

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ thỏa mãn $F(1) = 1$. Tính $F(-1)$.

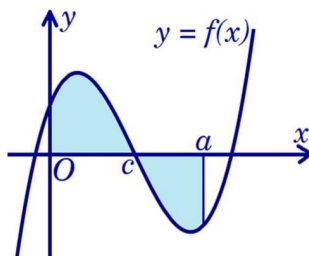
- A.** $F(-1) = 1$. **B.** $F(-1) = 2$. **C.** $F(-1) = -1$. **D.** $F(-1) = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; c]$. Nếu biết

$\int_a^b f(x)dx = -5$ và $\int_b^c f(x)dx = 10$, thì giá trị của $\int_a^c f(x)dx$ là bao nhiêu?

- A.** 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 3. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$, $a > 0$ (phần tô đậm trong hình vẽ) được tính theo công thức

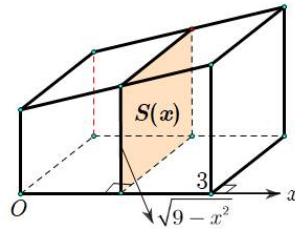


- A.** $S = \int_0^c f(x)dx - \int_a^c f(x)dx$. **B.** $S = -\int_0^a f(x)dx$.
C. $S = -\int_0^c f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$. **D.** $S = \int_0^c f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = |\ln x|$, $y = 1$ được tính bởi công thức:

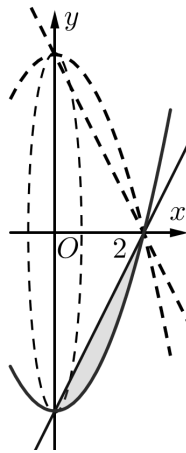
- A.** $S = \int_1^e (|\ln x| - 1)dx$ **B.** $S = \int_{\frac{1}{e}}^e (1 - |\ln x|)dx$
C. $S = \int_1^e (1 - |\ln x|)dx$ **D.** $S = \int_{\frac{1}{e}}^e (|\ln x| - 1)dx$

Câu 5. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , ($0 \leq x \leq 3$) ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



- A. 171π . B. 171. C. 18π . D. 18.

Câu 6. Thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$, $y = 2x - 4$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox bằng:



- A. $\frac{416\pi}{15}$. B. $\frac{752\pi}{5}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{32\pi}{5}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây

- A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.
C. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. D. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 8. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

- A. 0,34. B. 0,31. C. 0,46. D. 0,15

Câu 9. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là

- A. 10 kilômét. B. 8 kilômét. C. 5 kilômét. D. 4 kilômét.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 1; 1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

- A. $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$. B. $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$.
C. $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}|}$. D. $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một em học sinh đang điều khiển xe máy chạy trên đường thẳng với vận tốc 10 m/s thì phát hiện chướng ngại vật lớn trên đường cách đó 50 mét. Học sinh phản ứng hai giây sau đó bằng cách đạp phanh cho xe dừng lại. Kể từ thời điểm này, xe máy chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -2 \text{ m/s}^2$.

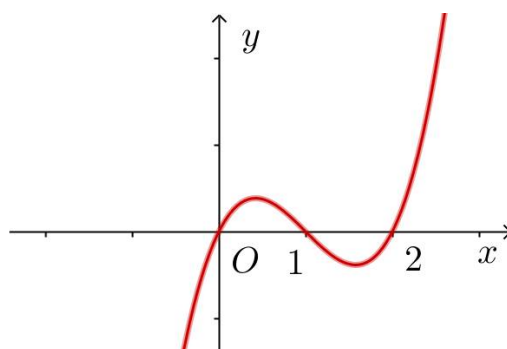
a) Sau khi đạp phanh 5 giây thì xe dừng lại.

b) Sau khi đạp phanh, phương trình vận tốc chuyển động của xe là $v(t) = -2t + 12$ (m/s), với t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh.

c) Quãng đường xe đi được từ khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 20 mét.

d) Khi xe dừng, khoảng cách giữa xe và chướng ngại vật không quá 3 mét.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



a) $\int_0^1 f'(x) dx = 0$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó $F(x) = \int f'(x) dx$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$

là $\int_0^2 f(x) dx$.

d) Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành được tính theo công thức

$\pi \int_0^1 f^2(x) dx$

Câu 3. Bạn Minh Hiền chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn Minh Hiền chọn được

a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.

b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,98.

c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,97.

d) Một bóng đèn không hỏng là 0,974.

Câu 4. Một đài kiểm soát không lưu tại sân bay có nhiệm vụ kiểm soát, điều hành hoạt động bay của máy bay trong vòng bán kính $70km$. Để theo dõi hành trình của máy bay, ta có thể thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với vị trí trung tâm của kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1km$. Một máy bay trực thăng đang ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ bay theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, vận tốc không đổi $200km/h$, quỹ đạo bay theo đường thẳng.

a) Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

b) Máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với quỹ đạo bay là đường thẳng d có phương trình:

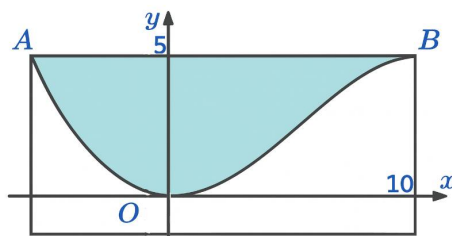
$$\begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$$

c) Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là 35 phút.

d) Vùng kiểm không lưu của đài kiểm soát trên là vùng ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

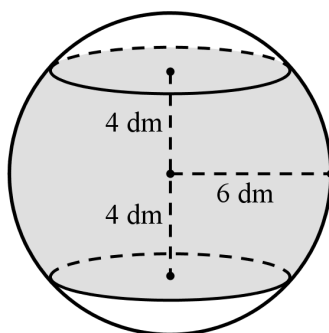
PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Hình bên minh họa mặt cắt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy . Đáy của con kênh là một đường cong AOB cho bởi hàm số bậc ba có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hãy tính diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ O và điểm B là các điểm cực trị. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của m^2 .



Trả lời:

Câu 2. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị của lít).



Trả lời:

Câu 3. Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Trả lời:

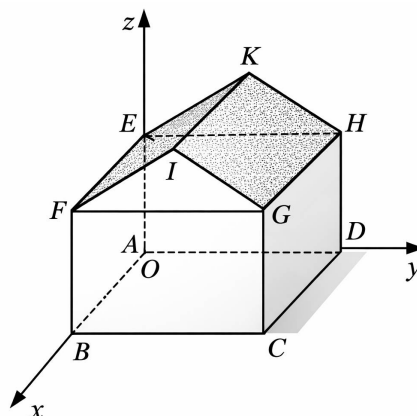
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$
. Biết rằng điểm

$M(3; a; b)$ thuộc Δ . Khi đó tổng tung độ và cao độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5. Hình vẽ bên dưới minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với

$AB = 10m, AD = 24m, AE = 7m$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - bc$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (với đơn vị đo trên các trục tọa độ là ki-lô-mét). Một khinh khí cầu từ vị trí điểm $A(-16; -10; 10)$ bay thẳng đến vị trí điểm $B(24; 20; 0)$ hết 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc tọa độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ thỏa mãn $F(1) = 1$. Tính $F(-1)$.

- A.** $F(-1) = 1$. **B.** $F(-1) = 2$. **C.** $F(-1) = -1$. **D.** $F(-1) = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x) dx = \int \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx = x^2 - \ln|x| + C$.

$$\Rightarrow F(x) = x^2 - \ln|x| + C$$

$$\text{Vì } F(1) = 1 \Rightarrow C = 0$$

Vậy một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ thỏa mãn $F(1) = 1$ là $\Rightarrow F(x) = x^2 - \ln|x|$.

$$\text{Do đó } F(-1) = 1.$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; c]$. Nếu biết

$\int_a^b f(x) dx = -5$ và $\int_b^c f(x) dx = 10$, thì giá trị của $\int_a^c f(x) dx$ là bao nhiêu?

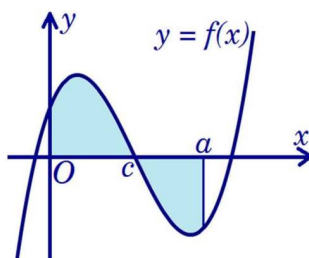
- A.** 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Vì } b \in [a; c] \text{ nên } \int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = -5 + 10 = 5.$$

Câu 3. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$, $a > 0$ (phần tô đậm trong hình vẽ) được tính theo công thức



A. $S = \int_0^c f(x) dx - \int_a^c f(x) dx$.

B. $S = -\int_0^a f(x) dx$.

C. $S = -\int_0^c f(x) dx + \int_a^c f(x) dx$.

D. $S = \int_0^c f(x) dx + \int_a^c f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng: $S = \int_0^a |f(x)| dx = \int_0^c |f(x)| dx + \int_c^a |f(x)| dx = \int_0^c f(x) dx - \int_c^a f(x) dx$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = |\ln x|$, $y = 1$ được tính bởi công thức:

A. $S = \int_1^e (|\ln x| - 1) dx$

B. $S = \int_{\frac{1}{e}}^e (1 - |\ln x|) dx$

C. $S = \int_1^e (1 - |\ln x|) dx$

D. $S = \int_{\frac{1}{e}}^e (|\ln x| - 1) dx$

Lời giải

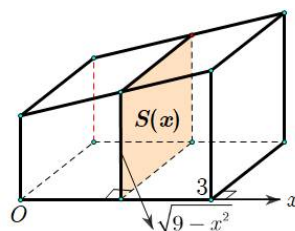
Chọn B.

Xét phương trình: $|\ln x| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = -1 \\ \ln x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{e} \\ x = e \end{cases}$

Khi đó: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = |\ln x|$, $y = 1$ được tính bởi công thức:

$S = \int_{\frac{1}{e}}^e (1 - |\ln x|) dx = \int_{\frac{1}{e}}^e (1 - |\ln x|) dx.$

Câu 5. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , ($0 \leq x \leq 3$) ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 171π .

B. 171.

C. 18π .

D. 18.

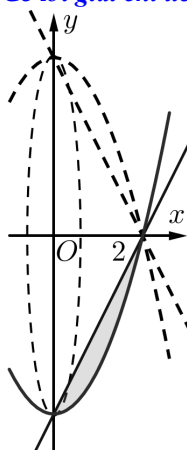
Lời giải

Chọn D.

Diện tích mặt cắt hình vuông: $S = 9 - x^2$

Thể tích của vật: $V = \int_0^3 (9 - x^2) dx = 18.$

Câu 6. Thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$, $y = 2x - 4$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox bằng:



A. $\frac{416\pi}{15}$.

B. $\frac{752\pi}{5}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{32\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Thể tích của hình khối là: $V = \pi \int_0^2 \left| (x^2 - 4)^2 - (2x - 4)^2 \right| dx = \frac{32\pi}{5}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây

A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

C. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

D. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Lời giải

Chọn B.

Cho hai biến cố A và B bất kì khi đó nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 8. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,34.

B. 0,31.

C. 0,46.

D. 0,15

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})$$

$$P(A) = 0,5 \cdot (1 - 0,2) + 0,3 \cdot 0,2 = 0,46$$

Câu 9. Khi đặt hệ tọa độ Oxyz vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm

trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là

- A. 10 kilômét. B. 8 kilômét. C. 5 kilômét. D. 4 kilômét.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{16} = 4$.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu nên chọn đáp án B

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$ thì có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2(1; -3; -1)$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 1; 1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{AB} = (2; 3; -2)$.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

- A. $\cos \alpha = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{CD}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|}$. B. $\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|}$.
C. $\cos \alpha = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{CD}|}{\left| \left[\vec{AB}, \vec{CD} \right] \right|}$. D. $\cos \alpha = \frac{\left| \left[\vec{AB}, \vec{CD} \right] \right|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một em học sinh đang điều khiển xe máy chạy trên đường thẳng với vận tốc 10 m/s thì phát hiện chướng ngại vật lớn trên đường cách đó 50 mét. Học sinh phản ứng hai giây sau đó bằng cách đạp phanh cho xe dừng lại. Kể từ thời điểm này, xe máy chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -2 \text{ m/s}^2$.

a) Sau khi đạp phanh 5 giây thì xe dừng lại.

b) Sau khi đạp phanh, phương trình vận tốc chuyển động của xe là $v(t) = -2t + 12 \text{ (m/s)}$, với t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh.

c) Quãng đường xe đi được từ khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 20 mét.

d) Khi xe dừng, khoảng cách giữa xe và chướng ngại vật không quá 3 mét.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Vận tốc của xe kể từ khi bắt đầu đạp phanh là $v(t) = \int (-2) dt = -2t + C$.

Ta có $v(0) = 10 \Rightarrow -2 \cdot 0 + C = 10 \Leftrightarrow C = 10$.

Vậy vận tốc $v(t) = -2t + 10$.

Xe dừng lại hẳn sau khi đạp phanh thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5(s)$.

b) Vậy vận tốc $v(t) = -2t + 10$.

c) Từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 2s nên quãng đường đi được là 20m.

d) Quãng đường xe đi được kể từ khi bắt đầu đạp phanh là $S(t) = \int (-2t + 10) dt = -t^2 + 10t + C'$.

Tại thời điểm bắt đầu đạp phanh ta có $S(0) = 0 \Rightarrow C' = 0$.

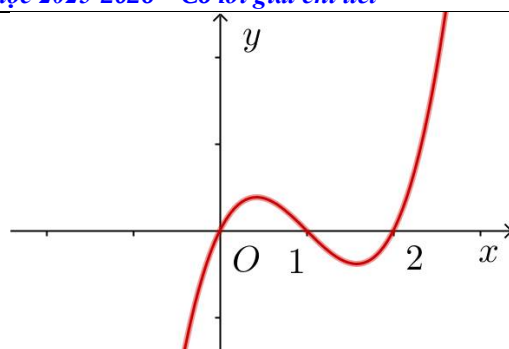
Vậy sau 5 giây thì xe đi được quãng đường là $S(5) = -25 + 10 \cdot 5 = 25m$.

Cách khác tính quãng đường từ khi bắt đầu đạp phanh đến khi xe ngừng hẳn: $S(t) = \int_0^5 (-2t + 10) dt = 25$.

Vì khi phát hiện chướng ngại vật em học sinh còn đi thêm 2 giây mới bắt đầu đạp phanh nên sau khi mới tổng quãng đường đi được từ khi bắt đầu phát hiện chướng ngại vật là $25 + 20 = 45m$

Suy ra khi xe ngừng thì xe cách chướng ngại vật 5m.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



a) $\int_0^1 f'(x) dx = 0$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó $F(x) = \int f'(x) dx$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là $\int_0^2 f(x) dx$.

d) Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành được tính theo công thức $\pi \int_0^1 f^2(x) dx$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Ta có: $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = (x^3 - 3x^2 + 2x) \Big|_0^1 = 0$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó $F(x) = \int f(x) dx$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là $\int_0^2 |f(x)| dx$.

d) Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành được tính theo công thức $\pi \int_0^1 f^2(x) dx$.

Câu 3. Bạn Minh Hiền chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn Minh Hiền chọn được

- a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.
 b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,98.
 c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,97.
 d) Một bóng đèn không hỏng là 0,974.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

- a) Bóng màu trắng chiếm 60% nên bóng đèn màu vàng chiếm 40%. Vậy xác suất để lấy được bóng đèn vàng là 0,4.
 b) Xét hai biến cố
 A: “lấy được bóng đèn màu trắng”.
 B: “lấy được bóng đèn không hỏng”.
 Khi đó $P(B|A) = 1 - 3\% = 0,97$.
 c) Ta có $P(B|\bar{A}) = 1 - 2\% = 0,98$.
 d) Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6.0,97 + 0,4.0,98 = 0,974$.

Câu 4. Một đài kiểm soát không lưu tại sân bay có nhiệm vụ kiểm soát, điều hành hoạt động bay của máy bay trong vòng bán kính $70km$. Để theo dõi hành trình của máy bay, ta có thể thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz có gốc tọa độ O trùng với vị trí trung tâm của kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1km$. Một máy bay trực thăng đang ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ bay theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, vận tốc không đổi $200km/h$, quỹ đạo bay theo đường thẳng.

- a) Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

b) Máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với quỹ đạo bay là đường thẳng d có phương trình:

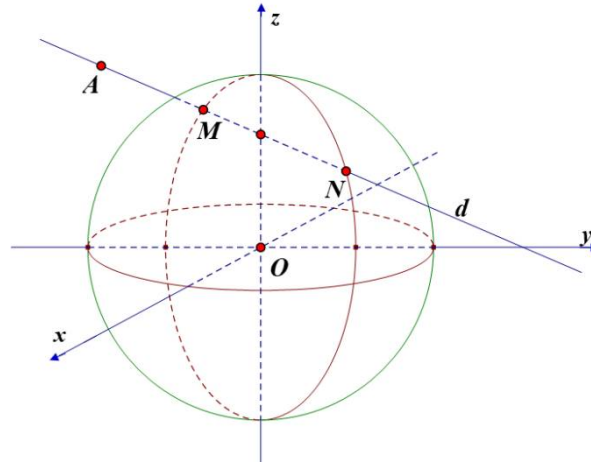
$$\begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$$

- c) Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là 35 phút.

d) Vùng kiểm không lưu của đài kiểm soát trên là vùng ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG



a) Ta có $OA = \sqrt{(-65)^2 + (-25)^2 + 30^2} \approx 75,8km$

Khi máy bay ở vị trí $A(-65; -25; 30)$ thì cách đài kiểm soát không lưu của sân bay một khoảng $d \approx 75,8km > 70km$

Vậy đài kiểm soát không lưu của sân bay không theo dõi được máy bay.

b) Từ thông tin của hệ trục và máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, quỹ đạo bay theo đường thẳng. Nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 0)$. Đường thẳng d đi qua

điểm $A(-65; -25; 30)$ nên có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = -65 + t \\ y = -25 + t \\ z = 30 \end{cases}$$

c) Thay x, y, z theo t vào phương trình mặt cầu (S) ta được phương trình:

$$(-65 + t)^2 + (-25 + t)^2 + 30^2 = 4900 \Leftrightarrow 2t^2 - 180t + 850 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \text{ hoặc } t = 85$$

Thay $t = 5$ vào phương trình của đường thẳng d ta được $M(-60; -20; 30)$.

Thay $t = 85$ vào phương trình của đường thẳng d ta được $N(20; 60; 30)$.

Suy ra đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $M(-60; -20; 30)$ và $N(20; 60; 30)$.

Hay độ dài đoạn MN là khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của đài kiểm soát không lưu.

$$MN = \sqrt{(60 + 20)^2 + (20 + 60)^2} = 80\sqrt{2}km$$

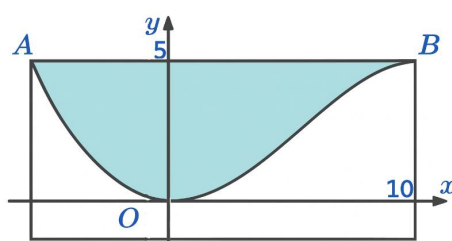
Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là thời gian máy bay di chuyển được quãng đường $80\sqrt{2}km$.

Thời gian đó bằng $\frac{80\sqrt{2}}{200} \cdot 60 \approx 33,94$ phút.

d) Vùng kiểm không lưu của của đài kiểm soát trên là tập hợp những điểm cách tâm $O(0; 0; 0)$ không quá $70km$. Hay tập hợp các điểm ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu (S) có phương trình:
 $x^2 + y^2 + z^2 = 70^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 4900$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Hình bên minh họa mặt cắt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy . Đáy của con kênh là một đường cong AOB cho bởi hàm số bậc ba có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hãy tính diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ O và điểm B là các điểm cực trị. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của m^2 .



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 42

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ mà $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

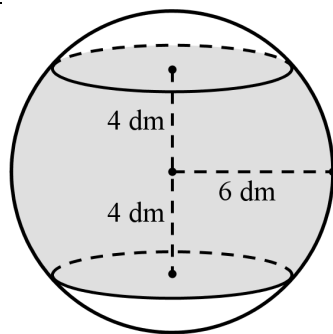
$$\text{Mặt khác } \begin{cases} f'(10) = 300a + 20b = 0 \\ f(10) = 5 \Leftrightarrow 1000a + 100b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{100} \\ b = \frac{3}{20} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f(x) = \frac{-1}{100}x^3 + \frac{3}{20}x^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{-1}{100}x^3 + \frac{3}{20}x^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 10 \end{cases}$$

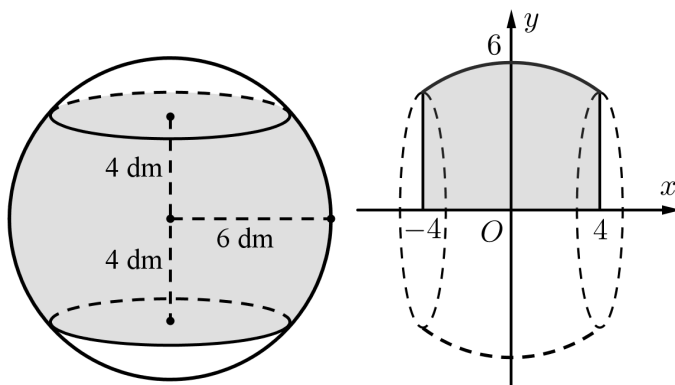
$$\Rightarrow S = \int_{-5}^{10} [5 - f(x)] dx \approx 42m^2.$$

Câu 2. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị của lít).



Trả lời:

Lời giải



Đáp án: 771

Thể tích cần tìm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số

$f(x) = \sqrt{36 - x^2}$, trục hoành và các đường thẳng $x = -4$, $x = 4$ quanh trục hoành.

$$\text{Do đó: } V = \pi \int_{-4}^4 (36 - x^2) dx = \frac{736\pi}{3} \approx 771 \text{ lít.}$$

Câu 3. Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,33

Gọi A là biến cố “Hai bạn được chọn có cùng giới tính”

Gọi B là biến cố “Có ít nhất một bạn nam được chọn”

$\Rightarrow AB$: “Hai bạn được chọn là nam”

$$\text{Xác suất để chọn được hai bạn nam là } P(AB) = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{18}$$

$$\text{Xác suất để chọn được ít nhất 1 bạn nam } P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1}{C_9^2} + \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{6}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$
. Biết rằng điểm

$M(3; a; b)$ thuộc Δ . Khi đó tổng tung độ và cao độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

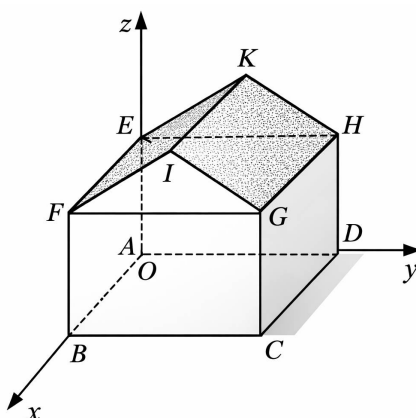
Đáp án: 3

Vì điểm $M(3; a; b)$ thuộc Δ , nên ta có

$$\begin{cases} 3 = 1 + 2t \\ a = -1 + 3t \\ b = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ a = -1 + 3t \\ b = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow M(3; 2; 1).$$

Vậy $a + b = 3$.

Câu 5. Hình vẽ bên dưới minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là $9m$ và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10m, AD = 24m, AE = 7m$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - bc$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 252

$ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 10; AD = 12$ nên tọa độ điểm $B(10; 0; 0); C(10; 12; 0)$

Hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy) là trung điểm của BC nên tọa độ điểm $I(10; 12; 9)$

Khi đó: $E(0; 0; 7), F(10; 0; 7), I(10; 12; 9)$.

Phương trình mặt phẳng $(EFIK)$: $y - 6z + 42 = 0$.

Suy ra $a - bc = 252$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (với đơn vị đo trên các trục tọa độ là ki-lô-mét). Một khinh khí cầu từ vị trí điểm $A(-16; -10; 10)$ bay thẳng đến vị trí điểm $B(24; 20; 0)$ hết 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc tọa độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 240

Vecto vận tốc:

$$\overrightarrow{AB} = (40; 30; -10) \Rightarrow \vec{v} = \frac{1}{10} \overrightarrow{AB} = (4; 3; -1).$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \begin{cases} x = -16 + 4t \\ y = -10 + 3t \\ z = 10 - t \end{cases}$$

Phạm vi kiểm soát không lưu là khối cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 144$.

Giao điểm của đường khinh khí cầu bay (đường thẳng AB) với phạm vi kiểm soát (mặt cầu (S)):

$$(-16 - 4t)^2 + (-10 + 3t)^2 + (10 - t)^2 = 144 \Leftrightarrow 26t^2 - 208t + 312 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 6 \end{cases} \Rightarrow M(-8; -4; 8), N(8; 8; 4) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (16; 12; -4) = 4\vec{v}$$

Vậy thời gian khinh khí cầu bay thẳng từ M đến N là $4h = 240'$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

- A.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -1$; $f(b) = 3$. Khi đó

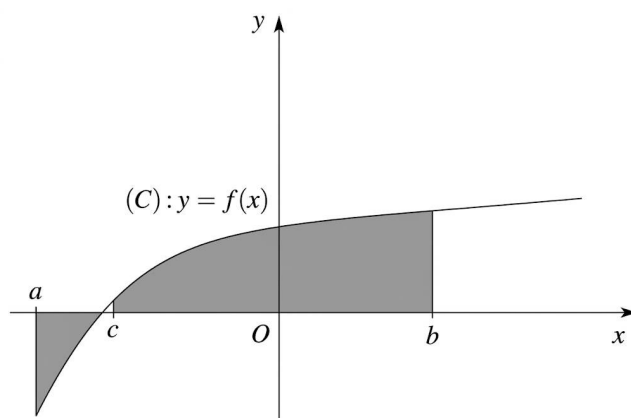
$\int_a^b f'(x)dx$ bằng

- A.** -3 . **B.** 4 . **C.** -4 . **D.** 2 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.** $S = \pi \int_a^b f(x)dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x)dx$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)|dx$. **D.** $S = \int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 4. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?

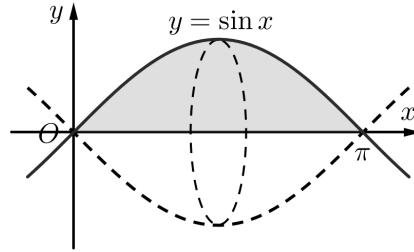


- A.** $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x)dx$.
C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. **D.** $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$.

Câu 5. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là

- A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$. B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$. C. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$. D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Câu 6. Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$. Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ khi quay quanh trục Ox là:



- A. $\frac{\pi^2}{4}$. B. $\frac{\pi^2}{2}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 7. Cho A và B là hai biến cố bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$. B. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
C. $P(A \setminus B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$. D. $P(A) = P(A \setminus B) \cdot P(B) + P(A \setminus \bar{B}) \cdot P(\bar{B})$.

Câu 8. Cho bảng dữ liệu sau về kết quả xét nghiệm một loại bệnh:

	Dương tính	Âm tính
Bệnh	120	30
Không bệnh	40	970

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự bị bệnh là:

- A. 3%. B. 11%. C. 75%. D. 90%.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $u_2 = (2; -1; 3)$. B. $u_1 = (4; 2; -6)$. C. $u_3 = (-2; 1; 3)$. D. $u_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0); B(0;-2;0); C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$. C. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

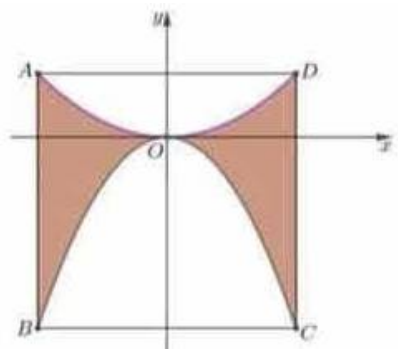
- A. $\frac{2\sqrt{145}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Gọi hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $x \neq 0$.

- a) $f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$.
b) $\int f(x) dx = \frac{2x^2 - 1}{x} + C$.
c) $\int F(x) dx = f(x) + C$.
d) $\int F(x) dx = x^2 - \ln|x| + C$.

Câu 2. Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình vẽ bên dưới). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4cm$, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 một triệu đồng/ $1cm^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ $1cm^2$, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



- a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5cm^2$.

d) Chỉ sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9,5 triệu đồng.

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\overline{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; -5; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$.

a) Vector $\vec{n} = (2; 3; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Phương trình tham số của

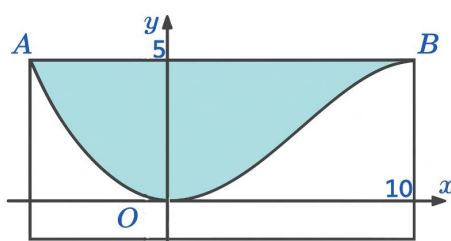
đường thẳng (d) là
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -3 - 5t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

c) Điểm $H(1; 1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P) .

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{14}$.

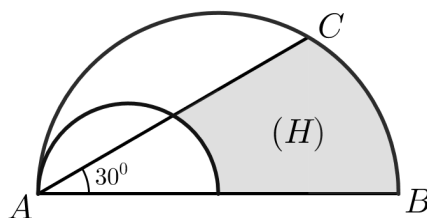
PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Hình bên minh họa mặt cắt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy . Đáy của con kênh là một đường cong AOB cho bởi hàm số bậc ba có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hãy tính diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ O và điểm B là các điểm cực trị. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của m^2 .



Trả lời:

Câu 2. Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Biết thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB bằng $\frac{a\pi}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a - 50b$.

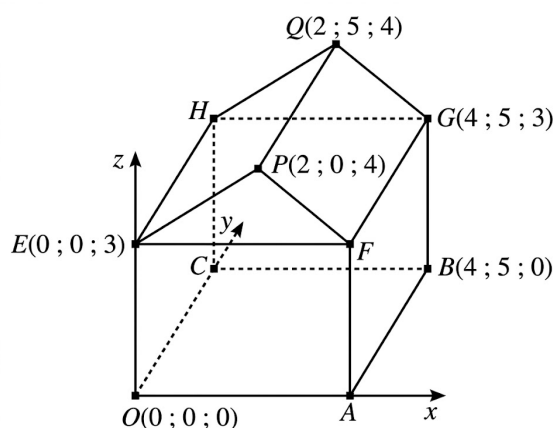


Trả lời:

Câu 3. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 4. Hình bên dưới minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính số đo góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (Kết quả làm tròn phân chục của độ).



Trả lời:

Câu 5. Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, thì máy bay có cao độ bằng bao nhiêu ki-lô-mét?

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-2;1;-4)$. Biết bán kính phủ sóng của trạm là 3 km.



Có 5 người sử dụng điện thoại tại các điểm $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-4)$, $C(-2;1;-3)$, $D(0;1;-3)$, $E(-4;-2;1)$. Hỏi trong số 5 người đó, có bao nhiêu người có thể sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

- A.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là: $F(x) = \int f(x) dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C$.

Mặt khác, $F(0) = 5 \Rightarrow C = 5$. Vậy $F(x) = x^3 + 5$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -1$; $f(b) = 3$. Khi đó

$\int_a^b f'(x) dx$ bằng

- A.** -3 . **B.** 4 . **C.** -4 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B.

$$\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = 3 + 1 = 4.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.** $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

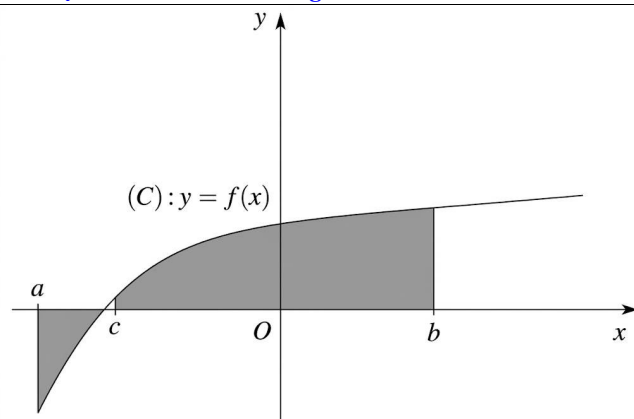
Lời giải

Chọn C.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 4. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

$$x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 5. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là

A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right).$

B. $e^2 - e - \frac{5}{2}.$

C. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right).$

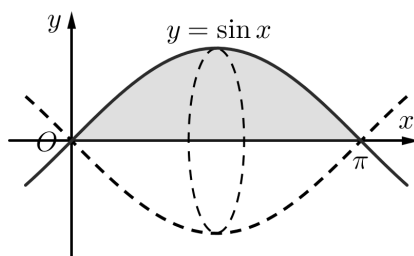
D. $e^2 - e - \frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn A.

Thể tích vật thể tròn xoay là $V = \pi \int_1^2 \left(\sqrt{e^x - x} \right)^2 dx = \pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right).$

Câu 6. Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$. Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ khi quay quanh trục Ox là:



A. $\frac{\pi^2}{4}.$

B. $\frac{\pi^2}{2}.$

C. $\frac{\pi}{2}.$

D. $\frac{\pi}{4}.$

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^{\pi} (\sin x)^2 dx = \pi \left(\int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx \right) = \frac{\pi^2}{2}$

Câu 7. Cho A và B là hai biến cố bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(AB) = P(A).P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

C. $P(A \setminus B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$.

D. $P(A) = P(A \setminus B).P(B) + P(A \setminus \bar{B}).P(\bar{B})$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có công thức nhân xác suất $P(AB) = P(A).P(B)$

Câu 8. Cho bảng dữ liệu sau về kết quả xét nghiệm một loại bệnh:

	Dương tính	Âm tính
Bệnh	120	30
Không bệnh	40	970

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự bị bệnh là:

A. 3%.

B. 11%.

C. 75%.

D. 90%.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố người thực sự bị bệnh. B là biến cố người đó có kết quả xét nghiệm dương tính.

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự bị bệnh là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{120}{120 + 40} = 75\%.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm

$A(0;4;-1)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$ có phương trình là:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$$

Câu 10. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $u_2 = (2; -1; 3)$. B. $u_1 = (4; 2; -6)$. C. $u_3 = (-2; 1; 3)$. D. $u_4 = (1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $u_3 = (-2; 1; 3)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(4; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$. C. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $A(4; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 2)$ thuộc các trục tọa độ nên phương trình mp chắn (ABC) là

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2\sqrt{145}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1; -2; 0)$ và nhận $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ làm VTCP.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}_2 = (4; -2; 2)$ làm VTCP.

Để thấy: $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$ nên đường thẳng d_1 song song hoặc trùng với đường thẳng d_2 .

Lại có điểm $M(1; -2; 0) \in d_1$ nhưng $M(1; -2; 0) \notin d_2$ nên suy ra $d_1 // d_2$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng khoảng cách từ điểm $M(1; -2; 0)$ đến đường thẳng d_2 .

$$d(M; d_2) = \frac{|\overrightarrow{[MN, \vec{u}_2]}|}{|\vec{u}_2|}.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (0; 1; 2), [\overrightarrow{MN}, \vec{u}_2] = (6; 8; -4).$$

$$d(M; d_2) = \frac{|\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{u_2}|}{|\overrightarrow{u_2}|} = \frac{\sqrt{36+64+16}}{\sqrt{0+1+4}} = \frac{2\sqrt{145}}{5}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Gọi hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $x \neq 0$.

a) $f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$.

b) $\int f(x) dx = \frac{2x^2 - 1}{x} + C$.

c) $\int F(x) dx = f(x) + C$.

d) $\int F(x) dx = x^2 - \ln|x| + C$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

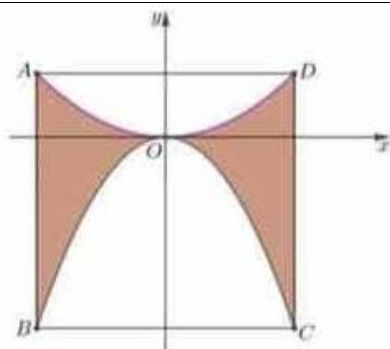
a) $f(x) = F'(x) = \left(\frac{2x^2 - 1}{x} \right)' = \left(2x - \frac{1}{x} \right)' = 2 + \frac{1}{x^2}$.

b) $\int f(x) dx = F(x) + C = \frac{2x^2 - 1}{x} + C$.

c) $\int f(x) dx = F(x) + C$.

d) $\int F(x) dx = \int \frac{2x^2 - 1}{x} dx = \int \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx = x^2 - \ln|x| + C$.

Câu 2. Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình vẽ bên dưới). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4cm$, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cen-timet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 một triệu đồng/ $1cm^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ $1cm^2$, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

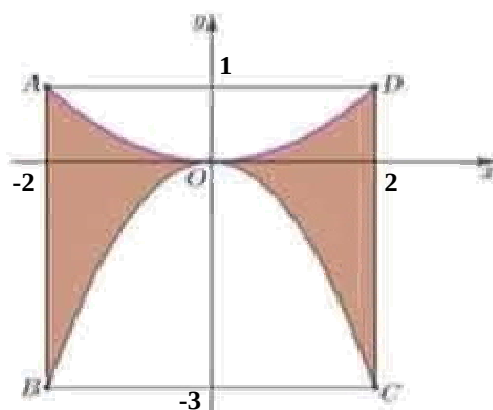
b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5\text{cm}^2$.

d) Chỉ sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9,5 triệu đồng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI



a) Gọi Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = ax^2$.

Vì Parabol đi qua điểm $A(-2;1)$ nên ta có: $1 = a(-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2$

b) Gọi Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = a'x^2$.

Vì Parabol đi qua điểm $C(2;-3)$ nên ta có: $-3 = a'.2^2 \Leftrightarrow a' = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x^2$

c) Diện tích phần tô đậm chứa đường cong BOC : $S_1 = \int_{-2}^0 \frac{3}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{3}{4}x^2 dx = 4(\text{cm}^2)$.

d) Diện tích phần tô đậm chứa đường cong AOD : $S_2 = \int_{-2}^0 \frac{1}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{10}{3}(\text{cm}^2)$.

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{hv} = 4.4 = 16(\text{cm}^2)$.

Diện tích phần không tô đậm: $S_k = 16 - \left(\frac{10}{3} + 4\right) = \frac{26}{3}(\text{cm}^2)$.

Tổng chi phí để làm chiếc huy hiệu: $T = 1000000 \cdot \frac{22}{3} + 300000 \cdot \frac{26}{3} \approx 9.933.000 (cm^2)$.

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) **Xác suất** $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) **Xác suất có điều kiện** $P(A|B) = 0,3$.

c) **Xác suất** $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) **Xác suất** $P(B) = \frac{n_B}{n_\Omega} = \frac{105}{200} = \frac{21}{40}$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{19}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Theo đề bài: Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" là 70%. Do đó xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

c) **Xác suất** $P(A) = P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot \frac{21}{40} + 0,3 \cdot \frac{19}{40} = 0,51$.

d) Ta có: $P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot \frac{21}{40}}{0,51} \approx 0,72$.

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; -5; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$.

a) Vector $\vec{n} = (2; 3; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Phương trình tham số của

đường thẳng (d) là
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -3 - 5t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

c) **Điểm** $H(1; 1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P) .

d) **Khoảng cách từ điểm** A **đến mặt phẳng** (P) **bằng** $2\sqrt{14}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến $(2; -3; 1)$ và không cùng phương với vector $\vec{n} = (2; 3; 1)$. Do đó mệnh đề sai.

b) Đường thẳng $(d) \perp (P) \Rightarrow (d)$ có nhận vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -3; 1)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A , có một vector chỉ phương $(2; -3; 1)$ là

$$\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -5 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ Do đó mệnh đề sai.}$$

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) , khi đó $H = (d) \cap (P)$.

Xét phương trình $2(5 + 2t) - 3(-5 - 3t) + (2 + t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 14t + 28 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

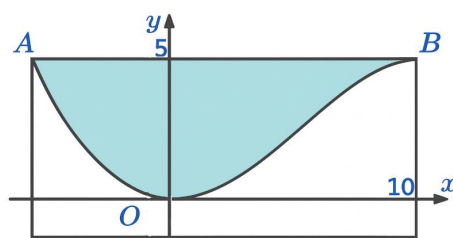
Thay $t = -2$ vào phương trình của (d) , ta có tọa độ $H(1; 1; 0)$. Do đó mệnh đề đúng.

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:

$$d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 5 - 3 \cdot (-5) + 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}} = 2\sqrt{14}.$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Hình bên minh họa mặt cắt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy . Đáy của con kênh là một đường cong AOB cho bởi hàm số bậc ba có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hãy tính diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ O và điểm B là các điểm cực trị. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của m^2 .



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 42

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mà $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

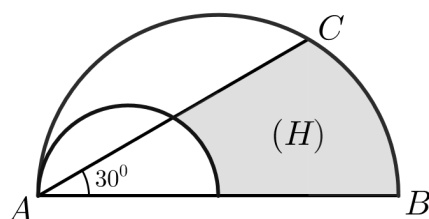
$$\text{Mặt khác } \begin{cases} f'(10) = 300a + 20b = 0 \\ f(10) = 5 \Leftrightarrow 1000a + 100b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{100} \\ b = \frac{3}{20} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f(x) = \frac{-1}{100}x^3 + \frac{3}{20}x^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{-1}{100}x^3 + \frac{3}{20}x^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_{-5}^{10} [5 - f(x)] dx \approx 42m^2.$$

Câu 2. Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Biết thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB bằng $\frac{a\pi}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a - 50b$.

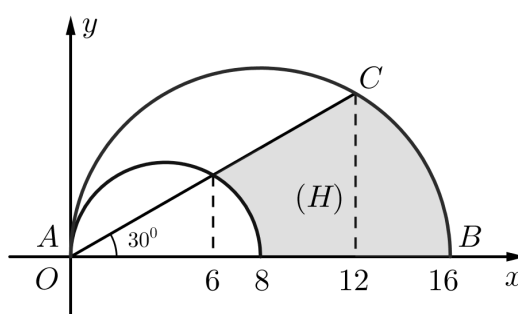


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 634

Chọn hệ trục Oxy thích hợp như hình sau:



Phương trình nửa đường tròn lớn: $f(x) = \sqrt{16x - x^2}$.

Phương trình nửa đường tròn nhỏ: $g(x) = \sqrt{8x - x^2}$.

Phương trình đường thẳng AC : $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

$$\text{Khi đó } V = \pi \int_0^8 \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x \right)^2 - (8x - x^2) \right) dx + \pi \int_8^{12} \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x \right)^2 - (16x - x^2) \right) dx + \pi \int_{12}^{16} (16x - x^2) dx = \frac{784\pi}{3}.$$

$$\Rightarrow a = 784; b = 3 \Rightarrow a - 50b = 634$$

Câu 3. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,24

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ hai”.

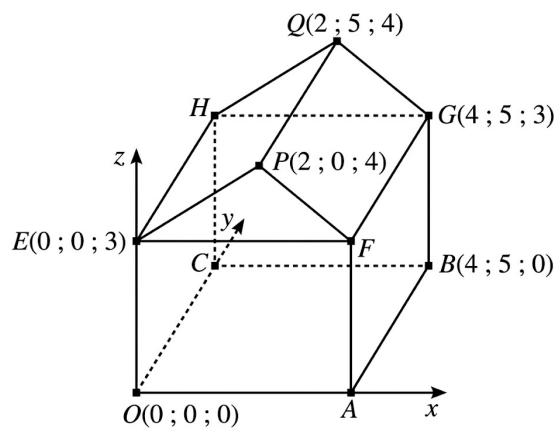
Theo công thức nhân xác suất $P(AB) = P(A).P(B|A)$

$$\text{Vì có 30 viên bi trắng trong tổng số 50 viên bi nên } P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi trắng đã được lấy ra ở lần thứ nhất, còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó bi xanh là 20 viên bi. Do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(AB) = P(A).P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,24$$

Câu 4. Hình bên dưới minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính số đo góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (Kết quả làm tròn phần chục của độ).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 26,6

Để tính góc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$, $FP = (Oxy) \cap (FGQP)$,

$FE = (Oxz) \cap (FGEH)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$.

Do F nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4; 0; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$ suy ra:

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}; \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{FP \cdot FE} = \frac{(-2)(-4) + 0 \times 0 + 1 \times 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Câu 5. Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500; -300; 500)$ và $B(-200; -200; 450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, thì máy bay có cao độ bằng bao nhiêu ki-lô-mét?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 400

Máy bay chuyển động theo đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B nên sẽ ở gần đài kiểm soát không lưu nhất khi nó ở vị trí H là hình chiếu vuông góc của gốc O lên đường thẳng Δ .

+ Đường thẳng Δ đi qua A, B nên có VTCP là $\overrightarrow{AB}(300; 100; -50)$ do đó phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = -500 + 6t \\ y = -300 + 2t \\ z = 500 - t \end{cases}$$

+ Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên Δ thì

$$H(-500 + 6t; -300 + 2t; 500 - t) \Rightarrow \overrightarrow{OH}(-500 + 6t; -300 + 2t; 500 - t), \text{ khi đó}$$

$$OH \perp \Delta \text{ nên } \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 300(-500 + 6t) + 100(-300 + 2t) - 50(500 - t) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 100, \text{ suy ra } H(100; -100; 400).$$

Vậy máy bay có cao độ bằng $400(km)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-2; 1; -4)$. Biết bán kính phủ sóng của trạm là $3 km$.



Có 5 người sử dụng điện thoại tại các điểm $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-4)$, $C(-2;1;-3)$, $D(0;1;-3)$, $E(-4;-2;1)$. Hỏi trong số 5 người đó, có bao nhiêu người có thể sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có:

$$IA = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 7^2} = \sqrt{69} > 3$$

$$IB = \sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2} = 2 < 3.$$

$$IC = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1 < 3$$

$$ID = \sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{5} < 3$$

$$IE = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + 5^2} = \sqrt{38} > 3.$$

Vậy có 3 người có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + e$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x + C.$

B. $F(x) = \ln|x| + ex + C.$

C. $F(x) = \ln|x| + e^x + C.$

D. $F(x) = \ln x + e + C.$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính

$f(2)$?

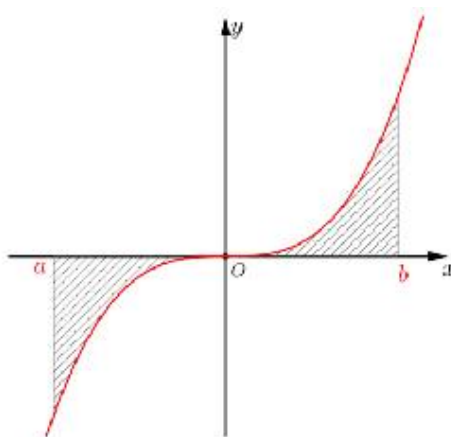
A. $f(2) = -4.$

B. $f(2) = -2.$

C. $f(2) = 4.$

D. $f(2) = -3$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Chọn khẳng định đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{63}{4}$.

D. $\frac{253}{12}$.

Câu 5. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 5$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^5 (x^2 + 3) dx$.

B. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$.

C. $V = \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3) dx$.

Câu 6. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 3$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $3x^2 - 2$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A. $V = 156$

B. $V = 156\pi$

C. $V = 312$

D. $V = 312\pi$

Câu 7. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(B) = 0,8$; $P(AB) = 0,5$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn 4, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và điểm $M(-1;2;-3)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 6.

B. 4.

C. $\frac{17}{3}$.

D. 17.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết góc giữa hai vector $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng 120° . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ là?

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5 \text{ m/s}$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\frac{50}{3} \text{ m/s}$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép 25 m/s thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

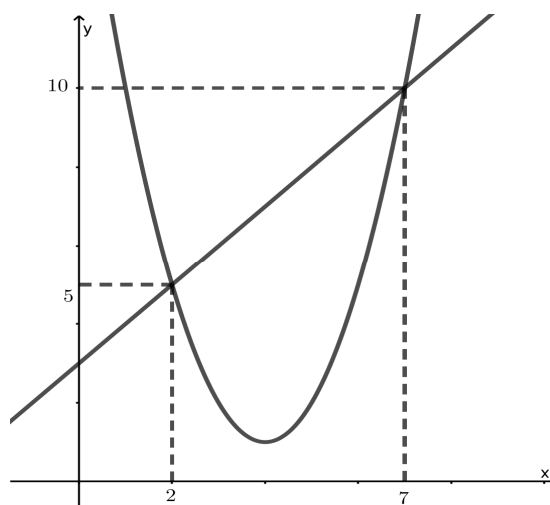
a) Giá trị của b bằng 12,5.

b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.

c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.

d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là 15,75 giây.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt nhau tại hai điểm A, B như hình vẽ.



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$.

a) $\int_2^7 f(x) dx = \frac{50}{3}$.

b) Phương trình đường thẳng d là $y = 3x + 1$

c) $\int_2^7 f'(x) dx = 5$.

d) $\int_2^7 (2x - 3) f'(x) dx = \frac{215}{3}$.

Câu 3. Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

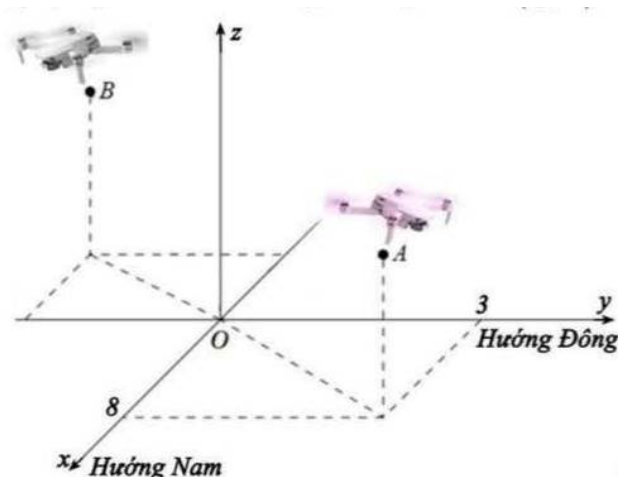
a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là 0,98.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là 0,006.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là 0,014.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất 10m, cách điểm xuất phát 8m về phía nam và 3m về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất 12m, cách điểm xuất phát 4m về phía bắc và 5m về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Khi đó:



a) Tọa độ của điểm A(8;3;10).

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là
$$\begin{cases} x = 8 + 12t \\ y = 3 + 8t \\ z = 10 - 2t \end{cases}.$$

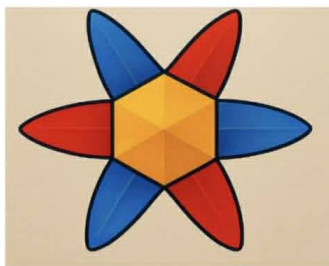
c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M(1;-2;1).

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng 25,46(m).

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình

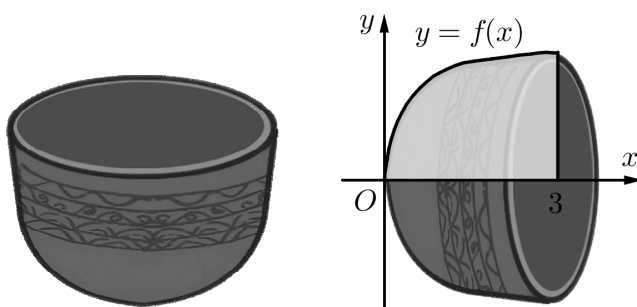
parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí?

Trả lời:

Câu 2. Xét chiếc chén trong một bộ ấm chén uống trà, bạn Dương ước lượng được rằng chiếc chén được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét). Tính thể tích của chiếc chén (làm tròn đến phần chục của centimét khối).



Trả lời:

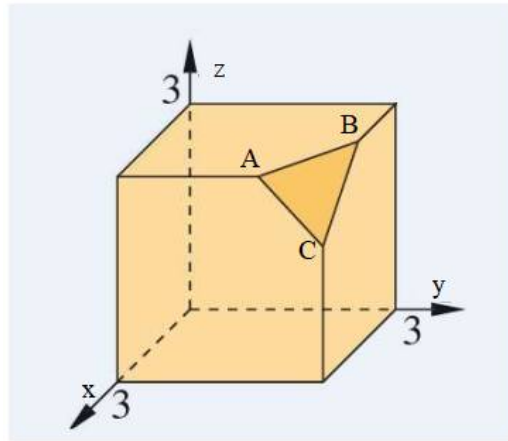
Câu 3. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Trả lời:

Câu 4. Do có ánh kim loại và màu vàng óng, pyrit (FeS_2) còn được gọi là vàng giả. Thường gặp dưới dạng lập phương hoặc bát diện hoàn hảo, đôi khi nhiều tinh thể dính liền nhau. Thỉnh thoảng cũng thấy các khối lập phương pyrit bị mất một góc, tạo thành một hình chóp tam giác đều.



Xét một khối lập phương pyrit cạnh 3 cm , bị mất một góc dưới dạng hình chóp tam giác đều có các cạnh bên dài 1 cm .



Phương trình của mặt phẳng vờ có dạng $ax + by + cz + 2 = 0$. Tìm $a + b + c$

Trả lời:

Câu 5. Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng (Oxz) , đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(-1;4;-2)$. Tính góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của độ).

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh A, B, C tương ứng là $\sqrt{5}; \sqrt{2}; 2$. Tại thời điểm đó, các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là $A(2;0;0), B(0;2;0), C\left(0; \frac{11}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Từ thông tin trên, ta hoàn toàn có thể xác định tọa độ cũng như vĩ độ và kinh độ của vị trí thiết bị GPS. Giả sử tại thời điểm đã cho, thiết bị GPS ở vị trí $P(x; y; z)$. Tính $P = x + y + z$.



Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + e$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x + C.$

B. $F(x) = \ln|x| + ex + C.$

C. $F(x) = \ln|x| + e^x + C.$

D. $F(x) = \ln x + e + C.$

Lời giải

Chọn B.

Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + e$ là $F(x) = \ln|x| + ex + C.$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$?

A. $f(2) = -4.$

B. $f(2) = -2.$

C. $f(2) = 4.$

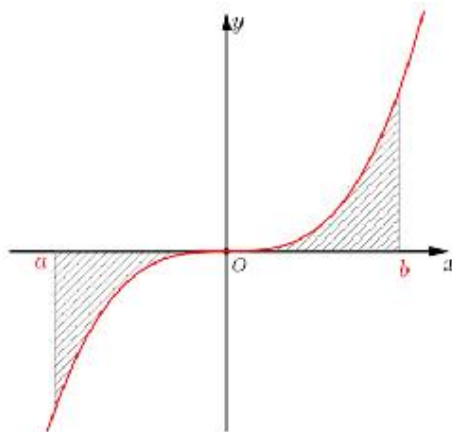
D. $f(2) = -3$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int_0^2 f'(x) dx = -3 \Leftrightarrow f(2) - f(0) = -3 \Leftrightarrow f(2) = -3 + f(0) = -3 + 1 = -2$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Chọn khẳng định đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = -\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

D. $S_D = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}.$

B. $\frac{16}{3}.$

C. $\frac{63}{4}.$

D. $\frac{253}{12}.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $x^3 - 6x = x^2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$

Ta có $S = \int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x| dx = \frac{253}{12}.$

Câu 5. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 5$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^5 (x^2 + 3) dx.$

B. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx.$

C. $V = \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3) dx.$

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$

Câu 6. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 3$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $3x^2 - 2$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A. $V = 156$

B. $V = 156\pi$

C. $V = 312$

D. $V = 312\pi$

Lời giải

Chọn A.

Diện tích thiết diện là: $S(x) = 3x \cdot (3x^2 - 2) = 9x^3 - 6x$

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể là: $V = \int_1^3 (9x^3 - 6x) dx = 156$

Câu 7. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(B) = 0,8$; $P(AB) = 0,5$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{2}{5}.$

B. $\frac{5}{8}.$

C. $\frac{1}{5}.$

D. $\frac{3}{5}.$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,5}{0,8} = \frac{5}{8}.$$

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn 4, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố “ số chấm trên xúc xắc không nhỏ hơn 4 ”

B là biến cố “ xúc xắc xuất hiện mặt lẻ”, ta cần tính $P(A|B)$

Kết quả thuận lợi của biến cố $A = \{4; 5; 6\}$

Kết quả thuận lợi của biến cố $B = \{1; 3; 5\}$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{1}{3}.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Lời giải

Chọn B.

Vì mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$ nên mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$ và có bán kính $R = AB$.

$$\text{Ta có: } \overline{AB}(-2;0;2). \text{ Suy ra } R = |\overline{AB}| = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy: } (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8.$$

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ và điểm $M(-1;2;-3)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 6.

B. 4.

C. $\frac{17}{3}$.

D. 17.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M; (P)) = \frac{|(-1) - 2 \times 2 + 2 \times (-3) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|-1 - 4 - 6 - 1|}{3} = \frac{12}{3} = 4.$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết góc giữa hai vectơ $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng 120° . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn A

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Do $(\vec{n}_P, \vec{n}_Q) = 120^\circ > 90^\circ \Rightarrow \varphi = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 60° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ là?

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}.$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}.$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{3}.$ D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: (d) vuông góc với mặt phẳng (P) , nên: $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (1; -2; 3).$

Do đó, phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}.$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5 \text{ m/s}$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\frac{50}{3} \text{ m/s}$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép 25 m/s thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

- a) Giá trị của b bằng 12,5.
b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.
c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.
d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là 15,75 giây.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
----	----	----	----

ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
------	------	-----	------

a) $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}.$

Tại thời điểm $t = 0$, vận tốc của ô tô là $v(0) = 12,5 \text{ (m/s)} \Rightarrow 12,5 = 2,5.0 + b \Rightarrow b = 12,5.$

b) Khi ô tô đạt vận tốc tối đa ta có: $25 = 2,5t + 12,5 \Leftrightarrow t = 5 \text{ (s)}.$

c) Quãng đường ô tô đi được sau 5 giây là: $s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt = \frac{375}{4} \text{ (m)} = 93,75 \text{ (m)}.$

Quãng đường tàu đi được sau 5 giây là: $s_{tau} = \frac{50}{3} \cdot 5 = \frac{250}{3} \text{ (m)} = 83,33 \text{ (m)}.$

Vậy $s_{oto} > s_{tau}$

d) Gọi t là thời gian kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc đến khi bắt kịp tàu

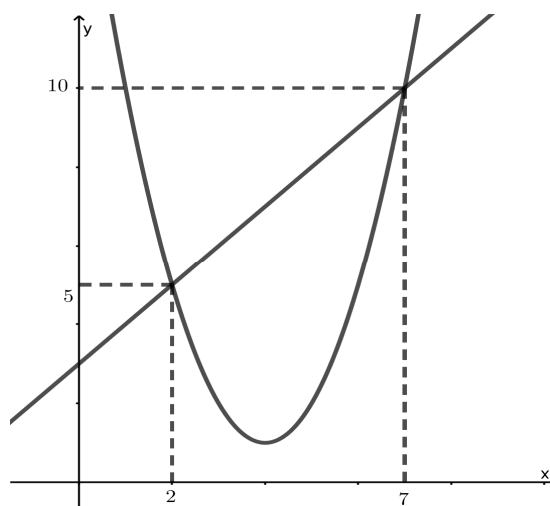
Vì sau 5 giây thì ô tô đạt vận tốc tối đa và giữ nguyên tốc độ này nên:

Quãng đường ô tô đi được là: $s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt + 25(t - 5) \text{ (m)} = 25t - 31,25$

Quãng đường tàu đi được là: $s_{tau} = \frac{50}{3}t.$

Ô tô bắt kịp tàu khi $s_{oto} = 100 + s_{tau} \Leftrightarrow 25t - 31,25 = 100 + \frac{50}{3}t \Leftrightarrow \frac{25}{3}t = 131,25 \Leftrightarrow t = 15,75 \text{ (s)}$

Câu 2. Cho parabol $(P): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt nhau tại hai điểm A, B như hình vẽ.



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}.$

a) $\int_2^7 f(x) dx = \frac{50}{3}.$

b) Phương trình đường thẳng d là $y = 3x + 1$

c) $\int_2^7 f'(x) dx = 5.$

d) $\int_2^7 (2x-3) f'(x) dx = \frac{215}{3}.$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;5)$, $B(7;10)$ nên phương trình đường thẳng $d: y = x + 3$.

Gọi phương trình của parabol: $y = ax^2 + bx + c$.

Vì parabol đi qua các điểm $A(2;5)$, $B(7;10)$ nên ta có

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 5 & (1) \\ 49a + 7b + c = 10 & (2) \end{cases}$$

Mặt khác diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng và parabol có diện tích bằng $S = \frac{125}{6}$ nên ta có

$$S = \int_2^7 [(x+3) - (ax^2 + bx + c)] dx = \frac{125}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{335}{3}a + \frac{45}{2}b + 5c = \frac{50}{3}. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $a = 1, b = -8, c = 17 \Rightarrow (P): y = x^2 - 8x + 17$

$$\text{Suy ra } \int_2^7 f(x) dx = \int_2^7 (x^2 - 8x + 17) dx = \frac{50}{3}.$$

b) Phương trình đường thẳng d là $y = x - 8$.

$$\text{c) Ta có } f'(x) = 2x - 8 \Rightarrow \int_2^7 f'(x) dx = \int_2^7 (2x - 8) dx = 5.$$

$$\text{d) } \int_2^7 (2x-3) f'(x) dx = \int_2^7 (2x-3)(2x-8) dx = \int_2^7 (4x^2 - 22x + 24) dx = \frac{215}{3}.$$

Câu 3. Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là 0,98.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là 0,006.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là 0,014.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Gọi A, B lần lượt là biến cố chọn được sản phẩm thuộc phân xưởng A, B . Ta có $P(A) = 0,6$;
 $P(B) = 0,4$

Gọi P là biến cố chọn phải một sản phẩm là phế phẩm.

Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng A là $1\% \Rightarrow P(P|A) = 0,01$.

Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng B là $2\% \Rightarrow P(P|B) = 0,02$.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là
 $P(\bar{P}|A) = 1 - P(P|A) = 0,99$.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là
 $P(A \cap P) = P(A) \cdot P(P|A) = 0,6 \cdot 0,01 = 0,006$.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là tổng xác suất chọn được phế phẩm từ phân xưởng A và từ phân xưởng B

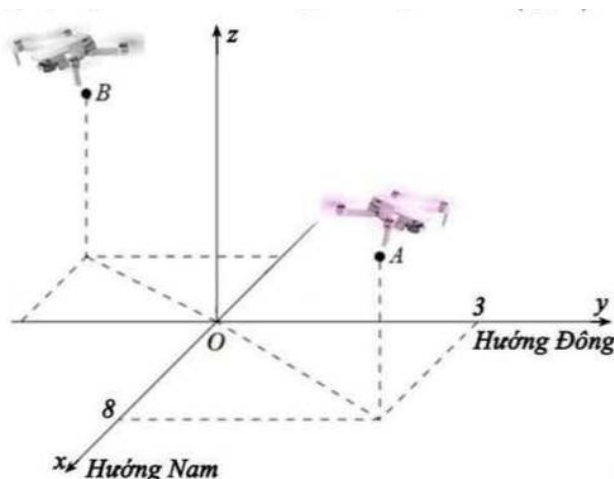
$$P(P) = P(A) \cdot P(P|A) + P(B) \cdot P(P|B) = 0,6 \cdot 0,01 + 0,4 \cdot 0,02 = 0,014$$

d) Áp dụng công thức Bayes

Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là

$$P(A|P) = \frac{P(A \cap P)}{P(P)} = \frac{0,006}{0,014} = \frac{3}{7}.$$

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $8m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $4m$ về phía bắc và $5m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Khi đó:



a) Tọa độ của điểm $A(8;3;10)$.

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là
$$\begin{cases} x = 8 + 12t \\ y = 3 + 8t \\ z = 10 - 2t \end{cases}.$$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(1;-2;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $25,46(m)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Dựa vào hình vẽ ta thấy điểm A có hoành độ là 8, tung độ là 3 và cao độ là 10.

b) $B(-4;-5;12)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(8;3;10)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (12;8;-2)$ làm vector chỉ phương có phương

trình là
$$\begin{cases} x = 8 + 12t \\ y = 3 + 8t \\ z = 10 - 2t \end{cases}.$$

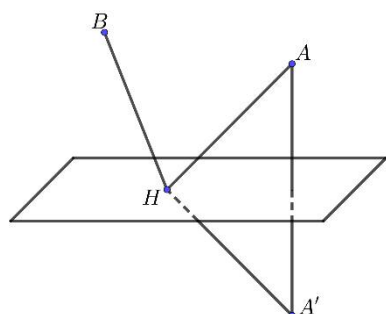
c) Gọi $I(2;-1;11)$ là trung điểm AB .

Mặt phẳng đi qua điểm $I(2;-1;11)$ và nhận $\overrightarrow{IA} = (6;4;-1)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là

$$6(x-2) + 4(y+1) - 1(z-11) = 0 \Leftrightarrow 6x + 4y - z + 3 = 0.$$

Thay tọa độ điểm $M(1;-2;1)$ vào phương trình mặt phẳng ta được $6.1 + 4.(-2) - 1 + 3 = 0$ (đúng).

d)



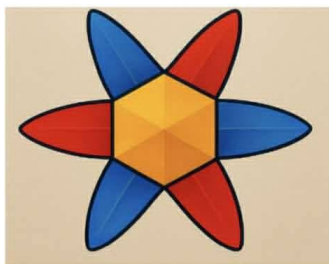
Gọi $A'(8;3;-10)$ là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) .

Với mọi điểm $H \in (Oxy)$, ta có $HA + HB = HA' + HB \geq A'B$.

Vậy tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai flycam là $A'B = 2\sqrt{173} \approx 26,31(m)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí?

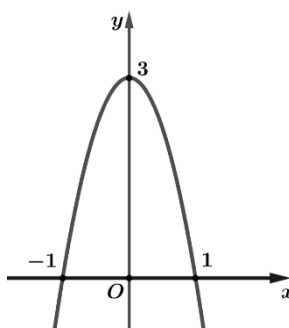
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 34

Diện tích của hình lục giác đều cạnh bằng $2dm$ là: $6 \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$.

Gắn trục tọa độ Oxy cho một cánh hoa. Diện tích của một cánh hoa là diện tích phẳng hình phẳng dưới hạn bởi đồ thị đồ thị hàm số $(P): y = ax^2 + bx + c$ sao cho (P) có đỉnh $I(0;3)$ và cắt trục hoành tại hai điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$.



Phương trình parabol (P) là: $y = -3x^2 + 3$.

Diện tích một cánh hoa được trang trí là: $S = \int_{-1}^1 |-3x^2 + 3| dx = 4 dm^2$.

Diện tích của một bông hoa được trang trí là: $6\sqrt{3} + 6 \cdot 4 = 24 + 6\sqrt{3} dm^2$

Diện tích bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ là: $3 \cdot 4 = 12m^2 = 1200dm^2$.

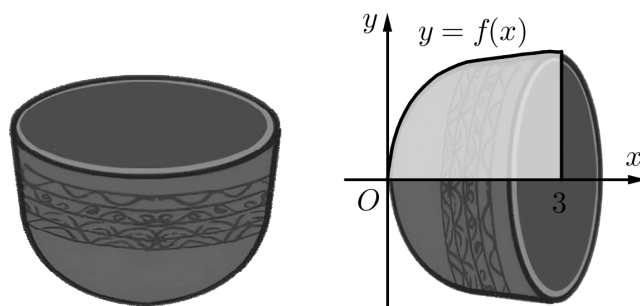
Tỉ lệ diện tích của bức tường hình chữ nhật và diện tích một bông hoa là: $\frac{1200}{24 + 6\sqrt{3}} \approx 34,89$

Vậy bạn Hoa có thể trang trí tối đa 34 hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí.

Câu 2. Xét chiếc chén trong một bộ ấm chén uống trà, bạn Dương ước lượng được rằng chiếc chén được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85$, trục

hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=3$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).

Tính thể tích của chiếc chén (làm tròn đến phần chục của centimét khối).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 41,9

Thể tích của chiếc chén là: $V = \pi \int_0^3 (0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85)^2 dx \approx 41,9 (\text{cm}^3)$.

Câu 3. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,56

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\% \cdot 150 = 90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\% \cdot 100 = 50$ (học sinh).

Xét biến cố: A là biến cố “Chọn được học sinh là đoàn viên”.

B là biến cố “Chọn được học sinh nam”. Khi đó:

$$P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{90}{100} = 0,9; P(A|\bar{B}) = \frac{50}{150} = 0,33.$$

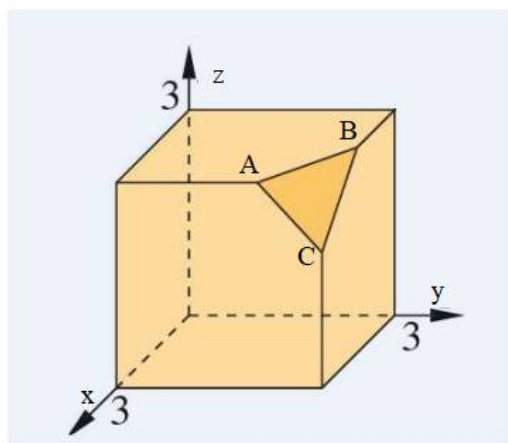
Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot 0,9 + \frac{3}{5} \cdot 0,33 = 0,56.$$

Câu 4. Do có ánh kim loại và màu vàng óng, pyrit (FeS_2) còn được gọi là vàng giả. Thường gặp dưới dạng lập phương hoặc bát diện hoàn hảo, đôi khi nhiều tinh thể dính liền nhau. Thỉnh thoảng cũng thấy các khối lập phương pyrit bị mất một góc, tạo thành một hình chóp tam giác đều.



Xét một khối lập phương pyrit cạnh 3 cm, bị mất một góc dưới dạng hình chóp tam giác đều có các cạnh bên dài 1 cm.



Phương trình của mặt phẳng vỡ có dạng $ax + by + cz + 2 = 0$. Tìm $a + b + c$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1

Ta có $A(3; 2; 3), B(2; 3; 3), C(3; 3; 2)$

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 3; 3 - 2; 3 - 3) = (-1; 1; 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = (3 - 3; 3 - 2; 2 - 3) = (0; 1; -1)$$

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -1; -1)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 2; 3)$

$$1(x - 3) - 1(y - 2) - 1(z - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x - 3 - y + 2 - z + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y - z + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a + b + c = -1$$

Câu 5. Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng (Oxz) , đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1; 2; 3), B(-1; 4; -2)$. Tính góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của độ).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 20,4

Mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến là $\vec{j} = (0;1;0)$.

Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-5)$.

$$\text{Ta có } \sin(AB, (Oxz)) = \frac{|0 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-5)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 5^2}} = \frac{2\sqrt{33}}{33} \Rightarrow (AB, (Oxz)) \approx 20,4^\circ.$$

Vậy góc giữa đường ống thoát nước và mặt sàn là khoảng $20,4^\circ$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh A, B, C tương ứng là $\sqrt{5}; \sqrt{2}; 2$. Tại thời điểm đó, các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là

$A(2;0;0), B(0;2;0), C\left(0; \frac{11}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. Từ thông tin trên, ta hoàn toàn có thể xác định tọa độ cũng như vĩ độ

và kinh độ của vị trí thiết bị GPS. Giả sử tại thời điểm đã cho, thiết bị GPS ở vị trí $P(x; y; z)$. Tính $P = x + y + z$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 13

Do thiết bị thuộc mặt đất và $PA = \sqrt{5}$ nên $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (1) và $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 5$ (2).

Trừ vế theo vế của (1) và (2), ta được $4x - 4 = -4$. Vậy $x = 0$.

Do $PB = \sqrt{2}$ nên $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$ (3)

Trừ vế theo vế của (1) và (3), ta được $4y - 4 = -1$. Vậy $y = \frac{3}{4}$.

Thay $x = 0, y = \frac{3}{4}$ vào phương trình (1), ta được $0^2 + \frac{9}{16} + z^2 = 1$.

Suy ra $z = \frac{\sqrt{7}}{4}$ hoặc $z = -\frac{\sqrt{7}}{4}$. Kiểm tra điều kiện $PC = 2$, ta thấy chỉ có điểm $P\left(0; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$

Vậy $P = x + 8y + 4\sqrt{7}z = 0 + 8 \cdot \frac{3}{4} + 4\sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 13$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $f(x) = -4x^7 - 5\sin x + 10\ln|x| + 10$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

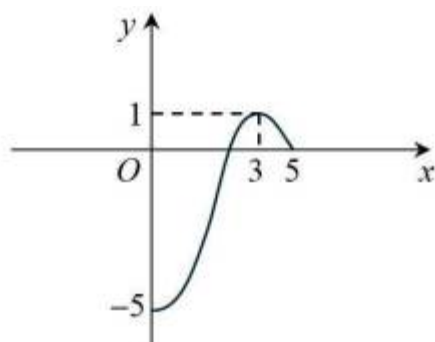
A. $-28x^6 + 5\cos x + \frac{10}{x}$.

B. $-\frac{1}{2}x^8 + 5\cos x + \frac{10}{x} + 10x + C$.

C. $-\frac{1}{2}x^8 + 5\cos x + \frac{10}{x}$.

D. $-28x^6 - 5\cos x + \frac{10}{x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

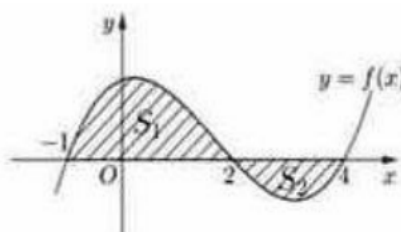
A. $f(0) = f(5) < f(3)$.

B. $f(3) < f(0) = f(5)$.

C. $f(3) < f(0) < f(5)$.

D. $f(3) < f(5) < f(0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng giới hạn bởi S_1 và S_2 (xem hình vẽ dưới đây) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng



A. 9.

B. -5.

C. -9.

D. 5.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng:

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{13\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 5. Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a; x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức

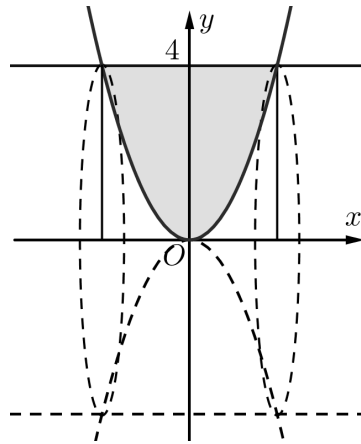
A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$.

C. $V = \int_a^b S(x) dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

Câu 6. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:



A. $\frac{64\pi}{5}$.

B. $\frac{128\pi}{5}$.

C. $\frac{256\pi}{5}$.

D. $\frac{152\pi}{5}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. 0,65.

B. 0,25.

C. 0,5.

D. $\frac{56}{65}$.

Câu 8. Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Minh Hiền được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

A. $\frac{1}{458}$.

B. $\frac{1}{285}$.

C. $\frac{1}{870}$.

D. $\frac{1}{435}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $B(0; -6; -6)$.

B. $A(-2; 2; 0)$.

C. $C(4; 0; 3)$.

D. $D(3; 0; 3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2+2t \end{cases}$, $d': \frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng

cách giữa d và d' là

A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{3}$.

C. $\frac{9\sqrt{30}}{10}$.

D. 0.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

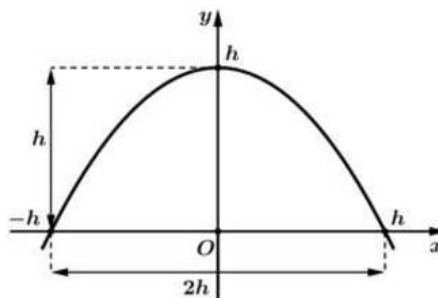
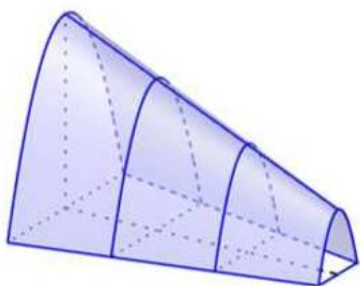
a) $\int f(x)dx = 2x + \ln|x| + C$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln|x| + 1$.

c) $\int f'(2x)dx = \frac{-1}{4x} + C$.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -19$.

Câu 2. Một kỹ sư A thiết kế một mô hình đường hầm như bên dưới. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5(m). Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol (như hình vẽ). Diện tích của thiết diện là $S(x)$ và chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $h = 3 - \frac{2}{5}x$ với x (mét) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa thiết diện.



a) Diện tích thiết diện được tính bởi công thức $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx$.

b) Thể tích của đường hầm được tính theo công thức: $V = \pi \int_0^5 S^2(x) dx \text{ (m}^3\text{)}.$

c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h.$

d) Thể tích của hầm là $29,89 \text{ (m}^3\text{)}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}.$

b) Nếu hộp được lấy ra là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}.$

c) Xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}.$

d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}.$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0.$

a) Vector $\vec{n}(1; 2; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P).$

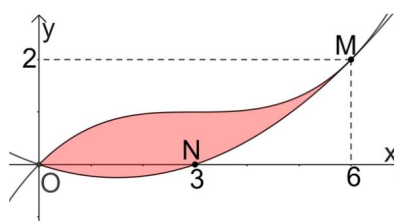
b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 2; 0).$

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $22,2^\circ$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (Δ) bằng $\sqrt{11}.$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là một bông hoa có 6 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều như hình vẽ.



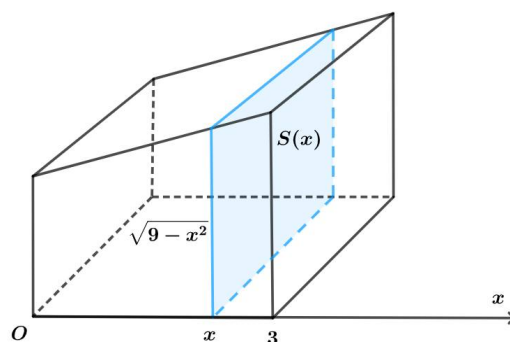
Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng giới hạn

bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

(C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0)$, $M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 210 nghìn đồng. Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị: nghìn đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 2. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích của vật thể đã cho.



Trả lời:

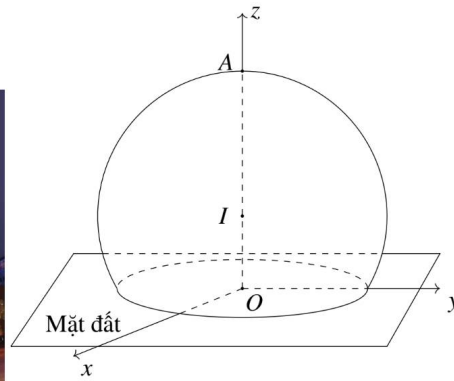
Câu 3. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Trả lời:

Câu 4. Khi gán hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(1;0;3)$, $(5;0;1)$ và $(5;9;1)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

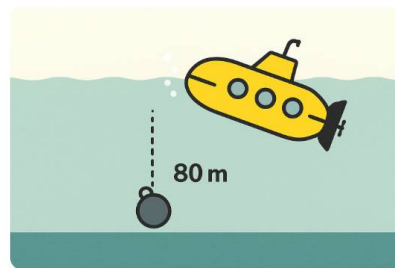
Câu 5. Ericsson Globe (Thụy Điển) là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới (năm 2020), với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục tọa độ Oxyz bởi một mặt cầu có tâm I, đường kính 110 m và $OA = 85$ m như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Biết phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$, hãy tính giá trị biểu thức $T = a + b + c + R$.



Trả lời:

Câu 6. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một tàu ngầm bắt đầu lặn tại điểm $P(100;200;0)$ với vận tốc $11,1$ hải lý/giờ theo hướng tới mục tiêu $Z(500;600;-80)$ cho đến khi đạt độ sâu 80 m (1 hải lý/giờ xấp xỉ $1,852$ km/h)

Sau đó, tàu tiếp tục di chuyển ngang hướng theo vector $\vec{u} = (1;1;0)$ với vận tốc 11 hải lý/giờ. Một quả cầu T được thả đồng thời khi tàu ngầm bắt đầu lặn, từ tàu nghiên cứu $S(700;800;0)$ và rơi thẳng đứng xuống với vận tốc $0,5$ m/s. Tính khoảng cách tàu ngầm với quả cầu khi tàu ngầm đi đến thẳng đứng dưới S (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)



Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $f(x) = -4x^7 - 5\sin x + 10\ln|x| + 10$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

A. $-28x^6 + 5\cos x + \frac{10}{x}$.

B. $-\frac{1}{2}x^8 + 5\cos x + \frac{10}{x} + 10x + C$.

C. $-\frac{1}{2}x^8 + 5\cos x + \frac{10}{x}$.

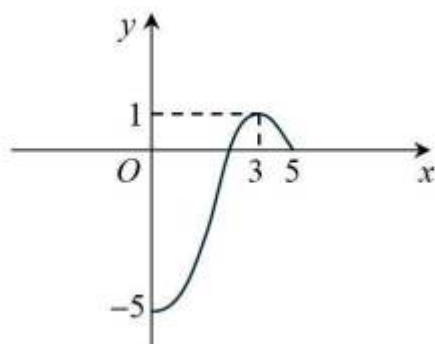
D. $-28x^6 - 5\cos x + \frac{10}{x}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x) = -4x^7 - 5\sin x + 10\ln|x| + 10$ nên $f'(x) = -28x^6 - 5\cos x + \frac{10}{x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(0) = f(5) < f(3)$.

B. $f(3) < f(0) = f(5)$.

C. $f(3) < f(0) < f(5)$.

D. $f(3) < f(5) < f(0)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	0	a		3	5
y'		-	0	+	0
y	$f(0)$	$f(a)$		$f(3)$	$f(5)$

Ta có $f(3) < f(5)$.

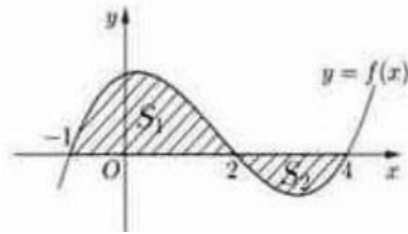
Ta có $S_1 = -\int_0^a f'(x) dx = -f(x)|_0^a = -f(a) + f(0)$; $S_2 = \int_a^5 f'(x) dx = f(x)|_a^5 = f(5) - f(a)$.

Mà $S_1 > S_2 \Rightarrow -f(a) + f(0) > f(5) - f(a) \Rightarrow f(0) > f(5)$.

Vậy $f(3) < f(5) < f(0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng giới hạn bởi S_1 và S_2 (xem hình vẽ dưới

đây) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng



A. 9.

B. -5.

C. -9.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

Từ hình vẽ ta có $\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = S_1 - S_2 = 7 - 2 = 5$.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng:

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{13\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số là: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng là: $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{6}$.

Câu 5. Cho một vật thể trong không gian Oxyz. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a; x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$.

C. $V = \int_a^b S(x) dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

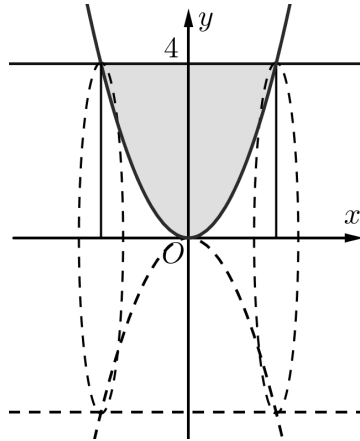
Lời giải

Chọn C.

Thể tích vật thể B: $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 6. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox .

Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:



- A. $\frac{64\pi}{5}$. B. $\frac{128\pi}{5}$. **C. $\frac{256\pi}{5}$.** D. $\frac{152\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_{-2}^2 \left| (x^2)^2 - 4^2 \right| dx = \frac{256\pi}{5}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,65. B. 0,25. C. 0,5. **D. $\frac{56}{65}$.**

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65.$$

Theo công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8.0,7}{0,65} = \frac{56}{65}.$$

Câu 8. Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Minh Hiền được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

- A. $\frac{1}{458}$. B. $\frac{1}{285}$. C. $\frac{1}{870}$. **D. $\frac{1}{435}$.**

Lời giải

Chọn D.

Gọi A là biến cố “thẻ thứ nhất trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “thẻ thứ hai trúng thưởng”.

Khi đó AB là biến cố “cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng”.

Ta có $P(A) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ và $P(B|A) = \frac{1}{29}$.

Mà $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{29} = \frac{1}{435}$.

Cách 2: Gọi C là biến cố “cả hai thẻ đều là hai thẻ trùng thưởng”

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{30}^1 \cdot C_{29}^1 = 30 \cdot 29$

Biến cố thuận lợi C : $n(C) = C_2^1 = 2$

Do đó: $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{2}{30 \cdot 29} = \frac{1}{435}$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính bằng 5:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $B(0; -6; -6)$.

B. $A(-2; 2; 0)$.

C. $C(4; 0; 3)$.

D. $D(3; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

♦ Thế $B(0; -6; -6)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$:

$$\frac{0-2}{2} \neq \frac{-6+2}{2} = \frac{-6}{3} \Rightarrow B \notin d$$

♦ Thế $A(-2; 2; 0)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$:

$$\frac{-2-2}{2} \neq \frac{2+2}{2} \neq \frac{0}{3} \Rightarrow A \notin d$$

♦ Thế $C(4; 0; 3)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$:

$$\frac{4-2}{2} = \frac{0+2}{2} = \frac{3}{3} \Rightarrow C \in d$$

♦ Thế $D(3;0;3)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$:

$$\frac{3-2}{2} \neq \frac{0+2}{2} = \frac{3}{3} \Rightarrow D \notin d$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải

Chọn C

Góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng 90° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2+2t \end{cases}$, $d': \frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng

cách giữa d và d' là

- A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{3}$. C. $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(1;-3;2) \in d$, $B(0;3;1) \in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2)$, $\vec{u}'(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d, d'

$$\text{Ta có } d(d, d') = \frac{\left| \left[\vec{u}, \vec{u}' \right] \cdot \overrightarrow{AB} \right|}{\left| \left[\vec{u}, \vec{u}' \right] \right|} = \frac{27}{\sqrt{30}} = \frac{9\sqrt{30}}{10}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

a) $\int f(x)dx = 2x + \ln|x| + C$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln|x| + 1$.

c) $\int f'(2x)dx = \frac{-1}{4x} + C$.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2)=1$ và $G(5)+G(-5)=0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a+b+c+d = -19$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) $\int f(x)dx = 2x + \ln|x| + C.$

Ta có $f(x) = \frac{2x+1}{x} = 2 + \frac{1}{x} \Rightarrow \int f(x)dx = \int \left(2 + \frac{1}{x}\right)dx = 2x + \ln|x| + C.$

b) Theo câu a): $F(x) = \int f(x)dx = 2x + \ln|x| + C.$

Vì $F(1) = 3$ nên $C = 1.$

Vậy $F(x) = 2x + \ln|x| + 1.$

c) $\int f'(2x)dx = \frac{-1}{4x} + C.$

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(2x) = -\frac{1}{4x^2}.$

$\int f'(2x)dx = -\int \frac{1}{4x^2}dx = \frac{1}{4x} + C.$

d) Ta có $G(x) = 2x + \ln|x| + C = \begin{cases} 2x + \ln x + C_1 \\ 2x + \ln(-x) + C_2 \end{cases}.$

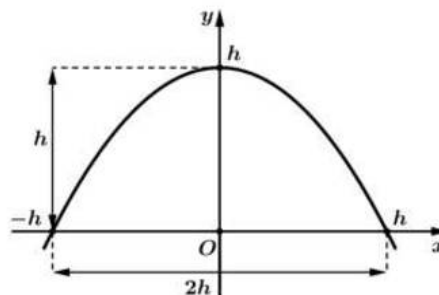
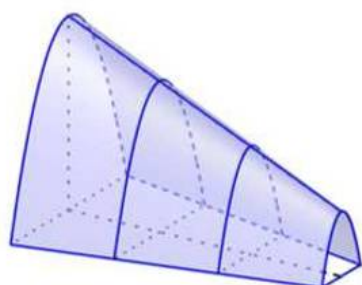
$G(2) = 1 \Rightarrow 2.2 + \ln 2 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -3 - \ln 2.$

$G(5) + G(-5) = 0 \Leftrightarrow 2.5 + \ln 5 - 3 - \ln 2 + 2.(-5) + \ln 5 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 3 + \ln 2 - 2 \ln 5.$

Do đó $G(-10) = 2.(-10) + \ln 10 + 3 + \ln 2 - 2 \ln 5 = \ln 10 - 2 \ln 5 + \ln 2 - 17.$

Vậy $a + b + c + d = 1 + (-2) + (1) + (-17) = -17.$

Câu 2. Một kỹ sư A thiết kế một mô hình đường hầm như bên dưới. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5(m). Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol (như hình vẽ). Diện tích của thiết diện là $S(x)$ và chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $h = 3 - \frac{2}{5}x$ với x (mét) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa thiết diện.



a) Diện tích thiết diện được tính bởi công thức $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h}\right) dx.$

b) Thể tích của đường hầm được tính theo công thức: $V = \pi \int_0^5 S^2(x) dx \text{ (m}^3\text{)}.$

c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h$.

d) Thể tích của hàm là $29,89 \text{ (m}^3\text{)}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

Thiết diện parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình: $(P): y = ax^2 + h \text{ (} a < 0 \text{)}$.

Theo hình vẽ, điểm $(h; 0) \in (P) \Rightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} \text{ (do } h > 0 \text{)}$.

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{x^2}{h} + h.$$

a) Diện tích của thiết diện: $S = \int_{-h}^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx.$

b) Thể tích của đường hàm được tính theo công thức: $V = \int_0^5 S(x) dx \text{ (m}^3\text{)}.$

c) Parabol có chiều cao h , độ dài đáy bằng $2h$ có phương trình là $y = -\frac{x^2}{h} + h$.

d) Ta có $S = 2 \int_0^h \left(h - \frac{x^2}{h} \right) dx = 2 \left(hx - \frac{x^3}{3h} \right) \Big|_0^h = \frac{4h^2}{3}$. Mà $h = 3 - \frac{2}{5}x$ nên $S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2$.

Thể tích của đường hàm đã cho là:

$$V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \left[\frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2 \right] dx \approx 28,89 \text{ (m}^3\text{)}$$

Câu 3. Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$.

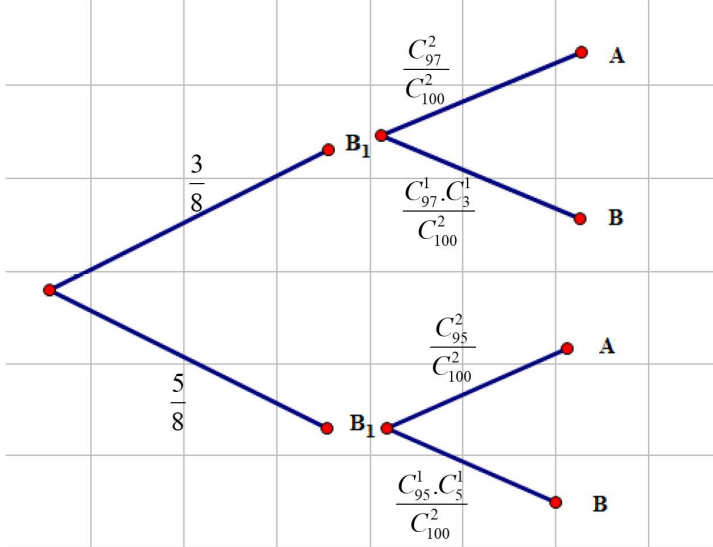
b) Nếu hộp được lấy ra là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}$.

c) Xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}$.

d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



Gọi B_1 là biến cố lấy được hộp loại 1.

Gọi B_2 là biến cố lấy được hộp loại 2.

Gọi A là biến cố hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm.

Gọi B là biến cố hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm.

$$P(B_1) = \frac{3}{8}, P(B_2) = \frac{5}{8}, P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^2}{C_{100}^2}, P(B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^1 \cdot C_3^1}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^1 \cdot C_5^1}{C_{100}^2}.$$

a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$.

$$b) P(A|B_1) = \frac{P(AB_1)}{P(B_1)} = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2}}{\frac{3}{8}} = \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} = \frac{776}{825}.$$

$$c) P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^2}{C_{100}^2} \neq \frac{1833}{2000}. \text{ Sai.}$$

$$d) P(B_1|B) = \frac{P(B_1B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^1 \cdot C_3^1}{C_{100}^2}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^1 \cdot C_3^1}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^1 \cdot C_5^1}{C_{100}^2}} = \frac{873}{3248}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$.

a) Vector $\vec{n}(1; 2; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 2; 0)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $22,2^\circ$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng (Δ) bằng $\sqrt{11}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Từ phương trình $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$ ta có một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{v}(1; 2; -3)$.

Do $\frac{1}{1} \neq \frac{1}{2} \neq \frac{-1}{-3}$ nên $\vec{n}(1; 1; -1)$ không là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Thay tọa độ điểm $A(-2; 2; 0)$ vào phương trình $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ta thấy thỏa mãn nên A thuộc d .

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) được tính bằng:

$$\sin(d, P) = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-3)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{6}{\sqrt{3} \cdot 14} \Rightarrow (d, P) \approx 67,8^\circ$$

d) Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc đường thẳng d nên một vectơ chỉ phương của (Δ) chính là tích có hướng giữa vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{v}(1; 2; -3)$ và vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}(1; 1; -1)$.

Ta tính được $\vec{q} = [\vec{v}; \vec{u}] = (1; -2; -1)$.

Do đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d nên giao điểm đó chính là giao điểm của mặt phẳng (P) cắt đường thẳng d .

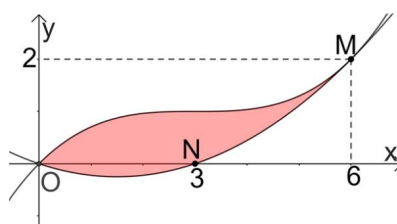
Gọi giao điểm cần tìm là M . Tọa độ giao điểm có dạng $M(-2+t; 2+t; -t)$. Do M thuộc (P) nên ta có $(-2+t) + 2(2+t) - 3(-t) + 4 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(-3; 1; 1)$.

Vậy khoảng cách từ gốc O tới (Δ) là:

$$d(O; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{OM} \cdot \vec{q}|}{|\vec{q}|} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = 3$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là một bông hoa có 6 cách hoa giống nhau, sắp xếp cách đều như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng giới hạn

bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

(C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0)$, $M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 210 nghìn đồng. Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị: nghìn đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5040

(P) đi qua điểm $O(0;0)$ nên (P) đi qua 2 điểm $M(6;2)$ và $N(3;0)$ nên ta có hệ phương trình

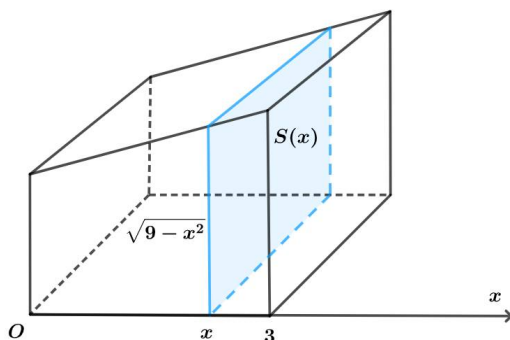
$$\begin{cases} 36a + 6b = 2 \\ 9a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{9} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Suy ra: (P): $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}x$

Khi đó, diện tích của logo là $S = 6 \int_0^6 \left(\frac{(x-3)^3}{27} + 1 \right) - \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}x \right) dx = 24$

Chi phí vẽ logo là $24.210 = 5040$ (nghìn đồng)

Câu 2. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích của vật thể đã cho.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 18

Ta có: mặt cắt của vật thể là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ nên diện tích mặt cắt là:

$$S(x) = \left(\sqrt{9-x^2}\right)^2 = 9-x^2, \text{ do } 9-x^2 \geq 0, \forall x \in [0;3].$$

$$\text{Thể tích của vật thể đã cho là: } V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 (9-x^2) dx = \left(9x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^3 = 18.$$

Câu 3. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,25

Xét hai biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi”;

B : “Học sinh được chọn ra là học sinh nữ”.

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là xác suất của A với điều kiện B .

$$\text{Có 52 học sinh nữ đạt điểm giỏi nên: } P(AB) = \frac{52}{400} = 0,13.$$

$$\text{Có 210 học sinh nữ nên: } P(B) = \frac{210}{400} = 0,525.$$

$$\text{Do đó, } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,13}{0,525} \approx 0,25.$$

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là 0,25.

Câu 4. Khi gán hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(1;0;3)$, $(5;0;1)$ và $(5;9;1)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 27

Mặt phẳng (ABC) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB}(4;0;-2)$ và $\overrightarrow{BC}(0;9;0)$.

$$\text{Ta có: } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (18;0;36).$$

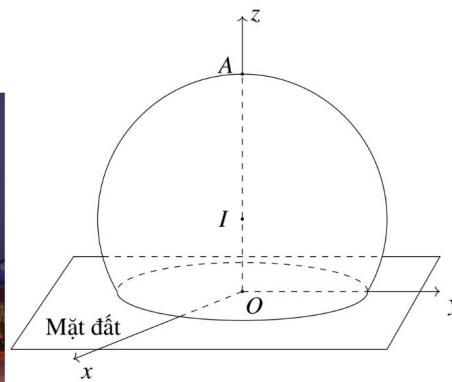
Do đó, vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$

Lại có, (Oxy) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

Từ đó, góc có α giữa mái nhà bên phải và nền nhà có $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $\alpha \approx 27^\circ$.

Câu 5. Ericsson Globe (Thụy Điển) là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới (năm 2020), với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm I , đường kính 110 m và $OA = 85$ m như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Biết phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$, hãy tính giá trị biểu thức $T = a + b + c + R$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 85

Theo giả thiết đường kính 110 m nên bán kính $R = 55$ m.

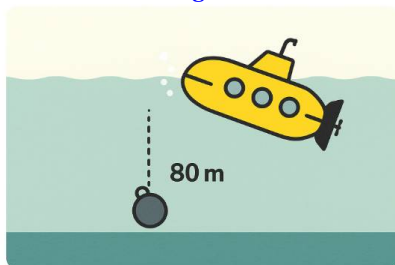
Ta có $OI = OA - IA = 85 - 55 = 30$ suy ra $I(0; 0; 30)$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + (z - 30)^2 = 55^2$

$\Rightarrow T = a + b + c + R = 85$

Câu 6. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một tàu ngầm bắt đầu lặn tại điểm $P(100; 200; 0)$ với vận tốc 11,1 hải lý/giờ theo hướng tới mục tiêu $Z(500; 600; -80)$ cho đến khi đạt độ sâu 80 m (1 hải lý/giờ sắp xỉ 1,852 km/h)

Sau đó, tàu tiếp tục di chuyển ngang hướng theo vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$ với vận tốc 11 hải lý/giờ. Một quả cầu T được thả đồng thời khi tàu ngầm bắt đầu lặn, từ tàu nghiên cứu $S(700; 800; 0)$ và rơi thẳng đứng xuống với vận tốc $0,5 \text{ m/s}$. Tính khoảng cách tàu ngầm với quả cầu khi tàu ngầm đi đến thẳng dưới S (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5

Ta có $\overrightarrow{PZ} = (400; 400; -80)$.

- Đoạn lặn $P \rightarrow Z$ (dừng ở độ sâu 80 m):
$$\begin{cases} x = 100 + 400t \\ y = 200 + 400t \\ z = 0 - 80t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

- Chuyển động ngang từ Z theo vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$:
$$\begin{cases} x = 500 + s \\ y = 600 + s \\ z = -80 \end{cases} \quad s \geq 0$$

- Quả cầu rơi thẳng đứng từ S :
$$\begin{cases} x = 700 \\ y = 800 \\ z = -0,5\tau \end{cases} \quad \tau \geq 0$$

- Tàu đi đến thẳng dưới S khi $x = 700, y = 800 \Rightarrow s = 200$.

- Thời gian: lặn $P \rightarrow Z$: $t_1 = \frac{|\overrightarrow{PZ}|}{11,1} = \frac{80\sqrt{51}}{5,7103} \approx 100,05 \text{ s}$;

- Thời gian đi ngang tới dưới S : $t_2 = \frac{200\sqrt{2}}{11} = \frac{200\sqrt{2}}{5,6589} \approx 49,98 \text{ s}$.

- Lúc đó quả cầu có $z = -0,5(t_1 + t_2) \approx -75 \text{ m}$, còn tàu ở $z = -80 \text{ m}$, vậy khoảng cách giữa tàu ngầm với quả cầu bằng 5m

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

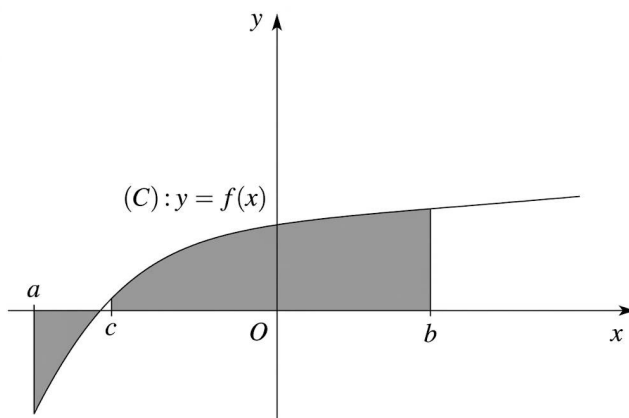
Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$. B. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + \frac{x^2}{2} + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$. D. $2^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 2. Biết $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 [3f(x) - 2g(x)] dx = 61$. Tính $\int_0^9 g(x) dx$ bằng.

- A. -25. B. 25. C. -86. D. 86.

Câu 3. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

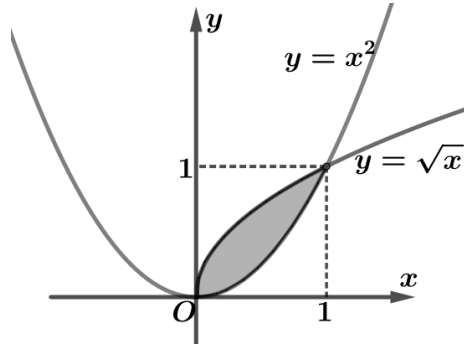
Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x, y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ là

- A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 1$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công thức:

- A. $\pi \int_a^b (2x^2 + 1) dx$. B. $\pi \int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$. C. $\int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $\int_a^b (2x^2 + 1) dx$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



- A. $V = \frac{9\pi}{10}$. B. $V = \frac{3\pi}{10}$. C. $V = \frac{\pi}{10}$. D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Câu 7. Cho hai biến cố độc lập A và B với $P(A) = 0,7, P(B) = 0,2$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng:

- A. 0,3. B. 0,7 C. 0,8 D. 0,2.

Câu 8. Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7, P(M|N) = 0,8, P(M|\bar{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$

- A. $\frac{11}{17}$. B. $\frac{14}{17}$. C. $\frac{3}{17}$. D. $\frac{13}{17}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Góc giữa

hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. 30° .

B. 120° .

C. 150° .

D. 60° .

Câu 12. Trong không gian Oxyz cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $x + 2y + z + 4 = 0$.

B. $x + 2y + z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - z - 6 = 0$.

D. $x + 2y + z - 4 = 0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10s, tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t) = -9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

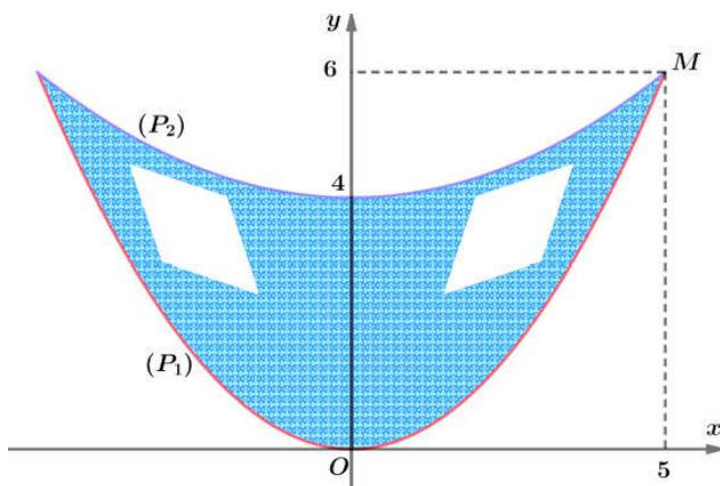
a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m.

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m.

Câu 2. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn Trúc Linh dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy, là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0; 4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5; 6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2} \text{ cm}$ và $4\sqrt{2} \text{ cm}$ để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: 16 cm^2 .

b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.

c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

d) Diện tích giấy được bạn Trúc Linh sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là $\frac{80}{3} (cm^2)$.

Câu 3. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

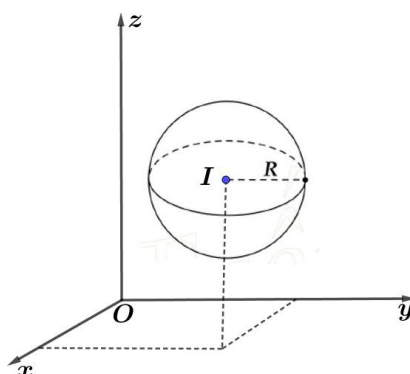
a) Xác suất để người đó hút thuốc lá là 14% .

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80% .

c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14% .

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Câu 4. Hình 1 mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1; 2; 2)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10000 m



a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km .

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.

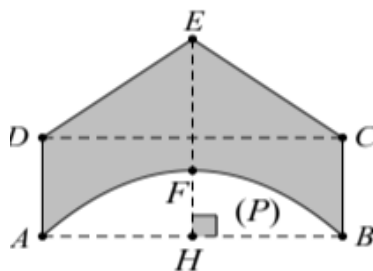
c) Điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

d) Nhà bạn Dũng và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 7)$ và $N(5; 5; 5)$. Nếu cả hai bạn Dũng và bạn Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

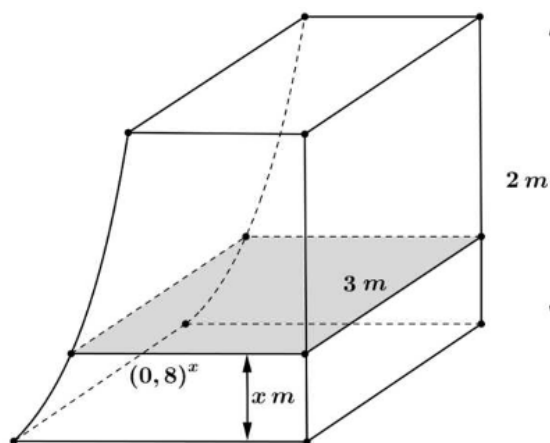
Câu 1. Chị Minh Hiền lên kế hoạch làm một cái biển quảng cáo phẳng, có thiết kế là phần được tô màu đậm trong hình vẽ bên. Đường cong (P) là một parabol có đỉnh là điểm F , có trục đối xứng là FH và đi qua các điểm A, B . Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 8m$, $BC = 3m$, $EH = 6m$, $FH = 2m$. Bác An

kí hợp đồng với công ty X với đơn giá là 1,1 triệu đồng/ $1 m^2$. Hỏi số tiền mà chị Minh Hiền phải trả sau khi làm xong cái biển quảng cáo là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Trả lời:

Câu 2. Một khối bê tông có chiều cao 2 mét được đặt trên mặt đất. Nếu cắt khối bê tông bởi một mặt phẳng nằm ngang và cách mặt đất x mét ($0 \leq x \leq 2$) thì được mặt cắt là một hình chữ nhật có chiều dài 3 m và chiều rộng bằng $(0,8)^x$ mét (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích (đơn vị m^3) của khối bê tông đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

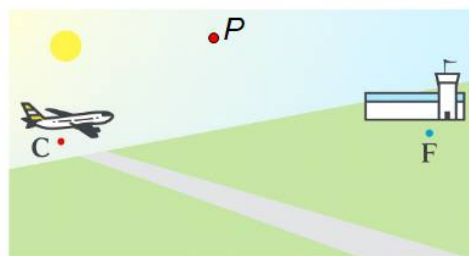
Câu 3. Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tình trạng	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 4. Máy bay Beta hướng tới điểm $C(10; -10; 5)$ theo hướng của véc tơ $\vec{v} = (-2; 2; -1)$. Khi qua điểm C , máy bay Beta nhận lệnh từ đài kiểm soát bay đổi hướng bay theo véc tơ $\vec{w} = (-5; 4; -1)$. Ở điểm P có độ cao 1000 m, máy bay Beta sẽ thực hiện một lần đổi hướng cuối cùng theo vectơ $\vec{u}$ để hạ cánh xuống sân bay F . Tính cosin góc của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{w}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Sân bay F nằm trên mặt phẳng Oxy . Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1 km.

Trả lời:

Câu 5. Một người đứng ở mặt đất điều khiển flycam để phục vụ chương trình truyền hình. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Chiếc flycam đang ở vị trí $M(1;2;4)$ và chuyển động trên đường thẳng song song với mặt đất. Biết hướng chuyển động của flycam là $\vec{u} = (2; a; b)$ (a, b là các số nguyên) sao cho khoảng cách từ vị trí người điều khiển đến đường thẳng chuyển động của flycam là lớn nhất. Tính $a + b$.

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(1;2;20)$, bán kính bằng 50m và có đáy nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Chiều cao của vòm là bao nhiêu mét? (biết đơn vị của hệ trục tọa độ là mét)



Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$. B. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + \frac{x^2}{2} + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$. D. $2^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int (2^x + x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$$

Câu 2. Biết $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 [3f(x) - 2g(x)] dx = 61$. Tính $\int_0^9 g(x) dx$ bằng.

- A. -25. B. 25. C. -86. D. 86.

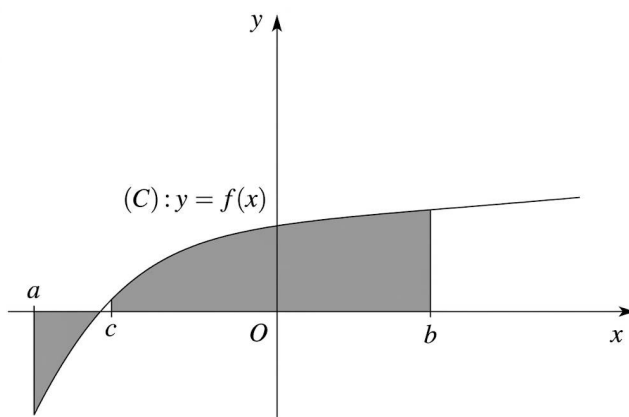
Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int_0^9 [3f(x) - 2g(x)] dx = 61 \Leftrightarrow 3 \int_0^9 f(x) dx - 2 \int_0^9 g(x) dx = 61.$$

$$\Leftrightarrow 111 - 2 \int_0^9 g(x) dx = 61 \Leftrightarrow \int_0^9 g(x) dx = 25.$$

Câu 3. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x, y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ là

- A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x, y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 1 \text{ là } \int_0^1 \left| (x^2 - 2x) - (-2x^2 + 2x) \right| dx = 1.$$

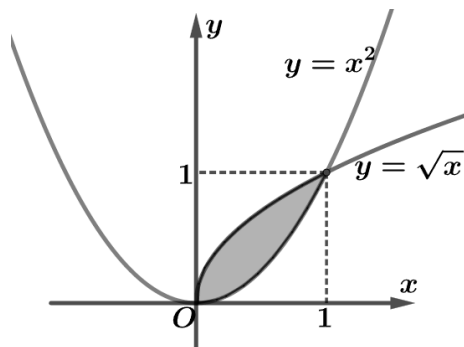
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 1$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công thức:

- A. $\pi \int_a^b (2x^2 + 1) dx$. B. $\pi \int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$. C. $\int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $\int_a^b (2x^2 + 1) dx$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



- A. $V = \frac{9\pi}{10}$. B. $V = \frac{3\pi}{10}$. C. $V = \frac{\pi}{10}$. D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay thu được là } V = \pi \int_0^1 |x^4 - x| dx = \frac{3\pi}{10}.$$

Câu 7. Cho hai biến cố độc lập A và B với $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,2$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng:

- A. 0,3. B. 0,7 C. 0,8 D. 0,2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có hai biến cố độc lập A và B suy ra $P(A|B) = P(A) = 0,7$.

Câu 8. Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7$, $P(M|N) = 0,8$, $P(M|\bar{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$

- A. $\frac{11}{17}$. B. $\frac{14}{17}$. C. $\frac{3}{17}$. D. $\frac{13}{17}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $P(\bar{N}) = 1 - P(N) = 1 - 0,7 = 0,3$

Theo công thức xác suất toàn phần thì

$$P(M) = P(N).P(M|N) + P(\bar{N}).P(M|\bar{N}) = 0,7.0,8 + 0,3.0,4 = 0,68$$

Theo công thức Bayes thì

$$P(N|M) = \frac{P(N).P(M|N)}{P(M)} = \frac{0,7.0,8}{0,68} = \frac{14}{17}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B.

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{(0+1)^2 + (4-2)^2 + (-1-1)^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu tâm I đi qua điểm A : $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên : Chọn $M(1;3;2) \in d$

$$d(d; (P)) = d(M; (P)) = \frac{|1 - 6 + 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Góc giữa

hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. 30° .

B. 120° .

C. 150° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{u}_1; \vec{u}_2$ lần lượt là vector chỉ phương của đường thẳng $d_1; d_2$.

$$\vec{u}_1 = (1; 1; 0); \vec{u}_2 = (-1; 0; 1)$$

$$\text{Áp dụng công thức ta có } \cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|-1|}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow (d_1, d_2) = 60^\circ.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $x + 2y + z + 4 = 0$.

B. $x + 2y + z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - z - 6 = 0$.

D. $x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Vì (Q) qua M và song song với (P) , nên (Q) có phương trình $x + 2y + z + D = 0, D \neq 0$.

Mà $M \in (Q)$ nên $D = -4$.

Vậy $(Q): x + 2y + z - 4 = 0$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t) = -9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m .

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Vận tốc của tên lửa: $v(t) = \int a(t)dt = \int (10 - 2t)dt = 10t - t^2 + C \quad (m/s)$.

Vận tốc ban đầu $v_0 = 50 m/s \Rightarrow C = 50 \Rightarrow v(t) = 10t - t^2 + 50 \quad (m/s)$.

Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10s$ là: $v(10) = 10 \cdot 10 - 10^2 + 50 = 50(m/s)$.

b) Độ cao của tên lửa: $h(t) = \int v(t)dt = \int (10t - t^2 + 50)dt = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t + C_1 \quad (m)$.

$h_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t(m)$

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10s$ là:

$h(10) = 5 \cdot 10^2 - \frac{1}{3} \cdot 10^3 + 50 \cdot 10 \approx 666,7(m)$.

c) Vận tốc của tên lửa đạt được từ thời điểm $t = 10s$ trở đi là: $v(t) = \int (-9,8)dt = -9,8t + C_1(m/s)$

Vận tốc ban đầu $v_{10} = 50 m/s \Rightarrow C_1 = 148 \Rightarrow v(t) = -9,8t + 148(m/s)$.

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm t là $h(t): h'(t) = v(t) = -9,8t + 148$.

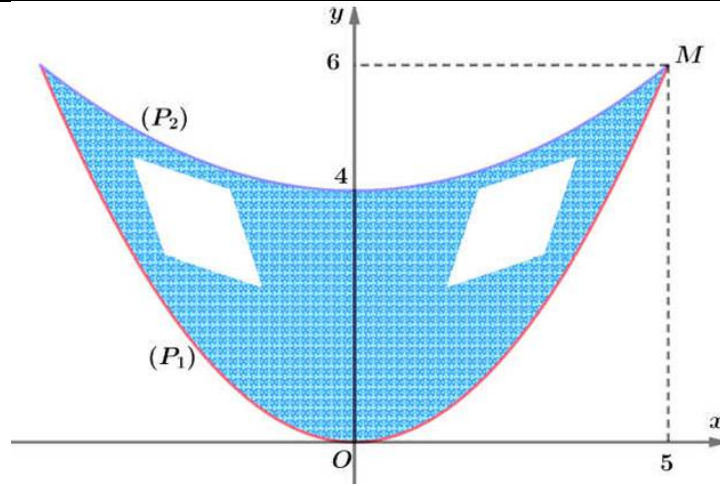
$h'(t) = 0 \Rightarrow -9,8t + 148 = 0 \Rightarrow t \approx 15(s)$.

Lập bảng biến thiên ta được $h_{\max} \Leftrightarrow t = 15$.

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được là: $h_{\max} = h(15)$. Lại có:

$h(15) - h(10) = \int_{10}^{15} (-9,8t + 148)dt = 127,5 \Rightarrow h(15) = 127,5 + h(10) = 127,5 + 666,7 \approx 794,2(m)$.

Câu 2. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn Trúc Linh dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy, là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}cm$ và $4\sqrt{2}cm$ để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: 16 cm^2 .

b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.

c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3} (\text{cm}^2)$.

d) Diện tích giấy được bạn Trúc Linh sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là $\frac{80}{3} (\text{cm}^2)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Diện tích hai hình thoi bằng $2 \cdot \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}^2$.

b) Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì trục Oy làm trục đối xứng nên $x = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Vì $O(0;0); M(5;6) \in (P_1)$ nên $\begin{cases} c = 0 \\ 6 = a \cdot 5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = \frac{6}{25} \end{cases}$

Do đó $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$.

Gọi $(P_2): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), tương tự $b = 0$

Vì $(0;4); M(5;6) \in (P_2)$ nên $\begin{cases} 4 = 0 + c \\ 6 = a \cdot 5^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = \frac{2}{25} \end{cases}$

Vậy $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$

c) Vì mặt nạ đối xứng qua Oy nên ta có: $S = 2 \cdot \int_0^5 \left| \frac{6}{25}x^2 - \left(\frac{2}{25}x^2 + 4 \right) \right| dx = \frac{80}{3} \text{ cm}^2$

d) Diện tích giấy là $\frac{80}{3} - 16 = \frac{32}{3} \text{ cm}^2$.

Câu 3. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

a) Xác suất để người đó hút thuốc lá là 14% .

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80% .

c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14% .

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Gọi A là biến cố người đó có hút thuốc lá

Gọi B là biến cố người đó bị ung thư phổi.

Ta có xác suất người đó hút thuốc lá $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1124 + 1126}{10000} = \frac{2250}{10000} = \frac{9}{40} = 22,5\%$.

b) Số người bị ung thư phổi là $n(B) = 1124 + 276 = 1400$.

Ta có $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{1124}{1400} = 80,29 > 80\%$.

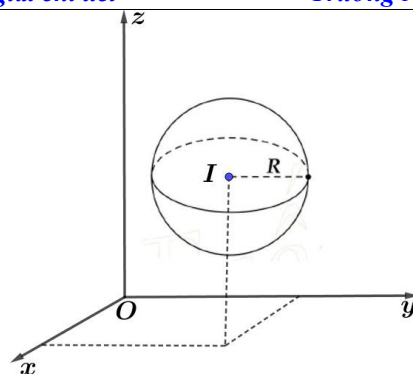
c) Ta có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1124 + 276}{10000} = 14\%$

d) Ta tính $P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{1124}{2250} = \frac{562}{1125}$.

Tính $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{276}{7750}$.

Vậy $\frac{P(B|A)}{P(B|\bar{A})} = \frac{562}{1125} : \frac{276}{7750} \approx 14$.

Câu 4. Hình 1 mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1; 2; 2)$ trong không gian Oxyz (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10000 m



a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km .

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.

c) Điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

d) Nhà bạn Dũng và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 7)$ và $N(5; 5; 5)$. Nếu cả hai bạn Dũng và bạn Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Đường kính phủ sóng là 10000 m nên bán kính phủ sóng là $R = 5000 \text{ m} = 5 \text{ km}$.

b) Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$

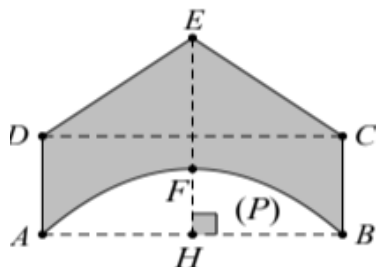
c) $IA = 4 < R$. Vậy điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

d) $IM = 5 = R$ và $IN = \sqrt{34} > R$.

Vậy nhà bạn Dũng nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại. Vậy nhà bạn Nam không nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Chị Minh Hiền lên kế hoạch làm một cái biển quảng cáo phẳng, có thiết kế là phần được tô màu đậm trong hình vẽ bên. Đường cong (P) là một parabol có đỉnh là điểm F , có trục đối xứng là FH và đi qua các điểm A, B . Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 8 \text{ m}$, $BC = 3 \text{ m}$, $EH = 6 \text{ m}$, $FH = 2 \text{ m}$. Bác An kí hợp đồng với công ty X với đơn giá là $1,1$ triệu đồng/ 1 m^2 . Hỏi số tiền mà chị Minh Hiền phải trả sau khi làm xong cái biển quảng cáo là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

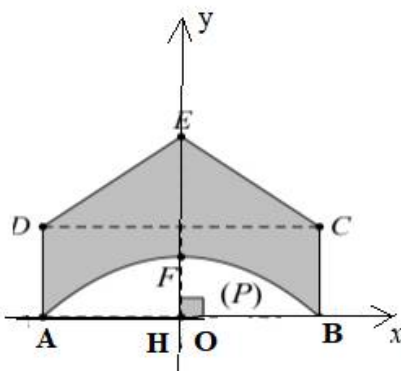


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 27,9

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, một đơn vị trên trục là 1m, khi đó từ các giả thiết ta có:



$$H(0;0), A(-4;0), B(4;0), C(4;3), D(-4;3), E(0;6), F(0;2)$$

Đường thẳng DE đi qua D và E nên có phương trình là $y = \frac{3}{4}x + 6$

Đường thẳng CE đi qua C và E nên có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x + 6$

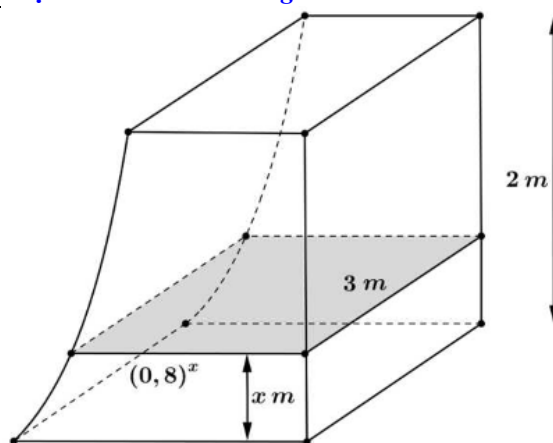
Parabol (P) có phương trình dạng $y = ax^2 + 2$ đi qua $B(4;0)$ nên $a = -\frac{1}{8}$. Suy ra phương trình của parabol là $y = -\frac{1}{8}x^2 + 2$.

Diện tích phần tô đậm bằng

$$\begin{aligned} & \int_{-4}^0 \left[\frac{3}{4}x + 6 - \left(-\frac{1}{8}x^2 + 2 \right) \right] dx + \int_0^4 \left[-\frac{3}{4}x + 6 - \left(-\frac{1}{8}x^2 + 2 \right) \right] dx \\ &= \int_{-4}^0 \left[\frac{3}{4}x - \frac{1}{8}x^2 + 4 \right] dx + \int_0^4 \left[-\frac{3}{4}x - \frac{1}{8}x^2 + 4 \right] dx = \frac{76}{3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Số tiền chị Minh Hiền phải trả là $\frac{76}{3} \times 1,1 \approx 27,9$ triệu đồng.

Câu 2. Một khối bê tông có chiều cao 2 mét được đặt trên mặt đất. Nếu cắt khối bê tông bởi một mặt phẳng nằm ngang và cách mặt đất x mét ($0 \leq x \leq 2$) thì được mặt cắt là một hình chữ nhật có chiều dài 3 m và chiều rộng bằng $(0,8)^x$ mét (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích (đơn vị m^3) của khối bê tông đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,84

Ta có diện tích của mặt cắt là $S(x) = 3 \cdot 0,8^x (m^2)$

Coi trục Ox là trục thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Khi đó, ta thấy khối bê tông bị giới hạn bởi 2 mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = 0, x = 2$; $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm $x (0 \leq x \leq 2)$. Và $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

$$\text{Vậy } V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 3 \cdot 0,8^x dx \approx 4,84.$$

Câu 3. Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tình trạng	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,19

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 5000$.

Gọi A là biến cố: “Người đó bị viêm phổi”

Gọi B là biến cố: “Người đó không nghiện thuốc lá”

Khi đó AB là biến cố: “Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá”.

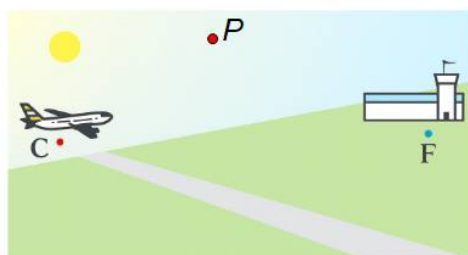
$$\text{Vậy } n(AB) = 572 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{572}{5000}.$$

Ta có $572 + 2440 = 3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B) = 3012$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3012}{5000} = \frac{753}{1250}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{572}{3012} = \frac{143}{753} \approx 0,19.$$

Câu 4. Máy bay Beta hướng tới điểm $C(10; -10; 5)$ theo hướng của véc tơ $\vec{v} = (-2; 2; -1)$. Khi qua điểm C , máy bay Beta nhận lệnh từ đài kiểm soát bay đổi hướng bay theo véc tơ $\vec{w} = (-5; 4; -1)$. Ở điểm P có độ cao 1000 m, máy bay Beta sẽ thực hiện một lần đổi hướng cuối cùng theo vectơ $\vec{u}$ để hạ cánh xuống sân bay F . Tính cosin góc của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{w}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Sân bay F nằm trên mặt phẳng Oxy . Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1 km.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,95

$$\text{Sau khi qua } C, \text{ Beta bay theo } \vec{w} = (-5; 4; -1): \begin{cases} x = 10 - 5\lambda \\ y = -10 + 4\lambda \\ z = 5 - \lambda \end{cases}$$

$$\text{Ở cao } 1000 \text{ m} = 1 \text{ km}: 5 - \lambda = 1 \Rightarrow \lambda = 4.$$

$$\text{Điểm đổi hướng cuối: } P(-10; 6; 1).$$

$$\text{Chặng cuối hướng về } F(-12; 7; 0) \text{ có véc tơ chỉ phương } \overrightarrow{PF} = \vec{u} = (-2; 1; -1).$$

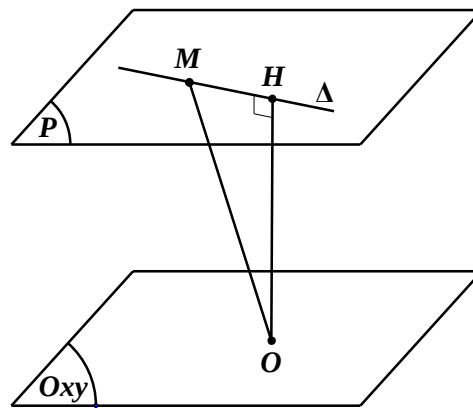
$$\text{Khi đó } \cos \theta = \frac{\vec{w} \cdot \vec{u}}{|\vec{w}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{10 + 4 + 1}{\sqrt{42} \cdot \sqrt{6}} = \frac{15}{\sqrt{252}} \approx 0,95$$

Câu 5. Một người đứng ở mặt đất điều khiển flycam để phục vụ chương trình truyền hình. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Chiếc flycam đang ở vị trí $M(1; 2; 4)$ và chuyển động trên đường thẳng song song với mặt đất. Biết hướng chuyển động của flycam là $\vec{u} = (2; a; b)$ (a, b là các số nguyên) sao cho khoảng cách từ vị trí người điều khiển đến đường thẳng chuyển động của flycam là lớn nhất. Tính $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với (Oxy) , Δ là đường thẳng mà flycam chuyển động.

Khi đó Δ đi qua M và (P) chứa Δ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O xuống Δ .

Vì $OH \leq OM$ nên $d(O, \Delta) \max \Leftrightarrow OH \max \Leftrightarrow H \equiv M$.

Do đó hướng chuyển động của flycam là $\vec{u}_\Delta = [\vec{OM}; \vec{n}_{(Oxy)}] = (2; -1; 0)$.

Vậy $a = -1$ và $b = 0$, nên $a + b = -1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(1; 2; 20)$, bán kính bằng 50m và có đáy nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Chiều cao của vòm là bao nhiêu mét? (biết đơn vị của hệ trục tọa độ là mét)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 70

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oxy) là 20 m.

Vậy chiều cao của vòm là $20 + 50 = 70$ m.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề **đúng**?

A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$.

B. $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(5) = 2 + F(1)$. Giá trị của $\int_1^5 f(x) dx$

A. 8.

B. 2.

C. -2.

D. -8.

Câu 3. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Diện tích S bằng

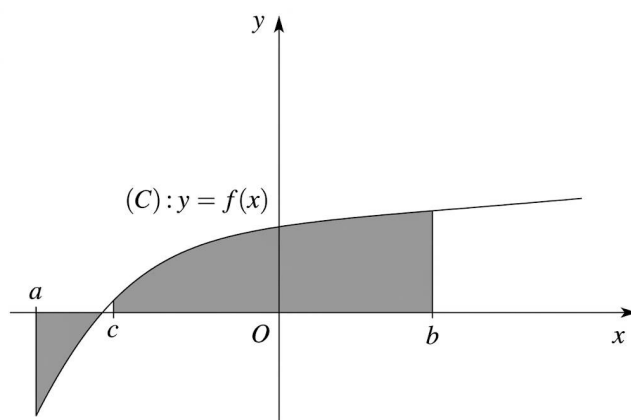
A. $S = \int_1^4 6^{2x} dx$.

B. $S = \pi \int_1^4 6^x dx$.

C. $S = \pi \int_1^4 6^{2x} dx$.

D. $S = \int_1^4 6^x dx$.

Câu 4. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 5. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x .

A. $V = \frac{12\pi}{5}$. B. $V = \frac{12}{5}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 6. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2, y = 0$ và $x = 4, x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V = \frac{7}{6}$. B. $V = \frac{5\pi}{6}$. C. $V = \frac{7\pi}{11}$. D. $V = \frac{11\pi}{6}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B có $P(B) = 0,6, P(A|B) = 0,5$. Khi đó $P(A.B)$ bằng

A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 8. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A)P(B|A)}$. B. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.
C. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$. D. $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

A. $R = \frac{1}{2}$. B. $R = \frac{1}{4}$. C. $R = 2$. D. $R = 4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1), B(2;1;0) C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+5}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(3;4;-5)$. B. $N(2;-5;3)$. C. $P(-3;-4;5)$. D. $Q(2;5;-3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2-m)y + mz - 3 = 0, m$ là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

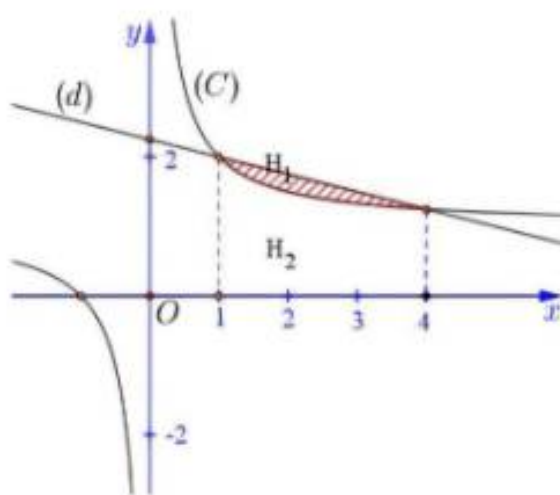
a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ có đồ thị (d) (xem hình bên dưới).



a) $\int f(x)dx = x - \ln|x| + C$ với C là hằng số.

b) Nếu $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$ và $F(1) = 0$ thì $F(2) = 1 + \ln 2$.

c) Hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị (C) , đồ thị (d) và các đường thẳng $x = 1, x = 4$ có diện tích là $S_1 = \frac{15}{8} - \ln 4$.

d) Nếu S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) và H_2 (hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 4$) thì $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{8}$.

Câu 3. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Có 70% người bị bệnh tiểu đường bị bệnh cao huyết áp và 25% người không bị bệnh tiểu đường bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

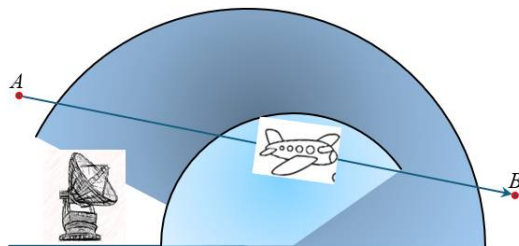
a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.

d) Xác suất chọn được người không bị bệnh tiểu đường, biết người đó bị bệnh huyết áp cao là 0,25.

Câu 4. Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với $1km$. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính $250km$. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi $900km/h$ và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả $50km$ tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A .

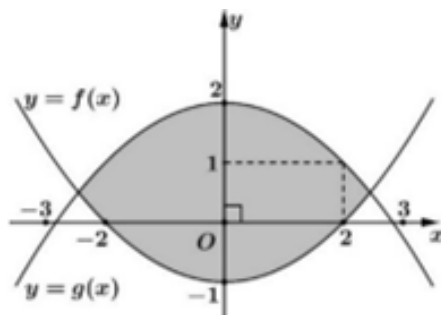
b) Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một người thợ nhận thiết kế một logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet). Chi phí sản xuất mỗi cm^2 trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản xuất mỗi logo là bao nhiêu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

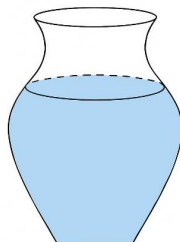


Trả lời:

Câu 2. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $25cm$ (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán

kính $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}(dm)$ với $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa

(tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời:

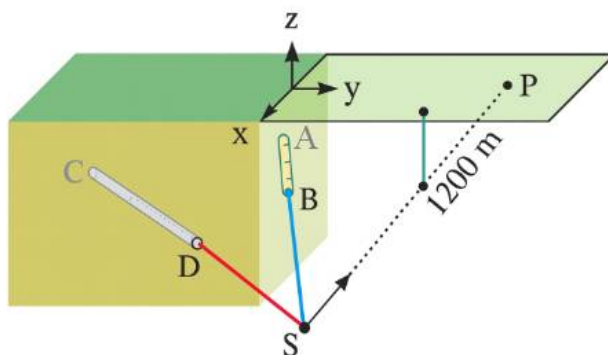
Câu 3. Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

Trả lời:

Câu 4. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(1; -2; 3)$ đến vị trí $B(2; 8; 7)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100 m và mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng). Từ điểm $A(-7;-3;-8)$ qua điểm $B(-2;0;-9)$ một đường hầm thẳng tên Kuckucksloch sẽ được đào xuyên vào núi.



Tương tự, từ điểm $C(4; -6; -6)$ qua điểm $D(7; -1; -8)$ một đường hầm thẳng tên Morgenstern cũng sẽ được xây dựng. Sau khi khoan xong 2 đường hầm sẽ gặp nhau tại điểm S . Từ điểm S , đường hầm Kuckucksloch tiếp tục đào theo hướng véc tơ $(2; 1; 2)$, cho đến khi đến điểm P trên mặt đất mà đường hầm sẽ chạm tới. Trên đoạn SP , cách P một khoảng 1200 m sẽ đào một lối thoát hiểm thẳng đứng. Tính độ sâu cần đào bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3; -2; 1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(2; -5; 0)$ trên đường băng. Có một đám mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 16$ tại $M\left(\frac{10}{9}; -\frac{25}{9}; \frac{7}{9}\right)$. Hỏi độ cao của máy bay khi đi xuyên qua đám mây để hạ cánh bằng bao nhiêu kilômét? (Giả sử mặt đất ở vị trí máy bay đang bay được coi là mặt phẳng mặt phẳng (Oxy))

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề **đúng**?

A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$.

B. $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int f(x) dx = \int (\cos x + 2) dx = \sin x + 2x + C$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x)$ trên R thỏa mãn $F(5) = 2 + F(1)$. Giá trị của $\int_1^5 f(x) dx$

A. 8.

B. 2.

C. -2.

D. -8.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_1^5 f(x) dx = F(x) \Big|_1^5 = F(5) - F(1) = 2$ vì $F(5) = 2 + F(1)$

Câu 3. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Diện tích S bằng

A. $S = \int_1^4 6^{2x} dx$.

B. $S = \pi \int_1^4 6^x dx$.

C. $S = \pi \int_1^4 6^{2x} dx$.

D. $S = \int_1^4 6^x dx$.

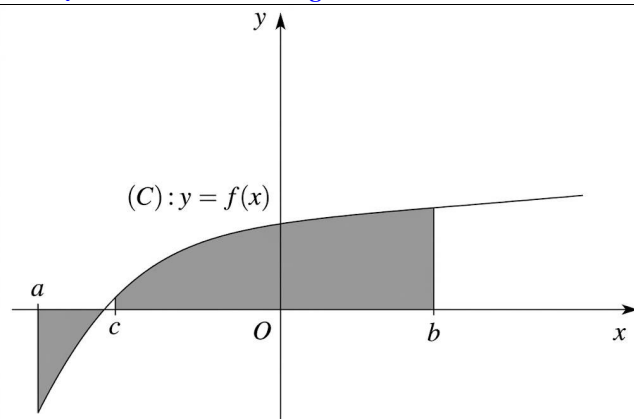
Lời giải

Chọn D.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ là

$S = \int_1^4 6^x dx$.

Câu 4. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 5. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x .

A. $V = \frac{12\pi}{5}.$

B. $V = \frac{12}{5}.$

C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}.$

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}.$

Lời giải

Chọn D.

Diện tích thiết diện: $S(x) = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}.$

Thể tích của vật thể: $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^1 x^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{12} (x^3) \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{12}.$

Câu 6. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2, y = 0$ và $x = 4, x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V = \frac{7}{6}.$

B. $V = \frac{5\pi}{6}.$

C. $V = \frac{7\pi}{11}.$

D. $V = \frac{11\pi}{6}.$

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

$$V = \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx = \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9$$

$$= \pi \left(\frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left(\frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) = \frac{11\pi}{6}.$$

Câu 7. Cho hai biến cố A, B có $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,5$. Khi đó $P(A.B)$ bằng

- A.** $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P(A|B) = \frac{P(A.B)}{P(B)} \Rightarrow P(A.B) = P(B).P(A|B) = 0,6.0,5 = \frac{3}{10}$.

Câu 8. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.** $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A)P(B|A)}$. **B.** $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.
- C.** $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$. **D.** $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó, công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} \text{ hay còn có thể viết dưới dạng:}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

- A.** $R = \frac{1}{2}$. **B.** $R = \frac{1}{4}$. **C.** $R = 2$. **D.** $R = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Bán kính mặt cầu: $R = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x + 2z + 1 = 0$

B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$

C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$

D. $3x + 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+5}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(3; 4; -5)$.

B. $N(2; -5; 3)$.

C. $P(-3; -4; 5)$.

D. $Q(2; 5; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

Thay tọa độ của điểm $M(3; 4; -5)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{3-3}{2} = \frac{4-4}{-5} = \frac{-5+5}{3}$.

Do đó $M \in d$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (4; 2 - m; m)$.

Ta có: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{n_{(Q)}} \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(Q)}} = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 1 + 2 - m - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Nên $m = 2$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Ta có lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là $\int_0^{50} P'(x) dx = \int_0^{50} (-0,0008x + 10,4) dx = 519$ (triệu đồng)

b) Ta gọi lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm là $P(a)$

$$P(a) = \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = \left[-\frac{0,0008}{2} x^2 + 10,4x \right]_{50}^a$$

$$= -\frac{1}{2500} a^2 + 10,4a - 519.$$

$$\text{Ta có } P(a) > 517 \Leftrightarrow -\frac{1}{2500} a^2 + 10,4a - 1036 > 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900$$

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính

$$P(x) = \int P'(x) dx = -\frac{0,0008}{2} x^2 + 10,4x + C$$

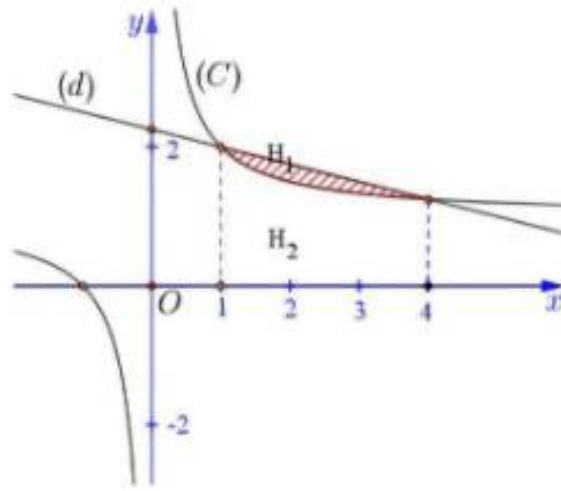
Chọn $x = 0$ thì $P(0) = 0$ nên ta có $C = 0$

Vậy lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P(x) = -\frac{0,0008}{2} x^2 + 10,4x.$$

d) Ta có $\int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = 51,79$ nên sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ có đồ thị (d) (xem hình bên dưới).



a) $\int f(x)dx = x - \ln|x| + C$ với C là hằng số.

b) Nếu $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$ và $F(1) = 0$ thì $F(2) = 1 + \ln 2$.

c) Hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị (C) , đồ thị (d) và các đường thẳng $x=1, x=4$

có diện tích là $S_1 = \frac{15}{8} - \ln 4$.

d) Nếu S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) và H_2 (hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

(C) , trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=4$) thì $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{8}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có: $\int f(x)dx = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right)dx = x + \ln|x| + C$.

b) $F(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + \ln|1| + C = 0 \Leftrightarrow C = -1$.

$\Leftrightarrow F(2) = 2 + \ln 2 - 1 = 1 + \ln 2$.

c) Diện tích hình phẳng H_1 giới hạn bởi bởi đồ thị (C) , đồ thị (d) và các đường thẳng $x=1, x=4$ có

diện tích là $S_1 = \int_1^4 |f(x) - g(x)|dx = \int_1^4 \left| -\frac{5}{4} + \frac{1}{x} + \frac{1}{4}x \right|dx = \left| -\frac{5}{4}x + \ln|x| + \frac{x^2}{8} \right|_1^4$

$= \left| -5 + \ln 4 + \frac{16}{8} + \frac{5}{4} - 0 - \frac{1}{8} \right| = \left| -\frac{15}{8} + \ln 4 \right| = \frac{15}{8} - \ln 4$.

d) Diện tích hình phẳng H_2 (giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=4$) là

$S_2 = \left| \int_1^4 f(x)dx \right| = \left| (x + \ln|x|) \Big|_1^4 \right| = |4 + \ln 4 - 1 - \ln 1| = 3 + \ln 4$.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{15}{8} - \ln 4}{3 + \ln 4} \approx 0.11.$$

Câu 3. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Có 70% người bị bệnh tiểu đường bị bệnh cao huyết áp và 25% người không bị bệnh tiểu đường bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.

d) Xác suất chọn được người không bị bệnh tiểu đường, biết người đó bị bệnh huyết áp cao là 0,25.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

Gọi A : “chọn được người bị bệnh tiểu đường” $\Rightarrow P(A) = 0,4$.

B : “chọn được người bị bệnh huyết áp cao”

Ta có: $P(B|A) = 0,7$ và $P(B|\bar{A}) = 0,25$

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7

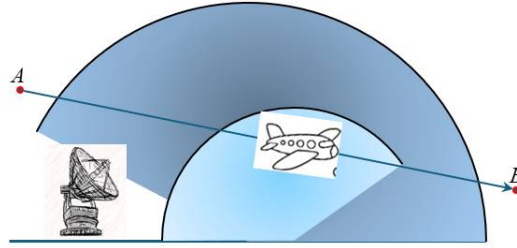
c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,25 = 0,43$$

d) Xác suất chọn được người không bị bệnh tiểu đường, biết người đó bị bệnh huyết áp cao là:

$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4.0,7}{0,43} \approx 0,35.$$

Câu 4. Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian Oxyz, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1km. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính 250km. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi 900km/h và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả 50km tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát hiện của radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 62500$.

Ta có khoảng cách $OA = \sqrt{300^2 + (-400)^2 + 100^2} \approx 510 > 250$.

Do đó, Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-600; 800; 0) \Rightarrow \vec{u} = (-3; 4; 0)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 100 \end{cases}$$

c) Gọi M là vị trí của UAV xác định tại thời điểm t. Khi đó $M(300 - 3t; -400 + 4t; 100)$.

Khoảng cách từ M đến radar là

$$OM = \sqrt{(300 - 3t)^2 + (-400 + 4t)^2 + 100^2} = \sqrt{25t^2 - 5000t + 260000} = \sqrt{(5t - 500)^2 + 10000} \geq 100$$

Khoảng cách ngắn nhất từ UAV đến radar là $100 > 50$ nên UAV không gây nhiễu được radar.

d) 30 phút bằng 0,5 giờ.

UAV nằm trong phạm vi của radar khi

$$OM \leq 250$$

$$\Leftrightarrow OM^2 \leq 62500$$

$$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 260000 \leq 62500$$

$$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 197500 \leq 0$$

$$\approx 54 \leq t \leq 145$$

$$\text{Với } t \approx 54 \Rightarrow M_1(138; -184; 100)$$

Với $t \approx 145 \Rightarrow M_2(-135; 180; 100)$

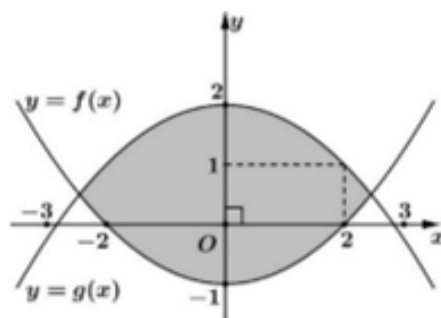
Khoảng cách $M_1M_2 \approx 455$

UAV bay với vận tốc không đổi 900 km/h nên UAV đi từ M_1 đến vị trí M_2 khoảng 0,51 giờ.

Do đó, Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một người thợ nhận thiết kế một logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet). Chi phí sản xuất mỗi cm^2 trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản xuất mỗi logo là bao nhiêu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 9798

Gọi phương trình parabol $y = g(x)$ là $g(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$ đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là $(2; 1), (0; 2), (-2; 1)$.

$$\text{Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \text{ nên } g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$$

Gọi phương trình parabol $y = f(x)$ là $f(x) = mx^2 + nx + p$ với $m \neq 0$ đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là $(-2; 0), (0; -1), (2; 0)$.

$$\text{Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được } \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ n = 0 \\ p = -1 \end{cases} \text{ nên } f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là:

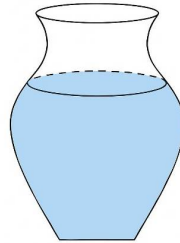
$$S_2 = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} |f(x) - g(x)| dx = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left| \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right| dx$$

Chi phí mỗi logo là:

$$T = 1000 \cdot \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left| \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right| dx \approx 9798 \text{ đồng.}$$

Câu 2. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $25cm$ (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} (dm)$ với $x \in \left[0; \frac{5}{2} \right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa

(tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 92

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng $x(dm)$ là:

$$S(x) = \pi R^2 = \pi \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 (dm^2)$$

$$\text{Lượng nước đổ đầy bình hoa là: } V = \int_0^{\frac{5}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{2}} \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,66 (dm^3)$$

Lượng nước đổ vào bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình là:

$$V_1 = \int_0^{\frac{5}{3}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{3}} \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,37 (dm^3)$$

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình

$$\text{so với thể tích của bình hoa là } \frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{3,37}{3,66} \cdot 100\% \approx 92\%.$$

Câu 3. Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,29

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

$$\text{Ta có: } P(A) = 0,25; P(B|A) = 0,72; P(\bar{A}) = 0,75; P(B|\bar{A}) = 0,14$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285 \approx 0,29$$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,29.

Câu 4. Khi gắn hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(1;-2;3)$ đến vị trí $B(2;8;7)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Lời giải

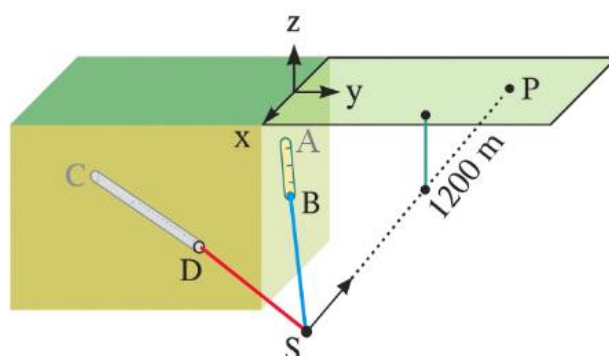
Đáp án: 22

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;10;4)$, mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0;0;1)$.

Từ đó, gọi α là góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)). Ta có $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{117}}$.

Suy ra $\alpha \approx 22^\circ$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (Mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100 m và mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, xem mặt đất là mặt phẳng). Từ điểm $A(-7;-3;-8)$ qua điểm $B(-2;0;-9)$ một đường hầm thẳng tên Kuckucksloch sẽ được đào xuyên vào núi.



Tương tự, từ điểm $C(4; -6; -6)$ qua điểm $D(7; -1; -8)$ một đường hầm thẳng tên Morgenstern cũng sẽ được xây dựng. Sau khi khoan xong 2 đường hầm sẽ gặp nhau tại điểm S . Từ điểm S , đường hầm Kuckucksloch tiếp tục đào theo hướng véc tơ $(2; 1; 2)$, cho đến khi đến điểm P trên mặt đất mà đường hầm sẽ chạm tới. Trên đoạn SP , cách P một khoảng 1200 m sẽ đào một lối thoát hiểm thẳng đứng. Tính độ sâu cần đào bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 800

$$\text{- Hầm Kuckucksloch qua } A, B: \overline{AB} = (5; 3; -1): k: \begin{cases} x = -7 + 5t \\ y = -3 + 3t \\ z = -8 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\text{- Hầm Morgenstern qua } C, D: \overline{CD} = (3; 5; -2): m: \begin{cases} x = 4 + 3s \\ y = -6 + 5s \\ z = -6 - 2s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Giải hệ $k = m: t = 4, s = 3 \Rightarrow S(13; 9; -12)$.

-Từ S đào theo $\vec{u} = (2; 1; 2)$. Điểm chạm mặt đất P

$$\text{Đường thẳng: } SP: \begin{cases} x = 13 + 2\lambda \\ y = 9 + \lambda \\ z = -12 + 2\lambda \end{cases} \quad (\lambda \geq 0)$$

Giao với $z = 0 \Rightarrow -12 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 6$ suy ra $P(25; 15; 0)$;

-Gọi Q là điểm trong lòng núi nằm trên đoạn SP , sao cho Q cách P 1200 m hay $QP = 12$ đơn vị. Ta có $SP = 18$. Suy ra $Q = (17; 11; -8)$. Ta được:

Vị trí trên mặt đất để khoan thẳng đứng: $G(17; 11; 0)$.

Độ sâu cần khoan: $|z_Q| = 8dv = 800m$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3; -2; 1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(2; -5; 0)$ trên đường băng. Có một đám mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 16$ tại $M\left(\frac{10}{9}; -\frac{25}{9}; \frac{7}{9}\right)$. Hỏi độ cao của máy bay khi đi xuyên qua đám mây để hạ cánh bằng bao nhiêu kilômét? (Giả sử mặt đất ở vị trí máy bay đang bay được coi là mặt phẳng mặt phẳng (Oxy))

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,4

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(2; -1; -1); \overline{IM} = \left(-\frac{8}{9}; -\frac{16}{9}; \frac{16}{9}\right) = -\frac{8}{9}(1; 2; -2).$$

Vì (P) tiếp xúc với (S) tại M nên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $x - \frac{10}{9} + 2\left(y + \frac{25}{9}\right) - 2\left(z - \frac{7}{9}\right) = 0$ hay $(P): x + 2y - 2z + 6 = 0$.

Giả sử điểm $C(a; b; c)$ là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh, suy ra $C \in (P)$ và ba điểm A, B, C thẳng hàng, C nằm giữa A và B .

Do đó $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ với $k > 0$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (a - 3; b + 2; c - 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -1)$.

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = -k \\ b + 2 = -3k \\ c - 1 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 - k \\ b = -2 - 3k \\ c = 1 - k \end{cases} \Rightarrow C(3 - k; -2 - 3k; 1 - k).$$

$$C \in (P) \Rightarrow 3 - k + 2(-2 - 3k) - 2(1 - k) + 6 = 0 \Rightarrow k = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Suy ra } C\left(\frac{12}{5}; -\frac{19}{5}; \frac{2}{5}\right).$$

Vậy tại vị trí C , độ cao của máy bay là $\frac{2}{5} = 0,4$ km.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm khẳng định sai

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

C. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b.$

Câu 2. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ và $F(4) = 9, F(1) = 3.$

Giá trị của $\int_1^4 [f(x) + 2] dx$ bằng

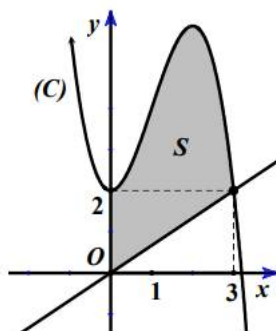
A. 0.

B. 8.

C. -4.

D. 12.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S có hình phẳng được tô như trong hình.



A. $S = 10.$

B. $S = \frac{39}{4}.$

C. $S = \frac{41}{4}.$

D. $S = 13.$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ là:

A. $e^2 - 1$

B. e^2

C. $e^2 + 1$

D. $(e^2 - 1)\pi$

Câu 5. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 2$) cắt vật thể đó có diện tích $S(x) = 2026x$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

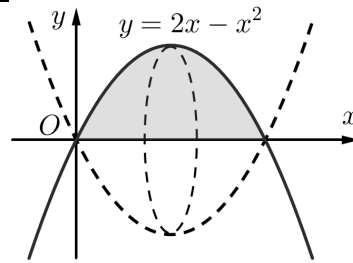
A. $1518\pi.$

B. 3039.

C. $3039\pi.$

D. 3036.

Câu 6. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2, y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:



- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{13\pi}{15}$. C. $\frac{14\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,6; P(B) = 0,5; P(A|B) = 0,2$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{6}{25}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8. Trong hộp có 3 cây bút xanh và 7 bút đỏ. Bạn Bảo Toàn lấy lần lượt 2 lần, mỗi lần lấy 1 cây bút và không hoàn lại hộp. Xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là bút đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng là bút đỏ là?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Toạ độ tâm của mặt cầu đã cho là:

- A. $(2; -1; 3)$. B. $(-2; 1; 3)$. C. $(-2; 1; -3)$. D. $(-2; -1; 3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $B(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): y + 1 = 0$.

Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. y_0 . B. $|y_0|$. C. $\frac{|y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$. D. $|y_0 + 1|$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ là một vectơ chỉ phương?

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox ?

- A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 150° .

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$.

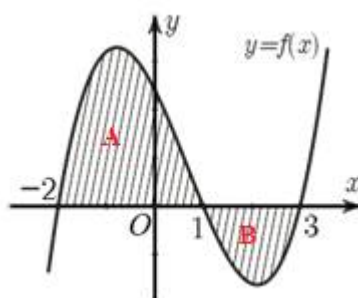
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là đoạn $[-1; 1]$

b) $\int f(x) dx = x^2 + \sin x$.

c) $\int_0^2 f(x) dx = 1 + \sin 2$.

d) Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ thì $F(1) = \frac{1}{4}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{5}{2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Gọi $A; B$ là phần diện tích phần được gạch chéo như trong hình dưới.



a) Đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng $y = 0$ tại một điểm phân biệt.

b) $A = \int_{-2}^1 f(x) dx$

c) $\int_{-2}^1 f(x) dx < \int_3^1 f(x) dx$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục Ox ; $x = -2$; $x = 3$ bằng $\frac{1265}{144}$ (đơn vị diện tích).

Câu 3. Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) Xác suất để cả hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) Biết bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ và điểm $A(2;3;-1)$

a) Điểm A không thuộc đường thẳng d .

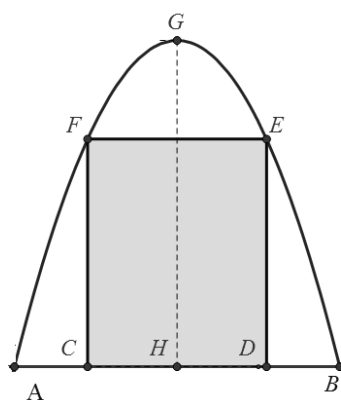
b) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc d có phương trình là $2x + y + 3z + 4 = 0$.

c) Tọa độ giao điểm của d và (P) là điểm $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (Q) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là $24x + 75y - 41z + 249 = 0$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau:



Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng nhựa lõi thép UPVC, khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1500 000 đồng/ m^2 , còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 1000 000 đồng/ m^2 . Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

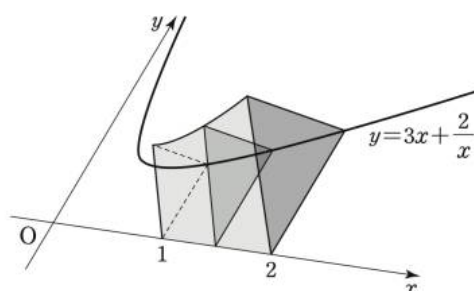
Trả lời:

Câu 2. Cho khối V có đáy là miền phẳng bị giới hạn bởi:

- Đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x}$, $x > 0$

- Trục Ox

- Hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$.



Khi đó, mỗi tiết diện của khối V cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox đều là một tam giác đều. Hỏi thể tích của khối V bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Câu 3. Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

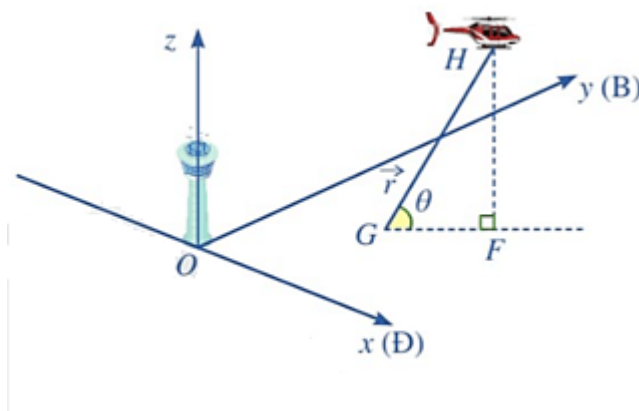
Trả lời:

Câu 4. Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2,5; 15)$ và $(21; 27,5; 10)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.



Trả lời:

Câu 5. Hình bên dưới minh họa đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông (Đ), trục Oy là hướng bắc (B) và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét.

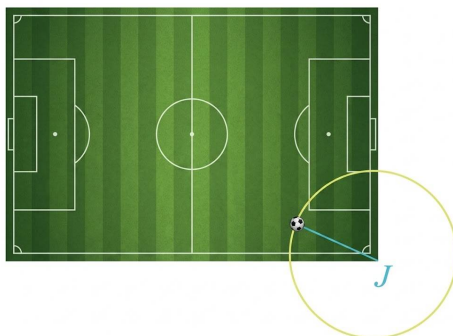


Trực thăng cất cánh từ điểm G . Vector $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là: $\vec{r} = (1+t; 0,5+2t; 2t)$. Tìm góc θ mà đường bay tạo với phương ngang (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

Trả lời:

Câu 6. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc

mặt cầu (S): $(x-22)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 194$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân bóng. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm khẳng định sai

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
- C. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b$.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng các tính chất của nguyên hàm, tích phân suy ra khẳng định sai là C

Câu 2. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ và $F(4) = 9$, $F(1) = 3$.

Giá trị của $\int_1^4 [f(x) + 2] dx$ bằng

- A. 0. B. 8. C. -4. D. 12.

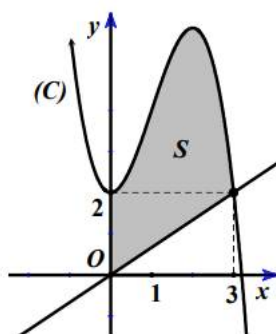
Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int_1^4 f(x) dx = F(x)|_1^4 = F(4) - F(1) = 9 - 3 = 6$.

Khi đó $\int_1^4 [f(x) + 2] dx = \int_1^4 f(x) dx + \int_1^4 2 dx = 6 + 6 = 12$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S có hình phẳng được tô như trong hình.



- A. $S = 10$. B. $S = \frac{39}{4}$. C. $S = \frac{41}{4}$. D. $S = 13$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng đi qua điểm $(0; 0), (3; 2)$ có phương trình là: $y = \frac{2}{3}x$.

$$\Rightarrow S = \int_0^3 \left(-x^3 + 3x^2 + 2 - \frac{2}{3}x \right) dx = \left(-\frac{x^4}{4} + x^3 + 2x - \frac{1}{3}x^2 \right) \Big|_0^3 = \frac{39}{4}.$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là:

- A. $e^2 - 1$ B. e^2 C. $e^2 + 1$ D. $(e^2 - 1)\pi$

Lời giải

Chọn B.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là:

$$S = \int_0^2 e^x dx = e^x \Big|_0^2 = e^2 - 1.$$

Câu 5. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 2$) cắt vật thể đó có diện tích $S(x) = 2026x$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

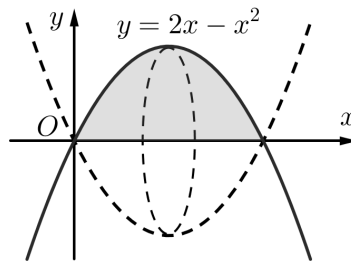
- A. 1518π . B. 3039 . C. 3039π . D. 3036 .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } V = \int_1^2 S(x) dx = \int_1^2 2026x dx = 3039.$$

Câu 6. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:



- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{13\pi}{15}$. C. $\frac{14\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm là: } -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là: } V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$$

Câu 7. Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,5$; $P(A|B) = 0,2$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{6}{25}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,5.0,2}{0,6} = \frac{1}{6}.$$

Câu 8. Trong hộp có 3 cây bút xanh và 7 bút đỏ. Bạn Bảo Toàn lấy lần lượt 2 lần, mỗi lần lấy 1 cây bút và không hoàn lại hộp. Xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là bút đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng là bút đỏ là?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi A là biến cố “cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “cây bút lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Nếu cây bút lấy lần thứ nhất là cây bút đỏ. Khi đó trong hộp còn lại cây bút: gồm 3 cây bút xanh và 6 cây bút đỏ. Vậy xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(A|B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Cách 2:

Gọi A là biến cố “cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “cây bút lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

$$\text{Ta đi tính } P(A|B) \text{ với } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10.9$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 cây bút màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 cây bút màu đỏ trong 9 cây bút còn lại có cách 10 chọn, do đó $P(B) = \frac{7.9}{10.9} = \frac{7}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 cây bút màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 cây bút màu đỏ trong 6 cây bút màu đỏ còn lại có 6 cách chọn, do đó $P(AB) = \frac{7.6}{10.9} = \frac{7}{15}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{3}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Toạ độ tâm của mặt cầu đã cho là:

A. $(2; -1; 3)$.

B. $(-2; 1; 3)$.

C. $(-2; 1; -3)$.

D. $(-2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt cầu tâm $I(a, b, c)$, bán kính R có dạng là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ sẽ có tâm là $(2; -1; 3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $B(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): y + 1 = 0$.

Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. y_0 . B. $|y_0|$. C. $\frac{|y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$. D. $|y_0 + 1|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ là một vector chỉ phương?

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Xét đường thẳng được cho ở câu D, có một vector chỉ phương là

$$\vec{u} = (2; -4; -5) = -(-2; 4; 5) \quad (-2; -1; -1) = -(2; 1; 1) \text{ (thỏa đề bài)}.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox ?

- A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 150° .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (-\sqrt{3}; 1; 0)$

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Góc tạo bởi (P) với trục Ox

$$\sin((P); Ox) = |\cos((P); Ox)| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|-\sqrt{3} \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0|}{\sqrt{3+1} \cdot \sqrt{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60° .

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là đoạn $[-1; 1]$

b) $\int f(x) dx = x^2 + \sin x$.

c) $\int_0^2 f(x) dx = 1 + \sin 2$.

d) Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ thì $F(1) = \frac{1}{4}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) $\int f(x) dx = \int \left(\frac{x}{2} + \cos x \right) dx = \frac{x^2}{4} + \sin x + C$.

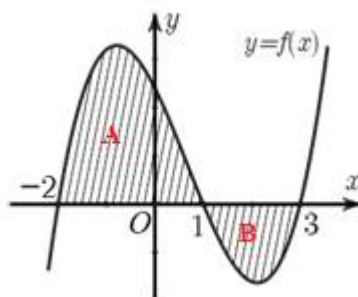
c) $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{x}{2} + \cos x \right) dx = \left(\frac{x^2}{4} + \sin x \right) \Big|_0^2 = 1 + \sin 2$.

d) Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ thì $F(1) = \frac{1}{4}$.

$$F(1) - F(0) = \int_0^1 \left(\frac{x}{2} + \cos x \right) dx = \left(\frac{x^2}{4} + \sin x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} + \sin 1$$

$$\Rightarrow F(1) = \frac{5}{4} + \sin 1.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{5}{2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Gọi A, B là phần diện tích phần được gạch chéo như trong hình dưới.



a) Đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng $y = 0$ tại một điểm phân biệt.

b) $A = \int_{-2}^1 f(x) dx$

c) $\int_{-2}^1 f(x) dx < \int_1^3 f(x) dx$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục Ox ; $x = -2$; $x = 3$ bằng $\frac{1265}{144}$ (đơn vị diện tích).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Dựa vào đồ thị, ta có: Đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng $y = 0$ tại ba điểm phân biệt.

b) Ta có: hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-2; 1]$, nên: $A = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 f(x) dx$

c) Ta có: hàm số $f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 3]$, nên: $B = \int_1^3 |f(x)| dx = -\int_1^3 f(x) dx = \int_3^1 f(x) dx$

Mà từ đồ thị: $A > B \Leftrightarrow \int_{-2}^1 f(x) dx > \int_3^1 f(x) dx$

d) Vì các điểm $(-2; 0); (1; 0); (3; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{5}{2}$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + \frac{5}{2} = 0 \\ a + b + c + \frac{5}{2} = 0 \\ 27a + 9b + 3c + \frac{5}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{12} \\ b = -\frac{5}{6} \\ c = -\frac{25}{12} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{12}x^3 - \frac{5}{6}x^2 - \frac{25}{12}x + \frac{5}{2}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục Ox ; $x = -2$; $x = 3$ là:

$$S = A + B = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_3^1 f(x) dx = \int_{-2}^1 \left(\frac{5}{12}x^3 - \frac{5}{6}x^2 - \frac{25}{12}x + \frac{5}{2} \right) dx + \int_3^1 \left(\frac{5}{12}x^3 - \frac{5}{6}x^2 - \frac{25}{12}x + \frac{5}{2} \right) dx$$

$$\left(\frac{5}{48}x^4 - \frac{5}{18}x^3 - \frac{25}{24}x^2 + \frac{5}{2}x \right) \Big|_{-2}^1 + \left(\frac{5}{48}x^4 - \frac{5}{18}x^3 - \frac{25}{24}x^2 + \frac{5}{2}x \right) \Big|_3^1 = \frac{105}{16} + \frac{20}{9} = \frac{1265}{144} \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Câu 3. Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) Xác suất để cả hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) Biết bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) B: “ Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

$$n(\Omega) = 15.14; n(B) = 5.14 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

b) A: “ An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

$$n(AB) = 4.5 \Rightarrow P(A|B) = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{4.5}{5.14} = \frac{2}{7}.$$

$$c) P(AB) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{21}.$$

$$d) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{14} \cdot \frac{10}{15}} = \frac{2}{7}$$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ và điểm $A(2;3;-1)$

a) Điểm A không thuộc đường thẳng d.

b) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc d có phương trình là $2x + y + 3z + 4 = 0$.

c) Toạ độ giao điểm của d và (P) là điểm $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (Q) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là $24x + 75y - 41z + 249 = 0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Vì thay toạ độ điểm $A(2;3;-1)$ vào đường thẳng d ta thấy không thoả mãn.

b) Vì $(P) \perp d$ nên $\vec{n} = \vec{u}_d = (2;1;3)$.

Do đó (P): $2x + y + 3z - 4 = 0$

c) Ta có $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ là phương trình tham số d

Gọi $K = d \cap (P)$

Xét phương trình (P): $2(1+2t)+(-2+t)+3(3+3t)-4=0$

$$\Rightarrow t = -\frac{5}{14} \text{ do đó } K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$$

d) Gọi H, M lần lượt là hình chiếu A lên d và (Q) .

Khi đó $AM \leq AH \Rightarrow d(A, (Q))_{\max} = AH \Leftrightarrow M \equiv H$.

Do đó (Q) là mặt phẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và vuông góc đường thẳng AH .

Vì $H \in d$ nên $H(1+2t; -2+t; 3+3t)$ và $\overrightarrow{AH} = (-1+2t; -5+t; 4+3t)$.

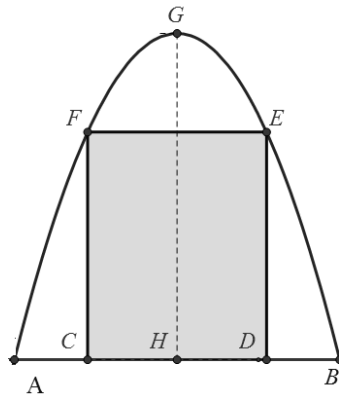
Vì $AH \perp d$ nên $2(-1+2t)+1(-5+t)+3(4+3t)=0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{14}$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AH} = \left(\frac{-12}{7}; -\frac{75}{14}; \frac{41}{14}\right)$$

$$\text{Vậy } (Q): -\frac{12}{7}(x-1) - \frac{75}{14}(y+2) + \frac{41}{14}(z-3) = 0 \Leftrightarrow 24x + 75y - 41z + 249 = 0.$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau:

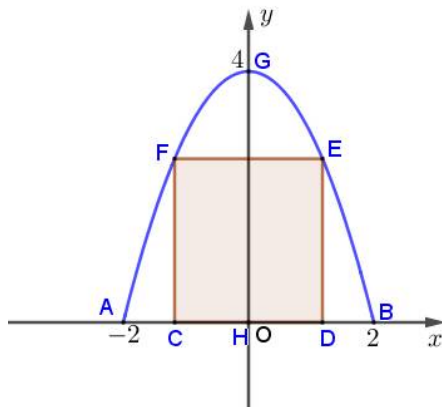


Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng nhựa lõi thép UPVC, khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1500000 \text{ đồng}/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là $1000000 \text{ đồng}/m^2$. Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 13,7



Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ.

+ Gọi PT Parabol có dạng: $(P): y = ax^2 + bx + c$.

(P) có đỉnh $G(0; 4)$ và đi qua $B(2; 0)$ suy ra: $a = -1; b = 0; c = 4 \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4$

+ Ta có: $x_E = x_D = 1,1 \Rightarrow y_E = -1,1^2 + 4 = 2,79 \Rightarrow ED = 2,79$.

+ $S_{CDEF} = CD \cdot DF = 2,2 \cdot 2,79 = 6,138 (m^2)$.

+ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P) và trục hoành là: $S_{(P)} = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} (m^2)$

Suy ra diện tích làm xiên hoa là: $S = S_{(P)} - S_{CDEF} = \frac{6793}{1500} (m^2)$.

Đổi đơn vị: $1500000 \text{ đồng}/m^2 = 1,5 \text{ triệu đồng}/m^2$, $1000000 \text{ đồng}/m^2 = 1 \text{ triệu đồng}/m^2$.

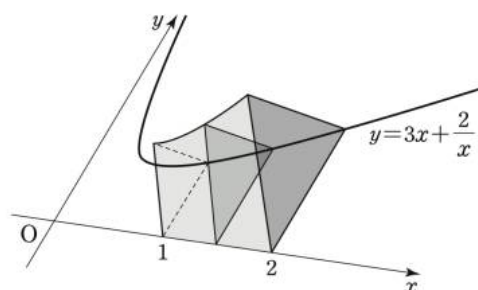
Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là: $T = 6,138 \cdot 1,5 + \frac{6793}{1500} \cdot 1 \approx 13,7$ (triệu đồng).

Câu 2. Cho khối V có đáy là miền phẳng bị giới hạn bởi:

- Đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x}, x > 0$

- Trục Ox

- Hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$.



Khi đó, mỗi tiết diện của khối V cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox đều là một tam giác đều. Hỏi thể tích của khối V bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 15

Diện tích của tam giác đều là $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(9x^2 + 12 + \frac{4}{x^2} \right)$

$$\text{Vậy } V = \int_1^2 S(x) dx = \int_1^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \left(9x^2 + 12 + \frac{4}{x^2} \right) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(3x^3 + 12x - \frac{4}{x} \right) \Big|_1^2 = \frac{35\sqrt{3}}{4} \approx 15$$

Câu 3. Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,33

Gọi A là biến cố “Hai bạn được chọn có cùng giới tính”

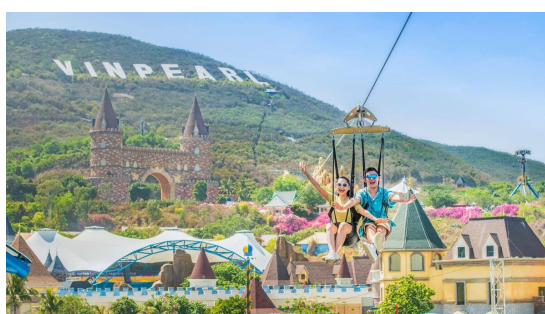
Gọi B là biến cố “Có ít nhất một bạn nam được chọn”

Suy ra AB : “Hai bạn được chọn là nam”

$$\text{Xác suất để chọn được hai bạn nam là } P(AB) = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{18}$$

$$\text{Xác suất để chọn được ít nhất 1 bạn nam } P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1}{C_9^2} + \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{6} \text{ nên } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Câu 4. Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2,5; 15)$ và $(21; 27,5; 10)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 37,3

$$\text{Ta có: } A(3; 2,5; 15), B(21; 27,5; 10) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (18; 15; -5)$$

$$\text{Phương trình tham số đường thẳng } AB \text{ là: } \begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Vậy phương trình đường thẳng chứa đường trượt zipline là
$$\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

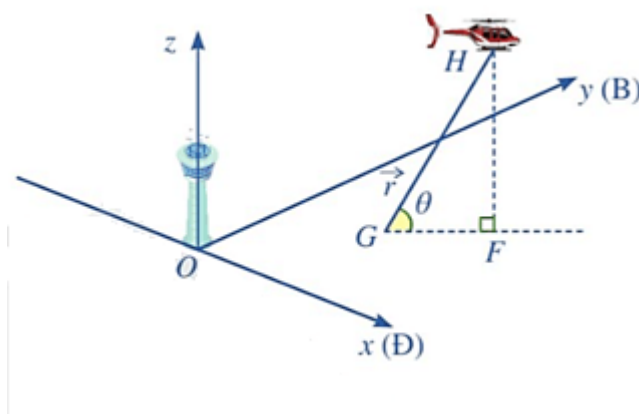
Xác định toạ độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

Khi du khách ở độ cao 12 mét $\Rightarrow z = 12 \Rightarrow 15 - 5t = 12 \Rightarrow t = \frac{3}{5}$

Thay $t = \frac{3}{5}$ vào phương trình đường thẳng AB ta được
$$\begin{cases} x = 13,8 \\ y = 11,5 \\ z = 12 \end{cases} \Rightarrow C(13,8; 11,5; 12)$$

Vậy $T = a + b + c = 13,8 + 11,5 + 12 = 37,3$

Câu 5. Hình bên dưới minh hoạ đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông (Đ), trục Oy là hướng bắc (B) và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét.



Trực thăng cất cánh từ điểm G . Vector $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có toạ độ là: $\vec{r} = (1+t; 0,5+2t; 2t)$. Tìm góc θ mà đường bay tạo với phương ngang (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 42

Ta có góc θ mà đường bay tạo với phương ngang chính là góc giữa đường thẳng GH và mặt phẳng (Oxy)

Tại thời điểm $t = 0$ thì $\vec{r}_0 = (1; 0,5; 0)$. Trực thăng cất cánh từ điểm G nên $G(1; 0,5; 0)$.

Tại thời điểm . ., trực thăng bay đến vị trí K thuộc đường thẳng GH với $K(2; 2,5; 2)$.

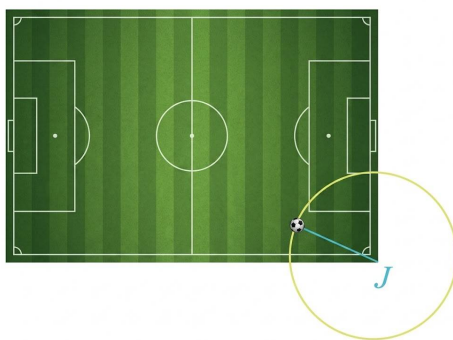
Đường thẳng GH có vectơ chỉ phương $\vec{GK} = (1; 2; 2)$ và mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Ta có $\sin(GH, (Oxy)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$

Suy ra $(GH, (Oxy)) \approx 42^\circ$.

Vậy $\theta \approx 42^\circ$.

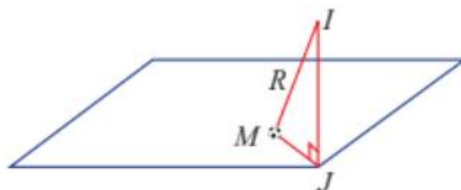
Câu 6. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu (S) : $(x - 22)^2 + (y - 4)^2 + (z - 13)^2 = 194$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân bóng. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5



Mặt cầu (S) có phương trình $(x - 22)^2 + (y - 4)^2 + (z - 13)^2 = 194$

nên có tâm $I(22; 4; 13)$ và bán kính $R = \sqrt{194}$.

Trong không gian Oxyz, mặt sân có phương trình $z = 0$ trùng với mặt phẳng tọa độ (Oxy) , suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $I(22; 4; 13)$ xuống mặt sân có tọa độ $J(22; 4; 0)$.

Trong tam giác vuông IJM , ta có $IJ = 13$, $IM = R = \sqrt{194}$, suy ra

$$JM = \sqrt{IM^2 - IJ^2} = \sqrt{194 - 169} = 5$$

Vậy khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J là 5 m.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$. B. $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$. **C. $f_2(x) = \cos 2x$.** D. $f_1(x) = -\cos 2x$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Nếu $\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_a^c f(x) dx = 8$ thì tích phân $\int_c^b f(x) dx$ bằng

- A. 11. **B. -5.** C. 5. D. -11.

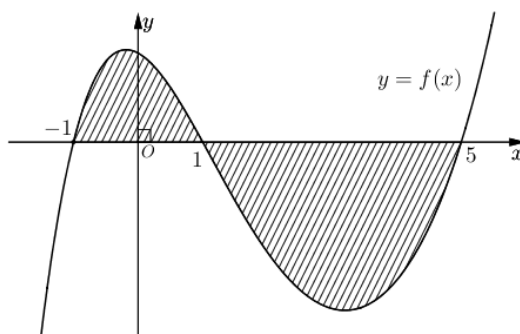
Câu 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x^2$, $y = -2$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$** B. $S = \int_0^1 (3x^2 - 2) dx$. C. $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2)^2 dx$. D. $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$.

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. **C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.** D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

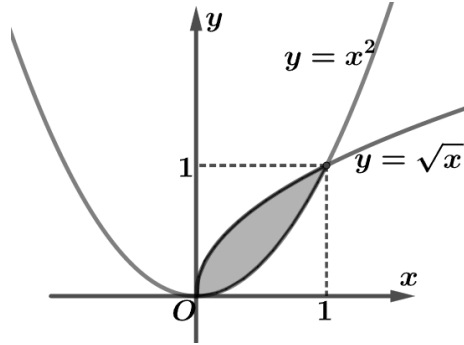
A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



A. $V = \frac{9\pi}{10}$.

B. $V = \frac{3\pi}{10}$.

C. $V = \frac{\pi}{10}$.

D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$ có kết quả là

A. $P(\overline{AB}) = 0,9$.

B. $P(\overline{AB}) = 0,6$.

C. $P(\overline{AB}) = 0,04$.

D. $P(\overline{AB}) = 0,4$.

Câu 8. Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,4$; $P(A|B) = 0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

A. 0,6.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,2.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, bán kính của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 6z + 3 = 0$ bằng

A. $\sqrt{41}$.

B. $2\sqrt{2}$

C. 41.

D. 8.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$; $(\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$.

Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$

B. $-\frac{4}{9}$

C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$

D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $y - z = 0$

D. $z = 0$

Câu 12. Trong không gian Oxyz, hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương

đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x) dx = 2025$

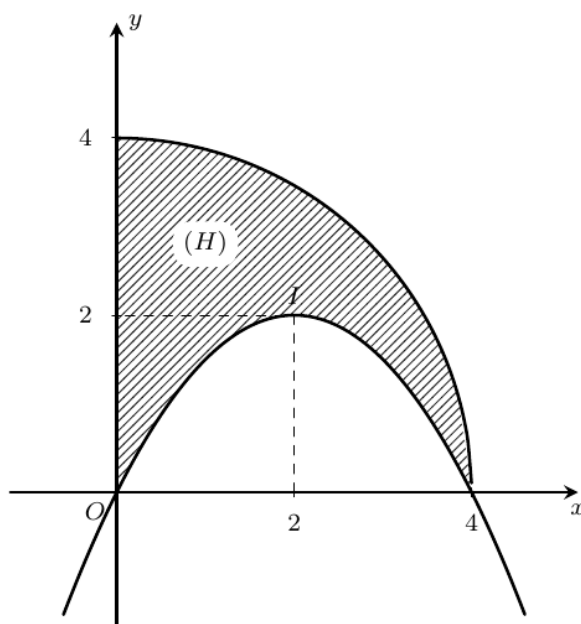
a) $\int_0^3 2f(x) dx = 4050$.

b) Biết $\int_0^6 f(x) dx = 2024$, khi đó $\int_3^6 f(x) dx = 1$

c) $\int_0^3 [f(x) - 4x^3 + 2x] dx = 1853$

d) $\int_3^0 \left[3^{2x+1} - \frac{1}{2025} f(x) \right] dx = 1191$

Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên



a) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right)$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng $\frac{8}{3}$.

c) Đường tròn có phương trình là $x^2 + y^2 = 4$.

d) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

Câu 3. Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số các học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường có 188 học sinh biết bơi. Trong số các học

sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”.

Gọi B là biến cố: “Chọn được học sinh biết bơi”.

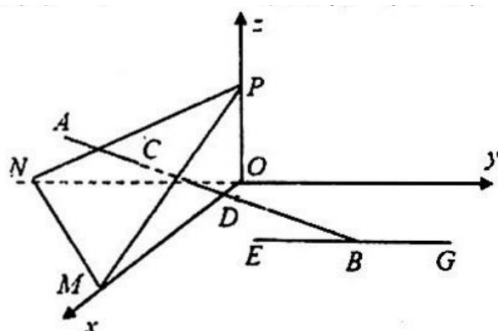
a) Xác suất $P(A) = 0,45$.

b) Xác suất có điều kiện $P(B|\bar{A}) = 0,2$.

c) Xác suất $P(B) = 0,45$.

d) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi bằng 0,58 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị tính trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0,5; 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2,5; 0)$ trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$, $P(0; 0; 0,8)$



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

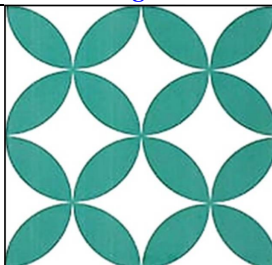
b) Khi máy bay cách mặt đất 120m thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là 0,42km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Theo quy định của an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5; 5,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900m thì người phi công đã đạt được quy định của an toàn bay.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng 80 cm (xem hình bên dưới). Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}$ cm.



Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở dự định sản xuất 100 000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 2. Hai ống nhựa PVC hình trụ có cùng bán kính $R = 5$ cm xuyên qua nhau sao cho trục của hai ống cắt và vuông góc với nhau (xem hình minh họa). Tính thể tích phần chung của hai ống nhựa đó. (bề dày của ống nhựa là không đáng kể; đơn vị tính là cm^3 và đáp số được làm tròn đến hàng đơn vị)



Trả lời:

Câu 3. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

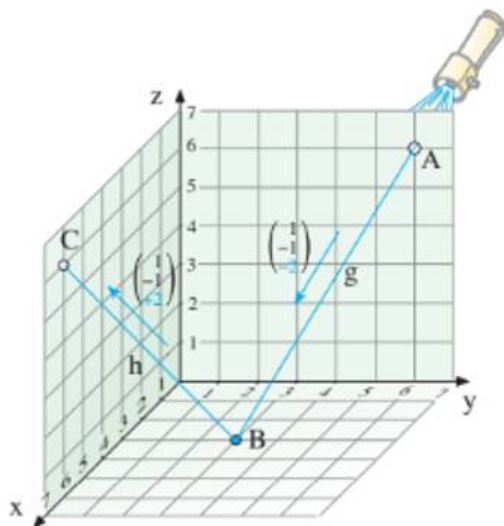
Trả lời:

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D): \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$

vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z = 2$?

Trả lời:

Câu 5. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tia sáng xuất phát từ điểm $A(0;6;6)$ theo hướng của vector $\vec{v} = (1; -1; -2)$ và đi tới mặt phẳng xOy , tại đó nó bị phản xạ (như hình vẽ). Tia sáng phản xạ theo hướng của vector $\vec{u} = (1; -1; 2)$ và cắt mặt phẳng xOz tại điểm $C(a; b; c)$, tính $a + b + c$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một quả cầu có tâm đặt tại điểm $I(0;3;0)$ đang chuyển động thẳng đều theo phương vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ với vận tốc $0,002(m/s)$. Sau 30 phút thì quả cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Biết đơn vị của hệ trục tọa độ $Oxyz$ là mét. Bán kính của mặt cầu bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$. B. $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$. C. $f_2(x) = \cos 2x$. D. $f_1(x) = -\cos 2x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)' = \cos 2x$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Nếu

$\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_a^c f(x) dx = 8$ thì tích phân $\int_c^b f(x) dx$ bằng

- A. 11. B. -5. C. 5. D. -11.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\int_c^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = -8 + 3 = -5.$$

Câu 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x^2$, $y = -2$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$ B. $S = \int_0^1 (3x^2 - 2) dx$. C. $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2)^2 dx$. D. $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x^2$, $y = -2$, $x = 0$ và $x = 1$

$$\text{là } S = \int_0^1 |3x^2 + 2| dx = \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$$

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

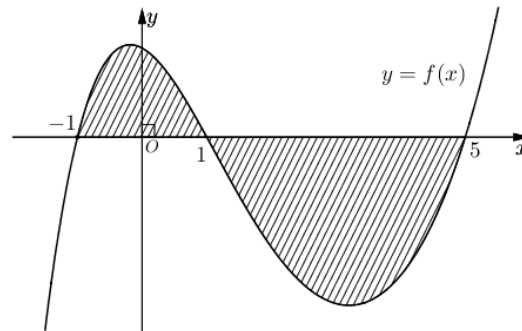
- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Lời giải

Chọn C.

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \Rightarrow V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

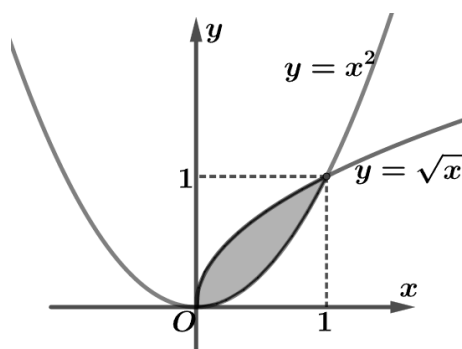
D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $S = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 6. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



A. $V = \frac{9\pi}{10}.$

B. $V = \frac{3\pi}{10}.$

C. $V = \frac{\pi}{10}.$

D. $V = \frac{7\pi}{10}.$

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối tròn xoay thu được là $V = \pi \int_0^1 |x^4 - x|dx = \frac{3\pi}{10}.$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,2$; $P(B)=0,8$ và $P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{AB})$ có kết quả là

- A. $P(\overline{AB})=0,9$. B. $P(\overline{AB})=0,6$. C. $P(\overline{AB})=0,04$. D. $P(\overline{AB})=0,4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1 \Rightarrow P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=0,5$

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(\overline{AB})=P(B).P(\overline{A}|B)=0,8.0,5=0,4$

Câu 8. Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A)=0,6$; $P(B)=0,4$; $P(A|B)=0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

- A. 0,6. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,2.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\frac{0,4.0,3}{0,6}=0,2$.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, bán kính của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y-6z+3=0$ bằng

- A. $\sqrt{41}$. B. $2\sqrt{2}$ C. 41. D. 8.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $a=\frac{2}{-2}=-1$; $b=\frac{-2}{-2}=1$; $c=\frac{-6}{-2}=3$; $d=3 \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+1^2+3^2-3}=2\sqrt{2}$.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-1=0$; $(\beta): x+2y-2z-3=0$.

Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

- A. $\frac{4}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$, lần lượt là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) .

Ta có $\vec{n}_\alpha(2; -1; 2)$; $\vec{n}_\beta(1; 2; -2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta) \right| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|2.1 - 1.2 - 2.2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{9}$$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $y - z = 0$

D. $z = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x-0) + 0(y-0) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương

đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua $M(-1; 2; 3)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (8; 4; 2)$ và đi qua $M'(7; 6; 5)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'} = (8; 4; 2)$$

$$\text{Suy ra } [\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] = \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$$

Suy ra d trùng với d' .

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x) dx = 2025$

a) $\int_0^3 2f(x) dx = 4050$.

b) Biết $\int_0^6 f(x) dx = 2024$, khi đó $\int_3^6 f(x) dx = 1$

c) $\int_0^3 [f(x) - 4x^3 + 2x] dx = 1853$

d) $\int_3^0 \left[3^{2x+1} - \frac{1}{2025} f(x) \right] dx = 1191$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

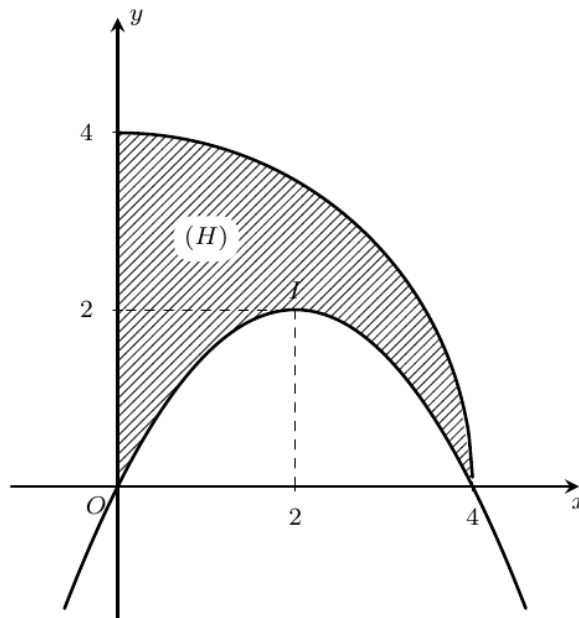
a) Ta có: $\int_0^3 2f(x)dx = 2 \int_0^3 f(x)dx = 2.2025 = 4050$.

b) $\int_0^6 f(x)dx = 2024 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx = 2024 \Leftrightarrow 2025 + \int_3^6 f(x)dx = 2024 \Leftrightarrow \int_3^6 f(x)dx = -1$

c) $\int_0^3 [f(x) - 4x^3 + 2x]dx = \int_0^3 f(x)dx - \int_0^3 4x^3dx + \int_0^3 2xdx = 2025 - x^4 \Big|_0^3 + x^2 \Big|_0^3 = 1953$

d) $\int_3^0 \left[3^{2x+1} - \frac{1}{2025} f(x) \right] dx = \int_3^0 3^{2x+1} dx - \frac{1}{2025} \int_3^0 f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot 3^{2x+1} \Big|_3^0 - \frac{1}{2025} (-2025) = 1091$

Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên



a) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right)$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng $\frac{8}{3}$.

c) Đường tròn có phương trình là $x^2 + y^2 = 4$.

d) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Diện tích hình phẳng (H) là: $S_H = \int_0^4 \left[\sqrt{16-x^2} - (-0,5x^2 + 2x) \right] dx \approx 7,23$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = 4$ là

$$S_P = \int_0^4 (-0,5x^2 + 2x) dx = \frac{16}{3}.$$

c) Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là $x^2 + y^2 = 4^2$.

d) Gọi phương trình của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol đi qua các điểm $(0;0)$, $(4;0)$ và có đỉnh $I(2;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình của parabol là: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

Câu 3. Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số các học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường có 188 học sinh biết bơi. Trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”.

Gọi B là biến cố: “Chọn được học sinh biết bơi”.

a) **Xác suất** $P(A) = 0,45$.

b) Xác suất có điều kiện $P(B|\bar{A}) = 0,2$.

c) Xác suất $P(B) = 0,45$.

d) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi bằng 0,58 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) Xác suất $P(A) = \frac{360}{800} = 0,45$.

b) Số học sinh không tham gia câu lạc bộ là: $800 - 360 = 440$.

Xác suất có điều kiện $P(B|\bar{A}) = \frac{132}{440} = 0,3$.

c) Số học sinh biết bơi là: $188 + 132 = 320$.

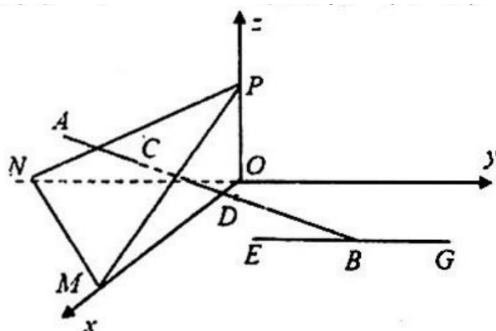
Xác suất $P(B) = \frac{320}{800} = 0,4$.

d) Ta có $P(B|A) = \frac{188}{360}$.

Áp dụng công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi

$$\text{là: } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot \frac{188}{360}}{0,4} = \frac{47}{80} = 0,5875 \approx 0,59.$$

Câu 4. Trong không gian Oxyz (đơn vị tính trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0,5; 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2,5; 0)$ trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$, $P(0; 0; 0,8)$



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Khi máy bay cách mặt đất 120m thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là 0,42km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Theo quy định của an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5; 5,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900m thì người phi công đã đạt được quy định của an toàn bay.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Đường thẳng AB đi qua điểm $A(4; -0,5; 0,5)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -0,5)$.

Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Khi máy bay cách mặt đất 120m hay 0,12km thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm D

$$\text{có cao độ } z = 0,12 \Leftrightarrow 0,5 - 0,5t = 0,12 \Leftrightarrow t = \frac{19}{25}.$$

Thay $t = \frac{19}{25}$ vào phương trình đường thẳng AB ta được $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

c) Khi xuyên qua đám mây thì vị trí của máy bay là điểm E , với E là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (α) .

Do đó độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây chính là cao độ của điểm E .

Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$, $P(0; 0; 0,8)$. Áp dụng phương trình mặt

phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình (α) : $\frac{x}{8} - \frac{y}{8} + \frac{z}{0,8} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 8 = 0$.

Thay x, y, z theo t ở phương trình đường thẳng AB vào phương trình (α) ta được:

$$4 - t + 0,5 - 3t + 10(0,5 - 0,5t) - 8 = 0 \Leftrightarrow -9t = -1,5 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}.$$

Khi $t = \frac{1}{6}$ thì điểm E có cao độ $z = 0,5 - 0,5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \approx 0,42 \text{ km}$.

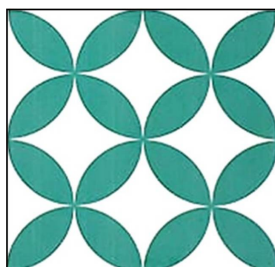
d) Theo ý b) ta có: Khi máy bay cách mặt đất 120 m thì vị trí của máy bay là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

$$\overline{DG} = (1,26; 3,72; 0,12). \text{ Khi đó: } DG = \sqrt{1,26^2 + 3,72^2 + 0,12^2} \approx 3,929 \text{ km}$$

Do $DG > 900 \text{ m}$ nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng 80 cm (xem hình bên dưới). Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2} \text{ cm}$.

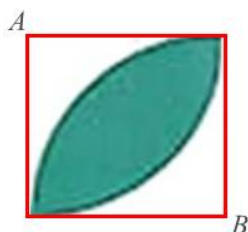


Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở dự định sản xuất 100 000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2,65



Xét $\frac{1}{16}$ viên gạch men (vùng hình vuông chứa một cánh hoa).

Vì phần cánh hoa (màu xanh) là phần giao nhau của các đường tròn có khoảng cách giữa các tâm là $20\sqrt{2}$ nên một cánh hoa là phần giao của hai phần tư hình tròn tâm A, B (hình vẽ), có bán kính $r = 20$.

Mỗi phần tư hình tròn tâm A, B có diện tích $S = \frac{1}{4}\pi \cdot 20^2$.

Diện tích hình vuông có AB là đường chéo: $S_v = 20^2$.

Suy ra diện tích của một cánh hoa là $2S - S_v = \frac{1}{2}\pi \cdot 20^2 - 20^2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \cdot 20^2$.

Do đó

+ Diện tích phần màu xanh là $S_1 = 16\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \cdot 20^2$ (cm²).

+ Diện tích phần màu trắng $S_2 = 80^2 - S_1$ (cm²).

Số tiền tráng men một viên gạch là $T = 5S_1 + 3S_2 = 26506,19298$ đồng.

Để sản xuất 100000 viên gạch thì số tiền tráng men là

$100000T = 2650619298$ đồng $\approx 2,65$ tỉ đồng

Câu 2. Hai ống nhựa PVC hình trụ có cùng bán kính $R = 5$ cm xuyên qua nhau sao cho trục của hai ống cắt và vuông góc với nhau (xem hình minh họa). Tính thể tích phần chung của hai ống nhựa đó. (bề dày của ống nhựa là không đáng kể; đơn vị tính là cm³ và đáp số được làm tròn đến hàng đơn vị)

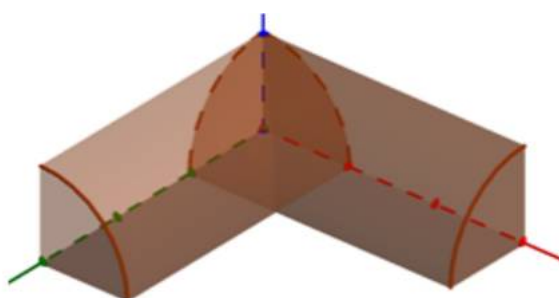


Trả lời:

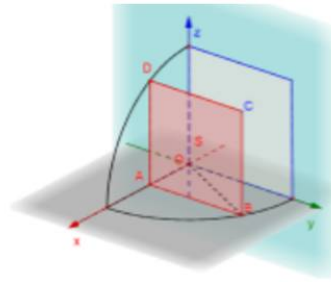
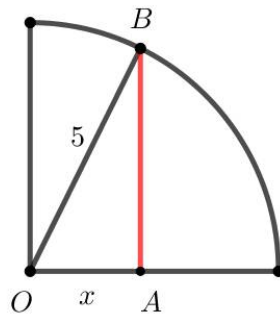
Lời giải

Đáp án: 667

Ta xét $\frac{1}{8}$ phần giao của hai khối trụ như hình vẽ.



Ta gọi hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.



Khi đó phần giao (H) là một vật thể có đáy là một phần tư hình tròn tâm O bán kính 5.

Hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng vuông góc với trục Ox là một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = \sqrt{OB^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - x^2}$.

Suy ra diện tích $S(x) = 5^2 - x^2$.

Thể tích khối (H) là: $\int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 (25 - x^2) dx = \frac{250}{3}$.

Vậy thể tích phần giao là $8 \cdot \frac{250}{3} = \frac{2000}{3} \approx 667 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 3. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,73

Gọi A là biến cố “bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,8$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B) = 0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D): \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$

vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z = 2$?

Trả lời:

Lời giải

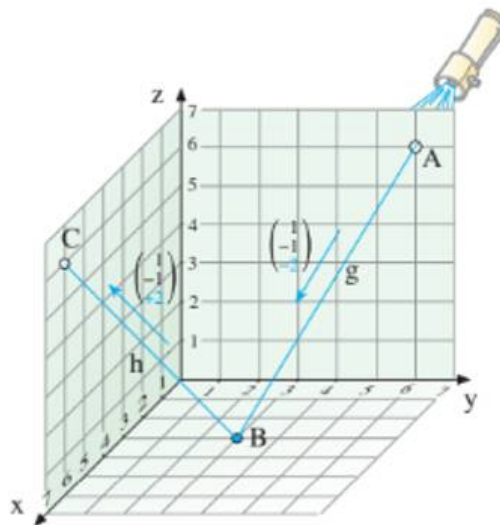
Đáp án: 6

Vector chỉ phương của (D) : $\vec{a} = (2; m; m-2)$.

Vector pháp tuyến của (P) : $\vec{n} = (1; 3; 2)$.

$$(D) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{a} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương: } 2 = \frac{m}{3} = \frac{m-2}{2} \Leftrightarrow m = 6.$$

Câu 5. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tia sáng xuất phát từ điểm $A(0; 6; 6)$ theo hướng của vector $\vec{v} = (1; -1; -2)$ và đi tới mặt phẳng xOy , tại đó nó bị phản xạ (như hình vẽ). Tia sáng phản xạ theo hướng của vector $\vec{u} = (1; -1; 2)$ và cắt mặt phẳng xOz tại điểm $C(a; b; c)$, tính $a + b + c$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12

- Phương trình tia sáng g đi qua điểm $A(0; 6; 6)$ và có vector chỉ phương $(1; -1; -2)$ là :

$$\begin{cases} x = 0 + t \\ y = 6 - t \\ z = 6 - 2t \end{cases}$$

Giao điểm với mặt phẳng $xOy(z = 0)$: $6 - 2t = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow B(3; 3; 0)$

- Phương trình tia phản xạ h tại $B(3; 3; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là :

$$\begin{cases} x = 3 + s \\ y = 3 - s \\ z = 0 + 2s \end{cases}$$

Giao điểm với mặt phẳng $xOz(y = 0)$: $3 - s = 0 \Rightarrow s = 3 \Rightarrow C(6; 0; 6)$

$\Rightarrow a + b + c = 12$

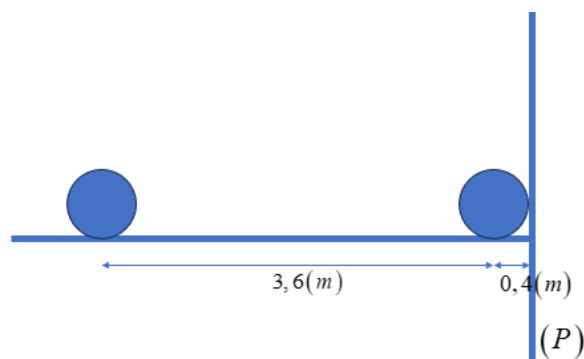
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một quả cầu có tâm đặt tại điểm $I(0; 3; 0)$ đang chuyển động thẳng đều theo phương vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ với vận tốc $0,002(m/s)$. Sau 30

phút thì quả cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Biết đơn vị của hệ trục tọa độ $Oxyz$ là mét. Bán kính của mặt cầu bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,4



Đổi: 30 phút = 1800s

Sau 30 phút, quả cầu di chuyển được một quãng bằng $1800 \cdot 0,002 = 3,6(m)$.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) bằng $4(m)$.

Vậy bán kính của mặt cầu bằng $4 - 3,6 = 0,4(m)$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. (Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23.$

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21.$

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17.$

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19.$

Câu 2. Cho $\int_0^2 [f(x) - 3x^2] dx = 4$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. - 4.

C. 12.

D. 4.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 0; x = 4$ là

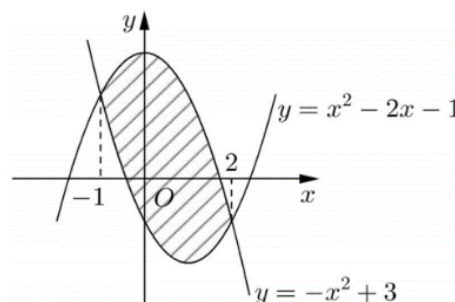
A. $S = \pi \int_0^4 f(x) dx.$

B. $S = \pi \int_0^4 f^2(x) dx.$

C. $S = \int_0^4 f^2(x) dx.$

D. $S = \int_0^4 f(x) dx$

Câu 4. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

Câu 5. Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

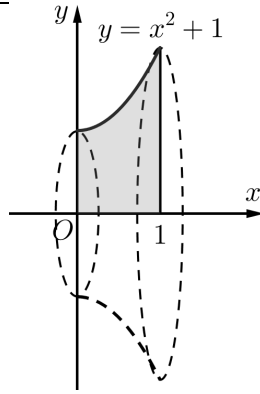
A. $V = 2$

B. $V = \frac{4\pi}{3}$

C. $V = 2\pi$

D. $V = \frac{4}{3}$

Câu 6. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, x = 0, x = 1, y = 0$.



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. C. $V = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

A. $\frac{3}{7}$. B. 0,4 C. 0,8. D. 0,5.

Câu 8. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

A. 0,9. B. 0,25. C. 0,2. D. 0,75.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

A. -1. B. 0. C. -2. D. 1.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^\circ$.

A. 6 B. 4 C. 8 D. 2

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

A. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ B. $\vec{u} = (0; 2; 0)$ C. $\vec{u} = (1; 2; 0)$ D. $\vec{u} = (1; 0; 0)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z = 0$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$

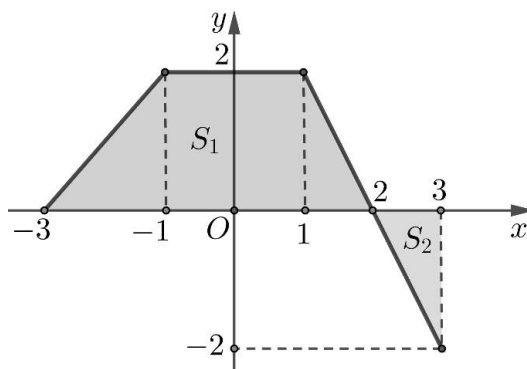
a) $\int f(x) \cdot dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C.$

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}$

c) $\int_{-2}^{-1} f(x) \cdot dx = \frac{m}{n} + m \ln n$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m + 2025n = 4057$.

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó $G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tổng $a + b + c = \frac{2}{3}$

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ, Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = -3, x = 3$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 (S_1 là phần tô đậm nằm trên trục hoành, S_2 là phần tô đậm nằm dưới trục hoành như hình vẽ)



a) $S_2 = \int_2^3 (2x - 4) dx$

b) $S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$

c) $S_{(H)} = S_1 + \int_2^3 (-2x + 4) dx$

d) Giới hạn hình phẳng (H) có diện tích bằng 10 (đơn vị diện tích).

Câu 3. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là xanh", B là biến cố "Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là xanh".

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$

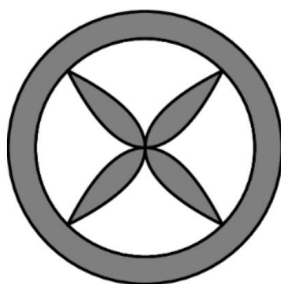
b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$$

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n}(-1;1;1)$

d) Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho đường thẳng EF vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

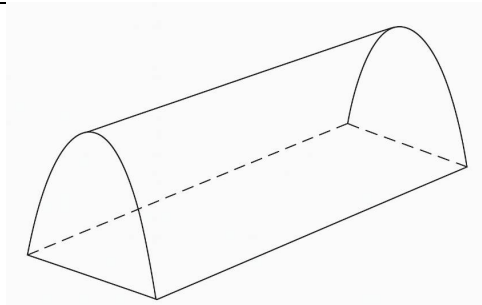
PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Một hoa văn trang trí được thiết kế gồm hai đường tròn đồng tâm và bốn phần của bốn đường parabol chung đỉnh (đỉnh là tâm của hai đường tròn). Biết rằng hai đường tròn đó có bán kính lần lượt là 20 cm và 16 cm; bốn đường parabol đó đôi một cắt nhau tại bốn điểm (khác đỉnh của parabol) là bốn đỉnh của một hình vuông nội tiếp đường tròn nhỏ (như hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm (kết quả được tính theo cm^2 và làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời:

Câu 2. Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12A dự kiến dựng một cái trại các khung xương có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



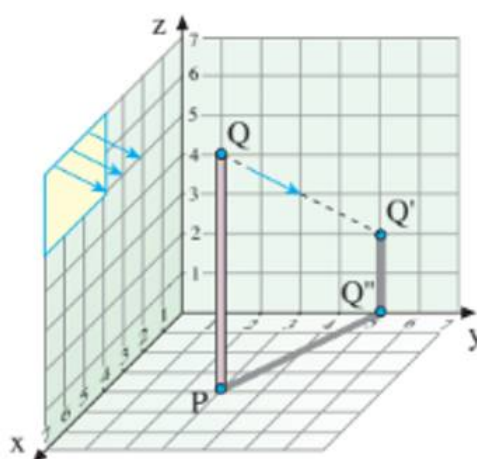
Trả lời:

Câu 3. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

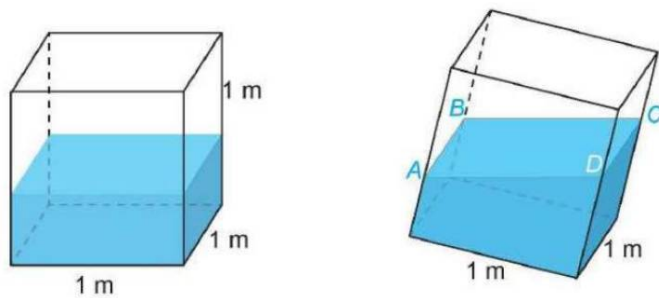
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1m), có đoạn thẳng đứng PQ với: $P(4;3;0), Q(4;3;6)$. Ánh sáng song song theo hướng của vector $\vec{v} = (-2;1;-2)$ chiếu vào đoạn thẳng PQ , tạo bóng là hai đoạn thẳng $Q'Q''$ và PQ'' ($Q'Q''$ nằm trên mặt phẳng Oyz và PQ'' nằm trên mặt phẳng Oxy như hình vẽ). Hãy tính tổng độ dài đoạn chiếu bóng $PQ'' + Q'Q''$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)



Trả lời:

Câu 6. Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, C đến đáy bể tương ứng là 25cm, 75cm.



Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy bể bằng bao nhiêu centimét?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. (Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23.$

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21.$

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17.$

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19.$

Lời giải

Chọn B.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + 2\sin x) dx = e^x - 2\cos x + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 20 \Leftrightarrow e^0 - 2\cos 0 + C = 20 \Leftrightarrow C = 21.$$

$$\text{Vậy } F(x) = e^x - 2\cos x + 21.$$

Câu 2. Cho $\int_0^2 [f(x) - 3x^2] dx = 4$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. - 4.

C. 12.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

$$\int_0^2 [f(x) - 3x^2] dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx - 3 \int_0^2 x^2 dx = 4$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx - x^3 \Big|_0^2 = 4 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx - 8 = 4 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 12.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 0; x = 4$ là

A. $S = \pi \int_0^4 f(x) dx.$

B. $S = \pi \int_0^4 f^2(x) dx.$

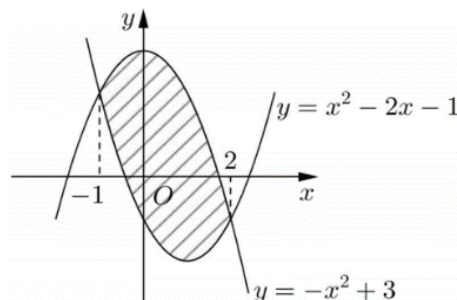
C. $S = \int_0^4 f^2(x) dx.$

D. $S = \int_0^4 f(x) dx$

Lời giải

Chọn D.

Câu 4. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x+2)dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x-2)dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2+2x+4)dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2-2x-4)dx$

Lời giải

Chọn C.

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2+3) - (x^2-2x-1) \right| dx = \int_{-1}^2 |-2x^2+2x+4| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2+2x+4) dx.$$

Câu 5. Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2$

B. $V = \frac{4\pi}{3}$

C. $V = 2\pi$

D. $V = \frac{4}{3}$

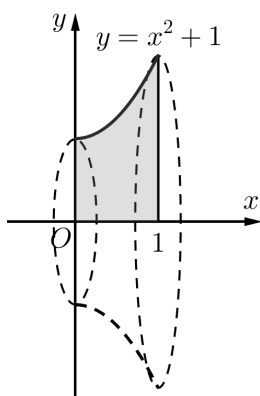
Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 \left(\sqrt{x^2+1} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2+1) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Câu 6. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x^2+1, x=0, x=1, y=0$.



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^1 (x^2+1) dx.$

B. $V = \pi \int_0^1 (x^2+1) dx.$

C. $V = \int_0^1 (x^2+1)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_0^1 (x^2+1)^2 dx.$

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 (x^2+1)^2 dx$

Câu 7. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

A. $\frac{3}{7}$.

B. 0,4

C. 0,8.

D. 0,5.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $P(AB) = P(A|B)P(B) = 0,5.0,8 = 0,4$

Câu 8. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

A. 0,9.

B. 0,25.

C. 0,2.

D. 0,75.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $P(B) = x$ suy ra $P(\bar{B}) = 1 - x$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$\Leftrightarrow 0,4 = 0,5x + 0,1(1 - x)$$

$$\Leftrightarrow 0,3 = 0,4x$$

$$\Leftrightarrow x = 0,75$$

Vậy $P(B) = 0,75$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

A. -1.

B. 0.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; -2; -1)$.

$$\text{Bán kính của mặt cầu: } R = 3 \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - 2m + 1} = 3.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7 - 2m} = 3.$$

$$\Leftrightarrow 7 - 2m = 9.$$

$$\Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 10. Trong không gian Oxyz, tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^\circ$.

A. 6

B. 4

C. 8

D. 2

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) , (Q) có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_p = (m+2; 2m; -m)$, $\vec{n}_q = (m; m-3; 2)$

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 0 \Leftrightarrow (m+2)m + 2m(m-3) - 2m = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1 , M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox , Oy . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ B. $\vec{u} = (0; 2; 0)$ C. $\vec{u} = (1; 2; 0)$ D. $\vec{u} = (1; 0; 0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1; 0; 0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0; 2; 0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1; 2; 0)$ là một vector chỉ phương của M_1M_2 .

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

- A. $z = 0$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn D

Trục Oz đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và nhận vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm vector chỉ phương nên có

phương trình tham số $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$

a) $\int f(x) \cdot dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}$

c) $\int_{-2}^{-1} f(x) \cdot dx = \frac{m}{n} + m \ln n$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m + 2025n = 4057$.

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó

$G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tổng $a + b + c = \frac{2}{3}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

$$a) \int f(x) \cdot dx = \int \frac{x^2 + 5x - 7}{x} \cdot dx = \int \left(x + 5 - \frac{7}{x} \right) \cdot dx = \int f(x) \cdot dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + C.$$

$$b) f'(x) = 1 + \frac{7}{x^2} = \frac{x^2 + 7}{x^2} = g(x).$$

$$c) \int_{-2}^{-1} f(x) \cdot dx = \left(\frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| \right) \Big|_{-2}^{-1} = \left(\frac{1}{2} - 5 \right) - (2 - 10 - 7 \ln 2) = \frac{7}{2} + 7 \ln 2,$$

$$\text{khi đó } \begin{cases} m = 7 \\ n = 2 \end{cases} \text{ nên } m + 2025n = 4057.$$

d) $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì

$$G(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + C = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C_1, \forall x \in (0; +\infty) \\ \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln(-x) + C_2, \forall x \in (-\infty; 0) \end{cases}$$

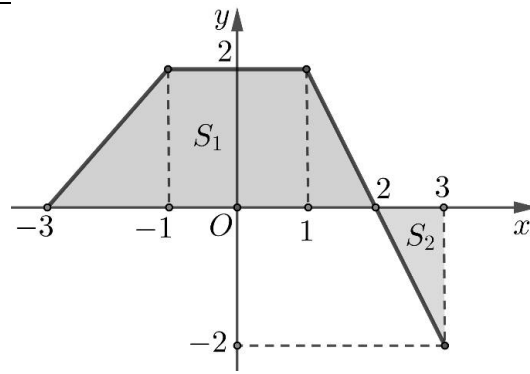
$$\text{Ta có: } G(1) = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 5 + C_1 = 4 \Leftrightarrow C_1 = -\frac{3}{2}$$

$$G(3) + G(-9) = 20 \Leftrightarrow \frac{3^2}{2} + 5 \cdot 3 - 7 \ln 3 - \frac{3}{2} + \frac{(-9)^2}{2} + 5 \cdot (-9) - 7 \ln 9 + C_2 = 20 \Leftrightarrow C_2 = \frac{13}{2} + 21 \ln 3$$

$$\text{Khi đó: } G(-6) = \frac{(-6)^2}{2} + 5 \cdot (-6) - 7 \ln 6 + \frac{13}{2} + 21 \ln 3 = -7 \ln 2 + 14 \ln 3 - \frac{11}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -7 \\ b = 14 \\ c = \frac{-11}{2} \end{cases} \text{ nên } a + b + c = \frac{3}{2}.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ, Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = -3, x = 3$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 (S_1 là phần tô đậm nằm trên trục hoành, S_2 là phần tô đậm nằm dưới trục hoành như hình vẽ)



a) $S_2 = \int_2^3 (2x - 4) dx$

b) $S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$

c) $S_{(H)} = S_1 + \int_2^3 (-2x + 4) dx$

d) Giới hạn hình phẳng (H) có diện tích bằng 10 (đơn vị diện tích).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

Xét hàm số $y = f(x)$, ta có: $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \in [-3; -1] \\ 2, & x \in [-1; 1] \\ -2x + 4, & x \in [1; 3] \end{cases}$

a) Dựa vào hình vẽ, ta có: $f(x) = -2x + 4 \leq 0, x \in [2; 3]$ nên

$$S_2 = \int_2^3 |-2x + 4| dx = -\int_2^3 (-2x + 4) dx = \int_2^3 (2x - 4) dx.$$

b) Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_1 = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx.$

c) Ta có: $S_{(H)} = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = S_1 + S_2 = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx.$

$$\begin{aligned} c) S_{(H)} &= \int_{-3}^3 |f(x)| dx = S_1 + S_2 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx + \int_2^3 (2x - 4) dx \\ &= \left(\frac{1}{2} x^2 + 3x \right) \Big|_{-3}^{-1} + 2x \Big|_{-1}^1 + \left(-x^2 + 4x \right) \Big|_1^2 + \left(x^2 - 4x \right) \Big|_2^3 = 8 \text{ (đơn vị diện tích)}. \end{aligned}$$

Câu 3. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất

chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là xanh", B là biến cố "Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là xanh".

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Số cách lấy 1 viên bi bất kì từ hộp thứ nhất là 12 và số cách lấy được 1 viên bi xanh từ hộp thứ nhất là

3. Vậy xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

b) $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3}{4}$

$P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{5}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{7}$

$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{11}{70}$.

c) Ta cần tính $P(A|B)$, (xác suất biến cố A với điều kiện B)

ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{11}{70}} = \frac{7}{22}$.

d) Ta cần tính $P(\bar{A}|B)$, (xác suất biến cố $\bar{A}$ với điều kiện B)

Ta có $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{15}{22}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$$

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n}(-1;1;1)$

d) Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho đường thẳng EF vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $B'(1;0;1), D'(0;1;1), C(1;1;0), C'(1;1;1)$

b) Ta có $\overrightarrow{DC'} = (1;0;1) \Rightarrow$ Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$$

c) Ta có $\overrightarrow{DA'} = (0;-1;1) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DA'}] = (-1;1;1)$.

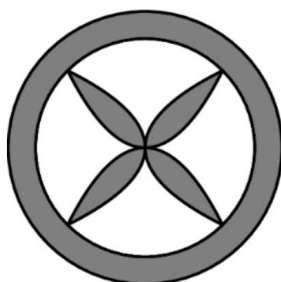
d) Có $E \in (a,1,a) \in C'D; F(b;0;0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{FE} = (a-b;1;a)$.

$$EF \perp (A'C'D) \Rightarrow \frac{a-b}{-1} = \frac{1}{1} = \frac{a}{1} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} (E \equiv C')$$

Suy ra $\overrightarrow{FE} = (-1;1;1) \Rightarrow EF = \sqrt{3}$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

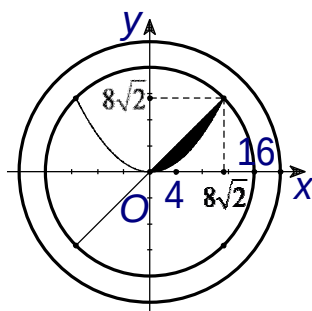
Câu 1. Một hoa văn trang trí được thiết kế gồm hai đường tròn đồng tâm và bốn phần của bốn đường parabol chung đỉnh (đỉnh là tâm của hai đường tròn). Biết rằng hai đường tròn đó có bán kính lần lượt là 20 cm và 16 cm; bốn đường parabol đó đôi một cắt nhau tại bốn điểm (khác đỉnh của parabol) là bốn đỉnh của một hình vuông nội tiếp đường tròn nhỏ (như hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm (kết quả được tính theo cm^2 và làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 623



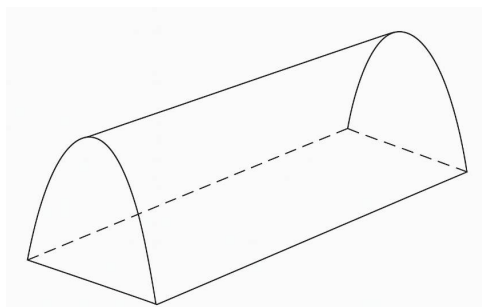
Diện tích phần vành khuyên: $S_1 = \pi(20^2 - 16^2) = 144\pi \text{ cm}^2$.

Chọn hệ trục như hình vẽ. Ta có parabol có phương trình là: $(P): y = \frac{1}{8\sqrt{2}} x^2$

Khi đó, diện tích phần cánh hoa là: $S_2 = 8 \cdot \int_0^{8\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{8\sqrt{2}} x^2 \right) dx = 8 \cdot \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{24\sqrt{2}} \right]_0^{8\sqrt{2}} = \frac{512}{3} \text{ cm}^2$.

Vậy diện tích phần tô đậm là: $S = S_1 + S_2 = 144\pi + \frac{512}{3} \approx 623 \text{ cm}^2$.

Câu 2. Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12A dự kiến dựng một cái trại các khung xương có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?

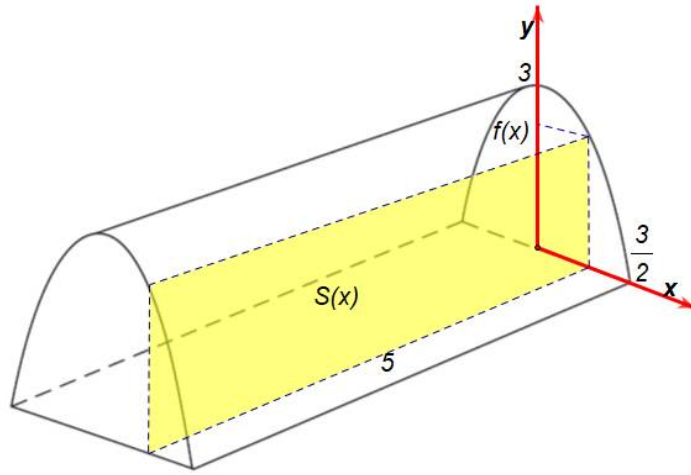


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 30

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, hình dạng khung trại là parabol có phương trình $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, vì đỉnh trại cao 3 m và bề ngang rộng 3 m nên parabol đi qua điểm $(0;3)$ và $\left(\frac{3}{2};0\right)$.



$$\text{Ta có : } \begin{cases} b = 0 \\ 3 = c \\ 0 = a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{4}{3} \\ c = 3 \end{cases}$$

Suy ra parabol có phương trình $y = f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3$.

Mỗi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ $x, 0 \leq x \leq h$ cắt khối chót theo mặt cắt là hình chữ nhật có độ dài các cạnh lần lượt là 5 và $|f(x)|$, có diện tích $S(x) = 5 \cdot |f(x)|$, với $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích phần không gian trong trại là $V = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} 5 \cdot |f(x)| dx = 5 \cdot \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{4}{3}x^2 + 3 \right| dx = 30 m^3$.

Câu 3. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án:

Xét các biến cố:

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\bar{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48$; $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,52 \cdot 0,6 + 0,48 \cdot 0,45 = 0,528 \approx 0,53$.

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là 0,53.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Lời giải

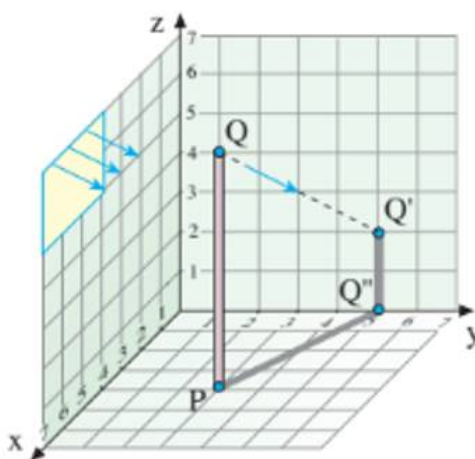
Gọi A' là hình chiếu của $A(2;0;1)$ lên (α) .

Ta có $B \in (\alpha)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α)

$$\text{Khi đó } d \equiv A'B \Rightarrow d(A, d) = d(A, (\alpha)) = \left| \frac{2}{\sqrt{6}} \right| = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 3 \Rightarrow a + b = 4$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 1m), có đoạn thẳng đứng PQ với: $P(4;3;0), Q(4;3;6)$. Ánh sáng song song theo hướng của vector $\vec{v} = (-2;1;-2)$ chiếu vào đoạn thẳng PQ , tạo bóng là hai đoạn thẳng $Q'Q''$ và PQ'' ($Q'Q''$ nằm trên mặt phẳng Oyz và PQ'' nằm trên mặt phẳng Oxy như hình vẽ). Hãy tính tổng độ dài đoạn chiếu bóng $PQ'' + Q'Q''$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6,9

Kết quả là một bóng gãy khúc, được xác định bằng cách xét tia sáng đi qua điểm Q .

- Phương trình tham số của đường thẳng g qua Q : $g: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 6 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

- Giao điểm Q' của g với mặt phẳng $x = 0$ (mặt phẳng yOz): $4 - 2t = 0 \Rightarrow t = 2$

Thay vào: $Q'(0; 5; 2)$

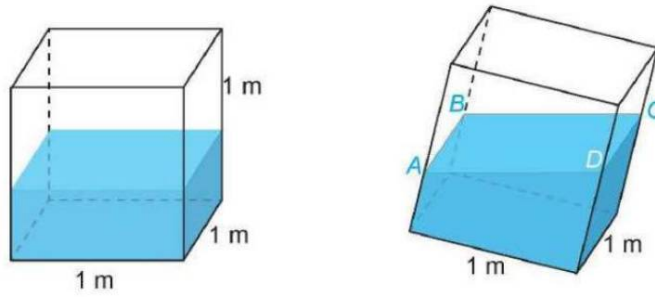
- Hình chiếu vuông góc của Q' xuống trục Oy :

Điều kiện trên trục Oy : $x = 0, z = 0$, giữ nguyên $y = 5$

Nên $Q''(0; 5; 0)$

Khi đó: $PQ'' + Q'Q'' = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2^2} + 2 = 2 + 2\sqrt{6} \approx 6,9m$

Câu 6. Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, C đến đáy bể tương ứng là 25cm, 75cm.

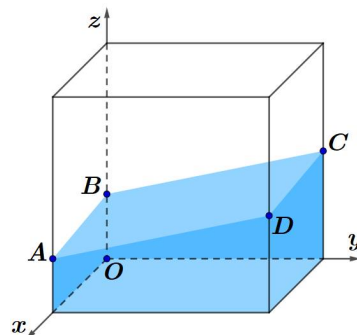


Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy bể bằng bao nhiêu centimét?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 50



Chọn hệ trục tọa độ (đơn vị trên mỗi trục là centimét) sao cho các cạnh của hình hộp trùng với các trục tọa độ như hình trên.

Do hình hình hộp có kích thước đáy là $1m \times 1m$ nên $A(100; 0; 25)$, $B(0; 0; b)$, $C(0; 100; 75)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-100; 0; b - 25)$ và $\overrightarrow{AC} = (-100; 100; 50)$.

Nên $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2500 - 100b; 7500 - 100b; -10000) = 100(25 - b; 75 - b; -100)$.

Để góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất thì $\cos((ABC), (Oxy))$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Khi đó } \cos((ABC), (Oxy)) = \left| \cos(\vec{n}_{(ABC)}, \vec{k}) \right| = \frac{|\vec{n}_{(ABC)} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}_{(ABC)}| |\vec{k}|}.$$

$$= \frac{100}{\sqrt{(25-b)^2 + (75-b)^2 + (-100)^2}} = \frac{100}{\sqrt{2b^2 - 200b + 16250}}.$$

$$\text{Để } \cos((ABC), (Oxy)) = \frac{100}{\sqrt{2b^2 - 200b + 16250}} \text{ đạt giá trị lớn nhất}$$

thì biểu thức $P = 2b^2 - 200b + 16250$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Dễ thấy biểu thức $P = 2b^2 - 200b + 16250$ là một hàm số bậc hai nên đạt giá trị nhỏ nhất là $P = 11250$

tại $b = 50$ hay giá trị $\cos((ABC), (Oxy))$ đạt giá trị lớn nhất là $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ khi $b = 50$.

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy bể bằng 50cm

ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 2

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{\ln 2025} + C.$

C. $\int 2025^x dx = 2025^x \cdot \ln 2025 + C.$

D. $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 f(x) dx = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

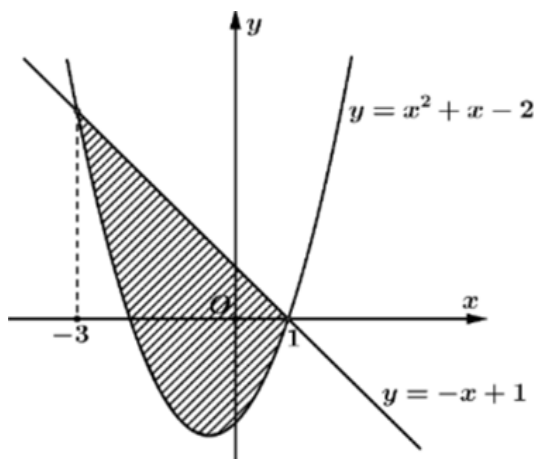
A. -9.

B. 9.

C. -5.

D. 5.

Câu 3. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng:



A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx.$

B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx.$

C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx.$

D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx.$

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$.

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{7}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

Câu 5. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16}{15}.$

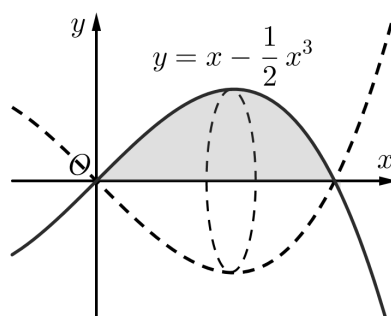
B. $\frac{4}{3}.$

C. $\frac{16\pi}{15}.$

D. $\frac{4\pi}{3}.$

Câu 6. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường

$$y = x - \frac{1}{2}x^3, y = 0, x = 0, x = \sqrt{2}.$$



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right)^2 dx.$

B. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right)^2 dx.$

C. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right) dx.$

D. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right) dx.$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,1$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{5}.$

Câu 8. Cho A, B là hai biến cố. Biết $P(B) = 0,2$. Nếu B không xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra là 2%. Nếu B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4%. Xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. 0,018.

B. 0,036.

C. 0,028.

D. 0,024.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC đều với $A(6;0;0)$, $B(0;y;0)$ và $C(0;0;z)$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tính khoảng cách OI

A. $OI = 2\sqrt{2}.$

B. $OI = 3\sqrt{2}.$

C. $OI = 3.$

D. $OI = 2\sqrt{3}.$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có

vị trí tương đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 2-3t \\ z = 1-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -2-3t \\ z = 1-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -2+3t \\ z = 1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3-2t \\ z = -1+t \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$; $(\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$.

Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$

B. $-\frac{4}{9}$

C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$

D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Giả sử rằng khi tăng t năm tuổi, một máy công nghiệp A tạo ra doanh thu với tốc độ $R'(t) = 650 - 3t^2$ (triệu đồng/năm), thời điểm $t = 0$ tính từ lúc máy A bắt đầu hoạt động. Biết rằng chi phí biên cho vận hành và bảo trì là $C'(t) = 48 + 12t^2$ (triệu đồng/năm), ở đây $C(t)$ là chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được t năm tuổi.

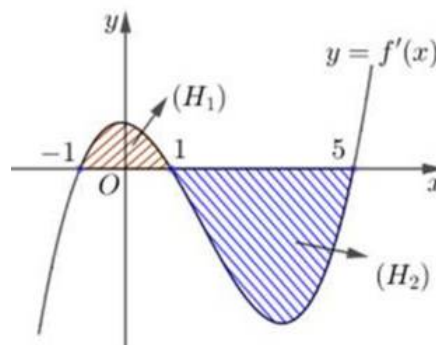
a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\int_0^{12} (650 - 3t^2) dt$ (triệu đồng).

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm là 1152 (triệu đồng).

c) Tuổi thọ hữu ích của một máy là số năm T trước khi lợi nhuận (bằng doanh thu trừ chi phí) mà nó tạo ra bắt đầu giảm. Tuổi thọ hữu ích của máy A là 8 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là 2532 (triệu đồng).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng (H_1) , (H_2) lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x) dx$ bằng 148.

b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4 .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng

$x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

Câu 3. Trong cuộc khảo sát ngẫu nhiên 600 học sinh về việc “thích học” hay “không thích học” môn toán. Kết quả thống kê như sau: có 400 học sinh trả lời "thích học" và 200 học sinh trả lời "không thích học". Thực tế cho thấy tỉ lệ học sinh “giỏi toán” tương ứng với những cách trả lời "thích học" và "không thích học" lần lượt là 70% và 10% .

Gọi T là biến cố "Học sinh được phỏng vấn trả lời thích học môn toán".

Gọi G là biến cố "Học sinh được phỏng vấn giỏi toán".

a) **Xác suất** $P(T) = \frac{2}{3}$ và $P(\bar{T}) = \frac{1}{3}$.

b) **Xác suất có điều kiện** $P(G|T) = 0,3$, $P(G|\bar{T}) = 0,9$.

c) **Xác suất** $P(G) = 0,5$

d) Trong số những người được phỏng vấn giỏi toán có 80% người đã trả lời thích học môn toán khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): -x + 2y + z - 3 = 0$.

a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .

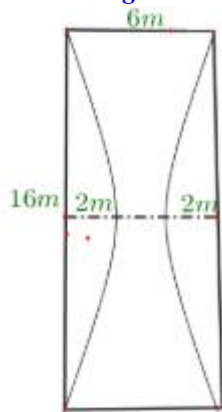
b) **Mặt phẳng** (Q) **song song với đường thẳng** d **và vuông góc với mặt phẳng** (P) **có một vector pháp tuyến là** $(1; 1; -1)$.

c) **Góc giữa đường thẳng** d **và mặt phẳng** (P) **bằng** 30° .

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a + b + c$ bằng 3.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Ông A có mảnh đất hình chữ nhật chiều dài 16m, chiều rộng 6m. Ông A muốn thiết kế mảnh đất đó thành ba phần bởi đường cong hypebol (như hình vẽ). Ông A dự định trồng hoa ở hai phần đất được giới hạn bởi đường cong hypebol và chiều dài mảnh đất, phần đất còn lại ông lát đá. Biết chi phí trồng hoa là 150.000 đồng/ $1m^2$ và lát đá là 300.000 đồng/ $1m^2$. Tính chi phí mà ông A bỏ ra để hoàn thành dự định của mình, (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



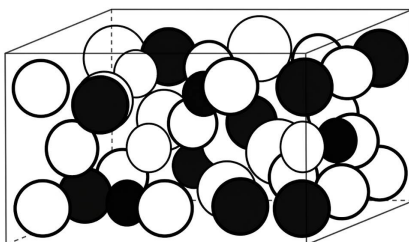
Câu 2. Một quả bóng bầu dục theo quy định được sử dụng trong giải bóng bầu dục quốc gia có kích thước 28cm từ đầu này đến đầu kia và đường kính 17cm ở phần dày nhất (quy định cho phép thay đổi một chút về các kích thước này)



Hình dạng của một quả bóng bầu dục có kích thước nói trên có thể được tạo thành khi quay phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = -4$; $x = 24$, trong đó x tính bằng cm. Thể tích (đơn vị: cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) của quả bóng bầu dục có kích thước nói trên bằng bao nhiêu.

Trả lời:

Câu 3. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

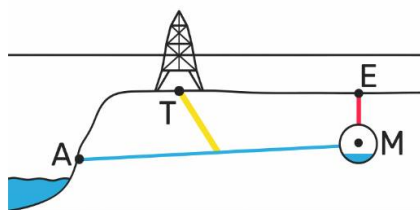


Trả lời:

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

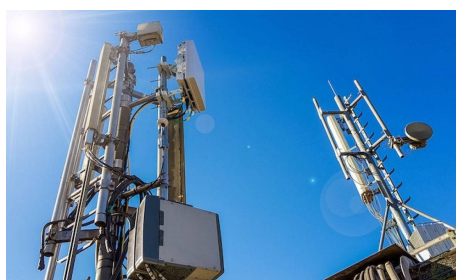
Câu 5. Tại các vị trí M có một hồ chứa nước (để trữ nước sau đó hút nước đưa lên mặt đất tại điểm E). Một kênh tràn k dẫn nước từ M đến A . Từ điểm T trên mặt đất, một mũi khoan thông khí b được khoan theo hướng của véc tơ $\vec{v} = (1; 1; -4)$



Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100m), ta có các tọa độ: $M(8;12;-6)$, $N(14;2;-10)$, $A(11;0;-9)$, $T(8;2;0)$. Hỏi chiều dài mũi khoan cần là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Câu 6. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.



Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{\ln 2025} + C.$

C. $\int 2025^x dx = 2025^x \cdot \ln 2025 + C.$

D. $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

Do đó $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 f(x) dx = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -9.

B. 9.

C. -5.

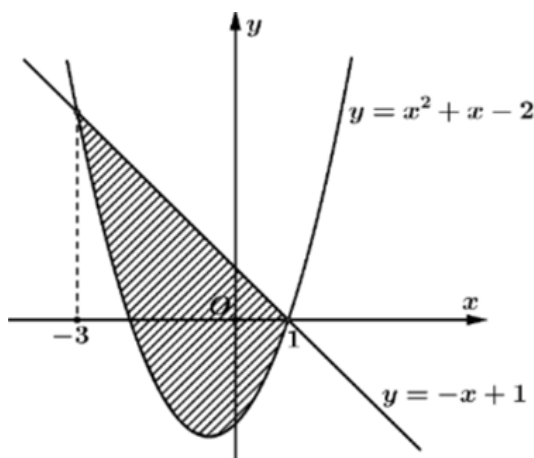
D. 5.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 7 - 2 = 5.$

Câu 3. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng:



A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx.$

B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx.$

C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx.$

D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx.$

Lời giải

Chọn D.

$$\int_{-3}^1 [(-x+1)-(x^2+x-2)]dx = \int_{-3}^1 (-x^2-2x+3)dx$$

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 6x, x = 0, x = 1$.

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{7}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}$.

Câu 5. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16}{15}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành là

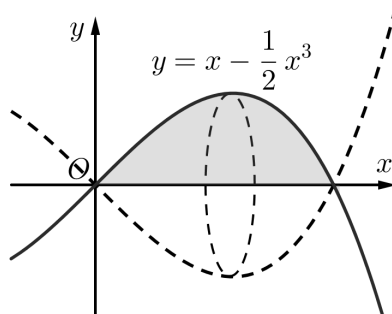
$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 6. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường

$$y = x - \frac{1}{2}x^3, y = 0, x = 0, x = \sqrt{2}.$$



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx$.

B. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx$.

C. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2} x^3 \right) dx.$

D. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2} x^3 \right) dx.$

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của vật thể là: $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2} x^3 \right)^2 dx.$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,1$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{5}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}.$

Câu 8. Cho A, B là hai biến cố. Biết $P(B) = 0,2$. Nếu B không xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra là 2%. Nếu B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4%. Xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. 0,018.

B. 0,036.

C. 0,028.

D. 0,024.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $P(B) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,8.$

Vì B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4% nên $P(A|B) = 0,04.$

Tương tự ta cũng có $P(A|\bar{B}) = 0,02.$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,04 + 0,8.0,02 = 0,024.$

Câu 9. Trong không gian Oxyz cho tam giác ABC đều với $A(6;0;0)$, $B(0;y;0)$ và $C(0;0;z)$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tính khoảng cách OI

A. $OI = 2\sqrt{2}.$

B. $OI = 3\sqrt{2}.$

C. $OI = 3.$

D. $OI = 2\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn D.

Do tam giác ABC đều nên $\begin{cases} AB = BC \\ AB = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ AB^2 = AC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6^2 + y^2 = y^2 + z^2 \\ 6^2 + y^2 = 6^2 + z^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 6^2 \\ z^2 = 6^2 \end{cases}$

Xét trường hợp $y = z = 6$. Khi đó $B(0;6;0)$ và $C(0;0;6)$

Do tam giác ABC đều nên tâm đường tròn nội tiếp cũng là trọng tâm. Suy ra $I(2;2;2)$

Vậy khoảng cách $OI = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$

Các trường hợp còn lại của y, z đều tính được $OI = 2\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có

vị trí tương đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải

Chọn D

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) .

Do d vuông góc với (P) nên d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$; $(\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$.

Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$

B. $-\frac{4}{9}$

C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$

D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$, lần lượt là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) .

Ta có $\vec{n}_\alpha(2; -1; 2)$; $\vec{n}_\beta(1; 2; -2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta) \right| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|2.1 - 1.2 - 2.2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{9}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Giả sử rằng khi tăng t năm tuổi, một máy công nghiệp A tạo ra doanh thu với tốc độ $R'(t) = 650 - 3t^2$ (triệu đồng/năm), thời điểm $t = 0$ tính từ lúc máy A bắt đầu hoạt động. Biết rằng chi phí biên cho vận hành và bảo trì là $C'(t) = 48 + 12t^2$ (triệu đồng/năm), ở đây $C(t)$ là chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được t năm tuổi.

a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\int_0^{12} (650 - 3t^2) dt$ (triệu đồng).

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm là 1152 (triệu đồng).

c) Tuổi thọ hữu ích của một máy là số năm T trước khi lợi nhuận (bằng doanh thu trừ chi phí) mà nó tạo ra bắt đầu giảm. Tuổi thị hữu ích của máy A là 8 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là 2532 (triệu đồng).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\int_0^{12} (650 - 3t^2) dt$ (triệu đồng).

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm:

$$\int_0^6 (48 + 12t^2) dt = (48t + 4t^3) \Big|_0^6 = 1152 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Doanh thu của máy A sau t năm tuổi được xác định:

$$R(t) = \int R'(t) dt = \int (650 - 3t^2) dt = 650t - t^3 + C.$$

Tại thời điểm $t = 0$ thì $R(t) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow R(t) = 650t - t^3$.

Chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được . . . năm tuổi được xác định:

$$C(t) = \int (48 + 12t^2) dt = 48t + 4t^3 + C.$$

Tại thời điểm $t = 0$ thì $C(t) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow C(t) = 48t + 4t^3$.

$\Rightarrow$ Hàm biểu diễn tuổi thọ hữu ích của máy A : $T(t) = R(t) - C(t) = -5t^3 + 602t$.

Xét hàm số $T(t) = -5t^3 + 602t$ có $T'(t) = -15t^2 + 602 = 0 \Leftrightarrow t = \pm \sqrt{\frac{602}{15}}$.

Bảng biến thiên:

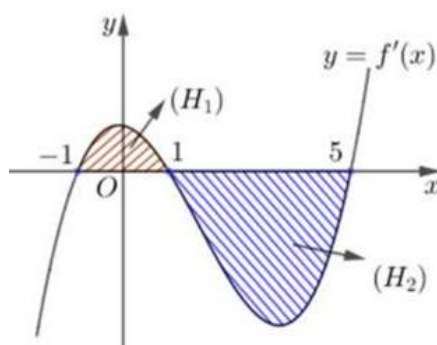
t	0	$\sqrt{\frac{602}{15}}$	$+\infty$
T'	0	+	0
T			

Từ bảng biến thiên, lợi nhuận của máy A bắt đầu giảm tại thời điểm $t = \sqrt{\frac{602}{15}} \approx 6,34$, do đó tuổi thọ hữu ích của máy A là khoảng 6 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là

$$\int_0^6 (R'(t) - C'(t)) dt = \int_0^6 (-15t^2 + 602) dt = 2532 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng (H_1) , (H_2) lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x) dx$ bằng 148.

b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4 .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng $x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Dựa vào đồ thị ta có: $S_{(H_1)} = 20$ nên $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 20$, $S_{(H_2)} = 128$ nên $\int_1^5 f'(x)dx = -128$.

$$\text{Vậy } \int_{-1}^5 f'(x)dx = \int_{-1}^1 f'(x)dx + \int_1^5 f'(x)dx = 20 - 128 = -108.$$

$$\text{b) } \int_{-1}^5 f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^5 = f(5) - f(-1) = -108 \Rightarrow f(5) = -108 + f(-1) = -108 + \left(-\frac{43}{3}\right) = -\frac{475}{3}.$$

c) Xét $f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-5)$

$$S_{(H_1)} = \int_{-1}^1 f'(x)dx = \int_{-1}^1 a(x+1)(x-1)(x-5)dx = a \int_{-1}^1 (x+1)(x-1)(x-5)dx = a \cdot \frac{20}{3} = 20 \Rightarrow a = 3.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = 3(x+1)(x-1)(x-5) = 3x^3 - 15x^2 - 3x + 15.$$

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^3 - 15x^2 - 3x + 15)dx = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x + C.$$

$$\text{Mà } f(-1) = -\frac{43}{4} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x. \text{ Vậy } f(2) = -4.$$

$$\text{d) Ta có: } S = \int_0^5 \left(\frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x \right) - \left(-\frac{3}{2}x^2 + 15x \right) dx = \int_0^5 \left(\frac{3}{4}x^4 - 5x^3 \right) dx = \frac{625}{2}.$$

Câu 3. Trong cuộc khảo sát ngẫu nhiên 600 học sinh về việc “thích học” hay “không thích học” môn toán. Kết quả thống kê như sau: có 400 học sinh trả lời "thích học" và 200 học sinh trả lời "không thích học". Thực tế cho thấy tỉ lệ học sinh “giỏi toán” tương ứng với những cách trả lời "thích học" và "không thích học" lần lượt là 70% và 10%.

Gọi T là biến cố "Học sinh được phỏng vấn trả lời thích học môn toán".

Gọi G là biến cố "Học sinh được phỏng vấn giỏi toán".

$$\text{a) Xác suất } P(T) = \frac{2}{3} \text{ và } P(\bar{T}) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{b) Xác suất có điều kiện } P(G|T) = 0,3, P(G|\bar{T}) = 0,9.$$

$$\text{c) Xác suất } P(G) = 0,5$$

d) Trong số những người được phỏng vấn giỏi toán có 80% người đã trả lời thích học môn toán khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

$$\text{a) Ta có: } P(T) = \frac{400}{600} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(\bar{T}) = 1 - P(T) = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) Theo đề bài ta có: } P(G|T) = 70\% = 0,7, P(G|\bar{T}) = 10\% = 0,1.$$

c) Ta có: $P(G) = P(GT) + P(G\bar{T}) = P(G|T).P(T) + P(G|\bar{T}).P(\bar{T}) = 0,7 \cdot \frac{2}{3} + 0,1 \cdot \frac{1}{3} = 0,5$

d) Ta có: $P(T|G) = \frac{P(TG)}{P(G)} = \frac{P(G|T).P(T)}{P(G)} = \frac{0,7 \cdot \frac{2}{3}}{0,5} = \frac{14}{15} \approx 93,3\%.$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): -x + 2y + z - 3 = 0.$

a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $(1; 1; -1)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a + b + c$ bằng 3.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Thay tọa độ điểm $A(1; -1; -2)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ ta có

$\frac{1-1}{2} = \frac{-1+1}{-1} \neq \frac{-2-2}{1}$. Vậy điểm $A(1; -1; -2)$ không nằm trên đường thẳng d .

b) Vì mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) nên

$\left. \begin{array}{l} \vec{n}_{(Q)} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{n}_{(Q)} \perp \vec{u}_d \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-3; -3; 3) = -3(1; 1; -1).$

c) Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) ,

$\Delta \cap d = N(1 + 2t; -1 - t; 2 + t).$

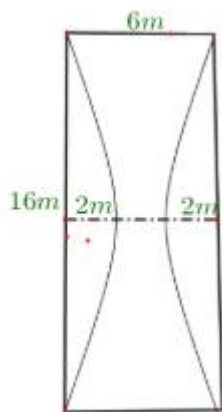
$\overrightarrow{MN} = (4 + 2t; -2 - t; t).$

Vì Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{MN} \perp \vec{n}_{(P)} \Rightarrow (4 + 2t)(-1) + (-2 - t) \cdot 2 + t = 0 \Leftrightarrow -3t = 8 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{3}$

Vậy điểm $N\left(-\frac{13}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow -\frac{13}{3} + \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}.$

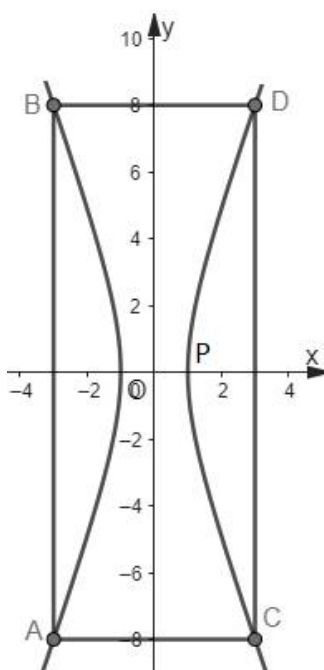
PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Ông A có mảnh đất hình chữ nhật chiều dài 16m, chiều rộng 6m. Ông A muốn thiết kế mảnh đất đó thành ba phần bởi đường cong hypebol (như hình vẽ). Ông A dự định trồng hoa ở hai phần đất được giới hạn bởi đường cong hypebol và chiều dài mảnh đất, phần đất còn lại ông lát đá. Biết chi phí trồng hoa là 150.000 đồng/ $1m^2$ và lát đá là 300.000 đồng/ $1m^2$. Tính chi phí mà ông A bỏ ra để hoàn thành dự định của mình, (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 23,1



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên hệ trục là mét.

Khi đó, hypebol có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$.

Ta thấy hypebol đi qua hai điểm $P(1; 0), D(3; 8)$ nên $\frac{1^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1; \frac{3^2}{a^2} - \frac{8^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 1; b^2 = 8$.

Vậy phương trình hypebol là $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow y = \pm \sqrt{8x^2 - 8}$

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ là $S = 6.16 = 96 m^2$

Diện tích trồng hoa (hai phần đất được giới hạn bởi đường cong hypebol và chiều dài mảnh đất) là

$$S_1 = 4 \int_1^3 \sqrt{8x^2 - 8} \approx 38 m^2$$

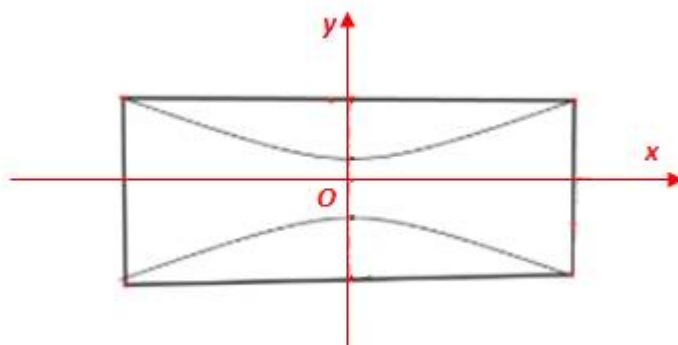
Diện tích phần lát đá là $S_2 = S - S_1 \approx 58 m^2$

Tổng chi phí mà ông A bỏ ra để hoàn thành dự định của mình là

$$0,15.S_1 + 0,3.S_2 \approx 23,1 \text{ triệu đồng.}$$

Kết quả làm tròn đến hàng phần chục là 23,1 triệu

Chú ý: Bài này chọn hệ toạ độ Oxy như hình như sau giải đơn giản hơn



Câu 2. Một quả bóng bầu dục theo quy định được sử dụng trong giải bóng bầu dục quốc gia có kích thước 28cm từ đầu này đến đầu kia và đường kính 17cm ở phần dày nhất (quy định cho phép thay đổi một chút về các kích thước này)



Hình dạng của một quả bóng bầu dục có kích thước nói trên có thể được tạo thành khi quay phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = -4$; $x = 24$, trong đó x tính bằng cm. Thể tích (đơn vị: cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) của quả bóng bầu dục có kích thước nói trên bằng bao nhiêu.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3390

Chọn hệ trục toạ độ Oxy sao cho parabol $f(x) = ax^2 + bx + c$ cắt trục hoành tại các điểm $(-4; 0)$,

$$(24; 0) \text{ và tọa độ đỉnh } I\left(10; -\frac{17}{2}\right).$$

ta có hệ phương trình

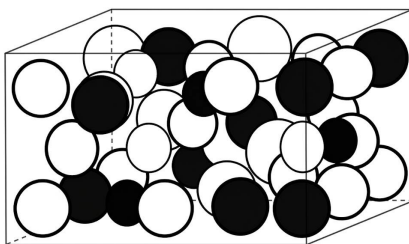
$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 576a + 24b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = -\frac{17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{392} \\ b = -\frac{85}{98} \\ c = -\frac{204}{49} \end{cases}$$

Nên $f(x) = \frac{17}{392}x^2 - \frac{85}{98}x - \frac{204}{49}$

Thể tích của quả bóng bầu dục là

$$V = \pi \int_{-4}^{24} [f(x)]^2 dx = \pi \int_{-4}^{24} \left[\frac{17}{392}x^2 - \frac{85}{98}x - \frac{204}{49} \right]^2 dx = \frac{16184\pi}{15} \approx 3390 \text{ cm}^3.$$

Câu 3. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,69

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen.

Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen.

Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29} \approx 0,69.$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

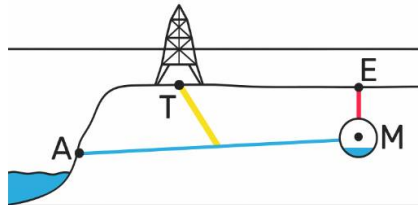
Đáp án: -13

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \quad (1).$$

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5; a; b)$ thì tọa độ của điểm B thỏa (1), tức là

$$\begin{cases} -5 = 1 + 2t \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = -1 \\ b = -12 \end{cases} \Rightarrow a + b = -13.$$

Câu 5. Tại các vị trí M có một hồ chứa nước (để trữ nước sau đó hút nước đưa lên mặt đất tại điểm E). Một kênh tràn k dẫn nước từ M đến A . Từ điểm T trên mặt đất, một mũi khoan thông khí b được khoan theo hướng của véc tơ $\vec{v} = (1; 1; -4)$



Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trong hệ tọa độ tương ứng 100m), ta có các tọa độ: $M(8; 12; -6)$, $N(14; 2; -10)$, $A(11; 0; -9)$, $T(8; 2; 0)$. Hỏi chiều dài mũi khoan cần là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 849

- Kênh tràn k từ M đến A : $\overrightarrow{MA} = (3; -12; -3) = 3(1; -4; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng k :
$$\begin{cases} x = 8 + t \\ y = 12 - 4t \\ z = -6 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Mũi khoan b qua T , theo $\vec{v} = (1; 1; -4)$:

Vậy phương trình đường thẳng b :
$$\begin{cases} x = 8 + s \\ y = 2 + s \\ z = -4s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Giải hệ $8 + t = 8 + s, 12 - 4t = 2 + s, -6 - t = -4s \Rightarrow t = s = 2$.

Giao điểm $P(10; 4; -8)$.

Chiều dài cần khoan từ T đến P : $TP = 2\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}$ (đơn vị) $600\sqrt{2} \text{ m} \approx 849 \text{ m}$

Câu 6. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 512

Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$ thì

$$IA \leq 600 \Leftrightarrow (m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2 \leq 600^2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 360m - 340000 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{180 - \sqrt{712400}}{2} \leq m \leq \frac{180 + \sqrt{712400}}{2}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là $\frac{180 + \sqrt{712400}}{2} \approx 512.$