

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang)

Câu 1 (4,0 điểm).

1) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$.

2) Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu phút thì khoảng cách giữa hai tàu là ngắn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 2 (3,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{4xy + x + 3} = x + 4y - 1 \\ \log_3 x + \log_3 (x - y) + 1 = \log_3 (4y) + \log_3 (2x + y) \end{cases}$$

2) Cho dãy số (a_n) xác định bởi
$$\begin{cases} a_1 = 20; a_2 = 24 \\ na_{n+2} = (3n + 2)a_{n+1} - 2(n + 1)a_n \quad (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau và trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ?

2) Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời Đúng/ Sai. Mỗi câu hỏi có 4 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách thức tính điểm cho mỗi câu hỏi như sau:

- Học sinh chọn chính xác 01 ý được 0,1 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 02 ý được 0,25 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 03 ý được 0,5 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 04 ý được 1,0 điểm.

Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại Đúng/ Sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 0,5 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

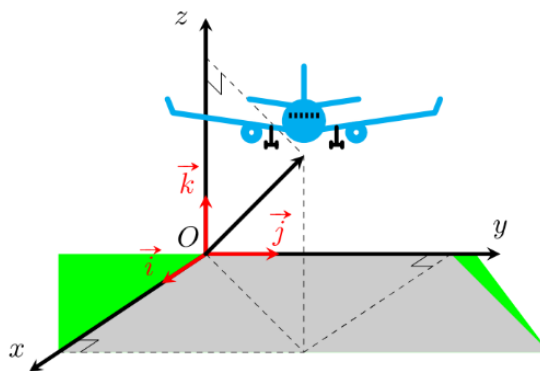
Câu 4 (4,0 điểm).

1) Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = xBC$ ($0 < x < 1$). Mặt phẳng (P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Diện tích lớn nhất của tứ giác $MNPQ$ bằng bao nhiêu?

2) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 5 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$, mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$, $SB = 1$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

Câu 6 (1,5 điểm). Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 9 giờ, máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = (300; 400; 3)$ (km/h). Khi máy bay đạt độ cao 10 km so với mặt đất, máy bay đổi vận tốc mới $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ (km/h) để hướng đến sân bay A . Tìm tọa độ máy bay khi vừa đáp xuống sân bay A .



Câu 7 (1,5 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq 1.$$

☞ HẾT ☞

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Hướng dẫn gồm 09 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Các cách giải khác đúng thì cho điểm tương ứng với biểu điểm đã cho.
- Điểm chấm của từng phần được chia nhỏ đến 0,25 điểm. Điểm của toàn bài là tổng điểm của các phần và không làm tròn số.

II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

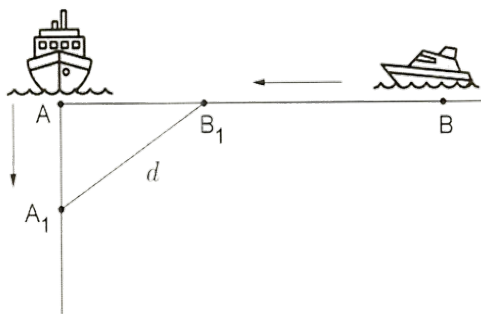
Câu 1 (4,0 điểm).

1) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

đã cho đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$.

2) Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu phút thì khoảng cách giữa hai tàu là ngắn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1	1) (2,0)	Ta có: $y' = x^2 - mx - 3m^2 + 1$.	0,25
		Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . $\Leftrightarrow m^2 - 4(-3m^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 (*)$.	0,5
		Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.	0,25
		Do đó $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$ $\Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \end{cases}$.	0,5
		Đối chiếu với điều kiện (*), giá trị của m cần tìm là $m = -1; m = \frac{5}{3}$.	0,5
	2) (2,0)	Gọi d là khoảng cách giữa hai tàu sau khi xuất phát t giờ, $t > 0$. Khi đó tàu A đang ở vị trí A_1 và tàu B đang ở vị trí B_1 như hình vẽ sau	0,5



Quãng đường tàu A đi được là $AA_1 = v_A \cdot t = 6t$.

Quãng đường tàu B đi được là $BB_1 = v_B \cdot t = 7t$.

Ta có $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2$, $0 < t \leq \frac{5}{7}$.

Vậy $d = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$, $0 < t \leq \frac{5}{7}$.

Đặt $f(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$ (với $0 < t \leq \frac{5}{7}$).

Bài toán trở thành tìm $\min_{\left[0; \frac{5}{7}\right]} f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{170t - 70}{2\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$.

Lập bảng biến thiên

t	0	$\frac{7}{17}$	$\frac{5}{7}$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	5	$\frac{6\sqrt{85}}{17}$	$\frac{30}{7}$

Từ bảng biến thiên, ta có $\min_{\left[0; \frac{5}{7}\right]} f(t) = f\left(\frac{7}{17}\right) = \frac{6\sqrt{85}}{17} \approx 3,524$ (hải lí)

Vậy $t = \frac{7}{17}h \approx 25$ phút.

Câu 2 (3,0 điểm).

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{4xy+x+3} = x+4y-1 \\ \log_3 x + \log_3 (x-y) + 1 = \log_3 (4y) + \log_3 (2x+y) \end{cases}$$
- 2) Cho dãy số (a_n) xác định bởi
$$\begin{cases} a_1 = 20; a_2 = 24 \\ na_{n+2} = (3n+2)a_{n+1} - 2(n+1)a_n \quad (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 2	1) (1,5)	Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x - y > 0 \\ 2x + y > 0 \\ 4xy + x + 3 \geq 0 \end{cases} \quad (*)$	0,25
		$\log_3 x + \log_3 (x-y) + 1 = \log_3 (4y) + \log_3 (2x+y) \quad (1)$ $\Leftrightarrow \log_3 [3x(x-y)] = \log_3 [4y(2x+y)]$ $\Leftrightarrow 3x(x-y) = 4y(2x+y)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 11xy - 4y^2 = 0$ $\Leftrightarrow (3x+y)(x-4y) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ x = 4y \end{cases}$	0,5
		Xét phương trình $\sqrt{4xy+x+3} = x+4y-1 \quad (2)$ Với $y = -3x$, (2) trở thành $\sqrt{-12x^2+x+3} = -11x-1 \quad (3)$. Theo điều kiện trên, $x > 0$ nên phương trình (3) vô nghiệm.	0,25
		Với $x = 4y$, (2) trở thành $\sqrt{x^2+x+3} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-5x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x=2 \\ x=2 \end{cases}$	0,25
		Kết hợp với điều kiện (*), suy ra hệ phương trình có duy nhất một nghiệm là $(x; y) = \left(2; \frac{1}{2}\right)$.	0,25

	2) (1,5)	Từ hệ thức truy hồi ta suy ra $na_{n+2} = (3n+2)a_{n+1} - 2(n+1)a_n$ $\Leftrightarrow n(a_{n+2} - a_{n+1}) = 2(n+1)(a_{n+1} - a_n)$ $\Leftrightarrow \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{n+1} = 2 \cdot \frac{a_{n+1} - a_n}{n}.$ Đặt $b_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{n}$, ta được $b_{n+1} = 2b_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ Suy ra (b_n) là một cấp số nhân có công bội bằng 2. Do đó $b_n = b_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1} \Rightarrow a_{n+1} - a_n = n \cdot 2^{n+1} \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a_n}{2^n} = n$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - [2(n+1) - 4] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{a_n}{2^n} - (2n-4) \right].$	0,5
		Đặt $c_n = \frac{a_n}{2^n} - (2n-4) \Rightarrow c_{n+1} = \frac{1}{2}c_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$, do đó (c_n) là một cấp số nhân có công bội bằng $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow c_n = c_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{24}{2^n} \Rightarrow a_n = (2n-4)2^n + 24 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$	0,5
		Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n-2)2^{n+1} + 24}{(2n-4)2^n + 24} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{24}{(2n-2)2^n}}{\frac{2n-4}{2n-2} + \frac{24}{(2n-2)2^n}} = 2.$	0,5

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau và trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ?

2) Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời Đúng/ Sai. Mỗi câu hỏi có 4 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách thức tính điểm cho mỗi câu hỏi như sau:

- Học sinh chọn chính xác 01 ý được 0,1 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 02 ý được 0,25 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 03 ý được 0,5 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 04 ý được 1,0 điểm.

Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại Đúng/ Sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 0,5 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

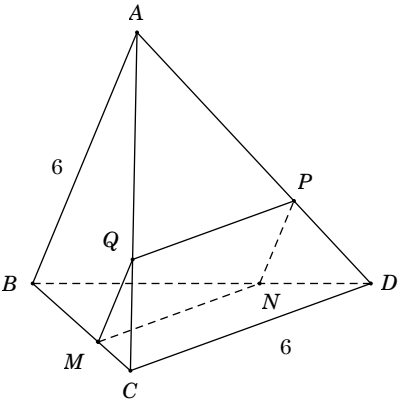
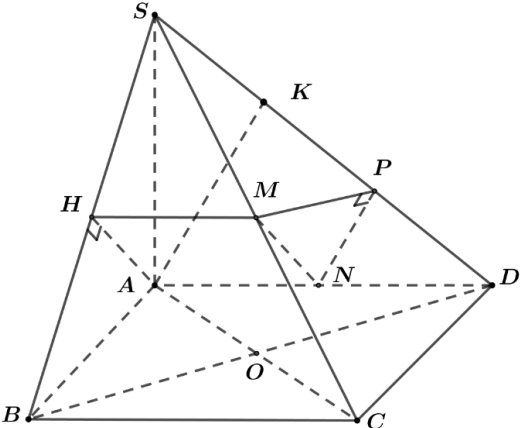
CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 3	1) (1,5)	Gọi số đó là $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Từ giả thiết suy ra A có 1 hoặc 2 hoặc 3 chữ số lẻ lấy từ $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.	0,25
		Trường hợp 1: A có 1 chữ số lẻ.	0,25

		+) a_1 lẻ: Số các số A là $C_5^1 P_5 = 600$ +) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1. Số các số A là $4.(C_5^1 C_4^4) P_5 = 2400$ Tổng có: $600 + 2400 = 3000$ số các số A trong đó có đúng một chữ số lẻ.	
		Trường hợp 2: A có 2 chữ số lẻ. +) a_1 lẻ: Có 5 cách chọn a_1. Có 5 cách chọn a_2 chẵn. Vậy số các số A là $5.5.(C_4^1 C_3^3) P_4 = 9600$ +) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1. Có 6 cách chọn hai vị trí không kề nhau của hai số lẻ trong $a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là $4.(C_5^2 . 6 . P_2) . A_4^3 = 11520$ Tổng có: $9600 + 11520 = 21120$ số các số A.	0,25
		Trường hợp 3: A có 3 chữ số lẻ +) a_1 lẻ: Có 5 cách chọn a_1. Có 5 cách chọn a_2. Có 3 cách chọn hai vị trí không kề nhau của hai số lẻ trong $a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là $5.5.(C_4^2 . 3 . P_2) . A_4^2 = 10800$ +) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1. Có 1 cách chọn 3 vị trí không kề nhau của 3 số lẻ trong $a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là: $4.(C_5^3 . 1 . P_3) . A_4^2 = 2880$. Tổng có: $10800 + 2880 = 13680$ số các số A.	0,25
		Vậy có: $3000 + 21120 + 13680 = 37800$ số các số A .	0,5
	2) (1,5)	Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.	0,25
		Để đạt 0,5 điểm sẽ có các trường hợp sau xảy ra: Trường hợp 1. Mỗi câu hỏi học sinh trả lời đúng 2 ý và sai 2 ý, khi đó số điểm đạt được mỗi câu hỏi là 0,25 điểm. Trường hợp 2. Một câu hỏi trong hai câu học sinh trả lời đúng 3 ý, sai 1 ý, câu hỏi còn lại trong hai câu đó học sinh trả lời sai cả 4 ý.	0,5
		Gọi A là biến cố học sinh đó được 0,5 điểm. Khi đó $n(A) = C_4^2 . C_4^2 + 2C_4^3 . C_4^1 = 44.$	0,5
		Vậy xác suất để học sinh đó được 0,5 điểm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{44}{256} = \frac{11}{64}$.	0,25

Câu 4 (4,0 điểm).

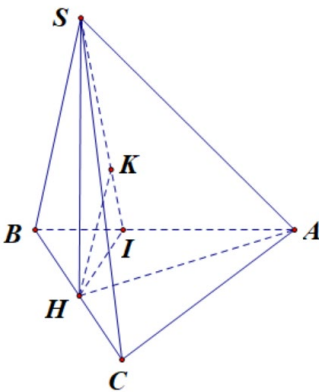
1) Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , $AB = CD = 6$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = xBC$ ($0 < x < 1$). Mặt phẳng (P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Diện tích lớn nhất của tứ giác $MNPQ$ bằng bao nhiêu?

2) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 4		 Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MQ \parallel NP \parallel AB \\ MN \parallel PQ \parallel CD \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành. Mặt khác, $AB \perp CD \Rightarrow MQ \perp MN$. Do đó, $MNPQ$ là hình chữ nhật.	0,5
	1) (2,0)	Vì $MQ \parallel AB$ nên $\frac{MQ}{AB} = \frac{CM}{CB} = x \Rightarrow MQ = x \cdot AB = 6x$. Theo giả thiết $MC = x \cdot BC \Rightarrow BM = (1-x)BC$. Vì $MN \parallel CD$ nên $\frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} = 1-x \Rightarrow MN = (1-x) \cdot CD = 6(1-x)$. Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = 6(1-x) \cdot 6x = 36x(1-x) \leq 36 \left(\frac{x+1-x}{2} \right)^2 = 9.$	0,5
		Ta có $S_{MNPQ} = 9$ khi $x = 1-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC.	0,5
	2) (2,0)	 + Gọi H là trung điểm SB, vì $\triangle SAB$ vuông cân tại A nên $AH \perp SB$ (1).	0,5

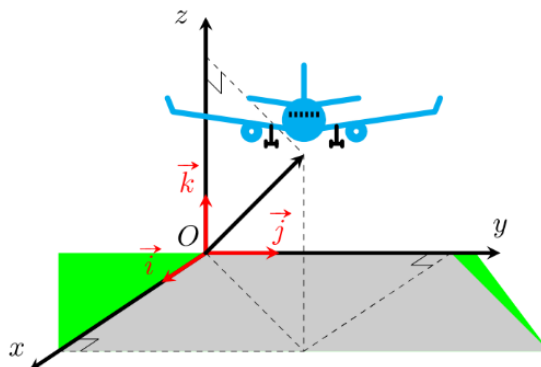
		+ Lại có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \text{ (2)}.$ Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC) \text{ (3)}.$ + Gọi K là hình chiếu của A lên SD, chứng minh tương tự ta có $AK \perp (SCD) \text{ (4)}.$ + Vì $(SBC) \cap (SCD) = SC$ nên từ (3), (4) suy ra $\left(\widehat{(SBC), (SCD)} \right) = \left(\widehat{AH, AK} \right) = \varphi.$	
		+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC, AD, dễ dàng chứng minh được $AHMN$ là hình bình hành, suy ra $MN \parallel AH$ + Kẻ $NP \parallel AK (P \in SD)$, vì $NP \parallel AK \Rightarrow NP \perp (SCD) \Rightarrow NP \perp MP.$ + Ta có $\left(\widehat{AH, AK} \right) = \left(\widehat{MN, NP} \right) = \widehat{MNP} = \varphi$ (vì $\triangle MNP$ vuông tại P).	0,5
		+ Đặt $AD = x$, dễ thấy $AK = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \Rightarrow NP = \frac{ax}{2\sqrt{a^2 + x^2}}.$ + Xét $\triangle MNP$ vuông tại P, ta có $\cos \widehat{MNP} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{NP}{MN} = \frac{\frac{ax}{2\sqrt{a^2 + x^2}}}{a\sqrt{2}}$ $\Rightarrow x = a\sqrt{2}.$	0,5
		Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 \sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$	0,5

Câu 5 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$, mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$, $SB = 1$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 5		 Gọi H là trung điểm của BC suy ra $SH \perp (ABC).$ Ta có $d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)).$ Kẻ $HI \perp AB$; $HK \perp SI$ suy ra $d(H, (SAB)) = HK.$	0,5

	Vì ΔSBC đều, $SB = 1$ suy ra $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Đặt $SA = x$. $\Rightarrow AB = \sqrt{SA^2 + SB^2 - 2.SA.SB.\cos \widehat{ASB}} = \sqrt{x^2 - x + 1}$ (do $\widehat{ASB} = 60^\circ$). Ta lại có $\Delta ASB = \Delta ASC$. $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{x^2 - x + \frac{3}{4}}$	1,0
	Mà tam giác SHA vuông tại H nên $SA^2 = SH^2 + HA^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{4} + x^2 - x + \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$ Suy ra $AB = \frac{\sqrt{7}}{2}; AH = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow HI = \frac{BH.AH}{AB} = \frac{\sqrt{42}}{14}$.	1,0
	Từ đó ta có $HK = \frac{SH.HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$. Suy ra $d(C, (SAB)) = \frac{\sqrt{6}}{3}$.	0,5

Câu 6 (1,5 điểm). Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 9 giờ, máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = (300; 400; 3)$ (km/h). Khi máy bay đạt độ cao 10 km so với mặt đất, máy bay đổi vận tốc mới $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ (km/h) để hướng đến sân bay A . Tìm tọa độ máy bay khi vừa đáp xuống sân bay A .



CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 6		Tại thời điểm 11 giờ, máy bay ở điểm có tọa độ: $(50 + 300.2; 120 + 400.2; 4 + 3.2) \text{ hay } (650; 920; 10)$ Suy ra, khi đạt độ cao 10 km so với mặt đất, máy bay ở điểm có tọa độ: $(650; 920; 10)$.	0,5
		Máy bay đổi vận tốc mới $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ thì sau một khoảng thời gian t (h) máy bay ở điểm có tọa độ $(650 + 400t; 920 + 300t; 10 - 5t)$.	0,5

	Khi máy bay đáp xuống sân bay A thì độ cao của máy bay so với mặt đất bằng 0 nên $10 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.	0,25
	Tọa độ máy bay khi vừa đáp xuống sân bay A là $(1450; 1520; 0)$.	0,25

Câu 7 (1,5 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1.$$

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 6		Chứng minh BĐT: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \quad \forall a, b > 0$ (*). Thật vậy $\forall a, b > 0$ ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ Theo BĐT CÔSI cho các số dương a, b; $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ ta có $\left. \begin{array}{l} a+b \geq 2\sqrt{ab} > 0 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4.$ Dấu bằng khi $a = b$.	0,25
		Áp dụng (*) $\Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, ta có $\frac{1}{2x+y+z} = \frac{1}{(x+y)+(x+z)} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z}\right)$ $\leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)\right)$ $\Rightarrow \frac{1}{2x+y+z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \quad (1)$	0,5
		Chứng minh tương tự ta có $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right) \quad (2)$ $\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) \quad (3)$	0,25
		Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta được $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16}\left(4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)\right) = 1.$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = \frac{3}{4}$.	0,5

❧ HẾT ❧

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>