

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2025 – 2026. MÔN: TOÁN 12**

I. Mục tiêu

- Biết cách tìm nguyên hàm, tính tích phân của một hàm số đơn giản.
- Biết cách sử dụng tích phân để tính diện tích của một hình phẳng hay thể tích của một vật thể tròn xoay.
- Ứng dụng được vào các bài toán thực tiễn liên quan đến nguyên hàm, tích phân.
- Thiết lập được phương trình tổng quát của mặt phẳng trong hệ trục tọa độ Oxyz. Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

II. Kiến thức cơ bản

1. Nguyên hàm

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

2. Nguyên hàm một số hàm số sơ cấp cơ bản

- Với $\alpha \neq -1$, ta có: $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$;
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$;
- $\int \cos x dx = \sin x + C$;
- Với $a > 0, a \neq 1$, ta có: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$;
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

3. Tính chất

Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K .

(1) $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với k là hằng số khác 0

(2) $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

(3) $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

4. Định nghĩa tích phân

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì hiệu số $F(b) - F(a)$ gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x)dx$.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

5. Tính chất tích phân

(1) Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó:

- $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$
- $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$

(2) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, k là số thực. Khi đó:

- $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

(3) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $c \in (a; b)$. Khi đó

- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

6. Diện tích hình thang cong

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục, Ox và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ được tính: } S = \int_a^b |f(x)|dx$$

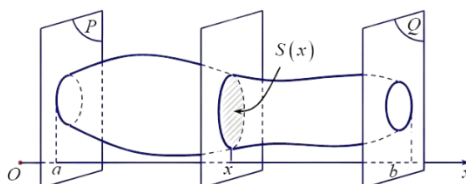
Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$,

$$x = b \text{ được tính: } S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$$

7. Thể tích hình khối:

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$

là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$)



Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$

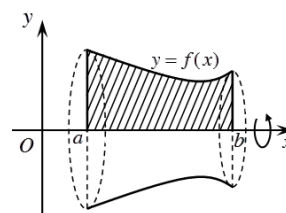
Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V = \int_a^b S(x)dx$.

8. Thể tích khối tròn xoay:

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, Ox , và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$



9. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có dạng phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ với

$A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

10. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó

khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

III. Nội dung ôn tập

1. NGUYÊN HÀM

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x + \cos 3x$

A. $3(1 + \sin 3x) + C$. B. $\frac{3x^2}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C$. C. $\frac{3x^2}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C$. D. $3x^2 + \sin 3x + C$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số có $f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x$ là:

A. $2 \tan x + 2 \cot x + C$. B. $\frac{1}{3} \tan^3 x + \frac{1}{3} \cot^3 x + C$.
C. $\tan x + \cot x - 2x + C$. D. $\tan x - \cot x - 2x + C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + e^x$

A. $2^x \ln 2 + e^x + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$. C. $2^{x+1} + e^{x+1} + C$. D. $\frac{2^{x+1} + e^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

A. $\frac{2}{7} \sqrt{x^7} + 3 \sqrt[3]{x} + C$. B. $\frac{7}{2} \sqrt{x^7} + \frac{1}{3} \sqrt[3]{x} + C$. C. $\frac{2}{5} \sqrt{x^5} + 3 \sqrt[3]{x} + C$. D. $\frac{5}{2} \sqrt{x^5} + \frac{1}{3} \sqrt[3]{x} + C$.

Câu 5. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$

A. $\frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$. B. $-\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$. C. $5 \ln|5x-2| + C$. D. $\ln|5x-2| + C$.

Câu 6. Kí hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^2$ và $F(1) = \frac{18}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x$. B. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$.
C. $F(x) = 4x(x^2 + 1)$. D. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x - \frac{2}{3}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{3}{x+1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) + f(-2) = 2$. Giá trị $f(-3)$ bằng:

A. $1 + 2 \ln 2$. B. $1 - \ln 2$. C. 1 . D. $2 + \ln 2$.

Câu 8. Biết rằng $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 2$. B. $S = 3$. C. $S = 4$. D. $S = 5$.

Câu 9. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = -4t + 20$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 25 m. B. 50 m. C. 10 m. D. 30 m.

Câu 10. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7$ (m/s²). Biết vận tốc ban đầu bằng 10(m/s), hỏi trong 6 giây đầu tiên, thời điểm nào chất điểm ở xa nhất về phía bên phải?

A. 5(s). B. 6(s). C. 1(s). D. 2(s).

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 11. Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = x + 5 - \frac{7}{x}$.

b) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7\ln|x| + C.$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 5$. Khi đó ta tìm được hàm số $F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7\ln|x| + \frac{1}{2}$

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó tìm được $G(-6) = a\ln 2 + b\ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Vậy $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = \begin{cases} x+m, & x \geq 0 \\ e^{2x}, & x < 0 \end{cases}$ (m là hằng số). Giả sử $F(x)$

là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $m = 1$.

b) Biết $F(-1) = \frac{1}{2e^2}$. Khi đó với $x < 0$ thì $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{e^2}$.

c) $F(1) = \frac{4e^2 - 1}{2e^2}$.

d) Đồ thị hàm số $F(x)$ có một điểm chung duy nhất với trục hoành.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x + 2 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2\cos^2 \frac{x}{2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa

mãn $F\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \pi$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\int (\sin x + 2)dx = \cos x + 2x + C$.

b) $F(x) = \int 2\cos^2 \frac{x}{2} dx = \sin x + x + \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Với $x \geq 0$ thì $F(x) = 2x - \cos x + \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3} + 2}{2}$.

d) $F\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5\pi$.

Câu 14. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây.

Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m^3/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\int h'(t)dt = at^3 + b\frac{t^2}{2} + C$.

b) $h(t) = at^3 + b\frac{t^2}{2} + 1$.

c) $a.b = 2$.

d) Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là $8040m^3$.

Câu 15. Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, kí hiệu $f(t)$ là tổng số lượng vi sinh vật sau t giờ. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ $f'(t) = t^2 - 8t$ (con/giờ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Họ nguyên hàm của $f'(t)$ là $\frac{t^3}{3} - 8t^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$).
- b) Số lượng vi khuẩn tăng liên tục trong khoảng từ 3 giờ đến 10 giờ sau thời điểm làm thí nghiệm.
- c) Số lượng vi khuẩn là nhỏ nhất sau 8 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.
- d) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn là 5 con.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos 2x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính giá trị của $T = a + b + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}, c \neq 0$) biết $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{5 + a\sqrt{b}}{c}$.

Câu 17. Khi được thả từ độ cao 20 m một vật rơi với gia tốc không đổi $a = 10 \text{ m/s}^2$. Sau khi rơi được t giây thì vật có tốc độ bao nhiêu?

Câu 18. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 160 - 9,8t$ (m/s). Tìm độ cao lớn nhất của viên đạn (tính từ mặt đất). (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

2. TÍCH PHÂN

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F^2(b) - F^2(a)$.

Câu 20. Tính tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt$

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 1.

Câu 21. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

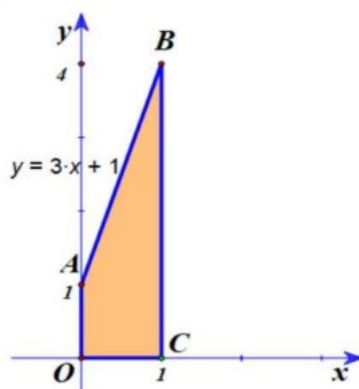
A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ giới hạn bởi $y = 3x + 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ (như hình vẽ).



Khi đó $\int_0^1 (3x + 1) dx$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

- Câu 23.** Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = -1$ và $\int_{-2}^2 g(x)dx = 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A. $\int_{-2}^2 [f(x) + g(x)]dx = 8$.
 B. $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)]dx = 4$.
 C. $\int_{-2}^2 5f(x)dx = 5$.
 D. $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)]dx = -15$.

- Câu 24.** Cho $\int_0^1 f(x)dx = -1$; $\int_0^3 f(x)dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$
- A. 3. B. 6. C. 5. D. 4.

- Câu 25.** Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

- Câu 26.** Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là
- A. $669m$. B. $696m$. C. $699m$. D. $966m$.

- Câu 27.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hoá bằng công thức $P'(x) = -0,0004x + 9,3$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Khi đó sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là
- A. 232,325 triệu đồng. B. 230,315 triệu đồng. C. 321,385 triệu đồng. D. 231,375 triệu đồng.

- Câu 28.** Cho $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $J = \int_{-1}^2 f(x)dx$.
- A. -1. B. $\frac{1}{2}$. C. 4. D. 5.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- Câu 29.** Cho $\int_{-3}^0 f(x)dx = -4$ và $\int_{-3}^0 g(x)dx = -3$.
- a) $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)]dx = -7$.
 b) $\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)]dx = 1$.
 c) $\int_{-3}^0 -3f(x)dx = 12$.
 d) $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)]dx = -51$.
- Câu 30.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 3]$. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ thỏa $F(3) = 2$ và $F(0) = 1$.
- a) Hiệu số $F(3) - F(0)$ gọi là tích phân từ 3 đến 0 của hàm số $f(x)$.
 b) $\int_0^3 f(x)dx = -\int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$.
 c) $\int_0^3 f(t)dt = 1$.
 d) Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ có diện tích bằng 1.
- Câu 31.** Cho $I = \int_0^3 |x^2 - 2x|dx$.

$$\begin{aligned} \text{a) } |x^2 - 2x| &= \begin{cases} x^2 - 2x, 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, 0 < x \leq 3 \end{cases} \\ \text{b) } I &= \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx. \\ \text{c) } I &= \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx. \\ \text{d) } I &= \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3. \end{aligned}$$

Câu 32. Giả sử lợi nhuận biên tính bằng triệu đồng của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận tính bằng triệu đồng khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a ($a > 50$) đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Câu 33. Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A đơn vị mol/l tại thời điểm x giây, $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} \cdot y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ đầu của A là 0,05 mol/l. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó ta có

- a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.
- b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)$.
- c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.
- d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến 30 giây gần bằng 0,05.

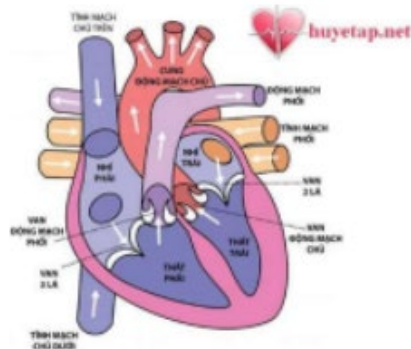
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 34. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t + 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng bao nhiêu?

Câu 35. Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (tức là lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị

màu tại thời điểm t (s) thì hiệu suất của tim được xác định bởi $F = \frac{A}{T} \int_0^T c(t) dt$ (l/s). Tính hiệu suất

của tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$ với $0 \leq t \leq 12$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). (Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning)



- Câu 36.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ với a, b là các tham số thực. Biết rằng $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $I = \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{m}{n} + 2b + \frac{3a}{2}$ với m, n là các số nguyên tố cùng nhau. Tính $S = m - n$.

3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = a$, $x = b$, $y = f(x)$ và trục hoành là
- A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- Câu 2.** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường $x = a$, $x = b$ bằng
- A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.
C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
- Câu 3.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 3x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_0^2 (x^3 - 3x) dx$. B. $S = \int_0^2 (x^3 - 3x)^2 dx$. C. $S = \int_0^2 |x^3 - 3x| dx$. D. $S = -\int_0^2 (x^3 - 3x) dx$.
- Câu 4.** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$.
- A. $S = 4 \ln 2 + e - 5$. B. $S = 4 \ln 2 + e - 6$. C. $S = e^2 - 7$. D. $S = e - 3$.
- Câu 5.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$. Biết rằng $f(x) - g(x) = -8$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_a^b (-8) dx$. B. $S = \int_a^b 8 dx$. C. $S = \int_a^b 64 dx$. D. $S = \pi \int_a^b 64 dx$.
- Câu 6.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 1$, đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và tiếp tuyến của nó tại điểm $x = -2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4) dx$. B. $S = \int_0^1 |x^3 + 3x^2 - 4| dx$.
C. $S = \left| \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4) dx \right|$. D. $S = \pi \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4)^2 dx$.

Câu 7. Tìm a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $d: y = x - 1$ và $x = a, x = 2a (a > 1)$ bằng $\ln 3$?

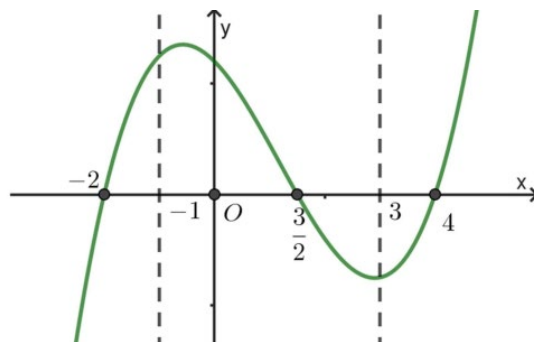
A. $a = 1$.

B. $a = 4$.

C. $a = 3$.

D. $a = 2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



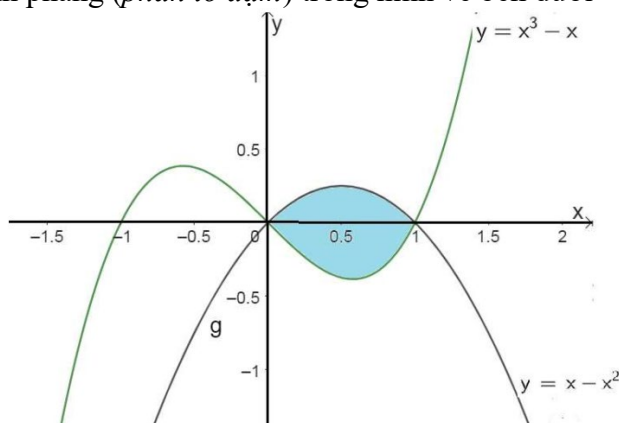
A. $S = \int_{-1}^3 f(x) dx$.

B. $S = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|$.

C. $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$.

Câu 9. Tính diện tích hình phẳng (*phần tô đậm*) trong hình vẽ bên dưới



A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{81}{12}$.

D. 13.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{23}{15}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục Ox và hai đường thẳng

$x = 0, x = \pi$ được tính bởi công thức $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục Ox và hai đường thẳng

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ bằng 1.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ và trục Ox được tính bởi công thức $S = \int_0^1 |x^2 - 1| dx$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , các khẳng định sau đúng hay sai?

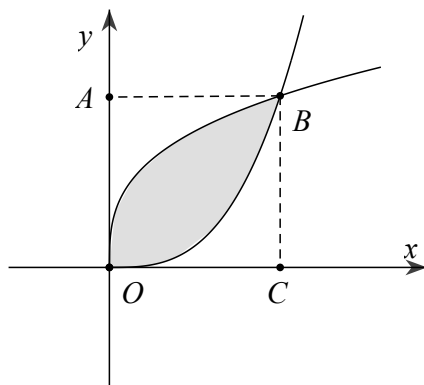
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = x$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 1$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$.



Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 |\sqrt[3]{x}| dx$.

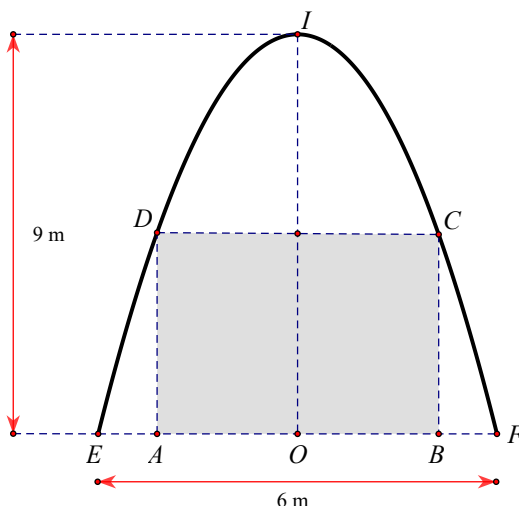
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$.

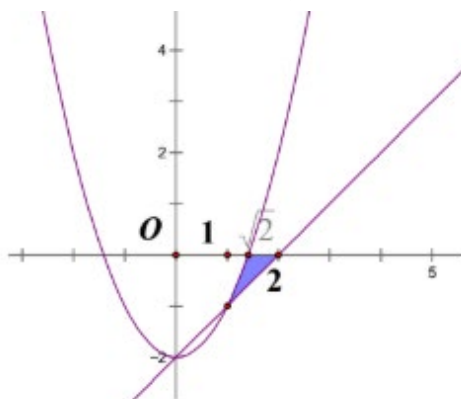
d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 4. Một cánh cổng của tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: Phần làm cửa lối vào hình chữ nhật $ABCD$, còn lại là phần tường trang trí. Biết rằng chiều cao cổng là $IO = 9m$, $EF = 6m$, $AB = 4m$. S_1 là diện tích phần cánh cửa của lối vào hình chữ nhật, S_2 là diện tích phần tường trang trí. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Giả sử parabol có phương trình là $y = f(x)$ thì diện tích cánh cổng là $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$
- b) Diện tích phần cửa vào là $S_1 = 4\sqrt{5} (m^2)$.
- c) Diện tích phần tường trang trí là $S_1 = 16 (m^2)$.
- d) Giả sử phần tường trang trí hai bên cửa vào cần ốp kính cường lực. Khi đó diện tích kính cần dùng là $\frac{16}{3} (m^2)$.



Câu 5. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2$, đường thẳng $d: y = x - 2$ và $d': x = a$, a là tham số dương.



- a) Diện tích hình phẳng (H_1) giới hạn bởi (P) và trục Ox là $S_1 = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.
- b) Diện tích hình phẳng (H_2) giới hạn bởi các đường (P) và d là $S_2 = \frac{1}{6}$.
- c) Diện tích hình phẳng (H_3) giới hạn bởi các đường (P) , đường d' và hai trục tọa độ là $S_3 = \int_0^a (x^2 - 2) dx$.
- d) Diện tích hình phẳng (H_4) giới hạn bởi các đường (P) , đường thẳng d và trục Ox là $S_4 = \frac{4\sqrt{2} - 5}{3}$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

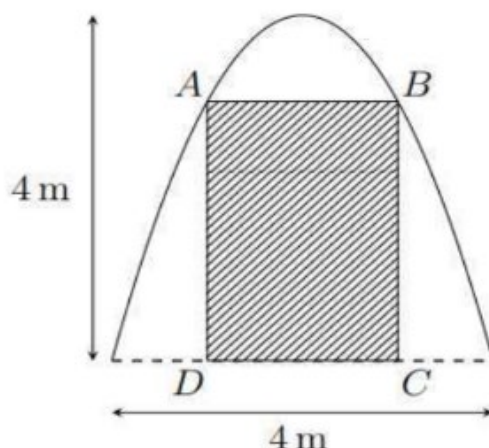
Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh $60 (cm)$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).

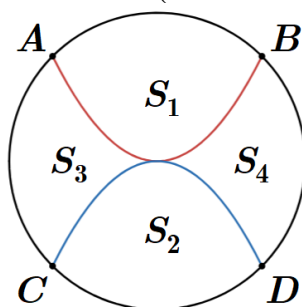


Diện tích phần cánh hoa của viên gạch bằng bao nhiêu cm^2 ?

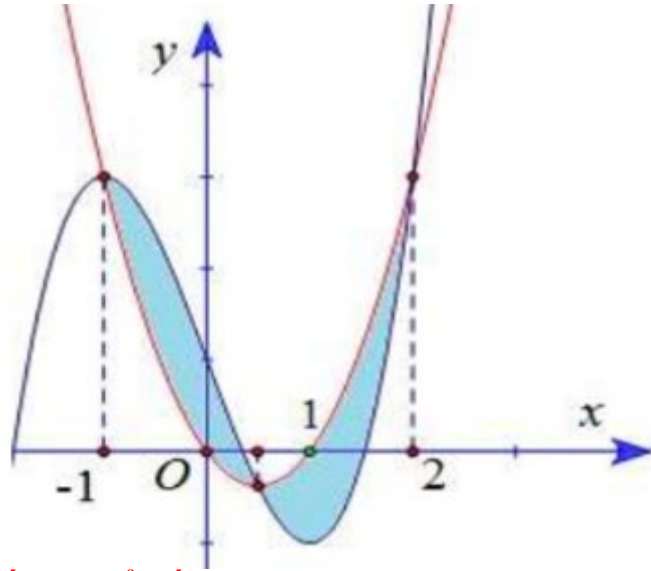
- Câu 2.** Cổng của một trại du lịch sinh thái có dạng parabol, lối ra vào cổng là hình chữ nhật như hình vẽ. Biết rằng, lối đi hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $CD = 2m$, phía ngoài lối đi hình chữ nhật được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí trang trí hoa văn là 240000 đồng cho một mét vuông. Hỏi số tiền để trang trí hoa văn của cổng trại du lịch sinh thái là bao nhiêu triệu đồng?



- Câu 3.** Sân trường có một bồn hoa hình tròn có tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$ (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí để trồng hoa là $150000 \text{ đồng}/1m^2$, kinh phí để trồng cỏ là $100000 \text{ đồng}/1m^2$. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn).



- Câu 4.** Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ và $g(x) = dx^2 + ex$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-1; \frac{1}{2}; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?



4. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH THỂ TÍCH

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 2. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (1 \leq x \leq 2)$ cắt vật thể đó có diện tích $S(x) = 2024x$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A. $V = 3036$. B. $V = 3036\pi$. C. $V = 1518$. D. $V = 1518\pi$.

Câu 3. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 3$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (1 \leq x \leq 3)$ cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $3x^2 - 2$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A. $V = 156$. B. $V = 156\pi$. C. $V = 312$. D. $V = 312\pi$.

Câu 4. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$. B. $\int_0^1 e^{6x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$. D. $\int_0^1 e^{3x} dx$.

Câu 5. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\int_0^1 e^{4x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. D. $\int_0^1 e^{8x} dx$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 7. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. B. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. C. $V = \frac{\pi e^2}{3}$. D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

Câu 8. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2$. B. $V = \frac{4\pi}{3}$. C. $V = 2\pi$. D. $V = \frac{4}{3}$.

Câu 9. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = (\pi + 1)\pi$. B. $V = \pi - 1$. C. $V = \pi + 1$. D. $V = (\pi - 1)\pi$.

Câu 10. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2\pi(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi$. C. $V = 2(\pi + 1)$. D. $V = 2\pi^2$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Các khẳng định sau là đúng hay sai

a) Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$, đường thẳng $d: y = 2x$ và đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$$

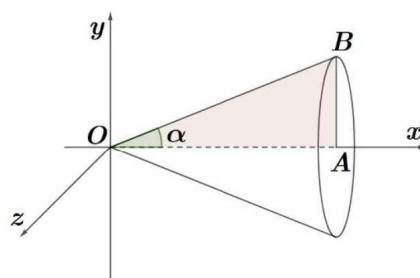
b) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Khi đó

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

c) Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 4$, $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng 11π .

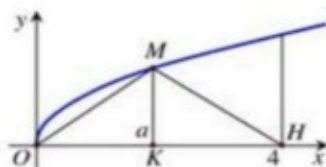
d) Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\widehat{AOB} = \alpha$ $\left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}\right)$.

Gọi (H) là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox . Thể tích V của (H) bằng πa^3 .



Câu 2. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

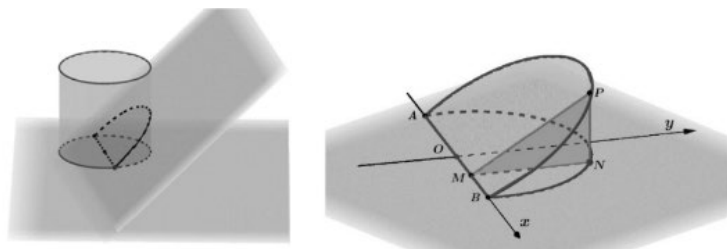
- a) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng $2\pi(\pi + 1)$.
- b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng $\frac{8\pi}{25}$.
- c) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2, y = 0, x = 1, x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Khi đó
- $$V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$$
- d) Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Ta có $V = \frac{320\pi}{3}$
- Câu 3.** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox .



- a) Diện tích hình phẳng tạo thành khi được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ là $S = \frac{16}{3}$.
- b) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox có công thức là $V = \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx$.
- c) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox là 8π .
- d) Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Với $V = 2V_1$ ta có giá trị $a = 3$.

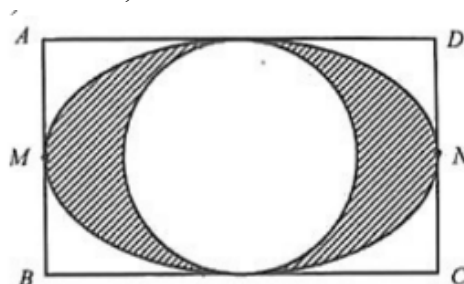
Câu 4. Cho một vật thể có dạng hình trụ với chiều cao và bán kính cùng bằng R . Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một đáy của khối gỗ và tạo với đáy của khối gỗ đó một góc 30° ta thu được hai khối gỗ có thể tích là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Gắn khối gỗ có dạng hình nêm vào hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- a) Nửa đường tròn đường kính AB có phương trình là $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ với $-R \leq x \leq R$.
- b) $MN = \sqrt{R^2 - x^2}$.
- c) Diện tích tam giác MNP bằng $\frac{R^2 - x^2}{2\sqrt{3}}$.
- d) $V_1 = \frac{\sqrt{3}R^3}{9}$.



Câu 5. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6\text{ cm}$, $AD = 10\text{ cm}$, M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- Phương trình của elip là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.
- Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 9$.
- Quay đường elip quanh trục MN tạo ra khối tròn xoay có thể tích là $60\pi(\text{cm}^3)$.
- Thể tích của vật trang trí là $V = 75,4\text{ cm}^3$.

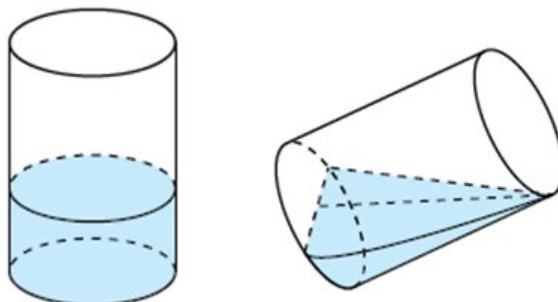


PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

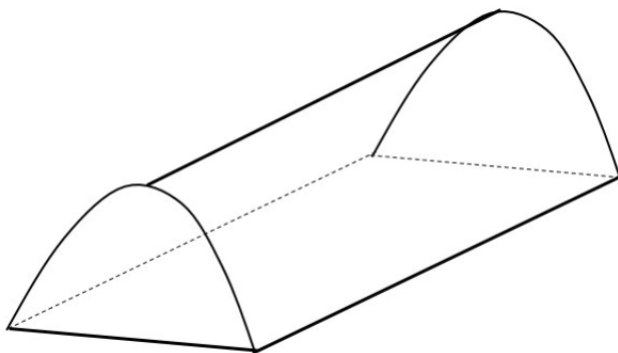
Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song CD và $AB = AD = BC = a, CD = 2a$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục là đường thẳng AB bằng ma . Tính m (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm , chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì đáy của mực nước trùng với đường kính đáy (tham khảo hình vẽ)



Câu 3. Để chuẩn bị hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp $12A$ dựng một cái lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ.



Nền của lều tại là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $3m$ và chiều dài bằng $6m$, đỉnh trại cách nền $2m$. Tính thể tích phần bên trong lều trại.

5. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây:

- A. $M(-1; -1; -1)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(-3; 0; 0)$. D. $Q(0; 0; -3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 4)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 2; -1)$. Phương trình của (P) là

- A. $2x - 2y - z - 6 = 0$. B. $2x + 2y + z - 6 = 0$.
C. $2x + 2y - z + 6 = 0$. D. $2x + 2y - z - 6 = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(-1; 4; 1), C(3; -2; 5)$. Toạ độ nào sau đây là toạ độ vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $(1; 2; 2)$. B. $(8; -16; 16)$. C. $(-1; 2; -2)$. D. $(1; 4; 4)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 1)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = -1$.

Câu 7. Vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A. $\vec{n}_1 = (6; 3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (6; 2; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 6; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 6)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxz) là

- A. $x + z = 0$. B. $y = 0$. C. $z = 0$. D. $x = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 4; -2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có toạ là:

- A. $Q(3; 0; 0)$. B. $G(3; 4; 0)$. C. $E(0; 4; -2)$. D. $F(3; 0; -2)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2), B(3; 2; 0), C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$. B. $2x + 3y - 6z - 12 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z = 0$. D. $2x + 3y + 6z + 12 = 0$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 12 = 0$.

- a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1; -1)$.
- b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(5; 3; -6)$.
- c) Cho điểm $M(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Khi đó $3a + b = -13$
- d) (P) cắt trục Ox tại A , cắt trục Oz tại B . Chu vi tam giác OAB bằng 12.

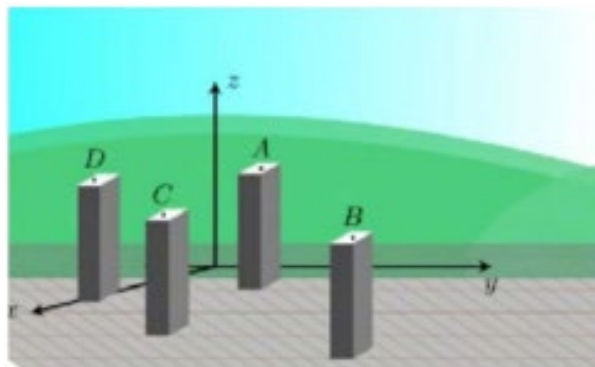
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(3; 2; 1)$, $C(5; 3; 7)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (4; 2; 0)$.
- b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(2; 1; 0)$.
- c) Mặt phẳng trung trực của AB là $2x + y - 3 = 0$.
- d) $M(a, b, c)$ thỏa mãn $MA = MB$. Khi đó $\min(MB + MC) = BC$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 6; 0)$, $B(-2; 2; -1)$, $C(5; -1; 3)$ và $(P): x + y + z - 6 = 0$.

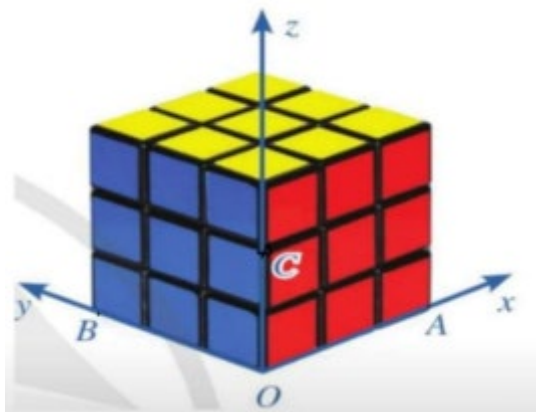
- a) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.
- b) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A và vuông góc với BC có phương trình $3x - 3y + 4z + 15 = 0$.
- c) Phương trình mặt phẳng (ABC) có phương trình là $19x - 5y - 37z + 11 = 0$.
- d) $M(a, b, c)$ thuộc $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm A, B, C . Tích $abc = 6$.

Câu 4. Hình vẽ một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2; 1; 3)$, $B(4; 3; 3)$, $C\left(6; 3; \frac{5}{2}\right)$, $D\left(4; 0; \frac{14}{5}\right)$. Khi đó



- a) Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 4)$.
- b) Phương trình mặt phẳng $(ABC): -x + y - 4z - 13 = 0$.
- c) $D \in (ABC)$.
- d) (ABC) cắt Ox , Oy tại điểm M, N . Khi đó $MN = 13$.

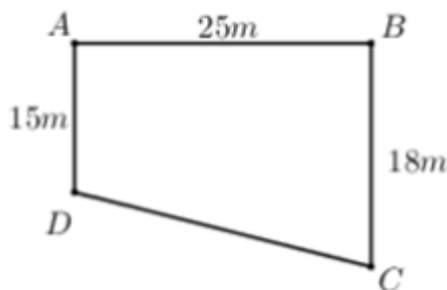
Câu 5. Khối rubik được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị bằng độ dài cạnh của hình lập phương nhỏ. Xét bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(3k; 3k; 2k)$ với $k > 0$ đồng phẳng.



- a) Thể tích khối rubik là 27 (đơn vị thể tích).
- b) Vector $\overrightarrow{AC} = (3; 0; -2)$.
- c) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $3x + 3y + 2z - 6 = 0$.
- d) Với $D(a; b; c)$ thì $a + 2b + 3c = 5$.

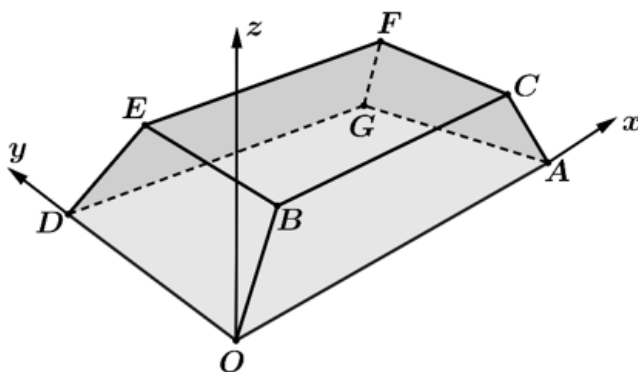
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ



Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25\text{m}$, $AD = 15\text{m}$, $BC = 18\text{m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng sân trường phải thoát nước ở góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm , $a\text{cm}$, 6cm tương ứng. Tính giá trị của a .

Câu 2. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100\text{m}$, chiều rộng $OD = 60\text{m}$ và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$. Giả sử phương trình mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính $a + c + d$ (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho điểm $M(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C ($A, B, C \neq O$) sao cho thể tích tứ diện $OABC$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = -3$.

D. $m = \pm 2$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 5 = 0$. Chọn Đúng hoặc sai trong mỗi ý sau:

a) Mặt phẳng (β) có phương trình $2x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm M và song song mặt phẳng (α) .

b) Mặt phẳng (γ) có phương trình $x - 3y - z + 2024 = 0$ vuông góc với mặt phẳng (α) .

c) Mặt phẳng (P) đi qua điểm M , song song trục Ox và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là $y + z - 1 = 0$.

d) Có hai mặt phẳng song song mặt phẳng (α) và cách điểm M một khoảng bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): (4-a)x - (a+3)y + z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 3x - 4y + z + 3 = 0$.

a) Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) song song với nhau khi $a = 1$.

b) Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) vuông góc với nhau khi $a = 2$.

c) Không có giá trị nào của a để hai mặt phẳng trên trùng nhau.

d) Mặt phẳng vuông góc với cả hai mặt phẳng trên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; -7)$.

Câu 3. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 1 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z - 5 = 0$ và các điểm $A(0;1;1)$, $B(2;0;1)$.

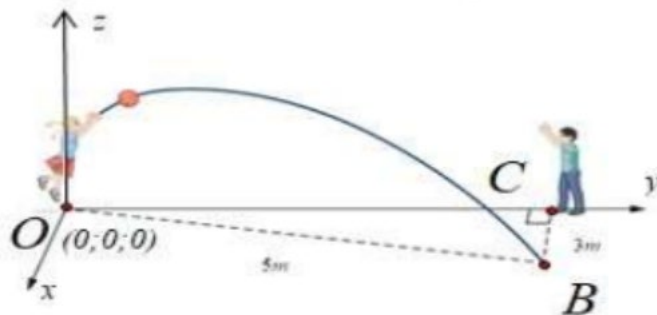
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.

b) Khoảng cách $d(A, (Q)) = 4$.

c) Khoảng cách $d((P), (Q)) = 6$.

d) Cho biết điểm $C \in (P)$ và đường thẳng BC tạo với mặt phẳng (P) góc 30° . Khi đó ta có khoảng cách $BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4. Hai đứa trẻ đang chơi với một quả bóng. Bé gái ném quả bóng cho bé trai. Quả bóng di chuyển trong không khí, uốn cong $3m$ về bên phải và rơi cách bé gái $5m$ (xem hình sau).



Biết mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng vuông góc với mặt đất và phương trình tổng quát của nó có dạng $ax + by + c = 0$.

Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

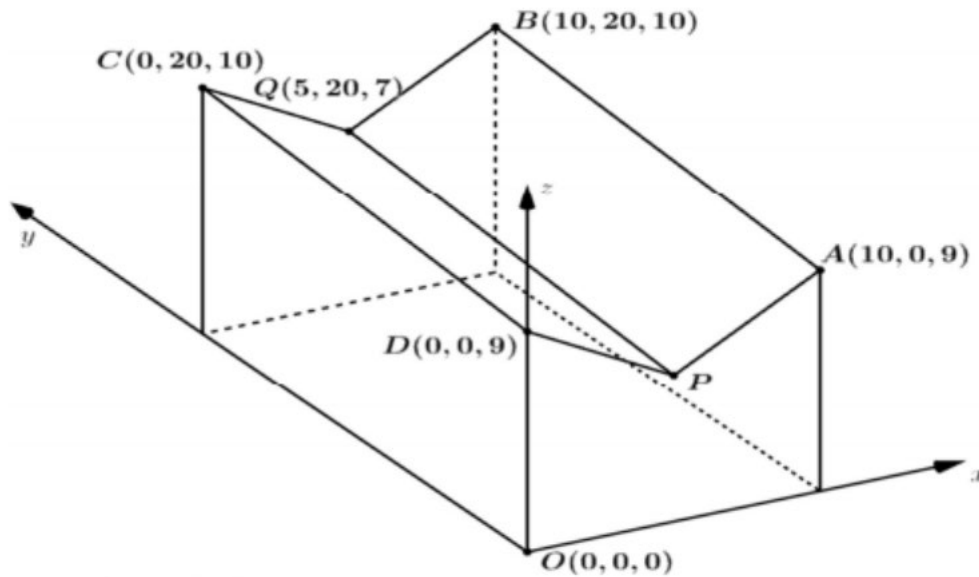
a) Tọa độ của điểm $C(0;4;0)$.

b) Tọa độ của điểm $B(4;3;0)$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng là $4x - 3y + z = 0$.

d) Giá trị $a + b + c = 1$.

- Câu 5.** Hình bên dưới minh họa hình ảnh hai mái nhà của một nhà kho trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Các bức tường của nhà kho đều được xây vuông góc với mặt đất. Biết rằng tọa độ của điểm $P(a; b; c)$.

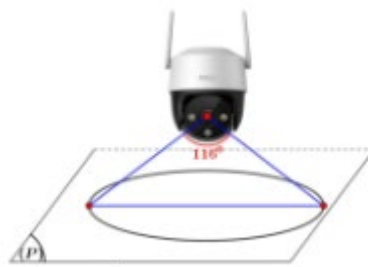


Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

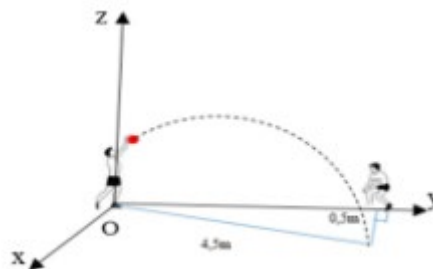
- Phương trình mặt phẳng (ABQ) có dạng: $-60x - 5y + 100z - 300 = 0$.
- Phương trình mặt phẳng (CDQ) có dạng: $60x - 5y + 100z + 900 = 0$.
- Tọa độ của điểm $P(5; 0; 6)$.
- Giá trị $a + b + c = 11$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1.** Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2; 1; 5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần chục)



- Câu 2.** Trong tiết thể dục học về kỹ thuật chuyền bóng hơi, Nam và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Nam ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Nam và rơi xuống vị trí cách An $0,5m$ và cách Nam $4,5m$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới.



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax + \frac{1}{2}y + cz + d = 0$ và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của $a + c + d$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình mặt phẳng (P) là $ax + by + 2z + d = 0$ với $a, b, d \in \mathbb{Z}$. Giá trị của d bằng bao nhiêu?

∞ HẾT ∞

Xem thêm: **ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 12**
<https://toanmath.com/de-cuong-on-tap-toan-12>