

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_5(x - 2) = 2$ là

- (A) 27. (B) 9. (C) 34. (D) 12.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; -2; -4)$ là

- (A) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4}$. (B) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-4}$.
(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$. (D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : 2x + 3y - 4z + 5 = 0$ là

- (A) $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t. \end{cases}$ (B) $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 4t. \end{cases}$ (C) $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 - 5t. \end{cases}$ (D) $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$

Câu 4. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi \text{ cm}^2$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2} \text{ cm}$. Tìm độ dài đường sinh của hình nón.

- (A) 1 cm. (B) 4 cm. (C) 2 cm. (D) 3 cm.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2020$ là

- (A) $2x^2 + C$. (B) $x^2 + 2020x + C$. (C) $x^2 + C$. (D) $2x^2 + 2020x + C$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+2x} > 27$ là

- (A) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. (B) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. (C) $(-1; 3)$. (D) $(-3; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- (A) (C) có tiệm cận ngang là $y = 2$. (B) (C) chỉ có một tiệm cận.
(C) (C) có tiệm cận đứng là $x = 1$. (D) (C) có tiệm cận ngang $x = 2$.

Câu 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là

- (A) $72a^2$. (B) $54a^2$. (C) $36a^2$. (D) $9a^2$.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- (A) Bh . (B) $\frac{1}{3}Bh$. (C) $\frac{4}{3}Bh$. (D) $3Bh$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- (A) $\sqrt{7}$. (B) 3. (C) 9. (D) $\sqrt{15}$.

Câu 11. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?

- (A) 24. (B) 16. (C) 120. (D) 256.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x - 3z + 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -3; 5)$. (B) $\vec{n}_4 = (0; 2; -3)$. (C) $\vec{n}_3 = (1; 0; -3)$. (D) $\vec{n}_2 = (1; -3; 0)$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- (A) 1. (B) 11. (C) 12. (D) $12i$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 2)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(-1; 3)$. (D) $(-\infty; 3)$.

Câu 15. Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $M = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} + \log \frac{d}{a}$ bằng

- (A) 1. (B) $\log \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$. (C) 0. (D) $\log(abcd)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Khi đó u_5 có giá trị bằng

- (A) 15. (B) 11. (C) 14. (D) 12.

Câu 17. Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 1$.

- (A) $F(x) = x^2 - \cos x + 20$. (B) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x$.
(C) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 2$. (D) $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

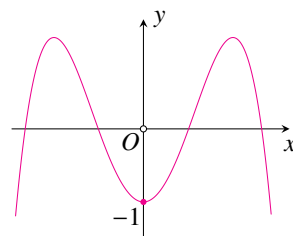
Câu 18. Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- (A) 100. (B) 5. (C) 14. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 19.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- (A) $y = x^3 - 3x^2 - 1$. (B) $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
(C) $y = x^4 - 3x^2 - 1$. (D) $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.



Câu 20. Khối cầu có bán kính $R = 4$ có thể tích là

- (A) $\frac{64\pi}{3}$. (B) 64π . (C) $\frac{256\pi}{3}$. (D) 12π .

Câu 21. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- (A) $\ln(2e^2) = 2 + \ln 2$. (B) $\ln(2e) = 1 + \ln 2$. (C) $\ln(e^2) = 2$. (D) $\ln(e^2) = 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$
y			2			3		
	$-\infty$			-1		-1		2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P) : x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- (A) $\frac{17}{\sqrt{26}}$. (B) $\sqrt{8}$. (C) $\frac{\sqrt{26}}{13}$. (D) $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 24. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- (A) $N(2; 3)$. (B) $M(3; 3)$. (C) $Q(3; 2)$. (D) $P(-3; 3)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0; 1; 1), B(-1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x - y + z + 1 = 0$ là

- (A) $y - z - 2 = 0$. (B) $y + z + 2 = 0$. (C) $y + z - 2 = 0$. (D) $-y + z - 2 = 0$.

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- (A) $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$. (B) $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. (C) $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. (D) $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

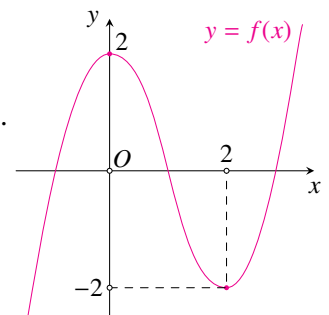
Câu 27. Tích phân $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. (B) $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$. (C) $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. (D) $e^5 - e^2$.

Câu 28.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4.f(x) + 3 = 0$ là

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.



Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

- (A) $S = [7; +\infty)$. (B) $S = (3; 7]$. (C) $S = (-\infty; 7]$. (D) $S = [3; 7]$.

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$.

- (A) 4. (B) 6. (C) 5. (D) 3.

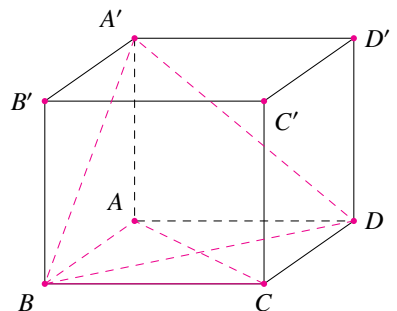
Câu 31. Cho hàm số $y = 2x^4 - 6x^2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 4$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 32.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.

- (A) $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (B) $\tan \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$. (C) $\tan \varphi = \sqrt{\frac{3}{2}}$. (D) $\tan \varphi = \sqrt{2}$.



Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $B(3; -1; -3)$. Đường thẳng AB có phương trình là

- (A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{5}$. (B) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-5}$.

(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-5}$.

(D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-7}{-5}$.

Câu 34. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z-2)^2 + 1 = 0$. Môđun của số phức $z_0 \cdot i$ bằng

(A) 5.

(B) $\sqrt{2}$.

(C) $\sqrt{5}$.

(D) 2.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -3)$ và đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 - t. \end{cases}$ Mặt

phẳng đi qua A và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $-x + 3y - z = 0$.

(B) $x - 3y + z + 1 = 0$.

(C) $3y - z - 3 = 0$.

(D) $x + 3y - z - 5 = 0$.

Câu 36. Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ đó là

(A) $4\pi r^2$.

(B) $6\pi r^2$.

(C) $2\pi r^2$.

(D) $8\pi r^2$.

Câu 37. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$. Khi đó giá trị $a + b$ là

(A) 43.

(B) 93.

(C) 101.

(D) 21.

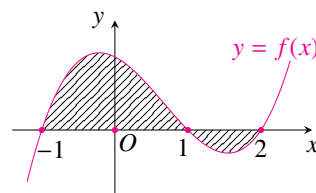
Câu 38. Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

(A) $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

(B) $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

(C) $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

(D) $S = -\int_{-1}^2 f(x)dx$.



Câu 39. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Khi đó $z_1 + 3z_2$ bằng

(A) $-4 + 4i$.

(B) $4 + 4i$.

(C) $-4 - 4i$.

(D) $4 - 4i$.

Câu 40.

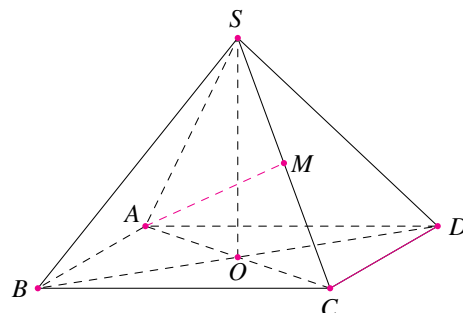
Cho hình chóp đều $S.ABCD$, $SA = AB = 2a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CD bằng

(A) $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

(B) $\frac{2\sqrt{10}a}{9}$.

(C) $\frac{2\sqrt{22}a}{11}$.

(D) a .



Câu 41. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực, $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

(A) 0.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của y' như sau.

x	$-\infty$	-1	1	3	4	$+\infty$
y'	3		3		10	
		-4		-2		7

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(x) - mx$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$, đồng thời đồng biến trên $(4, +\infty)$?

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

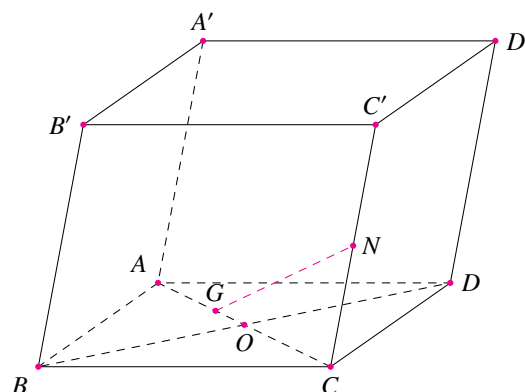
Câu 43. Số ca nhiễm Covid-19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được ước tính theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$, trong đó A là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn, r là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tỉnh đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

- (A) 242. (B) 90. (C) 16. (D) 422.

Câu 44.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Một mặt phẳng (Q) đi qua trọng tâm của tam giác ABD và trung điểm CC' đồng thời (Q) song song với BD . Mặt phẳng (Q) chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai phần. Thể tích của phần chứa đỉnh A' bằng

- (A) $\frac{181}{216}V$. (B) $\frac{187}{216}V$. (C) $\frac{185}{216}V$. (D) $\frac{191}{216}V$.



Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn

$$f(0) = 2 \text{ và } f'(x).e^{f(x)-x^2-2} = 2x, \forall x \in [0; 1].$$

Tính giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$.

- (A) $\frac{5}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{7}{3}$. (D) 2.

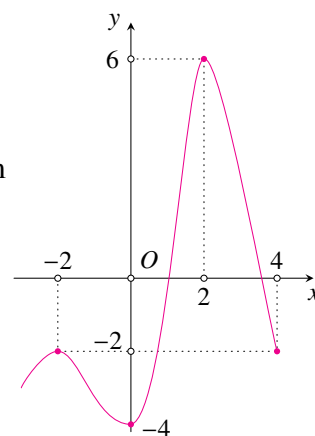
Câu 46. Xét các số thực dương $a, b, c > 1$ với $a > b$ thỏa $4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng

- (A) 5. (B) 3. (C) 8. (D) $\frac{17}{2}$.

Câu 47.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2} + 1\right) + x = m$ có nghiệm thuộc $[-2, 2]$?

- (A) 7. (B) 6. (C) 8. (D) 5.



Câu 48. Có bao nhiêu bộ số $(a; b; c)$ với $a, b \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ và $c > 1$ là số thực thỏa mãn

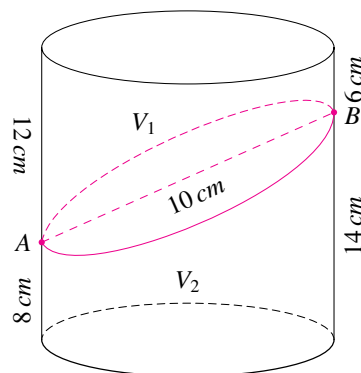
$$\log_a(b + c) = 2 \log_{10} c.$$

- (A) 8. (B) 10. (C) 6. (D) 12.

Câu 49.

Cho khối trụ có chiều cao 20 cm . Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10 cm . Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1 , nửa dưới có thể tích V_2 (như hình vẽ). Khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần đáy dưới nhất và điểm thuộc thiết diện xa đáy dưới nhất tới đáy dưới là 8 cm và 14 cm . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{6}{11}$. (B) $\frac{9}{20}$. (C) $\frac{11}{20}$. (D) $\frac{9}{11}$.



Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{2x+1}$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương $m \leq 7$ sao cho với mọi bộ số thực $a, b, c \in [2; 3]$ thì $|\ln f(a)|, |\ln f(b)|, |\ln f(c)|$ là độ dài ba cạnh của một tam giác. Tổng tất cả các phần tử của S là

- (A) 10. (B) 15. (C) 16. (D) 14.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.B	5.B	6.A	7.A	8.B	9.A	10.B
11.D	12.C	13.C	14.A	15.C	16.B	17.C	18.B	19.D	20.C
21.D	22.C	23.D	24.B	25.C	26.B	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.D	33.D	34.C	35.B	36.B	37.A	38.B	39.A	40.C
41.C	42.C	43.A	44.C	45.C	46.B	47.C	48.D	49.D	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_5(x-2)=2$ là

A. 27.

B. 9.

C. 34.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$.

Ta có: $\log_5(x-2)=2 \Leftrightarrow x-2=5^2 \Leftrightarrow x=27$ (nhận).

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1;-2;-4)$ là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-4}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có vector chỉ phương

$\vec{u}(1;-2;-4)$ có dạng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+5=0$ là

A. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-5-4t \end{cases}$.

B. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-5+4t \end{cases}$.

C. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=-4-5t \end{cases}$.

D. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+5=0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;-4)$.

Vì d vuông góc với mặt phẳng (P) nên d nhận $\vec{n}=(2;3;-4)$ là một vector chỉ phương.

Khi đó phương trình đường thẳng d đi qua $M(1;2;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) là:

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$$

Câu 4: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi cm^2$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2}cm$. Tìm độ dài đường sinh của hình nón.

A. $1cm$.

B. $4cm$.

C. $2cm$.

D. $3cm$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích xung quanh hình nón } S = \pi r l = 2\pi \Leftrightarrow \pi \cdot \frac{1}{2} l = 2\pi \Leftrightarrow l = 4cm$$

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2020$ là.

A. $2x^2 + C$.

B. $x^2 + 2020x + C$.

C. $x^2 + C$.

D. $2x^2 + 2020x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int (2x + 2020) dx = x^2 + 2020x + C$$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+2x} > 27$ là

A. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$3^{x^2+2x} > 27 \Leftrightarrow 3^{x^2+2x} > 3^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x > 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = 2$.

B. (C) chỉ có một tiệm cận.

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = 1$.

D. (C) có tiệm cận ngang là $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-3}{x+1} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x = -1 \text{ là tiệm cận}$$

đứng của đồ thị hàm số. Vậy các đáp án B, C, D sai.

Câu 8: Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là

A. $72a^2$.

B. $54a^2$.

C. $36a^2$.

D. $9a^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là $S_p = 6S_{mb} = 6.(3a)^2 = 54a^2$.

Câu 9: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A.** Bh . **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.** $\sqrt{7}$. **B.** 3 . **C.** 9 . **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3^2.$$

Vậy bán kính của mặt cầu đã cho bằng 3 .

Câu 11: Từ các chữ số $2, 3, 4, 5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?

- A.** 24 . **B.** 16 . **C.** 120 . **D.** 256 .

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm dạng $\overline{abcd}$.

Khi đó, a có 4 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 4 cách chọn, d có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $4.4.4.4 = 256$ số.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 5 = 0$ có một vec tơ pháp tuyến là

- A.** $\vec{n}_1 = (1; -3; 5)$. **B.** $\vec{n}_4 = (0; 2; -3)$.
C. $\vec{n}_3 = (1; 0; -3)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A.** 1 . **B.** 11 . **C.** 12 . **D.** $12i$

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -1 + 12i$ nên phần ảo của w là: 12

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y			3				3		
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; 3)$

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$

Câu 15: Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $M = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} + \log \frac{d}{a}$ bằng

A. 1.

B. $\log \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$.

C. 0.

D. 12

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} + \log \frac{d}{a} = \log \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a} \right) = \log(1) = 0$

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Khi đó u_5 có giá trị bằng

A. 15.

B. 11.

C. 14.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot 2 = 11$.

Câu 17: Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = x^2 - \cos x + 20$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 2$.

D. $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = \int (x + \sin x) dx = \int x dx + \int \sin x dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

Mặt khác ta có $F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{0^2}{2} - \cos 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$.

Câu 18: Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. 100.

B. 5.

C. 14.

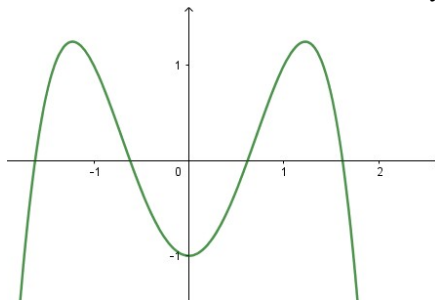
D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$

Câu 20: Khối cầu có bán kính $R = 4$ có thể tích là

A. $\frac{64\pi}{3}$.

B. 64π .

C. $\frac{256\pi}{3}$.

D. 12π .

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$

Câu 21: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\ln(2e^2) = 2 + \ln 2$.

B. $\ln(2e) = 1 + \ln 2$.

C. $\ln(e^2) = 2$.

D. $\ln(e^2) = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(e^2) = 2$ nên D là đáp án sai

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

- A. 3. B. 1. **C. 2.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho có hai cực trị $y = 2$ và $y = 3$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- A. $\frac{17}{\sqrt{26}}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. **D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.**

Lời giải

Chọn D

$$d(A, (P)) = \frac{|1 + 3(-2) - 4 \cdot 3 + 9|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-4)^2}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Câu 24: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $N(2; 3)$. **B. $M(3; 3)$.** C. $Q(3; 2)$. D. $P(-3; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$w = z + i\bar{z} = 3 + 3i \Rightarrow \text{điểm biểu diễn là } M(3; 3).$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(0; 1; 1), B(-1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ là

- A. $y - z - 2 = 0$. B. $y + z + 2 = 0$. **C. $y + z - 2 = 0$.** D. $-y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (Q) .

Vì mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ nên ta có $\vec{n}_P(1; -1; 1)$.

Ta có $A(0; 1; 1), B(-1; 0; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(-1; -1; 1)$

Do (Q) đi qua $A(0; 1; 1), B(-1; 0; 2)$ và vuông góc với $(P): x - y + z + 1 = 0$ nên (Q) đi qua

$A(0;1;1)$ và nhận $\vec{n}_Q = [\vec{n}_p; \vec{AB}] \Rightarrow \vec{n}_Q = (0; -2; -2)$ là một vector pháp tuyến.

Vì vậy phương trình (Q) là $0(x-0) - 2(y-1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0$

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- A. $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$. B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn B

Theo bảng nguyên hàm ta có : $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 27: Tích phân $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

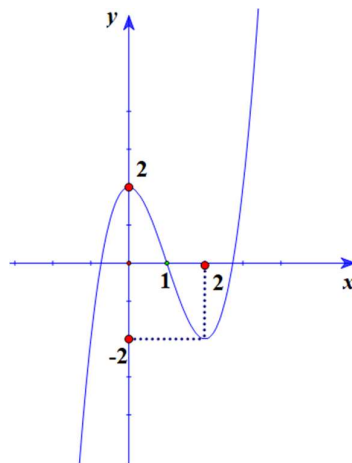
- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$. C. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. D. $e^5 - e^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^2 e^{3x-1} dx = \left(\frac{1}{3} e^{3x-1} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{3}(e^5 - e^2).$$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là



- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{4}$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{4}$.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\frac{3}{4}$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $4f(x) + 3 = 0$ có ba nghiệm.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

- A. $S = [7; +\infty)$. B. $S = (3; 7]$. C. $S = (-\infty; 7]$. D. $S = [3; 7]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 7.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = (3; 7]$.

Câu 30: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$.

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 4x - 7. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 1] \\ x = \frac{7}{3} \notin [-2; 1] \end{cases}.$$

$$y(-1) = 5; \quad y(-2) = -1; \quad y(1) = -7 \Rightarrow \max_{[-2; 1]} y = 5.$$

Câu 31: Cho hàm số $y = 2x^4 - 6x^2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = 4$ là

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

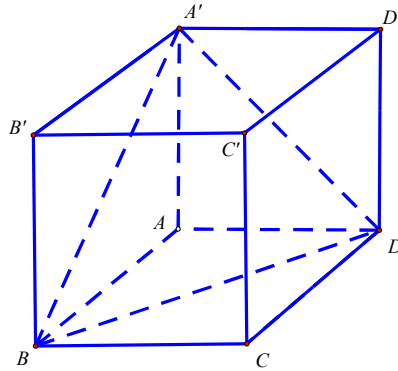
Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là

$$2x^4 - 6x^2 = 4 \Leftrightarrow 2x^4 - 6x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \text{ (vn)} \\ x^2 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\pm \frac{3 + \sqrt{17}}{2}}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = 4$ là 2.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.



A. $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}.$

C. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{3}{2}}.$

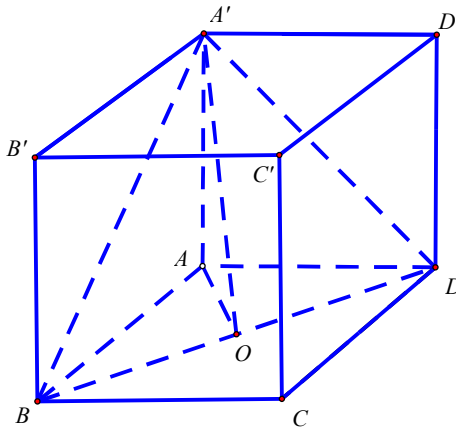
D. $\tan \varphi = \sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn D

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có AO là hình chiếu vuông góc của $A'O$ lên mặt phẳng

$(ABCD)$. Khi đó ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{cases}$ suy ra $\varphi = \widehat{A'OA}$.



Ta có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{AA'\sqrt{2}}{2}$. $\tan \varphi = \tan \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{AO} = \sqrt{2}.$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(3;-1;-3)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{5}.$

B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-5}.$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-5}.$

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-7}{-5}.$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}(2;-1;-5)$

$$\Rightarrow (AB): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$$

Thay tọa độ điểm $(-1; 1; 7)$ thỏa mãn nên chọn đáp án **D**.

Câu 34: Gọi Z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z - 2)^2 + 1 = 0$. Môđun của số phức $z_0 \cdot i$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{2}$. **C. $\sqrt{5}$.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$(z - 2)^2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (z - 2)^2 = -1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z - 2 = i \\ z - 2 = -i \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}$$

$$\Rightarrow z_0 = 2 - i \Rightarrow Z_0 \cdot i = (2 - i)i = 2i + 1 \Rightarrow |2i + 1| = \sqrt{5}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -3)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc Δ có phương trình là

- A. $-x + 3y - z = 0$. **B. $x - 3y + z + 1 = 0$.** C. $3y - z - 3 = 0$. D. $x + 3y - z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 3; -1)$

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ nên (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{u} = (-1; 3; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2; 0; -3)$ có phương trình là:

$$-1(x - 2) + 3(y - 0) - 1(z + 3) = 0 \Leftrightarrow -x + 3y - z - 1 = 0 \text{ hay } x - 3y + z + 1 = 0$$

Câu 36: Một hình trụ có bán kính đáy là r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A. $4\pi r^2$. **B. $6\pi r^2$.** C. $2\pi r^2$. D. $8\pi r^2$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $h = d = 2r$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot 2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$.

Câu 37: Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$, $(a; b) = 1$.

Khi đó giá trị $a + b$ là

A. 43.

B. 93.

C. 101.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 8! = 40320$.

Gọi A là biến cố có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau. Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: Không có 2 học sinh nào của lớp A ngồi cạnh nhau hoặc 3 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau.

* Tính $n(\bar{A})$.

☞ Trường hợp không có 2 học sinh nào của lớp A ngồi cạnh nhau:

+ Xếp 5 học sinh (3 học sinh lớp B, 2 học sinh lớp C) thành hàng ngang có $5!$ cách. Khi đó tạo ra 6 vị trí để có thể xếp 3 học sinh lớp A.

+ Chọn 3 vị trí từ 6 vị trí và xếp 3 học sinh lớp A có: $C_6^3 \cdot 3!$ cách.

Do đó có $5! \cdot C_6^3 \cdot 3! = 14400$ cách trong trường hợp này.

☞ Trường hợp 3 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau:

+ Xem 3 học sinh lớp A như một phần tử cùng với 5 học sinh còn lại (3 học sinh lớp B, 2 học sinh lớp C) là 6 phần tử. Xếp thành hàng ngang có $6!$ cách.

+ Trong bộ 3 học sinh lớp A có $3!$ cách sắp xếp.

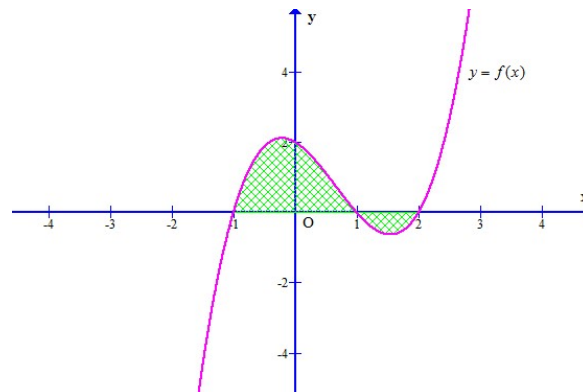
Do đó có: $6! \cdot 3! = 4320$ cách trong trường hợp này.

Vậy: $n(\bar{A}) = 18720$.

$$\text{Suy ra: } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{13}{28} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{13}{28} = \frac{15}{28}.$$

Khi đó: $a = 15, b = 28 \Rightarrow a + b = 43$.

Câu 38: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Công thức tính S là

A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$

(Vì $f(x) \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 2]$)

Câu 39: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Khi đó $z_1 + 3z_2$ bằng

A. $-4 + 4i.$

B. $4 + 4i.$

C. $-4 - 4i.$

D. $4 - 4i.$

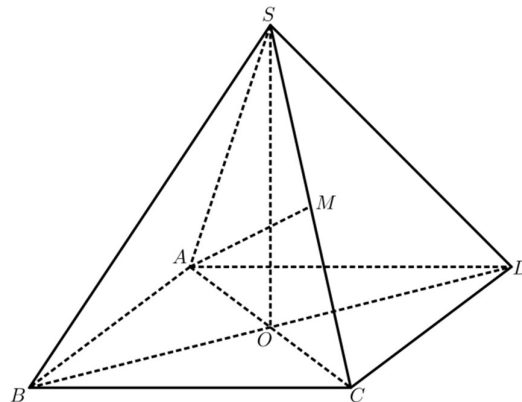
Lời giải

Chọn A

Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = -1 - 2i, z_2 = -1 + 2i$.

$z_1 + 3z_2 = -1 - 2i + 3(-1 + 2i) = -4 + 4i.$

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, $SA = AB = 2a$ (minh họa như hình bên dưới). Gọi M là trung điểm của SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CD bằng



A. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}.$

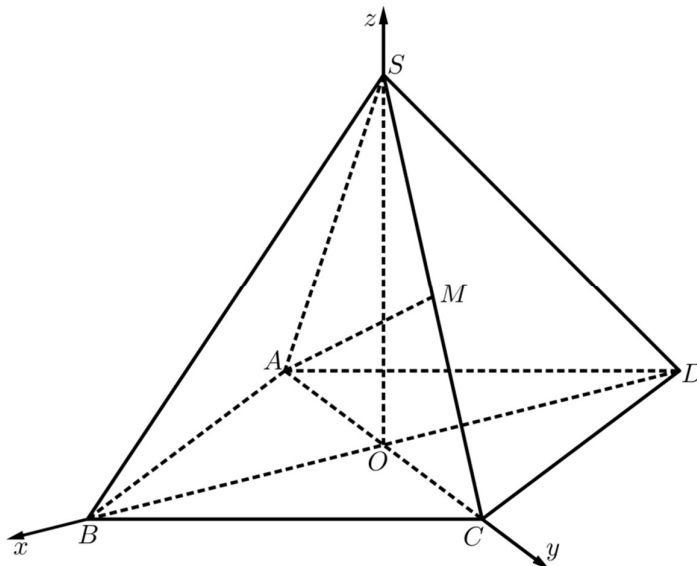
B. $\frac{2\sqrt{10}a}{9}.$

C. $\frac{2\sqrt{22}a}{11}.$

D. $a.$

Lời giải

Chọn C



$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}.$$

Gắn hệ trục tọa độ với O là gốc tọa độ, OB nằm trên trục Ox , OC nằm trên trục Oy , SO nằm trên trục Oz .

$$\text{Ta có } A(0; -\sqrt{2}a; 0), C(0; \sqrt{2}a; 0), D(-\sqrt{2}a; 0; 0), S(0; 0; \sqrt{2}a).$$

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm } SC \Rightarrow M\left(0; \frac{\sqrt{2}a}{2}; \frac{\sqrt{2}a}{2}\right).$$

$$\overrightarrow{AM} = \left(0; \frac{3\sqrt{2}a}{2}; \frac{\sqrt{2}a}{2}\right), \overrightarrow{CD} = (-\sqrt{2}a; -\sqrt{2}a; 0), \overrightarrow{AC} = (0; 2\sqrt{2}a; 0).$$

$$[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CD}] = (a^2; -a^2; 3a^2) \Rightarrow \left\| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CD}] \right\| = \sqrt{11}a^2.$$

$$[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CD}] \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \cdot 0 + (-a^2) \cdot 2\sqrt{2}a + 3a^2 \cdot 0 = -2\sqrt{2}a^3.$$

$$d(AM, CD) = \frac{\left| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CD}] \cdot \overrightarrow{AC} \right|}{\left\| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CD}] \right\|} = \frac{|-2\sqrt{2}a^3|}{\sqrt{11}a^2} = \frac{2\sqrt{22}}{11}a.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực, $a \neq 0$. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

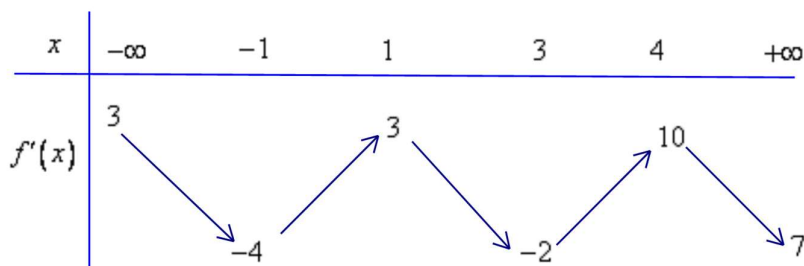
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^4 \left(1 + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^4} \right) = +\infty \Rightarrow a > 0$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Phương trình $y = 0$ vô nghiệm, suy ra đồ thị nằm phía trên trục $Ox \Rightarrow y(0) = c > 0$.

Vậy có hai số dương đó là a, c .

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:



Có bao nhiêu số nguyên của m để hàm số $g(x) = f(x) - mx$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$, đồng thời đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) - m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ thì

$$g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; 3) \Leftrightarrow f'(x) \leq m, \forall x \in (-\infty; 3) \Rightarrow m \geq 3$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$ thì

$$g'(x) \geq 0, \forall x \in (4; +\infty) \Leftrightarrow f'(x) \geq m, \forall x \in (4; +\infty) \Rightarrow m \leq 7.$$

$$\Rightarrow m \in [3; 7] \Rightarrow m \in \{3; 4; 5; 6; 7\}. \text{ Vậy có 5 giá trị nguyên của } m.$$

Câu 43: Số ca nhiễm Covid-19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được tính theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$ trong đó A là số ca nhiễm ngày đầu của giai đoạn, r là tỉ lệ gia tăng số ca nhiễm hằng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tính đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca hằng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

A. 242.

B. 90.

C. 16.

D. 422.

Lời giải

Chọn A

Gọi r_1 là tỉ lệ gia tăng số ca nhiễm của giai đoạn một.

Gọi A_1 là số ca nhiễm ngày đầu của giai đoạn một.

$$\text{Theo giả thiết ta có: } 180 = A_1.e^{6.r_1} \Leftrightarrow 180 = 9.e^{6.r_1} \Leftrightarrow r_1 \approx 0,5$$

Gọi r_2 là tỉ lệ gia tăng số ca nhiễm của giai đoạn hai.

$$\text{Suy ra } r_2 = \frac{r_1}{10} = 0,05.$$

Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca bệnh của tỉnh đó

$$180.e^{6.r_2} = 180.e^{6.0,05} \approx 243.$$

Câu 44: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Một mặt phẳng (Q) đi qua trọng tâm của tam giác ABD và trung điểm CC' đồng thời (Q) song song với BD . Mặt phẳng (Q) chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai phần. Thể tích của phần chứa A' bằng

A. $\frac{181}{216}V$.

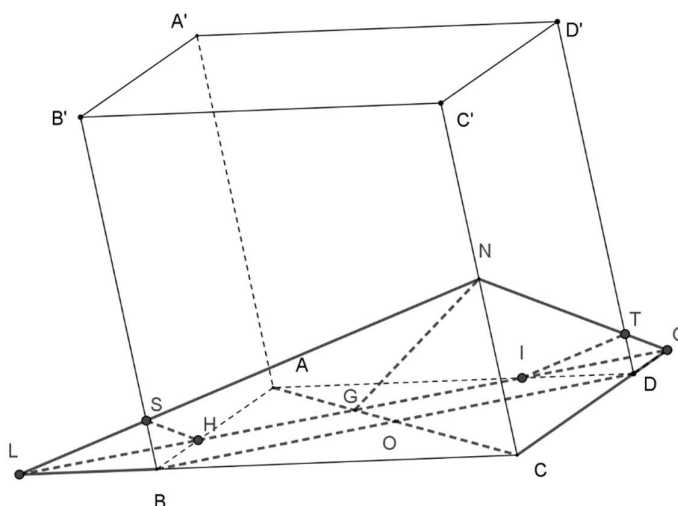
B. $\frac{187}{216}V$.

C. $\frac{185}{216}V$.

D. $\frac{191}{216}V$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \frac{S_{\triangle AIH}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AI}{AB} \cdot \frac{AH}{AC} = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\triangle AIH} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2}{9} S_{ABCD}$$

$$S_{\triangle IDQ} = S_{\triangle HBL} = \frac{1}{4} S_{\triangle AHK} = \frac{1}{18} S_{ABCD}.$$

Gọi h là chiều cao của hình hộp.

$$\text{Ta có } V_{NCLQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S_{CLQ} = \frac{h}{6} \cdot (S_{BCDIH} + 2S_{\triangle HBL}) = \frac{h}{6} \left(\frac{7}{9} S_{ABCD} + 2 \cdot \frac{1}{18} S_{ABCD} \right) = \frac{4}{27} V$$

$$\begin{aligned} V_{S.LBH} &= \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{\triangle HBL} = \frac{1}{3} \cdot \frac{LS}{LN} d(N, (ABCD)) \cdot \frac{1}{18} S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{18} S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{432} h \cdot S_{ABCD} = \frac{V}{432} \end{aligned}$$

Gọi V_1 là thể tích cần tìm.

$$\text{Suy ra } V_1 = V - (V_{N.CLQ} - 2V_{S.HBL}) = V - \left(\frac{4}{27} V - 2 \frac{V}{432} \right) = \frac{185}{216} V.$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn

$$f(0) = 2 \text{ và } f'(x) \cdot e^{f(x)-x^2-2} = 2x, \forall x \in [0;1].$$

Tính giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\frac{5}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{7}{3}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) \cdot e^{f(x)} = e^{x^2+2} \cdot 2x \Rightarrow \int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = \int e^{x^2+2} \cdot 2x dx \Rightarrow e^{f(x)} = e^{x^2+2} + C$$

$$\text{Thay } x=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{3}$$

Câu 46: Xét các số thực dương $a, b, c > 1$ với $a > b$ thỏa $4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 8.

D. $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn B

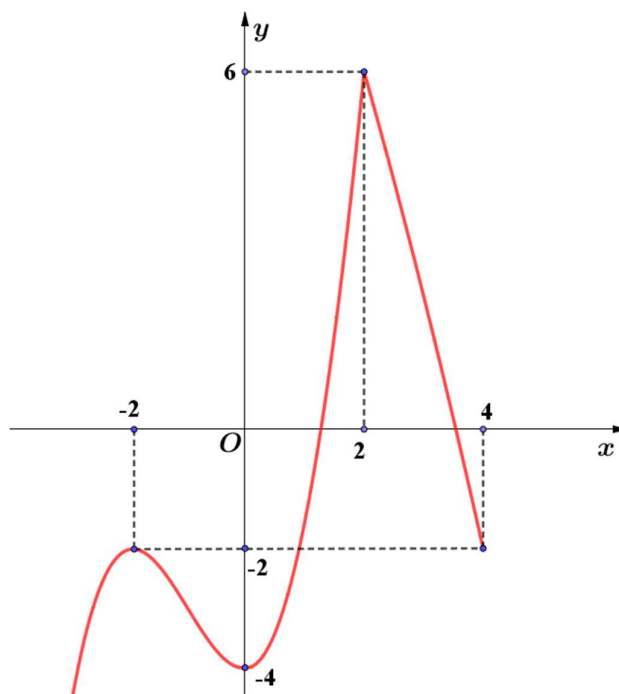
$$\text{Đặt } \begin{cases} x = \log_c a \\ y = \log_c b \end{cases} \Rightarrow \log_{ab} c = \frac{1}{x+y}, \text{ với } x > y > 0.$$

$$\text{Ta có: } 4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c \Rightarrow 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 25 \cdot \frac{1}{x+y} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y \\ y = 4x \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{x}{y} + \frac{1}{x} + y. \text{ Với } x = 4y: P = 4 + \frac{1}{4y} + y \geq 3.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng 3.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc $[-2;2]$?

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \frac{x}{2} + 1$ ta có:

Vì $x \in [-2; 2] \Rightarrow t \in [0; 2]$

Và $\frac{1}{3}f(t) + 2(t-1) = m$.

Xét hàm $g(t) = \frac{1}{3}f(t) + 2(t-1)$ trên đoạn $[0; 2]$:

$$g'(t) = \frac{1}{3}f'(t) + 2 = \frac{f'(t) + 6}{3} > 0 \forall t \in [0; 2]$$

Như vậy hàm $g(t) = \frac{1}{3}f(t) + 2(t-1)$ là hàm đồng biến trên $[0; 2]$

Để phương trình ban đầu có nghiệm $x \in [-2; 2]$ thì phương trình phải có nghiệm $t \in [0; 2]$.

Khi đó:

$$\min_{[0;2]} g(t) \leq m \leq \max_{[0;2]} g(t)$$

$$\Leftrightarrow g(0) \leq m \leq g(2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}f(0) + 2(0-1) \leq m \leq \frac{1}{3}f(2) + 2(2-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(-4) - 2 \leq m \leq \frac{1}{3} \cdot 6 + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-10}{3} \leq m \leq 4$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có tất cả 8 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Có bao nhiêu bộ số $(a; b; c)$ với $a, b \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ và $c > 1$ là số thực thỏa mãn $\log_a(b+c) = 2\log_{10} c$?

A. 8.

B. 10.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết: $c > 1 \Rightarrow \begin{cases} b+c > 0 \\ \log_a(b+c) = 2\log_{10} c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c > 0 \\ a > 1 \end{cases}$

Đặt $\log_a(b+c) = 2\log_{10} c = t (t > 0)$, ta thu được hệ: $\begin{cases} b+c = a^t \\ c = (\sqrt{10})^t \end{cases}$

Suy ra: $a^t - b = (\sqrt{10})^t$

Trường hợp 1: $a < \sqrt{10} \Rightarrow a \in \{2; 3\}$

Khi đó: $b = a^t - (\sqrt{10})^t < 0 (t > 0) \Rightarrow b = -1$

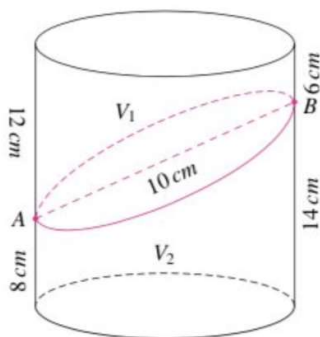
Trường hợp 2: $a > \sqrt{10} \Rightarrow a \in \{4; 5\}$

Khi đó: $b = a^t - (\sqrt{10})^t > 0 (t > 0) \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Với mỗi giá trị dương của t ta thu được 1 giá trị của c .

Vậy có tất cả 12 bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Cho khối trụ có chiều cao 20cm . Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10cm . Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1 , nửa dưới có thể tích V_2 (như hình vẽ). Khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần đáy dưới nhất và điểm thuộc thiết diện xa đáy dưới nhất tới đáy dưới là 8cm và 14cm . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{6}{11}$.

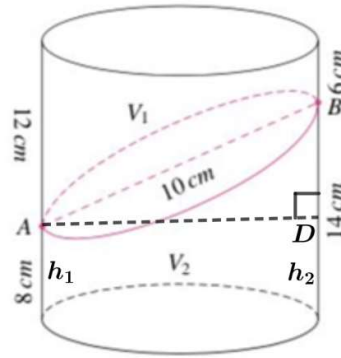
B. $\frac{9}{20}$.

C. $\frac{11}{20}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Chọn D



$$V_2 = \pi R^2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) = \pi R^2 \left(\frac{8 + 14}{2} \right) = 11\pi R^2.$$

$$\Delta AED \text{ vuông tại } D \text{ có } 2R = AD = \sqrt{AE^2 - ED^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Rightarrow R = 4.$$

$$V = \pi r^2 \cdot h = 320\pi$$

$$V_2 = \pi 4^2 \cdot 11 = 176\pi$$

$$V_1 = V - V_2 = 144\pi \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{11}$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \frac{2+m}{2x+1}$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương $m \leq 7$ sao cho với mọi bộ số thực $a, b, c \in [2; 3]$ thì $|\ln f(a)|, |\ln f(b)|, |\ln f(c)|$ là độ dài ba cạnh của một tam giác. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 10.

B. 15.

C. 16.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1-2m}{(2x+1)^2}$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z}, m \leq 7 \Rightarrow f'(x) < 0 \quad \forall x \in [2; 3]$$

$$\Rightarrow \min_{[2;3]} f(x) = \frac{3+m}{7} > 0; \max_{[2;3]} f(x) = \frac{2+m}{5} > 0.$$

$$\text{Trường hợp 1: } \ln \frac{3+m}{7} > 0 \Leftrightarrow m > 4.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 2 \min_{[2;3]} |\ln f(x)| > \max_{[2;3]} |\ln f(x)|$$

$$\Leftrightarrow 2 \ln \frac{3+m}{7} > \ln \frac{2+m}{5} \Leftrightarrow \left(\frac{3+m}{7} \right)^2 > \frac{2+m}{5} \Leftrightarrow 5m^2 - 19m - 53 > 0 \Leftrightarrow m \in \{6; 7\}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \ln \frac{2+m}{7} < 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 2 \min_{[2;3]} |\ln f(x)| > \max_{[2;3]} |\ln f(x)|$$

$$\Leftrightarrow -2 \ln \frac{2+m}{5} > -\ln \frac{3+m}{7} \Leftrightarrow \left(\frac{2+m}{5} \right)^2 < \frac{3+m}{7} \Leftrightarrow m \in \{1; 2\}.$$

Vậy tổng các giá trị của m là 16.

----- HẾT -----