 + 341)}{2} = 14705 \text{ (hạt)}.$$

Vậy khẳng định d) Đúng.

 **Bài 2.** Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Khi đó:

- a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 1,5$ m.
- b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.
- c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì $\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$.
- d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.

 **Hướng dẫn giải.** Phương trình chuyển động: $x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)$. Khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng là $h = |x| = 1,5 \left| \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) \right|$.

- ◇ a) Vì $\left| \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) \right| \leq 1$ nên $h_{\max} = 1,5$ m.

Vậy vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 1,5$ m. Khẳng định a) Đúng.

- ◇ b) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $\left| \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) \right| = 1 \iff \frac{t\pi}{4} = k\pi \iff t = 4k \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$

Trong 10 giây đầu tiên ($0 \leq t \leq 10$), ta có: $0 \leq 4k \leq 10 \iff 0 \leq k \leq 2,5 \implies k \in \{0; 1; 2\}$.

Có 3 thời điểm ($t = 0, t = 4, t = 8$) vật ở xa vị trí cân bằng nhất. Khẳng định b) Sai.

- ◇ c) Vật ở vị trí cân bằng khi $x = 0 \iff 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \iff \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$. Khẳng định c) Đúng.

- ◇ d) Vật đi qua vị trí cân bằng khi $\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \iff \frac{t\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \iff t = 2 + 4k \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$

Trong khoảng từ 0 đến 20 giây ($0 \leq t \leq 20$), ta có:

$$0 \leq 2 + 4k \leq 20 \iff -2 \leq 4k \leq 18 \iff -0,5 \leq k \leq 4,5 \implies k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Có 5 lần vật đi qua vị trí cân bằng. Khẳng định d) Sai.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 4$. Biết $S_n = 4095$. Giá trị n bằng

Hướng dẫn giải. Ta có công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân: $S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$.

Thay các giá trị đã biết vào công thức:

$$4095 = 3 \cdot \frac{4^n - 1}{4 - 1} \iff 4095 = 3 \cdot \frac{4^n - 1}{3} \iff 4095 = 4^n - 1 \iff 4^n = 4096.$$

Vì $4^6 = 4096$ nên suy ra $n = 6$.

Bài 2. Biết rằng tổng các nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos 2x - \sin x + 3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 6\pi]$ là $\frac{a\pi}{b}$, với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b$.

Hướng dẫn giải. Phương trình đã cho tương đương với:

$$2 \sin x \cos x + (2 \cos^2 x - 1) - \sin x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\iff 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - \sin x + 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\iff \sin x(2 \cos x - 1) + (2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2) = 0$$

$$\iff \sin x(2 \cos x - 1) + (\cos x + 2)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\iff (2 \cos x - 1)(\sin x + \cos x + 2) = 0$$

$$\diamond \text{ Trường hợp 1: } 2 \cos x - 1 = 0 \iff \cos x = \frac{1}{2} \iff x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\diamond \text{ Trường hợp 2: } \sin x + \cos x + 2 = 0 \iff \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -2 \text{ (Vô nghiệm vì } |\sin \alpha| \leq 1 \text{)}.$$

Các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; 6\pi]$ là:

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}; \frac{17\pi}{3} \right\}$$

Tổng các nghiệm là:

$$T = \frac{\pi + 5\pi + 7\pi + 11\pi + 13\pi + 17\pi}{3} = \frac{54\pi}{3} = 18\pi = \frac{18\pi}{1}$$

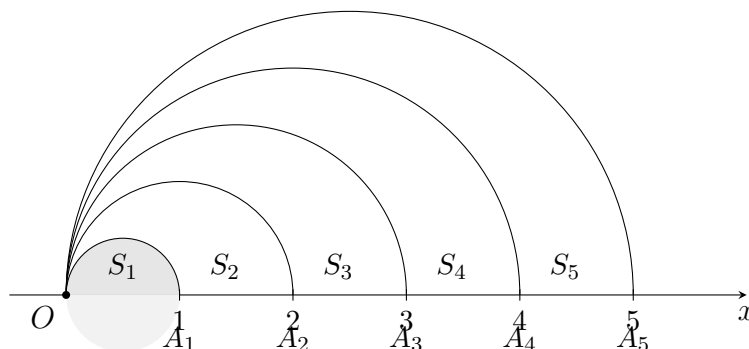
Theo đề bài $T = \frac{a\pi}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản nên $a = 18, b = 1$.

Vậy $S = a + b = 18 + 1 = 19$.

Bài 3. Trên tia Ox lấy các điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ sao cho với mỗi số nguyên dương n thỏa mãn $OA_n = n$. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Ox , vẽ các nửa đường tròn đường kính OA_n với $n = 1, 2, 3, \dots$. Kí hiệu s_1 là diện tích nửa hình tròn đường kính OA_1 và với mỗi số $n \geq 2$, kí hiệu s_n là diện tích của hình giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính OA_{n-1} , nửa đường tròn đường kính OA_n và tia Ox (tham khảo hình vẽ). Chứng minh rằng dãy số

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

(s_n) là một cấp số cộng. Tính tổng 2024 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.



Hướng dẫn giải. Bán kính của nửa đường tròn đường kính OA_n là $R_n = \frac{n}{2}$.

Diện tích nửa hình tròn tương ứng là $S'_n = \frac{1}{2}\pi R_n^2 = \frac{n^2\pi}{8}$.

Ta có:

$$\diamond s_1 = S'_1 = \frac{\pi}{8}.$$

$$\diamond s_n = S'_n - S'_{n-1} = \frac{n^2\pi}{8} - \frac{(n-1)^2\pi}{8} = \frac{(2n-1)\pi}{8} \text{ (với } n \geq 2).$$

$$\text{Xét hiệu } s_{n+1} - s_n = \frac{[2(n+1)-1]\pi}{8} - \frac{(2n-1)\pi}{8} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}.$$

Vì hiệu không đổi nên (s_n) là cấp số cộng có $s_1 = \frac{\pi}{8}$, $d = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Tổng 2024 số hạng đầu: } S_{2024} = S'_{2024} = \frac{2024^2\pi}{8} = 512072\pi.$$

Bài 4. Để dệt nên một tấm vải thổ cẩm truyền thống của người phụ nữ dân tộc Thái phải trải qua nhiều công đoạn. Trong đó có công đoạn quay tơ kéo sợi. Trung bình một người quay được 5 vòng trong 36 giây. Chọn chiều quay của vòng kéo sợi là chiều dương. Biết rằng bán kính của vòng quay là 10 cm và tốc độ quay mỗi vòng bằng nhau. Chiều dài sợi dây mà người đó làm được trong 5 phút là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải. Đổi bán kính $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$.

Chu vi của một vòng quay là: $C = 2\pi r = 2\pi \cdot 0,1 = 0,2\pi \text{ (m)}$.

Thời gian người đó quay tơ là: 5 phút = 300 giây.

$$\text{Số vòng quay thực hiện được trong 300 giây là: } N = \frac{5}{36} \cdot 300 = \frac{125}{3} \text{ (vòng)}.$$

Chiều dài sợi dây làm được trong 5 phút là:

$$L = N \cdot C = \frac{125}{3} \cdot 0,2\pi = \frac{25\pi}{3} \approx 26,1799 \text{ (m)}.$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được $L \approx 26,18 \text{ (m)}$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình lượng giác sau:

- a) $\sin x = \sin \left(\frac{2\pi}{7} \right);$
b) $\cot \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 1 = 0.$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin x = \sin \left(\frac{2\pi}{7} \right) &\iff \begin{cases} x = \frac{2\pi}{7} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{2\pi}{7} + k2\pi \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{2\pi}{7} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{7} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ \text{b) } \cot \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 1 = 0 &\iff \tan x = 1 \iff x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 4n - 2$.

- a) Tìm số hạng đầu và số hạng thứ 8 của dãy số.
b) Chứng minh rằng (u_n) là dãy số tăng.

Hướng dẫn giải.

- a) Số hạng đầu: $u_1 = 4(1) - 2 = 2$.
Số hạng thứ 8: $u_8 = 4(8) - 2 = 30$.
b) Xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n = [4(n+1) - 2] - (4n - 2) = 4n + 4 - 2 - 4n + 2 = 4$.
Vì $H = 4 > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số tăng.

Bài 3. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do áp lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \left(\frac{7\pi}{3}t \right)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, có bao nhiêu lần huyết áp là 100 mmHg?

Hướng dẫn giải. Huyết áp đạt 100 mmHg khi $P(t) = 100$:

$$100 + 20 \sin \left(\frac{7\pi}{3}t \right) = 100 \iff \sin \left(\frac{7\pi}{3}t \right) = 0 \iff \frac{7\pi}{3}t = k\pi \iff t = \frac{3k}{7}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì xét trong khoảng thời gian từ 0 đến 1 giây nên ta có điều kiện $0 \leq t \leq 1$:

$$0 \leq \frac{3k}{7} \leq 1 \iff 0 \leq 3k \leq 7 \iff 0 \leq k \leq \frac{7}{3} \approx 2,33.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0, 1, 2\}$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 1 giây, có 3 lần huyết áp là 100 mmHg (tại các thời điểm $t = 0$ s, $t = \frac{3}{7}$ s, $t = \frac{6}{7}$ s).

 **Bài 4.** Một học sinh đăng tải video lên YouTube. Ngày đầu tiên, video có 3 lượt xem. Mỗi ngày sau đó, số lượt xem tăng gấp đôi so với ngày hôm trước. Hỏi:

- a) Ngày thứ 7, video có bao nhiêu lượt xem?
- b) Sau 1 tuần đầu, video có bao nhiêu lượt xem?

 *Hướng dẫn giải.* Gọi u_n là số lượt xem ở ngày thứ n . Dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$.

- a) Số lượt xem ở ngày thứ 7 là: $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 3 \cdot 2^6 = 192$ (lượt xem).
- b) Sau 1 tuần đầu (7 ngày), tổng số lượt xem là:

$$S_7 = u_1 \cdot \frac{q^7 - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 3 \cdot (128 - 1) = 381 \text{ (lượt xem)}.$$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cos x$. (D) $y = \cot x$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $\cos(-x) = \cos x$. Do đó đây là hàm số chẵn.

❖ **Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $\cos x \neq 0 \iff x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 3.** Cho $\cos a = -\frac{5}{13}$ với $a \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$. Khi đó giá trị của $\sin a$ là

- (A) $-\frac{12}{13}$. (B) $\frac{12}{13}$. (C) $\frac{4}{13}$. (D) $\frac{7}{13}$.

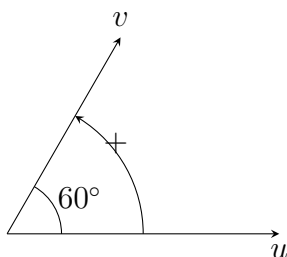
➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $a \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$ nên $\sin a < 0$. Ta có $\sin a = -\sqrt{1 - \cos^2 a} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$.

❖ **Câu 4.** Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \{\alpha + k2\pi; \pi - \alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(B) $S = \{\alpha + k2\pi; -\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \{\alpha + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $S = \{\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là $x = \alpha + k2\pi$ hoặc $x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 5.** Cho góc hình học $\widehat{uOv}$ có số đo bằng 60° như hình vẽ. Số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) là



Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

- (A) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $\text{sđ}(Ou, Ov) = -60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (D) $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ - k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải. Góc quay theo chiều dương và có góc hình học bằng 60° nên số đo là $60^\circ + k \cdot 360^\circ$.

❖ **Câu 6.** Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{2} \sin x$ là

- (A) $[-1; 1]$. (B) $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. (C) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. (D) $[0; \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải. Vì $-1 \leq \sin x \leq 1 \iff -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin x \leq \sqrt{2}$. Tập giá trị là $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

❖ **Câu 7.** Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- (A) Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.
 (B) Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$ là một đường tròn lượng giác.
 (C) Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
 (D) Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa, đường tròn lượng giác là đường tròn định hướng có bán kính bằng 1 và tâm trùng với gốc tọa độ.

❖ **Câu 8.** Cho góc lượng giác x . Đẳng thức lượng nào dưới đây **sai**?

- (A) $\sin(\pi - x) = \sin x$. (B) $\tan(\pi + x) = \tan x$.
 (C) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$. (D) $\cos(-x) = -\cos x$.

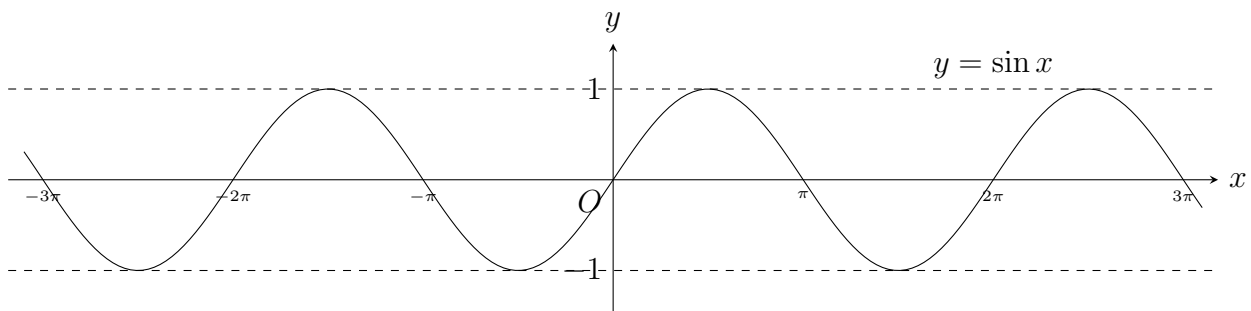
Hướng dẫn giải. Đẳng thức đúng phải là $\cos(-x) = \cos x$. Vậy khẳng định D sai.

❖ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải. Phương trình $\cos x = 1 \iff x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ **Câu 10.** Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
 (B) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.
 (C) Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ⓓ Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

 **Hướng dẫn giải.** Quan sát đồ thị, trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến.

❖ **Câu 11.** Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là

Ⓐ $\frac{7\pi}{2}$.

Ⓑ $\frac{7\pi}{4}$.

Ⓒ $\frac{5\pi}{4}$.

Ⓓ $\frac{5\pi}{2}$.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có $315^\circ = 315 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{4}$ rad.

❖ **Câu 12.** Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

Ⓐ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Ⓑ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Ⓒ $\sin \alpha = \frac{4}{5}; \cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Ⓓ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}; \cos \alpha = \frac{1}{4}$.

 **Hướng dẫn giải.** Đẳng thức đồng thời xảy ra khi $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Ta thấy $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16+9}{25} = 1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Cho hai hàm số $y = f(x) = \sin x$ và $y = g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

b) Giá trị $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = g\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

c) Phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng 4 nghiệm trong khoảng $[0; 2\pi]$.

d) Phương trình $g(x) = 1$ có tập nghiệm $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

 **Hướng dẫn giải.**

❖ a) Đúng. Hàm số $y = \sin x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

❖ b) Sai. Ta có $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.
 $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.
 Do đó $f\left(\frac{\pi}{6}\right) \neq g\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

❖ c) Đúng. Phương trình $f(x) = g(x) \iff \sin x = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \iff \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\iff \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \iff \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Trong đoạn $[0; 2\pi]$, các nghiệm là: $\frac{\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}, \frac{7\pi}{6}$. Vậy có đúng 4 nghiệm.

❖ d) Sai. Ta có $g(x) = 1 \iff \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \iff 2x + \frac{\pi}{3} = k2\pi \iff 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \iff x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.

Bài 2. Một khu vực rừng tràm có diện tích ban đầu (đầu năm 2025) được ghi nhận là 15000 héc-ta. Do ảnh hưởng của biến đổi khí hậu và xâm nhập mặn, diện tích rừng được dự báo bị suy giảm với tốc độ trung bình 4% mỗi năm.

- Diện tích của khu rừng vào đầu năm 2026 là 14400 héc-ta.
- Diện tích của khu rừng vào đầu mỗi năm (sau năm 2025) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 0,96$.
- Diện tích khu rừng sau n năm (kể từ đầu năm 2025) được tính theo công thức $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.
- Đến đầu năm 2035, diện tích khu rừng đã mất đi 5028 héc-ta (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Gọi u_n là diện tích rừng vào đầu năm thứ n tính từ đầu năm 2025. Ta có $u_1 = 15000$.

- Đúng. Diện tích đầu năm 2026 ứng với $u_2 = 15000 \cdot (1 - 4\%) = 15000 \cdot 0,96 = 14400$ (héc-ta).
- Đúng. Mỗi năm diện tích giảm 4% nên diện tích năm sau bằng 96% năm trước, tức là $u_{n+1} = u_n \cdot 0,96$. Dãy số là cấp số nhân với $q = 0,96$.
- Sai. Sau n năm (tức là vào đầu năm thứ $n + 1$), diện tích phải là $u_{n+1} = 15000 \cdot 0,96^n$. Nếu tính cho đầu năm thứ n thì công thức là $15000 \cdot 0,96^{n-1}$.
- Đúng. Từ đầu năm 2025 đến đầu năm 2035 là 10 năm. Diện tích còn lại vào đầu năm 2035 là: $15000 \cdot 0,96^{10} \approx 9972$ (héc-ta).

Diện tích đã mất đi: $15000 - 15000 \cdot 0,96^{10} \approx 5028$ (héc-ta).

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$ và biểu thức $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2026 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Hướng dẫn giải. Gọi số hạng đầu của cấp số cộng là u_1 . Ta có: $u_2 = u_1 + 2$, $u_3 = u_1 + 4$, $u_4 = u_1 + 6$.

Xét biểu thức $E = u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 + 2)^2 + (u_1 + 4)^2 + (u_1 + 6)^2$

$E = u_1^2 + 4u_1 + 4 + u_1^2 + 8u_1 + 16 + u_1^2 + 12u_1 + 36 = 3u_1^2 + 24u_1 + 56$.

Đây là một tam thức bậc hai theo u_1 , đạt giá trị nhỏ nhất tại $u_1 = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{2 \cdot 3} = -4$.

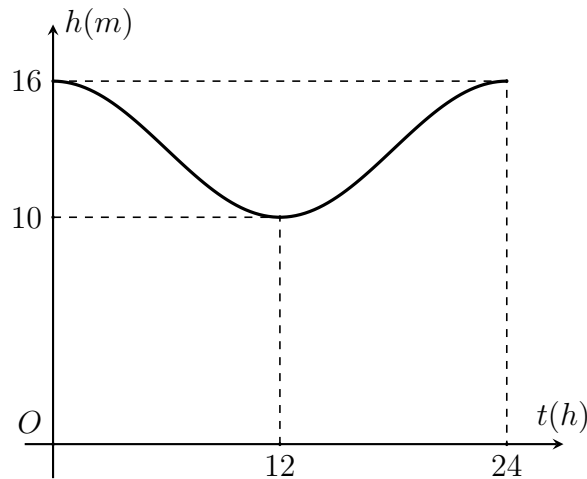
Số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = u_1 + (n - 1)d = -4 + (n - 1)2 = 2n - 6$.

Để $u_n = 2026$, ta có: $2n - 6 = 2026 \iff 2n = 2032 \iff n = 1016$.

Vậy số 2026 là số hạng thứ 1016 của cấp số cộng.

Bài 2. Mực nước cao nhất tại một cảng biển là 16 m khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là 10 m. Đồ thị ở hình dưới đây mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm. Biết chiều cao của mực nước h (m) theo thời gian t (h) ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức $h = m + a \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với m, a là các số thực dương cho trước. Tìm thời điểm trong ngày khi chiều cao của mực nước là 11,5 m

và tính tổng các thời điểm đó.



Hướng dẫn giải. Chiều cao của mực nước cao nhất là $m + a$ khi $\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) = 1$ và thấp nhất bằng $m - a$ khi $\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) = -1$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} m + a = 16 \\ m - a = 10 \end{cases} \iff \begin{cases} m = 13 \\ a = 3 \end{cases}.$$

Suy ra công thức: $h = 13 + 3 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$.

Khi chiều cao mực nước là 11,5 m, ta có: $13 + 3 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) = 11,5 \iff \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) = -\frac{1}{2}$

$$\iff \begin{cases} \frac{\pi}{12}t = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{\pi}{12}t = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \iff \begin{cases} t = 8 + 24k \\ t = -8 + 24k \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $0 \leq t \leq 24$ nên ta có các thời điểm $t = 8$ (h) và $t = 16$ (h).

Tổng các thời điểm đó là: $8 + 16 = 24$ (h).

Bài 3. Một giáo viên mầm non hạng III nhận lương mỗi tháng bằng lương cơ sở nhân với bậc lương. Biết rằng một giáo viên mới ra trường có bậc lương là 2,1; sau mỗi 3 năm bậc lương đều sẽ được tăng thêm 0,31 và lương cơ sở trung bình của 25 năm công tác là 5 triệu đồng mỗi tháng. Hỏi giáo viên đó sẽ nhận được tất cả bao nhiêu triệu đồng sau 25 năm công tác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Hướng dẫn giải. Lương mỗi năm của giáo viên được tính theo công thức: $L = 12 \times 5 \times \text{bậc lương} = 60 \times \text{bậc lương}$ (triệu đồng).

Giáo viên công tác trong 25 năm, trong đó cứ 3 năm tăng bậc lương một lần.

Ta có các bậc lương trong 25 năm như sau:

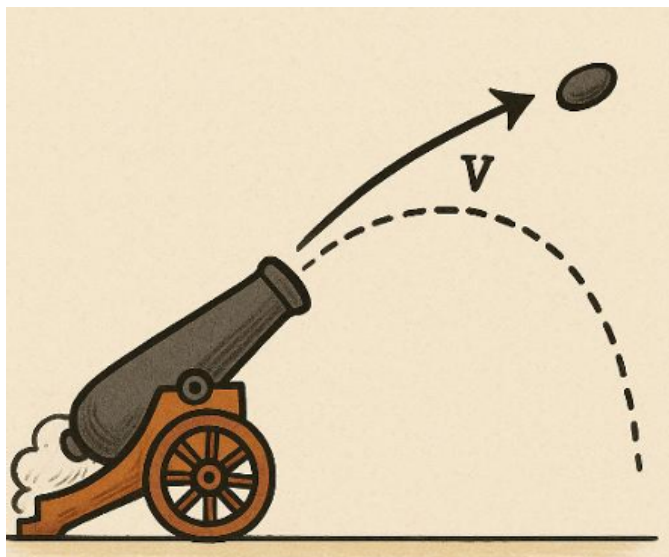
- ♦ 3 năm đầu (năm 1 – 3): bậc lương $b_1 = 2,1$.
- ♦ 3 năm tiếp theo (năm 4 – 6): bậc lương $b_2 = 2,1 + 0,31 = 2,41$.
- ♦ ...
- ♦ 3 năm từ năm 22 đến 24: bậc lương $b_8 = 2,1 + 7 \cdot 0,31 = 4,27$.
- ♦ Năm cuối cùng (năm 25): bậc lương $b_9 = 2,1 + 8 \cdot 0,31 = 4,58$.

Tổng số tiền lương nhận được là: $S = 3 \cdot 60 \cdot (b_1 + b_2 + \dots + b_8) + 1 \cdot 60 \cdot b_9$

$$S = 180 \cdot \frac{8}{2} [2,1 + 4,27] + 60 \cdot 4,58 = 180 \cdot 4 \cdot 6,37 + 274,8 = 4586,4 + 274,8 = 4861,2 \text{ (triệu đồng)}.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, kết quả là 4861 triệu đồng.

Bài 4. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500$ m/s hợp với phương ngang một góc α . Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó $g = 9,8$ m/s² là gia tốc trọng trường. Tìm góc bắn α để quả đạn đạt độ cao lớn nhất?



Hướng dẫn giải. Ta có y là hàm số bậc hai dạng $y = ax^2 + bx$ với $a = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ và $b = \tan \alpha$. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{\tan \alpha}{2 \cdot \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$.

Khi đó giá trị lớn nhất (độ cao cực đại) là: $y_{\max} = y(x_0) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \leq \frac{v_0^2}{2g}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\sin^2 \alpha = 1 \iff \alpha = 90^\circ$.

Vậy quả đạn đạt độ cao lớn nhất khi góc bắn $\alpha = 90^\circ$.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $2 \sin 2x + 1 = 0$.

b) Tìm các nghiệm của phương trình $\tan \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 \sin 2x + 1 = 0 &\iff \sin 2x = -\frac{1}{2} \iff \sin 2x = \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ &\iff \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$\text{b) } \tan \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \iff x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k\pi \iff x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$:

$$3\pi \leq -\frac{\pi}{12} + k\pi \leq 5\pi \iff 3 + \frac{1}{12} \leq k \leq 5 + \frac{1}{12} \iff 3,08\ldots \leq k \leq 5,08\ldots$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{4; 5\}$.

$$\text{Với } k = 4 \implies x = \frac{47\pi}{12}.$$

$$\text{Với } k = 5 \implies x = \frac{59\pi}{12}.$$

Vậy các nghiệm cần tìm là $x = \frac{47\pi}{12}$ và $x = \frac{59\pi}{12}$.

Bài 2. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải. Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0 \implies \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng:

$$P = \frac{1}{2} \left[\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right] = \frac{1}{2} \left[\sin 2\alpha + \sin \frac{\pi}{3} \right].$$

$$\text{Ta có } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{4\sqrt{6}}{25}.$$

$$\text{Do đó } P = \frac{1}{2} \left[\frac{4\sqrt{6}}{25} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{2\sqrt{6}}{25} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{6} + 25\sqrt{3}}{100}.$$

Bài 3. Một chất điểm dao động điều hòa xung quanh điểm O theo phương nằm ngang. Biết rằng vị trí của chất điểm đó so với O tại thời điểm t (giây) được xác định theo phương trình $x = 3 \cos\left(\frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ (m). Trong 5 (giây) đầu tiên, thời điểm nào thì chất điểm nằm xa O nhất?

Hướng dẫn giải. Chất điểm nằm xa O nhất khi khoảng cách $|x|$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Ta có } |x| = 3 \left| \cos\left(\frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \right|.$$

Giá trị lớn nhất của $|x|$ là 3, đạt được khi:

$$\cos\left(\frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \iff \frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3} = k\pi \iff \frac{2t}{3} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \iff t = -\frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét trong 5 giây đầu tiên, tức là $0 \leq t \leq 5$:

$$0 \leq -\frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \leq 5 \iff \frac{\pi}{2} \leq \frac{k3\pi}{2} \leq 5 + \frac{\pi}{2} \iff \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{10 + \pi}{3\pi} \approx 1,39.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 1$. Thay $k = 1$ vào công thức nghiệm, ta được $t = -\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = \pi$ (giây). Vậy vào thời điểm $t = \pi$ (giây) thì chất điểm nằm xa O nhất.

Bài 4. Nam đỗ đại học tại một trường ở thành phố, bạn phải đi làm thêm để có thể giảm gánh nặng kinh tế cho cha mẹ. Tháng đầu tiên đi làm, bạn được trả lương 3 triệu đồng. Nhờ siêng năng làm việc nên kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lương của Nam được tăng lên 3% so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương, Nam đều để dành phần lương tăng so với tháng trước. Hỏi sau 5 năm kể từ lúc bắt đầu đi làm thì Nam tiết kiệm được bao nhiêu tiền (làm tròn đến triệu đồng)?

Hướng dẫn giải. Gọi u_n là tiền lương Nam nhận được ở tháng thứ n . Dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 1 + 3\% = 1,03$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

Sau 5 năm (tương ứng với 60 tháng):

- ◊ Tháng thứ 1: lương u_1 , chưa có phần tăng so với tháng trước nên tiết kiệm được 0.
- ◊ Tháng thứ 2: lương u_2 , tiết kiệm được phần tăng $u_2 - u_1$.
- ◊ Tháng thứ 3: lương u_3 , tiết kiệm được phần tăng $u_3 - u_2$.
- ◊ ...
- ◊ Tháng thứ 60: lương u_{60} , tiết kiệm được phần tăng $u_{60} - u_{59}$.

Tổng số tiền tiết kiệm được sau 60 tháng là:

$$S = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \cdots + (u_{60} - u_{59}) = u_{60} - u_1.$$

Ta có $u_{60} = u_1 \cdot q^{59} = 3 \cdot (1,03)^{59} \approx 17,065$ (triệu đồng).

Số tiền tiết kiệm được là: $S \approx 17,065 - 3 = 14,065$ (triệu đồng).

Làm tròn đến triệu đồng, Nam tiết kiệm được khoảng 14 triệu đồng.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Góc 72° có số đo theo radian bằng

- (A) $\frac{2\pi}{5}$. (B) $\frac{3\pi}{5}$. (C) $\frac{5\pi}{3}$. (D) $\frac{5\pi}{2}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có công thức đổi từ độ sang radian: $\alpha = a \cdot \frac{\pi}{180}$.

Áp dụng: $72^\circ = 72 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$ (rad).

❖ **Câu 2.** Giá trị của $\cos \frac{3\pi}{4}$ là

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 1.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

❖ **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.
 (B) $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$.
 (C) $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.
 (D) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công thức đúng phải là: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

❖ **Câu 4.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cos x$. (D) $y = \cot x$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $\cos(-x) = \cos x$. Do đó đây là hàm số chẵn.

❖ **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Hàm số $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

❖ **Câu 6.** Cho $\cos \alpha = \frac{-5}{13}$, với $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$. Khi đó giá trị của $\sin \alpha$ là

- (A) $-\frac{12}{13}$. (B) $\frac{12}{13}$. (C) $\frac{4}{13}$. (D) $\frac{7}{13}$.

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$ nên $\sin \alpha < 0$.

Chương 2. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

$$\text{Ta có } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{-5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{12}{13}.$$

❖ **Câu 7.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+3}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu của dãy số là

- (A) $u_1 = 1.$ (B) $u_1 = \frac{5}{2}.$ (C) $u_1 = 3.$ (D) $u_1 = \frac{1}{2}.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Số hạng đầu của dãy số là $u_1 = \frac{2(1)+3}{1+1} = \frac{5}{2}.$

❖ **Câu 8.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- (A) $\frac{1}{2}.$ (B) $\frac{1}{3}.$ (C) $1.$ (D) $0.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $u_n = \frac{3n+1-2}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1}.$

Vì $n \geq 1$ nên $3n+1 > 0 \Rightarrow \frac{2}{3n+1} > 0 \Rightarrow u_n < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số bị chặn trên bởi 1.

❖ **Câu 9.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng

- (A) $M = 1, m = -1.$ (B) $M = 2, m = 1.$
(C) $M = 3, m = 0.$ (D) $M = 3, m = 1.$

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq -\sin x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2 - \sin x \leq 3.$

Vậy $M = 3$ và $m = 1.$

❖ **Câu 10.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây:

- (A) $(ABD).$ (B) $(BCD).$ (C) $(CMN).$ (D) $(ACD).$

➤ *Hướng dẫn giải.* $I \in MN \subset (ABD)$ và $I \in BD \subset (BCD).$ $I \in MN \subset (CMN).$

Điểm I không thuộc mặt phẳng đối diện là $(ACD).$

❖ **Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $AB \parallel MC.$ (B) $MD \parallel NC.$ (C) $MN \parallel AC.$ (D) $MC \parallel ND.$

➤ *Hướng dẫn giải.* MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{1}{2}AB.$

Suy ra $MN \parallel CD$ và $MN = CD$. Tứ giác $MNCD$ là hình bình hành nên $MD \parallel NC.$

❖ **Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC . Điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

- (A) qua I và song song với $AB.$ (B) qua J và song song với $BD.$
(C) qua G và song song với $CD.$ (D) qua G và song song với $BC.$

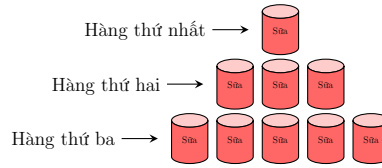
➤ *Hướng dẫn giải.* Trong tam giác ACD , có $IJ \parallel CD$. Mặt phẳng (GIJ) chứa IJ , mặt phẳng (BCD) chứa CD .

Giao tuyến đi qua điểm chung G và song song với IJ và CD .

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2 mỗi ý a) b) c) d) thí

sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Trong một hội chợ đón Xuân, một gian hàng sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo quy luật là hàng trên cùng có 1 hộp sữa, mỗi hàng ngay phía dưới lần lượt được xếp nhiều hơn 2 hộp so với hàng trên nó.



- Số hộp sữa ở các hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$.
- Hàng thứ 10 có 20 hộp sữa.
- 23 hộp là số hộp sữa ở hàng thứ 12.
- Cần 30 hàng để xếp hết tất cả số hộp sữa lên gian hàng.

Hướng dẫn giải. a) Theo quy luật, hàng sau hơn hàng trước 2 hộp, bắt đầu từ 1 hộp nên đây là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và $d = 2$. Khẳng định này Đúng.

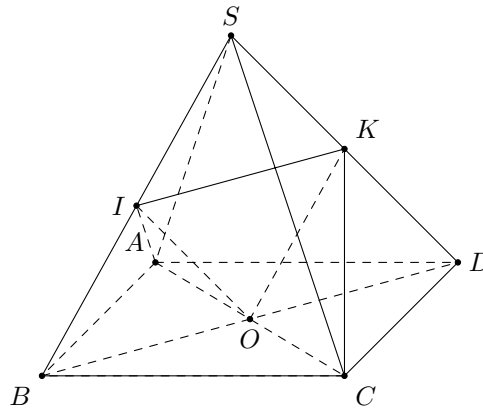
b) Số hộp sữa ở hàng thứ 10 là $u_{10} = u_1 + 9d = 1 + 9 \cdot 2 = 19$. Khẳng định này Sai.

c) Số hộp sữa ở hàng thứ 12 là $u_{12} = u_1 + 11d = 1 + 11 \cdot 2 = 23$. Khẳng định này Đúng.

d) Tổng số hộp sữa xếp trong n hàng là $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1)2]}{2} = \frac{n(2n)}{2} = n^2$.

Để xếp hết 900 hộp ta có $n^2 = 900 \Rightarrow n = 30$. Khẳng định này Đúng.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB, SD .



- SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (OIA) là điểm C .
- Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với CD .
- $CD \parallel IJ$.

Hướng dẫn giải. a) Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$. Vì $O = AC \cap BD$ nên $O \in (SAC) \cap (SBD)$. Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$. Khẳng định này Đúng.

b) Mặt phẳng (OIA) chính là mặt phẳng (AIC) vì $O \in AC$. Đường thẳng CD cắt AC tại C , và C cũng thuộc mặt phẳng (AIC) . Do $D \notin (AIC)$ nên C là giao điểm duy nhất. Khẳng định này Đúng.

c) Trong mặt phẳng (SBD) , IK là đường trung bình nên $IK \parallel BD$.

Xét $(CKB) \cap (SAD)$: Vì $BC \parallel AD$ nên giao tuyến là đường thẳng qua K song song với BC

(và AD).

Đường thẳng này cắt SA tại trung điểm J của SA .

Vì $JK \parallel AD$ và AD không song song với CD nên J không thuộc đường thẳng qua K song song với CD . Khẳng định này Sai.

d) I là trung điểm SB , J là trung điểm SA nên IJ là đường trung bình $\triangle SAB \Rightarrow IJ \parallel AB$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$. Suy ra $IJ \parallel CD$. Khẳng định này Đúng.

Phần III. Câu trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Bài 1. Cho $\sin x = \frac{1}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết $\sin 2x = \frac{a\sqrt{6}}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Vì $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$.

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{24}{25} \Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{24}}{5} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

$$\text{Khi đó: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right) = \frac{-4\sqrt{6}}{25}.$$

Suy ra $a = -4, b = 25$.

Vậy $P = a + b = -4 + 25 = 21$.

Bài 2. Số nghiệm của phương trình $\cos 3x = 0$ trên nửa khoảng $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{37\pi}{6}\right)$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Phương trình $\cos 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Theo giả thiết: } \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} < \frac{37\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \frac{k\pi}{3} < \frac{36\pi}{6} = 6\pi \Leftrightarrow 0 \leq k < 18.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 17\}$.

Vậy có tất cả 18 nghiệm.

Bài 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$. Số $\frac{20}{101}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Hướng dẫn giải. Xét phương trình: $u_n = \frac{2n}{101} \Leftrightarrow \frac{2n}{n^2 + 1} = \frac{20}{101}$

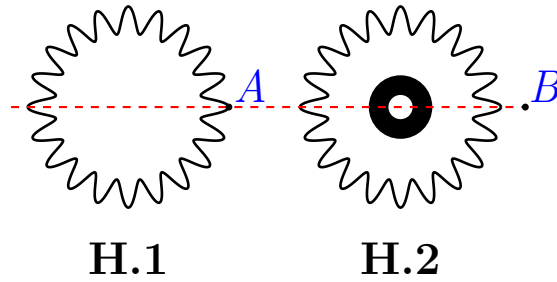
$$\Leftrightarrow 202n = 20n^2 + 20 \Leftrightarrow 20n^2 - 202n + 20 = 0 \Leftrightarrow 10n^2 - 101n + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \text{ (thỏa mãn } n \in \mathbb{N}^*) \\ n = 0,1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $\frac{20}{101}$ là số hạng thứ 10 của dãy số.

Bài 4. Hình vẽ dưới đây là hai bánh răng của một động cơ, chúng có cùng kích thước. Khi động cơ hoạt động, hai bánh răng quay đều cùng chiều. Biết tốc độ quay của bánh răng ở hình 2 gấp đôi tốc độ quay của bánh răng ở hình 1 và phương trình biểu thị độ cao của điểm A ở bánh răng thứ nhất là $h = 2R + R \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ (trong đó R là bán kính bánh răng, t là thời gian tính bằng giây, h là độ cao của điểm A). Giả sử tại thời điểm bắt đầu khởi động, hai điểm A và B có độ cao bằng nhau. Sau bao nhiêu giây kể từ thời điểm đầu tiên sau khi động cơ hoạt động hai điểm A, B có độ

cao bằng nhau?



Hướng dẫn giải. Độ cao của điểm A là $h_A(t) = 2R + R \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$.

Vì bánh răng 2 quay cùng chiều và có tốc độ gấp đôi bánh răng 1, nên tần số góc của điểm B là $\omega_B = 2\omega_A = \frac{2\pi}{5}$.

Tại thời điểm $t = 0$, $h_A(0) = h_B(0) = 2R$. Do đó phương trình độ cao điểm B là $h_B(t) = 2R + R \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$.

Hai điểm A, B có độ cao bằng nhau khi: $h_A(t) = h_B(t)$

$$\Leftrightarrow 2R + R \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) = 2R + R \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{5}t = \frac{\pi}{5}t + k2\pi \\ \frac{2\pi}{5}t = \pi - \frac{\pi}{5}t + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10k \\ t = \frac{5}{3} + \frac{10k}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Thời điểm đầu tiên sau khi khởi động ($t > 0$) ứng với $k = 0$ ở nhánh thứ hai: $t = \frac{5}{3} \approx 1,67$ giây.

Phần IV. Tự luận

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = \cos \frac{\pi}{8}$.

b) $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$.

c) $\sin 3x - \cos 2x = 0$.

Hướng dẫn giải. a) $\cos x = \cos \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{3}$.

$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

c) $\sin 3x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \cos 2x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

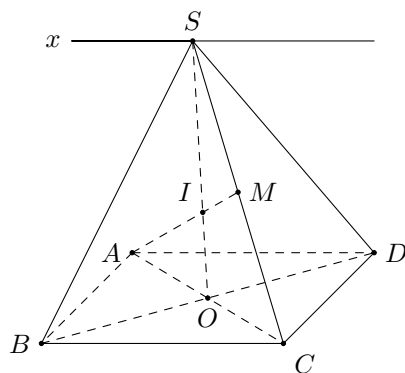
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 3x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Xác định giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD) và tính tỉ số $\frac{AI}{AM}$.

 Hướng dẫn giải.



$$\text{a) Ta có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \text{ (với } Sx \text{ qua } S, Sx // AD // BC).$$

$$\text{b) +) Ta có } \begin{cases} M \subset SC \subset (SAC) \\ O \subset AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow M, O \in (SAC).$$

$$\text{Xét trong mặt phẳng } (SAC), \text{ gọi } SO \cap AM = I \Rightarrow \begin{cases} I \in SO \subset (SBD) \\ I \in AM \end{cases} \Rightarrow I = AM \cap (SBD).$$

+) Xét tam giác SAC , ta có $AM \cap SO = I$. Vì O, M lần lượt là trung điểm của AC, SC nên SO, AM là hai đường trung tuyến của tam giác SAC .

Do đó I là trọng tâm tam giác SAC . Vậy $\frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.