

Họ và tên: SBD: Lớp:

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là số phức:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = -3 - 2i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = -3 + 2i$.

Câu 2: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

- A. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$. B. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$. C. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$. D. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$.

Câu 3: Cho tam giác OAB vuông đỉnh O , $AB = 8a$, $\widehat{OBA} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón tròn xoay sinh bởi tam giác OAB khi quay xung quanh trục OA bằng

- A. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{68\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.
C. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng phức, tìm điểm M biểu diễn số phức $z = \frac{i^{2017}}{3 + 4i}$

- A. $M\left(-\frac{4}{25}; \frac{3}{25}\right)$. B. $M\left(\frac{4}{25}; \frac{3}{25}\right)$. C. $M\left(-\frac{4}{25}; -\frac{3}{25}\right)$. D. $M\left(\frac{4}{25}; -\frac{3}{25}\right)$.

Câu 5: Cho $f(x) = 5^{x\sqrt{x}} \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \log 5 + x^2 \log 2 > 0$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_2 5 + x > 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_{\frac{1}{5}} 5 + x \log_{\frac{1}{5}} 2 > 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \ln 5 + x \ln 2 > 0$.

Câu 6: Đặt $a = \log_2 6$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b

- A. $y = \frac{ax+b}{x+1}$. B. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2a-1}$. C. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2b-1}$. D. $\log_{18} 42 = \frac{a+b}{2b-1}$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3; -1; -3)$ và song song với (P)

- A. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{-1}$. B. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{3}$.
C. $d: \frac{x-3}{0} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{-1}$. D. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

Câu 9: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-4)e^x$, trục tung và trục hoành.

Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{e^8 - 39}{4}$. B. $V = \frac{e^8 - 41}{4}$. C. $V = \frac{(e^8 - 39)\pi}{4}$. D. $V = \frac{(e^8 - 41)\pi}{4}$.

Câu 10: Tính $K = \int_{-3}^{e-4} (x+4)\ln(x+4)dx$

A. $K = \frac{e^2 - 1}{4}$. B. $K = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $K = \frac{1}{2}$. D. $K = \frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; -1)$, khi đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. 0 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

B. Hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{2^{-1}} x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

C. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng BC' và tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc lớn nhất là

A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $-x - y + z - 1 = 0$. C. $x - y + z - 1 = 0$. D. $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $14x + 4y + 8z + 13 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z - 17 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z - 13 = 0$.

D. $14x - 4y + 8z - 17 = 0$.

Câu 15: Trên $\mathbb{C}$, phương trình $\frac{2}{z-1} = 1+i$ có nghiệm là

A. $z = 2+i$.

B. $z = 2-i$.

C. $z = 1-2i$.

D. $z = 1+2i$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 10 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Câu 17: Cho số phức $z = 2 - 5i$. Số phức z^{-1} có phần thực là

A. 7 .

B. $-\frac{5}{29}$.

C. $\frac{2}{29}$.

D. -3 .

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^5$ là

A. $F(x) = 35x^4 + C$.

B. $F(x) = \frac{7}{6}x^6 + C$.

C. $F(x) = 35x^6 + C$.

D. $F(x) = 5x^6 + C$.

Câu 19: Đường cong $(C): y = \frac{5x+2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 20: Phương trình bậc hai $z^2 + Mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng 10i. Khi đó trên tập $\mathbb{C}$, giá trị của M là

- A. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$ B. $\begin{cases} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$ C. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$ D. $\begin{cases} M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \end{cases}$

Câu 21: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 2x^2 + x$.

- A. $\frac{81}{12}$. B. 13. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 22: Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m+9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

- A. $m = -2$. B. $-3 < m < -\frac{3}{2}$. C. $\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m \neq -3 \end{cases}$ D. $m < -\frac{3}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \ln \frac{7}{x+7}$. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

- A. $xy' + 7 = -e^y$. B. $xy' - 1 = e^y$. C. $xy' + 1 = e^y$. D. $xy' - 7 = e^y$.

Câu 24: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC = 4a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp) bằng

- A. $\frac{25\pi a^3}{4}; \frac{125\pi a^3}{6}$. B. $25\pi a^2; \frac{125\pi a^3}{3}$. C. $\frac{25\pi a^2}{4}; \frac{125\pi a^3}{6}$. D. $25\pi a^2; \frac{125\pi a^3}{6}$.

Câu 25: Tính tích phân $\int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8} (a\sqrt{3} + b + c\pi) + 4$. Với a, b, c là các số nguyên.

Khi đó biểu thức $a + b^2 + c^4$ có giá trị bằng

- A. 20. B. 241. C. 196. D. 48.

Câu 26: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón nội tiếp hình chóp đó (hình nón nội tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn nội tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón nội tiếp hình chóp) bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{9}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 27: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28: Rút gọn số phức $z = \frac{3-2i}{1-i} - \frac{1+i}{3+2i}$ ta được

- A. $z = \frac{55}{26} + \frac{15}{26}i$. B. $z = \frac{75}{26} + \frac{15}{26}i$. C. $z = \frac{75}{26} + \frac{11}{26}i$. D. $z = \frac{55}{26} + \frac{11}{26}i$.

Câu 29: Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất 1,15% mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng). B. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng).
C. $\frac{55 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{3}$ (triệu đồng). D. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Câu 30: Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $a^{14 \log_{a^2} \sqrt{5}}$.

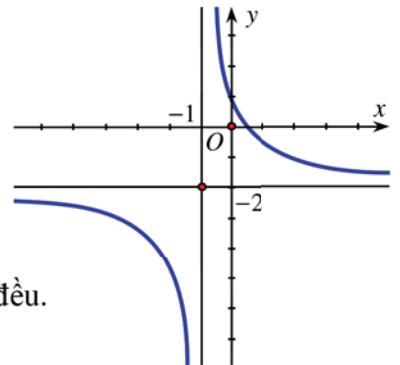
- A. $125\sqrt{5}$. B. 5^{14} . C. $7\sqrt{5}$. D. 5^7 .

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

Câu 32: Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. $a = -1, b = -2$. B. $a = 1, b = -2$.
C. $a = -2, b = 1$. D. $a = 2, b = 1$.



Câu 33: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

- A. Mười hai mặt đều. B. Hai mươi mặt đều.
C. Tám mặt đều. D. Tứ diện đều.

Câu 34: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

- A. $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{3}$. B. $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{2}$. C. $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{2}$. D. $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{3}$.

Câu 35: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 18 m. B. 15 m. C. 20 m. D. 24 m.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh $BC = a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 37: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

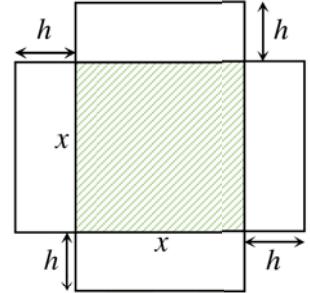
- A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$. B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2)\ln 5}$. C. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. D. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{97}$. B. $|z| = \sqrt{65}$. C. $|z| = 97$. D. $|z| = 65$.

Câu 39: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5 \text{ dm}^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh x (dm), chiều cao h (dm). Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

- A. 10,5 (dm). B. 12 (dm).
C. 11 (dm). D. 9 (dm).



Câu 40: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

- A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$. B. $60\pi a^2, 200\pi a^3$.
C. $80\pi a^2, 180\pi a^3$. D. $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Câu 41: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y = m \sin x - n \cos x - 3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m^3 + n^3 \geq 9$. B. $m^3 + n^3 \leq 9$. C. $m = 2, n = 1$. D. $m^2 + n^2 \leq 9$.

Câu 42: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

- A. $-2 \leq m < 1$. B. $m = -2$. C. $m \geq 2$. D. $m \leq -2$.

Câu 43: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

- A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$. B. $[-2; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0)$. D. $m \in [-2; 0]$.

Câu 44: Tính $z = \frac{2-i}{1-i^{2017}}$.

- A. $z = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. B. $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$. C. $z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-1; 3; 2)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. D. $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Câu 46: Tìm $\int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx$.

- A. $x + 2 \ln|x| + \frac{1}{x} + C$. B. $x - 2 \ln|x| - \frac{1}{x} + C$. C. $x - 2 \ln|x| + \frac{1}{x} + C$. D. $x + 2 \ln|x| - \frac{1}{x} + C$.

Câu 47: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2	-1	-2		$+\infty$		

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 - x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

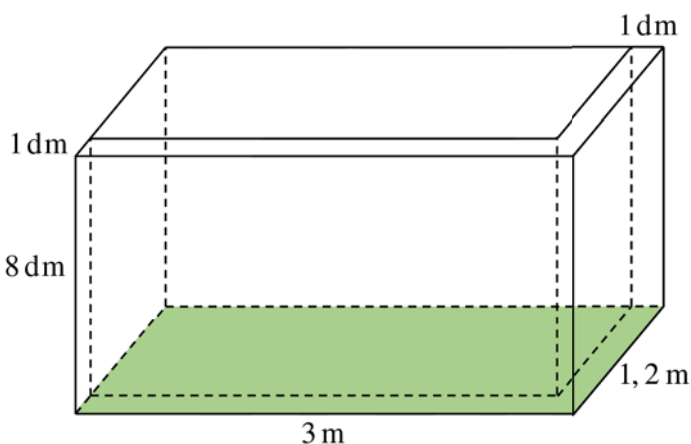
Câu 48: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{7}$. B. $I = -\frac{1}{6}$. C. $I = \frac{1}{7}$. D. $I = \frac{1}{6}$.

Câu 49: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đó (hình nón ngoại tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn đáy ngoại tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón ngoại tiếp hình chóp) bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 50: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 3m; 1,2m; 1,8m (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước ? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).



- A. 738 viên, 5742 lít. B. 730 viên, 5742 lít.
C. 738 viên, 5740 lít. D. 730 viên, 5740 lít.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	B	C	A	B	A	D	D	D	B	D	C	B	D	C	B	C	B	C	C	C	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	A	A	D	C	A	B	D	B	A	A	C	A	D	A	D	B	D	D	B	C	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là số phức:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = -3 - 2i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$. D. $\bar{z} = -3 + 2i$.

Hướng dẫn giải

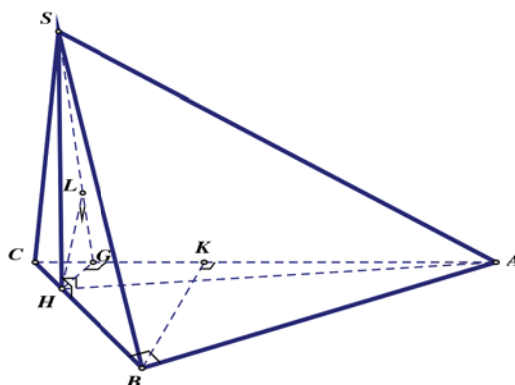
Chọn A.

Ta có $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 2: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

- A. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$. B. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$. C. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$. D. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

Gọi H là hình chiếu của S lên BC . Gọi $K; G$ lần lượt là hình chiếu của $B; H$ lên CA .

Gọi L là hình chiếu của H lên SG . Lúc đó $SH \perp (ABC)$.

$$\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot HL.$$

$$\text{Xét } \triangle SHG \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } HL = \frac{SH \cdot HG}{SG} = \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ vuông tại } B, \text{ ta có: } BK = \frac{BC \cdot BA}{\sqrt{BC^2 + BA^2}} = \frac{4a \cdot 3a}{\sqrt{16a^2 + 9a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Xét $\triangle SHB$ vuông tại H , ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{SB} \Rightarrow BH = 6a \cdot \frac{1}{2} = 3a \text{ và } \sin 60^\circ = \frac{SH}{SB} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2} 6a = 3\sqrt{3}a.$$

$$\text{Khi đó } CH = BC - BH = a; \frac{HG}{BK} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow HG = \frac{12a}{5} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{3}{5}a.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}} = \frac{4a}{a} \cdot \frac{3\sqrt{3}a \cdot \frac{3a}{5}}{\sqrt{27a^2 + \frac{9}{25}a^2}} = \frac{6\sqrt{57}}{19}a.$$

Câu 3: Cho tam giác OAB vuông đỉnh O , $AB = 8a$, $\widehat{OBA} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón tròn xoay sinh bởi tam giác OAB khi quay xung quanh trục OA bằng

- A. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{68\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
C. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trong tam giác OAB vuông tại O có

$$h = OA = AB \sin \widehat{OBA} = AB \cdot \cos 60^\circ = 4\sqrt{3}a$$

$$R = OB = AB \cdot \cos \widehat{OBA} = AB \cdot \sin 60^\circ = 4a.$$

Diện tích xung quanh của khối nón là

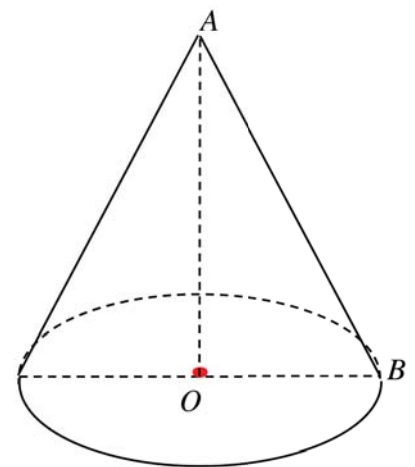
$$S_{xq} = \pi Rl = \pi OB \cdot AB = 32\pi a^2.$$

Diện tích toàn phần của khối nón là

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi OB \cdot AB + \pi OB^2 = 32\pi a^2 + 16\pi a^2 = 48\pi a^2.$$

Thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{1}{3}OA \cdot \pi \cdot OB^2 = \frac{1}{3}4\sqrt{3}a \cdot \pi 16a^2 = \frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$$



Câu 4: Trong mặt phẳng phức, tìm điểm M biểu diễn số phức $z = \frac{i^{2017}}{3+4i}$

- A. $M\left(-\frac{4}{25}; \frac{3}{25}\right)$. B. $M\left(\frac{4}{25}; \frac{3}{25}\right)$. C. $M\left(-\frac{4}{25}; -\frac{3}{25}\right)$. D. $M\left(\frac{4}{25}; -\frac{3}{25}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } z = \frac{i^{2017}}{3+4i} = \frac{i \cdot (i^2)^{1008}}{3+4i} = \frac{i \cdot (-1)^{1008}}{3+4i} = \frac{i(3-4i)}{25} = \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$$

Suy ra $M\left(\frac{4}{25}; \frac{3}{25}\right)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

Câu 5: Cho $f(x) = 5^{x\sqrt{x}} \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \log 5 + x^2 \log 2 > 0$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_2 5 + x > 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_{\frac{1}{5}} 5 + x \log_{\frac{1}{5}} 2 > 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \ln 5 + x \ln 2 > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = 5^{x\sqrt{x}} \cdot 2^{x^2}$. Điều kiện $x \geq 0$.

Trong các đáp án chỉ xét $f(x) > 1$ nên điều kiện là $x > 0$.

Xét $f(x) > 1$ lô ga cơ số 10 hai vế ta được $f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \log 5 + x^2 \log 2 > 0$ đáp án A đúng.

Xét $f(x) > 1$ lô ga cơ số 2 hai vế ta được

$f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \log_2 5 + x^2 > 0 \Leftrightarrow x(\sqrt{x} \log_2 5 + x) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_2 5 + x > 0$ đáp án B đúng.

Xét $f(x) > 1$ lô ga cơ số $\frac{1}{5}$ hai vế ta được

$f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \log_{\frac{1}{5}} 5 + x^2 \log_{\frac{1}{5}} 2 < 0 \Leftrightarrow x\left(\sqrt{x} \log_{\frac{1}{5}} 5 + x \log_{\frac{1}{5}} 2\right) < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \log_2 5 + x \log_{\frac{1}{5}} 2 < 0$

đáp án C sai.

Xét $f(x) > 1$ lô ga cơ số e hai vế ta được

$f(x) > 1 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \ln 5 + x^2 \ln 2 > 0$ đáp án D đúng.

Câu 6: Đặt $a = \log_2 6$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b

A. $y = \frac{ax+b}{x+1}$. B. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2a-1}$. C. $\log_{18} 42 = \frac{1+a+b}{2b-1}$. D. $\log_{18} 42 = \frac{a+b}{2b-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:

$$\log_{18} 42 = \frac{\log_2 42}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (6 \cdot 7)}{\log_2 \left(\frac{6^2}{2}\right)} = \frac{\log_2 6 + \log_2 7}{\log_2 6^2 - \log_2 2} = \frac{\log_2 6 + \log_2 7}{2\log_2 6 - \log_2 2} = \frac{a+b}{2a-1}$$

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp

$S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3; -1; -3)$ và song song với (P)

A. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{-1}$. B. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{3}$.
C. $d: \frac{x-3}{0} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{-1}$. D. $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có (S) có tâm $I(1; -2; -1)$; bán kính $R = 3$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

Vì d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3; -1; -3)$ và song song với (P) nên d có VTCP $\vec{u} = [\vec{n}; \vec{IA}] = (-4; 6; -1)$ và qua $A(3; -1; -3)$.

Phương trình đường thẳng d cần tìm là $d: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{-1}$

Câu 9: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-4)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{e^8 - 39}{4}$. **B.** $V = \frac{e^8 - 41}{4}$. **C.** $V = \frac{(e^8 - 39)\pi}{4}$. **D.** $V = \frac{(e^8 - 41)\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $(x-4)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là: $V = \pi \int_0^4 (x-4)^2 e^{2x} dx$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = (x-4)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-4) dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases} \Rightarrow V = \pi \left[\frac{1}{2} (x-4)^2 e^{2x} \Big|_0^4 - \int_0^4 (x-4) e^{2x} dx \right] = \pi [-8 - I_1]$$

Tính $I_1 = \int_0^4 (x-4) e^{2x} dx$

$$\begin{cases} u = (x-4) \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} (x-4) e^{2x} \Big|_0^4 - \frac{1}{2} \int_0^4 e^{2x} dx$$

$$I_1 = -2 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^4 = -2 - \frac{1}{4} e^8 + \frac{1}{4}$$

$$I_1 = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} e^8 \Rightarrow V = \pi \left[-8 - \frac{9}{4} + \frac{1}{4} e^8 \right]$$

$$\text{Vậy } V = \frac{\pi}{4} (e^8 - 41)$$

Câu 10: Tính $K = \int_{-3}^{e-4} (x+4) \ln(x+4) dx$

A. $K = \frac{e^2 - 1}{4}$. **B.** $K = \frac{e^2 - 2}{2}$. **C.** $K = \frac{1}{2}$. **D.** $K = \frac{e^2 + 1}{4}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+4) \\ dv = (x+4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+4} dx \\ v = \frac{1}{2} (x+4)^2 \end{cases}$$

Khi đó :

$$I = \frac{1}{2}(x+4)^2 \ln(x+4) \Big|_{-3}^{e-4} - \int_{-3}^{e-4} \frac{1}{2}(x+4) dx$$

$$I = \frac{1}{2}(x+4)^2 \ln(x+4) \Big|_{-3}^{e-4} - \frac{1}{4}(x+4)^2 \Big|_{-3}^{e-4}$$

$$I = \frac{e^2 + 1}{4}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; -1)$, khi đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) + 1 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

- A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.
B. Hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{2^{-1}} x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.
C. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.
D. Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta xét từng đáp án:

Đáp án A: Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ xác định trên $(0; +\infty)$ nên A đúng.

Đáp án B: Hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ có cơ số $a = 2^{-1} = \frac{1}{2} \in (0; 1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên B sai.

Đáp án C: Hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ xác định trên $(0; +\infty) \Rightarrow$ đồ nằm bên phải trục Oy nên C đúng.

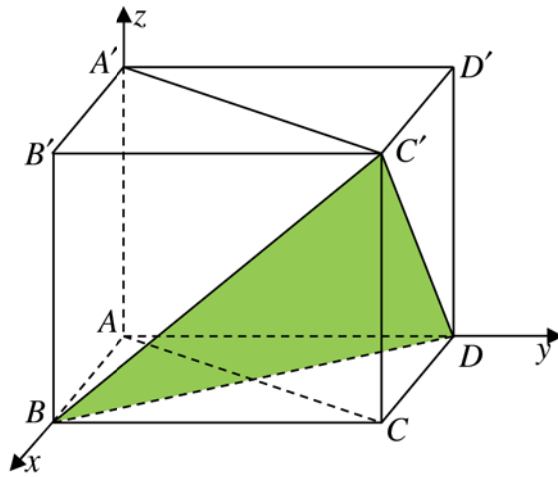
Đáp án D: Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang nên D đúng.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$ biết rằng $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng BC' và tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc lớn nhất là

- A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $-x - y + z - 1 = 0$. C. $x - y + z - 1 = 0$. D. $x + y - z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Góc giữa hai mặt phẳng lớn nhất bằng 90° .

Nên góc lớn nhất giữa (P) và $(ACC'A')$ bằng 90° hay $(P) \perp (ACC'A')$.

Mà $(BDC') \perp (ACC'A') \Rightarrow (P) \equiv (BDC')$.

Ta có $C'(1;1;1)$

VTPT của $(P): \vec{n}_p = [\vec{BD}, \vec{BC'}] = (1;1;-1)$.

$\Rightarrow (P): x + y - z - 1 = 0$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $14x + 4y + 8z + 13 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z - 17 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z - 13 = 0$.

D. $14x - 4y + 8z - 17 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi (P) là mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

Ta có $\vec{u}_1 = (2;1;3)$ và $\vec{u}_2 = (2;-1;4)$ là VTCP của d_1 và d_2 .

Lấy $M(2;2;3) \in d_1$ và $N(1;-2;-1) \in d_2$.

Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2};0;1\right)$ của MN và có VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7;-2;-4)$.

$\Rightarrow (P): 7\left(x - \frac{3}{2}\right) - 2(y - 0) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 14x - 4y - 8z - 13 = 0$.

Câu 15: Trên $\mathbb{C}$, phương trình $\frac{2}{z-1} = 1+i$ có nghiệm là

A. $z = 2+i$.

B. $z = 2-i$.

C. $z = 1-2i$.

D. $z = 1+2i$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có: $\frac{2}{z-1} = 1+i \Leftrightarrow z-1 = \frac{2}{1+i} \Leftrightarrow z = 1 + \frac{2(1-i)}{2} \Leftrightarrow z = 2-i$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1;3;2)$, $\vec{v} = (-3;-1;2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 10.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - 3 + 4 = 4.$$

Câu 17: Cho số phức $z = 2 - 5i$. Số phức z^{-1} có phần thực là

A. 7.

B. $-\frac{5}{29}$.C. $\frac{2}{29}$.

D. -3.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{2-5i} = \frac{2+5i}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{2+5i}{29} = \frac{2}{29} + \frac{5}{29}i.$$

Số phức z^{-1} có phần thực là $\frac{2}{29}$.**Câu 18:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^5$ làA. $F(x) = 35x^4 + C$.B. $F(x) = \frac{7}{6}x^6 + C$.C. $F(x) = 35x^6 + C$.D. $F(x) = 5x^6 + C$.**Hướng dẫn giải****Chọn B.**

$$\int f(x) dx = \int 7x^5 dx = \frac{7}{6}x^6 + C.$$

Câu 19: Đường cong $(C): y = \frac{5x+2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

Vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 20: Phương trình bậc hai $z^2 + Mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $10i$. Khi đó trên tập $\mathbb{C}$, giá trị của M làA. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$.B. $\begin{cases} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$.C. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$.D. $\begin{cases} M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \end{cases}$.**Hướng dẫn giải****Chọn B.**

$$\text{Có } z_1^2 + z_2^2 = 10i \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 10i \Leftrightarrow M^2 - 2i = 10i \Leftrightarrow M^2 = 12i$$

$$\Leftrightarrow M^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{6}i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$$

Câu 21: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 2x^2 + x$.

- A. $\frac{81}{12}$. B. 13. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + 3x^2 - x = 2x^2 + x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng: $S = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx$.

Ta có $S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 + \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{37}{12}$.

Câu 22: Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m+9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

- A. $m = -2$. B. $-3 < m < -\frac{3}{2}$. C. $\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m \neq -3 \end{cases}$. D. $m < -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = x^2 + 2mx - 6m - 9$.

Đồ thị hàm số có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung khi phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu.

ĐK: $\begin{cases} \Delta' = m^2 + 6m + 9 > 0 \\ P = -6m - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \ln \frac{7}{x+7}$. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

- A. $xy' + 7 = -e^y$. B. $xy' - 1 = e^y$. C. $xy' + 1 = e^y$. D. $xy' - 7 = e^y$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = \ln 7 - \ln(x+7) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+7}$ và $e^y = \frac{7}{x+7}$.

Khi đó $xy' + 1 = x \cdot \frac{-1}{x+7} + 1 = \frac{7}{x+7} = e^y$.

- Câu 24:** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC = 4a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp) bằng
- A. $\frac{25\pi a^3}{4}; \frac{125\pi a^3}{6}$. B. $25\pi a^2; \frac{125\pi a^3}{3}$. C. $\frac{25\pi a^2}{4}; \frac{125\pi a^3}{6}$. D. $25\pi a^2; \frac{125\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi H là trung điểm của BC , K là trung điểm của SA .

Qua H dựng đường thẳng $\Delta \perp (ABC) \Rightarrow \Delta \parallel SA$.

Qua K dựng đường thẳng $\Delta' \perp SA \Rightarrow \Delta' \parallel AH$.

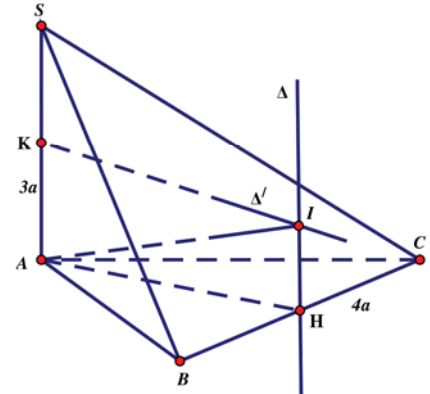
Lúc đó tâm của mặt cầu ngoại tiếp là $I = \Delta \cap \Delta'$.

Xét tam giác IHA vuông tại H ta có:

$$r = IA = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \frac{5a}{2}.$$

Diện tích hình cầu: $S = 4\pi r^2 = 25\pi a^2$.

Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{125\pi a^3}{6}$.



- Câu 25:** Tính tích phân $\int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8}(a\sqrt{3} + b + c\pi) + 4$. Với a, b, c là các số nguyên.

Khi đó biểu thức $a + b^2 + c^4$ có giá trị bằng

- A. 20. B. 241. C. 196. D. 48.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \left(-4 + \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} \right) dx = -4 \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} dx + \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx = I + J.$$

$$\text{Tính } I = -4 \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} dx = -4x \Big|_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = -2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 4.$$

$$\text{Tính } J = \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx = \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{x^2 + \frac{1}{x^2}} dx = \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2} dx.$$

$$\text{Đặt } t = x - \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx. \text{ Đổi cận: } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow t=\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } J = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2 + (\sqrt{2})^2}.$$

Đặt:

$$t = \sqrt{2} \tan u, u \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dt = \sqrt{2} (1 + \tan^2 u) du.$$

$$\text{Đổi cận} \begin{cases} t = 0 \Rightarrow u = 0 \\ t = \sqrt{2} \Rightarrow u = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}(1 + \tan^2 u)}{2(1 + \tan^2 u)} du = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} du = \frac{\sqrt{2}}{2} u \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{8} \pi.$$

$$\text{Vậy } \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8} (-16\sqrt{3} - 16 + \pi) + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = b = -16 \\ c = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a + b^2 + c^4 = 241.$$

Câu 26: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón nội tiếp hình chóp đó (hình nón nội tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn nội tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón nội tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{9}$.

B. $\frac{\pi a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

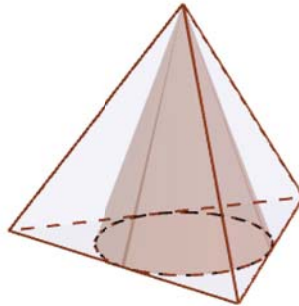
D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải.

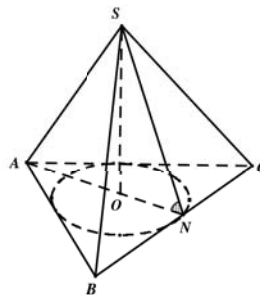
Chọn B.

Cách 1: Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác đều cạnh a là $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$$\text{Thể tích khối nón nội tiếp là } V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 \cdot 6a = \frac{a^3 \pi}{6}$$



Cách 2 :



Gọi O là tâm của đáy ABC và N là trung điểm của BC .

Do $S.ABC$ là hình chóp đều suy ra $SO \perp (ABC)$.

Hình nón nội tiếp hình chóp đều $S.ABC$ là hình nón có đỉnh là S , đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Khi đó hình nón có bán kính đáy $r = ON$, đường cao $h = SO = 6a$, đường sinh $l = SN$

$$\text{Ta có } AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ON = \frac{1}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Thể tích khối nón nội tiếp là } V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 \cdot 6a = \frac{a^3\pi}{6}$$

Câu 27: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

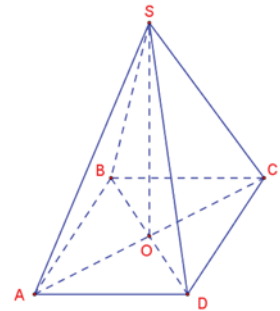
- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $BO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 2a$. Vậy $BD = 4a$, suy ra $AB = 2a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3}AB^2 \cdot SO = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$$



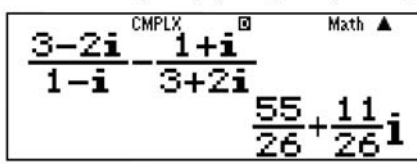
Câu 28: Rút gọn số phức $z = \frac{3-2i}{1-i} - \frac{1+i}{3+2i}$ ta được

- A. $z = \frac{55}{26} + \frac{15}{26}i$. B. $z = \frac{75}{26} + \frac{15}{26}i$. C. $z = \frac{75}{26} + \frac{11}{26}i$. D. $z = \frac{55}{26} + \frac{11}{26}i$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

$$\text{Cách 1: } z = \frac{3-2i}{1-i} - \frac{1+i}{3+2i} = \frac{(3-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} - \frac{(1+i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{55}{26} + \frac{11}{26}i$$

Cách 2: Bấm máy: 

Câu 29: Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất 1,15% mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng). B. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng).
C. $\frac{55 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{3}$ (triệu đồng). D. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Đặt $T = 220000000$; $r = 1,15\%$

a là số tiền ông A trả hàng tháng

Số tiền ông A còn nợ sau 1 tháng là $T_1 = T(1+r)^1 - a$

Số tiền ông A còn nợ sau 2 tháng là: $T_2 = [T(1+r) - a](1+r) - a$

$$T_2 = T(1+r)^2 - a(1+r) - a$$

Số tiền ông A còn nợ sau 3 tháng là: $T_3 = [T(1+r)^2 - a(1+r) - a](1+r) - a$

$$T_3 = T(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$$

Số tiền ông A còn nợ sau n tháng là:

$$T_n = T(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - \dots - a(1+r) - a$$

$$T_n = T(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Để sau n tháng trả hết nợ thì

$$T_n = 0 \Leftrightarrow T(1+r)^n = a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{r.T(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Thay số vào ta được đáp án A

Câu 30: Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $a^{14 \log_a 2 \sqrt{5}}$.

A. $125\sqrt{5}$.

B. 5^{14} .

C. $7\sqrt{5}$.

D. 5^7 .

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Cách 1: $a^{14 \log_a 2 \sqrt{5}} = a^{7 \log_a \sqrt{5}} = a^{\log_a (\sqrt{5})^7} = 125\sqrt{5}$.

Cách 2: Bấm máy

Nhập biểu thức: $A^{14 \log_a 2 \sqrt{5}}$ ấn CALC máy hỏi A? chọn $A = 2$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Câu 32: Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

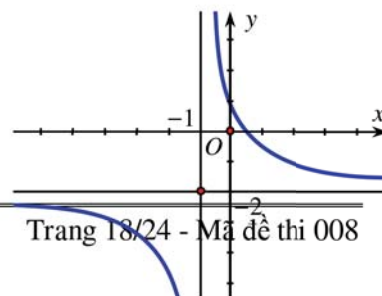
A. $a = -1, b = -2$.

B. $a = 1, b = -2$.

C. $a = -2, b = 1$.

D. $a = 2, b = 1$.

Hướng dẫn giải.



Chọn C.

Để thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y = -2 \Rightarrow a = -2$.

$x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị nên $a + b \neq 0 \Leftrightarrow b \neq -a \Leftrightarrow b \neq 2$.

Câu 33: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều ?

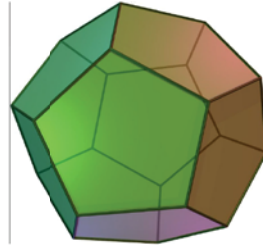
A. Mười hai mặt đều.

B. Hai mươi mặt đều.

C. Tám mặt đều.

D. Tứ diện đều.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Khối 12 mặt đều.

Câu 34: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

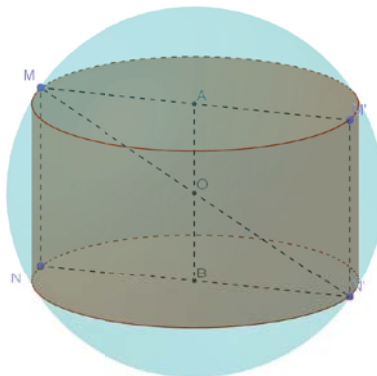
A. $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{3}$.

B. $\frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{2}$.

C. $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{2}$.

D. $\frac{(3+2\sqrt{2})\pi R^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường cao hình trụ $h = R$ nên ta có bán kính của đáy hình trụ $r = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \frac{R\sqrt{3}}{2} R = \pi R^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = \pi R^2 \sqrt{3} + 2\pi \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{(3+2\sqrt{3})\pi R^2}{2}.$$

Câu 35: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 18 m.

B. 15 m.

C. 20 m.

D. 24 m.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $v(t) = -12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là: $S = \int_0^2 (-12t + 24) dt = 24$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh $BC = a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

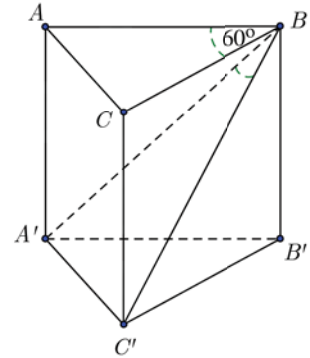
Tam giác ABC vuông tại C có $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = a$
suy ra $AC = BC \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$\text{Khi đó: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Mặt khác: $AC \perp (BCC'B')$ suy ra góc giữa AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{AB'C} = 30^\circ$.

Tam giác $AB'C$ vuông tại C có $\widehat{AB'C} = 30^\circ$; $BC = a$ suy ra
 $B'C = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = 3a$

Tam giác $BB'C$ vuông tại B có $BC = a$; $B'C = 3a \Rightarrow BB' = 2\sqrt{2}a$
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot BB' = a^3\sqrt{6}$.



Câu 37: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

- A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$. B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2)\ln 5}$. C. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. D. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ ta được: $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{97}$. B. $|z| = \sqrt{65}$. C. $|z| = 97$. D. $|z| = 65$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Đặt $z = a + bi$; ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$(1-i)z - 2i\bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 5 + 3i$$

$$\Leftrightarrow a+b-ai+bi-2ai-2b=5+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=5 \\ -3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } z = -4 - 9i \Rightarrow |z| = \sqrt{97}$$

Cách 2: Dùng máy tính Casio

Chuyển sang MODE 2 nhập vào máy: $(1-i)X - 2i.conjg(X) = 5 + 3i$

CALC cho X giá trị $10000 + 100i$ ta được $9895 - 29903i$

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a-b=5 \\ 3a-b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-9 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{97}$

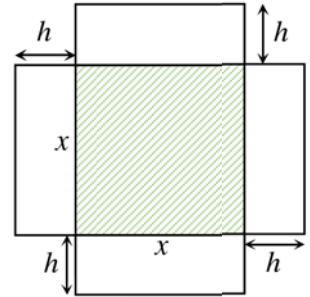
Câu 39: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5 \text{ dm}^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh x (dm), chiều cao h (dm). Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

A. 10,5 (dm).

B. 12 (dm).

C. 11 (dm).

D. 9 (dm).



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có thể tích hình hộp là: $V = x^2h = 665,5 \Rightarrow h = \frac{665,5}{x^2} \quad (x > 0)$

Diện tích các mặt của hộp là $S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{2662}{x} \Rightarrow S' = 2x - \frac{2662}{x^2}$; $S' = 0 \Leftrightarrow x = 11$

Lập bảng biến thiên ta thấy khi $x = 11$ thì S đạt giá trị nhỏ nhất

Vậy để sử dụng ít nguyên liệu nhất thì bác thợ xây phải cắt một miếng tôn có đáy là hình vuông cạnh 11 (dm).

Câu 40: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$.

B. $60\pi a^2, 200\pi a^3$.

C. $80\pi a^2, 180\pi a^3$.

D. $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

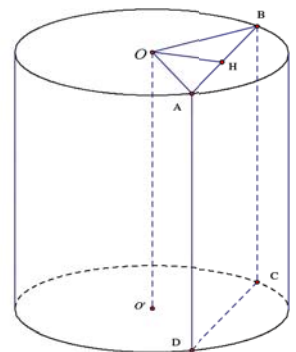
Chọn A.

Thiết diện $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $8a$ ($h = 8a$).

Khoảng cách từ trục đến mặt phẳng ($ABCD$) là $d = 3a$

Suy ra bán kính đường tròn đáy $r = \sqrt{d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = 5a$

Vậy $S_{xq} = 2\pi rh = 80\pi a^2, V_{tr} = \pi r^2 h = 200\pi a^3$



Câu 41: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y = m \sin x - n \cos x - 3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^3 + n^3 \geq 9$.

B. $m^3 + n^3 \leq 9$.

C. $m = 2, n = 1$.

D. $m^2 + n^2 \leq 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \cos x + n \sin x - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + n^2} \cos(x - \alpha) \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \cos(x - \alpha) \leq \frac{3}{\sqrt{m^2 + n^2}}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{m^2 + n^2}} \geq \max(\cos(x - \alpha)) = 1 \Leftrightarrow m^2 + n^2 \leq 9$

Câu 42: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $-2 \leq m < 1$.

B. $m = -2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

$$y' = \frac{m-1}{(x+m)^2}$$

Theo ycbt $y' < 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \frac{m-1}{(x+m)^2} < 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ -m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 1$

Câu 43: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

B. $[-2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$.

D. $m \in [-2; 0]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có:

$$x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq 2$$

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}, t \in [1; 2]$

Phương trình trên trở thành:

$$t^2 + t - 2m - 6 = 0, t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(t) = t^2 + t - 6 = 2m, t \in [1; 2]$$

Số nghiệm của phương trình phụ thuộc số giao điểm của đồ thị hàm số

$f(t) = t^2 + t - 6, t \in [1; 2]$ và đường thẳng $y = 2m$. Lập bảng biến thiên khảo sát hàm số ta được kết quả $m \in [-2; 0]$.

Câu 44: Tính $z = \frac{2-i}{1-i^{2017}}$.

A. $z = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

B. $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$.

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

D. $z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $i^{2017} = (i^2)^{1008} i = (-1)^{1008} i = i$. Do đó: $z = \frac{2-i}{1-i^{2017}} = \frac{2-i}{1-i} = \frac{(2-i)(1+i)}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-1; 3; 2)$.

B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

C. $\vec{n} = (2; 3; -1)$.

D. $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Nếu $(P): ax+by+cz+d=0$ thì (P) có VTPT là $\vec{n}=(a;b;c)$ (hoặc là một vectơ cùng phương với $\vec{n}$)

Câu 46: Tìm $\int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx$.

A. $x + 2\ln|x| + \frac{1}{x} + C.$

B. $x - 2\ln|x| - \frac{1}{x} + C.$

C. $x - 2\ln|x| + \frac{1}{x} + C.$

D. $x + 2\ln|x| - \frac{1}{x} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx = \int \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = x + 2 \ln x - \frac{1}{x} + C.$

Câu 47: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$			-1		$+\infty$
			-2		-2	

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Từ BBT ta có $a > 0$ vậy loại D.

Với $x=0 \Rightarrow y=-1$ vậy loại A.

Với $x = \pm 1 \Rightarrow y = -2$ vậy loại C.

Câu 48: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos x dx$.

A. $I = -\frac{1}{7}$.

B. $I = -\frac{1}{6}$.

C. $I = \frac{1}{7}$.

D. $I = \frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x d(\sin x) = \frac{\sin^7 x}{7} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{7}.$

Câu 49: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đó (hình nón ngoại tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn đáy ngoại tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón ngoại tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

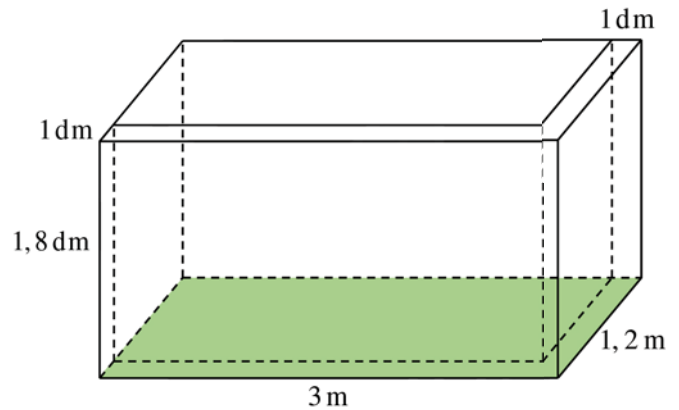
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có khối nón cần tìm có chiều cao $h = 6a$ và bán kính đáy $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{1}{3} \cdot 6a \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 50: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 3m; 1,2m; 1,8m (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).



A. 738 viên, 5742 lít.

B. 730 viên, 5742 lít.

C. 738 viên, 5740 lít.

D. 730 viên, 5740 lít.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích của bể là $V = 18.11.29 = 5742(l)$.

Thể tích của 1 viên gạch là $1dm^3$, thể tích cần xây dựng là $(30+11).18 = 738dm^3$, suy ra số viên ít nhất cần dùng là 738 viên.

-----HẾT-----