

CẤU TRÚC

PHẦN	TT	NỘI DUNG	CÁC DẠNG TOÁN	Trang
ĐẠI SỐ	1	MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP	Nhận dạng các mệnh đề đúng, sai	1
			Lập mệnh đề phủ định của một mệnh đề	
			Viết các tập hợp theo hai cách	
			Nhận dạng tập hợp con, tập hợp bằng nhau	
			Xác định hợp, giao, hiệu của hai tập hợp	
	2	BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH 2 ẨN	Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình	5
			Xác định cực trị của biểu thức bậc nhất 2 ẩn và bài toán ứng dụng thực tế.	
	3	HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	Tính giá trị của hàm số tại một điểm	9
			Tìm tập xác định của hàm số	
			Xác định sự biến thiên của hàm số	
			Các bài toán về hàm số bậc nhất	
			Các bài toán về hàm số bậc hai	
			Xác định dấu của tam thức bậc hai	
			Giải bất phương trình bậc hai và bất phương trình quy về bậc hai	
			Giải phương trình bậc hai và phương trình quy về bậc hai	
			Bài toán ứng dụng thực tế	
HÌNH HỌC	4	HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC - VECTO	Các công thức lượng giác thường gặp	16
			Các bài toán về hệ thức lượng trong tam giác vuông	
			Các bài toán về hệ thức lượng trong tam giác thường	
			Các bài toán tổng hợp và ứng dụng thực tế.	
			Nhận dạng vector cùng hướng, bằng nhau	
			Xác định vector tổng, hiệu, tích với một số	
			Tính độ dài vector tổng, hiệu, tích với một số	
			Xác định góc giữa hai vector	
			Tính tích vô hướng của hai vector	
			Chứng minh đẳng thức, tìm điểm, tìm tập hợp điểm...	

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 8. Phủ định mệnh đề $Q: " \exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 = 0 "$ là:

A. $\bar{Q}: " \exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 \neq 0 "$.

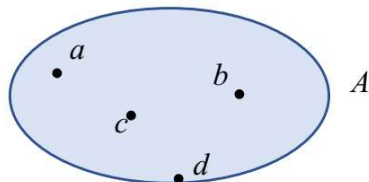
B. $\bar{Q}: " \forall x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 = 0 "$.

C. $\bar{Q}: " \forall x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 \neq 0 "$.

D. $\bar{Q}: " \forall x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 > 0 "$.

Vậy phủ định mệnh đề $Q: " \exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 = 0 "$ là mệnh đề $\bar{Q}: " \forall x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 3x + 1 \neq 0 "$.

Câu 9. Viết tập hợp A trong hình bên bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó.



A. $A = \{a; b; c; d\}$.

B. $A = \{a; b; c\}$.

C. $A = \{b; c; d\}$.

D. $A = \{a\}$.

Câu 10. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 5\}$. Hãy viết tập hợp A bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp.

A. $A = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

B. $A = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

C. $A = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

D. $A = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 11. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 + 3m - 7 = 0$ có nghiệm. Hãy viết tập hợp S bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp.

A. $S = \{0; 1; 2\}$.

B. $S = \{1; 2; 3\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 12. Xác định tập $A = \{1; 4; 16; 64; 256\}$ bằng cách nêu tính chất đặc trưng.

A. $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 256\}$.

B. $A = \{n \in \mathbb{Q} \mid 1 \leq n \leq 256\}$.

C. $A = \{4^n \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 4\}$.

D. $A = \{4n \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 64\}$.

Câu 13. Cho 3 tập hợp $A = \{2; 3\}$, $B = \{a; 2\}$, $C = \{2; 3; b\}$. Số cặp số thực (a, b) sao cho $A = B = C$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 14. Cho A là tập hợp các ước nguyên dương của 8, B là tập hợp các ước nguyên dương của 12. Khi đó tập hợp $A \cap B$ là:

A. $A \cap B = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12\}$.

B. $A \cap B = \{8\}$.

C. $A \cap B = \{6\}$.

D. $A \cap B = \{1; 2; 4\}$.

Câu 15. Cho 2 tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n^2 < 30\}$, chọn mệnh đề đúng?

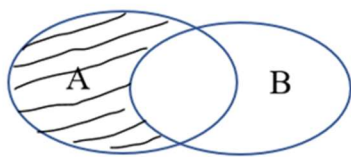
A. $A \cap B = \{2\}$.

B. $A \cap B = \{5; 4\}$.

C. $A \cap B = \{2; 4\}$.

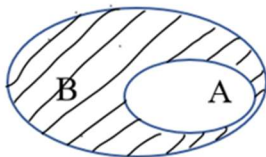
D. $A \cap B = \{3\}$.

Câu 16. Trong các sơ đồ ven sau, đâu là sơ đồ biểu diễn tập hợp $C_B A$ (phần gạch chéo)?



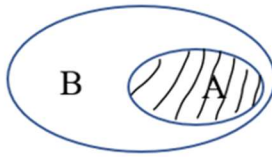
Hình 1

A. Hình 1.



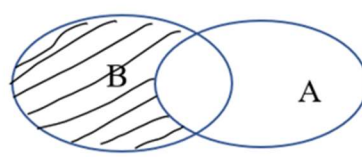
Hình 2

B. Hình 2.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 4.

Câu 17. Cho hai tập hợp $A = [-2; 2]$ và $B = (-1; 3)$. Tập hợp $A \cap B$ bằng

A. $[-2; 3)$.

B. $(-1; 2]$.

C. $[-2; -1]$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 18. Cho hai số thực a, b ($a < b$). Khi đó, điều kiện của a, b để $(a, b) \cap (-2; 5) = \emptyset$ là

A. $a < -2 < 5 < b$.

B. $\begin{cases} b > -2 \\ a < 5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < b \leq -2 \\ 5 \leq a < b \end{cases}$.

D. $-2 < a < b < 5$.

Câu 19. Cho tập hợp $A = (2; 6]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_{\mathbb{R}}^A = (-\infty; 2) \cup [6; +\infty)$.

B. $C_{\mathbb{R}}^A = (-\infty; 2]$.

C. $C_{\mathbb{R}}^A = (-\infty; 2] \cup (6; +\infty)$.

D. $C_{\mathbb{R}}^A = (6; +\infty)$.

Câu 20. Kết quả của $[-4; 1) \cup (-2; 3]$ là

A. $(-2; 1)$.

B. $[-4; 3]$.

C. $(-4; 2]$.

D. $(1; 3]$.

Câu 21. Tìm m để $(-1; 2) \cup (m; m+3) = (m; m+3)$.

A. $1 \leq m \leq -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $-2 \leq m \leq -1$.

Câu 22. Cho tập hợp $A = (-\infty; 1)$, $B = [m^2 - 3; +\infty)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \cup B = \mathbb{R}$.

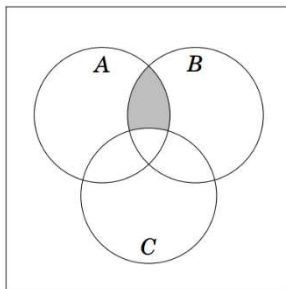
A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Câu 23. Cho các tập hợp A, B, C được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình vẽ.



Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

A. $A \cap B \cap C$.

B. $(A \setminus C) \cup (A \setminus B)$.

C. $(A \cup B) \setminus C$.

D. $(A \cap B) \setminus C$.

Câu 24. Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Lý, Hóa của lớp 10A là bao nhiêu?

A. 19.

B. 13.

C. 31.

D. 18.

Câu 25. Kết quả điểm trung bình môn lớp $11B_1$ có 15 học sinh giỏi Văn, 22 học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán biết lớp $11B_1$ có 40 học sinh, và có 14 học sinh không đạt học sinh giỏi một trong hai môn Toán hoặc Văn.

A. 4.

B. 7.

C. 11.

D. 20.

II. Bài tập tự luận

Bài 1. Xác định các tập $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ biết

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 4\}$

b) $A = [1; 5]$; $B = (-3; 2) \cup (3; 7)$

c) $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{|x-1|} \geq 2\right\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 1\}$

d) $A = [0; 2] \cup (4; 6)$; $B = (-5; 0] \cup (3; 5)$

Bài 2. Tìm phần bù của các tập hợp sau trong $\mathbb{R}$

a) $A = [-12; 10]$

b) $B = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

c) $C = [3; +\infty) \setminus \{5\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x+2 \leq 5\}$

Bài 3. Xác định điều kiện của a, b để

a) $A \cap B \neq \emptyset$ với $A = (a-1; a+2)$; $B = (b; b+4]$.

b) $E \subset (C \cup D)$ với $C = [-1; 4]$; $D = \mathbb{R} \setminus (-3; 3)$; $E = [a; b]$.

Bài 4. Tìm m sao cho

a) $A \cup B = \mathbb{R}$ biết $A = (-\infty; 3]$; $B = [m; +\infty)$.

b) $C \cup D$ là một khoảng (tùy theo m xác định khoảng đó), biết $C = (m; m+2)$; $D = (-3; 1)$

Bài 5. Cho $A = (-4; 5]$; $B = (2m-1; m+3)$, tìm m sao cho

a) $A \subset B$ b) $B \subset A$ c) $A \cap B = \emptyset$ d) $A \cup B$ là một khoảng.

Bài 6. Để phục vụ cho một hội nghị quốc tế, ban tổ chức huy động 35 người phiên dịch tiếng Anh, 30 người phiên dịch tiếng Pháp, trong đó có 16 người phiên dịch được cả hai thứ tiếng Anh và Pháp. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Ban tổ chức đã huy động bao nhiêu người phiên dịch cho hội nghị đó?

b) Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Anh?

c) Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp?

Bài 7. Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A?

CHƯƠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

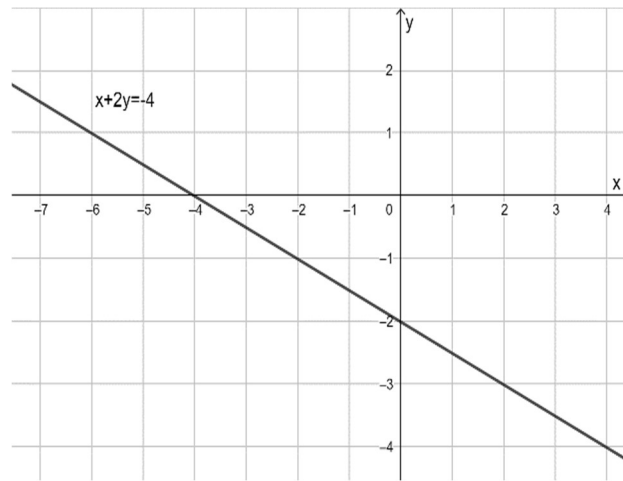
Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x + y > 5$. B. $2x^2 + 5y^2 > 3$. C. $2x^2 + 3x + 1 > 0$. D. $2x + 5y - 3z > 0$.

Câu 2. Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?

- A. $(4; -4)$. B. $(2; 1)$. C. $(-1; -2)$. D. $(4; 4)$.

Câu 3. Cho bất phương trình $x + 2y \geq -4$. Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \geq -4$ có chứa bao nhiêu điểm $(x; y)$ với x, y là các số nguyên âm?

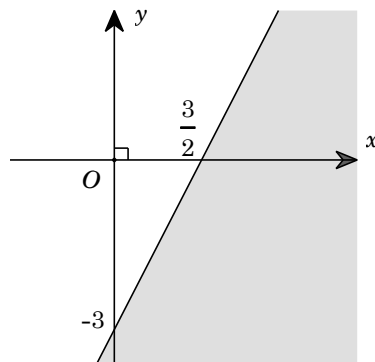


- A. 2. B. 8. C. 9. D. 6.

Câu 4. Cho bất phương trình $x - 2y + 4m > 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình đã cho chứa điểm $A(2; 1)$.

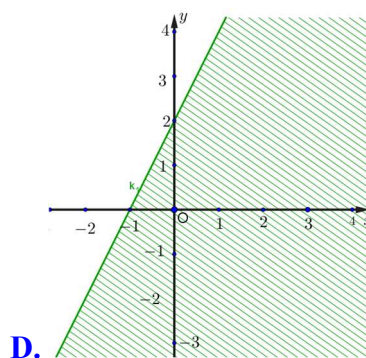
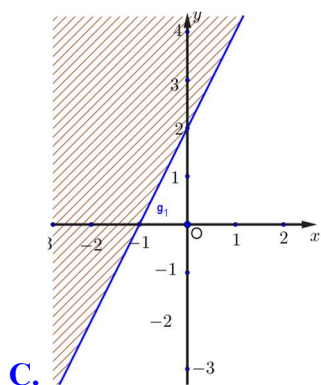
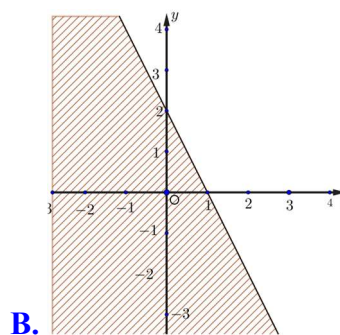
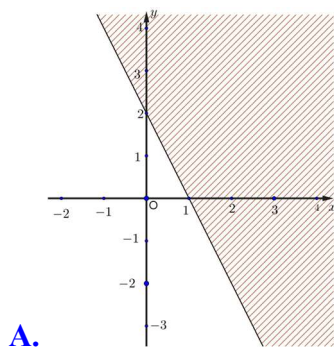
- A. $m > \frac{3}{4}$. B. $m > 0$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq \frac{3}{4}$.

Câu 5. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không kể bờ) biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào trong các bất phương trình sau ?

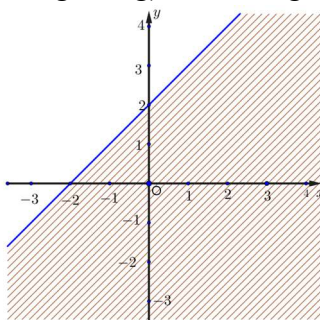


- A. $x - 2y < 3$. B. $x - 2y > 3$. C. $2x - y > 3$. D. $2x - y < 3$.

Câu 6. Trong các hình biểu diễn sau (miền được tô màu và không chứa đường thẳng), đâu là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 2$?



Câu 7. Miền được tô màu dưới đây (kể cả đường thẳng) là miền nghiệm của bất phương trình nào?



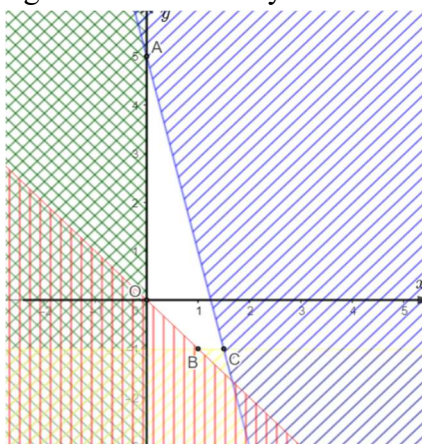
A. $x - y + 2 \leq 0$.

B. $x - y + 3 \leq 0$.

C. $x - y + 3 \geq 0$.

D. $x - y + 2 \geq 0$.

Câu 8. Miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây là miền tứ giác $OACB$ (miền không bị gạch)?



A. $\begin{cases} 4x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x \geq -y \\ y + 1 \geq 0 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x \leq 0 \\ x + y \leq 0 \\ 4x - y > 0 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ y - 1 < 0 \\ x > 1 - y \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x + y > 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

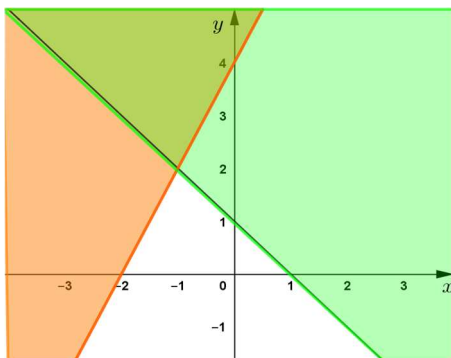
Câu 9. Bạn Việt mang 100 000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 3 000 đồng, một bông hoa hồng có giá 6 000 đồng. Gọi x và y lần lượt là số bông hoa cúc và số bông hoa hồng bạn Việt mua. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số tiền Việt mua hoa cúc và hoa hồng là

A. $3x + 6y \leq 100$.
 B. $6x + 3y \leq 100$.
 C. $3x + 6y \geq 100$.
 D. $6x + 3y > 100$.

Câu 10. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 3y > 5 \\ 2x + y < 3 \end{cases}$. Cặp số $(x; y)$ nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình trên.

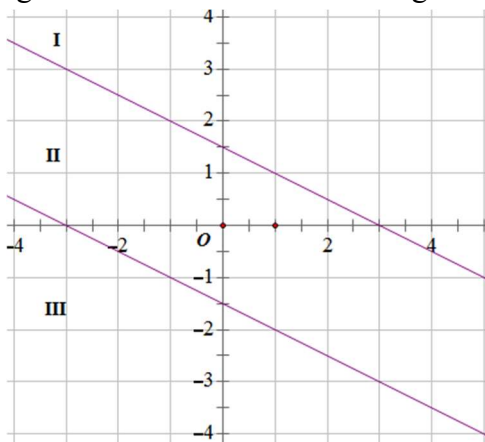
A. $(3; 1)$.
 B. $(1; -2)$.
 C. $(3; -1)$.
 D. $(1; 2)$.

Câu 11. Miền không bị gạch chéo (kể cả các đường thẳng d_1 và d_2) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?



A. $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$.

Câu 12. Hai đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$ và $d': x + 2y - 3 = 0$ chia mặt phẳng tọa độ thành 3 miền I, II, III có bờ là 2 đường thẳng d và d' không kể các điểm nằm trên 2 đường thẳng đó:



Xác định miền nghiệm của bất phương trình $|x + 2y| < 3$.

A. Miền I và III.

B. Miền II.

C. Miền I.

D. Miền III.

Câu 13. Gọi (S) là tập hợp các điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy với $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương

$$\text{trình: } \begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases} . \text{ Tìm điểm } M(x; y) \text{ trong miền } (S) \text{ sao cho biểu thức } T = 3x - 2y - 4 \text{ có giá trị nhỏ}$$

nhất.

A. $(5; 4)$.

B. $(-1; -2)$.

C. $(-5; -1)$.

D. $(-2; 5)$.

Câu 14. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

• Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;

• Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo.

B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo.

D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 15. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II

• Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;

• Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II.

B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II.

D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình:

a) $2x + y \leq 3$.

b) $-3x + y + 2 \leq 0$.

c) $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$

Bài 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

a) $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - 2y \leq 4 \\ x > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq 1 \\ y \leq 0 \end{cases}$

Bài 3. Số Cho cặp $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + y + 2 < 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \\ y + 2 > 0 \end{cases}$.

Hãy tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f(x; y) = 2022x - 2021y - 2023$

Bài 4. Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu.

Bài 5. Nhân dịp tết Trung Thu cửa hàng cô Ba muốn sản xuất hai loại bánh là bánh đậu xanh và bánh thập cẩm. Với mỗi bánh đậu xanh cần 0.06kg đường và 0.08kg đậu. Với mỗi bánh thập cẩm cần 0.08kg đường và 0.04kg đậu. Biết rằng cô Ba chỉ mua được 300kg đường và 200kg đậu và với mỗi bánh đậu xanh bán ra cửa hàng lãi 18000 đồng, mỗi bánh thập cẩm bán ra lãi 20000 đồng. Giả sử cô Ba không mua thêm được nhiên liệu và số bánh làm ra luôn bán hết thì số tiền lời nhiều nhất có thể thu được sau tết Trung Thu là bao nhiêu.

Bài 6. Một công ty thời trang chuẩn bị cho một đợt khuyến mãi nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hai nền tảng mạng xã hội **Tik Tok** và **You Tube**. Biết chi phí cho 1000000 lượt xem quảng cáo trên **Tik Tok** là 20 triệu đồng, chi phí cho 1000000 lượt xem quảng cáo trên **You Tube** là 40 triệu đồng. **Tik Tok** chỉ nhận các hợp đồng trên 6000000 lượt xem. **You Tube** do các công ty có nhu cầu quảng cáo lớn nên chỉ nhận các hợp đồng dưới 3000000 lượt xem. Theo các phân tích, cùng một lượng lượt xem quảng cáo thì trên **You Tube** cho hiệu quả gấp 3 lần quảng cáo trên **Tik Tok**. Công ty thời trang dự tính chỉ 160 triệu cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo để đạt hiệu quả cao nhất.

CHƯƠNG 3: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

I. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2(x-2) & \text{khi } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Giá trị $f(-1)$ bằng?

A. -6.

B. 6.

C. 5.

D. -5.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2} + \frac{2x+5}{x-4}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = (-\infty; 2]$.

D. $D = [2; +\infty) \setminus \{4\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ là

A. $D = (1; 3]$.

B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = \emptyset$.

Câu 4: Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$. D. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là

A. $[-2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1}, & x < 0 \end{cases}$. Giá trị $f(0), f(2), f(-2)$ là

A. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = 2$.

B. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = -\frac{1}{3}$.

C. $f(0) = 0; f(2) = 1, f(-2) = -\frac{1}{3}$.

D. $f(0) = 0; f(2) = 1; f(-2) = 2$.

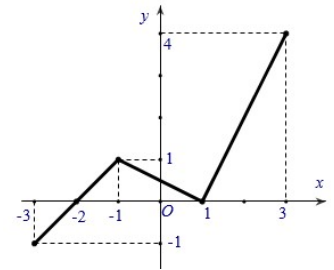
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ và $(1; 4)$

C. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$



Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

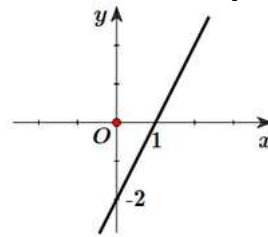
A. $m \geq 5$.

B. $m > 5$.

C. $m \leq 3$.

D. $m < 3$.

Câu 9: Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



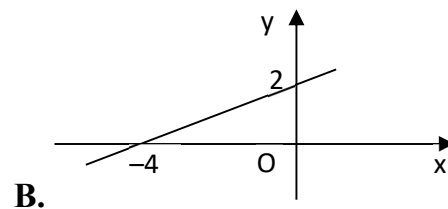
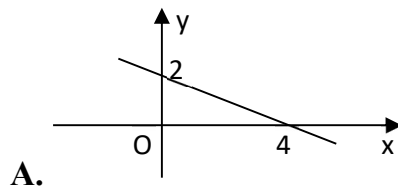
A. $y = 2x - 2$.

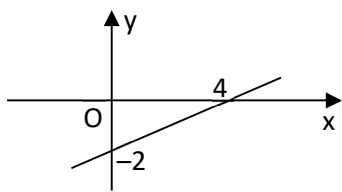
B. $y = x - 2$.

C. $y = -2x - 2$.

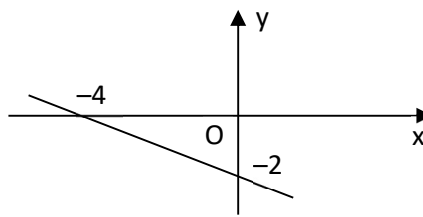
D. $y = -x - 2$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y = -\frac{x}{2} + 2$ là hình nào?



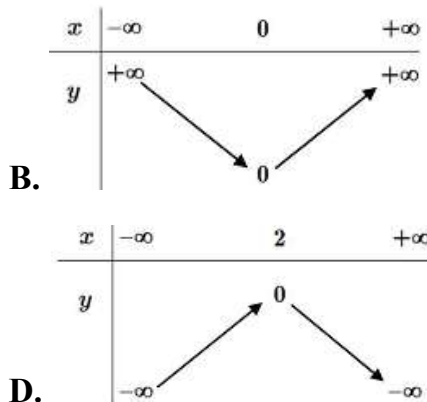
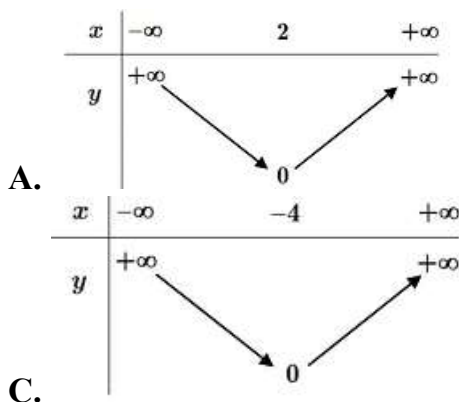


C.



D.

Câu 11: Cho hàm số $y = |2x - 4|$. Bảng biến thiên nào sau đây là bảng biến thiên của hàm số đã cho?



Câu 12: Đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm $x = 3$ và đi qua điểm $M(-2; 4)$ khi

- A. $a = \frac{1}{2}; b = 3$. B. $a = -\frac{1}{2}; b = 3$. C. $a = -\frac{1}{2}; b = -3$. D. $a = \frac{1}{2}; b = -3$.

Câu 13: Đường thẳng đi qua $A(1; 2)$ và song song với đường thẳng $y = -2x + 3$ có phương trình

- A. $y = -2x - 4$. B. $y = -2x + 4$. C. $y = -3x + 5$. D. $y = 2x$.

Câu 14: Đường thẳng đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $y = -2x + 3$ có phương trình

- A. $2x + y - 4 = 0$. B. $x - 2y + 3 = 0$. C. $x - 2y - 3 = 0$. D. $2x - y + 3 = 0$.

Câu 15: Biết đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(1; 2)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A; B$ sao cho diện tích tam giác OAB bằng 4. Phương trình của đường thẳng d là

- A. $y = -2x - 4$. B. $y = -2x + 4$. C. $y = 2x - 4$. D. $y = 2x + 4$.

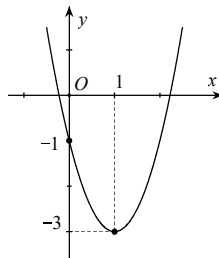
Câu 16: Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh I của (P) là

- A. $(0; 0)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có đỉnh $I(1; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

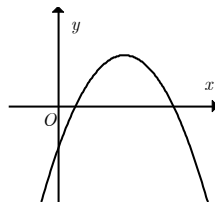
Câu 18: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình của parabol này là

A. $y = 2x^2 - 4x - 1$. B. $y = 2x^2 + 3x - 1$. C. $y = 2x^2 + 8x - 1$. D. $y = 2x^2 - x - 1$.

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 20: Tìm GTLN M và GTNN m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = 0; m = -\frac{9}{4}$. B. $M = \frac{9}{4}; m = 0$. C. $M = -2; m = -\frac{9}{4}$. D. $M = 2; m = -\frac{9}{4}$.

Câu 21: Tìm GTLN M và GTNN m của hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$ trên $[0; 4]$.

A. $M = 4; m = 0$. B. $M = 29; m = 0$. C. $M = 3; m = -29$. D. $M = 4; m = 3$.

Câu 22: Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8; 0)$ và có đỉnh $A(6; -12)$ có phương trình là

A. $y = x^2 - 12x + 96$. B. $y = 2x^2 - 24x + 96$. C. $y = 2x^2 - 36x + 96$. D. $y = 3x^2 - 36x + 96$.

Câu 23: Parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$ có phương trình là

A. $y = x^2 + x + 2$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = 2x^2 + x + 2$. D. $y = 2x^2 + 2x + 2$.

Câu 24: Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1)$ có phương trình là

A. $y = x^2 - x + 1$. B. $y = x^2 - x - 1$. C. $y = x^2 + x - 1$. D. $y = x^2 + x + 1$.

Câu 25: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

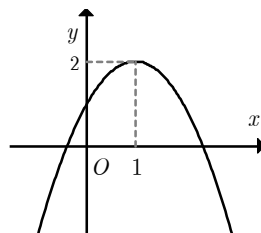
A. $M(-1; -1), N(-2; 0)$. B. $M(1; -3), N(2; -4)$.

C. $M(0; -2), N(2; -4)$. D. $M(-3; 1), N(3; -5)$.

Câu 26: Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m < \frac{9}{4}$. D. $m > \frac{9}{4}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2021 = 0$ có duy nhất một nghiệm.



A. $m = 2023$. B. $m = 2022$. C. $m = 2020$. D. $m = 2019$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-7; 1]$. C. $[-1; 7]$. D. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

- Câu 29:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là
A. $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-1; 3)$.
- Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 4x + 4 > 0$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 31:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là
A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(-2; 3)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
- Câu 32:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-4 + 12x - 9x^2}$ là
A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\emptyset$.
- Câu 33:** Phương trình $x^2 - 2(m+2)x - 3m^2 + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi
A. $m < 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 34:** Phương trình $mx^2 - mx - 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi
A. $-1 < m < 0$. **B.** $-4 \leq m \leq 0$. **C.** $-4 < m \leq 0$. **D.** $m < -4$ hoặc $m > 0$.
- Câu 35:** Biểu thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m - 2)x + 2$ luôn nhận giá trị dương khi và chỉ khi
A. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$. **B.** $m < -4$ hoặc $m > 0$.
C. $-4 < m < 0$. **D.** $m < 0$ hoặc $m > 4$.
- Câu 36:** Tất cả giá trị của m để $f(x) = -x^2 + 2(2m - 3)x - 4m + 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là
A. $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. **D.** $1 \leq m \leq 3$.
- Câu 37:** Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?
A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.
- Câu 38:** Tất cả giá trị của m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là
A. $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m > \frac{4}{3}$.
- Câu 39:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi
A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \leq 1$. **D.** $m \neq 1$.
- Câu 40:** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế một lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu. Để pha chế một lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?
A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 41: Với giá trị nào sau đây của x thoả mãn phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$.

- A. $x=9$. B. $x=8$. C. $x=7$. D. $x=6$.

Câu 42: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+10x-5} = 2(x-1)$ là

- A. $x=\frac{3}{4}$. B. $x=3-\sqrt{6}$. C. $x=3+\sqrt{6}$. D. $x=3+\sqrt{6}$ và $x=2$.

Câu 43: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x+1} = |x-5|$ là

- A. $\{12; -2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{12\}$. D. $\{12; 2\}$.

Câu 44: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-4}(x^2-3x+2)=0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 45: Phương trình $(x^2-3x+m)(x-1)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi

- A. $m < \frac{9}{4}$. B. $m \leq \frac{9}{4} \wedge m \neq 2$. C. $m < \frac{9}{4} \wedge m \neq 2$. D. $m > \frac{9}{4}$.

III. Bài tập tự luận

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

- a) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2+x+1}$ b) $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}-\sqrt{5-x}}$
c) $y = \sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}}$ d) $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$

Bài 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để

- a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.
b) Hàm số $y = \sqrt{2m-x}$ xác định với mọi $x \in [0;1]$.
c) Hàm số $y = \frac{x-1}{x-2m}$ xác định với mọi $x \in (-2;5]$.

Bài 3. Cho hàm số $y = (3m-2)x + 6m - 9$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để

- a) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
b) Đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $(d_1): x + 4y + 20 = 0$.
c) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $(d_2): x - 2y - 4 = 0$ tại điểm có tung độ bằng -1.
d) Đồ thị hàm số cắt 2 trục $Ox; Oy$ lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN cân.
e) Bất phương trình $y > 0$ đúng với mọi $x \in [-2;3]$.
f) Bất phương trình $(3m-2)x + 6m - 9 < 0$ đúng với mọi $x \in (2; +\infty)$.

Bài 4. Cho hàm số $y = (m-1)x^2 - 2x - m + 3$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để

- a) Đồ thị hàm số là parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{-3}{2}$.
b) Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh nằm trên trục hoành.
c) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm M, N sao cho $\overline{OM} = 2\overline{ON}$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

e) Bất phương trình $y \leq 0$ đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

Bài 5. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 6x + 5$.

b) Từ đồ thị (P) trình bày cách vẽ và vẽ đồ thị (P_1) và (P_2) với

$$b_1) (P_1): y = |x^2 - 6x + 5|$$

$$b_2) (P_2): y = x^2 - 6|x| + 5$$

c) Biện luận theo tham số m số nghiệm phương trình sau

$$c_1) |x^2 - 6x + 5| = 2m - 1$$

$$c_2) x^2 - 6|x| + 5 = m$$

d) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 6x + 5 = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $1 < x_1 < x_2 < 5$.

Bài 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 2$ trên $[0; 2]$ bằng 3.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 - 2mx + m + 5$ trên $[1; 3]$ bằng 5.

Bài 7. Cho biểu thức $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + 3 - m$. Tìm các giá trị của m để

a) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

c) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

d) Biểu thức $f(x)$ viết được dưới dạng bình phương của một nhị thức.

e) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa mãn $|x_1 - x_2| > 1$.

Bài 8. Cho tam thức $f(x) = (m-1)x^2 - 4(m-1)x + 2m + 3$. Tìm m để

a) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

b) Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

c) Tìm m để bất phương trình $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Bài 9. Cho bất phương trình $x^2 - 2mx + 2|x - m| - m^2 + 2 > 0$.

a) Giải bất phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Bài 10. Giải các phương trình sau

$$a) |3x^2 - 7x + 10| = |2x^2 + 3x - 14|$$

$$b) |x^2 - 6x - 2| = 3 - 2x$$

$$c) |3x - 5| = 2x^2 + x - 3$$

$$d) \sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$$

$$e) \sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2x - 1$$

$$f) \sqrt{3x - 7} - \sqrt{x + 1} = 2$$

$$g) (x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$h) \sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$$

Bài 11. Giải các bất phương trình sau

$$a) |x^2 - 4x + 3| > 2x - 3.$$

- b) $4x^2 + 4x - |2x + 1| \geq 5$.
- c) $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} > 3x + 7$.
- d) $3\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} < 2x + \frac{1}{2x} - 7$.
- e) $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} \geq x^2 - 6x + 11$.

Bài 12. Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe.

a) Viết công thức của hàm số $T = T(x)$.

b) Tính $T(2), T(3), T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

Bài 13. (Bài toán máy bơm)

Một hộ gia đình có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi đến cửa hàng thờ được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau.

Máy thứ nhất giá 1.500.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.

Máy thứ hai giá 2.000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW

Theo bạn người nông dân nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao.

PHẦN II: HÌNH HỌC

CHƯƠNG IV: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. VEC TƠ.

I. Lý thuyết

1. Kiến thức

- Trình bày được định nghĩa tỉ số lượng giác của góc bất kì từ 0° đến 180° và nhớ được giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt.
- Trình bày được định lý cosin, định lý sin, các công thức tính diện tích tam giác.
- Trình bày được khái niệm vector, vector không, độ dài vector, hai vector cùng phương, hai vector bằng nhau.
- Trình bày được cách xác định tổng, hiệu hai vector, quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và các tính chất của tổng vector: giao hoán, kết hợp, tính chất của vector không.
- Trình bày được định nghĩa và các tính chất của tích vector với một số. Tính chất trung điểm, trọng tâm; điều kiện để hai vector cùng phương, ba điểm thẳng hàng, biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương.
- Trình bày được khái niệm góc giữa hai vector, tích vô hướng của hai vector, các tính chất tích vô hướng.

2. Kỹ năng

- Áp dụng quy tắc tìm GTLG của các góc tù bằng cách đưa về GTLG của các góc nhọn.

- Vận dụng định lý cosin, định lý sin, công thức tính diện tích tam giác để giải một số bài toán có liên quan đến tam giác và các bài toán thực tiễn.
- Chứng minh hai vectơ bằng nhau. Cho điểm A và vectơ $\vec{a}$, dựng được điểm B để $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.
- Vận dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, quy tắc trừ $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$ khi lấy tổng, hiệu hai vectơ cho trước và chứng minh các đẳng thức vectơ.
- Xác định được $\vec{b} = k\vec{a}$. Diễn đạt được bằng ngôn ngữ vectơ: ba điểm thẳng hàng, trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, hai điểm trùng nhau. Sử dụng được tính chất trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác để giải một số bài toán hình học.
- Xác định được góc giữa hai vectơ. Vận dụng được các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ trong tính toán, chứng minh đẳng thức, tìm tập hợp điểm thỏa mãn tính chất.

II. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cho α là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 2: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

- A. 3. B. $-\frac{9}{13}$. C. -3. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 3: Biết $\cos x = \frac{1}{2}$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$). Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

- A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 4: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Câu 5: Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\sin \alpha = -\sin(180^\circ - \alpha)$. B. $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$.
C. $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$. D. $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$.

Câu 6: Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin \alpha = \cos \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$. D. $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Câu 7: Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 0. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 8: Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 9: Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 10: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$. B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.

C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$. B. $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$. C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. D. $\cos 60^\circ = -\cos 120^\circ$.

Câu 12: Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$.

B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$.

D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.

Câu 13: Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là

A. $2\sqrt{13}$.

B. $3\sqrt{12}$.

C. $2\sqrt{37}$.

D. $\sqrt{20}$.

Câu 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B và có $\hat{C} = 25^\circ$. Số đo của góc A là

A. $A = 65^\circ$.

B. $A = 60^\circ$.

C. $A = 155^\circ$.

D. $A = 75^\circ$.

Câu 15: Tam giác ABC có $a = 16,8; \hat{B} = 56^\circ 13'; \hat{C} = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

A. 29,9.

B. 14,1.

C. 17,5.

D. 19,8.

Câu 16: Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?

A. $33^\circ 34'$.

B. $117^\circ 49'$.

C. $28^\circ 37'$.

D. $58^\circ 24'$.

Câu 17: Tam giác ABC có $\hat{A} = 68^\circ 12', \hat{B} = 34^\circ 44', AB = 117$. Tính AC ?

A. 68.

B. 168.

C. 118.

D. 200.

Câu 18: Tam giác ABC có $a = 8, c = 3, \hat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

A. 49.

B. $\sqrt{97}$

C. 7.

D. $\sqrt{61}$.

Câu 19: Cho $\triangle ABC$ có $S = 10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p = 10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:

A. 3.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, \hat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là

A. $5\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 10.

D. $10\sqrt{3}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC có $b = 7; c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Đường cao h_a của tam giác ABC là

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

B. 8.

C. $8\sqrt{3}$.

D. $80\sqrt{3}$.

Câu 22: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau

A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$.

B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$.

C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Câu 23: Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. 84.

B. $\sqrt{84}$.

C. 42.

D. $\sqrt{168}$.

Câu 24: Một tam giác có ba cạnh là 26,28,30. Bán kính đường tròn nội tiếp là

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Câu 25: Một tam giác có ba cạnh là 52,56,60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là

A. $\frac{65}{8}$.

B. 40.

C. 32,5.

D. $\frac{65}{4}$.

- Câu 26:** Cho $\triangle ABC$ có $S = 84, a = 13, b = 14, c = 15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là
A. 8,125. B. 130. C. 8. D. 8,5.
- Câu 27:** Cho $\triangle ABC$ có $a = 6, b = 8, c = 10$. Diện tích S của tam giác trên là
A. 48. B. 24. C. 12. D. 30.
- Câu 28:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.
- Câu 29:** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?
A. 13 B. $15\sqrt{13}$. C. $20\sqrt{13}$. D. 15.
- Câu 30:** Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?
A. 171m. B. 194m. C. 179m. D. 140m.
- Câu 31:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^\circ 16'$. Biết $CA = 200m, CB = 180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
A. 180m. B. 224m. C. 112m. D. 168m.
- Câu 32:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$. D. $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.
- Câu 33:** Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?
A. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.
- Câu 34:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, BC = 5$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là
A. 4. B. 6. C. 8. D. $\sqrt{34}$.
- Câu 35:** Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Với điểm M bất kỳ, ta luôn có:
A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$. C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MI}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MI}$.
- Câu 36:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Khẳng định nào sau đây là sai?
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$. C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.
- Câu 37:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vectơ nào?

A. $\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{PB}$. C. $\overrightarrow{AP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 38: Cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , với $AB = 2a$, $AC = 6a$. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}$.

Câu 39: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$. B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.

C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$. D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 40: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$.

Câu 41: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Câu 42: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{DC}$.

Câu 43: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

A. $2a\sqrt{2}$. B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 44: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 3$, $AC = 4$. Vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ có độ dài bằng

A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 45: Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Câu 46: Cho tam giác ABC . Điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khẳng định nào đúng?

A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.

B. M là trọng tâm tam giác ABC .

C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

D. M thuộc trung trực của AB .

Câu 47: Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là

A. đường thẳng AB .

- B. đường trung trực của đoạn BC .
 C. đường tròn tâm A , bán kính BC .
 D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Câu 48: Cho tam giác ABC và đường thẳng d . Gọi O là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
 Tìm điểm M trên đường thẳng d sao cho vector $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

- A. Điểm M là hình chiếu vuông góc của O trên d .
 B. Điểm M là hình chiếu vuông góc của A trên d .
 C. Điểm M là hình chiếu vuông góc của B trên d .
 D. Điểm M chính là điểm O .

Câu 49: Tam giác ABC vuông ở A và có góc $\hat{B} = 50^\circ$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. D. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Câu 50: Tam giác ABC vuông ở A và $BC = 2AC$. Tính cosin của góc $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 51: Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 4. Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được kết quả là

- A. 8. B. -8. C. -6. D. 6.

Câu 52: Cho tam giác ABC cân tại A , $\hat{A} = 120^\circ$ và $AB = a$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $-\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 53: Cho ABC là tam giác đều. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$.
 C. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC})$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Câu 54: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Câu 55: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$.
 C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Câu 56: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. I là trung điểm của AD . Câu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 8a^2$. B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. C. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. D. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$.

Câu 57: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. I là trung điểm của AD . Khi đó $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID}$ bằng

A. $\frac{9a^2}{2}$. B. $-\frac{9a^2}{2}$. C. 0. D. $9a^2$.

Câu 58: Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK ; vẽ $HI \perp AC$. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$. B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.
C. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. D. Cả ba câu trên.

Câu 59: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. Tính $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$

A. $-9a^2$. B. $15a^2$. C. 0. D. $9a^2$

Câu 60: Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 9$, $BC = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

A. 9. B. 81. C. 3. D. 5.

Câu 61: Cho tam giác ABC có $AB = c, CA = b, BC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ theo a, b, c .

A. $\frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$. B. $\frac{1}{2}(a^2 - b^2 - c^2)$. C. $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$. D. $\frac{1}{2}(b^2 - c^2 - a^2)$.

Câu 62: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ để hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. 90° . B. 180° . C. 60° . D. 45° .

Câu 63: Cho 2 điểm A, B và O là trung điểm của $AB, OA = a$. Tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = a^2$ là đường tròn tâm O , có bán kính bằng

A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 64: Cho đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Tập hợp các điểm M mà $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2$ là

- A. Đường tròn tâm A , bán kính a .
- B. Đường tròn tâm B , bán kính a .
- C. Đường thẳng vuông góc với AB tại A .
- D. Đường thẳng vuông góc với AB tại B .

Câu 65: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là :

- A. Đường tròn đường kính BC .
- B. Đường tròn $(B; BC)$.
- C. Đường tròn $(C; CB)$.
- D. Một đường khác.

III. Bài tập tự luận

Bài 1: Cho tam giác vuông ABC tại B , $\hat{A} = 62^\circ$ và cạnh $b = 54$. Tính góc $\hat{C}$, cạnh a, c và đường cao h_b

Bài 2: Cho tam giác ABC , biết $a = 21\text{cm}$, $b = 17\text{cm}$, $c = 10\text{cm}$.

- a) Tính các góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$
- b) Tính diện tích S của tam giác ABC
- c) Tính bán kính đường tròn nội tiếp r và ngoại tiếp R của tam giác
- d) Tính chiều cao h_a

- Bài 3:** Cho tam giác ABC, biết $\hat{A} = 60^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$.
- Tính cạnh BC
 - Tính diện tích S của tam giác ABC
 - Xét xem góc B tù hay nhọn? Tính góc B
 - Tính độ dài đường cao AH
 - Tính bán kính R đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- Bài 4:** Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 20^\circ$, $\hat{C} = 31^\circ$ và cạnh $b = 210\text{cm}$.
- Tính $\hat{A}$, các cạnh còn lại
 - Tính bán kính R đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- Bài 5:** Giải tam giác ABC biết cạnh $a = 2\sqrt{3}$, cạnh $b = 2$ và $\hat{C} = 30^\circ$.
- Bài 6:** Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta đều có:
- $b = a \cos C + c \cos A$
 - $\sin B = \sin A \cos C + \sin C \cos A$
 - $h_b = 2R \sin A \sin C$
- Bài 7*:** Cho tam giác ABC có $a = 7$, $b = 8$, $c = 5$. Gọi AD là phân giác trong của góc A
- Tính diện tích S của tam giác ABC
 - Tính AD
- Bài 8*:** Cho tam giác ABC biết các cạnh a, b, c thỏa mãn hệ thức: $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$. Tính $\hat{C}$
- Bài 9*:** Cho $\triangle ABC$ $\begin{cases} c = 2b \cos A \\ \frac{c^3 + a^3 - b^3}{c + a - b} = b^2 \end{cases}$. Chứng minh tam giác $\triangle ABC$ đều
- Bài 10:** Cho tam giác ABC, hãy xác định các điểm I, J, K, L biết rằng:
- $\vec{IA} - 2\vec{IB} = \vec{0}$
 - $\vec{JA} - \vec{JB} - 2\vec{JC} = \vec{0}$
 - $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{BC}$
 - $\vec{LA} + \vec{LB} + 2\vec{LC} = \vec{0}$
- Bài 11:** Cho tam giác ABC, tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn:
- $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2} |\vec{MB} + \vec{MC}|$
 - $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MB} + \vec{MC}|$
- Bài 12:** Cho tam giác ABC, M là điểm trên đoạn BC sao cho $MB = 2MC$.
- Phân tích véc tơ $\vec{AM}$ theo hai véc tơ $\vec{AB}, \vec{AC}$.
 - Chứng minh: véc tơ $\vec{v} = \vec{NB} + \vec{NC} - 2\vec{NA}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm N. Hãy thể hiện véc tơ $\vec{v}$ bằng hình vẽ.
 - Gọi N là trung điểm của cạnh AC, I nằm trên đoạn AM sao cho $AI = \frac{3}{5} AM$. Chứng minh: ba điểm B, I, N thẳng hàng.
 - Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$ và gọi J là tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Chứng minh: $a.\vec{JA} + b.\vec{JB} + c.\vec{JC} = \vec{0}$
 - C/ minh: nếu $\triangle ABC$ thỏa mãn $a.\vec{GA} + b.\vec{GB} + c.\vec{GC} = \vec{0}$ (G là trọng tâm) thì $\triangle ABC$ đều.
- Bài 13:** Cho tam giác ABC.
- Xác định vị trí điểm I thỏa mãn $3\vec{IA} - 2\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$
 - Chứng minh hai đường thẳng nối hai điểm M, N xác định bởi hệ thức: $\vec{MN} = 2\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}$ luôn đi qua một điểm cố định.

c) Tìm tập hợp các điểm H sao cho $\left|3\overrightarrow{HA}-2\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}\right|=\left|\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}\right|$.

Bài 14: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai đoạn thẳng AB, CD sao cho: $3AM = AB, 2CN = CD$.

a) Biểu diễn $\overrightarrow{AN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác BMN . Biểu thị $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

c) Gọi I thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = \frac{6}{11}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh ba điểm $A; I; G$ thẳng hàng.

d) Tìm tập hợp điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4AB$.

----- **HẾT** --