

LÊ BÁ BẢO

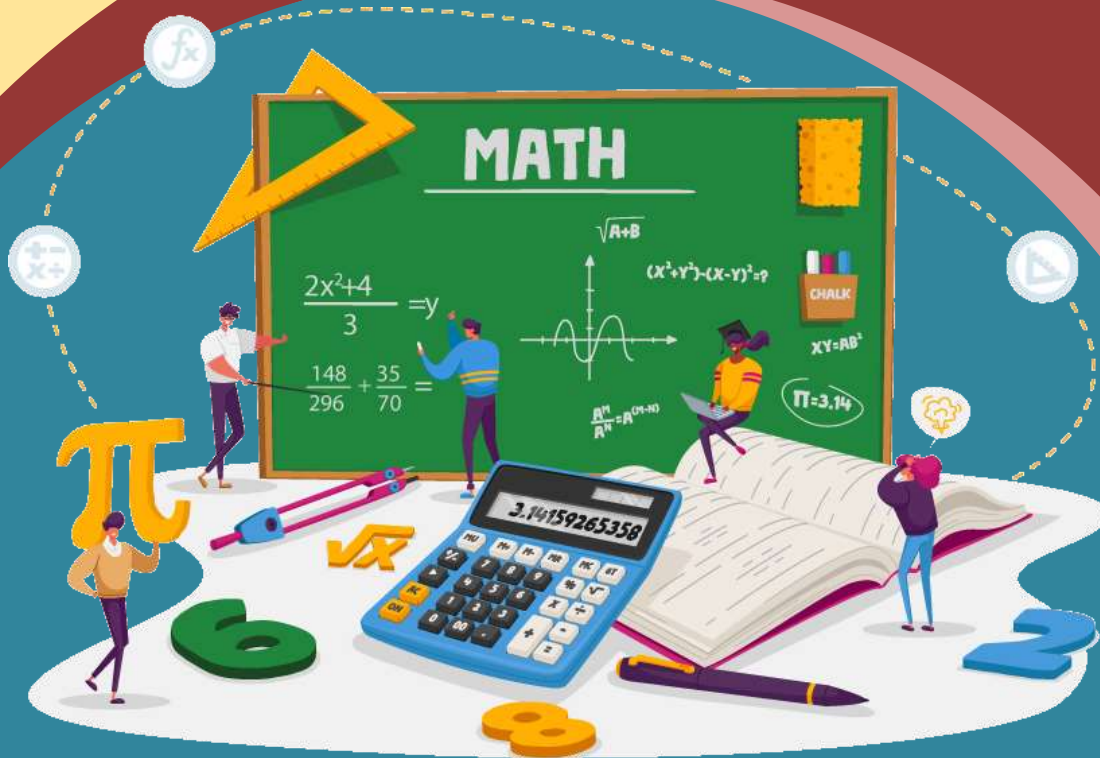
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

NGÂN HÀNG CÂU HỎI

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

-  LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
-  CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



NGÂN HÀNG CÂU HỎI:

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

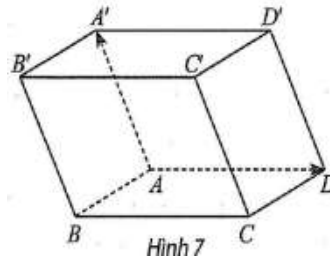
Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectơ nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{BI}$. B. $\overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{CI}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Hình 7

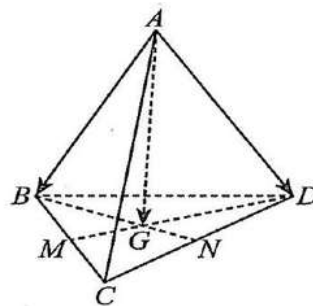
Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD'}$. B. $\overrightarrow{AB'}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

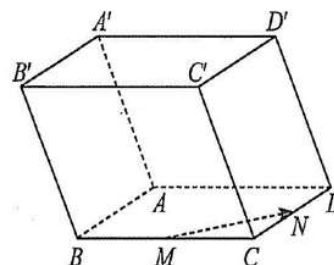
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD .



Khi đó, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $6\overrightarrow{AM}$. B. $3\overrightarrow{AN}$. C. $3\overrightarrow{AG}$. D. $6\overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



- A. $\overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{A'C'}$. C. $\overrightarrow{B'D'}$. D. $\overrightarrow{BC}$.

- Câu 6:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng
 A. 2. B. $-2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. -2 .
- Câu 7:** Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây sai?
 A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.
- Câu 8:** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{IA} + (2k - 1)\overrightarrow{IB} + k\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.
 A. $k = 2$. B. $k = 4$. C. $k = 1$. D. $k = 0$.
- Câu 9:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$
 A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{1}{2}$.
- Câu 10:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$.
 A. $k = 0$. B. $k = 1$. C. $k = 4$. D. $k = 2$.
- Câu 11:** Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- Câu 12:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
 A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.
- Câu 13:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
 A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.
- Câu 14:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
 A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 180^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.
- Câu 15:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Tính độ dài vector $3\vec{a} + 5\vec{b}$.
 A. $5\sqrt{5}$. B. $\sqrt{24}$. C. $\sqrt{124}$. D. 124.
- Câu 16:** Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?
 A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\alpha = 60^\circ$.
- Câu 17:** Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
 A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.
- Câu 18:** Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$. Xét hai vector $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$. C. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 19: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Tính độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$.

A. 25. B. $\sqrt{616}$. C. 9. D. $\sqrt{618}$.

Câu 20: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Khi đó, cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. $\frac{12}{13}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $-\frac{119}{169}$. D. $\frac{119}{169}$.

Câu 21: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$. B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng:

A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa AO và CD bằng

A. 0° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

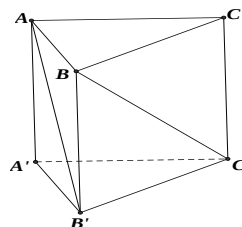
Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC, AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Góc giữa PQ và AB bằng

A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ, CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 28: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$.



Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Giá trị $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

A. $\frac{1}{2}a^2$. B. a^2 . C. $\frac{3}{4}a^2$. D. $\frac{3}{2}a^2$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB' . Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng

A. $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. B. $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. C. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$. D. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ta được:

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

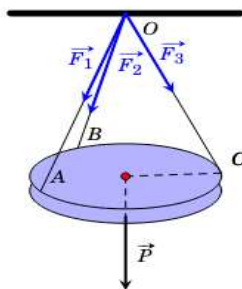
Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

- A. N là trung điểm BD . B. N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.
C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. D. $N \equiv A$.

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

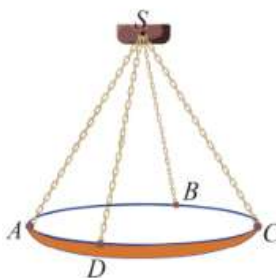
- A. M là trung điểm BB' . B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
C. M là trung điểm CC' . D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Câu 43: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



- A. $14\sqrt{3}$ N. B. $15\sqrt{3}$ N. C. $17\sqrt{3}$ N. D. $16\sqrt{3}$ N.

Câu 44: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g = 10$ m/s².



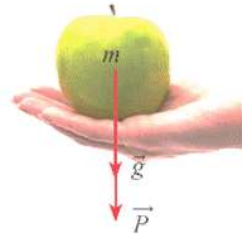
- A. $\frac{15\sqrt{3}}{3}$ N. B. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ N. C. $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N. D. $\frac{30\sqrt{3}}{3}$ N.

Câu 45: Theo định luật II Newton (*Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60*) thì gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực (N). Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc $50 m/s^2$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?



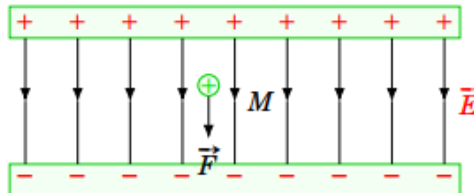
- A. 10 N. B. 15 N. C. 20 N. D. 25 N.

Câu 46: Nếu một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



- A. 1,029 N. B. 1,433 N. C. 2,096 N. D. 1,477 N.

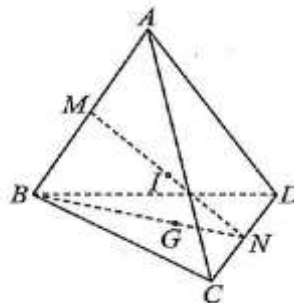
Câu 47: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}C$ và độ lớn điện trường $E = 10^5$ (N/C)



- A. $10^{-4}N$. B. $2.10^{-6}N$. C. $10^{-2}N$. D. $1,8.10^{-6}N$.

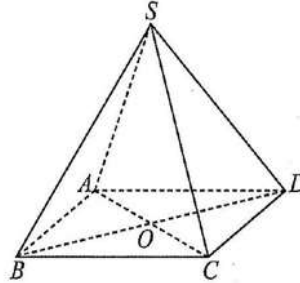
CÂU HỎI ĐÚNG – SAI

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD .



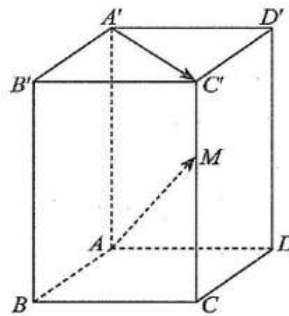
- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$
- c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
- d) $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$.

Câu 49: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .



- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$
- d) $(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$

Câu 50: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM = 2MC'$.

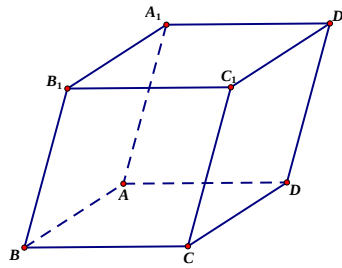


- a) $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.
- b) $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{2}{3}$.
- c) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.
- d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$.

Câu 51: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a .

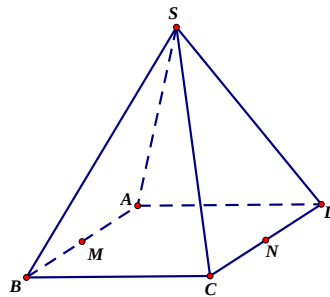
- a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.
- b) Tam giác SBD cân tại S .
- c) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.
- d) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



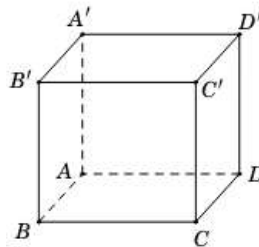
- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D_1C_1}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.
 c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$.
 d) Có tất cả 28 vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .



- a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CN}$.
 b) $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ là hai vector đối nhau.
 c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.
 d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SB}$.

Câu 54: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.

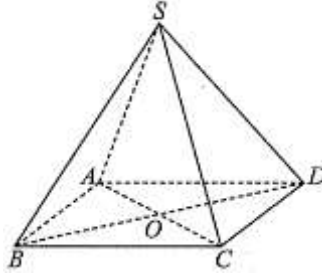


- a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}$.
 c) $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.
 d) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA'}| = 1$.

Câu 55: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a .

- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
 b) $\overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SD}$.
 c) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.
 d) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$.

Câu 56: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .



- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- b) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$.
- c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$.
- d) $\overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G .

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
- c) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$.
- d) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.
- c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.
- d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Câu 59: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O .

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

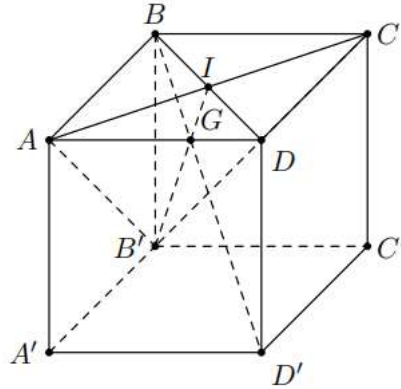
Câu 60: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'A'}$.
- b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{DC}$.
- c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 61: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

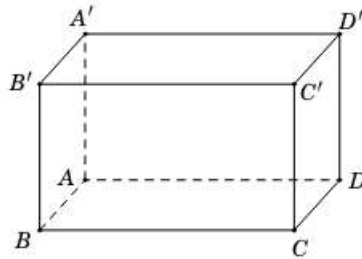
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{SO}$.
- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.
- d) $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Câu 62: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.



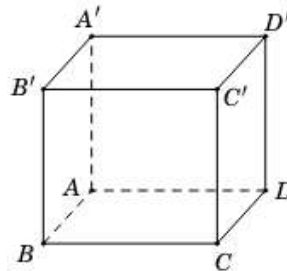
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
- b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
- d) $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$.

Câu 63: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $AA' = 2a$.



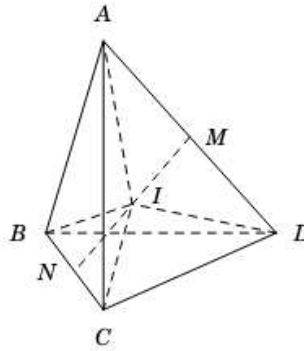
- a) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$.
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{5}$.
- d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = 2\sqrt{2}a$.

Câu 64: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



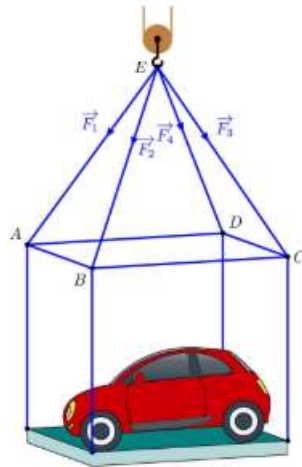
- a) $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}$.
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$.
- c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = a\sqrt{2}$.
- d) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = a$.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN .



- a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$.
- d) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Câu 66: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.



- a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$
- b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$
- c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| \approx 8141(\text{N})$.
- d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần bằng 16282(N).

Câu 67: Cho $\vec{a} = 3, \vec{b} = 5$ và góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° .

- a) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$.
- b) $|\vec{a} - \vec{b}| = 8$.

c) $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$.

d) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 9$.

Câu 68: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45° .

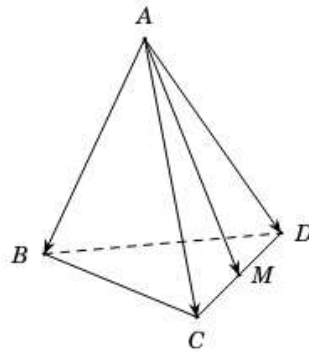
a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $|\vec{a} + \vec{b}| = 2 + \sqrt{2}$.

d) $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 0$.

Câu 69: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .



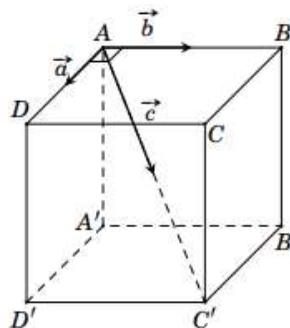
a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}$.

Câu 70: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.



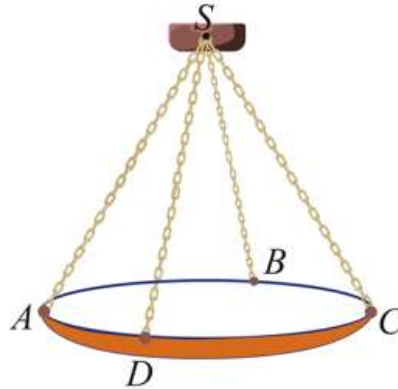
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = 20 \text{ N}$.

c) $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$.

d) $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| \approx 32,59 \text{ N.}$

Câu 71: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg .



a) $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ là 4 vector đồng phẳng.

b) $|\overrightarrow{SA}| = |\overrightarrow{SB}| = |\overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{SD}|.$

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50(N)$.

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2}(N)$.

TRẢ LỜI NGẮN

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Câu 73: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector:
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$

Câu 74: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45° , hãy tính:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$ c) $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$

c) $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

Câu 75: Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7}$. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 76: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$. Tính $|\vec{a}+2\vec{b}|$.

Câu 77: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-\vec{b}|=3$. Tính $(\vec{a}-2\vec{b}) \cdot (2\vec{a}+\vec{b})$.

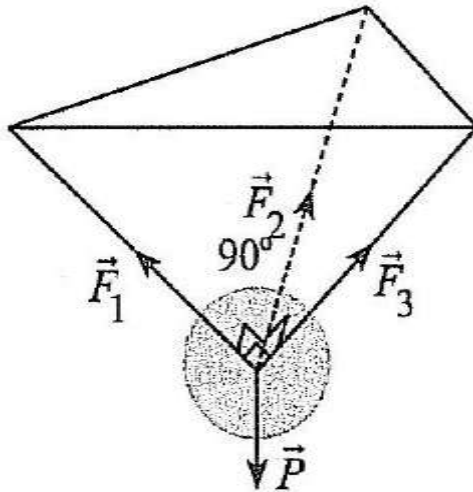
Câu 78: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$;

b) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Câu 79: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Hãy tính $\vec{SC} \cdot \vec{AB}$.

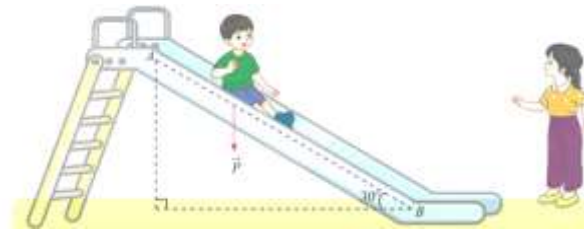
- Câu 80:** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AB}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?
- Câu 81:** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?
- Câu 82:** Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° . Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



- Câu 83:** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Hãy giải thích vì sao $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



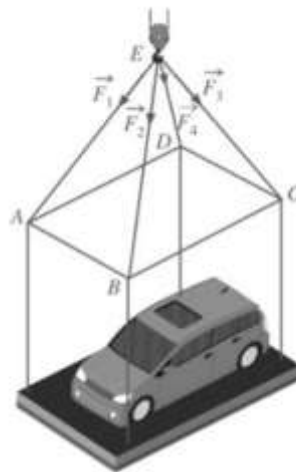
- Câu 84:** Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .



Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Câu 85: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Câu 86: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.

HẾT

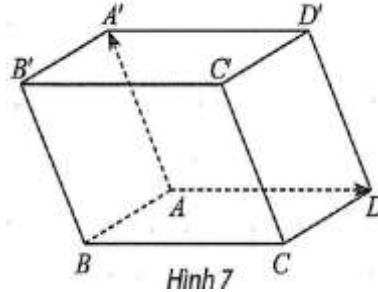
Huế, 17h20' Ngày 11 tháng 11 năm 2024

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectors $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectors nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{BI}$. B. $\overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{CI}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD'}$. B. $\overrightarrow{AB'}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

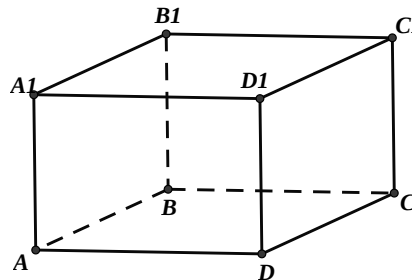
Lời giải:

Do tứ giác $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Đẳng thức nào dưới đây sai?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



Ta có : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

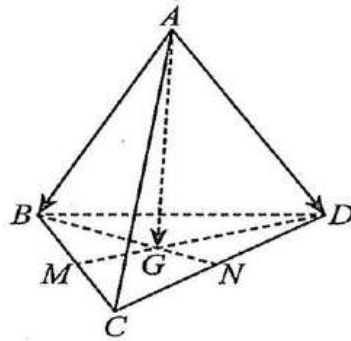
Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD .



Khi đó, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

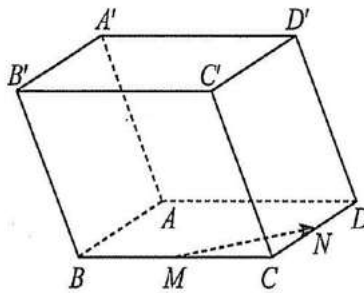
A. $6\overrightarrow{AM}$.

B. $3\overrightarrow{AN}$.

C. $3\overrightarrow{AG}$.

D. $6\overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}$.

D. $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{B'D'}$ cùng hướng với $\overrightarrow{MN}$ và $B'D' = 2MN$, suy ra $\overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{MN}$

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng

A. 2.

B. $-2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. -2.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$= -AB \cdot AC \cdot \cos BAC = -2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = -2$$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Lời giải:

Tính chất trọng tâm: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu B chỉ đúng khi G là tâm tứ diện $ABCD$.

Câu 8: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{IA} + (2k - 1)\overrightarrow{IB} + k\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

A. $k = 2$.

B. $k = 4$.

C. $k = 1$.

D. $k = 0$.

Lời giải:

Ta chứng minh được $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ nên $k = 1$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$.

A. $k = 0$.

B. $k = 1$.

C. $k = 4$.

D. $k = 2$.

Lời giải:

Với $k = 1$ ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + 1 \cdot (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Câu 11: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải:

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 12: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải:

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 13: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 120^\circ$.

Lời giải:

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{3 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$.

Câu 14: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 180^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải:

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}\right)(\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}\vec{a}^2 - \frac{13}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b}^2 = 0 \xrightarrow{|\vec{a}|=|\vec{b}|=1} \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

Suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 15: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Tính độ dài vector $3\vec{a} + 5\vec{b}$.

A. $5\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{24}$.

C. $\sqrt{124}$.

D. 124.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (3\vec{a} + 5\vec{b})^2 = 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124 \Rightarrow |3\vec{a} + 5\vec{b}| = \sqrt{124}.$$

Câu 16: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

D. $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}\vec{b} \Rightarrow \vec{a}\vec{b} = \frac{9}{2}. \text{ Do đó: } \cos \alpha = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}.$$

Câu 17: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vectơ $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

+ Vì $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vectơ $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ nên:

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 5\vec{a}^2 - 8\vec{b}^2 + 6\vec{a}\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = \frac{-5\vec{a}^2 + 8\vec{b}^2}{6}.$$

$$\text{Ta có } |\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2. \text{ Suy ra } \vec{a}\vec{b} = \frac{3\vec{a}^2}{6}$$

$$+ \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\frac{3\vec{a}^2}{6}}{\vec{a}^2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 18: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a}\vec{b} = 10$. Xét hai vectơ $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, . Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$.

C. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$.

D. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \vec{x}\vec{y} = (\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = (\vec{a})^2 + 2(\vec{b})^2 - 3\vec{a}\vec{b} = 4.$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{(\vec{x})^2} = \sqrt{(\vec{a} - 2\vec{b})^2} = \sqrt{(\vec{a})^2 + 4(\vec{b})^2 - 4\vec{a}\vec{b}} = 2\sqrt{3}.$$

$$|\vec{y}| = \sqrt{(\vec{y})^2} = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{(\vec{a})^2 + (\vec{b})^2 - 2\vec{a}\vec{b}} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \alpha = \frac{\vec{x}\vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{4}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{15}}$$

Câu 19: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Tính độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$.

A. 25.

B. $\sqrt{616}$.

C. 9.

D. $\sqrt{618}$.

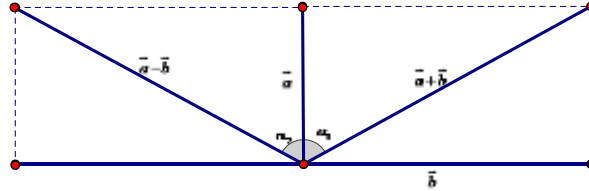
Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) - (\vec{a} + \vec{b})^2 \\ &= 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2) - |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2(26^2 + 28^2) - 48^2 = 616 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{616}. \end{aligned}$$

Câu 20: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Khi đó, cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

- A. $\frac{12}{13}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $-\frac{119}{169}$. D. $\frac{119}{169}$.

Lời giải:



Nhận thấy $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$

$$\text{Mặt khác: } \cos(\alpha_2) = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{5}{13}.$$

Do đó góc giữa hai vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_2 = 2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}$

$$\text{Vậy } \cos(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}) = \cos\left(2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}\right) = -\frac{119}{169}.$$

Câu 21: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$. B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Lời giải:

Ta có:

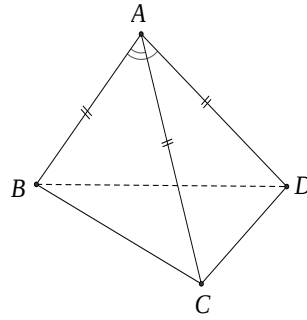
$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0 \\ (\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó, ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$
 $\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Tính góc giữa cặp vector $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

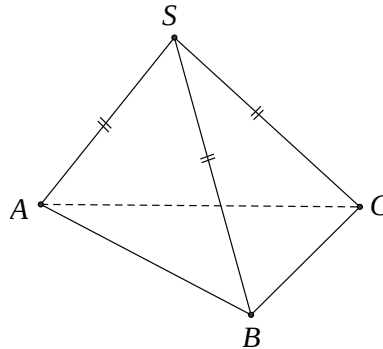
A. 120° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA} \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = SA \cdot SC \cdot \cos ASC - SA \cdot SB \cdot \cos ASB = 0$
 $\Rightarrow (\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC})$ bằng:

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải:

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S .

Khi đó: $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{SC}) = 90^\circ \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa AO và CD bằng

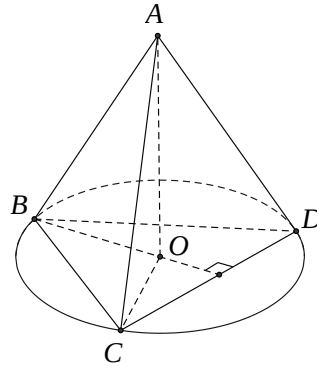
A. 0° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD}$

$$= \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = CO \cdot CD \cdot \cos 30^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0.$$

Suy ra $AO \perp CD$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC$, $AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Góc giữa PQ và AB bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PQ} \Rightarrow AB \perp PQ$

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$, $CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

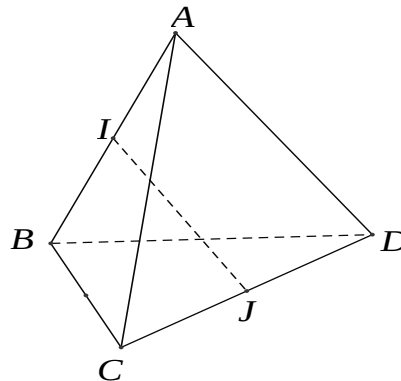
A. 120° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải:



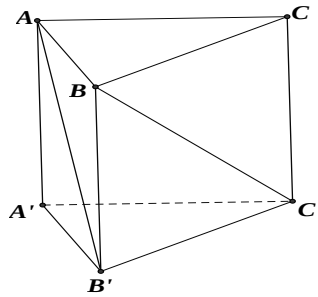
Xét tam giác ICD có J là trung điểm đoạn CD . Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$

Vì tam giác ABC có $AB = AC$ và $BAC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều. Suy ra: $CI \perp AB$. Tương tự ta có tam giác ABD đều nên $DI \perp AB$.

$$\text{Xét } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

Suy ra $\overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB}$. Hay góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$ bằng 90° .

Câu 28: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$.



Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

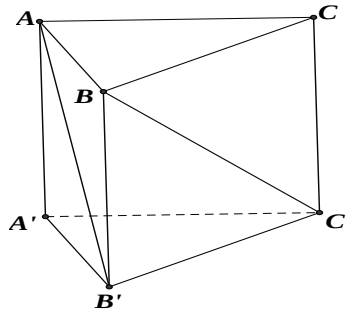
A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải:



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = 60^\circ.$$

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Giá trị $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

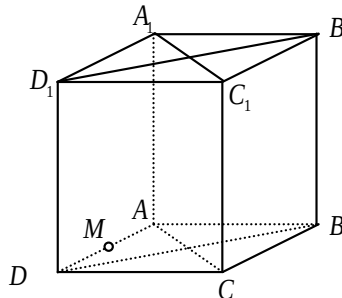
A. $\frac{1}{2}a^2$.

B. a^2 .

C. $\frac{3}{4}a^2$.

D. $\frac{3}{2}a^2$.

Lời giải:



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1} &= (\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}) \\ &= \overrightarrow{B_1B} \cdot \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} = -a^2 + a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

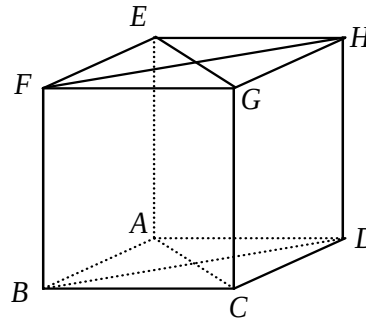
A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 120° .

Lời giải:



Ta có: $EG \parallel AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \angle BAC = 45^\circ$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB' . Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải:

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}, \vec{c} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có: $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2$.

$\Rightarrow \cos(MN; AC') = \left| \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}) \right| = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

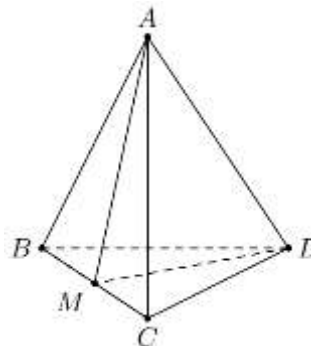
A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BM}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải:

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

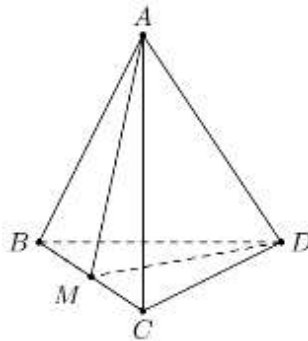
A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} (\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} (\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} (\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải:



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

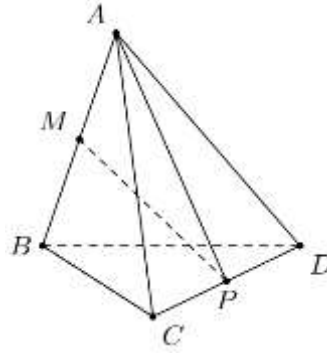
A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2} (\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2} (\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2} (\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2} (\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Lời giải:



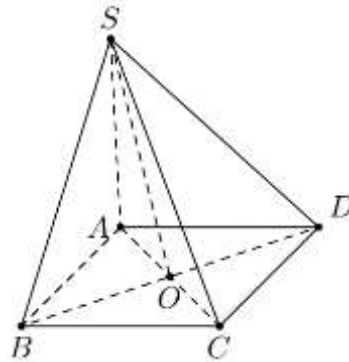
$$\text{Vì } M, P \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\ &= -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}). \end{aligned}$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải:

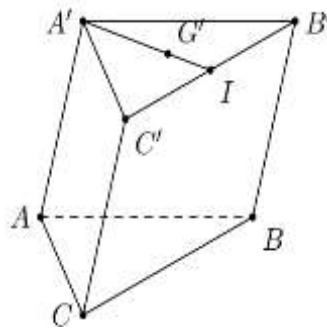


$$\text{Gọi } O \text{ là tâm hình bình hành } ABCD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{b} + \vec{d} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}.$$

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng

- A.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. **B.** $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. **C.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$. **D.** $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải:



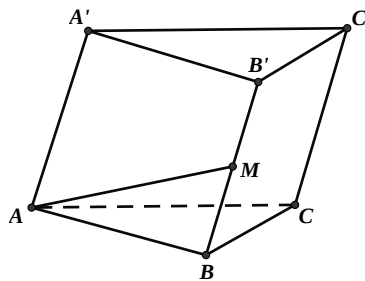
Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'G'} = \frac{2}{3} \overrightarrow{A'I}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{AG'} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3} \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2} \vec{b}$ B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2} \vec{a}$ **C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{c}$** D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2} \vec{b}$.

Lời giải:

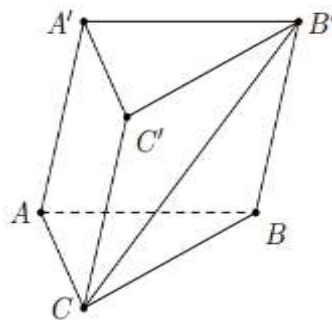


$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{c}$$

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ta được:

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ **D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$**

Lời giải:



$$\begin{aligned} \text{Vì } BB'C'C \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{B'C} &= \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'} \\ &= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}. \end{aligned}$$

- Câu 40:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. **C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.** D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Lời giải:

Vì M là trung điểm $BB' \rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

- Câu 41:** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?
- A. N là trung điểm BD . B. N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.
C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. D. $N \equiv A$.

Lời giải:

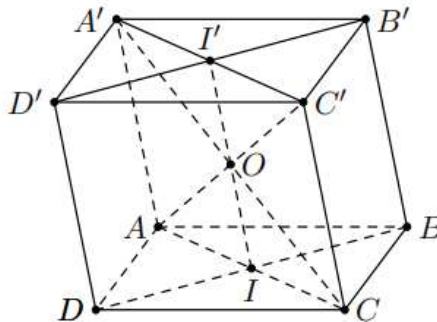
Ta có $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC}$.

Suy ra N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CDBN$.

- Câu 42:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm BB' .** B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
 C. M là trung điểm CC' . D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Lời giải:

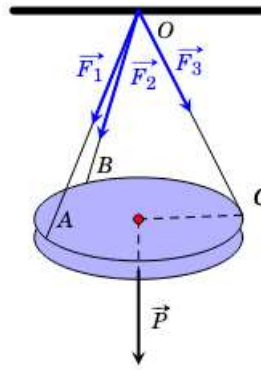


Gọi I, I' lần lượt là tâm các mặt đáy $ABCD, A'B'C'D' \Rightarrow O$ là trung điểm II' .

Mặt khác $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{IB}$.

Suy ra M là trung điểm BB' .

- Câu 43:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



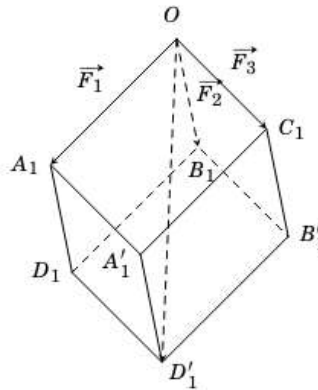
A. $14\sqrt{3} \text{ N}$.

B. $15\sqrt{3} \text{ N}$.

C. $17\sqrt{3} \text{ N}$.

D. $16\sqrt{3} \text{ N}$.

Lời giải:



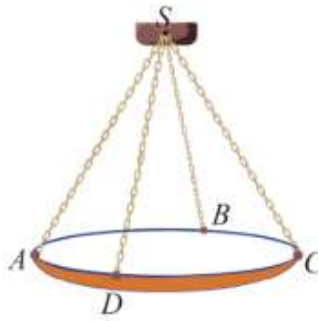
Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB_1} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC_1} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, D'_1 sao cho $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A'_1D'_1B'_1$ là hình hộp (như hình bên).

Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD'_1}$.

Mặt khác, do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15(\text{N})$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A'_1D'_1B'_1$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo OD'_1 của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD'_1}| = 15\sqrt{3}\text{N}$.

Câu 44: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



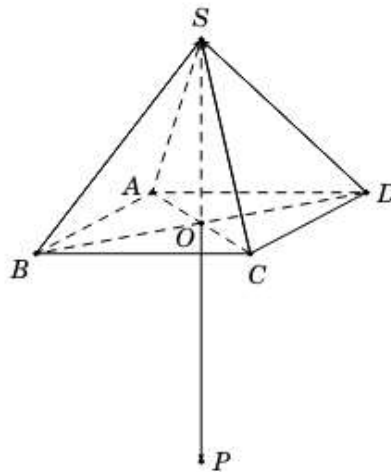
A. $\frac{15\sqrt{3}}{3}$ N.

B. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ N.

C. $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

D. $\frac{30\sqrt{3}}{3}$ N.

Lời giải:



Ta có $\vec{P} = m\vec{g}$ nên $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50$ N.

Vậy độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm là 50 N.

Gọi O là trọng tâm của chiếc đèn chùm cũng là chân đường cao hình chóp đều S.ABCD.

Vẽ $\vec{OP}$ biểu diễn trọng lực tác động lên đèn chùm với $OP \perp (ABCD)$.

Khi đó lực căng mỗi sợi xích sẽ là $\vec{AS}, \vec{BS}, \vec{CS}, \vec{DS}$.

Chiếc đèn chùm đứng yên nên $\vec{AS} + \vec{BS} + \vec{CS} + \vec{DS} + \vec{OP} = \vec{0}$.

$$\text{Suy ra } \vec{OP} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 4\vec{SO} \Rightarrow SO = \frac{1}{4}OP = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

$$\text{Tam giác SAC cân tại S có } \cos OSA = \frac{SO}{SA}$$

$$\text{Suy ra lực căng của mỗi sợi dây xích là: } SA = \frac{SO}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{25}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ N.}$$

Câu 45: Theo định luật II Newton (Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60) thì gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với



khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực (N). Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đã có độ lớn là bao nhiêu?

A. 10 N.

B. 15 N.

C. 20 N.

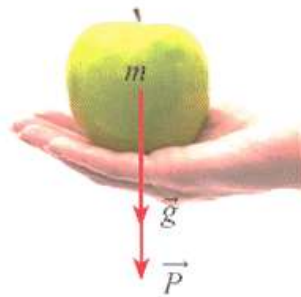
D. 25 N.

Lời giải:

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$ suy ra $|\vec{F}| = m|\vec{a}| = 0,5.50 = 25(\text{N})$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đã có độ lớn là 25 N.

Câu 46: Nếu một vật có khối lượng $m(\text{kg})$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



A. 1,029 N.

B. 1,433 N.

C. 2,096 N.

D. 1,477 N.

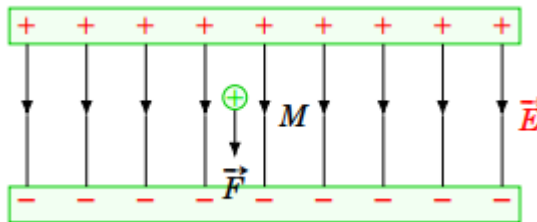
Lời giải:

Đổi $105 \text{ g} = 0,105 \text{ kg}$.

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo là:

$$|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 0,105.9,8 = 1,029 \text{ N}$$

Câu 47: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9} \text{ C}$ và độ lớn điện trường $E = 10^5 \text{ (N/C)}$



A. 10^{-4} N .

B. 2.10^{-6} N .

C. 10^{-2} N .

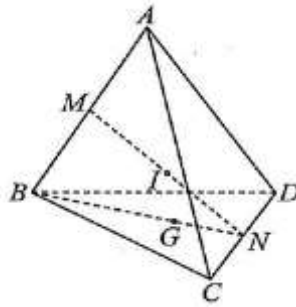
D. $1,8.10^{-6} \text{ N}$.

Lời giải:

Độ lớn của lực tĩnh điện là $|\vec{F}| = q|\vec{E}| = 10^{-9}.10^5 = 10^{-4} \text{ N}$.

CÂU HỎI ĐÚNG – SAI

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD .



- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$
 c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
 d) $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

Do M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

b) Đúng.

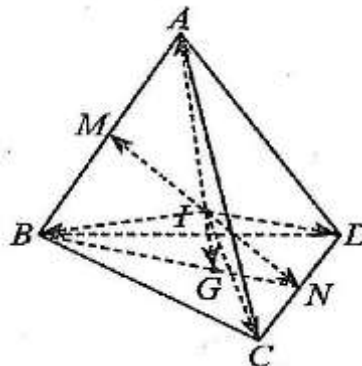
Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}).$$

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD nên $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}, \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.

c) Đúng.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA} \\ \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{ND} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = \vec{0}.$$

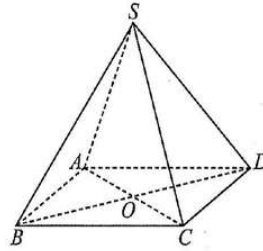
d) Sai.

Do $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AI}$.

Mặt khác, vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Suy ra $4\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AG}$, suy ra $4\overrightarrow{AI} - 3\overrightarrow{AG} = \vec{0}$.

Câu 49: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .



- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
 c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$
 d) $(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$

Lời giải:

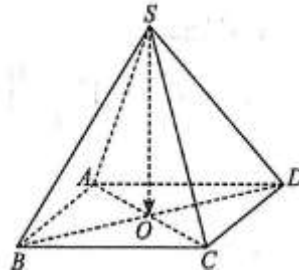
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

b) Đúng.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của AC , suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.



c) Sai.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của các cạnh AC, BD .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}.$$

d) Đúng.

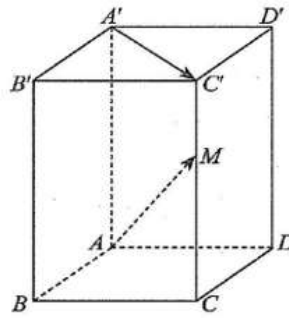
$$\text{Ta có } (\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = \overrightarrow{CA} \cdot (2\overrightarrow{SO}) = 2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{SO}$$

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra

$$\overrightarrow{SO} \perp \overrightarrow{CA} \Rightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{SO} = 0$$

$$\text{Suy ra } (\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0.$$

Câu 50: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $AD = 2$, $AA' = 3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM = 2MC'$.



- a) $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CM}$.
- b) $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{2}{3}$.
- c) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'}$.
- d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AA'}$ cùng phương với $\overrightarrow{CM}$ và $AA' = \frac{3}{2} CM$, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CM}$.

b) Sai.

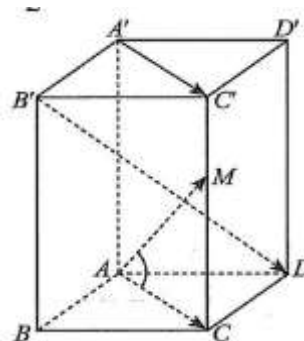
Do $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C'}$,
suy ra $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}) = CAM$,

suy ra $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = \cos CAM = \frac{AC}{AM} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'}$.

d) Sai.



Ta có $\overrightarrow{B'D} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} &= \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} \right) \cdot (-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}) \\ &= -AB^2 + AD^2 - \frac{2}{3} AA'^2 = -1 + 4 - 6 = -3. \end{aligned}$$

Câu 51: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a .

a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

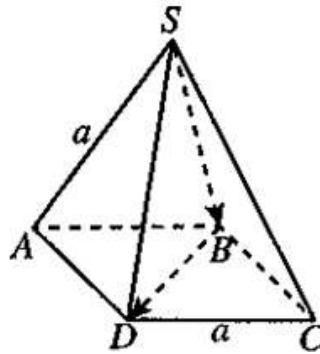
b) Tam giác SBD cân tại S .

c) $(\vec{SB}, \vec{BD}) = 45^\circ$.

d) $\vec{SB} \cdot \vec{BD} = -a^2$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông. Suy ra a) đúng.

b) Do $S.ABCD$ là hình chóp đều tất cả các cạnh bằng $a \Rightarrow SB = SD = a$. Suy ra b) đúng.

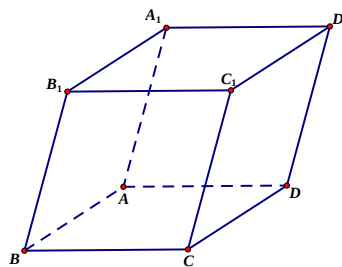
c) Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài cạnh bằng a nên độ dài đường chéo $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD có $\Rightarrow SB = SD = a$ và $BD = a\sqrt{2}$ nên tam giác SBD vuông cân tại S , suy ra $\angle SBD = 45^\circ$.

Vậy $(\vec{SB}, \vec{BD}) = 180^\circ - \angle SBD = 135^\circ$. Suy ra c) sai.

d) Ta có $\vec{SB} \cdot \vec{BD} = SB \cdot BD \cdot \cos(\vec{SB}, \vec{BD}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = -a^2$. Suy ra d) đúng.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



a) $\vec{AB} = \vec{D_1C_1}$.

b) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{BD}$.

c) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1} = \vec{AC_1}$.

d) Có tất cả 28 vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

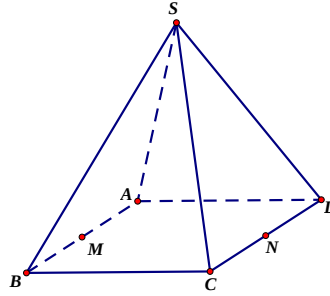
Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

c) Ta có: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \neq \vec{BD}$.

d) Có $A_8^2 = 56$ vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .



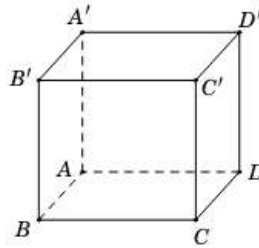
- a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CN}$.
 b) $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ là hai vector đối nhau.
 c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.
 d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SB}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

- c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}$.
 d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}$.

Câu 54: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.



- a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}$.
 c) $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.
 d) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA'}| = 1$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

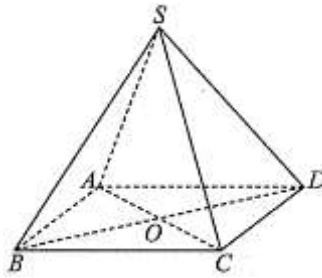
Câu 55: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a .

- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
 b) $\overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SD}$.
 c) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.
 d) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Câu 56: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .



- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
 b) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$.
 c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$.
 d) $\overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G .

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
 c) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$.
 d) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Theo công thức vì G là trọng tâm tứ diện $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) Đúng: Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OG} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DG}) \\ &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})\end{aligned}$$

c) Đúng: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BG}$

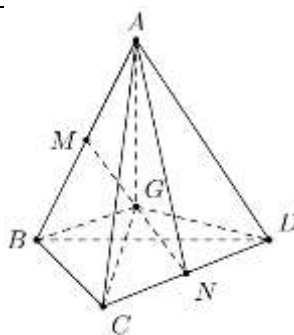
$$\begin{aligned}\text{d) Sai: } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(4\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})\end{aligned}$$

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.
 c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.
 d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Đúng: Vì M, N lần lượt là trung điểm $AB, CD \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} \end{cases}$

Mặt khác G là trung điểm $MN \rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

b) Đúng: Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{MG}$

c) Sai: Dễ chứng minh được $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

d) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$. Do đó: $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Câu 59: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O .

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

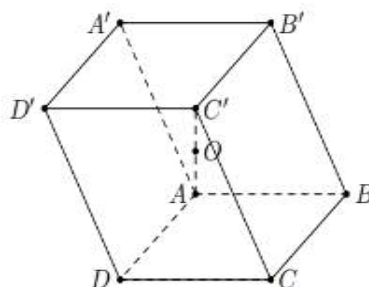
Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

Do đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.



c) Sai: Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'} \end{cases}$ mà $\overrightarrow{AB'} \neq \overrightarrow{AD'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} \neq \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{AC'}$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

Câu 60: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'A'}$.

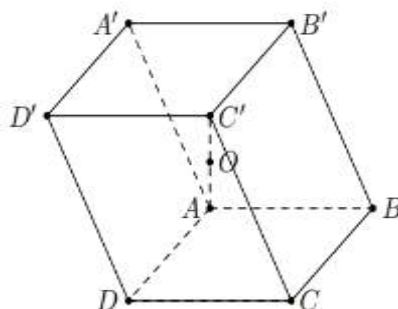
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{DC}$.

c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



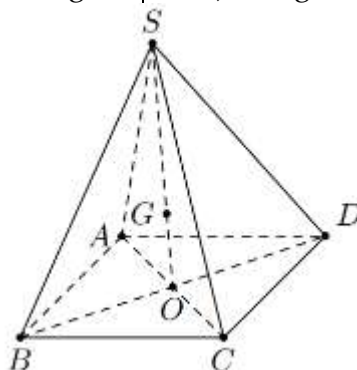
- a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{B'D'}$ mà $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$
 b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{DC}$
 c) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
 d) Sai: Vì $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BD'} \neq \overrightarrow{BC}$

Câu 61: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{SO}$.
 b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
 c) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.
 d) $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

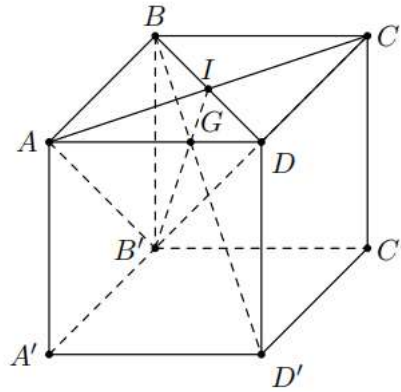


- a) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$
 b) Đúng: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
 c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$; $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$
 d) Sai: Ta có

$$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$$

Câu 62: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.



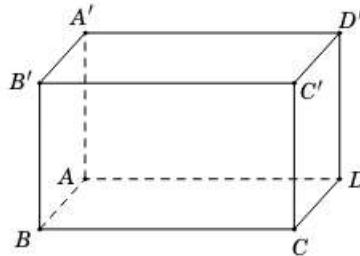
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
 b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
 c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'}$.
 d) $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
 b) Sai: G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$
 d) Sai: Ta có $\triangle BIG \sim \triangle D'B'G \Rightarrow \frac{BG}{D'G} = \frac{BI}{D'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BG}{BD'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$.

Câu 63: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $AA' = 2a$.



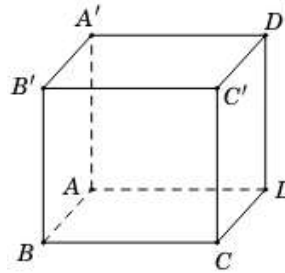
- a) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \vec{0}$.
 b) $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$.
 c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{5}$.
 d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = 2\sqrt{2}a$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- a) Sai: $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{CD'}$ không đối nhau nên $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} \neq \vec{0}$
 b) Đúng: $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau nên $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$
 c) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$
 d) Đúng: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = 2\sqrt{2}a$

Câu 64: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



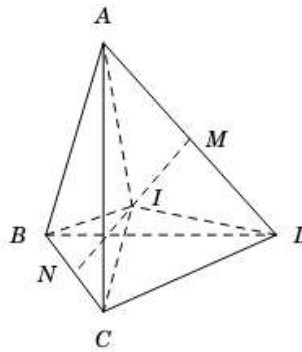
- a) $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}$.
 b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$.
 c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = a\sqrt{2}$.
 d) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = a$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'B} + (-\overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D}$.
 b) Sai: Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
 c) Sai: $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = |\overrightarrow{BD'}| = BD' = a\sqrt{3}$
 d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'C}$. Do đó $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = C'C = a$

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN .



- a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
 c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$.
 d) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

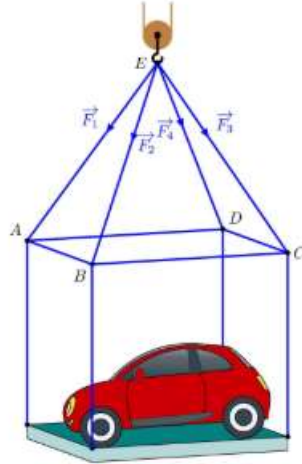
Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

- a) Sai: Sử dụng quy tắc ba điểm và quy tắc hiệu, ta có
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
 b) Đúng: Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$.
 Do đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
 c) Đúng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$

d) Đúng: $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

Câu 66: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.



a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| \approx 8141(\text{N})$.

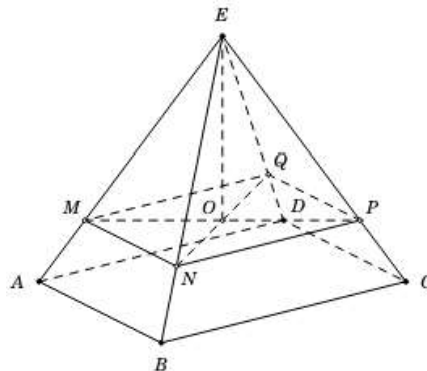
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần bằng 16282(N).

Lời giải:

Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho

$$\vec{EM} = \vec{F}_1, \vec{EN} = \vec{F}_2, \vec{EP} = \vec{F}_3, \vec{EQ} = \vec{F}_4.$$

Do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N nên $EM = EN = EP = EQ = 4700$.



a) Sai: Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{EM} + \vec{EN} = 2\vec{EH}$, với H là trung điểm của MN

$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{EP} + \vec{EQ} = 2\vec{EK}$, với K là trung điểm của PQ suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

b) Đúng: Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{EM} + \vec{EP} = 2\vec{EO}$, với O là trung điểm của MP

$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{EN} + \vec{EQ} = 2\vec{EO}$, với O là trung điểm của MP suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) Đúng: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |2\vec{EO}| = 2EO$.

Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng 60° nên góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng 60° hay $SMO = 60^\circ$.

Xét $\triangle EMO$ có $EM = 4700$, $SMO = 60^\circ$ suy ra $EO = EM \sin 60^\circ = 2350\sqrt{3}$.

d) Đúng: Từ đây ta tính được $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2EO \approx 8141(\text{N})$.

Câu 67: Cho $\vec{a} = 3, \vec{b} = 5$ và góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° .

a) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$.

b) $|\vec{a} - \vec{b}| = 8$.

c) $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$.

d) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 9$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 25 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 19$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 49$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{49} = 7$$

$$|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = (\vec{a} - 2\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 4|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 4 \cdot 25 - 4 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 139$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$$

$$|\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 4 \cdot 25 + 4 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 79$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{79}$$

Câu 68: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45° .

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $|\vec{a} + \vec{b}| = 2 + \sqrt{2}$.

d) $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 0$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

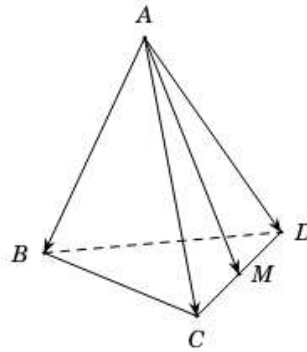
a) Đúng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Đúng: $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 6|\vec{b}|^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Sai: $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$ suy ra $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$.

d) Sai: $(\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\sqrt{2}\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b}^2 = 1 + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 2$ suy ra $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 69: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .



a) $\vec{AM} \cdot \vec{CD} = 0$.

b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2}{2}$.

c) $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$

d) $\vec{AM} \cdot \vec{AB} = -\frac{a^2}{2}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\vec{AM} \cdot \vec{CD} = 0$.

b) Đúng: Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

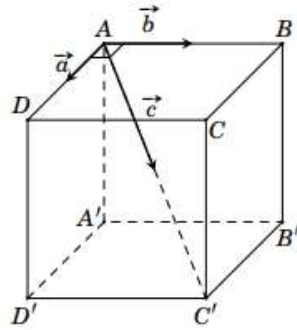
c) Đúng: Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = (\vec{AM} + \vec{MB}) \cdot \vec{CD} = \vec{AM} \cdot \vec{CD} + \vec{MB} \cdot \vec{CD}$.

Mặt khác AM , BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD , BCD nên $\vec{AM} \perp \vec{CD}$, $\vec{MB} \perp \vec{CD}$.
Suy ra $\vec{AM} \cdot \vec{CD} = \vec{MB} \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow (\vec{AB}, \vec{CD}) = 90^\circ$.

d) Sai. Ta có $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD})$

Suy ra $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = \vec{AB} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$.

Câu 70: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{AD}, \vec{AB}$ và $\vec{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.



- a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.
 b) $|\vec{a} + \vec{b}| = 20 \text{ N}$.
 c) $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$.
 d) $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| \approx 32,59 \text{ N}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Từ giả thiết ta có $\vec{a} \perp \vec{b}$; $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \cos DAC' = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \cos BAC' = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

a) Sai: Giả sử $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$. Theo quy tắc hình bình hành thì $\vec{d}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ suy ra $\vec{a} + \vec{b} \neq \vec{c}$

b) Sai: $|\vec{a} + \vec{b}| = 10\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông cạnh bằng 10).

c) Đúng: Ta có $\vec{a} + \vec{c}^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 20^2 = 500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}}$.

Mặt khác $(\vec{b} + \vec{c})^2 = |\vec{b}|^2 + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 20^2 = 500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}}$. Vậy $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$.

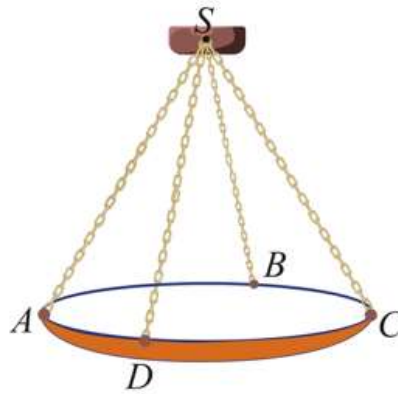
d) Đúng. Giả sử lực tổng hợp là $\vec{m}$, tức là $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Do đó: $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a}$

$$\Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = 10^2 + 10^2 + 20^2 + 0 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = 10^2 + 10^2 + 20^2 + 0 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |\vec{m}| \approx 32,59.$$

Câu 71: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg .



- a) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vector đồng phẳng.
 b) $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$.
 c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50(N)$.
 d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2}(N)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vector đồng phẳng

b) Đúng: $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$

c) Đúng: Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5.10 = 50 N$

d) Sai: Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD$ mà $\angle ASC = 60^\circ$
 Vậy tam giác SAC đều. Gọi O là trung điểm AC .

Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\vec{SO} = \vec{P}$
 hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC có $SA = \frac{\sqrt{3}}{2} SO = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{4} N$

TRẢ LỜI NGẮN

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\vec{MN} = k(\vec{AC} + \vec{BD})$.

Lời giải:

Đáp án: $k = \frac{1}{2}$.

$$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{MC} + \vec{MD}) \text{ (quy tắc trung điểm)} = \frac{1}{2}(\vec{MA} + \vec{AC} + \vec{MB} + \vec{BD})$$

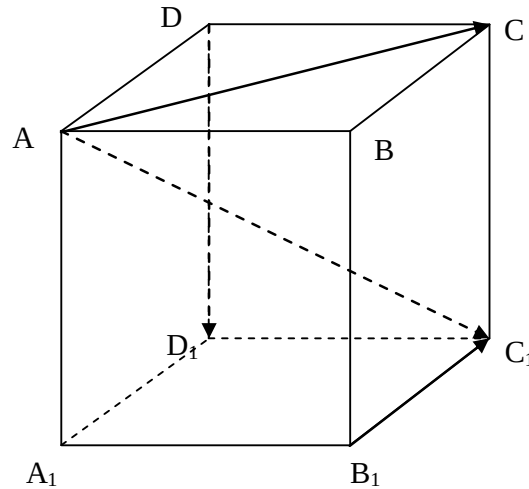
$$\text{Mà } \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \text{ (vì } M \text{ là trung điểm } AB) \Rightarrow \vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD}).$$

Vậy $k = \frac{1}{2}$.

Câu 73: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector:
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k \overrightarrow{AC_1}$

Lời giải:

Đáp án: $k = 1$.



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC_1}$. Nên $k = 1$.

Câu 74: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45° , hãy tính:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$ c) $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

Lời giải:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 6\vec{b}^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 \cdot 1 = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 75: Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7}$. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải:

Đáp án: 120° .

Ta có: $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = 28 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 4\vec{b}^2 + 4\vec{a}\vec{b} = 28$

$\Leftrightarrow |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 28 \quad \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

Câu 76: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$. Tính $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Lời giải:

Đáp án: $\sqrt{79}$.

Cách 1:

$$\begin{aligned} |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 &= (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 4 \cdot 25 + 4 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 79 \\ \Rightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}| &= \sqrt{79}. \end{aligned}$$

Cách 2 :

Vẽ hình bình hành $ABCD$ sao cho: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{b}$.

Theo quy tắc hình bình hành ta có: $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$.

Áp dụng định lí hàm cosin trong tam giác ACD :

$$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2 - 2CD \cdot AD \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{79}.$$

Câu 77: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$.

Lời giải:

Đáp án: 0.

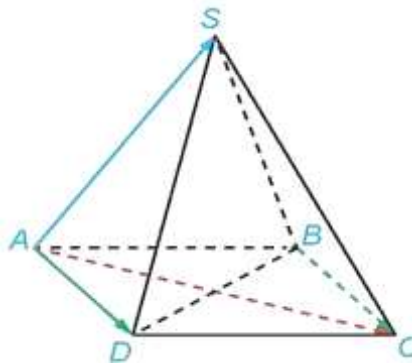
$$\text{Ta có: } |\vec{a} - \vec{b}| = 3 \Leftrightarrow (\vec{a} - \vec{b})^2 = 9 \Leftrightarrow 1 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 = 9 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -2.$$

$$\text{Ta có: } (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a})^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2(\vec{b})^2 = 2 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 4 = 0.$$

Câu 78: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$;

b) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.



Lời giải:

a) Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra $\angle SAD = 60^\circ$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, suy ra $(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}) = \angle SAD = 60^\circ$. Do đó

$$\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

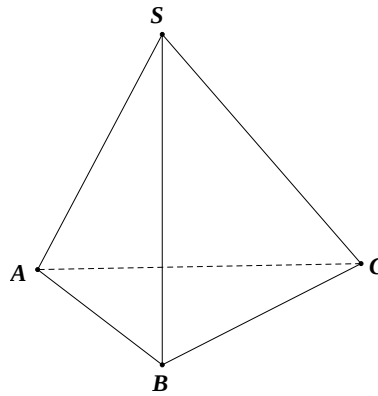
b) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài mỗi cạnh là a nên độ dài đường chéo AC là $\sqrt{2}a$. Tam giác SAC có $SA = SC = a$ và $AC = \sqrt{2}a$ nên tam giác SAC vuông cân tại S , suy ra

$$\angle SAC = 45^\circ. \text{ Do đó } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \angle SAC = a \cdot \sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2.$$

Câu 79: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$. Hãy tính $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Lời giải:

Đáp án: -2.



Ta có: $BC^2 = SB^2 + SC^2 (2.2^2 = 2^2 + 2^2) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S .

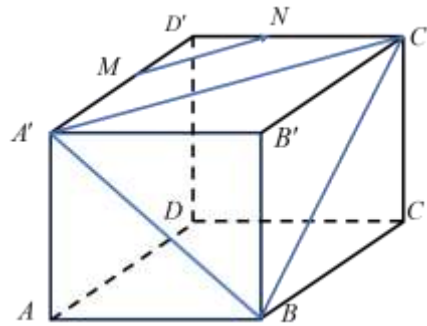
Mặt khác: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 - SC \cdot SA \cdot \cos ASC = -2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 80: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AB}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải:



Trả lời: 60°

Vì $MN \parallel A'C'$ nên $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{AB}) = C'A'B$.

Tam giác $C'A'B'$ là tam giác đều vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

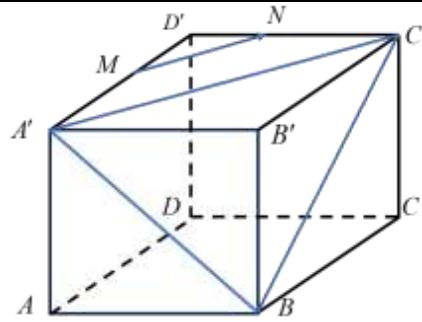
Suy ra $C'A'B = 60^\circ$.

Vậy $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AB}) = C'A'B = 60^\circ$.

Câu 81: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Trả lời: $n = -0,5$



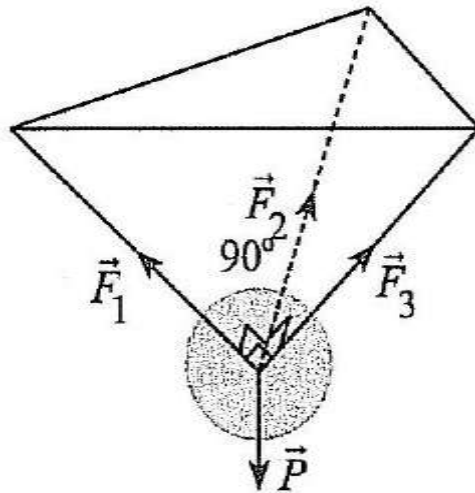
Vì $MN \parallel A'C'$ nên $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{C'B}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{C'B}) = 180^\circ - A'C'B = 120^\circ$.

Ta có: $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}, C'B = a\sqrt{2}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{C'B}| \cdot \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{C'B}) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 120^\circ = -0,5a^2$.

Vậy $n = -0,5$.

Câu 82: Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° . Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải:

Xét tứ diện đều $SABC$ có cạnh SA, SB, SC biểu diễn độ lớn các lực căng dây và SP biểu diễn độ lớn của trọng lực tác dụng lên vật nặng S .

Ta có $|\vec{F}_1| = SA, |\vec{F}_2| = SC, |\vec{P}| = SG$ và $\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{SP} = \vec{0}$, trong đó G là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Đặt $x = SA, x > 0 \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$.

Khi đó $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \left(\frac{AC\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{x\sqrt{6}}{3}$.

Mặt khác $SG = SP = 30$ nên xét tam giác SAG vuông tại G , ta có

$$SA^2 = SG^2 + AG^2 \Leftrightarrow x^2 = 30^2 + \frac{2x^2}{3} \Leftrightarrow x = 30\sqrt{3} \approx 51,96 \text{ (N)}.$$

Câu 83: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Hãy giải thích vì sao $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải:

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h máy bay giữ nguyên hướng bay nên vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng hướng. Do đó, $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó (1).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của của chiếc máy bay khi đạt 900 km/h và 920 km/h.

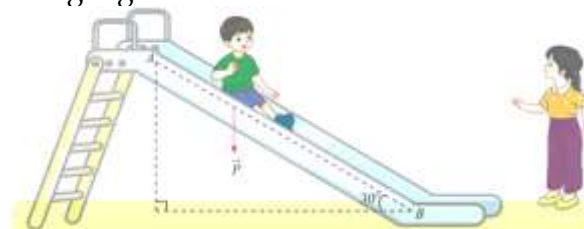
Suy ra $v_1 = 900$ (km/h), $v_2 = 920$ (km/h)

vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên

$$\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2|$$

Từ (1) và (2) ta có: $\vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2 \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

Câu 84: Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .



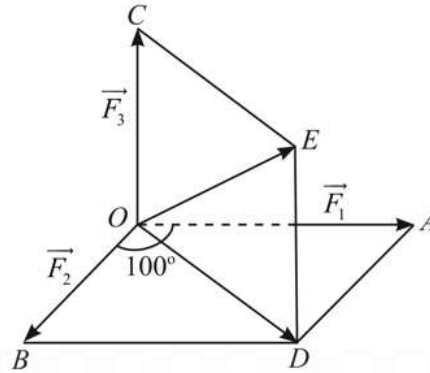
Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vector gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Lời giải:

Độ lớn trọng lực tác dụng lên em nhỏ là: $P = mg \cos 60^\circ = 25 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} = 122,5\text{N}$

Câu 85: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Lời giải:



Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là 25 N, 12 N, 4 N.

Vẽ $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos OBD = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$ suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D .

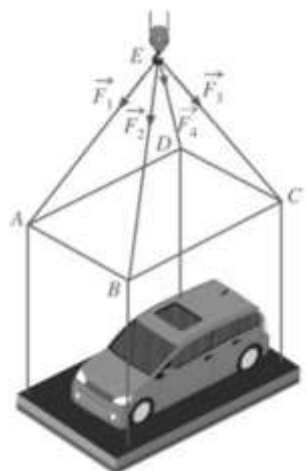
$$Ta\ có\ OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$Suy\ ra\ OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

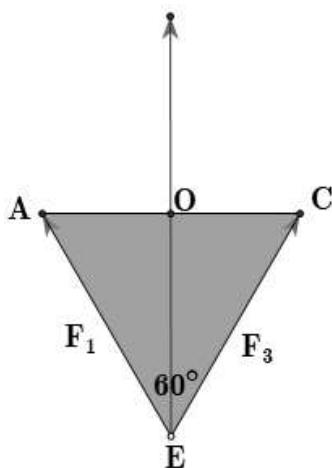
Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26\text{ N}$.

Câu 86: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N .

Lời giải:



Ta có $\angle AEC = 60^\circ$

$$\text{Ta có } \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 2\vec{EO} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2|\vec{EO}| \Rightarrow |\vec{F}_1|\sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = |\vec{F}_2|\sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy trọng lực ô tô là: } (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4) - (\text{trọng lực khung sắt}) \approx 13281(\text{N})$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 11 tháng 11 năm 2024