

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y + 2 > 0 \\ 2x + y > 3 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào dưới đây ?

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; 1)$.

Câu 2. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Số tam giác cân nhưng không là tam giác đều có ba đỉnh là đỉnh của (H) là

- A. 90. B. 105. C. 95. D. 115.

Câu 3. Biết phương trình $2\sin^2 x - (5m + 1)\sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (0; 1)$. C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in (-2; -1)$.

Câu 4. Một sinh viên muốn mua một cái laptop có giá 12,5 triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 750.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop ?

- A. 13. B. 16. C. 15. D. 12.

Câu 5. Gọi a, b là các số nguyên thỏa mãn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a} + \sqrt{2x-b} - 3}{x-1} = \frac{5}{4}$. Tính giá trị của $S = a + b$

- A. $S = 2$. B. $S = 4$. C. $S = 6$. D. $S = 5$.

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$

- A. 3. B. 27. C. 81. D. 80.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{\cos x}{3\sin^3 x} + \frac{4}{3}\cot x$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\cot^3 x - 1$. B. $3\cot^4 x - 1$. C. $\cot^4 x - 1$. D. $\cot^4 x$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số có bao nhiêu số hạng là số nguyên?

- A. 3. B. 4. C. 1 D. 0.

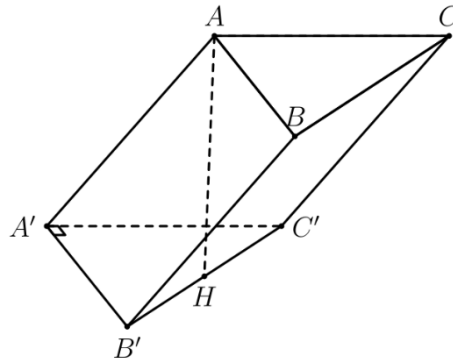
Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C), gọi I là tâm đối xứng của đồ thị (C) và $M(a; b)$ là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M cắt hai tiệm cận của đồ thị (C) lần lượt tại hai điểm A và B . Khi tam giác IAB có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng $a + b$ bằng

- A. -3 . B. 1 C. 3. D. 5.

Câu 10: Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Giá trị $\cos A$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của đoạn $B'C'$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 12: Hình bên là hình chụp đền Kukulcan, là một kim tự tháp Trung Mỹ nằm ở khu di tích Chichen Itza, Mexico, được người Maya xây vào khoảng từ thế kỉ IX đến thế kỉ XII. Phần thân của đền, không bao gồm đền nằm phía trên, có dạng một khối chóp cụt tứ giác đều (không tính cầu thang và coi các mặt bên là phẳng) với độ dài đáy dưới là 55,3(m), chiều cao là 24(m), góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính thể tích của phần thân ngôi đền có dạng khối chóp cụt tứ giác đều đó theo đơn vị mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) biết rằng $\tan \alpha = \frac{320}{211}$.

- A. 25462 B. 25460 C. 39400 D. 39402



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Câu 13. Cho 2 vector $\vec{a} = (2; -\sqrt{3}; 1)$, $\vec{b} = (\sin 3x; \sin x; \cos x)$. $\vec{a} \perp \vec{b}$ khi:

- A. $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}$; $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$; $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$; $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. M là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác ABC . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{MA^2}{OA^2} + \frac{MB^2}{OB^2} + \frac{MC^2}{OC^2}$.

- A. 3. B. 1 C. 2 D. 6.

Câu 15. Một đội kỹ sư đang thi công một công trình trong không gian (ví dụ: một mái vòm, một cây cầu treo). Họ dùng hệ toạ độ Oxyz (với đơn vị là mét) để định vị các điểm.

- Họ có một thanh dầm thép chính, được coi là một đường thẳng, chạy qua hai điểm **B(0; 0; 1)** và **C(2; 1; 1)**.
- Họ cần treo một sợi dây cáp chịu lực từ một điểm móc cố định tại vị trí **A(1; 0; 0)** xuống thanh dầm BC.

Để tiết kiệm vật liệu nhất và đảm bảo dây cáp vuông góc với thanh dầm (tạo lực đỡ tốt nhất), họ cần cắt sợi dây cáp này với **độ dài ngắn nhất** là bao nhiêu mét?

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. B. $\sqrt{15}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 16: Thời gian xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh tính theo phút được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[6, 5; 9, 5)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)	[24, 5; 27, 5)
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

- A. 15,1. B. 18,1. C. 18,5. D. 15,5.

Câu 17: Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{2}{91}$ B. $\frac{12}{91}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{24}{91}$

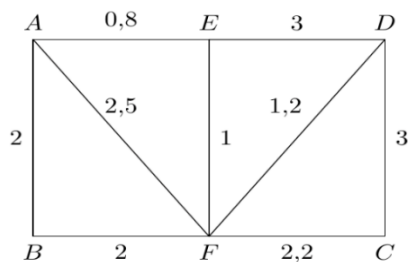
Câu 18: Bạn Xuân có hai hộp thẻ. Hộp thứ nhất có 1 tấm thẻ xanh và 5 tấm thẻ đỏ. Hộp thứ hai có 4 tấm thẻ xanh và 5 tấm thẻ đỏ. Các tấm thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Xuân chọn ngẫu nhiên 2 tấm thẻ từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 tấm thẻ từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 thẻ lấy ra lần hai đều có màu đỏ, xác suất để 2 thẻ lấy ra lần một cùng màu là

- A. $\frac{14}{36}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{19}{36}$. D. $\frac{14}{19}$.

Câu 19: Lớp 12A1 có 48 bạn đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Lý, trong đó có 36 bạn giỏi Toán, 24 bạn giỏi Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn giỏi Toán, biết bạn đó giỏi Lý là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 20. Giả sử có sáu bến xe buýt A, B, C, D, E và F được nối với nhau theo những con đường với thời gian di chuyển (đơn vị: giờ) được mô tả trong hình bên. Một người cần ít nhất bao nhiêu thời gian để di chuyển từ bến A đến bến C bằng xe buýt của các tuyến trên? Biết rằng thời gian tại bến để chuyển tiếp từ tuyến này qua tuyến kia là không đáng kể.



- A. 3,7. B. 4. C. 3,8 D. 4,2.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Ba bạn Hoa, Ngọc, Lan mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$

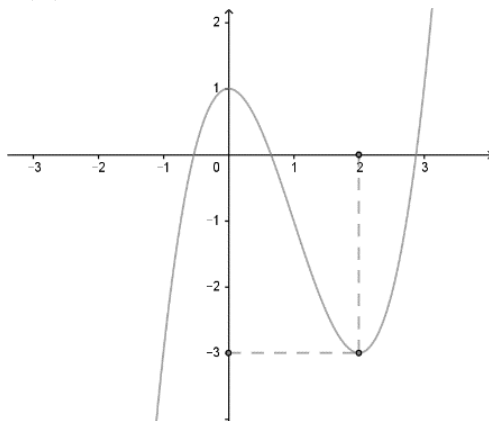
- a) Tổng số các kết quả là $17+17+17$.

- b) Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là 3;6;9;12;15.
- c) Số kết quả mà ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng 1367.
- d) Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng $\frac{1637}{4913}$.

Câu 2. Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 40 \log_3(2t+1) + 12$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 9 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-17}{t-8}} - 3$ (đơn vị: centimet, $9 \leq t \leq 18$).

- a) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) xấp xỉ bằng 4,85 (cm/tuần).
- b) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 92 cm.
- c) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.
- d) Sau 4 tuần, kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 12 cm.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới.



- a) Trong các số $a; b; c; d$ có 3 số dương.
- b) $a + b + c + d = -1$
- c) Hàm số $y = f(f(x) - 2)$ có 5 điểm cực trị.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x}}{f^2(x) - f(x)}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E, F lần lượt thuộc SB, SD thỏa $EF \parallel BD$, tính giá trị lớn nhất thể tích tứ diện $ACEF$.

- a) Thể tích hình chóp bằng $\frac{a^3}{3}$
- b) $SC \perp (AEF)$
- c) Khi $SE = \frac{1}{3}SB$ thì thể tích tứ diện $ACEF$ lớn nhất.
- d) Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ACEF$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(3; -2; -1), B(1; 4; 6); C(3; 38; -16), D(2; 5; 1)$.

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 54$.
- b) Tam giác ABD có diện tích nhỏ hơn 20.
- c) Gọi $I(x; y; z)$ là điểm cách đều 4 đỉnh tứ diện. Khi đó $x + 2y + z = 25$

d) Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn biểu thức $P = MD^4 - \frac{16}{3}MD^3 - 4MA^2 - 5MB^2 - MC^2$ đạt giá

trị nhỏ nhất. Giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = a + b + c$ là $8 + 3\sqrt{3}$

Câu 6: Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không đi xem tiếp phần 2. Trong số người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là 0,56.

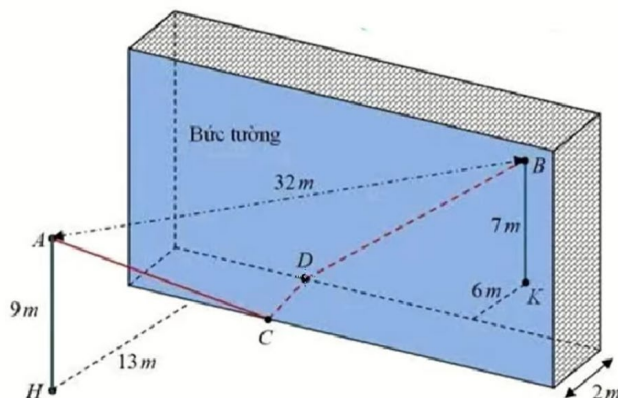
b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,59.

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta muốn truyền tín hiệu từ trạm A đến B nhưng giữa A và B có một bức tường hình hộp chữ nhật rất cao (chắn không cho tín hiệu truyền qua). Người ta sẽ khoét một lỗ nhỏ chỗ tiếp giáp giữa chân tường với mặt đất, xuyên qua vuông góc với bức tường, bắt đầu tại C và ló ra ở D phía bên kia (như hình vẽ). Như vậy, tín hiệu sẽ truyền thẳng từ A đến C, rồi từ C đến D, rồi từ D thẳng đến B. Biết A và B có độ cao so với đất lần lượt bằng 9m và 7m, cách các mặt tường gần nhất lần lượt là 13m và 6m, tường dày 2m, khoảng cách AB bằng 32m. Hãy xác định đường đi ngắn nhất của tín hiệu từ A đến B theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 2. Một công ty tổ chức sự kiện đang thiết kế một kiều lều (shelter) đặc biệt có dạng hình chóp tứ giác, ký hiệu là S.ABCD.

- **Mặt sàn:** Tầm bạt lót sàn (ABCD) là một hình vuông hoàn hảo, có độ dài cạnh là $\sqrt{2}$.
- **Thiết kế đặc biệt:** Do yêu cầu địa hình, một mặt bên của lều (mặt SAD) được thiết kế là một tấm vải hình tam giác cân tại S và được dựng **thẳng đứng** (vuông góc với mặt sàn).
- **Không gian:** Không gian bên trong lều (thể tích) được tính toán chính xác là $\frac{4}{3}$ để đảm bảo

đủ không khí lưu thông.

Để gia cố cho lều trong điều kiện gió, đội kỹ thuật cần căng một sợi dây cáp từ một cọc neo ở góc sàn B đến một điểm trên mặt vải chéo đối diện (mặt SCD). Để tiết kiệm vật liệu và đảm bảo lực căng tối ưu, sợi cáp này phải là đoạn ngắn nhất có thể. Tính độ dài h của sợi dây cáp ngắn nhất đó.

Câu 3. Trong một nhà kho rộng, người ta thiết lập một hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị tính là mét) để định vị các vật thể.

- Góc O được đặt tại một góc phòng.
- Trục Ox và Oy chạy dọc theo hai mép sàn (giao tuyến giữa tường và sàn nhà).

- Trục Oz chạy dọc theo cạnh tường thẳng đứng (giao tuyến giữa hai bức tường).

Một chiếc camera an ninh (S) được lắp đặt tại vị trí có tọa độ $S(1; 2; 3)$.

Để giữ cho camera ổn định tuyệt đối, người ta sử dụng ba sợi dây cáp căng thẳng, nối camera (S) tới ba điểm neo A, B, C. Các điểm neo này được đặt như sau:

- Điểm neo A nằm trên mép sàn Ox.
- Điểm neo B nằm trên mép sàn Oy.
- Điểm neo C nằm trên cạnh tường Oz.

Do yêu cầu kỹ thuật đặc biệt của bộ gá, ba sợi dây cáp SA, SB, và SC được thiết kế và lắp đặt sao cho chúng **đôi một vuông góc** với nhau.

Tính thể tích của khối tứ diện S.ABC được tạo bởi camera (S) và ba điểm neo A, B, C. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4. Có 45 quả cầu đánh số từ 1 đến 45. Lấy 1 cách ngẫu nhiên không tuân theo thứ tự. Xác suất lấy ra 3 quả sao cho tích 3 số trên 3 quả đó chia hết cho 8. (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Câu 5. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$, và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x = 3200$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4 : 1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 6: Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20 %, 50 %, 30 %. Tỉ lệ hồng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5 %, 4 %, 8 %. Tính xác suất để một khách ở khách sạn C, biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hồng (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ ký của GT 1:..... Họ, tên và chữ ký của GT 2:.....

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>