

Họ và tên học sinh: Lớp: Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám khảo coi thi không giải thích gì thêm.

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án duy nhất

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$. B. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.
C. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$. D. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 16$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{29}$. B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Câu 3. Một khảo sát về sở thích môn học của 100 học sinh được cho bởi bảng dữ liệu sau:

Sở thích	Nam	Nữ
Thích Toán	30	20
Không thích Toán	10	40

Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Biết rằng học sinh đó là Nam, xác suất để học sinh này thích Toán là

- A. 0,3. B. 0,75. C. 0,5. D. 0,6.

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox được tính bởi công thức

- A. $V = 2\pi \int_a^b f(x)dx$. B. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x)dx$. D. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 (3x^2 + 1)dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = 1$. D. $I = 3$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(3x)$.

- A. $\int \cos(3x)dx = -\frac{1}{3} \sin(3x) + C$. B. $\int \cos(3x)dx = \sin(3x) + C$.
C. $\int \cos(3x)dx = \frac{1}{3} \sin(3x) + C$. D. $\int \cos(3x)dx = 3 \sin(3x) + C$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây là đúng về định nghĩa nguyên hàm?

- A. Nếu $f'(x) = F(x)$ với mọi $x \in K$ thì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
B. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $F'(x) = f'(x)$ với mọi $x \in K$.
C. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $\int f(x)dx = F(x)$.

D. Nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$ thì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là một số thực thuộc đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$ B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx.$
 C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$ D. $\int_a^b f(x)dx = \int_c^a f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của d là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$

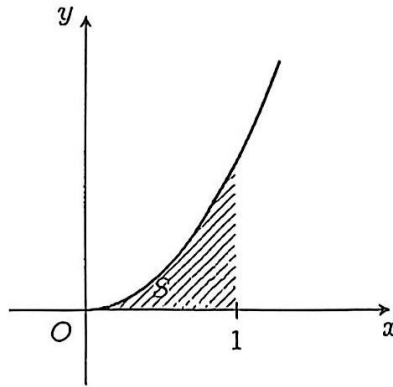
Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$ và $P(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

- A. $(\alpha) : \frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$ B. $(\alpha) : x - 4y + 2z = 0.$
 C. $(\alpha) : \frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0.$ D. $(\alpha) : x - 4y + 2z - 8 = 0.$

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + e^x$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + e^x + C.$ B. $x^4 + e^x + C.$ C. $3x^2 + e^x + C.$ D. $\frac{x^4}{4} - e^x + C.$

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ (như hình vẽ bên dưới) được tính theo công thức nào?



- A. $S = \pi \int_0^1 x^4 dx.$ B. $S = \pi \int_0^1 x^2 dx.$ C. $S = \int_0^1 x dx.$ D. $S = \int_0^1 x^2 dx.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai, trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P) : x + y - 3z - 5 = 0$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

- a) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .
 b) Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{5\sqrt{11}}{11}$.
 c) Đường thẳng d' đi qua O và song song với d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

- d) Mặt cầu (S) đi qua O và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) , (S) có bán kính là $R = 5$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Vectơ $\vec{n} = (2; -1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
 b) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $2x - y + 2z - 6 = 0$.
 c) Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (2; 1; 2)$.
 d) Mặt cầu (S) có tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính $R = 1$.

Câu 3. Một cặp sinh đôi được gọi là “sinh đôi thật” nếu chúng do cùng một trứng sinh ra và trong trường hợp này bao giờ cũng cùng giới tính. Nếu cặp đó do các trứng khác nhau sinh ra thì xác suất để cặp sinh đôi có cùng giới tính là $\frac{1}{2}$. Giả sử xác suất để cặp sinh đôi do cùng một trứng sinh ra bằng p (trên tổng số trẻ sinh đôi). Gọi A_1 là biến cố để cặp sinh đôi là sinh đôi thật, A_2 là biến cố để cặp sinh đôi là do hai trứng sinh ra và H là biến cố để cặp sinh đôi có cùng giới tính. Khi đó:

- a) $P(A_2) = 1 - p$.
 b) $P(H|A_1) = \frac{p}{2}$.
 c) $P(H) = \frac{p+1}{2}$.
 d) Nếu biết một cặp trẻ sinh đôi có cùng giới tính thì xác suất chúng là cặp sinh đôi thật là $\frac{p}{2(p+1)}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 2x - 3 \cos x$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

- a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3 \sin x$.
 b) $\int f(x) dx = x^2 + 3 \sin x + C$.
 c) $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$.
 d) $F(0) = 3 - \frac{\pi^2}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 6 = 0$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P) . Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Một xét nghiệm y tế để phát hiện một loại bệnh có độ chính xác như sau: Nếu một người mắc bệnh, xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính là 0,8. Nếu một người không mắc bệnh, xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính là 0,4. Biết rằng tỉ lệ người mắc bệnh trong cộng đồng là 0,5. Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x + x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$ có dạng $S(H) = e - \frac{a}{b}$ (với e là cơ số của logarit Nê-pơ; a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = 2026(a + b)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, mặt phẳng $(P) : x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Đường thẳng (Δ) qua A , đồng thời cắt (P) và d lần lượt tại B và $C(a; b; c)$ sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giả sử tọa độ của điểm C là $(a; b; c)$. Tính $S = a + b + c$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét , một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21; 35; 50)$ và ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km. Một flycam di chuyển theo một đường thẳng từ I đến một đảo nhỏ tại $D(5121; 658; 0)$. Gọi điểm M là vị trí cuối cùng trên đoạn ID sao cho flycam còn nhận được ánh sáng từ ngọn hải đăng, tìm cao độ của điểm M (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

—HẾT—