

**ĐỀ THI THỬ**

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

**Câu 2 (1,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a. Tìm môđun của số phức  $\bar{z}$  biết  $(2+i^3)z+1+3i=z+i^4$ .

b. Giải phương trình  $6.9^x - 13.6^x + 6.4^x = 0$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

a. Cho  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính giá trị của  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .

b. Tìm hệ số của số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức Niuton của  $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^{\sqrt{5}} x^3 \sqrt{(x^2+4)} dx$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Trong Không gian với hệ tọa độ Oxyz cho  $A(2;0;1)$ , mp (P):  $2x-2y+z+1=0$  và đường thẳng (d):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

a. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P).

b. Viết phương trình đường thẳng qua điểm A, vuông góc và cắt đường thẳng (d)

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho tứ diện OABC có đáy OBC là tam giác vuông tại O,  $OB=a$ ,  $OC=a\sqrt{3}$ , ( $a>0$ ) và đường cao  $OA=a\sqrt{3}$ . Gọi M là trung điểm của cạnh BC.

a. Tính thể tích khối tứ diện theo a

b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD, đường chéo AC có phương trình:  $x+2y-11=0$ ,  $M\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$  là trung điểm của đoạn AB. Tìm tọa độ cả điểm A, B, C, D biết  $x_A \leq 3$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).**

a) Một xí nghiệp có thể dùng ba loại nguyên liệu A; B; C để sản xuất ra một loại sản phẩm theo hai công nghệ khác nhau là CN1 và CN2. Cho biết tổng khối lượng nguyên liệu mỗi loại xí nghiệp hiện có, định mức tiêu thụ mỗi loại nguyên liệu trong một giờ sản xuất theo mỗi công nghệ trong bảng

| Nguyên liệu | Tổng khối lượng hiện có | Định mức tiêu thụ trong 1 giờ |     |
|-------------|-------------------------|-------------------------------|-----|
|             |                         | CN1                           | CN2 |
| A           | 200                     | 4                             | 2   |
| B           | 280                     | 3                             | 5   |
| C           | 350                     | 9                             | 5   |
| Sản lượng   |                         | 30                            | 36  |

Tìm kế hoạch sản xuất sao cho tổng số sản phẩm thu được nhiều nhất.

b) Giải phương trình sau đây trên tập số thực

$$\sqrt{6+12x+5x^2-x^3} - \sqrt{3x^3+4x^2+2x+1} + 12x+8 = \frac{x^4}{x+1}$$

**Câu 10:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn:  $ab+ac+bc=1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

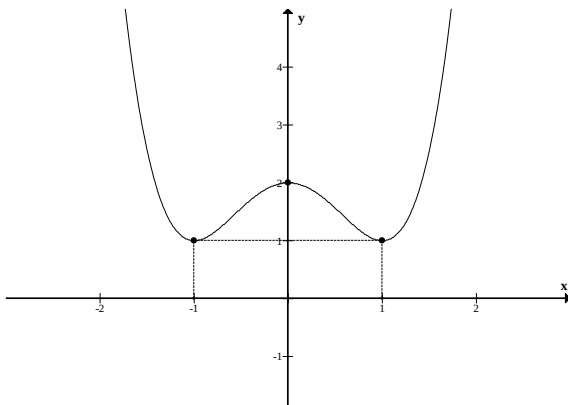
$$P = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

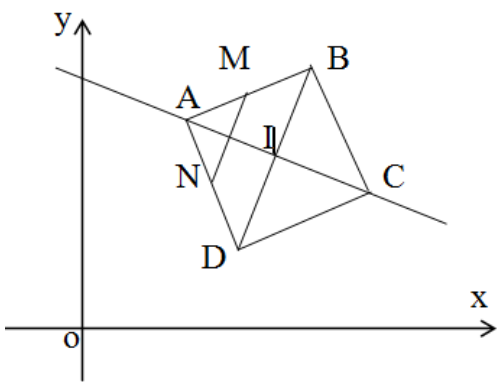
# ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Môn thi : TOÁN

| Câu        | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Điểm |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|----|-----------|---|-----------|-----------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|--|--|---|--|--|---|-----------|------|
| 1          | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| (1,0 điểm) | <p>Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math></p> <p>Sự biến thiên:</p> $y' = 4x^3 - 4x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Các khoảng đồng biến: <math>(-1;0)</math> và <math>(1;+\infty)</math> ,khoảng nghịch biến : <math>(-\infty;-1)</math> và <math>(0;1)</math></p> <p>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại: <math>x = 0 \Rightarrow y_{CD} = 2</math></p> <p>Hàm số đạt cực tiểu tại: <math>x = \pm 1 \Rightarrow y_{CT} = 1</math></p> <p>- Giới hạn tại vô cực: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty</math> , <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math></p> | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Bảng biến thiên:</p> <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>                                                                      | x    | $-\infty$ | -1 | 0         | 1 | $+\infty$ | y'        |  | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | y | $+\infty$ |  |  | 2 |  |  | 1 | $+\infty$ | 0,25 |
| x          | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | -1   | 0         | 1  | $+\infty$ |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| y'         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | -    | 0         | +  | 0         | - | 0         | +         |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| y          | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |           | 2  |           |   | 1         | $+\infty$ |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Đồ thị:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| 2          | Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| (1,0 điểm) | <p>Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm của tiếp tuyến với (C) . Ta có: <math>y' = \frac{-5}{x-2}^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5 <math>\Leftrightarrow y'(x_0) = -5 \Leftrightarrow \frac{-5}{x_0-2}^2 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Với <math>x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 : M_1(1;-3) \Rightarrow</math> Phương trình tiếp tuyến: <math>y = -5x + 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
|            | <p>Với <math>x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7 : M_2(3;7) \Rightarrow</math> Phương trình tiếp tuyến : <math>y = -5x + 22</math></p> <p>Vậy có hai phương trình tiếp tuyến thỏa đề bài là: <math>y = -5x + 2</math> và <math>y = -5x + 22</math></p>                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |
| 3          | <p>a. Tìm môđun của số phức <math>\bar{z}</math> biết <math>(2+i^3)z+1+3i=z+i^4</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |           |    |           |   |           |           |  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |  |  |   |  |  |   |           |      |

| Câu             | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Điểm |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| (1,0 điểm)      | Ta có $(2+i^3)z+1+3i=z+i^4 \Leftrightarrow (2-i)z-z=-1-3i+1 \Leftrightarrow z=\frac{-3i}{1-i} \Leftrightarrow z=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                 | Do đó $ \bar{z} = z =\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                 | Giải phương trình $6.9^x-13.6^x+6.4^x=0$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|                 | Vì $4^x>0$ , chia hai vế phương trình (1) cho $4^x$ ta được<br>$1 \Leftrightarrow 6.\left[\left(\frac{3}{2}\right)^x\right]^2-13.\left(\frac{3}{2}\right)^x+6=0 \quad (2)$                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                 | Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ với $t>0$ , phương trình (2) trở thành $6t^2-13t+6=0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|                 | $\Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{2}{3} \\ t=\frac{3}{2} \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>t=\frac{3}{2}</math> thì <math>\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=1</math></li> <li>Với <math>t=\frac{2}{3}</math> thì <math>\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=-1</math></li> </ul> Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1; x=1$ | 0,25 |
| 4<br>(1,0 điểm) | <b>4a.</b> Cho $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|                 | Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ .<br>Suy ra $\cos \alpha = \frac{-12}{13}$ (vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$ )                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|                 | Do đó: $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{-12}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-17\sqrt{2}}{26}$ .                                                                                                                                                             |      |
|                 | <b>4b.</b> Tìm hệ số của số hạng không chứa $x$ trong khai triển nhị thức Newton của $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                 | Ta có: $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot x^{18-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{18-3k}$ với $\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ k \leq 18 \end{cases}$                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                 | Để có số hạng không chứa $x$ : $18-3k=0 \Leftrightarrow k=6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|                 | Vậy hệ số của số hạng không chứa $x$ trong khai triển là: $-1^6 C_{18}^6 = 18564$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
| 5<br>(1,0 điểm) | Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{5}} x^3 \sqrt{x^2+4} dx$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|                 | Đặt $t = (x^2+4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x^2+4}$ . Suy ra $t^2 = x^2+4$ . Do đó $t dt = x dx$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|                 | $x=0 \Rightarrow t=2, x=\sqrt{5} \Rightarrow t=3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|                 | Suy ra $I = \int_2^3 (t^2-4)t dt = \int_2^3 (t^4-4t^2) dt$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |

| Câu             | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Điểm |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                 | $I = \left( \frac{t^5}{5} - \frac{4t^3}{3} \right) \Big _2^3 = \frac{63}{5} + \frac{64}{15} = \frac{253}{15}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
| 6<br>(1,0 điểm) | Trong Không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(2;0;1), mp (P): $2x - 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                 | Lập phương trình mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P)<br>Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính R của (S) là khoảng cách từ tâm A của (S) đến mp (P). $R = \frac{ 4 - 0 + 1 + 1 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                 | Phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                 | Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua điểm A, vuông góc với đường thẳng (d) và cắt đường thẳng (d) tại M. vì $M \in (d)$ nên $M(1+m; 2m; 2+m)$ , $m \in \mathbb{R}$ . $\vec{u}$ là vec tơ chỉ phương của (d)<br>Vì $d \perp \Delta$ nên $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 4m = 0 \Leftrightarrow m = 0$                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                 | $\Rightarrow$ vec tơ chỉ phương của $\Delta$ là $\overrightarrow{AM} = (-1; 0; 1)$ . Phương trình đường thẳng $\Delta$ cần tìm là: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| 7<br>(1,0 điểm) | Cho tứ diện OABC có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$ , $OC=a\sqrt{3}$ , ( $a>0$ ) và đường cao $OA=a\sqrt{3}$ . Gọi M là trung điểm của cạnh BC.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|                 | a. Tính thể tích khối tứ diện theo a<br>b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
|                 | a. Tính thể tích khối tứ diện OABC<br>Diện tích tam giác OBC :<br>$S_{OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} a(a\sqrt{3}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|                 | Thể tích khối tứ diện<br>$V = \frac{1}{3} S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \left( \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \right) (a\sqrt{3}) = \frac{a^3}{2} \text{ (đvtt)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|                 | b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.<br>Gọi N là điểm đối xứng của C qua O.<br>Ta có: $OM \parallel BN$ (tính chất đường trung bình).<br>$\Rightarrow OM \parallel (ABN)$<br>$\Rightarrow d(OM; AB) = d(OM; (ABN)) = d(O; (ABN))$ .<br>Dựng $OK \perp BN$ , $OH \perp AK$ ( $K \in BN$ ; $H \in AK$ )<br>Ta có: $AO \perp (OBC)$ ; $OK \perp BN \Rightarrow AK \perp BN$<br>$BN \perp OK$ ; $BN \perp AK \Rightarrow BN \perp (AOK) \Rightarrow BN \perp OH$<br>$OH \perp AK$ ; $OH \perp BN \Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O; (ABN)) = OH$ | 0,25 |
|                 | Từ các tam giác vuông OAK; ONB có:<br>$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |

| Câu              | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Điểm        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------------------|-------------------------------|--|-----|-----|---|-----|---|---|---|-----|---|---|---|-----|---|---|-----------|--|----|----|--|
|                  | Vậy, $d(OM; AB) = OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |             |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| 8<br>(1,0 điểm)  | <p>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD, đường chéo AC có phương trình <math>x + 2y - 11 = 0</math>, <math>M\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)</math> là trung điểm của đoạn AB. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D biết <math>x_A \leq 3</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |             |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | <div><div><math display="block">AB: A\left(x - \frac{4}{5}\right) + B\left(y - \frac{4}{5}\right) = 0 \quad (A^2 + B^2 &gt; 0)</math><math display="block">\cos 45^\circ = \frac{ \vec{n}_{AB} \cdot \vec{n}_{AC} }{ \vec{n}_{AB}   \vec{n}_{AC} } = \frac{ A + 2B }{\sqrt{5}\sqrt{A^2 + B^2}}</math><math display="block">\Rightarrow \begin{cases} AB: x - 3y + 9 = 0 \Rightarrow A(3; 4) \quad (N) \Rightarrow B(6; 5) \\ AB: 3x + y - 18 = 0 \Rightarrow A(5; 3) \quad (L) \end{cases}</math></div><div></div></div>                                                                                                                                                                                      | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | Gọi N là điểm đối xứng của M qua AC $\Rightarrow N\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | Gọi N là điểm đối xứng của M qua AC $\Rightarrow N\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . N Là trung điểm của AD $\Rightarrow D(4; 1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | BD: $2x - y - 7 = 0 \Rightarrow AC \cap BD = I(5; 3)$ . I là trung điểm của AC $\Rightarrow C(7; 2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| 9a<br>(1,0 điểm) | <p>Một xí nghiệp có thể dùng ba loại nguyên liệu A; B; C để sản xuất ra một loại sản phẩm theo hai công nghệ khác nhau là CN1 và CN2. Cho biết tổng khối lượng nguyên liệu mỗi loại xí nghiệp hiện có, định mức tiêu thụ mỗi loại nguyên liệu trong một giờ sản xuất theo mỗi công nghệ trong bảng</p> <table><tr><th rowspan="2">Nguyên liệu</th><th rowspan="2">Tổng khối lượng hiện có</th><th colspan="2">Định mức tiêu thụ trong 1 giờ</th></tr><tr><th>CN1</th><th>CN2</th></tr><tr><td>A</td><td>200</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>B</td><td>280</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>C</td><td>350</td><td>9</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2">Sản lượng</td><td>30</td><td>36</td></tr></table> <p>Tìm kế hoạch sản xuất sao cho tổng số sản phẩm thu được nhiều nhất.</p> | Nguyên liệu | Tổng khối lượng hiện có | Định mức tiêu thụ trong 1 giờ |  | CN1 | CN2 | A | 200 | 4 | 2 | B | 280 | 3 | 5 | C | 350 | 9 | 5 | Sản lượng |  | 30 | 36 |  |
| Nguyên liệu      | Tổng khối lượng hiện có                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |             |                         | Định mức tiêu thụ trong 1 giờ |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | CN1         | CN2                     |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| A                | 200                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 4           | 2                       |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| B                | 280                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 3           | 5                       |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| C                | 350                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 9           | 5                       |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
| Sản lượng        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 30          | 36                      |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | <p>Gọi x, y lần lượt là thời gian (giờ) sẽ sản xuất theo công nghệ CN1; CN2 (<math>x \geq 0; y \geq 0</math>). Tổng khối lượng nguyên liệu mỗi loại sẽ sử dụng để sản xuất là</p> <p>A: <math>4x + 3y</math> (đơn vị nguyên liệu)<br/>B: <math>3x + 5y</math> (đơn vị nguyên liệu)<br/>C: <math>9x + 5y</math> (đơn vị nguyên liệu)</p> <p>Để không bị động trong sản xuất thì tổng khối lượng nguyên liệu mỗi loại sẽ sử dụng để sản xuất không thể vượt quá tổng khối lượng nguyên liệu mỗi loại xí nghiệp hiện có</p> <p>nên ta có điều kiện: <math display="block">\begin{cases} 4x + 3y \leq 200 \\ 3x + 5y \leq 280 \\ 9x + 5y \leq 350 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>Yêu cầu bài toán: Tìm giá trị lớn nhất của hàm <math>F = 30x + 35y</math></p>                     | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |
|                  | Xác định miền nghiệm<br>Ta có miền nghiệm là tứ giác OABC kẻ cả cạnh Với $O(0; 0)$ suy ra $F = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25        |                         |                               |  |     |     |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |           |  |    |    |  |

| Câu              | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Điểm |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                  | <p>Với <math>A\left(\frac{350}{9}; 0\right)</math> suy ra <math>F = \frac{3500}{3}</math>      Với <math>B\left(\frac{35}{3}; 49\right)</math> suy ra <math>F = 2065</math></p> <p>Với <math>C\left(0; \frac{280}{5}\right)</math> suy ra <math>F = 1960</math>      Vậy sản xuất theo phương án : <math>\frac{35}{3}</math> giờ theo công nghệ CN1 và 49 giờ theo công nghệ CN2 thì tổng số sản phẩm thu được là nhiều nhất <math>F = 2065</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
| 9.b              | <p>Giải phương trình sau đây trên tập số thực</p> $\sqrt{6+12x+5x^2-x^3} - \sqrt{3x^3+4x^2+2x+1} + 12x+8 = \frac{x^4}{x+1}$ $\sqrt{6+12x+5x^2-x^3} - \sqrt{3x^3+4x^2+2x+1} + 12x+8 = \frac{x^4}{x+1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(6+6x-x^2)} - \sqrt{(x+1)(3x^2+x+1)} + 12x+8 = \frac{x^4}{x+1} \quad (*)$ $\text{Đk } \begin{cases} (x+1)(6+6x-x^2) \geq 0 \\ (x+1)(3x^2+x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3-\sqrt{15} \leq x \leq 3+\sqrt{15}$ <p>Chia 2 vế pt (*) cho <math>x+1</math> (<math>x+1 &gt; 0</math>) ta được phương trình tương đương</p> $\sqrt{\frac{6+6x-x^2}{x+1}} - \sqrt{\frac{3x^2+x+1}{x+1}} + 4\frac{x}{x+1} + 8 = \frac{x^4}{(x+1)^2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{6-\frac{x^2}{x+1}} - \sqrt{3\frac{x^2}{x+1}+1} + 4\frac{x}{x+1} + 8 = \frac{x^4}{(x+1)^2} \quad \text{đặt } \frac{x^2}{x+1} = t; t \geq 0$ <p>Phương trình trở thành phương trình ẩn <math>t</math>: <math>t^2 - 4t - 8 + \sqrt{3t+1} - \sqrt{6-t} = 0</math></p> $\Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 + (\sqrt{3t+1} - 4) + (1 - \sqrt{6-t}) = 0$ $\Leftrightarrow (t+1)(t-5) + \frac{3(t-5)}{\sqrt{3t+1}+4} + \frac{t-5}{1+\sqrt{6-t}} = 0 \Leftrightarrow (t-5)\left(t+1 + \frac{3}{\sqrt{3t+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-t}}\right) = 0$ $\Leftrightarrow t = 5 \text{ (nhận) vì } t+1 + \frac{3}{\sqrt{3t+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-t}} > 0 \text{ Ta có}$ $\frac{x^2}{x+1} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2} \text{ (nhận)}$ | 0,25 |
| 10<br>(1,0 điểm) | <p>Cho <math>a, b, c</math> là các số thực dương thỏa mãn : <math>ab+ac+bc=1</math>. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :</p> $P = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|                  | <p>Từ điều kiện: <math>ab+ac+bc=1</math>, ta suy ra:</p> $1+a^2 = a^2 + ab+bc+ac = (a+b)(a+c)$ $1+b^2 = (a+b)(b+c) \quad ; \quad 1+c^2 = (a+c)(b+c)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                  | <p>Ta có: <math>P = a\sqrt{\frac{1}{(a+b)(a+c)}} + b\sqrt{\frac{1}{(a+b)(b+c)}} + c\sqrt{\frac{1}{(c+b)(a+c)}}</math></p> $\Rightarrow P \leq \frac{a}{2}\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c}\right) + \frac{b}{2}\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c}\right) + \frac{c}{2}\left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+c}\right) \text{ (áp dụng BĐT Cauchy)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|                  | $\Leftrightarrow P \leq \frac{3}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                  | <p>Vậy <math>\max P = \frac{3}{2}</math> khi <math>a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $C$  của hàm số  $y = -x^4 + 8x^2 + 4$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có đồ thị  $H$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $H$  tại điểm có hoành độ bằng 2.

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình:  $2\cos^2 2x + 5\sin 2x + 1 = 0$ .

b) Giải phương trình  $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} + e^x dx$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình  $\log_2^2 x - 4\log_4 x^3 + 5 = 0$ .

b) Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển của biểu thức  $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^8$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(7;4;6)$  và mặt phẳng  $P: x + 2y - 2z + 3 = 0$ .

a) Lập phương trình của mặt cầu  $S$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $P$ .

b) Tìm tọa độ tiếp điểm của  $P$  và  $S$ .

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , cạnh  $SA$  vuông góc với đáy và  $SC$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O(0;0)$ .

Biết chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  và  $C$  lần lượt là  $M(-1;0)$  và  $N(1;1)$ . Hãy tìm tọa độ các đỉnh của tam giác, biết đỉnh  $B$  nằm trên đường thẳng  $3x + y - 1 = 0$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).**

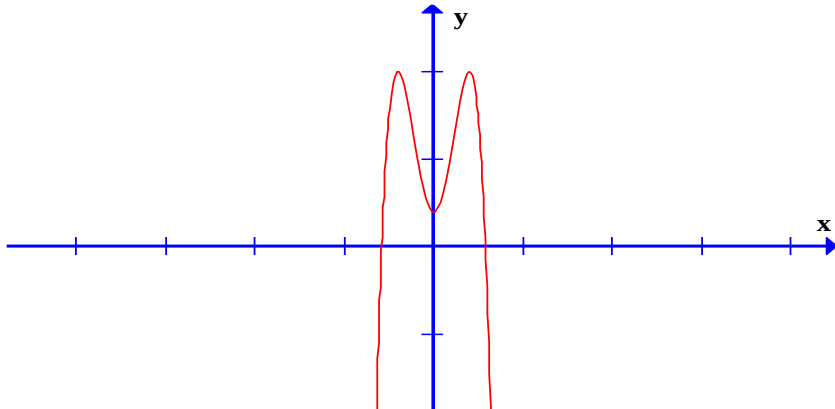
a) Một nhà máy dùng hai loại nguyên liệu là khoai mì và ngô để chế biến ít nhất 140 kg thức ăn cho gà và 90 kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn khoai mì giá 4 triệu đồng, có thể chế biến được 20 kg thức ăn cho gà và 6 kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn ngô giá 3 triệu đồng, có thể chế biến được 10 kg thức ăn cho gà và 15 kg thức ăn cho cá. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí nguyên liệu là ít nhất biết rằng kho nguyên liệu của nhà máy còn lại 10 tấn khoai mì và 9 tấn ngô.

b) Giải phương trình:  $\frac{2x^5 + 3x^4 - 14x^3}{\sqrt{x+2}} = \left(4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2\right)\left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+2}}\right)$

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho các số thực  $a, b, c$  không âm và thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = ab + bc + ca + 5a + 5b + 5c + 4$ .

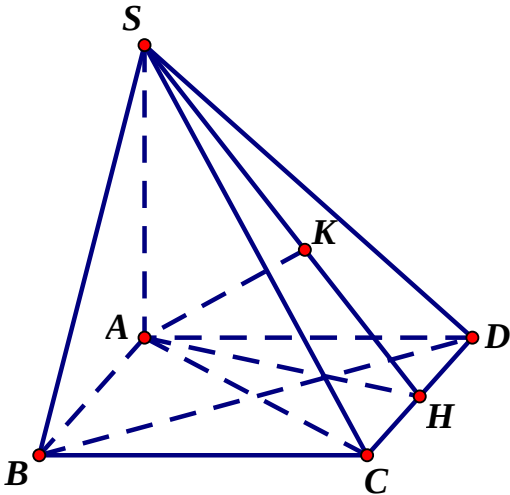
-----HẾT-----

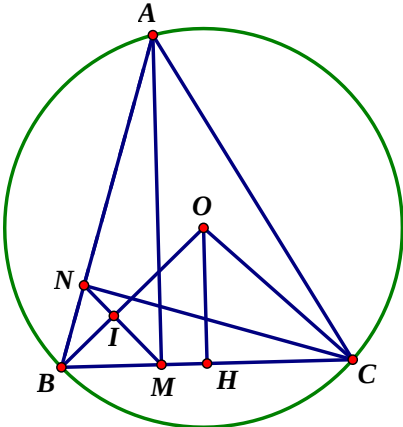
**ĐÁP ÁN**

| Câu                                                                                                                                                                                                          | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Điểm          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------|--------------|----|---------------|---|--------------------|---|---|-----------|-----------|------|--|---|---|---|---|---|---|---|--|-----|-----------|---------------|--|--------------|--|---------------|--|--------------------|--|
| 1                                                                                                                                                                                                            | <b>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị <math>C</math> của hàm số <math>y = -x^4 + 8x^2 + 4</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>1,0</b>    |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | TXĐ: $D = \mathbb{R}$<br>$y' = -4x^3 + 16x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$<br>Bảng biến thiên                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td>-2</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td colspan="2"><math>\nearrow 12</math></td><td colspan="2"><math>\searrow 4</math></td><td colspan="2"><math>\nearrow 12</math></td><td colspan="2"><math>\searrow -\infty</math></td></tr></table> |               | $x$       | $-\infty$    |    | -2            |   | 0                  |   | 2 |           | $+\infty$ | $y'$ |  | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - |  | $y$ | $-\infty$ | $\nearrow 12$ |  | $\searrow 4$ |  | $\nearrow 12$ |  | $\searrow -\infty$ |  |
|                                                                                                                                                                                                              | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |               | $-\infty$ |              | -2 |               | 0 |                    | 2 |   | $+\infty$ |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| $y'$                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | +             | 0         | -            | 0  | +             | 0 | -                  |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| $y$                                                                                                                                                                                                          | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\nearrow 12$ |           | $\searrow 4$ |    | $\nearrow 12$ |   | $\searrow -\infty$ |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| Hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty; -2$ , $0; 2$<br>Hàm số nghịch biến trên các khoảng $-2; 0$ , $2; +\infty$<br>Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 2, y = 12$<br>Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, y = 4$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |               |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| Đồ thị                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| 2                                                                                                                                                                                                            | <b>Cho hàm số <math>y = \frac{x + 1}{x - 1}</math> có đồ thị <math>H</math> . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị <math>H</math> tại điểm có hoành độ bằng 2.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>1,0</b>    |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | Có $y' = \frac{-2}{x - 1}^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | Ta có $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3, y'_{x_0} = -\frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | Phương trình tiếp tuyến là $y = y'_{x_0} x - x_0 + y_0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
|                                                                                                                                                                                                              | Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là<br>$y = -\frac{1}{2} x - 2 + 3$ hay $y = -\frac{1}{2} x + 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25          |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |
| 3a                                                                                                                                                                                                           | <b>Giải phương trình: <math>2 \cos^2 2x + 5 \sin 2x + 1 = 0</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>0,5</b>    |           |              |    |               |   |                    |   |   |           |           |      |  |   |   |   |   |   |   |   |  |     |           |               |  |              |  |               |  |                    |  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|    | $2 \cos^2 2x + 5 \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2 2x + 5 \sin 5x + 3 = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 3(VN) \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \end{cases}$                                                                              | 0,25       |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$                         | 0,25       |
| 3b | <b>Giải phương trình <math>z^4 + 4z^2 + 3 = 0</math>.</b>                                                                                                                                                                                                | <b>0,5</b> |
|    | $z^4 + 4z^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -1 \\ z^2 = -3 \end{cases}$                                                                                                                                                                      | 0,25       |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i \\ z = \pm \sqrt{3}i \end{cases}$                                                                                                                                                                               | 0,25       |
| 4  | <b>Tính tích phân <math>I = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} + e^x dx</math>.</b>                                                                                                                                                                               | <b>1,0</b> |
|    | Có $I = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} + e^x dx = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx + \int_0^1 x e^x dx = I_1 + I_2$                                                                                                                                               | 0,25       |
|    | Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow t dt = x dx$<br>Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}$<br>Suy ra $I_1 = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _1^{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$ | 0,25       |
|    | Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$<br>Suy ra $I_2 = x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big _0^1 = 1$                                                                | 0,25       |
|    | Vậy $I = \frac{2\sqrt{2} + 2}{3}$                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |
|    |                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| 5a | <b>Giải phương trình <math>\log_2^2 x - 4 \log_4 x^3 + 5 = 0</math>.</b>                                                                                                                                                                                 | <b>0,5</b> |
|    | ĐK: $x > 0$<br>$\log_2^2 x - 4 \log_4 x^3 + 5 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 6 \log_2 x + 5 = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 5 \end{cases}$                                                                           | 0,25       |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 32 \end{cases}$                                                                                                                                                                                              | 0,25       |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |            |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5b | <b>Tìm hệ số của số hạng chứa <math>x^4</math> trong khai triển của biểu thức <math>\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^8</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>0,5</b> |
|    | Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_8^k x^{2 \cdot 8 - k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = -2^k C_8^k x^{16-3k}$                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25       |
|    | Để số hạng chứa $x^4$ thì $16 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 4$<br>Vậy hệ số cần tìm là $-2^4 C_8^4 = 1120$                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25       |
| 6a | <b>Trong không gian với hệ tọa độ <math>Oxyz</math>, cho điểm <math>I(7;4;6)</math> và mặt phẳng <math>P: x + 2y - 2z + 3 = 0</math>. Lập phương trình của mặt cầu <math>S</math> có tâm <math>I</math> và tiếp xúc với mặt phẳng <math>P</math>.</b>                                                                                                                                | <b>0,5</b> |
|    | Có $R = d(I, P) = \frac{ 1 \cdot 7 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 6 + 3 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25       |
|    | Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là<br>$(x - 7)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 = 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25       |
|    | <b>Tìm tọa độ tiếp điểm của <math>P</math> và <math>S</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>0,5</b> |
| 6b | Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $I$ và vuông góc với mặt phẳng $P$ .<br>Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ là $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (1; 2; -2)$<br>Vậy phương trình đường thẳng $d$ là $\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 4 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 6 - 2t \end{cases}$                                                                                                 | 0,25       |
|    | Gọi $H$ là tiếp điểm cần tìm, khi đó $H$ là giao điểm của $d$ và $P$<br>Do đó $H(7 + t; 4 + 2t; 6 - 2t) \in P$<br>Mặt khác $H \in P$ nên $7 + t + 2(4 + 2t) - 2(6 - 2t) + 3 = 0$<br>$\Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$<br>Vậy $H\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; \frac{22}{3}\right)$ là điểm cần tìm                                                                                | 0,25       |
| 7  | <b>Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình thoi cạnh <math>a</math>, <math>\angle ABC = 60^\circ</math>, cạnh <math>SA</math> vuông góc với đáy và <math>SC</math> tạo với đáy một góc <math>60^\circ</math>. Tính theo <math>a</math> thể tích khối chóp <math>S.ABCD</math> và khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>AB</math> và <math>SD</math>.</b> | <b>1,0</b> |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|   | <p>Ta có <math>\triangle ABC</math> đều nên <math>AC = a</math>.</p> <p>Có <math>BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}</math></p> <p>Suy ra <math>S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>Mặt khác <math>SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}</math>.</p> <p>Vậy <math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{2}</math></p> | 0,25 |
|   | <p>Do <math>AB \parallel CD</math> nên <math>d_{AB, SD} = d_{AB, SCD} = d_{A, SCD}</math></p> <p>Gọi <math>H</math> là trung điểm của <math>CD</math>. Do <math>\triangle ACD</math> đều nên <math>AH \perp CD</math>.</p> <p>Trong tam giác <math>SAH</math> kẻ <math>AK \perp SH</math></p> <p>Khi đó <math>d_{A, SCD} = AK</math></p>                                                                           | 0,25 |
|   | <p>Ta có <math>AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>AK = \frac{AH \cdot SA}{\sqrt{AH^2 + SA^2}} = \frac{\sqrt{15}}{5} a</math></p> <p>Vậy <math>d_{AB, SD} = \frac{a\sqrt{15}}{5}</math></p>                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| 8 | <p><b>Trong mặt phẳng hệ tọa độ <math>Oxy</math>, cho tam giác <math>ABC</math> nội tiếp đường tròn tâm <math>O(0;0)</math>. Biết chân đường cao hạ từ đỉnh <math>A</math> và <math>C</math> lần lượt là <math>M(-1;0)</math> và <math>N(1;1)</math>. Hãy tìm tọa độ các đỉnh của tam giác, biết đỉnh <math>B</math> nằm trên đường thẳng <math>3x + y - 1 = 0</math>.</b></p>                                     | 1,0  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    |  <p>Ta chứng minh <math>OB \perp MN</math>.</p> <p>Ta có tứ giác <math>ANMC</math> nội tiếp nên <math>BAC + NMC = 180^\circ</math>.</p> <p>Mà <math>BMN + NMC = 180^\circ</math>. Suy ra <math>BAC = BMN = BOH</math>, với <math>H</math> là chân đường cao của <math>O</math> xuống cạnh <math>BC</math>.</p> <p>Mà <math>OBH + BOH = 90^\circ</math>, suy ra <math>OBH + BMN = 90^\circ</math>. Vậy <math>OB \perp MN</math></p> <p>Khi đó ta có đường thẳng <math>OB</math> có phương trình <math>2x + y = 0</math>.</p> | 0,25 |
|    | Ta tìm được $B \ 1; -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|    | Có $BN : x = 1, BM : x + y + 1 = 0, CN : y = 1, AM : -x + y - 1 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|    | Suy ra $A \ 1; 2, C \ -2; 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|    | <p><b>Một nhà máy dùng hai loại nguyên liệu là khoai mì và ngô để chế biến ít nhất 140 kg thức ăn cho gà và 90 kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn khoai mì giá 4 triệu đồng, có thể chế biến được 20 kg thức ăn cho gà và 6 kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn ngô giá 3 triệu đồng, có thể chế biến được 10 kg thức ăn cho gà và 15 kg thức ăn cho cá. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí nguyên liệu là ít nhất biết rằng kho nguyên liệu của nhà máy còn lại 10 tấn khoai mì và 9 tấn ngô.</b></p>                                                                                         | 0,5  |
| 9a | <p>Gọi <math>x, y</math> (tấn) lần lượt là khối lượng khoai mì và ngô được sử dụng</p> <p>Ta có chi phí nguyên liệu là <math>T \ x, y = 4x + 3y</math></p> <p>Theo các giả thiết trên ta có hệ bất phương trình</p> $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 6x + 15y \geq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$                                                                                                                                                             | 0,25 |
|    | <p>Vẽ đồ thị biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình trên.</p> <p>Khi đó ta được <math>T \ x, y_{\min} = 32 = T \ 5, 4</math></p> <p>Vậy để chi phí là thấp nhất thì nhà máy nên sử dụng 5 tấn khoai mì và 4 tấn ngô.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
| 9b | <p><b>Giải phương trình:</b></p> $\frac{2x^5 + 3x^4 - 14x^3}{\sqrt{x+2}} = \left(4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2\right) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+2}}\right) (*)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5  |
|    | <p>ĐK: <math>x &gt; -2</math></p> <p><math>* \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 14 = 4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2\sqrt{x+2} - 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |            |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|           | $\Leftrightarrow x^3 - 2 - 2x + 7 = 4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2 \left( \frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2} \right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^3 - 2x + 7 - \sqrt{x+2} + 2 = 4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2 \end{cases} **$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |
|           | $** \Leftrightarrow x^3 - 2x + 7 - \sqrt{x+2} + 4x^4 + 14x^3 = 4x^4 + 14x^3 + 3x^2 + 2$ $\Leftrightarrow x^3 - 2x + 7 - \sqrt{x+2} = 3x^2 + 2 \Leftrightarrow -2x + 7 - \sqrt{x+2} = \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x}$ $\Leftrightarrow 2 - \sqrt{x+2}^3 + 3\sqrt{x+2} = \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x} ***$ <p>Xét <math>f(t) = 2t^3 + 3t</math>, có <math>f'(t) = 6t^2 + 3 &gt; 0, \forall t</math></p> <p>Từ *** ta có <math>f(\sqrt{x+2}) = f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{x}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^3 + 2x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x + 1 - x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ <p>Vậy phương trình có hai nghiệm <math>x = 2, x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}</math></p> | 0,25       |
| <b>10</b> | <b>Cho các số thực <math>a, b, c</math> không âm và thỏa mãn <math>a^2 + b^2 + c^2 = 3</math>. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P = ab + bc + ca + 5a + 5b + 5c + 4</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>1,0</b> |
|           | <p>Ta có <math>a^2 + b^2 + c^2 \leq (a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)</math></p> $\Leftrightarrow 3 \leq (a+b+c)^2 \leq 9 \Leftrightarrow \sqrt{3} \leq a+b+c \leq 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |
|           | <p>Đặt <math>t = a + b + c, t \in [\sqrt{3}; 3]</math></p> <p>Ta có <math>ab + bc + ca = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} = \frac{t^2 - 3}{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25       |
|           | <p>Suy ra <math>P(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t + \frac{5}{2}</math></p> $P'(t) = t + 5 > 0, \forall t \in [\sqrt{3}; 3]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25       |
|           | Vậy $P_{\max} = 22$ với $t = 3$ khi đó $a = b = c = 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |            |

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Câu 2 (1,0điểm).** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$  (1). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ  $x_A = 1$ . Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại A vuông góc với đường thẳng  $d: y = \frac{1}{4}x - 2016$ .

**Câu 3 (1,0điểm).**

1) Tìm môđun của số phức z biết:  $(2+i)(1-iz) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = (3-2i)z$

2) Giải bất phương trình:  $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ .

**Câu 4 (1,0điểm).** Tính tích phân sau:  $I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2+1)\ln x + 1}{x \ln x} dx$

**Câu 5 (1,0điểm).**

1) Giải phương trình:  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = 0$ .

2) Cuộc thi tìm kiếm tài năng trường THPT Thạnh An lần II năm học 2015 – 2016 tuyển được 14 tiết mục để công diễn, trong số đó lớp 11A2 có 2 tiết mục được chọn. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 2 nhóm công diễn, mỗi nhóm 7 tiết mục. Tính xác suất để 2 tiết mục của lớp 11A2 được biểu diễn trong cùng một nhóm.

**Câu 6 (1,0điểm).** Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P):  $2x + y - 2z + 1 = 0$  và hai điểm

$A(1; -2; 3), B(3; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P). Tìm điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến (Q) bằng  $\sqrt{17}$ .

**Câu 7 (1,0điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi có cạnh bằng  $a\sqrt{3}$ ,  $BAD = 120^\circ$  và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết mặt phẳng (SBC) và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.

**Câu 8 (1,0điểm).** Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm  $H(1; 2)$  là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm  $M\left(\frac{9}{2}; 3\right)$  là trung điểm cạnh BC, Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ADH là  $d: 4x + y - 4 = 0$ . Viết phương trình cạnh BC.

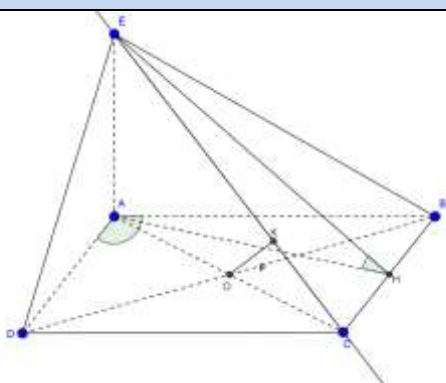
**Câu 9 (1,0điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x - xy = y^3 + y^2 + y + 1 \\ x^3 - 9y^2 + 6x - 18y - 15 = 3\sqrt{6x^2 + 2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

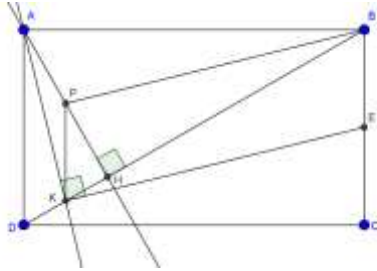
**Câu 10 (1,0điểm).** Cho a, b, c thuộc đoạn  $[1; 2]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab + bc + ca)}$

---HẾT---

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Điểm |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1   | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|     | TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in D$<br>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ .<br>Hàm số không có cực trị.                                                                                                                                    | 0.25 |
|     | - Giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:<br>$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang.<br>$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng. | 0.25 |
|     | Bảng biến thiên                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |
|     | Đồ thị                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25 |
| 2   | Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$ (1). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ $x_A = 1$ . Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại A vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{4}x - 2016$ .                                                                                          |      |
|     | Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |
|     | Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm A là: $y'(1) = -4m$                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|     | Tiếp tuyến tại A vuông góc với đường thẳng d $\Leftrightarrow y'(1) \cdot \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow m = 1$                                                                                                                                                                                                             | 0.5  |
| 3   | 1) Tìm mô đun của số phức z biết: $(2+i)(1-iz) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = (3-2i)z$                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|     | $(2+i)(1-iz) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = (3-2i)z \Leftrightarrow 2+i - (2+i)iz + 3+i = (3-2i)z$<br>$\Leftrightarrow 2z = 5+2i$                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|     | $\Rightarrow z = \frac{5}{2} + i \Rightarrow  z  = \frac{\sqrt{29}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
|     | 2) Giải bất phương trình: $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ .                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|     | ĐK: $x > \frac{3}{4}$ .<br>Khi đó: $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3[(2x+3).9]$                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|     | $\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq (2x+3).9 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3$<br>Kết hợp điều kiện, nghiệm của BPT là: $\frac{3}{4} < x \leq 3$                                                                                                                                 | 0.25 |
| 4   | Tính tích phân sau: $I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2+1)\ln x + 1}{x \ln x} dx$                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|     | $I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2+1)\ln x + 1}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{x^2+1}{x} dx + \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx = J + K$                                                                                                       | 0.25 |
|     | $J = \int_e^{e^2} \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln x \right) \Big _e^{e^2} = \frac{e^4 - e^2}{2} + 1$                                                                                                                                                                                              | 0.25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | $K = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{\ln x} d \ln x = \ln  \ln x  \Big _e^{e^2} = \ln 2$                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|   | $I = \frac{e^4 - e^2}{2} + 1 + \ln 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |
| 5 | 1) Giải phương trình: $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|   | $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x + \frac{\pi}{3}\right)$                                                                                                                                          | 0.25 |
|   | $\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{5\pi}{6} + x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{5\pi}{6} + x + k2\pi \\ 2x = -\left(\frac{5\pi}{6} + x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$            | 0.25 |
|   | 2) Cuộc thi tìm kiếm tài năng trường THPT Thạnh An lần II năm học 2015 – 2016 tuyển được 14 tiết mục đề công diễn, trong số đó lớp 11A2 có 2 tiết mục được chọn. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 2 nhóm công diễn, mỗi nhóm 7 tiết mục. Tính xác suất để 2 tiết mục của lớp 11A2 được biểu diễn trong cùng một nhóm. |      |
|   | Số cách chia 14 tiết mục thành hai nhóm, mỗi nhóm 7 tiết mục là $C_{14}^7 \cdot C_7^7 \Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^7$                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|   | Gọi A là biến cố “cả 2 tiết mục của lớp 11A2 diễn cùng một nhóm”<br>$\Rightarrow n(A) = 2 \cdot C_{12}^5 \Rightarrow P(A) = \frac{2C_{12}^5}{C_{14}^7} = \frac{6}{13}$                                                                                                                                                                 | 0.25 |
| 6 | Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P). Tìm điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến (Q) bằng $\sqrt{17}$ .                                                                                  |      |
|   | Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -4)$ , mp(P) có VTPT $\vec{n}_p = (2; 1; -2)$                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|   | mp(Q) có vtpt là $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_p] = (-4; -4; -6) \Rightarrow (Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$ .                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |
|   | $M \in Ox. \Leftrightarrow M(m; 0; 0), d(M; (Q)) = \sqrt{17} \Leftrightarrow \frac{ 2m - 7 }{\sqrt{17}} = \sqrt{17} (*)$                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |
|   | Giải (*) tìm được $m = 12, m = -5$ . Vậy: M(12; 0; 0) hoặc M(-5; 0; 0)                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |
| 7 | Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ , $\angle BAD = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết mặt phẳng (SBC) và đáy bằng $60^\circ$ . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.                                                                  |      |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Do đáy ABCD là hình thoi có <math>BAD = 120^\circ</math> nên các tam giác ABC, ADC đều cạnh <math>a\sqrt{3}</math>. Gọi H là trung điểm của BC, ta có: <math>AH \perp BC</math>, <math>SA \perp BC \Rightarrow BC \perp SH</math></p> <p>Do đó: <math>((SBC); (ABCD)) = (AH; SH) = SHA = 60^\circ</math></p>                                                                                                                                                                                                                  |      |
|   | <p>Tam giác SAH vuông tại A: <math>SA = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}</math></p> $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$ <p>Vậy: <math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|   | <p>Gọi <math>O = AC \cap BD</math>.<br/>         Vì <math>BD \perp AC</math> và <math>BD \perp SA</math> nên <math>BD \perp (SAC)</math>.<br/>         Kẻ <math>OK \perp SC</math> tại K <math>\Rightarrow OK</math> là đường vuông góc chung của BD và SC<br/> <math>\Rightarrow d(BD; SC) = OK</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|   | <p>Tam giác SAC đồng dạng tam giác OKC <math>\Rightarrow OK = \frac{3a\sqrt{7}}{14}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |
| 8 | <p>Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm <math>H(1; 2)</math> là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm <math>M\left(\frac{9}{2}; 3\right)</math> là trung điểm cạnh BC, Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ADH là <math>d: 4x + y - 4 = 0</math>. Viết phương trình cạnh BC.</p>                                                                                                                                                                                                                |      |
|   |  <p>Gọi K là trung điểm của DH, P là trung điểm của AH.<br/>         Ta có: <math>KP \parallel AD \Rightarrow KP \perp AB</math><br/>         Mặt khác: <math>AH \perp BD</math><br/> <math>\Rightarrow P</math> là trực tâm tam giác ABK <math>\Rightarrow BP \perp AK</math> (1)<br/>         Lại có: Tứ giác BMKP là hình bình hành nên <math>BP \parallel KM</math> (2)<br/>         Từ (1) và (2) ta được: <math>AK \perp KM</math>.</p> | 0.25 |
|   | <p>Đường thẳng KM qua M và vuông góc với AK nên KM: <math>x - 4y + \frac{15}{2} = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |
|   | <p><math>K = AK \cap KM \Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 2\right)</math>. Do K là trung điểm của DH <math>\Rightarrow D(0; 2)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|   | <p>Đường thẳng BD đi qua K và H nên BD: <math>y - 2 = 0</math>, Đường thẳng AH: <math>x - 1 = 0</math>.<br/> <math>A = AH \cap d \Rightarrow A(1; 0)</math><br/>         Đường thẳng BC qua M và song song với AD nên BC: <math>2x + y - 12 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
| 9 | <p>Giải hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} x^3 - x^2 + x - xy = y^3 + y^2 + y + 1 &amp; (1) \\ x^3 - 9y^2 + 6x - 18y - 15 = 3\sqrt{6x^2 + 2} &amp; (2) \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|           | $(1) \Leftrightarrow (x-y-1)(x^2+y^2+xy+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1 \\ x^2+y^2+xy+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1 \\ \left(x+\frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2+1=0 \text{ (vn)} \end{cases} \Rightarrow y=x-1$                                                                                        | 0.25 |
|           | <p>Thay <math>y = x - 1</math> vào (2), ta được:</p> $x^3 - 9x^2 + 6x - 6 = 3\sqrt[3]{6x^2 + 2} \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 3(x-1) = (6x^2 + 2) + 3\sqrt[3]{6x^2 + 2}$ $\Leftrightarrow (x-1)^3 + 3(x-1) = \left(\sqrt[3]{6x^2 + 2}\right)^3 + 3\sqrt[3]{6x^2 + 2} \Leftrightarrow f(x-1) = f\left(\sqrt[3]{6x^2 + 2}\right) (*)$ | 0.25 |
|           | <p>Xét hàm số <math>f(t) = t^3 + 3t, t \in \mathbb{R}, f'(t) = 3t^2 + 3 &gt; 0, \forall t \in \mathbb{R}</math><br/> <math>\Rightarrow</math> hàm số <math>f(t)</math> đồng biến trên <math>\mathbb{R}</math></p>                                                                                                                           | 0.25 |
|           | $(*) \Leftrightarrow x-1 = \sqrt[3]{6x^2 + 2} \Leftrightarrow 6x^2 + 2 = (x-1)^3 \Leftrightarrow (x+1)^3 = 2(x-1)^3$ $\Leftrightarrow x+1 = \sqrt[3]{2}(x-1) \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1} \Rightarrow y = \frac{2}{\sqrt[3]{2}-1}$                                                                               | 0.25 |
| <b>10</b> | <p>Cho <math>a, b, c</math> thuộc đoạn <math>[1;2]</math>. Tìm GTNN của <math>P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab+bc+ca)}</math></p>                                                                                                                                                                                                              |      |
|           | $P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab+bc+ca)} = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(a+b)c + 4ab}$ <p>Do <math>4ab \leq (a+b)^2</math> nên <math>P \geq \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(a+b)c + (a+b)^2} = \frac{\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2}{1 + 4\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2}</math></p>             | 0.25 |
|           | <p>Đặt <math>t = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}</math> vì <math>a, b, c \in [1;2]</math> nên <math>t</math> thuộc <math>[1;4] \Rightarrow P \geq \frac{t^2}{4 + 4t + t^2} = f(t),</math></p>                                                                                                                                                     | 0.25 |
|           | $f'(t) = \frac{4t^2 + 2t}{(1 + 4t + t^2)^2} > 0 \quad \forall t \in [1;4]$ <p><math>\Rightarrow</math> Hàm số <math>f(t)</math> đồng biến trên <math>[1;4]</math> nên <math>\min f(t) = f(1) = \frac{1}{6}</math></p>                                                                                                                       | 0.25 |
|           | <p><math>\Rightarrow P \geq \frac{1}{6}</math>. Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b</math> và <math>\frac{a+b}{c} = 1 \Leftrightarrow a = b = 1, c = 2</math> (vì <math>a, b, c \in [1;2]</math>)</p> <p>Vậy <math>\min P = \frac{1}{6}</math> khi <math>a = b = 1, c = 2</math></p>                                                             | 0.25 |

**Câu 1 (1,0 điểm)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$

**Câu 2 (1,0 điểm)** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$  trên đoạn  $[-1; 0]$

**Câu 3 (1,0 điểm)**

a) Tìm môđun của số phức  $z$  thỏa:  $(1+i)\bar{z} - 4 - 4i = 2 + 4i$

b) Giải phương trình:  $4^{x-1} + 2^{x+1} - 21 = 0$

**Câu 4 (1,0 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_1^2 x \left( e^x - \frac{1}{x} \right) dx$

**Câu 5 (1,0 điểm)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 7; 3)$  và đường thẳng  $(d): \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $(d)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $(d)$  sao cho  $AM = 2\sqrt{30}$ .

**Câu 6 (1,0 điểm)**

a) Giải phương trình:  $2\cos 2x + 8\sin x - 5 = 0$

b) Một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu vàng và 8 viên bi màu xanh. Cùng một lần lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tìm xác suất sao cho trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ.

**Câu 7 (1,0 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 2a$ ,  $BAC = 60^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB, SA$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$  và khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(CMN)$ .

**Câu 8 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 15. Đường thẳng  $AB$  có phương trình  $x - 2y = 0$ . Trọng tâm tam giác  $BCD$  là  $G\left(\frac{16}{3}; \frac{13}{3}\right)$ . Tìm tọa độ bốn đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$  biết điểm  $B$  có tung độ lớn hơn 3.

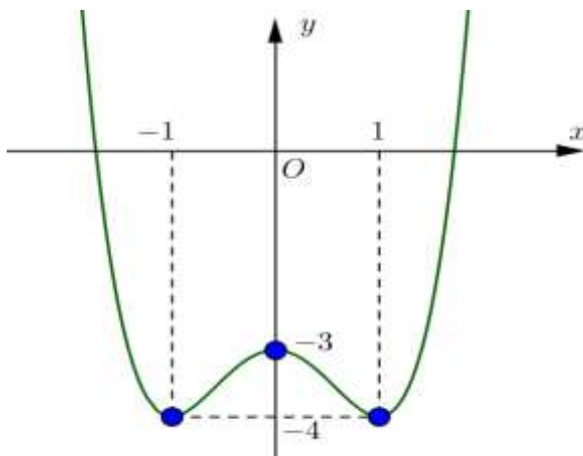
**Câu 9 (1,0 điểm)**

a) Từ cảng  $A$  dọc theo đường sắt  $AB$  cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa  $C$  và xây dựng một con đường từ  $C$  đến  $D$ . Biết rằng vận tốc trên đường sắt là  $v_1$  và trên đường bộ là  $v_2$  ( $v_1 < v_2$ ). Hãy xác định phương án chọn địa điểm  $C$  để thời gian vận chuyển hàng từ cảng  $A$  đến cảng  $D$  là ngắn nhất?

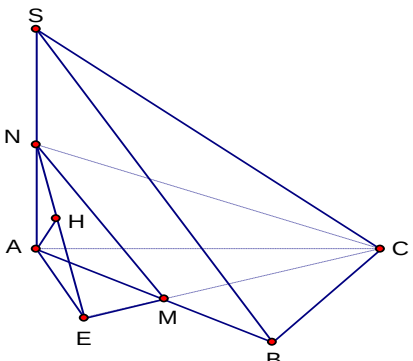
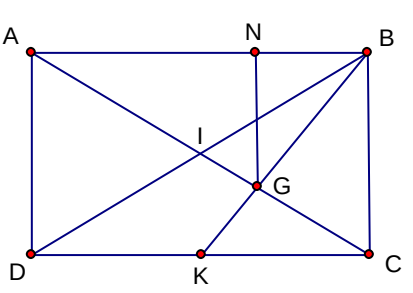
b) Giải bất phương trình:  $\frac{\sqrt{x(x+2)}}{\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x}} \geq 1$

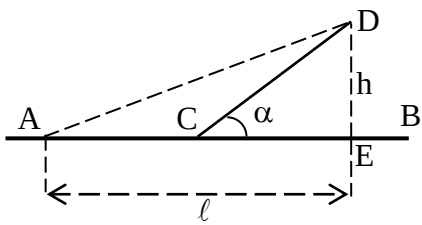
**Câu 10 (1,0 điểm)** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $P = (a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2)$

----- HẾT -----  
**ĐÁP ÁN**

| Câu                                                                                                                                                                                                              | Đáp Án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Điểm      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|------|------|------|-----------|------|
| 1                                                                                                                                                                                                                | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 1,0       |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | TXĐ: $D = \mathbb{R}$<br>Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$<br>Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x + 9$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | BBT: <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>0</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>-4</math></td><td><math>-3</math></td><td><math>-4</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> | $x$       | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$       | $+\infty$ | $y'$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $y$ | $+\infty$ | $-4$ | $-3$ | $-4$ | $+\infty$ | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                  | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $-\infty$ | $-1$      | $0$  | $1$       | $+\infty$ |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $y'$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $-$       | $0$       | $+$  | $0$       | $+$       |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
| $y$                                                                                                                                                                                                              | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $-4$      | $-3$      | $-4$ | $+\infty$ |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
| Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ , $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$<br>Hàm số đạt CĐ tại $x = 0, y_{CD} = -3$ ; Hàm số đạt CĐ tại $x = \pm 1, y_{CT} = -4$<br>Đồ thị: | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                               | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
| 2                                                                                                                                                                                                                | Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên đoạn $[-1; 0]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 1,0       |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | Hàm số xđ và liên tục trên đoạn $[-1; 0]$ . Ta có: $f'(x) = 2x + \frac{2}{1 - 2x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [-1; 0] \\ x = -\frac{1}{2} \in [-1; 0] \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $f(-1) = 1 - \ln 3$ ; $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2$ ; $f(0) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $\min_{[-1; 0]} y = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2$ ; $\max_{[-1; 0]} y = f(0) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
| 3a                                                                                                                                                                                                               | Tìm môđun của số phức $z$ thỏa: $(1 + i)\bar{z} - 4 - 4i = 2 + 4i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5       |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $(1 + i)\bar{z} - 4 - 4i = 2 + 4i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | $\Leftrightarrow \bar{z} = 7 + i \Rightarrow z = 7 - i \Rightarrow  z  = 5\sqrt{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25      |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |
| 3b                                                                                                                                                                                                               | Giải phương trình: $4^{x-1} + 2^{x+1} - 21 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,5       |           |      |           |           |           |      |     |     |     |     |     |     |           |      |      |      |           |      |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | $4^{x-1} + 2^{x+1} - 21 = 0 \Leftrightarrow 4^x + 8 \cdot 2^x - 84 = 0$<br>Đặt $t = 2^x > 0$ , ta có: $t^2 + 8t - 84 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -14 \text{ (l)} \\ t = 6 \text{ (n)} \end{cases}$                                                                           | 0,25 |
|    | Với $t = 6 \Rightarrow 2^x = 6 \Leftrightarrow x = \log_2 6$                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|    | <b>Câu 4 (1,0 điểm)</b> Tính tích phân $I = \int_1^2 x \left( e^x - \frac{1}{x} \right) dx$                                                                                                                                                                                            | 1,0  |
|    | $I = \int_1^2 x e^x dx - \int_1^2 dx = I_1 - I_2$                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
| 4  | Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|    | $\Rightarrow I_1 = x e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^x \Big _1^2 = e^2$                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|    | $I_2 = x \Big _1^2 = 1 \Rightarrow I = e^2 - 1$                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|    | Trong không gian $Oxyz$ , cho điểm $A(1; 7; 3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ . Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với đường thẳng $(d)$ . Tìm tọa độ điểm $M$ thuộc đường thẳng $(d)$ sao cho $AM = 2\sqrt{30}$ . | 1,0  |
| 5  | VTPT của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n} = (-3; -2; 1) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n} = (-3; -2; 1)$                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|    | Phương trình mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 14 = 0$                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|    | $M \in d \Rightarrow M(6-3t; -1-2t; -2+t)$                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|    | $AM = 2\sqrt{30} \Leftrightarrow AM^2 = 120 \Leftrightarrow 14t^2 - 8t - 6 = 0$                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|    | $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(3; -3; -1) \\ M\left(\frac{51}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{17}{7}\right) \end{cases}$                                                                                                    | 0,25 |
|    | <b>Giải phương trình: <math>2 \cos 2x + 8 \sin x - 5 = 0</math></b>                                                                                                                                                                                                                    | 0,5  |
|    | $2 \cos 2x + 8 \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
| 6a | $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} \text{ (VN)} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$                                                              | 0,25 |
|    | <b>Một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu vàng và 8 viên bi màu xanh. Cùng một lần lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tìm xác suất sao cho trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ</b>                                                                                        | 0,5  |
| 6b | Gọi $A$ là biến cố thỏa yêu cầu<br>Số cách chọn ra 3 viên bi từ 20 viên bi là $C_{20}^3 \Rightarrow  \Omega  = C_{20}^3 = 1140$                                                                                                                                                        | 0,25 |
|    | Chọn ra 3 viên bi từ 15 viên bi (không phải màu đỏ): có $C_{15}^3$ cách<br>$\Rightarrow  A  = C_{15}^3 \Rightarrow P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{C_{15}^3}{C_{20}^3} = \frac{91}{228}$                                                                                           | 0,25 |
| 7  | Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$ , $AB = 2a$ , $BAC = 60^\circ$ . Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm của cạnh $AB, SA$ . Tính theo $a$ thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách        | 1,0  |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(CMN)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|   | <p>Xét tam giác <math>ABC</math> có: <math>BC = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = 2a^2\sqrt{3}</math></p>                                                                                                                                                          | 0,25 |
|   | $\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = 2a^3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |
|   | <p>Do <math>N</math> là trung điểm <math>SA</math> nên <math>d(B, (CMN)) = d(A, (CMN))</math><br/> Kẻ <math>AE \perp CM, AH \perp NE</math>.<br/> Chứng minh được: <math>AH \perp (CMN) \Rightarrow d(A, (CMN)) = AH</math></p>                                                                                                                                              | 0,25 |
|   | <p><math>\Delta AEM, \Delta MBC</math> đồng dạng nên <math>AE = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}</math></p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AN^2} \Rightarrow d(B, (CMN)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{29}} = \frac{2a\sqrt{87}}{29}$                                                                                                                              | 0,25 |
| 8 | <p>Trong mặt phẳng <math>Oxy</math>, cho hình chữ nhật <math>ABCD</math> có diện tích bằng 15. Đường thẳng <math>AB</math> có phương trình <math>x - 2y = 0</math>. Trọng tâm tam giác <math>BCD</math> là <math>G\left(\frac{16}{3}; \frac{13}{3}\right)</math>. Tìm tọa độ bốn đỉnh của hình chữ nhật <math>ABCD</math> biết điểm <math>B</math> có tung độ lớn hơn 3.</p> | 1,0  |
|   | <p><math>d(G, AB) = GN = \frac{10}{3\sqrt{5}} \Rightarrow BC = \frac{3}{2}GN = \sqrt{5}</math></p> <p><math>\Rightarrow AB = 3\sqrt{5}</math></p> <p>Đường thẳng <math>d</math> qua <math>G</math>, vuông góc với <math>AB</math>: <math>d: 2x + y - 15 = 0</math></p>                   | 0,25 |
|   | $N = d \cap AB \Rightarrow N(6; 3) \Rightarrow NB = \frac{1}{3}AB = \sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|   | $B \in BC \Rightarrow B(2b; b); NB = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \text{ (l)} \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow B(8; 4)$                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|   | $\vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{AG} \Rightarrow C(7; 6) \Rightarrow D(1; 3)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | Từ cảng A dọc theo đường sắt AB cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa C và xây dựng một con đường từ C đến D. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là $v_1$ và trên đường bộ là $v_2$ ( $v_1 < v_2$ ). Hãy xác định phương án chọn địa điểm C để thời gian vận chuyển hàng từ cảng A đến cảng D là ngắn nhất?                                                                                                                                 | 0,5  |
| 9a | <p>Gọi <math>t</math> là thời gian vận chuyển hàng hóa từ cảng A đến cảng D.<br/>Thời gian <math>t</math> là:</p> $t = \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{AE - CE}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{l - h \cot \alpha}{v_1} + \frac{h}{v_2 \sin \alpha}$ $= \frac{l - h \cot \alpha}{v_1} + \frac{h}{v_2 \sin \alpha}$                                           | 0,25 |
|    | <p>Xét hàm số <math>t(\alpha) = \frac{l - h \cot \alpha}{v_1} + \frac{h}{v_2 \sin \alpha}</math>. Ứng dụng Đạo hàm ta được <math>t(\alpha)</math> nhỏ nhất khi <math>\cos \alpha = \frac{v_2}{v_1}</math>. Vậy để <math>t</math> nhỏ nhất ta chọn C sao cho <math>\cos \alpha = \frac{v_2}{v_1}</math>.</p>                                                                                                                                          | 0,25 |
|    | Giải bất phương trình: $\frac{\sqrt{x(x+2)}}{\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x}} \geq 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,5  |
| 9b | <p>ĐK: <math>x \geq 0</math><br/> Với <math>x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x} &gt; 0</math> nên bpt <math>\Leftrightarrow \sqrt{x(x+2)} \geq \sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x}</math><br/> <math>\Leftrightarrow x^2 + 2x \geq x^3 + 3x^2 + 4x + 1 - 2(x+1)\sqrt{x(x+1)}</math><br/> <math>\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2(x+1)\sqrt{x(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow (x+1) \left[ x^2 + x + 1 - 2\sqrt{x(x+1)} \right] \leq 0</math></p> | 0,25 |
|    | <p><math>\Leftrightarrow x^2 + x + 1 - 2\sqrt{x(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \left( \sqrt{x(x+1)} - 1 \right)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x(x+1)} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}</math><br/> Do <math>x \geq 0</math> nên <math>x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}</math></p>                                                                                                                                                     | 0,25 |
|    | Cho các số thực không âm $a, b, c$ thỏa $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = (a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,0  |
| 10 | <p>Không mất tính tổng quát, giả sử <math>0 \leq a \leq b \leq c \leq 3</math><br/> <math>\Rightarrow \begin{cases} a(a-b) \leq 0 \\ a(a-c) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - ab + b^2 \leq b^2 \\ a^2 - ac + c^2 \leq c^2 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|    | <p>Do đó: <math>P \leq b^2 c^2 (b^2 - bc + c^2) = b^2 c^2 ((b+c)^2 - 3bc)</math><br/> Ta có: <math>b+c \leq a+b+c = 3 \Rightarrow P \leq (bc)^2 (9 - 3bc) = 9(bc)^2 - 3(bc)^3</math><br/> BĐT Côsi: <math>2\sqrt{bc} \leq b+c \leq 3 \Rightarrow 0 \leq bc \leq \frac{9}{4}</math></p>                                                                                                                                                               | 0,25 |
|    | <p>Xét hàm số <math>f(t) = 9t^2 - 3t^3, 0 \leq t \leq \frac{9}{4}</math><br/> <math>\Rightarrow f(t) \leq \max_{\left[0; \frac{9}{4}\right]} f(t) = f(2) = 12 \Rightarrow P \leq 12</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|    | Vậy $\max P = 12$ tại $(a, b, c) = (0, 1, 2)$ và các hoán vị của chúng                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |

**Câu 1 (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  (C)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.  
b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(-1;1)$  và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

**Câu 2 (1,0 điểm)** Giải các phương trình sau:

- a)  $1 + 3\cos x + \cos 2x - 2\cos 3x = 4\sin x \cdot \sin 2x$   
b)  $7^x + 2 \cdot 7^{1-x} - 9 = 0$

**Câu 3. (0,5 điểm)** Tìm số phức  $z$  sao cho  $(1+2i)z$  là số thuần ảo và  $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$

**Câu 4 (0,5 điểm)** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển:  $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$

**Câu 5 (1,0 điểm)** Tính tích phân:  $I = \int_0^1 (1+e^x)xdx$

**Câu 6 (1.0 điểm)**

Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , mặt bên  $BCC'B'$  là hình vuông,  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $CC'$  và  $B'C'$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $A'B'$  và  $MN$ .

**Câu 7 (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(2;1;-3)$ ,  $B(4;3;-2)$ ,  $C(6;-4;-1)$ . Chứng minh rằng  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác vuông và viết phương trình mặt cầu tâm  $A$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

**Câu 8 (1.0 điểm)**

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 3x - 5y + 6 = 0$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $H(2;2)$  và đoạn  $BC = \sqrt{5}$ .

Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$  biết điểm  $A$  có hoành độ dương.

**Câu 9 (1.0 điểm)**

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 5x^2 - 2y^2 + 10x - 3y + 6 = 0 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y \end{cases}$$

**Câu 10 (1.0 điểm)**

Cho ba số thực dương  $a, b, c$  và thỏa mãn điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

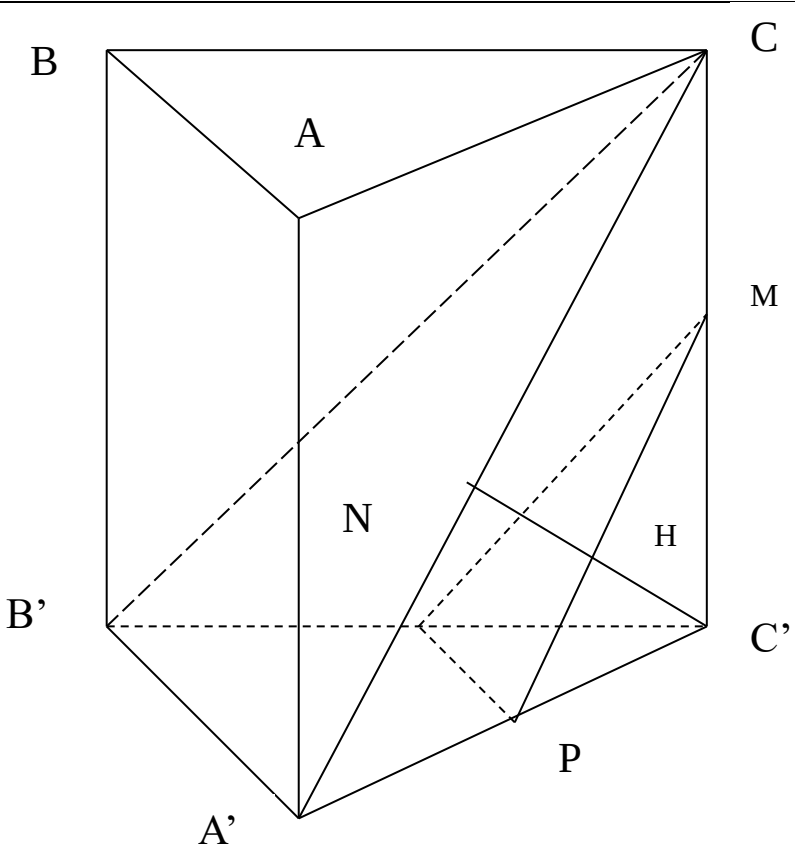
$$S = \frac{a^3 + b^3}{a + 2b} + \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} + \frac{c^3 + a^3}{c + 2a}.$$

-----Hết-----

Thí sinh không được dùng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

| Câu                                                                                                                   | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Điểm      |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|---|-----------|-----------|----|---|---|---|---|---|---|-----------|--|---|--|-----------|------|
| 1<br>(2.0 đ)                                                                                                          | Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (C).<br>a)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.                                                                                                                                                                                                      | 1,0       |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | • TXĐ $D = \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25      |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | • $y' = 3x^2 - 12x + 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$                                                                                                                                                  | 0,25      |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | • - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$                                                                                                                                                                                   |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | BBT                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td>3</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td>2</td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> | x         | $-\infty$ | 1 | 3         | $+\infty$ | y' | + | 0 | - | 0 | + | y | $-\infty$ |  | 2 |  | $+\infty$ | 0,25 |
|                                                                                                                       | x                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $-\infty$ | 1         | 3 | $+\infty$ |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | y'                                                                                                                                                                                                                                                                                              | +         | 0         | - | 0         | +         |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | y                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $-\infty$ |           | 2 |           | $+\infty$ |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
|                                                                                                                       | KL: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1); (3; +\infty)$<br>Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$<br>Hàm số đạt cực đại tại $x_{cd} = 1, y_{cd} = 2$<br>Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{ct} = 3, y_{ct} = -2$                                                                                |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
| • Đồ thị                                                                                                              | <div><math>f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2</math></div>                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25      |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
| b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C). | 1,0                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
| Đường thẳng đi qua 2 c ực trị A(1;2) và B(3;-2) là $y = -2x + 4$                                                      | 0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
| Ta có pt đt vuông góc với (AB) nên có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$                                                     | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |
| Vậy PT đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$                                                        | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |           |   |           |           |    |   |   |   |   |   |   |           |  |   |  |           |      |

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2<br>(1,0<br>đ) | a) Giải phương trình $1 + 3\cos x + \cos 2x - 2\cos 3x = 4\sin x \cdot \sin 2x$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,5  |
|                 | $(1) \Leftrightarrow 1 + 3\cos x + \cos 2x - 2\cos(2x + x) = 4\sin x \cdot \sin 2x$<br>$\Leftrightarrow 1 + 3\cos x + \cos 2x - 2(\cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x) = 4\sin x \cdot \sin 2x$<br>$\Leftrightarrow 1 + 3\cos x + \cos 2x - 2(\cos x \cdot \cos 2x + \sin x \cdot \sin 2x) = 0$<br>$\Leftrightarrow 1 + 3\cos x + \cos 2x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow 1 + \cos x + \cos 2x = 0$ | 0,25 |
|                 | $\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$                                                                                                                                                  | 0,25 |
|                 | b) Giải phương trình $7^x + 2 \cdot 7^{1-x} - 9 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,5  |
|                 | Đặt $t = 7^x, t > 0$ . Ta có phương trình: $t + \frac{14}{t} - 9 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 9t + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 7 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |
|                 | Với $t = 2$ , suy ra $7^x = 2 \Rightarrow x = \log_7 2$<br>Với $t = 7$ , suy ra $7^x = 7 \Rightarrow x = 1$<br>Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{\log_7 2; 1\}$ .                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
| 3<br>(0,5<br>đ) | Tìm số phức $z$ sao cho $(1+2i)z$ là số thuần ảo và $ 2z - \bar{z}  = \sqrt{13}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,5  |
|                 | Giả sử $z = a + bi$ ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), khi đó $(1+2i)z = (1+2i)(a+bi) = (a-2b) + (2a+b)i$<br>$(1+2i)z$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                 | $ 2z - \bar{z}  =  a + 3bi  =  2b + 3bi  = \sqrt{13b^2} = \sqrt{13} \Leftrightarrow b = \pm 1$<br>Có hai số phức thỏa mãn đề bài: $z = 2 + i$ ; $z = -2 - i$                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
| 4<br>(0,5<br>đ) | Tìm hệ số của số hạng chứa $x^5$ trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,5  |
|                 | $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14} = \left(x + 2x^{-2}\right)^{14} = \sum C_{14}^k x^{14-3k} \cdot 2^k$<br>số hạng chứa $x^5$ trong khai triển ứng với $k$ thỏa mãn $14 - 3k = 5 \Rightarrow k = 3$                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|                 | Hệ số cần tìm là $C_{14}^3 2^3 = 2912$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |              |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 5<br>(1,0đ) | Tính tích phân: $I = \int_0^1 (1+e^x)xdx$                                                                                                                                                                                                                                        | 1,0          |
|             | Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = (1+e^x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = x+e^x \end{cases}$                                                                                                                                                              | 0,25         |
|             | Khi đó: $I = x(x+e^x)\Big _0^1 - \int_0^1 (x+e^x)dx$                                                                                                                                                                                                                             | 0,25         |
|             | $\Rightarrow I = 1 + e - \left(\frac{x^2}{2} + e^x\right)\Big _0^1 = \frac{3}{2}$                                                                                                                                                                                                | 0,25<br>0,25 |
| 6<br>(1,0đ) | Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ . Có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại A, $AB = a$ , $AC = a\sqrt{3}$ , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, M, N lần lượt là trung điểm của $CC'$ và $B'C'$ . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và MN | 1.0          |
|             |                                                                                                                                                                                               |              |
|             | Ta có $BC = BB' = 2a$                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25         |
|             | $V_{ABC.A'B'C'} = BB' S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$                                                                                                                                                                                  | 0.25         |
|             | gọi P là trung điểm của $A'C'$ mp(CA'B') // mp(PMN) nên suy ra khoảng cách $d(A'B'; MN) = d(A'B'; (MNP)) = d(A'; (MNP)) = d(C'; (MNP)) = C'H$ (H là hình chiếu vuông góc của $C'$ lên mp(MNP))<br>Cm được H thuộc cạnh PM áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MPC'        | 0.25         |
|             | $C'H = \frac{C'M \cdot C'P}{\sqrt{C'P^2 + C'M^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$                                                                                                                                                                                                        | 0.25         |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 7<br>(1,0đ) | A(2;1;-3), B(4;3;-2), C(6;-4;-1). C/mA, B,C là ba đỉnh của một tam giác vuông và viết phương trình mặt cầu tâm A đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1,0  |
|             | Ta có: $\overrightarrow{AB}(2;2;1); \overrightarrow{AC}(4;-5;2) \Rightarrow \frac{2}{4} \neq \frac{2}{-5} \Rightarrow \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\Rightarrow A; B; C$ lập                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|             | thành tam giác. Mặt khác: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2.4 + 2.(-5) + 1.2 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$ suy ra ba điểm A; B; C là ba đỉnh của tam giác vuông.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|             | Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên G(4;0; -2). Ta có: $AG = \sqrt{6}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|             | Mặt cầu cần tìm có tâm A và bán kính $AG = \sqrt{6}$ nên có pt: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| 8<br>(1,0đ) | Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 3x - 5y + 6 = 0$ . Trọng tâm của tam giác ABC là H(2;2), $BC = \sqrt{5}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 1.0  |
|             | Gọi tâm đường tròn (C) là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và A(x;y) suy ra $\overrightarrow{AH}(2-x;2-y)$ M là trung điểm của BC                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|             | Học sinh tính được $AH = \sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |
|             | kết hợp với A thuộc đường tròn (C) nên ta có hệ phương trình<br>$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 3x - 5y + 6 = 0 \end{cases}$ Giải hệ ta được (x;y)=(0;3) (loại); Hoặc (x;y)=(1;4) (Nhận)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25 |
|             | Suy ra tọa độ của A(1;4), chứng minh được $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{IM}$<br>Từ $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{IM}$ ta tính được M(2;3/2) Do (BC) vuông góc với IM nên ta viết được phương trình (BC): $x-2y+1=0 \Leftrightarrow x=2y-1$ thay vào phương trình đường tròn (C) ta được<br>$(2y-1)^2 + y^2 - 3(2y-1) - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$<br>Suy ra tọa độ của B(1;1), C(3;2) hoặc B(3;2), C(1;1)<br>Vậy A(1;4), B(1;1), C(3;2) hoặc A(1;4), B(3;2), C(1;1) | 0.25 |
| 9<br>(1,0đ) | <b>Giải hệ</b> $\begin{cases} x^3 - y^3 + 5x^2 - 2y^2 + 10x - 3y + 6 = 0 & (1) \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y & (2) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1.0  |
|             | Điều kiện $x \geq -2; y \leq 4$<br>(1) $\Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 10x + 6 = y^3 + 2y^2 + 3y$<br>$\Leftrightarrow (x+1)^3 + 2(x+1)^2 + 3(x+1) = y^3 + 2y^2 + 3y$<br>Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t^2 + 3t, f'(t) = 3t^2 + 4t + 3 > 0 \forall t \in R$<br>Suy ra $f(x+1) = f(y) \Rightarrow y = x+1$ thay vào pt (2) ta được<br>Phương trình: $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|             | $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}) - 3 = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{(x+2)(3-x)} - 2)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3} = (x+1)(x^2 - 4)$<br>$\Leftrightarrow \frac{2[(x+2)(3-x) - 4]}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} = (x+2)(x^2 - x - 2)$<br>$\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} - (x+2)(x^2 - x - 2) = 0$                                                                                                                                                                                          | 0.25 |

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |            |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|                      | $\Leftrightarrow (x^2 - x - 2) \left[ x + 2 + \frac{2}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} \right] = 0$ $> 0 \text{ (vì } x \geq -2 \text{)}$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$ <p>Vậy hệ pt có nghiệm <math>(x; y) = (2; 3)</math>, <math>(x; y) = (-1; 0)</math></p> | 0.25       |
| <b>10<br/>(1,0đ)</b> | <p>Cho ba số thực dương <math>a, b, c</math> và thỏa mãn điều kiện <math>a^2 + b^2 + c^2 = 3</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : <math>S = \frac{a^3 + b^3}{a + 2b} + \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} + \frac{c^3 + a^3}{c + 2a}</math>.</p>                                                                                                     | <b>1.0</b> |
|                      | <p>Trước tiên ta chứng minh BĐT : <math>\frac{x^3 + 1}{x + 2} \geq \frac{7}{18}x^2 + \frac{5}{18} (x &gt; 0) (*)</math></p>                                                                                                                                                                                                                        | 0.25       |
|                      | <p><math>(*) \Leftrightarrow 18(x^3 + 1) \geq (x + 2)(7x^2 + 5)</math> luôn đúng với mọi <math>x &gt; 0</math>, dấu “=” xảy ra khi <math>x = 1</math><br/> <math>\Leftrightarrow (x - 1)^2(11x + 8) \geq 0</math></p>                                                                                                                              | 0.25       |
|                      | <p>Áp dụng (*) cho <math>x</math> lần lượt là <math>\frac{a}{b}; \frac{b}{c}; \frac{c}{a}</math><br/> <math>\frac{a^3 + b^3}{a + 2b} \geq \frac{7a^2}{18} + \frac{5b^2}{18}; \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} \geq \frac{7b^2}{18} + \frac{5c^2}{18}; \frac{c^3 + a^3}{c + 2a} \geq \frac{7c^2}{18} + \frac{5a^2}{18};</math></p>                          | 0.25       |
|                      | <p>Từ các đẳng thức trên suy ra <math>S \geq \frac{12(a^2 + b^2 + c^2)}{18} = 2</math><br/>         Vậy <math>\text{Min} S = 2</math> khi <math>a = b = c = 1</math></p>                                                                                                                                                                           | 0.25       |

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

**Câu 2 (1,0điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 - \ln(4 - x^2)$  trên đoạn  $[-1; \sqrt{3}]$

**Câu 3 (1,0điểm).**

a. Cho biết  $x + y = \frac{\pi}{4}$ . Tính giá trị biểu thức:  $A = (1 + \tan x)(1 + \tan y)$

b. Giải phương trình:  $3^{\frac{x}{5}} + 3^{\frac{x-10}{10}} = 84$

**Câu 4 (1,0điểm).** Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau:

$y = \sqrt{(x+1)\sin 2x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  khi (H) quay xung quanh trục Ox.

**Câu 5 (1,0điểm).**

a. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa  $(z - 2i)^4 - 16 = 0$

b. Tìm số hạng chứa  $x^7$  trong khai triển nhị thức Niu – Tơn của  $f(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$  với  $x \neq 0$  và  $n$  là số

nguyên dương thỏa mãn điều kiện:  $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 = 0$

**Câu 6 (1,0điểm).** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(3; 2; 1)$ ,  $B\left(-\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right)$  và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh mặt phẳng  $(\alpha)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

**Câu 7 (1,0điểm).** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $A'B'C'$  là tam giác vuông tại  $A'$ , mặt bên  $ABB'A'$  là hình vuông. Cho biết  $B'C' = a\sqrt{3}$ , góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(A'B'C')$  bằng  $30^\circ$ . Tính theo  $a$ , thể tích của khối lăng trụ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $B'C$ .

**Câu 8 (1,0điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành ABCD. Điểm  $M(-3; 0)$  là trung điểm của cạnh AB,  $H(0; -1)$  là hình chiếu vuông góc của B lên AD và  $N\left(\frac{8}{5}; \frac{19}{5}\right)$  là điểm trên đoạn AC sao cho  $AN = 4NC$ . Tìm tọa độ điểm các điểm B, C và D.

**Câu 9 (1,0điểm).**

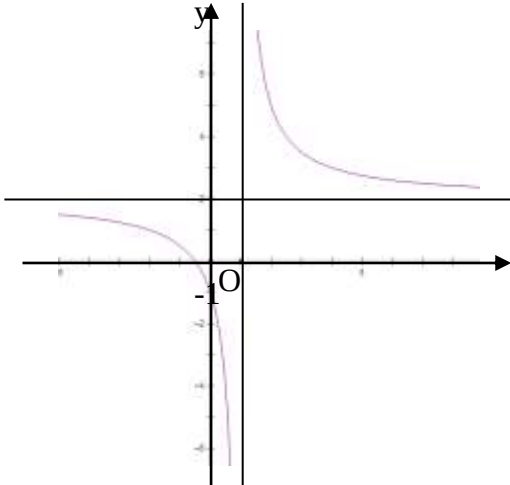
a. Một nhà sản xuất sơn tường cần thiết kế một thùng đựng sơn dạng hình trụ có nắp đậy và có dung tích  $10000 \text{ cm}^3$ . Hãy xác định các kích thước của hình trụ để nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất.

b. Giải bất phương trình:  $(x^2 + x)\sqrt{2x+3} \leq x^3 + 3x^2 + x - 2$ .

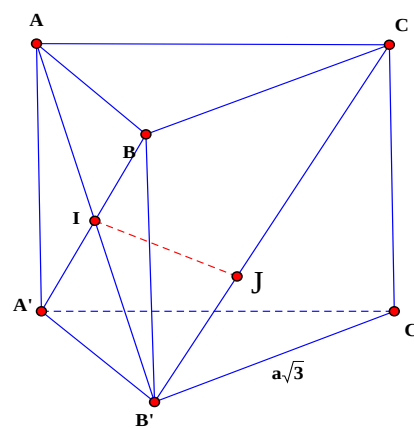
**Câu 10 (1,0điểm).** Xét các số thực dương  $x, y, z$  thỏa điều kiện:  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

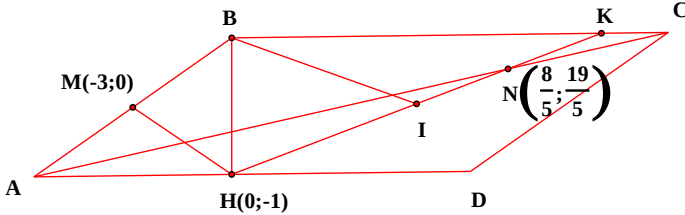
thức:  $P = \frac{1+x}{1-y} + \frac{1+y}{1-z} + \frac{1+z}{1-x}$

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu                                                                                                                                                                                                             | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Điểm      |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----|-----|-----------|-----------|------|--|---|--|---|--|-----|---|--|-----------|--|---|------|
| Câu 1                                                                                                                                                                                                           | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>TXĐ: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></li><li><math>y' = -\frac{3}{(x-1)^2} &lt; 0, \forall x \in D</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25      |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>Tiệm cận: TCD: <math>x=1</math> ( vì <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty</math> )<br/>TCN: <math>y=2</math> ( vì <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2</math> )</li></ul>                                                                                                                                                                           | 0.25      |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>BBT:</li></ul> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td><math>1</math></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>2</td><td></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td>2</td></tr></table> <p><math>-\infty</math> <math>-\infty</math></p> | $x$       | $-\infty$ |     | $1$ |           | $+\infty$ | $y'$ |  | - |  | - |  | $y$ | 2 |  | $+\infty$ |  | 2 | 0.25 |
|                                                                                                                                                                                                                 | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $-\infty$ |           | $1$ |     | $+\infty$ |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| $y'$                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | -         |           | -   |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| $y$                                                                                                                                                                                                             | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |           | $+\infty$ |     | 2   |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Hàm số luôn nghịch biến trên mỗi khoảng <math>(-\infty,1), (1,+\infty)</math><br/>Hàm số không có cực trị.</li></ul>                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Đồ thị</li></ul>  <p>Đồ thị hàm số nhận điểm <math>I(1;2)</math> làm tâm đối xứng.</p> | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| Câu 2                                                                                                                                                                                                           | Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - \ln(4-x^2)$ trên đoạn $[-1;\sqrt{3}]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>TKS: <math>[-1;\sqrt{3}]</math></li><li><math>y' = \frac{2x(5-x^2)}{4-x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (n)} \\ x=\pm\sqrt{5} \text{ (l)} \end{cases}</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                            | 0.5       |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li><math>y(0) = -2\ln 2, y(-1) = 1 - \ln 3, y(\sqrt{3}) = 3</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25      |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>KL: <math>\text{Max}_{[-1,\sqrt{3}]} y = y(\sqrt{3}) = 3, \text{Min}_{[-1,\sqrt{3}]} y = y(0) = -2\ln 2</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25      |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|                                                                                                                                                                                                                 | a) Cho biết $x + y = \frac{\pi}{4}$ . Tính giá trị biểu thức: $A = (1 + \tan x)(1 + \tan y)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |           |           |     |     |           |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Câu 3 | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}</math></li> </ul> $x+y = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(x+y) = 1 \Leftrightarrow \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = 1 \Leftrightarrow \tan x + \tan y = 1 - \tan x \cdot \tan y$                                      | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>A = (1 + \tan x)(1 + \tan y) = 1 + \tan x + \tan y + \tan x \cdot \tan y</math><br/> <math>= 1 + 1 - \tan x \cdot \tan y + \tan x \cdot \tan y = 2</math></li> </ul>                                                                                                                             | 0.25 |
|       | <b>b.</b> Giải phương trình: $3^{\frac{x}{5}} + 3^{\frac{x-10}{10}} = 84$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|       | $(1) \Leftrightarrow 3 \cdot \left(3^{\frac{x}{10}}\right)^2 + 3^{\frac{x}{10}} - 252 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{\frac{x}{10}} = 9 \\ 3^{\frac{x}{10}} = -\frac{28}{3} \end{cases} \quad (l)$                                                                                                                                       | 0.25 |
|       | $\Leftrightarrow 3^{\frac{x}{10}} = 3^2 \Leftrightarrow \frac{x}{10} = 2 \Leftrightarrow x = 20$                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25 |
| Câu 4 | <b>Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau:</b> $y = \sqrt{(x+1)\sin 2x}$ , $y = 0$ , $x = 0$ , $x = \frac{\pi}{2}$ <b> khi (H) quay xung quanh trục Ox.</b>                                                                                                                                    |      |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin 2x dx</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Xét <math>I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin 2x dx</math><br/> Đặt <math>u = x+1 \Rightarrow du = dx</math>, <math>dv = \sin 2x dx \Rightarrow v = -\frac{1}{2} \cos 2x</math></li> </ul>                                                                                                           | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>I = -\frac{1}{2} (x+1) \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right)</math></li> </ul>                             | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>V = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \pi</math> (đvtt)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
| Câu 5 | <b>a. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức <math>z</math> thỏa <math>(z-2i)^4 - 16 = 0</math></b>                                                                                                                                                                                                                   |      |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>(z-2i)^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (z-2i)^2 = 4 \\ (z-2i)^2 = -4 = 4i^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z-2i = 2 \\ z-2i = -2 \\ z-2i = 2i \\ z-2i = -2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2+2i \\ z = -2+2i \\ z = 4i \\ z = 0 \end{cases}</math></li> </ul> | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức <math>z</math> cần tìm là:<br/> <math>X = \{(2;2), (-2;2); (0;4), (0;0)\}</math></li> </ul>                                                                                                                                                                  | 0.25 |
|       | <b>b.</b> Tìm số hạng chứa $x^7$ trong khai triển nhị thức Niu – Tơn của $f(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ với                                                                                                                                                                                                                      |      |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|              | $x \neq 0$ và $n$ là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện: $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 = 0$                                                                                                                                                                                                                 |      |
|              | $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 = 0 \quad (1) \quad \text{ĐK: } n \geq 5, n \in \mathbb{N}^*$                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |
|              | $(1) \Leftrightarrow \frac{(n-1)!}{4!(n-5)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!} - \frac{5(n-2)!}{4(n-4)!} = 0 \Leftrightarrow n^2 - 9n - 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -2 \end{cases} \quad (l)$                                                                                                                |      |
|              | • Khi đó $f(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x^2)^{11-k} \cdot (x^{-3})^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{22-5k}$ .<br>YCBT $\Leftrightarrow 22 - 5k = 7 \Leftrightarrow k = 3$<br>Vậy số hạng chứa $x^7$ là $C_{11}^3 x^7 = 165x^7$                                                    | 0.25 |
| <b>Câu 6</b> | Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(3;2;1)$ , $B\left(-\frac{7}{3}; -\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh mặt phẳng $(\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .        |      |
|              | • Do $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn AB nên $(\alpha)$ đi qua trung điểm $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ của AB và nhận vector $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{16}{3}; -\frac{16}{3}; \frac{8}{3}\right) = -\frac{8}{3}(2; 2; -1)$ làm VTPT                                          | 0.25 |
|              | • Suy ra phương trình $(\alpha): 2x + 2y - z + 3 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
|              | • Mặt cầu $(S)$ có tâm $J(1;2;3)$ , bán kính $R = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25 |
|              | • $d(J, (\alpha)) = \frac{ 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 + 3 }{3} = 2 = R$ . Suy ra: $(S)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |
| <b>Câu 7</b> | Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $A'B'C'$ là tam giác vuông tại $A'$ , mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông. Cho biết $B'C' = a\sqrt{3}$ , góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $30^\circ$ .<br>Tính theo $a$ , thể tích của khối lăng trụ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $BA'$ và $B'C$ . |      |
|              |                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|              | * Tính V: $V = CC' \cdot S_{A'B'C'}$<br>• $CC' \perp (A'B'C') \Rightarrow B'C'$ là hình chiếu vuông góc của $B'C$ trên mp $(A'B'C')$                                                                                                                                                                                        |      |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|       | $\Rightarrow (B'C, (A'B'C')) = \overline{CB'C'} = 30^0$ Tam giác $CC'B'$ vuông tại $C'$ cho:<br>$\tan 60^0 = \frac{CC'}{B'C'} \Rightarrow CC' = B'C' \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = a$ Mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông $\Rightarrow A'B' = BB' = CC' = a$<br>$A'C' = \sqrt{B'C'^2 - A'B'^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ Diện tích tam giác $A'B'C'$ là: $S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} A'B' \cdot A'C' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$                                                                                         | 0.25 |
|       | $\bullet V = a \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|       | <p>* Tính <math>d(BA', B'C)</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gọi <math>I = BA' \cap B'A</math>. Dựng <math>IJ \perp B'C</math> (1)<br/> <math>CA \perp AB, CA \perp AA' \Rightarrow CA \perp (ABB'A') \Rightarrow CA \perp BA'</math><br/> <math>BA' \perp B'A, BA' \perp AC \Rightarrow BA' \perp (ACB') \Rightarrow BA' \perp IJ \subset (ACB')</math> (2)<br/> Từ (1) và (2) suy ra: <math>d(BA', B'C) = IJ</math></li> </ul>                                                                                                        | 0.25 |
|       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Xét hai tam giác vuông <math>ACB'</math> và <math>IJB'</math> đồng dạng, cho:<br/> <math display="block">\frac{AC}{IJ} = \frac{CB'}{IB'} \Rightarrow IJ = \frac{AC \cdot IB'}{CB'} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a}{2}</math> </li> </ul> <p>Vậy: <math>d(BA', B'C) = \frac{a}{2}</math></p>                                                                                                                                                                            | 0.25 |
| Câu 8 | <p>Trong mặt phẳng tọa độ <math>Oxy</math> cho hình bình hành <math>ABCD</math>. Điểm <math>M(-3;0)</math> là trung điểm của cạnh <math>AB</math>, <math>H(0;-1)</math> là hình chiếu vuông góc của <math>B</math> lên <math>AD</math> và <math>N(\frac{8}{5}; \frac{19}{5})</math> là điểm trên đoạn <math>AC</math> sao cho <math>AN = 4NC</math>. Tìm tọa độ điểm các điểm <math>B, C</math> và <math>D</math>.</p>                                                                                                                                   |      |
|       |  <p>• Gọi <math>K = AN \cap BC, (K \in BC)</math>. Do <math>KC \parallel AH</math>, áp dụng định lý Ta-lét, ta có:</p> $\frac{NH}{NK} = \frac{NA}{NC} = 4 \Rightarrow NH = 4NK \Rightarrow \overrightarrow{NH} = -4\overrightarrow{NK}$ $\Rightarrow \begin{cases} -\frac{8}{5} = -4\left(x_K - \frac{8}{5}\right) \\ -\frac{24}{5} = -4\left(y_K - \frac{19}{5}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 2 \\ y_K = 5 \end{cases} \Rightarrow K(2;5)$ | 0.25 |
|       | <p>• Gọi <math>I</math> là trung điểm của <math>HK \Rightarrow I(1;2)</math><br/> Gọi <math>B(x_0; y_0)</math>, tam giác <math>ABH</math> vuông tại <math>H</math> có <math>MH</math> là trung tuyến nên:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25 |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|---|-----------------------------|-----------|-------|---|---|---|------|-----------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
|       | $MB = HM = \sqrt{10}$<br>Tam giác HBK vuông tại B có trung tuyến BI nên $IB = \frac{HK}{2} = \frac{\sqrt{4+16}}{2} = \sqrt{10}$<br>Xét hệ phương trình:<br>$\begin{cases} MB = \sqrt{10} \\ IB = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0 + 3)^2 + y_0^2 = 10 \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + 6x_0 - 1 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 - 2x_0 - 4y_0 - 5 = 0 \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -2x_0 - 1 \\ 5x_0^2 + 10x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -1 \\ x_0 = -2 \\ y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(0; -1) \\ B(-2; 3) \end{cases} (l)$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>M là trung điểm AB <math>\Rightarrow A(-4; -3)</math><br/><math>KC // AH \Rightarrow \frac{AH}{KC} = \frac{NA}{NC} = 4 \Rightarrow AH = 4KC \Rightarrow \overrightarrow{AH} = 4\overrightarrow{KC}</math><br/><math display="block">\Rightarrow \begin{cases} 4 = 4(x_C - 2) \\ 2 = 4(y_C - 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3 \\ y_C = \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(3; \frac{11}{2}\right)</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                     | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li><math>\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 4 = 5 \\ y_D + 3 = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(1; -\frac{1}{2}\right)</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
| Câu 9 | <b>a. Một nhà sản xuất sơn tường cần thiết kế một thùng đựng sơn dạng hình trụ có nắp đậy và có dung tích 10000 cm<sup>3</sup>. Hãy xác định các kích thước của hình trụ để nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>Gọi <math>x</math> (cm) là bán kính của hình trụ. ĐK: <math>x &gt; 0</math><br/>Thể tích của hình trụ là: <math>V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2} = \frac{10000}{\pi x^2}</math><br/>Diện tích toàn phần của hình trụ:<br/><math>S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi xh + 2\pi x^2 = 2\pi x \cdot \frac{10000}{\pi x^2} + 2\pi x^2 = \frac{20000}{x} + 2\pi x^2</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
|       | <p>Nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất <math>\Leftrightarrow</math> Diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Xét hàm số <math>f(x) = \frac{20000}{x} + 2\pi x^2</math> trên <math>(0; +\infty)</math><br/><math display="block">f'(x) = -\frac{20000}{x^2} + 4\pi x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{20000}{x^2} = 4\pi x \Leftrightarrow x^3 = \frac{5000}{\pi} \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}</math><br/>BBT:</li></ul>                                                                                                                                                                                               | <table><tr><td>x</td><td>0</td><td><math>10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td><math>+\infty</math></td><td><math>2000\sqrt[3]{\frac{\pi}{5}} + 200\pi\sqrt[3]{\left(\frac{5}{\pi}\right)^2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> | x         | 0 | $10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}$ | $+\infty$ | f'(x) | - | 0 | + | f(x) | $+\infty$ | $2000\sqrt[3]{\frac{\pi}{5}} + 200\pi\sqrt[3]{\left(\frac{5}{\pi}\right)^2}$ | $+\infty$ |
| x     | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $+\infty$ |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
| f'(x) | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | +         |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |
| f(x)  | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $2000\sqrt[3]{\frac{\pi}{5}} + 200\pi\sqrt[3]{\left(\frac{5}{\pi}\right)^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $+\infty$ |   |                             |           |       |   |   |   |      |           |                                                                              |           |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|               | <p>Dựa vào BBT, <math>S_{\text{tp}}</math> nhỏ nhất khi <math>x = 10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}</math> (cm) và <math>h = \frac{100}{\pi\sqrt[3]{\left(\frac{5}{\pi}\right)^2}} = \frac{100}{\sqrt[3]{25\pi}}</math> (cm)</p> <p>Nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất khi thùng sơn hình trụ có bán kính đáy là <math>x = 10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}</math> và chiều cao <math>h = \frac{100}{\sqrt[3]{25\pi}}</math> (cm)</p> |      |
|               | <b>b. Giải bất phương trình <math>(x^2 + x)\sqrt{2x+3} \leq x^3 + 3x^2 + x - 2</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|               | <p>ĐK: <math>x \geq -\frac{2}{3}</math></p> <p><math>(x^2 + x)\sqrt{2x+3} \leq x^3 + 3x^2 + x - 2 \Leftrightarrow [(x+1)^2 - (x+1)]\sqrt{2x+3} \leq (x+1)^3 - (2x+3)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x+1)^3 - (x+1)^2\sqrt{2x+3} + (x+1)\sqrt{2x+3} - (2x+3) \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x+1-\sqrt{2x+3})[(x+1)^2 + \sqrt{2x+3}] \geq 0 \Leftrightarrow x+1-\sqrt{2x+3} \geq 0</math></p>           | 0.25 |
|               | <p><math>\Leftrightarrow \sqrt{2x+3} \leq x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \geq -1 \\ 2x+3 \leq x^2+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -\sqrt{2} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{2} \\ x \geq \sqrt{2} \end{cases}</math></p> <p>(thỏa ĐK)</p>                                                | 0.25 |
| <b>Câu 10</b> | <p><b>Xét các số thực dương <math>x, y, z</math> thỏa điều kiện: <math>x + y + z = 1</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</b></p> <p><b>thức: <math>P = \frac{1+x}{1-y} + \frac{1+y}{1-z} + \frac{1+z}{1-x}</math></b></p>                                                                                                                                                                                        |      |
|               | <p>• <math>x, y, z &gt; 0</math> và <math>x + y + z = 1 \Rightarrow 0 &lt; x, y, z &lt; 1 \Rightarrow \frac{1+x}{1-y}, \frac{1+y}{1-z}, \frac{1+z}{1-x} &gt; 0</math></p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si: <math>P \geq 3\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-y} \cdot \frac{1+y}{1-z} \cdot \frac{1+z}{1-x}}</math></p>                                                                                                                 | 0.25 |
|               | <p>• Ta lại có:</p> <p><math>1+x = 1+(1-y-z) = (1-y) + (1-z) \geq 2\sqrt{(1-y)(1-z)}</math></p> <p><math>1+y = 1+(1-x-z) = (1-x) + (1-z) \geq 2\sqrt{(1-x)(1-z)}</math></p> <p><math>1+z = 1+(1-x-y) = (1-x) + (1-y) \geq 2\sqrt{(1-x)(1-y)}</math></p> <p><math>\Rightarrow (1+x)(1+y)(1+z) \geq 8(1-x)(1-y)(1-z)</math></p>                                                                                            | 0.25 |
|               | <p>• Suy ra: <math>P \geq 3\sqrt[3]{\frac{8(1-y)(1-x)(1-z)}{(1-y)(1-x)(1-z)}} = 6</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|               | <p>• NX: Với <math>x = y = z = \frac{1}{3}</math> (thỏa ĐK bài toán), ta có <math>P = 6</math></p> <p>Vậy min <math>P = 6</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1 điểm):** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

**Câu 2 (1 điểm):** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $d: y = 3x - 2015$

**Câu 3 (1 điểm):** Giải phương trình

a)  $\sin 2x - \cos x + \sin x = 1$

b)  $5^{x+1} + 6.5^x - 3.5^{x-1} = 52$

**Câu 4 (1 điểm):** Tính tích phân  $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) x dx$ .

**Câu 5 (1 điểm):** a) Tìm số phức  $z$  thỏa  $z = (1+2i)^2 - (3-4i)^2$ . Tính môđun của  $z + 2 - i$ .

b) Biết hệ số của  $x^2$  trong khai triển  $(1+3x)^n$  bằng 90. Hãy tìm  $n$ .

**Câu 6 (1 điểm):** Trong không gian Oxyz, cho  $A(-4;1;3)$  và đường thẳng  $(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$ .

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d. Tìm điểm B thuộc d sao cho  $AB = \sqrt{27}$ .

**Câu 7 (1 điểm):** Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với đáy và  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ , góc  $BAC = 120^\circ$ . Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

**Câu 8 (1 điểm):** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của AB, N thuộc cạnh AD sao cho  $AN=2ND$ . Đường thẳng CN có phương trình  $x+2y-11=0$ , điểm  $M\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . Tìm tọa độ điểm C.

**Câu 9 (1 điểm):**

a) Giải phương trình  $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$ .

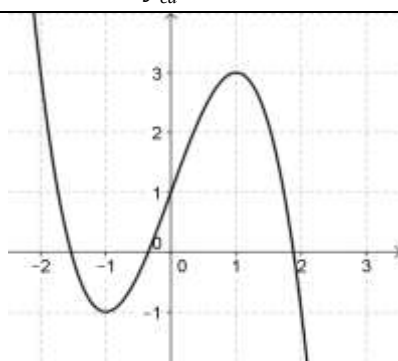
b) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

**Câu 10 (1 điểm):** Gọi a, b, c là ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng:

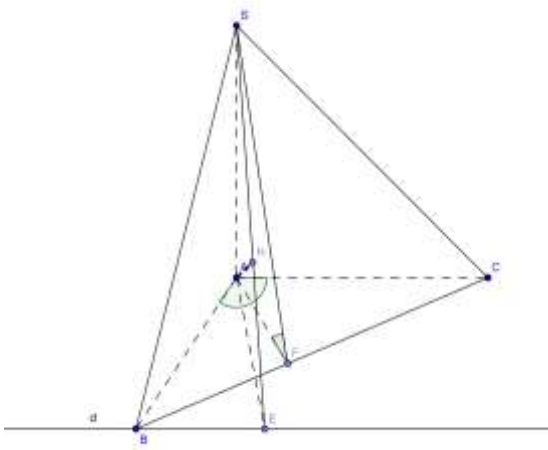
$$\frac{52}{27} \leq a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2.$$

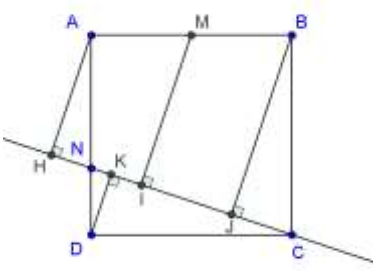
---Hết---

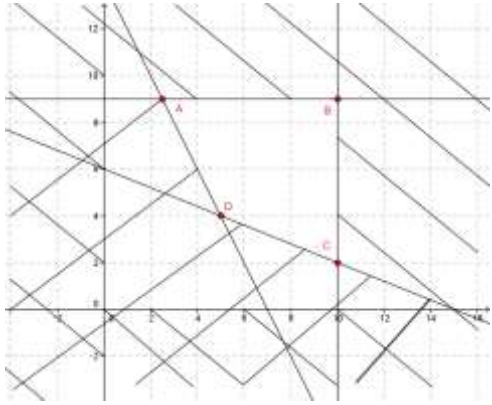
## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu                                                                                                                                                                                                    | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Điểm       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|----|---|-----------|------|---|---|---|---|---|-----------|------------|------------|------------|--|--|----|
| 1                                                                                                                                                                                                      | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1,0        |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | + TXĐ: $D = \mathbb{R}$ ; + $y' = -3x^2 + 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | Bảng biến thiên:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td><math>+\infty</math></td><td><math>\searrow</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td><math>\searrow</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td>-1</td><td>3</td><td><math>-\infty</math></td></tr></table>                                                                                               |            | x          | $-\infty$  | -1 | 1 | $+\infty$ | $y'$ | - | 0 | + | 0 | y | $+\infty$ | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ |  |  | -1 |
| x                                                                                                                                                                                                      | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | -1         | 1          | $+\infty$  |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
| $y'$                                                                                                                                                                                                   | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0          | +          | 0          |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
| y                                                                                                                                                                                                      | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | -1         | 3          | $-\infty$  |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
| Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ , hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ .<br>Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{cd} = 3$ , đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{ct} = -1$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |            |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
| 2                                                                                                                                                                                                      | Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d : y = 3x - 2015$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1,0        |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm và $\Delta$ là tiếp tuyến cần tìm .Hệ số góc của đường thẳng d là : $k_1 = 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | Ta có: $f'(x_0).k_1 = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = \frac{-3}{(x_0-1)^2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ x_0 = -2 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = y(4) = 3 \Rightarrow \Delta_1 : y = -\frac{1}{3}(x-4) + 3 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = y(-2) = 1 \Rightarrow \Delta_2 : y = -\frac{1}{3}(x+2) + 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
| 3                                                                                                                                                                                                      | a) Giải phương trình $\sin 2x - \cos x + \sin x = 1$ (*)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,5        |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        | $(*) \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)^2 + \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x + 1) = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \\ \cos x + \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |
|                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25       |            |            |    |   |           |      |   |   |   |   |   |           |            |            |            |  |  |    |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$                                                                                                                                               |      |
|   | b) Giải phương trình $5^{x+1} + 6.5^x - 3.5^{x-1} = 52 \quad (**)$                                                                                                                                                                                                            | 0,5  |
|   | $(**) \Leftrightarrow 5^x.5 + 6.5^x - 3.\frac{5^x}{5} = 52 \Leftrightarrow \frac{52}{5}.5^x = 52$                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|   | $\Leftrightarrow 5^x = 5 \Leftrightarrow x = 1$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
| 4 | Tính $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) dx$                                                                                                                                                                                                                                           | 1,0  |
|   | $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 xe^{2x} dx = I_1 + I_2$                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|   | $I_1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|   | Tính $I_2 = \int_0^1 xe^{2x} dx$<br>Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$<br>$dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{1}{2}e^{2x}$<br>$I_2 = \frac{x}{2}.e^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \Big _0^1 = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$ | 0,25 |
|   | Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{e^2}{4} + \frac{7}{12}$                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
| 5 | a) Tìm số phức z thỏa $z = (1+2i)^2 - (3-4i)^2$ . Tính môđun của $z + 2 - i$ .                                                                                                                                                                                                | 0,5  |
|   | $z = (1+2i)^2 - (3-4i)^2 = 4 + 28i$                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|   | $z + 2 - i = 6 + 27i$<br>$\Rightarrow  z + 2 - i  = 3\sqrt{85}$                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|   | b) Biết hệ số của $x^2$ trong khai triển $(1+3x)^n$ bằng 90. Hãy tìm n.                                                                                                                                                                                                       | 0,5  |
|   | Hệ số của $x^2$ trong khai triển là $9.C_n^2$                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|   | Theo đề bài $9.C_n^2 = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4 \end{cases}$<br>Vậy $n = 5$                                                                                                                                          | 0,25 |
| 6 | Trong không gian Oxyz, cho $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d. Tìm điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$ .                                                      | 1,0  |
|   | Vtcp của d là $\vec{u} = (-2;1;3)$                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|   | Mp(P) đi qua A và nhận $\vec{u} = (-2;1;3)$ làm vtpt. Khi đó phương trình (P) là                                                                                                                                                                                              | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $\Leftrightarrow -2(x + 4) + 1(y - 1) + 3(z - 3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|   | Vì $B \in d$ nên $B(-1 - 2t; 1 + t; -3 + 3t)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|   | Ta có:<br>$AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow (3 - 2t)^2 + t^2 + (3t - 6)^2 = 27$<br>$\Leftrightarrow 14t^2 - 48t + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases}$<br>Vậy $B(-7; 4; 6)$ hoặc $B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)$                                                                                                | 0,25 |
| 7 | Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với đáy và $AB = a$ , $AC = 2a$ , góc $BAC = 120^\circ$ . Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.                                                                                                                                 | 1,0  |
|   | Gọi F là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Khi đó $SF \perp BC$ , suy ra<br>$((SBC), (ABC)) = SFA = 60^\circ$<br>Ta có<br>$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ $BC = a\sqrt{7}, AF = \frac{a\sqrt{21}}{7}, SA = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$  | 0,25 |
|   | $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{7} = \frac{a^3 \sqrt{21}}{14} \text{ (đvtt)}$                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|   | Qua B dựng đường thẳng d song song với AC.<br>Dựng $AE \perp d$ , $AH \perp SE$ .<br>Khi đó $d(AC, SB) = d(AC, (SB, d)) = d(A, (SB, d)) = AH$ .<br>Và $AE = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$                                                                                                                                                           | 0,25 |
|   | Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{19}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{19}}{19}$                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
| 8 | Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của AB, N thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2ND$ . Đường thẳng CN có phương trình $x + 2y - 11 = 0$ , điểm $M\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . Tìm tọa độ điểm C.                                                                                                                                               | 1,0  |
|   | Gọi H, K, I, J lần lượt là hình chiếu của A, D, M, B trên đường thẳng CN.                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Khi đó <math>MI = d(M, CN) = \frac{\left  \frac{5}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} - 11 \right }{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}</math></p> <p>Phương trình đường thẳng IM là <math>4x - 2y - 9 = 0</math>.</p> <p>Suy ra <math>I\left(4; \frac{7}{2}\right)</math>.</p>                                                                                                            |      |
|   | <p>Xét các tam giác đồng dạng DNK, AHN, BJC có <math>DK = \frac{AH}{2} = \frac{BJ}{3}</math></p> <p><math>\Rightarrow 5DK = AH + BJ = 2MI \Rightarrow DK = \frac{2}{5} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|   | <p>Đặt <math>DC = a</math></p> <p>Ta có <math>\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DN^2} + \frac{1}{DC^2} \Leftrightarrow \frac{5}{9} = \frac{9}{a^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow a = 3\sqrt{2}</math></p> <p><math>CM^2 = BC^2 + MB^2 = MI^2 + CI^2 \Leftrightarrow \frac{45}{2} = \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + CI^2 \Leftrightarrow CI^2 = \frac{45}{4} (*)</math></p>                                                                                                 | 0,25 |
|   | <p>Do <math>C \in CN \Rightarrow C(x; 11 - 2x)</math></p> <p><math>(*) \Leftrightarrow (x - 4)^2 + \left(\frac{15}{2} - 2x\right)^2 = \frac{45}{4} \Leftrightarrow 5x^2 - 38x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{19 \pm 2\sqrt{14}}{5}</math></p> <p>Vậy <math>C\left(\frac{19 + 2\sqrt{14}}{5}; \frac{36 - 2\sqrt{14}}{5}\right)</math> hoặc <math>C\left(\frac{19 - 2\sqrt{14}}{5}; \frac{36 + 2\sqrt{14}}{5}\right)</math></p>                                         | 0,25 |
| 9 | <p>a) Giải phương trình <math>\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16</math> (***)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,5  |
|   | <p>Điều kiện: <math>x \geq -1</math></p> <p>Đặt <math>t = \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} \quad (t \geq 1)</math></p> <p>Khi đó (***) trở thành <math>t^2 - t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 &amp; (n) \\ t = -4 &amp; (l) \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|   | <p>Ta được: <math>\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = 21 - 3x</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} 21 - 3x \geq 0 \\ 4(2x^2 + 5x + 3) = (21 - 3x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x^2 - 146x + 429 = 0 \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x = 143 \Leftrightarrow x = 3 \\ 3 \end{cases}</math></p> <p>Vậy nghiệm của phương trình là <math>x = 3</math></p> | 0,25 |
|   | <p>b) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao</p>                                                                                                                                      | 0,5  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | <p>nhiều xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|    | <p>Gọi <math>x, y</math> lần lượt là số xe loại A và loại B cần phải thuê (<math>x, y \in \mathbb{N}^*</math>).</p> <p>Số tiền thuê xe là <math>T = 4x + 3y</math> (triệu đồng)</p> <p>Khi đó ta được hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} 0 &lt; x \leq 10 \\ 0 &lt; y \leq 9 \\ 20x + 10y \leq 140 \\ 0,6x + 1,5y \leq 9 \end{cases}</math></p>                                                                                                                            | 0,25 |
|    | <p>Giải hệ phương trình trên, ta tìm được miền nghiệm là tứ giác ABCD (như hình vẽ), với <math>A\left(\frac{5}{2}; 9\right), B(10; 9), C(10; 2), D(5; 4)</math>.</p> <p>T đạt giá trị thấp nhất tại các đỉnh của ABCD.</p> <p>Vậy cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B.</p>                                                                                                                                 | 0,25 |
| 10 | <p>Gọi <math>a, b, c</math> là ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng:</p> $\frac{52}{27} \leq a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1,0  |
|    | <p>Do vai trò của <math>a, b, c</math> như nhau nên ta giả sử <math>a \geq b \geq c &gt; 0</math>.</p> <p>Đặt <math display="block">\begin{cases} a = \frac{2}{3} + x \\ b = \frac{2}{3} - y \end{cases} \Rightarrow c = \frac{2}{3} + y - x</math></p> <p>Do <math>a + b &gt; c \Rightarrow \frac{2}{3} + x + \frac{2}{3} - y &gt; \frac{2}{3} + y - x \Rightarrow y - x &lt; \frac{1}{3}</math></p> <p>Và <math>\frac{2}{3} \leq a &lt; 1 \Rightarrow 0 \leq x &lt; \frac{1}{3}</math></p> | 0,25 |
|    | <p>Ta có <math>a^2 + b^2 + c^2 + 2abc =</math></p> $= \left(\frac{2}{3} + x\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - y\right)^2 + \left(\frac{2}{3} + y - x\right)^2 + 2\left(\frac{2}{3} + x\right)\left(\frac{2}{3} - y\right)\left(\frac{2}{3} + y - x\right)$ $= \frac{52}{27} - \frac{1}{3}[x^2 + y^2 - xy - 3xy(y - x)] \geq \frac{52}{27}$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - xy - 3xy(y - x) \geq 0 \quad (1)$                                                                                       | 0,25 |
|    | <p>+ Nếu <math>x \geq y</math> thì <math>(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - xy \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2abc &lt; 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|    | <p>+ Nếu <math>x \leq y</math> Ta có <math>y - x \leq \frac{1}{3}</math></p> <p>nên <math>(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - xy - xy \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2abc &lt; 2</math></p> <p>Vậy bài toán đã được chứng minh.</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>x = y = 0 \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2}{3}</math>.</p>                                                                                                                         | 0,25 |

**ĐỀ THI THAM KHẢO**

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x-4}{x+1}$ .

**Câu 2 (1,0điểm).** Tìm các điểm cực trị của hàm số  $y = x^3(1-x)^2$

**Câu 3 (1,0điểm).**

a) Chứng minh rằng  $(1 - \cos x)(1 + \cot^2 x) = \frac{1}{1 + \cos x}$

b) Giải phương trình  $5^{\log_2 x} = 25$

**Câu 4 (1,0điểm).**

a) Trên tập số phức, tìm hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa:  $2a + i + b(1 - 3i) + 2 = -2 + i$

b) Một người mẹ mong muốn sinh bằng được một đứa con gái (sinh được đứa con gái rồi thì không sinh nữa, chưa sinh được thì sẽ sinh nữa). Xác suất sinh được con gái trong một lần sinh là 0.486. Tính xác suất sao cho người mẹ sinh được đứa con gái ở lần sinh thứ 2.

**Câu 5 (1,0điểm).** Tính tích phân  $\int_1^e \left( \frac{\ln x}{x^2} + 1 \right) x dx$

**Câu 6 (1,0điểm).** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $ACB = 60^\circ$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , gọi  $E$  là trung điểm  $AC$  biết  $SE = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  và khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ .

**Câu 7 (1,0điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$ . Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đi qua giao điểm của  $d$  và  $(P)$ , đồng thời vuông góc với  $d$ .

**Câu 8 (1,0điểm).** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(2;1)$ . Đường cao kẻ từ đỉnh  $B$  có phương trình  $x - 3y - 7 = 0$ . Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh  $C$  có phương trình  $x + y + 1 = 0$ . Xác định tọa độ đỉnh  $B$  và  $C$ .

**Câu 9 (1,0điểm).**

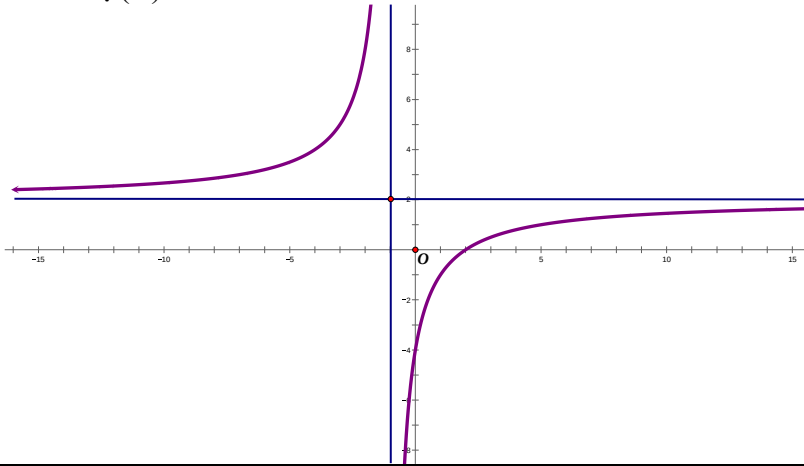
a) Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là:  $f(t) = 45t^2 - t^3$  ( $t = 0, 1, 2, \dots, 25$ ). Nếu coi  $f$  là hàm số xác định trên đoạn  $[0; 25]$  thì  $f'(t)$  được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$ . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất và tính tốc độ đó.

b) Giải phương trình  $\sqrt{10x^2 - 31x + 35} - \sqrt{7x^2 - 13x + 8} = x - 3$

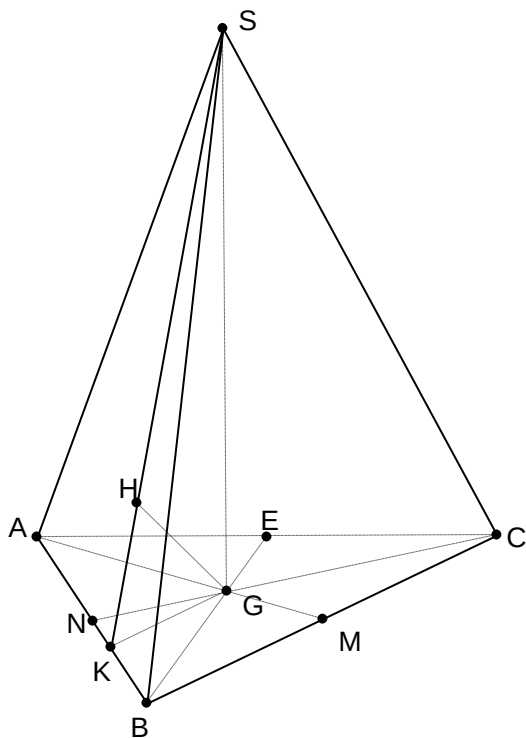
**Câu 10 (1,0điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số dương thỏa  $x + y + z = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{x}}.$$

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Điểm                   |                    |      |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------|------|---------------|----|-----------|----|---|---|---|------------------------|---|---------------------------------------------------|-----------|---|--------------------|---|--|-----------------------------------------------------|
| 1   | <div>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số <math>y = \frac{2x-4}{x+1}</math>.</div> <div>TXĐ: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}</math></div> <div>Chiều biến thiên: <math>y' = \frac{6}{(x+1)^2} &gt; 0 \forall x \in D</math></div> <div>Hs đồng biến trên mỗi khoảng <math>(-\infty; -1)</math> và <math>(-1; +\infty)</math>, hs không có cực trị.</div> <div>Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty</math></div> <div>=&gt; Đồ thị hs có tiệm cận đứng <math>x = -1</math>, tiệm cận ngang <math>y = 2</math></div> <div>BBT</div> <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td><math>+\infty</math><br/><math>-\infty</math></td><td>2</td></tr></table> <div>+ Đồ thị (C):</div>  | x                      | $-\infty$          | $-1$ | $+\infty$     | y' | +         | +  |   | y | 2 | $+\infty$<br>$-\infty$ | 2 | 1<br><br>0.25<br><br>0.25<br><br>0.25<br><br>0.25 |           |   |                    |   |  |                                                     |
| x   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $-1$                   | $+\infty$          |      |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| y'  | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | +                      |                    |      |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| y   | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $+\infty$<br>$-\infty$ | 2                  |      |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| 2   | <div>Tìm các điểm cực trị của hàm số <math>y = x^3(1-x)^2</math></div> <div><math>y' = 5x^4 - 8x^3 + 3x^2</math></div> <div><math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}</math></div> <div>BBT:</div> <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>0</td><td><math>\frac{3}{5}</math></td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td><math>-\infty</math></td><td>0</td><td><math>\frac{108}{3125}</math></td><td>0</td><td></td></tr></table> <div>Điểm CĐ <math>(\frac{3}{5}; \frac{108}{3125})</math>, Điểm CT <math>(1;0)</math></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | x                      | $-\infty$          | 0    | $\frac{3}{5}$ | 1  | $+\infty$ | y' | + | 0 | + | 0                      | + | y                                                 | $-\infty$ | 0 | $\frac{108}{3125}$ | 0 |  | 1.0<br><br>0.25<br><br>0.25<br><br>0.25<br><br>0.25 |
| x   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0                      | $\frac{3}{5}$      | 1    | $+\infty$     |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| y'  | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0                      | +                  | 0    | +             |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| y   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0                      | $\frac{108}{3125}$ | 0    |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |
| 3   | a) Chứng minh                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1.0                    |                    |      |               |    |           |    |   |   |   |                        |   |                                                   |           |   |                    |   |  |                                                     |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                          |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
|       | $(1 - \cos x)(1 + \cot^2 x) = \frac{1}{1 + \cos x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                          |
|       | $VT = (1 - \cos x) \left( \frac{1}{\sin^2 x} \right)$                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25                     |
|       | $= \frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x} = \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1}{1 + \cos x} = vp$                                                                                                                                                                                                                              | 0.25                     |
|       | b) Giải phương trình $5^{\log_2 x} = 25$                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.5                      |
|       | ĐK : $x > 0, \log_2 x = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25                     |
|       | $\Leftrightarrow x = 2 \text{ (n)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25                     |
| Câu 4 | a. Trên tập số phức, tìm hai số thực a và b thỏa : $2a + i + b(1 - 3i) + 2 = -2 + i$                                                                                                                                                                                                                                                       |                          |
|       | $2a + b + 2 + (1 - 3b)i = -2 + i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25                     |
|       | $b = 0, a = -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25                     |
|       | b. Một người mẹ mong muốn sinh bằng được một đứa con gái (sinh được đứa con gái rồi thì không sinh nữa, chưa sinh được thì sẽ sinh nữa). Xác suất sinh được con gái trong một lần sinh là 0.486. Tính xác suất sao cho người mẹ sinh được đứa con gái ở lần sinh thứ 2.                                                                    |                          |
|       | Xác suất sinh được đứa con trai trong một lần sinh là $1 - 0.486 = 0.514$<br>Gọi A là biến cố “sinh con trai ở lần thứ nhất” $\Rightarrow P(A) = 0.514$<br>B là biến cố “Sinh con gái ở lần sinh thứ hai” $\Rightarrow P(B) = 0.486$<br>Xác suất sinh được đứa con gái ở lần sinh thứ hai là<br>$\Rightarrow P(AB) = P(A).P(B) = 0.249804$ | 0.25<br><br><br><br>0.25 |
| Câu 5 | Tính tích phân $\int_1^e \left( \frac{\ln x}{x^2} + 1 \right) x dx$                                                                                                                                                                                                                                                                        | 1.0                      |
|       | $I = \int_1^e \left( \frac{\ln x}{x^2} + 1 \right) x dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx + \int_1^e x dx$                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25                     |
|       | $\bullet \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{\ln^2 x}{2} \Big _1^e = \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25                     |
|       | $\bullet \int_1^e x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25                     |
|       | $\bullet I = \frac{e^2}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25                     |
| 6     | Cho hình chóp $S.ABC$ có $ABC$ là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ , $ACB = 60^\circ$ , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC, gọi E là trung điểm AC biết $SE = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).                                            | 1.0                      |



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC; gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AB.

Theo giả thiết có  $SG \perp (ABC)$

Xét tam giác ABC vuông tại B

$$\text{Có } AC = \frac{AB}{\sin ACB} = 2a, BC = \frac{AB}{\tan BCA} = a, GE = \frac{BE}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Xét tam giác SGE vuông tại G có } SG = \sqrt{SE^2 - GE^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{26}}{3}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp S.ABC là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{26}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{78}}{18} \text{ (đvdt)}$$

0.25

0.25

$$\text{Có } CN = 3GN \Rightarrow d(C, (SAB)) = 3d(G, (SAB)) \quad (1)$$

Vẽ  $GK \parallel BM$  ( $K \in AB$ ) ta có

$$\begin{cases} AB \perp SG (\text{do } SG \perp (ABC), AB \subset (ABC)) \\ AB \perp GK (\text{do } GK \parallel BM, MB \perp AB) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SGK)$$

Vẽ  $GH \perp SK$  ( $H \in SK$ ) ta có

$$\begin{cases} GH \perp AB (\text{do } AB \perp (SGK), GH \subset (SGK)) \\ GH \perp SK \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SAB)$$

$$\text{Suy ra } d(G, (SAB)) = GH \quad (2); \text{ từ (1) và (2) suy ra } d(C, (SAB)) = 3GH$$

0.25

$$\text{Ta có } GK \parallel BM \Rightarrow \frac{GK}{BM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK = \frac{2}{3} BM = \frac{a}{3}$$

Xét tam giác SGK vuông tại G và có đường cao GH

$$\text{Suy ra } \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GS^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{9}{26a^2} + \frac{9}{a^2} = \frac{243}{26a^2} \Rightarrow GH = \frac{a\sqrt{78}}{27}$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = 3GH = \frac{a\sqrt{78}}{9}$$

0.25

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|----|----|----|----------|---|---|---|---------|-----|--|--|------|
| 7        | <p>Trong không gian với hệ tọa độ <math>Oxyz</math>, cho mặt phẳng <math>(P): 3x + 5y - z - 2 = 0</math> và đường thẳng <math>d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}</math>. Tìm tọa độ giao điểm của <math>d</math> và <math>(P)</math>.<br/>Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng <math>(P)</math>, đi qua giao điểm của <math>d</math> và <math>(P)</math>, đồng thời vuông góc với <math>d</math>.</p>                                                       | 1.0  |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>• Gọi <math>M</math> là giao điểm của <math>d</math> và <math>(P) \Rightarrow M(12 + 4t; 9 + 3t; 1 + t)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>• <math>M \in (P) \Rightarrow 3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>• Suy ra <math>t = -3</math>. Do đó <math>M(0; 0; -2)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>• <math>d</math> có VTCP <math>\vec{u} = (4; 3; 1)</math>, <math>(P)</math> có VTPT <math>\vec{n} = (3; 5; -1) \Rightarrow</math> đường thẳng <math>\Delta</math> cần tìm có VTCP <math>\vec{v} = [\vec{n}, \vec{u}] = (8; -7; -11)</math><br/><math>\Delta: \frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z + 2}{-11}</math></p>                                                                                                                                                               | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
| 8        | <p>Trong mặt phẳng <math>Oxy</math> cho tam giác <math>ABC</math> có <math>A(2; 1)</math>. Đường cao kẻ từ đỉnh <math>B</math> có phương trình <math>x - 3y - 7 = 0</math>. Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh <math>C</math> có phương trình <math>x + y + 1 = 0</math>. Xác định tọa độ đỉnh <math>B</math> và <math>C</math>.</p>                                                                                                                                                          | 1.0  |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>+ AC qua A và vuông góc với BH do đó có VTPT là <math>\vec{n} = (3; 1)</math>, AC có phương trình <math>3x + y - 7 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>+ Tọa độ C là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} AC \\ CM \end{cases} \Rightarrow C(4; -5)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>+ <math>x_M = \frac{2 + x_B}{2}; y_M = \frac{1 + y_B}{2}</math>; M thuộc CM ta được <math>\frac{2 + x_B}{2} + \frac{1 + y_B}{2} + 1 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>+ Giải hệ <math>\begin{cases} \frac{2 + x_B}{2} + \frac{1 + y_B}{2} + 1 = 0 \\ x_B - 3y_B - 7 = 0 \end{cases}</math> ta được B(-2 ; -3).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
| 9        | <p>a) Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ <math>t</math> là: <math>f(t) = 45t^2 - t^3</math> (<math>t = 0, 1, 2, \dots, 25</math>). Nếu coi <math>f</math> là hàm số xác định trên đoạn <math>[0; 25]</math> thì <math>f'(t)</math> được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm <math>t</math>. Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất và tính tốc độ đó.</p> |      |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          | <p>b) <math>f''(t) = 90 - 6t</math>; <math>f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15</math><br/>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td><math>t</math></td><td>0</td><td>15</td><td>25</td></tr><tr><td><math>f''(t)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f'(t)</math></td><td>675</td><td></td><td></td></tr></table> <p>Tốc độ truyền bệnh là lớn nhất vào ngày thứ 15. Tốc độ đó là : <math>f'(15) = 675</math> (người/ngày).</p>                                          | $t$  | 0  | 15 | 25 | $f''(t)$ | + | 0 | - | $f'(t)$ | 675 |  |  | 0.25 |
| $t$      | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 15   | 25 |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
| $f''(t)$ | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0    | -  |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
| $f'(t)$  | 675                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |
|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |    |    |    |          |   |   |   |         |     |  |  |      |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|           | b) Giải phương trình $\sqrt{10x^2 - 31x + 35} - \sqrt{7x^2 - 13x + 8} = x - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|           | <p>Điều kiện <math>x \geq -\frac{5}{4}</math></p> <p>Ta biến đổi phương trình như sau:</p> $\Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 27 = (x - 3)(\sqrt{10x^2 - 31x + 35} + \sqrt{7x^2 - 13x + 8})$ $\Leftrightarrow 3(x - 3)^2 = (x - 3)(\sqrt{10x^2 - 31x + 35} + \sqrt{7x^2 - 13x + 8})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \sqrt{10x^2 - 31x + 35} + \sqrt{7x^2 - 13x + 8} = 3(x - 3) \quad (2) \end{cases}$ | 0.25 |
|           | <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>\sqrt{7x^2 - 13x + 8} = x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 7x^2 - 13x + 8 = (x - 3)^2 \quad (\text{VN}) \end{cases}</math></p> <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất <math>x = 3</math>.</p>                                                                                                                                                              | 0.25 |
| <b>10</b> | Cho $x, y, z$ là các số dương thỏa $x + y + z = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{x}}$ .                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|           | $\frac{x^2}{y} + z + 2x\sqrt{\frac{y}{z}} \geq 2x\sqrt{\frac{z}{y}} + 2x\sqrt{\frac{y}{z}} \geq 4x \Rightarrow \frac{x^2}{y} + 2x\sqrt{\frac{y}{z}} \geq 4x - z \quad (1)$                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|           | <p>Cm tương tự: <math>\frac{y^2}{z} + 2y\sqrt{\frac{z}{x}} \geq 4y - x \quad (2)</math></p> $\frac{z^2}{x} + 2z\sqrt{\frac{x}{y}} \geq 4z - y \quad (3)$                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |
|           | <p>Cộng (1), (2), (3) ta được: <math>\left(\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 3(x + y + z) = 9</math></p> $\Rightarrow P = \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{x}} \geq 3$                                                                                                                                                                   | 0.25 |
|           | <p>Đẳng thức xảy ra khi <math>x = y = z = 1</math></p> <p>Vậy <math>\min P = 3</math> khi <math>x = y = z = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ , biết tiếp tuyến song song với  $d: y = -5x + 22$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Giải các phương trình sau:

a)  $\sin x - 2\sin^3 x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$       b)  $3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân:  $I = \int_2^{\frac{11}{3}} \frac{xdx}{(x-1)\sqrt{3x-2}}$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $x + 2y + 2z - 3 = 0$ , đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$  và điểm  $A(2;5;8)$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) bằng  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^3$  trong khai triển  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^n$ . Biết n là số tự nhiên thỏa:

$$3C_n^3 = 4n + 6C_n^2.$$

b) Cho số phức z thỏa  $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$ . Tính môđun của z.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có  $AB=3a$ ,  $AD=4a$ .  $SA \perp (ABCD)$ , SC tạo với đáy góc  $45^\circ$ . Gọi M là trung điểm BC. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và DM.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I; có đỉnh A thuộc đường thẳng d:  $x + y - 2 = 0$ , D(2; -1) là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A. Gọi điểm E(3; 1) là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AI; điểm P(2;1) thuộc đường thẳng AC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

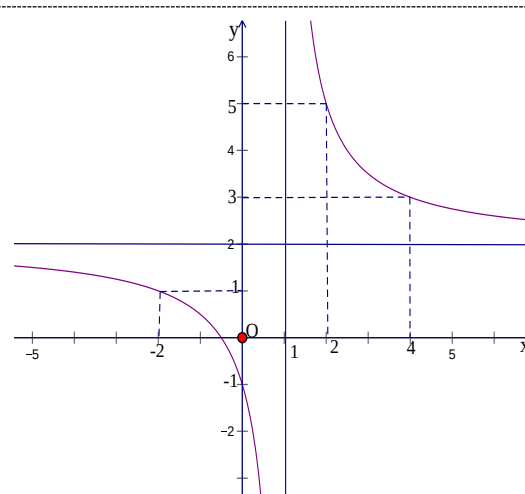
**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 - 7y^3 + 3xy(x+y) - 24y^2 + 3x - 27y = 14 \\ \sqrt{3-x} + \sqrt{y+4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số dương và  $a+b+c=3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

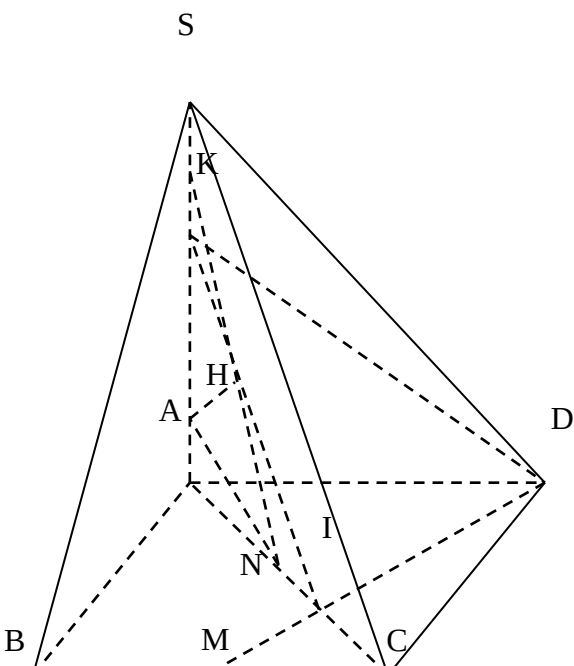
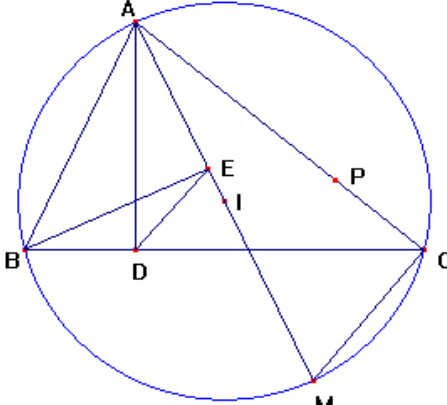
$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$$

-----Hết-----

# ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

| Câu                                                                                                                                                                | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Điểm      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|---|--|---|---|---|--|-----------|------|
| Câu 1                                                                                                                                                              | <p>- Tập xác định <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></p> <p>- Sự biến thiên <math>y' = \frac{-3}{(x-1)^2} &lt; 0</math> với <math>\forall x \neq 1</math></p> <p>+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng <math>(-\infty; 1), (1; +\infty)</math></p> <p>+ Hàm số không có cực trị.</p>                          | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | <p>+ <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y(x) = 2</math>, suy ra đường thẳng <math>y = 2</math> là đường tiệm cận ngang của đồ thị</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} y(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y(x) = -\infty</math>, suy ra đường thẳng <math>x = 1</math> là đường tiệm cận đứng của đồ thị</p> | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | <p>+ Bảng biến thiên</p> <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>                                                                   | x         | $-\infty$ | 1         | $+\infty$ | y' | - |  | - | y | 2 |  | $+\infty$ | 0,25 |
|                                                                                                                                                                    | x                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $-\infty$ | 1         | $+\infty$ |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | y'                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | -         |           | -         |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
| y                                                                                                                                                                  | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           | $+\infty$ |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
| <p>- Đồ thị</p> <p>Đồ thị nhận điểm <math>I(1; 2)</math> làm tâm đối xứng.</p>  | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
| Câu 2                                                                                                                                                              | <p>Tiếp tuyến song song (d) <math>\Rightarrow</math> Tiếp tuyến có hệ số góc bằng -5</p> <p>Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình : <math>\frac{-5}{(x_0 - 2)^2} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7 \\ x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 \end{cases}</math></p>                        | 0,5       |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | <p>Phương trình tiếp tuyến <math>y = -5(x - 1) - 3</math> hay <math>y = -5x + 2</math></p> <p><math>y = -5(x - 3) + 7</math> hay <math>y = -5x + 22</math> (Loại)</p>                                                                                                                                                 | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | <p>Phương trình tiếp tuyến của đồ thị là <math>y = -5x + 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
| Câu 3a                                                                                                                                                             | <p>a) <math>\sin x - 2\sin^3 x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0 \Leftrightarrow \sin x(1 - 2\sin^2 x) + \cos 2x = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(\sin x + 1) = 0</math></p>                                                                | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |
|                                                                                                                                                                    | <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}</math></p>                                                                                                                                  | 0,25      |           |           |           |    |   |  |   |   |   |  |           |      |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Câu 3b | b) phương trình trở thành: $3.25^x - 10.5^x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{7}{3} \end{cases}$                                                                                                                                        | 0,25 |
|        | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_5 \frac{7}{3} \end{cases}$ . Vậy nghiệm: $S = \left\{ 0; \log_5 \left( \frac{7}{3} \right) \right\}$                                                                                                              | 0,25 |
| Câu 4  | Đặt $t = \sqrt{3x-2} \Rightarrow t^2 = 3x-2 \Rightarrow 2tdt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{2}{3}tdt$ .                                                                                                                                                              | 0,25 |
|        | $x = 2 \Rightarrow y = 2; x = \frac{11}{3} \Rightarrow y = 3$<br>$\frac{xdx}{(x-1)\sqrt{3x-2}} = \frac{2}{3} \frac{t^2+2}{t^2-1} dt = \left[ \frac{2}{3} + \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right] dt$                                                               | 0,25 |
|        | Suy ra $I = \int_2^3 \left[ \frac{2}{3} + \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right] dt = \left[ \frac{2}{3}t + \ln \left  \frac{t-1}{t+1} \right  \right] \Big _2^3 = \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{2}$                                                                   | 0,5  |
| Câu 5  | Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n} = (1; -2; -1)$ . (Q): $x - 2y - z + 16 = 0$ .                                                                                                                                                                                       | 0,5  |
|        | $B(2+t; -1-2t; -t) \in d; d(B; (P)) = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{ 5t+3 }{3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{11}{5} \end{cases}$                                                                                             | 0,25 |
|        | Do đó $B(3; -3; -1)$ và $B(-\frac{1}{5}; \frac{17}{5}; \frac{11}{5})$                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
| Câu 6a | a) Điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ .<br>$3C_n^3 = 4n + 6C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{2} = 4n + 3n(n-1) \Leftrightarrow n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n = 9$ (do $n \geq 3$ )                                                                         | 0,25 |
|        | Khi đó ta có $\left( x - \frac{2}{x^2} \right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{9-k} \left( \frac{-2}{x^2} \right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{9-3k} (-2)^k$<br>Số hạng chứa $x^3 \Rightarrow 9-3k=3 \Leftrightarrow k=2$<br>Suy ra hệ số của $x^3$ là $C_9^2 (-2)^2 = 144$ | 0,25 |
| Câu 6b | b) Đặt $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ ta có:<br>$(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i \Leftrightarrow a-4b + (b+1)i = 1+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-4b=1 \\ b+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=2 \end{cases}$                            | 0,25 |
|        | Vậy môđun của $z$ là $ z  = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$ .                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
| Câu 7  | Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên đáy.<br>$(SC, (ABCD)) = SCA = 45^\circ$ . Suy ra:<br>$SA = AC \cdot \tan 45^\circ = 5a$                                                                                                                       | 0,25 |
|        | Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 20a^3$                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                 |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>Gọi <math>I = AC \cap DM \Rightarrow AI = 2.IC</math>. K thuộc SA và <math>AK=2.KS</math>. Suy ra <math>KI // SC \Rightarrow SC // (KMD)</math></p> <p><math>\Rightarrow d(SC, DM) = d(C, (KMD))</math></p> <p><math>= \frac{1}{2} d(A, (KMD))</math></p> <p>Gọi N, H lần lượt là hình chiếu của A lên DM, KN.</p> <p>Do <math>DM \perp SA, AN \Rightarrow DM \perp (KAN)</math></p> <p><math>\Rightarrow (KDM) \perp (KAN) \Rightarrow (KDM) \perp AH</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25                                            |
|       | <p>Ta có <math>S_{AMD} = \frac{1}{2} AN.MD = \frac{1}{2} d(M, AD).AD \Rightarrow AN = \frac{12a}{\sqrt{13}}</math>. <math>AK = \frac{2}{3} SA = \frac{10a}{3}</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{649}{3600a^2} \Rightarrow AH = \frac{60a}{\sqrt{649}}</math>. Vậy <math>d(SC, DM) = \frac{30a}{\sqrt{649}}</math></p> | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                 |
| Câu 8 |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>Gọi M là điểm đối xứng của A qua I.</p> <p>Ta có <math>BCM = BAM = EDC</math> (Do tứ giác ABDE nội tiếp). Từ đó suy ra <math>DE // MC</math> mà <math>MC \perp AC \Rightarrow DE \perp AC</math>. Ta có <math>\overrightarrow{DE} = (1; 2)</math>.</p> <p>Phương trình AC: <math>1(x-2) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0</math>. Ta có <math>\{A\} = d \cap AC</math>. Tọa độ của A thỏa hệ phương trình <math>\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 2)</math>.</p> <p>Ta có <math>\overrightarrow{AD} = (2; -3)</math>, <math>\overrightarrow{AE} = (3; -1)</math>.</p> <p>Phương trình BE: <math>3(x-3) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 8 = 0</math>.</p> <p>Phương trình BD: <math>2(x-2) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 7 = 0</math>. <math>\{B\} = BE \cap BD</math></p> <p>Tọa độ của B thỏa hệ phương trình: <math>\begin{cases} 3x - y - 8 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{7} \\ y = -\frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{17}{7}; -\frac{5}{7}\right)</math>.</p> | <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0,25</p> |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Câu 9  | <p>Ta có: <math>\{C\} = AC \cap BD</math>, nên Tọa độ của C thỏa hệ phương trình</p> $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ 2x-3y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{26}{7} \\ y=\frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right). \text{Kết luận: } A(0;2), B\left(\frac{17}{7}; -\frac{5}{7}\right), C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right).$ |      |
|        | <p>* Gọi <math>A(2-4a; 4+3a); \left(a &gt; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(-4a - \frac{12}{5}; 3a + \frac{9}{5}\right)</math></p> <p>Lại có: <math>AI = 2PI \Leftrightarrow \left(4a + \frac{12}{5}\right)^2 + \left(3a + \frac{9}{5}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=\frac{-6}{5} (L) \end{cases}</math></p>                      | 0,25 |
|        | <p>* Suy ra: <math>A(2; 4)</math><br/> <math>AP: 2x + y - 8 = 0</math>, DN vuông góc AP và đi qua I nên: <math>AI: x - 2y = 0</math>.<br/> Ta có <math>DN \cap AP = H\left(\frac{16}{5}; \frac{8}{5}\right) \Rightarrow D(2;1) \Rightarrow C(5;1) \Rightarrow B(5;4)</math><br/> Vậy <math>A(2;4), B(5;4), C(5;1), D(2;1)</math></p>                                               | 0,5  |
|        | <p>ĐK: <math>\begin{cases} x \leq 3 \\ y \geq -4 \end{cases}</math> Từ (1) ta có <math>(x+y)^3 + 3(x+y) = (2y+2)^3 + 3(2y+2) (*)</math></p> <p><math>f(t) = t^3 + 3t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 3 &gt; 0 \forall t (*) \Leftrightarrow f(x+y) = f(2y+2) \Leftrightarrow y = x-2.</math></p>                                                                                        | 0,25 |
|        | <p>Thế vào (2) ta được<br/> <math>\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1, (-2 \leq x \leq 3)</math><br/> <math>\Leftrightarrow \sqrt{x+2} - \frac{1}{3}(x+4) + \sqrt{3-x} - \frac{1}{3}(-x+5) = (x^2 - x - 2)(x+2)</math><br/> <math>\Leftrightarrow (x^2 - x - 2) \left( 3(x+2) + \frac{1}{3\sqrt{x+2}+x+4} + \frac{1}{3\sqrt{3-x}+5-x} \right) = 0</math></p>              | 0,5  |
|        | $\Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases} \quad S = \{(-1; -3), (2; 0)\}$                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
| Câu 10 | <p>Với <math>a+b+c=3</math> ta có</p> $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ <p>Theo BĐT Cô-Si: <math>\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}</math>, dấu đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow b=c</math></p>                            | 0.25 |
|        | <p>Tương tự <math>\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left( \frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)</math> và <math>\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left( \frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)</math></p>                                                                                                                                                         | 0.25 |
|        | <p>Suy ra <math>P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |
|        | <p>Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi <math>a=b=c=1</math>. Vậy <math>\max P = \frac{3}{2}</math> khi <math>a=b=c=1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25 |

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

**ĐỀ THI THAM KHẢO**

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$ .

**Câu 2 (1,0điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $f''(x_0) = 0$ .

**Câu 3 (1,0điểm).**

a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - 3i)z + 2(1 + i)\bar{z} = 21 - 5i$ . Tìm phần thực, phần ảo của số phức  $z$ .

b) Giải phương sau:  $2^{2x+1} - 2^{x+3} - 64 = 0, x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 4 (1,0điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi/2} x(x + \cos x) dx$ .

**Câu 5 (1,0điểm).** a) Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $2 \sin \alpha - \cos \alpha = 1$ . Tính  $A = \cos 2016\pi + 2\alpha$ .

b) Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT năm học 2016, thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và 1 môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lý, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lý. Trường Việt Mỹ có 40 học sinh đăng ký dự thi, trong đó có 20 học sinh chọn môn Vật lý và 10 học sinh chọn môn Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ của trường Việt Mỹ, tính xác suất để trong 3 học sinh đó luôn có học sinh chọn môn Vật lý và học sinh chọn môn Hóa học.

**Câu 6 (1,0điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;3;0)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x + 2y - z + 1 = 0$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  và tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 7 (1,0điểm).** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh bên bằng  $2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , biết  $AB = a\sqrt{2}$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính theo  $a$  thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$ .

**Câu 8 (1,0điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $I(2;2)$ , điểm  $D$  là chân đường phân giác trong của góc  $\angle BAC$ . Đường thẳng  $AD$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  tại điểm  $M$  (khác điểm  $A$ ). Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$  biết  $J(-2;2)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ACD$  và phương trình đường thẳng  $MC: x + y - 2 = 0$ .

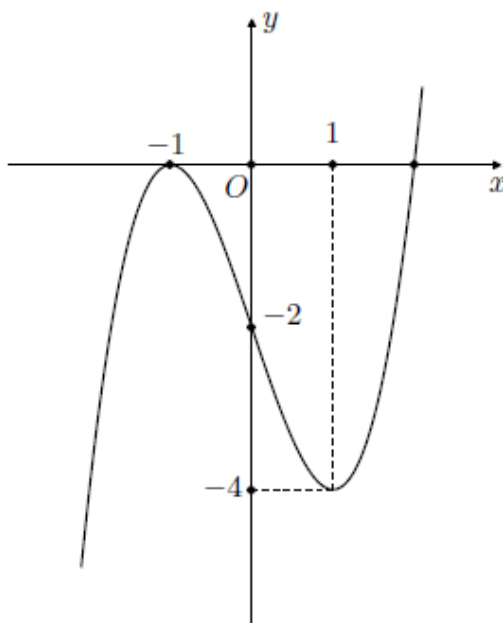
**Câu 9 (1,0điểm).** a) Thầy Tuấn muốn mua một món quà tặng bạn gái nhân ngày sinh nhật. Thầy Tuấn quyết định bỏ ổng heo 1000 đồng, bắt đầu từ ngày 1 tháng 5 năm 2016. Tiếp theo cứ ngày sau cao hơn ngày trước 500 đồng. Hỏi đến đúng ngày sinh nhật của bạn gái ngày 3 tháng 7 năm 2016, thầy Tuấn có đủ tiền mua quà cho bạn gái không? Biết rằng món quà thầy Tuấn dự định mua giá khoảng 900.000 đồng.

b) Giải phương trình sau:  $15x^2 = x + 2\sqrt{x^2 + x + 1} + 5, x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 10 (1,0điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $y + z = x(y^2 + z^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

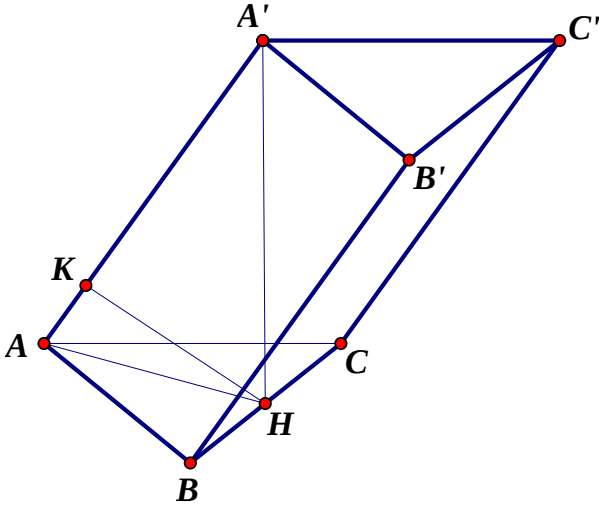
$$P = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$$

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu                                                                                            | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Điểm         |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|---------------|--------------------|-----------|-----------|------|--|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----|-----------|--------------|---------------|--------------------|-------------|
| 1                                                                                              | <b>Câu 1 (1,0 điểm).</b> Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>1,0</b>   |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|                                                                                                | Tập xác định $D = \mathbb{R}$<br>Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>0,25</b>  |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|                                                                                                | Sự biến thiên<br>Chiều biến thiên $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$<br>Các khoảng đồng biến: $-\infty; -1$ và $1; +\infty$ ; khoảng nghịch biến $-1; 1$ .<br>Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = 0$ ; đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -4$                                                                                                                                                                                                                                             | <b>0,25</b>  |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|                                                                                                | Bảng biến thiên<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\nearrow 0</math></td><td><math>\searrow -4</math></td><td><math>\nearrow +\infty</math></td></tr></table> | $x$          | $-\infty$     | $-1$               | $1$       | $+\infty$ | $y'$ |  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |  | $y$ | $-\infty$ | $\nearrow 0$ | $\searrow -4$ | $\nearrow +\infty$ | <b>0,25</b> |
|                                                                                                | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $-\infty$    | $-1$          | $1$                | $+\infty$ |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
| $y'$                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $+$          | $0$           | $-$                | $0$       | $+$       |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
| $y$                                                                                            | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $\nearrow 0$ | $\searrow -4$ | $\nearrow +\infty$ |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
| Đồ thị<br> | <b>0,25</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
| 2                                                                                              | <b>Câu 2 (1,0 điểm).</b> Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0$ , biết $f''(x_0) = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>1,0</b>   |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|                                                                                                | Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$<br>$f''(x) = 6x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>0,25</b>  |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |
|                                                                                                | $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y(0) = -2 \Rightarrow M(0; -2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>0,25</b>  |               |                    |           |           |      |  |     |     |     |     |     |  |     |           |              |               |                    |             |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Phương trình tiếp tuyến của đồ thị <math>C</math> tại <math>M(0; -2)</math></p> $y = f'(0) \cdot x - 0 - 2$ $\Leftrightarrow y = -3x - 2$                                                                                                                                | 0,25 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
| 3 | <p>a) Cho số phức <math>z</math> thỏa mãn hệ thức <math>(1 - 3i)z + 2(1 + i)\bar{z} = 21 - 5i</math>. Tìm phần thực, phần ảo của số phức <math>z</math>.</p>                                                                                                                | 0,5  |
|   | <p><math>z = a + bi</math> <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, ta có <math>\bar{z} = a - bi</math></p> <p>Khi đó</p> $(1 - 3i)z + 2(1 + i)\bar{z} = 21 - 5i \Leftrightarrow (1 - 3i)(a + bi) + 2(1 + i)(a - bi) = 21 - 5i$ $\Leftrightarrow 3a + 5b - 21 + (-a - b + 5)i = 0$ | 0,25 |
|   | $\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 5b = 21 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ <p>Vậy phần thực của <math>z</math> là 2, phần ảo của <math>z</math> là 3.</p>                                                               | 0,25 |
|   | Giải phương sau: $2^{2x+1} - 2^{x+3} - 64 = 0, x \in \mathbb{R}$ .                                                                                                                                                                                                          | 0,5  |
|   | <p>Đặt <math>t = 2^x, t &gt; 0</math></p> <p>Phương trình đã cho tương đương <math>t^2 - 4t - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \text{ (loại)} \\ t = 8 \end{cases}</math></p>                                                                                    | 0,25 |
|   | <p>Với <math>t = 8 \Leftrightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3</math></p> <p>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là <math>x = 3</math>.</p>                                                                                                                                | 0,25 |
| 4 | Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/2} x(x + \cos x) dx$ .                                                                                                                                                                                                                      | 1,0  |
|   | Ta có $I = \int_0^{\pi/2} x^2 dx + \int_0^{\pi/2} x \cos x dx$                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|   | Với $I_1 = \int_0^{\pi/2} x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^{\pi/2} = \frac{\pi^3}{24}$                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|   | <p>Với <math>I_2 = \int_0^{\pi/2} x \cos x dx</math></p> <p>Đặt <math>\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}</math></p>                                                                              | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |             |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|   | $I_2 = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |             |
|   | Vậy $I = \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi}{2} - 1.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>0,25</b> |
| 5 | <p>a) Cho góc <math>\alpha</math> thỏa mãn <math>\frac{\pi}{2} &lt; \alpha &lt; \pi</math> và <math>2 \sin \alpha - \cos \alpha = 1</math>. Tính <math>A = \cos 2016\pi + 2\alpha</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>0,5</b>  |
|   | <p>Với <math>\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin \alpha &gt; 0</math></p> <p><math>A = \cos 2016\pi + 2\alpha = \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>0,25</b> |
|   | <p>Ta có <math>\begin{cases} 2 \sin \alpha - \cos \alpha = 1 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 1 = 1</math></p> <p><math>\Rightarrow 5 \sin^2 \alpha - 4 \sin \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}</math></p> <p>Suy ra <math>A = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{7}{25}</math></p>                                                                                                                                  | <b>0,25</b> |
|   | <p>Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT năm học 2016, thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và 1 môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường Việt Mỹ có 40 học sinh đăng kí dự thi, trong đó có 20 học sinh chọn môn Vật lí và 10 học sinh chọn môn Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ của trường Việt Mỹ, tính xác suất để trong 3 học sinh đó luôn có học sinh chọn môn Vật lí và học sinh chọn môn Hóa học.</p> | <b>0,5</b>  |
|   | <p>Số phần tử của không gian mẫu là <math>n_{\Omega} = C_{40}^3 = 9880</math></p> <p>Gọi A là biến cố “3 học sinh được chọn luôn có học sinh chọn môn Vật lí và học sinh chọn môn Hóa học”</p> <p>Khí đó, số phần tử của biến cố A là <math>n_A = C_{20}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{20}^2 \cdot C_{10}^1 + C_{20}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 4800</math></p>                                                                                                                                                              | <b>0,25</b> |
|   | <p>Vậy xác suất để xảy ra biến cố A là <math>P_A = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{120}{247}.</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>0,25</b> |
| 6 | <p>Trong không gian với hệ tọa độ <math>Oxyz</math>, cho điểm <math>A(1;3;0)</math> và mặt phẳng (P) có phương trình <math>2x + 2y - z + 1 = 0</math>. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) và tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).</p>                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>1,0</b>  |
|   | <p>Khoảng cách từ điểm <math>A(1;3;0)</math> và mặt phẳng (P) :</p> $d = \frac{ 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 0 + 1 }{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{9}{3} = 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>0,25</b> |
|   | <p>Đường thẳng AA' qua A nhận vecto pháp tuyến của mp(P) là <math>\vec{n}_P = 2;2;-1</math> làm vecto chỉ phương.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>0,25</b> |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Ta có phương trình tham số của đường thẳng <math>AA'</math> là <math display="block">\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -t \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|   | <p>Gọi <math>I</math> là giao điểm của đường thẳng <math>AA'</math> và mặt phẳng <math>(P)</math>.<br/>Do <math>I</math> thuộc đường thẳng <math>AA'</math> nên <math>I(1 + 2t; 3 + 2t; -t)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|   | <p>Mặt khác <math>I</math> thuộc mặt phẳng <math>(P)</math> nên<br/><math>2(1 + 2t) + 2(3 + 2t) - (-t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(-1; 1; 1)</math><br/>Vì <math>I</math> là trung điểm của <math>AA'</math> nên ta có <math>A'(-3; -1; 2)</math></p>                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
| 7 | <p>Cho hình lăng trụ tam giác <math>ABC.A'B'C'</math> có độ dài cạnh bên bằng <math>2a</math>, đáy <math>ABC</math> là tam giác vuông cân tại <math>A</math>, biết <math>AB = a\sqrt{2}</math>. Hình chiếu vuông góc của <math>A'</math> lên mặt phẳng <math>(ABC)</math> là trung điểm của cạnh <math>BC</math>. Tính theo <math>a</math> thể tích khối lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math> và khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>AA'</math> và <math>BC</math>.</p> | 1,0  |
|   |  <p>Gọi <math>H</math> là trung điểm <math>BC \Rightarrow AH \perp BC</math> và <math>AH = \frac{BC}{2} = a</math>.<br/>Tam giác <math>AA'H</math> vuông tại <math>H \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}</math></p>                                                                                                                                                    | 0,25 |
|   | <p>Thể tích lăng trụ <math>V = A'H.S_{ABC} = A'H.\frac{1}{2}AB.AC = a^3\sqrt{3}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|   | <p>Ta có <math>\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'AH</math><br/>Trong mặt phẳng <math>A'AH</math>, kẻ <math>HK \perp A'A</math> tại <math>K</math> (1)<br/>Do <math>\begin{cases} BC \perp (A'AH) \\ HK \subset (A'AH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp HK</math> (2)<br/>Từ (1) và (2) suy ra <math>HK = d(A'A, BC)</math>.</p>                                                                                             | 0,25 |
|   | <p>Tam giác <math>A'AH</math> vuông tại <math>H</math> <math>\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{A'H^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math><br/>Vậy <math>d(A'A, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
| 8 | <p>Trong mặt phẳng tọa độ <math>Oxy</math>, cho tam giác <math>ABC</math> nội tiếp đường tròn tâm <math>I(2; 2)</math>, điểm <math>D</math> là chân đường phân giác trong của góc <math>\angle BAC</math>. Đường thẳng <math>AD</math> cắt đường tròn ngoại tiếp tam</p>                                                                                                                                                                                               | 1,0  |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  | <p>giác <math>ABC</math> tại điểm <math>M</math> (khác điểm <math>A</math>). Tìm tọa độ các điểm <math>A, B, C</math> biết <math>J(-2; 2)</math> là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ACD</math> và phương trình đường thẳng <math>MC: x + y - 2 = 0</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|  | <div data-bbox="512 237 1054 786" data-label="Image"> </div> <p>Ta có <math>\angle CJD = 2\angle CAD</math> (do tam giác <math>ABC</math> nội tiếp đường tròn tâm <math>I</math>)<br/> Mặt khác <math>\angle CAD = \angle BAD = \angle BCM \Rightarrow \angle CJD = 2\angle BCM</math><br/> Mà <math>\triangle CJD</math> cân tại <math>J \Rightarrow \angle CJD + 2\angle JCD = 180^\circ</math><br/> <math>\Rightarrow 2\angle BCM + 2\angle JCD = 180^\circ \Rightarrow \angle BCM + \angle JCD = 90^\circ \Rightarrow CM \perp CJ</math></p>                                                                       | 0,25 |
|  | <p>Do <math>CM \perp CJ</math>, phương trình <math>CJ</math> qua <math>J(-2; 2)</math> nên <math>CJ: x - y + 4 = 0</math><br/> Ta có <math>C</math> là giao điểm của <math>CJ</math> và <math>CM</math> nên tìm được <math>C(-1; 3)</math><br/> <math>AC</math> qua <math>C(-1; 3)</math> nhận <math>\overrightarrow{IJ} = (-4; 0)</math> làm vector pháp tuyến nên có phương trình <math>AC: x + 1 = 0</math><br/> Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABC</math> là <math>I: x - 2^2 + y - 2^2 = 10</math></p>                                                                                         | 0,25 |
|  | <p>Tọa độ <math>A, C</math> là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} x - 2^2 + y - 2^2 = 10 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1, y = 3 \\ x = -1, y = 1 \end{cases}</math><br/> Do <math>C(-1; 3)</math> nên nhận <math>A(-1; 1)</math><br/> Tọa độ <math>M, C</math> là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} x - 2^2 + y - 2^2 = 10 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1, y = 3 \\ x = 3, y = -1 \end{cases}</math><br/> Do <math>C(-1; 3)</math> nên nhận <math>M(3; -1)</math></p>                                                                                          | 0,25 |
|  | <p>Khi đó <math>BC</math> qua <math>C</math> nhận <math>\overrightarrow{IM} = (1; -3)</math> làm vtpt có phương trình <math>x - 3y + 10 = 0</math><br/> Tọa độ <math>B, C</math> là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} x - 2^2 + y - 2^2 = 10 \\ x - 3y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1, y = 3 \\ x = \frac{19}{5}, y = \frac{23}{5} \end{cases}</math><br/> Do <math>C(-1; 3)</math> nên nhận <math>B\left(\frac{19}{5}; \frac{23}{5}\right)</math><br/> Vậy tọa độ các điểm cần tìm là <math>A(-1; 1)</math>, <math>B\left(\frac{19}{5}; \frac{23}{5}\right)</math>, <math>C(-1; 3)</math>.</p> | 0,25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 9  | <p>a) Thầy Tuấn muốn mua một món quà tặng bạn gái nhân ngày sinh nhật. Thầy Tuấn quyết định bỏ ống heo 1000 đồng, bắt đầu từ ngày 1 tháng 5 năm 2016. Tiếp theo cứ ngày sau cao hơn ngày trước 500 đồng. Hỏi đến đúng ngày sinh nhật của bạn gái ngày 3 tháng 7 năm 2016, thầy Tuấn có đủ tiền mua quà cho bạn gái không? Biết rằng món quà thầy Tuấn dự định mua giá khoảng 900.000 đồng.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5  |
|    | <p>Từ ngày 1 tháng 5 đến ngày 3 tháng 7 có tổng số ngày là<br/> <math>31 + 30 + 3 = 64</math> ngày<br/>         Số tiền bỏ ống của thầy Tuấn mỗi ngày tăng theo cấp số cộng với công sai bằng 500 đồng</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|    | <p>Do đó, tổng số tiền có được của thầy Tuấn đến ngày 3 tháng 7 là<br/> <math display="block">\frac{64}{2} [2 \times 1000 + 64 - 1 \times 500] = 1072000 \text{ đồng}</math>         Vậy thầy Tuấn có đủ tiền mua quà sinh nhật cho bạn gái.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|    | <p>b) Giải phương trình sau: <math>15x^2 = x + 2\sqrt{x^2 + x + 1} + 5 \quad x \in \mathbb{R}.</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,5  |
|    | <p>Phương trình đã cho tương đương với<br/> <math display="block">5 \cdot 3x^2 - x - 1 + 2 \cdot 2x - \sqrt{x^2 + x + 1} = 0</math> <math display="block">\Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3x^2 - x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 2x} + 5 \cdot 3x^2 - x - 1 = 0</math> <math display="block">\Leftrightarrow 3x^2 - x - 1 \left( \frac{2}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 2x} + 5 \right) = 0</math> <p><b>TH1.</b> <math>3x^2 - x - 1 = 0</math><br/>         Theo đề bài ta có <math>\begin{cases} 15x^2 - x - 1 &gt; 0 \\ 3x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 4x &gt; 0 \Rightarrow x &gt; 0</math><br/>         Do đó <math>3x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}</math></p> </p> | 0,25 |
|    | <p><b>TH2.</b> <math>\frac{2}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 2x} + 5 = 0 \quad (2)</math><br/> <math display="block">\Leftrightarrow 10x + 5\sqrt{x^2 + x + 1} + 2 = 0</math> <math display="block">\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 + x + 1} = -2 - 10x</math> <math display="block">\Leftrightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{29}}{10}</math> <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm <math>x = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}, x = \frac{-1 - \sqrt{29}}{10}.</math></p> </p>                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
| 10 | <p>Cho <math>x, y, z</math> là các số thực dương thỏa mãn <math>y + z = x \cdot y^2 + z^2</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</p> $P = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{4}{1+x+1+y+1+z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|    | <p>Chứng minh được <math>\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{8}{(a+b)^2} \quad (*)</math><br/>         Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |             |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|  | <p>Đặt <math>t = y + z</math>, áp dụng (*) ta có</p> $\frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} \geq \frac{8}{2+y+z^2} = \frac{8}{2+t^2}$ $\frac{1}{1+y} \cdot \frac{1}{1+z} \leq \frac{2+y+z^2}{4} = \frac{t+2^2}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>0,25</b> |
|  | <p>Như vậy <math>P \geq \frac{1}{1+x^2} + \frac{8}{2+t^2} + \frac{16}{1+x} \cdot \frac{1}{t+2^2}</math></p> <p>Mặt khác từ giả thiết</p> $y+z = x \cdot y^2 + z^2 \geq \frac{x \cdot y + z^2}{2} \Leftrightarrow x \cdot y + z \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{t}$ <p>Từ đó ta suy ra</p> $P \geq \frac{1}{\left(1+\frac{2}{t}\right)^2} + \frac{8}{2+t^2} + \frac{16}{\left(1+\frac{2}{t}\right) \cdot t+2^2} = \frac{t^3 + 2t^2 + 24t + 16}{t+2^3} = f(t)$ | <b>0,25</b> |
|  | $f'(t) = \frac{4t^4 - 24t^3 - 144t^2 - 160t}{t+2^4}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^4 - 6t^3 - 36t^2 - 40t = 0 \Leftrightarrow t(t-10)(t+2)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 10$ <p>Bằng bảng biến thiên, ta thấy <math>f(t)</math> đạt giá trị nhỏ nhất tại <math>t = 10</math> và</p> $f(10) = \frac{91}{106}.$ <p>Kết luận <math>\min P = f(10) = \frac{91}{106}</math> đạt được khi <math>x = \frac{1}{5}, y = z = 5</math>.</p>                                         | <b>0,25</b> |

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x + 2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị của hàm số có hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục tung.

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^3 x - \cos^2 x - \cos x}$ .

b) Giải bất phương trình  $\log_{2x} 64 + \log_{x^2} 16 \geq 3$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình  $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$  trên tập số phức.

b) Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x\sqrt{x} + x^{\frac{28}{15}}\right)^n$ , biết  $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x \, dx$

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang cân ( $BC \parallel AD$ ). Biết đường cao  $SH = a$  với  $H$  là trung điểm của  $AD$ ,  $AB = BC = CD = a$ ,  $AD = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $SABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AD$ .

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x - 2z = 0 \\ 3x - 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + z + 5 = 0$ .

a) Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng  $\Delta$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

b) Viết phương trình mặt cầu đi qua gốc tọa độ và có tâm là giao điểm của  $\Delta$  và  $(P)$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông  $ABCD$ , biết các đường thẳng chứa các cạnh  $AB, BC, CD, DA$  theo thứ tự đi qua các điểm  $P(2;1), Q(0;1), R(3;5), S(-3;-1)$ .

a) Giải bất phương trình  $\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} > \frac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$  trên tập số thực.

b) Thành phố Cần Thơ có 10 ứng cử viên đại biểu Quốc hội khóa XIV và đại biểu hội đồng nhân dân TP Cần Thơ nhiệm kỳ 2016 – 2020 (được thông qua tại hội nghị hiệp thương lần 3 do Ủy ban MTTQ Việt Nam TP Cần Thơ tổ chức vào chiều ngày 15 tháng 4). Cùng với 3 ứng cử viên do trung ương giới thiệu, đơn vị bầu cử tại TP Cần Thơ sẽ có 13 ứng cử viên trong đó có 3 người hiện đang công tác trong ngành giáo dục và đào tạo. Tính xác suất để trong 7 đại biểu được bầu có ít nhất 1 người đang công tác trong ngành giáo dục và đào tạo.

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho  $a, b \in \mathbb{R}$ . Chứng minh rằng

$$(a \cdot 2^{2015} + b \cdot 3^{2016} + 1)^2 \leq (4^{2015} + 9^{2016} + 1)(a^2 + b^2 + 1)$$

----- Hết -----

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu           | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Điểm                       |           |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------|------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|----------------|-----------|---------------------------------|
| Câu 1<br>(1đ) | Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x$ . Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                            |           |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
|               | <p>Tập xác định <math>D = R</math></p> <p><math>y' = x^2 + 4x + 4</math></p> <p><math>y' = 0 \Leftrightarrow x = -2, y = -\frac{8}{3}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty</math>                      <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math></p> <p>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{8}{3}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>Hàm số đồng biến trên <math>(-\infty; +\infty)</math></p> <p>Hàm số không có cực trị</p> <p>Các điểm thuộc đồ thị hàm số <math>\left(-4; -\frac{16}{3}\right), (-3; -3), \left(-1; -\frac{7}{3}\right), (0; 0)</math></p> <p>Đồ thị</p> | $x$                        | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ | $y'$ | $+$ | $0$ | $+$ | $y$ | $-\infty$ | $-\frac{8}{3}$ | $+\infty$ | 0.25đ<br><br>0.25đ<br><br>0.25đ |
| $x$           | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $-2$                       | $+\infty$ |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
| $y'$          | $+$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $0$                        | $+$       |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
| $y$           | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $-\frac{8}{3}$             | $+\infty$ |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
| Câu 2<br>(1đ) | Tìm $m$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 1)x + 2$ có hai điểm cực trị nằm khác phía so với trục tung.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                            |           |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |
|               | <p><math>y' = x^2 - 2mx + 2m - 1</math></p> <p>Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung</p> <p><math>\Leftrightarrow y' = 0</math> có hai nghiệm trái dấu</p> <p><math>\Leftrightarrow 2m - 1 &lt; 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow m &lt; \frac{1}{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.5đ<br>0.25đ<br><br>0.25đ |           |      |           |      |     |     |     |     |           |                |           |                                 |

|                 |                                                                                                                                               |       |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Câu 3<br>(0.5đ) | a. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2\cos^3 x - \cos^2 x - \cos x}$                                               |       |
|                 | $P = \frac{2\cos 2x \cos x + 2\cos^2 x}{\cos x(2\cos^2 x - \cos x - 1)}$                                                                      | 0.25đ |
|                 | $= \frac{2(\cos 2x + \cos x)}{(\cos 2x - \cos x)}$                                                                                            | 0.25đ |
| (0.5đ)          | b. Giải bất phương trình $\log_{2x} 64 + \log_{x^2} 16 \geq 3$ .                                                                              |       |
|                 | $\log_{2x} 64 + \log_{x^2} 16 \geq 3 \Leftrightarrow 3 \frac{1}{\frac{1}{2} + \log_4 x} + 2 \frac{1}{\log_4 x^2} \geq 3$                      |       |
|                 | $\Leftrightarrow 3\log_4 x + \frac{1}{2} + \log_4 x \geq 3\log_4 x \left( \frac{1}{2} + \log_4 x \right)$                                     | 0.25đ |
|                 | $\Leftrightarrow 3(\log_4 x)^2 - \frac{5}{2}\log_4 x - \frac{1}{2} \leq 0$                                                                    | 0.25đ |
|                 | $-\frac{1}{6} \leq \log_4 x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[6]{4}} \leq x \leq 4$                                                       |       |
| Câu 4<br>(0.5đ) | a. Tìm số hạng không chứa $x$ trong khai triển $\left( x^3\sqrt{x} + x^{\frac{28}{15}} \right)^n$ biết $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$ . |       |
|                 | $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{1}{2}n(n-1) = 79 \Rightarrow n = 12$                                        | 0.25đ |
|                 | Số hạng tổng quát $C_{12}^k x^{16 - \frac{16}{5}k}$                                                                                           |       |
|                 | $16 - \frac{16}{5}k = 0 \Leftrightarrow k = 5$                                                                                                | 0.25đ |
|                 | Số hạng không chứa $x$ là $C_{12}^5 = 792$                                                                                                    |       |
| (0.5đ)          | b. Giải phương trình $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ trên tập số phức.                                                                                  |       |
|                 | Đặt $t = x^2$ ta có $3t^2 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$                                   | 0.25đ |
|                 | $\Rightarrow x = \pm 1; x = \pm \frac{i\sqrt{3}}{3}$                                                                                          | 0.25đ |
| Câu 5<br>(1đ)   | Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x dx$                                                                          |       |
|                 | $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = I_1 + I_2$                                              | 0.25đ |
|                 | Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$                                                                                                               |       |
|                 | $dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$                                                                                                       | 0.25đ |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                              |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|               | $\Rightarrow I_1 = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$ $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x d \sin x = \frac{\sin^3 x}{3} \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$ $I = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$                                                                                                                                         | 0.25đ<br><br>0.25đ                           |
| Câu 6<br>(1đ) | Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ( $BC // AD$ ). Biết đường cao $SH = a$ với $H$ là trung điểm của $AD$ . $AB = BC = CD = a$ , $AD = 2a$ . Tính theo $a$ thể tích của khối chóp $SABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB, AD$                                                                                                                                                                                          |                                              |
|               | Diện tích hình thang $ABCD$ : $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$<br>Thể tích khối $SABCD$ : $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$<br>$AD // BC \subset (SBC) \Rightarrow AD // (SBC)$<br>$d(SB, AD) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$<br>$V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$<br>$SC = SB = \sqrt{BH^2 + SH^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$<br>$d(SB, AD) = d(A, (SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{SBC}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ | 0.25đ<br><br>0.25đ<br><br>0.25đ<br><br>0.25đ |
| Câu 7<br>(1đ) | Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x - 2z = 0 \\ 3x - 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$ , mặt phẳng<br>$(P): x - 2y + z + 5 = 0$<br>a. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ .                                                                                                                                                                                                                |                                              |
|               | Phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2}t \\ z = t \end{cases}$<br>Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M\left(0; -\frac{3}{2}; 0\right)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \left(2; \frac{7}{2}; 1\right)$<br>Mặt phẳng $(P)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{m} = (1; -2; 1)$<br>Mặt phẳng $(Q)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-11; 2; 15)$                                                      | 0.25đ<br><br>0.25đ                           |

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                 |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  | Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M\left(0;-\frac{3}{2};0\right)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-11;2;15): 11x-2y-15z-3=0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                 |
|                  | b. Viết phương trình mặt cầu đi qua gốc tọa độ và có tâm là giao điểm của $\Delta$ và (P).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                 |
|                  | Tọa độ giao điểm của $\Delta$ và (P) là nghiệm của hệ phương trình<br>$\begin{cases} x-2z=0 \\ 3x-2y+z-3=0 \\ x-2y+z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=\frac{11}{2} \\ z=2 \end{cases}$<br>Bán kính $R=\sqrt{\frac{201}{4}}$<br>Phương trình mặt cầu $(x-4)^2+\left(y-\frac{11}{2}\right)^2+(z-2)^2=\frac{201}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25đ<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>0.25đ                                              |
| Câu 8<br>(1đ)    | Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết các đường thẳng chứa các cạnh AB,BC,CD,DA theo thứ tự đi qua các điểm $P(2;1),Q(0;1),R(3;5),S(-3;-1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                 |
|                  | Gọi $AB:y=kx+b;AD:y=-\frac{1}{k}x+b'$<br>$P(2;1)\in AB\Rightarrow 2k+1=1$<br>$S(-3;-1)\in DA\Rightarrow \frac{3}{k}+b=-1$<br>$d(Q,AB)=d(R,AD)\Leftrightarrow  3k-5+b = k-kb' $<br>$\Rightarrow (k;b;b')\in\left\{\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};-10\right),\left(-7;15;-\frac{4}{7}\right)\right\}$<br><ul style="list-style-type: none"><li>Với <math>(k;b;b')=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};-10\right)</math><br/><math>AB:x-3y+1=0;BC:3x+y-1=0</math><br/><math>CD:x-3y+12=0;DA:3x+y+10=0</math><br/><math>\Rightarrow A,B,C,D</math></li><li>Với <math>(k;b;b')=\left(-7;15;-\frac{4}{7}\right)</math><br/><math>AB:7x+y-15=0;BC:x-7y+7=0</math><br/><math>CD:7x+y-26=0;DA:x-7y-4=0</math><br/><math>\Rightarrow A,B,C,D</math></li></ul> | 0.25đ<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>0.25đ<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>0.25đ |
| Câu 9a<br>(0.5đ) | Giải bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\frac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                 |
|                  | $\Leftrightarrow \frac{2x+4-4(2-x)}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}>\frac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                 |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |       |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
|        | $\Leftrightarrow (3x-2)\left[\sqrt{9x^2+16}-2\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)\right]>0$ $\Leftrightarrow (3x-2)\left(9x^2+8x-32-16\sqrt{8-2x^2}\right)>0$ $\Leftrightarrow (3x-2)\left(x-2\sqrt{8-2x^2}\right)\left(8+x+2\sqrt{8-2x^2}\right)>0$ $\Leftrightarrow (3x-2)\left(x-2\sqrt{8-2x^2}\right)>0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2>0 \\ x-2\sqrt{8-2x^2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{\sqrt{32}}{3} \\ 2\leq x<\frac{2}{3} \end{cases}$                                                                         | 0.25đ |
|        | $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2<0 \\ x-2\sqrt{8-2x^2}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{\sqrt{32}}{3} \\ 2\leq x<\frac{2}{3} \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25đ |
|        | <p>b. Thành phố Cần Thơ có 10 ứng cử viên đại biểu Quốc hội khóa XIV và đại biểu hội đồng nhân dân TP Cần Thơ nhiệm kỳ 2016 – 2020 (được thông qua tại hội nghị hiệp thương lần 3 do Ủy ban MTTQ Việt Nam TP Cần Thơ tổ chức vào chiều ngày 15 tháng 4). Cùng với 3 ứng cử viên do trung ương giới thiệu, đơn vị bầu cử tại TP Cần Thơ sẽ có 13 ứng cử viên trong đó có 3 người hiện đang công tác trong ngành giáo dục và đào tạo. Tính xác suất để trong 7 đại biểu được bầu có ít nhất 1 người đang công tác trong ngành giáo dục và đào tạo.</p> |       |
|        | <p>Số phần tử không gian mẫu <math>n(\Omega) = C_{13}^7</math></p> <p>Gọi <math>A</math> là biến cố “trong 7 đại biểu được bầu có ít nhất 1 người đang công tác trong ngành giáo dục”.</p> <p>Khi đó <math>\bar{A}</math> là biến cố “trong 7 đại biểu được bầu không có người đang công tác trong ngành giáo dục”.</p> <p><math>n(\bar{A}) = C_{10}^7</math></p> <p><math>P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3}{C_{13}^3}</math></p> <p><math>P(A) = 1 - P(\bar{A})</math></p>                                                | 0.25đ |
|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25đ |
| Câu 10 | <p>Cho <math>a, b \in \mathbb{R}</math>. Chứng minh rằng</p> $(a.2^{2015} + b.3^{2016} + 1)^2 \leq (4^{2015} + 9^{2016} + 1)(a^2 + b^2 + 1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |       |
|        | $\Leftrightarrow (a.2^{2015})^2 + (b.3^{2016})^2 + 1 + 2(a.2^{2015})(b.3^{2016}) + 2(b.3^{2016}) + 2(a.2^{2015}) \leq (a.2^{2015})^2 + (b.2^{2015})^2 + (2^{2015})^2 + (a.3^{2016})^2 + (b.3^{2016})^2 + (3^{2016})^2 + a^2 + b^2 + 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.5đ  |
|        | $(a.3^{2016} - b.2^{2015})^2 + (3^{2016} - b)^2 + (2^{2015} - a)^2 \geq 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.5đ  |

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề có 01 trang)

TRƯỜNG THPT VINH THẠNH

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ .

**Câu 2 (1,0điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  $(C): y = \frac{2x-1}{x+2}$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: 5x - y + 2016 = 0$ .

**Câu 3 (1,0điểm).** Giải các phương trình sau:

a/  $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \sin x$ .

b/  $\log_2(2^x + 3) = 2 - x$

**Câu 4 (1,0điểm).**

a/ Tìm phần thực, phần ảo và tính môđun của số phức  $z = (1 + i)^{2016}$

b/ Tính số đỉnh của một đa giác lồi biết số đường chéo của đa giác lồi đó là 170 đường chéo.

**Câu 5 (1,0điểm).** Tính tích phân sau:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + \sin x) \cos x dx$

**Câu 6 (1,0điểm).** Cho hình chóp S.ABC, có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A,  $AB = AC = a$  và M là trung điểm của cạnh AB. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC và góc giữa SA với mặt đáy (ABC) bằng  $60^\circ$ . Tính theo a thể tích khối chóp S.BMC và khoảng cách từ B đến mp(SAC).

**Câu 7 (1,0điểm).** Trong không gian Oxyz cho hai điểm M (1 ; 2 ; -2), N (2 ; 0 ; -1) và mặt phẳng  $(P): 3x + y + 2z - 1 = 0$ .

a/ Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua 2 điểm M; N và vuông góc (P).

b/ Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I ( -1; 3; 2 ) và tiếp xúc mặt phẳng (P).

**Câu 8 (1,0điểm).** Cho tam giác đều ABC nội tiếp trong đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$  và cạnh AB có trung điểm M thuộc đường thẳng  $d: 2x - y - 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB và tìm tọa độ đỉnh C.

**Câu 9 (1,0điểm).**

a/ Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính đến mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó.

b/ Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x^2 - 3xy + 3y^2 - 9x + 3y + 4 = 0 \\ 3y^2 - 6xy + 2x - 10y + 3 = 0 \end{cases}$$

**Câu 10 (1,0điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện:  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Chứng minh

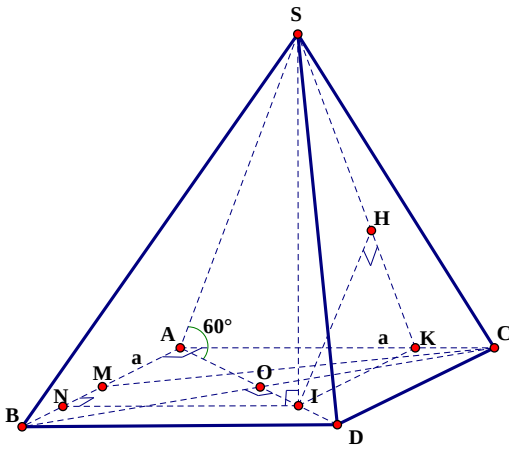
rằng  $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq 3$ .

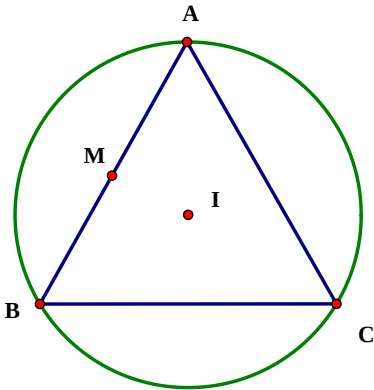
----- Hết -----

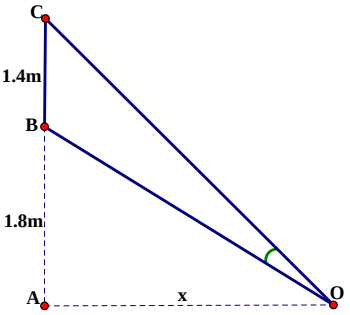
## HƯỚNG DẪN CHẤM

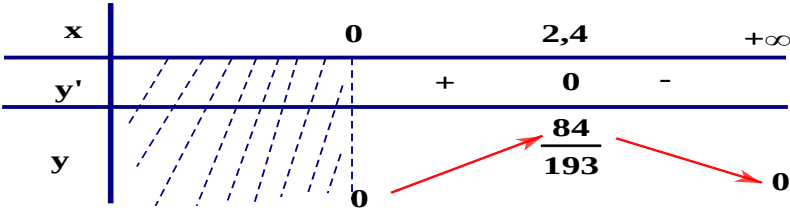
| Câu                                                                                                                                     | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Điểm         |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-----------------------|----------|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|--|---|----------|---|----------|---|----------|-----------|--|-----------------------|--|------------------------|-----------|------|
| Câu 1                                                                                                                                   | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1.0          |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div><div>+</div><div>Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math></div><div>+</div><div><math>y' = 3x^2 - 12x + 9</math></div><div><math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 3 \Rightarrow y = -1 \end{cases}</math></div></div>                                                                                                                                                                                           | 0.25         |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div><div>+</div><div>Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math></div><div>+</div><div>Hàm số đồng biến trên các khoảng <math>(-\infty; 1); (3; +\infty)</math> và nghịch biến trên khoảng <math>(1; 3)</math></div><div>+</div><div>Hàm số đạt cực đại tại <math>x = 1 \Rightarrow y_{CD} = 3</math><br/>và đạt cực tiểu tại <math>x = 3 \Rightarrow y_{CT} = -1</math></div></div> | 0.25         |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div><table><tr><td><b>x</b></td><td><math>-\infty</math></td><td><b>1</b></td><td></td><td><b>3</b></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><b>y'</b></td><td></td><td>+</td><td><b>0</b></td><td>-</td><td><b>0</b></td><td>+</td></tr><tr><td><b>y</b></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td><b>3</b><br/><b>CD</b></td><td></td><td><b>CT</b><br/><b>-1</b></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table></div>              | <b>x</b>     | $-\infty$             | <b>1</b> |                        | <b>3</b>  |           | $+\infty$ | <b>y'</b> |  | + | <b>0</b> | - | <b>0</b> | + | <b>y</b> | $-\infty$ |  | <b>3</b><br><b>CD</b> |  | <b>CT</b><br><b>-1</b> | $+\infty$ | 0.25 |
|                                                                                                                                         | <b>x</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $-\infty$    | <b>1</b>              |          | <b>3</b>               |           | $+\infty$ |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
| <b>y'</b>                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | +            | <b>0</b>              | -        | <b>0</b>               | +         |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
| <b>y</b>                                                                                                                                | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |              | <b>3</b><br><b>CD</b> |          | <b>CT</b><br><b>-1</b> | $+\infty$ |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
| <div><div>+</div><div>Đồ thị</div><div></div></div> | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |              |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
| Câu 2                                                                                                                                   | Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $(C): y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 5x - y + 2016 = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1.0          |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div><div>+</div><div><math>y' = \frac{5}{(x + 2)^2}</math></div><div>+</div><div>Gọi <math>(x_0; y_0)</math> là tọa độ tiếp điểm</div><div>Phương trình tiếp tuyến có dạng: <math>y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0</math></div></div>                                                                                                                                                                                                                         | 0.25         |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div><div>+</div><div>Tiếp tuyến song song với đường thẳng <math>d</math> nên:</div><div><math>y'(x_0) = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 7 \end{cases}</math></div></div>                                                                                                                                                                                                                    | 0.25         |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         | <div>Phương trình tiếp tuyến là: <math>\begin{cases} y = 5x + 2 \\ y = 5x + 22 \end{cases}</math></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25<br>0.25 |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
|                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |              |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |
| Câu 3                                                                                                                                   | Giải các phương trình sau:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1.0          |                       |          |                        |           |           |           |           |  |   |          |   |          |   |          |           |  |                       |  |                        |           |      |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|              | <b>a/</b> $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \sin x$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|              | $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \sin x$ $\Leftrightarrow \sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cos 2x = \sin x$ $\Leftrightarrow \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin x$                                                                                                      | 0.25 |
|              | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                        | 0.25 |
|              | <b>b/</b> $\log_2(2^x + 3) = 2 - x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.5  |
|              | $\Leftrightarrow 2^x + 3 = 2^{2-x}$ $\Leftrightarrow 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|              | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = -4(VN) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
| <b>Câu 4</b> | <b>a/</b> Tìm phần thực, phần ảo và tính môđun của số phức $z = (1 + i)^{2016}$                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.5  |
|              | $+ \quad (1 + i)^2 = 2i \Rightarrow (1 + i)^{2016} = \left( (1 + i)^2 \right)^{1008}$ $= (2i)^{1008} = 2^{1008} \cdot i^{1008} = 2^{1008} \cdot (i^4)^{252} = 2^{1008}$                                                                                                                                                               | 0.25 |
|              | + Phần thực: $2^{1008}$ Phần ảo: 0      môđun z: $ z  = 2^{1008}$                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|              | <b>b/</b> Tính số đỉnh của một đa giác lồi biết số đường chéo của đa giác lồi đó là 170 đường chéo.                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|              | $+ \quad \text{Gọi } n (n \in \mathbb{N}, n > 3) \text{ là số đỉnh của đa giác.}$ $+ \quad \text{Đa giác có } n \text{ đỉnh} \Rightarrow \text{có } n \text{ cạnh.}$ $+ \quad \text{Cứ hai đỉnh cho ta 1 cạnh hoặc 1 đường chéo}$ $\Rightarrow \text{tổng số cạnh và đường chéo là: } C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$ | 0.25 |
|              | $\Rightarrow \text{Số đường chéo của đa giác là:}$ $\frac{n(n-1)}{2} - n = 170 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 340 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -17 \end{cases}$ <p>Vậy đa giác cần tìm có 20 đỉnh.</p>                                                                                                                 | 0.25 |
| <b>Câu 5</b> | Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + \sin x) \cos x dx$                                                                                                                                                                                                                                                              | 1.0  |
|              | $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|              | $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x d \sin x = \frac{1}{2} \sin^2 x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25       |
|              | $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx \quad \text{Đặt } \begin{cases} u = 2x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = \sin x \end{cases}$ $I_2 = 2x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$                                                                                                                                                             | 0.25       |
|              | $= \pi + 2 \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2 \quad \Rightarrow I = \pi - \frac{3}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25       |
| <b>Câu 6</b> | <p>Cho hình chóp S.ABC, có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, <math>AB = AC = a</math> và M là trung điểm của cạnh AB. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC và góc giữa SA với mặt đáy (ABC) bằng <math>60^\circ</math>. Tính theo a thể tích khối chóp S.BMC và khoảng cách từ B đến mp(SAC).</p>                                                       | <b>1.0</b> |
|              |  <p>+ Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC <math>\Rightarrow</math> ABDC là hình vuông.<br/> + Gọi I là hình chiếu của S lên mp(ABC) <math>\Rightarrow</math> I nằm trên đường chéo AD sao cho <math>AI = \frac{3}{4} AD</math></p> <p>+ Thể tích khối chóp S.BMC: <math>V_{S.BCM} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCM} \cdot SI</math></p> | 0.25       |
|              | <p>+ <math>S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2} BM \cdot BC \cdot \sin 45^\circ = \frac{a^2}{4}</math><br/> + IA là hình chiếu của SA lên mp(BCM)<br/> <math>\Rightarrow SI = AI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{6}}{4}</math><br/> <math>\Rightarrow V_{S.BCM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{3a\sqrt{6}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}</math></p>                    | 0.25       |
|              | <p>+ <math>d(B, (SAC)) = \frac{4}{3} d(I, (SAC))</math><br/> + Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của I lên AC và SK.<br/> <math>IH \perp SK</math> (1)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25       |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|              | $\begin{cases} AC \perp IK \\ AC \perp SI \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SIK) \text{ Mà } IH \subset (SIK) \Rightarrow IH \perp AC \text{ (2)}$ <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>IH \perp (SAC) \Rightarrow d(I, (SAC)) = IH</math></p>        |      |
|              | <p>+ Xét tam giác SIK vuông tại I có: <math>IK = \frac{3}{4}a; SI = \frac{3a\sqrt{6}}{4}</math></p> $\Rightarrow IH = \frac{SI \cdot IK}{\sqrt{SI^2 + IK^2}} = \frac{3a\sqrt{42}}{28}$                                                         | 0.25 |
| <b>Câu 7</b> | <p>Trong không gian Oxyz cho hai điểm M (1 ; 2 ; -2), N (2 ; 0 ; -1) và mặt phẳng (P) : <math>3x + y + 2z - 1 = 0</math>.</p> <p>a/ Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua 2 điểm M; N và vuông góc (P).</p>                                      | 1.0  |
|              | <p>+ <math>\overrightarrow{MN} = (1; -2; 1)</math></p> <p>+ Vec tơ pháp tuyến của mp(P) là <math>\vec{n} = (3; 1; 2)</math></p> $[\overrightarrow{MN}, \vec{n}] = (-5; 1; 7)$                                                                  | 0.25 |
|              | <p>+ Phương trình mp(Q): <math>-5x + y + 7z + 17 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|              | <p>b/ Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I (-1; 3; 2) và tiếp xúc mặt phẳng (P).</p>                                                                                                                                                            |      |
|              | <p>+ <math>d(I, (P)) = \frac{ 3(-1) + 3 + 2 \cdot 2 - 1 }{\sqrt{9 + 1 + 4}} = \frac{3}{\sqrt{14}}</math></p>                                                                                                                                   | 0.25 |
|              | <p>+ Mặt cầu (S): <math>\begin{cases} \text{tâm } I(-1; 3; 2) \\ \text{bán kính } R = d(I, (P)) = \frac{3}{\sqrt{14}} \end{cases}</math></p> <p>Có phương trình là: <math>(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{14}</math></p>          | 0.25 |
| <b>Câu 8</b> | <p>Cho tam giác đều ABC nội tiếp trong đường tròn (C) : <math>x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0</math> và cạnh AB có trung điểm M thuộc đường thẳng d : <math>2x - y - 1 = 0</math>. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB và tìm tọa độ đỉnh C.</p> | 1.0  |
|              |                                                                                                                                                             | 0.25 |
|              | <p>+ Đường tròn (C) có: <math>\begin{cases} \text{tâm } I(0; 2) \\ \text{bán kính } R = 2\sqrt{2} \end{cases}</math></p>                                                                                                                       |      |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|              | <p>+ Gọi <math>M(m; 2m-1)</math> . Do tam giác ABC đều nội tiếp trong (C) nên</p> $IM = \frac{R}{2} \Leftrightarrow 5m^2 - 12m + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{7}{5} \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|              | <p>+ <math>m = 1</math> suy ra <math>M(1; 1)</math></p> <p>Khi đó AB qua M và nhận <math>\overrightarrow{IM} = (1; -1)</math> làm vtpt nên AB: <math>x - y = 0</math></p> <p>Mặt khác <math>\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow C(-2; 4)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|              | <p>+ <math>m = \frac{7}{5}</math> suy ra <math>M\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)</math> Phương trình cạnh AB: <math>7x - y + 2 = 0</math> Mặt khác <math>\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow C\left(\frac{14}{5}; \frac{8}{5}\right)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |
| <b>Câu 9</b> | <p><b>a/</b> Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính đến mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó.</p>  <p>Theo yêu cầu bài toán ta cần xác định OA để BOA lớn nhất. Điều này xảy ra khi <math>\tan BOA</math> lớn nhất.</p> <p>Đặt <math>OA = x(m), x &gt; 0</math></p> <p>Ta có</p> $\tan BOC = \tan(AOC - AOB) = \frac{\tan AOC - \tan AOB}{1 + \tan AOC \cdot \tan AOB} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ | 0.25 |
|              | <p>Xét hàm <math>f(x) = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}</math></p> <p>Bài toán trở thành tìm <math>x &gt; 0</math> để <math>f(x)</math> đạt giá trị lớn nhất.</p> <p>Ta có <math>f'(x) = \frac{-1,4x^2 + 1,4 \cdot 5,76}{(x^2 + 5,76)^2}</math></p> <p><math>f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2,4</math></p> <p>Bảng biến thiên:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|               |  <p>Vậy vị trí cho góc nhìn lớn nhất cách màn ảnh 2,4m</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|               | <b>b/ Giải hệ phương trình:</b> $\begin{cases} 3x^2 - 3xy + 3y^2 - 9x + 3y + 4 = 0 \\ 3y^2 - 6xy + 2x - 10y + 3 = 0 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.5  |
|               | $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3xy + 3y^2 - 9x + 3y + 4 = 0 \\ (3y - 1)(2x - y + 3) = 0 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|               | <p>+ Với <math>3y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}</math> thay vào pt(1) ta được:</p> $3x^2 - 10x + \frac{16}{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \\ x = \frac{8}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \end{cases}$ <p>+ Với <math>y = 2x + 3</math> thay vào pt (1) ta được:</p> $15x^2 + 27x + 31 = 0 \text{ (VN)}$ <p>Vậy nghiệm của hệ là: <math>\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}\right)</math></p> | 0.25 |
| <b>Câu 10</b> | <p>Cho <math>x, y, z</math> là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: <math>x^2 + y^2 + z^2 = 3</math>. Chứng minh rằng <math>\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq 3</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1.0  |
|               | <p>+ Bình phương 2 vế bất đẳng thức cần chứng minh ta được:</p> $\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 9$ $\Leftrightarrow \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} \geq 3$                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|               | <p>+ Áp dụng BĐT Cô si cho hai số dương ta được</p> $\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2 y^2}{z^2} \cdot \frac{y^2 z^2}{x^2}} = 2y^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|               | <p>Tương tự ta có:</p> $\frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} \geq 2z^2$ $\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} \geq 2x^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |
|               | <p>+ Cộng theo vế 3 bất trên ta được điều cần chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi: <math>x = y = z = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề có 01 trang)

**Câu 1 (1,0điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ .

**Câu 2 (1,0điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số:  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  trên đoạn  $[-\frac{1}{2}; 2]$

**Câu 3 (1,0điểm).**

a) Giải phương trình  $\cos 2x + 2 \sin x - 1 - 2 \sin x \cos 2x = 0$

b) Giải bất phương trình:  $9^{2x^2 - x} < 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2 + x}$

**Câu 4 (1,0điểm).**

a) Tìm môđun của số phức:  $z = 2 - \sqrt{3}i \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right)$

b) Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^8$  trong khai triển Newton:  $\left(1 - x^4 - \frac{1}{x}\right)^{12}$

**Câu 5 (1,0điểm).** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây:

$$y = x^2 + x - 1 \text{ và } y = x^4 + x - 1$$

**Câu 6 (1,0điểm).** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của  $AB$ . Mặt bên  $(AA'C'C)$  tạo với đáy một góc bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách từ  $B$  đến  $\text{mp}(AA'C'C)$  theo  $a$ .

**Câu 7 (1,0điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1} \text{ và } d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{3}$$

a) Chứng minh rằng  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau.

b) Viết phương trình  $\text{mp}(P)$  chứa  $d_1$  và song song với  $d_2$ . Tính khoảng cách giữa  $d_1$  và  $d_2$

**Câu 8 (1,0điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường tròn  $(C) : (x-5)^2 + (y-5)^2 = 16$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  đi qua hai điểm  $A(1;1), B(0;2)$  và tiếp xúc với đường tròn  $(C)$ .

**Câu 9 (1,0điểm).**

a) Trong một xưởng cơ khí chỉ có những thanh sắt cùng kích cỡ dài 7,4 mét. Người chủ muốn các thợ của mình cắt mỗi thanh sắt thành các đoạn 0,7 mét và 0,5 mét để tiện cho việc sử dụng. Công việc cần 1000 đoạn 0,7 mét và 2000 đoạn 0,5 mét. Hãy trình bày phương án cắt các thanh sắt trên sao cho tiết kiệm vật liệu nhất.

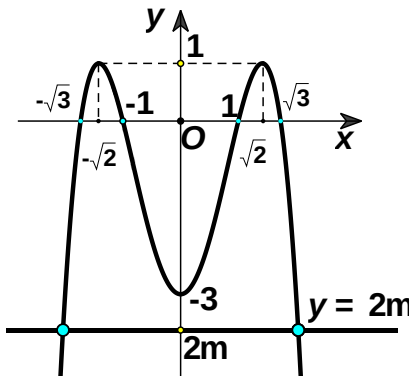
b) Giải phương trình sau trên tập số thực:  $\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{2x - 1} = \sqrt{3x^2 + 4x + 1}$

**Câu 10 (1,0điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn  $ab + bc + ca = abc$ . Chứng minh rằng:

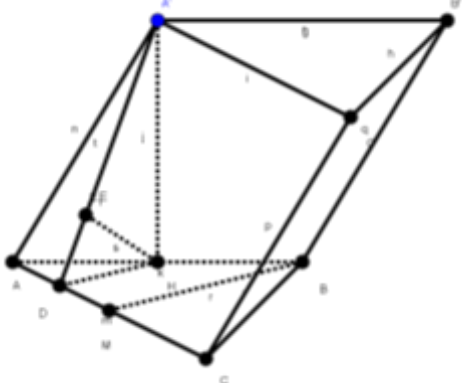
$$\frac{1}{a + 3b + 2c} + \frac{1}{b + 3c + 2a} + \frac{1}{c + 3a + 2b} \leq \frac{1}{6}$$

----HẾT---

## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Câu 1                                                                                                                                              | Đáp án – cách giải                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Điểm      |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------------|-------------|------------|------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|------|-----|-----------|--|
|                                                                                                                                                    | Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
|                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math></li><li>Đạo hàm: <math>y' = -4x^3 + 8x</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
|                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Cho<math display="block">y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ -x^2 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}</math></li><li>Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
|                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Bảng biến thiên<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\sqrt{2}</math></td><td><math>0</math></td><td><math>\sqrt{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>1</math></td><td><math>-3</math></td><td><math>1</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr></table></li><li>Hàm số ĐB trên các khoảng <math>(-\infty; -\sqrt{2})</math>, <math>(0; \sqrt{2})</math>, NB trên các khoảng <math>(-\sqrt{2}; 0)</math>, <math>(\sqrt{2}; +\infty)</math><br/>Hàm số đạt cực đại <math>y_{\text{CD}} = 1</math> tại <math>x_{\text{CN}} = \pm\sqrt{2}</math>, đạt cực tiểu <math>y_{\text{CT}} = -3</math> tại <math>x_{\text{CT}} = 0</math>.</li></ul> | $x$       | $-\infty$   | $-\sqrt{2}$ | $0$        | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ | $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $y$ | $-\infty$ | $1$ | $-3$ | $1$ | $-\infty$ |  |
|                                                                                                                                                    | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$         | $\sqrt{2}$ | $+\infty$  |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
| $y'$                                                                                                                                               | $+$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $0$       | $-$         | $0$         | $-$        |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
| $y$                                                                                                                                                | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $1$       | $-3$        | $1$         | $-\infty$  |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Đồ thị hàm số:</li></ul> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
| Câu 2                                                                                                                                              | Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ trên đoạn $[-\frac{1}{2}; 2]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |
|                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Hàm số <math>y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}</math> liên tục trên đoạn <math>[-\frac{1}{2}; 2]</math></li><li><math>y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |             |             |            |            |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |      |     |           |  |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>• Cho <math>y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-\frac{1}{2}; 2] \\ x = -2 \notin [-\frac{1}{2}; 2] \end{cases}</math></li></ul>                                          |  |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>• Ta có, <math>f(0) = 2 \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \quad f(2) = \frac{10}{3}</math></li></ul>                                                                                                  |  |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>• Vậy, <math>\min_{[-\frac{1}{2}; 2]} y = 2</math> khi <math>x = 0</math>; <math>\max_{[-\frac{1}{2}; 2]} y = \frac{10}{3}</math> khi <math>x = 2</math></li></ul>                                                 |  |
| Câu 3 | a) Giải phương trình $\cos 2x + 2\sin x - 1 - 2\sin x \cos 2x = 0$ (1)                                                                                                                                                                                   |  |
|       | $(1) \Leftrightarrow \cos 2x(1 - 2\sin x) - (1 - 2\sin x) = 0$<br>$\Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(1 - 2\sin x) = 0$                                                                                                                                       |  |
|       | $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$<br>$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$                                                                         |  |
|       | b) Giải bất phương trình: $9^{2x^2-x} < 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2+x}$                                                                                                                                                                       |  |
|       | Ta có, $9^{2x^2-x} < 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2+x} \Leftrightarrow 3^{4x^2-2x} < 3^{1-2x^2-x} \Leftrightarrow 6x^2 - x - 1 < 0$                                                                                                              |  |
|       | Tập nghiệm của bất phương trình là khoảng: $S = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$                                                                                                                                                                  |  |
| Câu 4 | a) Tìm môđun của số phức: $z = 2 - \sqrt{3}i \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right)$                                                                                                                                                                       |  |
|       | $z = 2 - \sqrt{3}i \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}i\right) = 4 + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$                                                                                                                                                                      |  |
|       | $ z  = \sqrt{4^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{91}{4}} = \frac{\sqrt{91}}{2}$                                                                                                                           |  |
|       | b) Tìm hệ số của số hạng chứa $x^8$ trong khai triển Newton: $\left(1 - x^4 - \frac{1}{x}\right)^{12}$                                                                                                                                                   |  |
|       | Ta có: $\left(x^4 + \frac{1}{x} - 1\right)^{12} = \left[1 - \left(x^4 + \frac{1}{x}\right)\right]^{12} = \sum_{k=0}^{12} (-1)^{12-k} C_{12}^k \left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^k$<br>$= \sum_{k=0}^{12} \sum_{i=0}^k (-1)^{12-k} C_{12}^k C_k^i x^{4k-5i}$ |  |
|       | Ta chọn: $i, k \in \mathbb{N}, 0 \leq i \leq k \leq 12; 4k - 5i = 8$<br>$\Rightarrow i = 0, k = 2; i = 4, k = 7; i = 8, k = 12$<br>Vậy hệ số cần tìm là: $C_{12}^2.C_2^0 - C_{12}^7.C_7^4 + C_{12}^{12}.C_{12}^8 = -27159$                               |  |
| Câu 5 | Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây:<br>$y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$                                                                                                                                                      |  |
|       | <ul style="list-style-type: none"><li>• Cho <math>x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1</math></li><li>• <math>S = \int_{-1}^1  x^2 - x^4  dx</math></li></ul>                                        |  |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|              | $S = \left  \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right  + \left  \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right  =$ $= \left  \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big _{-1}^0 \right  + \left  \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big _0^1 \right  = \frac{4}{15}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
| <b>Câu 5</b> | <p>Cho hình lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math> có đáy <math>ABC</math> là tam giác đều cạnh bằng <math>a</math>. Hình chiếu vuông góc của <math>A'</math> xuống mặt phẳng <math>(ABC)</math> là trung điểm của <math>AB</math>. Mặt bên <math>(AA'C'C)</math> tạo với đáy một góc bằng <math>45^\circ</math>. Tính thể tích của khối lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math> và khoảng cách từ <math>B</math> đến mặt phẳng <math>AA'C'C</math> theo <math>a</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |
|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
|              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Gọi <math>H, M, I</math> lần lượt là trung điểm các đoạn <math>AB, AC, AM</math></li> <li>Theo giả thiết, <math>A'H \perp (ABC), BM \perp AC</math><br/>Do <math>IH</math> là đường trung bình tam giác <math>ABM</math> nên<br/><math>IH \parallel BM \Rightarrow IH \perp AC</math></li> <li>Ta có, <math>AC \perp IH, AC \perp A'H \Rightarrow AC \perp IA'</math><br/>Suy ra góc giữa <math>(ABC)</math> và <math>(ACC'A')</math> là <math>A'IH = 45^\circ</math></li> <li><math>A'H = IH \cdot \tan 45^\circ = IH = \frac{1}{2} MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}</math></li> </ul> <p>Vậy, thể tích lăng trụ là:</p> $V = B.h = \frac{1}{2} BM.AC.A'H = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8} \text{ (đvdt)}$ |  |
|              | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>d(B, (AA'C'C)) = 2d(H, (AA'C'C))</math></li> <li>Dựng <math>HE \perp SI \Rightarrow \begin{cases} HE \perp SI \\ HE \perp AC \end{cases} \Rightarrow HE \perp (AA'C'C)</math></li> <li><math>\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HA'^2} = \frac{32}{3a^2} \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{32}}</math></li> </ul> <p>Vậy: <math>d(B, (AA'C'C)) = 2d(H, (AA'C'C)) = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{32}} a</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
| <b>Câu 7</b> | <p>Trong không gian với hệ tọa độ <math>Oxyz</math>, cho hai đường thẳng</p> $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1} \text{ và } d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{3}$ <p>a) Chứng minh rằng <math>d_1</math> và <math>d_2</math> chéo nhau.</p> <p>b) Viết phương trình mp(P) chứa <math>d_1</math> và song song với <math>d_2</math>. Tính khoảng cách giữa <math>d_1</math> và <math>d_2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>d_1</math> đi qua điểm <math>M_1(1; -2; 3)</math>, có vtcp <math>\vec{u}_1 = (1; 1; -1)</math></li> <li>• <math>d_2</math> đi qua điểm <math>M_2(-3; 2; -3)</math>, có vtcp <math>\vec{u}_2 = (1; 2; 3)</math></li> <li>• Ta có <math>[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)</math></li> </ul> <p>và <math>\overrightarrow{M_1M_2} = (-4; 4; -6)</math></p>                                                                                                                                  |  |
|              | $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 5 \cdot (-4) - 4 \cdot 4 + 1 \cdot (-6) = -42 \neq 0$ , do đó $d_1$ và $d_2$ chéo nhau.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
|              | <p>Mặt phẳng (P) chứa <math>d_1</math> và song song với <math>d_2</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Điểm trên (P): <math>M_1(1; -2; 3)</math></li> <li>• vtp của (P): <math>\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)</math></li> <li>• Vậy, PTTQ của mp(P) là: <math>5(x-1) - 4(y+2) + 1(z-3) = 0</math><br/> <math>\Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0</math></li> </ul>                                                                                                                                       |  |
|              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>d_1</math> và <math>d_2</math> bằng khoảng cách từ <math>M_2</math> đến mp(P):</li> </ul> $d(d_1, d_2) = d(M_2, (P)) = \frac{ 5 \cdot (-3) - 4 \cdot 2 + (-3) - 16 }{\sqrt{5^2 + (-4)^2 + 1^2}} = \frac{42}{\sqrt{42}} = \sqrt{42}$                                                                                                                                                                                                                      |  |
| <b>Câu 8</b> | <p>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C): <math>(x-5)^2 + (y-5)^2 = 16</math>. Viết phương trình đường tròn (C') đi qua hai điểm <math>A(1; 1), B(0; 2)</math> và tiếp xúc với đường tròn (C).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
|              | <p>Gọi d là đường trung trực đoạn AB thì phương trình d là <math>\Leftrightarrow x - y + 1 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|              | <p>Gọi I' và R' lần lượt là tâm và bán kính của (C'), <math>I' \in d \Leftrightarrow I'(t; t+1)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
|              | <p>TH1: (C) và (C') tiếp xúc ngoài: <math>II' = R + R' = R + I'A</math></p> $\Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2 + (t-4)^2} = 4 + \sqrt{t^2 + (t-1)^2}$ $\Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I'(1; 2), R' = 1$ <p><b>Phương trình (C')</b> <math>(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|              | <p>TH 2: (C) và (C') tiếp xúc trong</p> $II' =  R - R'  =  R - I'A $ $\Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2 + (t-4)^2} = \left  4 + \sqrt{t^2 + (t-1)^2} \right $ $\Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow I'(4; 5), R' = 5$ <p><b>Phương trình (C')</b> <math>(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
| <b>Câu 9</b> | <p><b>a)</b> Trong một xưởng cơ khí chỉ có những thanh sắt cùng kích cỡ dài 7,4 mét. Người chủ muốn các thợ của mình cắt mỗi thanh sắt thành các đoạn 0,7 mét và 0,5 mét để tiện cho việc sử dụng. Công việc cần 1000 đoạn 0,7 mét và 2000 đoạn 0,5 mét. Hãy trình bày phương án cắt các thanh sắt trên sao cho tiết kiệm nhất vật liệu nhất.</p>                                                                                                                                                                                        |  |
|              | <p>Muốn tiết kiệm vật liệu nhất thì phải cắt mỗi thanh 7,4 mét thành a đoạn 0,7 mét và b đoạn 0,5 mét sao cho không có phần dư. Tức là cần giải phương trình <math>0,7a + 0,5b = 7,4 \Leftrightarrow 7a + 5b = 74</math> (1)</p> <p>Để thấy <math>a, b \in \mathbb{Z}; 0 &lt; a \leq 10, 0 &lt; b \leq 14</math></p> <p>Từ (1) <math>\Rightarrow b = 15 - a - \frac{1+2a}{5} \Rightarrow \frac{1+2a}{5}</math> chia hết cho 5 <math>\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow b = 12 \\ a = 7 \Rightarrow b = 5 \end{cases}</math></p> |  |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|               | <p>Như vậy ta có hai cách cắt thanh 7,4 mét sao cho tiết kiệm nhất:<br/>         Cách 1: Cắt 2 đoạn 0,7 mét và 12 đoạn 0,5 mét<br/>         Cách 2: Cắt 7 đoạn 0,7 mét và 5 đoạn 0,5 mét</p> <p>Gọi x là số thanh sắt cắt theo cách 1 và y là số thanh sắt cắt theo cách 2, ta có hệ</p> <p>PT: <math>\begin{cases} 2x + 7y = 1000 \\ 12x + 5y = 2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 121 \\ y = 108 \end{cases}</math></p> <p>Như vậy ta đã cắt được <math>2x+7y=998</math> đoạn 0,7 mét và <math>12x+5y= 1992</math> đoạn 0,5 mét<br/>         Do đó ta chỉ cần cắt thêm 1 thanh sắt 7,4 mét theo cách 1 thì đủ yêu cầu đặt ra.<br/>         Vậy ta cần cắt 122 thanh mỗi thanh 2 đoạn 0,7 mét và 12 đoạn 0,5 mét và cắt 108 thanh mỗi thanh 7 đoạn 0,7 mét và 5 đoạn 0,5 mét.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
|               | <p>b) Giải phương trình sau trên tập số thực:</p> $\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{2x - 1} = \sqrt{3x^2 + 4x + 1} \quad (1) \quad \text{Điều kiện: } x \geq \frac{1}{2}$ <p>Đặt <math>\begin{cases} a = \sqrt{2x - 1} \geq 0 \\ b = \sqrt{3x^2 + 4x + 1} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2x - 1 \\ b^2 = 3x^2 + 4x + 1 \end{cases}</math></p> $\Rightarrow a^2 + b^2 = 3x^2 + 6x \Rightarrow x^2 + 2x = \frac{a^2 + b^2}{3}$ <p>PT (1) trở thành <math>\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{3}} = b - a \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq a \\ a^2 + b^2 - 3ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} b</math></p> $\Leftrightarrow \sqrt{2x - 1} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \sqrt{3x^2 + 4x + 1}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| <b>Câu 10</b> | <p><b>Câu 10 (1,0điểm).</b> Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn <math>ab + bc + ca = abc</math>.<br/>         Chứng minh rằng: <math>\frac{1}{a + 3b + 2c} + \frac{1}{b + 3c + 2a} + \frac{1}{c + 3a + 2b} \leq \frac{1}{6}</math></p> <p>Ta có <math>ab + bc + ca = abc \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1</math></p> <p>Ta có <math>\frac{1}{a + 3b + 2c} = \frac{1}{(a + 2c) + 3b} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{a + 2c} + \frac{1}{3b} \right)</math></p> <p>Mặt khác <math>\frac{1}{a + 2c} = \frac{1}{a + c + c} \leq \frac{1}{9} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)</math></p> <p>do đó: <math>\frac{1}{a + 3b + 2c} \leq \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{9} \left( \frac{1}{a} + \frac{2}{c} \right) + \frac{1}{3b} \right] = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{3a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{3c} \right) \quad (1)</math></p> <p>Tương tự <math>\frac{1}{b + 3c + 2a} \leq \frac{1}{12} \left( \frac{1}{3b} + \frac{1}{c} + \frac{2}{3a} \right) \quad (2)</math></p> $\frac{1}{c + 3a + 2b} \leq \frac{1}{12} \left( \frac{1}{3c} + \frac{1}{a} + \frac{2}{3b} \right) \quad (3)$ <p>Cộng (1), (2) và (3) theo vế ta được:</p> $\frac{1}{a + 3b + 2c} + \frac{1}{b + 3c + 2a} + \frac{1}{c + 3a + 2b} \leq \frac{1}{6}$ <p>Đẳng thức xảy ra khi a=b=c=3</p> |  |