TRƯỜNG THPT CHU VĂN AN
GV: PHẠM LÊ DUY
SĐT: 0704.963.919

TOÁN 10

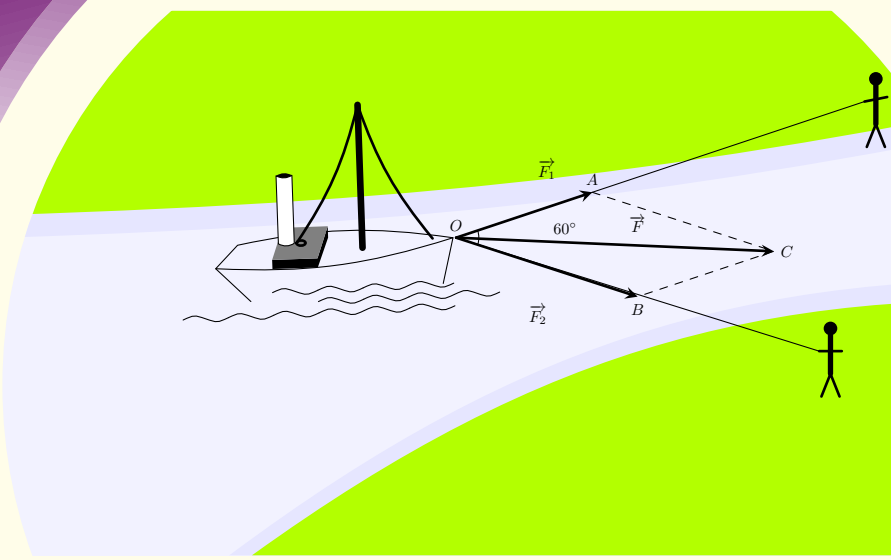
(THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018 - NXB: BGDĐT)

Nắm vững Lý Thuyết A

Hiểu được Ví Dụ B

Siêng năng Luyện Tập C

Thành thạo Giải Toán D



Mục lục

CHƯƠNG 1 MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP 15

1 MỆNH ĐỀ 15

1 Mệnh đề 15

2 Các dạng bài tập 18

Dạng 1. Mệnh đề và tính đúng sai của mệnh đề 18

Dạng 2. Mệnh đề chứa biến 20

Dạng 3. Phủ định mệnh đề 23

3 Bài tập rèn luyện 26

2 TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP 45

1 Lý thuyết 45

2 Các dạng toán 48

Dạng 1. Xác định tập hợp 48

Dạng 2. Tập hợp con – Hai tập hợp bằng nhau 51

Dạng 3. Các phép toán trên tập hợp 52

Dạng 4. Tìm tham số để thỏa phép toán trên tập hợp 55

Dạng 5. Sử dụng biểu đồ Ven 58

3 Bài tập rèn luyện 61

CHƯƠNG 2 BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN 85

3 BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN 85

1 Lý thuyết 85

2 Các dạng bài tập 86

Dạng 1. Tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn 86

Dạng 2. Biểu diễn hình học miền nghiệm 88

3 Bài tập rèn luyện 91

4 HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN 111

1 Lý thuyết 111

2 Các dạng bài tập 112

Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn 112

Dạng 2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất, bài toán tối ưu 114

3 Bài tập rèn luyện 118

CHƯƠNG 3 HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC 145

5 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ $\mathbf{0}^\circ$ ĐẾN $\mathbf{180}^\circ$ 145

1 Lý thuyết 145

2 Các dạng bài tập 147

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức lượng giác 147

Dạng 2. Tính giá trị biểu thức lượng giác khi biết một giá trị lượng giác 149

Dạng 3. Chứng minh / rút gọn đẳng thức / biểu thức lượng giác 151

3 Bài tập rèn luyện 155

6 HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC 176

1 Lí thuyết 176

2 Một số dạng toán thường gặp 177

Dạng 1. Giải tam giác 177

Dạng 2. Chứng minh hệ thức trong tam giác 181

Dạng 3. Ứng dụng thực tế 185

3 Bài tập rèn luyện 190

CHƯƠNG 4 VECTƠ 225

7 CÁC KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU 225

1 Lý thuyết 225

2 Các dạng bài tập 226

Dạng 1. Xác định vectơ; phương, hướng; độ dài của vectơ 226

Dạng 2. Hai vectơ bằng nhau 229

3 Bài tập rèn luyện 233

8 TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ 254

1 Lý thuyết 254

2 Các dạng toán 255

Dạng 1. Liên quan tổng vectơ 255

Dạng 2. Hiệu hai vectơ – vectơ đối 257

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức vectơ 259

Dạng 4. Độ dài vectơ 263

3 Bài tập rèn luyện 266

9 TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ 289

1 Lý thuyết 289

2 Các dạng bài tập 290

Dạng 1. Dựng vectơ 290

Dạng 2. Sự cùng phương của hai vectơ – Ba điểm thẳng hàng 292

Dạng 3. Tập hợp điểm thỏa mãn đẳng thức 294

Dạng 4. Biểu diễn vectơ theo 2 vectơ không cùng phương 297

3 Bài tập rèn luyện 301

10 VECTƠ TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ 323

1 Lý thuyết 323

2 Các dạng bài tập 325

Dạng 1. Tọa độ trên trục 325

Dạng 2. Tọa độ trên hệ trục 328

3 Bài tập rèn luyện 333

11 TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTƠ 354

1 Lý thuyết 354

2 Các dạng bài tập 355

Dạng 1. Tính tích vô hướng hai vectơ 355

Dạng 2. Xác định góc giữa hai vectơ 357

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức liên quan tích vô hướng 358

Dạng 4. Tập hợp điểm 361

Dạng 5. Chứng minh vuông góc dùng tích vô hướng 363

3 Bài tập rèn luyện 366

CHƯƠNG 5 CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM 397

12 SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ 397

1 Lý thuyết 397

2 Các dạng bài tập 399

3 Bài tập rèn luyện 407

13 CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM 428

1 Lý thuyết 428

2 Các dạng bài tập 430

3 Bài tập rèn luyện 438

14 CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN 467

1 Lý thuyết 467

2 Các dạng bài tập 468

3 Bài tập rèn luyện 478

CHƯƠNG 6 HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG 511

15 HÀM SỐ 511

1 Lý thuyết 511

2 Các dạng bài tập 513

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số 513

Dạng 2. Tập xác định của hàm số chứa tham số 516

Dạng 3. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số 519

Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số chứa tham số 521

3 Bài tập rèn luyện 524

2 HÀM SỐ BẬC HAI 551

1 Lý thuyết 551

2 Các dạng bài tập 553

Dạng 1. Xác định hàm số bậc hai 553

Dạng 2. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai 555

Dạng 3. Tìm m để hàm số bậc hai đơn điệu 557

Dạng 4. Các yếu tố liên quan đến đồ thị hàm số bậc hai 559

Dạng 5. Sự tương giao 562

Dạng 6. Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất 565

Dạng 7. Bài toán thực tiễn 568

3 Bài tập rèn luyện 573

3 DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI 602

1 Lý thuyết 602

2 Các dạng bài tập 603

Dạng 1. Tìm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai 603

Dạng 2. Xét dấu tam thức bậc hai 604

Dạng 3. Điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có dấu không đổi 607

Dạng 4. Giải bất phương trình bậc hai 610

Dạng 5. Tìm tham số để tam thức bậc hai luôn âm – dương 611

3 Bài tập rèn luyện 614

4 Bất phương trình bậc hai và phương trình quy về phương trình bậc hai 639

1 Lý thuyết 639

2 Các dạng bài tập 640

Dạng 1. Giải phương trình quy về phương trình bậc hai 640

3 Bài tập rèn luyện 643

CHƯƠNG 7 PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG 669

19 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG 669

1 Lý thuyết 669

2 Các dạng bài tập 671

Dạng 1. Phương trình tham số của đường thẳng 671

Dạng 2. Phương trình tổng quát của đường thẳng 673

3 Bài tập rèn luyện 676

20 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH 690

1 Lý thuyết 690

2 Các dạng bài tập 690

Dạng 1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng 690

Dạng 4. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng 693

3 Bài tập rèn luyện 696

21 Phương trình đường tròn 706

1 Tóm tắt lý thuyết 706

2 Các dạng bài tập 707

Dạng 1. Nhận diện phương trình đường tròn–tìm tâm và bán kính 707

Dạng 2. Viết phương trình đường tròn 709

Dạng 3. Vị trí tương đối giữa đường tròn và đường thẳng 711

Dạng 4. Vị trí tương đối giữa đường tròn và đường tròn 715

Dạng 5. Tiếp tuyến của đường tròn 717

3 Bài tập rèn luyện 721

22 Ba đường conic trong mặt phẳng tọa độ 744

1 Lý thuyết 744

2 Các dạng bài tập 746

Dạng 1. Phương trình Elip 746

Dạng 2. Phương trình Hypebol 748

Dạng 3. Phương trình Parabol 749

3 Bài tập rèn luyện 752

CHƯƠNG 8 ĐẠI SỐ TỔ HỢP 779

23 QUY TẮC ĐẾM 779

1 Lý thuyết 779

2 Các dạng bài tập 781

Dạng 1. Quy tắc cộng 781

Dạng 2. Quy tắc nhân 785

Dạng 3. Bài toán đếm số 787

Dạng 4. Bài toán chọn đồ vật 789

Dạng 5. Bài toán sắp xếp vị trí 791

3 BÀI TẬP RÈN LUYỆN 794

24 HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP 820

1 Lý thuyết 820

2 Các dạng bài tập 821

Dạng 1. Hoán vị 822

Dạng 2. Chỉnh hợp trong bài toán đếm số 825

Dạng 3. Tổ hợp 827

3 Bài tập rèn luyện 831

25 NHỊ THỨC NEWTON 863

1 Lý thuyết 863

2 Các dạng bài tập 864

Dạng 1. Khai triển biểu thức 864

Dạng 2. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển 865

Dạng 3. Tính tổng - Chứng minh đẳng thức 869

3 Bài tập rèn luyện 874

CHƯƠNG 9 TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN 907

26 BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ 907

1 Lý thuyết 907

2 Các dạng bài tập 909

Dạng 1. Mô tả không gian mẫu và xác định số kết quả có thể 909

Dạng 2. Xác định biến cố của một phép thử 911

Dạng 3. Phép toán trên biến cố 914

3 Bài tập rèn luyện 918

27 THỰC HÀNH TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN 938

1 Lý thuyết 938

2 Các dạng bài tập 940

Dạng 1. Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển 940

Dạng 2. Tính xác suất theo biến cố xung khắc – biến cố đối 942

3 Bài tập rèn luyện 946

Chương 1

MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

BÀI 1. MỆNH ĐỀ

A Mệnh đề

1 Mệnh đề

Định nghĩa 1

- Mệnh đề là một khẳng định đúng hoặc sai.
- Một khẳng định đúng gọi là **mệnh đề đúng**. Một khẳng định sai gọi là **mệnh đề sai**.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

2 Mệnh đề chứa biến

Định nghĩa 2

Một mệnh đề chứa biến có thể chứa một biến hoặc nhiều biến.

Ví dụ 1. Xét câu "n chia hết cho 5" (n là số tự nhiên).

a) Câu đã cho có phải mệnh đề hay không?

b) Tìm hai giá trị của n sao cho câu trên là khẳng định đúng, hai giá trị của n sao cho câu trên là khẳng định sai.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 Phủ định của một mệnh đề

Định nghĩa 3

Mỗi mệnh đề P có mệnh đề phủ định, kí hiệu là $\overline{P}$.
Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\overline{P}$ của nó có tính đúng sai trái ngược nhau.
Nghĩa là

- Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai.
- Nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.

4 Mệnh đề kéo theo

Định nghĩa 4

Cho hai mệnh đề P và Q.
Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo, và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.
Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là "P kéo theo Q" hoặc "Từ P suy ra Q".
Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.
Như vậy, ta chỉ xét tính đúng sai của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ khi P đúng.
Khi đó, nếu Q đúng thì $P \Rightarrow Q$ đúng, nếu Q sai thì $P \Rightarrow Q$ sai.

Nhận xét. *Các định lí, toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là định lí, ta nói*

a) P là giả thiết, Q là kết luận của định lí.

*b) P là **điều kiện đủ** để có Q.*

*c) Q là **điều kiện cần** để có P.*

5 Mệnh đề đảo – Hai mệnh đề tương đương

Mệnh đề đảo

Định nghĩa 5

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.

Mệnh đề tương đương

Định nghĩa 6

Nếu hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì P và Q là hai mệnh đê tương đương.
Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$ và đọc là

- P tương đương Q, hoặc
- P là điều kiện cần và đủ để có Q, hoặc
- P khi và chỉ khi Q.

6 Kí hiệu "với mọi" và "tồn tại"

6.1 Kí hiệu với mọi

Định nghĩa 7

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$.
Khi đó "với mọi $x \in X$ thì $P(x)$ đúng" là một mệnh đề, được kí hiệu "$\forall x \in X : P(x)$".

- Mệnh đề này đúng khi với x_0 bất kì thuộc X,$P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi tồn tại x_0 thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai.

6.2 Kí hiệu tồn tại

Định nghĩa 8

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$.
Khi đó "tồn tại $x \in X$ để $P(x)$ đúng" là một mệnh đề, được kí hiệu: "$\exists x \in X, P(x)$".

- Mệnh đề này đúng khi với x_0 bất kì thuộc X, $P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi với mọi x_0 bất kì thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai (không có x nào để

$P(x)$ đúng).

7 Phủ định mệnh đề có kí hiệu Với mọi

Định nghĩa 9

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề: "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$".
- Mệnh đề này đúng khi với x_0 bất kì thuộc X, $P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi với mọi x_0 bất kì thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai (không có x nào để $P(x)$ đúng).

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Mệnh đề và tính đúng sai của mệnh đề

- Khẳng định đúng là mệnh đề đúng, khẳng định sai là mệnh đề sai.
- Câu không phải là câu khẳng định hoặc câu khẳng định mà không có tính đúng sai đều không phải là mệnh đề.
- Tính đúng-sai có thể chưa xác định hoặc không biết nhưng chắc chắn hoặc đúng hoặc sai cũng là mệnh đề. Không có mệnh đề vừa đúng vừa sai hoặc không đúng cũng không sai.
- Mệnh đề đúng, mệnh đề sai
  - $\overline{P}$ đúng $\Leftrightarrow P$ sai, $\overline{P}$ sai $\Leftrightarrow P$ đúng.
  - $(P \Rightarrow Q)$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

Đặc biệt.

- Nếu P sai thì $(P \Rightarrow Q)$ luôn đúng dù Q đúng hoặc sai.
- Nếu Q đúng thì $(P \Rightarrow Q)$ luôn đúng dù P đúng hoặc sai.

a) Mệnh đề tương đương: $P \Leftrightarrow Q$ chỉ đúng khi P và Q cùng đúng hoặc cùng sai.

b) Mệnh đề chứa dấu $\forall, \exists$.

- Mệnh đề $\forall x \in X, P(x)$ đúng $\Leftrightarrow$ mọi $\forall x_0 \in X, P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề $\exists x \in X, P(x)$ đúng $\Leftrightarrow$ có $x_0 \in X, P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề $\exists x \in X, P(x)$ sai $\Leftrightarrow$ có $x_0 \in X, P(x_0)$ sai.

Ví dụ 2. Điền dấu X vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai	Không phải mệnh đề
$7+5=3$			
$7+x>3$			
$\sqrt{2}>1$			
15 không chia hết cho 3			
$\frac{3}{2}$ có phải số nguyên?			

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho mệnh đề $P(x): x>x^2$, với $x\in\mathbb{R}$. Hỏi mệnh đề $P(2)$ và $P\left(\frac{1}{2}\right)$ đúng hay sai? Điền thông tin vào bảng sau

	Mệnh đề	Đúng/Sai
$P(2)$		
$P\left(\frac{1}{2}\right)$		

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hãy cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

(1) Không được đi lối này!	(2) Bây giờ là mấy giờ?
(3) 7 không phải là số nguyên tố.	(4) $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC. Xét hai mệnh đề P: "tam giác ABC vuông" và Q: "$AB^2 + AC^2 = BC^2$". Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.
(1) $P \Rightarrow Q$.
(2) $Q \Rightarrow P$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Mệnh đề chứa biến

Phương pháp:

- Mệnh đề chứa biến là một câu khẳng định chứa một hay một số biến số.
- ※ **Lưu ý:** Mệnh đề chứa biến chưa phải là một mệnh đề, nhưng nếu gán cho các

biến một giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề.

Ví dụ 6. Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: $x > x^3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $P(1)$.

b) $P\left(\frac{1}{3}\right)$.

c) $\forall x \in \mathbb{N}$, $P(x)$.

d) $\exists x \in \mathbb{N}$, $P(x)$.

Lời giải

Ví dụ 7. Thực hiện các yêu cầu sau

a) Với $n \in \mathbb{N}$, cho mệnh đề chứa biến $P(n)$: "n^2+2 chia hết cho 4". Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(3)$.

b) Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(n)$: "$\exists n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{2}n(n+1)$ chia hết cho 11".

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Xét các mệnh đề chứa biến sau. Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng và một giá trị để được mệnh đề sai.

a) $P(x)$: "$x \in \mathbb{R}$, $x^2-2x \geq 0$".

b) $Q(n)$: "n chia hết cho 3, với $n \in \mathbb{N}$".

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Dùng các kí hiệu $\forall$, $\exists$ để viết các câu sau

a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu.

b) Với mọi số thực, bình phương của nó là số không âm.

c) Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.

d) Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. Phủ định mệnh đề

Phương pháp:

Phủ định của mệnh đề P là mệnh đề "không phải P".

Một số quy tắc phủ định thường gặp:

- Tính chất X phủ định là tính chất không X, và ngược lại.
- Quan hệ $=$ phủ định là $\neq$, và ngược lại.
- Quan hệ $>$ phủ định là $\leq$, và ngược lại.
- Quan hệ $<$ phủ định là $\geq$, và ngược lại.
- Liên kết "và" ($\wedge$) phủ định là "hoặc" ($\vee$), và ngược lại.

Phủ định với các mệnh đề chứa lượng từ:

- $\forall x \in X, P(x)$ phủ định là $\exists x \in X, \overline{P(x)}$.
- $\exists x \in X, P(x)$ phủ định là $\forall x \in X, \overline{P(x)}$.

Mở rộng với hai biến:

- $\forall x \in X, \forall y \in Y, P(x,y)$ phủ định là $\exists x \in X, \exists y \in Y, \overline{P(x,y)}$.

- $\exists x \in X, \exists y \in Y, P(x,y)$ phủ định là $\forall x \in X, \forall y \in Y, \overline{P(x,y)}$.

Chú ý: Đôi khi để xét tính đúng, sai của mệnh đề P phức tạp, ta có thể chuyển sang xét tính đúng, sai của mệnh đề phủ định của P.

Ví dụ 10. Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) A: "Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau".
$\Rightarrow \overline{A}$: "Hình thoi có hai đường chéo không vuông góc với nhau".
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{A}$ **sai**.

b) B: "Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn cạnh còn lại".
$\Rightarrow \overline{B}$: "Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn hoặc bằng cạnh còn lại".
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{B}$ **đúng**.

c) C: "Trong tam giác, tổng ba góc không bằng 180°".
$\Rightarrow \overline{C}$: "Trong một tam giác, tổng ba góc bằng 180°".
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{C}$ **đúng**.

d) D: "Tồn tại hình thang là hình vuông".
$\Rightarrow \overline{D}$: "Mọi hình thang đều không là hình vuông".
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{D}$ **sai**.

Ví dụ 11. Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) A: "6 là số nguyên tố".
$\Rightarrow \overline{A}$: "6 là hợp số".
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{A}$ **đúng**.

b) B: "$(\sqrt{3}-\sqrt{27})^2$ là một số nguyên".
$\Rightarrow \overline{B}$: "$(\sqrt{3}-\sqrt{27})^2$ không phải là một số nguyên".
Ta có:
$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)^2=\left(-2\sqrt{3}\right)^2=4\cdot 3=12.$$
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{B}$ **sai**.

c) C: "$\exists n\in\mathbb{N},\ n(n+1)$ là một số chính phương".
$\Rightarrow \overline{C}$: "$\forall n\in\mathbb{N},\ n(n+1)$ không phải là số chính phương".
Xét $n=0\Rightarrow n(n+1)=0$ là một số chính phương.
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{C}$ **sai**.

d) D: "$\forall n\in\mathbb{N},\ n^4-n^2+1$ là hợp số".
$\Rightarrow \overline{D}$: "$\exists n\in\mathbb{N},\ n^4-n^2+1$ là số nguyên tố".
Xét $n=2\Rightarrow n^4-n^2+1=16-4+1=13$ là số nguyên tố.
$\Rightarrow$ Mệnh đề $\overline{D}$ **đúng**.

Ví dụ 12. Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) A: "$\exists x\in\mathbb{N},\ x^2+3$ chia hết cho 4".
$\Rightarrow \overline{A}$: "$\forall x\in\mathbb{N},\ x^2+3$ không chia hết cho 4".
Xét $x=1$ thì $x^2+3=1+3=4$ chia hết cho 4.
$\Rightarrow$ Mệnh đề A đúng $\Rightarrow$ mệnh đề $\overline{A}$ **sai**.

b) B: "$\exists x\in\mathbb{N},\ x$ chia hết cho $x+1$".
$\Rightarrow \overline{B}$: "$\forall x\in\mathbb{N},\ x$ không chia hết cho $x+1$".
Với mọi $x\in\mathbb{N}$, ta luôn có $x<x+1\Rightarrow x$ không chia hết cho $x+1$.
$\Rightarrow$ Mệnh đề B **sai** $\Rightarrow$ mệnh đề $\overline{B}$ **đúng**.

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Đi ngủ đi!.

B. Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.

C. Bạn học trường nào?.

D. Không được làm việc riêng trong giờ học.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 + a > 0$ với a là số thực cho trước. Tìm a để mệnh đề đúng.

A. $a \leq 2$. **B.** $a < 2$. **C.** $a > 2$. **D.** $a \geq 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Với giá trị nào của x thì "$x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{N}$" là mệnh đề đúng?

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = \pm 1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 4. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\forall x \in \mathbb{R}$ sao cho $x+1>x$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}$ sao cho $|x|=x$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x-3=x^2$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x^2<0$.

Lời giải

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $6\sqrt{2}$ là số hữu tỷ.

B. Phương trình $x^2+7x-2=0$ có 2 nghiệm trái dấu.

C. 17 là số chẵn.

D. Phương trình $x^2+x+7=0$ có nghiệm.

Lời giải

Câu 6. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

A. Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.
B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
C. Nếu em chăm chỉ thì em thành công.
D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

Lời giải

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.
B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.
C. $\sqrt{23} < 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{23} < 2 \cdot 5$.
D. $\sqrt{23} < 5 \Leftrightarrow -2\sqrt{23} < -2 \cdot 5$.

Lời giải

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. "$\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$".
B. "$\forall x \in \mathbb{R}, x > -3 \Rightarrow x^2 > 9$".
C. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > 3$".
D. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > -3$".

Lời giải

Câu 9. Cho mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+3x+5>0$". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+3x+5 \le 0$".
B. "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2+3x+5 \le 0$".
C. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+3x+5<0$".
D. "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2+3x+5>0$".

Lời giải

Câu 10. Cho mệnh đề "Có một học sinh trong lớp C4 không chấp hành luật giao thông". Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là

A. Không có học sinh nào trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.
B. Mọi học sinh trong lớp C4 đều chấp hành luật giao thông.
C. Có một học sinh trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.
D. Mọi học sinh trong lớp C4 không chấp hành luật giao thông.

Lời giải

Câu 11. Cho mệnh đề "Có một học sinh trong lớp 10A không thích học môn Toán". Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là

A. "Mọi học sinh trong lớp 10A đều thích học môn Toán".

B. "Mọi học sinh trong lớp 10A đều không thích học môn Toán".
C. "Mọi học sinh trong lớp 10A đều thích học môn Văn".
D. "Có một học sinh trong lớp 10A thích học môn Toán".

Lời giải

Câu 12. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "2018 là số tự nhiên chẵn" là
A. 2018 là số chẵn.
B. 2018 là số nguyên tố.
C. 2018 không là số tự nhiên chẵn.
D. 2018 là số chính phương.

Lời giải

Câu 13. Mệnh đề "Mọi động vật đều di chuyển" có mệnh đề phủ định là
A. Có ít nhất một động vật di chuyển.
B. Mọi động vật đều đứng yên.
C. Có ít nhất một động vật không di chuyển.
D. Mọi động vật đều không di chuyển.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14. Cho mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3x-5<0$". Mệnh đề phủ định sẽ là

A. "$\forall x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3x-5 \geq 0$".
B. "$\forall x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3x-5>0$".
C. "$\exists x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3x-5>0$".
D. "$\exists x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3x-5 \geq 0$".

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5>0$" là

A. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5 \leq 0$.
B. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5 \leq 0$.
C. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5<0$.
D. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5<0$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "Phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a \neq 0)$ vô nghiệm" là mệnh đề nào sau đây?

A. Phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a \neq 0)$ có nghiệm.
B. Phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a \neq 0)$ có 2 nghiệm phân biệt.
C. Phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a \neq 0)$ có nghiệm kép.
D. Phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a \neq 0)$ không có nghiệm.

Lời giải

Câu 17. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5>0$".

A. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5<0$.
B. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5<0$.
C. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5\le 0$.
D. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2+x+5\le 0$.

Lời giải

Câu 18. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2>x$".

A. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2\le x$.
B. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2>x$.
C. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2\le x$.
D. $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2<x$.

Lời giải

Câu 19. Cho x là số tự nhiên. Phủ định của mệnh đề "$\forall x$ chẵn, x^2+x là số chẵn" là mệnh đề

A. $\exists x$ lẻ, x^2+x là số lẻ.
B. $\exists x$ lẻ, x^2+x là số chẵn.
C. $\forall x$ lẻ, x^2+x là số lẻ.
D. $\exists x$ chẵn, x^2+x là số lẻ.

Lời giải

Câu 20. Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{Q}$, $2x^2-5x+2=0$" là

A. "$\exists x \in \mathbb{Q}$, $2x^2-5x+2>0$".
B. "$\exists x \in \mathbb{Q}$, $2x^2-5x+2\neq 0$".
C. "$\forall x \in \mathbb{Q}$, $2x^2-5x+2\neq 0$".
D. "$\forall x \in \mathbb{Q}$, $2x^2-5x+2=0$".

Lời giải

Câu 21. Cho mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2-x+7<0$". Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

A. $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2-x+7>0$.
B. $\nexists x \in \mathbb{R}$, $x^2-x+7<0$.
C. $\exists x \in \mathbb{R}$, $x^2-x+7\geq 0$.
D. $\exists x \in \mathbb{R}$, $x^2-x+7\leq 0$.

Lời giải

Câu 22. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P: "$\forall x \in \mathbb{N}, x^2+x-1>0$".

A. $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{N}, x^2+x-1>0$.

B. $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{N}, x^2+x-1 \le 0$.

C. $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{N}, x^2+x-1>0$.

D. $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{N}, x^2+x-1 \le 0$.

Lời giải

Câu 23. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là đúng?

A. Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a+b$ chia hết cho c.

B. Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích bằng nhau.

C. Nếu a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 9.

D. Nếu một số tận cùng bằng 0 thì số đó chia hết cho 5.

Lời giải

Câu 24. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là định lí?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x>-2 \Rightarrow x^2>4$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x>2 \Rightarrow x^2>4$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

D. Nếu $a+b$ chia hết cho 3 thì a, b đều chia hết cho 3.

Lời giải

Câu 25. Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$" khẳng định rằng

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.

B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

C. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.

D. Nếu x là số thực thì $x^2 = 3$.

Lời giải

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề "Mọi động vật đều di chuyển"?

A. Mọi động vật đều không di chuyển. **B.** Mọi động vật đều đứng yên.

C. Có ít nhất một động vật không di chuyển. **D.** Có ít nhất một động vật di chuyển.

Lời giải

Câu 27. Phủ định của mệnh đề "Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn tuần hoàn" là mệnh đề nào sau đây?

A. Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

B. Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

C. Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

D. Mọi số vô tỷ đều là số thập phân tuần hoàn.

Lời giải

Câu 28. Tìm mệnh đề **sai**.

A. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+2x+3>0$".

B. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x$".

C. "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2+5x+6=0$".

D. "$\exists x \in \mathbb{R}, x<\dfrac{1}{x}$".

Lời giải

Câu 29. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2-x+1>0$".

B. "$\exists n \in \mathbb{N}, n<0$".

C. "$\exists n \in \mathbb{Q}, n^2 = 2$". **D.** "$\forall x \in \mathbb{Z}, \dfrac{1}{x} > 0$".

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Chọn mệnh đề **sai**.

A. "$\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 0$". **B.** "$\exists n \in \mathbb{N}: n^2 = n$". **C.** "$\forall n \in \mathbb{N}: n \leq 2n$". **D.** "$\exists x \in \mathbb{R}: x < 1$".

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	**Câu 2. C**	**Câu 3. A**	**Câu 4. A**	**Câu 5. B**	**Câu 6. B**	**Câu 7. A**
Câu 8. A	**Câu 9. B**	**Câu 10. B**	**Câu 11. A**	**Câu 12. C**	**Câu 13. C**	**Câu 14. A**
Câu 15. A	**Câu 16. A**	**Câu 17. D**	**Câu 18. C**	**Câu 19. D**	**Câu 20. C**	**Câu 21. C**
Câu 22. B	**Câu 23. C**	**Câu 24. B**	**Câu 25. B**	**Câu 26. C**	**Câu 27. C**	**Câu 28. B**
Câu 29. A	**Câu 30. A**					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các câu sau

a) P: "3 là số chính phương" có mệnh đề phủ định là $\overline{P}$: "3 không là số chính phương".

b) Q: "Tam giác ABC là tam giác cân" có mệnh đề phủ định là $\overline{Q}$: "Tam giác ABC không là tam giác vuông".

c) R: "$2^{2003}-1$ là số nguyên tố" có mệnh đề phủ định là $\overline{R}$: "$2^{2003}-1$ không là số nguyên tố".

d) H: "$\sqrt{2}$ là số vô tỉ" có mệnh đề phủ định là $\overline{H}$: "$\sqrt{2}$ là số hữu tỉ".

Lời giải

Câu 2. Hãy xác định tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau

a) A: "Năm 2010 là năm nhuận".

b) B: "31 là số nguyên tố".

c) P: "Mùa xuân bắt đầu từ tháng 6 và kết thúc vào tháng 9".

d) Q: "Hình thoi là hình có bốn cạnh bằng nhau".

Lời giải

Câu 3. Cho mệnh đề "$P(x)$: $x^2-x-2=0$" với x là các số thực. Với mỗi giá trị thực của x sau đây, ta nhận được mệnh đề đúng hay sai?

a) $x=0$. **b)** $x=-1$. **c)** $x=1$. **d)** $x=2$.

Lời giải

Câu 4. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) Phương trình $x^2-3x+8=0$ có nghiệm.

b) 16 không là số nguyên tố.

c) Hai phương trình $x^2-4x+3=0$ và $x^2-1=0$ có nghiệm chung.

d) Buôn Mê Thuột là thành phố của tỉnh Quảng Ngãi.

Lời giải

Câu 5. Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau

a) $\forall x\in\mathbb{R}, x^2>0$.

b) $\exists a\in\mathbb{Q}, a>a^2$.

c) $\forall n\in\mathbb{Z}, n^2+n+2$ chia hết cho 2.

d) $\forall n\in\mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ không chia hết cho 3.

Lời giải

Câu 6. Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: "$x > x^3$", xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) $P(1)$. **b)** $P\left(\frac{1}{3}\right)$. **c)** $\forall x \in \mathbb{N}, P(x)$. **d)** $\exists x \in \mathbb{N}, P(x)$.

Lời giải

Câu 7. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) $\sqrt{6}$ không phải là một số vô tỉ.

b) Phương trình $x^2 + 3x + 5 = 0$ vô nghiệm.

c) Hàm số bậc hai $y = x^2$ có đồ thị là parabol với tọa độ đỉnh là $O(0;0)$.

d) $\sqrt{7+\sqrt{48}}$ và $\sqrt{7-\sqrt{48}}$ là hai số nghịch đảo của nhau.

Lời giải

Câu 8. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) A: "$\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R}: x + y = 1$". **b)** B: "$\exists x \in \mathbb{R}; \exists y \in \mathbb{R}: x + y = 2$".

c) C: "$\exists x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R}: y = xy$". **d)** D: "$\forall a \in \mathbb{R}; \exists b \in \mathbb{R}: a = 3b$".

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a S b Đ c S d Đ	**Câu 3.** a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a S b Đ c Đ d S	**Câu 6.** a S b Đ c S d S
Câu 7. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 8.** a S b Đ c Đ d Đ	

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị của x để "$x^2-1=0, x\in\mathbb{N}$" là mệnh đề đúng?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị của x để "$x\in\mathbb{N}, x>0\Rightarrow x^2-4<0$" là mệnh đề đúng?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho các phát biểu sau $x\in\mathbb{Z}, 2x<3$ (1); $x\in\mathbb{Z}, x^4-x^2<0$ (2). Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để (1) và (2) trở thành mệnh đề đúng?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Cho mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 + a > 0$ với a là số thực cho trước. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a < 10$ để mệnh đề đã cho là mệnh đề đúng?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Cho $P(n) = n^2 - 6n + 10$ với n là số tự nhiên. Có bao nhiêu giá trị của n để $\dfrac{2P(n) - 1}{n - 3}$ là số nguyên?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ để cả ba mệnh đề P, Q, R sau đây đều đúng

- $P(x; y)$: "$2x^2 - xy + 9 = 0$";
- $Q(x; y)$: "$2x^2 + y^2 \leq 81$";
- $R(x)$: "$x \in \mathbb{Z}$".

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 1	**Câu 2.** 1	**Câu 3.** 0	**Câu 4.** 7	**Câu 5.** 2	**Câu 6.** 2

BÀI 2. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

A Lý thuyết

1 Tập hợp

Định nghĩa 1

Tập hợp (hoặc tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, do đó không định nghĩa.
Giả sử đã cho tập hợp A.

- Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A, ta viết $a \in A$ (đọc: a thuộc A).
- Để chỉ a không phải là một phần tử của tập hợp A, ta viết $a \notin A$ (đọc: a không thuộc A).

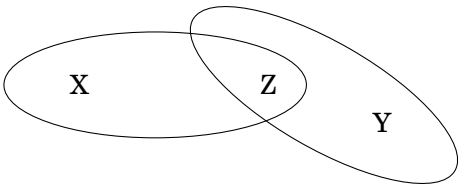
2 Cách xác định tập hợp

Ta có hai cách để xác định tập hợp sau

- ***Cách 1***: Phương pháp liệt kê: Các phần tử viết trong dấu { }, cách nhau bởi dấu phẩy (hoặc chấm phẩy), mỗi phẩn tử chỉ viết 1 lần.
- ***Cách 2***: Nếu tập X chứa và chỉ chứa những phần tử có tính chất P thì ta ghi

$$X = \{x \mid x \text{ có tính chất } P\}.$$

Người ta thường minh họa tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là biểu đồ Ven.



Biểu đồ Ven

3 Tập hợp rỗng

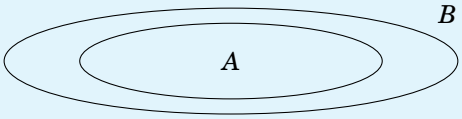
Định nghĩa 2

Tập rỗng là tập hợp không chứa phần tử nào, kí hiệu là $\varnothing$.

4 Tập con

Định nghĩa 3

Tập A được gọi là tập con của tập B nếu mọi phần tử của tập A đều thuộc B.
Kí hiệu là $A \subset B$ (hay $B \supset A$).
Như vậy $A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$.
Nếu A không phải là tập con của B, ta viết: $A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x \in A, x \notin B$.



Tính chất 1.

a) $(A \subset B$ và $B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (tính bắc cầu).

b) $A \subset A$ với mọi tập A.

c) $\varnothing \subset A$ với mọi tập A.

5 Hai tập hợp bằng nhau

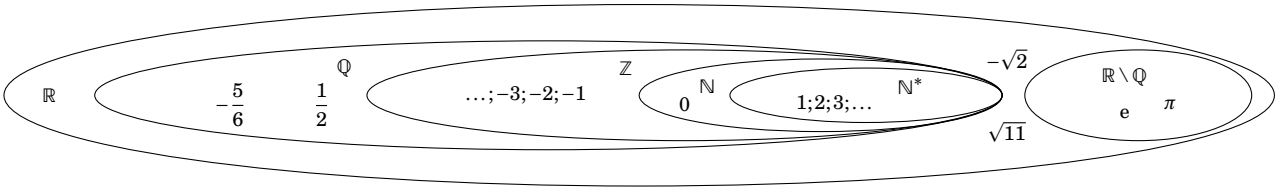
Định nghĩa 4

Hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mọi phần tử của A đều thuộc tập B và ngược lại.
Như vậy $A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B$.
Kí hiệu $A = B$.

6 Các tập hợp số đã học

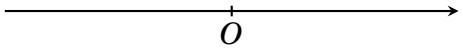
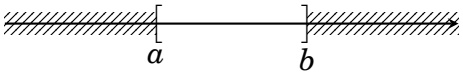
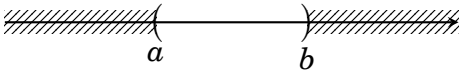
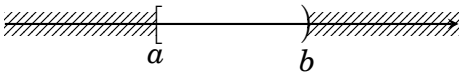
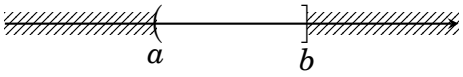
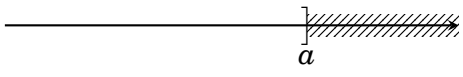
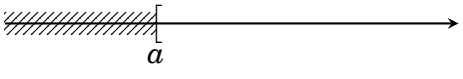
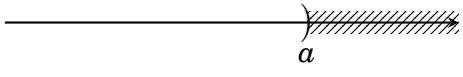
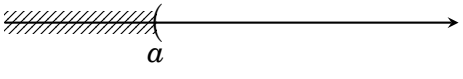
Tên gọi	Kí hiệu	Mô tả
Tập hợp các số tự nhiên khác 0	$\mathbb{N}^*$	$\mathbb{N}^* = \{1;2;3;\ldots\}$.
Tập hợp các số tự nhiên	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} = \{0;1;2;3;\ldots\}$.
Tập hợp các số nguyên	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z} = \{\ldots;-2;-1;0;1;2;3;\ldots\}$.
Tập hợp các số hữu tỉ	$\mathbb{Q}$	- Số hữu tỉ là các số có dạng $\frac{a}{b}$ $(a,b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0)$. - Số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
Tập hợp các số vô tỉ	$\mathbb{I}$	Các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
Tập hợp các số thực	$\mathbb{R}$	Là tập hợp các số hữu tỉ và số vô tỉ.

Mối liên hệ giữa các tập hợp số $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

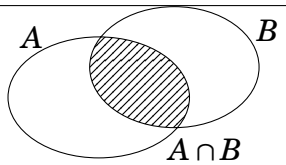


7 Các tập hợp con thường dùng của $\mathbb{R}$

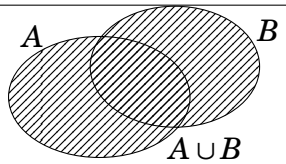
Với a, b là các số thực và $a<b$ thì

Tên gọi và kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số
Tập số thực $(-\infty;+\infty)$	$\mathbb{R}$	
Đoạn $[a;b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$	
Khoảng $(a;b)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$	
Nửa khoảng $[a;b)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$	
Nửa khoảng $(a;b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$	
Nửa khoảng $(-\infty;a]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x\le a\}$	
Nửa khoảng $[a;+\infty)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\}$	
Khoảng $(-\infty;a)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x<a\}$	
Khoảng $(a;+\infty)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x>a\}$	

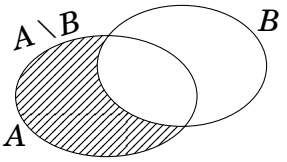
8 Phép giao

Định nghĩa phép giao	Kí hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
Là một tập hợp gồm các phần tử chung của A và B	$A\cap B$	$x\in A\cap B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\in B$	

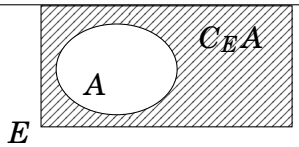
9 Phép hợp

Định nghĩa phép hợp	Kí hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
Là một tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B.	$A\cup B$	$x\in A\cup B$ $\Leftrightarrow x\in A$ hoặc $x\in B$	

10 Phép hiệu

Định nghĩa phép hiệu	Kí hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
Là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A và không thuộc B.	$A \setminus B$	$x \in A \setminus B$ $\Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

11 Phần bù

Định nghĩa phép hiệu	Kí hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A kí hiệu $C_A B$.	$C_A B$	$x \in A \setminus B$ $\Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

Nhận xét.

- *Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.*
- *Nếu A và B không có phần tử chung, tức $A \cap B = \varnothing$ thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.*

B Các dạng toán

Dạng 1. Xác định tập hợp

Phương pháp Ta có hai cách để xác định tập hợp sau:
Cách 01

- Phương pháp liệt kê: Các phần tử viết trong dấu { }, cách nhau bởi dấu phẩy (hoặc chấm phẩy), mỗi phần tử chỉ viết 1 lần.

Cách 02

- Phương pháp nêu đặc trưng: Nếu tập X chứa và chỉ chứa những phần tử có tính chất P thì ta ghi $X = \{x | x \text{ có tính chất P}\}$

Người ta thường minh họa tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là biểu đồ Ven.

Ví dụ 1. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

a) $A=\left\{x\in\mathbb{R}|(2x-x^2)(2x^2-3x-2)=0\right\}$.

b) $B=\left\{x\in\mathbb{Z}|2x^3-3x^2-5x=0\right\}$.

c) $C=\left\{x\in\mathbb{Z}|2x^2-75x-77=0\right\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

a) $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*|3<n^2<30\right\}$.

b) $B=\{x\in\mathbb{Z}||x|<3\}$.

c) $C=\{x|x=3k$ với $k\in\mathbb{Z}$ và $-4<x<12\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

a) Tập hợp các số chính phương.

b) Tập hợp các ước chung của 36 và 120.

c) Tập hợp các bội chung của 8 và 15.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

a) $A = \{2;3;5;7\}$.

b) $B = \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

c) $C = \{-5;0;5;10\}$

d) $D = \{1;2;3;4;6;9;12;18;36\}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Tập hợp con – Hai tập hợp bằng nhau

Phương pháp

a) **Tập con:** Tập A được gọi là tập con của tập B nếu mọi phần tử của tập A đều thuộc B. Kí hiệu là $A \subset B$ (hay $B \supset A$).
Như vậy $A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$. Nếu A không phải là tập con của B , ta viết: $A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x \in A, x \notin B$.

Tính chất:

- $(A \subset B$ và $B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (tính bắc cầu).
- $A \subset A$ với mọi tập A.
- $\varnothing \subset A$ với mọi tập A.

b) **Hai tập bằng nhau:** Hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mọi phần tử của A đều thuộc tập B và ngược lại. Như vậy $A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B$.

Ví dụ 5. Tìm tất cả các tập hợp con của tập

a) $C = \{\varnothing\}$.

b) $B = \{1;2;3\}$.

c) $A = \{a;b\}$.

d) $D = \{a;b;c;d\}$.

Lời giải

Ví dụ 6. Tìm quan hệ bao hàm hay bằng nhau giữa các tập hợp sau đây

a) $A=\{x\in\mathbb{N}|x<2\}$ và $B=\left\{x\in\mathbb{Q}|(x^2-x)(x^2-2)=0\right\}$.

b) $A=\{x\in\mathbb{N}|1<x<4\}$ và $B=\left\{x\in\mathbb{Z}|x^2-9=0\right\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho tập $X=\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

a) Hãy tìm tất cả các tập con của X có chứa các phần tử 1; 3; 5; 7.

b) Có bao nhiêu tập con của X chứa đúng 2 phần tử?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

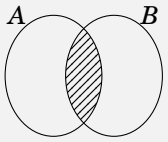
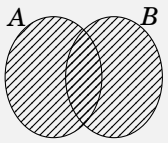
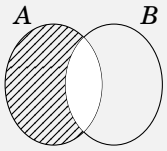
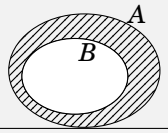
.....

.....

.....

Dạng 3. Các phép toán trên tập hợp

Phương pháp:

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
01. Phép giao	Là tập hợp gồm các phần tử chung của A và B	$A \cap B$	$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \in B$	
02. Phép hợp	Là tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B	$A \cup B$	$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ hoặc $x \in B$	
03. Phép hiệu	Là tập hợp gồm phần tử thuộc A mà không thuộc B	$A \setminus B$	$x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	
04. Phần bù	Khi $B \subset A$, phần bù của B trong A là $A \setminus B$	$\mathrm{C}_A B$	$x \in \mathrm{C}_A B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

Ví dụ 8. Cho hai tập hợp $A = \{0;1;2;3;4\}$ và $B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$.

a) Tìm các tập $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \cup B$, $A \cap B$.

b) Tìm các tập $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

Lời giải

Ví dụ 9. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ trong các trường hợp sau:

a) $A = (-1;3)$, $B = (0;5]$.

b) $A = (-\infty;0]$, $B = [-1;3]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho tập hợp A các ước số tự nhiên của 18 và tập hợp B các ước số tự nhiên của 30. Xác định A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Cho tập hợp $E = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và các tập hợp con $A = \{1;2;3;4\}$, $B = \{2;4;6;8\}$. Xác định $\complement_E A$, $\complement_E B$, $\complement_E(A \cup B)$, $\complement_E A \cap \complement_E B$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 12. Xác định hai tập hợp A và B biết rằng

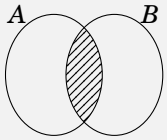
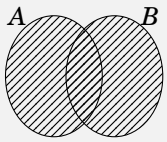
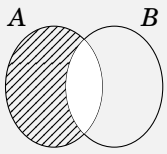
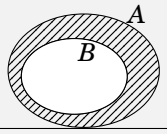
$$A \setminus B = \{1;5;7;8\}, \quad B \setminus A = \{2;10\}, \quad A \cap B = \{3;6;9\}.$$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 4. Tìm tham số để thỏa phép toán trên tập hợp

Phương pháp:

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
01. Phép giao	Là tập hợp gồm các phần tử chung của A và B	$A \cap B$	$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \in B$	
02. Phép hợp	Là tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B	$A \cup B$	$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ hoặc $x \in B$	
03. Phép hiệu	Là tập hợp gồm phần tử thuộc A mà không thuộc B	$A \setminus B$	$x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	
04. Phần bù	Khi $B \subset A$, phần bù của B trong A là $A \setminus B$	$\mathrm{C}_A B$	$x \in \mathrm{C}_A B \Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

Ví dụ 13. Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1;4]$, $B = (-2;2m+2)$, với $m \in \mathbb{R}$. Xác định m để

a) $A \cap B \neq \varnothing$;

b) $A \subset B$;

c) $B \subset A$;

d) $(A \cap B) \subset (-1;3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Cho các tập hợp $A=(-\infty;m)$ và $B=[3m-1;3m+3]$. Tìm m để

a) $A\subset \mathrm{C}_{\mathbb{R}}B$.

b) $\mathrm{C}_{\mathbb{R}}A\cap B\neq\varnothing$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Cho hai tập hợp $A=[-4;1], B=[-3;m]$. Tìm m để

a) $A\cap B=[-3;1]$.

b) $A\cup B=A$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16. Tìm tất cả các giá trị thực của m để các tập hợp sau là tập hợp rỗng.

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < m \text{ và } x > 2m+1\}$.

b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + m = 0\}$.

c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < m+3 \text{ và } x > 4m+3\}$.

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + m + 9 = 0\}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 5. Sử dụng biểu đồ Ven

- Chuyển Câu toán về ngôn ngữ tập hợp.
- Sử dụng biểu đồ Ven để minh họa các tập hợp.
- Dựa vào biểu đồ Ven ta thiết lập được đẳng thức (hoặc phương trình hệ phương trình) từ đó tìm được kết qua câu toán.

Ví dụ 17. Cho A là tập hợp các học sinh lớp 10 đang học ở trường, B là tập hợp học sinh đang học Tiếng Anh ở trường. Hãy diễn đạt bằng lời các tập hợp sau:

a) $A \cap B$.

b) $A \setminus B$.

c) $A \cup B$.

d) $B \setminus A$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 18. Trong lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một trong ba môn trên.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 19. Trong lớp 11*A* có 16 học sinh giỏi Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý (có thể giỏi thêm môn Hóa), 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa (có thể giỏi thêm môn Toán), 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán (có thể giỏi thêm môn Lý) và trong đó chỉ có đúng 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp:

a) Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b) Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{x+1 \mid x \in \mathbb{N},\ x \le 5\}$. Tập hợp A là

A. $A = \{1;2;3;4;5\}$.

B. $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$.

C. $A = \{0;1;2;3;4;5\}$.

D. $A = \{1;2;3;4;5;6\}$.

Lời giải

Câu 2. Liệt kê các phần tử của phần tử tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

A. $X = \{0\}$.

B. $X = \{1\}$.

C. $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Câu 3. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào khác rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$.

B. $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$.

C. $C = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$.

D. $D = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x(x^2 + 3) = 0\}$.

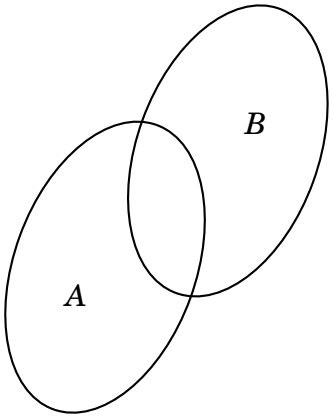
Lời giải

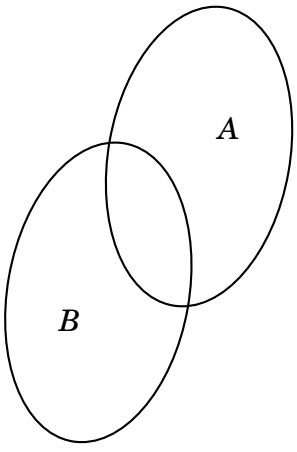
Câu 4. Cho tập hợp $A=(2;+\infty)$. Khi đó $\mathrm{C}_{\mathbb{R}}A$ là

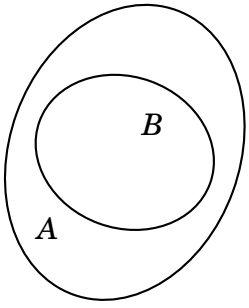
A. $[2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;-2]$.

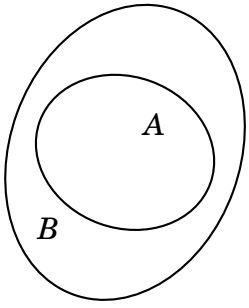
Lời giải

Câu 5. Cho hai tập hợp A và B. Hình nào sau đây minh họa A là tập con của B?

A.


B.


C.


D.


Lời giải

Câu 6. Cho tập hợp $X = \{a;b;c\}$. Số tập con của X là

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Câu 7. Cho tập hợp $A = \{1;2;5;7\}$ và $B = \{1;2;3\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thoả mãn: $X \subset A$ và $X \subset B$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Câu 8. Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào có đúng hai tập hợp con?

A. $\{x;y\}$. **B.** $\{x\}$. **C.** $\{\varnothing;x\}$. **D.** $\{\varnothing;x;y\}$.

Lời giải

Câu 9. Cho tập hợp $X=\{1;5\}$, $Y=\{1;3;5\}$. Tập $X\cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\{1\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{1;3;5\}$. **D.** $\{1;5\}$.

Lời giải

Câu 10. Cho tập hợp $X=\{a;b;c\}$ và $Y=\{a;b;c;d\}$. Tập $X\cup Y$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\{a;b;c\}$. **B.** $\{a;b\}$. **C.** $\{c\}$. **D.** $\{a;b;c;d\}$.

Lời giải

Câu 11. Cho hai tập hợp A và B khác rỗng thoả mãn $A \subset B$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $A \setminus B = \varnothing$. **B.** $A \cap B = A$. **C.** $B \setminus A = B$. **D.** $A \cup B = B$.

Lời giải

Câu 12. Cho hai tập hợp $A = \{0;1\}$ và $B = \{0;1;2;3;4\}$. Số tập hợp X thoả mãn $X \subset \mathrm{C}_B A$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Câu 13. Ký hiệu $|X|$ là số phần tử của tập hợp X. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $A \cap B = \varnothing \Rightarrow |A| + |B| - |A \cap B| = |A \cup B|$. **B.** $A \cap B \neq \varnothing \Rightarrow |A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|$.

C. $A \cap B \neq \varnothing \Rightarrow |A| + |B| = |A \cup B|$. **D.** $A \cap B = \varnothing \Rightarrow |A| + |B| = |A \cup B|$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14. Một lớp học có 25 học sinh giỏi môn Toán, 23 học sinh giỏi môn Lý, 14 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 6 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

A. 54. **B.** 40. **C.** 26. **D.** 68.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15. Ký hiệu H là tập hợp các học sinh của lớp 10A. T là tập hợp các học sinh nam, G là tập hợp các học sinh nữ của lớp 10A. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $T \cup G = H$. **B.** $T \cap G = \varnothing$. **C.** $H \setminus T = G$. **D.** $G \setminus T = \varnothing$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Cho A, B, C là ba tập hợp. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $A \subset B \Rightarrow A \cap C \subset B \cap C$. **B.** $A \subset B \Rightarrow C \setminus A \subset C \setminus B$.

C. $A \subset B \Rightarrow A \cup C \subset B \cup C$. **D.** $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 17. Cho hai tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}; B=\{1;3;5;7;9\}$. Tập nào sau đây bằng tập $A\cap B$?

A. $\{1;3;5\}$. **B.** $\{1;2;3;4;5\}$. **C.** $\{2;4;6;8\}$. **D.** $\{1;2;3;4;5;7;9\}$.

Lời giải

Câu 18. Cho tập hợp $A=\{2;4;6;9\}$, $B=\{1;2;3;4\}$. Tập nào sau đây bằng tập $A\setminus B$?

A. $\{1;2;3;5\}$. **B.** $\{1;2;3;4;6;9\}$. **C.** $\{6;9\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Câu 19. Cho các tập hợp $A=\left\{x\in\mathbb{R}\colon x^2-7x+6=0\right\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}\colon |x|<4\}$. Khi đó

A. $A\cup B=A$. **B.** $A\cap B=A\cup B$. **C.** $A\setminus B\subset A$. **D.** $B\setminus A=\varnothing$.

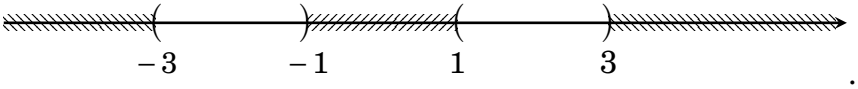
Lời giải

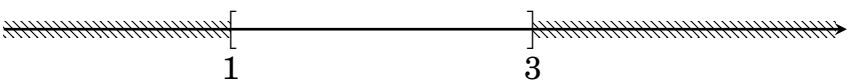
Câu 20. Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa, biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong 3 môn Toán, Lý, Hóa?

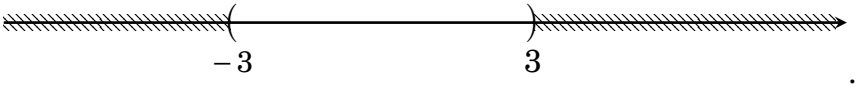
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

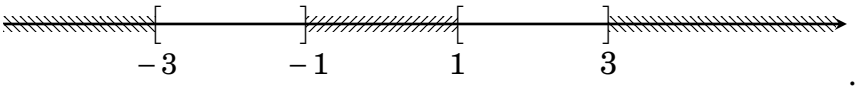
Lời giải

Câu 21. Cho tập hợp $X = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ 1 \le |x| \le 3\}$ thì X được biểu diễn là hình nào sau đây?

A.


B.


C.


D.


Lời giải

Câu 22. Sử dụng các kí hiệu khoảng, đoạn để viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \le x \le 9\}$.

A. $A = [4;9]$. **B.** $A = (4;9]$. **C.** $A = [4;9)$. **D.** $A = (4;9)$.

Lời giải

Câu 23. Cho tập hợp $A = (-\infty;-1]$ và tập $B = (-2;+\infty)$. Khi đó $A \cup B$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-2;-1]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Câu 24. Cho hai tập hợp $A = [-5;3)$, $B = (1;+\infty)$. Khi đó $A \cap B$ là tập nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(1;3]$. **C.** $[-5;+\infty)$. **D.** $[-5;1]$.

Lời giải

Câu 25. Cho hai tập hợp $A=(1;5]$; $B=(2;7]$. Tập hợp $A\setminus B$ là

A. $(1;2]$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(-1;7]$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Câu 26. Cho các số thực a, b, c, d và $a<b<c<d$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(a;c)\cap(b;d)=(b;c)$. **B.** $(a;c)\cap(b;d)=(b;c]$. **C.** $(a;c)\cap[b;d)=[b;c)$. **D.** $(a;c)\cup[b;d)=(b;c)$.

Lời giải

Câu 27. Cho ba tập hợp $A=[-2;2]$, $B=[1;5]$, $C=[0;1)$. Khi đó tập $(A\setminus B)\cap C$ là

A. $\{0;1\}$. **B.** $[0;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $[-2;5]$.

Lời giải

Câu 28. Cho hai tập $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+3<4+2x\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid 5x-3<4x-1\}$. Tất cả các số tự nhiên thuộc cả hai tập A và B là

A. 0 và 1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không có.

Lời giải

Câu 29. Cho $A=[-4;7]$, $B=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$. Khi đó $A\cap B$ bằng

A. $[-4;-2)\cup(3;7]$. **B.** $[-4;-2)\cup(3;7)$. **C.** $(-\infty;2]\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Câu 30. Cho $A=(-\infty;-2]$, $B=[3;+\infty)$, $C=(0;4)$. Khi đó tập $(A\cup B)\cap C$ là

A. $[3;4]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup(3;+\infty)$. **C.** $[3;4)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Câu 31. Cho $A=\{x\in R: x+2\geq 0\}$, $B=\{x\in R: 5-x\geq 0\}$. Khi đó $A\cap B$ là

A. $[-2;5]$. **B.** $[-2;6]$. **C.** $[-5;2]$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Câu 32. Cho hai tập hợp $A=[-2;7)$, $B=(1;9]$. Tìm $A\cup B$.

A. $(1;7)$. **B.** $[-2;9]$. **C.** $[-2;1)$. **D.** $(7;9]$.

Lời giải

Câu 33. Cho $A=(-1;5]$, $B=(2;7)$. Tìm $A\setminus B$.

A. $(-1;2]$. **B.** $(2;5]$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Câu 34. Cho hai tập hợp $A=[-2;3]$, $B=(m;m+6)$. Điều kiện để $A\subset B$ là

A. $-3\le m\le -2$. **B.** $-3<m<-2$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge -2$.

Lời giải

Câu 35. Cho hai tập hợp $A=[-3;-1]\cup[2;4]$, $B=(m-1;m+2)$. Tìm m để $A\cap B\neq\varnothing$.

A. $|m|<5$ và $m\neq 0$. **B.** $|m|>5$. **C.** $1\le m\le 3$. **D.** $m>0$.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. D	Câu 2. D	Câu 3. B	Câu 4. C	Câu 5. D	Câu 6. C	Câu 7. B
Câu 8. B	Câu 9. D	Câu 10. D	Câu 11. C	Câu 12. D	Câu 13. C	Câu 14. B
Câu 15. D	Câu 16. B	Câu 17. A	Câu 18. C	Câu 19. C	Câu 20. C	Câu 21. D
Câu 22. A	Câu 23. C	Câu 24. A	Câu 25. A	Câu 26. A	Câu 27. B	Câu 28. A
Câu 29. A	Câu 30. C	Câu 31. A	Câu 32. B	Câu 33. A	Câu 34. B	Câu 35. A

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hai tập hợp $A=\{-2;-1;0;1;2\}$, $B=\{-2;0;2;4\}$. Khi đó

a) $A\cap B=\{-2;0;2\}$.

b) $A\cup B=\{-2;-1;1;2;4\}$.

c) $A\setminus B=\{-1;1\}$.

d) $B\setminus A=\{4\}$.

Lời giải

Câu 2. Cho các tập hợp sau $A=\left\{x\in\mathbb{R}\mid \left(2x-x^2\right)\left(2x^2-3x-2\right)=0\right\}$ và $B=\left\{n\in\mathbb{N}\mid 3<n^2<30\right\}$. Khi đó

a) Tập hợp A có 3 phần tử.

b) Tập hợp B có 4 phần tử.

c) Tập hợp $A\cap B$ có 1 phần tử.

d) Tập hợp $A\cup B$ có 5 phần tử.

Lời giải

Câu 3. Cho $A=[-5;3]$, $B=(-3;2)$. Khi đó

a) $A\cup B=[-3;2)$.

b) $A\cap B=(-3;1]$.

c) $A\setminus B=[-5;-3]$.

d) $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-5]\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Câu 4. Cho hai tập hợp A và B biết $A \setminus B = \{a; f\}$, $A \cup B = \{a; b; c; d; e; f; g; h\}$, $B \setminus A = \{b; g; h\}$.

a) $A = \{a; c; d; e; f\}$. **b)** $B = \{b; c; d; e; g; h\}$. **c)** $A \cap B = \{c; d; e\}$. **d)** $A \subset B$.

Lời giải

Câu 5. Cho các tập hợp sau:

- A là tập hợp các số nguyên tố nhỏ hơn 11;
- $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 4x + 1 = 0\right\}$;
- $C = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \left(x^2 - 5x + 6\right)(2x + 1) = 0\right\}$;
- $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x + 1| < 3\}$.

a) Tập hợp A có 4 phần tử. **b)** Tập hợp B có 3 phần tử.

c) Tập hợp C có 3 phần tử. **d)** Tập hợp D có 3 phần tử.

Lời giải

Câu 6. Cho ba tập hợp $A=\{2;5\}$, $B=\{5;x\}$, $C=\{x;y;5\}$, biết $A=B=C$. Khi đó

a) $x=y=2$ thì $A=B=C$.

b) $x=y=3$ thì $A=B=C$.

c) $x=2$, $y=5$ thì $A=B=C$.

d) $x=1$, $y=3$ thì $A=B=C$.

Lời giải

Câu 7. Cho các tập hợp sau:

- $A=\left\{x\in\mathbb{Q}\mid x^2-x-6=0\right\}$;
- $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\mid x^4-11x^2+18=0\right\}$;
- $C=\left\{x\in\mathbb{N}\mid \left(x^2-3x-10\right)\left(5x^3-6x^2+x\right)=0\right\}$;
- $D=\{x\in\mathbb{Z}\mid -2<3x+7\le 10\}$.

Khi đó

a) Tập hợp A có 2 phần tử.

b) Tập hợp B có 3 phần tử.

c) Tập hợp C có 2 phần tử.

d) Tập hợp D có 4 phần tử.

Lời giải

Câu 8. Cho các tập hợp sau:

- $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 2\}$;

- $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x + 1 \leq 4\}$;
- $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2023 \leq x - 1 < 2022\}$;
- $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \geq 7\}$.

Khi đó

a) $A = [2; +\infty)$. **b)** $B = (-4; 2]$. **c)** $C = [-2021; 2023)$. **d)** $D = \left[\frac{7}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; a; c\}$ và $B = \{-2; 1; 3; 4; 6; a; b; c\}$. Khi đó:

a) $A \cup B = \{-2; 0; 1; 2; 6; a; b; c\}$. **b)** $A \cap B = \{1; 3; 4; a; c\}$.

c) $A \setminus B = \{0; 2; 5\}$. **d)** $B \setminus A = \{6; b\}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Lớp 10C6 có 18 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 15 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Khi đó

a) Có 8 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ.

b) Có 23 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên.

c) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá.

d) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 24 học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a S b S c Đ d S
Câu 4. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b S c S d Đ	**Câu 8.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 9.** a S b Đ c Đ d S
Câu 10. a Đ b Đ c S d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hai tập hợp $A=[m-3;m+2]$, $B=(-3;5)$ với $m\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A\subset B$?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho tập hợp $B=\left\{\cdot x\in\mathbb{Z}||x^2+1|\le 2\right\}$. Tập hợp B có bao nhiêu tập con gồm 2 phần tử?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hai tập hợp $A=[m+1;2m-1]$, $B=(0;6)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để $A\subset B$?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hai tập hợp: $A=[m-3;m+2]$, $B=(-3;5)$ với $m\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A\cap B$ khác tập rỗng? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh chỉ chơi một môn thể thao. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Cho $A=\left[m-3;\dfrac{m+2}{4}\right)$, $B=(-\infty;-1)\cup[2;+\infty)$. Tính tổng các giá trị nguyên m để $A\cap B=\varnothing$. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để trong tập hợp $A=(m-1;m]\cap(3;5)$ có đúng một số tự nhiên?

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Cho hai tập hợp $A=(m-1;5)$ và $B=(3;+\infty)$ với $m\in\mathbb{R}$. Tính tổng các giá trị nguyên m để $A\setminus B=\varnothing$.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 9. Cho các tập hợp

$A=\{-2;1;2\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{Z}^*|(x^2-4)(x^3-4x^2+3x)=0\right\}$ và $C=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|x^2-(2m+1)x+m^2+m=0\right\}$.

Xác định số phần tử m để $A\cup C=B$.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Lớp 10C14 có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10C14 có bạn Kiệt, Hạ, Toàn, Thiện bị khuyết tật hòa nhập nên không tham gia tiết mục nào. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 2	**Câu 2.** 3	**Câu 3.** 1	**Câu 4.** 13	**Câu 5.** 20	**Câu 6.** 9	**Câu 7.** 11
Câu 8. 9	**Câu 9.** 22	**Câu 10.** 16				

Chương 2

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A Lý thuyết

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax+by+c\le 0 \quad (*)$$

(hoặc $ax+by+c<0$, hoặc $ax+by+c\ge 0$, hoặc $ax+by+c>0$).

Trong đó a, b, c là những số thực và $a^2+b^2\neq 0$.
Cặp số $(x_0;y_0)$ là nghiệm của $(*)\Leftrightarrow ax_0+by_0+c\le 0$.

2 Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Trong mặt phẳng Oxy, tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm của $(*)$ được gọi là miền nghiệm của nó.

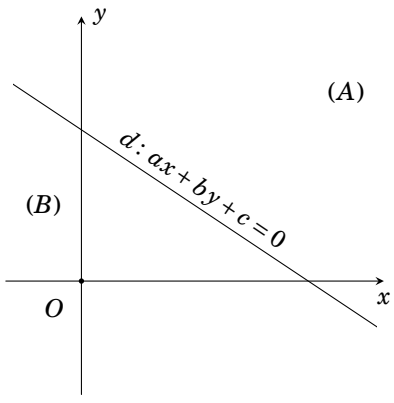
Đường thẳng $d\colon ax+by+c=0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng, khi đó

- Nửa mặt phẳng (A) (kể cả bờ) là miền nghiệm của

$$ax+by+c\ge 0.$$

- Nửa mặt phẳng (B) (kể cả bờ) là miền nghiệm của

$$ax+by+c\le 0.$$



3 Quy tắc biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình

Bước 1. Vẽ đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$.

Bước 2. Lấy một điểm $M_0(x_0;y_0)$ không thuộc Δ (thường lấy gốc tọa độ O).

Bước 3. Tính ax_0+by_0+c và so sánh với 0.

Bước 4. Kết luận

- Nếu $ax_0+by_0+c<0$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $(*)$.

- Nếu $ax_0+by_0+c>0$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $(*)$.

! Miền nghiệm của $(*)$ bỏ đi đường thẳng Δ là miền nghiệm của bất phương trình $ax+by+c<0$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương pháp:

Cho cặp số $(x_0;y_0)$ và bất phương trình $ax+by+c\geq 0$. $(*)$

Thay cặp số $(x_0;y_0)$ vào $(*)$ ta được biểu thức $T=ax_0+by_0+c$. Khi đó:

- Nếu $T\geq 0$ thì cặp số $(x_0;y_0)$ là nghiệm của $(*)$.
- Nếu $T<0$ thì cặp số $(x_0;y_0)$ không là nghiệm của $(*)$.

Ví dụ 1. Cho các điểm và các bất phương trình. Kiểm tra các điểm đã cho, điểm nào nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

a) Các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;1)$, $D(1;-1)$ và bất phương trình

$$2x+3(y+1)>y.$$

b) Các điểm: $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(1;-1)$, $D(4;2)$ và bất phương trình

$$7x-3y-7<0.$$

c) Các điểm: $A(0;0)$, $B(-4;2)$, $C(1;2)$, $D(5;3)$ và bất phương trình

$$3x+4y-11<5x-3.$$

d) Các điểm: $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(-1;1)$, $D(-1;0)$ và bất phương trình

$$5x-2(y-1)\le 0.$$

Lời giải

Ví dụ 2. Miền nghiệm của bất phương trình $2x-(x+3y)<3x+2y+2(y+1)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm: $A(1;1)$, $B(-1;-2)$, $C(0;-1)$, $D(-3;-1)$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Điểm $R(1;1)$ không nằm trong miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

(i) $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$,

(ii) $5x+4y>x-2$,

(iii) $2x+(y-2)>5(x-2)$,

(iv) $2(x+1)-2(y-1)>3x+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Biểu diễn hình học miền nghiệm

Phương pháp:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$.

Bước 2. Lấy một điểm $M_0(x_0;y_0)$ không thuộc Δ (thường lấy gốc tọa độ O).

Bước 3. Tính ax_0+by_0+c và so sánh với 0.

Bước 4. Kết luận

- Nếu $ax_0+by_0+c<0$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $(*)$.
- Nếu $ax_0+by_0+c>0$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $(*)$.

! Miền nghiệm của $(*)$ bỏ đi đường thẳng Δ là miền nghiệm của bất phương trình $ax+by+c<0$.

Ví dụ 4. Xác định miền nghiệm của các bất phương trình:

a) $x\geq 1$,

b) $y\leq 1$,

c) $x+y<4$,

d) $-3x+2y>0$.

Lời giải

Ví dụ 5. Biểu diễn hình học tập nghiệm của các bất phương trình:

a) $2x+y\le 3$,

b) $-3x+y+2\ge 0$,

c) $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$,

d) $-3x+2y>0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Xác định miền nghiệm của bất phương trình 2 ẩn

a) $4x-3y+12>0$

b) $-2x+3y-6\le 0$

c) $\dfrac{x+y}{2}\le\dfrac{2x-y+1}{3}$

d) $2x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}-2\le 0$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax+by\le c$ (các hệ số a,b,c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) không được gọi là miền nghiệm của nó.

B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x-3y+1<0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x-3y+1=0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax+by\le c$ (các hệ số a,b,c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) được gọi là miền nghiệm của nó.

D. Nghiệm của bất phương trình $ax+by\le c$ (các hệ số a,b,c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) là tập rỗng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(4;2)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3)>2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3;0)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2)-9<2x-2y+7$ là phần mặt phẳng không chứa điểm nào?

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không là nghiệm của bất phương trình $2x+y<1$?

A. $(-2;1)$. **B.** $(3;-7)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

Câu 7. Trong các cặp số sau đây, cặp số nào không là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5\geq 0$?

A. $(-5;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

Câu 8. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x-5y+3z\leq 0$. **B.** $3x^2+2x-4>0$. **C.** $2x^2+5y>3$. **D.** $2x+3y<5$.

Lời giải

Câu 9. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3>0$?

A. $Q(-1;-3)$. **B.** $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $N(1;1)$. **D.** $P\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 10. Miền nghiệm của bất phương trình $-3x+y+2\le 0$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;2)$. **B.** $B(2;1)$. **C.** $C\left(1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $D(3;1)$.

Lời giải

Câu 11. Miền nghiệm của bất phương trình $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-5;3)$.

Lời giải

Câu 12. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1;-2)$. **B.** $B\left(-\frac{1}{11};-\frac{2}{11}\right)$. **C.** $C(0;-3)$. **D.** $D(-4;0)$.

Lời giải

Câu 13. Miền nghiệm của bất phương trình $2x+y>1$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;1)$. **B.** $B(2;2)$. **C.** $C(3;3)$. **D.** $D(-1;-1)$.

Lời giải

Câu 14. Miền nghiệm của bất phương trình $\left(1+\sqrt{3}\right)x-\left(1-\sqrt{3}\right)y\geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;-1)$. **B.** $B(-1;-1)$. **C.** $C(-1;1)$. **D.** $D\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(-3;-4)$. **B.** $(-2;-5)$. **C.** $(-1;-6)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 16. Miền nghiệm của bất phương trình $x-2+2(y-1)>2x+4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;1)$. **B.** $B(1;5)$. **C.** $C(4;3)$. **D.** $D(0;4)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 17. Miền nghiệm của bất phương trình $2x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}-2\le 0$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;1)$. **B.** $B(1;0)$. **C.** $C\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **D.** $D\left(\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho bất phương trình $2x+4y<5$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1)\in S$. **B.** $(1;10)\in S$. **C.** $(1;-1)\in S$. **D.** $(1;5)\in S$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho bất phương trình $x-2y+5>0$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(2;2)\in S$. **B.** $(1;3)\in S$. **C.** $(-2;2)\in S$. **D.** $(-2;4)\in S$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

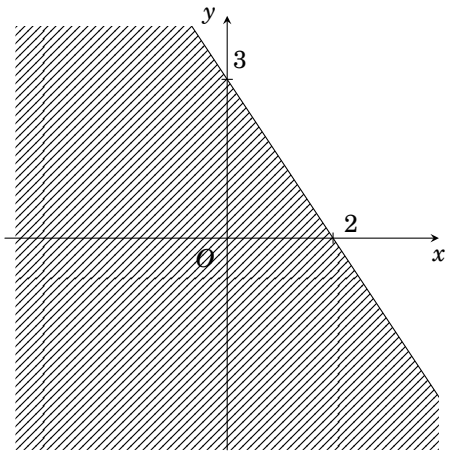
.....

.....

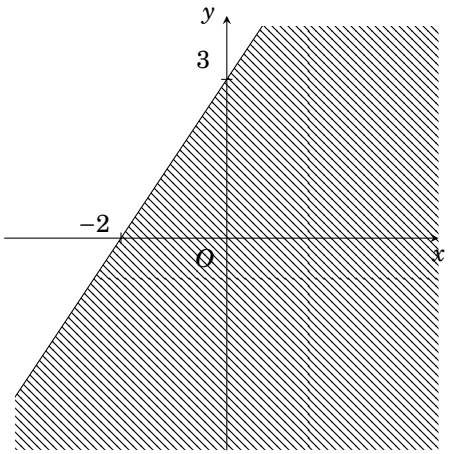
.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

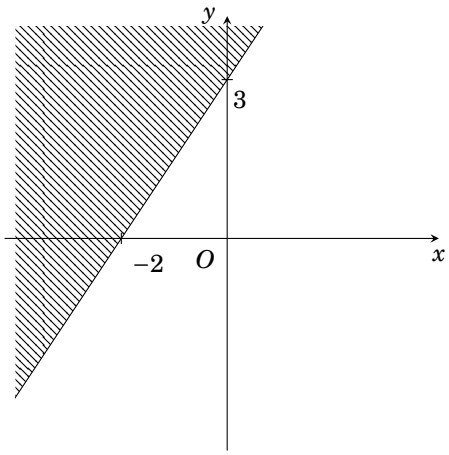
Câu 20. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x-2y>-6$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần không gạch sọc trong hình nào sau đây?



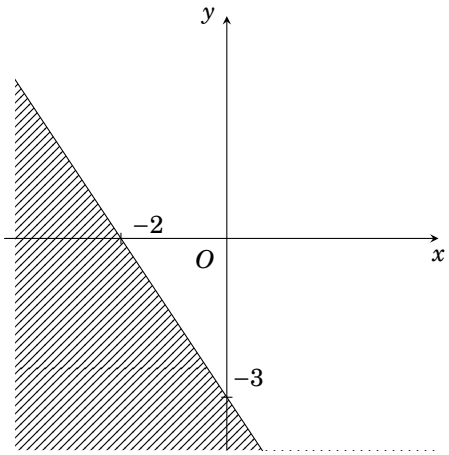
Hình 1



Hình 2



Hình 3



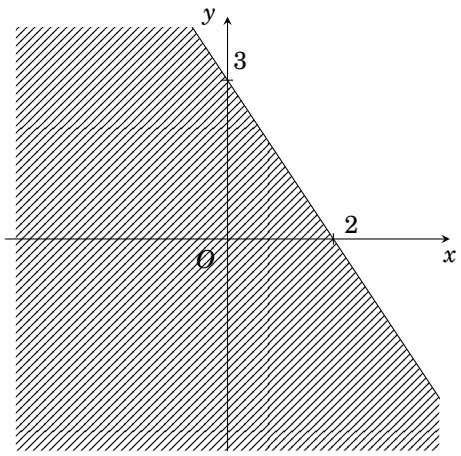
Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

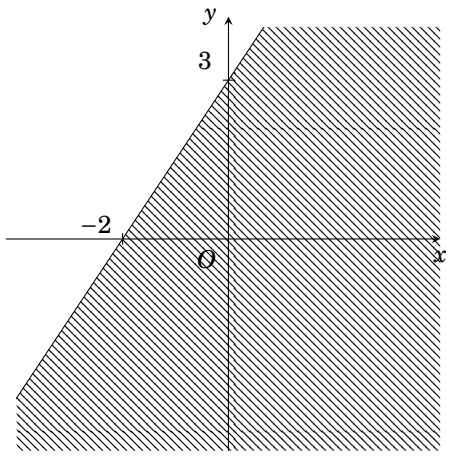
Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

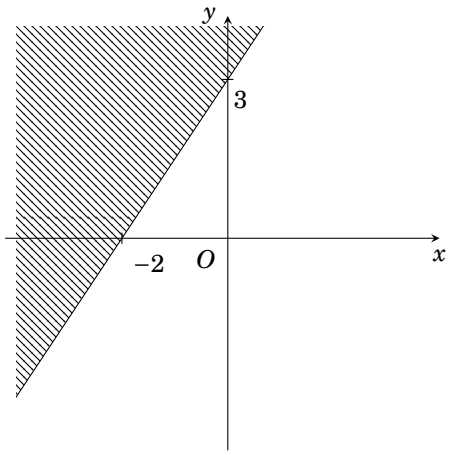
Câu 21. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x+2y>6$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần không gạch sọc trong hình nào sau đây?



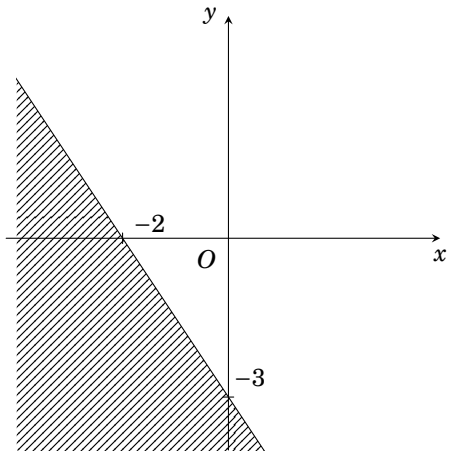
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

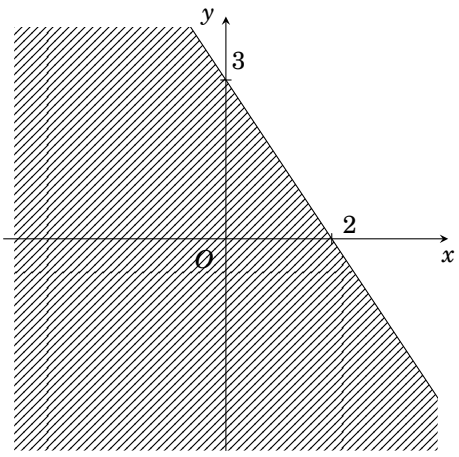
. . . . . .

. . . . . .

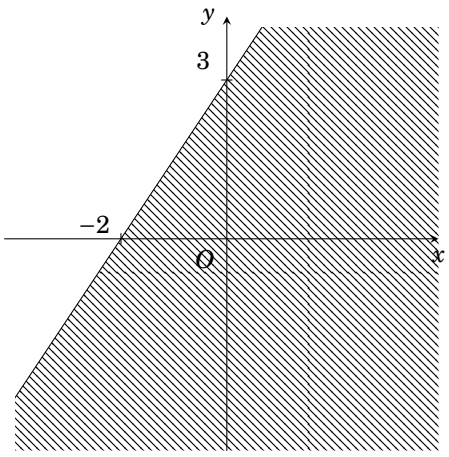
. . . . . .

. . . . . .

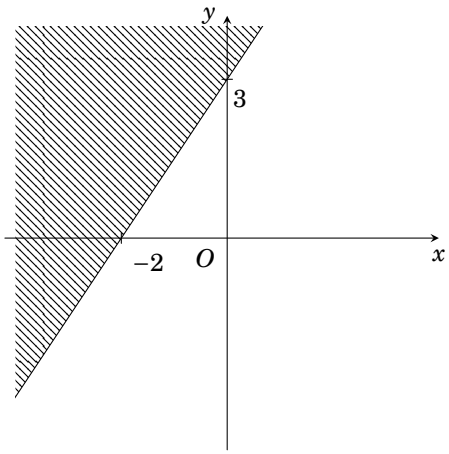
Câu 22. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x+2y>-6$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần không gạch sọc trong hình nào sau đây?



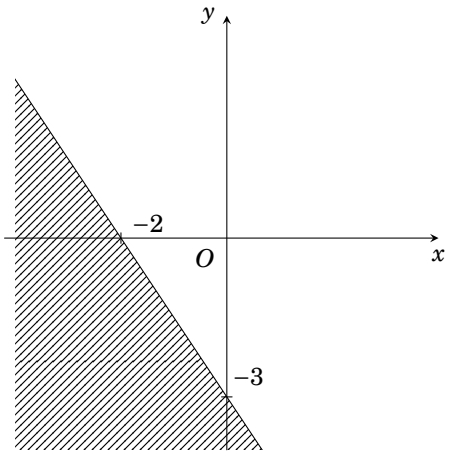
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 23. Cho bất phương trình $-2x+\sqrt{3}y+\sqrt{2}\le 0$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1)\in S$. **B.** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)\in S$. **C.** $(1;-2)\notin S$. **D.** $(1;0)\notin S$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Cặp số $(x_0;y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x-3y\geq 4$?

A. $(x_0;y_0)=(-2;2)$. **B.** $(x_0;y_0)=(5;1)$. **C.** $(x_0;y_0)=(-4;0)$. **D.** $(x_0;y_0)=(2;1)$.

Lời giải

Câu 25. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-3;-1)$ và $C(3;-4)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m;\dfrac{m-5}{3}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC?

A. $-1<m<2$. **B.** $-1\leq m<3$. **C.** $m\geq 2$. **D.** $m<-3$.

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	**Câu 2. C**	**Câu 3. D**	**Câu 4. C**	**Câu 5. B**	**Câu 6. C**	**Câu 7. B**
Câu 8. D	**Câu 9. B**	**Câu 10. A**	**Câu 11. A**	**Câu 12. B**	**Câu 13. D**	**Câu 14. A**
Câu 15. D	**Câu 16. B**	**Câu 17. A**	**Câu 18. C**	**Câu 19. A**	**Câu 20. C**	**Câu 21. A**
Câu 22. D	**Câu 23. B**	**Câu 24. B**	**Câu 25. A**			

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình

a) $x+3y+2\le 0$. **b)** $x+y+2\le 0$. **c)** $2x+5y-2<0$. **d)** $2x+y<0$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 2. Cho bất phương trình $x-4y+5>0$. Khi đó

a) $(-5;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

b) $(-2;-1)$ là một nghiệm của bất phương trình.

c) $(0;0)$ là một nghiệm của bất phương trình.

d) $(1;3)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Lời giải

. . . . . .

Câu 3. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Miền nghiệm của bất phương trình $6x-y\le 1$ chứa điểm O.

b) Miền nghiệm của bất phương trình $2x+3y>5$ chứa điểm O.

c) Miền nghiệm của bất phương trình $-3x+y\ge 0$ chứa điểm $M(0;1)$.

d) Miền nghiệm của bất phương trình $x-y<7$ chứa điểm O.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) $2x^2+3y>0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) $x^2+y^2<2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) $x+y-3z\geq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

d) $x+y\geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

Câu 5. Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x-2y+2\leq 0$. Khi đó

a) Miền nghiệm của bất phương trình $x-2y+2\leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ $d: x-2y+2=0$, không chứa gốc tọa độ O.

b) $(1;4)$ là nghiệm của bất phương trình $x-2y+2\leq 0$.

c) $(0;3)$ không là nghiệm của bất phương trình $x-2y+2\leq 0$.

d) $(2;2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x-2y+2\leq 0$.

Lời giải

Câu 6. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần. Khi đó

a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000 \cdot x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000 \cdot y$ $(x, y > 0)$.

b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$.

c) Cặp số $(5; 4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y.

d) An có thể mua 4 kg cam, 5 kg xoài trong tuần.

Lời giải

Câu 7. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng), điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

b) Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.

c) $x = 50, y = 20$ là nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.

d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép.

a) Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$.

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x + 2y < 18$.

c) $(3;4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

d) $(4;3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B.

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y.

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 18$.

c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b S c Đ d S	**Câu 2.** a S b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a Đ b S c Đ d Đ
Câu 4. a S b S c Đ d Đ	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 8.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c Đ d S

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Nghiệm của bất phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-1\le 0$ có dạng $(x;y)$ trong đó x, y là các số nguyên dương. Tính giá trị $S=x+y$. KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ sao cho $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $m\frac{x}{2}-(m+1)y+2\ge 0$. KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ có $A(0;3)$; $B(-1;2)$; $C(2;1)$. Điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m;\frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC có dạng $\frac{a}{8}<m<\frac{7}{b}$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S=ab+a$. KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 4. Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút. KQ:

Lời giải

Câu 5. Trong 1 lạng (1 lạng = 100 gram) thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày có dạng $ax+by \geq 46$ với $a;b$ là các số nguyên dương. Tính giá trị $S=a-b$. KQ:

Lời giải

Câu 6. Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang ở độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300 mg. Trong một lạng (1 lạng = 100 gram) đậu nành có 165 mg canxi, một lạng thịt có 15 mg canxi. Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt mà một người đang ở độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người đang trong độ tuổi trưởng thành có dạng $bx+15y \geq a$ với a; b là các số nguyên dương. Tính giá trị $T=\frac{a}{2}-3b$. KQ: [ ]

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 2	**Câu 2.** 13	**Câu 3.** 65	**Câu 4.** 11	**Câu 5.** 6	**Câu 6.** 155

BÀI 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A Lý thuyết

1 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Định nghĩa 1

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm nghiệm chung của chúng.
Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

2 Biểu diễn nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Cách biểu diễn

- Ta có thể biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
- Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:
  - Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
  - Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

3 Bài toán tối ưu (Quy hoạch tuyến tính)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by$, trong đó x, y nghiệm đúng của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho:

- Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Miền nghiệm nhận được thường là một đa giác. (Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của F đạt được tại một trong các đỉnh của miền đa giác).
- Tính giá trị của F ứng với (x, y) là tọa độ các đỉnh của miền đa giác này.
- So sánh các kết quả vừa tính được, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Biểu diễn miền nghiệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương pháp: Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta làm như sau:

- Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách tô màu phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị tô là miền nghiệm cần tìm.

Ví dụ 1. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x+y \le 6 \\ x+y \le 4 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

Lời giải

Ví dụ 2. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x-y+3>0 \\ -2x+3y-6<0 \\ 2x+y+4>0 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

(I) $\begin{cases} x-3y<0 \\ x+2y>-3 \\ y+x<2 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} 3x-2y-6\geq 0 \\ 4(x-1)+3y\leq 8 \\ x\geq 0 \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình 2 ẩn

$(I)\begin{cases}2x+y\geq 1\\ x-y\leq -2\end{cases}$ $(II)\begin{cases}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1>0\\ 4(x-1)+y<8\end{cases}$ $(III)\begin{cases}x+y\geq 0\\ x+3y\leq -3\\ x-y\geq 5\end{cases}$ $(IV)\begin{cases}4x+5y+20>0\\ y<0\\ y>-3\end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất, bài toán tối ưu

Phương pháp

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y)=ax+by$ với $(x;y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

- **Bước 1:** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.
- **Bước 2:** Tính giá trị của F tương ứng với $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.
- **Bước 3:** Kết luận
  - Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
  - Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Ví dụ 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

a) $T = 2x + y$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y - 3 \le 0 \\ x \ge 0 \\ x + 3y - 3 \le 0. \end{cases}$

b) $F = 30x - 4y - 6$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y + 5 \ge 0 \\ 2x + y + 4 \ge 0 \\ x + y - 5 \le 0 \\ 2x - y - 4 \le 0. \end{cases}$

Lời giải

Ví dụ 6. Tìm trị lớn nhất của biểu thức

a) $F(x;y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases}0\le y\le 4\\ x\ge 0\\ x-y-1\le 0\\ x+2y-10\le 0.\end{cases}$

b) $F(x;y)=2x-3y$ với điều kiện $\begin{cases}y\le 0\\ x\ge 0\\ x+y-3\le 0\\ x+2y-4\le 0.\end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}x-2y\ge 0\\ x+3y\ge -2\\ x\le 0\end{cases}$. Xác định miền nghiệm (S) của hệ bất phương trình trên. Trong (S), tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x,y)=2x-3y$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m^2. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 300000 đồng trên 100 m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4000000 đồng trên 100 m^2. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các cặp số sau, cặp **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-3y+2>0 \end{cases}$ là

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1\ge 0 \\ 2(x-1)+\dfrac{3y}{2}\le 4 \\ x\ge 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau đây?

A. $(2;1)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1>0 \\ 5x-y+4<0 \end{cases}$?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-5y-1>0 \\ 2x+y+5>0 \\ x+y+1<0 \end{cases}$?

A. $(0;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>0 \\ x-3y+3<0 \\ x+y-5>0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(5;3)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y \geq 9 \\ x \geq y-3 \\ 2y \geq 8-x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau đây?

A. $(0;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(8;4)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y>0 \\ 2x+5y<0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1) \in S$. **B.** $(-1;-1) \in S$. **C.** $\left(1;-\frac{1}{2}\right) \in S$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

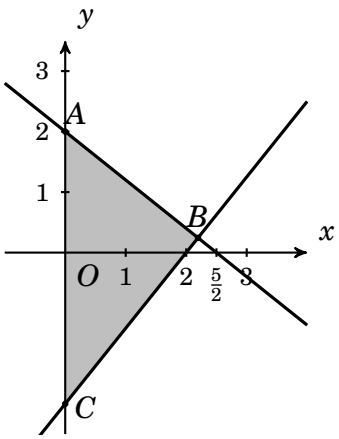
Câu 8. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y \geq 6 \\ x \geq y-3 \\ 2y \geq 8-x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào

sau đây?

A. $(2;1)$. **B.** $(6;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Câu 9. Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x-4y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x > 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \leq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 10. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x>0 \\ x+\sqrt{3}y+1\le 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;-1)\in S$. **B.** $(1;-\sqrt{3})\in S$. **C.** $(-1;\sqrt{5})\notin S$. **D.** $(-4;\sqrt{3})\in S$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x>0 \\ x+\sqrt{3}y+1>0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1;2)\in S$. **B.** $(\sqrt{2};0)\notin S$. **C.** $(1;-\sqrt{3})\in S$. **D.** $(\sqrt{3};0)\in S$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>3 \\ 1-\dfrac{1}{2}x+y>0 \end{cases}$ có tập nghiệm S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;-2)\in S$. **B.** $(2;1)\in S$. **C.** $(5;-6)\in S$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

.....
.....
.....

Câu 13. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-\dfrac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x-3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\dfrac{1}{4};-1\right) \notin S$.

B. $S=\{(x;y) \mid 4x-3y=2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d, với d là là đường thẳng $4x-3y=2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d, với d là là đường thẳng $4x-3y=2$.

Lời giải

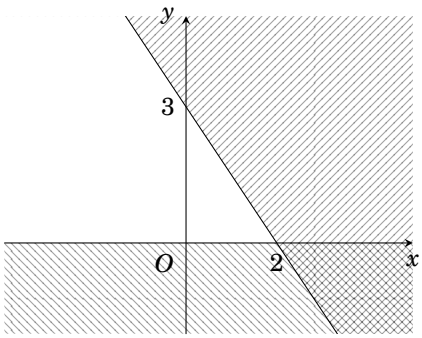
Câu 14. Cho hệ $\begin{cases} 2x+3y<5 \quad (1) \\ x+\dfrac{3}{2}y<5 \quad (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$. **B.** $S_2 \subset S_1$. **C.** $S_2=S$. **D.** $S_1 \neq S$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ dưới đây?



A. $\begin{cases} y>0 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} y>0 \\ 3x+2y<-6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x>0 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x>0 \\ 3x+2y>-6 \end{cases}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-6<0 \\ x\geq 0 \\ 2x-3y-1\leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1;2)$. **B.** $B(0;2)$. **C.** $C(-1;3)$. **D.** $D\left(0;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1\le 0 \\ -3x+5\le 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. Không có. **B.** $B\left(\frac{5}{3};2\right)$. **C.** $C(-3;1)$. **D.** $D\left(\frac{1}{2};10\right)$.

Lời giải

Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3-y<0 \\ 2x-3y+1>0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3;4)$. **B.** $B(4;3)$. **C.** $C(7;4)$. **D.** $D(4;4)$.

Lời giải

Câu 19. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \end{cases}$ **không** chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1;0)$. **B.** $B(1;0)$. **C.** $C(-3;4)$. **D.** $D(0;3)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 20. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x-2y-6\geq 0 \\ 2(x-1)+\dfrac{3y}{2}\leq 4 \\ x\geq 0 \end{cases}$ **không** chứa điểm nào sau đây?

A. $A(2;-2)$. **B.** $B(3;0)$. **C.** $C(1;-1)$. **D.** $D(2;-3)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 21. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y>0 \\ x-3y\leq -3 \\ x+y>5 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3;2)$. **B.** $B(6;3)$. **C.** $C(6;4)$. **D.** $D(5;4)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 22. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-3y<0 \\ x+2y>-3 \\ y+x<2 \end{cases}$ **không** chứa điểm nào sau đây?

A. $A(0;1)$. **B.** $B(-1;1)$. **C.** $C(-3;0)$. **D.** $D(-3;1)$.

Lời giải

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2 \\ 2y-x\ge 4 \\ x+y\le 5 \end{cases}$ là

A. $\min F=1$ khi $x=2,\ y=3$. **B.** $\min F=2$ khi $x=0,\ y=2$.

C. $\min F=3$ khi $x=1,\ y=4$. **D.** $\min F=0$ khi $x=0,\ y=0$.

Lời giải

Câu 24. Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 4 \\ x\ge 0 \\ x-y-1\le 0 \\ x+2y-10\le 0 \end{cases}$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Câu 25. Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x-2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 5 \\ x\ge 0 \\ x+y-2\ge 0 \\ x-y-2\le 0 \end{cases}$ là

A. -10. **B.** 12. **C.** -8. **D.** -6.

Lời giải

Câu 26. Biểu thức $F=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x+y\le -2 \\ x-2y\le 2 \\ x+y\le 5 \\ x\ge 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x;y)$ có toạ độ là

A. $(4;1)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;1)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 27. Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 \le 0 \\ x \ge 0 \\ 2x - 3y - 1 \le 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

A. $a = \dfrac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\dfrac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \dfrac{-9}{8}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 28. Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 29. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m^2. Nếu trồng đậu trên diện tích 100 m^2 thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích 100 m^2 cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau

A. Trồng 600 m^2 đậu; 200 m^2 cà. **B.** Trồng 500 m^2 đậu; 300 m^2 cà.

C. Trồng 400 m^2 đậu; 200 m^2 cà. **D.** Trồng 200 m^2 đậu; 600 m^2 cà.

Lời giải

Câu 30. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền 1 kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính x^2+y^2.

A. $x^2+y^2=1{,}3$. **B.** $x^2+y^2=2{,}6$. **C.** $x^2+y^2=1{,}09$. **D.** $x^2+y^2=0{,}58$.

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	**Câu 2. A**	**Câu 3. C**	**Câu 4. C**	**Câu 5. A**	**Câu 6. D**	**Câu 7. C**
Câu 8. B	**Câu 9. D**	**Câu 10. C**	**Câu 11. D**	**Câu 12. D**	**Câu 13. B**	**Câu 14. B**
Câu 15. A	**Câu 16. D**	**Câu 17. A**	**Câu 18. C**	**Câu 19. B**	**Câu 20. C**	**Câu 21. A**
Câu 22. C	**Câu 23. A**	**Câu 24. C**	**Câu 25. A**	**Câu 26. A**	**Câu 27. B**	**Câu 28. C**
Câu 29. A	**Câu 30. A**					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2y \le 30 \\ y>5 \\ -2x+6y>40 \end{cases}$. Khi đó

a) Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) $(-2;8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên.

c) $(3;1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên.

d) $(-2;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y>4 \\ x<5 \\ -x-y \ge -3 \end{cases}$. Khi đó

a) $(-1;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

b) $(-2;5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

c) $(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

d) $(-1;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+2y \geq 9 \\ x-2y \leq 3 \\ x+y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases}$ (I). Khi đó

a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác.

b) $(3;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

c) $x=1$, $y=3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị lớn nhất.

d) $x=1$, $y=5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F=3x-y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y. Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y. Khi đó

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác.

c) Điểm $C(200;40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho.

d) Điểm $A(180;60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 5. Trong 1 lạng thịt bò chứa 26 g protein, 1 lạng cá chứa 22 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 g đến 91 g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases} 26x+22y \geq 56 \\ 26x+22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác.

c) $(1;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông.

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48};\frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y. Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B. Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B. Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B. Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó

a) Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là
$$\begin{cases} x+y \geq 12 \\ 2x+y \geq 16 \\ x+2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}.$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác.

c) Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B.

d) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cho các hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$ và $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$. Khi đó

a) Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 5x-y \geq -4 \\ x+2y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác.

c) Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\geq -6 \\ y\leq 6 \end{cases}$.

d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x-y<4 \\ -x+2y>-2 \\ x+y<8 \\ x\geq -6 \\ y\leq 6 \end{cases}$ là tứ giác.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipit trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipit. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó

a) $\begin{cases} 0\leq x\leq 1{,}6 \\ 0\leq y\leq 1{,}1 \\ 4x+3y\geq 4{,}5 \\ x+2y\geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán.

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác.

c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogam) thịt bò và y (kilogam) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua x (kg) thịt bò và y (kg) thịt lợn là $T=35x+45y$ (nghìn đồng).

d) Gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b Đ c S d S	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 3.** a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 7. a Đ b Đ c S d S	**Câu 8.** a Đ b S c S d Đ	

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y+4\geq 0 \\ x+y\leq 0 \\ x\leq 0 \\ y+2\geq 0 \end{cases}$. Miền nghiệm của hệ tạo thành đa giác có n cạnh, với n là số tự nhiên. Xác định n.

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho biểu thức $T=3x-2y-4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình: $\begin{cases} x-y-1\leq 0 \\ x+4y+9\geq 0 \\ x-2y+3\geq 0. \end{cases}$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=x_0$ và $y=y_0$. Tính $x_0^2+y_0^2$.

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Tìm $GTLN$ của $f(x,y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0\le y\le 4 & (d_1)\\ 0\le x & (d_2)\\ x-y-1\le 0 & (d_3)\\ x+2y-10\le 0 & (d_4). \end{cases}$ (I)

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20;20]$ để $m\le -x+y$ với mọi cặp số $(x;y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} -2x+y\le 2\\ -x+2y\le 4\\ x+y\le 5\\ y\ge 0. \end{cases}$

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y\ge 5\\ x-2y\le 2 & (II)\\ y\le 3. \end{cases}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-20;20]$ để bất phương trình $2x-5y+m\ge 0$

nghiệm đúng với mọi cặp số $(x;y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210 g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30 g đường và 1 g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10 g đường và 4 g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B. Tính giá trị $x+y$. KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá 1 kg thịt bò là 200000 đồng, 1 kg thịt lợn là 160000 đồng. Gia đình đó cần mua m kg thịt bò và n kg thịt lợn để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipit cho gia đình và có chi phí là ít nhất. Tính giá trị $m+n$ với m; n là các số hữu tỉ.

KQ:

Lời giải

Câu 8. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,. Xí nghiệp đã nhập về 600 kg bột mì và 240 kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất thì xí nghiệp phải sản xuất m chiếc bánh nướng và n chiếc bánh dẻo, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $\dfrac{m+n}{6}$.

KQ: ☐

Lời giải

Câu 9. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II: Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.
Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.
Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m+2n$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Một hộ nông dân định trồng dứa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dứa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất hộ nông dân cần trồng m ha dứa và n ha củ đậu, biết rằng m, n là các số tự nhiên và tổng số công không quá 180. Tính giá trị $m+2n$

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong nhóm nguyên liệu đang có	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất thì đơn vị phải sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m-n$. KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m+n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 4	**Câu 2.** 26	**Câu 3.** 10	**Câu 4.** 16	**Câu 5.** 10
Câu 6. 9	**Câu 7.** 1,3	**Câu 8.** 750	**Câu 9.** 100	**Câu 10.** 10
Câu 11. 3	**Câu 12.** 8			

Chương 3

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180°

A Lý thuyết

1 Giá trị lượng giác của một góc

Định nghĩa 1

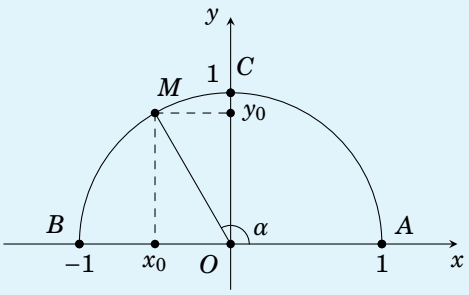
Trong mặt phẳng Oxy, nửa đường tròn tâm O nằm phía trên trục hoành bán kính $R = 1$ được gọi là nửa đường tròn đơn vị.

Với mỗi góc $\alpha (0^\circ \le \alpha \le 180^\circ)$ ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

Khi đó

- $\sin\alpha = y_0$.
- $\cos\alpha = x_0$.
- $\tan\alpha = \dfrac{y_0}{x_0} (x_0 \ne 0)$.
- $\cot\alpha = \dfrac{x_0}{y_0} (y_0 \ne 0)$.

Các số $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc α.



⚠ *Với* $0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$ *ta có* $0 \le \sin\alpha \le 1$, $-1 \le \cos\alpha \le 1$.

Góc α	0°		90°		180°
$\sin\alpha$		$+$		$+$	
$\cos\alpha$		$+$		$-$	
$\tan\alpha$		$+$		$-$	
$\cot\alpha$		$+$		$-$	

2 Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau

- $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$.
- $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$.
- $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$ $(\alpha\neq 90^\circ)$.
- $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$ $(0^\circ<\alpha<180^\circ)$.

3 Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc phụ nhau

- $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$.
- $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$.
- $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$ $(\alpha\neq 0)$.
- $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$ $(\alpha\neq 90^\circ)$.

4 Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

GTLG \ α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$
$\cot\alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

5 Các hệ thức lượng giác cơ bản

a) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

b) $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$.

c) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

d) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

e) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.

f) $1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức lượng giác

a) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

b) $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$, $(\alpha\neq 0°;90°;180°)$.

c) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $(\alpha\neq 90°)$.

d) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $(\alpha\neq 0°;180°)$.

e) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $(\alpha\neq 90°)$.

f) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $(\alpha\neq 0°;180°)$.

Có thể sử dụng thêm: Sin – bù, Phụ - chéo

Ví dụ 1. Tính giá trị các biểu thức sau

a) $A=a^2\sin 90°+b^2\cos 90°+c^2\cos 180°$.

b) $B=3-\sin^2 90°+2\cos^2 60°-3\tan^2 45°$.

c) $C=\sin^2 45°-2\sin^2 50°+3\cos^2 45°-2\sin^2 40°+4\tan 55°\cdot\tan 35°$.

Lời giải

Ví dụ 2. Không sử dụng bảng số hay máy tính cầm tay, tính giá trị các biểu thức.

a) $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$.

b) $B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \ldots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

c) $C = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \ldots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Thực hiện các yêu cầu sau

a) Cho $\tan x = 2$. Tính $A = \dfrac{3\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

b) Cho $\cot a = -3$. Tính $A = \dfrac{\sin a - 2\cos a}{3\cos a + 2\sin a}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tính giá trị biểu thức lượng giác khi biết một giá trị lượng giác

a) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

b) $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$, $(\alpha\neq 0^\circ;90^\circ;180^\circ)$.

c) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $(\alpha\neq 90^\circ)$.

d) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $(\alpha\neq 0^\circ;180^\circ)$.

e) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $(\alpha\neq 90^\circ)$.

f) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $(\alpha\neq 0^\circ;180^\circ)$.

Cần đánh giá được dấu của $\sin\alpha$ và/hoặc $\cos\alpha$.

Ví dụ 4. Thực hiện các yêu cầu sau

a) Cho $\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$ với $90^\circ<\alpha<180^\circ$. Tính $\cos\alpha$ và $\tan\alpha$.

b) Cho $\cos\alpha=-\dfrac{2}{3}$ và $\sin\alpha>0$. Tính $\sin\alpha$ và $\cot\alpha$.

c) Cho $\tan\gamma=-2\sqrt{2}$ tính giá trị lượng giác còn lại.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Biết

a) $\tan\alpha = -\dfrac{3}{4}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\sin\alpha$.

b) $\cos\alpha = -\dfrac{12}{13}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\sin\alpha$ và $\tan\alpha$.

c) $\tan\alpha = 2$, tính giá trị của biểu thức $M = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 6. Cho biểu thức $P = \dfrac{3\cos\alpha + 4\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$ $(0^\circ \le \alpha \le 180^\circ)$.

a) Với α bằng bao nhiêu thì P không xác định.

b) Tìm giá trị của P biết $\tan\alpha = -2$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 7. Cho biểu thức $Q = \dfrac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$ $(0° \le \alpha \le 180°)$.

a) Với góc α bằng bao nhiêu thì Q không xác định.

b) Tìm giá trị của Q biết $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Biết $\sin x + \cos x = m$

a) Tìm $\left|\sin^4 x - \cos^4 x\right|$.

b) Chứng minh rằng $|m| \le \sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Chứng minh/rút gọn đẳng thức/biểu thức lượng giác

a) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

b) $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1 \quad (\alpha \ne 0°; 90°; 180°)$.

c) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $(\alpha\neq 90^\circ)$

d) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $(\alpha\neq 0^\circ;180^\circ)$

e) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $(\alpha\neq 90^\circ)$ (Lưu ý: Công thức (5) giống (3))

f) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $(\alpha\neq 0^\circ;180^\circ)$ (Lưu ý: Công thức (6) giống (4))

Ví dụ 9. Chứng minh các đẳng thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\sin^4 x+\cos^4 x=1-2\sin^2 x\cdot\cos^2 x$.

b) $\dfrac{1+\cot x}{1-\cot x}=\dfrac{\tan x+1}{\tan x-1}$.

c) $\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos^3 x}=\tan^3 x+\tan^2 x+\tan x+1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức

a) $M=(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2$.

b) $Q=\tan^2 x-\sin^2 x$.

c) $E=\cot^2 x-\cos^2 x$.

d) $G=(1-\sin^2 x)\cot^2 x+(1-\cot^2 x)$.

e) $V=\sin^2\alpha\tan^2\alpha+4\sin^2\alpha-\tan^2\alpha+3\cos^2\alpha$.

f) $Z=(\sin^4 x+\cos^4 x-1)(\tan^2 x+\cot^2 x+2)$.

Lời giải

. . . . . .

Ví dụ 11. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A=\sin(90^\circ-x)+\cos(180^\circ-x)+\sin^2 x(1+\tan^2 x)-\tan^2 x$.

b) $B=\dfrac{1}{\sin x}\sqrt{\dfrac{1}{1+\cos x}+\dfrac{1}{1-\cos x}}-\sqrt{2}$ với $\sin x>0$.

Lời giải

. . . . . .

Ví dụ 12. Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x.

$$P=\sqrt{\sin^4 x+6\cos^2 x+3\cos^4 x}+\sqrt{\cos^4 x+6\sin^2 x+3\sin^4 x}.$$

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$. **B.** $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. **C.** $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$. **D.** $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.

Lời giải

Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$.

B. $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$.

D. $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

Lời giải

Câu 3. Cho biết $3\cos\alpha - \sin\alpha = 1$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\tan\alpha = \dfrac{4}{3}$. **B.** $\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$. **C.** $\tan\alpha = \dfrac{4}{5}$. **D.** $\tan\alpha = \dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Câu 4. Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha$ và $\cot\alpha$ cùng dấu.
B. Tích $\sin\alpha \cdot \cot\alpha$ mang dấu âm.
C. Tích $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ mang dấu dương.
D. $\sin\alpha$ và $\tan\alpha$ cùng dấu.

Lời giải

Câu 5. Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\tan\alpha < 0$.
B. $\cot\alpha > 0$.
C. $\sin\alpha < 0$.
D. $\cos\alpha > 0$.

Lời giải

Câu 6. Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$.
B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$.
C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$.
D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$.

Lời giải

Câu 7. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$.
B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos\alpha$.
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan\alpha$.
D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$.

Lời giải

Câu 8. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin\alpha = \sin\beta$.
B. $\cos\alpha = -\cos\beta$.
C. $\tan\alpha = -\tan\beta$.
D. $\cot\alpha = \cot\beta$.

Lời giải

Câu 9. Cho hai góc nhọn α và β, $(\alpha < \beta)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos\alpha < \cos\beta$.
B. $\sin\alpha < \sin\beta$.
C. $\tan\alpha + \tan\beta > 0$.
D. $\cot\alpha > \cot\beta$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, góc B bằng 30°. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sin C = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos C = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\sin B = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Biết $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$, $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó $\tan\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì

A. $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$. **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Câu 13. Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ và thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$. Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

A. $-\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Câu 14. Cho $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $-2-\sqrt{3}$. **B.** $-2+\sqrt{3}$. **C.** $2+\sqrt{3}$. **D.** $2-\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 15. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \dfrac{1}{13}$. **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$. **C.** $\cos\alpha = -\dfrac{1}{13}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$.

Lời giải

Câu 16. Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$. **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Câu 17. Cho biết $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. Tính $\tan\alpha$.

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Câu 18. Cho biết $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. Tính $\cot\alpha$.

A. $\cot\alpha = 2$. **B.** $\cot\alpha = \sqrt{2}$. **C.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{4}$. **D.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 19. Tính $\cos\alpha$, biết $\cot\alpha = -\dfrac{1}{2}$, $(0° \le \alpha \le 180°)$

A. $\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 20. Nếu $\tan\alpha = 3$, $(0° \le \alpha \le 180°)$ thì $\cos\alpha$ bằng bao nhiêu?

A. $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\pm\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Câu 21. Biết $\cot\alpha = -a$, $(a > 0)$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2}}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. **C.** $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

Lời giải

Câu 22. Cho $\cos x = \dfrac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

A. $\dfrac{13}{4}$. **B.** $\dfrac{7}{4}$. **C.** $\dfrac{11}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Câu 23. Cho $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$, với $90^\circ \le \alpha \le 180^\circ$. Tính giá trị của $M = \dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos^3\alpha}$

A. $M = \dfrac{25}{27}$. **B.** $M = \dfrac{175}{27}$. **C.** $M = \dfrac{35}{27}$. **D.** $M = -\dfrac{25}{27}$.

Lời giải

Câu 24. Cho biết $\cot\alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2\cos^2\alpha + 5\sin\alpha\cos\alpha + 1$

A. $\dfrac{10}{26}$. **B.** $\dfrac{100}{26}$. **C.** $\dfrac{50}{26}$. **D.** $\dfrac{101}{26}$.

Lời giải

Câu 25. Cho biết $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \dfrac{\cot\alpha - 3\tan\alpha}{2\cot\alpha - \tan\alpha}$.

A. $-\dfrac{25}{3}$. **B.** $-\dfrac{11}{13}$. **C.** $-\dfrac{11}{3}$. **D.** $-\dfrac{25}{13}$.

Lời giải

Câu 26. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha}$.

A. $-\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 27. Cho $\cos x = \dfrac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

A. $\dfrac{13}{4}$. **B.** $\dfrac{7}{4}$. **C.** $\dfrac{11}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 28. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{2\cos^2 a - 1}{\sin a + \cos a}$

A. $\sin a + \cos a$. **B.** $\sin a - \cos a$. **C.** $\cos a - \sin a$. **D.** $\tan a + \cos a$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Biết $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Câu 30. Biểu thức $(\cot\alpha+\tan\alpha)^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$. **B.** $\cot^2\alpha+\tan^2\alpha$. **C.** $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}+\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$. **D.** $\cot^2\alpha\cdot\tan^2\alpha+2$.

Lời giải

Câu 31. Tính giá trị của biểu thức $A=\tan1^\circ\tan2^\circ\tan3^\circ\cdots\tan88^\circ\tan89^\circ$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

. . . . . .

Câu 32. Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \cdots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng

A. 21. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 24.

Lời giải

. . . . . .

Câu 33. Biểu thức $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

. . . . . .

Câu 34. Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35. Cho hai góc α và β với $\alpha+\beta=90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$.

A. $P=0$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=2$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. C	Câu 3. A	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. D
Câu 8. D	Câu 9. A	Câu 10. A	Câu 11. A	Câu 12. D	Câu 13. A	Câu 14. A
Câu 15. B	Câu 16. D	Câu 17. D	Câu 18. A	Câu 19. C	Câu 20. D	Câu 21. D
Câu 22. A	Câu 23. D	Câu 24. D	Câu 25. C	Câu 26. B	Câu 27. A	Câu 28. C
Câu 29. B	Câu 30. C	Câu 31. D	Câu 32. C	Câu 33. A	Câu 34. B	Câu 35. B

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho $\tan\alpha = -\dfrac{5}{12}$. Khi đó

a) $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. **b)** $\cos\alpha = \dfrac{12}{13}$. **c)** $\cot\alpha = \dfrac{12}{5}$. **d)** $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho biết $\tan\alpha = -\dfrac{3}{4}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó

a) $\cos\alpha > 0$. **b)** $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$. **c)** $\cot\alpha = -\dfrac{4}{3}$. **d)** $\sin\alpha = -\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho $\cos\alpha = -\dfrac{3}{4}$, $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó

a) $\sin^2\alpha = \dfrac{7}{16}$. **b)** $\sin\alpha < 0$. **c)** $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **d)** $\cot\alpha = -\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Cho $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$, $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó

a) $\cos\alpha < 0$. **b)** $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$. **c)** $\tan\alpha = -\dfrac{12}{5}$. **d)** $\cot\alpha = -\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Câu 5. Cho $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$, $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó

a) $\cos\alpha < 0$.

b) $\cos^2\alpha = \dfrac{5}{9}$.

c) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

d) $\dfrac{\sin\alpha + \sqrt{5}\cos\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha} = \dfrac{7}{4+\sqrt{5}}$.

Lời giải

Câu 6. Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$. Khi đó

a) $\cos^2\alpha = \dfrac{8}{9}$.

b) $A = \sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha = \dfrac{35}{9}$.

c) $B = 5\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -\dfrac{1}{3}$.

d) $C=\sqrt{\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha}+\sqrt{\cos^2\alpha-7\sin^2\alpha}=2$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cho $\cot\alpha=-\sqrt{2}$, $(0^\circ<\alpha<180^\circ)$. Khi đó

a) $\sin\alpha>0$. **b)** $\sin\alpha=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **c)** $\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **d)** $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	**Câu 2.** a S b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c S d S	**Câu 5.** a S b Đ c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d Đ
Câu 7. a Đ b Đ c Đ d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\cos x = \dfrac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

KQ:

Lời giải

Câu 2. Cho $\cot \alpha = \dfrac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{3\sin\alpha + 4\cos\alpha}{2\sin\alpha - 5\cos\alpha}$.

KQ:

Lời giải

Câu 3. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Cho $\tan\alpha = 1$. Tính $B = \dfrac{\sin^2\alpha + 1}{2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Cho $\cot\alpha = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Cho $\cos x = \dfrac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Cho góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{\tan\alpha - 3\cot\alpha}{\tan\alpha + \cot\alpha}$.

KQ:

Lời giải

Câu 8. Cho biết $\sin\alpha + \cos\alpha = a$. Tính giá trị của $\sin\alpha\cos\alpha$ ta thu được kết quả $\dfrac{a^2 - m}{n}$ với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính $m - n$.

KQ:

Lời giải

Câu 9. Cho $\sin x + \cos x = \dfrac{1}{5}$. Tính $P = |\sin x - \cos x|$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Giá trị của biểu thức $A = \sin 60^\circ + 2\cos 30^\circ - 3\sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{a} - 3\sqrt{b}}{2}$ với a; b là các số nguyên dương. Khi đó giá trị $S = a + b^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Cho các góc α, β thoả mãn $0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ và $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = \sin^6 \alpha + \sin^6 \beta + 3\sin^2 \alpha \sin^2 \beta$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \cdots + \cos 180^\circ$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13. Cho $\cot \alpha = \dfrac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 3,25	**Câu 2.** 13	**Câu 3.** 0,5	**Câu 4.** 3	**Câu 5.** 5
Câu 6. 3,25	**Câu 7.** 0,5	**Câu 8.** -1	**Câu 9.** 1,4	**Câu 10.** 31
Câu 11. 1	**Câu 12.** -1	**Câu 13.** 13		

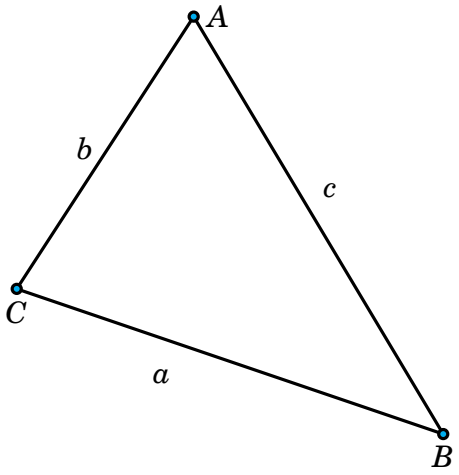
BÀI 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A Lí thuyết

1 Định lý hàm co-sin

a) Trong tam giác ABC với $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, ta có

- $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$.
- $b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B$.
- $c^2=b^2+a^2-2ab\cdot\cos C$.



b) **Hệ quả**

- $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.
- $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$.
- $\cos C=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$.

2 Định lý hàm sin

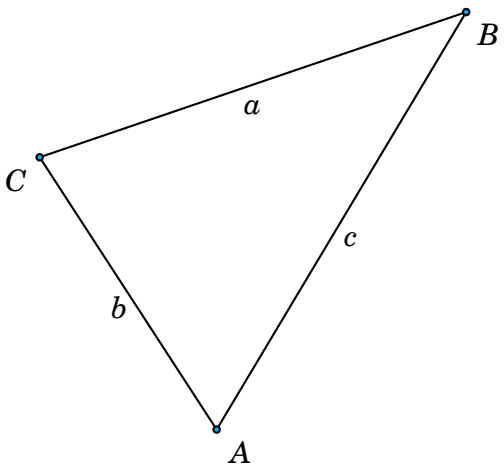
a) Trong tam giác ABC ta có

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R.$$

b)

Hệ quả

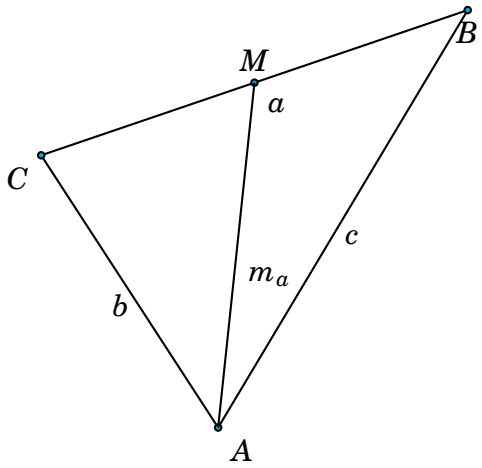
- $a=2R\sin A\Rightarrow \sin A=\dfrac{a}{2R}$.
- $b=2R\sin B\Rightarrow \sin B=\dfrac{b}{2R}$.
- $c=2R\sin C\Rightarrow \sin C=\dfrac{c}{2R}$.



3 Đường trung tuyến

- Cho $\triangle ABC$, M là trung điểm cạnh BC, ta có

$$AB^2+AC^2=2AM^2+BC^2.$$



- Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến từ A, B, C ta có

$$m_a^2=\frac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$$
$$m_b^2=\frac{2a^2+2c^2-b^2}{4}$$
$$m_c^2=\frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}.$$

4 Diện tích tam giác

a) $S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c.$

b) $S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B=\frac{1}{2}ab\cdot\sin C.$

c) $S=\frac{abc}{4R}$ (với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$).

d) $S=p\cdot r$ (với r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$).

e) $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p=\frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.

5 Giải tam giác

- Giải tam giác là tìm số đo các cạnh còn lại và các góc còn lại của tam giác khi biết một số yếu tố cho trước.
- Để giải tam giác ta sử dụng một cách hợp lý các công cụ là: Định lý cosin, định lý sin và công thức về diện tích tam giác.

B Một số dạng toán thường gặp

Dạng 1. Giải tam giác

a) **Định lý cos**

- $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A.$
- $b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B.$
- $c^2=b^2+a^2-2ab\cdot\cos C.$

Hệ quả

- $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.
- $\cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$.
- $\cos C = \dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$.

b) **Định lý sin**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

Hệ quả

- $a = 2R\sin A \Rightarrow \sin A = \dfrac{a}{2R}$.
- $b = 2R\sin B \Rightarrow \sin B = \dfrac{b}{2R}$.
- $c = 2R\sin C \Rightarrow \sin C = \dfrac{c}{2R}$.

c) **Đường trung tuyến**

$$AM^2 = \frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2}.$$

Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến từ A, B, C, ta có

- $m_a^2 = \dfrac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$.
- $m_b^2 = \dfrac{2a^2+2c^2-b^2}{4}$.
- $m_c^2 = \dfrac{2a^2+2b^2-c^2}{4}$.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có $a=7$, $b=8$, $c=5$. Tính $\widehat{A}$, S, h_a, R.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 5$, $CA = 6$. Tính độ dài đường trung tuyến MA, với M là trung điểm của BC.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $\widehat{C} = 30^\circ$.

a) Tính cạnh c, góc $\widehat{A}$ và diện tích S của tam giác ABC.

b) Tính chiều cao h và độ dài m của đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có cạnh $a=3$, $b=4$, $c=6$.

a) Tính góc lớn nhất.

b) Tính đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tam giác ABC vuông tại A có $AC=6$ cm, $BC=10$ cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

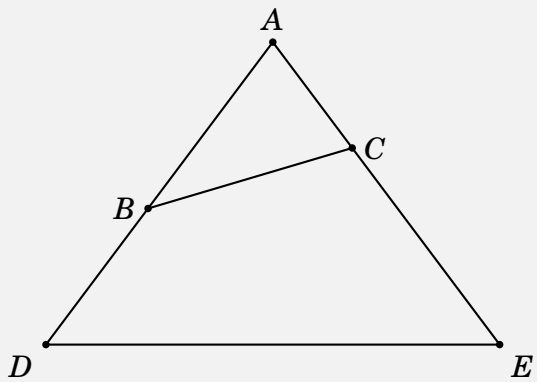
Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $b=7$, $c=5$, $\cos A=\dfrac{3}{5}$. Tính độ dài đường cao h_a của tam giác ABC.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Chứng minh hệ thức trong tam giác

- Áp dụngĐịnh lý cos – sin, công thức đường trung tuyến.
- Biến đổi từ vế này sang vế kia hoặc biến đổi tương đương đến một hệ thức đã biết.
- Dùng một hệ thức đã biết biến đổi thành hệ thức phải chứng minh.
- Vận dụng tỉ số diện tích hai tam giác $\dfrac{S_{ABC}}{S_{ADE}}=\dfrac{AB}{AD}\cdot\dfrac{AC}{AE}$.



Ví dụ 7. Chứng minh rằng trong tam giác ABC, ta có

a) $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$.

b) $h_a = 2R \sin B \sin C$.

c) $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC thỏa $\dfrac{\sin A}{\sin B} = 2\cos C$. Tam giác ABC là tam giác gì?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC có $b+c=2a$. Chứng minh rằng

a) $2\sin A=\sin B+\sin C$.

b) $\dfrac{2}{h_a}=\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho tam giác ABC thỏa mãn $bc=a^2$. Chứng minh rằng

a) $\sin^2 A=\sin B\cdot\sin C$.

b) $h_b\cdot h_c=h_a^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Chứng minh rằng trong tam giác ABC, ta có

a) $b^2-c^2=a(b\cdot\cos C-c\cdot\cos B)$.

b) $(b^2-c^2)\cos A=a(c\cdot\cos C-b\cdot\cos B)$.

c) $\sin C=\sin A\cos B+\sin B\cos A$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Cho tam giác ABC thỏa $\begin{cases}\dfrac{b^3+c^3-a^3}{b+c-a}=a^2\\ a=2b\cdot\cos C\end{cases}$. Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 13. Chứng minh rằng trong tam giác diện tích hình bình hành bằng tích hai cạnh bên liên tiếp với sin của góc xen giữa chúng.

Lời giải

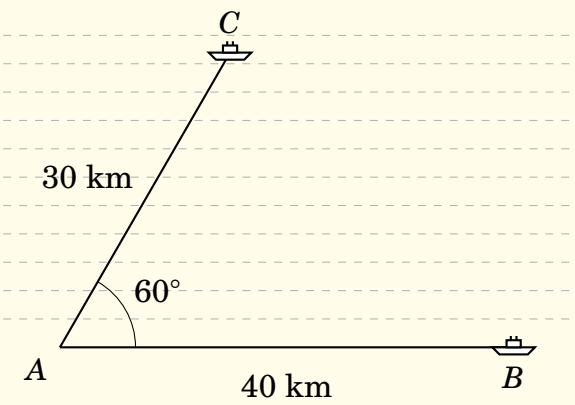
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Dạng 3. Ứng dụng thực tế

Phương pháp Áp dụng: Định lý cos – sin, công thức đường trung tuyến, hệ thức lượng trong tam giác...
Thường gặp: vận tốc – thời gian, tính độ dài đường đi, tính khoảng cách giữa các vật. . .

Ví dụ 14.

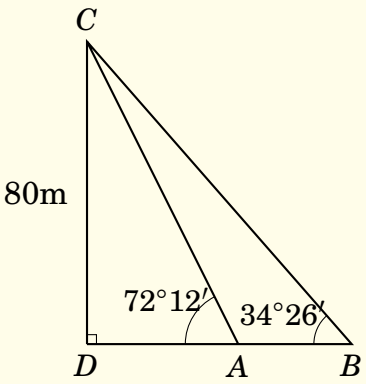
Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60°. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?



Lời giải

Ví dụ 15.

Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80$ m, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72°12'$ và $34°26'$ so với phương nằm ngang. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB (chính xác đến hàng đơn vị).



Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

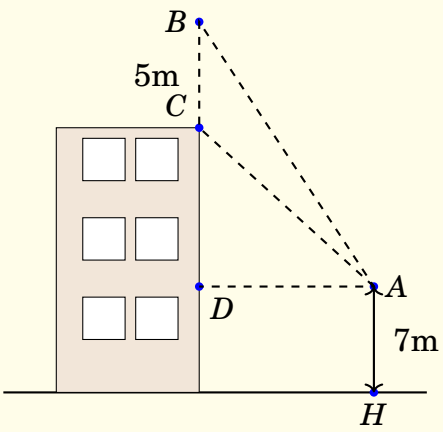
. . . . . .

Ví dụ 16.

Trên nóc một tòa nhà (vị trí C) có một cột ăng-ten (vị trí B) cao 5 m. Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang.

a) Tính các góc của tam giác ABC.

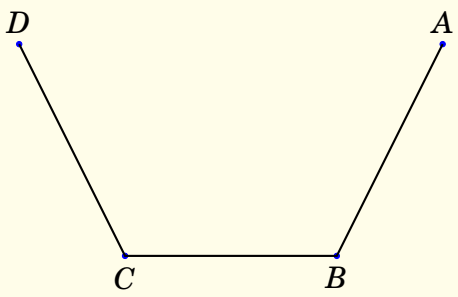
b) Tính chiều cao của tòa nhà.



Lời giải

Ví dụ 17.

Ở giữa vị trí A và D có một quả núi. Để tránh quả núi này, người ta phải đi vòng từ A đến B đến C rồi đến D (xem hình). Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D. Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?



Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ có $B=60^\circ, a=8, c=5$. Độ dài cạnh b bằng

A. 7. **B.** 129. **C.** 49. **D.** $\sqrt{129}$.

Lời giải

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AB=2$, $AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

A. $BC=\sqrt{2}$. **B.** $BC=1$. **C.** $BC=\sqrt{3}$. **D.** $BC=2$.

Lời giải

Câu 3. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC. Biết $b=7$, $c=5$, $\cos A=\dfrac{4}{5}$. Tính độ dài của a.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{23}{8}$. **D.** 6.

Lời giải

Câu 4. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sai?

A. $a^2 < ab + ac$. **B.** $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$. **C.** $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$. **D.** $ab + bc > b^2$.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC thoả mãn $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó

A. $A = 30°$. **B.** $A = 45°$. **C.** $A = 60°$. **D.** $A = 75°$.

Lời giải

Câu 6. Cho tam giác ABC có $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$. Tính góc B.

A. $59°49'$. **B.** $53°7'$. **C.** $59°29'$. **D.** $62°22'$.

Lời giải

Câu 7. Tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ thỏa $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc $\widehat{BAC}$ bằng bao nhiêu độ?

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Câu 8. Xét tam giác ABC. Công thức nào đúng?

A. $m_a^2 = \dfrac{b^2 + c^2}{2} + \dfrac{a^2}{4}$. **B.** $m_a^2 = \dfrac{a^2 + c^2}{2} - \dfrac{b^2}{4}$.

C. $m_a^2 = \dfrac{a^2 + b^2}{2} - \dfrac{c^2}{4}$. **D.** $m_a^2 = \dfrac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{4}$.

Lời giải

Câu 9. Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$. Tính độ dài AC.

A. $\sqrt{11}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và S là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sai?

A. $m_a^2 = \dfrac{b^2+c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4}$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos A$.

C. $S = \dfrac{abc}{4R}$.

D. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Tam giác ABC có $a = 6$, $b = 4\sqrt{2}$, $c = 2$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{9}$.

B. 9.

C. 3.

D. $\dfrac{1}{2}\sqrt{108}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Cho tam giác ABC. Tìm công thức sai.

A. $\dfrac{a}{\sin A}=2R$. **B.** $\sin A=\dfrac{a}{2R}$. **C.** $b\sin B=2R$. **D.** $\sin C=\dfrac{c\sin A}{a}$.

Lời giải

Câu 13. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC}=60^\circ$ và cạnh $BC=\sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $R=4$. **B.** $R=1$. **C.** $R=2$. **D.** $R=3$.

Lời giải

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ có $AB=5$; $A=40^\circ$; $B=60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

A. 3,7. **B.** 3,3. **C.** 3,5. **D.** 3,1.

Lời giải

Câu 15. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b+c=2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos B+\cos C=2\cos A$.
B. $\sin B+\sin C=2\sin A$.
C. $\sin B+\sin C=\dfrac{1}{2}\sin A$.
D. $\sin B+\cos C=2\sin A$.

Lời giải

Câu 16. Tam giác ABC có $a=16{,}8$; $B=56^\circ 13'$; $C=71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

A. 29,9. **B.** 14,1. **C.** 17,5. **D.** 19,9.

Lời giải

Câu 17. Tam giác ABC có $A=68^\circ 12'$; $B=34^\circ 44'$; $AB=117$. Tính AC?

A. 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC có $BC=a$; $CA=b$; $AB=c$ biết $a=8$; $b=10$, góc C bằng 60°. Độ dài cạnh c là?

A. $c=3\sqrt{21}$. **B.** $c=7\sqrt{2}$. **C.** $c=2\sqrt{11}$. **D.** $c=2\sqrt{21}$.

Lời giải

Câu 19. Cho tam giác ABC có $b=7$; $c=5$ và $\cos A=\dfrac{3}{5}$. Tính a.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Câu 20. Trong $\triangle ABC$ có $AB=c$; $AC=b$; $BC=a$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2=b^2+c^2+2bc\cos A$. **B.** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$.

C. $a^2=b^2+c^2+bc\cos A$. **D.** $a^2=b^2+c^2-bc\cos A$.

Lời giải

Câu 21. Cho tam giác ABC có $AB = 4$; $AC = 6$ và $A = 120°$. Độ dài cạnh BC là

A. $\sqrt{19}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{19}$. **D.** $2\sqrt{19}$.

Lời giải

Câu 22. Cho $\triangle ABC$ có $B = 60°$; $a = 8$; $c = 5$. Độ dài cạnh b bằng

A. 7. **B.** 129. **C.** 49. **D.** $\sqrt{129}$.

Lời giải

Câu 23. Cho tam giác ABC có $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$, có $a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}$. Số đo của góc A là

A. $150°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $135°$.

Lời giải

Câu 24. Cho $\triangle ABC$ có $A = 60°$; $AB = 3$ cm; $AC = 4$ cm. Tính cạnh BC.

A. $BC = \sqrt{10}$. **B.** $BC = \sqrt{13}$. **C.** $BC = \sqrt{12}$. **D.** $BC = \sqrt{11}$.

Lời giải

Câu 25. Cho tam giác ABC có $AB = 6$ cm; $AC = 8$ cm; $\widehat{ABC} = 60°$. Tính độ dài cạnh BC.

A. $3 + \sqrt{37}$. **B.** 10. **C.** $3 - \sqrt{37}$. **D.** 9.

Lời giải

Câu 26. Tam giác ABC có $AB = 5$ cm; $BC = 5$ cm; $AC = 3$ cm. Giá trị $\cos A$ là

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{10}$. **D.** $-\dfrac{3}{10}$.

Lời giải

Câu 27. Tam giác ABC có $AC = 4$; $\widehat{BAC} = 30^\circ$; $\widehat{ACB} = 75^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S_{\triangle ABC} = 8$. **B.** $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$. **C.** $S_{\triangle ABC} = 4$. **D.** $S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 28. Chọn công thức đúng trong các đáp án sau

A. $S = \dfrac{1}{2}bc\sin A$. **B.** $S = \dfrac{1}{2}ac\sin A$. **C.** $S = \dfrac{1}{2}bc\sin B$. **D.** $S = \dfrac{1}{2}bc\sin B$.

Lời giải

Câu 29. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a. Góc $\widehat{BAD} = 30^\circ$. Diện tích hình thoi $ABCD$ là

A. $\dfrac{a^2}{4}$. **B.** $\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** a^2.

Lời giải

Câu 30. Cho $\triangle ABC$ có $a = 6$; $b = 8$; $c = 10$. Diện tích S của tam giác ABC là

A. 48. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Câu 31. Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$; $c = 5$; $B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác ABC là

A. $5\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 32. Một tam giác có ba cạnh là 13; 14; 15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. 84. **B.** $\sqrt{84}$. **C.** 42. **D.** $\sqrt{168}$.

Lời giải

Câu 33. Cho tam giác ABC có $a = 4$; $b = 6$; $c = 8$. Khi đó diện tích của tam giác là

A. $9\sqrt{15}$. **B.** $3\sqrt{15}$. **C.** 105. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Lời giải

Câu 34. Tam giác ABC có các trung tuyến $m_a = 15$; $m_b = 12$; $m_c = 9$. Diện tích S của tam giác ABC bằng

A. 72. **B.** 144. **C.** 54. **D.** 108.

Lời giải

Câu 35. Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 4a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S = 8a^2$. **B.** $S = 2a^2\sqrt{3}$. **C.** $S = a^2\sqrt{3}$. **D.** $S = 4a^2$.

Lời giải

Câu 36. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. 12. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 24.

Lời giải

Câu 37. Cho tam giác ABC có $AB = 3$; $AC = 4$; $BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng

A. 1. **B.** $\frac{8}{9}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 38. Cho $\triangle ABC$ có $S = 84$; $a = 13$; $b = 14$; $c = 15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là

A. 8,125. **B.** 130. **C.** 8. **D.** 8,5.

Lời giải

Câu 39. Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn ngoại tiếp là

A. 6. **B.** 8. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Câu 40. Tam giác ABC có $AB = 3$; $BC = 8$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $\cos\widehat{AMB} = \frac{5\sqrt{13}}{26}$ và $AM > 3$. Tính độ dài cạnh AC.

A. $AC = \sqrt{13}$. **B.** $AC = \sqrt{7}$. **C.** $AC = 13$. **D.** $AC = 7$.

Lời giải

Câu 41. Cho tam giác ABC có $AB = 4$; $AC = 7$ và $BC = 9$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt AM tại I. Tính độ dài đoạn thẳng AI.

A. $\frac{33}{2}$. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Câu 42. Tam giác ABC có $A = 68°12'$; $B = 34°44'$; $AB = 117$. Tính AC?

A. 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 43. Tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 3$ cm; $AC = 6$ cm và $A = 60°$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $R = \sqrt{3}$. **B.** $R = 3\sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 6$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 44. Cho tam giác ABC có $B = 60°$; $C = 75°$ và $AC = 10$. Khi đó, độ dài cạnh BC bằng

A. $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$. **B.** $5\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$. **D.** 10.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

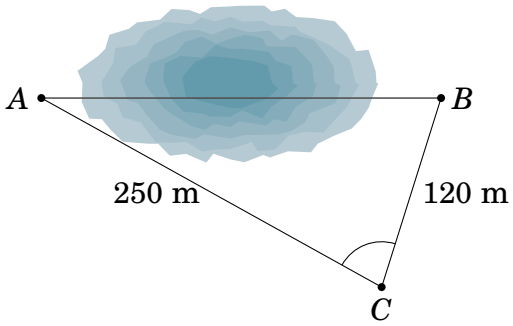
Câu 45. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ biết $AB = a$; $BC = a\sqrt{3}$; $\widehat{ABC} = 60°$.

A. a^2. **B.** $\dfrac{3a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 46. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78°24'$. Biết $CA = 250$ m, $CB = 120$ m. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn ở hàng đơn vị)

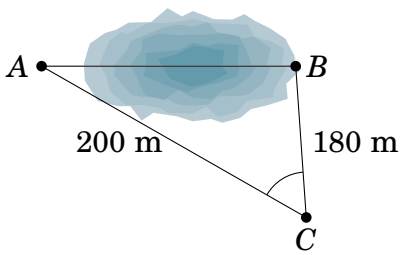


A. 266 m. **B.** 255 m. **C.** 166 m. **D.** 298 m.

Lời giải

Câu 47.

Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56°16'$. Biết $CA = 200$ m, $CB = 180$ m. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn ở hàng đơn vị)

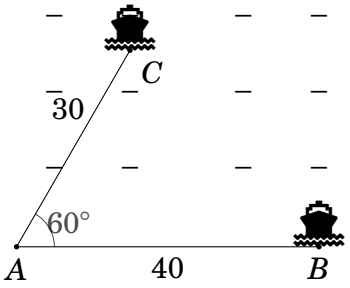


A. 180 m. **B.** 224 m. **C.** 112 m. **D.** 168 m.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 48. Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc $60°$. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

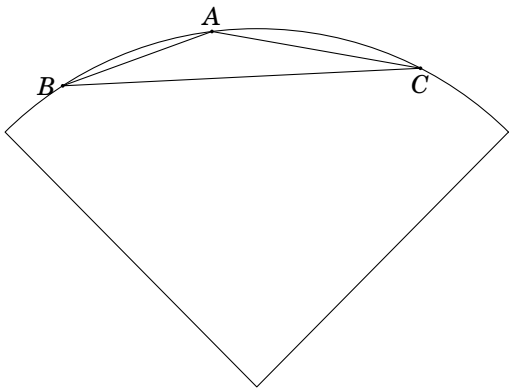


A. 13. **B.** $20\sqrt{13}$. **C.** $10\sqrt{13}$. **D.** 15.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 49. Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4{,}3$ cm; $BC = 3{,}7$ cm; $CA = 7{,}5$ cm). Tính bán kính của chiếc đĩa.

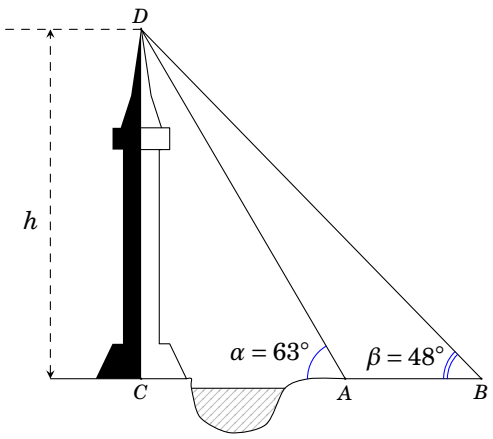


A. 5,85 cm. **B.** 6,01 cm. **C.** 5,74 cm. **D.** 4,57 cm.

Lời giải

. . . . . .

Câu 50. Để đo chiều cao của tháp Cánh Tiên (tháp cổ Chăm Pa ở tỉnh Bình Định) một bạn chọn hai vị trí A và B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, với C là chân tháp và $CD = h$ là chiều cao của tháp. Bạn đó đo được $AB = 24$ m, $\widehat{CAD} = 63°$, $\widehat{CBD} = 48°$ (tham khảo hình vẽ). Chiều cao của tháp gần với giá trị nào sau đây?



A. 61,4. **B.** 18,5. **C.** 60. **D.** 18.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. A	Câu 4. C	Câu 5. A	Câu 6. C	Câu 7. B
Câu 8. D	Câu 9. B	Câu 10. B	Câu 11. C	Câu 12. C	Câu 13. B	Câu 14. B
Câu 15. B	Câu 16. D	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. A	Câu 20. B	Câu 21. D
Câu 22. A	Câu 23. D	Câu 24. B	Câu 25. A	Câu 26. C	Câu 27. C	Câu 28. A
Câu 29. B	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. A	Câu 33. B	Câu 34. A	Câu 35. B

Câu 36. C	**Câu 37. A**	**Câu 38. A**	**Câu 39. C**	**Câu 40. D**	**Câu 41. A**	**Câu 42. A**
Câu 43. C	**Câu 44. A**	**Câu 45. B**	**Câu 46. B**	**Câu 47. A**	**Câu 48. B**	**Câu 49. C**
Câu 50. A						

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 6$ cm, $b = 8$ cm, $c = 10$ cm. Khi đó:

a) $p = 16$ cm.

b) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

c) $S = 24$ cm^2.

d) $r = 4$ cm.

Lời giải

. . . . . .

Câu 2. Cho tam giác ABC biết $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $\widehat{C} = 30^\circ$. Khi đó:

a) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$.

b) $c \approx 3{,}05$ cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) $\cos A \approx 0{,}68$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) $\widehat{A} \approx 45{,}9^\circ$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

. . . . . .

Câu 3. Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm. Khi đó:

a) $p = 12$ cm.

b) $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

c) $S_{ABC} = 6$ cm^2.

d) $R = 3{,}5$ cm.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Cho tam giác ABC biết các cạnh $a = 52{,}1$ cm, $b = 85$ cm, $c = 54$ cm. Khi đó:

a) $\cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$. **b)** $A \approx 32°$. **c)** $\widehat{B} \approx 126°$. **d)** $\widehat{C} \approx 38°$.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC với $a = 49{,}4$ cm; $b = 26{,}4$ cm và $\widehat{C} = 47°20'$. Khi đó:

a) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$.

b) $c \approx 47$ cm.

c) $\widehat{A} \approx 137°$.

d) $\widehat{B} \approx 31°40'$.

Lời giải

Câu 6. Cho tam giác ABC biết cạnh $a = 137{,}5$ cm, $\widehat{B} = 83°$, $\widehat{C} = 57°$. Khi đó:

a) $\widehat{A} = 40°$.

b) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = R$.

c) $R \approx 106{,}96$ cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) $b \approx 179{,}4$ cm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Câu 7. Cho tam giác ABC có số đo các cạnh lần lượt là 7; 9 và 12. Khi đó:

a) $p = 14$. **b)** $S = 13\sqrt{5}$. **c)** $R = \dfrac{7\sqrt{5}}{10}$. **d)** $r = \sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 8. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 135^\circ$, $\widehat{C} = 15^\circ$ và $b = 12$. Khi đó:

a) $\widehat{B} = 30^\circ$.

b) $a = 12\sqrt{2}$.

c) $c \approx 8{,}21$ (kết quả làm tròn ở hàng phần trăm).

d) $R = 15$.

Lời giải

Câu 9. Cho tam giác ABC, biết $b=7$, $c=5$, $\cos A=\dfrac{3}{5}$. Khi đó:

a) $\sin A=\dfrac{4}{5}$. **b)** $S=14$. **c)** $a=3\sqrt{2}$. **d)** $r=4-\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 10. Cho tam giác ABC có $BC=\sqrt{6}$, $CA=2$, $AB=1+\sqrt{3}$. Khi đó:

a) $\widehat{A}=30^\circ$. **b)** $\widehat{B}=35^\circ$. **c)** $S=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$. **d)** $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	Câu 2. a Đ b S c Đ d S	Câu 3. a S b Đ c Đ d S
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	Câu 5. a Đ b S c S d Đ	Câu 6. a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b S c S d S	Câu 8. a Đ b Đ c S d S	Câu 9. a Đ b Đ c S d S
Câu 10. a S b S c Đ d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 3$, $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC. Kết quả làm tròn đến hàng phần chục. KQ: | | | | |

Lời giải

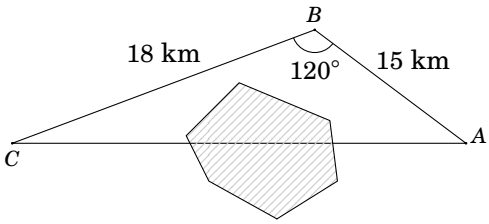
. . . . . .

Câu 2. Cho tam giác ABC có $\dfrac{5}{\sin A} = \dfrac{4}{\sin B} = \dfrac{3}{\sin C}$ và $a = 10$. Tính chu vi tam giác đó. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 3. Để kéo dây điện từ cột điện vào nhà phải qua một cái ao, anh Nam không thể đo độ dài dây điện cần mua trực tiếp được nên đã làm như sau: Lấy một điểm B như trong hình, người ta đo được độ dài từ B đến A (nhà) là 15 m, từ B đến C (cột điện) là 18 m và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Độ dài dây điện nối từ nhà ra đến cột điện là bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục. KQ: | | | | |

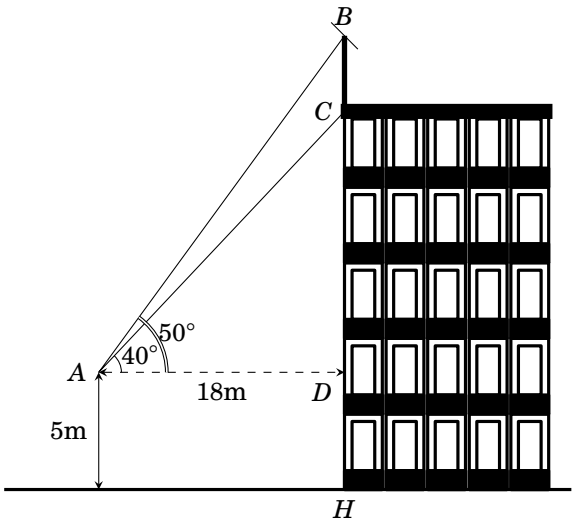


Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao 5 m so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là 40° và góc quan sát đỉnh cột là 50°, khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là 18 m. Chiều cao cột cờ của toà nhà bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

KQ:



Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $\widehat{A} = 60°$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

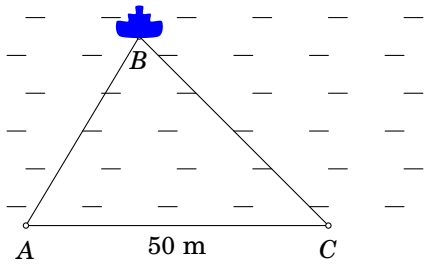
.....

.....

Câu 6.

Để đo khoảng cách từ vị trí A trên bờ sông đến vị trí B của con tàu bị mắc cạn gần một cù lao giữa sông, bạn Minh đi dọc bờ sông từ vị trí A đến vị trí C cách A một khoảng bằng 50 m và đo các góc $\widehat{BAC} = 70°, \widehat{BCA} = 50°$ (Hình vẽ). Tính khoảng cách AB theo đơn vị mét. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

KQ: | | | | |



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

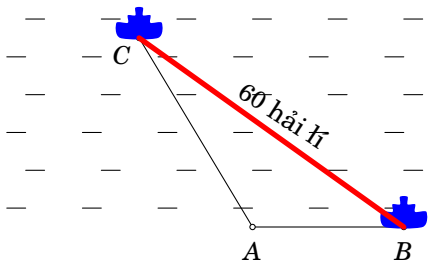
.....

.....

.....

Câu 7.

Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 120° (Hình vẽ). Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 10 hải lí một giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lí? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị giờ) KQ: | | | | |



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 10$ và đường trung tuyến $AM = 6$. Tính độ dài cạnh BC? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 4, BC = 5, BD = 7$. Tính AC. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9, BC = 10, AC = \sqrt{73}$. Kéo dài BC một đoạn $CI = 5$. Tính độ dài AI. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng 1. Góc $\widehat{BAD} = 30^\circ$. Tính diện tích hình thoi $ABCD$.

KQ: | | | | |

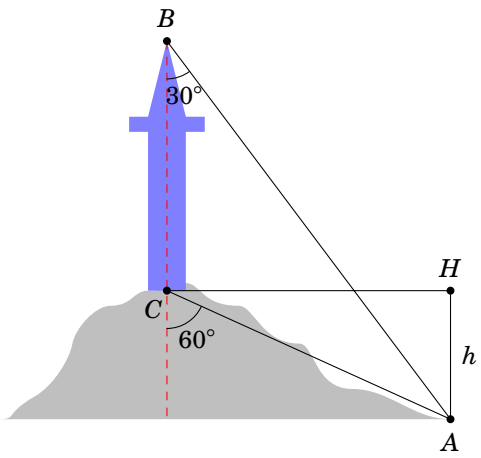
Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 12.

Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 100 m (hình vẽ). Đỉnh tháp B và chân tháp C lần lượt nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao AH của ngọn đồi.

KQ: | | | | |

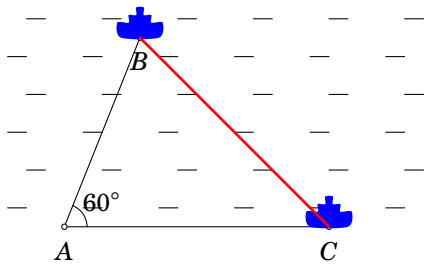


Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13.
Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc $60°$. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 km/h. Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

KQ: | | | | |



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

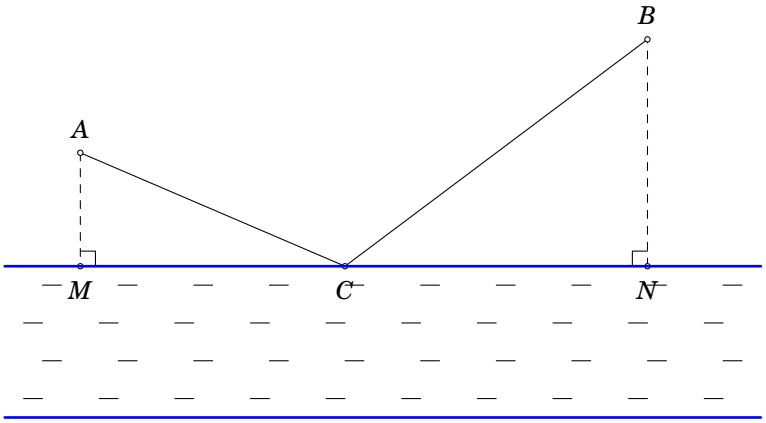
.....

.....

.....

Câu 14. Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B. Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17}$ km, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3$ km, $BN = 6$ km (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B. Tìm giá trị nhỏ nhất của T. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

KQ: | | | | |



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

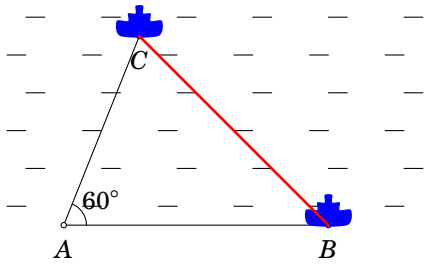
.....

.....
.....
.....
.....

Câu 15.

Hai chiếc tàu thuyền cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc $60°$. Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

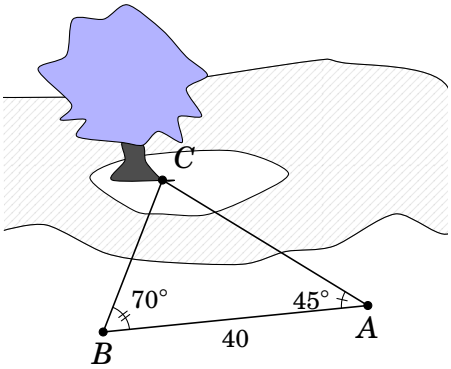
KQ: | | | | |



Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 16. Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C. Ta đo được khoảng cách $AB = 40$ m, $\widehat{CAB} = 45°, \widehat{CBA} = 70°$. Vậy sau khi đo đạc và tính toán khoảng cách AC bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

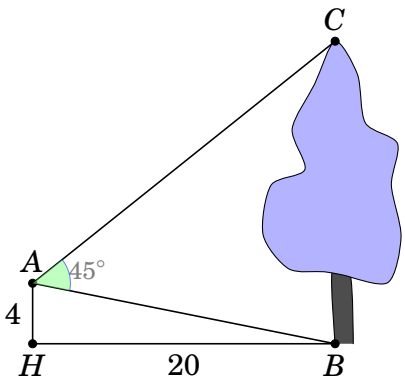
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 17.

Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4$ m, $HB = 20$ m, $\widehat{BAC} = 45°$. Tính chiều cao của cây? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |



Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

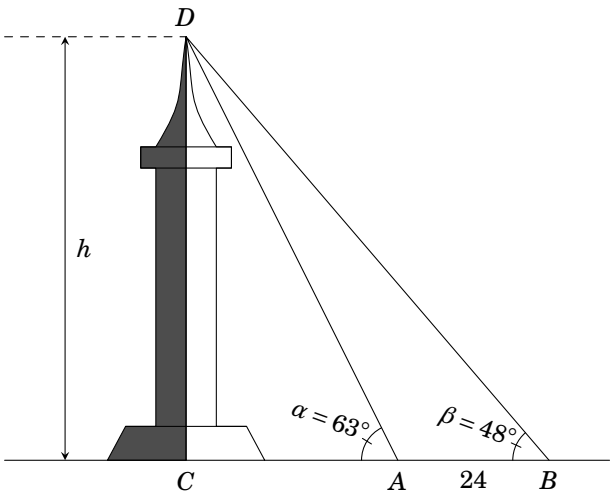
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 18.

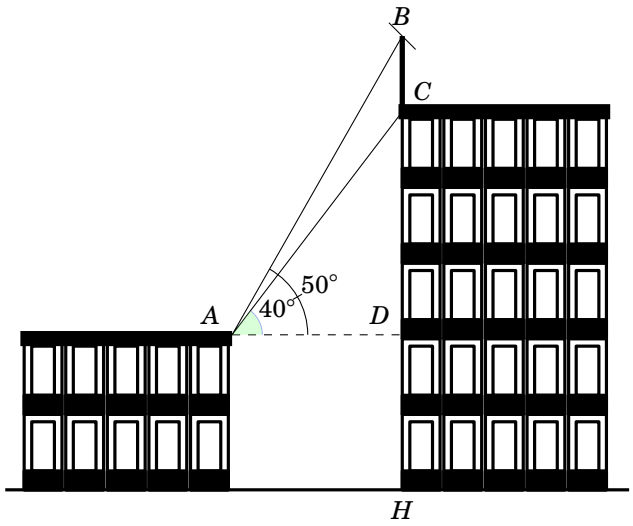
Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A,B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24$ m, $\widehat{CAD} = 63°$,$\widehat{CBD} = 48°$. Tính chiều cao h của tháp? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |



Lời giải

. . . . . .

Câu 19. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăngten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



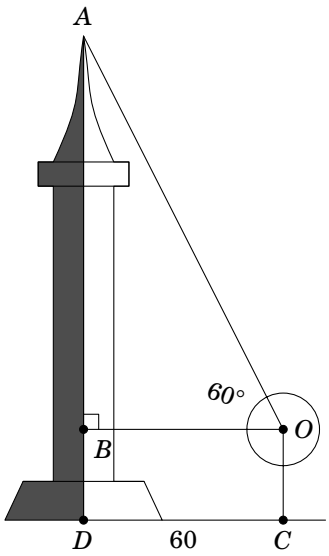
KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 20.

Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60$ m, biết chiều cao của giác kế là $OC = 1$ m. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $\widehat{AOB} = 60°$. Tính chiều cao của ngọn tháp? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) KQ: | | | | |



Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 0,3	**Câu 2.** 24	**Câu 3.** 28,6	**Câu 4.** 6,3	**Câu 5.** 4,04
Câu 6. 44	**Câu 7.** 3,8	**Câu 8.** 9,4	**Câu 9.** 5,7	**Câu 10.** 12
Câu 11. 0,5	**Câu 12.** 50	**Câu 13.** 79,3	**Câu 14.** 20,1	**Câu 15.** 36
Câu 16. 41,5	**Câu 17.** 17,3	**Câu 18.** 61,4	**Câu 19.** 18,9	**Câu 20.** 105

Chương 4

VECTƠ

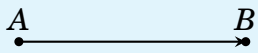
BÀI 7. CÁC KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

A Lý thuyết

1 Khái niệm vectơ

Định nghĩa 1

Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.



a) Kí hiệu

- Vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$, đọc là vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Một vectơ khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối có thể viết là $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$, $\vec{y}$, ...

b) Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

c) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $\left|\overrightarrow{AB}\right|$, như vậy $\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB$.
Độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

d) Vectơ có độ dài bằng 1 gọi là vectơ đơn vị.

2 Vectơ cùng phương, cùng hướng

Định nghĩa 2

a) **Giá của vectơ**. Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của 1 vectơ được gọi là giá của vectơ đó.

b) **Vectơ cùng phương, cùng hướng**

- Hai vectơ cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- Hai vectơ cùng phương thì chúng chỉ có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Nhận xét. *Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.*

3 Hai vectơ bằng nhau – đối nhau

Định nghĩa 3

- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài. Kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.
- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

⚠ *Khi cho trước vectơ $\vec{a}$ và điểm O, thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.*

4 Vectơ - không

Định nghĩa 4

- Vectơ-không là vectơ đặc biệt có điểm đầu và điểm cuối đều cùng một điểm, ta kí hiệu là $\vec{0}$.
- Ta quy ước vectơ-không cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.

Như vậy $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \ldots$ và $\overrightarrow{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv N$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định vectơ; phương, hướng; độ dài của vectơ

a) **Định nghĩa vectơ**. Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.

b) **Độ dài vectơ**. Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

c) **Vectơ cùng phương – cùng hướng**

- Hai vectơ cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- Hai vectơ cùng phương thì chúng chỉ có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Nhận xét. *Ba điểm phân biệt A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.*

d) **Hai vectơ bằng nhau**.

- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài. Kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.
- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

e) **Vectơ-không**

- Là vectơ đặc biệt có điểm đầu và điểm cuối đều cùng một điểm, ta kí hiệu là $\vec{0}$.
- Ta quy ước vectơ-không cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC, có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Tìm số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với

a) Vectơ $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

b) Vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD. Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm số vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{AR}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính $\left|\overrightarrow{GM}\right|$ (với M là trung điểm của BC)

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho điểm A và vectơ $\vec{a}$ khác 0. Tìm điểm M sao cho

a) $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{a}$.

b) $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với $\vec{a}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Hai vectơ bằng nhau

Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau

Cách 1	$\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng suy ra $\vec{a} = \vec{b}$.
Cách 2	Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
Cách 3	Nếu $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{b} = \vec{c}$ thì $\vec{a} = \vec{c}$.

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chứng minh $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Liệt kê tất cả các vectơ bằng nhau (khác $\vec{0}$) nhận đỉnh hoặc tâm của hình vuông là điểm đầu và điểm cuối.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Cho hình bình hành $ABCD$. Dựng $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}$. Chứng minh $\overrightarrow{AQ}=\vec{0}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Tứ giác $ABCD$ là hình gì nếu có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ và $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 12. Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$?

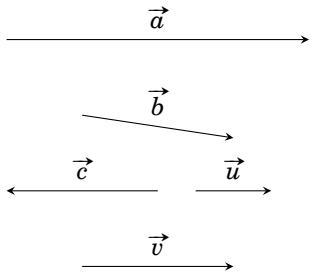
Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{u}$ và $\vec{v}$ như trong hình bên. Hỏi có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ $\vec{u}$?



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và cuối là các đỉnh của hình bình hành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC. Số các vectơ khác vectơ-không, bằng với vectơ $\overrightarrow{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối là các điểm M, N, P, A, B, C là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì

A. tam giác ABC là tam giác cân. **B.** tam giác ABC là tam giác đều.

C. A là trung điểm đoạn BC. **D.** điểm B trùng với điểm C.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P. Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. **D.** $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Cho tam giác ABC, có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C?

A. 4. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Câu 7. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Số các vectơ khác vectơ-không, cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Câu 8. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành. **B.** $ACBD$ là hình bình hành.

C. AD và BC có cùng trung điểm. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $AB \parallel CD$.

Lời giải

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$, câu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|$.

Lời giải

Câu 10. Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$. **B.** $\left|\overrightarrow{QP}\right|=\left|\overrightarrow{MN}\right|$. **C.** $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$. **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

Lời giải

Câu 11. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

A. 4. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Câu 12. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho?

A. 4. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Câu 13. Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.

B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.

C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.

D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Lời giải

Câu 14. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Hãy tìm các vectơ khác vectơ - không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$. **B.** $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$. **C.** $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$. **D.** $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$.

Lời giải

Câu 15. Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi

A. Điểm B thuộc đoạn AC. **B.** Điểm A thuộc đoạn BC.

C. Điểm C thuộc đoạn AB. **D.** Điểm A nằm ngoài đoạn BC.

Lời giải

Câu 16. Cho hình thoi tâm O, cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là **đúng**?

A. $\left|\overrightarrow{AO}\right| = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\left|\overrightarrow{OA}\right| = a$. **C.** $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \left|\overrightarrow{OB}\right|$. **D.** $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 17. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC. Biết $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Chọn câu đúng.

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC với trực tâm H. Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. **B.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$. **D.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Câu 19. Cho $\triangle ABC$ với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C'. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB}=\overrightarrow{NC}$.
B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{PC}$.
C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{QN}$.
D. $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Câu 20. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **C.** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AH}$.

Lời giải

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD. Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm mệnh đề **sai**?

A. Có 2 vectơ bằng $\overrightarrow{PR}$.
B. Có 4 vectơ bằng $\overrightarrow{AR}$.
C. Có 2 vectơ bằng $\overrightarrow{BO}$.
D. Có 5 vectơ bằng $\overrightarrow{OP}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....

Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm đối xứng với C qua D. Hãy tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 23. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$. **B.** $MP = NQ$. **C.** $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$. **D.** $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 24. Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C, có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right|$?

A. vô số điểm. **B.** 1 điểm.
C. 2 điểm. **D.** không có điểm nào.

Lời giải

Câu 25. Cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng trong đó N nằm giữa M và P. Khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. **D.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.

Lời giải

Câu 26. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 27. Cho hình thoi $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

A. Chúng cùng phương và có độ dài bằng nhau.

B. Giá của chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.

C. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.

D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CO}$. **C.** $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Ba vectơ bằng với $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$. **B.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$. **C.** $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. **D.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Câu 31. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Ba vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$. **B.** $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. **C.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$. **D.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Câu 32. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Số vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 33. Cho tam giác ABC có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O. Gọi D là điểm đối xứng với A qua O; E là điểm đối xứng với O qua BC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$. **B.** $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$. **C.** $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$. **D.** $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. C	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. B
Câu 8. C	Câu 9. D	Câu 10. D	Câu 11. D	Câu 12. A	Câu 13. D	Câu 14. D
Câu 15. A	Câu 16. A	Câu 17. C	Câu 18. C	Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. D
Câu 22. C	Câu 23. D	Câu 24. A	Câu 25. A	Câu 26. C	Câu 27. D	Câu 28. D
Câu 29. D	Câu 30. A	Câu 31. C	Câu 32. C	Câu 33. B		

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N. Khi đó

a) $MN = BC$.

b) $\left|\overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{MN}\right|$.

c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng.

d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O. Khi đó

a) Vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$.

b) Có 9 vectơ khác vectơ–không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.

c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$.

d) Có 3 vectơ khác vectơ–không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA. Khi đó

a) MN là đường trung bình của tam giác ACD.

b) $PQ = \dfrac{1}{2}AC$.

c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

d) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O. Khi đó

a) $B'C \perp BC$.

b) $B'C \parallel AB$.

c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$; $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a, trực tâm H, M là trung điểm cạnh BC. Khi đó

a) $AH \perp BC$.

b) $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

c) $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

d) $\left|\overrightarrow{HA}\right| = \left|\overrightarrow{HB}\right| = \left|\overrightarrow{HC}\right| = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Khi đó

a) $BC' = C'A = A'B' = \dfrac{AB}{2}$.
b) Hai vectơ $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng.
c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Khi đó

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2$. **b)** $\left|\overrightarrow{AM}\right| = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$. **c)** $AB \cdot AC = AH \cdot BC$. **d)** $\left|\overrightarrow{AH}\right| = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB. Khi đó

a) PN là đường trung bình của tam giác ABC.
b) $\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{MC}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{BM}$.
c) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{NP}$.
d) $\overrightarrow{BM}$ có các vectơ đối là $\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \dfrac{1}{2}DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác ABD ($F \in AD$). Khi đó

a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$.

b) $\left|\overrightarrow{CA}\right| = a\sqrt{3}$.

c) $\widehat{ABF} = 45^\circ$.

d) $\left|\overrightarrow{BF}\right| \approx 2{,}08a$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi G' là điểm đối xứng với G qua trung điểm M của BC. Khi đó

a) Vectơ $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{G'G}$ cùng hướng.

b) $GA = 3GM$.

c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{G'G}$.

d) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{G'C}$; $\overrightarrow{BG'} = \overrightarrow{GC}$; $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}$; $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MG'}$; $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GG'}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 3.** a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d Đ
Câu 7. a Đ b S c Đ d S	**Câu 8.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c S d S
Câu 10. a Đ b S c Đ d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình thoi tâm O, cạnh bằng 1 và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AO}$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục. KQ:

Lời giải

Câu 2. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = \sqrt{3}$, $AD = 1$. Tìm độ dài của vectơ $\vec{u}$ khác vectơ-không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{BD}$ (khác $\overrightarrow{BD}$). KQ:

Lời giải

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ được tạo thành mà điểm đầu và điểm cuối lấy từ các đỉnh của hình chữ nhật? KQ:

Lời giải

Câu 4. Cho tam giác ABC đều cạnh 1 và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BI}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ:

Lời giải

Câu 5. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh 1 và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AC}$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục) KQ:

Lời giải

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Từ các điểm đã cho có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$? KQ:

Lời giải

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB và P là giao điểm của AM, DB; Q là giao điểm của CN, DB. Có bao nhiêu vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{DP}$?

KQ:

Lời giải

Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh 1. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm đối xứng với C qua D. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

KQ:

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 0,9	**Câu 2.** 1	**Câu 3.** 16	**Câu 4.** 0,7	**Câu 5.** 1,7
Câu 6. 2	**Câu 7.** 2	**Câu 8.** 1,8		

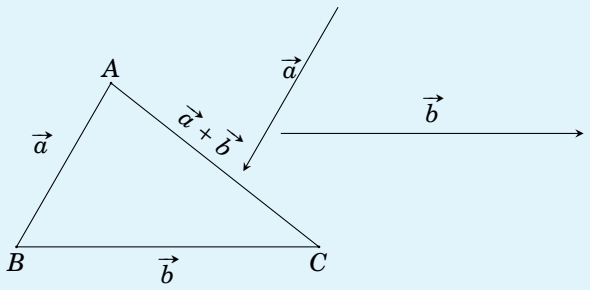
BÀI 8. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

A Lý thuyết

1 Tổng của hai vectơ

Định nghĩa 1

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
Lấy một điểm A tuỳ ý, vẽ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.
Vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
Kí hiệu: $\vec{a}+\vec{b}$.
Vậy $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$.



Điểm đặc biệt:

- Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.
- Điểm G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

2 Hiệu của hai vectơ

Định nghĩa 2

- Vectơ đối của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$, là vectơ cùng phương nhưng ngược hướng với $\vec{a}$.
- Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta gọi hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vectơ $\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$, kí hiệu $\vec{a}-\vec{b}$.

3 Tính chất

Với các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ tùy ý, ta có

(1) Tính chất giao hoán: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.

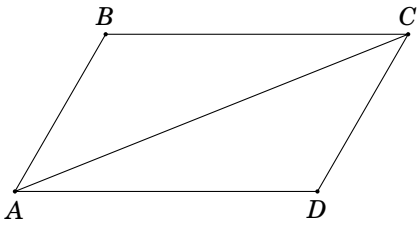
(2) Tính chất kết hợp: $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$.

(3) Tính chất của vectơ – không: $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$.

Các quy tắc

- Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C ta có

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}.$$



- Quy tắc hiệu: Với ba điểm O, A, B ta có

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}.$$

- Quy tắc hình bình hành: Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

B Các dạng toán

Dạng 1. Liên quan tổng vectơ

a) Sử dụng định nghĩa tổng hai vectơ.

b) **Điểm đặc biệt:**

- Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- Điểm G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

c) **Tính chất:** Với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tuỳ ý, ta có

- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- Tính chất kết hợp: $\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$.

Quy tắc

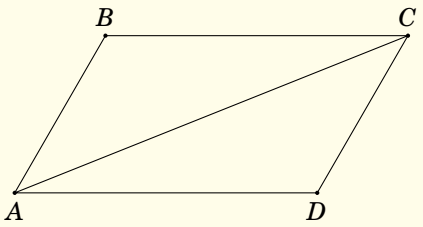
- **Quy tắc ba điểm**
  Với 3 điểm A, B, C ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
- **Quy tắc hình bình hành:**
  Nếu hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ được biểu diễn bởi hai cạnh xuất phát từ cùng một điểm của hình bình hành, thì đường chéo xuất phát từ điểm đó là tổng của hai vectơ

$$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}, \quad \text{với } \overrightarrow{AB} = \vec{a},\ \overrightarrow{AD} = \vec{b}.$$

Ví dụ 1.
Cho hình bình hành $ABCD$, xác định các vectơ

a) $\vec{t} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

b) $\vec{e} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$.



Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC, xác định các vectơ

a) $\vec{g} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

b) $\vec{q} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Ví dụ 3. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O, xác định các vectơ

a) $\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$.

b) $\vec{n} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DO}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho n điểm A_1, A_2, ..., A_n, xác định vectơ

$$\vec{h} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \cdots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_nA_1}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Hiệu hai vectơ – vectơ đối

Sử dụng

a) **Định nghĩa tổng hai vectơ**

b) **Định nghĩa hiệu hai vectơ**

c) **Điểm đặc biệt**

- Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$.
- Điểm G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

d) **Tính chất** Với $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tùy ý, ta có

- Tính chất giao hoán: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.
- Tính chất kết hợp: $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Quy tắc

- **Quy tắc ba điểm**
  Với 3 điểm A, B, C ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.
- **Quy tắc hiệu vectơ**
  Với 3 điểm O, A, B ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$.
- **Quy tắc hình bình hành**
  Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

Ví dụ 5. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A.
Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{D'D}=\overrightarrow{0}$.

Lời giải

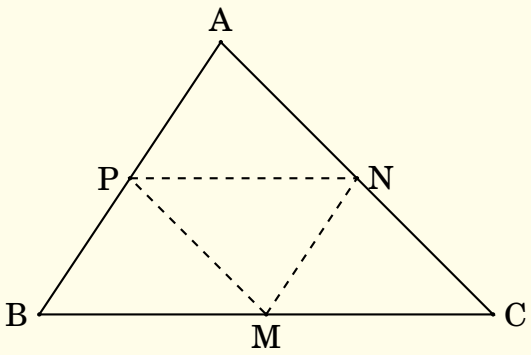
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6.

Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức vectơ

Phương pháp

a) **Tính chất** Với $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tùy ý, ta có

- Tính chất giao hoán $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.
- Tính chất kết hợp $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$.

b) **Quy tắc ba điểm**

- Với 3 điểm A, B, C: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

c) **Quy tắc hiệu vectơ**

- Với 3 điểm O, A, B ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$.

d) **Quy tắc hình bình hành**

- Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

e) **Quy tắc trung điểm – trọng tâm**

- Điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB ta có

$$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}.$$

- Điểm G là trọng tâm tam giác ABC ta có

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}.$$

Các phương pháp biến đổi

- Biến đổi vế này thành vế kia của đẳng thức (xuất phát từ vế phức tạp biến đổi về vế đơn giản).
- Biến đổi đẳng thức cần chứng minh về tương đương với một đẳng thức luôn đúng.
- Xuất phát từ một đẳng thức luôn đúng để biến đổi về đẳng thức cần chứng minh.

Ví dụ 7. Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C và D. Chứng minh $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Ví dụ 8. Cho năm điểm A, B, C, D, E. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ED}$.

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

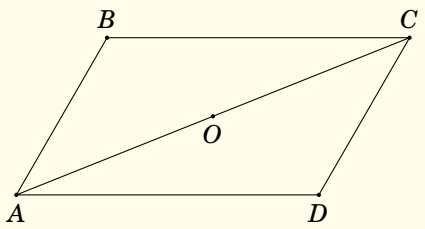
.....

.....

.....

Ví dụ 9.

Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O, M là một điểm bất kỳ trong mặt phẳng. Chứng minh rằng



a) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

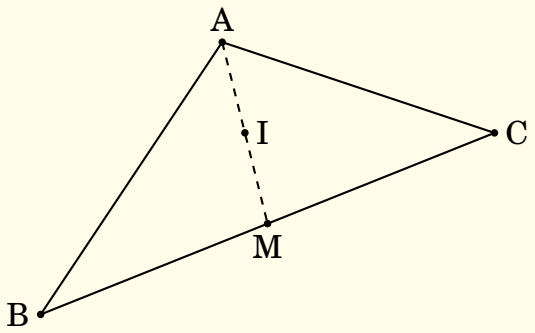
.....

Ví dụ 10.
Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm BC và I là trung điểm của AM.

a) Chứng minh rằng $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$.

b) Với O là điểm bất kỳ, chứng minh rằng

$$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OI}.$$



Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O.

a) Chứng minh rằng các vectơ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}$ đều cùng phương với $\overrightarrow{OD}$.

b) Chứng minh các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EC}$ cùng phương.

c) Chứng minh $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{0}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 4. Độ dài vectơ

Áp dụng: tính chất, quy tắc (ba điểm, hình bình hành, hiệu vectơ, trung điểm - trọng tâm). Để tính $\left|\vec{a} \pm \vec{b} \pm \vec{c} \pm \vec{d}\right|$ ta thực hiện theo hai bước sau

- Biến đổi và rút gọn biểu thức vectơ $\vec{a} \pm \vec{b} \pm \vec{c} \pm \vec{d} = \vec{v}$, tính chất trung điểm, hình bình hành, trọng tâm,... sao cho $\vec{v}$ đơn giản nhất.
- Tính môđun (độ dài) của $\vec{v}$ dựa vào tính chất hình học đã cho.

Ví dụ 12. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

a) Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng thì $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$.

b) Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng và $\left|\vec{b}\right| \geq \left|\vec{a}\right|$ thì $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{b}\right| - \left|\vec{a}\right|$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$. Đẳng thức xảy ra khi nào?

Lời giải

Ví dụ 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3$ (cm), $AC = 4$ (cm). Gọi I là trung điểm BC. Xác định và tính độ dài các véctơ

a) $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

b) $\vec{v} = 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = a$. Tính theo a.

a) $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right|$.

b) $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right|$.

c) $\left|\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}\right|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O, $AB = 3$, $BC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Tính

a) $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right|$.

b) $\left|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}\right|$.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho 4 điểm A, B, C, D phân biệt. Chọn phương án **đúng**.

A. $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$. **B.** $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 2. Cho tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{NP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{NM}-\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{PM}$. **D.** $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Câu 5. Cho $\triangle ABC$, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC. Hỏi $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}$ bằng véctơ nào?

A. $\overrightarrow{AM}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{PB}$. **D.** $\overrightarrow{AP}$.

Lời giải

Câu 6. Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{MN}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}$.

Lời giải

Câu 7. Cho đoạn thẳng AB có I là trung điểm, M là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

Lời giải

Câu 8. Chọn khẳng định **sai**.

A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$.

B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{AB}$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$.

D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

Lời giải

Câu 9. Cho ba điểm phân biệt A,B,C. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.

Lời giải

Câu 10. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}$. **B.** $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}$. **C.** $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CM}$. **D.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GM}=\vec{0}$.

Lời giải

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{DO}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{CO}=\vec{0}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Cho tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{CC}$. **C.** $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{CO}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{BO}=\vec{0}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Cho 3 điểm M,N,P bất kì. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PN}$. **B.** $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{NP}$. **C.** $\overrightarrow{PN}-\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{NM}$. **D.** $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NM}$.

Lời giải

Câu 16. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D. Vectơ tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}$ bằng

A. $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm I tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}$. **B.** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IB}$. **C.** $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{ID}$. **D.** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}$.

Lời giải

Câu 18. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BD}$.
B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CD}$.
D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Câu 19. Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC. Hỏi vectơ $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{AP}$ bằng vectơ nào?

A. $\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{PB}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$. **D.** $\overrightarrow{AN}$.

Lời giải

Câu 20. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{AP}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GN}+\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GP}$.
D. $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.

Lời giải

Câu 21. Rút gọn vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\vec{u} = \overrightarrow{MR}$. **B.** $\vec{u} = \overrightarrow{MN}$. **C.** $\vec{u} = \overrightarrow{PR}$. **D.** $\vec{u} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Câu 22. Cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. **C.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$. **D.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 23. Trong mặt phẳng, cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{AE}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Cho $\triangle ABC$, gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$.
B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$.
D. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 25. Cho tam giác đều ABC, cạnh $3a$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\left|\overrightarrow{AC}\right|=3a$.
B. $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AC}=3a$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 26. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài của $\overrightarrow{BD}$ bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 27. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

C. $\left|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}\right| = \left|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Câu 28. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a$.

Lời giải

Câu 29. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB=2$, $AC=3$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$ bằng

A. 5. **B.** 40. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Câu 30. Giả sử có các lực $\vec{F}_1=\overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2=\overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3=\overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M. Cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là 300 N, 400 N và $\widehat{AMB}=90^\circ$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3=\overrightarrow{MC}$ biết vật đứng yên.

A. 700 N. **B.** 250 N. **C.** 500 N. **D.** 1000 N.

Lời giải

Câu 31. Cho tam giác ABC. Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ là

A. M trùng B.

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

C. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

D. M trùng C.

Lời giải

Câu 32. Cho tam giác ABC, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB.
B. M là trọng tâm tam giác ABC.
C. M trùng B.
D. A là trung điểm MB.

Lời giải

Câu 33. Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp điểm M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.
B. M là trọng tâm tam giác ABC.
C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.
D. M thuộc trung trực của AB.

Lời giải

.....

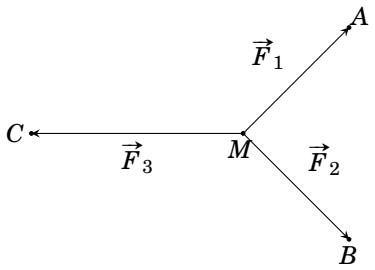
Câu 34. Cho tam giác ABC. Tập hợp điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|=\left|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{MB}\right|$ là

A. Đường tròn tâm C, bán kính AB.
B. Đường tròn tm B, bán kính AB.
C. Đường trung trực của đoạn AB.
D. Đường trung trực của đoạn BC.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 35. Cho ba lực $\vec{F}_1=\overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2=\overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3=\overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 100 N và góc $\widehat{AMB}=90^\circ$. Khi đó xác định cường độ của lực $\vec{F}_3$.



A. $\left|\vec{F}_3\right|=100\sqrt{2}$ N.
B. $\left|\vec{F}_3\right|=2\sqrt{2}$ N.
C. $\left|\vec{F}_3\right|=\sqrt{2}$ N.
D. $\left|\vec{F}_3\right|=2\sqrt{3}$ N.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. A	**Câu 2. B**	**Câu 3. C**	**Câu 4. A**	**Câu 5. D**	**Câu 6. C**	**Câu 7. B**
Câu 8. A	**Câu 9. C**	**Câu 10. B**	**Câu 11. C**	**Câu 12. B**	**Câu 13. B**	**Câu 14. B**
Câu 15. C	**Câu 16. A**	**Câu 17. D**	**Câu 18. C**	**Câu 19. D**	**Câu 20. D**	**Câu 21. A**
Câu 22. B	**Câu 23. C**	**Câu 24. C**	**Câu 25. A**	**Câu 26. B**	**Câu 27. A**	**Câu 28. A**
Câu 29. D	**Câu 30. D**	**Câu 31. D**	**Câu 32. B**	**Câu 33. C**	**Câu 34. A**	**Câu 35. A**

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho bốn điểm A, B, C, D. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$.

b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

d) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a, có trọng tâm G. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

b) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}\right|=2a$.

c) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=a\sqrt{3}$.

d) $\left|\overrightarrow{BG}-\overrightarrow{BC}\right|=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FA}$.

b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DE}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

d) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{ED}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AD}$.

c) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=AC$.

d) Nếu $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}\right|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Khi đó

a) $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NM}$. **b)** $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{MP}$. **c)** $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{MP}$. **d)** $\overrightarrow{BP}-\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{PC}$.

Lời giải

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a, có O là giao điểm hai đường chéo. Khi đó

a) O là trung điểm của AC, BD.

b) $\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{CB}\right|=a\sqrt{2}$.

c) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right|=a$.

d) $\left|\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{DA}\right|=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Khi đó

a) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$.

c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.

d) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Khi đó

a) Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành.

b) $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{AP}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BM}$.

d) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$, với O là điểm bất kì.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Khi đó

a) $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}$.
b) $\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
c) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$.
d) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Cho $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh a. M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Khi đó

a) $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}$.
b) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right|=AO$.
c) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right|=0$.
d) Độ dài vectơ $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$ bằng DC.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $3a$. Khi đó

a) $AO=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$.
b) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=2a$.
c) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC}\right|=0$.
d) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=a\sqrt{3}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 3.** a S b S c Đ d Đ
Câu 4. a S b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b S c S d S
Câu 7. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 8.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c S d Đ
Câu 10. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 11.** a Đ b S c Đ d S	

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = 1$, $CD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Tính $\left|\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CN}\right|$. KQ:

Lời giải

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh 1. Tính $\left|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}\right| + \left|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}\right|$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười. KQ:

Lời giải

Câu 3. Cho tam giác ABC ($AB < AC$), AD là phân giác trong của góc A. Qua trung điểm M của cạnh BC, ta kẻ đường thẳng song song với AD, cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F. Biết rằng $AB = 6$ và $4BD = 3BM$. Tính $\left|\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM}\right|$. KQ:

Lời giải

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 2. Gọi M là trung điểm BC. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right|$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị. KQ: [ ]

Lời giải

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 2. Gọi M là trung điểm BC. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị. KQ: [ ]

Lời giải

Câu 6. Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB=1$, $AC=2$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AM}$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười. KQ: [ ]

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

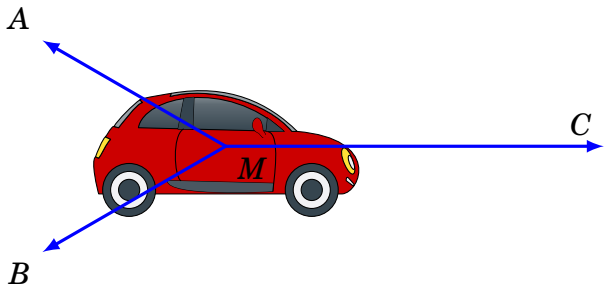
Câu 7. Cho hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc $45°$, biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng 60 N, 90 N. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

KQ: ☐

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 8. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\widehat{AMB} = 60°$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ đạt bao nhiêu Newton? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



KQ: ☐

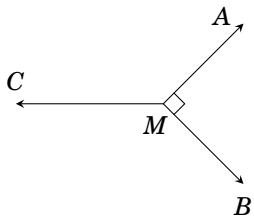
Lời giải

.....
.....
.....
.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9.

Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 100 N và góc $\widehat{AMB} = 90°$. Khi đó tính cường độ của lực $\vec{F}_3$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 1,5	**Câu 2.** 2,1	**Câu 3.** 8	**Câu 4.** 2	**Câu 5.** 6
Câu 6. 2,2	**Câu 7.** 139	**Câu 8.** 43,3	**Câu 9.** 141	

BÀI 9. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ

A Lý thuyết

1 Tích của một số với một vectơ

Định nghĩa 1

Cho số $k \neq 0$ và một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vectơ $\vec{a}$ với k là một vectơ được ký hiệu $k \cdot \vec{a}$, có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$ và có hướng cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.

Quy ước: $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; $\vec{0} \cdot k = \vec{0}$.

Tính chất 1. Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và hai số thực số k, h ta có

i) $k\left(\vec{a} + \vec{b}\right) = k\vec{a} + k\vec{b}$;

ii) $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$;

iii) $h\left(k\vec{a}\right) = (hk)\vec{a}$;

iv) $1\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

2 Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

Định lý 1

- Điểm I là trung điểm của AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ và $\forall M$, ta có
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}.$$
- Điểm G là trọng tâm của $\triangle ABC$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ và $\forall M$, ta có
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

3 Điều kiện để hai vecto cùng phương

Định lý 2

Điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ $(\vec{b} \neq \vec{0})$ cùng phương là có một số thực k để $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

Nhận xét.

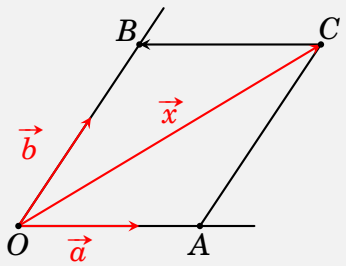
i) *Nếu* $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ *thì* $|k| = \dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$.

ii) *Ba điểm phân biệt* A, B, C *thẳng hàng* $\Leftrightarrow$ *có một số thực* $k \neq 0$ *để* $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

4 Phân tích một vectơ theo hai vecto không cùng phương

Định lý 3

Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương. Khi đó mọi vectơ $\vec{x}$ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$, nghĩa là có duy nhất cặp số h, k thực duy nhất sao cho $\vec{x} = h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$.



B Các dạng bài tập

Dạng 1. Dựng vectơ

1) Dựng vectơ $\vec{m} = k \cdot \vec{a}$

- Độ dài $|\vec{m}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.
- Hướng
  - Cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$;
  - Ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.

2) Điểm đặc biệt

- Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- Điểm G là trọng tâm của $\triangle ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Ví dụ 1. Cho hai điểm phân biệt A, B. Xác định điểm M biết

a) $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}$; b) $2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM=\dfrac{1}{5}AB$. Tìm k trong các đẳng thức sau

a) $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$; b) $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$; c) $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho tam giác đều ABC. Xác định

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$; b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC.

a) Tìm điểm K sao cho $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$.

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Sự cùng phương của hai vectơ – Ba điểm thẳng hàng

i) Hai vectơ cùng phương

Điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ $(\vec{b} \neq \vec{0})$ là có một số thực k để $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

ii) Ba điểm thẳng hàng

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ có một số thực $k \neq 0$ để $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

iii) Hai điểm trùng nhau

Để chứng minh hai điểm M, N trùng nhau

- Chứng minh $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON}$ với O là một điểm nào đó.
- Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

iv) Hai đường thẳng song song

Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và hai đường thẳng AB và CD phân biệt thì $AB \parallel CD$.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM và K là điểm trên cạnh AC sao cho $AK = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh rằng ba điểm B, I, K thẳng hàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho 4 điểm O, A, B, C sao cho $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Chứng tỏ rằng A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho hình bình hành $ABCD$ trên BC lấy điểm H, trên BD lấy điểm K sao cho $\overrightarrow{BH}=\frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$. Chứng minh A,K,H thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC. Hai điểm M,N được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. Chứng minh rằng $MN\parallel AC$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tập hợp điểm thỏa mãn đẳng thức

Để tìm tập hợp điểm thỏa mãn một đẳng thức vectơ, ta biến đổi đẳng thức vectơ đó về các tập hợp điểm cơ bản đã biết. Chẳng hạn:

- Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.
- Tập hợp các điểm cách đều một điểm cố định một khoảng không đổi là đường tròn có tâm là điểm cố định và bán kính là khoảng không đổi.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp điểm M trong mỗi trường hợp sau

a) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$;

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp điểm M trong mỗi trường hợp sau

a) $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right|$;

b) $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right|$;

c) $\left|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho điểm O cố định và hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ cố định. Với mỗi số m ta xác định được điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = m\vec{u} + (1-m)\vec{v}$. Tìm tập hợp điểm M khi m thay đổi.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho $\triangle ABC$ và ba vectơ cố định $\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}$. Với mỗi số thực t, ta lấy các điểm A', B', C' sao cho $\overrightarrow{AA'} = t\vec{u}$, $\overrightarrow{BB'} = t\vec{v}$, $\overrightarrow{CC'} = t\vec{w}$. Tìm quỹ tích trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$ khi t thay đổi.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho tứ giác $ABCD$. Với mỗi số k tùy ý, lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn thẳng MN khi k thay đổi.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Biểu diễn vectơ theo 2 vectơ không cùng phương

Mọi vectơ $\vec{x}$ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, nghĩa là có duy nhất cặp số (h, k) thực duy nhất sao cho $\vec{x} = h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$.

Ta lưu ý các trường hợp đặc biệt

i) Nếu I là trung điểm của AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ và $\forall M$, ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}.$$

ii) Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ và $\forall M$, ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

iii) Nếu ba biểm A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$, với số k xác định.

iv) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM, M là trung điểm của BC. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.
Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{CA}$ theo $\vec{a}=\overrightarrow{GA}$; $\vec{b}=\overrightarrow{GB}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC, trọng tâm G. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ theo hai vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AK}$, $\vec{v}=\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC với I, J, K lần lượt được xác định bởi $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IC}$; $\overrightarrow{JC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{JA}$; $\overrightarrow{KA} = -\overrightarrow{KB}$.

a) Tính $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$. **B.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$. **C.** $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. **D.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{IB}$. **C.** $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BI}$. **D.** $\overrightarrow{IA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{GA}=k\overrightarrow{GM}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

.....
.....

. . . . . .

Câu 4. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{AB}$ thì giá trị của k bằng

A. 2. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .

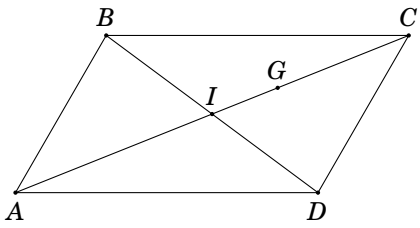
Câu 5. Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \dfrac{1}{4}AB$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{MA} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. **C.** $\overrightarrow{MB} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I, trọng tâm $\triangle BCD$ là G. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.
B. $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right|$.
C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Lời giải

Câu 7. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM=2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 8. Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{GM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC. Khi đó, $\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{EC}$ bằng

A. $\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Câu 10. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $\left|\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right|$

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 11. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng

A. $3a$. **B.** $2a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB}$. Tìm k biết $\overrightarrow{AI} = k \cdot \overrightarrow{AB}$

A. $k = \dfrac{5}{8}$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = \dfrac{5}{3}$. **D.** $k = \dfrac{3}{5}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC, trọng tâm G. Gọi I là trung điểm AG, M thuộc AB sao cho $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{CI}$ theo các vectơ $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$

A. $\overrightarrow{CI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{CA} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{CB}$. **C.** $\overrightarrow{CI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{CI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{DC}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{DC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Câu 15. Cho tam giác ABC. Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $NB=\frac{5}{6}BC$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AN}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 16. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CP}$.

A. $\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

Lời giải

Câu 17. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AM=2BM$, $CD=2CN$. Giả sử $\overrightarrow{BN}=a\cdot\overrightarrow{BA}+b\cdot\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{MN}=c\cdot\overrightarrow{BA}+d\cdot\overrightarrow{BC}$. Tính tổng $S=a+b+c+d$?

A. $S=\dfrac{1}{2}$. **B.** $S=\dfrac{8}{3}$. **C.** $S=\dfrac{7}{6}$. **D.** $S=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC. Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BD}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Gọi BE cắt AD tại K. Tỉ số $\dfrac{AK}{AD}$ bằng

A. $\dfrac{4}{13}$. **B.** $\dfrac{5}{11}$. **C.** $\dfrac{4}{11}$. **D.** $\dfrac{5}{13}$.

Lời giải

Câu 19. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BG}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\dfrac{5}{3}\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BG}$. **C.** $\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{BG}$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{BG}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB, điểm N thuộc cạnh CD và thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{ND}{NC}=4$. Hãy phân tích $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}+\dfrac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}-\dfrac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 21. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$, $\overrightarrow{AN}=k\overrightarrow{AC}$. Tìm x để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

A. $k=\dfrac{5}{3}$. **B.** $k=\dfrac{3}{5}$. **C.** $k=\dfrac{3}{4}$. **D.** $k=\dfrac{3}{7}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD. Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$. **B.** $a+b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a+b=\dfrac{3}{4}$. **D.** $a+b=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23. Cho tam giác ABC. Hỏi có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 24. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 10. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn

$$\left|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right|$$

là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{22}$. **B.** $\sqrt{19}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{21}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 25. Cho tam giác ABC. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\frac{3}{2}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ là

A. đường trung trực của AB.

B. đường trung trực của GE với G là trọng tâm tam giác ABC, E là trung điểm AB.

C. đường tròn tâm G, bán kính $R=AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC.

D. đường tròn tâm G, bán kính $R=\frac{3}{2}AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC.

Lời giải

Câu 26. Cho tam giác ABC, I là trung điểm của đoạn AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2MC$ là

A. Đường trung trực của đoạn IC.

B. Đường tròn tâm I bán kính IC.

C. Đường tròn tâm I đường kính IC.

D. Đường tròn tâm I bán kính MC.

Lời giải

. . . . . .

Câu 27. Cho tam giác ABC. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$, $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NC}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{BP}=k\overrightarrow{BC}$. Tìm k sao cho M, N, P thẳng hàng.

A. $k=-3$. **B.** $k=4$. **C.** $k=-4$. **D.** $k=3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 28. Cho tam giác ABC. Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN}=x\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho A, M, N thẳng hàng.

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, d là đường thẳng qua A và song song BC. Khi M di động trên d thì giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là

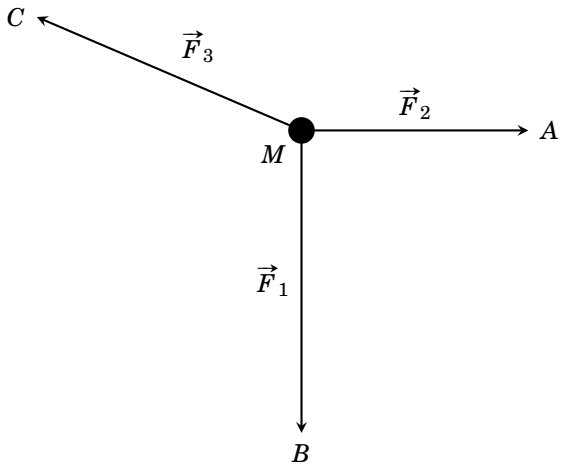
A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 30. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là 28 N và 45 N. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3$ biết $\widehat{AMB} = 90°$.



A. 73 N. **B.** 53 N. **C.** 60 N. **D.** 80 N.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. C	Câu 3. C	Câu 4. C	Câu 5. D	Câu 6. C	Câu 7. C
Câu 8. B	Câu 9. C	Câu 10. A	Câu 11. B	Câu 12. A	Câu 13. D	Câu 14. D
Câu 15. C	Câu 16. B	Câu 17. B	Câu 18. A	Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. B
Câu 22. A	Câu 23. D	Câu 24. D	Câu 25. B	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. D
Câu 29. D	Câu 30. B					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD. Khi đó

a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$. **b)** $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$. **c)** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}$. **d)** $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G, M là trung điểm của BC. Khi đó

a) $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GD}$.

b) $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BN}$.

d) $\overrightarrow{MD}=-\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O, H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O. Khi đó

a) $BD \parallel CH$.

b) $CD \parallel BH$.

c) $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=3\overrightarrow{HO}$.

d) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OH}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$. Khi đó

a) $\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

b) $3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng.

d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC. Lấy hai điểm I, J sao cho $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó

a) M, N, J thẳng hàng.

b) $\overrightarrow{JM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$.

c) J là trung điểm của BI.

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

Lời giải

.....

Câu 6. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC. Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, AA' là đường kính của (O). Khi đó

a) $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$.
b) $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$.
c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$.
d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó

a) $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$.
b) $\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.
c) $\overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
d) $\overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G. Gọi I, J là hai điểm định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Khi đó

a) $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$.
b) $\overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.
c) $\overrightarrow{IG} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

Lời giải

.....

Câu 9. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AE}$. Khi đó

a) $\overrightarrow{AD} = \vec{u} + \vec{v}$. **b)** $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$. **c)** $\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$. **d)** $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$.

Lời giải

Câu 10. Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Khi đó

a) $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AC}$.

b) Hai vectơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

c) M thuộc đường thẳng AC.

d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	**Câu 2.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d S
Câu 7. a Đ b S c S d Đ	**Câu 8.** a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c S d S
Câu 10. a S b Đ c S d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $A = 30^\circ$, $AB = 1$. Gọi I là trung điểm của AC. Tính $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC. Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB. Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N). Khi đó, MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \dfrac{a}{b}\overrightarrow{MG}$ với a; b là số tự nhiên và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b^2$.

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD. Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{IJ}$. Hỏi giá trị k bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G. Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF. Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AI}$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{u} + b\vec{v}$ với a; b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

KQ:

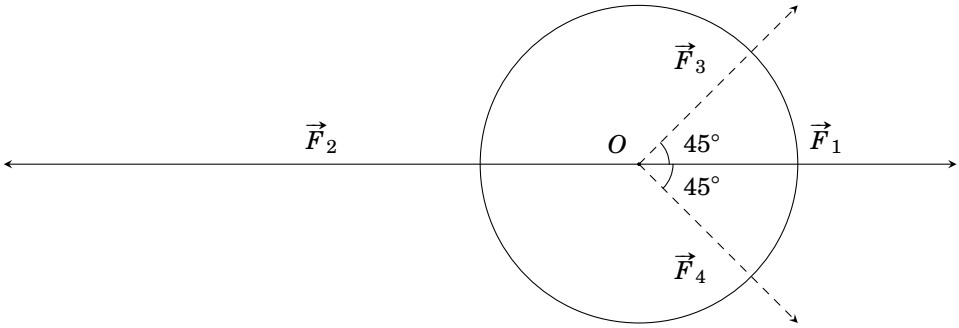
Lời giải

Câu 5. Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$. Hỏi giá trị k bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 6. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20\,\text{N}$. Tính tổng độ lớn của các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$. Khi đó $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AF}$. Tính k. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

KQ:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Lấy các điểm I, J sao cho $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IC}-2\overrightarrow{ID}=\vec{0}$; $\overrightarrow{JA}-2\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{IJ}=k\overrightarrow{IO}$. Hỏi giá trị k bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA=\dfrac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ ta thu được kết quả dạng $a\cdot\overrightarrow{BA}+b\cdot\overrightarrow{BC}$ với a; b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S=a+b$.

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM=BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB. Khi đó $\overrightarrow{DB}=k\overrightarrow{QB}$. Tính k.

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 2,1	**Câu 2.** 7	**Câu 3.** 2	**Câu 4.** 1	**Câu 5.** 3
Câu 6. 85	**Câu 7.** 1,3	**Câu 8.** 4	**Câu 9.** 1	**Câu 10.** 1

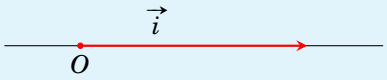
BÀI 10. VECTƠ TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

A Lý thuyết

1 Trục tọa độ

1.1 Định nghĩa

Định nghĩa 1



- Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{i}$.
- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Ta kí hiệu trục đó là $(O;\vec{i})$.

1.2 Tọa độ của vectơ và của điểm trên trục

Định nghĩa 2

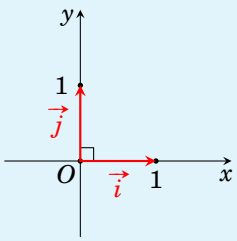
- Cho vectơ $\vec{u}$ nằm trên trục $(O;\vec{i})$, khi đó số a được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ trên trục $(O;\vec{i})$ khi và chỉ khi $\vec{u}=a\cdot\vec{i}$.
- Cho điểm M nằm trên trục $(O;\vec{i})$, khi đó số m được gọi là tọa độ của điểm M trên trục $(O;\vec{i})$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=m\cdot\vec{i}$.
- Như vậy, tọa độ điểm M là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.

2 Hệ trục tọa độ

2.1 Định nghĩa

Định nghĩa 3

Hệ trục tọa độ gồm hai trục vuông góc Ox và Oy với hai vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}$. Điểm O là gốc tọa độ, Ox gọi là trục hoành và Oy gọi là trục tung.
Kí hiệu: Oxy hay $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



2.2 Tọa độ điểm, tọa độ vectơ

Định nghĩa 4

- Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cặp số $(x;y)$ được gọi là tọa độ của vectơ

$$\vec{u} = (x;y) \Leftrightarrow \vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}.$$

Kí hiệu: $\vec{u} = (x;y)$ hay $\vec{u}(x;y)$.

- Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ gọi là tọa độ của điểm M.
Kí hiệu: $M = (x;y)$ hay $M(x;y)$.

2.3 Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm tam giác

- M là trung điểm của đoạn $AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}. \end{cases}$
- G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}. \end{cases}$

3 Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Cho $\vec{u} = (x;y)$, $\vec{u'} = (x';y')$ và số thực k. Khi đó ta có

a) $\vec{u} = \vec{u'} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y'. \end{cases}$

b) $\vec{u} \pm \vec{u'} = (x \pm x'; y \pm y')$.

c) $k\vec{u} = (kx; ky)$.

d) $\vec{u'}$ cùng phương với $\vec{u}$ $(\vec{u} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow$ tồn tại số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky. \end{cases}$

e) Cho hai điểm $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

4 Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$, $\vec{b}=(b_1;b_2)$ và hai điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Ta có

a) $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$.

b) $\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$.

c) $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$.

d) $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

e) $\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$, với $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ đều khác $\vec{0}$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tọa độ trên trục

Phương pháp:

Tọa độ trên trục của điểm và vectơ:

- Cho vectơ $\vec{u}$ nằm trên trục $\left(O;\vec{i}\right)$ khi đó số a được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ trên trục $\left(O;\vec{i}\right)$ khi và chỉ khi $\vec{u}=a\cdot\vec{i}$.
- Cho điểm M nằm trên trục $\left(O;\vec{i}\right)$ khi đó số m được gọi là tọa độ của điểm M trên trục $\left(O;\vec{i}\right)$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=m\,\vec{i}$.

Như vậy tọa điểm M là tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}$.

Ví dụ 1. Trên trục $x'Ox$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt là -2 và 5.

a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

c) Tìm tọa độ của điểm sao cho $2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

d) Tìm tọa độ điểm N sao cho $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NB}=-1$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Trên trục $x'Ox$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt là -3 và 1.

a) Tìm tọa độ điểm M sao cho $3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=1$.

b) Tìm tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Trên trục tọa độ $(0;\vec{i})$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là a, b.

a) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$, $(k\neq 1)$.

b) Tìm tọa độ trung điểm I của AB.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Trên trục tọa độ $(0;\vec{i})$ cho bốn điểm A, B, C, D bất kỳ. Chứng minh $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Trên trục $(O;\vec{i})$, cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là a, b, c. Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 2. Tọa độ trên hệ trục

Phương pháp

a) M là trung điểm của đoạn $AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$.

b) G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$. Cho $\vec{u}=(x;y)$; $\vec{u'}=(x';y')$ và số thực k. Khi đó ta có

(a) $\vec{u}=\vec{u'} \Leftrightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=y'. \end{cases}$

(b) $\vec{u}\pm\vec{u'}=(x\pm x';y\pm y')$.

(c) $k\vec{u}=(kx;ky)$.

(d) $\vec{u'}$ cùng phương với $\vec{u}$, $(\vec{u}\neq\vec{0})$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $\begin{cases} x'=kx \\ y'=ky. \end{cases}$

(e) $\vec{u}\perp\vec{u'} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{u'}=0 \Leftrightarrow x\cdot x'+y\cdot y'=0$.

(f) $\cos(\vec{u};\vec{u'})=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{u'}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{u'}|}=\dfrac{x\cdot x'+y\cdot y'}{\sqrt{x^2+y^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2}}$, ($\vec{u}$; $\vec{u'}$ đều khác $\vec{0}$).

(g) Cho hai điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ thì $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$.

(h) $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC.

b) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=2\vec{i}$, $\vec{b}=-3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}-4\vec{j}$.

a) Tìm tọa độ các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$.

b) Phân tích vectơ $\vec{c}$ theo hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1;-2)$, $B(3;2)$, $C(4;-1)$.

a) Chứng minh 3 điểm A, B, C tạo thành tam giác.

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Cho $\vec{a}=(2;0)$, $\vec{b}=\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$, $\vec{c}=(4;-6)$.

a) Tìm tọa độ của $\vec{d}=2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}$.

b) Tìm m, n sao cho $m\vec{a}+\vec{b}-n\vec{c}=\vec{0}$.

c) Biểu diễn vectơ $\vec{c}$ theo $\vec{a}$; $\vec{b}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Cho 4 điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(16;3)$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Tìm m để

a) 2 vectơ $\vec{a}=(2m;3m+1)$ và $\vec{b}=(-4;-8)$ cùng phương.

b) 3 điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(m+4;2m+1)$ thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Cho ba điểm $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Tìm toạ độ điểm E, sao cho $ABEC$ là hình bình hành.

c) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 13. Cho hai điểm $A(3;-5)$, $B(1;0)$.

a) Tìm toạ độ điểm C thoả mãn $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm điểm D đối xứng với A qua C.

c) Tìm điểm M trên trục Ox, sao cho A, B, M thẳng hàng.

d) Tìm điểm N trên Oy sao cho $ABNO$ là hình thang có cạnh đáy AO.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong hệ trục toạ độ Oxy, toạ độ của vectơ $\vec{a}=8\vec{j}-3\vec{i}$ bằng

A. $\vec{a}=(-3;8)$. **B.** $\vec{a}=(3;-8)$. **C.** $\vec{a}=(8;3)$. **D.** $\vec{a}=(8;-3)$.

Lời giải

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $B(-1;3)$ và $C(3;1)$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{BC}$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;3)$ và $B(0;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=(5;-3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(3;-5)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(-1;3)$.

Lời giải

Câu 4. Cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(-2;0)$. Tìm x sao cho $\overrightarrow{AB}=x\overrightarrow{BC}$.

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 5. Cho các vectơ $\vec{a}=(1;-2)$, $\vec{b}=(-2;-6)$. Khi đó góc giữa chúng là

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $135°$.

Lời giải

Câu 6. Cho các vectơ $\vec{a}=(1;-3)$, $\vec{b}=(2;5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$.

A. 16. **B.** 26. **C.** 36. **D.** -16.

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a}=(2;-1)$ và $\vec{b}=(-3;4)$. Khẳng định nào sau đây là sai.

A. Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là -10.

B. Độ lớn của vectơ $\vec{a}$ là $\sqrt{5}$.

C. Độ lớn của vectơ $\vec{b}$ là 5.

D. Góc giữa hai vectơ là 90°.

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{u}=(3;4)$ và $\vec{v}=(-8;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $|\vec{u}|=|\vec{v}|$.

B. $M\left(0;-\dfrac{1}{2}\right)$. và $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

D. $\vec{u}=-\vec{v}$.

Lời giải

Câu 9. Trong hệ tọa độ Oxy cho $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\vec{i}-5\vec{j}$. Tọa độ của vecto $\vec{u}$ là

A. $\vec{u}=\left(\frac{1}{2};5\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(\frac{1}{2};-5\right)$. **C.** $\vec{u}=(-1;10)$. **D.** $\vec{u}=(1;-10)$.

Lời giải

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, $\vec{a}=(5;2)$, $\vec{b}=(10;6-2x)$. Tìm x để $\vec{a};\vec{b}$ cùng phương?

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Câu 11. Trong hệ trục tọa độ cho hai điểm $M(1;1)$, $N(4;-1)$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{13}$. **B.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=5$. **C.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{29}$. **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=3$.

Lời giải

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;-1), B(2;10), C(-4;2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=40$. **B.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-40$. **C.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=26$. **D.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-26$.

Lời giải

Câu 13. Trên trục $(O;\vec{i})$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $-5; 2; 4$. Khi đó tọa độ điểm M thảo mãn $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ là

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Câu 14. Trên trục $x'Ox$ cho tọa độ các điểm B, C lần lượt là $m-2$ và m^2+3m+2. Tìm m để đoạn thẳng BC có độ dài nhỏ nhất.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}=(-3;2)$ và $\vec{b}=(-1;-7)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ biết $\vec{c}\cdot\vec{a}=9$ và $\vec{c}\cdot\vec{b}=-20$

A. $\vec{c}=(-1;-3)$. **B.** $\vec{c}=(-1;3)$. **C.** $\vec{c}=(1;-3)$. **D.** $\vec{c}=(1;3)$.

Lời giải

Câu 16. Cho $\overrightarrow{OM}=(-2;-1)$, $\overrightarrow{ON}=(3;-1)$. Tính góc của $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON})$

A. 135°. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -135°. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 17. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc?

A. $\vec{a}=(2;-1)$ và $\vec{b}=(-3;4)$. **B.** $\vec{a}=(3;-4)$ và $\vec{b}=(-3;4)$.

C. $\vec{a}=(-2;-3)$ và $\vec{b}=(-6;4)$. **D.** $\vec{a}=(7;-3)$ và $\vec{b}=(3;-7)$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(5;-1)$. Tính $\cos A$

A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{-1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{-2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Câu 19. Trong mặt phẳng $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ cho 2 vectơ $\vec{a}=3\vec{i}+6\vec{j}$ và $\vec{b}=8\vec{i}-4\vec{j}$ Kết luận nào sau đây sai.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$. **B.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **C.** $\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|=0$. **D.** $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|=0$.

Lời giải

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba vectơ $\vec{a}=(-2;3)$, $\vec{b}=(4;1)$ và $\vec{c}=k\vec{a}+m\vec{b}$ với $k,m\in\mathbb{R}$. Biết rằng vectơ $\vec{c}$ vuông góc với vectơ $(\vec{a}+\vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $2k=2m$. **B.** $3k=2m$. **C.** $2k+3m=0$. **D.** $3k+2m=0$.

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(1;-1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB}=(4;2)$, $\overrightarrow{BC}=(2;-4)$.

B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$.

C. Tam giác ABC vuông cân tại A.

D. Tam giác ABC vuông cân tại B.

Lời giải

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(-3;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A.

A. $C(0;6)$.

B. $C(5;0)$.

C. $C(3;1)$.

D. $C(0;-6)$.

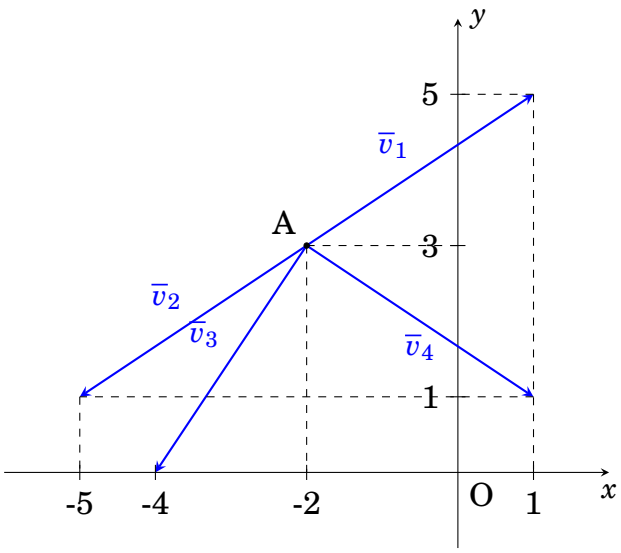
Lời giải

Câu 23. Cho tam giác ABC có $A(-1;2), B(0;3), C(5;-2)$. Tìm tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $(0;3)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;0)$.

Lời giải

Câu 24. Cho điểm $A(-2;3)$ và vectơ $\overrightarrow{AM} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Vectơ nào trong hình là vectơ $\overrightarrow{AM}$?



A. $\vec{v_1}$. **B.** $\vec{v_2}$. **C.** $\vec{v_3}$. **D.** $\vec{v_4}$.

Lời giải

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $B(-1;3)$ và $C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm A sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

A. $A(0;0)$ hoặc $A(2;-4)$.
B. $A(0;0)$ hoặc $A(2;4)$.
C. $A(0;0)$ hoặc $A(-2;-4)$.
D. $A(0;0)$ hoặc $A(-2;4)$.

Lời giải

Câu 26. Cho véctơ $\vec{a}(1;-2)$. Với giá trị nào của y thì véctơ $\vec{b}=(3;y)$ tạo với véctơ $\vec{a}$ một góc 45°

A. $y=-9$.
B. $\left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=9 \end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-9 \end{array}\right.$.
D. $y=-1$.

Lời giải

Câu 27. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{CM}$ là

A. $M\left(\frac{1}{6};\frac{5}{6}\right)$.
B. $M\left(-\frac{1}{6};-\frac{5}{6}\right)$.
C. $M\left(\frac{1}{6};-\frac{5}{6}\right)$.
D. $M\left(\frac{5}{6};-\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2)$ và $\vec{v}=(4m;2m-2)$. Tìm m để vectơ $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\dfrac{2}{3};0\right)$, biết $M(1;-1)$ là trung điểm của cạnh BC. Tọa độ đỉnh A là

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Câu 30. Trong hệ tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1;-1),B(0;1),C(3;0)$. Xác định tọa độ giao điểm I của AD và BG với D thuộc BC và $2BD=5DC$, G là trọng tâm $\triangle ABC$.

A. $I\left(\dfrac{5}{9};1\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{1}{9};1\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{35}{9};2\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{35}{9};1\right)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. A	Câu 2. B	Câu 3. D	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. D	Câu 7. D
Câu 8. C	Câu 9. B	Câu 10. C	Câu 11. A	Câu 12. A	Câu 13. B	Câu 14. C
Câu 15. B	Câu 16. A	Câu 17. C	Câu 18. B	Câu 19. C	Câu 20. C	Câu 21. C
Câu 22. A	Câu 23. A	Câu 24. D	Câu 25. B	Câu 26. D	Câu 27. C	Câu 28. A
Câu 29. B	Câu 30. D					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ, cho các điểm $A(0;2);B(1;1);C(-1;-2)$. Các điểm A',B',C' lần lượt chia các đoạn BC,CA,AB theo các tỉ số $-1;\frac{1}{2};-2$. Khi đó

a) $A'\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.

b) $B'(2;6)$.

c) $C'\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$.

d) Ba điểm A',B',C' thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho $A(0;1);B(2;-3);C(1;-7)$. Khi đó

a) Nếu B là trung điểm của AM thì tọa độ điểm $M(1;-2)$.

b) Nếu C là trọng tâm của tam giác ABG thì tọa độ điểm $G(1;-3)$.

c) Nếu D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$ thì tọa độ điểm $D(-1;-3)$.

d) Nếu E là điểm thuộc trục hoành sao cho AE vuông góc với BC thì tọa độ $E(4;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-2;5),B(-4;-2),C(1;5)$. Khi đó:

a) Ba điểm A,B,C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3;10)$.

d) $\widehat{ACB}=45°$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vectơ $\vec{a}=(2;3)$, $\vec{b}=(-1;2)$, $\vec{c}=(-6;4)$. Khi đó

a) $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{13}$.

b) $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{3}$.

c) $\left|\vec{c}\right|=\sqrt{13}$.

d) Vectơ $\vec{d}$ cùng phương với $\vec{a}$ và có độ dài bằng $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$ hay $\left(-1;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vectơ $\vec{a}=(2;-2)$, $\vec{b}=(4;1)$, $\vec{c}=(0;-1)$. Khi đó

a) $2\vec{a}-\vec{b}-3\vec{c}=(0;-2)$.

b) Vectơ $\vec{e}=(1;-1)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ $\vec{a}$.

c) Vectơ $\vec{f}=\left(-1;-\dfrac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ $\vec{b}$.

d) $\vec{a}=\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{5}{2}\vec{c}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}-\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{OC}=4\vec{i}+\vec{j}$. Khi đó

a) $A(2;-1)$, $B(1;1)$, $C(4;1)$.

b) E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2};0\right)$.

c) G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

d) Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2;-1)$.

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-4;1)$; $B(2;4)$; $C(2;-2)$. Khi đó

a) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8;11)$.

b) $\overrightarrow{BC}=(0;-6)$; $\overrightarrow{AC}=(6;-3)$.

c) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6;0)$.

d) Tọa độ F thỏa mãn $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CF}$ là $F(20;5)$.

Lời giải

.....

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-2;-1)$; $B(1;3)$; $C(2;-3)$. Khi đó

a) A,B,C là ba đỉnh một tam giác.

b) Điểm $I(0;-2)$ là trung điểm của AB.

c) Điểm M thuộc Ox sao cho $AM+BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\dfrac{5}{4}$.

d) Điểm N thuộc Oy sao cho $BN+CN$ bé nhất có tung độ bằng 2.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 9. Cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(1;2)$, $B(-2;6)$, $C(9;8)$. Khi đó

a) Tam giác ABC vuông tại A.

b) Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABCcó tọa độ là $\left(\dfrac{11}{2};1\right)$.

c) Tam giác ABC có diện tích bằng 25 (đơn vị diện tích).

d) Điểm H thuộc BC sao cho AH ngắn nhất có tọa độ là $\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 10. Trên màn hình ra đa của một đài kiểm soát không lưu (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét, một máy bay trực thăng chuyển động thẳng đều từ thành phố A có tọa độ $(600;200)$ đến thành phố B có tọa độ $(200;500)$ và thời gian bay quãng đường AB là 3 giờ. Biết tọa độ $M(x;y;z)$ là tọa độ của máy bay trực thăng tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ. Khi đó

a) $\overrightarrow{AM} = (x-600; y-200)$.

b) $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

c) $M\left(\frac{1400}{3}; 300\right)$.

d) $\overrightarrow{AB} = (400; 300)$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	**Câu 2.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d S
Câu 7. a S b Đ c Đ d S	**Câu 8.** a Đ b S c S d S	**Câu 9.** a Đ b S c Đ d S
Câu 10. a Đ b S c Đ d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Với $m>0$ thì có bao nhiêu $\vec{u}=(2m-1;-2)$ cùng phương với $\vec{v}=(-2;m+3)$.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vectơ $\vec{a}=(2;-1)$, $\vec{b}=(1;1)$ và $\vec{d}=\left(2m+2;1-m^2\right)$. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để $\vec{d}$ cùng phương với $\vec{a}$.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(5;3)$, $N(-3;5)$. Xác định giá trị hoành độ của điểm P sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng. Biết điểm P nằm trên trục hoành.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Cho các điểm $A(1;2)$, $B(-2;0)$, $C(0;5)$, tính tổng tung độ và hoành độ điểm M biết rằng $\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM}=\vec{0}$. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\vec{a}=(m;2)$, $\vec{b}=(-3;n)$ và $\vec{c}=(-2m;7)$. Tính $m+n$ biết rằng $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$, với $m;n$ là các số tự nhiên.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(2;2)$; $B(1;-3)$; $C(-3;0)$. Xác định hoành độ điểm E thoả mãn $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;4)$, $B(-1;-2)$, $C(8;1)$. Có bao nhiêu điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(1;5)$, $B(9;3)$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành thỏa mãn $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}=(3m;4m-1)$ và $\vec{b}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ (với m là tham số). Tìm giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 45°.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(4;-2)$ và $B(10;4)$. Biết điểm M trên trục tung để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ của điểm M bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 1	**Câu 2. 1**	**Câu 3. 17**	**Câu 4. 2,3**	**Câu 5. 6**
Câu 6. -11	**Câu 7. 2**	**Câu 8. 2**	**Câu 9. 0,25**	**Câu 10. 1**

BÀI 11. TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTƠ

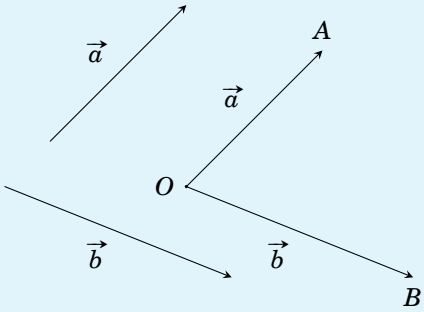
A Lý thuyết

1 Góc giữa hai vectơ

Định nghĩa 1

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$.

- Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ và $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- Kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a},\vec{b})$.



Nếu $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=90^\circ$ thì ta nói rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau, kí hiệu là $\vec{a}\perp\vec{b}$ hoặc $\vec{b}\perp\vec{a}$.

⚠ *Từ định nghĩa, ta có* $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\left(\vec{b},\vec{a}\right)$.

2 Tích vô hướng hai vectơ

Định nghĩa 2

- Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số. Kí hiệu là $\vec{a}\cdot\vec{b}$ được xác định bởi công thức $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)$.
- Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\vec{0}$, ta quy ước $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{0}$.

⚠

- *Với* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *khác vectơ* $\vec{0}$, *ta có* $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.
- *Khi* $\vec{a}=\vec{b}$ *thì* $\vec{a}\cdot\vec{a}$ *được kí hiệu là* $\vec{a}^2$ *và gọi là bình phương vô hướng của vectơ* $\vec{a}$.

$$\vec{a}^2=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|\cos 0^\circ=\left|\vec{a}\right|^2.$$

3 Tính chất của tích vô hướng

Với ba vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ bất kì và mọi số thực k, ta có

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ (tính chất giao hoán).

2) $\vec{a}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ (tính chất phân phối).

3) $(k\cdot\vec{a})\cdot\vec{b}=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)$.

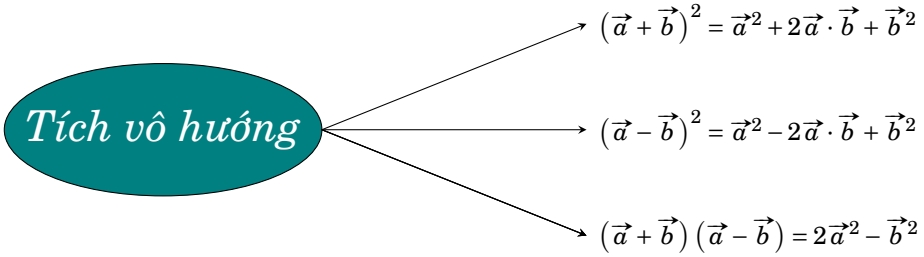
4) $\vec{a}^2\geq 0$, $\vec{a}^2=0\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{0}$.

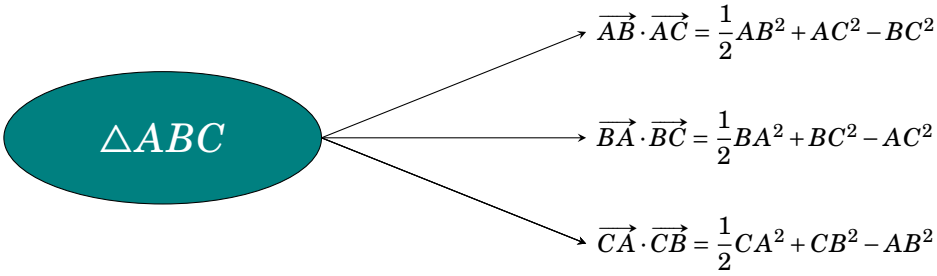
5) $\vec{a}\cdot\vec{b}>0\Leftrightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ là góc nhọn.

6) $\vec{a}\cdot\vec{b}<0\Leftrightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ là góc tù.

7) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ là góc vuông.

Nhận xét. *Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ, ta suy ra*





B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính tích vô hướng hai vectơ

a) Dựa vào định nghĩa: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số. Kí hiệu $\vec{a}\cdot\vec{b}$ được xác định bởi công thức

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right).$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\vec{0}$ ta quy ước $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{0}$.

b) Tính chất: Với ba vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ bất kì và mọi số thực k ta có

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ (tính chất giao hoán).
2. $\vec{a}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ (tính chất phân phối).
3. $(k\cdot\vec{a})\cdot\vec{b}=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)$
4. $\vec{a}^2\geq 0$, $\vec{a}^2=0\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{0}$.

c) Chú ý: Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$, ta có $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.
Khi $\vec{a}=\vec{b}$ thì $\vec{a}\cdot\vec{a}$ được kí hiệu là $\vec{a}^2$ và gọi là bình phương vô hướng của vectơ $\vec{a}$.

Ta có

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2.$$

Ví dụ 1. Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ với $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$. b) $(\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{a} - \vec{b})^2$. c) $(\vec{a} + 2\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính các tích vô hướng sau

a) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. b) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$. c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC đều cạnh $AB = 2a$. Tính các tích vô hướng sau

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$;

b) $\overrightarrow{BA} \cdot \left(3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Xác định góc giữa hai vectơ

- Tính góc $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|}$.
- Tính độ dài $BC^2 = \overrightarrow{BC}^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)^2$.

Ví dụ 4. Cho $\vec{a}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ biết

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|$

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|$

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dfrac{1}{2}\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right|$

d) $\left|\vec{a} + 2\vec{b}\right| = \sqrt{3}$; $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = 1$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Cho tam giác đều ABC. Tính $P = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 8$.

a) Tính $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$.

b) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$

c) Tính độ dài đường trung tuyến ứng với cạnh BC của tam giác ABC.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức liên quan tích vô hướng

Phương pháp

1) **Dựa vào định nghĩa:** Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số.
Kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$ được xác định bởi công thức $\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)}$

2) **Tính chất:** Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số thực k, ta có

(a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ (tính chất giao hoán).

(b) $\vec{a}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ (tính chất phân phối).

(c) $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=\vec{a}\cdot(k\vec{b})$.

(d) $\vec{a}^2\geq 0, \vec{a}^2=0\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{0}$.

3) **Chú ý:** $\vec{a}^2=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|\cdot\cos 0^\circ=\left|\vec{a}\right|^2$

Ví dụ 7. Cho tam giác $\triangle ABC$. Chứng minh rằng: Với điểm M tùy ý, ta có

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{MC}=0.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Cho O là trung điểm của AB và M là một điểm tùy ý. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=OM^2-OA^2.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB và M là điểm tùy ý. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=IM^2-IA^2.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho $\triangle ABC$ có 3 trung tuyến AD, BE, CF. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CF}=0.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Cho nửa đường tròn đường kính AB có AC và BD là hai dây thuộc nửa đường tròn cắt nhau tại E. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{BD}=AB^2$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 4. Tập hợp điểm

Phương pháp

a) **Loại 1:** $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=k$ (1) (A, B cố định).

☐ Với $k=0$.
Tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB.

☐ Với $k\neq 0$.
Gọi I là trung điểm AB

$$\begin{aligned}(1)&\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\left(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{IA}\right)=k\\&\Leftrightarrow IM^2-IA^2=k\\&\Leftrightarrow IM^2=k+IA^2=\frac{AB^2}{4}+k.\end{aligned}$$

i) Nếu $\frac{AB^2}{4}+k>0$ thì $k>-\frac{AB^2}{4}$.
Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I với $R=\sqrt{\frac{AB^2}{4}+k}$.

ii) Nếu $\frac{AB^2}{4}+k=0$ thì $IM=0$.
Tập hợp các điểm M là một điểm I.

iii) Nếu $\frac{AB^2}{4}+k<0$.
Tập hợp các điểm M là $\varnothing$.

b) **Loại 2:** $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{v}=k$ (2) (A cố định, $\vec{v}$ có hướng, độ dài xác định).

☐ Với $k=0$.
Tập hợp các điểm M là đường thẳng qua A, có giá vuông góc với giá của $\vec{v}$.

☐ Với $k \neq 0$.
$(2) \Leftrightarrow \overrightarrow{A'M'} \cdot \vec{v} = k$ với $A'M'$ là hình chiếu của $\overrightarrow{AM}$ trên giá của $\vec{v}$ nên M' cố định.
Tập hợp các điểm M là đường thẳng qua M', có giá vuông góc với giá của $\vec{v}$.

c) **Loại 3:** $aMA^2 + bMB^2 = k$ (3) (A, B cố định; a, b hằng số, $a+b \neq 0$).
Gọi I thoả $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I$ cố định.

$$(3) \Leftrightarrow a\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + b\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = k$$
$$\Leftrightarrow (a+b)MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\left(a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB}\right) + aIA^2 + bIB^2 = k$$
$$\Leftrightarrow (a+b)MI^2 = k - aIA^2 - bIB^2$$

i) Nếu $\dfrac{k - aIA^2 - bIB^2}{a+b} > 0$ thì tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I với $R = \sqrt{\dfrac{k - aIA^2 - bIB^2}{a+b}}$.

ii) Nếu $\dfrac{k - aIA^2 - bIB^2}{a+b} = 0$ thì tập hợp các điểm M là một điểm I.

iii) Nếu $\dfrac{k - aIA^2 - bIB^2}{a+b} < 0$ thì tập hợp các điểm M là $\varnothing$.

d) **Loại 4:** $aMA^2 + bMB^2 + cMC^2 = k$ (4) (A, B, C cố định; a, b, c hằng số, $a+b+c \neq 0$).

☐ Gọi I thoả $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ suy ra I cố định.

☐ Tương tự $MI^2 = \dfrac{k - aIA^2 - bIB^2 - cIC^2}{a+b+c}$.

Ví dụ 12. Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho

a) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$.

b) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$.

Lời giải

Ví dụ 13. Cho hai điểm A, B cố định có độ dài bằng a, vectơ $\vec{a}$ khác $\vec{0}$ và số thực k cho trước. Tìm tập hợp điểm M sao cho

a) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\dfrac{3a^2}{4}$.

b) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MA^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2+MB^2+MC^2=3MD^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. Chứng minh vuông góc dùng tích vô hướng

Phương pháp

a) **Dựa vào định nghĩa**

Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số.

Kí hiệu là $\vec{a}\cdot\vec{b}$ được xác định bởi công thức $\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a};\vec{b})}$

b) **Tính chất**

Với ba vectơ $\vec{a};\vec{b};\vec{c}$ bất kì và mọi số thực k, ta có

i) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ (tính chất giao hoán).

ii) $\vec{a}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ (tính chất phân phối).

iii) $\left(k\vec{a}\right).\vec{b}=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=\vec{a}.\left(k\vec{b}\right)$.

iv) $\vec{a}^2\geq 0,\vec{a}^2=0\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{0}$.

c) **Chú ý**

$\vec{a}^2=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{a}\right|\cos 0^\circ=\left|\vec{a}\right|^2$.

$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

Ví dụ 15. Cho $\vec{a}\perp\vec{b}$, $\left|\vec{a}\right|=1$, $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{2}$. Biết $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$; $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}$. Chứng minh rằng: $\vec{u}\perp\vec{v}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16. Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng:

$$AC \perp BD \Leftrightarrow AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2.$$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 17. Cho tam giác đều ABC cạnh $3a$. Lấy các điểm M, N, P lần lượt trên các cạnh BC, CA, AB sao cho $BM = a$, $CN = 2a$, $AP = x$. $0 < x < 3a$. Xác định x để AM và PN vuông góc với nhau.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$.
B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}\cdot\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a};\vec{b})$.
C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a};\vec{b})$.
D. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\vec{a};\vec{b})$.

Lời giải

.....

Câu 2. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

A. $8a^2$.
B. $8a$.
C. $8\sqrt{3}a^2$.
D. $8\sqrt{3}a$.

Lời giải

.....

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$.
B. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=a$.
C. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\dfrac{a^2}{2}$.
D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=a^2$.

Lời giải

.....

Câu 4. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}\left(|\vec{a}|^2+\left|\vec{b}\right|^2-\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right)$.

C. $|\vec{a}|^2\cdot\left|\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|^2$.

D. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2-|\vec{a}|^2-\left|\vec{b}\right|^2\right)$.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=90^\circ$, $\widehat{B}=60^\circ$ và $AB=a$. Khi đó $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}$ bằng

A. $-2a^2$.

B. $2a^2$.

C. $3a^2$.

D. $-3a^2$.

Lời giải

Câu 6. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $-\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$.

A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** a^2. **C.** $-a^2$. **D.** $-\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60°$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60°$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$ với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo AC bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 5. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$ với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = x$, $|\vec{b}| = y$ và $|\vec{c}| = z$ và $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$. Tính $A = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

A. $A = \dfrac{3x^2 - z^2 + y^2}{2}$. **B.** $A = \dfrac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}$. **C.** $A = \dfrac{3y^2 - x^2 - z^2}{2}$. **D.** $A = \dfrac{3z^2 + x^2 + y^2}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ đều có $AB = 6$ và M là trung điểm của BC. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MA}$ bằng

A. -18. **B.** 27. **C.** 18. **D.** -27.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại B có $BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$.

A. $3a^2$. **B.** $-\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-3a^2$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ và $(\vec{a},\vec{b})=30^\circ$. Tính $|\vec{a}+\vec{b}|$.

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{12}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 16. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB=AD=a$, $CD=2a$. Khi đó, tích vô hướng $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ bằng

A. $-a^2$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{3a^2}{2}$. **D.** $-\dfrac{a^2}{2}$.

Lời giải

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a$, $BC=2a$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=a^2$. **B.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2a^2$. **D.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$. Khi đó, tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. 16. **B.** 0. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$. Khi đó $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. 16. **B.** 0. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30°$, $AC = 2$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính giá trị của biểu thức $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.

A. $P = -2$. **B.** $P = 2\sqrt{3}$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = -2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Điểm K thuộc AD thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $3a^2$. **B.** $6a^2$. **C.** 0. **D.** a^2.

Lời giải

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$, $AD = 5$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$.

Lời giải

Câu 23. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng

A. $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=45°$. **B.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=0°$. **C.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180°$. **D.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=90°$.

Lời giải

Câu 24. Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=4$, $\left|\vec{b}\right|=3$, $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau đây.

A. $\alpha=60°$. **B.** $\alpha=30°$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Câu 25. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ thỏa mãn $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Câu 26. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ và hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 120°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

Câu 27. Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = CM^2$ là

A. Đường tròn đường kính BC. **B.** Đường tròn $(B;BC)$.

C. Đường tròn $(C;CB)$. **D.** Một đường khác.

Lời giải

Câu 28. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là

A. Đường tròn đường kính AB.

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC.

C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC.

D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Cho tam giác ABC, điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$, I là trung điểm của cạnh AB, điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$. Một điểm M thay đổi nhưng luôn thỏa mãn

$$\left(3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right) = 0.$$

Tập hợp điểm M là đường nào trong các đường sau?

A. Đường tròn đường kính IJ.
B. Đường tròn đường kính IK.
C. Đường tròn đường kính JK.
D. Đường trung trực đoạn JK.

Lời giải

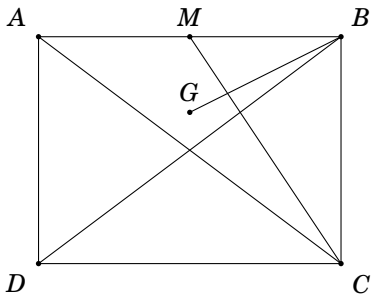
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. A	Câu 3. A	Câu 4. C	Câu 5. D	Câu 6. D	Câu 7. D
Câu 8. B	Câu 9. D	Câu 10. B	Câu 11. A	Câu 12. B	Câu 13. D	Câu 14. D
Câu 15. B	Câu 16. A	Câu 17. A	Câu 18. A	Câu 19. A	Câu 20. A	Câu 21. D
Câu 22. B	Câu 23. C	Câu 24. D	Câu 25. A	Câu 26. C	Câu 27. A	Câu 28. B
Câu 29. C						

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ACM.

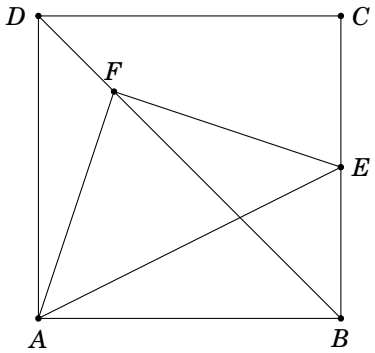


a) $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC}$. **b)** $\overrightarrow{BG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **c)** $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$. **d)** $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{CM} = -a^2$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Lấy E là trung điểm của BC và điểm F thoả mãn $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BD}$. Khi đó



a) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AD}$.

c) $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

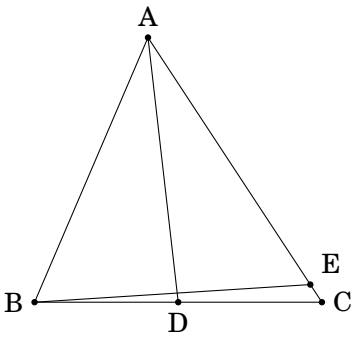
d) Tam giác AEF vuông cân.

Lời giải

. . . . . .

Câu 3.

Cho tam giác ABC có $AB = 4\sqrt{2}$, $AC = 6$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi D là trung điểm của đoạn BC. Điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC}$ với $k \in \mathbb{R}$. Khi đó



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20$.

b) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

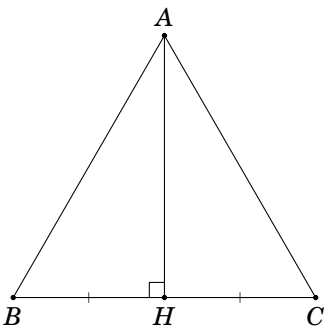
c) $BC = 3\sqrt{5}$.

d) $AD \perp BE$ khi $k = \frac{14}{15}$.

Lời giải

Câu 4.

Cho tam giác ABC đều, đường cao AH. Khi đó



a) $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 30^\circ$.

b) $\left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CB}\right) = 90^\circ$.

c) $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}\right) = 120^\circ$.

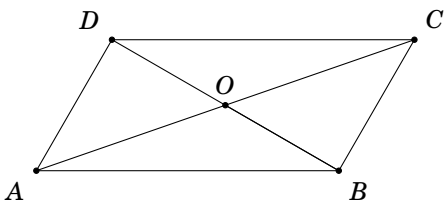
d) $\left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA}\right) = 130^\circ$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5.

Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng 2 và góc $B = 60°$. Khi đó



a) $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = 60°$.

b) $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DA}\right) = 30°$.

c) $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC} = 3$.

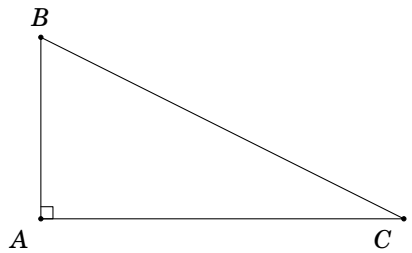
d) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{BA} = -3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6.

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$. Khi đó



a) $\widehat{ACB} = 60°$.

b) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = a^2$.

c) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA} = 3a^2$.

d) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB} = -4a^2$.

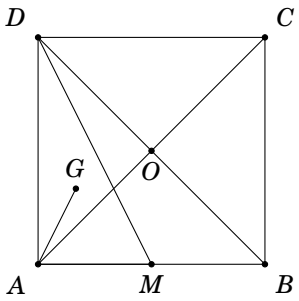
Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O, có cạnh a. Biết M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ADM. Khi đó



a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=a^2$.

b) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{2}$.

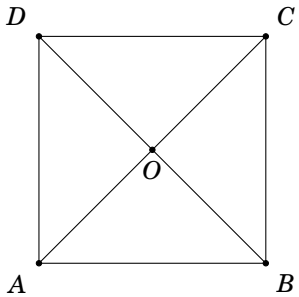
d) $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)\cdot\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}\right)=a^2$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh bằng a. Khi đó



a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}=2a^2$.

b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OC}=a^2$.

c) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{OC}=-a^2$.

d) $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)\cdot\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}\right)=a^2$.

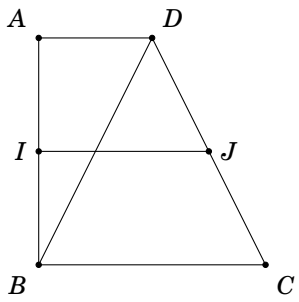
Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

.....

Câu 9.

Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B, biết $AD = a$, $BC = 3a$, $AB = 2a$. Khi đó



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -4a^2$.

b) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 2a^2$.

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -2a^2$.

d) Nếu I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD, thì $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = 6a^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

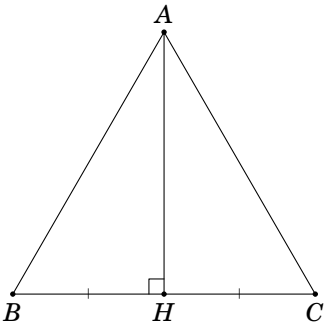
.....

.....

.....

Câu 10.

Cho tam giác đều ABC, đường cao AH. Khi đó



a) $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 60°$.

b) $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right) = 120°$.

c) $\left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}\right) = 90°$.

d) $\left(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{AB}\right) = 120°$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11.

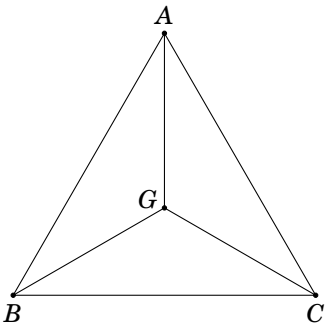
Cho tam giác đều ABC có cạnh a, có trọng tâm G. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{2}$.

b) $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{4}$.

c) $\widehat{AGB}=120^\circ$.

d) $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=\dfrac{a^2}{6}$.



Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB=2a$, $AC=3a$, $\widehat{BAC}=60^\circ$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng BC. Điểm J thuộc đoạn AC thỏa mãn $12AJ=7AC$. Khi đó

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4a^2$.

b) $\overrightarrow{AI}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{AB}+\dfrac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

d) $AI\perp BJ$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b S c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 6.** a S b Đ c S d Đ

Câu 7. a S b S c Đ d Đ	**Câu 8.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c S d Đ
Câu 10. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 11.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 12.** a S b S c Đ d S

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 8$; đáy nhỏ $CD = 4$; đường cao $AD = 6$; I là trung điểm của AD. Tính $\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}\right) \cdot \overrightarrow{ID}$.

KQ:

Lời giải

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1$, $AC = \sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$.

KQ:

Lời giải

Câu 3. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM biết $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AM^2 - kBC^2$. Hỏi giá trị của k bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 4. Cho tam giác ABC cân tại A, M là trung điểm của BC, H là hình chiếu của M trên AC, E là trung điểm của MH. Tính $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BH}$.

KQ:

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Biết M là trung điểm của BC. Tính $\overrightarrow{AM}^2$ ta thu được kết quả $\dfrac{m\left(b^2+c^2\right)-a^2}{n}$, với m; n là các số tự nhiên. Tính $S=m^n$.

KQ:

Lời giải

Câu 6. Cho nửa đường tròn đường kính AB. Biết rằng AC và BD là hai dây thuộc nửa đường tròn cắt nhau tại E. Tính $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{BD}$ biết $AB=2$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$, điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \dfrac{AC}{4}$. Gọi N là trung điểm CD. Khi đó BMN là tam giác vuông và $MB = k \cdot MN$, với k là số tự nhiên. Xác định k.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Cho hai điểm A, B cố định có khoảng cách bằng 1. Tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \dfrac{3a^2}{4}$ là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và số thực k. Tập hợp điểm M sao cho

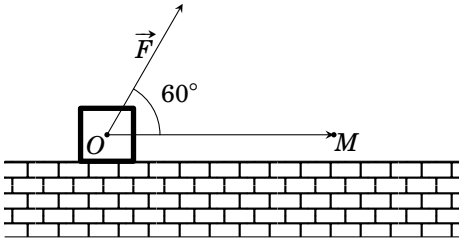
$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=k$$

là đường tròn có bán kính dạng $R=n\cdot\sqrt{\dfrac{k+a^2}{m}}$, với $m;n$ là các số tự nhiên. Tính $S=m+n$.

KQ:

Lời giải

Câu 10. Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60°. Công sinh ra bởi lực $\vec{F}$ là bao nhiêu Jun?



KQ:

Lời giải

Câu 11. Cho tứ giác lồi $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi H và K lần lượt là trực tâm các tam giác ABO và CDO. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD và BC. Tính $\overrightarrow{HK} \cdot \overrightarrow{IJ}$.

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ $BK \perp AC$, $K \in AC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AK và CD. Số đo góc $\widehat{BMN}$ bằng bao nhiêu độ?

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho đoạn thẳng $AB = 20$. Tồn tại điểm M sao cho $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị bé nhất $T_{\min}$. Tính giá trị $T_{\min}$.

KQ:

Lời giải

.....

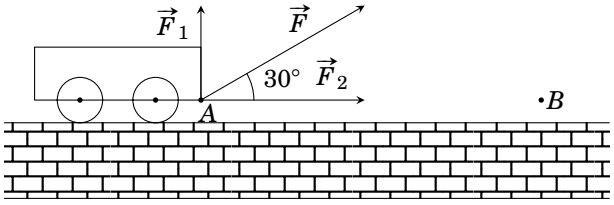
.....

.....

.....

.....

Câu 14. Một chiếc xe được kéo bởi một lực $\vec{F}$ có độ lớn 50 N, di chuyển theo quãng đường từ A đến B có chiều dài 200 m. Cho biết góc hợp bởi lực $\vec{F}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng 30° và lực $\vec{F}$ được phân tích thành hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ như hình vẽ. Gọi m, n, k lần lượt là các công sinh ra bởi các lực $\vec{F}$, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$. Khi đó, tính $S = m - n - k$.



KQ:

Lời giải

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AC = 7$ cm và $BC = 14$ cm. Tính cô-sin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CB}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC. Tính $\cos\widehat{MNP}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Tính $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{AB}$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 1 nội tiếp đường tròn (O) bán kính R, M là điểm bất kỳ nằm trên đường tròn (O). Tính $MA^2+MB^2+MC^2$.

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A, trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm B' và C' sao cho $AB \cdot AB' = AC \cdot AC'$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'C'}$.

KQ:

Lời giải

Câu 20. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = \sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD. Tính $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

KQ:

Lời giải

Câu 21. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120°$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1. Tập hợp điểm M thỏa mãn

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=1$$

là đường tròn bán kính R bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 23. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 1 và $\widehat{ABD}=60^\circ$. Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BI}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh là 3. Điểm M thỏa mãn $MA^2+MB^2=18$, khi đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh là 3. Điểm M thỏa mãn $MA^2+MB^2+MC^2=18$, khi đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh là 3. Điểm M thỏa mãn $2MA^2+MB^2+MC^2=18$, khi đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 27. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm BC và H là trực tâm của tam giác ABC. Biết $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = kBC^2$. Khi đó k bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$. Tính $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. −18	**Câu 2.** −0,5	**Câu 3.** 0,25	**Câu 4.** 0	**Câu 5.** 16
Câu 6. 4	**Câu 7.** 1	**Câu 8.** 1	**Câu 9.** 3	**Câu 10.** 4500
Câu 11. 0	**Câu 12.** 90	**Câu 13.** 480	**Câu 14.** 0	**Câu 15.** −0,5
Câu 16. 0,8	**Câu 17.** 0	**Câu 18.** 2	**Câu 19.** 0	**Câu 20.** 0
Câu 21. 1,9	**Câu 22.** 1	**Câu 23.** 0,5	**Câu 24.** 2,6	**Câu 25.** 1,7
Câu 26. 1,7	**Câu 27.** 0,25	**Câu 28.** 0		

Chương 5

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM

BÀI 12. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

A Lý thuyết

1 Số gần đúng

Định nghĩa 1

Trong nhiều trường hợp ta không thể biết hoặc khó biết số đúng (kí hiệu $\overline{a}$) mà ta chỉ tìm được giá trị khá xấp xỉ nó.
Giá trị này được gọi là số gần đúng kí hiệu là a.

2 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

- Sai số tuyệt đối của số gần đúng
  Cho $\overline{a}$ là giá trị đúng, a là giá trị gần đúng của $\overline{a}$.
  Giá trị $\Delta_a = |\overline{a} - a|$, được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a.

- Độ chính xác của một số gần đúng
  Nếu $\Delta_a = |\overline{a} - a| \le d$ thì $a - d \le \overline{a} \le a + d$.
  Quy ước $\overline{a} = a \pm d$, thì d được gọi là độ chính xác của số gần đúng a.

- Sai số tương đối của số gần đúng
  Tỉ số $\delta_a = \dfrac{\Delta_a}{|a|} = \dfrac{|\overline{a} - a|}{|a|}$, được gọi là sai số tương đối của số gần đúng a.
  Nếu $\overline{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a \le d$ do đó $\delta_a < \dfrac{d}{|a|}$.
  Vậy $\dfrac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo đạc càng cao.

3 Quy tắc làm tròn số

- Nếu chữ số sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5 thì ta thay nó và các chữ số bên phải nó bởi chữ số 0.

- Nếu chữ số sau hàng quy tròn lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cũng làm như trên nhưng cộng thêm 1 đơn vị vào chữ số hàng quy tròn.

- Khi thay số đúng bởi số quy tròn đến một hàng nào đó thì sai số tuyệt đối của số quy tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng quy tròn.
  Ta có thể nói độ chính xác của số quy tròn bằng nửa đơn vị của hàng quy tròn.
- Khi quy tròn số đúng $\overline{a}$ đến một hàng nào đó thì ta nói số gần đúng a nhận được là chính xác đến hàng đó.
  Ví dụ số gần đúng của π chính xác đến hàng phần trăm là 3,14.

4 Các bước làm tròn số

- Xác định số quy tròn của số gần đúng a với độ chính xác d cho trước
  - Bước 1: Tìm hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d.
  - Bước 2: Quy tròn số a ở hàng gấp 10 lần hàng tìm được ở Bước 1.
- Xác định số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước
  - Bước 1: Tìm hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d.
  - Bước 2: Quy tròn $\overline{a}$ đến hàng tìm được ở trên.

5 Chữ số chắc (đáng tin)

- Cho số gần đúng a của số $\overline{a}$ với độ chính xác d.
- Trong số a một chữ số được gọi là **chữ số chắc** (hay **đáng tin**) nếu d không vượt quá nửa đơn vị của hàng có chữ số đó.

Nhận xét.

- *Tất cả cá chữ số đứng bên trái chữ số chắc đều là chữ số chắc.*
- *Tất cả các chữ số đứng bên phải chữ số không chắc đều là chữ số không chắc.*

6 Dạng chuẩn của số gần đúng

Nếu số gần đúng là số nguyên thì dạng chuẩn của nó là $A \cdot 10^k$.
Trong đó A là số nguyên, k là hàng thấp nhất có chữ số chắc ($k \in \mathbb{N}$). (suy ra mọi chữ số của A đều là chữ số chắc chắn).
Khi đó độ chính xác $d = 0{,}5 \cdot 10^k$.

7 Kí hiệu khoa học của một số

Mọi số thập phân khác 0 đều viết được dưới dạng $\alpha \cdot 10^n$, $1 \le |\alpha| < 10$, $n \in \mathbb{N}$ (Quy ước $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$) dạng như vậy được gọi là kí hiệu khoa học của số đó

B Các dạng bài tập

Ví dụ 1. Viết số quy tròn của mỗi số sau với độ chính xác d:

a) $a = 2851275$ với độ chính xác $d = 300$.

b) $a = 5{,}2463$ với độ chính xác $d = 0{,}001$.

c) $\overline{a} = 17558 \pm 16$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Dùng máy tinh bỏ túi, viết giá trị gần đúng của các số sau

a) π^2 chính xác đến hàng phần nghìn.

b) $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần trăm.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho số gần đúng $a = 0{,}1031$ với độ chính xác $d = 0{,}002$.
Hãy viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Một hằng số quan trọng trong toán học là số e có giá trị gần đúng với 12 chữ số thập phân là 2,718281828459.

a) Giả sử ta lấy giá trị 2,7 làm giá trị gần đúng của số e. Chứng minh sai số tuyệt đối không vượt quá 0,02 và sai số tương đối không vượt qua 0,75%.

b) Hãy quy tròn e đến hàng phần nghìn.

c) Tìm số gần đúng của số e với độ chính xác 0,0000002.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho số gần đúng $a = 54919020 \pm 1000$ và $b = 5{,}7914003 \pm 0{,}002$. Hãy xác định số quy tròn của a và b.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Các nhà vật lí sử dụng ba phương pháp đo hằng số Hubble lần lượt cho kết quả như sau $67{,}31 \pm 0{,}96$ $67{,}90 \pm 0{,}55$ $67{,}74 \pm 0{,}46$.
Phương pháp nào chính xác tính theo sai số tương đối?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Độ dài các cạnh của đám vườn hình chữ nhật là $x = 7{,}8\,\text{m} \pm 2\,\text{cm}$ và $y = 25{,}6\,\text{m} \pm 4\,\text{cm}$. Tính diện tích đám vườn.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Cho biết số $\sqrt[3]{7} \approx 1{,}912931183\ldots$.

a) Hãy quy tròn $\sqrt[3]{7}$ đến hàng phần nghìn và ước lượng sai số tuyệt đối.

b) Hãy tìm số gần đúng của $\sqrt[3]{7}$ với độ chính xác 0,0005.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Chiều dài của một con đường được ghi là 1745,25 m $\pm$0,01 m. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng 1745,25 và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Cho số gần đúng $a = 3{,}7034$ với độ chính xác $d = 0{,}004$.
Hãy viết số quy tròn của số và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Gọi $\overline{h}$ là độ cao của tam giác đều có cạnh bằng 30 cm. Hãy viết số quy tròn của $\overline{h}$ với độ chính xác $d = 0{,}0001$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Học sinh thực hành đo chu kỳ dao động của con lắc đơn bằng đồng hồ bấm giây bằng cách đo thời gian thực hiện một dao động toàn phần. Kết quả 3 lần đo như như sau:

Lần đo	1	2	3
Kết quả	$7{,}391 \pm 0{,}02$	$7{,}395 \pm 0{,}05$	$7{,}389 \pm 0{,}06$

Tính sai số tương đối của mỗi lần đo. Lần nào có sai số tương đối nhỏ nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 13. Gọi $\overline{x}$ là độ dài đường chéo của hình chữ nhật có chiều dài 53 cm và chiều rộng 29 cm.Biết $12{,}08 < \sqrt{146} < 12{,}085$.

a) Trong số $5\sqrt{146}$ và 60,425 thì số nào là số đúng và số nào là số gần đúng với số $\overline{x}$.

b) Hãy ước lượng sai số tuyệt đối và sai số tương đối khi dùng số gần đúng ở trên.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 14. An đo được đường kính của hình tròn đáy của hộp sữa là $16 \pm 0{,}2\,\text{cm}$. An tính được diện tích hình tròn là $S = 201{,}06\,\text{cm}^2$.
Hãy ước lượng sai số tuyệt đối của S, biết $3{,}141 < \pi < 3{,}142$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 15. Nhà sản xuất thép Hoà Phát công bố chiều dài và chiều rộng của một tấm thép hình chữ nhật $SS400/Q345$ độ dày 3.0 lần lượt là $15 \pm 0{,}05\,\text{cm}$ và $6 \pm 0{,}05\,\text{cm}$. Hãy tính diện tích tấm thép trên.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được $\sqrt[2018]{2019} = 1{,}003778358$. Giá trị gần đúng của $\sqrt[2018]{2019}$ đến hàng phần nghìn là

A. 1,003779000. **B.** 1,0038. **C.** 1,004. **D.** 1,000.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Số quy tròn của của 20 182 020 đến hàng trăm là

A. 20 182 000. **B.** 20 180 000. **C.** 20 182 100. **D.** 20 182 020.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Số quy tròn đến hàng phần nghìn của số $a = 0{,}1234$ là

A. 0,124. **B.** 0,12. **C.** 0,123. **D.** 0,13.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3{,}141592653589$ với độ chính xác 10^{-10} (10 chữ số thập phân). Hãy viết số quy tròn của a.

A. $a = 3{,}141592654$. **B.** $a = 3{,}1415926536$. **C.** $a = 3{,}141592653$. **D.** $a = 3{,}1415926535$.

Lời giải

Câu 5. Cho $\overline{a} = 31462589 \pm 150$. Số quy tròn của số 31462589 là

A. 31462000. **B.** 31463700. **C.** 31463500. **D.** 31463000.

Lời giải

Câu 6. Cho số $a = 367653964 \pm 213$. Số quy tròn của số gần đúng 367653964 là

A. 367553960. **B.** 367553000. **C.** 367554000. **D.** 367553970.

Lời giải

Câu 7. Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của 0,47 là

A. 0,001. **B.** 0,003. **C.** 0,002. **D.** 0,004.

Lời giải

Câu 8. Tính chu vi của hình chữ nhật có các cạnh là $x = 3{,}456 \pm 0{,}01$ m và $y = 12{,}732 \pm 0{,}015$ m và ước lượng sai số tuyệt đối mắc phải.

A. $L = 32{,}376 \pm 0{,}025$; $\Delta_L \leq 0{,}05$.
B. $L = 32{,}376 \pm 0{,}05$; $\Delta_L \leq 0{,}025$.
C. $L = 32{,}376 \pm 0{,}5$; $\Delta_L \leq 0{,}5$.
D. $L = 32{,}376 \pm 0{,}05$; $\Delta_L \leq 0{,}05$.

Lời giải

Câu 9. Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152\text{m} \pm 0{,}2$ m, điều đó có nghĩa là gì?

A. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng từ $151{,}8m$ đến 152,2 m.

B. Chiều dài đúng của cây cầu là một số lớn hơn 152 m.
C. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nhỏ hơn 152 m.
D. Chiều dài đúng của cây câu là 151,8 m hoặc là 152,2 m.

Lời giải

Câu 10. Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2002 là 79715575 người. Giả sử sai số tuyệt đối của thống kê này không vượt quá 10000 người, hãy viết số trên dưới dạng chuẩn và ước lượng sai số tương đối của số liệu thống kê trên.

A. $a = 797 \cdot 10^5, \delta_a = 0{,}0001254$.
B. $a = 797 \cdot 10^4, \delta_a = 0{,}000012$.
C. $a = 797 \cdot 10^6, \delta_a = 0{,}001254$.
D. $a = 797 \cdot 10^5, \delta_a < 0{,}00012$.

Lời giải

Câu 11. Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của số 0,47 là

A. 0,001. **B.** 0,002. **C.** 0,003. **D.** 0,004.

Lời giải

Câu 12. Nếu lấy 3,14 làm giá trị gần đúng của π thì sai số là

A. 0,001. **B.** 0,002. **C.** 0,003. **D.** 0,004.

Lời giải

Câu 13. Số gần đúng của $a = 2{,}57656$ có ba chữ số đáng tin viết dưới dạng chuẩn là

A. 2,57. **B.** 2,576. **C.** 2,58. **D.** 2,577.

Lời giải

Câu 14. Trong số gần đúng a dưới đây có bao nhiêu chữ số chắc $a = 174325$ với $\Delta_a = 17$

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Câu 15. Độ dài các cạnh của một đám vườn hình chữ nhật là $x = 7{,}8\,\text{m} \pm 2\,\text{cm}$ và $y = 25{,}6\,\text{m} \pm 4\,\text{cm}$. Số đo chu vi của đám vườn dưới dạng chuẩn là

A. $66\,\text{m} \pm 12\,\text{cm}$. **B.** $67\,\text{m} \pm 11\,\text{cm}$. **C.** $66\,\text{m} \pm 11\,\text{cm}$. **D.** $67\,\text{m} \pm 12\,\text{cm}$.

Lời giải

Câu 16. Một hình chữ nhật có các cạnh $x = 4{,}2\,\text{m} \pm 1$ cm, $y = 7\,\text{m} \pm 2$ cm. Chu vi của hình chữ nhật và sai số tuyệt đối của giá trị đó là

A. 22,4 m và 3 cm. **B.** 22,4 m và 1 cm. **C.** 22,4 m và 2 cm. **D.** 22,4 m và 6 cm.

Lời giải

Câu 17. Một hình chữ nhật cố diện tích là $S = 180{,}57\,\text{cm}^2 \pm 0{,}6\,\text{cm}^2$. Kết quả gần đúng của S viết dưới dạng chuẩn là

A. 180,58 cm^2. **B.** 180,59 cm^2. **C.** 0,181 cm^2. **D.** 181,01 cm^2.

Lời giải

Câu 18. Một hình lập phương có cạnh là $2{,}4\,\text{m} \pm 1$ cm. Cách viết chuẩn của diện tích toàn phần (sau khi quy tròn) là

A. $35\ \text{m}^2 \pm 0{,}3\ \text{m}^2$. **B.** $34\ \text{m}^2 \pm 0{,}3\ \text{m}^2$. **C.** $34{,}5\ \text{m}^2 \pm 0{,}3\ \text{m}^2$. **D.** $34{,}5\ \text{m}^2 \pm 0{,}1\ \text{m}^2$.

Lời giải

Câu 19. Một vật thể có thể tích $V = 180{,}37\,\text{cm}^3 \pm 0{,}05\,\text{cm}^3$. Sai số tương đối của gia trị gần đúng ấy là

A. $0{,}01\%$. **B.** $0{,}03\%$. **C.** $0{,}04\%$. **D.** $0{,}05\%$.

Lời giải

Câu 20. Một hình chữ nhật có diện tích là $S = 108{,}57\ \text{cm}^2 \pm 0{,}06\ \text{cm}^2$. Số các chữ số chắc của S là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Câu 21. Ký hiệu khoa học của số $-0{,}000567$ là

A. $-567 \cdot 10^{-6}$. **B.** $-5{,}67 \cdot 10^{-5}$. **C.** $-567 \cdot 10^{-4}$. **D.** $-567 \cdot 10^{-3}$.

Lời giải

Câu 22. Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT):

A. 3,16. **B.** 3,17. **C.** 3,10. **D.** 3,162.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 23. Độ dài của một cây cầu người ta đo được là $996\,\text{m} \pm 0{,}5\,\text{m}$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là

A. 0,05%. **B.** 0,5%. **C.** 0,25%. **D.** 0,025%.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24. Số $\overline{a}$ được cho bởi số gần đúng $a = 5{,}7824$ với sai số tương đối không vượt quá 0,5%. Hãy đánh giá sai số tuyệt đối của $\overline{a}$.

A. 2,9%. **B.** 2,89%. **C.** 2,5%. **D.** 0,5%.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25. Một cái ruộng hình chữ nhật có chiều dài là $x = 23\,\text{m} \pm 0{,}01\,\text{m}$ và chiều rộng là $y = 15\,\text{m} \pm 0{,}01\,\text{m}$. Chu vi của ruộng là

A. $P = 76\,\text{m} \pm 0{,}4\,\text{m}$. **B.** $P = 76\,\text{m} \pm 0{,}04\,\text{m}$. **C.** $P = 76\,\text{m} \pm 0{,}02\,\text{m}$. **D.** $P = 76\,\text{m} \pm 0{,}08\,\text{m}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26. Một cái ruộng hình chữ nhật có chiều dài là $x = 23\,\text{m} \pm 0{,}01\,\text{m}$ và chiều rộng là $y = 15\,\text{m} \pm 0{,}01\,\text{m}$. Diện tích của ruộng là

A. $S = 345\,\text{m} \pm 0{,}3801\,\text{m}$. **B.** $S = 345\,\text{m} \pm 0{,}38\,\text{m}$.

C. $S = 345\,\text{m} \pm 0{,}03801\,\text{m}$. **D.** $S = 345\,\text{m} \pm 0{,}3801\,\text{m}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 27. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh đo được như sau $a = 12\,\text{cm} \pm 0{,}2\,\text{cm}$; $b = 10{,}2\,\text{cm} \pm 0{,}2\,\text{cm}$; $c = 8\,\text{cm} \pm 0{,}1\,\text{cm}$. Tính chu vi P của tam giác và đánh giá sai số tuyệt đối, sai số tương đối của số gần đúng của chu vi qua phép đo.

A. 1,6%. **B.** 1,7%. **C.** 1,662%. **D.** 1,66%.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 28. Viết giá trị gần đúng của số π^2, chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn.

A. 9,9 và 9,87. **B.** 9,87 và 9,870. **C.** 9,87 và 9,87. **D.** 9,870 và 9,87.

Lời giải

Câu 29. Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d với $\overline{a} = 17658 \pm 16$.

A. 18000. **B.** 17800. **C.** 17600. **D.** 17700.

Lời giải

Câu 30. Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d với $\overline{a} = 15{,}318 \pm 0{,}056$.

A. 15. **B.** 15,5. **C.** 15,3. **D.** 16.

Lời giải

Câu 31. Các nhà khoa học Mỹ đang nghiên cứu liệu một máy bay có thể có tốc độ gấp bảy lần tốc độ ánh sáng. Với máy bay đó trong một năm (giả sử một năm có 365 ngày) nó bay được bao nhiêu? Biết vận tốc ánh sáng là 300 nghìn km/s. Viết kết quả dưới dạng kí hiệu khoa học.

A. $9{,}5 \cdot 10^9$. **B.** $9{,}4608 \cdot 10^9$. **C.** $9{,}461 \cdot 10^9$. **D.** $9{,}46080 \cdot 10^9$.

Lời giải

Câu 32. Viết dạng chuẩn của số gần đúng a biết số người dân tỉnh Lâm Đồng là $a = 3214056$ người với độ chính xác $d = 100$ người.

A. $3214 \cdot 10^3$. **B.** 3214000. **C.** $3 \cdot 10^6$. **D.** $32 \cdot 10^5$.

Lời giải

Câu 33. Viết các số gần đúng sau dưới dạng chuẩn $b = 2{,}4653245 \pm 0{,}006$.

A. $2{,}46$. **B.** $2{,}47$. **C.** $2{,}5$. **D.** $2{,}465$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 34. Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,6.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 35. Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là

A. 0,05. **B.** 0,04. **C.** 0,046. **D.** 0,1.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. A	Câu 3. C	Câu 4. A	Câu 5. D	Câu 6. C	Câu 7. A
Câu 8. D	Câu 9. A	Câu 10. A	Câu 11. A	Câu 12. A	Câu 13. A	Câu 14. C
Câu 15. A	Câu 16. D	Câu 17. B	Câu 18. B	Câu 19. B	Câu 20. B	Câu 21. B
Câu 22. A	Câu 23. A	Câu 24. B	Câu 25. B	Câu 26. A	Câu 27. D	Câu 28. B
Câu 29. D	Câu 30. C	Câu 31. B	Câu 32. A	Câu 33. C	Câu 34. C	Câu 35. C

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Phương trình $x^2-3x+8=0$ có nghiệm.

b) 16 không là số nguyên tố.

c) Hai phương trình $x^2-4x+3=0$ và $x^2-1=0$ có nghiệm chung.

d) Buôn Mê Thuột là thành phố của tỉnh Quảng Ngãi.

Lời giải

Câu 2. Một công ty sử dụng dây chuyền A để đóng vào bao với khối lượng mong muốn là 5 kg. Trên bao bì ghi thông tin khối lượng là $5\pm0{,}2$ kg. Gọi $\overline{a}$ là khối lượng thực của một bao gạo do dây chuyền A đóng gói. Xét tính đúng, sai các mệnh đề sau.

a) Số đúng là $a=0{,}2$.

b) Số gần đúng là $\overline{a}=5{,}2$.

c) Độ chính xác là $d=0{,}2$.

d) Giá trị của $\overline{a}$ nằm trong đoạn $[4{,}8;5{,}2]$.

Lời giải

Câu 3. Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi 152 m $\pm$ 0,2 m; kết quả đo chiều cao của một ngôi nhà được ghi là 15,2 m $\pm$ 0,1 m. Xét tính đúng, sai các mệnh đề sau.

a) Sai số tương đối trong cách ghi thứ nhất (đo chiều dài của một cây cầu): $\delta_1 \le \dfrac{d_1}{|a_1|}=\dfrac{0{,}2}{152}\approx 0{,}13\%$.

b) Sai số tương đối trong cách ghi thứ hai (đo chiều cao của một ngôi nhà): $\delta_2 \le \dfrac{d_2}{|a_2|} = \dfrac{0{,}1}{15{,}2} \approx 0{,}66\%$.

c) Sai số tương đối trong cách ghi thứ hai (đo chiều cao của một ngôi nhà) lớn hơn 0,66%.

d) Cách ghi thứ nhất (đo chiều dài cây cầu) có độ chính xác thấp hơn cách ghi thứ hai (đo chiều cao ngôi nhà).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Kết quả đo chiều dài của một thửa đất là $75{,}4\text{ m} \pm 0{,}5\text{ m}$ và đo chiều dài của một cây cầu là $466{,}2\text{ m} \pm 0{,}5\text{ m}$. Xét tính đúng, sai các mệnh đề sau.

a) Đối với phép đo thửa đất, có sai số tương đối: $\dfrac{d}{|a|} = \dfrac{0{,}5}{75{,}4} = \dfrac{5}{754}$.

b) Đối với phép đo thửa đất, có sai số tương đối không vượt quá 0,663%.

c) Đối với phép đo chiều dài cây cầu, có sai số tương đối lớn hơn $\dfrac{5}{4662} \approx 0{,}107\%$.

d) Phép đo cây cầu có độ chính xác cao hơn phép đo chiều dài của một thửa đất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho ba giá trị gần đúng của $\dfrac{3}{7}$ lần lượt là 0,429; 0,4 và 0,42. Xét tính đúng, sai các mệnh đề sau.

a) Công thức đánh giá sai số tuyệt đối là $\Delta = |\overline{a} - a|$.

b) Xét số gần đúng 0,429 ta có $\Delta_1 = \left|\dfrac{3}{7} - 0{,}429\right| < 0{,}0005$.

c) Xét số gần đúng 0,4 ta có $\Delta_2 = \left|\frac{3}{7} - 0{,}4\right| < 0{,}03$.

d) Xét số gần đúng 0,42 ta có $\Delta_2 = \left|\frac{3}{7} - 0{,}42\right| < 0{,}009$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Dùng máy tính cầm tay để tính số $\pi^2 + 2{,}98756547$. Xét tính đúng, sai các mệnh đề sau.

a) Số quy tròn của số gần đúng của $\pi^2 + 2{,}98756547$ với độ chính xác $d = 0{,}004$ là 12,86.

b) Số quy tròn của số gần đúng của $\pi^2 + 2{,}98756547$ với độ chính xác $d = 0{,}03$ là 12,8.

c) Số quy tròn của số gần đúng của $\pi^2 + 2{,}98756547$ với độ chính xác $d = 0{,}5$ là 13.

d) Số quy tròn của số gần đúng của $\pi^2 + 2{,}98756547$ với độ chính xác $d = 0{,}0002$ là 12,857.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b S c Đ d S	**Câu 2.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b Đ c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Quy tròn số $\overline{b} = 154925$ đến hàng nghìn ta được kết quả dạng $1\overline{ab}000$ với a và b là các số tự nhiên. Tính $P = a \cdot b$.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Một phép đo đường kính nhân tế bào cho kết quả là $5 \pm 0{,}3\mu$m. Đường kính thực của nhân tế bào thuộc đoạn có độ dài bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Trên bao bì của một sản phẩm có ghi "khối lượng tịnh 200 ± 2 gam". Biết khối lượng đúng của bao bì sản phẩm đó thuộc đoạn $[m;n]$, với m và n là các số tự nhiên. Tính $S = m + n$.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Trong giờ thực hành hình học, bạn Châu đã thực hiện việc đo đạc tính diện tích của một tấm nhôm hình chữ nhật với hai cạnh đo được lần lượt là $17 \pm 0{,}01$ mm và $23 \pm 0{,}01$ mm. Giá trị đúng của diện tích thuộc đoạn có độ dài bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Bạn Ngân có một mảnh nhựa với bề mặt hình tròn bán kính 1 dm. Bạn ấy thực hiện đo chu vi của mép mảnh nhựa đó bằng cách sử dụng một sợi dây dài không dãn như sau: Cố định một đầu sợi dây trên mép mảnh nhựa, rồi quấn sợi dây quanh mép mảnh nhựa một vòng cho đến khi đầu dây cố định chạm vào thân sợi dây lần đầu tiên, sau đó đo độ dài phần dây chạm vào mép mảnh nhựa và được kết quả là 6 dm. Khi đó, sai số tương đối trong phép đo không vượt quá bao nhiêu %?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 6. Các nhà toán học cổ đại Trung Quốc đã dùng phân số $\frac{22}{7}$ để xấp xỉ số π. Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng này có dạng $0{,}00ab$ với a và b là các số tự nhiên. Biết $3{,}1415 < \pi < 3{,}1416$. Tính $S = a + b$.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Trong một cuộc điều tra dân số, người ta viết dân số của một tỉnh là 3574625 ± 50000 (người). Sai số tương đối của số gần đúng này là bao nhiêu %?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Bạn Lan tính diện tích hình tròn bán kính $r = 3$ cm bằng công thức

$$S = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2.$$

Biết rằng $3{,}1 < \pi < 3{,}2$, khi đó sai số tương đối của S không vượt quá bao nhiêu %?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Biết $1{,}4142 < \sqrt{2} < 1{,}4143$. Độ chính xác của kết quả đó có kết quả $0{,}000\overline{ab}$ với a, b là các số tự nhiên. Tính $S = a + b$.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho số gần đúng $a = 2362$ với độ chính xác $d = 100$. Ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó đạt bao nhiêu %?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 25	**Câu 2.** 0,6	**Câu 3.** 400	**Câu 4.** 0,7	**Câu 5.** 5
Câu 6. 5	**Câu 7.** 1,4	**Câu 8.** 1,91	**Câu 9.** 7	**Câu 10.** 2,31

BÀI 13. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

A Lý thuyết

1 Số trung bình

Định nghĩa 1

Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_n$, kí hiệu là $\overline{x}$, được tính bằng công thức $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$.

! Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:

$$\overline{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_k x_k}{n}.$$

Trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + \cdots + m_k$.

Nhận xét. *Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.*

2 Trung vị

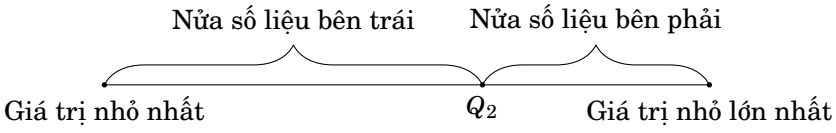
Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:

- Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- Nếu số giá trị của mẫu số liệu là
- Số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị.
- Số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.

Nhận xét. *Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu. Nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa.*
Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

3 Tứ phân vị

Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị, ta làm như sau



- Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

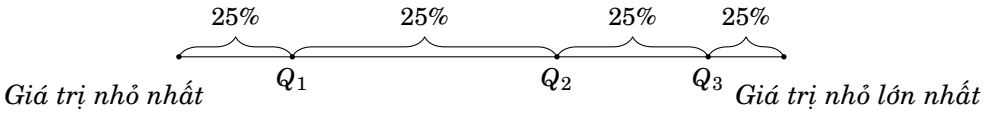
- Tìm trung vị: Giá trị này là Q_2.

- Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1.

- Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2
(không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_3. Khi đó Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

> **!** Q_1 được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới.
> Q_3 được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên

Nhận xét. *Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị.*



4 Mốt

Định nghĩa 2

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Nhận xét. *Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.*

B Các dạng bài tập

Ví dụ 1. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau

a) 23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41.

b) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78.

c) 101; 25; 55; 42; 29; 72; 1; 13.

d) 11; 22; 33; 55; 77; 88; 66; 33; 11.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau:

Giá trị	5	6	7	8	9	10
Tần số	2	5	10	8	6	3

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Tấm lấy ngẫu nhiên 5 hạt từ một mâm trộn lẫn hạt gạo và hạt thóc. Tấm đếm thử xem có bao nhiêu hạt gạo trong số 5 hạt được lấy ra rồi trả lại vào mâm. Lặp lại phép việc làm trên 1000 lần, Tấm ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số hạt gạo	0	1	2	3	4	5
Số lần	78	259	346	230	77	10

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của bảng kết quả trên.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau:

Giá trị	23	25	28	31	33	37
Tần số	6	8	10	6	4	3

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau đây

a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu

$$9 \quad 8 \quad 15 \quad 8 \quad 2.$$

b) Giá của một số loại giây(đơn vị nghìn đồng)

$$350 \quad 300 \quad 650 \quad 300 \quad 450 \quad 500 \quad 300 \quad 250.$$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra đó rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả như sau

Số bóng đó	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của bảng kết quả trên:

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Bác Dũng và bác Thu ghi lại số điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2021 ở bảng sau:

Bác Dũng	2	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Bác Thu	1	3	1	2	3	4	1	2	20	2

a) Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của số cuộc điện thoại mà mỗi bác gọi theo số liệu trên.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

c) Nếu so sánh theo số trung vị thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

d) Theo bạn, dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày?

Lời giải

Ví dụ 8. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg= 0,001 g) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210.

Hãy tìm các tứ phân vị. Các phân vị này cho ta thông tin gì?

Lời giải

Ví dụ 9. Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây

a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu

$$9 \quad 815 \quad 8 \quad 20.$$

b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng)

$$350 \quad 300 \quad 650 \quad 300 \quad 450 \quad 500 \quad 300 \quad 250.$$

c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp

$$36 \quad 38 \quad 33 \quad 34 \quad 32 \quad 30 \quad 34 \quad 35$$

Lời giải

Ví dụ 10. Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

a) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh

Hành tinh	Thuỷ tinh	Kim tinh	Trái Đất	Hoả tinh	Mộc tinh	Thổ tinh	Thiên Vương tinh	Hải Vương tinh
Số mặt trăng	0	0	1	2	63	34	27	13

(Theo NASA)

b) Số đường chuyền thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá:

32 24 20 14 23.

c) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh

60 72 63 8 368 74 90 86 74 80.

d) Các sai số trong phép đo:

10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42.

Lời giải

Ví dụ 11. Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018-2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau

0 0 4 0 0 0 10 0 6 0.

a) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Giải thích tạo sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm phả	Thiên Trường	Hàng Đẫy	Thanh Hoá	Mỹ Đình
Chỗ ngồi	20120	21315	23405	20120	37546

(Theo vov.vn)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vân động Quốc gia Mỹ Đình?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra giữa học kì 2 môn toán như sau

5 6 7 5 8 8 10 9 7 8.

Tính điểm trung bình của tổ học sinh đó.

A. 7. **B.** 8. **C.** 7,3. **D.** 7,5.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Số nhân khẩu trong các hộ gia đình ở một xóm được thống kê ở bảng sau

Số nhân khẩu	1	2	3	4	5	6
Số hộ gia đình	1	4	7	11	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

A. 3,5. **B.** 2. **C.** 3,7. **D.** 5.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho bảng phân bố tần số về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia dình

Sản lượng	111	112	113	114	115	116	117
Tần số	1	3	4	5	4	2	1

Số trung bình của bảng số liệu trên là

A. 114. **B.** 114,5. **C.** 113,9. **D.** 113,5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	n	m	6

Tìm n biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 tạ.

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng) lần lượt là

$$250 \quad 200 \quad 550 \quad 200 \quad 350 \quad 400 \quad 200 \quad 150.$$

Tìm số trung bình $\overline{x}$ của mẫu số liệu trên.

A. $\overline{x} = 287{,}5$. **B.** $\overline{x} = 200$. **C.** $\overline{x} = 350$. **D.** $\overline{x} = 278{,}5$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu lần lượt là

$$15 \quad 10 \quad 11 \quad 10 \quad 19.$$

Tìm số trung bình $\overline{x}$ của mẫu số liệu trên.

A. $\overline{x} = 11$. **B.** $\overline{x} = 13$. **C.** $\overline{x} = 12$. **D.** $\overline{x} = 10$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Sau đợt khám sức khoẻ của lớp, bạn tổ trưởng đã thống kê chiều cao các thành viên trong tổ như sau

Số đo chiều cao cm	130	135	138	140	142	145
Số lượng học sinh	1	3	2	1	2	1

Tìm số trung bình $\overline{x}$ của mẫu số liệu trên.

A. $\overline{x} = 140$. **B.** $\overline{x} = 139$. **C.** $\overline{x} = 138$. **D.** $\overline{x} = 141$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Ba nhóm học sinh gồm 10 người, 15 người, 25 người. Cân nặng trung bình của mỗi nhóm lần lượt là 50 kg, 38 kg, 40 kg. Khối lượng trung bình của ba nhóm học sinh đó là

A. 37 kg. **B.** 26 kg. **C.** 41,4 kg. **D.** 42,4 kg.

Lời giải

Câu 9. Trên 2 con đường A và B, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ (km/h) của 30 chiếc xe ô tô trên mỗi con đường như sau

- Con đường A:

60	65	70	68	62	75	80	83	82	69	73	75	85	72	67
88	90	85	72	63	75	76	85	84	70	61	60	65	73	76

- Con đường B:

76	64	58	82	72	70	68	75	63	67	74	70	79	80	73
75	71	68	72	73	79	80	63	62	71	70	74	69	60	60

Tìm số trung bình $\overline{x}_A$; $\overline{x}_B$ của mẫu số liệu con đường A và con đường B (chính xác đến hàng phần chục).

A. $\overline{x}_A \approx 73{,}63$; $\overline{x}_B \approx 7{,}67$. **B.** $\overline{x}_A \approx 72{,}5$; $\overline{x}_B \approx 71{,}7$.

C. $\overline{x}_A \approx 71{,}6$; $\overline{x}_B \approx 70{,}8$. **D.** $\overline{x}_A \approx 73{,}6$; $\overline{x}_B \approx 70{,}7$.

Lời giải

Câu 10. Giá của một số loại túi xách (đơn vị nghìn đồng) được cho như sau

350 300 650 300 450 500 300 250.

Tìm số trung vị của mẫu số liệu.

A. 325. **B.** 300. **C.** 450. **D.** 400.

Lời giải

Câu 11. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh

60 72 63 83 68 90 74 86 74 80 82.

Tìm số trung vị của mẫu số liệu vừa cho.

A. 73. **B.** 74. **C.** 90. **D.** 68.

Lời giải

Câu 12. Đề khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người ta chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán của các học sinh được cho ở bảng tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Số trung vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

A. $M_e = 6$. **B.** $M_e = 7{,}5$. **C.** $M_e = 6{,}5$. **D.** $M_e = 6$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho bảng phân bố tần số về sản lượng cafe thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

Sản lượng	111	112	113	114	115	116	117
Tần số	1	3	4	5	4	2	1

Số trung vị của bảng số liệu trên là

A. 117. **B.** 113,5. **C.** 114. **D.** 111.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Bạn Danh cân lần lượt 50 quả vài thiều Thanh Hà được lựa chọn ngẫu nhiên từ vườn nhà mình và được kết quả như sau

Cân nặng (đơn vị: gam)	8	19	20	21	22
Số quả	1	10	19	17	3

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 19. **B.** 19,5. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 15. Giá xăng E5RON 92 (đồng/lít) trong 6 tháng đầu năm ở nước ta năm 2022 sau 16 lần điều chỉnh như sau

23876	24360	25322	26286	26834	29824	29192	28153
27317	27992	28434	29980	30657	31578	32375	32870

Tìm số trung vị trong mẫu số liệu thống kê trên.

A. 29294,5. **B.** 28294,5. **C.** 28293,5. **D.** 29293,5.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 16. Điều tra số học sinh của 30 lớp học, ta được bảng số liệu như sau

35	39	39	40	40	41	41	41	41	44	44	45	45	45	46
48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	50	50	50	50	51

Số trung vị của bảng nói trên là

A. 46. **B.** 48. **C.** 45. **D.** 47.

Lời giải

. . . . . .

Câu 17. Điểm học kì một của học sinh được cho bởi sảng số liệu sau (Đơn vị: Điểm)

5	6	6	7	7	8	8	8,5	9

Số trung vị của bảng nói trên là

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 8,5.

Lời giải

. . . . . .

Câu 18. Trọng lượng (tính bằng kg) của một đàn vịt gồm 11 con là

1,2 1,4 1,5 1,8 1,9 2 2,3 2,5 2,6 3 3,2

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 2,1. **B.** 1,9. **C.** 2,3. **D.** 2.

Lời giải

. . . . . .

Câu 19. Điểm kiểm tra môn Tiếng Anh của một nhóm gồm 12 học sinh như sau

2 3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10 11

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 6. **B.** 6,25. **C.** 6,5. **D.** 8.

Lời giải

Câu 20. Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 15. Tìm số nguyên dương x

1 3 4 13 15 $4x^2-1$ 17 19 21 25

A. $x=2$. **B.** $x=14$. **C.** $x=12$. **D.** $x=15$.

Lời giải

Câu 21. Cho một mẫu số liệu gồm 9 số đã được sắp xếp tăng dần. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 4.
B. Số trung vị là trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 6.
C. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 5.
D. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 9.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 22. Cho một mẫu số liệu gồm 2022 số đã được sắp xếp tăng dần. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 2022.
B. Số trung vị là trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 1011.
C. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số 1012.
D. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là trung bình cộng của số thứ 1011 và số thứ 1012.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 23. Một nhóm 10 học sinh tham gia một kỳ thi. Số điểm thi của 10 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 10) 0; 1; 2; 4; 4; 5; 7; 8; 8; 9. Tìm số trung vị của mẫu số liệu.

A. 4,5. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 5,5.

Lời giải

Câu 24. Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong bài kiểm tra một tiết môn Toán

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung vị là

A. 7. **B.** 6,5. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Câu 25. Điểm kiểm tra toán của một lớp cho kết quả như sau 7; 9; 6; 10; 5; 8; 4. Tứ phân vị thứ nhì của mẫu số liệu trên là

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Câu 26. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3 là

A. 10. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Câu 27. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 70$; $Q_2 = 77$; $Q_3 = 80$.

B. $Q_1 = 72$; $Q_2 = 78$; $Q_3 = 80$.

C. $Q_1 = 70$; $Q_2 = 76$; $Q_3 = 80$.

D. $Q_1 = 70$; $Q_2 = 75$; $Q_3 = 80$.

Lời giải

Câu 28. Bảng sau đây cho biết chiều cao của một nhóm học sinh

160	178	150	164	168	176	156	172

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 158$; $Q_2 = 164$; $Q_3 = 174$.

B. $Q_1 = 158$; $Q_2 = 166$; $Q_3 = 174$.

C. $Q_1 = 160$; $Q_2 = 168$; $Q_3 = 176$.

D. $Q_1 = 150$; $Q_2 = 164$; $Q_3 = 178$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Bảng số liệu sau đây cho biết sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 16 hộ gia đình

111	112	113	112	114	127	128	125
119	118	113	126	120	115	123	116

Các tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là

A. $Q_1 = 113$; $Q_2 = 117$; $Q_3 = 124$.
B. $Q_1 = 117$; $Q_2 = 113$; $Q_3 = 124$.
C. $Q_1 = 113$; $Q_2 = 117$; $Q_3 = 123$.
D. $Q_1 = 113$; $Q_2 = 122$; $Q_3 = 123$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Số xe ô tô của một cửa hàng bán được mỗi tháng trong năm 2021 được ghi lại ở bảng sau

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số xe	45	28	31	34	32	35	37	33	33	35	34	37

Hãy tìm tứ phân vị Q_1

A. 31,5. **B.** 32. **C.** 32,5. **D.** 34.

Lời giải

. . . . . .

Câu 31. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

3 4 6 7 8 9 10 12 13 16.

A. $Q_1 = 5; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12$.
B. $Q_1 = 6; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12$.
C. $Q_1 = 6; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12{,}5$.
D. $Q_1 = 5; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12{,}5$.

Lời giải

Câu 32. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

12 3 6 15 27 33 31 18 29 54 1 8.

A. $Q_1 = 7; Q_2 = 17{,}5; Q_3 = 30$.
B. $Q_1 = 7; Q_2 = 16{,}5; Q_3 = 30$.
C. $Q_1 = 7; Q_2 = 16{,}5; Q_3 = 30{,}5$.
D. $Q_1 = 7{,}5; Q_2 = 16{,}5; Q_3 = 30$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 33. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 12; 14; 16.

A. $Q_1 = 9; Q_2 = 5; Q_3 = 12$.
B. $Q_1 = 6; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12$.
C. $Q_1 = 6; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12{,}5$.
D. $Q_1 = 5; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 12{,}5$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

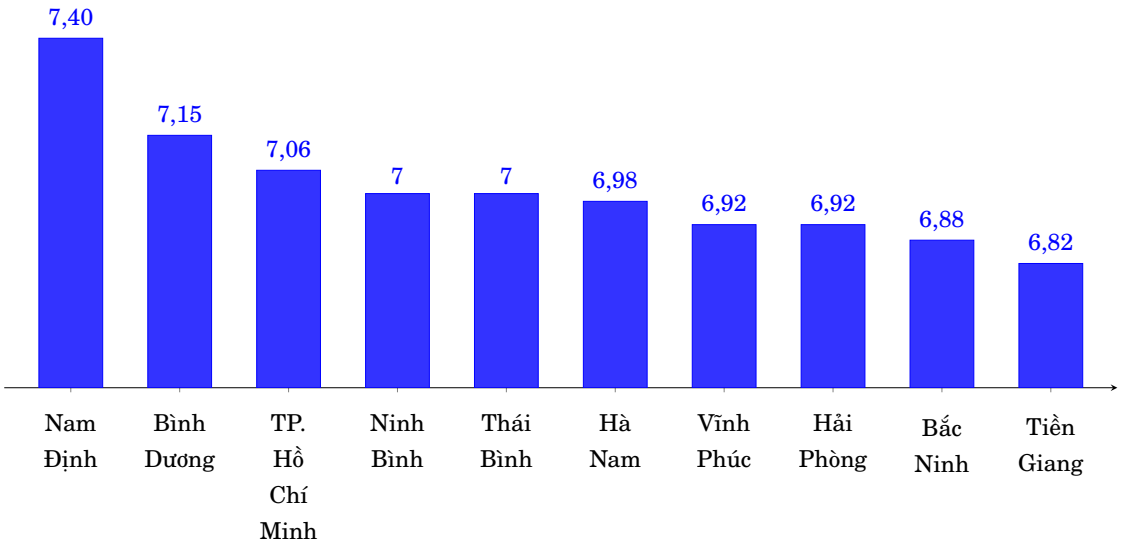
Câu 34. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau 3; 6; 7; 8; 9; 10; 12; 16; 19.

A. $Q_1 = 6{,}5; Q_2 = 9; Q_3 = 13$.
B. $Q_1 = 6{,}5; Q_2 = 9; Q_3 = 14$.
C. $Q_1 = 6{,}5; Q_2 = 8{,}5; Q_3 = 14$.
D. $Q_1 = 6{,}5; Q_2 = 9; Q_3 = 12$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 35. Trong kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2022, 10 địa phương có điểm trung bình môn Toán cao nhất cả nước lần lượt là



Tìm tứ phân vị trong mẫu số liệu thống kê trên.

A. $Q_1 = 6{,}92$; $Q_2 = 7$; $Q_3 = 7{,}06$.

B. $Q_1 = 6{,}88$; $Q_2 = 6{,}99$; $Q_3 = 7{,}06$.

C. $Q_1 = 6{,}92$; $Q_2 = 6{,}99$; $Q_3 = 7{,}06$.

D. $Q_1 = 6{,}94$; $Q_2 = 6{,}99$; $Q_3 = 7{,}06$.

Lời giải

Câu 36. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tìm mốt.

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 37. Cho bảng phân bố tần số khối lượng 30 quả trứng gà của một rổ trúng gà. Tìm số mốt.

Khối lượng (g)	Tần số
25	3
30	5
35	10
40	6
45	4
50	2
Cộng	30

A. 25. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 35.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 38. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Mốt của bảng số liệu trên là

A. 7. **B.** 6. **C.** 100. **D.** 10.

Lời giải

.....
.....
.....

Câu 39. Tiền lương hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) của 7 nhân viên trong một công ty du lịch lần lượt là

6,5 8,4 6,9 7,2 2,5 6,7 3,0.

Số tiền đại diện cho tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên là

A. 6,7 triệu đồng. **B.** 7 triệu đồng. **C.** 5,9 triệu đồng. **D.** 6 triệu đồng.

Lời giải

Câu 40. Một Shop bán giày nam đã thống kê cỡ giày bán được trong một tháng để biết được nên nhập cỡ giày nào nhiều. Kết quả thống kê được cho trong bảng sau

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43
Số lượng	3	5	18	21	32	28	4

Căn cứ vào mẫu thống kê, Shop nên nhập cỡ giày nào với số lượng nhiều nhất?

A. 41. **B.** 43. **C.** 38. **D.** 39.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. C	Câu 3. C	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. C
Câu 8. C	Câu 9. D	Câu 10. A	Câu 11. B	Câu 12. C	Câu 13. C	Câu 14. C
Câu 15. C	Câu 16. D	Câu 17. C	Câu 18. D	Câu 19. B	Câu 20. A	Câu 21. C
Câu 22. D	Câu 23. A	Câu 24. C	Câu 25. B	Câu 26. A	Câu 27. A	Câu 28. B
Câu 29. A	Câu 30. C	Câu 31. B	Câu 32. B	Câu 33. A	Câu 34. B	Câu 35. C
Câu 36. D	Câu 37. D	Câu 38. A	Câu 39. A	Câu 40. A		

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Số giờ học thêm ngoài trường học của 30 học sinh được thống kê như sau

2	2	1	3	5	6	5	7	6	6	7	8	7	7	6
6	7	6	4	6	0	8	6	7	0	0	4	6	8	7

Khi đó

a) Số giờ học thêm ngoài trường học của 30 học sinh lớn nhất là 8.

b) Số trung bình là 5,1.

c) $Q_2 = 6$.

d) $Q_1 = 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho mẫu số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 10 hộ gia đình

112	111	112	113	114	116	115	114	115	114

Khi đó

a) Sản lượng chè trung bình thu được trong một năm của mỗi gia đình là $\approx 113{,}6$ (kg/sào).

b) Ta viết lại mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm

111; 112; 112; 113; 114; 114; 114; 115; 115; 116.

c) Số trung vị là 113.

d) 114 là mốt của mẫu số liệu đã cho.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 3. Cho mẫu số liệu sau

21 35 17 43 8 59 72 74 55.

Khi đó

a) Viết mẫu theo thứ tự không giảm 8 17 21 35 43 55 59 72 74 .

b) $Q_2 = 42$.

c) $Q_1 = 18$.

d) $Q_3 = 65{,}5$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Cho biết tình hình thu hoạch lúa vụ mùa năm 2022 của ba hợp tác xã ở một địa phương như sau

Hợp tác xã	Năng suất lúa (tạ/ha)	Diện tích trồng lúa (ha)
A	40	150
B	38	130
C	36	120

Khi đó

a) Sản lượng lúa của hợp tác xã A là 6000 (tạ).

b) Sản lượng lúa của hợp tác xã B là 4950 (tạ).

c) Sản lượng lúa của hợp tác xã C là 4120 (tạ).

d) Năng suất lúa trung bình của toàn bộ ba hợp tác xã là 38,15 (tạ/ha).

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Bảng số liệu sau cho biết mức lương hàng năm của các cán bộ và nhân viên trong một công ty (đơn vị: nghìn đồng).

20910	76000	20350	20060
21410	20110	21410	21360
20350	21130	20960	125000

Khi đó, phát biểu nào sau đây là đúng?

a) Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là $\overline{x} = 34087{,}5$ (nghìn đồng).

b) Mức lương lớn nhất là 76000 (nghìn đồng).

c) Số trung vị là 21045 (nghìn đồng).

d) Có thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Lời giải

Câu 6. Cho mẫu số liệu sau: 4; 5; 6; 7; 8; 4; 9; 4; 3; 3. Khi đó

a) Số trung bình $\overline{x} = 5{,}5$.

b) Mốt $M_0 = 3$.

c) Trung vị là $M_e = 4$.

d) Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 7$.

Lời giải

Câu 7. Mẫu số liệu khi cho bảng tần số tương đối dưới đây

Giá trị x_i	4	5	6	7	8
Tần số tương đối f_i	0,1	0,5	0,2	0,1	0,1

Biết kích thước mẫu là 10. Khi đó

a) Số trung bình $\overline{x} = 5$.

b) $M_e = 5$.

c) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 5$.

d) Mốt $M_0 = 5$.

Lời giải

Câu 8. Cho mẫu số liệu khi cho bảng tần số tương đối dưới đây

Giá trị x_i	61	62	63	64	65
Tần số tương đối f_i	0,12	0,24	0,48	0,06	0,10

Biết kích thước mẫu là 100. Khi đó

a) Số trung bình $\overline{x} = 62{,}78$.

b) $M_e = 62$.

c) $Q_1 = 62$.

d) Mốt $M_0 = 63$.

Lời giải

Câu 9. Cho mẫu số liệu sau 1; 10; 6; 3; 6; 3; 7; 5. Khi đó

a) Số trung bình $\overline{x} = 5$.

b) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 5{,}5$.

c) $Q_1 = 3$.

d) Mốt $M_0 = 4$.

Lời giải

Câu 10. Nhóm bạn Dũng tung một con xúc xắc 100 lần liên tiếp và ghi kết quả vào bảng sau

Số chấm trên xúc xắc	1	2	3	4	5	6
Số lần	14	16	8	18	10	34

Khi đó

a) Số trung bình $\overline{x} = 3{,}96$.

b) Giá trị của tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 4{,}5$.

c) $Q_3 = 6$.

d) Mốt $M_0 = 6$.

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 3.** a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b S c S d Đ
Câu 7. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a S b Đ c Đ d S
Câu 10. a Đ b S c Đ d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 404 học sinh tham gia kì thi khảo sát chất lượng môn Toán. Điểm khảo sát được tính theo thang điểm 10 và thống kê như sau

Điểm số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	11	12	41	56	29	34	61	50	91	19

Tính mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? KQ: ☐

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao theo thang điểm 100 như sau

0 0 63 65 69 70 72 78 81 85 89.

Tìm điểm số trung bình của nhóm 11 học sinh này? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
KQ: ☐

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Tiền lương (đơn vị: nghìn đồng) hằng tháng của 7 nhân viên trong một công ty du lịch là

650 840 690 720 2500 670 3000.

Tìm số trung vị của mẫu trên. KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Trong 7 tháng đầu năm, số sản phẩm sản xuất mỗi tháng của công ty X đều tăng trưởng khoảng 5% so với tháng trước đó. Biết rằng, trong bảng dưới đây, số sản phẩm sản xuất của một tháng bị nhập sai. Vậy tháng đó là tháng mấy?

Tháng	1	2	3	4	5	6	7
Số sản phẩm sản xuất	500	525	551	569	606	636	668

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho mẫu số liệu có bảng tần suất như sau

Giá trị x_i	4	5	6	7	8
Tần số tương đối f_i	0,1	0,45	0,2	0,1	0,15

Ta có số trung bình của mẫu số liệu là bao nhiêu? KQ:

Lời giải

Câu 6. Trong 6 tháng đầu năm, số sản phẩm bán ra mỗi tháng của một cửa hàng đều tăng khoảng 25% so với tháng trước đó. Biết rằng, trong bảng dưới đây, số sản phẩm bán ra của một tháng bị nhập sai.

Tháng	1	2	3	4	5	6
Số sản phẩm bán ra	145	180	225	279	390	435

Vậy tháng đó là tháng mấy? KQ:

Lời giải

Câu 7. Trong giờ học Toán lớp 7, giáo viên giao nhiệm vụ cho mỗi nhóm đo các góc của một tam giác. Kết quả được ghi lại trong bảng sau

Nhóm	Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3	Nhóm 4
Góc thứ nhất	35°	61°	33°	100°
Góc thứ hai	77°	74°	102°	37°
Góc thứ ba	68°	45°	47°	43°

Trong bảng trên có nhóm ghi kết quả sai. Vậy nhóm đó là nhóm mấy? KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100 m của các bạn trong lớp (đơn vị: giây)

Thời gian (giây)	12	13	14	15	16	17
Số bạn	5	6	10	6	7	8

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100 m của các bạn trong lớp. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Một công ty vận chuyển A dự kiến thưởng cho nhân viên giao hàng B vào cuối năm dựa vào số đơn hàng giao được trong năm. Số đơn hàng của nhân viên B giao được trong các tháng được cho trong dãy sau

1002, 510, 430, 395, 400, 401, 396, 299, 450, 450, 560, 611.

Tính số đơn hàng trung bình giao được trong 1 tháng của nhân viên B. KQ: ☐

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg = 0,001 g) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tính tổng các tứ phân vị? KQ:

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 9	**Câu 2.** 61	**Câu 3.** 720	**Câu 4.** 4	**Câu 5.** 5,75
Câu 6. 5	**Câu 7.** 3	**Câu 8.** 14,7	**Câu 9.** 439	**Câu 10.** 520

BÀI 14. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN

A Lý thuyết

1 Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị

a) **Khoảng biến thiên**

Định nghĩa 1

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu. Tức là

$$R = x_n - x_1$$

Ý nghĩa

Khoảng biến thiên dùng để đo độ phân tán của mẫu số liệu.

Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

b) **Khoảng tứ phân vị**

Định nghĩa 2

Khoảng tứ phân vị kí hiệu Δ_Q, là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

⚠ *Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa.*

Ý nghĩa

Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu.

Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

2 Phương sai và độ lệch chuẩn

Định nghĩa 3

Giả sử với mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_n$, nếu gọi số trung bình là $\overline{x}$ thì với mỗi giá trị x_i, độ lệch của nó so với giá trị trung bình là $x_i - \overline{x}$.

- Phương sai là giá trị $s^2 = \dfrac{(x_1-\overline{x})^2 + (x_2-\overline{x})^2 + \ldots + (x_n-\overline{x})^2}{n}$.
- Độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai của phương sai $s = \sqrt{s^2}$.

⚠ *Người ta còn sử dụng đại lượng để đo độ phân tán của mẫu số liệu*

$$s^2 = \frac{(x_1-\overline{x})^2 + (x_2-\overline{x})^2 + \ldots + (x_n-\overline{x})^2}{n-1}$$

Ý nghĩa

Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

B Các dạng bài tập

Ví dụ 1. Cho hai biểu đồ chấm biểu diễn hai mẫu số liệu A, B như sau



Không tính toán, hãy cho biết

a) Hai mẫu số liệu này có cùng khoảng biến thiên và số trung bình không?

b) Mẫu số liệu nào có phương sai lớn hơn?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho mẫu số liệu gồm 10 số dương không hoàn toàn giống nhau. Các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ thay đổi như thế nào nếu

a) Nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.

b) Cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Từ mẫu số liệu về thuế thuốc lá của 51 thành phố tại một quốc gia, người ta tính được
Giá trị nhỏ nhất bằng 2,5; $Q_1 = 36$; $Q_2 = 60$; $Q_3 = 100$; giá trị lớn nhất bằng 205.

a) Tỉ lệ thành phố có thuế thuốc lá lớn hơn 36 là bao nhiêu?

b) Chỉ ra hai giá trị sao cho có 50% giá trị của mẫu số liệu nằm giữa hai giá trị này.

c) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và các giá trị ngoại lệ của các mẫu số liệu sau

a) 6; 8; 3; 4; 5; 6; 7; 2; 4.

b) 13; 37; 64; 12; 26; 43; 29; 23.

Lời giải

Ví dụ 5. Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau

a) Mẫu số liệu

Giá trị	-2	-1	0	1	2
Tần số	10	20	30	20	10

b) Mẫu số liệu

Giá trị	0	1	2	3	4
Tần số	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Lời giải

Ví dụ 6. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977 3,155 3,920 3,412 4,236

2,593 3,270 3,813 4,042 3,387

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2007 (đơn vị %) được cho như sau

7,8 3,2 7,7 8,7 8,6 8,4 7,2 3,6

5,0 4,4 6,7 7,0 4,5 5,0 6,0

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg):

2,977 3,155 3,920 3,412 4,236 2,593 3,270 3,813 4,042 3,387

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2007 (đơn vị %) được cho như sau:

7,8 3,2 7,7 8,7 8,6 8,4 7,2 3,6 5,0 4,4 6,7 7,0 4,5 6,0 5,4.

Hãy tìm các giá trị bất thường (nếu có) của mẫu số liệu trên.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Thống kê điểm trắc nghiệm môn Tiếng Anh của 40 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu sau (thang điểm 100)

56	42	78	45	55	66	82	34	25	30
90	72	98	62	64	31	45	28	72	88
56	58	62	65	31	74	72	90	92	40
52	56	55	82	22	32	46	60	68	54

Hãy xác định giá trị trung bình, độ lệch chuẩn của bảng số liệu trên (quy tròn với độ chính xác $d = 0{,}005$).

Lời giải

Ví dụ 11.

Ba bạn An, Bình, Cường có bảng điểm như sau:

	Toán	Lý	Hóa	Sinh	Sử	Địa	Ngoại ngữ	GDCD	Văn
An	95	85	88	75	92	85	93	98	78
Bình	92	89	85	88	94	94	90	85	85
Cường	93	82	95	88	83	91	91	92	80

a) Hãy tính điểm trung bình mỗi bạn (vai trò của từng môn học là như nhau).

b) Lớp cần đề cử 1 trong 3 bạn đi thi kiến thức tổng hợp thì em đề cử bạn nào? Vì sao?

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Ví dụ 12. Sản lượng lúa của các năm từ 2014 đến 2018 của hai tỉnh Thái Bình và Hậu Giang được cho ở bảng sau (đơn vị: nghìn tấn)

	2014	2015	2016	2017	2018
Thái Bình	1061,9	1061,9	1053,6	942,6	1030,4
Hậu Giang	1204,6	1293,1	1231	1261	1246,1

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

a) Hãy tính độ lệch chuẩn và khoảng biến thiên của sản lượng lúa từng tỉnh.

b) Tỉnh nào có sản lượng lúa ổn định hơn? Tại sao?

Lời giải

Ví dụ 13. Kết quả điều tra mức lương hằng tháng của một số công nhân của hai nhà máy A và B được cho ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Công nhân nhà máy A	4	5	5	47	5	6	4	4
Công nhân nhà máy B	2	9	9	8	10	9	11	9

a) Hãy tìm số trung bình, mốt, tứ phân vị và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu lấy từ nhà máy A và nhà máy B.

b) Hãy tìm các giá trị ngoại lệ trong mỗi mẫu số liệu trên. Công nhân nhà máy nào có mức lương cao hơn? Tại sao?

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho mẫu số liệu sau

152 154 156 158 160

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 153. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 159.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho mẫu số liệu sau:

156 158 160 162 164

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của Bình

12 7 10 9 12 9 7 11 10 14 8 6 13 11 8.

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $R = 8$ và $\Delta_Q = 4$. **B.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 3{,}5$. **C.** $R = 8$ và $\Delta_Q = 3{,}5$. **D.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 9 ngày liên tiếp được ghi lại như sau

27 26 21 28 25 30 26 23 26.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Số ghế trống của một rạp chiếu phim trong 12 ngày qua là

8 11 20 10 2 17 15 5 16 15 25 6

Chọn khẳng định đúng.

A. $Q_1 = 15$; $Q_2 = 16$; $Q_3 = 15{,}5$. **B.** $Q_1 = 6$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 17$.

C. $Q_1 = 7$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16{,}5$. **D.** $Q_1 = 8$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16$.

Lời giải

.....

Câu 6. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là

4 5 6 8 9 11 13 16 16 18 20 21 25 30 31 33 36 37 40 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 20. **B.** 22. **C.** 24. **D.** 26.

Lời giải

Câu 7. Điều tra năng suất lúa của 7 hec ta trồng lúa của hai vùng A và B ta thu được mẫu số liệu sau

Vùng A: 41 44 45 47 51 53 54.

Vùng B: 43 44 47 48 50 51 52.

Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Năng suất trung bình của hai vùng A và B là như nhau.

B. Khoảng tứ phân vị của vùng A lớn hơn khoảng tứ phân vị của vùng B.

C. Vùng A trồng lúa ổn định hơn vùng B.

D. Khoảng biến thiên ở vùng A lớn hơn khoảng biến thiên của vùng B.

Lời giải

Câu 8. Mẫu số liệu cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn học sinh trong tổ

164 159 170 166 163 168 170 158 162.

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu là

A. $R = 10$. **B.** $R = 11$. **C.** $R = 12$. **D.** $R = 9$.

Lời giải

Câu 9. Mẫu số liệu về điểm kiểm tra 9 môn của một học sinh như sau

6 6,5 7 7,25 7,5 8 8,5 9 9,5.

Các giá trị Q_1; Q_3 là các tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $Q_1 = 6{,}75$; $Q_3 = 7{,}5$. **B.** $Q_1 = 6{,}75$; $Q_3 = 8{,}75$.

C. $Q_1 = 7{,}5$; $Q_3 = 8{,}75$. **D.** $Q_1 = 6{,}75$; $Q_3 = 8{,}5$.

Lời giải

Câu 10. Nhiệt độ của thành phố Thanh Hóa ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là

24 21 30 34 28 35 33 36 25 27.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng

A. $\Delta_Q = 12$. **B.** $\Delta_Q = 11$. **C.** $\Delta_Q = 13$. **D.** $\Delta_Q = 9$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 11. Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau

163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166.

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là 10 kw. Gọi Δ_Q, Δ'_Q lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\Delta_Q = \Delta'_Q$. **B.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. **C.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. **D.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 12. Nhiệt độ (Độ C) cao nhất của Hà Nội trong 7 ngày liên tiếp trong tháng tám được ghi lại là

34 34 36 35 33 31 30.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thuộc khoảng nào

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $\left[2;\frac{7}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\frac{3}{4}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

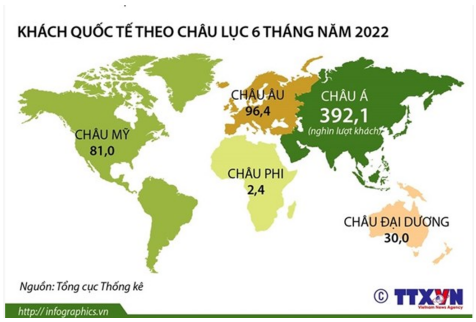
.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho kết quả thống kê lượng khách quốc tế đến Việt Nam trong 6 tháng đầu năm 2022 như sau



Phương sai của mẫu số liệu nhận được là

A. 1609,016. **B.** 29609,0816. **C.** 19609,0816. **D.** 19600,0816.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

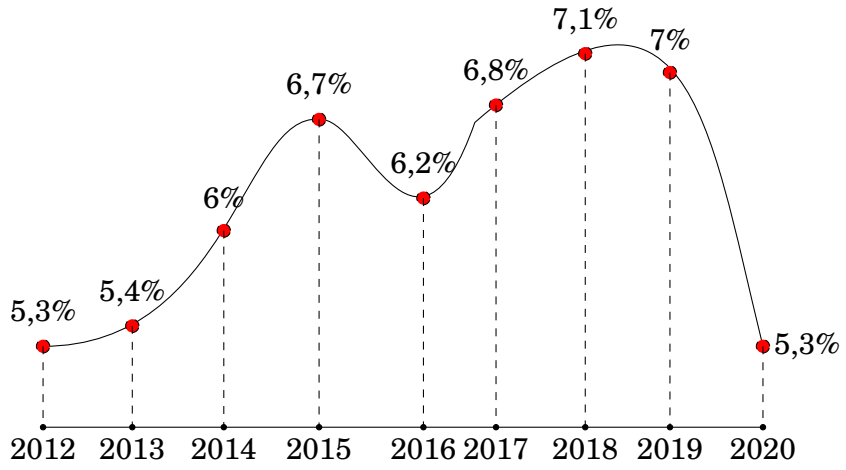
.....

.....

.....

Câu 14. Biểu đồ đường trong hình vẽ sau cho biết tốc độ tăng trưởng kinh tế của nước ta trong 9 năm từ 2012 đến 2020.

TỐC ĐỘ TĂNG TRƯỞNG GDP CỦA VIỆT NAM



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu nhận được từ biểu đồ đúng gần đúng nhất với kết quả nào?

A. 0,5. **B.** 0,6. **C.** 0,7. **D.** 0,8.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Kết quả thi hết HKI môn toán của 48 học sinh lớp 10A được cho bởi bảng tần số như sau

Điểm	5	7	8	8,5	9	10
Tần số	1	3	12	4	20	8

Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lần lượt gần với kết quả nào nhất?

A. 8,67 và 0,91. **B.** 0,91 và 0,83. **C.** 0,91 và 0,95. **D.** 0,91 và 0,46.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Trên hai con đường A và B, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ (km/h) của 24 xe ô tô trên mỗi con đường như sau

* Con đường A

60	88	65	90	70	85	68	72	62	63	75	80
75	76	83	85	82	84	69	70	73	75	85	60

* Con đường B

76	83	65	90	74	65	63	75	67	73	65	83
75	76	76	56	80	86	65	71	72	76	84	66

Cho 3 mệnh đề sau

a) Độ lệch chuẩn của đường A là 8,9535.

b) Độ lệch chuẩn của đường B là 8,1747.

c) Xe chạy trên con đường A an toàn hơn xe chạy trên đường B.

Số mệnh đề đúng là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17. Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau đây Khối lượng (tính theo gram) của nhóm cá thứ nhất

645	650	645	645	652	647
650	645	650	644	630	654
650	635	635	647	652	643

Khối lượng (tính theo gram) của nhóm cá thứ hai

640	650	645	643	650	642
640	640	645	641	650	651
650	645	650	644	652	643

Cho 3 mệnh đề sau

a) Phương sai và độ lệch chuẩn của nhóm cá thứ nhất lần lượt là 39,5833 và 6,2915.

b) Phương sai và độ lệch chuẩn của nhóm cá thứ hai lần lượt là 4,1652 và 17,3488.

c) Nhóm cá thứ nhất có khối lượng đồng đều hơn nhóm cá thứ hai.

Số mệnh đề đúng là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 18. Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của một lô hàng được kết quả như sau (đơn vị: gam).

85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85

Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt.

A. Phương sai: 3,63; độ lệch chuẩn: 1,91. **B.** Phương sai: 5,02; độ lệch chuẩn: 2,24.

C. Phương sai: 5,45; độ lệch chuẩn: 2,33. **D.** Phương sai: 6,40; độ lệch chuẩn: 2,53.

Lời giải

Câu 19. Điểm trung bình 12 môn của một học sinh được cho như sau

8,6	8,2	8,1	8,8	8,8	8,1	8,2	8,0	6,5	9,8	7,8	7,8

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

A. 6,5. **B.** 9,8. **C.** Không có. **D.** 6,5 và 9,8.

Lời giải

Câu 20. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 64 và tứ phân vị thứ ba là 90. Giá trị nào sau đây bất thường?

A. 25. **B.** 130. **C.** 27. **D.** 125.

Lời giải

Câu 21. Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ ba là 64 và giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 94. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $Q_1 \geq 44$. **B.** $Q_1 < 44$. **C.** $Q_1 \leq 30$. **D.** $Q_1 \geq 30$.

Lời giải

Câu 22. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong mười ngày

0	15	15	16	19	7	13	12	10	26

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu.

A. 15. **B.** 26. **C.** 0. **D.** 0 và 26.

Lời giải

Câu 23. Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn Tổ 1 lớp 10*A* được cho bởi mẫu liệu sau

1	9,5	8	9	9	7	6	6

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên.

Câu 24. **A.** 1. **B.** 9,5. **C.** 9. **D.** 1 và 1,5.

Lời giải

Câu 25. Chiều cao (đơn vị cm) của 9 em học sinh Tổ 2 lớp 10*A* được cho bởi mẫu liêu sau.

185; 140; 155; 142; 156; 158; 143; 157; 150.

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

A. 140. **B.** 185. **C.** 155. **D.** 140.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cân nặng (đơn vị kg) của 12 em học sinh Tổ 3 lớp 10*A* được cho bởi mẫu liêu sau.

36; 80; 50; 70; 48; 47; 47; 43; 42; 40; 41; 47.

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên .

A. 36. **B.** 80. **C.** 36 và 80. **D.** 70 và 80.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Điểm kiểm tra học kì các môn của một học sinh lớp 10*A* được cho bởi mẫu liêu sau.

7; 7; 5; 7; 7; 6; 3; 9; 1,5; 6; 6; 10; 6.

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên.

A. 1; 5. **B.** 10. **C.** 1; 5 và 10. **D.** 1; 5; 3 và 10.

Lời giải

Câu 28. Điểm toán của một học sinh trong 5 bài kiểm tra 15 phút được cho như sau.
1; 5; 6; 7; 9. Điểm số bất thường trong mẫu số liệu trên là

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Câu 29. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của một số học sinh lớp 10 trường THPT A (đơn vị kg).

43; 50; 43; 48; 45; 45; 38; 48; 35; 50; 43; 45; 48.

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

A. 35. **B.** 45. **C.** 50. **D.** Không có.

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 15 và tứ phân vị thứ ba là 20. Giá trị nào sau đây bất thường.

A. 8. **B.** 10. **C.** 27. **D.** 28.

Lời giải

. . . . . .

Câu 31. Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ nhất là 25 và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 10. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $Q_3 \geq 35$. **B.** $Q_3 \leq 32{,}5$. **C.** $Q_3 \leq 30$. **D.** $Q_3 \geq 33$.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. D	Câu 3. C	Câu 4. D	Câu 5. C	Câu 6. B	Câu 7. C
Câu 8. C	Câu 9. B	Câu 10. D	Câu 11. A	Câu 12. A	Câu 13. C	Câu 14. C
Câu 15. C	Câu 16. C	Câu 17. B	Câu 18. A	Câu 19. A	Câu 20. B	Câu 21. A

Câu 22. D	**Câu 24. A**	**Câu 25. B**	**Câu 26. D**	**Câu 27. D**	**Câu 28. A**	**Câu 29. A**
Câu 30. D	**Câu 31. A**					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Khoảng biến thiên tổng số giờ nắng trong năm của một tỉnh thành được thống kê từ năm 2006 đến 2019 được cho như sau.

1884	1600	1645	2049,9	1913,8	1664,1	1846,5
1964,8	1951	2023,6	1996,2	1699,1	1845	2190,4

Khi đó các khẳng định sau là đúng hay sai.

a) Số giờ nắng trung bình trong năm là 1826,67 giờ.

b) Số giờ nắng nhỏ nhất 1600 giờ.

c) Số giờ nắng lớn nhất là 2190,4 giờ.

d) Vậy khoảng biến thiên là 520,4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau.

Mẫu A:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

Khi đó khẳng định sau đây đúng hay sai

a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7{,}27$.

b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6{,}21$.

c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2{,}5$.

d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 3. Thực hành việc đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nữ khối lớp 10 của một trường Trung học phổ thông, ta được kết quả như sau.

154	152	154	151	150	149	153	154	152	152
150	152	150	153	152	156	153	156	105	153
156	154	154	152	152	152	154	155	155	153
156	147	155	154	156	157	149	153	170	154

Khi đó khẳng định sau đúng hay sai

a) Chiều cao trung bình là $\bar{x} = 152{,}27\ cm$.

b) 170 cm là chiều cao lớn nhất.

c) Phương sai là $s^2 = 65{,}32$.

d) Độ lệch chuẩn là $s = 8{,}08$.

Lời giải

Câu 4. Một cơ sở chăn nuôi gia cầm tiến hành nuôi thử nghiệm giống gà đẻ trứng mới. Khi gà đã cho trứng họ tiến hành khảo sát với 20 quả được cân nặng (gam) như sau.

40	42	36	38	40	42	29	48	43	43
41	41	39	44	45	41	40	39	42	41

Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29.

b) Giá trị lớn nhất của mẫu là 48.

c) Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 2$..

d) Các giá trị bất thường là 29 và 48..

Lời giải

Câu 5. Mẫu số liệu dưới đây thống kê thời gian chờ xe buýt (đơn vị: phút) của 10 học sinh ở cùng một bến.

1, 4, 5, 6, 6, 8, 10, 11, 12, 25

Khi đó khẳng định sau đúng hay sai.

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu là $\bar{x} = 8{,}8$ phút.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = 5$ phút.

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\approx 5{,}27$ phút.

d) 25 là giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Lời giải

Câu 6. Bạn Hưng và bạn Thịnh thống kê kết quả chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 5 cây nguyệt quế mà mỗi người trồng sau một thời gian như sau.

Cây của bạn Hưng	35	36	38	36	37
Cây của bạn Thịnh	30	35	38	41	30

Khi đó:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Hưng là $\bar{x}_H = 36{,}4(cm)$..

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh là $\bar{x}_T = 32{,}4(cm)$..

c) Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Hưng lớn hơn Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh.

d) Các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn .

Lời giải

Câu 7. Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị: triệu đồng)

10, 10, 11, 12, 12, 13, 14,5, 15, 18, 20, 20, 21, 28

Khẳng định sau đây đúng hay sai

a) Trung vị là 13,5.

b) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 13{,}5$.

c) Khoảng biến thiên là $R = 18$.

d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 8{,}5$.

Lời giải

Câu 8. Mẫu số liệu sau ghi rõ chiều cao của 10 cầu thủ đăng ký khóa học của một học viện bóng đá (đơn vị: cm)

176; 187; 174; 186; 185; 180; 185; 182; 179; 186

. Khi đó:

a) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 183{,}5$.

b) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 179$.

c) Khoảng biến thiên là $R = 12$.

d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 8$.

Lời giải

Câu 9. Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10*A* được cho như sau.
Tổ 1: 7; 8; 8; 8; 9; 8; 8; 8.
Tổ 2: 10; 6 ; 8 ; 9 ; 9 ; 7 , 8; 7; 8.
Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) Điểm trung bình kiểm tra hai tổ có như nhau.

b) Khoảng biến thiên tổ 1 là $R_1 = 3$.

c) Khoảng biến thiên tổ 2 là $R_2 = 4$.

d) Các bạn tổ 2 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 1.

Lời giải

Câu 10. Kết quả điểm kiểm tra học kì môn Ngữ văn của các em học sinh tổ 1 và tổ 2 lớp 10D một trường Trung học phổ thông được cho như sau.
Điểm Ngữ văn tổ 1: 7; 8; 7,5 ; 7; 6; 6,5; 8; 7.
Điểm Ngữ văn tổ 2: 6 ; 7; 8; 6,5; 8,5; 7,7 8; 8,5.
Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) Điểm trung bình học sinh tổ 1 là $\bar{x} \approx 4{,}17$.

b) Phương sai học sinh tổ 1 là $s^2 \approx 0{,}49$.

c) Độ lệch chuẩn học sinh tổ 2 là $s \approx 0{,}87$.

d) Tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2.

Lời giải

Câu 11. Mẫu số liệu sau cho biết khối lượng (kg) của 15 người trong độ tuổi ngoài.

40; 42; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 50; 51; 53; 55; 56; 60.

Khi đó:

a) Khoảng biến thiên $R = 20$.

b) Trung vị của mẫu là 45.

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 45$.

d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 10$.

Lời giải

Câu 12. Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu.

1,2; 1,35; 1,42; 1,53; 1,8; 1,84; 1,96; 2,4.

Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) Khoảng biến thiên của mẫu là $R = 1{,}2$.

b) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 0{,}215$.

c) $Q_1 - 1{,}5 \cdot \Delta Q = 0{,}6125$.

d) Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13. Mỗi mẫu số liệu sau ghi rõ số bàn thắng của hai đội tuyển Việt Nam và Thái Lan trong một năm dương lịch khi thi đấu với các đội bóng khác ở khu vực.
Số bàn thắng đội tuyển Việt Nam:

4 3 2 1 6 2 3 3 2 2 3 5

Số bàn thắng đội tuyển Thái Lan:

6 8 0 0 3 4 3 2 3 1 1 5

a) Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là không bằng nhau.
b) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam có độ lệch chuẩn là $s_1 \approx 1{,}354$ (bàn).
c) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan có phương sai là $s_2^2 = 5{,}5$.
d) Khả năng ghi bàn của đội tuyển Thái Lan có tính ổn định hơn so với đội tuyển Việt Nam.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14. Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho như bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

a) Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0.
b) Khoảng biến thiên điểm của bạn An là $R_1 = 0{,}7$.
c) Khoảng biến thiên điểm của bạn Bình là $R_2 = 3$.
d) Bạn An học đều hơn bạn Bình.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12B được cho như sau

Tổ 1	7	8	8	9	8	8	8		
Tổ 2	10	6	8	9	9	7	8	7	8

a) Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 7.
b) Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7 và 9.
c) Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6 và 10.
d) Tổ 1 học đều hơn Tổ 2.

Lời giải

. . . . . .

Câu 16. Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị ${}^0C$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau
Hà Nội:

23	25	28	28	32	33	35

Điện Biên:

16	24	26	26	26	27	28

a) Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.
b) Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là $\Delta_Q = 3$.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là $\Delta_Q = 8$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 5.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c S d Đ
Câu 7. a S b S c Đ d Đ	**Câu 8.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 9.** a Đ b S c Đ d S
Câu 10. a S b S c Đ d Đ	**Câu 11.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 12.** a Đ b S c Đ d Đ
Câu 13. a S b Đ c Đ d S	**Câu 14.** a Đ b S c S d S	**Câu 15.** a S b Đ c Đ d Đ
Câu 16. a Đ b Đ c S d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau

22	22	23	46	31	36	42	47	28

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu:

38	38	24	47	43	70	22	48	48	37

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho mẫu số liệu sau

Giá trị	2	3	4	5	6
Tần số	4	2	5	2	6

Hãy tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười. KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp?
KQ: [ ]

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ

163 159 172 167 165 168 170 161.

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu này KQ: [ ]

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu sau

5	6	19	21	22	23	24	25	26	27
	28	29	30	31	32	33	34	48	49

KQ:

Lời giải

Câu 7. Bảng số liệu sau thống kê nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh trong một lần đo vào một ngày của năm 2021

Giờ đo	1 h	4 h	7 h	10 h	13 h	16 h	19 h	22 h
Nhiệt độ (độ C)	27	26	28	32	34	35	30	28

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75
72 68 39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm độ lệch chuẩn. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười. KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Sản lượng lúa (đơn vị: tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Mẫu số liệu sau ghi rõ kết quả học tập môn Toán của bạn An trong hai năm lớp 9 và

lớp 10 như sau
Lớp 9:

7	8	7	5	6	7	8	9

Lớp 10:

5	8	9	3	7	8	10	9

Bạn An học Toán ổn định ở năm học lớp mấy trong hai năm học lớp 9 và lớp 10? KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Số liệu sau đây cho biết số con được sinh ra trong 20 hộ gia đình được khảo sát ở một địa phương

2 2 3 5 2 4 3 2 1 9 5 3 2 4 1 0 3 2 1 6.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho? Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Mẫu số liệu sau là thống kê số tiền (triệu đồng) mua phân bón trong một vụ mùa của 15 hộ nông dân ở một khu vực nông thôn được khảo sát

2,4 1,2 1,1 0,8 3,5 1,6 1,8 1,2 1,3 0,7 4,1 4,8 3,6 2,9 2,6.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho? Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm KQ: .....

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày.

7	8	22	20	15	18	19	13	11

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này KQ: .....

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày

12	7	10	9	12	9	10	11	10	14

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này KQ: .....

Lời giải

Câu 15. Mẫu số liệu sau đây cho biết điểm số của 5 bài kiểm tra môn Toán của bạn Dũng và Huy như sau

Bạn Dũng	8	6	7	5	9
Bạn Huy	6	7	7	8	7

Từ đó cho biết bạn nào có điểm số môn Toán đồng đều hơn? KQ:

Lời giải

Câu 16. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười KQ:

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 21,5	**Câu 2.** 70	**Câu 3.** 1,5	**Câu 4.** 2	**Câu 5.** 13
Câu 6. 4	**Câu 7.** 3,12	**Câu 8.** 14,6	**Câu 9.** 1,2	**Câu 10.** 9
Câu 11. 2,02	**Câu 12.** 1,25	**Câu 13.** 10	**Câu 14.** 3	**Câu 15.** 1
Câu 16. 0,9				

Chương 6

HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 15. HÀM SỐ

A Lý thuyết

1 Hàm số

Định nghĩa 1

Giả sử x và y là hai đại lượng biến thiên và x nhận giá trị thuộc tập $\mathscr{D}$.
Nếu với mỗi giá trị $x \in \mathscr{D}$ ta xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của $y \in \mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

- x là biến số, y là giá trị của hàm số.
- $\mathscr{D}$ được gọi là tập xác định của hàm số.
- T được gọi là tập giá trị của hàm số.

Nhận xét

a) Khi y là hàm số của x, ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$, ...

b) Khi hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$ mà không chỉ rõ tập xác định thì ta quy ước: Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị x để $f(x)$ có nghĩa.

c) Một hàm số có thể cho bằng nhiều công thức.

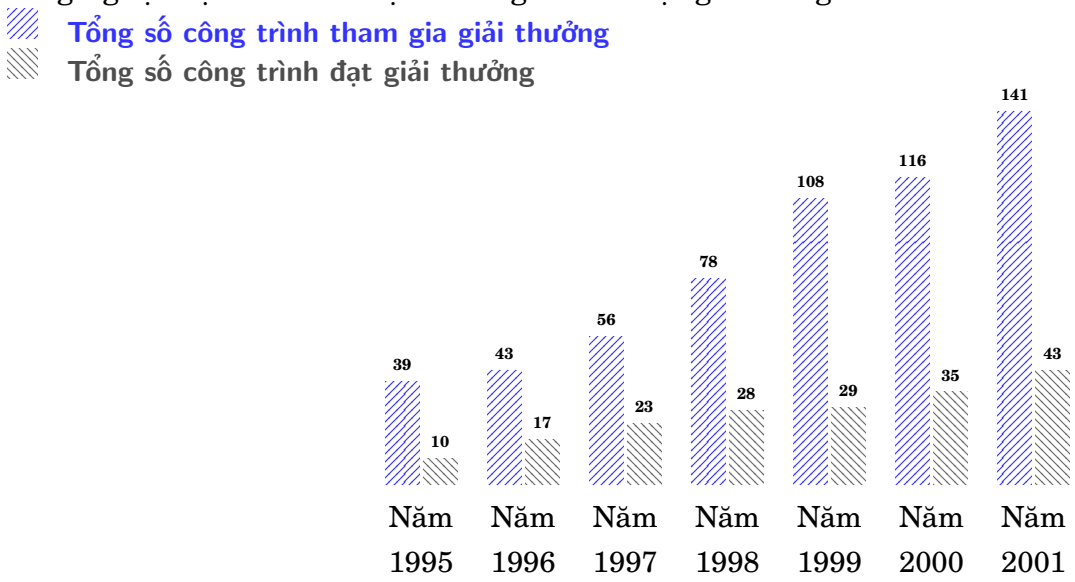
2 Các cách cho một hàm số

a) **Hàm số cho bằng bảng.**
Bảng mô tả thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004.

Năm	1995	1996	1997	**1998**	1999	2000	2001	2002	2004
TNBQĐN (tính theo USD)	200	282	295	311	339	363	375	394	564

b) **Hàm số cho bằng biểu đồ.**
Biểu đồ mô tả số công trình khoa học kĩ thuật đăng kí dự giải thưởng Sáng tạo Khoa học

công nghệ Việt Nam và một số công trình đoạt giải hàng năm từ 1995 đến 2001.



c) **Hàm số cho bằng công thức.**

- Hàm số cho bằng công thức có dạng $y = f(x)$.
- Một hàm số có thể được cho bởi một, hai, ... công thức.
- Tập xác định của hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của biến x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.
  Ký hiệu $\mathscr{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \text{ có nghĩa}\}$.

3 Đồ thị hàm số

Định nghĩa 2

Đồ thị (G) của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D}$ là tập hợp các điểm $M(x, f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi $x \in \mathscr{D}$.
$M(x_0, y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$ với $x_0 \in \mathscr{D}$.

4 Sự biến thiên của hàm số

Định nghĩa 3

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng (a, b).

- Hàm số được gọi là **đồng biến** (tăng) trên (a, b) nếu
  $\forall x_1, x_2 \in (a, b) : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số được gọi là **nghịch biến** (giảm) trên (a, b) nếu
  $\forall x_1, x_2 \in (a, b) : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Tính chất 1. Tính chất của đồ thị hàm số đồng biến, nghịch biến

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên (a, b) khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi lên" trên khoảng đó.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên (a,b) khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi xuống" trên khoảng đó.

5 Bảng biến thiên

Bảng biến thiên dùng để tổng kết các khoảng đồng biến (tăng), nghịch biến (giảm) của hàm số.

Đồ thị hàm số đồng biến trên (a,b) là một đường "đi lên" trong khoảng (a,b)			Đồ thị hàm số nghịch biến trên (a,b) là một đường "đi xuống" trong khoảng (a,b)		
x	a	b	x	a	b
y	$f(a)$ ↗	$f(b)$	y	$f(a)$ ↘	$f(b)$

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số

Phương pháp giải

- Hàm số $y=\dfrac{A(x)}{B(x)}$ xác định $\Leftrightarrow B(x)\neq 0$.
- Hàm số $y=\sqrt{A(x)}$ xác định $\Leftrightarrow A(x)\geq 0$.
- Hàm số $y=\dfrac{A(x)}{\sqrt{B(x)}}$ xác định $\Leftrightarrow B(x)>0$.

Ví dụ 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 - 3x^2 + 2025$;

b) $y = \dfrac{2x-1}{1-x}$;

c) $y = \dfrac{1}{x^2+4x+5}$;

d) $y = \dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$.

Lời giải

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\sqrt{2x-2}$;

b) $y=\dfrac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$;

c) $y=\sqrt{-2x+3}-\sqrt{x-1}$;

d) $y=\dfrac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\sqrt{3x-2}$;

b) $y=\sqrt{x^2+1}$;

c) $y=\sqrt{-2x+1}-\sqrt{x-3}$;

d) $y=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x-3}$;

e) $y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$;

f) $y=\sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tập xác định của hàm số chứa tham số

Bài toán. Cho hàm $y=f(x,m)$. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số xác định trên tập K.

≫ **Bước (1)** Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi $\mathscr{D}$ là tập xác định của hàm số.

≫ **Bước (2)** Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K\subset\mathscr{D}$.

Chú ý Cho A là biểu thức luôn có nghĩa

- Hàm số $y=\dfrac{A}{f(x,m)}$ xác định trên $K\Leftrightarrow f(x,m)=0$ vô nghiệm trên K.
- Hàm số $y=\sqrt{f(x,m)}$ xác định trên $K\Leftrightarrow f(x,m)\geq 0\ \forall x\in K$.
- Hàm số $y=\dfrac{A}{\sqrt{f(x,m)}}$ xác định trên $K\Leftrightarrow f(x,m)>0\ \forall x\in K$.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2;+\infty)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Cho hàm số $y=\sqrt{m-x}+\sqrt{2x-m+1}$.
Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Cho hàm số $y=\sqrt{x^4+4x^3+(m+5)x^2+4x+4+m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số

Phương pháp 1.

≫ **Bước (1)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số.

≫ **Bước (2)** Với mọi $x_1,x_2\in\mathscr{D},x_1\neq x_2$. Tính $f(x_1)-f(x_2)$.

- Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
- Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

Phương pháp 2.

≫ **Bước (1)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số.

≫ **Bước (2)** Với mọi $x_1,x_2\in\mathscr{D},x_1\neq x_2$. Lập tỉ số $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$.

- Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
- Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

Ví dụ 9. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=x+2025$ trên khoảng

a) $(-\infty;0)$; b) $(0;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=x^2-7$ trên khoảng

a) $(0;+\infty)$; b) $(-\infty;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ trên khoảng

a) $(-\infty;1)$; b) $(1;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số chứa tham số

Ta xét $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ với mọi $x_1,x_2\in\mathscr{D},x_1\neq x_2$.

≫ **Bước (1)** Tính $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$.

≫ **Bước (2)**

- Để hàm số đồng biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0\Rightarrow m$
- Để hàm số nghịch biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0\Rightarrow m$

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=(2m+3)x+m+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $f(x)=(m+1)x+m-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=-x^2+(m-1)x+2$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 15. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{m}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x-2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{5}{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y=2x+3$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $[2;6]$. **B.** $[5;9]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[5;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Tập xác định của hàm số $f(x)=\dfrac{x+5}{x-1}+\dfrac{x-1}{x+5}$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-5\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-5;1\}$.

Lời giải

Câu 5. Tập giá trị của hàm số $y=-3x^2$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Câu 7. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}$.

A. $\mathscr{D}=[-3;0)$. **B.** $\mathscr{D}=[-2;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **D.** $\mathscr{D}=[2;+\infty)$.

Lời giải

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}+\sqrt{x+2}}{x^2-x-12}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $(-3;-2)\cup(-2;4)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $[-2;4)$.

Lời giải

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3x+5}{x-1}-4}$ là $(a;b]$ với a,b là các số thực. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-10$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=10$.

Lời giải

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}$.

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $[-2;+\infty)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Câu 11. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Lời giải

Câu 12. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. **B.** $y=x^2-\sqrt{x^2+1}-3$. **C.** $y=\dfrac{3x}{x^2-4}$. **D.** $y=x^2-2\sqrt{x-1}-3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $\mathscr{D}=(-4;+\infty)\setminus\{2\}$. **B.** $\mathscr{D}=[-4;+\infty)\setminus\{2\}$. **C.** $\mathscr{D}=\varnothing$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $\mathscr{D}=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\mathscr{D}=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right]$.

C. $\mathscr{D}=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\mathscr{D}=[-4;-1)\cup\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x\le 0\\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x>0.\end{cases}$

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathscr{D}=[1;+\infty)\setminus\{2\}$. **C.** $\mathscr{D}=(-\infty;0]\cup(0;1]$. **D.** $\mathscr{D}=[1;+\infty)$.

Lời giải

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{x^3}{4|x|-3}$ là

A. $\mathscr{D}=[-2;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D}=[-2;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{3}{4},-\dfrac{3}{4}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{4},-\dfrac{3}{4}\right\}$.

Lời giải

Câu 17. Giả sử $\mathscr{D}=(a;b)$ là tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=7$. **B.** $S=5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=3$.

Lời giải

. . . . . .

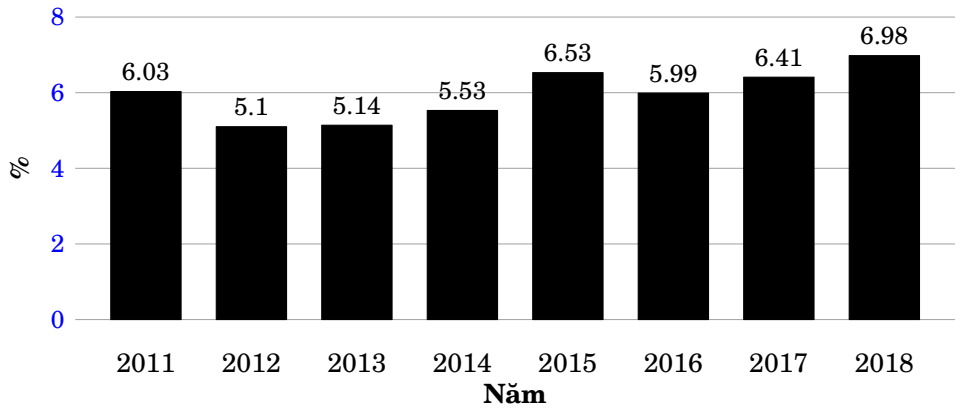
Câu 18. Hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{a;b\}$ với $a\neq b$. Tính giá trị biểu thức $Q=a^3+b^3-4ab$.

A. $Q=11$. **B.** $Q=14$. **C.** $Q=-14$. **D.** $Q=10$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 19. Biểu đồ dưới đây cho biết tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm trong giai đoạn 2011 – 2018 của Việt Nam.



Cho biết năm nào tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm giai đoạn 2011 – 2018 là cao nhất?

A. 2011. **B.** 2018. **C.** 2012. **D.** 2015.

Lời giải

. . . . . .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20. Bảng giá cước gọi quốc tế của công ty viễn thông A được cho bởi

Thời gian gọi (phút)	Giá cước điện thoại (đồng/phút)
Không quá 8 phút	5000
Từ phút thứ 9 đến phút thứ 15	5500
Từ phút thứ 16 đến phút thứ 25	6000
Từ phút thứ 26 trở đi	6500

Ông An thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút. Số tiền ông An phải trả là

A. 60000 đồng. **B.** 66000 đồng. **C.** 72000 đồng. **D.** 62000 đồng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21. Bảng dưới đây thể hiện tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT trên toàn quốc trong các năm từ 2018 đến 2022

Năm	2018	2019	2020	2021	2022
Tỉ lệ đỗ tốt nghiệp (%)	93,55	95,93	97,43	95,57	96,36

Coi $y = f(x)$ là hàm số biểu thị sự phụ thuộc của tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT vào thời gian x. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \{2018; 2019; 2020; 2021; 2022\}$.

B. $f(2019) = 95{,}93$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathscr{D}$ là 100.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathscr{D}$ là 93,55.

Lời giải

Câu 22. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x$. **B.** $y=-2x$. **C.** $y=2x$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}x$.

Lời giải

Câu 23. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

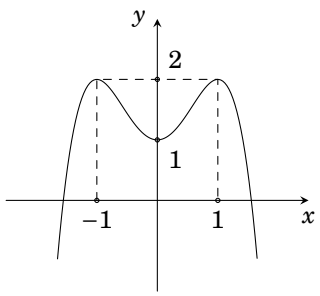
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

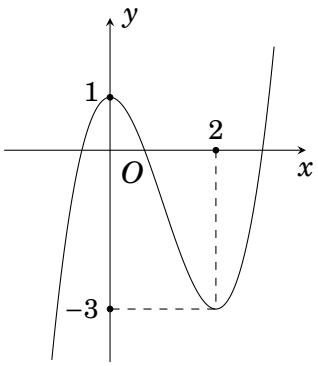
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26. Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $A(1;y)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\sqrt{x+3}$, lúc đó giá trị của y bằng

A. $y=4$.
B. $y=2$.
C. $y=1$.
D. $y=3$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28. Chuẩn bị hết mùa rét năm 2024 một cửa hàng bán quần áo rét cần thanh lý 350 chiếc áo rét. Mỗi ngày cửa hàng đó thanh lý được 30 chiếc áo. Gọi x là số ngày đã bán, y là số áo còn lại sau x ngày bán. Hãy lập hàm số y theo biến x.

A. $y = 350 - 30x$. **B.** $y = 350 - 30$. **C.** $y = 350 + 30x$. **D.** $y = 30x - 350$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = \dfrac{5}{3}$. **B.** $P = \dfrac{8}{3}$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 4$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 30. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

A. $m \leq -4$. **B.** $m < -4$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 4$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2024x+2025}{x^2-2x+21-2m}$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

A. Vô số. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0;1]$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le\dfrac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le\dfrac{1}{2} \\ m> 1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{1}{2} \\ m> 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Câu 33. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x-m}}$ xác định trên $[2;3]$.

A. $m<0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0;2)$.

A. $1<m<3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **C.** $3<m<5$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m}+\dfrac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\in[-3;0]\cup[0;1]$. **B.** $m\in\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. **C.** $m\in[-3;0]$. **D.** $m\in[-4;0]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. A	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. D	Câu 7. B
Câu 8. D	Câu 9. D	Câu 10. A	Câu 11. C	Câu 12. B	Câu 13. A	Câu 14. D
Câu 15. C	Câu 16. B	Câu 17. B	Câu 18. B	Câu 19. B	Câu 20. D	Câu 21. C
Câu 22. B	Câu 23. A	Câu 24. C	Câu 25. B	Câu 26. C	Câu 27. B	Câu 28. A
Câu 29. C	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. B	Câu 33. A	Câu 34. D	Câu 35. D

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho đồ thị các hàm số $y=-2x+3$; $y=2x^2$.

a) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ là một đường cong.

b) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2$ tại hai điểm.

c) Hàm số $y=-2x+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số $y=2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Câu 2. Cho hàm số $y=-2x^2+x$.

a) Điểm $(0;0)$ và $(2;-5)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

b) Điểm $(1;-1)$ không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

c) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ -1 là $(-1;-3)$.

d) Những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 0 là $(0;0)$ và $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=1-3x$.

a) $f(1-x)=3x-2$.

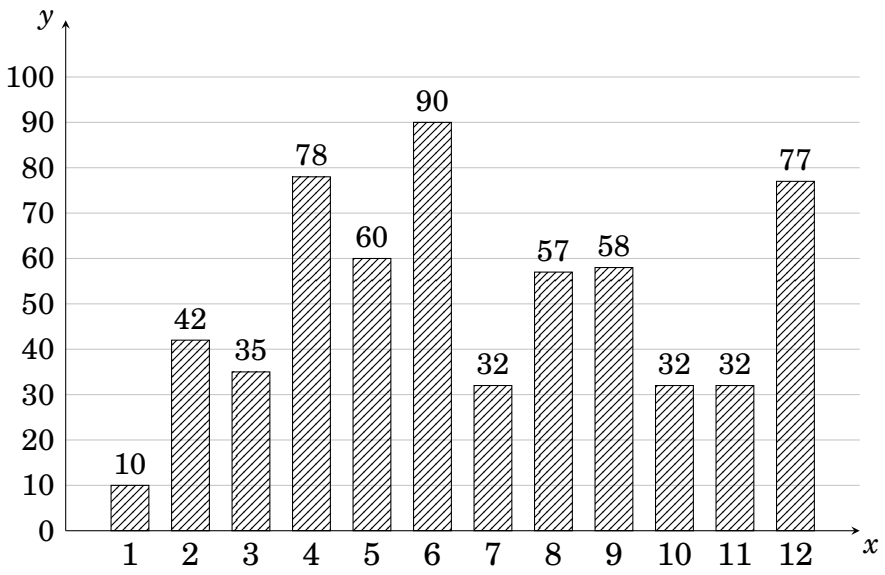
b) $f\left(x^2\right)=1-2x^2$.

c) $f(2x+1)=-6x-2$.

d) Với $x=\frac{1}{7}$ thì $f(x)=2\cdot f(1-x)-3x+4$.

Lời giải

Câu 4. Biểu đồ dưới đây cho biết số người bị nhiễm Covid-19 của một tỉnh trong một tháng của năm 2021.



a) Số người bị nhiễm Covid-19 trong mỗi tháng tương ứng là một hàm số.

b) Gọi y là số người bị nhiễm Covid-19 theo tháng, x là tháng tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó tập giá trị của hàm số là $T = \{10;32;35;42;57;58;60;77;78;90\}$.

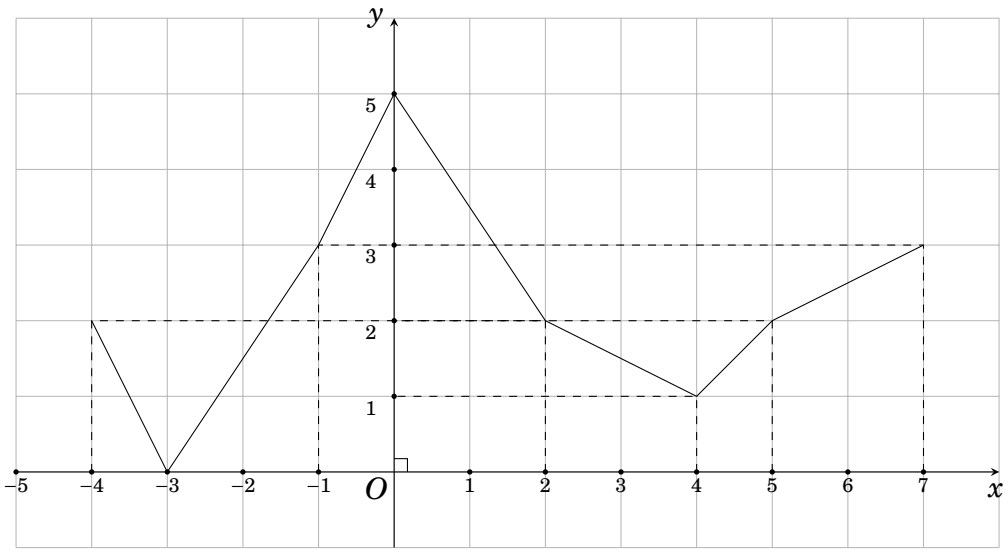
c) $f(1) = 42$.

d) Với $y = 58$ thì $x = 9$, ta có điểm $(9;58)$ thuộc đồ thị hàm số.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình bên dưới.



a) Tập giá trị hàm số $T = [-4;7]$.

b) Điểm $(-4;2)$, $(4;1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2;3)$ không thuộc đồ thị hàm số.

c) $f(-1) = 3$ và $f(5) = 2$.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-3;0)$, $(4;7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4;-3)$ $(0;4)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Một công ty dịch vụ cho thuê xe ô tô vào dịp tết với giá thuê mỗi chiếc xe hơi như sau: khách thuê tối thiểu phải thuê trọn ba ngày tết (mùng 1,2,3) với giá 1 000 000 đồng/ngày; những ngày còn lại (nếu khách còn thuê) sẽ được tính giá thuê là 700 000 đồng/ngày. Giả sử T là tổng số tiền mà khách phải trả khi thuê một chiếc xe ô tô của công ty và x là số ngày thuê của khách.

a) Hàm số T theo x là $T = 900\,000 + 700\,000x$.

b) Điều kiện của x là $x \in \mathbb{N}$.

c) Một khách hàng thuê một chiếc xe ô tô công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là 5 800 000 (đồng).

d) Anh Bình định dành ra một khoản tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, khi đó anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa 12 ngày.

Lời giải

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=-2x^2+4x+1$. Khi đó

a) Điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2 là $E(2;1)$.

c) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng -3 là $F(-3;29)$.

d) $K_1(-3;-15);K_2(5;-15)$ là những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -15.

Lời giải

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}8 & \text{khi } x<0\\ 8-2x & \text{khi } 0\le x\le 2\\ x^2 & \text{khi } x>2.\end{cases}$

a) $f(-1)\cdot f(1)=48$.

b) Điểm $A(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

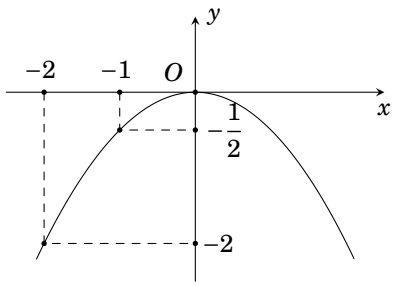
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

d) $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=f(5)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



a) Điểm $A\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

d) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a Đ b S c Đ d S
Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 5.** a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b Đ c S d S	**Câu 8.** a Đ b S c S d Đ	**Câu 9.** a S b Đ c Đ d S

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tập xác định hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3-x}{x+2}}+\sqrt[3]{x-1}$ có dạng $\mathscr{D}=(-a;b]$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐

Lời giải

.....

Câu 2. Tập xác định hàm số $y=\dfrac{\sqrt[3]{x+3}+x}{\sqrt{|x-1|+|3-2x|+x-2}}$ có dạng $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left[b;\dfrac{a}{2}\right]$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Giá trị $b+2a$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐

Lời giải

.....

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số. Điều kiện của tham số m để hàm số đã cho xác định trên $(0;1)$ có dạng $m\in(-\infty;a]\cup\{b\}$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $a-2b$.
KQ: ☐

Lời giải

.....

Câu 4. Cho $f(x)=\begin{cases} x-4 & \text{khi } x\geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x<0 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f\left(m^2\right)+f(-2)=18$?

KQ:

Lời giải

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-20;20]$ để hàm số

$f(x)=(2m-1)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

KQ:

Lời giải

Câu 6. Anh T cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn.

- Nhà hàng 1 đề nghị anh T đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn.

- Nhà hàng 2 đề nghị anh T đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn.

Để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới, anh T nên lựa chọn nhà hàng n (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)? Giá trị n bằng bao nhiêu? KQ: ☐

Lời giải

Câu 7. Tập xác định hàm số $y=\dfrac{3x-2}{\left(x^2-x+1\right)\left(x-x^2\right)}$ có dạng $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{a;b\}$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $a+b$. KQ: ☐

Lời giải

Câu 8. Trong tập xác định hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+10}+\sqrt{10-x}}{\sqrt[3]{x^2+x-1}-\sqrt[3]{x^2+2}}$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

KQ: ☐

Lời giải

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $[-100;100]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+3a-2}+\sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x\in[-1;1]$?

KQ:

Lời giải

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)=mx^3-2\left(m^2+1\right)x^2+2m^2-m$ với m là tham số. Tìm giá trị của m sao cho $f(-1)=2$.

KQ:

Lời giải

Câu 11. Tập xác định hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & \text{khi } x\geq 1\\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x<1\end{cases}$ có dạng $\mathscr{D}=[-a;+\infty)$ với a là số tự nhiên. Giá trị a bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)=-3x^2+m^2x+m+1$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$? KQ: [ ]

Lời giải

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x-m+1}+\dfrac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1;3)$? KQ: [ ]

Lời giải

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=2x^4+(m-1)x^3+\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m^2-3m+2\right)x-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho? KQ: [ ]

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Tập xác định hàm số $y=\dfrac{1-2x}{|x|-1}-\sqrt{5x-3}$ có dạng $\mathscr{D}=\left[\dfrac{3}{b};+\infty\right)\setminus\{a\}$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: $\square$

Lời giải

. . . . . .

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $(-10;10)$ để hàm số $y=\sqrt{3x-m}$ xác định trên tập $(1;+\infty)$? KQ: $\square$

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 5	**Câu 2.** 7	**Câu 3.** -3	**Câu 4.** 2	**Câu 5.** 20
Câu 6. 1	**Câu 7.** 1	**Câu 8.** 20	**Câu 9.** 100	**Câu 10.** -2
Câu 11. 1	**Câu 12.** 1	**Câu 13.** 0	**Câu 14.** 0	**Câu 15.** 6
Câu 16. 13				

BÀI 2. HÀM SỐ BẬC HAI

A Lý thuyết

1 Hàm số bậc hai

Định nghĩa 1

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.
Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

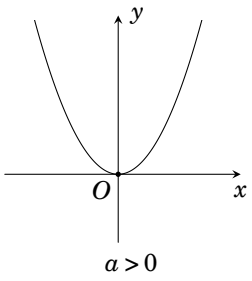
- Khi $a = 0$, $b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.
- Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2 Đồ thị hàm số bậc hai

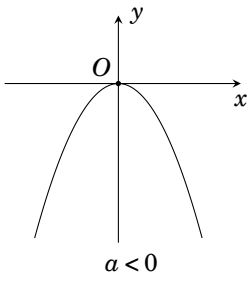
2.1 Đồ thị hàm số $y = ax^2$

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ có các đặc điểm sau:

- Đỉnh là gốc $O(0;0)$.
- Có trục đối xứng là $x = 0$.
- Hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.



$a > 0$

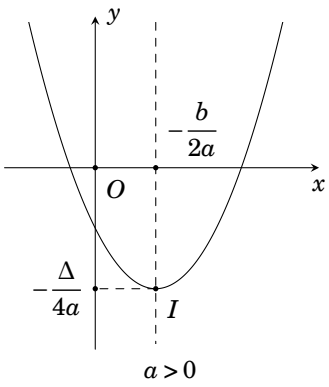


$a < 0$

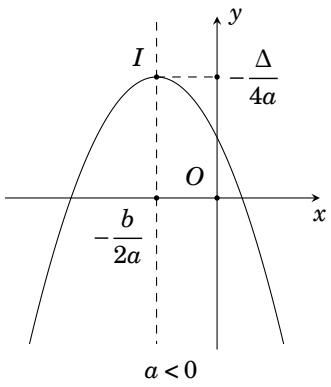
2.2 Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ là một đường Parabol có

- Đỉnh là $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.
- Có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- Hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.



$a>0$



$a<0$

2.3 Cách vẽ

Bước 1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Bước 2. Vẽ trục đối xứng $x=-\frac{b}{2a}$.

Bước 3. Xác định toạ độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có).

Bước 4. Vẽ parabol.

3 Chiều biến thiên của hàm số bậc hai

- Nếu $a>0$ thì hàm số $y=ax^2+bx+c$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

- Nếu $a<0$ thì hàm số $y=ax^2+bx+c$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định hàm số bậc hai

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (xác định các tham số a, b, c) ta dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c.
Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.
- Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a} = x_0$.
- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = x_I \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = y_I. \end{cases}$
- Trên $\mathbb{R}$, ta có

  a) $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này giá trị lớn nhất $f(x)$ là
  $$-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

  b) $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f(x)$ là
  $$-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

Ví dụ 1. Xác định parabol

a) $(P)\colon y=ax^2+bx+2$, biết (P) qua $M(1;5)$, có trục đối xứng là $x=-\dfrac{1}{4}$.

b) $(P)\colon y=ax^2+2x+c$, biết $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P).

c) $(P)\colon y=ax^2+bx+c$, biết (P) đi qua $A(1;-1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-3)$.

d) $(P)\colon y=ax^2-4x+c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng -3 và (P) qua $M(-2;1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=-2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1;-1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol (P): $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$, $(m \neq 0)$ cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại đỉnh của nó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai

Để vẽ đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Bước 2. Vẽ trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Bước 3. Lập bảng giá trị

x	x_1	x_2	$x = -\frac{b}{2a}$	x_3	x_4
y	$y(x_1)$	$y(x_2)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_3)$	$y(x_4)$

Bước 4. Vẽ Parabol.

- Khi vẽ cần chú ý dấu của hệ số a (bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$).
- Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; c)$.
- Đồ thị của hàm số cắt trục hoành (nếu có) tại điểm $(x_0; 0)$ với x_0 là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.

Ví dụ 4. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y=-x^2+2x+3$.

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

b) Tìm các giá trị của x để $y>0$ và $y<0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tìm m để hàm số bậc hai đơn điệu

- Trường hợp $a=0$. Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b>0. \end{cases}$
- Trường hợp $a>0$. Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ (m;n)\subset\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right). \end{cases}$
- Trường hợp $a<0$. Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ (m;n)\subset\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right). \end{cases}$

!

- Việc tìm điều kiện để hàm số $y=ax^2+bx+c$ nghịch biến trên khoảng $(m;n)$ được làm tương tự.
- Có thể dựa vào định nghĩa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số để thực hiện các bài toán trên.

Ví dụ 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

a) $y=-x^2+2mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;3)$.

b) $y=-4x^2+4mx-m^2+2$ nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

a) $y=\left(m^2+1\right)x^2-4mx+1$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

b) $y=mx^2-\left(m^2+1\right)x+3$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m + 1$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2025$ nghịch biến trên $(-\infty;3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Các yếu tố liên quan đến đồ thị hàm số bậc hai

- Loại 1. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$.
  - Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P).
  - Tương giao của (P) với trục Ox.
  - Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.
    Thường dùng đến các kết quả sau
    * Đường thẳng $x = \dfrac{-b}{2a}$ là trục đối xứng của (P), điểm $I\left(\dfrac{-b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$ là đỉnh của (P).

∗ Nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ là hoành độ giao điểm của (P) và Ox.

∗ Giả sử $A(x_A;y_A), B(x_B;y_A)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox. Khi đó

· A, B **cùng ở bên trái** đối với trục $Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A+x_B<0 \\ x_A \cdot x_B>0. \end{cases}$

· A, B **cùng ở bên phải** đối với trục $Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A+x_B>0 \\ x_A \cdot x_B>0. \end{cases}$

· A, B **cùng ở một bên** đối với trục $Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A \cdot x_B>0. \end{cases}$.

· A, B **không ở cùng một bên** đối với trục $Oy \Leftrightarrow x_A \cdot x_B<0$.

- Loại 2. Cho parabol (P): $y=ax^2+bx+c$ và đường thẳng d: $y=mx+n$.
  - Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.
  - Tìm điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với (P).
    Thường dùng đến các kết quả sau. Xét phương trình $ax^2+bx+c=0 \quad (*)$.
    ∗ (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt.
    ∗ (P) và Ox có một điểm chung (còn gọi là tiếp xúc với nhau) $\Leftrightarrow$ $(*)$ có một nghiệm.
    ∗ (P) và trục hoành không có điểm chung $\Leftrightarrow$ $(*)$ vô nghiệm.
    ∗ (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow$ $ax^2+bx+c=mx+n$ có nghiệm kép.

Ví dụ 11. Cho parabol (P): $y=x^2+5x-6$. Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P), tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Ví dụ 12. Cho parabol $(P)\colon y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$. Xét dấu của Δ, b, c biết rằng (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số để parabol $(P)\colon y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 14. Cho parabol $(P)\colon y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d\colon y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 5. Sự tương giao

- **Loại 1.** Dựa và đồ thị hàm số $f(x)$ biện luận theo m số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.
  - Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.
  - Tuỳ vào giá trị của m để chỉ ra giá trị để chỉ ra số giao điểm của $d\colon y = g(m)$ và (C).
  - Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

> **!** *$d\colon y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt Oy tại điểm có tung độ $y = g(m)$.*

- **Loại 2.** Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số bậc hai.
  Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = kx + m$ có đồ thị là đường thẳng d.
  - Toạ độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của hệ phương trình
  $$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m. \end{cases}$$
  - Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $ax^2 + bx + c = kx + m \quad (*)$.

Nhận xét. *Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình và cũng bằng số nghiệm của phương trình $(*)$.*

- *Nếu phương trình $(*)$ vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.*

- *Nếu phương trình $(*)$ có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau. Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P).*
- *Nếu phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.*

Ví dụ 15. Tìm tọa độ giao điểm của Parabol $(P)\colon y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $d\colon y = -x + 3$.

Lời giải

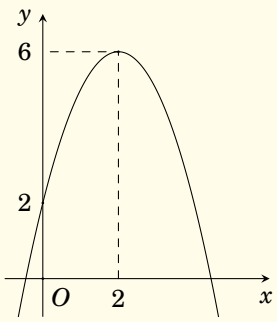
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 16. Cho Parabol $(P)\colon y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d\colon y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

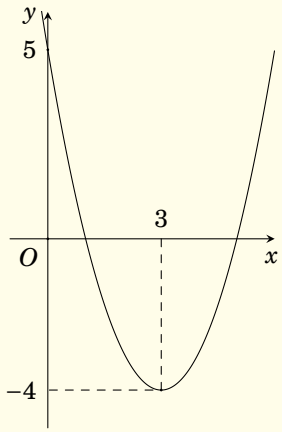
Ví dụ 17. Cho hàm số $y=-x^2+4x+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Dựa vào đồ thị hàm số, hãy tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2+4x+2=m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

Ví dụ 18. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị (P) như nhình vẽ bên dưới.



Dựa vào đồ thị, hãy tìm các giá trị của tham số m để phương trình $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 6. Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất

- Loại 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập cho trước
  - Lập bảng biến thiên.
  - Xác định tập bài toán yêu cầu.
  - Kết luận.
- Loại 2: Tìm điều kiện để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất/nhỏ nhất. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$.
  - Nếu $a > 0$ thì $\min y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.
  - Nếu $a < 0$ thì $\max y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.

  Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 19. Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;5]$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 20. Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2;7]$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 21. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 22. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 23. Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 7. Bài toán thực tiễn

Bài toán: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau

- **Bước 1:** Dựa vào giả thiết của đề bài, xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức diễn tả dưới "dạng ngôn ngữ toán học" cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.
- **Bước 2:** Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.
- **Bước 3:** Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở **bước 2**. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

Ví dụ 24. Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

a) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

b) Hỏi sau bao nhiêu giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

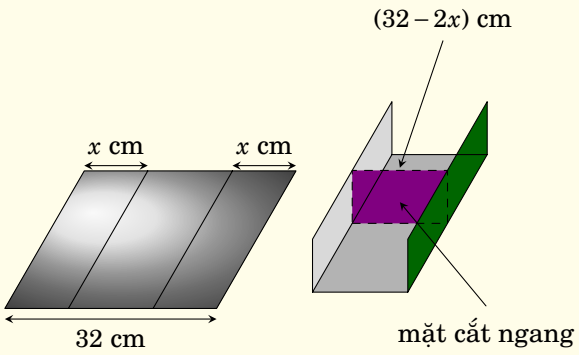
Ví dụ 25. Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Lời giải

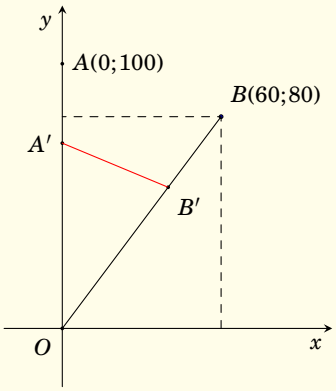
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 26. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



Lời giải

Ví dụ 27. Hai con chuồn chuồn bay trên hai quĩ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5 m/s. Con còn lại bay trên quĩ đạo là đường thẳng từ $B(60;80)$ đến $O(0;0)$ với vận tốc 10 m/s. Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu?



Lời giải

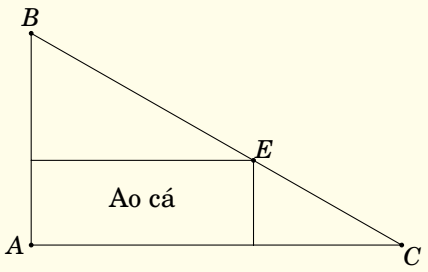
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 28. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 29. Ông Tiến có một mảnh đất hình tam giác vuông ABC có diện tích 125 m^2. Ông Tiến có ý định đào ao thả cá có dạng hình chữ nhật trên khu đất của mình (như hình vẽ). Hỏi rằng ông Tiến có thể đào một cái ao với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?



Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y=2x^2-4x+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Điểm $I(-2;1)$ là đỉnh của parabol nào sau đây?

A. $y=x^2+4x+5$. **B.** $y=2x^2+4x+1$. **C.** $y=x^2+4x-5$. **D.** $y=-x^2-4x+3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Biết hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là một đường parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a+b+c$.

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=-x^2+3x+2$. **B.** $y=-x^2-3x-2$. **C.** $y=x^2-3x+2$. **D.** $y=-x^2+3x-2$.

Lời giải

Câu 5. Cho parabol (P) có dạng $y=ax^2+bx+c$. Tìm $a+b+c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=4$. **D.** $a+b+c=3$.

Lời giải

Câu 6. Parabol $y=ax^2+bx+2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là

A. $y=x^2+x+2$. **B.** $y=2x^2+x+2$. **C.** $y=2x^2+2x+2$. **D.** $y=x^2+2x$.

Lời giải

Câu 7. Cho (P): $y=x^2+bx+1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó

A. $b=-1$. **B.** $b=1$. **C.** $b=3$. **D.** $b=-2$.

Lời giải

Câu 8. Parabol $y=ax^2+bx+c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a\cdot b\cdot c$ bằng

A. -10368. **B.** 10368. **C.** 6912. **D.** -6912.

Lời giải

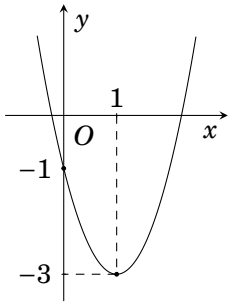
Câu 9. Cho parabol $y=ax^2+bx+4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=\dfrac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a+2b$ là

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho parabol $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số của parabol là



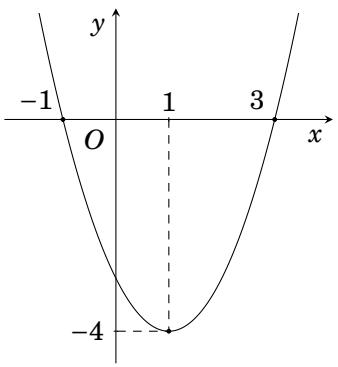
A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=2x^2+4x-1$.

C. $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=2x^2-4x-1$.

Lời giải

. . . . . .

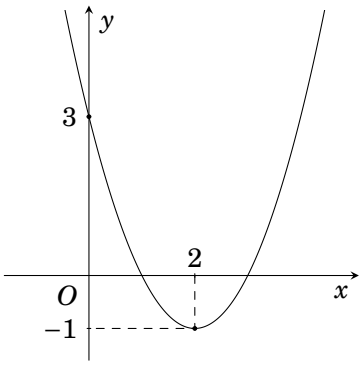
Câu 11. Cho parabol (P): $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị bằng



A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

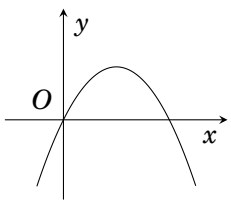
Câu 12. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ đồ thị hàm số như hình bên. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.



A. 0. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

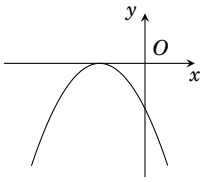
Câu 13. Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có hệ số a là

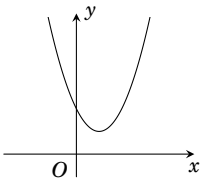


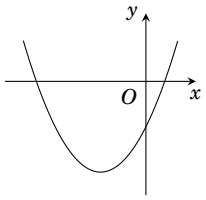
A. $a>0$. **B.** $a<0$. **C.** $a=1$. **D.** $a=2$.

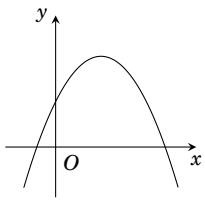
Lời giải

Câu 14. Nếu hàm số $y=ax^2+bx+c$ có $a>0$, $b>0$ và $c<0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

A. 

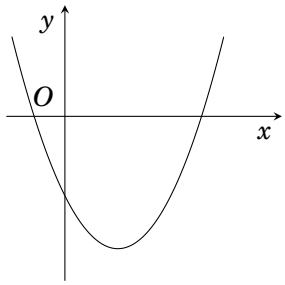
B. 

C. 

D. 

Lời giải

Câu 15. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $b<0$, $c<0$.

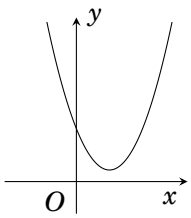
B. $a>0$, $b<0$, $c>0$.

C. $a>0$, $b>0$, $c>0$.

D. $a<0$, $b<0$, $c<0$.

Lời giải

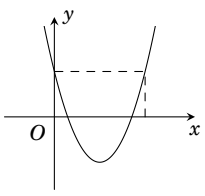
Câu 16. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



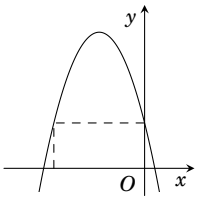
A. $a>0,\ b=0,\ c>0$.
B. $a>0,\ b>0,\ c>0$.
C. $a>0,\ b<0,\ c>0$.
D. $a<0,\ b>0,\ c>0$.

Lời giải

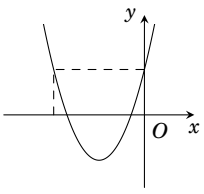
Câu 17. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c\,(P)$ có $a<0;\ b<0;\ c>0$ thì đồ thị hàm số (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



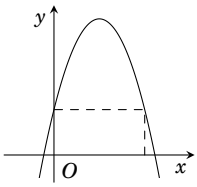
Hình (1)



Hình (2)



Hình (3)



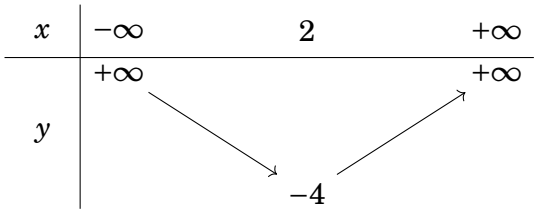
Hình (4)

A. Hình (4).
B. Hình (3).
C. Hình (2).
D. Hình (1).

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 18. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

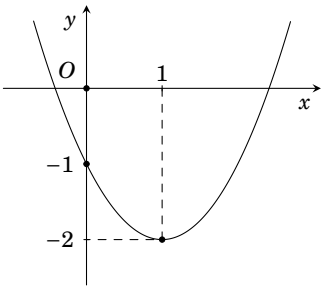


A. $y = x^2 - 4x$. **B.** $y = x^2 + 4x$. **C.** $y = -x^2 + 4x$. **D.** $y = -x^2 - 4x$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 19. Đồ thị hàm số trong hình vẽ là của hàm số nào trong các phương án A; B; C; D sau đây?

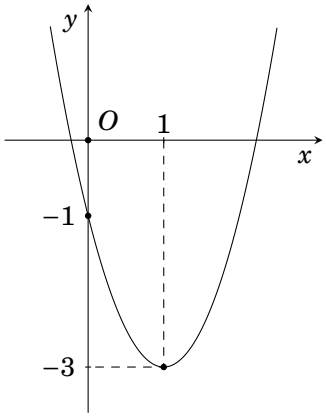


A. $y = x^2 + 2x - 1$. **B.** $y = x^2 + 2x - 2$.
C. $y = 2x^2 - 4x - 2$. **D.** $y = x^2 - 2x - 1$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

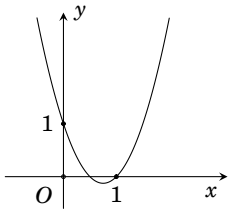
Câu 20. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số của parabol này là



A. $y = -x^2 + x - 1$.
B. $y = 2x^2 + 4x - 1$.
C. $y = x^2 - 2x - 1$.
D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

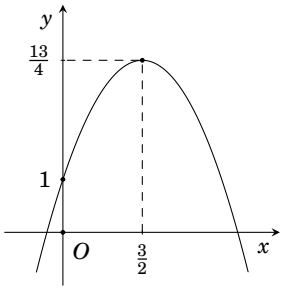
Câu 21. Đồ thị hàm số hình bên là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



A. $y = x^2 - 3x + 1$.
B. $y = 2x^2 - 3x + 1$.
C. $y = -x^2 + 3x - 1$.
D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

Lời giải

Câu 22. Đồ thị hàm số hình bên là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



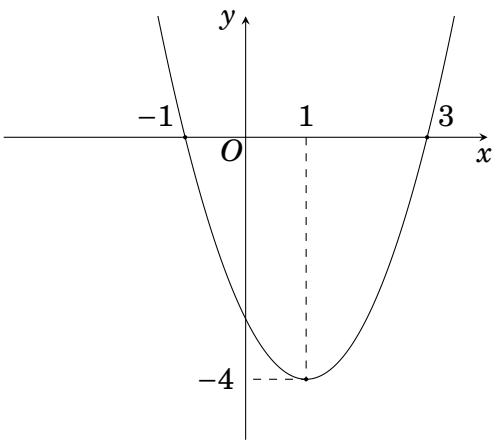
A. $y=x^2+3x-1$. **B.** $y=x^2-3x-1$.

C. $y=-x^2-3x-1$. **D.** $y=-x^2+3x+1$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 23. Cho parabol (P): $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị là



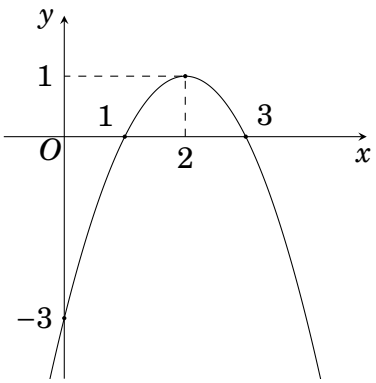
A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24. Hàm số nào sau đây có đồ thị hàm số như hình bên dưới



A. $y=-x^2+2x-3$. **B.** $y=-x^2+4x-3$. **C.** $y=x^2-4x+3$. **D.** $y=x^2-2x-3$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

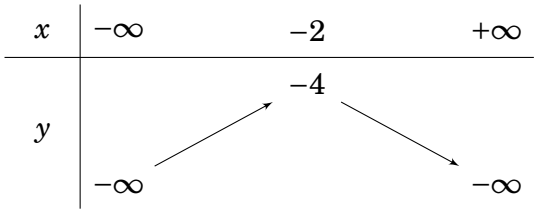
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. $y=-x^2+4x$. **B.** $y=-x^2+4x-9$. **C.** $y=x^2-4x-1$. **D.** $y=x^2-4x-5$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

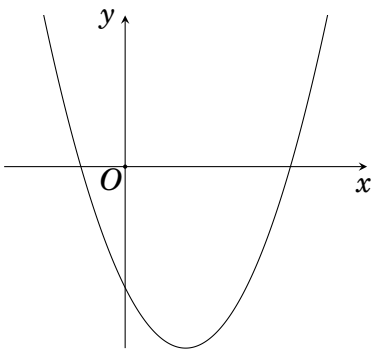
Câu 26. Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y=x^2+4x$. **B.** $y=-x^2-4x-8$. **C.** $y=-x^2-4x+8$. **D.** $y=-x^2-4x$.

Lời giải

Câu 27. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

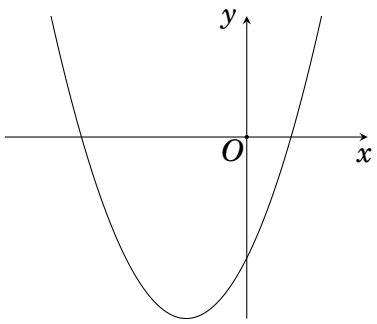


A. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **C.** $a>0,\ b>0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

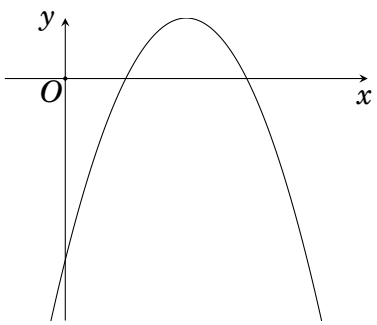


A. $a > 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0$. **C.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

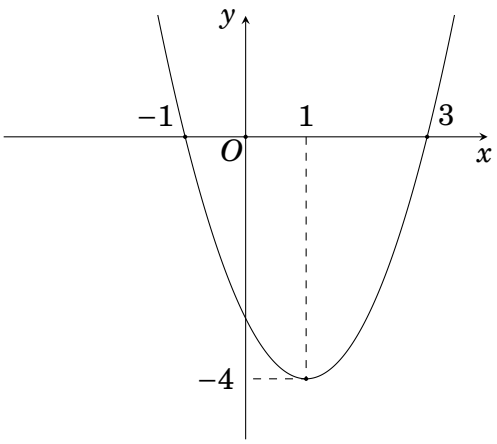


A. $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Cho parabol (P): $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị là



A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

. . . . . .

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+2x+3$ đạt được tại

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Câu 32. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2}{x^2-5x+9}$ bằng

A. $\dfrac{11}{8}$. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** $\dfrac{4}{11}$. **D.** $\dfrac{8}{11}$.

Lời giải

Câu 33. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2-4x+3$ trên miền $[-1;4]$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Câu 34. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+4|x|+3$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2-4mx+m^2-2m$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S

A. $T=3$. **B.** $T=\dfrac{1}{2}$. **C.** $T=\dfrac{9}{2}$. **D.** $T=-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 36. Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=1-x$ với (P): $y=x^2-2x+1$ là

A. $x=0;x=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0;x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

. . . . . .

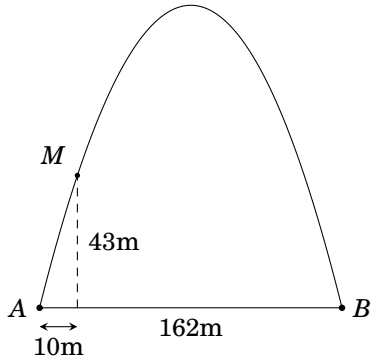
Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số trên cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

A. -10. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 9.

Lời giải

. . . . . .

Câu 38. Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



A. 175,6 m. **B.** 197,5 m. **C.** 210 m. **D.** 185,6 m.

Lời giải

. . . . . .

Câu 39. Cô Tình có 60 m lưới muốn rào một mảng vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

A. $400\,\text{m}^2$. **B.** $450\,\text{m}^2$. **C.** $350\,\text{m}^2$. **D.** $425\,\text{m}^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 40. Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được?

A. $h = 1\,\text{m}$. **B.** $h = 4\,\text{m}$. **C.** $h = 2\,\text{m}$. **D.** $h = 3\,\text{m}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

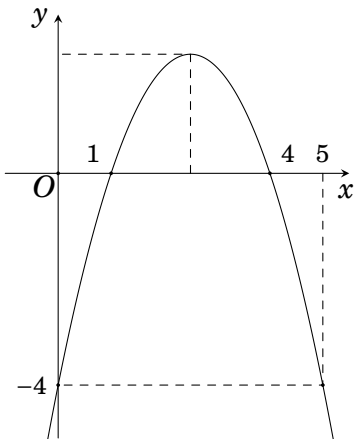
.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. D	Câu 2. A	Câu 3. C	Câu 4. D	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. A
Câu 8. A	Câu 9. B	Câu 10. D	Câu 11. C	Câu 12. B	Câu 13. B	Câu 14. C
Câu 15. A	Câu 16. C	Câu 17. C	Câu 18. A	Câu 19. D	Câu 20. D	Câu 21. B
Câu 22. D	Câu 23. C	Câu 24. B	Câu 25. C	Câu 26. B	Câu 27. A	Câu 28. D
Câu 29. C	Câu 30. C	Câu 31. B	Câu 32. D	Câu 33. C	Câu 34. D	Câu 35. A
Câu 36. A	Câu 37. A	Câu 38. D	Câu 39. B	Câu 40. B		

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Xét đồ thị của hàm số $y=-x^2+5x-4$. Khi đó



a) Có toạ độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2};\frac{9}{4}\right)$.

b) Trục đối xứng là $x=\frac{5}{2}$.

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0;-4)$.

d) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2;0)$ và $B(3;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+3$ đi qua điểm $A(2;15)$; $B(-1;0)$.

a) Trục đối xứng của parabol là $x=-2$.

b) Toạ độ đỉnh của parabol là $I(-2;3)$.

c) Hệ số $a=1$ và $b=4$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 3. Cho parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.

a) Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.

b) Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.

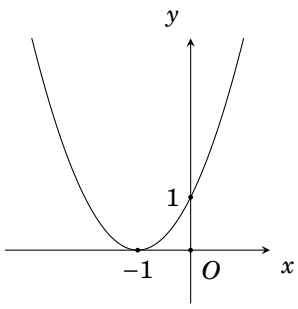
c) Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

d) Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình



a) $c = 1$.

b) $a = 1$.

c) $b = 2$.

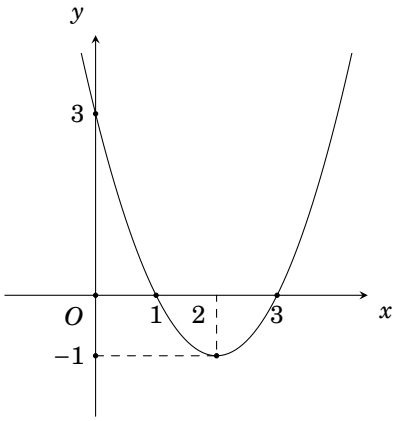
d) $y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở hình dưới đây.



a) $a > 0$.

b) Đồ thị hàm số có toạ độ đỉnh $I(2;-1)$ nên trục đối xứng $x = 2$.

c) Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$; nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) Các giá trị của x thuộc các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$.

a) $y \geq 0$ khi $x \in [-5;1]$.

b) $y \leq 0$ khi $x \in (-\infty;-5] \cup [1;+\infty)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9.

d) Với $m = \dfrac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

Lời giải

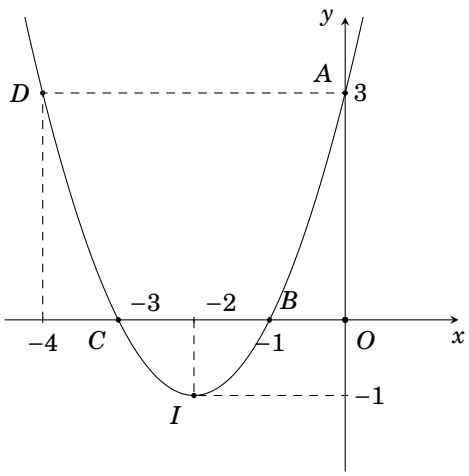
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó

a) Tọa độ đỉnh $I(-2;-1)$.

b) Bề lõm parabol hướng xuống.

c) Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1;0)$, $C(-3;0)$.



d) Đồ thị parabol như hình bên .

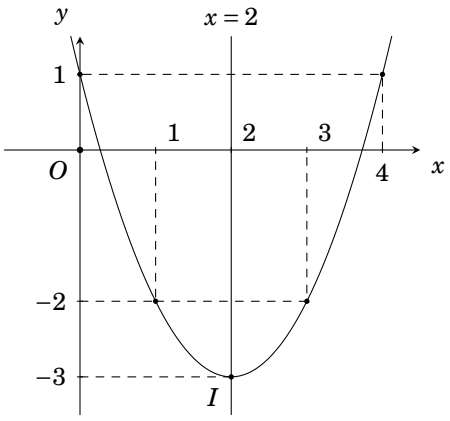
Lời giải

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó

a) Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.

b) Phương trình trục đối xứng parabol là $x = 3$.

c) Bề lõm parabol hướng lên.

d) Đồ thị parabol như hình dưới đây 

.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Cho hàm số bậc hai $y=-x^2+3$. Khi đó

a) Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.

b) Bề lõm parabol hướng lên.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max}$, khi $x=0$.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S

Câu 4. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 6.** a S b S c Đ d Đ
Câu 7. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 8.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c S d Đ

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0;2)$ và có đỉnh $I(2;-1)$. Tính tổng $b+c$. KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất 2 m theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là bao nhiêu mét? Biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết (P): $y=ax^2+bx+c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1, (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1. Khi đó có bao nhiêu hàm số parabol thỏa yêu cầu bài toán? KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho parabol (P): $y=3x^2-2x+1$. Điểm $I(a;b)$ là đỉnh của (P). Giá trị của $S=a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Cho hàm số $y=mx^2-2x-m-1$. Giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là KQ: | | | | |

Lời giải

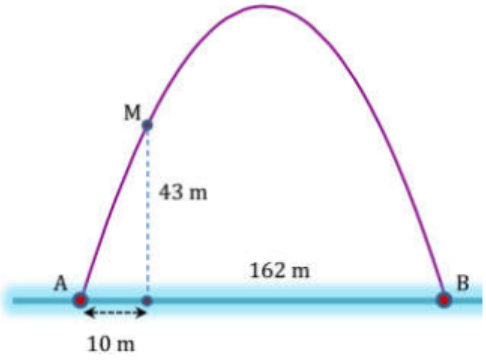
Câu 6. Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là 5%/ năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan là bao nhiêu triệu đồng? *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.* KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m. Độ cao của cổng Arch có kết quả gần đúng dạng $abc{,}6$ (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Với a, b, c là các số tự nhiên. Tính $S = a + b + c$.





KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Cho parabol (P): $y = x^2 - 2x + m - 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x+1)(x-3)+\sqrt{8+2x-x^2}=2m$ có nghiệm.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

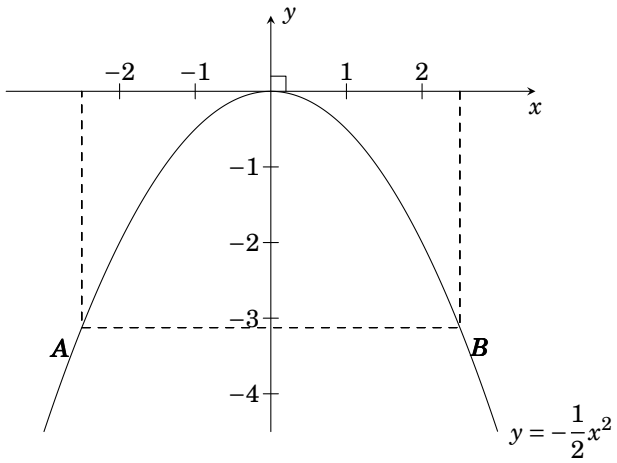
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y=-\dfrac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d=5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.*



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. -1	**Câu 2.** 2,2	**Câu 3.** 2	**Câu 4.** 1	**Câu 5.** -1
Câu 6. 55,1	**Câu 7.** 14	**Câu 8.** 0	**Câu 9.** 3	**Câu 10.** 3,1

BÀI 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A Lý thuyết

1 Tam thức bậc hai

- Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a\neq 0$.
- Nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ được gọi là nghiệm của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$.
- $\Delta=b^2-4ac$ và $\Delta'=b'^2-ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$.

2 Dấu của tam thức bậc hai

Cho $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0), \Delta=b^2-4ac$.

- Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.
- Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\neq -\dfrac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta>0$ thì $f(x)$ luôn:
  - Cùng dấu với hệ số a khi $x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$.
  - Trái dấu với hệ số a khi $x\in(x_1;x_2)$.

  Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.
- Khi $\Delta>0$, dấu của $f(x)$ và a là "Trong trái ngoài cùng".

! Xét dấu tam thức bậc hai ta làm các bước

- Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ;
- Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);
- Bước 3: Xác định dấu của hệ số a;
- Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

Chú ý: Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ.

Nhận xét. *Cho tam thức bậc hai* $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$.

a) $ax^2+bx+c>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

b) $ax^2+bx+c<0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

c) $ax^2+bx+c\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0. \end{cases}$

d) $ax^2+bx+c\leq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta\leq 0. \end{cases}$

3 Bất phương trình bậc hai

Định nghĩa 1

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình có dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c\leq 0$; $ax^2+bx+c>0$; $ax^2+bx+c\geq 0$).
Trong đó a, b, c là các số thực đã cho, với $a\neq 0$.

4 Giải bất phương trình bậc hai

- $ax^2+bx+c>0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c>0$ có dấu dương.
- $ax^2+bx+c\geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c\geq 0$ có dấu không âm.
- $ax^2+bx+c<0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c<0$ có dấu âm.
- $ax^2+bx+c\leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c\leq 0$ có dấu không dương.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai

Phương pháp giải

- Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a\neq 0$.
- Nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ với $a\neq 0$ được gọi là nghiệm của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$.
- $\Delta=b^2-4ac$ và $\Delta'=b'^2-ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$.

Ví dụ 1. Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau

a) $f(x)=x^2-3x+2$;

b) $f(x)=2x^2-5x+2$;

c) $f(x)=2x^2-3x$;

d) $f(x)=-x^2-2\sqrt{2}x-4$;

e) $f(x)=-3x^2-2x+2$;

f) $f(x)=-x^2+4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tìm biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai sau

a) $f(x)=x^2-2mx+m^2-1$;

b) $f(x)=x^2-(2m+1)x+m^2+m$;

c) $f(x)=x^2+mx-1$;

d) $f(x)=(m^2+1)x^2-3mx-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Xét dấu tam thức bậc hai

Cho $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0), \Delta=b^2-4ac$.

- Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

- Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \neq -\dfrac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn:
  - Cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$.
  - Trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.

  Trong đó x_1. x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.
- Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là "Trong trái ngoài cùng".

Ví dụ 3. Xét dấu của các tam thức sau

a) $3x^2 - 2x + 1$;

b) $-x^2 + 4x + 5$;

c) $4x^2 + 4x + 1$;

d) $2x^2 - 6x + \dfrac{9}{2}$;

e) $3x^2 - 2x + 8$;

f) $-x^2 + 2x - 1$.

Lời giải

Ví dụ 4. Xét dấu các biểu thức sau

a) $f(x)=2x^2+x+6$;

b) $f(x)=4x^2-4x+1$;

c) $f(x)=x^2-\dfrac{3}{2}x-1$;

d) $f(x)=(4-3x)(x^2-5x+6)$;

e) $f(x)=\left(1-\sqrt{2}\right)x^2-2x+1+\sqrt{2}$;

f) $f(x)=-0{,}3x^2+x-1{,}5$;

g) $f(x)=x^2+\left(\sqrt{5}-1\right)x-\sqrt{5}$;

h) $f(x)=\sqrt{3}x^2+\left(\sqrt{3}+1\right)x+1$.

Lời giải

Ví dụ 5. Xét dấu các biểu thức sau:

a) $f(x)=(x+3)\left(2x^2+5x+2\right)$;

b) $f(x)=\left(x^2-7x+12\right)(1-x)$;

c) $f(x)=\dfrac{2x-x^2}{3+x}$;

d) $f(x)=\dfrac{2x^2-9x+7}{4-x^2}$;

e) $f(x)=x^2-2x+5$;

f) $f(x)=x^2-5x-6$;

g) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+3}{x-1}$;

h) $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$;

i) $f(x)=x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$;

j) $f(x)=\dfrac{2x-5}{4x^2-19x+12}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có dấu không đổi

Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$, $\Delta=b^2-4ac$.

a) $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta<0.\end{cases}$

b) $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0.\end{cases}$

c) $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$

d) $f(x)\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$

Ví dụ 6. Cho $f(x)=\left(m^2+2\right)x^2-2(m+1)x+1$.
Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)$ luôn dương với mọi x.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Cho $f(x)=(m+2)x^2+2(m+2)x+m+3$.
Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)\geq 0$ với mọi giá trị của x.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Cho $f(x)=mx^2-x-1$.
Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)<0$ với mọi giá trị của x.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Cho $f(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$.
Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)\le 0$ với mọi giá trị của x.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Cho $f(x)=\sqrt{x^2-x+m}-1$.
Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)>0$ với mọi giá trị của x.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Tìm các giá trị của tham số m để

(1) $f(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ với $f(x)=\left(2m^2-3m-2\right)x^2+2(m-2)x-1$.

(2) $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ với $f(x)=(m+4)x^2-2mx+2m-3$.

(3) $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ với $f(x)=\dfrac{-x^2+4(m+1)x+1-4m^2}{-4x^2+5x-2}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 4. Giải bất phương trình bậc hai

Để giải bất phương trình bậc hai ta dựa vào việc xét dấu tam thức bậc hai.
Cách giải:

- **Bước 1.** Xét dấu tam thức bậc hai ở vế trái.
- **Bước 2.** Chọn những giá trị của làm cho vế trái dương hoặc âm tùy theo chiều của

bất phương trình.

Ví dụ 12. Giải các bất phương trình sau

1) $-3x^2+2x+1<0$.

2) $-36x^2+12x-1\geq 0$.

3) $\sqrt{x^2-2x+5}\geq 0$.

4) $\left(x^2-x\right)^2+3\left(x^2-x\right)+2\geq 0$.

5) $\dfrac{x^2+x-1}{x-2}>\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{x^3-2x}{x^2-3x+2}$.

6) $\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)\leq 3\left(x^2+4x+4\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. Tìm tham số để tam thức bậc hai luôn âm – dương

Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$. Đặt $\Delta=a^2-4ac$.

- $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta<0.\end{cases}$
- $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0.\end{cases}$
- $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$
- $f(x)\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$
- $f(x)>0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x)\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$
- $f(x)\geq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0.\end{cases}$
- $f(x)<0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0.\end{cases}$

- $f(x) \le 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$

Lưu ý: Khi giải bất phương trình mà a chứa tham số m, thì xét 2 trường hợp

- Trường hợp 1: hệ số $a = 0$.
- Trường hợp 2: hệ số $a \neq 0$.

Ví dụ 13. Với giá trị nào của m thì

1) $f(x) = -2x^2 - mx + m$ luôn âm?

2) $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+1)x + m + 1$ luôn âm?

3) $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1$ luôn dương?

Lời giải

Ví dụ 14. Tìm giá trị của tham số m để các biểu thức sau đây luôn dương, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

1) $f(x) = -2x^2 + 2(m-2)x + m - 2$.

2) $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 4$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tam thức $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0), \Delta=b^2-4ac$. Ta có $f(x)\leq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a\leq 0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 2. Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+8x-8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $f(x)\leq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 3. Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2-10x+2$. **B.** $x^2-2x-10$. **C.** $x^2-2x+10$. **D.** $-x^2+2x+10$.

Lời giải

Câu 4. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

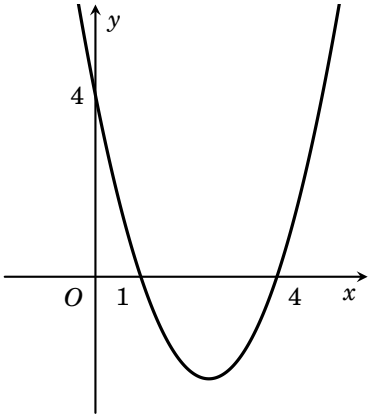
Lời giải

Câu 5. Cho $f(x)=ax^2+bx+c,(a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta=0$. **C.** $\Delta>0$. **D.** $\Delta\geq 0$.

Lời giải

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ.



A. $a>0,\Delta>0$. **B.** $a<0,\Delta>0$. **C.** $a>0,\Delta=0$. **D.** $a<0,\Delta=0$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cho tam thức $f(x)=x^2-8x+16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm. **B.** $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0$ khi $x<4$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x<2$?

A. x^2-5x+6. **B.** $16-x^2$. **C.** x^2-2x+3. **D.** $-x^2+5x-6$.

Lời giải

Câu 9. Tam thức $-x^2-3x-4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-4$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<1$ hoặc $x>4$. **C.** $-4<x<-4$. **D.** $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 10. Tam thức $y=x^2-12x-13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-13$ hoặc $x>1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>13$. **C.** $-13<x<1$. **D.** $-1<x<13$.

Lời giải

Câu 11. Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>3$. **C.** $x<-2$ hoặc $x>6$. **D.** $-1<x<3$.

Lời giải

Câu 12. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2-6x+8$ không dương?

A. $[2;3]$. **B.** $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$. **C.** $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Lời giải

Câu 13. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2+9-6x$ luôn dương?

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Câu 14. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x)=x^2-2x+3$ luôn dương?

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2+6x-9$?

A.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

.

B.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

.

C.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

.

D.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

.

B.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

.

C.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

.

D.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

.

Lời giải

.....

Câu 17. Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty)$.

B. $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$.

C. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)$.

D. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(0;1)$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta>0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 19. Cho tam thức bậc hai $f(x)=-x^2-4x+5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x)\geq 0$.

A. $x\in(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.
B. $x\in[-1;5]$.
C. $x\in[-5;1]$.
D. $x\in(-5;1)$.

Lời giải

Câu 20. Biểu thức $\left(3x^2-10x+3\right)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x\in\left(-\infty;\dfrac{5}{4}\right)$.
B. $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{5}{4};3\right)$.
C. $x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{4}\right)\cup(3;+\infty)$.
D. $x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$.

Lời giải

Câu 21. Biểu thức $\left(4-x^2\right)\left(x^2+2x-3\right)\left(x^2+5x+9\right)$ âm khi

A. $x\in(1;2)$.
B. $x\in(-3;-2)\cup(1;2)$.
C. $x\geq 4$.
D. $x\in(-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Câu 22. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x\in(0;3]\cup(4;+\infty)$. **B.** $x\in(-\infty;0]\cup[3;4)$. **C.** $x\in(-\infty;0)\cup[3;4)$. **D.** $x\in(-\infty;0)\cup(3;4)$.

Lời giải

Câu 23. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[6;+\infty)$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

A. $S=(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(2;5)$. **D.** $S=[2;5]$.

Lời giải

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-25<0$ là

A. $S=(-5;5)$.
B. $x>\pm 5$.
C. $-5<x<5$.
D. $S=(-\infty;-5)\cup(5;+\infty)$.

Lời giải

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2<0$ là

A. $(1;2)$.
B. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.
C. $(-\infty;1)$.
D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Câu 27. Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-x-6\le 0$.

A. $S=(-\infty;-3)\cup(2:\ +\infty)$.
B. $[-2;3]$.
C. $[-3;2]$.
D. $(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 28. Bất phương trình $-x^2+2x+3>0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ là

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+x+12\geq 0$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-3;4]$.

Lời giải

Câu 31. Hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $(-\infty;-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3};+\infty)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

C. $(-\infty;-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3};+\infty)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$. **D.** $(-\infty;-\sqrt{3})\cup\left(\sqrt{3};\dfrac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Câu 32. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1) \cup (1;2)$.

Lời giải

Câu 34. Giải bất phương trình $x(x+5) \le 2(x^2+2)$.

A. $x \le 1$. **B.** $1 \le x \le 4$.

C. $x \in (-\infty;1] \cup [4;+\infty)$. **D.** $x \ge 4$.

Lời giải

Câu 35. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2+x+3}{x^2-4} \ge 1$. Khi đó $S \cap (-2;2)$ là tập nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(-2;-1]$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 36. Tập nghiệm S của bất phương trình $\dfrac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \le -1$ là

A. Hai khoảng.
B. Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn.
D. Ba khoảng.

Lời giải

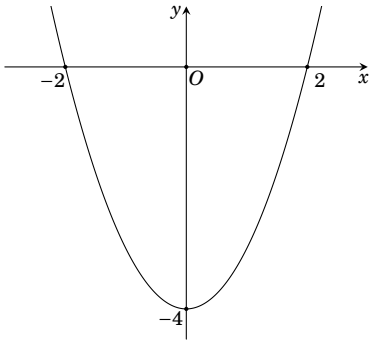
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

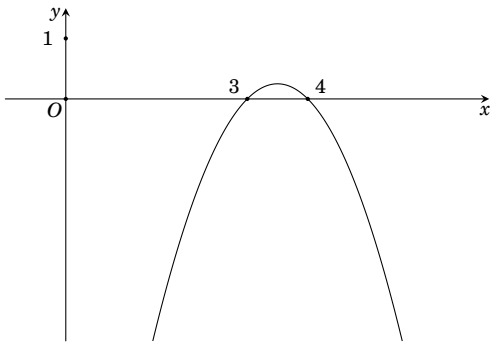
Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. C	Câu 4. A	Câu 5. A	Câu 6. A	Câu 7. C
Câu 8. D	Câu 9. D	Câu 10. D	Câu 11. B	Câu 12. C	Câu 13. A	Câu 14. B
Câu 15. D	Câu 16. C	Câu 17. A	Câu 18. C	Câu 19. C	Câu 20. B	Câu 21. D
Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. C	Câu 25. A	Câu 26. A	Câu 27. B	Câu 28. B
Câu 29. C	Câu 30. D	Câu 31. B	Câu 32. A	Câu 33. D	Câu 34. C	Câu 35. C
Câu 36. C						

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ và $y=g(x)$.



$y=f(x)$



$y=g(x)$

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$.

b) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$.

c) Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		2	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

.

d) $g(x)>0 \Leftrightarrow 3<x<4$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho biểu thức $f(x)=(3x-1)\left(3x^2-4x+1\right)$.

a) $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{3}. \\ x=1. \end{array}\right.$

b) Bảng xét dấu của biểu thức là

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$3x^2-4x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

.

c) Với $x \in (1;+\infty)$ thì $f(x)<0$.

d) Với $x \in \left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right) \cup \left(\dfrac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+7x+6}$.

a) $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-6		-1		3
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	|
$f(x)$		$-$	||	$+$	||	$-$	0

b) Bảng xét dấu của biểu thức là

.

c) với $x \in (-\infty;-6) \cup (-1;3)$ thì $f(x)>0$.

d) với $x \in (-6;-1) \cup (3;+\infty)$ thì $f(x)<0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho $f(x)=\dfrac{5x^2+3x-8}{x^2-7x+6}$.

a) Điều kiện $x \neq 6$.

b) $f(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-\dfrac{8}{5}$.

c) $f(x)>0$, $\forall x \in \left(-\infty;-\dfrac{8}{5}\right) \cup (6;+\infty)$.

d) $f(x)<0$, $\forall x \in \left(-\dfrac{8}{5};1\right) \cup (1;6)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho $f(x)=\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}$.

a) Điều kiện $x\neq 0$.

b) $f(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

c) $x^2+5x+7<0\Leftrightarrow 1<x<4$.

d) $\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}\geq 0$ có tập nghiệm $S=(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Cho phương trình $mx^2-(4m+1)x+4m+2=0$ (1) với m là tham số. Khi đó

a) Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\dfrac{1}{4}<m<0$.

b) Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<1<x_2$ khi $-2<m<0$.

d) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<x_2<3$ khi $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 2.** a S b Đ c S d Đ	**Câu 3.** a S b Đ c S d S
Câu 4. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 5.** a S b S c S d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d S

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho $-x^2+2(m+1)x-m^2+m<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2-3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right)\geq 0$ có bao nhiêu giá trị nguyên? KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m\in[0;10]$ để phương trình $x^2-(m+1)x+3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để phương trình $-x^2+x+4m^2-5m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu. KQ:

Lời giải

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-(2m-1)x+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. KQ:

Lời giải

Câu 6. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2+300Q+200\,000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Gọi $a;b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà xí nghiệp cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S=a+b$. KQ:

Lời giải

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để: $f(x)=(m-1)x^2+2(m-1)x+m-3$ không dương với mọi $x\in\mathbb{R}$. KQ:

Lời giải

Câu 8. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là 21 m và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên 10 m so với mặt đất?
KQ:

Lời giải

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hệ bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2+2x-15<0 \\ (m+1)x \geq 3. \end{cases}$ KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để phương trình $x^2+(m-2)x-8m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P=x^2+30x+3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Gọi a; b lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà nhà sản xuất cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S=a+b$ (giả sử các sản phẩm được bán hết)? KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để phương trình $(m+1)x^2-2(m+1)x-m+2=0$ vô nghiệm. KQ:

Lời giải

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-100;100]$ để phương trình $\frac{1}{m}x^2+2(m-2)x+m^2=0$ vô nghiệm. KQ:

Lời giải

Câu 14. Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài 30 cm và chiều rộng 20 cm được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)$ cm và $(20+x)$ cm. Với $x \in (a;b)$ thì diện tích của khung sau khi uốn tăng lên. Khi đó trong khoảng $(a;b)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?
KQ:

Lời giải

Câu 15. Cho phương trình $x^4-2x^2-2-m=0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình (1) phương trình có đúng 2 nghiệm KQ:

Lời giải

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\dfrac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1}\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. KQ:

Lời giải

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để $x^2-2x+1-m^2\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$. KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 18. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. KQ:

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 0	**Câu 2.** 3	**Câu 3.** 5	**Câu 4.** 20	**Câu 5.** 2
Câu 6. 900	**Câu 7.** 1	**Câu 8.** 5	**Câu 9.** 19	**Câu 10.** 10
Câu 11. 140	**Câu 12.** 2	**Câu 13.** 196	**Câu 14.** 9	**Câu 15.** 2
Câu 16. 0	**Câu 17.** 38	**Câu 18.** 20		

BÀI 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A Lý thuyết

1 Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Ta làm như sau

- *Bước 1:* Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc hai hoặc bậc nhất.
- *Bước 2:* Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c\ge 0 \\ dx^2+ex+f\ge 0 \\ ax^2+bx+c=dx^2+ex+f. \end{cases}$

2 Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Ta làm như sau

- *Bước 1:* Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc hai hoặc bậc nhất.
- *Bước 2:* Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e \Leftrightarrow \begin{cases} dx+e\ge 0 \\ ax^2+bx+c=(dx+e)^2. \end{cases}$

Nhận xét. *Một số phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác*

a) $\sqrt{A}=B \Leftrightarrow \begin{cases} B\ge 0 \\ A=B^2. \end{cases}$

b) $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B\ge 0 \\ A+B+2\sqrt{AB}=C. \end{cases}$

c) $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}+\sqrt{D}$.

- *Nếu $A+B=C+D$ (hoặc $AB=CD$) thì bình phương hai vế ta được phương trình tương đương.*
- *Nếu $A+C=B+D$ (hoặc $AC=BD$) thì đưa phương trình về dạng $\sqrt{A}-\sqrt{C}=\sqrt{D}-\sqrt{B}$ sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại nghiệm để chọn được nghiệm.*

d) $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$.

- *Lập phương hai vế ta được* $A+B+3\sqrt[3]{AB}\left(\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}\right)=C$.

- *Sau đó thay thế* $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$ *vào ta được* $A+B+3\sqrt[3]{ABC}=C$.
  Chú ý: Sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Giải phương trình quy về phương trình bậc hai

a) Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$.

- *Bước 1:* Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc hai hoặc bậc nhất.
- *Bước 2:* Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}\Leftrightarrow\begin{cases}ax^2+bx+c\geq 0\\ dx^2+ex+f\geq 0\\ ax^2+bx+c=dx^2+ex+f.\end{cases}$

b) Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

- *Bước 1:* Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc hai hoặc bậc nhất.
- *Bước 2:* Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e\Leftrightarrow\begin{cases}dx+e\geq 0\\ ax^2+bx+c=(dx+e)^2.\end{cases}$

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

1) $\sqrt{2x^2-4x-2}=\sqrt{x^2-x-2}$.

2) $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$.

3) $\sqrt{2x^2-3x-5}=\sqrt{x^2-7}$.

4) $\sqrt{3x^2+6x+3}=\sqrt{2x^2-5x+3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau

1) $\sqrt{2x^2-5x-9}=x-1$.

2) $\sqrt{2x^2+x+13}=1-x$.

3) $\sqrt{3x^2-13x+14}=x-3$.

4) $\sqrt{-x^2+9x-5}=x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau

1) $x^2-2x-8=4\sqrt{(4-x)(x+2)}$.

2) $2\sqrt{x^2-8x}=x^2-8x-3$.

3) $5\sqrt{x^3+x^2-2x}=2x^2+6x-2$.

4) $13\sqrt{x^3+x^2-6x}=5x^2+21x-12$.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=2-x$ là

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\{2;3\}$.

Lời giải

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=-x^2-5$ là

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 5. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{6\}$.

Lời giải

Câu 7. Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$.

A. 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

Lời giải

Câu 8. Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1}=x-2$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2}=x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Lời giải

Câu 11. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{-2;\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Câu 14. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5}=x^2-2x+3$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Câu 15. Tập $[-3;1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x}=\sqrt{\dfrac{1}{1-x^3}}$. **B.** $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}$.

C. $\sqrt{-x^2-x+6}=\sqrt{-x^2-3x+4}$. **D.** $\sqrt{1-x}=\sqrt{-x^2-x+6}$.

Lời giải

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm.

A. $-4\le m\le 4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

Câu 18. Tìm m để phương trình $-x^2+2(m-1)x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $[-1;2]$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

B. $m\in(-\infty;-\dfrac{3}{5})\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$.

C. $m\in(-\dfrac{3}{5};1)$.

D. $m\in(-\dfrac{3}{5};+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\geq 0$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\le 0$ hoặc $m\ge 28$. **B.** $m<0$ hoặc $m>28$. **C.** $0<m<28$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Câu 22. Xác định m để phương trình $mx^3-x^2+2x-8m=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7}<m<\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{6}$. **C.** $m>\frac{1}{7}$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Câu 23. Phương trình $2x^2-(m^2-m+1)x+2m^2-3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m<-1$ hoặc $m>\frac{5}{2}$. **B.** $-1<m<\frac{5}{2}$.

C. $m\le -1$ hoặc $m\ge \frac{5}{2}$. **D.** $-1\le m\le \frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 24. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 0 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}<3$?

A. $m<2\vee m>6$. **B.** $-2<m\neq -1<2\vee m>6$.

C. $2<m<6$. **D.** $-2<m<6$.

Lời giải

Câu 25. Tam thức $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m<3$. **B.** $m\geq 3$. **C.** $m\leq -3$. **D.** $m\leq 3$.

Lời giải

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\dfrac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1}\leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in (-2;2)$.

C. $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $m \in [-2;2]$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

. . . . . .

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0,\ \forall x \in (0;1)$.

A. $m > 1$. **B.** $m < \dfrac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Tìm m để $-9<\dfrac{3x^2+mx-6}{x^2-x+1}<6$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $-3<m<6$. **B.** $-3\le m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m>6$.

Lời giải

Câu 30. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1$ Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

A. $m>4$. **B.** $4<m<5$. **C.** $3<m<4$. **D.** $m<4$.

Lời giải

Câu 31. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m\ge-\dfrac{25}{4}$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge-\dfrac{25}{8}$.

Lời giải

Câu 32. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1$ có hai nghiệm phân biệt là $S=(a;b]$. Khi đó giá trị $P=ab$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 33. Tìm m để phương trình $(\sqrt{5m^2-2m-2}+m-1)(x+1)^3+x^2-x-3=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$, ta được điều kiện $m\notin[a;b]$ Giá trị của biểu thức $P=a^2+2b$ bằng

A. $P=10$. **B.** $P=12$. **C.** $P=20$. **D.** $P=15$.

Lời giải

Câu 34. Phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m\in[a;b]\setminus\{0\}$. Tính giá trị của a^2+b.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

. . . . . .

Câu 35. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2$ có nghiệm.

A. $m \le 1$. **B.** $m \in (1;+\infty)$. **C.** $m > 2$. **D.** $m \ge 2$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 36. Cho phương trình $\sqrt{x^2-8x+m}=2x-1$ Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m \in \left[-\frac{1}{3};\frac{15}{4}\right)$. **B.** $m \in \left(-\frac{1}{3};\frac{15}{4}\right)$. **C.** $m \in \left(-\infty;\frac{15}{4}\right)$. **D.** $m \in \left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 37. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. D	Câu 3. B	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. D
Câu 7. D	Câu 8. C	Câu 9. A	Câu 10. A	Câu 11. B	Câu 12. B
Câu 13. C	Câu 14. C	Câu 15. A	Câu 16. C	Câu 17. B	Câu 18. B
Câu 19. B	Câu 20. C	Câu 21. B	Câu 22. A	Câu 23. B	Câu 24. B
Câu 25. D	Câu 26. D	Câu 27. D	Câu 28. D	Câu 29. A	Câu 30. D
Câu 31. B	Câu 32. C	Câu 33. D	Câu 34. C	Câu 35. D	Câu 36. C
Câu 37. D					

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{2x^2+x+3}=-x-5$.

a) Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2-9x-22=0$.

b) Phương trình $\sqrt{2x^2+x+3}=-x-5$ và phương trình $x^2-9x-22=0$ có chung tập nghiệm.

c) $\left[\begin{array}{l} x=11 \\ x=-2 \end{array}\right.$ là nghiệm của phương trình.

d) Tập nghiệm của phương trình là $S=\varnothing$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$.

a) Điều kiện $x\le 2$.

b) Bình phương 2 vế phương trình ta được $x^2+3x+1=0$.

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) Các nghiệm của phương trình thuộc $\mathbb{Z}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho 2 phương trình $\sqrt{5x+10}=8-x$ (1) và $\sqrt{3x^2-9x+1}=x-2$ (2)

a) Phương trình (1) có 1 nghiệm.

b) Phương trình (2) có 2 nghiệm.

c) Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x^2+4}=x^2-4$. Khi đó

a) Điều kiện $x \geq 2$.

b) Phương trình có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5.

d) Các nghiệm của phương trình đều là các số chẵn.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho phương trình $\sqrt{x^2+2x-3}-\sqrt{-2x^2+5}=0$ (1). Khi đó

a) Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được $2x^2+2x-3=0$.

b) Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2+2x-8=0$.

c) Phương trình (3) có một nghiệm.

d) Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Cho phương trình $\sqrt{3x-2}=1+\sqrt{x+7}$ (1). Khi đó

a) Điều kiện $x \geq \dfrac{2}{3}$.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x-9)^2=0$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11.

Lời giải

Câu 7. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ (1). Khi đó

a) Điều kiện $x \geq \dfrac{7}{2}$.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 3.

d) Các nghiệm của phương trình (1) là các số tự nhiên.

Lời giải

Câu 8. Cho phương trình $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ (1). Khi đó

a) Điều kiện $x \geq \dfrac{1}{2}$.

b) Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.

c) Phương trình (1) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên.

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $3-\sqrt{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x(x+2)}=2\sqrt{x^2}$. Khi đó

a) $x=0$ là nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9.

d) Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$. Khi đó

a) Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

b) $x=-3$ là nghiệm của phương trình.

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Cho phương trình $x^2+\sqrt{x+5}=5$. Khi đó

a) Điều kiện $x \geq -5$.

b) Phương trình tương đương với phương trình $x^2-(x+5)+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$.

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) Tích các nghiệm của phương trình là một số dương.

Lời giải

Câu 12. Cho phương trình $2x^2-6x+10-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$. Khi đó

a) Điều kiện $x \geq -1$.

b) Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2+2(x+1)-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$.

c) $x=0$ là nghiệm của phương trình.

d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 13. Cho phương trình $4x^2+\sqrt{2x+3}=8x+1$. Khi đó

a) Điều kiện $x \geq \dfrac{3}{2}$.

b) Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}-\dfrac{1}{2}\right)^2$.

c) Phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

d) Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

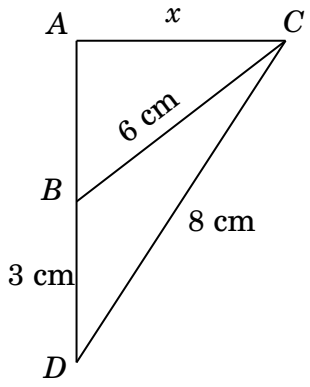
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	**Câu 2.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 3.** a Đ b S c Đ d Đ
Câu 4. a S b Đ c S d Đ	**Câu 5.** a S b S c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 10. a Đ b Đ c S d S	**Câu 11.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 12.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 13. a S b Đ c S d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6$cm. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB = 3$ cm, $DC = 8$ cm (xem hình vẽ). Đặt $AC = x$. Tính diện tích tam giác BCD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

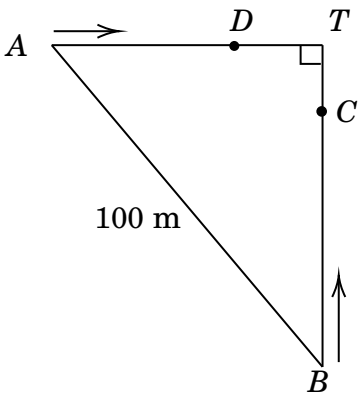
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2. Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau 100 km chạy về thành phố T. Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là 55 km/h và 45 km/h. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T 14 km thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là 6 km. Thời điểm đó là a giờ b phút? Tính $a + b$



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 3. Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4x-1}-|2x+1|=1$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Tập nghiệm phương trình $\sqrt{2x^2-|x|+3}=-x+5$ có bao nhiêu phần tử nguyên? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+1}=|x-2|$.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Phương trình $\sqrt[3]{x+7}=1+\sqrt{x}$ có bao nhiêu nghiệm dương? KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Tập nghiệm phương trình $2x-x^2+\sqrt{6x^2-12x+7}=0$ có bao nhiêu phần tử dương?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tập nghiệm phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}=2x-12+2\sqrt{x^2-16}$ có bao nhiêu phần tử dương?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

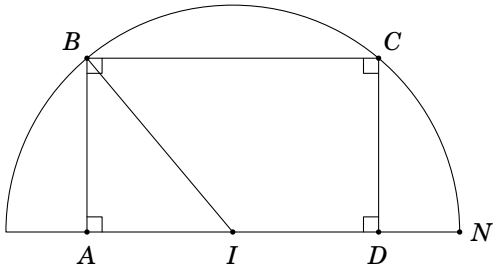
.....

.....

.....

Câu 9.

Cho nửa đường tròn đường kính $MN=10$. Cho điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A, vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

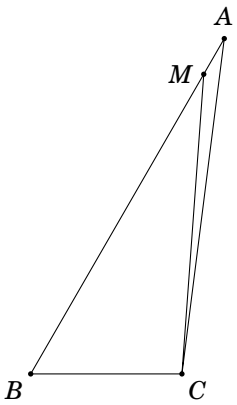
.....

.....

.....

Câu 10.

Cho tam giác ABC có cạnh $BC = 10$, góc ABC bằng $60°$. Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM = 3$ (như hình vẽ). Đoạn thẳng BM dài bao nhiêu? Biết rằng $CM = \dfrac{8}{9}CA$ và $BM > 8$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

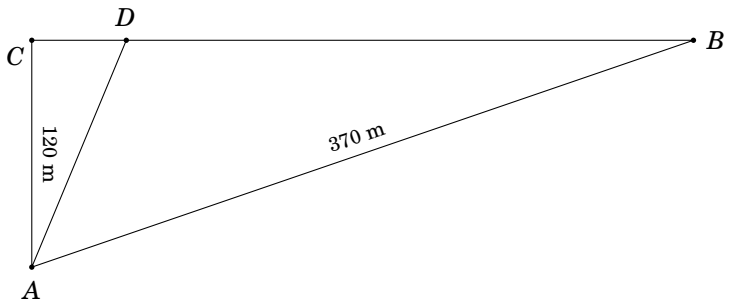
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11. Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A, cách cửa hang của mình tại vị trí B là 370 m để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A 120 m để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D (thuộc BC) để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là 13 m/s, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là 15 m/2. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 7,6	**Câu 2.** 21	**Câu 3.** $-1,5$	**Câu 4.** 1	**Câu 5.** 0,5
Câu 6. 1	**Câu 7.** 1	**Câu 8.** 1	**Câu 9.** 4	**Câu 10.** 25,6
Câu 11. 50				

Chương 7

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 19. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

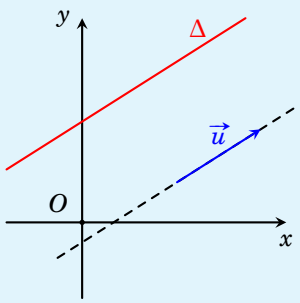
A Lý thuyết

1 Vectơ chỉ phương và véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa vectơ chỉ phương

Định nghĩa 1

Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.



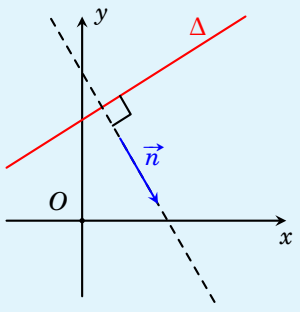
Nhận xét. • *Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.*

• *Một đường thẳng được xác định khi biết một vectơ chỉ phương và một điểm mà nó đi qua.*

Định nghĩa vectơ pháp tuyến

Định nghĩa 2

Vectơ $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và giá của $\vec{n}$ vuông góc với Δ.



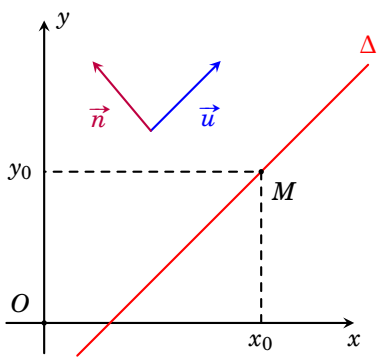
Nhận xét. • *Nếu $\vec{u}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.*

- *Một đường thẳng được xác định khi biết một vectơ pháp tuyến và một điểm mà nó đi qua.*

2 Liên hệ giữa vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến

Nhận xét.

- *Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$.*
- *Nếu $\vec{n}=(a;b)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(b;-a)$ hoặc $\vec{u}=(-b;a)$.*
- *Nếu $\vec{u}=(a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(b;-a)$ hoặc $\vec{n}=(-b;a)$.*



3 Phương trình đường thẳng

Phương trình tham số

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0;y_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$.

- Khi đó điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng $\Delta \Leftrightarrow$ tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ hay

$$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases} \quad (1).$$

  Hệ (1) được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng Δ (t là tham số).

- Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ thì có phương trình tham số là $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt. \end{cases}$
- Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng Δ tương ứng với duy nhất một số thực t và ngược lại.

$$M\in\Delta \Leftrightarrow M(x_0+at;y_0+bt),\ t\in\mathbb{R}$$

Nhận xét. *Trong mặt phẳng (Oxy), mọi phương trình có dạng $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình tham số của một đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b)$ làm vectơ chỉ phương.*

Phương trình tổng quát

- Mọi đường thẳng đều có **phương trình tổng quát** có dạng $ax+by+c=0$, với a và b không đồng thời bằng 0.
- Ngược lại, mỗi phương trình có dạng $ax+by+c=0$ với a và b không đồng thời bằng 0 đều là phương trình tổng quát của một đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và nhận $\vec{n}=(a;b)$ làm vectơ pháp tuyến.

Nhận xét. • *Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và nhận $\vec{n}=(a;b)$ làm vectơ pháp tuyến thì có phương trình tổng quát là $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.*

- *Nếu $a=0$ thì phương trình trở thành $by+c=0\Leftrightarrow y=-\dfrac{c}{b}$.*
  Khi đó đường thẳng Δ song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm $M\left(0;-\dfrac{c}{b}\right)$.

- *Nếu $b=0$ thì phương trình trở thành $ax+c=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{c}{a}$.*
  Khi đó đường thẳng Δ song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại điểm $N\left(-\dfrac{c}{a};0\right)$.

- *Nếu $c=0$ thì phương trình trở thành $ax+by=0$. Khi đó đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.*

- *Đường thẳng $y=ax+b$ (trong đó hệ số góc của đường thẳng là a) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;-1)$.*
  Ngược lại đường thẳng có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$ thì có hệ số góc là $-\dfrac{a}{b}$.

- *Đường thẳng đi qua điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.*

Phương trình chính tắc

- Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ với $a\neq 0$, $b\neq 0$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Phương trình tham số của đường thẳng

Để lập phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc Δ.
- Một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ của Δ.

Khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt.\end{cases}$

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tham số đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;3)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2)$ và $B(3;1)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;3)$ và song song với đường thẳng EF. Biết $E(0;-1)$, $F(-3;0)$.Viết phương trình tham số của đường thẳng d.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-2t \\ y=1+t \end{cases}$ và $\Delta'\colon \begin{cases} x=-2-t' \\ y=t'. \end{cases}$
Viết phương trình tham số của đường thẳng d đối xứng với Δ' qua Δ.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc Δ.
- Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$ của Δ.

Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.
Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng $\Delta\colon ax+by+c=0$ với $c=-(ax_0+by_0)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;5)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;3)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ đi qua điểm $N(2;3)$ và vuông góc với đường thẳng AB với $A(1;3)$, $B(2;1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+4=0$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-4;-1)$ và $B(2;3)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $(d)\colon ax+by+c=0,\ \left(a^2+b^2\neq 0\right)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d)?

A. $\vec{n}=(a;-b)$. **B.** $\vec{n}=(b;a)$. **C.** $\vec{n}=(b;-a)$. **D.** $\vec{n}=(a;b)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Xét các khẳng định sau

a) Nếu $b=0$ thì đường thẳng d không có hệ số góc.

b) Nếu $b\neq 0$ thì hệ số góc của đường thẳng d là $\dfrac{a}{b}$.

c) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(b;-a)$.

d) Vectơ $k\vec{n},\ k\in\mathbb{R}$ là vectơ pháp tuyến của d.

Có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;3)$.

Lời giải

Câu 4. Cho đường thẳng (d): $3x+2y-10=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}=(3;2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-3)$.

Lời giải

Câu 5. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=5-\dfrac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases}$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ có tọa độ là

A. $(5;-3)$. **B.** $(6;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $(-5;3)$.

Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t. \end{cases}$

A. $\vec{n}=(-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2)$.

Lời giải

Câu 7. Vectơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-4t \\ y=-2+3t \end{cases}$ là

A. $\vec{u}=(-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2)$.

Lời giải

Câu 8. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox?

A. $\vec{u}=(1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;1)$.

Lời giải

Câu 9. Cho đường thẳng $d: 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Câu 10. Cho đường thẳng $d: 2x+3y-4=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d?

A. $\vec{n}_1=(3;2)$. **B.** $\vec{n}_1=(-4;-6)$. **C.** $\vec{n}_1=(2;-3)$. **D.** $\vec{n}_1=(-2;3)$.

Lời giải

Câu 11. Cho đường thẳng $d: 5x+3y-7=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{n}_1=(3;5)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-5)$. **C.** $\vec{n}_3=(5;3)$. **D.** $\vec{n}_4=(-5;-3)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Cho đường thẳng $\Delta\colon x-2y+3=0$. Vectơ nào sau đây **không** là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{n}=(4;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-2;-1)$. **C.** $\vec{m}=(2;1)$. **D.** $\vec{q}=(4;2)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(5;4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Cho đường thẳng $d: 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2)$.

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $x+y-3=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $\dfrac{x-4}{6}=\dfrac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Câu 17. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=5+6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2+6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình tham số của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-6-3t \\ y=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 19. Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=4+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+5t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 20. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$, $B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,, cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;2)$ và đường thẳng $d: x+y=0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3+t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Câu 23. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x-2y+1=0$ là

A. $3x-2y-7=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Lời giải

Câu 24. Cho đường thẳng $d: 8x-6y+7=0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d thì Δ có phương trình là

A. $4x-3y=0$. **B.** $4x+3y=0$. **C.** $3x+4y=0$. **D.** $3x-4y=0$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. D	**Câu 2. B**	**Câu 3. A**	**Câu 4. C**	**Câu 5. B**	**Câu 6. A**	**Câu 7. A**
Câu 8. A	**Câu 9. C**	**Câu 10. B**	**Câu 11. B**	**Câu 12. A**	**Câu 13. D**	**Câu 14. C**
Câu 15. B	**Câu 16. D**	**Câu 17. D**	**Câu 18. B**	**Câu 19. D**	**Câu 20. B**	**Câu 21. A**
Câu 22. C	**Câu 23. B**	**Câu 24. C**				

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $M(1;2)$, $N(3;-1)$, $\vec{n}=(2;-1)$, $\vec{u}=(1;1)$. Khi đó

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng d_1 đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là $2x-y=0$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng d_2 đi qua N và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ là $\begin{cases}x=3+t\\y=-1+t\end{cases}$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng d_3 đi qua N và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là $2x-y+7=0$.

d) Phương trình tham số của đường thẳng d_4 đi qua M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ là $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-y+2=0$ và $\Delta_2: \begin{cases}x=1+3t\\-2+t\end{cases}$. Khi đó

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;1)$.

b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-3)$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases}x=t\\y=2+t\end{cases}$.

d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x-3y-7=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;2)$, $B(3;4)$. Khi đó

a) Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(2;5)$.

b) Đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-5)$.

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $2x-5y+14=0$.

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và song song với AB là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+5t \end{cases}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1.	**a** Đ **b** Đ **c** S **d** Đ	**Câu 2.**	**a** S **b** Đ **c** Đ **d** Đ
Câu 3.	**a** S **b** Đ **c** Đ **d** Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(3;-3)$ và $B(5;-1)$ đường thẳng $\Delta\colon 2x-y-1=0$. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm M biết M thuộc Δ sao cho tam giác MAB cân tại M.

KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình của đường thẳng AB có dạng $ax+by-4=0$ với a, $b\in\mathbb{N}$. Tính $a+b$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ba điểm $A(-3;1)$, $B(1;3)$. $C(7;1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình thang cân với hai đáy AB và CD. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;2), B(1;5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d: 2x-y-8=0$. Tìm hoành độ đỉnh C, biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2. KQ: [ ]

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 2	**Câu 2.** 3	**Câu 3.** −5	**Câu 4.** 2,4

BÀI 20. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

A Lý thuyết

1 Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho các đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$ và $\Delta'\colon a'x+b'y+c'=0$.
Khi đó ta có $\vec{n}=(a;b)$ và $\vec{n'}=(a';b')$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của Δ và Δ'.
Để xét vị trí tương đối của Δ và Δ', ta dựa vào tọa độ của hai vectơ $\vec{n}$ và $\vec{n'}$.

(1) Δ cắt Δ' khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$.
Nếu $aa'+bb'=0$ thì $\Delta\perp\Delta'$.

(2) $\Delta\equiv\Delta'$ khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$.

(3) $\Delta\parallel\Delta'$ khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$.

2 Góc và khoảng cách

(1) Nếu Δ cắt Δ' và gọi φ là góc giữa các đường thẳng Δ và Δ' thì $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n};\vec{n'}\right)\right|$.

(2) Cho điểm $M(x_0;y_0)$ và đường thẳng $\Delta\colon Ax+By+C=0$. Khi đó, khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ được tính $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho các đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$ và $\Delta'\colon a'x+b'y+c'=0$.
Khi đó ta có $\vec{n}=(a;b)$ và $\vec{n'}=(a';b')$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của Δ và Δ'.
Để xét vị trí tương đối của Δ và Δ', ta dựa vào tọa độ của hai vectơ $\vec{n}$ và $\vec{n'}$.

(1) Δ cắt Δ' khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$.
Nếu $aa'+bb'=0$ thì $\Delta\perp\Delta'$.

(2) $\Delta\equiv\Delta'$ khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$.

(3) $\Delta\parallel\Delta'$ khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$.

(4) Nếu Δ cắt Δ' và gọi φ là góc giữa các đường thẳng Δ và Δ' thì $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n};\vec{n'}\right)\right|$.

Nhận xét. *(1) Việc xét vị trí tương đối của Δ và Δ' cũng được xét qua số điểm chung.*

(2) Việc xét vị trí tương đối và tính góc giữa Δ và Δ' cũng được thực hiện qua các vectơ chỉ phương.

Ví dụ 1. Cho ba đường thẳng $d_1\colon 2x+y-1=0$, $d_2\colon x+2y+1=0$, $d_3\colon mx-y-7=0$. Chứng minh rằng các đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau và tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đồng quy.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho các đường thẳng $\Delta\colon 2x+3y-5=0$, $\Delta'\colon 3x-2y-1=0$ và điểm $M(2;3)$.

a) Xét vị trí tương đối giữa các đường thẳng Δ và Δ'.

b) Biết d là đường thẳng đi qua điểm M và tạo với các đường thẳng Δ và Δ' một tam giác cân. Tính góc giữa các đường thẳng Δ và d.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho hai đường thẳng $\Delta\colon (m+3)x+3y-2m+3=0$, $\Delta'\colon 2x+2y+2-3m=0$. Tìm giá trị của tham số m để

a) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ'.

b) Đường thẳng Δ song song với Δ'.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho hai đường thẳng song song $d_1\colon 5x-7y+4=0$, $d_2\colon 5x-7y+6=0$. Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Xác đinh tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45°.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta\colon Ax + By + C = 0$.

Khi đó, khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ được tính $\mathrm{d}(M, \Delta) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Ví dụ 6. Tìm khoảng cách từ điểm $M(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 4x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tìm những điểm nằm trên đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-1=0$ và có khoảng cách đến đường thẳng $d\colon 4x+3y-10=0$ bằng 2.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3)$ và có khoảng cách đến điểm $M(2;4)$ bằng 1.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;5)$ và cách đều $A(-1;2)$ và $B(5;4)$.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đường thẳng đi qua điểm $A(1;11)$ và song song với đường thẳng $y=3x+5$ có phương trình là

A. $y=3x+11$. **B.** $y=(-3x+14)$. **C.** $y=3x+8$. **D.** $y=x+10$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB.

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-7+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-7+t \\ y=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;-1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: x+y-3=0,\ d_2: x-2y-6=0.$$

Hai điểm A, B lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1, d_2 sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;2)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-2)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;-1)$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	**Câu 2. C**	**Câu 3. B**	**Câu 4. B**	**Câu 5. D**	**Câu 6. A**

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$. Khi đó

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vec tơ chỉ phương.

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là $x+y=0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là $x-2=0$.

Lời giải

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Khi đó

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng chứa cạnh AB là $\vec{u}_{AB}=(4;3)$.

b) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng chứa cạnh AB là $\vec{u}_{AB}=(4;3)$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB là $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=1+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

d) Điểm $A(-2;1)$ thuộc đường thẳng chứa cạnh CD.

Lời giải

Câu 3. Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x+5y-8=0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x-3y-4=0$, $x+y-2=0$. Khi đó

a) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

b) Điểm C có tọa độ là $(-1;3)$.

c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x-7y-6=0$.

d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x-13y+4=0$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Cho tam giác $\triangle ABC$ biết $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(5;-3)$. Khi đó

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $2x-y+1=0$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng BC là $x+3y+4=0$.

c) Phương trình đường trung trực cạnh AB là $x+2y-2=0$.

d) Phương trình đường cao AH là $3x+y=0$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Cho tam giác MNP có phương trình đường thẳng chứa cạnh MN là $2x+y+1=0$, phương trình đường cao MK ($K\in NP$) là $x+y-1=0$, phương trình đường cao NQ ($Q\in MP$) là $3x-y+4=0$. Khi đó

a) Điểm M có toạ độ là $(-2;3)$.

b) Điểm N có toạ độ là $(-1;1)$.

c) Phương trình đường thẳng NP là $2x-y+3=0$.

d) Phương trình đường thẳng MP là $2x+3y-5=0$.

Lời giải

Câu 6. Cho điểm $M(3;0)$ và hai đường thẳng $d_1: 2x-y-2=0$, $d_2: x+y+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó

a) Tọa độ điểm $A\left(\frac{11}{3};\frac{16}{3}\right)$.

b) Phương trình đường thẳng Δ không đi qua điểm $M(3;0)$.

c) Đường thẳng $d_1: 2x-y-2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1)$.

d) Không tồn tại đường thẳng Δ.

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;2)$, $B(3;4)$, $C(2;-1)$. Khi đó

a) Phương trình đường cao AH có dạng là $x+5y-11=0$.

b) Phương trình đường trung tuyến CM có dạng là $x+2=0$.

c) Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB có dạng là $x+y+5=0$.

d) Phương trình đường phân giác trong của góc A có dạng là $x+y-3=0$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b S c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b S c S d Đ		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua $A(2;3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x+y-4=0$ một góc bằng $45°$? KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC. Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x-y-2=0$, $y=0$. Giả sử $B(1;3)$, hãy xác định giá trị tung độ của điểm C.
KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $A(0;2)$, $B(4;3)$, giao điểm hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: x-3y=0$. Khi đó có bao nhiêu điểm C có tọa độ nguyên?
KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=3+2t \\ y=-t \end{cases}$ và điểm $A(3;10)$. Điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng Δ sao cho đoạn thẳng AM ngắn nhất. Tính $S=a+b$. KQ: ☐

Lời giải

Câu 5. Cho hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Tìm tung độ điểm M trên trục Oy sao cho B nằm giữa O và M đồng thời diện tích tam giác MAB bằng 1 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?
KQ: ☐

Lời giải

Câu 6. Một chiếc Phà chở khách qua sông từ điểm $A(3;4)$ đến điểm $B(3;50)$ bên kia sông. Nhưng vì có gió và nước chảy mạnh nên chiếc Phà qua bên kia sông tại điểm $C(38;50)$. Góc

lệch của con thuyền với lúc dự tính ban đầu là bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 2	**Câu 2.** -6	**Câu 3.** 1	**Câu 4.** 1	**Câu 5.** 4,7
Câu 6. 37				

BÀI 21. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A Tóm tắt lý thuyết

1 Phương trình đường tròn

Định nghĩa 1

Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ bán kính R

- Dạng 1. Phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.
- Dạng 2. Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a^2+b^2-c>0$ là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

2 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

1) Phương trình tiếp tuyến tại điểm M_0 thuộc (C).
⋆ Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \in (C)$.

- Bước 1. Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2. Tiếp tuyến là đường thẳng $\begin{cases} \text{qua } M_0 \\ \text{VTPT } \vec{n}=\overrightarrow{IM_0} \end{cases}$ có dạng

$$(a-x_0)(x-x_0)+(b-y_0)(y-y_0)=0.$$

2) Phương trình tiếp tuyến tại M_0 không thuộc (C).
⋆ Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \notin (C)$.

- Bước 1. Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2. Tiếp tuyến là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng

$$(a-x_0)(x-x_0)+(b-y_0)(y-y_0)=0.$$

- Bước 3. Tiếp tuyến tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,(D)\big)=R \quad (*)$.
Giải $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa a và b. Chọn a và b phù hợp để kết luận.

3) Phương trình tiếp tuyến song song với đường thẳng.
⋆ Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax+By+C=0$.

- Bước 1. Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2. Tiếp tuyến song song với $(D_1): Ax+By+C=0$ nên có dạng

$$Ax+By+C'=0\,(C' \neq C).$$

- Bước 3. Tiếp tuyến tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,(D)\big)=R \quad (*)$.
Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

4) Phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng.
⋆ Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với $(D_1): Ax+By+C=0$.

- Bước 1. Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2. Tiếp tuyến vuông góc với $(D_1): Ax+By+C=0$ nên có dạng $Bx-Ay+C'=0$.
- Bước 3. Tiếp tuyến tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(D))=R \quad (*)$.
Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

3 Vị trí tương đối

1) Giữa đường thẳng và đường tròn.
Cho (D): $Ax+By+C=0$ và đường tròn (C): $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ tâm $I(a;b)$. Khi đó

- $(D)\cap(C)=\{M;N\} \Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,(D)\big)<R$.
- $(D)\cap(C)=\{M\} \Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,(D)\big)=R$.
- $(D)\cap(C)=\varnothing \Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,(D)\big)>R$.

2) Giữa đường tròn và đường tròn.
Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2. Giả sử $R_1>R_2$. Ta có

- Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1I_2=|R_1\pm R_2|$.
- Hai đường tròn cắt nhau $R_1-R_2<I_1I_2<R_1+R_2$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Nhận diện phương trình đường tròn–tìm tâm và bán kính

Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ bán kính R.

1) Dạng 1. Phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.
- Tìm tâm lấy hệ số tự do trong ngoặc chia cho -1.
- Tìm bán kính $R=\sqrt{\text{vế phải}}$.

2) Dạng 2. Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.
- Tìm tâm lấy hệ số trước x và y chia cho -2.
- Tìm bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.
- Điều kiện $a^2+b^2-c>0$.

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có

a) $x^2+y^2+2x-4y+9=0$ (1).

b) $x^2+y^2-6x+4y+13=0$ (2).

c) $2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ (3).

d) $2x^2+y^2+2x-3y+9=0$ (4).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho phương trình $(C_m): x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$.

a) Tìm điều kiện của m để (C_m) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (C_m) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0$

a) Chứng minh rằng (C_m) là phương trình một đường tròn.

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi.

c) Chứng minh khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Viết phương trình đường tròn

Cách 1.

- Tìm tọa độ tâm $I(a;b)$ của đường tròn (C).
- Tìm bán kính R của đường tròn (C).
- Viết phương trình của đường tròn (C) theo dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Cách 2.

- Giả sử phương trình của đường tròn (C) là $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (hoặc dạng $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$).
- Từ điều kiện của đề bài thiết lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.
- Giải hệ để tìm a, b, c, từ đó tìm được phương trình của đường tròn (C).

!

- Cho đường tròn (C) có tâm I và bán kính R, điểm $A\in(C)\Leftrightarrow IA=R$.
- (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A\Leftrightarrow IA=\mathrm{d}\big(I,\Delta\big)=R$.
- (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2\Leftrightarrow \mathrm{d}\big(I,\Delta_1\big)=\mathrm{d}\big(I,\Delta_2\big)=R$.
- (C) cắt đường thẳng Δ_3 theo dây cung có độ dài $a\Leftrightarrow \big[\mathrm{d}\big(I,\Delta_3\big)\big]^2+\dfrac{a^2}{4}=R^2$.

Ví dụ 4. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(3;-5)$, bán kính $R=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau

(1) Có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$.

(2) Nhận AB làm đường kính với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

(3) Đi qua ba điểm $M(-2;4)$, $N(5;5)$, $P(6;-2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Viết phương trình đường tròn (C) trong mỗi trường hợp sau

(1) (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x-2y+7=0$.

(2) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy.

(3) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1\colon 3x+4y+5=0$ và $d_2\colon 4x-3y-5=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

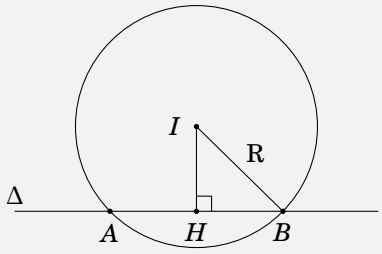
.....

Dạng 3. Vị trí tương đối giữa đường tròn và đường thẳng

Cho đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$ và đường tròn (C) có tâm $I(x_0;y_0)$, bán kính R.
Đường thẳng Δ và đường tròn (C) có ba vị trí tương đối.
Hướng xử lý: so sánh $\mathrm{d}(I;\Delta)$ và R.

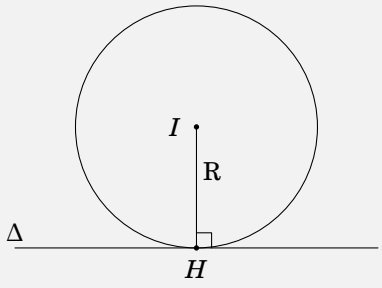
(1) Đường thẳng Δ và đường tròn (C) có **hai điểm chung**, ta nói Δ và (C) cắt nhau.

$$\mathrm{d}(I,\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}<\mathrm{R}.$$



(2) Đường thẳng Δ và đường tròn (C) có **một điểm chung**, ta nói Δ tiếp xúc (C).

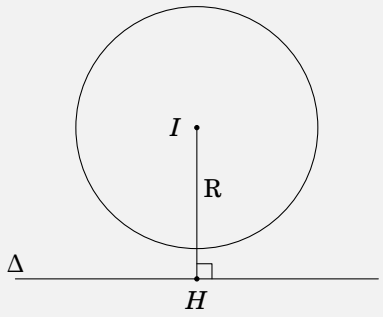
$$\mathrm{d}(I,\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\mathrm{R}.$$



(3) Đường thẳng Δ và đường tròn (C) có **không có điểm chung nào**, ta nói Δ và (C)

không cắt nhau.

$$\mathrm{d}(I,\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}>\mathrm{R}.$$



! • Khi đường thẳng Δ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$. Để xét vị trí tương đối với đường tròn (C) ta có thể làm hai cách

(1) Từ phương trình tham số chuyển về phương trình tổng quát, xét vị trí tương đối giống như trên.

(2) Thế phương trình tham số vào phương trình của đường tròn (C) ta được phương trình bậc hai có ẩn t, kí hiệu phương trình $(*)$.

- Phương trình $(*)$ **vô nghiệm**. Ta có Δ và (C) *không cắt nhau*.
- Phương trình $(*)$ **có một nghiệm**. Ta nói Δ *tiếp xúc* (C).
- Phương trình $(*)$ **có hai nghiệm**. Ta nói Δ và (C) *cắt nhau*.

• Khi đường thẳng Δ cho bởi phương trình tổng quát $\Delta\colon ax+by+c=0$, để xét vị trí tương đối của Δ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+2Ax+2By+C=0$, người ta xét hệ phương trình

$$\begin{cases}ax+by+c=0\\x^2+y^2+2Ax+2By+C=0\end{cases}\qquad(*).$$

- Hệ $(*)$ **vô nghiệm**. Ta có Δ và (C) *không cắt nhau*.
- Hệ $(*)$ **có một nghiệm**. Ta nói Δ *tiếp xúc* (C).
- Hệ $(*)$ **có hai nghiệm**. Ta nói Δ và (C) *cắt nhau*.

Ví dụ 7. Cho đường thẳng $\Delta\colon x-2y+5=0$ và đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+y^2=4$. Xét vị trí tương đối của Δ và (C).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-5-2t \\ y=t \end{cases}$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-4x+2y=0$. Xét vị trí tương đối của Δ và (C).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và đường tròn $(C)\colon (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. Xét vị trí tương đối của Δ và (C), tìm tọa độ của giao điểm nếu có.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Cho đường thẳng $\Delta\colon 6x + 8y - 1 = 0$ và đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 2mx + 4y + m^2 - 5 = 0$. Tìm m để Δ cắt (C).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta\colon \sqrt{2}x+my+1-\sqrt{2}=0$.

(1) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B.

(2) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Dạng 4. Vị trí tương đối giữa đường tròn và đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm I, bán kính R và đường tròn (C') có tâm I' bán kính R'.

(1) Nếu $II'>R+R'$ suy ra hai đường tròn **không cắt nhau** và **ở ngoài** nhau.

(2) Nếu $II'<|R+R'|$ suy ra hai đường tròn **không cắt nhau** và **lồng vào** nhau.

(3) Nếu $II'=|R+R'|$ suy ra hai đường tròn **tiếp xúc trong** với nhau.

(4) Nếu $|R-R'|<II'<R+R'$ suy ra hai đường tròn **cắt nhau** tại hai điểm phân biệt.

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-6y-15=0$; (C'): $x^2+y^2-6x-2y-3=0$. Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn (C): $x^2+y^2=1$ và (C_m): $x^2+y^2-2(m+1)x-4my-5=0$. Xác định m để (C_m) tiếp xúc với (C).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 14. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta\colon \sqrt{2}x+my+1-\sqrt{2}=0$.

(1) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B.

(2) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. Tiếp tuyến của đường tròn

• *Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \in (C)$.*

Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C).

Bước 2: Tiếp tuyến là đường thẳng $\begin{cases} \text{qua } M_0 \\ \text{VTPT } \vec{n}=\overrightarrow{IM_0}. \end{cases}$

• *Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \notin (C)$.*

Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C).

Bước 2: Tiếp tuyến là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Bước 3: Tiếp tuyến tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow \mathrm{d}(I;(D))=R \qquad (*)$.

Giải $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa a và b. Chọn a và b phù hợp để kết luận.

Ví dụ 15. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $(x-2)^2+(y+3)^2=5$ tại điểm $M(3;-1)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 16. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1)$; $B(1;3)$.

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 17. Cho đường tròn $(C_m): x^2+y^2+2(m-1)x-2my-4=0$. Biết rằng khi m thay đổi, đường tròn (C_m) luôn đi qua điểm I cố định có hoành độ dương. Tìm giá trị của m sao cho tiếp tuyến của đường tròn (C_m) tại I song song với $(d): x-2y-1=0$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 18. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-1=0$ trong trường hợp:

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x+3y+4=0$.

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45°

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 19. Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm t $(0 \le t \le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2+\sin t^\circ; 4+\cos t^\circ)$.

a) Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.

b) Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$.
B. $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.
C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$.
D. $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.

Lời giải

Câu 2. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-6y-8=0$.
B. $x^2+2y^2-4x-8y-12=0$.
C. $x^2+y^2-2x-8y+18=0$.
D. $2x^2+2y^2-4x+6y-12=0$.

Lời giải

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$$

là phương trình đường tròn.

A. $1<m<2$.
B. $m<-2$ hoặc $m>-1$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$.
D. $m<1$ hoặc $m>2$.

Lời giải

Câu 4. Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$, (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn là

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C): $x^2+y^2+4x+6y-12=0$ có tâm là

A. $I(-2;-3)$. **B.** $I(2;3)$. **C.** $I(4;6)$. **D.** $I(-4;-6)$.

Lời giải

Câu 6. Đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 49. **B.** 7. **C.** 1. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Câu 7. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

A. $I(-1;2)$; $R=4$. **B.** $I(1;-2)$; $R=2$. **C.** $I(-1;2)$; $R=\sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2)$; $R=4$.

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y+3)^2=9$ có tâm và bán kính là

A. $I(2;3)$, $R=9$. **B.** $I(2;-3)$, $R=3$. **C.** $I(-3;2)$, $R=3$. **D.** $I(-2;3)$, $R=3$.

Lời giải

Câu 9. Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là

A. $x^2+y^2-2x-4y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+4y+20=0$.

C. $x^2+y^2+2x+4y-20=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-4y+20=0$.

Lời giải

Câu 10. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2+y^2=10$. **B.** $(x-4)^2+y^2=10$. **C.** $(x-4)^2+y^2=\sqrt{10}$. **D.** $(x+4)^2+y^2=\sqrt{10}$.

Lời giải

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;0)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(1;0)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....

Câu 12. Cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(3;2)$, $C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 13. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0)$, $B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x+y=0$.

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

C. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$. **D.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 14. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $(x+1)^2+(y+1)^2=20$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2=25$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ là

A. $x^2+y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=\sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x$, bán kính $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (C), biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2+(y-3)^2=9$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

C. $(x-3)^2-(y-3)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y+3)^2=9$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 17. Một đường tròn có tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x+4y-10=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d)\colon 3x+4y-2=0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{5}$.

Lời giải

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C).

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+2)^2=2$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$. **D.** $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Lời giải

Câu 20. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

A. $x^2+y^2=1$.
B. $x^2+y^2-4x+4=0$.
C. $x^2+y^2=2$.
D. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng Δ: $3x+4y+1=0$.

A. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$.
B. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.
C. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y+5\sqrt{2}+11=0$.
D. $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

Lời giải

Câu 22. Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A.

A. $y-5=0$. **B.** $y+5=0$. **C.** $x+y-5=0$. **D.** $x-y-5=0$.

Lời giải

Câu 23. Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-4=0$ và điểm $A(-1;2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C)?

A. $4x-3y+10=0$. **B.** $6x+y+4=0$. **C.** $3x+4y+10=0$. **D.** $3x-4y+11=0$.

Lời giải

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-4)^2=4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng Δ: $4x-3y+2=0$ là

A. $4x-3y+18=0$. **B.** $4x-3y+18=0$.

C. $4x-3y+18=0$, $4x-3y-2=0$. **D.** $4x-3y-18=0$, $4x-3y+2=0$.

Lời giải

Câu 25. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y+1=0$ và $(C')\colon x^2+y^2+6x-8y+20=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Câu 26. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y+4)^2=25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d\colon 3x-4y+5=0$.

A. $4x+3y+29=0$.

B. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.

C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$.

D. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

Lời giải

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn (C_1), (C_2) có phương trình lần lượt là $(x+1)^2+(y+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1=3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2=2$.

C. Hai đường tròn (C_1), (C_2) không có điểm chung.

D. Hai đường tròn (C_1), (C_2) tiếp xúc với nhau.

Lời giải

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn (C): $(x-1)^2+y^2=4$ và (C') : $(x-4)^2+(y-3)^2=16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Lập phương trình đường thẳng AB.

A. $x+y-2=0$. **B.** $x-y+2.=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x-y-2=0$.

Lời giải

Câu 29. Cho đường thẳng Δ: $3x-4y-19=0$ và đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-1)^2=25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B, khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Câu 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d)\colon 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=6$.

Lời giải

Câu 31. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{7}$. **D.** $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(0;-3)$, $B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C)\colon x^2+(y-1)^2=4$. Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$. Khi đó ta có $P_{\min}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7,7;8,1)$. **B.** $(7,3;7,7)$. **C.** $(8,3;8,5)$. **D.** $(8,1;8,3)$.

Lời giải

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M nằm trên đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+8x-6y+16=0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM?

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Câu 34. Gọi I là tâm của đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-1)^2=4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x+y-m=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 35. Điểm nằm trên đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y+1=0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d\colon x-y+3=0$ có toạ độ $M(a,b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{2}a=-b$. **B.** $a=-b$. **C.** $\sqrt{2}a=b$. **D.** $a=b$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. D	Câu 3. D	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. B	Câu 7. B
Câu 8. B	Câu 9. A	Câu 10. B	Câu 11. C	Câu 12. A	Câu 13. A	Câu 14. D
Câu 15. A	Câu 16. B	Câu 17. C	Câu 18. C	Câu 19. D	Câu 20. D	Câu 21. B
Câu 22. A	Câu 23. A	Câu 24. C	Câu 25. C	Câu 26. B	Câu 27. D	Câu 28. A
Câu 29. A	Câu 30. A	Câu 31. D	Câu 32. D	Câu 33. D	Câu 34. C	Câu 35. C

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=4$.

a) Đường tròn (C) có tâm là $I(1;-2)$.

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=4$.

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $A(1;2)$.

d) Đường tròn (C) có đường kính bằng 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho $(C)\colon (x-1)^2+y^2=10$ và điểm $A(4;1)$.

a) Điểm $A\in(C)$.

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$.

c) Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1)$.

d) Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ đi qua điểm $N(4;3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x-2y+7=0$.

a) Khoảng cách $\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$.

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C).

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Đường tròn (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy. Khi đó

a) Tâm của (C) có dạng $I(R;-R)$, R là bán kính đường tròn (C).

b) $R^2=(R-2)^2+(R-1)^2$.

c) Có 2 đường tròn thỏa mãn.

d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3),B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x-3y-11=0$. Khi đó

a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7;-\dfrac{4}{3}\right)$.

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65.

c) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C).

d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta\colon 3x+y-3=0$. Khi đó

a) $IB=\mathrm{d}(I,\Delta)$.

b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng $2\sqrt{10}$.

c) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn.

d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C).

Lời giải

Câu 7. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1)$, $B(1;3)$. Khi đó

a) Điểm A thuộc đường tròn.

b) Điểm B nằm trong đường tròn.

c) $x=1$ là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$; $3x+4y-12=0$.

Lời giải

Câu 8. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0)$, $B(0;-3)$, $C(5;-3)$. Khi đó

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$.

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\dfrac{5}{2}$.

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$.

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-15=0$ tại $B(1;-3)$. Khi đó

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng 10.

b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2.

c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4.

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C).

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $I(-2;3)$ và điểm $M(2;5)$ và hai đường thẳng $d: 12x-5y+13=0$ và $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ **sai**?

a) Đường tròn tâm I và đi qua M có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

b) Đường tròn tâm I và đi qua M có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=10$..

c) Đường tròn tâm I và tiếp xúc đường thẳng d có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=4$.

d) Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ và đi qua hai điểm I và M là $(x+4)^2+(y-4)^2=85$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 3.** a S b Đ c Đ d S
Câu 4. a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a S b S c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 7. a Đ b S c Đ d S	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 9.** a Đ b S c S d Đ
Câu 10. a Đ b S c Đ d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, bán kính của đường tròn tâm $I(5;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y-6=0$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, vị trí của một chất điểm K tại thời điểm $t\,(0\le t\le 180)$ có toạ độ là $(3+2\cos t^\circ;4+2\sin t^\circ)$. Quỹ đạo chuyển động của chất điểm K có phương trình dạng $(x-3)^2+(y-4)^2=a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Có bao nhiêu đường tròn (C) đi qua $A(1;1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....

Câu 4. Có bao nhiêu đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1\colon 3x+4y+5=0$ và $d_2\colon 4x-3y-5=0$.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là một phương trình đường tròn. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+2x-4y-4=0$. Xác định giá trị của tham số m để qua điểm $A(2;m)$ chỉ có một tiếp tuyến với (C). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 7. Cho đường tròn $(C)\colon (x-6)^2+(y-7)^2=25$. Có bao nhiêu đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) và song song với đường thẳng $\Delta\colon x+2y-5=0$.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Biết rằng có hai đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của hai đường tròn ấy đến điểm B bằng 5. Tính tổng đường kính của hai đường tròn đã cho.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9. Cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+y^2=\dfrac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1\colon x-y=0$, $d_2\colon x-7y=0$. Tính bán kính đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Phương trình đường tròn (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt $d\colon 3x+4y+8=0$ tại M, N thoả mãn $MN=8$ có đường kính bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 3	**Câu 2.** 4	**Câu 3.** 2	**Câu 4.** 2	**Câu 5.** 19
Câu 6. 2	**Câu 7.** 2	**Câu 8.** 16	**Câu 9.** 0,32	**Câu 10.** 10

BÀI 22. BA ĐƯỜNG CONIC TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A Lý thuyết

1 Elip

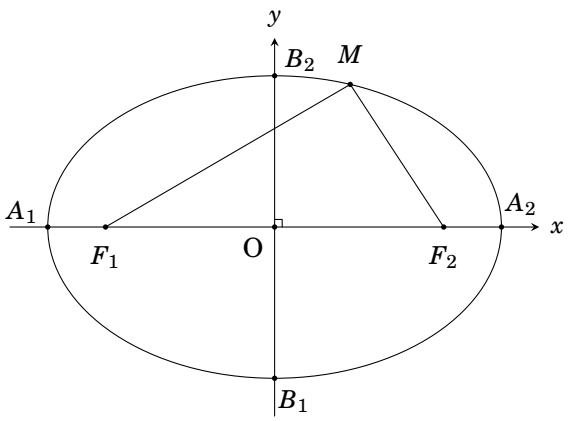
Định nghĩa 1

Cho hai điểm phân biệt F_1 và F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$.
Tập hợp tất cả điểm M thỏa $MF_1 + MF_2 = 2a$, với $a > c > 0$ là một elip.

2 Phương trình Elip

Trong mặt phẳng Oxy, cho $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$ (hai tiêu điểm thuộc trục hoành).
Với $b^2 = a^2 - c^2$, ta có phương trình elip có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.
Từ hình bên ta có:

- Trục lớn $A_1A_2 = 2a$; Trục bé $B_1B_2 = 2b$;
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$ và $a^2 = b^2 + c^2$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.



3 Hypebol

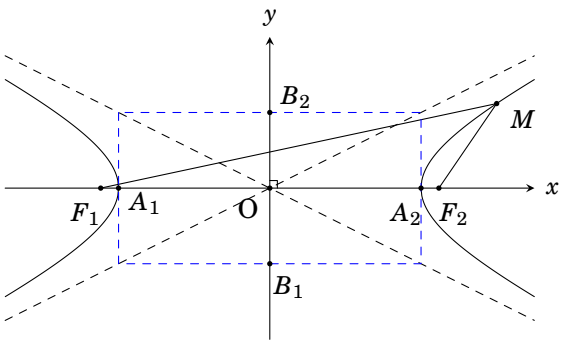
Định nghĩa 2

Cho hai điểm phân biệt F_1 và F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$.
Tập hợp tất cả điểm M thỏa $|MF_1 - MF_2| = 2a$, với $0 < a < c$ là một hypebol.

4 Phương trình Hypebol

Trong mặt phẳng Oxy, cho $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$ (hai tiêu điểm thuộc trục hoành).
Với $b^2 = c^2 - a^2$, ta có phương trình hypebol có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.
Từ hình bên ta có:

- Đoạn thẳng $A_1A_2 = 2a$ gọi là *trục thực*, đoạn thẳng $B_1B_2 = 2b$ gọi là *trục ảo* của hypebol.
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$ và $a^2 + b^2 = c^2$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Giao điểm O của hai trục là *tâm đối xứng* của hypebol.



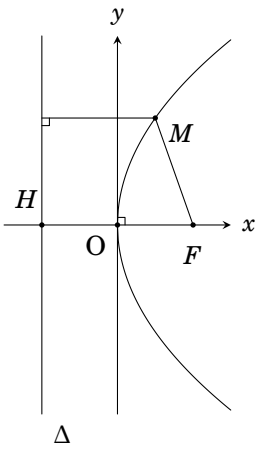
5 Parabol

Định nghĩa 3

Cho một điểm F và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F.
Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ là một đường parabol.
Điểm F gọi là *tiêu điểm* và Δ gọi là *đường chuẩn* của parabol (P).

5.1 Phương trình Parabol

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ.
- Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là $p = HF$.
- Chọn hệ trục tọa độ Oxy, với O là trung điểm HF (như hình vẽ) thì $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.
- Khi đó, phương trình (P) là: $y^2 = 2px$, với $p > 0$.



5.2 Hình dạng parabol và các đại lượng liên quan

- O là đỉnh; Ox gọi là *trục đối xứng* của parabol (P).
- p gọi là *tham số tiêu* của parabol (P).
- Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Phương trình Elip

Phương pháp Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$. **Các yếu tố trong Elip**

- Tiêu điểm $F_1(-c;0), F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$.

Ví dụ 1. Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Lời giải

Ví dụ 2. Xác định tọa độ các đỉnh và độ dài các trục của các elip có phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

c) $x^2+4y^2=1$

d) $4x^2+25y^2=36$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Lập phương trình chính tắc của elip (E), biết:

a) Độ dài trục lớn bằng 6, độ dài trục nhỏ bằng 4.

b) Độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

c) Elip đi qua hai điểm $M(1;0)$, $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Phương trình Hypebol

Cho Hypebol có phương trình: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a,b>0$.
Các yếu tố trong Hypebol

- Độ dài trục thực $A_1A_2=2a$, độ dài trục ảo $B_1B_2=2b$. Độ dài tiêu cự $F_1F_2=2c$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

Ví dụ 4. Xác định tiêu cự, tiêu điểm, các đỉnh, độ dài 2 trục của hypebol sau:

a) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{21}=1$

b) $\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1$

c) $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{45}=1$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Lập phương trình chính tắc của (H) biết:

a) Độ dài trục thực là 8 và tiêu cự bằng 10.

b) Độ dài trục ảo là 8 và tiêu cự bằng 12.

c) Tiêu cự bằng 20 và một đỉnh trên trục thực là $(-3,0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{18^2}-\frac{y^2}{36^2}=1$. Cho biết chiều cao của tháp là 100 mét và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Phương trình Parabol

Cho Parabol có phương trình: $y^2=2px$, với $p>0$.
Các yếu tố trong Parabol

- p gọi là tham số tiêu của parabol (P).
- Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta\colon x=-\frac{p}{2}$.

Ví dụ 7. Lập phương trình chính tắc của (P) biết:

a) (P) nhận đường thẳng $x+4=0$ làm đường chuẩn.

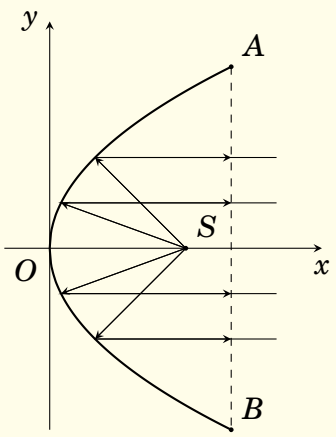
b) (P) có tiêu điểm $F(2;0)$.

c) (P) có đường chuẩn là $x=-3$.

Lời giải

Ví dụ 8.

Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol (hình bên dưới). Hình parabol có chiều rộng hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip (E): $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$?

A. $F_{1,2}=(0;\pm 1)$. **B.** $F_{1,2}=(\pm 1;0)$. **C.** $F_{1,2}=(\pm 3;0)$. **D.** $F_{1,2}=(1;\pm 2)$.

Lời giải

Câu 2. Cho Elip (E): $4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

A. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4. **D.** (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 3. Cho Elip $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. Tỉ số giữa trục lớn và trục nhỏ bằng $\sqrt{3}$. **B.** Tiêu cự bằng 4.

C. Tâm sai $e=\dfrac{2}{3}$. **D.** Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Lời giải

Câu 4. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip?

A. $4x^2+8y^2=32$. **B.** $\dfrac{x^2}{\frac{1}{5}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{16}=-1$. **D.** $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Câu 5. Tâm sai của Hyperbol $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Câu 6. Đường Hyperbol $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Chọn khẳng định **sai**.

A. Điểm $A(3;0)\in(E)$.

B. (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.

C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6.

D. (E) có tâm sai bằng $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip?

A. $x^2+2y^2=2$.

B. $x^2-y^2=2$.

C. $x^2+y^2=2$.

D. $x^2=2y^2$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{12}=1$?

A. $x+\frac{5\sqrt{2}}{2}=0$. **B.** $x+8=0$. **C.** $x-\frac{3}{4}=0$. **D.** $x+2=0$.

Lời giải

Câu 10. Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) bằng

A. $\frac{4}{18}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $-\frac{4}{5}$. **D.** $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Câu 11. Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

C. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$. **D.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$.

Lời giải

Câu 12. Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Câu 13. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Câu 14. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{33}$. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Câu 15. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1;2)$.

A. $y^2=4x$. **B.** $y^2=2x$. **C.** $y=2x^2$. **D.** $y=x^2+2x-1$.

Lời giải

Câu 16. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x+1=0$.

A. $y^2=2x$. **B.** $y^2=4x$. **C.** $y=4x^2$. **D.** $y^2=8x$.

Lời giải

Câu 17. Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có trục thực dài gấp đôi trục ảo và có tiêu cự bằng 10.

A. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{5}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{10}=1$.

Lời giải

Câu 18. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây?

A. $(-5;0)$. **B.** $\left(0;\sqrt{7}\right)$. **C.** $\left(\sqrt{7};0\right)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Câu 19. Cho điểm M nằm trên Hyperbol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$. Nếu điểm M có hoành độ bằng 12 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm là bao nhiêu?

A. 8. **B.** 10; 6. **C.** $4\pm\sqrt{7}$. **D.** 14; 22.

Lời giải

Câu 20. Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là

A. $9x^2+16y^2=144$. **B.** $9x^2+16y^2=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Lời giải

Câu 21. Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Câu 22. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(5;2)$.

A. $y=x^2-3x-12$. **B.** $y=x^2-27$. **C.** $y^2=\dfrac{4x}{5}$. **D.** $y^2=5x-21$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 23. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24. Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26. Cho điểm M nằm trên Hyperbol (H): $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của (H) là bao nhiêu?

A. 6 và 14. **B.** 5 và 13. **C.** $8\pm\sqrt{5}$. **D.** $8\pm4\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 27. Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có một đường tiệm cận là $x-2y=0$ và hình chữ nhật cơ sở của nó có diện tích bằng 24.

A. $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{48}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{48}=1$.

Lời giải

Câu 28. Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó đi qua điểm là $(5;4)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $x+y=0$.

A. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $x^2-y^2=9$. **C.** $x^2-y^2=1$. **D.** $x^2-y^2=3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 29. Cho Elip (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E), khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $4 \le OM \le 5$. **B.** $OM \ge 5$. **C.** $OM \le 3$. **D.** $3 \le OM \le 4$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 30. Elip đi qua điểm $M\left(1;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ thì có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 31. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$?

A. $x+4\sqrt{5}=0$. **B.** $x+4=0$. **C.** $x-\frac{4\sqrt{35}}{7}=0$. **D.** $x+2=0$.

Lời giải

Câu 32. Hyperbol (H) có hai đường tiệm cận vuông góc nhau thì có tâm sai bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 33. Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Các điểm M, N lần lượt di động trên tia Ox và tia Oy sao cho MN luôn tiếp xúc với (E). Tọa độ điểm M để đoạn MN ngắn nhất là

A. $M(5;0)$. **B.** $M(-5;0)$. **C.** $M(0;5)$. **D.** $M\left(\sqrt{5};0\right)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 34. Cho Elip (E): $\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{144}=1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng -13 thì các khoảng cách từ M tới hai tiêu điểm của (E) bằng

A. 8; 18. **B.** $13\pm\sqrt{5}$. **C.** 10; 16. **D.** $13\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 35. Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7};\dfrac{9}{4}\right)$ thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Khi đó

A. $NF_1+MF_2=\dfrac{9}{2}$. **B.** $NF_2+MF_1=\dfrac{9}{2}$. **C.** $NF_2-NF_1=\dfrac{7}{2}$. **D.** $NF_1+MF_2=8$.

Lời giải

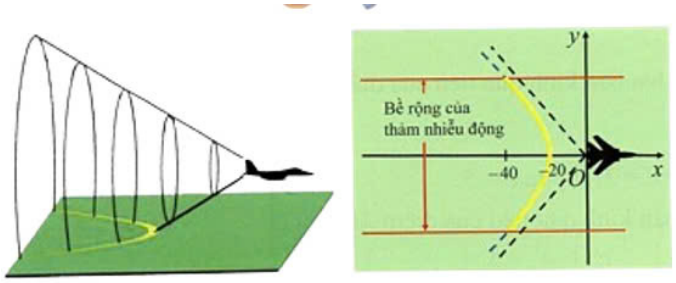
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 36. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường elip (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{5}=1$ và hai điểm $M(-5;-1)$, $N(-1;1)$. Điểm K thay đổi trên elip (E). Diện tích tam giác MNK lớn nhất bằng

A. $9\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** 18.

Lời giải

Câu 37. Khi bay với vận tốc siêu thanh (tốc độ chuyển động lớn hơn tốc độ âm thanh trong cùng môi trường), một máy bay tạo ra một vùng nhiễu động trên mặt đất dọc theo một nhánh của hypebol (H) (Hình bên dưới). Phần nghe rõ nhất tiếng ồn của vùng nói trên được gọi là thảm nhiễu động. Bề rộng của thảm này gấp khoảng 5 lần cao độ của máy bay. Biết bề rộng của thảm nhiễu động được đo cách phía sau máy bay một khoảng là 40 mile (mile (dặm) là đơn vị đo khoảng cách, 1 mile $\approx 1{,}6$ km) và (H) có phương trình $\dfrac{x^2}{400}-\dfrac{y^2}{100}=1$. Cao độ của máy bay là

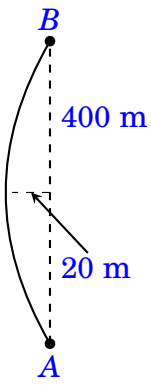


A. $15\sqrt{3}$ mile. **B.** $10\sqrt{3}$ mile. **C.** $20\sqrt{3}$ mile. **D.** $4\sqrt{3}$ mile.

Lời giải

Câu 38.

Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol (P), điểm đầu vào của khúc cua là A và điểm cuối là B, khoảng cách $AB = 320$ m. Đỉnh của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B (hình bên). Biết rằng 1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m trên thực tế. Phương trình chính tắc của parabol (P) đó là



A. $y^2 = 640x$. **B.** $y^2 = 320x$. **C.** $x^2 = 1280y$. **D.** $y^2 = 1280x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

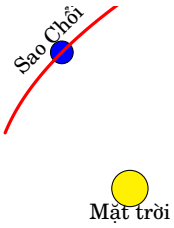
.....

.....

.....

Câu 39.

Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là $3 \cdot 10^8$ km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với 10^8 km trên thực tế.



A. $\dfrac{x^2}{1{,}33} - \dfrac{y^2}{15{,}92} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{6{,}4} - \dfrac{y^2}{5{,}8} = 2$. **C.** $\dfrac{x^2}{55{,}88} - \dfrac{y^2}{60{,}84} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{5{,}8} - \dfrac{y^2}{6{,}4} = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

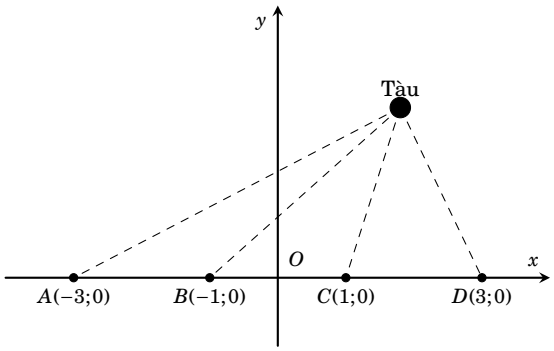
.....

.....

.....

.....

Câu 40. Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200 km. Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s. Một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước 0,0005 s so với tín hiệu từ trạm B và nhận được tín hiệu từ trạm D sớm 0,001 s so với tín hiệu từ trạm A. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như trong hình bên dưới (1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ ứng với 100 km trên thực tế). Tổng khoảng cách từ tàu đến các trạm B và trạm C bằng bao nhiêu (đáp số được làm tròn đến hàng đơn vị, tính theo đơn vị km) bằng cách lập phương trình chính tắc của hai hypebol đi qua vị trí M của tàu?



A. 150. **B.** 255. **C.** 452. **D.** 18.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. D	Câu 3. A	Câu 4. A	Câu 5. B	Câu 6. C	Câu 7. D
Câu 8. C	Câu 9. A	Câu 10. B	Câu 11. C	Câu 12. D	Câu 13. D	Câu 14. B
Câu 15. A	Câu 16. B	Câu 17. B	Câu 18. A	Câu 19. D	Câu 20. A	Câu 21. B
Câu 22. C	Câu 23. B	Câu 24. B	Câu 25. D	Câu 26. A	Câu 27. A	Câu 28. B
Câu 29. D	Câu 30. B	Câu 31. C	Câu 32. D	Câu 33. A	Câu 34. A	Câu 35. B
Câu 36. C	Câu 37. D	Câu 38. D	Câu 39. A	Câu 40. C		

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua điểm $A(2;0)$ và có một tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)$. Khi đó

a) Tiêu cự của (E) elip bằng $\sqrt{2}$.

b) $a=2$.

c) $a^2-b^2=2$.

d) Điểm $B\left(0;\sqrt{2}\right)$ thuộc elip (E).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho hypebol (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$, đi qua điểm $A\left(\sqrt{3};0\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$. Khi đó

a) Tiêu cự bằng 2.

b) $a=\sqrt{3}$.

c) $b^2=2$.

d) Điểm $B(0;1)$ thuộc hypebol (H).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Khi đó

a) Điểm $A(4;0)$ thuộc elip (E).

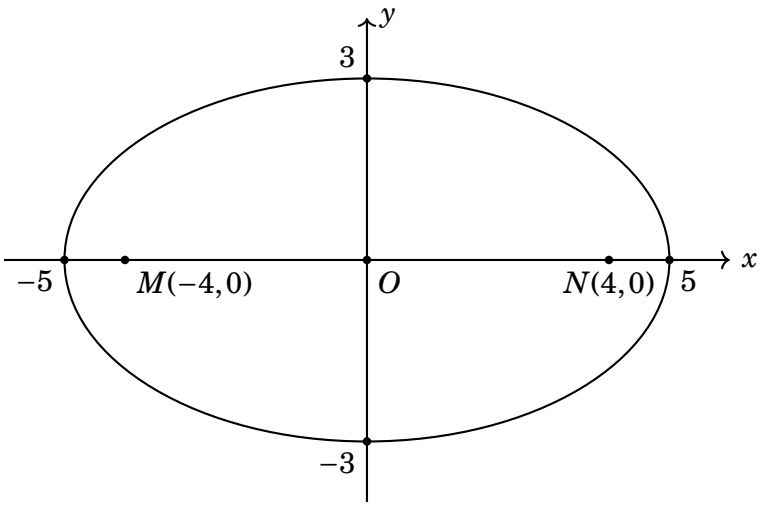
b) Tiêu cự elip (E) bằng $\sqrt{7}$.

c) Elip (E) có tiêu điểm $F_1\left(-2\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(2\sqrt{7};0\right)$.

d) Cho M là điểm thuộc (E) thoả mãn $MF_1+2MF_2=11$. Khi đó $2MF_1+MF_2=13$.

Lời giải

Câu 4. Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là 3 m và 5 m. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (tham khảo hình vẽ). Khi đó



a) Phương trình chính tác của đường elip là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

b) Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng 4 m về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng 10 m.

c) Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng 6 m. Người đó đứng ở trong hồ.

d) Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng 2 m. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\dfrac{5}{3}$ m.

Lời giải

Câu 5. Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 12x$. Khi đó

a) (P) có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x = -3$.

b) Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x = 2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4.

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F bằng 12.

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B. Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Khi đó

a) Tiêu điểm $F(2;0)$.

b) Có 2 điểm M trên (P), cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\triangle OMF} = 8$, có hoành độ bằng 6.

d) Tồn tại một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng Δ: $4x-3y+5 = 0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Câu 7. Quỹ đạo của sao hỏa là elip có bán trục lớn 227,9 triệu km, bán trục nhỏ bằng 226,9 triệu km và quay quanh mặt trời một vòng hết 687 ngày. Các số liệu trong các khẳng định dưới đây được làm tròn tới 5 chữ số thập phân. Khi đó

a) Tâm sai của elip là 0,09358.

b) Tiêu cự của elip bằng 21,32604.

c) Khoảng cách xa nhất giữa sao hỏa và mặt trời bằng 249,22604.

d) Khoảng cách gần nhất giữa sao hỏa và mặt trời bằng 206,57396.

Lời giải

Câu 8. Cho phương trình chính tắc của parabol (P): $y^2 = 4x$. Khi đó

a) Điểm $A(1; y_A)$ thuộc (P) thì $y_A = 2$ hoặc $y_A = -2$.

b) Điểm M thuộc P và $MF = 3$ thì hoành độ của M là $\dfrac{3}{4}$.

c) Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại 2 điểm A và B. Nếu $A(1;-2)$ thì tọa độ của $B(1;2)$.

d) Một điểm A thuộc (P). Nếu khoảng cách từ A đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng 4.

Lời giải

Câu 9. Một sao chổi A chuyển động theo quỹ đạo có dạng một parabol (P) nhận tâm Mặt Trời là tiêu điểm. Cho biết khoảng cách ngắn nhất giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời là khoảng 112 km. Chọn hệ trục toạ độ sao cho gốc toạ độ O trùng với đỉnh của parabol, tâm Mặt Trời trùng với tiêu điểm của parabol, đơn vị trên các trục là kilômét. Khi đó

a) Tọa độ tiêu điểm là $F(224;0)$.

b) Phương trình đường chuẩn của (P) là $x = -224$.

c) Phương trình chính tắc của parabol (P) là $y = 448x$.

d) Khoảng cách giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời khi sao chổi nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm và vuông góc với trục đối xứng của (P) là 224 km.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 2.** a S b Đ c S d S	**Câu 3.** a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a Đ b Đ c S d S	**Câu 5.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d S
Câu 7. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a S b S c Đ d Đ

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường thẳng $d: x+6m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10;10]$ để parabol (P) và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm phân biệt?

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho parabol (P): $y^2 = 2x$. Có bao nhiêu điểm thuộc (P) có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của (P) bằng 4? KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Có bao nhiêu điểm M (có hoành độ dương) thuộc elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc $60°$? KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Có bao nhiêu điểm N có tung độ lớn hơn 1 thuộc hypebol (H): $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ sao cho N nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông? KQ: ☐

Lời giải

Câu 5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của OM. KQ: ☐☐☐☐

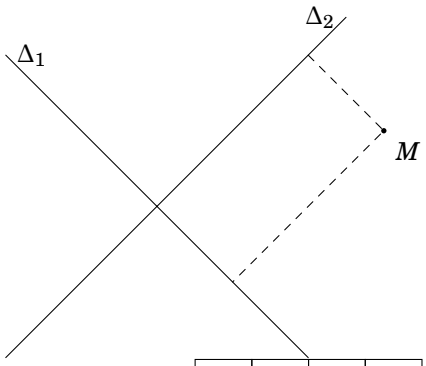
Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của DM, trong đó $D(6;0)$. KQ: ☐☐☐☐

Lời giải

Câu 7.

Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau. Một chất điểm chuyển động trong một góc vuông tạo bởi Δ_1 và Δ_2, có tính chất: ở mọi thời điểm, tích khoảng cách từ mỗi vị trí của chất điểm đến hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 luôn bằng 4. Biết rằng chất điểm chuyển động trên một phần của đường hyperbol có dạng $\dfrac{x^2}{a}-\dfrac{y^2}{b}=1$, $(a;b\in\mathbb{N}^*)$. Tính $S=a+b$.



KQ: ☐☐☐☐

Lời giải

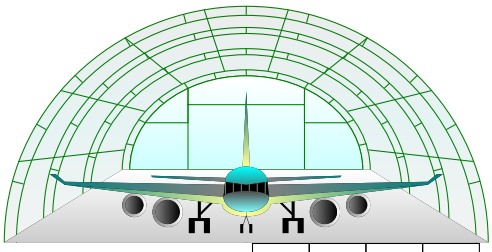
Câu 8. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Biết rằng M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông. Khi đó có bao nhiêu điểm M có tổng tọa độ lớn hơn 3? KQ: ☐☐☐☐

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9.

Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao 8 m, rộng 20 m. Khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 5 m lên đến nóc nhà vòm là bao nhiêu mét? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).



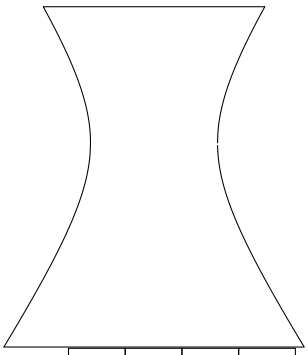
KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10.

Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28^2}-\frac{y^2}{42^2}=1$. Biết chiều cao của tháp là 150 m và khoảng cách từ nóc tháp đến đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính tổng bán kính nóc và bán kính đáy của tháp theo đơn vị mét (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Có bao nhiêu điểm M có tung độ dương thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^\circ$. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 10	**Câu 2.** 2	**Câu 3.** 2	**Câu 4.** 2	**Câu 5.** 9
Câu 6. 12	**Câu 7.** 16	**Câu 8.** 1	**Câu 9.** 6,92	**Câu 10.** 115
Câu 11. 2				

Chương 8

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 23. QUY TẮC ĐẾM

A Lý thuyết

1 Quy tắc cộng

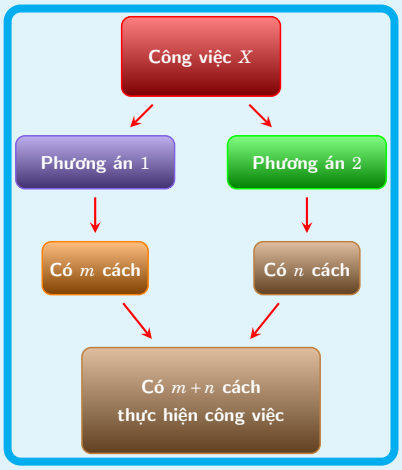
Định nghĩa 1

Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, \ldots, A_k$, trong đó

- Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.

  $\ldots$
- Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ cách.



⚠ • *Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.*

• *Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: "Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$"*

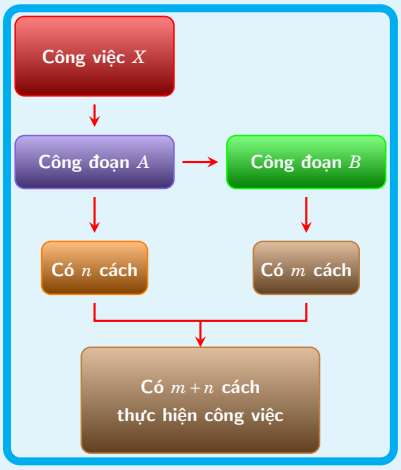
2 Quy tắc nhân

Định nghĩa 2

Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B.

- Công đoạn A có thể làm theo n cách.
- Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n \cdot m$ cách.



3 Nhận xét chung

- Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng
Quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau

  – *Bước 1*: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, \ldots, A_n$).

  – *Bước 2*: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

  – Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

  Quy tắc nhân, ta thực hiện các bước như sau

  – Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, \ldots, A_n$ hoàn thành).

  – Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

  – Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là $x = x_1 \cdot x_2 \cdots x_n$.

- Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)
Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đếm phần bù của bài toán như sau

  – Trường hợp 1: Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.

  – Trường hợp 2: Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

  Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là $a - b$.

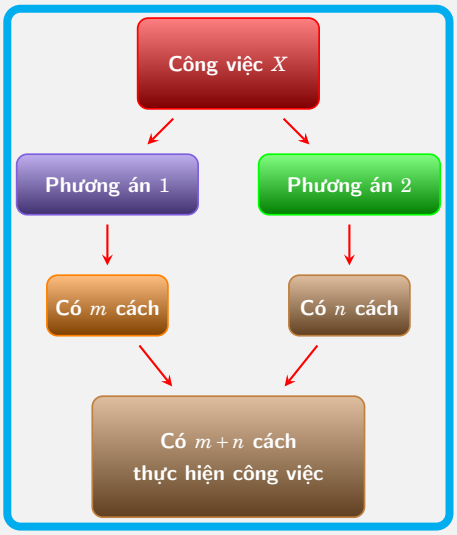
B Các dạng bài tập

Dạng 1. Quy tắc cộng

Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, \ldots, A_k$, trong đó

- Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.
- Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành $n(X) = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ cách.



Ví dụ 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 1 bạn trong tổ để làm tổ trưởng?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 1 viên bi trong hộp?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Trường THPT A có 4 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý và 4 học sinh giỏi Hóa. Trong lễ sơ kết học kì I, thầy hiệu trưởng muốn chọn 1 em trong số học sinh giỏi trên để đại diện nhận giấy khen. Nhưng vì số học sinh giỏi Hóa nằm trong đội văn nghệ nên không đại diện để nhận giấy khen được. Hỏi thầy hiệu trưởng có bao nhiêu cách chọn 1 em lên nhận thưởng?

Lời giải

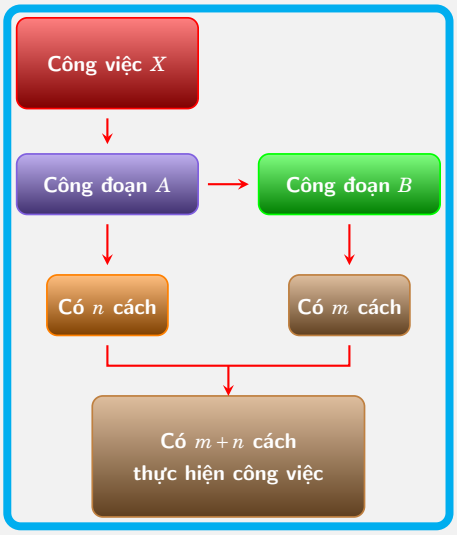
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Quy tắc nhân

Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B.

- Công đoạn A có thể làm theo n cách.
- Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành $n(X) = n \cdot m$ cách.



Ví dụ 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B.

Lời giải

Ví dụ 2. Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

a) một cái quần hoặc một cái áo?

b) một bộ quần áo?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Một người có 7 áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cà vạt trong đó có 2 cà vạt vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn bộ áo và cà vạt, nếu

a) Chọn áo nào cũng được, và cà vạt nào cũng được.

b) Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt vàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho hai đường thẳng song song d, d. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. Bài toán đếm số

Phương pháp

- Bước 1. Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1 a_2 \ldots a_k}$.
- Bước 2. Liệt kê các tính chất của số n thỏa mãn yêu cầu.
- Bước 3. Dựa vào tính chất xem bài toán có chia trường hợp không.
- Bước 4. Thứ tự đếm (đếm ưu tiên). Thứ 1. Đếm các chữ số có mặt trong tính chất.
  Thứ 2. Đếm chữ số đầu tiên nếu nó chưa được đếm hoặc tập hợp ban đầu có chứa số 0.
  Thứ 3. Đếm các chữ số còn lại.
- Bước 5. Sử dụng quy tắc cộng hoặc quy tắc nhân.

Các bài toán thường gặp.

Bài toán 1. Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x = \overline{a_1 \ldots a_n}$ ta cần lưu ý

- $a_i \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ và $a_1 \neq 0$.
- x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn.
- x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ.
- x chia hết cho $3 \Leftrightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ chia hết cho 3.
- x chia hết cho $4 \Leftrightarrow \overline{a_{n-1} a_n}$ chia hết cho 4.

- x chia hết cho $5 \Leftrightarrow a_n \in \{0,5\}$.
- x chia hết cho $6 \Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3.
- x chia hết cho $8 \Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8.
- x chia hết cho $9 \Leftrightarrow a_1+a_2+\ldots+a_n$ chia hết cho 9.
- x chia hết cho $11 \Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.
- x chia hết cho $25 \Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là $00,25,50,75$.

Bài toán 2. Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế.
Bài toán 3. Đếm số phương án liên quan đến hình học.

Ví dụ 1. Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5\}$. Từ các phần tử của tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho tập hợp $B = \{0,1,2,3,4\}$. Tìm các phần tử thuộc tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho tập hợp $C = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Tìm các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 4. Bài toán chọn đồ vật

Phương pháp: Để làm được bài toán này ta cần chú ý đến

- Có bao nhiêu đồ vật để chọn?
- Chọn bao nhiêu đồ vật và có chia trường hợp hay không?

Ví dụ 1. Một hộp chứa 3 quả cầu đỏ và 5 quả cầu xanh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra hai quả cầu trong đó có duy nhất một quả xanh?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

a chọn thỏa tính chất trước chọn 1 quả cầu xanh từ 5 quả xanh trong hộp có 5 cách.
Khi chọn quả xanh rồi ta chọn 1 quả đỏ từ 3 quả đỏ có 3 cách.
Theo quy tắc nhân có tất cả $3 \cdot 5 = 15$ cách chọn thỏa mãn.

Ví dụ 2. Một người có 5 cái quần và 7 cái áo. Người đó cần một bộ đồ đi dự tiệc gồm một quần và một áo. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Một giá sách có 3 quyển sách tham khảo Toán khác nhau, 2 quyển sách tham khảo Lý khác nhau và 4 quyển sách tham khảo Hóa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách thảm khảo trong đó có đầu đủ ba môn?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Một hộp có chứa 5 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 10 quả cầu trắng được đánh từ đến 10. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn ra hai quả cầu sao cho tổng các số trên hai quả cầu là số lẻ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 5. Bài toán sắp xếp vị trí

Phương pháp

Ta quan tâm đến việc sắp xếp vị trí theo hàng ngang (kết quả tương tự như hàng dọc). Tùy theo trường hợp ta thường xếp lần lượt như sau:

- Xếp thỏa mãn điều kiện trước
- Xếp thỏa các người còn lại

Ví dụ 1. Có 5 học sinh được xếp vào một ghế theo hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Một bàn dài gồm 8 ghế, có bao nhiêu cách xếp 8 người vào 8 ghế này sao cho Nam và Toàn luôn ngồi kề nhau.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Một bàn dài gồm 6 ghế, có bao nhiêu cách xếp 3 người Nam và 3 người nữ vào 6 ghế này sao cho Nam và Nữ ngồi xen kẽ nhau.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

Lời giải

. . . . . .

Câu 4. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7,8,9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .

Câu 5. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Một tổ có 4 học sinh nữ và 7 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

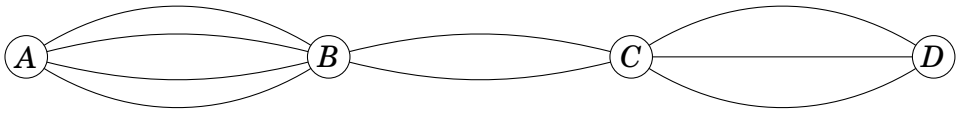
Câu 11. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392. **B.** 1023. **C.** 3014. **D.** 391.

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Cho các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Lời giải

Câu 15. Từ các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Lời giải

Câu 16. Từ các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Lời giải

Câu 17. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Câu 18. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải

Câu 19. Cho các số 0, 1, 2, 3, $\cdots$, 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011?

A. 168. **B.** 170. **C.** 164. **D.** 172.

Lời giải

. . . . . .

Câu 20. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ?

A. 360. **B.** 343. **C.** 480. **D.** 347.

Lời giải

. . . . . .

Câu 21. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81. **B.** 68. **C.** 42. **D.** 98.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190. **B.** 182. **C.** 280. **D.** 194.

Lời giải

. . . . . .

Câu 23. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43 200. **D.** 720.

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là

A. 180. **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.

Lời giải

. . . . . .

Câu 25. Từ tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ?

A. 11523. **B.** 11520. **C.** 11346. **D.** 22311.

Lời giải

Câu 26. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các chữ số này lẻ không chia hết cho 5?

A. 15120. **B.** 23523. **C.** 16862. **D.** 23145.

Lời giải

Câu 27. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

A. 660. **B.** 432. **C.** 679. **D.** 523.

Lời giải

Câu 28. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32. **B.** 16. **C.** 80. **D.** 64.

Lời giải

Câu 29. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3?

A. 114. **B.** 144. **C.** 146. **D.** 148.

Lời giải

Câu 30. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ?

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

. . . . . .

Câu 31. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3?

A. 6. **B.** 108. **C.** 228. **D.** 144.

Lời giải

. . . . . .

Câu 32. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau?

A. 384. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 600.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 33. Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 34. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị?

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 35. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 36. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321. **B.** 21312. **C.** 12312. **D.** 21321.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. D	Câu 3. C	Câu 4. B	Câu 5. C	Câu 6. B	Câu 7. B
Câu 8. D	Câu 9. B	Câu 10. B	Câu 11. D	Câu 12. D	Câu 13. A	Câu 14. B
Câu 15. B	Câu 16. B	Câu 17. D	Câu 18. C	Câu 19. A	Câu 20. C	Câu 21. A
Câu 22. A	Câu 23. C	Câu 24. A	Câu 25. B	Câu 26. A	Câu 27. A	Câu 28. D
Câu 29. B	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. A	Câu 33. C	Câu 34. B	Câu 35. D
Câu 36. B						

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong hộp bút của Lan có 4 chiếc bút chì, 5 chiếc bút bi và 2 chiếc bút máy (tất cả đều khác nhau), khi đó

a) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 cách.

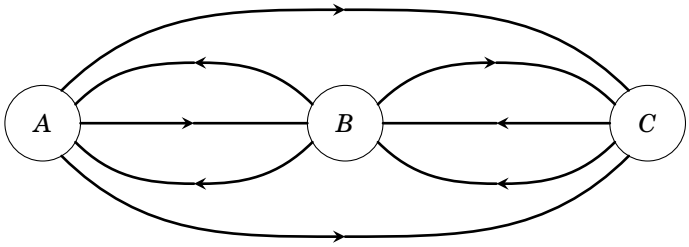
b) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 cách.

c) Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 cách.

d) Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 cách.

Lời giải

Câu 2. Hình sau đây biểu diễn các con đường một chiều nối các thành phố A, B và C, khi đó



a) Có 2 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà không đi qua thành phố B.

b) Có 1 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà đi qua thành phố B.

c) Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố B mà không đi qua thành phố C.

d) Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố C rồi quay trở lại thành phố A.

Lời giải

.....

Câu 3. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài, khi đó

a) Chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
b) Chọn đề tài về thiên nhiên có 10 cách.
c) Chọn đề tài về con người có 7 cách.
d) Mỗi thí sinh có 31 cách chọn.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Khi đó

a) Có 387 420 489 số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 đã cho.
b) Có 40 320 số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 đã cho.
c) Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5.
d) Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Một lớp học có 8 em học sinh ra ứng cử vào một trong các vị trí gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ, khi đó

a) Chọn một học sinh vào vị trí lớp trưởng có 8 cách.
b) Sau khi chọn lớp trưởng, thì chọn một học sinh vào vị trí lớp phó học tập có 7 cách.
c) Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó, thì chọn một học sinh vào vị trí thủ quỹ có 6 cách.
d) Có 21 cách chọn ra ba người vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ.

Lời giải

Câu 6. Lớp 10 A có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn thể và 1 lớp phó kỉ luật. Khi đó
a) Có 36 cách chọn lớp trưởng.
b) Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập.
c) Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn thể.
d) Số cách chọn một ban cán sự lớp là 138.

Lời giải

Câu 7. Lớp 10*A* có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn-thể và 1 lớp phó kỉ luật, khi đó:
a) Có 36 cách chọn lớp trưởng.
b) Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập.
c) Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn-thể.
d) Số cách chọn một ban cán sự lớp là 138.

Lời giải

Câu 8. Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang, khi đó:

a) Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh.

b) Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.

c) Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ.

d) Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau.

Lời giải

Câu 9. Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a,b,c,d,e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, khi đó:

a) Có 100000 số.

b) Có 27216 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau.

c) Có 13440 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ.

d) Có 13776 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng, khi đó:

a) Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).

b) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).

c) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).

d) Số cách chọn hai bi khác màu là 96 (cách).

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11. Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau.

a) Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).

b) Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).

c) Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).

d) Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 5.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b S c Đ d S
Câu 7. a Đ b S c Đ d S	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d S	**Câu 9.** a S b Đ c Đ d Đ
Câu 10. a Đ b Đ c S d S	**Câu 11.** a Đ b Đ c S d Đ	

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Để đi từ thành phố A đến thành phố C, bắt buộc phải đi qua thành phố B. Biết rằng có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, đồng thời có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ thành phố A đến thành phố C?
KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lân thì có bao nhiêu khả năng xảy ra? KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Trong một cuộc thi thuyết trình, mỗi thí sinh phải lựa chọn một đề tài trong các chủ đề được đưa ra. Trong đó: chủ đề Kinh tế có 5 đề tài, chủ đề Văn hoá có 8 đề tài và chủ đề Xã hội có 10 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh dự thi có bao nhiêu cách để lựa chọn đề tài thuyết trình?
KQ: | | | | |

Lời giải

.....
.....

Câu 4. Nhãn của mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần thứ nhất là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái Tiếng Anh), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2022? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Một nhóm gồm 5 em học sinh (trong đó có một bạn tên Tùng) đang đứng xếp thành một hàng dọc, hỏi có bao nhiêu cách xếp: Bạn Tùng đứng đầu hàng? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 7. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4?
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Một lớp học có 18 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ đi tham dự một khóa học về an toàn giao thông do nhà trường tổ chức?
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 9. An muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?
KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa tối đa 4 người? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Từ các chữ số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 13. Từ các chữ số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 14. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0, 1, 2, 4, 5, 6, 8$.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 15	**Câu 2.** 1024	**Câu 3.** 23	**Câu 4.** 650	**Câu 5.** 336
Câu 6. 24	**Câu 7.** 72	**Câu 8.** 360	**Câu 9.** 64	**Câu 10.** 156
Câu 11. 81	**Câu 12.** 256	**Câu 13.** 24	**Câu 14.** 90	**Câu 15.** 520

BÀI 24. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

A Lý thuyết

1 Hoán vị

Định nghĩa 1

Giai thừa

Cho số tự nhiên $n \geq 1$, ta định nghĩa n giai thừa, ký hiệu bởi $n!$ là $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1$.

Định nghĩa 2

Hoán vị

Cho tập hợp A có n phần tử $(n \geq 1)$.

- Mỗi cách sắp xếp thứ tự của n phần tử tập hợp A là hoán vị của n phần tử này.
- Số các hoán vị của n phần tử tập hợp A được ký hiệu bởi P_n.
- Được xác định theo công thức $\mathrm{P}_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1$.

Nhận xét.

- *Các hoán vị khác nhau chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp các phần tử.*
- *Hoán vị của 3 phần tử $\{a; b; c\}$ ta được các kết quả sau: abc, acb, bac, bca, cab, cba.*

2 Chỉnh hợp

Định nghĩa 3

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

- Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của n phần tử).
- Số các chỉnh hợp chập k của của một tập hợp có n phần tử là $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ với $(1 \leq k \leq n)$.
- Quy ước $0! = 1$, $\mathrm{A}_n^0 = 1$, $\mathrm{A}_n^n = \mathrm{P}_n = n!$

Nhận xét. *Khi giải bài toán chọn trên tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:*

- *Chỉ chọn k phần tử của X $(1 \leq k \leq n)$.*
- *Có sắp thụ tự các phần tử đã chọn.*

3 Tổ hợp

Định nghĩa 4

Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$).

- Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).
- Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử là

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ với } (1 \leq k \leq n).$$

Nhận xét.

- *Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó $\mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^{n-k}$.*

- *Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó $\mathrm{C}_{n+1}^k = \mathrm{C}_n^k + \mathrm{C}_n^{k-1}$ (Công thức Pascal).*

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Hoán vị

1. Hoán vị các chữ số trong số tự nhiên.

2. Hoán vị đồ vật.

   - Tập hợp A là tập con có n phần tử của tập hợp $\{0,1,\ldots,8,9\}$ với $1 \le n \le 10$.
   - Khi đó số cách thành lập số tự nhiên A có n chữ số được lấy từ A là số hoán vị của n phần tử này, tức là có $\mathrm{P}_n = n!$ số.

3. Hoán vị vòng quanh.

   - Có n phần tử được sắp xếp trên một vòng tròn n vị trí. Số cách xếp sẽ là hoán vị của $n-1$ phần tử $(n-1)!$.
   - Thật vậy mỗi cách xếp không thay đổi khi các phần tử lần lượt dời chỗ qua bên phải (hoặc trái) một vị trí.
     Như vậy có n vị trí trên vòng tròn, nên có $\dfrac{n!}{n} = (n-1)!$ cách xếp.

4. Hoán vị lặp.

   - Cho k phần tử khác nhau a_1, a_2, …,a_k. Một cách sắp xếp n phần tử trong đó gồm n_1 phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, $\cdots$, n_k phần tử a_k $(n_1+n_2+\cdots+n_k=n)$ theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp n và kiểu $(n_1,n_2,\ldots,n_k)$ của k phần tử.
   - Số các hoán vị lặp dạng như trên là $\mathrm{P}_n(n_1,n_2,\ldots,n_k) = \dfrac{n!}{n_1!n_2!\ldots!n_k!}$.

Ví dụ 1. Cho tập hợp $S = \{1;2;3;4\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập A?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

a) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

b) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 người ngồi xung quanh một bàn tròn để dự hội thảo?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng một lần.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Chỉnh hợp trong bài toán đếm số

Cách giải thông thường

- Gọi số cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 \ldots a_n}$.
- Liệt kê các số x thỏa mãn điều kiện đề bài. Dựa vào tính chất bài toán xem có chia trường hợp hay không?
- Thứ tự đếm và sử dụng quy tắc cộng, nhân (nếu có).

Ví dụ 1. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2.

a) Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau?

b) Tính tổng của tất cả các số tìm được ở câu trên.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho tập $A = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số khác nhau và mỗi số chứa chữ số 5?

b) Trong các số trên, có bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Cho tập $A = \{0;2;4;6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5 sao cho trong mỗi số đó đều có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc 2?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. Tổ hợp

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.
- Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

Ví dụ 1. Từ một đội tuyển bóng đá gồm 20 cầu thủ người ta cần cử 3 cầu thủ dự lễ bốc thăm chia bảng thi đấu. Hỏi có bao nhiêu cách cử?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Một tổ gồm 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh, 7 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi bất kỳ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Có 15 đội bóng đá thi đấu theo thể thức vòng tròn tính điểm. Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra một bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn

a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

b) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

Lời giải

Câu 2. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

A. $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$. **C.** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$. **D.** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Câu 3. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4.

Lời giải

Câu 4. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Lời giải

Câu 5. Từ tập $X = \{2;3;4;5;6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Câu 6. Số vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^1. **C.** A_6^2. **D.** 36.

Lời giải

Câu 7. Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^3.

Lời giải

Câu 8. Tập A gồm n phần tử ($n>0$). Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

Lời giải

Câu 9. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $\mathrm{C}_{20}^2 \cdot \mathrm{C}_{18}^1$. **D.** $\mathrm{C}_{20}^1 \cdot \mathrm{C}_{18}^1$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2 \cdot \mathrm{C}_{20}^{2}$. **B.** $2 \cdot \mathrm{A}_{20}^{2}$. **C.** C_{20}^{2}. **D.** A_{20}^{2}.

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự từ quả nhất đến quả năm.

A. A_{11}^{5}. **B.** C_{11}^{5}. **C.** $\mathrm{A}_{11}^{2} \cdot 5!$. **D.** C_{10}^{5}.

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Lời giải

Câu 13. Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** 30. **D.** 10^3.

Lời giải

Câu 14. Cho tập hợp $S = \{1;2;3;4;5;6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Câu 15. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Câu 16. Cho tập $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Lời giải

Câu 17. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Lời giải

Câu 19. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5 + C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Lời giải

Câu 20. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** $3 \cdot 10$. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Lời giải

Câu 21. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Câu 22. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Lời giải

Câu 23. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_9^2 \cdot C_6^3$. **B.** $C_6^2 + C_9^3$. **C.** $A_6^2 \cdot A_9^3$. **D.** $C_6^2 \cdot C_9^3$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;\ldots;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Lời giải

. . . . . .

Câu 25. Cho tập $A = \{0;1;2;\ldots;9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là

A. 30240. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Lời giải

. . . . . .

.....

Câu 26. Cho 10 điểm phân biệt A_1, A_2,..., A_{10}, trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 27. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 28. Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** 55.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 29. Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

Lời giải

Câu 30. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

Lời giải

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4! \cdot C_4^1 \cdot C_5^1$. **B.** $3! \cdot C_4^2 \cdot C_5^2$. **C.** $4! \cdot C_4^2 \cdot C_5^2$. **D.** $3! \cdot C_4^2 \cdot C_5^2$.

Lời giải

Câu 32. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 2 học sinh lớp $12C$. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Lời giải

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải

Câu 34. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người, cần có cả nam và nữ, cả nhà toán học và nhà vật lý thì có bao nhiêu cách?

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Lời giải

Câu 35. Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. $2017 \cdot 2018$. **B.** $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$. **C.** $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$. **D.** $2017 + 2018$.

Lời giải

Câu 36. Tổ 1 lớp 11*A* có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

Lời giải

Câu 37. Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

Lời giải

Câu 38. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau?

A. $\mathrm{C}_{15}^{10} \cdot \mathrm{C}_{8}^{4}$. **B.** $\mathrm{C}_{15}^{10} + \mathrm{C}_{8}^{4}$. **C.** $\mathrm{A}_{15}^{10} \cdot \mathrm{A}_{8}^{4}$. **D.** $A_{15}^{10} + A_{8}^{4}$.

Lời giải

Câu 39. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Lời giải

Câu 40. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **B.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Câu 41. Có 15 học sinh, gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Câu 42. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 nam và 4 nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế. Số cách xếp để mỗi nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!\cdot 4!\cdot 2$. **B.** $4!\cdot 4!\cdot 2^4$. **C.** $4!\cdot 2$. **D.** $4!\cdot 4!$.

Lời giải

Câu 43. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, có định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, với mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Lời giải

Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

Lời giải

Câu 45. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Lời giải

Câu 46. Có quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT A, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^{7}C_{9}^{3}$. **B.** $C_{15}^{6}C_{9}^{4}$. **C.** $C_{15}^{3}C_{9}^{4}$. **D.** C_{30}^{2}.

Lời giải

Câu 47. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60. **B.** 120. **C.** 12960. **D.** 90.

Lời giải

Câu 48. Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Lời giải

Câu 49. Thầy A có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. A	Câu 3. B	Câu 4. B	Câu 5. A	Câu 6. C	Câu 7. A
Câu 8. C	Câu 9. D	Câu 10. C	Câu 11. A	Câu 12. D	Câu 13. B	Câu 14. A
Câu 15. C	Câu 16. B	Câu 17. A	Câu 18. C	Câu 19. D	Câu 20. D	Câu 21. C
Câu 22. C	Câu 23. D	Câu 24. D	Câu 25. C	Câu 26. C	Câu 27. B	Câu 28. C
Câu 29. A	Câu 30. B	Câu 31. C	Câu 32. B	Câu 33. B	Câu 34. B	Câu 35. C
Câu 36. C	Câu 37. C	Câu 38. A	Câu 39. C	Câu 40. C	Câu 41. B	Câu 42. B
Câu 43. D	Câu 44. D	Câu 45. D	Câu 46. B	Câu 47. D	Câu 48. B	Câu 49. A
Câu 50. A						

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó

a) Có C_{20}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên.

b) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai.

c) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_{8}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba.

d) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_{6}^{2} cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là 40320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là 1440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là 4320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là 2400 (cách).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó

a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng.

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng.

c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng.

d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách.

b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách.

c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là 30 cách.

d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu là 120 (cách).

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252.

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A, có $\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó

a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý.

b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách.

b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.

c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.

d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó

a) Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ, ta có 3003 cách.

b) Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có 1848 cách.

c) Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có 924 cách.

d) Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

Lời giải

. . . . . .

Câu 9. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có 300 cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có 120 cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có 180 cách.

d) Có 600cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 2 học sinh lớp $12C$. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó

a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có 120 cách.

b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12 A và $12B$ có 21 cách.

c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12B$ và $12C$ có 2 cách.

d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a S b S c Đ d Đ
Câu 4. a Đ b S c S d Đ	**Câu 5.** a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c Đ d S
Câu 7. a Đ b Đ c S d S	**Câu 8.** a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 9.** a Đ b S c Đ d S
Câu 10. a S b Đ c S d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Có $\overline{1a1b00}$, $(a;b \in \mathbb{N})$ cách lập tổ công tác. Tính giá trị $T = ab + a^2$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Lớp $10B$ có 15 bạn trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Cô giáo có $\overline{ab0240}$, $(a;b \in \mathbb{N})$ cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối. Tính giá trị $S = a + b$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vectơ đó là 2 trong 18 điểm đã cho? KQ: ☐☐☐☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hai dãy ghế được xếp như sau

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi.
Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế.
Ta có $\overline{5abc00800}$, $(a;b;c \in \mathbb{N})$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ. Tính giá trị $P = abc$. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Một đa giác lồi có 14 đỉnh có bao nhiêu đường chéo? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2?

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho các số: 1,2,3,4,5 lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2.

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang.

Có $\overline{a8b00}$, $(a;b \in \mathbb{N})$ cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau. Tính giá trị $b^2 - a^2$

KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Thầy giáo chủ nhiệm có $\overline{6ab0080}$, $(a;b \in \mathbb{N})$ cách chọn. Tính $|b-a|$ KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 12. Số các số tự nhiên cần tìm có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần có dạng $\overline{1a1b00}$, $(a;b \in \mathbb{N})$. Tính $P = ab$. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3. KQ: | | | |

Lời giải

Câu 14. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người? KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 15. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 16. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam chơi với nhau nhiều hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 17. Cho đa giác đều có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 18. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$.Tìm n KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 19. Cho các số tự nhiên m,n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2 = 153$ và $C_m^n = C_m^{n+2}$. Khi đó $m+n$ bằng KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 20. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 4	**Câu 2.** 6	**Câu 3.** 306	**Câu 4.** 36	**Câu 5.** 77
Câu 6. 5950	**Câu 7.** 24	**Câu 8.** 60	**Câu 9.** 2	**Câu 10.** 6720
Câu 11. 288	**Câu 12.** 10	**Câu 13.** 15	**Câu 14.** 45	**Câu 15.** 36
Câu 16. 182	**Câu 17.** 5	**Câu 18.** 13	**Câu 19.** 26	**Câu 20.** 6

BÀI 25. NHỊ THỨC NEWTON

A Lý thuyết

1 Công thức nhị thức Newton

Định nghĩa 1

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau

- Với a,b là các số thực và n là số nguyên dương, ta có

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\mathrm{C}_n^k a^{n-k}b^k=\mathrm{C}_n^0a^n+\mathrm{C}_n^1a^{n-1}b+\cdots+\mathrm{C}_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+\mathrm{C}_n^nb^n$$

- Quy ước $a^0=b^0=1$.

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton)

- Số các hạng tử là $n+1$.
- Số mũ của a giảm dần từ n đến 0.
  Số mũ của b tăng dần từ 0 đến n.
  Nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.
- Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.
- Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=\mathrm{C}_n^ka^{n-k}b^k$.

Hệ quả 1.

- Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\cdots+\mathrm{C}_n^n$.
- Với $a=1;\ b=-1$, ta có $0=\mathrm{C}_n^0-\mathrm{C}_n^1+\cdots+(-1)^k\mathrm{C}_n^k+\cdots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n$.

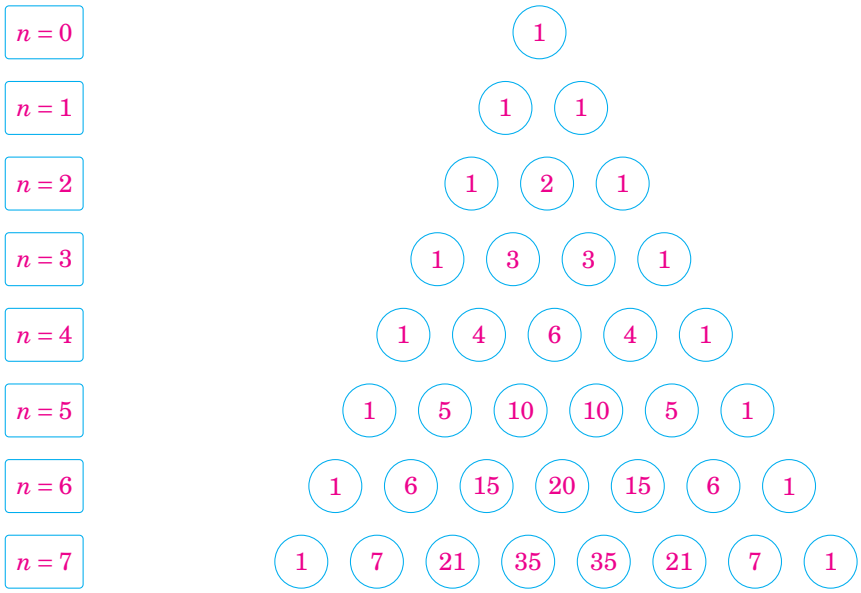
2 Các dạng khai triển cơ bản nhị thức Newton

- $(x+1)^n=\mathrm{C}_n^0x^n+\mathrm{C}_n^1x^{n-1}+\mathrm{C}_n^2x^{n-2}+\ldots+\mathrm{C}_n^kx^{n-k}+\ldots+\mathrm{C}_n^{n-1}x+\mathrm{C}_n^n$.
- $(1+x)^n=\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1x+\mathrm{C}_n^2x^2+\ldots+\mathrm{C}_n^kx^k+\ldots+\mathrm{C}_n^{n-1}x^{n-1}+\mathrm{C}_n^nx^n$.
- $(x-1)^n=\mathrm{C}_n^0-\mathrm{C}_n^1x+\mathrm{C}_n^2x^2-\ldots+(-1)^k\mathrm{C}_n^kx^k+\ldots+(-1)^{n-1}\mathrm{C}_n^{n-1}x^{n-1}+(-1)^n\mathrm{C}_n^nx^n$.
- $\mathrm{C}_n^k=\mathrm{C}_n^{n-k}$.
- $\mathrm{C}_n^k+\mathrm{C}_n^{k+1}=\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}$ với $(n\geq 1)$.
- $k\cdot\mathrm{C}_n^k=\dfrac{k\cdot n!}{(n-k)!k!}=\dfrac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

- $\dfrac{1}{k+1}\mathrm{C}_n^k = \dfrac{k\cdot n!}{(k+1)(n-k)!k!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!} = \dfrac{1}{n+1}\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}$.

3 Tam giác pascal

Trong công thức nhị thức Newton,
Cho $n = 0, 1, \ldots$ và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác, gọi là tam giác Pascal.



Từ công thức $\mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_{n-1}^{k-1} + \mathrm{C}_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó. Chẳng hạn $\mathrm{C}_5^2 = \mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_4^2 = 4 + 6 = 10$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Khai triển biểu thức

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton

- Với $n = 4$ ta có $(a+b)^4 = \mathrm{C}_4^0 a^4 + \mathrm{C}_4^1 a^3 b + \mathrm{C}_4^2 a^2 b^2 + \mathrm{C}_4^3 a b^3 + \mathrm{C}_4^4 b^4$
- Với $n = 5$ ta có

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= \mathrm{C}_5^0 a^5 + \mathrm{C}_5^1 a^4 b^1 + \mathrm{C}_5^2 a^3 b^2 + \mathrm{C}_5^3 a^2 b^3 + \mathrm{C}_5^4 a b^4 + \mathrm{C}_5^5 b^5\\ &= a^5 + 5a^4 b^1 + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a^1 b^4 + b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $(x+y)^4$; b) $(1+x)^4$; c) $(a-b)^5$;

d) $(x+1)^5$; e) $(2x-3)^4$; f) $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Khai triển các biểu thức sau

a) $(3x-2y)^4$; b) $(x-2y)^5$; c) $(x+5)^4+(x-5)^4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển

Xác định số hạng tổng quát $T_{k+1}=\mathrm{C}_n^k a^{n-k}b^k$ trong khai triển $(a+b)^n$ và kết hợp với yêu cầu của bài toán để thiết lập một phương trình, từ đó tìm ra kết quả mà bài toán yêu cầu.

⚠ *T_k là số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(a+b)^n$ theo lũy thừa tăng dần của b.*

Đối với các biểu thức dạng $(a+b+c)^k$ ta biến đổi $(a+b+c)^k=[a+(b+c)]^k$ rồi áp dụng.

Ví dụ 3. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4, x \neq 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n$ thỏa mãn $a_0+8a_1 = 2a_2+1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tính tổng - Chứng minh đẳng thức

- Sử dụng tính chất của số C_n^k.
  Cho số nguyên dương n, k thỏa mãn $-1 \le k \le n$ ta có các tính chất sau

  Tính chất 1. $\mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^{n-k}$.

  Tính chất 2. $\mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_{n-1}^k + \mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

  Tính chất 3. $k\mathrm{C}_n^k = n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

  Tính chất 4. $\dfrac{1}{k+1}\mathrm{C}_n^k = \dfrac{1}{n+1}\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}$.

- Một số kết quả hay sử dụng khi chứng minh đẳng thức, tính tổng có sử dụng công thức nhị thức Newton
  - $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\ldots+\mathrm{C}_n^n = 2^n$.
  - $\mathrm{C}_n^0-\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\ldots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n = 0$.
  - $\mathrm{C}_{2n}^0+\mathrm{C}_{2n}^2+\mathrm{C}_{2n}^4+\ldots+\mathrm{C}_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$.
  - $\mathrm{C}_{2n}^1+\mathrm{C}_{2n}^3+\mathrm{C}_{2n}^5+\ldots+\mathrm{C}_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

Ví dụ 10. Tính tổng sau $S = \mathrm{C}_{10}^{0} + \mathrm{C}_{10}^{1} + \ldots + \mathrm{C}_{10}^{10}$.

Lời giải

Ví dụ 11. Tính tổng sau $S = \mathrm{C}_{6}^{1} + \mathrm{C}_{6}^{2} + \ldots + \mathrm{C}_{6}^{5}$.

Lời giải

Ví dụ 12. Tính tổng sau $S = \mathrm{C}_6^0 + 2 \cdot \mathrm{C}_6^1 + 2^2 \cdot \mathrm{C}_6^2 + \ldots + 2^6 \mathrm{C}_6^6$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 13. Chứng minh đẳng thức $k\mathrm{C}_n^k = n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Ví dụ 14. Chứng minh đẳng thức $\dfrac{1}{k+1}\mathrm{C}_n^k = \dfrac{1}{n+1}\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Rút gọn biểu thức

$$S = \frac{1}{1\cdot 0!\cdot 2019!} + \frac{1}{2\cdot 1!\cdot 2018!} + \frac{1}{3\cdot 2!\cdot 2017!} + \ldots + \frac{1}{2020\cdot 2019!\cdot 0!}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^n$ (với x khác 0) biết $\mathrm{C}_n^2\mathrm{C}_n^{n-2}+2\mathrm{C}_n^2\mathrm{C}_n^3+\mathrm{C}_n^3\mathrm{C}_n^{n-3}=100$.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Câu 2. Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $\mathrm{C}_4^{k-1}a^k b^{5-k}$. **B.** $\mathrm{C}_4^k a^{4-k}b^k$. **C.** $\mathrm{C}_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $\mathrm{C}_4^k a^{4-k}b^{4-k}$.

Lời giải

Câu 3. Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $\mathrm{C}_4^k 2^k 3^{4-k}\cdot x^{4-k}$. **B.** $\mathrm{C}_4^k 2^{4-k}(-3)^k\cdot x^{4-k}$. **C.** $\mathrm{C}_4^k 2^{4-k}3^k\cdot x^{4-k}$. **D.** $\mathrm{C}_4^k 2^k(-3)^{4-k}\cdot x^{4-k}$.

Lời giải

Câu 4. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Câu 5. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Newton của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải

Câu 6. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $\mathrm{A}_n^3+2\mathrm{A}_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Lời giải

Câu 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Câu 8. Viết khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Lời giải

Câu 9. Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Lời giải

Câu 10. Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Lời giải

Câu 11. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$.
B. $(x+y)^5$.
C. $(2x-y)^5$.
D. $(x-2y)^5$.

Lời giải

.....

Câu 12. Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

B. $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

D. $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$.

B. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

D. $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

Lời giải

.....

.....

Câu 15. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Câu 16. Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Câu 17. Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Lời giải

Câu 18. Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính $a_1 a_2$

A. $a_1 a_2 = 24$. **B.** $a_1 a_2 = 8$. **C.** $a_1 a_2 = 54$. **D.** $a_1 a_2 = 36$.

Lời giải

Câu 19. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Câu 20. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

. . . . . .

Câu 21. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x)=\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

. . . . . .

Câu 22. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x)=\left(x^2+1\right)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=11$. **B.** $n=5$. **C.** $n=12$. **D.** $n=10$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 23. Với $n \geq 4$, tổng $T = \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^2 + \mathrm{C}_n^4 + \cdots$ bằng

A. 2^{2n-1}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^n. **D.** $2^n - 1$.

Lời giải

Câu 24. Với $n \geq 4$, tổng $T = \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^3 + \mathrm{C}_n^5 + \cdots$ bằng

A. 2^{2n-1}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^n. **D.** 2^{n-1}.

Lời giải

Câu 25. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $\mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \cdots + \mathrm{C}_n^n = 4095$. Giá trị của n bằng

A. 14. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải

Câu 26. Tổng $T = \mathrm{C}_{2n}^{0} + \mathrm{C}_{2n}^{2} + \mathrm{C}_{2n}^{4} + \cdots + \mathrm{C}_{2n}^{2k} + \cdots + \mathrm{C}_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1}. **B.** 2^{2n-1}. **C.** $2^{2n} - 1$. **D.** 2^{2n}.

Lời giải

Câu 27. Tính tổng $\mathrm{C}_{n}^{0} - \mathrm{C}_{n}^{1} + \mathrm{C}_{n}^{2} + \cdots + (-1)^{n}\mathrm{C}_{n}^{n}$. ta được kết quả là

A. 0. **B.** 2^{n}. **C.** 2^{n-1}. **D.** 2^{n+1}.

Lời giải

Câu 28. Tính tổng $\left(\mathrm{C}_{n}^{0}\right)^{2} + \left(\mathrm{C}_{n}^{1}\right)^{2} + \left(\mathrm{C}_{n}^{2}\right)^{2} + \cdots + \left(\mathrm{C}_{n}^{n}\right)^{2}$ ta được kết quả là

A. C_{2n}^{n}. **B.** C_{2n}^{2n-2}. **C.** 2^{2n+1}. **D.** 2^{2n}.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 29. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1{,}01)^4$. Tìm số đó?

A. 1,04. **B.** 1,0406. **C.** 1,040604. **D.** 1.04060401.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 30. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2{,}01)^5$. Tìm số đó?

A. 32,808. **B.** 32,80804. **C.** 32,8. **D.** 32,8080401.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 31. Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2{,}0003)^5$. Tìm số đó?

A. 32,02. **B.** 32,024. **C.** 32,0240072. **D.** 32,024007.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 32. Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4{,}0002)^5$. Tìm số đó?

A. 1024,25. **B.** 1024,256026. **C.** 1024,25602. **D.** 1024,256.

Lời giải

Câu 33. Tính giá trị của $H = \mathrm{C}_{15}^0 - 2\mathrm{C}_{15}^1 + 2^2\mathrm{C}_{15}^2 - \cdots + 2^{14}\mathrm{C}_{15}^{14} - 2^{15}\mathrm{C}_{15}^{15}$.

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Câu 34. Tính giá trị của $K = 3^{20}\mathrm{C}_{20}^0 - 3^{19}\cdot 4\cdot \mathrm{C}_{20}^1 + 3^{18}\cdot 4^2\cdot \mathrm{C}_{20}^2 - \cdots - 3\cdot 4^{19}\cdot \mathrm{C}_{20}^{19} + 4^{20}\cdot \mathrm{C}_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Câu 35. Tìm số hạng là số nguyên trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^5$.

A. 8. **B.** 60. **C.** 58. **D.** 20.

Lời giải

Câu 36. Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau n kì số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0{,}0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30,15645 triệu đồng. **B.** 30,14645 triệu đồng.
C. 30,14675 triệu đồng. **D.** 31,14645 triệu đồng.

Lời giải

Câu 37. Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1{,}5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212942000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0{,}015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 người. **B.** 329391769 người. **C.** 229391759 người. **D.** 228391769 người.

Lời giải

Câu 38. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^5$.

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Câu 39. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3-\dfrac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

Lời giải

Câu 40. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^n$ biết $\mathrm{A}_n^2-\mathrm{C}_n^2=105$.

A. -3003. **B.** -5005. **C.** 5005. **D.** 3003.

Lời giải

Câu 41. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $\mathrm{C}_n^3=\frac{4}{3}n+2\mathrm{C}_n^2$

A. 134. **B.** 144. **C.** 115. **D.** 141.

Lời giải

Câu 42. Với số nguyên dương n thỏa mãn $\mathrm{C}_n^2-n=27$, trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84. **B.** 672. **C.** 8. **D.** 5376.

Lời giải

Câu 43. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ bằng

A. -6432. **B.** -4032. **C.** -1632. **D.** -5418.

Lời giải

Câu 44. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}$.

A. 582. **B.** 1902. **C.** 7752. **D.** 252.

Lời giải

Câu 45. Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\dfrac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là

A. $\dfrac{1}{2}\mathrm{C}_{14}^{6}$. **B.** $\dfrac{1}{4}\mathrm{C}_{14}^{6}$. **C.** C_{14}^{6}. **D.** $4\mathrm{C}_{14}^{8}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 46. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

A. 1752. **B.** -1272. **C.** 1272. **D.** -1752.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 47. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240. **B.** 3320. **C.** 80. **D.** 259200.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 48. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1+2x^2)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270. **B.** 162720. **C.** 126270. **D.** 126720.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. A	Câu 5. C	Câu 6. A	Câu 7. B
Câu 8. A	Câu 9. D	Câu 10. C	Câu 11. A	Câu 12. B	Câu 13. A	Câu 14. A
Câu 15. C	Câu 16. B	Câu 17. D	Câu 18. D	Câu 19. A	Câu 20. B	Câu 21. C
Câu 22. B	Câu 23. B	Câu 24. D	Câu 25. D	Câu 26. B	Câu 27. A	Câu 28. A
Câu 29. A	Câu 30. C	Câu 31. C	Câu 32. C	Câu 33. D	Câu 34. D	Câu 35. B
Câu 36. B	Câu 37. A	Câu 38. A	Câu 39. A	Câu 40. D	Câu 41. B	Câu 42. B
Câu 43. D	Câu 44. B	Câu 45. B	Câu 46. B	Câu 47. B	Câu 48. D	

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Khai triển $(x+\sqrt{2})^4$. Khi đó

a) Hệ số của x^2 là 12.

b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$.

c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$.

d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. Khi đó

a) Hệ số của của x^3 là 9.

b) Hệ số của của y^3 là 7.

c) Hệ số của x^2y là 6.

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4$. Khi đó

a) Hệ số của x^2 là $\dfrac{1}{4}$.

b) Số hạng không chứa x là 6.

c) Hệ số của x^4 là 1.

d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Lời giải

Câu 4. Khai triển $(x+1)^5$. Khi đó

a) Hệ số của x^4 là 5.

b) Số hạng không chứa x là 1.

c) $\mathrm{C}_5^0+\mathrm{C}_5^1+\mathrm{C}_5^2+\mathrm{C}_5^3+\mathrm{C}_5^4+\mathrm{C}_5^5=3^5$.

d) $32\mathrm{C}_5^0+16\mathrm{C}_5^1+8\mathrm{C}_5^2+4\mathrm{C}_5^3+2\mathrm{C}_5^4+\mathrm{C}_5^5=3^5$.

Lời giải

Câu 5. Khai triển $P=\left(x-\sqrt{3}\right)^5$. Khi đó

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.

b) Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

c) Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

d) Hệ số của x trong khai triển là 45.

Lời giải

Câu 6. Khai triển $Q=(xy-1)^5$. Khi đó

a) Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$.

b) Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.

c) Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.

d) Hệ số của xy trong khai triển là -10.

Lời giải

Câu 7. Khai triển $(1-x)^6$. Khi đó

a) Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2.

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3.

c) Hệ số của x^5 trong khai triển là $-\mathrm{C}_6^5$.

d) $\mathrm{C}_6^0-\mathrm{C}_6^1+\mathrm{C}_6^2-\mathrm{C}_6^3+\mathrm{C}_6^4-\mathrm{C}_6^5+\mathrm{C}_6^6=1$.

Lời giải

Câu 8. Cho $\left(1-\dfrac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Khi đó:

a) $a_3=\dfrac{5}{2}$.

b) $a_5=-\dfrac{1}{32}$.

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\dfrac{5}{2}$.

d) Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\dfrac{1}{16}$.

Lời giải

Câu 9. Khai triển $(x-3)^4$. Khi đó

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là 1.

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là -12.

c) Hệ số của x^2 trong khai triển là 54.

d) Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.

Lời giải

Câu 10. Xét khai triển biểu thức $P(x)=(x+1)^4-(x-1)^4$.

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.

b) Hệ số của x trong khai triển là -8.

c) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.

d) $P(x)>0$ khi $x\in(0;+\infty)$.

Lời giải

Câu 11. Xét khai triển biểu thức $\left(1+x+x^2\right)^4$ (sắp xếp theo thứ tự mũ giảm dần).

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

b) Trong khai triển có 9 hạng tử.

c) Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.

d) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 3.** a S b Đ c Đ d S
Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 5.** a S b Đ c Đ d Đ	**Câu 6.** a Đ b Đ c Đ d S
Câu 7. a Đ b S c Đ d S	**Câu 8.** a S b Đ c Đ d S	**Câu 9.** a Đ b Đ c Đ d S
Câu 10. a Đ b S c S d Đ	**Câu 11.** a Đ b Đ c S d Đ	

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Xác định hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $\left(x^2+2y\right)^5$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$. KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$.

KQ: ☐

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x^2+\frac{2}{x}\right)^6$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy+\frac{3}{y}\right)^5$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Lớp 10Ađề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ Iphải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ Icó bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

KQ:

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 7. Cho tập hợp $X = \{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5\}$. Số tập con của tập X có dạng 2^m ($m \in \mathbb{N}$). Giá trị của m bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 8. Cho khai triển $(1+2x)^n = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots + A_n x^n$ thỏa mãn $A_0 + 8A_1 = 2A_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

KQ:

Lời giải

Câu 9. Tìm hệ số của số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn:

$$\mathrm{C}_{2n+1}^{0}+\mathrm{C}_{2n+1}^{2}+\mathrm{C}_{2n+1}^{4}+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}=1024.$$

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $\mathrm{C}_n^2+\frac{\mathrm{A}_n^3}{n}=12$.

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Giá trị của a bằng bao nhiêu để $S=\mathrm{C}_{20}^{1}+2\cdot\mathrm{C}_{20}^{2}+2^2\cdot\mathrm{C}_{20}^{3}+\cdots+2^{19}\cdot\mathrm{C}_{20}^{20}=\frac{3^a-1}{2}$

KQ:

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 12. Biết rằng $S = \mathrm{C}_{20}^{\circ} + \mathrm{C}_{20}^{2} + \mathrm{C}_{20}^{4} + \cdots + \mathrm{C}_{20}^{20} = 2^m$ $(m \in \mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

KQ:

Lời giải

Câu 13. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = \left(3x^2 + 2x + 1\right)^{10}$.

KQ:

Lời giải

Câu 14. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $\mathrm{C}_n^0 + 2 \cdot \mathrm{C}_n^1 + 2^2 \cdot \mathrm{C}_n^2 + \cdots + 2^n \cdot \mathrm{C}_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ ba trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \dfrac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\dfrac{81}{2}n$. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn?

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 15. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{n}{2x}+\frac{x}{2}\right)^{2n}$ $(x \neq 0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $\mathrm{C}_n^3+\mathrm{A}_n^2=50$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 16. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $\mathrm{C}_n^0+4\cdot\mathrm{C}_n^1+4^2\cdot\mathrm{C}_n^2+\cdots+4^n\cdot\mathrm{C}_n^n=15625$. Tìm n.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

Câu 17. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \cdots\cdots + C_{2n}^{2n} = 512$.

KQ:

Lời giải

Câu 18. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-3x)^5 - x^2(1+2x)^{10}$.

KQ:

Lời giải

Câu 19. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

KQ:

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 80	**Câu 2.** 810	**Câu 3.** 24	**Câu 4.** 2160	**Câu 5.** 720
Câu 6. 31	**Câu 7.** 5	**Câu 8.** 5	**Câu 9.** 15	**Câu 10.** -54
Câu 11. 20	**Câu 12.** 19	**Câu 13.** 8085	**Câu 14.** 2	**Câu 15.** -10
Câu 16. 6	**Câu 17.** 5	**Câu 18.** -555	**Câu 19.** -1	

Chương 9: Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển

Chương 9

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

BÀI 26. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A Lý thuyết

1 Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Định nghĩa 1

- **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.
- Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là **không gian mẫu** của phép thử đó và ký hiệu là Ω.

Ví dụ 1. Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).
Do đó không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$.

2 Biến cố

Định nghĩa 2

- **Biến cố** A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.
- Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.
  Tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là A.
- **Biến cố chắc chắn** là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện hiện phép thử T.
  Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω.
- **Biến cố không thể** là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T.
  Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$.

3 Các phép toán trên biến cố

Định nghĩa 3

- Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử.
  Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là **biến cố đối** của biến cố A, ký hiệu là $\overline{A}$.
  Như vậy $\overline{A}$ xảy ra $\Leftrightarrow$ biến cố A không xảy ra.
- Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có
  - Tập $A \cup B$ được gọi là **biến cố hợp** của các biến cố A và B.
    Biến cố $A \cup B$ xảy ra $\Leftrightarrow$ có ít nhất 1 trong 2 biến cố A hoặc B xảy ra.
  - Tập $A \cap B$ được gọi là **biến cố giao** của các biến cố A và B.
    Biến cố $A \cap B$ xảy ra $\Leftrightarrow$ cả 2 biến cố A và B đồng thời xảy ra.
    Biến cố $A \cap B$ còn được viết là AB.
  - Nếu $A \cup B = \emptyset$ thì ta nói A và B là hai biến cố xung khắc.
    Ta thấy A và $\overline{A}$ là hai biến cố xung khắc.

4 Bảng đọc ngôn ngữ biến cố

Kí hiệu	Ngôn ngữ biến cố
$A \in \Omega$	A là biến cố.
$A = \emptyset$	A là biến cố không thể.
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn.
$C = A \cup B$	C là biến cố "A hoặc B".
$C = A \cap B$	C là biến cố "A và B".
$A \cap B = \emptyset$	A và B xung khắc.
$B = \overline{A}$	A và B đối nhau.

5 Xác suất của biến cố

Định nghĩa 4

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.
Ta gọi tỷ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A, kí hiệu là $\mathrm{P}(A)$.

$$\boxed{\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}}$$

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Mô tả không gian mẫu và xác định số kết quả có thể

Ví dụ 1. Gieo một con súc sắc hai lần liên tiếp. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai chữ số từ ba chữ số $\{0;1;2\}$ xếp thành hàng ngang từ trái qua phải. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Xếp ba người ngồi thành hàng ngang. Mô tả không gian mẫu của phép thử đó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 4. Trong giỏ có 5 củ khoai tây, lấy ngẫu nhiên ra hai củ. Hãy mô tả không gian mẫu.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Gieo đồng xu 3 lần liên tiếp. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2. Xác định biến cố của một phép thử

Ví dụ 6. Gieo một con súc sắc hai lần. Gọi biến cố A: "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo là số chẵn" và biến cố B là biến cố đối của biến cố A. Xác định biến cố B và liệt kê các kết quả thuận lợi cho B.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Gieo con súc sắc hai lần. Xác định biến cố A: "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo nhỏ hơn hoặc bằng 4".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 8. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ta lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

a) Xác định các biến cố
A: "Số lập được là số có chữ số liền sau gấp đôi chữ số liền trước nó".
B: "Số lập được là số có chữ số liền trước gấp đôi chữ số liền sau nó".
C: "Số lập được có tổng các chữ số bằng 6".

b) Xác định một biến cố không thể và một biến cố chắc chắn.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Cắm 2 bông hoa khác nhau vào 3 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ có nhiều nhất một bông hoa. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu.
2. Các biến cố:
   a) A: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn".
   b) B: "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 11. Gieo một con súc sắc liên tiếp cho đến khi súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm hoặc 6 chấm thì dừng lại. Xác định các biến cố A: "Số lần gieo không vượt quá hai lần"; B: "Số lần gieo là ba".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. Phép toán trên biến cố

Ví dụ 12. Một lớp có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Gọi A là biến cố "Lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh trong đó nhất thiết phải có học sinh nữ". Hãy mô tả biến cố đối của biến cố A. (Giả thiết rằng học sinh nào cũng có khả năng văn nghệ)

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 13. Một xạ thủ bắn hai phát độc lập với nhau. Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố lần thứ nhất và lần thứ 2 bắn trúng hồng tâm. Hãy biểu diễn các biến cố sau thông qua các biến cố A_1, A_2.

1. Cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm.
2. Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm.
3. Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

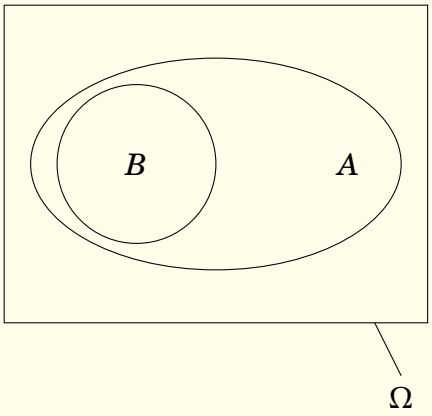
Ví dụ 14. Cho biết hai biến cố A và B xung khắc hay đối nhau hoặc vừa xung khắc vừa đối nhau. Xác định $A \cap B, A \cup B$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 15.

Cho các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, lập các số có 4 chữ số từ các số đã cho. Gọi A là biến cố "Số lập được chia hết cho 3" và B là biến cố "Số lập được chia hết cho 6". Xác định $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$.



Lời giải

Ví dụ 16. Lớp $11A$ có 35 học sinh. Trong đó có 10 bạn học sinh giỏi môn Văn, 7 bạn là học sinh giỏi môn Toán và 2 bạn học sinh giỏi cả hai môn. Chọn 1 học sinh đi thi giao thông học đường. Xét các biến cố:

- A: "Bạn được chọn là học sinh giỏi văn";
- B: "Bạn được chọn là học sinh giỏi Toán";
- C: "Bạn được chọn là học sinh vừa giỏi văn vừa giỏi Toán".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $A \cup B \cup C = \Omega$.

b) A và B là hai biến cố xung khắc nhau.

c) A và B là hai biến cố đối nhau.

d) $A \setminus B$ là biến cố đối của biến cố $B \setminus A$.

e) $\overline{A} \cap \overline{B}$ và $A \cup B$ là hai biến cố đối nhau.

f) $A \cap \overline{B}$ và $\overline{A} \cap B$ là hai biến cố xung khắc.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Xét phép thử gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $n(A)=6$. **B.** $n(A)=12$. **C.** $n(A)=16$. **D.** $n(A)=36$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố "Có ít nhất hai mặt sấp xuất hiện liên tiếp" và B là biến cố "Kết quả ba lần gieo là như nhau". Xác định biến cố $A\cup B$.

A. $A\cup B=\{SSS,SSN,NSS,SNS,NNN\}$. **B.** $A\cup B=\{SSS,NNN\}$.

C. $A\cup B=\{SSS,SSN,NSS,NNN\}$. **D.** $A\cup B=\Omega$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 64. **B.** 10. **C.** 32. **D.** 16.

Lời giải

Câu 4. Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

A. 140 608. **B.** 156. **C.** 132 600. **D.** 22 100.

Lời giải

Câu 5. Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Câu 6. Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 10. **B.** 84. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

. . . . . .

.....

Câu 9. Gieo một đồng tiền liên tiếp hai lần gồm mặt S và N. Tìm không gian mẫu Ω.

A. $\Omega = \{S, N\}$.
B. $\Omega = \{SN, SS, NN\}$.
C. $\Omega = \{SN, NS, SS, NN\}$.
D. $\Omega = \{SN, NS\}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 10. Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 3 lần. Gọi A_i là biến cố mặt sấp xuất hiện lần gieo thứ i, với $i = 1, 2, 3$. Khi đó, biến cố $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$ là

A. Cả 3 lần gieo đều được mặt sấp.
B. Mặt sấp xuất hiện không quá một lần.
C. Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần.
D. Cả 3 lần gieo đều được mặt ngửa.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 11. Gieo 3 đồng tiền cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
B. $\{SN, NS, SS, NN\}$.
C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Lời giải

.....

Câu 12. Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất 3 lần là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. $\{NN, SN, NS, SS\}$.

B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Lời giải

Câu 13. Một con xúc xắc cân đối đồng chất có 6 mặt được viết các số 3; 4; 5; 6; 7; 8 trên mỗi mặt viết một số. Xét phép thử ngẫu nhiên gieo xúc xắc một lần. Tính số phần tử của không gian mẫu.

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 14. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc hai lần. Xét biến cố A: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm" thì biến cố A là

A. $A = \{(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.
B. $A = \{(3;1);(3;2);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.
C. $A = \{(1;3);(2;3);(3;3);(4;3);(5;3);(6;3)\}$.
D. $A = \{(3;3)\}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15. Gieo ngẫu nhiên một đồng xu ba lần. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Hãy mô tả biến cố A: "Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm".

A. $A = \{5\}$.
B. $A = \{5;5\}$.
C. $A = \{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;6)\}$.
D. $A = \{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6)\}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính số phần tử của biến cố A: "Tổng số chấm của hai lần gieo không quá 5".

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Câu 18. Tìm không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 35.

A. $\Omega = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 35\}$. **B.** $\Omega = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 35\}$.

C. $\Omega = \{n \in \mathbb{Z} \mid n < 35\}$. **D.** $\Omega = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 35\}$.

Lời giải

Câu 19. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 64. **B.** 16. **C.** 10. **D.** 32.

Lời giải

. . . . . .

Câu 20. Gieo một con xúc xắc hai lần. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8".

A. 12. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. A	Câu 2. C	Câu 3. C	Câu 4. D	Câu 5. C	Câu 6. A	Câu 7. A
Câu 8. B	Câu 9. C	Câu 10. C	Câu 11. C	Câu 12. B	Câu 13. B	Câu 14. C
Câu 15. C	Câu 16. D	Câu 17. A	Câu 18. D	Câu 19. D	Câu 20. D	

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất

a) $n(\Omega)=12$.

b) Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là một số chẵn", khi đó $n(A)=9$.

c) Gọi B là biến cố "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là một số lẻ", khi đó $n(B)=9$.

d) Gọi C là biến cố "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là bằng nhau", khi đó $n(C)=1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Xét phép thử là gieo một đồng xu gồm hai mặt sấp ngửa 3 lần liên tiếp

a) $n(\Omega)=8$.

b) Gọi A là biến cố "Gieo được mặt sấp", khi đó $n\left(\overline{A}\right)=1$.

c) Gọi B là biến cố "Gieo được mặt sấp", khi đó $n(B)=1$.

d) Gọi C là biến cố "Kết quả của lần gieo thứ hai và thứ ba khác nhau", khi đó $n(C)=4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Xét phép thử gieo một đồng tiền hai lần với các biến cố

A: "Kết quả hai lần gieo là như nhau".

B: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp".

C: "Lần thứ hai xuất hiện mặt sấp".

D: "Không xuất hiện mặt ngửa".

a) $n(A)=2$. **b)** $n(B)=2$. **c)** $n(C)=2$. **d)** $n(D)=2$.

Lời giải

Câu 4. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S.

a) $n(\Omega)=1000$.

b) Gọi A là biến cố "Chọn được số tự nhiên có các chữ số đôi một khác nhau", khi đó $n(A)=648$.

c) Gọi B là biến cố "Chọn được số tự nhiên chia hết cho 5", khi đó $n(B)=180$.

d) Gọi C là biến cố "Chọn được số tự nhiên chẵn", khi đó $n(C)=500$.

Lời giải

Câu 5. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số nhỏ hơn 20. Lấy ra 1 số tự nhiên bất kỳ trong A.

a) $n(\Omega)=10$.

b) Gọi B là biến cố "Lấy được một số tự nhiên lẻ", khi đó $n(B)=5$.

c) Gọi C là biến cố "Lấy được một số tự nhiên chia hết cho 3", khi đó $n(C)=2$.

d) Gọi D là biến cố "Lấy được một số nguyên tố", khi đó $n(D)=3$.

Lời giải

Câu 6. Xét phép thử là gieo một con xúc xắc một lần.

a) $n(\Omega) = 6$.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố "Thu được mặt có số chấm chia hết cho 2 bằng 3".

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố "Thu được mặt có số chấm nhỏ hơn 5 bằng 3".

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố "Thu được mặt có số chấm là số lẻ bằng 4".

Lời giải

Câu 7. Gieo 5 lần một đồng tiền hai mặt sấp, ngửa. Khi đó

a) $n(\Omega) = 32$.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố A "Lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa" bằng 16.

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố B "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần" bằng 30.

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố C "Số lần mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa" bằng 16.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 8. Một nhóm có 6 bạn nam và 5 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 4 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 320.

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có 2 bạn nam và 2 bạn nữ" bằng 150.

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có ít nhất 2 bạn nữ" bằng 225.

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có nhiều nhất 2 bạn nữ" bằng 260.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Gieo hai con xúc xắc. Khi đó, số các kết quả thuận lợi cho biến cố

a) "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc hơn kém nhau 2 chấm" bằng 8.

b) "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" bằng 12.

c) "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ" bằng 9.

d) "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn" bằng 15.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Trong hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng có kích thước và khối lượng như nhau.

Lấy ngẫu nhiên từ trong hộp 4 viên bi. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 495.

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 1 bi xanh" bằng 369.

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có đúng 1 viên bi đỏ" bằng 220.

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 2 bi đỏ" bằng 199.

Lời giải

Câu 11. Gieo một đồng xu cân đối ba lần liên tiếp. Khi đó

a) $n(\Omega)=8$.

b) Gọi A là biến cố "Lần đầu xuất hiện mặt sấp". Khi đó $n(A)=5$.

c) Gọi B là biến cố "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần". Khi đó $n(B)=2$.

d) Gọi C là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần". Khi đó $n(C)=7$.

Lời giải

Câu 12. Gieo một đồng xu sau đó gieo một con xúc xắc. Quan sát sự xuất hiện mặt sấp (S), mặt ngửa (N) của đồng xu và số chấm xuất hiện của con xúc xắc. Khi đó

a) Số phần tử không gian mẫu bằng 12.

b) Số phần tử của biến cố A "Đồng xu xuất hiện mặt sấp và con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn" bằng 2.

c) Số phần tử của biến cố B "Mặt ngửa của đồng xu và mặt có số chấm lẻ của con xúc xắc xuất hiện" bằng 2.

d) Số phần tử của biến cố C "Mặt 6 chấm xuất hiện" bằng 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Khi đó

a) $n(\Omega) = 84$.

b) Số phần tử của biến cố A "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng 20.

c) Số phần tử của biến cố B "Đều là môn toán" bằng 4.

d) Số phần tử của biến cố C "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng 70.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 3.** a Đ b S c Đ d S
Câu 4. a S b Đ c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b Đ c S d S	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d S
Câu 7. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 8.** a S b Đ c S d S	**Câu 9.** a Đ b S c Đ d S

Câu 10. a Đ b Đ c S d S

Câu 11. a Đ b S c S d Đ

Câu 12. a Đ b S c S d Đ

Câu 13. a Đ b S c Đ d S

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho tập $Q=\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập Q có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử của biến cố sao cho tổng 3 chữ số bằng 9. KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tính số phần tử của không gian mẫu. KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tìm số phần tử của biến cố B "Xếp nam và nữ ngồi xen kẽ nhau". KQ: | | | | |

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Số phần tử của A "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn" có dạng C_m^5; $(m \in \mathbb{N}; m \geq 5)$. Xác định giá trị của m. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 5. Hộp thứ nhất chứa 6 quả bóng được đánh số từ 1 đến 6. Hộp thứ hai chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả bóng. Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không nhỏ hơn 5". KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên lớn hơn 3 và nhỏ hơn 99. Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho B. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 7. Hộp thứ nhất chứa 5 quả bóng được đánh số từ 1 đến 5. Hộp thứ hai chứa 6 quả bóng được đánh số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả bóng. Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không lớn hơn 8". KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Một hộp đựng 15 viên bi khác nhau gồm 4 bi đỏ, 5 bi trắng và 6 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 bi từ hộp, tính số phần tử của biến cố X "Chọn 4 viên bi không có đủ 3 màu".
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 9. Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu khi tung đồng xu ba lần. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 999. Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 7". Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho B. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Xác định không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu khi gieo ngẫu nhiên 3 con xúc xắc. KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 12. Trong giải bóng đá nữ ở trường THPT có 12 đội tham gia, trong đó có hai đội của hai lớp $10A2$ và $10A5$. Ban tổ chức tiến hành bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu A, B mỗi bảng 6 đội. Xác định số phần tử của biến cố để 2 đội của hai lớp $10A2$ và $10A5$ ở cùng một bảng.

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 18	**Câu 2.** 24	**Câu 3.** 8	**Câu 4.** 50	**Câu 5.** 18
Câu 6. 31	**Câu 7.** 24	**Câu 8.** 645	**Câu 9.** 8	**Câu 10.** 142
Câu 11. 216	**Câu 12.** 420			

BÀI 27. THỰC HÀNH TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

A Lý thuyết

1 Xác suất của biến cố

Định nghĩa 1

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.
Ta gọi tỷ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A, kí hiệu là $\mathrm{P}(A)$.

$$\boxed{\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}}$$

Định lý 1

Giả sử A và B là các biến cố có liên quan đến một phép thử có một số điểm hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Khi đó

- $\mathrm{P}(\Omega)=1$, $\mathrm{P}(\varnothing)=0$.
- $0\le \mathrm{P}(A)\le 1$, với mọi biến cố A.
- Nếu A và B xung khắc thì $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$.

2 Tính xác suất bằng sơ đồ hình cây

Trong chương **"Đại số tổ hợp"**, chúng ta đã được làm quen với phương pháp sử dụng sơ đồ hình cây để liệt kê các kết quả của một thí nghiệm. Ta cũng có thể sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất.

Ví dụ 1. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần liên tiếp xuất hiện mặt sấp".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3 Biến cố đối

Định nghĩa 2

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra", kí hiệu là $\overline{A}$ được gọi là **biến cố đối** của A.

Ta có $\overline{A} = \Omega \setminus A$ và $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) + \mathrm{P}(A) = 1$. Từ đó suy ra $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \mathrm{P}(A)$.

4 Nguyên lí xác suất bé

- Trong thực tế, các biến cố có xác suất xảy ra gần bằng 1 thì gần như là luôn xảy ra trong một phép thử. Ngược lại, các biến cố mà xác suất xảy ra gần bằng 0 thì gần như không xảy ra trong một phép thử.
- Trong Lí thuyết Xác suất, Nguyên lí xác suất bé được phát biểu như sau: *Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ không xảy ra*.

Ví dụ 2. Khi một con tàu lưu thông trên biển, xác suất nó bị đắm là số dương. Tuy nhiên, nếu tuân thủ các quy tắc an toàn thì xác suất xảy ra biến cố này là rất nhỏ, con tàu có thể yên tâm hoạt động.

Ví dụ 3. Nếu một nhà sản xuất tuyên bố tỉ lệ gây sốc phản vệ nặng khi tiêm một loại vắc xin là rất nhỏ, chỉ khoảng 0,001, thì có thể tiêm vắc xin đó cho mọi người được không? Câu trả lời là không, vì sức khoẻ và tính mạng con người là vô giá, nếu tiêm loại vắc xin đó cho hàng tỉ người thì khả năng có nhiều người bị sốc phản vệ nặng là rất cao.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển

Phương pháp

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n}{N}$.
- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}.$$

Ví dụ 4. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.

b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Lời giải

Ví dụ 5. Gieo một con xúc xắc 3 lần. Tính xác suất của biến cố sau

a) A: "Số chấm 3 lần gieo cho kết quả như nhau".

b) B: "Tích số chấm 3 lần gieo là số lẻ".

c) C: "Tổng số chấm 3 lần gieo là số 5".

d) D: "Số chấm của lần gieo sau gieo được số lớn hơn lần gieo trước".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Trong một hộp kín có 18 quả bóng khác nhau có 9 trắng, 6 đen, 3 vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 quả bóng trong đó. Tính xác suất của

a) A: "5 quả bóng cùng màu ".

b) B: "5 quả bóng có đủ 3 màu ".

c) C: "5 quả bóng không có màu trắng ".

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên 1, 2, 3, …, 80. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5 ".

b) B: "Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương ".

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tính xác suất theo biến cố xung khắc – biến cố đối

Phương pháp

- Sử dụng biến cố xung khắc, biến cố đối.
- Áp dụng các công thức
  - Nếu A và B xung khắc thì $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$.
  - $\mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}(A)$.

Ví dụ 8. Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số chẵn ".

a) Hãy tìm biến cố đối của biến cố A.

b) Hãy tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 9. Từ một hộp gồm 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi.

a) Tính xác suất để thu được hai viên bi cùng màu.

b) Tính xác suất để thu được hai viên bi khác màu.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 10. Một giáo viên muốn chọn hai câu hỏi ra đề kiểm tra 15 phút môn Toán lớp 11. Trong ngân hàng đề có 10 câu lượng giác, 6 câu toán tổ hợp, 6 câu hỏi toán xác suất.

a) Tính xác suất để hai câu hỏi rơi vào cùng một chủ đề.

b) Tính xác suất để hai câu hỏi rơi vào hai chủ đề khác nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ "*THANH HOA*" thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

Lời giải

C Bài tập rèn luyện

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Lời giải

Câu 2. Gieo một con xúc xắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Lời giải

Câu 3. Gieo một con xúc xắc hai lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 4. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất để biến cố có tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. 0,25. **B.** 0,5. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Lời giải

Câu 5. Một đội gồm 3 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải

Câu 6. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi trong hộp, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc, trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ, đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 8. Một chiếc hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. **B.** $\frac{48}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{81}{95}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Cho tập hợp $A = \{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn luôn luôn có hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11. Cho tập hợp $A = \{1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Câu 12. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 13. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đên 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 thẻ mang tấm số lẻ, 5 thẻ mang tấm số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4\,199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3\,639}{4\,199}$.

Lời giải

Câu 14. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 15. Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 16. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình, 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt"nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

A. $\frac{941}{1566}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{625}{1566}$.

Lời giải

.....
.....
.....

Câu 17. Trong một kì thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ 1 thùng gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{12}{1225}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Lời giải

Câu 18. Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời bị sai bị trừ đi 0,1. Bạn Hòa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

A. $\frac{\mathrm{C}_{50}^{30}\cdot 3^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{\mathrm{A}_{50}^{20}\cdot 3^{30}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{\mathrm{C}_{50}^{30}\cdot 3^{20}}{50}$. **D.** $\frac{\mathrm{A}_{50}^{20}\cdot 3^{30}}{50}$.

Lời giải

.....

Câu 19. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{1728}$. **D.** $\frac{5}{72}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20. Đội tuyển học sinh giỏi của một trường *THPT* có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{653}{660}$. **B.** $\frac{7}{660}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{14}{55}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21. Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ từ 1 đền 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

Câu 22. Trong thư viện có 12 quyển sách bao gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cùng 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. **B.** 1680. **C.** 140. **D.** 4200.

Lời giải

Câu 23. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{5}{1008}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Câu 24. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{13}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 25. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{10}{13}$. **B.** $\frac{3}{13}$. **C.** $\frac{4769}{6561}$. **D.** $\frac{1792}{6561}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 26. Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ. Trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngâu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$. **B.** $\frac{1}{95}$. **C.** $\frac{6}{95}$. **D.** $\frac{89}{95}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 27. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\frac{64}{65}$. **B.** $\frac{1}{65}$. **C.** $\frac{1}{256}$. **D.** $\frac{255}{256}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 28. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội quá nên đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 29. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm và 10 cm. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để 3 đoạn lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{9}{10}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt, cứ thế ở góc phần tư thứ hai, ba, tư lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy hai điểm bất kì. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. **B.** $\frac{23}{91}$. **C.** $\frac{8}{91}$. **D.** $\frac{83}{91}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31. Một lớp học có 30 học sinh gồm cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 32. Một Chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 33. Một hộp có 10 phiếu, trong đó có hai phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người một phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 34. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng kí 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì Nam có đúng hai lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. **B.** $\frac{899}{1152}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

Lời giải

Câu 35. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Khi đó $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

A. $6\cdot6\cdot6$. **B.** $6\cdot6\cdot5$. **C.** $6\cdot5\cdot4$. **D.** 36.

Lời giải

Câu 36. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất cả 3 lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ?

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{3}{27}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{216}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 37. Xếp ngẫu nhiên 6 bạn An, Bình, Chi, Dũng, Huệ, Hồng vào một dãy ghế có 6 chỗ ngồi. Tính xác suất để An và Bình luôn ngồi cạnh nhau?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 38. Một hộp chứa 4 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tính xác xuất để 3 quả cùng màu?

A. $\frac{40}{81}$. **B.** $\frac{15}{81}$. **C.** $\frac{4}{12}$. **D.** $\frac{2}{12}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 39. Một hộp có 5 viên bi xanh và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai lần, mỗi lần một viên bi. Tính xác xuất để lần thứ nhất lấy được viên bi xanh, lần thứ hai lấy được viên bi trắng.

A. $\frac{20}{36}$. **B.** $\frac{9}{36}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{5}{18}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .

Câu 40. Gieo hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc như nhau?

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{12}{36}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Câu 41. Xét phép thử tung 3 đồng xu cân đối đồng chất. Khi đó số phần tử của không gian mẫu là

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 36.

Lời giải

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp có 2 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Xác suất để chọn được 2 viên bi xanh là

A. $\frac{3}{25}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{7}{10}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 43. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 44. Bạn Nam muốn gọi điện cho cô chủ nhiệm nhưng quên mất hai chữ số cuối của số điện thoại, bạn chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Vì có chuyện gấp nên bạn bấm ngẫu nhiên hai chữ số bất kì trong các số từ 0 đến 9. Tính xác suất để bạn gọi đúng số của cô trong lần gọi đầu tiên.

A. $\frac{1}{45}$. **B.** $\frac{1}{98}$. **C.** $\frac{1}{90}$. **D.** $\frac{1}{49}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 45. Cho các chữ số 3, 4, 5, 6, 7, 8. Gọi M là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số đã cho. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M. Tính xác suất lấy được số có chứa hai chữ số 4, 7 và đồng thời chúng đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 46. Chọn ngẫu nhiên 5 sản phẩm trong 10 sản phẩm. Biết rằng trong 10 sản phẩm đó có 2 phế phẩm. Tính xác suất để trong 5 sản phẩm được chọn không có phế phẩm nào.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 47. Một túi chứa 3 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn không có đủ cả ba màu.

A. $\frac{137}{182}$. **B.** $\frac{45}{182}$. **C.** $\frac{1}{120}$. **D.** $\frac{1}{360}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 48. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có 4 chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là một số tự nhiên bằng

A. $\frac{1}{4500}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2500}$. **D.** $\frac{1}{3000}$.

Lời giải

Câu 49. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu.

A. 67,6%. **B.** 29,5%. **C.** 32,4%. **D.** 70,5%.

Lời giải

Câu 50. Cho A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A. $\mathrm{P}(A) = 1 + \mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **B.** $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **C.** $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **D.** $\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 0$.

Lời giải

Câu 51. Một người gọi điện nhưng quên hai số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt khác 0. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{72}$. **C.** $\frac{1}{90}$. **D.** $\frac{1}{45}$.

Lời giải

Câu 52. Một cái túi có 7 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ túi 4 viên bi. Xác suất để trong 4 viên bi được rút ra có cả bi đen và bi trắng là

A. $\frac{7}{99}$. **B.** $\frac{1}{99}$. **C.** $\frac{8}{99}$. **D.** $\frac{91}{99}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 53. Một lớp học có 4 tổ, mỗi tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Xác suất để giáo viên gọi được một học sinh lên bảng giải bài sao cho học sinh đó là nam hoặc ở tổ 4 là

A. $\frac{13}{40}$. **B.** $\frac{11}{20}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{13}{20}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 54. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

A. $\frac{29}{38}$. **B.** $\frac{9}{38}$. **C.** $\frac{183}{190}$. **D.** $\frac{82}{95}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 55. Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho kết quả trong hai lần gieo khác nhau.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 56. Gieo một con súc sắc đồng chất và cân đối. Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên mặt con súc sắc chia hết cho 3". Tính $\mathrm{P}(A)$.

A. $\mathrm{P}(A)=3$. **B.** $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2}{3}$. **C.** $\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\mathrm{P}(A)=1$.

Lời giải

Câu 57. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên giá. Tính xác suất để 3 quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán.

A. $\dfrac{1}{21}$. **B.** $\dfrac{37}{42}$. **C.** $\dfrac{5}{42}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Câu 58. Có 8 học sinh lớp 11A trong đó có An và Bình được xếp ngẫu nhiên theo một hàng ngang. Tính xác suất để An và Bình ngồi cạnh nhau.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** $\dfrac{1}{25}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 59. Một lớp có 20 nam và 15 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{4615}{5263}$. **B.** $\frac{4610}{5236}$. **C.** $\frac{4615}{5236}$. **D.** $\frac{4651}{5236}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 60. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên giá. Tính xác suất để 3 quyển sách được lấy ra có quyển sách thuộc ba môn khác nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. C	Câu 2. B	Câu 3. B	Câu 4. C	Câu 5. A	Câu 6. C	Câu 7. A
Câu 8. C	Câu 9. B	Câu 10. D	Câu 11. B	Câu 12. A	Câu 13. A	Câu 14. A
Câu 15. C	Câu 16. D	Câu 17. D	Câu 18. A	Câu 19. A	Câu 20. D	Câu 21. B
Câu 22. A	Câu 23. B	Câu 24. B	Câu 25. D	Câu 26. D	Câu 27. A	Câu 28. C
Câu 29. A	Câu 30. B	Câu 31. B	Câu 32. B	Câu 33. C	Câu 34. A	Câu 35. A
Câu 36. C	Câu 37. B	Câu 38. D	Câu 39. D	Câu 40. D	Câu 41. B	Câu 42. C
Câu 43. A	Câu 44. C	Câu 45. D	Câu 46. D	Câu 47. A	Câu 48. A	Câu 49. D
Câu 50. B	Câu 51. B	Câu 52. D	Câu 53. B	Câu 54. A	Câu 55. A	Câu 56. C
Câu 57. B	Câu 58. B	Câu 59. C	Câu 60. B			

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Lớp 10B có 40 học sinh, trong đó có nhóm siêu quậy gồm Việt, Đức, Cường, Thịnh. Cô giáo gọi ngẫu nhiên 2 bạn trong lớp để kiểm tra bài cũ. Khi đó

a) Số cách chọn ra 2 bạn trong 40 bạn lớp 10B là 780 (cách).

b) Xác suất của biến cố A: "Không bạn nào trong nhóm siêu quậy được gọi " bằng $\dfrac{21}{26}$.

c) Xác suất của biến cố B: "Một bạn trong nhóm siêu quậy được gọi" bằng $\dfrac{12}{67}$.

d) Xác suất của biến cố C: "Cả hai bạn được gọi đều trong nhóm siêu quậy" bằng $\dfrac{7}{130}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Khi đó

a) $n(\Omega)=6$.

b) Xác suất để thu được mặt có số chấm chia hết cho 2 là $\dfrac{1}{2}$.

c) Xác suất để thu được mặt có số chấm nhỏ hơn 4 là $\dfrac{1}{2}$.

d) Xác suất để thu được mặt có số chấm lớn hơn 4 là $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Tung 3 đồng xu đồng chất (giả thiết các đồng xu hoàn toàn giống nhau gồm 2 mặt là sấp và ngửa). Khi đó

a) $n(\Omega)=8$.

b) Xác suất để thu được 3 mặt giống nhau bằng $\frac{1}{4}$.

c) Xác suất để thu được ít nhất một mặt ngửa bằng $\frac{1}{8}$.

d) Xác suất để không thu được một mặt ngửa nào bằng $\frac{7}{8}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Khi đó:

a) Xác suất của biến cố A: "Số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng nhau" bằng $\frac{1}{6}$.

b) Xác suất của biến cố B: "Có đúng một mặt 6 chấm xuất hiện" bằng $\frac{5}{8}$.

c) Xác suất của biến cố C: "Có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện" bằng $\frac{11}{36}$.

d) Xác suất của biến cố D: "Tổng số chấm xuất hiện nhỏ hơn 9" bằng $\frac{3}{14}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Trong hộp có 7 bi xanh, 5 bi đỏ, 2 bi vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên từ trong hộp 6 viên bi. Khi đó:

a) Xác suất để có đúng một màu bằng $\frac{1}{429}$.

b) Xác suất để có đúng hai màu đỏ và vàng bằng $\frac{1}{429}$.

c) Xác suất để có ít nhất 1 bi đỏ bằng $\frac{139}{143}$.

d) Xác suất để có ít nhất 2 bi xanh bằng $\frac{32}{39}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 6. Gieo hai con xúc xắc. Khi đó:

a) Xác suất của biến cố: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc hơn kém nhau 2 chấm" bằng $\frac{2}{9}$.

b) Xác suất của biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" bằng $\frac{11}{36}$.

c) Xác suất của biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số chẵn" bằng $\frac{5}{6}$.

d) Xác suất của biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số lẻ" bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu là 45.

b) Xác suất của biến cố: "Không có nữ nào cả" bằng $\frac{11}{15}$.

c) Xác suất của biến cố: "Đều là nữ" bằng $\frac{1}{15}$.

d) Xác suất của biến cố: "Có ít nhất một nữ" bằng $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Câu 8. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ, chọn ngẫu nhiên 5 bạn trong nhóm. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 3003.

b) Xác suất của biến cố: "Có đúng 1 bạn nữ" bằng $\frac{70}{429}$.

c) Xác suất của biến cố: "Có 3 nam và 2 nữ" bằng $\frac{56}{143}$.

d) Xác suất của biến cố: "Có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ" bằng $\frac{23}{429}$.

Lời giải

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu là 36.

b) Xác suất của biến cố: "Sau hai lần gieo kết quả như nhau" bằng $\frac{1}{6}$.

c) Xác suất của biến cố: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm" bằng $\frac{1}{3}$.

d) Xác suất của biến cố: "Tổng số chấm trên hai mặt bằng 7" bằng $\frac{1}{6}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu bất kì. Khi đó

a) Xác suất của biến cố: "Lấy được 3 quả cầu toàn màu xanh" bằng $\frac{1}{30}$.

b) Xác suất của biến cố: "Lấy được 2 quả cầu xanh và 2 quả cầu trắng" bằng $\frac{3}{10}$.

c) Xác suất của biến cố: "Lấy được 3 quả cầu cùng màu" bằng $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất của biến cố: "Trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu trắng" bằng $\frac{19}{30}$.

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. a Đ b Đ c S d S	**Câu 2.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 3.** a Đ b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b S c Đ d S	**Câu 5.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 6.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 7. a Đ b S c Đ d S	**Câu 8.** a Đ b Đ c Đ d S	**Câu 9.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 10. a Đ b Đ c S d S		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong tủ có 4 đôi giày khác loại. Bạn Lan lấy ra ngẫu nhiên 2 chiếc giày. Tính xác suất để lấy ra được một đôi giày hoàn chỉnh (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 2. Có hai hộp thẻ. Hộp I gồm 5 thẻ được đánh số từ 1 đến 5. Hộp II gồm 10 thẻ được được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi hộp, rút ra ngẫu nhiên một thẻ. Tính xác suất để tấm thẻ rút ra từ hộp I được đánh số nhỏ hơn tấm thẻ rút ra từ hộp II. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 3. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 9 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 12 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5. Từ bộ bài tây gồm 52 quân bài, người ta rút ra ngẫu nhiên 2 quân bài. Tính xác suất để rút được 2 quân bài khác màu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6. Một lô hàng có 14 sản phẩm, trong đó có đúng 24 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 8 sản phẩm trong lô hàng đó. Tính xác suất của biến cố: "Trong 8 sản phẩm được chọn có không quá 1 phế phẩm" (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 7. Xếp ngẫu nhiên 4 bạn nam và 4 bạn nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất của biến cố: "Xếp được các bạn nam và bạn nữ đứng xen kẽ nhau" (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 8. Kết quả $(b;c)$ của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2+bx+c=0$. Tính xác suất để phương trình trên có nghiệm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 9. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Tính xác suất để thẻ được lấy ghi một số nguyên tố (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 10. Một lớp có 40 học sinh trong đó có 15 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Văn và 5 học sinh giỏi cả Văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất của biến cố A: "Học sinh được chọn giỏi Toán" (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 11. Một hộp có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt và 5 bóng hỏng, lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để thu được ít nhất 2 bóng tốt (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 12. Một hộp có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt và 5 bóng hỏng, lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để thu được cả 3 bóng đều hỏng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13. Cho một đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác, tính xác suất để 4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14. Sắp xếp ngẫu nhiên 5 viên bi đỏ và 3 viên vi xanh trên rãnh nằm ngang (biết rằng tất cả viên bi đều khác nhau về bán kính). Tính xác suất để không có hai viên bi xanh nào đứng cạnh nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15. Một nhóm gồm 11 học sinh trong đó có 3 bạn An, Bình, Cúc được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn. Tìm xác suất để 3 bạn An, Bình, Cúc không có bạn nào được xếp cạnh nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 16. Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để cả hai bi được lấy đều là bi đỏ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 17. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 18. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 19. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố X: "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1" (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 20. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 21. Trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu", bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, bánh xe đó lần lượt dừng lại ở 3 vị trí khác nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 22. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)? KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 24. Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên thì nhóm nào cũng có nữ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 25. Trong giỏ có 5 đôi tất khác màu, các chiếc tất cùng đôi thì cùng màu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 chiếc. Tính xác suất để 2 chiếc đó cùng màu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: | | | | |

Lời giải

. . . . . .

Câu 26. Tung ba đồng xu cân đối và đồng chất. Xác định biến cố đối của biến cố: "Xuất hiện ba mặt ngửa" và tính xác suất của nó. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 27. Có 5 bạn A, B, C, D, E xếp một cách ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố: "A và B không đứng cạnh nhau". KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 28. Có 5 bạn A, B, C, D, E xếp một cách ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố: "A không đứng ở đầu hàng".

KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 29. Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là 0,2. Tìm n, biết n là số nguyên dương và $n \geq 2$. KQ: | | | | |

Lời giải

Câu 30. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích hai số ghi trên hai thẻ là số lẻ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)? KQ: | | | | |

Lời giải

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. 0,1	**Câu 2.** 0,7	**Câu 3.** **0,1**	**Câu 4.** **0,03**	**Câu 5.** 0,5
Câu 6. 0,7	**Câu 7.** 0,03	**Câu 8.** 0,5	**Câu 9.** 0,3	**Câu 10.** 0,4
Câu 11. 0,6	**Câu 12.** 0,05	**Câu 13.** 0,03	**Câu 14.** 0,4	**Câu 15.** 0,5
Câu 16. 0,13	**Câu 17.** 0,7	**Câu 18.** 0,33	**Câu 19.** 0,3	**Câu 20.** 0,07
Câu 21. 0,6	**Câu 22.** 0,7	**Câu 23.** 0,8	**Câu 24.** 0,3	**Câu 25.** 0,1
Câu 26. 0,9	**Câu 27.** 0,6	**Câu 28.** 0,6	**Câu 29.** 8	**Câu 30.** 0,3