Mục lục - KSHS trong 220 đề thi năm 2023

D02 - 1.2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức - Muc do 1	6
D02 - 1.2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức - Muc do 2	21
D02 - 1.2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức - Muc do 3	54
D03 - 1.3 Xét tính đơn điệu dựa vào bảng biến thiên, đồ thị - Muc do 1	55
D03 - 1.3 Xét tính đơn điệu dựa vào bảng biến thiên, đồ thị - Muc do 2	117
D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 1	125
D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 2	126
D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 3	132
D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 4	144
D05 - 1.5 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 3	161
D05 - 1.5 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 4	164
D06 - 1.6 Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên R, trên từng khoảng xác định - Muc do 2	171
D06 - 1.6 Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên R, trên từng khoảng xác định - Muc do 3	177
D06 - 1.6 Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên R, trên từng khoảng xác định - Muc do 4	184
D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 2	190
D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 3	192
D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 4	231
1 Câu 71: [2D1-1.7-4] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.	290
D08 - 1.8 Ứng dụng tính đơn điệu vào PT, BPT, HPT, BĐT - Muc do 2	299
D08 - 1.8 Ứng dụng tính đơn điệu vào PT, BPT, HPT, BĐT - Muc do 3	300
D08 - 1.8 Ứng dụng tính đơn điệu vào PT, BPT, HPT, BĐT - Muc do 4	303
D00 - 2.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 2	309
D01 - 2.1 Câu hỏi lý thuyết về cực trị - Muc do 1	310
D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 1	311
D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 2	319
D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 3	343
D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 4	347
D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 1	348
D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 2	433
D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 3	446
D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 4	449
D04 - 2.4 Cực trị của hs chứa dấu GTTĐ, hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 2	450
D04 - 2.4 Cực trị của hs chứa dấu GTTĐ, hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 3	453
D04 - 2.4 Cực trị của hs chứa dấu GTTĐ, hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 4	464
D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 1	480
D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 2	483

D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 3 488
D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 4 498
D06 - 2.6 Tìm cực trị của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 2 514
D06 - 2.6 Tìm cực trị của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 3 515
D06 - 2.6 Tìm cực trị của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 4 520
D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 1 525
D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 2 526
D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 3 529
D08 - 2.8 Tìm m để hs bậc ba có cực trị - Muc do 1 532
D08 - 2.8 Tìm m để hs bậc ba có cực trị - Muc do 2 533
D08 - 2.8 Tìm m để hs bậc ba có cực trị - Muc do 3 534
D09 - 2.9 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số bậc ba có cực trị thỏa mãn điều kiện - Muc do 2 537
D09 - 2.9 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số bậc ba có cực trị thỏa mãn điều kiện - Muc do 3 538
D10 - 2.10 Tìm m để hs trùng phương có 1 hoặc 3 cực trị - Muc do 2 558
D10 - 2.10 Tìm m để hs trùng phương có 1 hoặc 3 cực trị - Muc do 3 562
D10 - 2.10 Tìm m để hs trùng phương có 1 hoặc 3 cực trị - Muc do 4 573
D11 - 2.11 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số trùng phương có cực trị thỏa mãn ĐK - Muc do 3 574
D11 - 2.11 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số trùng phương có cực trị thỏa mãn ĐK - Muc do 4 582
D14 - 2.14 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3 584
D14 - 2.14 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4 591
D15 - 2.15 Tìm m để hs khác có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3 609
1 Câu 1: [2D1-2.15-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023) Có bao nhiêu giá trị nguyên của để hàm số có điểm cực trị. 609
D15 - 2.15 Tìm m để hs khác có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4 630
bậc 1 có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3 635
bậc 1 - Muc do 2 637
bậc 1 - Muc do 3 638
D01 - 3.1 Câu hỏi lý thuyết về MAX MIN - Muc do 1 639
D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 1 640
D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 2 647
D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 3 665
D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 4 669
D03 - 3.3 GTLN, GTNN trên khoảng - Muc do 1 671
D03 - 3.3 GTLN, GTNN trên khoảng - Muc do 2 672
D03 - 3.3 GTLN, GTNN trên khoảng - Muc do 3 674
D03 - 3.3 GTLN, GTNN trên khoảng - Muc do 4 675
D04 - 3.4 GTLN, GTNN của hàm số biết BBT, đồ thị - Muc do 1 676
D04 - 3.4 GTLN, GTNN của hàm số biết BBT, đồ thị - Muc do 2 691
D04 - 3.4 GTLN, GTNN của hàm số biết BBT, đồ thị - Muc do 3 698
D05 - 3.5 GTLN, GTNN của hs bằng PP đặt ẩn phụ - Muc do 2 708

D05 - 3.5 GTLN, GTNN của hs bằng PP đặt ẩn phụ - Muc do 3	709
D07 - 3.7 Ứng dụng GTNN, GTLN trong bài toán phương trình, bất phương trình, hệ phương trình - Muc do 4	711
D08 - 3.8 GTLN, GTNN của hs liên quan đến đồ thị, tích phân - Muc do 3	713
D08 - 3.8 GTLN, GTNN của hs liên quan đến đồ thị, tích phân - Muc do 4	714
D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 1	720
D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 2	721
D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3	723
D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4	730
D10 - 3.10 GTLN, GTNN của hs chứa dấu GTTĐ - Muc do 2	733
D10 - 3.10 GTLN, GTNN của hs chứa dấu GTTĐ - Muc do 3	734
D10 - 3.10 GTLN, GTNN của hs chứa dấu GTTĐ - Muc do 4	736
D11 - 3.11 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 2	739
D11 - 3.11 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3	740
D11 - 3.11 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4	745
D13 - 3.13 Bài toán ứng dụng, tối ưu, thực tế - Muc do 2	751
D13 - 3.13 Bài toán ứng dụng, tối ưu, thực tế - Muc do 3	752
D13 - 3.13 Bài toán ứng dụng, tối ưu, thực tế - Muc do 4	754
D01 - 4.1 Câu hỏi lý thuyết về tiệm cận - Muc do 1	759
D01 - 4.1 Câu hỏi lý thuyết về tiệm cận - Muc do 2	760
D02 - 4.2 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hàm nhất biến - Muc do 1	761
D02 - 4.2 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hàm nhất biến - Muc do 2	797
D03 - 4.3 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 1	800
D03 - 4.3 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 2	803
D03 - 4.3 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 3	807
D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 1	808
D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 2	809
D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 3	815
D05 - 4.5 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của đồ thị hs biết BBT, đồ thị - Muc do 1	819
D05 - 4.5 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của đồ thị hs biết BBT, đồ thị - Muc do 2	829
D05 - 4.5 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của đồ thị hs biết BBT, đồ thị - Muc do 3	837
D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 1	841
D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 2	842
D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 3	843
D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 4	845
D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 1	846
D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 2	904
D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 3	936
D02 - 5.2 Đồ thị hs chứa dấu GTTĐ - Muc do 3	940
D02 - 5.2 Đồ thị hs chứa dấu GTTĐ - Muc do 4	942
D03 - 5.3 Các phép biến đổi đồ thị - Muc do 2	945

D03 - 5.3 Các phép biến đổi đồ thị - Muc do 3	946
D04 - 5.4 Tìm tọa độ giao điểm, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số - Muc do 1	949
D04 - 5.4 Tìm tọa độ giao điểm, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số - Muc do 2	984
D04 - 5.4 Tìm tọa độ giao điểm, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số - Muc do 3	994
D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 1	997
D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 2	1012
D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 3	1034
D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 4	1045
D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 1	1053
D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 2	1057
D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 3	1084
D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 4	1099
D07 - 5.7 Tìm m để PT có nghiệm bằng PP cô lập m - Muc do 2	1105
D07 - 5.7 Tìm m để PT có nghiệm bằng PP cô lập m - Muc do 3	1107
D07 - 5.7 Tìm m để PT có nghiệm bằng PP cô lập m - Muc do 4	1114
D08 - 5.8 Tìm m để PT có nghiệm mà không cô lập được m - Muc do 3	1115
D09 - 5.9 Tìm m liên quan đến tương giao của hs bậc 3 - Muc do 2	1117
D09 - 5.9 Tìm m liên quan đến tương giao của hs bậc 3 - Muc do 3	1118
D09 - 5.9 Tìm m liên quan đến tương giao của hs bậc 3 - Muc do 4	1122
D11 - 5.11 Tìm m liên quan đến tương giao của hs trùng phương - Muc do 1	1123
D11 - 5.11 Tìm m liên quan đến tương giao của hs trùng phương - Muc do 2	1124
D11 - 5.11 Tìm m liên quan đến tương giao của hs trùng phương - Muc do 3	1125
D11 - 5.11 Tìm m liên quan đến tương giao của hs trùng phương - Muc do 4	1126
D12 - 5.12 Tìm m liên quan đến tương giao của hs khác - Muc do 4	1131
D13 - 5.13 Ứng dụng tương giao của hs bậc 3 để giải bài toán cực trị - Muc do 3	1138
D13 - 5.13 Ứng dụng tương giao của hs bậc 3 để giải bài toán cực trị - Muc do 4	1139
D14 - 5.14 Ứng dụng tương giao giải bài toán tiệm cận - Muc do 2	1142
D14 - 5.14 Ứng dụng tương giao giải bài toán tiệm cận - Muc do 3	1143
D15 - 5.15 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số - Muc do 1	1144
D15 - 5.15 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số - Muc do 2	1145
D15 - 5.15 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số - Muc do 3	1147
D16 - 5.16 Điểm cố định của đồ thị hàm số - Muc do 1	1148
D17 - 5.17 Đồ thị hàm số f(x), f'(x), f''(x) trên cùng một hệ trục tọa độ - Muc do 3	1149
D17 - 5.17 Đồ thị hàm số f(x), f'(x), f''(x) trên cùng một hệ trục tọa độ - Muc do 4	1151
D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 1	1154
D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 2	1155
D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 3	1158
D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 4	1159
b1 - Muc do 2	1161
b1 - Muc do 3	1163

Câu 1: **[2D1-1.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow x^3\le 0\Leftrightarrow x\le 0$.

Câu 2: **[2D1-1.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x^3=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 3: **[2D1-1.2-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-2}$.Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-6}{(x-2)^2}<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

Câu 4: **[2D1-1.2-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y=\dfrac{x-2}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$.

Suy ra, hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

Câu 5: **[2D1-1.2-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+x^2-4$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **C.** $y=x^3-9x$. **D.** $y=x^3+4x$.

Lời giải

Chọn D

$y=x^3+4x\Rightarrow y'=3x^2+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+4x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 6: **[2D1-1.2-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-5;-2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2-6x-9$. Có $y'\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(3;+\infty)$ nên cũng đồng biến trên $(-5;-2)$.

Câu 7: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y=\dfrac{x-2}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$.

Suy ra, hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

Câu 8: **[2D1-1.2-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên

khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 9: **[2D1-1.2-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 10: **[2D1-1.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên R.

C. Hàm số nghịch biến trên R.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

$y'=-\dfrac{2}{(x+1)^2}<0$ với mọi $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$..

Câu 11: **[2D1-1.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

* Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên hàm số không thể đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

* Hàm số $y=-x^3-3x$ có $y'=-3x^2-3<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

* Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ nên hàm số không thể đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Vậy đáp án đúng là $y=x^3+x.$.

Câu 12: **[2D1-1.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^4+x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3+2x=2x\left(2x^2+1\right)$.

Ta có $y'>0,\forall x>0$ và $y'<0,\forall x<0$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$..

Câu 13: **[2D1-1.2-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-12x$. Giải $y'<0\Leftrightarrow 3x^2-12x<0\Leftrightarrow x\in(0;4)$.

Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

Câu 14: [2D1-1.2-1] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=-x^3+3x^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$f'(x)=-x^3+3x^2=x^2(-x+3)<0\Leftrightarrow x>3$

Câu 15: **[2D1-1.2-1] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^3-3x^2+8$. **B.** $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+x-2022$.

C. $y=x^4+x^2-3$. **D.** $y=\frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\frac{1}{3}x^3+x^2+x-2022 \Rightarrow y'=x^2+2x+1=(x+1)^2 \Rightarrow y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}.$

Vậy hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+x-2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 16: **[2D1-1.2-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\left(\frac{x-2}{x+1}\right)'=\frac{3}{(x+1)^2}>0\,\forall x\in D$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 17: **[2D1-1.2-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x}$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

C. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

Ta có $y'=\frac{1.0-(-1).1}{x^2}=\frac{1}{x^2}>0, \forall x\in D.$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, hay hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 18: **[2D1-1.2-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Hàm số $y=-x^4+8x^2+6$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$y'=-4x^3+16x;\ y'=0\Leftrightarrow -4x^3+16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=6\\ x=2\Rightarrow y=22\\ x=-2\Rightarrow y=22\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	22	↘	6	↗	22	↘	$-\infty$

Vậy hàm số $y=-x^4+8x^2+6$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 19: **[2D1-1.2-1] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy $y'>0\Leftrightarrow x\in(-2;0)$ nên hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 20: **[2D1-1.2-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		$\dfrac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 21: **[2D1-1.2-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=-x^3+x+1$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x+2}$. **C.** $y=x^3+x+1$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+x+1$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $y'=3x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 22: **[2D1-1.2-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$..

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$..

D. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $x\neq -1$

Ta có: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$

Vậy hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 23: **[2D1-1.2-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+15$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-3)$.. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$..

C. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2+6x-9$

$y'>0\Leftrightarrow 3x^2+6x-9>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-3 \end{array}\right.$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là sai.

Câu 24: **[2D1-1.2-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$..

Câu 25: **[2D1-1.2-1] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=3x^4+2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ **B.** $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$y=3x^4+2\Leftrightarrow y'=12x^3, y'=0\Leftrightarrow x=0.$

Ta có bảng sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3x^4+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 26: **[2D1-1.2-1] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

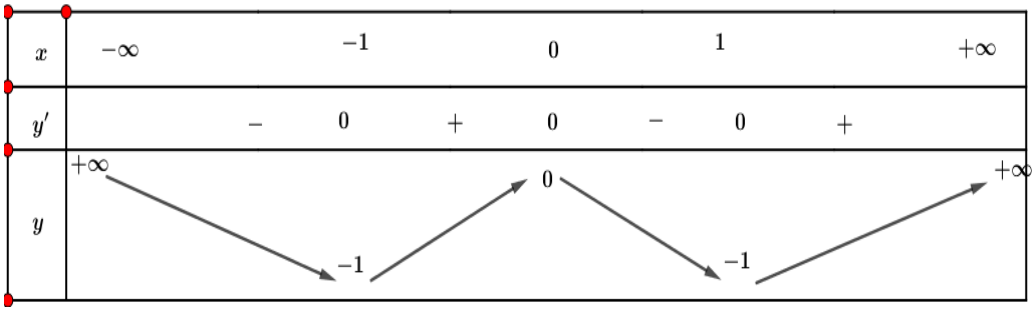
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 27: **[2D1-1.2-1] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$y' > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 3 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-5;-2)$.

Câu 28: **[2D1-1.2-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

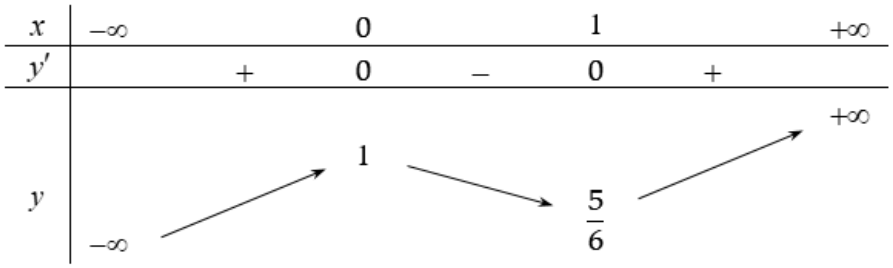
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Từ BBT hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 29: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2)** [2D1-1.2-1] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=x^3+x^2+x-3$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=x^4+2x^2+3$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{-x+1}$.

Lời giải

Chọn A

- Xét phương án **B**: hàm số $y=\log_2 x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)\Rightarrow$ loại **B**.

- Xét phương án **D**: hàm số $y=\dfrac{x+2}{-x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow$ loại **D**.

- Xét phương án **A**: $y=x^3+x^2+x-3\Rightarrow y'=3x^2+2x+1$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2+2x+1=0$: phương trình vô nghiệm $\Rightarrow y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+x^2+x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Xét phương án **C**: $y=x^4+2x^2+3\Rightarrow y'=4x^3+4x$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0$.

$\Rightarrow y'$ đổi dấu khi qua $x=0\Rightarrow$ loại **C**.

Câu 30: [2D1-1.2-1] **(THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+3$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y'(x)=3x^2-6x-9>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>3\end{array}\right.$$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(3;+\infty)$.

Câu 31: [2D1-1.2-1] **(THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^2-4x+1$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f(x)=x^4-2x^2-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x^3-3x^2+3x-4 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 32: [2D1-1.2-1] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta xét hàm số $y=x^3+3x$ có $y'=3x^2+3>0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 33: [2D1-1.2-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1) Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=\dfrac{x+2}{x-1} \Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0; \forall x \neq 1$ nên hàm số đã cho không có điểm cực trị, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 34: [2D1-1.2-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3+3x$, ta có $y'=3x^2+3>0, \forall x$.

Vậy hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 35: **[2D1-1.2-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên cách khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 36: **[2D1-1.2-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2+5x+2022$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(5;+\infty)$ **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn D

$y'=-x^2+4x+5>0\Leftrightarrow -1<x<5.$

Câu 37: **[2D1-1.2-1] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^4-x^2$. **B.** $y=x^3-5x+1$.

C. $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+5x-5$

Lời giải

Chọn D

Câu 38: **[2D1-1.2-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0$, với x thuộc khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 39: **[2D1-1.2-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}\quad y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$

Câu 40: **[2D1-1.2-1] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2.$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Nên **Chọn D** đúng.

Câu 41: **[2D1-1.2-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$y=\dfrac{-x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1.$

Câu 42: **[2D1-1.2-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Hàm số $y=2x^3-2x^2-2x+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

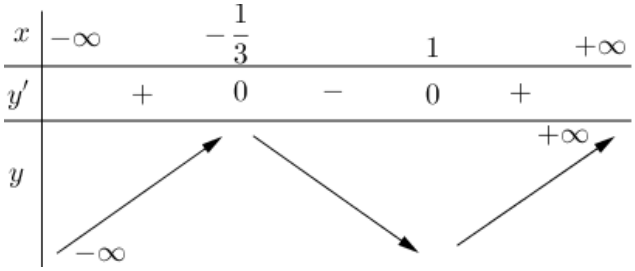
Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=6x^2-4x-2$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{3}\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 43: **[2D1-1.2-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=x^3-x^2+6x-1$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=x^3-x^2+6x-1$ suy ra $y'=3x^2-2x+6$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-2x+6=0$ phương trình vô nghiệm. Do đó, $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3-x^2+6x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 44: **[2D1-1.2-1] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 1: **[2D1-1.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Câu 2: **[2D1-1.2-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 3: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ycbt $\Leftrightarrow f'(x)>0\Leftrightarrow x^2(x-1)>0\Leftrightarrow x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 4: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;-5)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)(x+5)(x+1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;2)$..

Câu 5: **[2D1-1.2-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(3-x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x\in(2;3)\Rightarrow(x-2)(3-x)>0\Rightarrow f'(x)=(x-1)^2(x-2)(3-x)>0$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 6: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^3+2x^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=-x^3+2x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↗		↘	

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 7: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(1-x)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(x+1)(1-x)\Rightarrow f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó chọn. **B.**

Câu 8: **[2D1-1.2-2] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2024}(1-x)^{2023}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến khi $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow(x-2)^{2024}(1-x)^{2023}\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq 1\\x=2\end{array}\right.$

Chứng tỏ hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 9: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=-x^3-3x+2$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$ nên hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 10: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'<0 \Leftrightarrow 3x^2-3<0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 11: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=x^3+3x$.

Lời giải

Chọn D

Xét **Chọn D** ta có: $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2x(x+1)$. Hàm số đã cho nghịch biến khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Lập bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 13: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$..

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\neq -1$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 14: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3$.

Giải phương trình $y'<0\Leftrightarrow 4x^3<0\Leftrightarrow x<0$.

Vậy hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 15: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=3x^3+3x-2$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=2x^3-5x+1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ không xác định tại $x=-1$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ loại**A.**

Hàm số $y=3x^3+3x-2\Rightarrow y'=9x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó, hàm số $y=3x^3+3x-2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^4+3x^2\Rightarrow y'=4x^3+6x;y'=0$ có một nghiệm duy nhất $x=0$ và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ loại **C.**

Hàm số $y=2x^3-5x+1\Rightarrow y'=6x^2-5;y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu khi đi qua hai nghiệm đó nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ loại **D.**

Câu 16: **[2D1-1.2-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3x+3),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $x^2-3x+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f'(x)<0\Leftrightarrow x<1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 17: **[2D1-1.2-2] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x+\frac{5}{6}$ đồng biến trên khoảng

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{49}{6}$	↘	$\frac{-38}{3}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 18: **[2D1-1.2-2] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+2$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Với $y=-x^3+3x^2+2$, ta có $y'=-3x^2+6x$

$y'=0\Leftrightarrow-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Vì $-3<0$ nên khi xét dấu $y'=-3x^2+6x$ ta chọn đáp án hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 19: **[2D1-1.2-2] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=g(x)$ có đạo hàm $g'(x)=(x^2-2x)(x^2-1)(x^2-3x+2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $g'(x)=0 \Leftrightarrow (x^2-2x)(x^2-1)(x^2-3x+2)=0$

$\Leftrightarrow x(x+1)(x-1)^2(x-2)^2=0.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
g		↗		↘				↗			

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng: $(-1;0)$.

Câu 20: [2D1-1.2-2] **2.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)(x-3)$. Hàm số $y=f(x)$ có

A. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

B. 1 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

C. 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Câu 21: [2D1-1.2-2] **6.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-3x+2)(2x-x^2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 22: **[2D1-1.2-2] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+4)(1-x)$.Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Vì $x^2+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f'(x)$ cùng dấu với biểu thức $1-x$.

Từ đó ta có $f'(x)>0\Leftrightarrow x<1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 23: **[2D1-1.2-2] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^2(x-5)(9-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(5;9)$

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=5\\x=9\end{array}\right.$, suy ra bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	3	5	9	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$ 0 $-$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(5;9)$. **Chọn D**

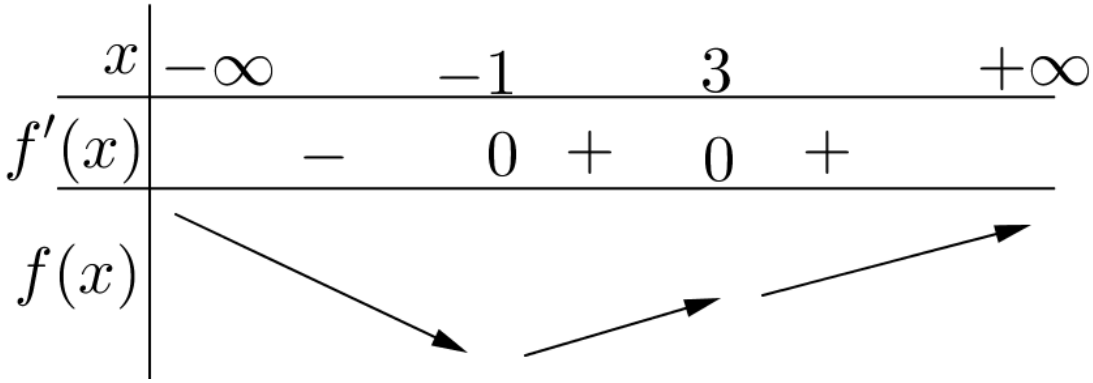
Câu 24: **[2D1-1.2-2] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-3)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên



Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

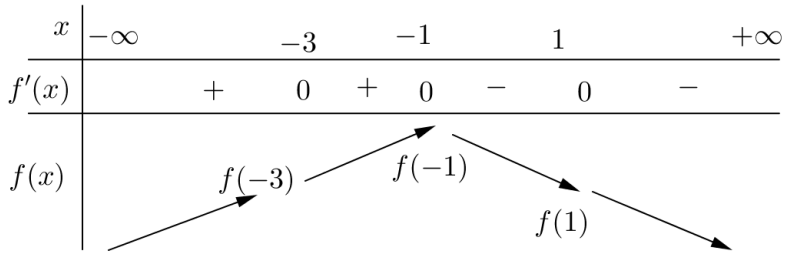
Câu 25: **[2D1-1.2-2] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-2(x+3)(x^2-1)(x^2+2x-3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đạo hàm, ta có bảng biến thiên



Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

Câu 26: **[2D1-1.2-2] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-5;-1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-5.\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-1;2)$.

Câu 27: [2D1-1.2-2] **(SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^2(2x-1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-\infty;3)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{1}{2};3\right)$.

Lời giải

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0		$+$	0	$+$	

Ta có: $f'(x)\le 0\Leftrightarrow x\le\frac{1}{2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **Chọn A**

Câu 28: [2D1-1.2-2] **(Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

$$f'(x)=(1-x)^2(x+1)(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=3\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 29: [2D1-1.2-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-10x+25)(4-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B** $(4;+\infty)$. **C** $(-\infty;4)$. **D** $(5;+\infty)$.

Lời giải

$f'(x)=(x-5)^2(4-x)$. Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=5\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

Sai lầm thường gặp thứ nhất:

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Nên HS sẽ chọn phương án **A.**

Sai lầm thường gặp thứ hai:

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Nên HS sẽ chọn phương án **B.**

Sai lầm thường gặp thứ ba:

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Nên HS sẽ chọn phương án **D.**

Câu 30: **[2D1-1.2-2] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(1-x^2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=x^2(1-x^2)\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$

Câu 31: **[2D1-1.2-2] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x^2-1)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2(x^2-1)<0 \Leftrightarrow -1<x<1$ nên hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 32: (Sở GĐ-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-1.2-2] Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn $f'(x)=(-2x^2+x-1)(x+1)(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-4;4)$ **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2\ (kep) \end{array}\right.$. Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x$		+	0	–	
$f(x)$		↗		↘	

Dựa và BBT hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 33: (SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B) [2D1-1.2-2] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=12x^{2023}(x+1)(3-x), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^{2023}(x+1)(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 34: **[2D1-1.2-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=3x^2\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35: **[2D1-1.2-2] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $4-x^2\geq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 2$.

Ta có $y=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow y'=\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=0$

x	-2		0		2
y'		$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$, nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 36: **[2D1-1.2-2] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $4-x^2\ge 0\Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Ta có $y=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow y'=\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=0$

x	-2		0		2
y'		$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$, nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 37: **[2D1-1.2-2] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-1\ \ x^2-1$. Hàm số $y=f\ x$ nghịch biến trên khoảng

A. $-2;-1$. **B.** $0;1$. **C.** $-1;0$. **D.** $1;2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\ x\ =x\ x-1\ \ x^2-1\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $-1;0$.

Câu 38: **[2D1-1.2-2] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-2x+1\right)(1-2x)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\left(x^2-2x+1\right)(1-2x)\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=1;x=\dfrac{1}{2}$.

Ta có BBT:

x	$-\infty$		$1/2$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↘	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 39: **[2D1-1.2-2] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^3(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

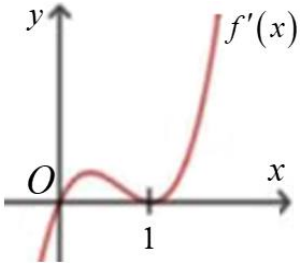
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên: $(-3;1)$.

Câu 40: **[2D1-1.2-2] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.



Lời giải

Chọn A

$y=f(x)$ đồng biến suy ra $f'(x)\geq 0\Rightarrow$ là phần đồ thị nằm phía trên trục hoành $\Rightarrow x\in(0;+\infty)$.

Câu 41: **[2D1-1.2-2] (SGD Hậu Giang 22-23)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)^2\geq 0\Leftrightarrow x-1\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 42: **[2D1-1.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến

trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3+x$

$y'=3x^2+1>0,\ \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 43: **[2D1-1.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3+x$

$y'=3x^2+1>0,\ \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

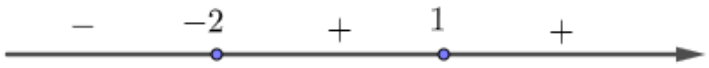
Câu 44: **[2D1-1.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

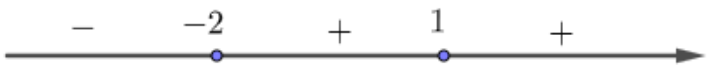
Câu 45: **[2D1-1.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 46: **[2D1-1.2-2] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-x+2$. **C.** $y=x^2+2x$. **D.** $y=-x^4+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=-x^3-x+2\Rightarrow y'=-3x^2-1<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 47: **[2D1-1.2-2] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 48: **[2D1-1.2-2] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 49: [2D1-1.2-2] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2022}(x-1)^{2023}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(1;2)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-\infty;-1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)>0\Leftrightarrow(x-1)(2-x)>0\Leftrightarrow 1<x<2$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 50: [2D1-1.2-2] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f\ x$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $-\infty;0$

Câu 51: [2D1-1.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=x^2-3x$. **C.** $y=-x^3-2x$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Xét **Chọn A**, hàm số $y=x^3+3x+1$ có $y'=3x^2+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 52: [2D1-1.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=x^2-3x$. **C.** $y=-x^3-2x$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Xét **Chọn A**, hàm số $y=x^3+3x+1$ có $y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 53: **[2D1-1.2-2] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Lời giải

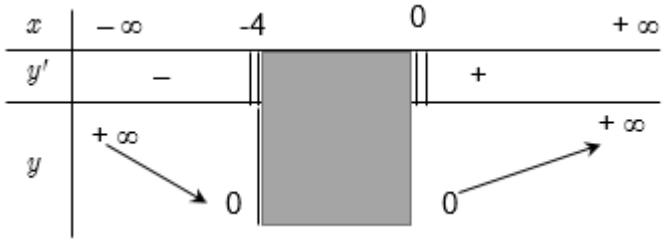
Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ có

+) TXĐ: $D=(-\infty;-4)\cup(0;+\infty)$.

+) $y'=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-2$

+) BBT



Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$. .

Câu 54: **[2D1-1.2-2] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

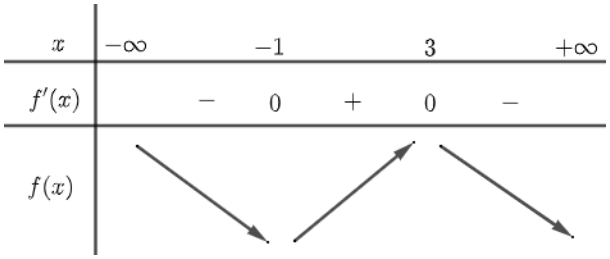
A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 55: **[2D1-1.2-2] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2023$, trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0
y		↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 56: **[2D1-1.2-2] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-2.\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗			$f(2)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 57: **[2D1-1.2-2] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^4$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y=x^4 \Rightarrow y'=4x^3$

$y'>0 \Leftrightarrow 4x^3>0 \Leftrightarrow x>0$ nên hàm số đồng biên trên khoảng $(0;+\infty)$ cũng đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 58: **[2D1-1.2-2] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^3(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-2)^3=0\\1-x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$ (cả hai đều là nghiệm đơn).

Xét bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0 $-$
$f(x)$	↘		↗	↘

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 59: **[2D1-1.2-2] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

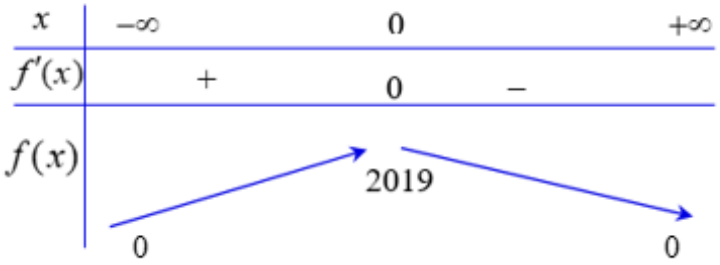
A. $y=-5x+\sin x$. **B.** $y=-x^3-2x-2019$. **C.** $y=\dfrac{2019}{x^2+1}$. **D.** $y=\left(\dfrac{\pi}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{2019}{x^2+1}$ có $y'=\dfrac{-4038x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=0$. Ta có bảng biến thiên:



Hàm số nghịch biến trên $(0:+\infty)$.

Câu 60: **[2D1-1.2-2] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên tập số thực?

A. $y=\dfrac{x+10}{x-1}$. **B.** $y=-x^3+2x^2-10x+4$.

C. $y=x^2-5x+6$. **D.** $y=x+5$.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số $y=-x^3+2x^2-10x+4$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=-x^3+2x^2-10x+4\Rightarrow y'=-3x^2+4x-10<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=-x^3+2x^2-10x+4$ nghịch biến trên tập số thự C.

+ Hàm số $y=\dfrac{x+10}{x-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên phương án A sai.

+ Hàm số $y=x^2-5x+6$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=x^2-5x+6\Rightarrow y'=2x-5<0\Leftrightarrow x<\dfrac{5}{2}$ nên hàm số $y=x^2-5x+6$ nghịch biến trên $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$ nên phương án C sai.

+ Hàm số $y=x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên phương án D sai.

Câu 61: **[2D1-1.2-2] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+1)^3(x-2)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=x(x-1)^2(x+1)^3(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 62: **[2D1-1.2-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $y'=x^2-4x+3$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{1}{3}$	↘	-1	↗	$+\infty$

Câu 63: **[2D1-1.2-2] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $-2\le x\le 4$

Ta có: $\forall x\in(-2;4), y'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{8+2x-x^2}}$

$y'>0\Leftrightarrow\dfrac{-x+1}{\sqrt{8+2x-x^2}}>0\Leftrightarrow -x+1>0\Leftrightarrow x<1$

Kết hợp với ĐKXĐ ta được hàm số đồng biến trên $(-2;1)$..

Câu 64: **[2D1-1.2-2] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6x^2+6x-12$

$y'\le 0\Leftrightarrow 6x^2+6x-12\le 0\Leftrightarrow x^2+x-2\le 0\Leftrightarrow -2\le x\le 1$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$..

Câu 65: **[2D1-1.2-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2022}(x-1)^{2023}(2-x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng (1;2).

Câu 66: **[2D1-1.2-2] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(5-x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;5)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow (x+1)^2(x-2)^3(5-x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Do đó hàm số đồng biến trên $(2;5)$.

Câu 67: **[2D1-1.2-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+3$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$y'(x)=3x^2-6x-9>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(3;+\infty)$.

Câu 68: **[2D1-1.2-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^2-4x+1$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f(x)=x^4-2x^2-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x^3-3x^2+3x-4\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 69: **[2D1-1.2-2] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Hàm số $y=2x^3-2x^2-2x+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Ta có $y'=6x^2-4x-2\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 1 \\ x\leq \dfrac{-1}{3} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 70: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-1.2-2] Khoảng nghịch biến của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2x-3$.

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y'<0\Leftrightarrow x^2-2x-3<0\Leftrightarrow -1<x<3$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 71: [2D1-1.2-2] **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=x^3+x^2+x-3$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=x^4+2x^2+3$. **D.** $y=\frac{x+2}{-x+1}$.

Lời giải

Chọn A

- Xét phương án **B**: hàm số $y=\log_2 x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)\Rightarrow$ loại **B**.

- Xét phương án **D**: hàm số $y=\frac{x+2}{-x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow$ loại **D**.

- Xét phương án **A**: $y=x^3+x^2+x-3\Rightarrow y'=3x^2+2x+1$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2+2x+1=0$: phương trình vô nghiệm $\Rightarrow y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+x^2+x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Xét phương án **C**: $y=x^4+2x^2+3\Rightarrow y'=4x^3+4x$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0$.

$\Rightarrow y'$ đổi dấu khi qua $x=0\Rightarrow$ loại **C**.

Câu 72: [2D1-1.2-2] **(THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(1-x)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x-2)(1-x)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 73: **[2D1-1.2-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

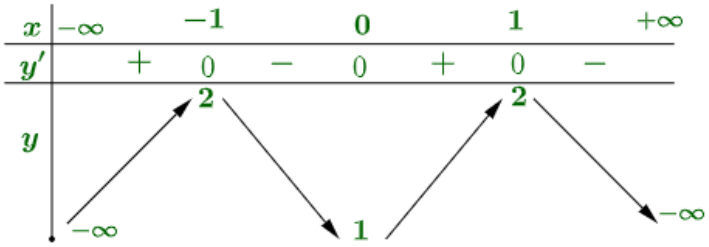
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-4x^3+4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-\infty;-1)$ hàm số đồng biến.

Câu 74: **[2D1-1.2-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $-\infty;+\infty$?

A. $y=-x^3-x$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=-x^3-x$ nghịch biến trên $-\infty;+\infty$.

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ nghịch biến trên khoảng $-\infty;3$, $3;+\infty$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng $-\infty;-2$, $-2;+\infty$.

Câu 75: **[2D1-1.2-2] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2-1<0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Vậy hàm số nghịch biên trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 76: **[2D1-1.2-2] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$.

C. $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến khi $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2(2-x)<0 \Leftrightarrow 2-x<0 \Leftrightarrow x>2$.

Câu 77: **[2D1-1.2-2] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=(2-x)^2(x+2)^3(x-5)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-2;5)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;5)$.

Câu 78: **[2D1-1.2-2] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

$f'(x)=(1-x)^2(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Nhìn vào bảng xét dấu ta thấy, hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 79: **[2D1-1.2-2] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **C.** $y=-x^4-3x$. **D.** $y=-x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D

Vì:

+ **Chọn A** loại do $a=1>0$ nên hàm số $y=x^3-3x$ không thể nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$

+ **Chọn B** và C loại do hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất và hàm đa thức bậc bốn nên không thể nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 80: **[2D1-1.2-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=(x-3)(x+2)(x+5)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-5;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=(x-3)(x+2)(x+5)^2<0\Leftrightarrow(x-3)(x+2)<0,(x\neq-5)\Leftrightarrow x^2-x-6<0\Leftrightarrow-2<x<3$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-2;3)$.

Câu 81: **[2D1-1.2-2] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3-3x+2$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x+2$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 82: **[2D1-1.2-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^3-x^2+x$. **C.** $y=x^2+2x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-2x+1>0\forall x\in R$

Câu 83: **[2D1-1.2-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =1-x^{\ 2}\ x+1\ x$ với mọi x. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $0;1$. **B.** $-1;0$. **C.** $-1;1$. **D.** $1;+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$f'\ x\ =0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\end{array}\right.$. (không tính nghiệm kép)

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Nhìn vào bảng xét dấu $f'\ x$ ta có, hàm số nghịch biến trên khoảng $-1;0$.

Câu 84: **[2D1-1.2-2] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=(x-3)^4\left(2-x\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;3\right)$.

Lời giải

Chọn A

$f'\left(x\right)=(x-3)^4\left(2-x\right)$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=2\end{array}\right.$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘			

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;2\right)$.

Câu 85: **[2D1-1.2-2] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^4(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$ **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)\ge 0\Leftrightarrow(x-3)^4(2-x)\ge 0\Leftrightarrow 2-x\ge 0\Leftrightarrow x\le 2$. Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 86: **[2D1-1.2-2] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $-\infty;+\infty$

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow y=x^3+x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 87: **[2D1-1.2-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(2-x)(x+1)^2(x-1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow(2-x)(x+1)^2(x-1)^5<0\Leftrightarrow(2-x)(x-1)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 88: **[2D1-1.2-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2023x-22}{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2023)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2023)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{2045}{(x+1)^2}>0\,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Khi đó khẳng định sai là hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 89: [2D1-1.2-2] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(5)>f(4)>f(3)$. **B.** $f(-1)>f(0)>f(1)$.

C. $f(-3)<f(-2)<f(-1)$. **D.** $f(0)<f(1)<f(2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)>0\Leftrightarrow x\in(-1;2)$, vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 90: [2D1-1.2-2] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=2x^3-5x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-2$.

C. $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-x+2$.

Lời giải

$y=2x^3-5x+1\Rightarrow y'=6x^2-5$

$y=-x^3+3x-2\Rightarrow y'=-3x^2+3$

$y=3x^3+3x-2\Rightarrow y'=9x^2+3>0\,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$y=x^3+3x^2-x+2\Rightarrow y'=3x^2+6x-1$

Do đó **Chọn C**

Câu 91: [2D1-1.2-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2022$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

+) $y'=6x^2+6x-12$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

+) Ta có: $y'<0,\forall x\in(-2;1)$. **Chọn B**

Câu 92: [2D1-1.2-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=x^2(x+2)(1-x)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;3)$

Lời giải

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+2)(1-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Do đó hàm số nghịch biến trên $(2;3)$.

Câu 93: **[2D1-1.2-2] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x+2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=-x+2=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 1: **[2D1-1.2-3] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\\x=3\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 2: **[2D1-1.2-3] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=(x^2-3x)^{\frac{3}{4}}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có đạo hàm là $y'=\frac{3}{4}.\frac{(2x-3)}{\sqrt[4]{x^2-3x}}$.

B. Hàm số xác định trên tập $D=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $S=(3;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định là $x^2-3x>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

+) Ta có: $y'=\frac{3}{4}.\frac{(2x-3)}{\sqrt[4]{x^2-3x}}$. Vậy A đúng.

+) Điều kiện xác định là $x^2-3x>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$. Vậy B đúng.

+) Với $x\in(-\infty;0)$ thì $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Với $x\in(3;+\infty)$ thì $y'>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Vậy C đúng

+) Dựa vào dấu đạo hàm ta thấy phương án D **sai**.

Câu 1: **[2D1-1.3-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 2: **[2D1-1.3-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $f'(x)>0$ với $\forall x\in(2;+\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 3: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta thấy mệnh đề hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 4: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 5: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 6: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;2)$.

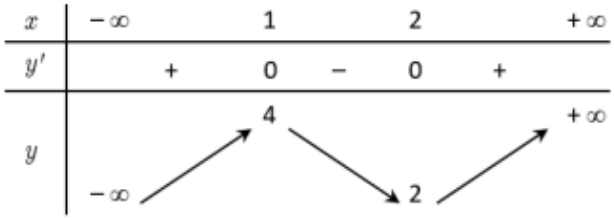
Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 7: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào dưới đây sai?

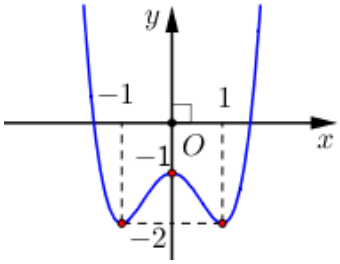
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;2023)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

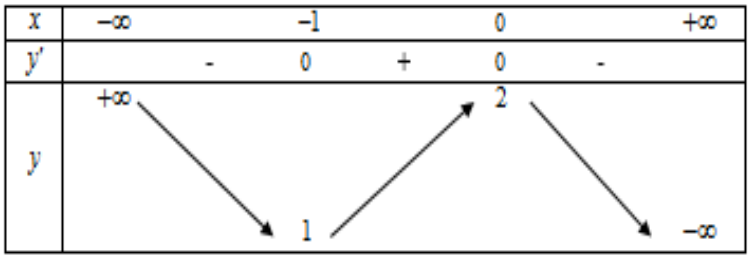
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 9: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

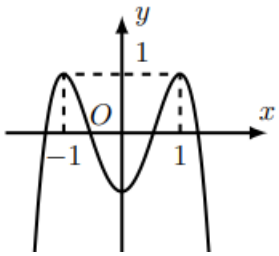
A. $(-1;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT,hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 10: **[2D1-1.3-1] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 11: **[2D1-1.3-1] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3-3x+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $\mathbb{R}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-3$.

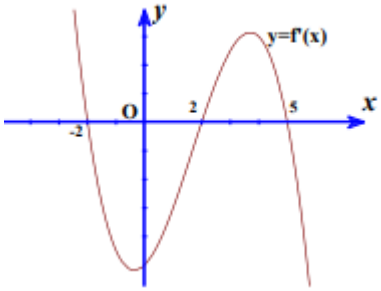
$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 12: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\ x$. Hàm số $y=f'\ x$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



A. $(5;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

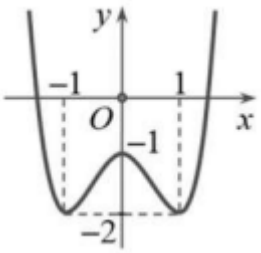
A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng: $(4;5)$

Câu 14: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y=f'\ x$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f\ x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 15: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

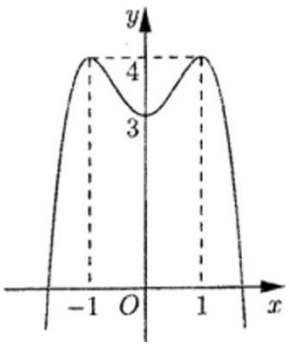
Chọn A

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-3;0)$

Câu 16: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



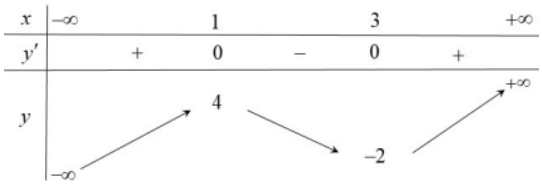
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(3;4)$ **D.** $(0;1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 17: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



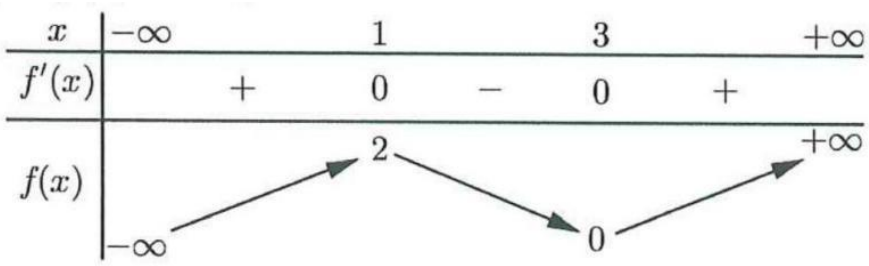
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta có, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng sau $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 18: **[2D1-1.3-1] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu

đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên $(1;3)$.

Câu 20: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 21: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

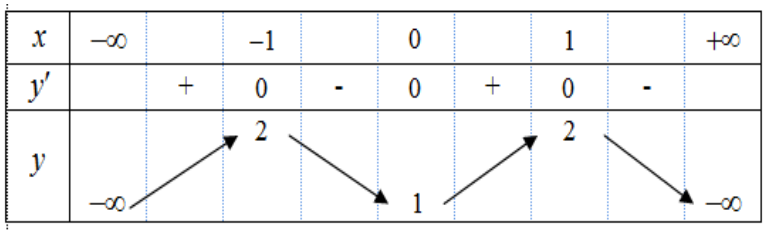
Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy : $f'(x)<0\ \forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 22: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 23: **[2D1-1.3-1] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

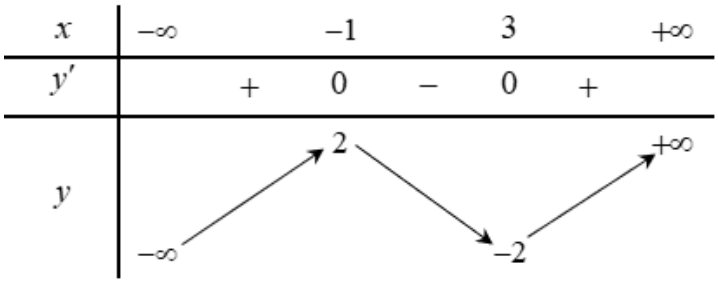
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 24: **[2D1-1.3-1] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

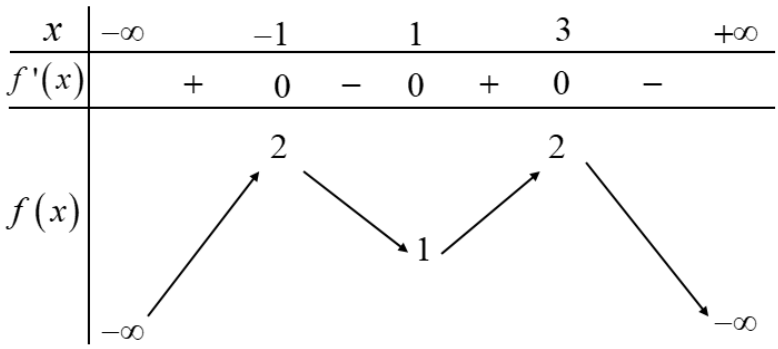
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có $y'<0 \Leftrightarrow x\in(-1;3)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 25: **[2D1-1.3-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

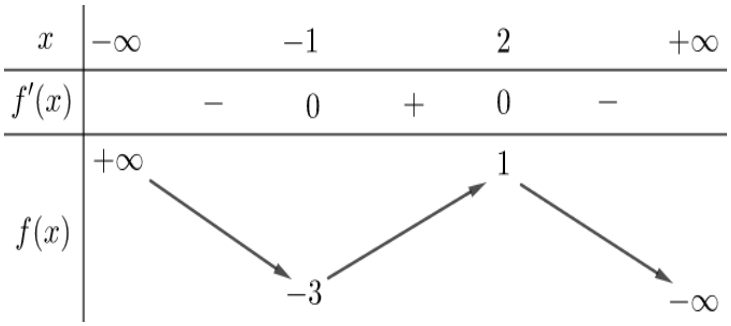
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in(-\infty;-1)\cup(1;3)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Câu 26: **[2D1-1.3-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

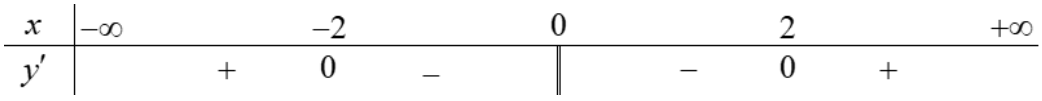
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 27: **[2D1-1.3-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y'<0$ khi $x\in(0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 28: **[2D1-1.3-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 29: **[2D1-1.3-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

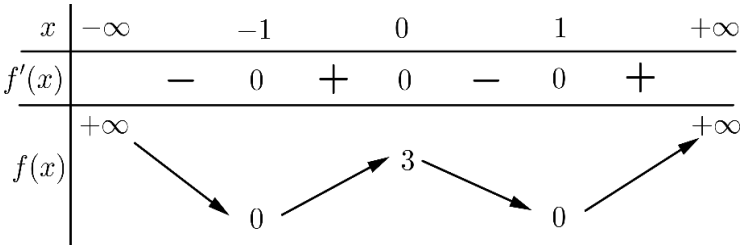
A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 30: **[2D1-1.3-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

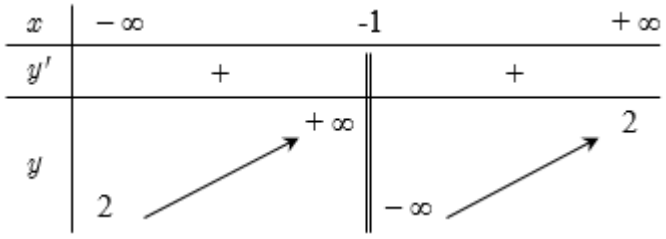
A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 31: **[2D1-1.3-1] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

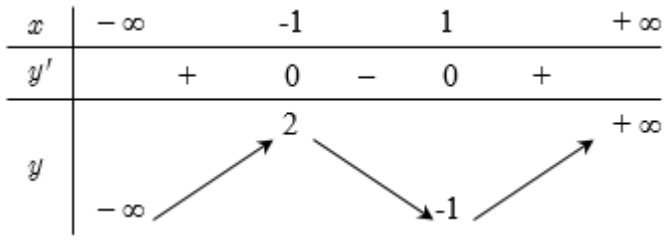
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 32: **[2D1-1.3-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

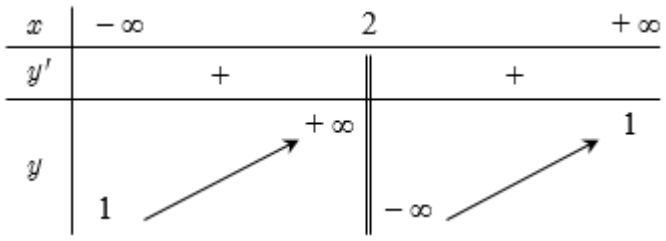
A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in(-1;1)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 33: **[2D1-1.3-1] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

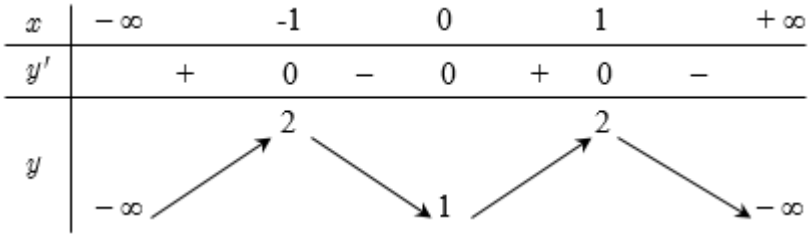
A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(2;+\infty)$..

Câu 34: **[2D1-1.3-1] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

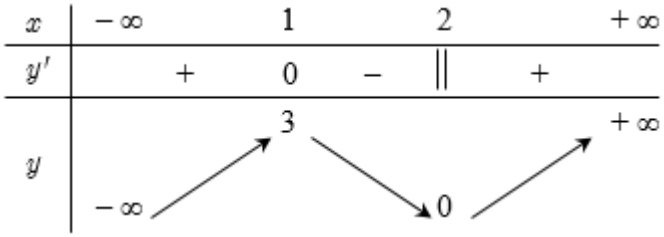
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\in(-\infty;-1)\cup(0;1)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 35: **[2D1-1.3-1] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số không đồng biến biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 36: [2D1-1.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

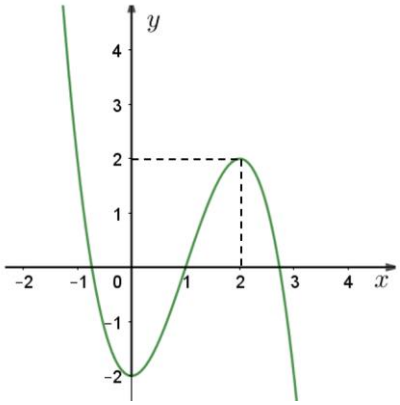
Lời giải

Chọn D

Ta có $x\in(1;3)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Chọn D

Câu 37: [2D1-1.3-1] **(THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng



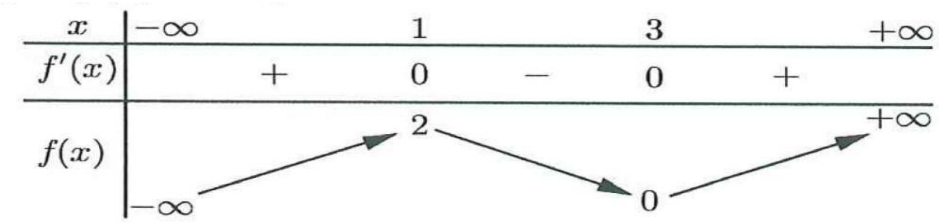
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát hình đồ thị của hàm số $f(x)$, suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 38: [2D1-1.3-1] **(PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

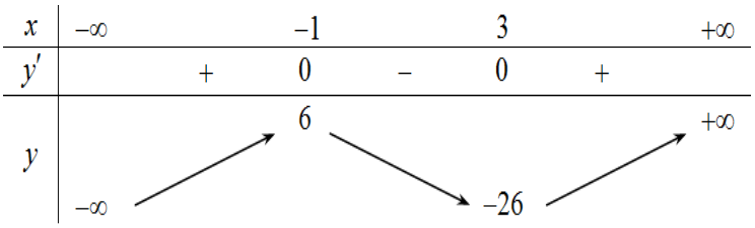
A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 39: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

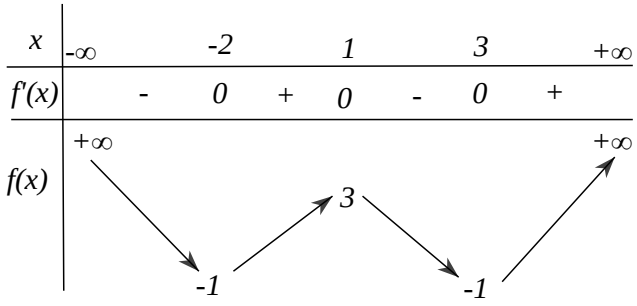
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 40: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

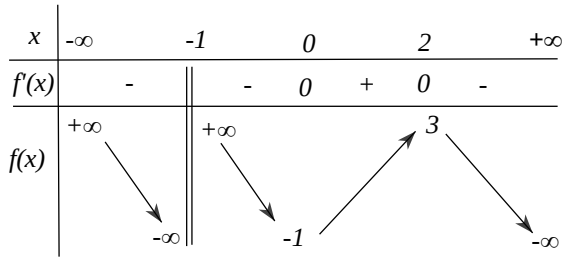
Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên sẽ đồng biến trên khoảng

$(4;+\infty)\subset(3;+\infty)$.

Câu 41: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

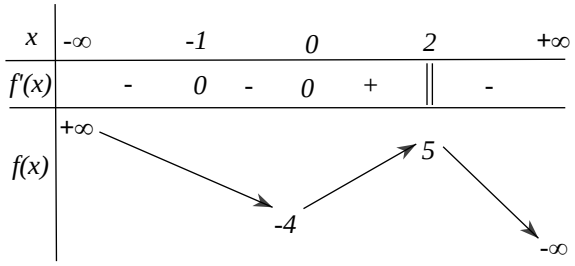
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)\subset(-\infty;-1)$. Nhấn mạnh HS phương án C dễ sai lầm.

Câu 42: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên sau:



Trong các phát biểu sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?

1) Hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty;0)$.

2) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4;+\infty)$ và $(-\infty;5)$.

3) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

4) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

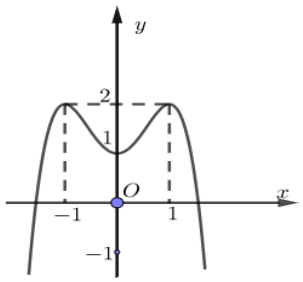
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty;0)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 43: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

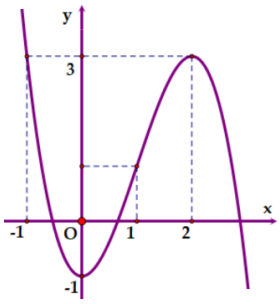
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 44: **[2D1-1.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

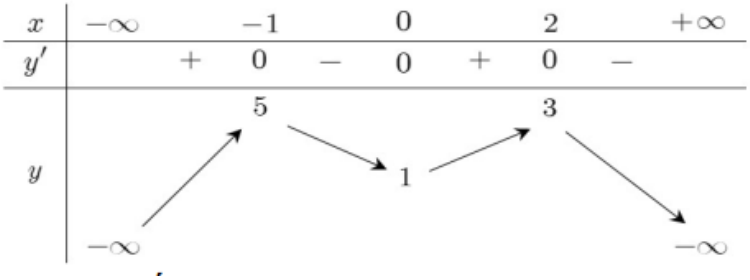
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 45: **[2D1-1.3-1] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

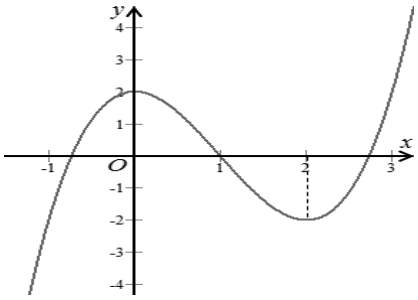


A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Từ BBT suy ra hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 46: **[2D1-1.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $-1;1$. **B.** $-1;2$. **C.** $1;2$. **D.** $2;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $0;2$ nên nghịch biến trên khoảng $1;2$.

Câu 47: **[2D1-1.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	4	↘		↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

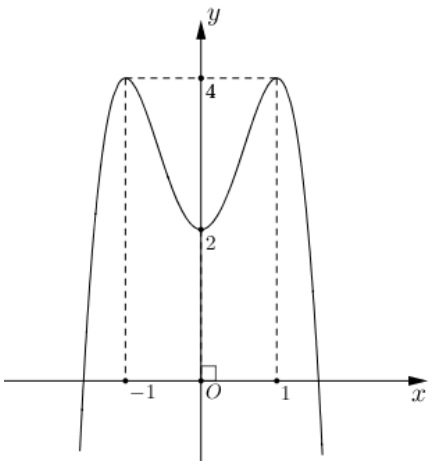
A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\in(-1;1)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 48: **[2D1-1.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



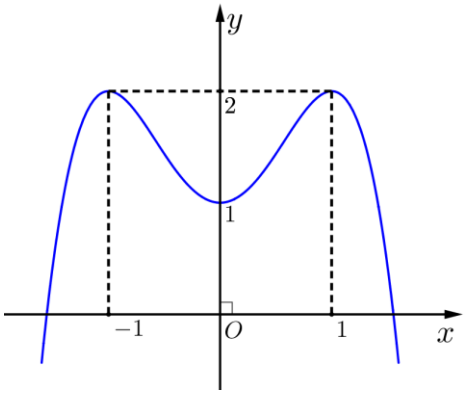
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 49: **[2D1-1.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



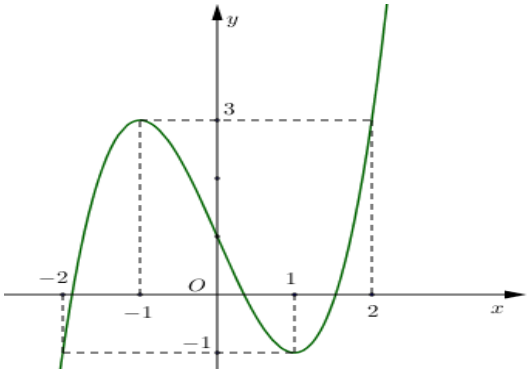
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 50: **[2D1-1.3-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ nếu đồ thị hàm số là một đường đi lên từ trái sang phải với x thuộc khoảng $(a;b)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị hàm số là một đường đi lên. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 51: **[2D1-1.3-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 52: **[2D1-1.3-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

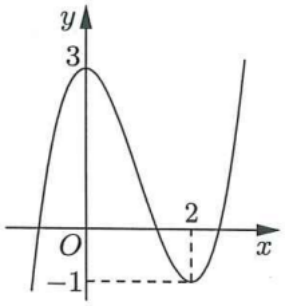
A. Hàm số nghịch biến $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến $(-1;3)$.

C. Hàm số đồng biến $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến $(-\infty;2)$.

Lời giải

Dựa vào BBT ta thấy khẳng định hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 53: **[2D1-1.3-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 54: **[2D1-1.3-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	32	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;32)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Câu 55: **[2D1-1.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-10)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

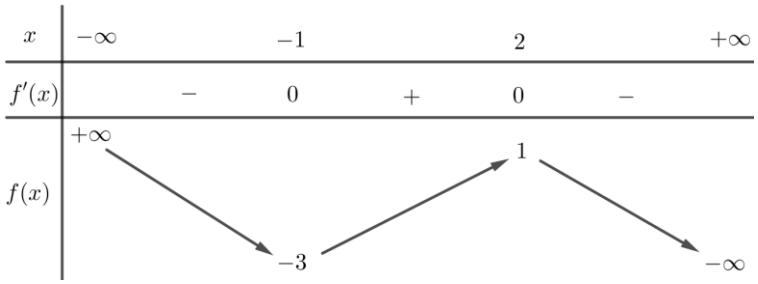
Sai lầm thường gặp thứ nhất: HS **Chọn B** hoặc C

Lý do: Học sinh nhìn vào hai đầu mũi tên đi lên.

Sai lầm thường gặp thứ hai: HS **Chọn D**

Lý do: Đọc không kĩ đề, tìm khoảng nghịch biến của hàm số.

Câu 56: **[2D1-1.3-1] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

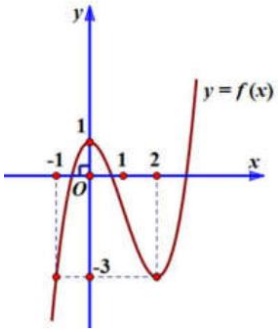
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có: $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 57: **[2D1-1.3-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$, có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng được cho bên dưới?

A. $(-3;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

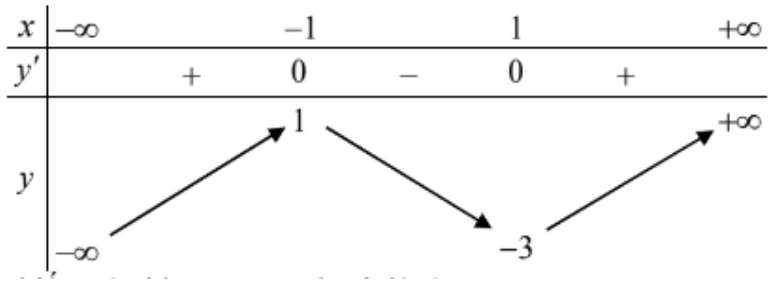
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. Do đó trong các đáp án thì D là đáp án đúng.

Câu 58: **[2D1-1.3-1] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

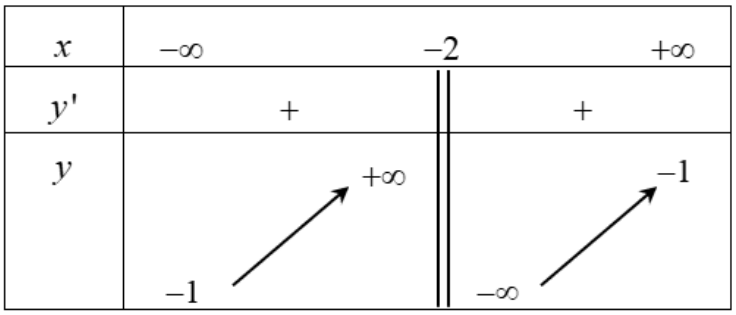
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

$y'<0, \forall x \in (-1;1) \Rightarrow$ hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 59: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A)** [2D1-1.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

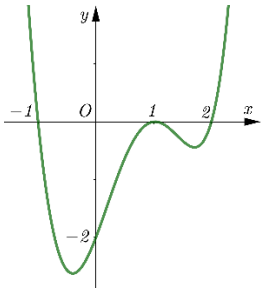
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 60: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B)** [2D1-1.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

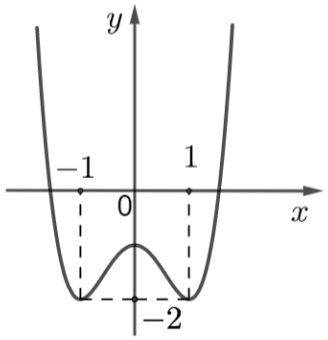
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 61: **[2D1-1.3-1] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

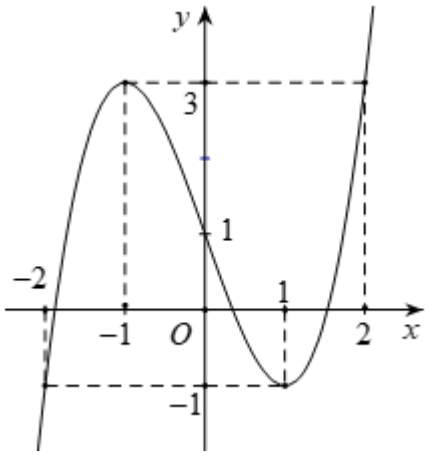


A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 62: **[2D1-1.3-1] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



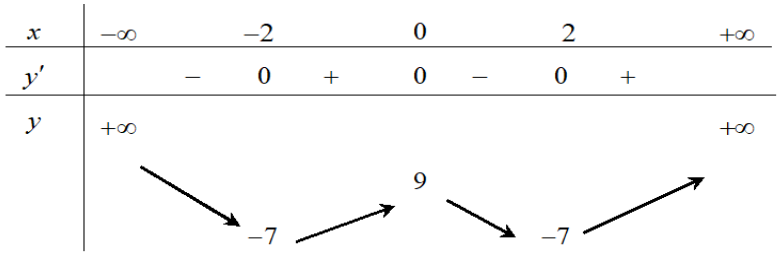
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 63: **[2D1-1.3-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



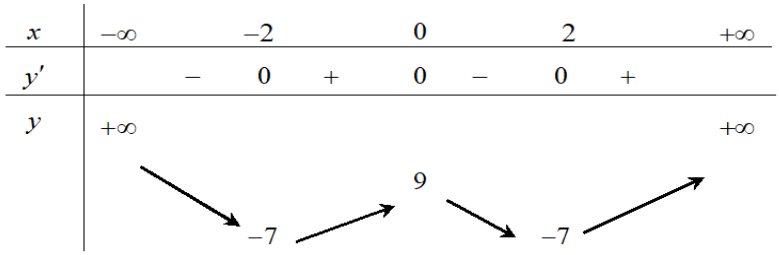
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 64: **[2D1-1.3-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



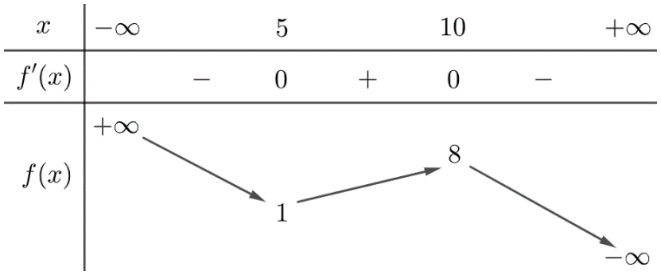
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 65: **[2D1-1.3-1] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



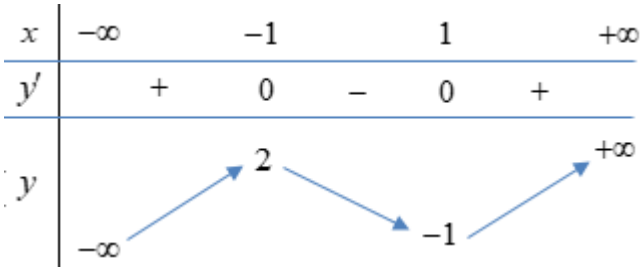
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;10)$. **C.** $(1;8)$. **D.** $(1;10)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(5;10)$.

Câu 66: **[2D1-1.3-1] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

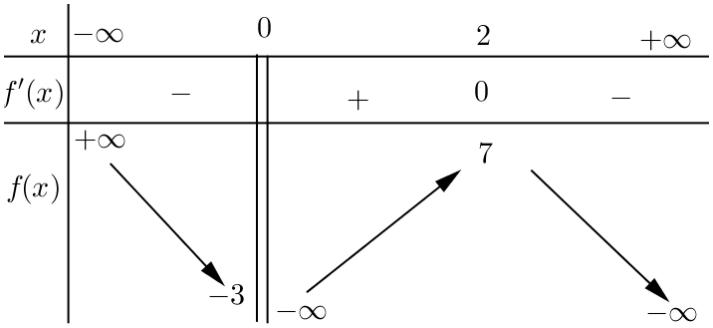
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Trên khoảng $(-\infty;-2)$ thì $y'>0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 67: **[2D1-1.3-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;7)$.

B. $(-\infty;2)$.

C. $(0;2)$.

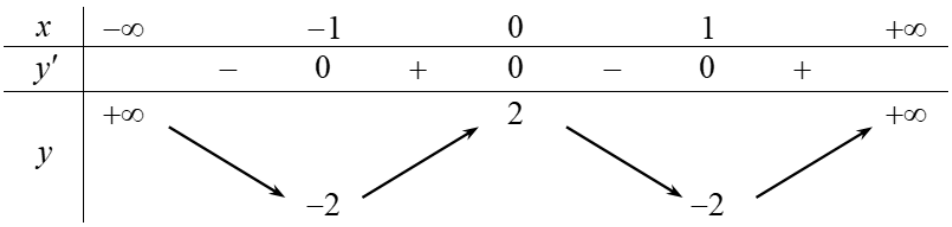
D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 68: **[2D1-1.3-1] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

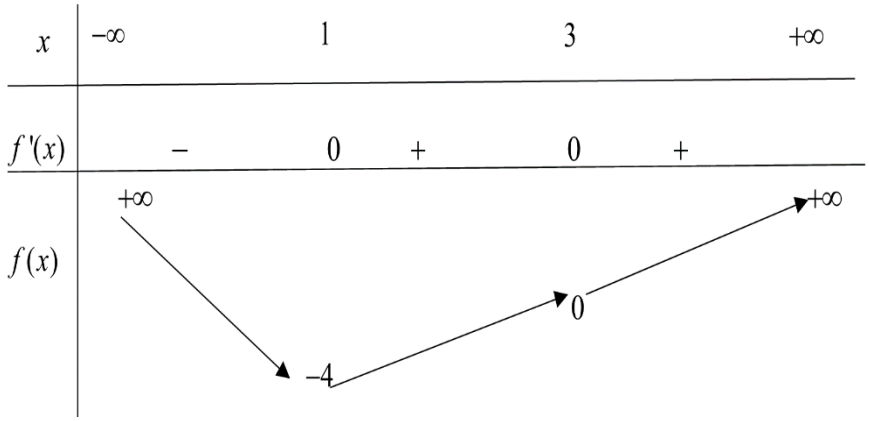
A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 69: **[2D1-1.3-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

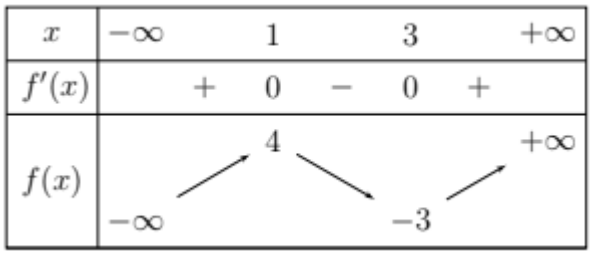


A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 70: **[2D1-1.3-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

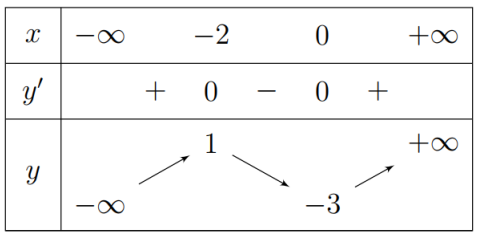


A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ nên **Chọn B**

Câu 71: **[2D1-1.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;-3)$.. **B.** $(-\infty;-2)$..

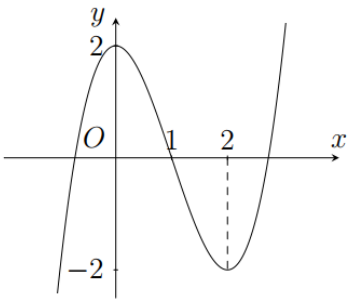
C. $(-2;0)$. D. $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên dễ thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

Câu 72: **[2D1-1.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(0;2)$.. B. $(1;2)$..

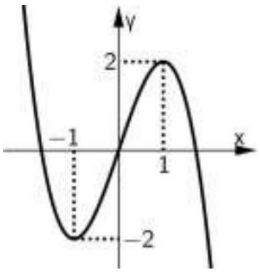
C. $(-\infty;1)$.. D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$..

Câu 73: **[2D1-1.3-1] (SGD Hậu Giang 22-23)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-\infty;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Chọn D

Câu 74: **[2D1-1.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. B. $(-2;2)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 75: **[2D1-1.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 76: **[2D1-1.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 77: **[2D1-1.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 78: **[2D1-1.3-1] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 79: **[2D1-1.3-1] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	-7	↗	8	↘	$-\infty$

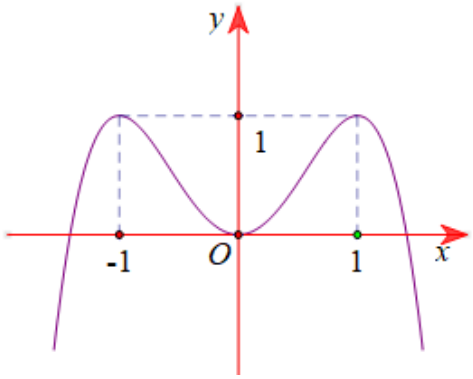
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào liệt kê dưới đây?

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-5;5)$. **C.** $(-7;8)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 80: **[2D1-1.3-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị đi xuống từ trái qua phải trên $(-1;0)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 81: [2D1-1.3-1] **(Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

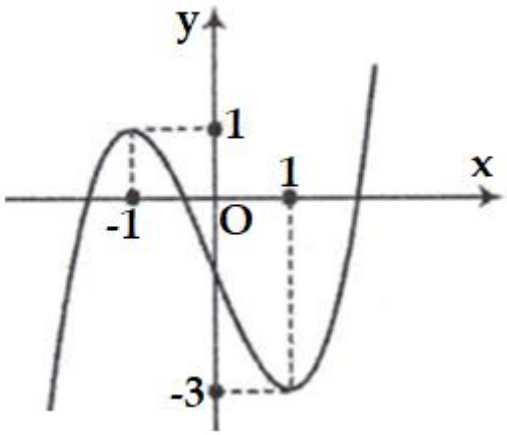
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 82: [2D1-1.3-1] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

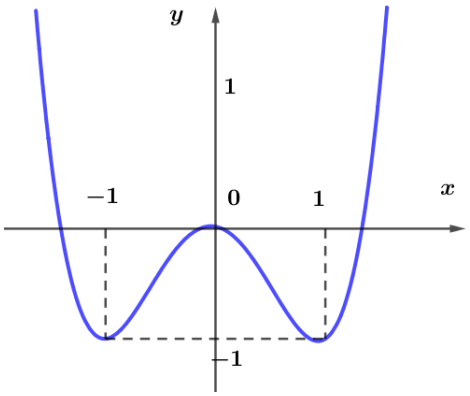
D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Chọn C vi phạm cách viết khoảng đồng biến, nghịch biến.

Câu 83: [2D1-1.3-1] **(Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 84: **[2D1-1.3-1] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 85: **[2D1-1.3-1] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

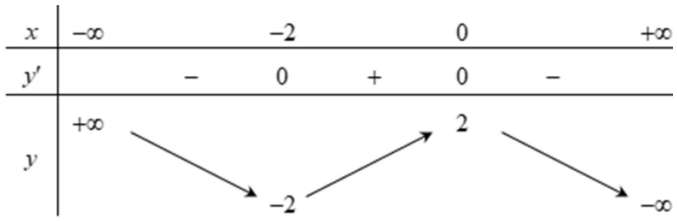
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 86: **[2D1-1.3-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 87: **[2D1-1.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $f\ x$ có bảng xét dấu của $f'\ x$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $-\infty;-1$. **B.** $-1;1$. **C.** $1;+\infty$. **D.** $-1;+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $-1;1$.

Câu 88: **[2D1-1.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

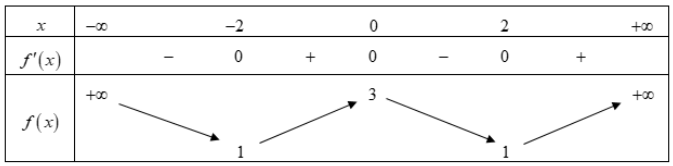
A. $-\infty;3$. **B.** $0;3$. **C.** $-\infty;0$. **D.** $2;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $-\infty;0$.

Câu 89: **[2D1-1.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

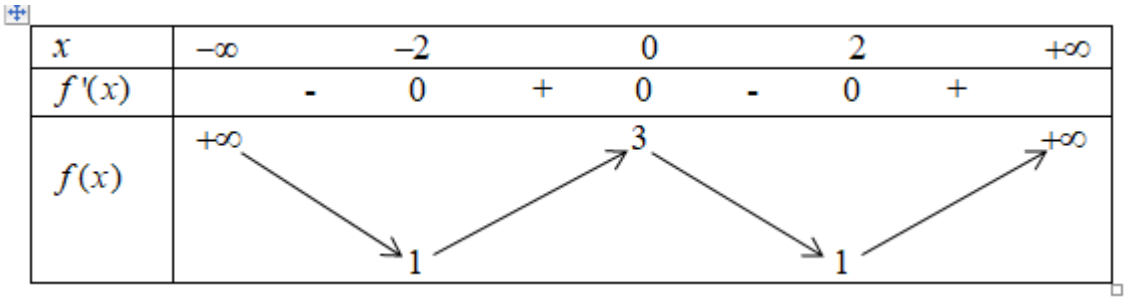


A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 90: **[2D1-1.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

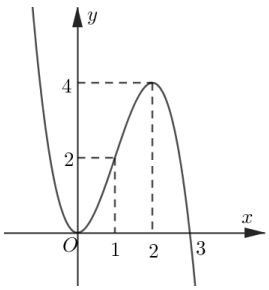


A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 91: **[2D1-1.3-1] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

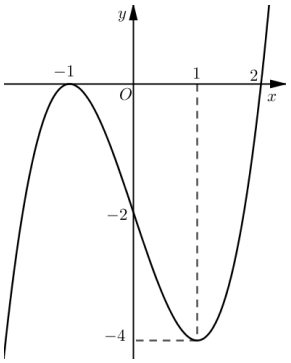
Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 92: **[2D1-1.3-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ

thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 93: **[2D1-1.3-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 94: **[2D1-1.3-1] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 95: **[2D1-1.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ nên **Chọn B**

Câu 96: **[2D1-1.3-1] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khi đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $y'>0$ với mọi $x\in(-1;2)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 97: **[2D1-1.3-1] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 98: **[2D1-1.3-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ có $y'>0, \forall x\in(-1;2)$ nên đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 99: **[2D1-1.3-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

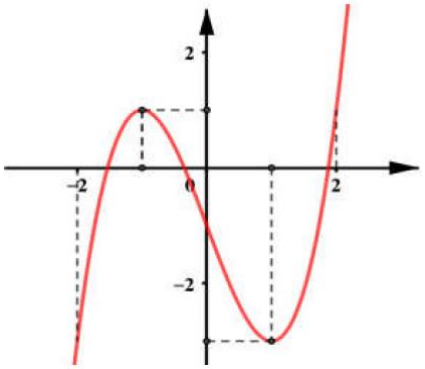
A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy **Chọn D**

Câu 100: **[2D1-1.3-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



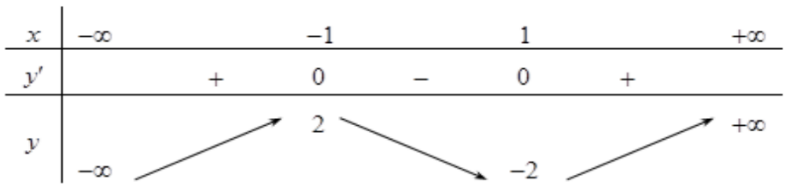
A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

Câu 101: **[2D1-1.3-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

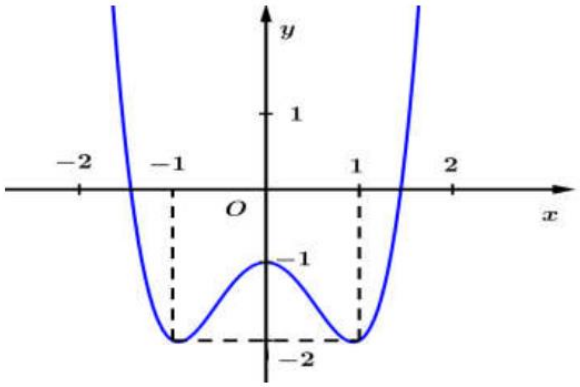
Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 102: **[2D1-1.3-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 103: **[2D1-1.3-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

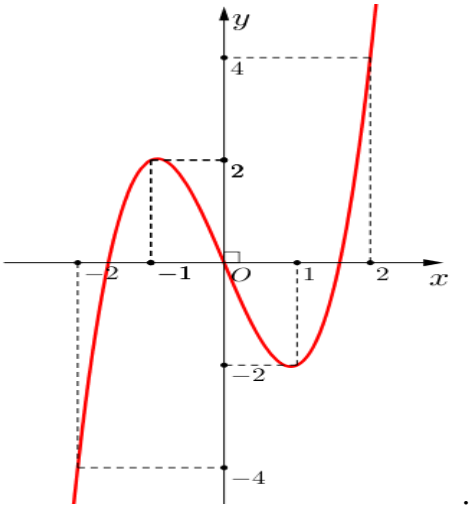
Lời giải

Chọn C

Vì $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-1;0)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 104: [2D1-1.3-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;0)$



Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(1;+\infty)$.

Câu 105: [2D1-1.3-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)>0, \forall x \in (-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Câu 106: **[2D1-1.3-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x+2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=-x+2=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 107: **[2D1-1.3-1] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

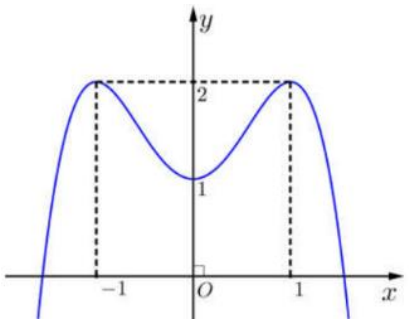
A. $(1;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng $(0;2) \supset (1;2)$.

Câu 108: **[2D1-1.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



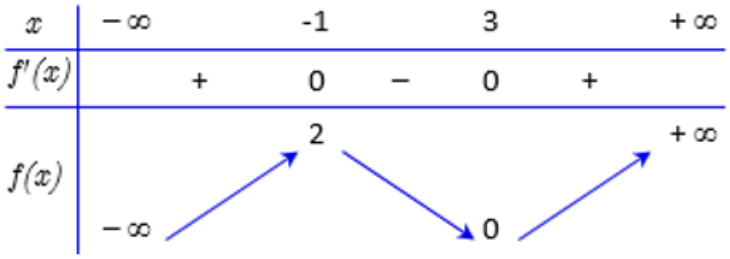
A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 109: [2D1-1.3-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

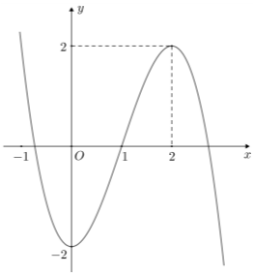
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta **Chọn D**

.

Câu 110: [2D1-1.3-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023) Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy trên khoảng $(0;2)$ đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng đó.

Câu 111: [2D1-1.3-1] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 112: [2D1-1.3-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

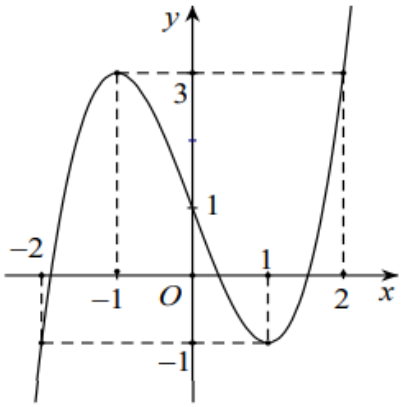
Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 113: [2D1-1.3-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 114: [2D1-1.3-1] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023) Cho hàm số $y = f\ x$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

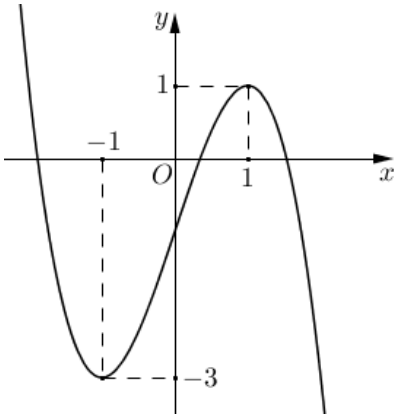
A. $-4;1$. **B.** $2;+\infty$. **C.** $0;2$. **D.** $-\infty;0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $0;2$.

Câu 115: [2D1-1.3-1] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



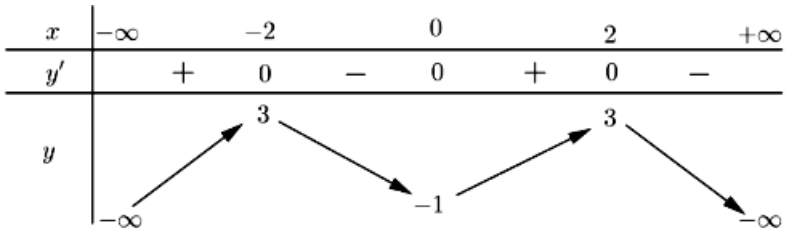
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 116: [2D1-1.3-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

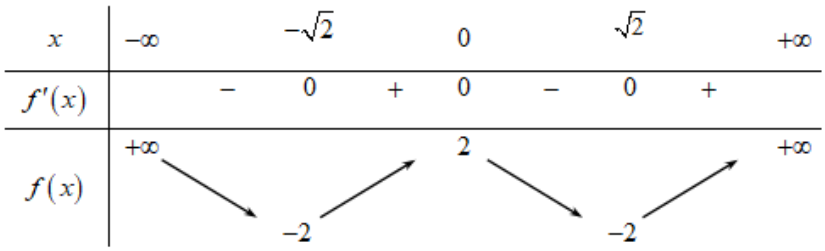
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

Câu 117: **[2D1-1.3-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

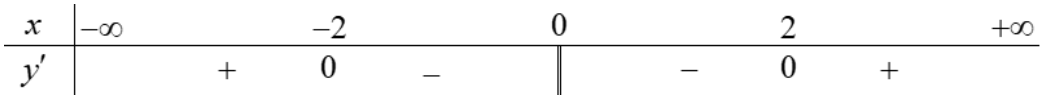
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 118: **[2D1-1.3-1] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

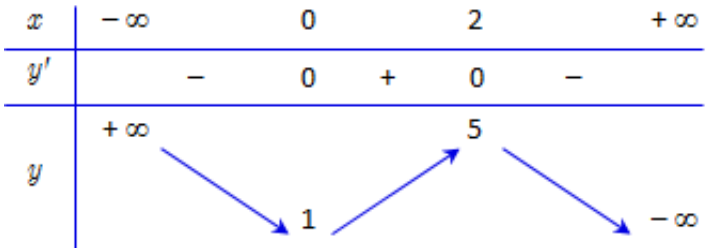
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$..

Câu 119: **[2D1-1.3-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

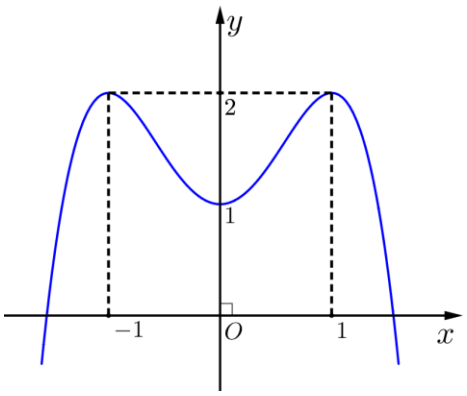
A. $(0;2)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. Do đó chọn phương án **A.**

Câu 120: **[2D1-1.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 121: **[2D1-1.3-1] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

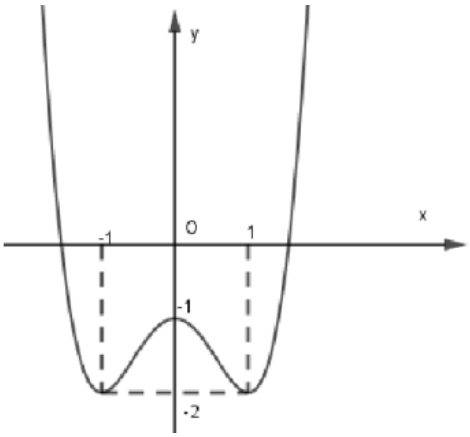
Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$ và $(2:+\infty)$.

Câu 122: [2D1-1.3-1] **(THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $(0;1)$

Câu 123: [2D1-1.3-1] **(THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 124: [2D1-1.3-1] **(THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

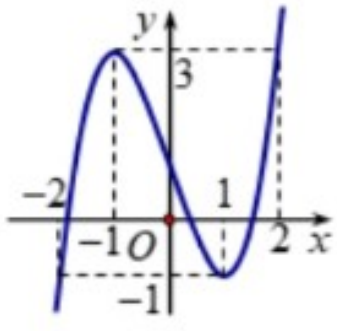
A. $(3;+\infty)$ **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(2;3)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$

Câu 125: **[2D1-1.3-1] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$.

Câu 126: **[2D1-1.3-1] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 127: (THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-1.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trong khoảng nào?

A. $(2;4)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 128: [2D1-1.3-1] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trong khoảng nào?

A. $(2;4)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 129: [2D1-1.3-1] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;5)$.

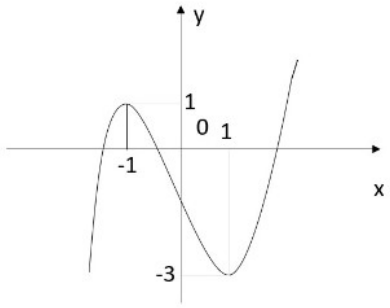
Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng: $(4;5)$.

Câu 130: [2D1-1.3-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R, đồ thị của $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 131: **[2D1-1.3-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 132: **(THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4x$. Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y'<0\Leftrightarrow 4x^3-4x<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<1. \end{array}\right.$

Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 133: **[2D1-1.3-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khi đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 134: [2D1-1.3-1] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm sô đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy đạo hàm hàm số âm trong khoảng $(-2;-1)\subset(-\infty;-1)$, nên **Chọn** Câu **D**.

Câu 135: [2D1-1.3-1] **(THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 136: [2D1-1.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 137: [2D1-1.3-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

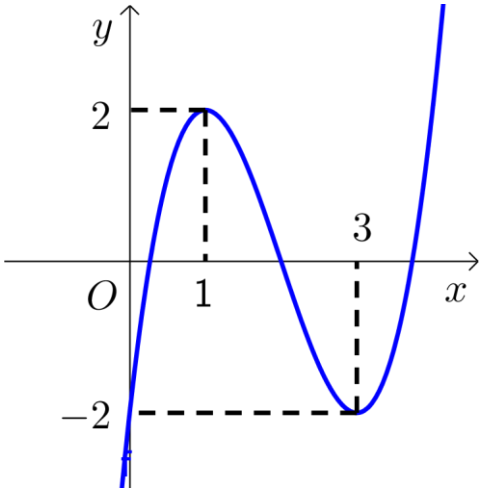
Chọn A

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-3;0)$

Câu 138: [2D1-1.3-1] **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2x\Rightarrow dt=2dx$

Đổi cận:

x	0	2
t	0	4

$* \ I=\int_0^2 f(2x)dx=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)dt=\frac{1}{2}.10=5$

Câu 139: [2D1-1.3-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến biên dưới đây:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

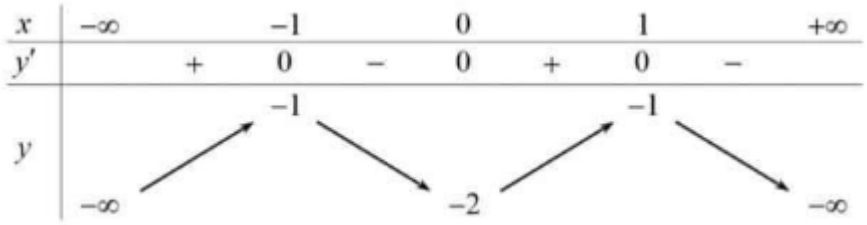
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là sai

Câu 140: [2D1-1.3-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

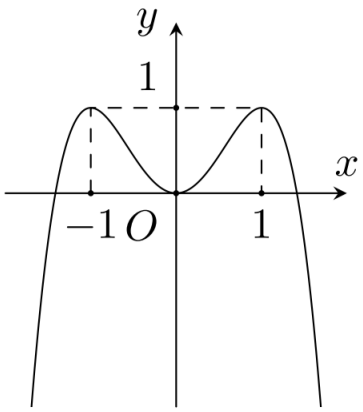
A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1);(0;1)$.

Nên chọn đáp án A.

Câu 141: **[2D1-1.3-1] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho

A. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-1;0),(1;+\infty)$.

Câu 142: **[2D1-1.3-1] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

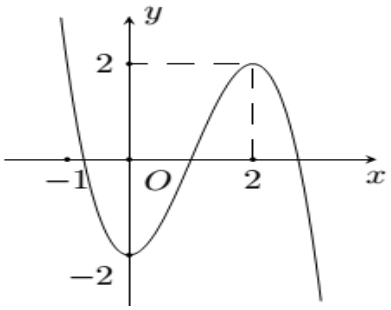
Hàm số đã cho đồng biến trên khaonrg nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 143: **[2D1-1.3-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

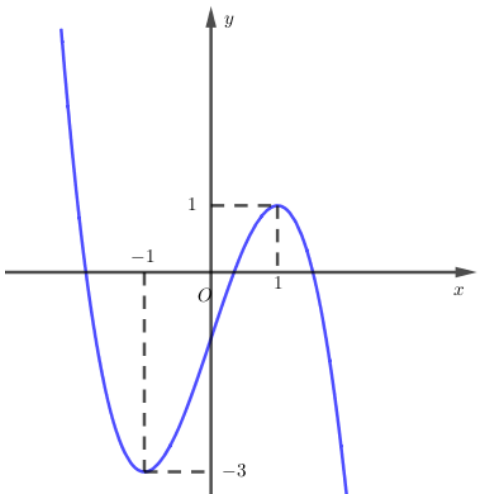


A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 144: **[2D1-1.3-1] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

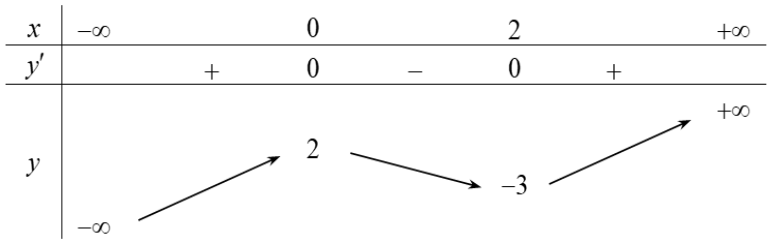
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 145: **[2D1-1.3-1] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

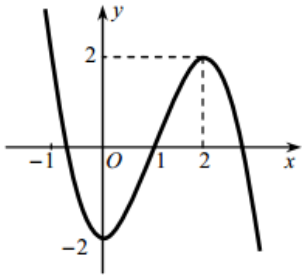
A. $0;2$. **B.** $-\infty;1$. **C.** $3;+\infty$. **D.** $-3;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $3;+\infty$.

Câu 146: **[2D1-1.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



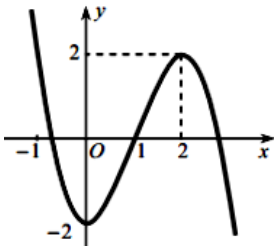
A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 147: **[2D1-1.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 148: [2D1-1.3-1] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $-1;0$. **B.** $0;1$. **C.** $-1;1$. **D.** $-\infty;-1$.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Câu 149: [2D1-1.3-1] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

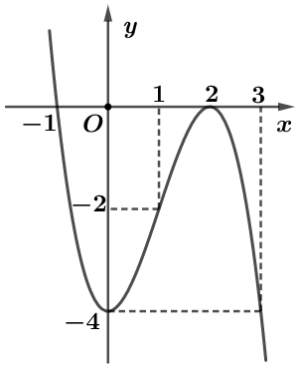
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$

Câu 150: [2D1-1.3-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

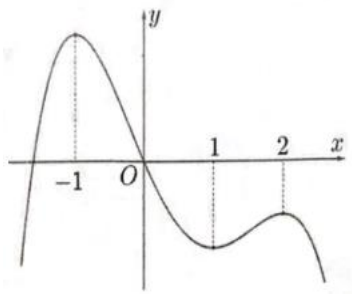
A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 151: **[2D1-1.3-1] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

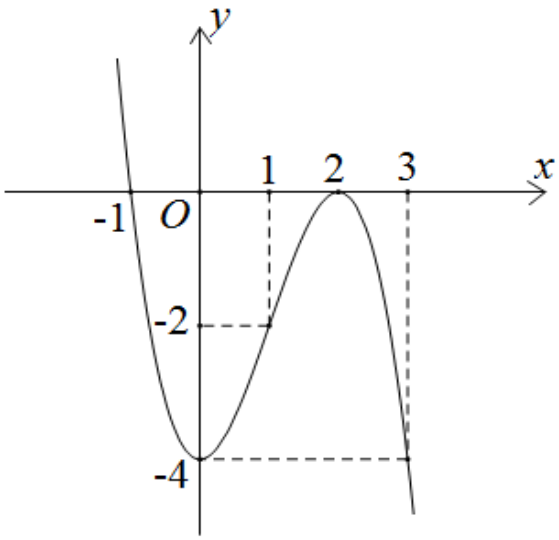
A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 152: **[2D1-1.3-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

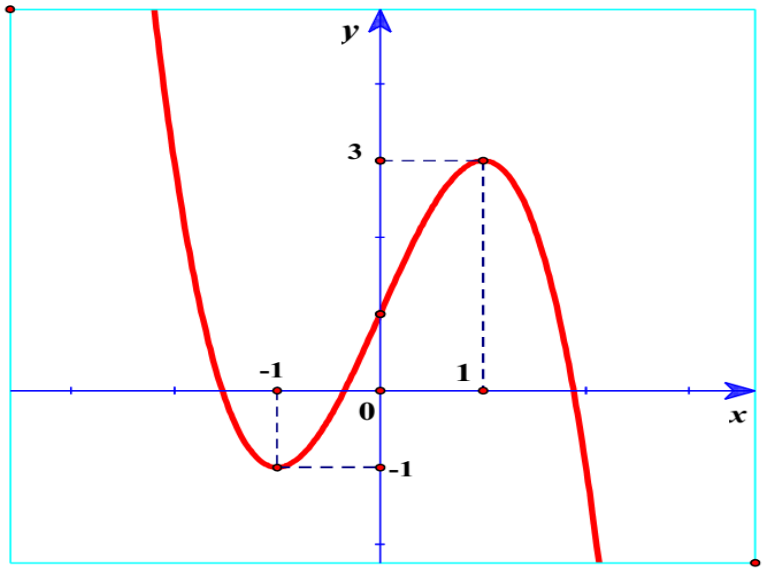
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Mà $(0;1)\subset(0;2)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 153: [2D1-1.3-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$

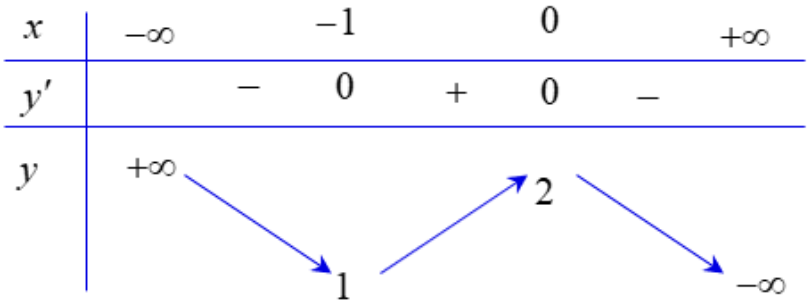
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 154: [2D1-1.3-1] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



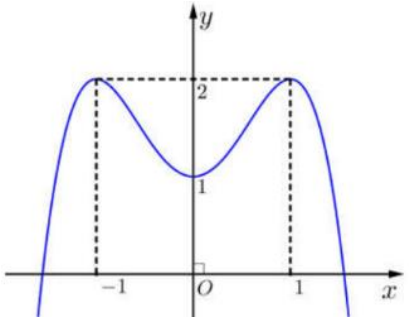
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $-2;-1$.

Lời giải

+ Ta có $y'>0, \forall x\in(-1;0) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 155: [2D1-1.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



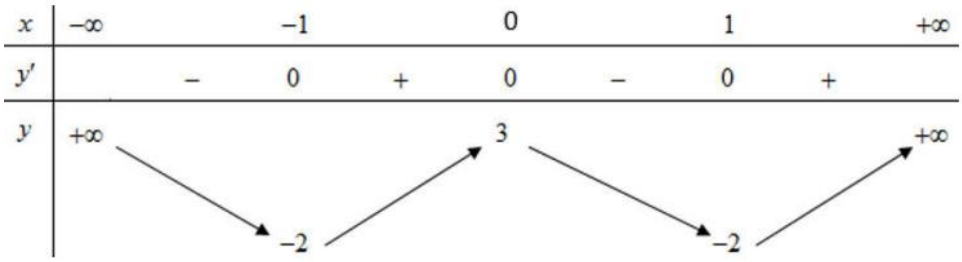
A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 156: [2D1-1.3-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

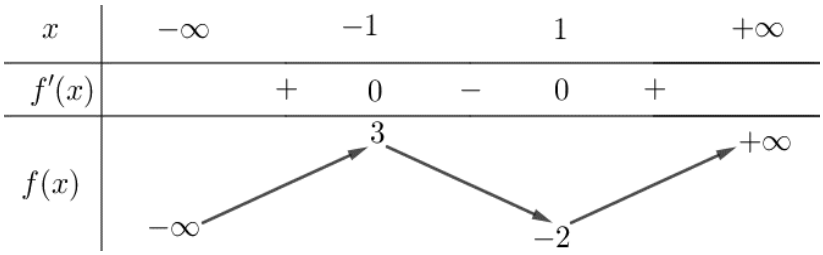
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 157: **[2D1-1.3-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)>0, \forall x\in(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 158: **[2D1-1.3-1] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

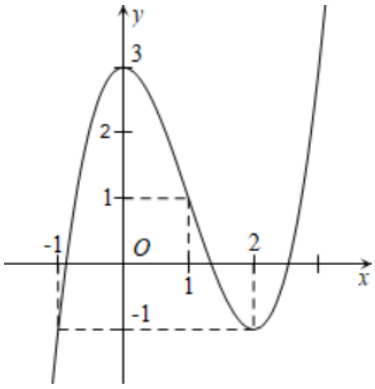
A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 159: **[2D1-1.3-1] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



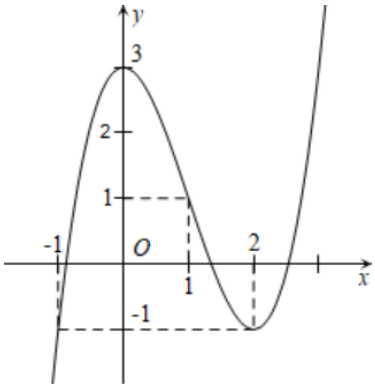
Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 160: **[2D1-1.3-1] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đồng biến trên khoảng

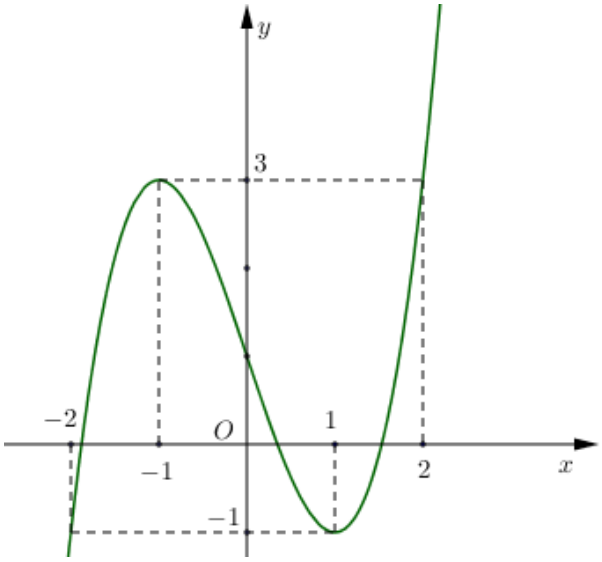
A. $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 161: **[2D1-1.3-1] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

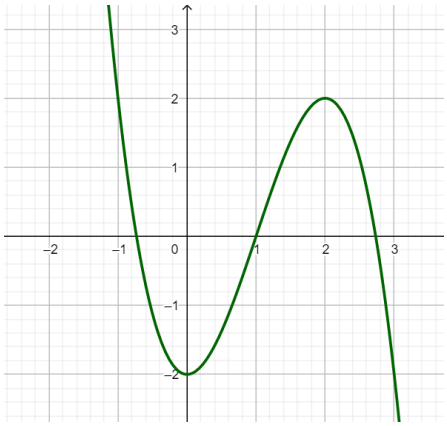
Lời giải

Chọn B

Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ nếu đồ thị hàm số là một đường đi lên từ trái sang phải với x thuộc khoảng $(a;b)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị hàm số là một đường đi lên. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 1: **[2D1-1.3-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(-x)$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

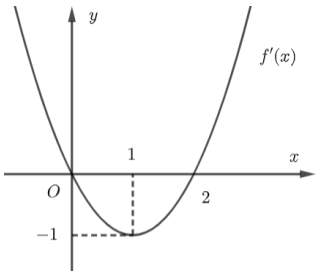
Chọn D

Xét hàm số: $y=f(-x)$

$y'=-f'(-x)$

Đề hàm số $y=f(-x)$ nghịch biến $y'<0\Rightarrow f'(-x)>0\Rightarrow 0<-x<2\Rightarrow -2<x<0$.

Câu 2: **[2D1-1.3-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 3: **[2D1-1.3-2] 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

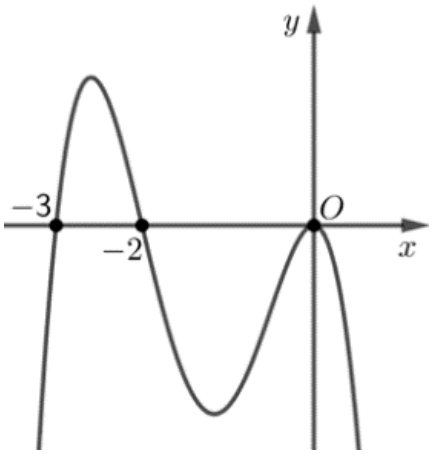
A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $f'(x)<0, \forall x \in (-2;0)\cup(0;1)$ và $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 4: [2D1-1.3-2] **4.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị đạo hàm thấy $f'(x)<0, \forall x \in (-1;0)$ nên $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 5: [2D1-1.3-2] **5.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	

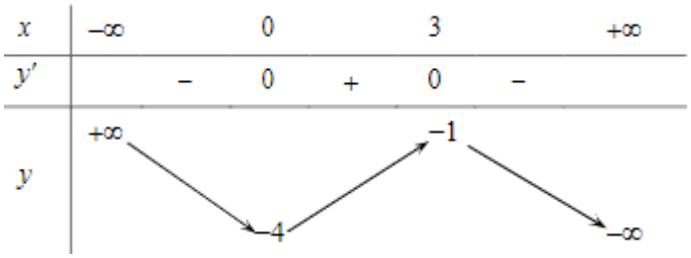
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại các điểm $x=-3, x=1$.

Câu 6: **[2D1-1.3-2] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

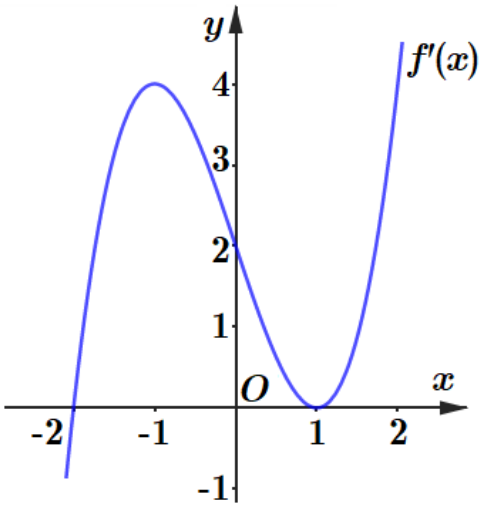
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 7: **[2D1-1.3-2] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $f(x)$đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hãm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy được $f'(x)\geq 0, \forall x\in(-2;+\infty)$ và $f'(x)<0, \forall x\in(-\infty;-2)$.

Nên hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 8: **[2D1-1.3-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-1;3)$

Lời giải

Chọn C

Câu 9: **[2D1-1.3-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-1;3)$

Lời giải

Chọn C

Câu 10: **[2D1-1.3-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;+\infty) \supset (2;4)$.

Câu 11: **(SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M_3(0;2;3)$. **B.** $M_4(1;0;3)$. **C.** $M_1(1;0;0)$. **D.** $M_2(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Chọn điểm M_3.

Câu 12: **[2D1-1.3-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;+\infty) \supset (2;4)$.

Câu 13: **(SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

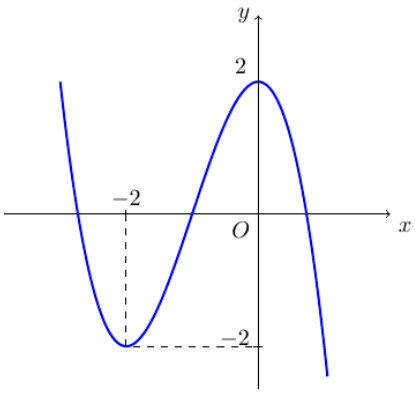
A. $M_3(0;2;3)$. **B.** $M_4(1;0;3)$. **C.** $M_1(1;0;0)$. **D.** $M_2(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Chọn điểm M_3.

Câu 14: **[2D1-1.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

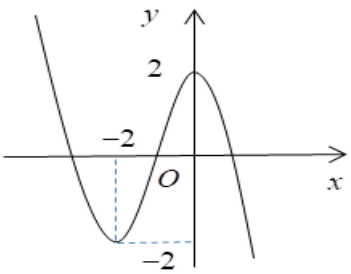
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 15: **[2D1-1.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

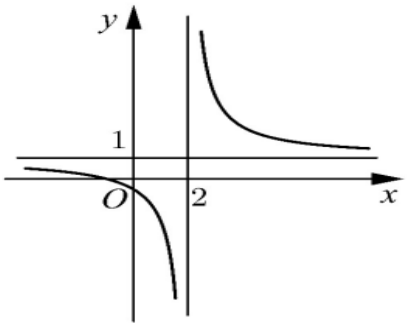
A. $0;+\infty$. **B.** $-2;0$. **C.** $-1;1$. **D.** $-\infty;0$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $0;+\infty$.

Câu 16: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1) [2D1-1.3-2]** Đường cong của hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $y'<0,\forall x\neq 2.$ **B.** $y'>0,\forall x\neq 2.$ **C.** $y'<0,\forall x\neq 1.$ **D.** $y'>0,\forall \neq 1.$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2 và àm số nghịch biến vậy **Chọn A**

Câu 17: **[2D1-1.3-2] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2-1.$ **B.** $y=x^4-2x^2-1.$

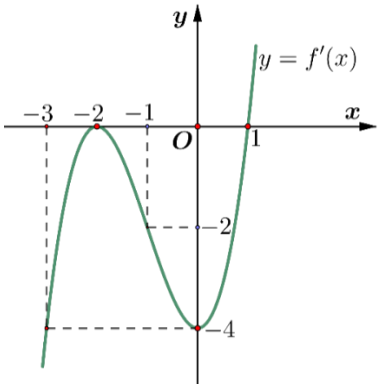
C. $y=x^3-3x-5.$ **D.** $y=\frac{x-3}{x-1}.$

Lời giải

Chọn A

Bảng biến thiên là BBT của hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$. Chọn đáp án A.

Câu 18: **[2D1-1.3-2] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

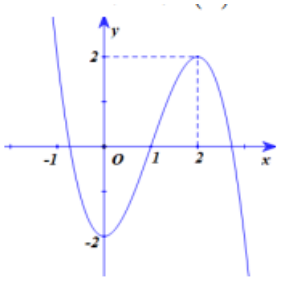
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x)<0, \forall x<1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 19: **[2D1-1.3-2] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



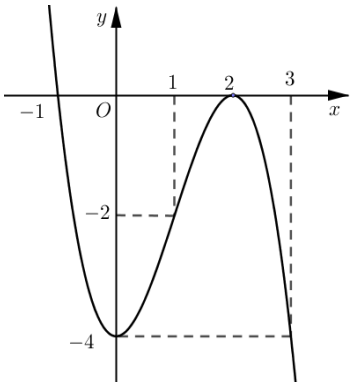
A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có: $f'(x)>0$ khi đồ thị của nó nằm phía trên trục hoành, do đó hàm số $y=f(x)$ đồng biên trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$. Từ đó chọn đáp án $(1;2)$.

Câu 1: **[2D1-1.4-1] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\ x$ có đồ thị hàm số $y=f'\ x$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y=f\ x$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $-4;0$. **B.** $-\infty;-1$. **C.** $2;+\infty$. **D.** $0;2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $f'\ x>0,\forall x\in\ -\infty;-1$. Vậy hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng $-\infty;-1$.

Câu 1: **[2D1-1.4-2] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Khoảng nghịch biến của hàm số $y=f(x)$ là:

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

Câu 2: **[2D1-1.4-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

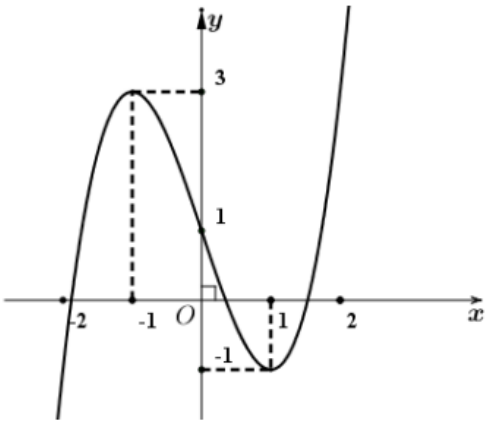
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)\Rightarrow f'(x)>0\Leftrightarrow x\in(-1;2)$.

Xét hàm số $y=f(x+2)\Rightarrow y'=f'(x+2)$.

Ta có $y'>0\Leftrightarrow f'(x+2)>0\Leftrightarrow x+2\in(-1;2)\Leftrightarrow x\in(-3;0)$.

Vậy hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

Câu 3: **[2D1-1.4-2] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $-1;3$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a;\ -2<a<-1 \\ x=b;\ 0<b<1 \\ x=c;\ 1<c<2 \end{array}\right. .$$

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Khoảng $(-1;0)\in(a;b)$.

Câu 4: [2D1-1.4-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

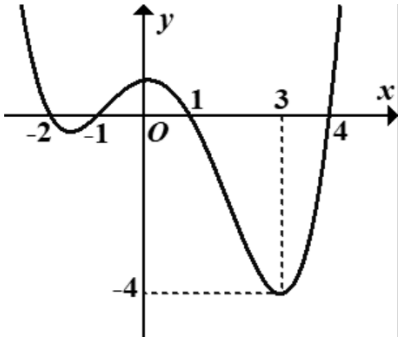
Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)>0 \Leftrightarrow (x-2)^2(1-x)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x>0 \\ (x-2)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x<1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 5: [2D1-1.4-2] **1.** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ thấy $f'(x)<0,\forall x\in(3;4)$ nên $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 6: **[2D1-1.4-2] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(1-2x)^2(x-2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^3(1-2x)^2(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{2}\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 7: **(Sở GĐ-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-1.4-2]** Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2) \Rightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;2)$.

Xét hàm số $y=f(x+2) \Rightarrow y'=f'(x+2)$.

Ta có $y'>0 \Leftrightarrow f'(x+2)>0 \Leftrightarrow x+2\in(-1;2) \Leftrightarrow x\in(-3;0)$.

Vậy hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

Câu 8: [2D1-1.4-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-3)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↗	

Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 9: [2D1-1.4-2] **(THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

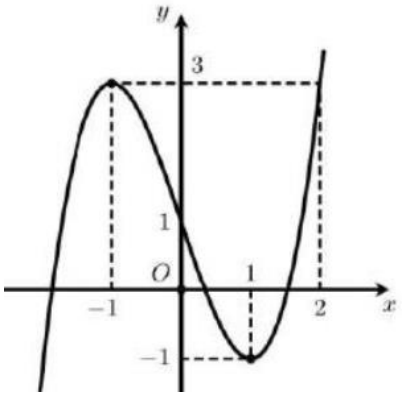
A. $(1;3)$ **B.** $(-\infty;-3)$ **C.** $(4;5)$ **D.** $(3;4)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=f(5-2x) \Rightarrow y'=-2.f'(5-2x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x<-3 \\ -1<5-2x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ 2<x<3 \end{array}\right.$.

Câu 10: [2D1-1.4-2] **(THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



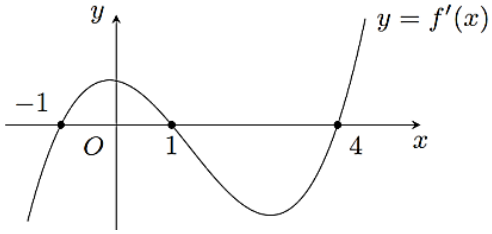
A. $(-1;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x)>0,\ \forall x\in(-1;0)$ nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 11: [2D1-1.4-2] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4;+\infty)$ nên **Chọn B**

Câu 12: [2D1-1.4-2] **(THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(3-x)(x-4)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

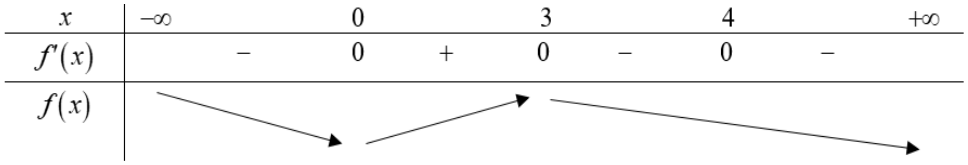
A. $(-\infty;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

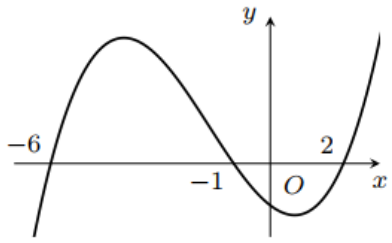
Ta có: $f'(x)=x(3-x)(x-4)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\\x=4\end{array}\right.$.

BBT:



Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 1: **[2D1-1.4-3] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(3-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(1;2)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=-2x.f'(3-x^2)$.

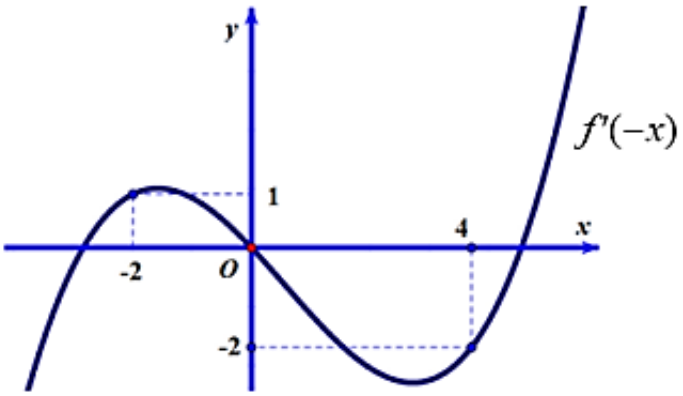
Phương trình $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'(3-x^2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3-x^2=-6\\3-x^2=-1\\3-x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\\x=\pm2\\x=\pm1.\end{array}\right.$

Lập bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$-2x$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$	
$f'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 2: **[2D1-1.4-3] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn có đồ thị $y=f'(-x)$như hình vẽ. Hàm số $g(x)=4f(x)-x^2$ đồng biến trên khoảng

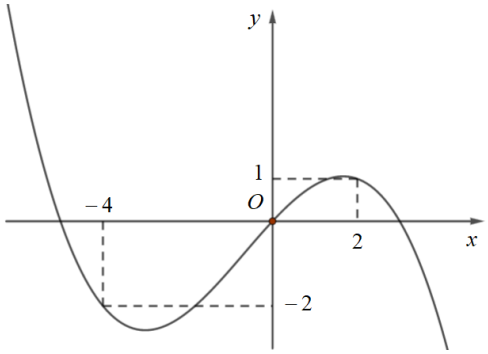


A. $(2;4)$. **B.** $(-5;-4)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(4;6)$.

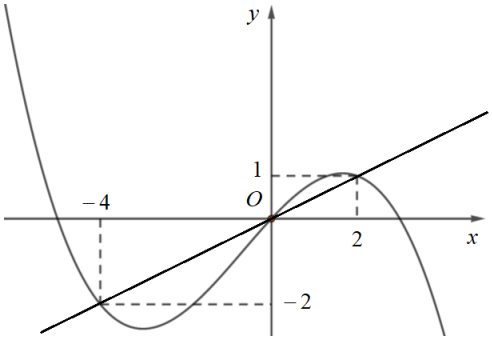
Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(-x)$ đối xứng qua trục tung. Nên ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như sau:



Ta có $g'(x)=4f'(x)-2x=0 \Leftrightarrow f'(x)=\frac{x}{2}$.



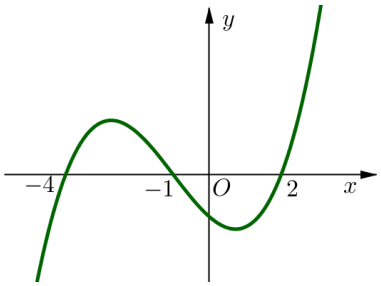
Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có $f'(x)=\frac{x}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy **Chọn B**

Câu 3: **[2D1-1.4-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới. Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-5)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?



A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-5=-4 \\ x^2-5=-1 \\ x^2-5=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{7} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		-2		-1		0		1		2		$\sqrt{7}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ có 4 khoảng nghịch biến.

Câu 4: **[2D1-1.4-3] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f(x^3+4x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

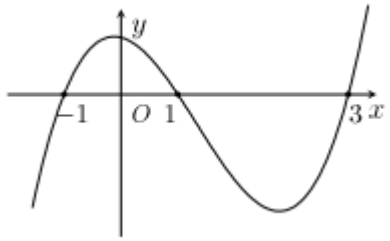
Chọn C

Đặt $t=x^3+4x+m \Rightarrow t'=3x^2+4$ nên t đồng biến trên $(-1;1)$ và $t\in(m-5;m+5)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-5;m+5)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta được $\begin{cases} m-5\ge -2 \\ m+5\le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$.

Câu 5: **[2D1-1.4-3] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?



A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'(x+m)$. Vì $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g'(x)=f'(x+m)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$. Căn cứ vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy

$$g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x+m)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+m<-1 \\ 1<x+m<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1-m \\ 1-m<x<3-m \end{array}\right.$$

Hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\le -1-m \\ \begin{cases} 3-m\ge 2 \\ 1-m\le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ 0\le m\le 1 \end{array}\right.$$

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-5;5]$ nên ta có $S=\{-5;-4;-3;0;1\}$.

Vậy S có 5 phần tử.

Câu 6: **[2D1-1.4-3] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $F(x)=\int[f(x)+m]dx$ nghịch biến

trên khoảng $(0;3)$.

A. $-5\le m\le 1$. **B.** $m\le -5$. **C.** $-1\le m\le 5$. **D.** $m\ge -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=\int\left[f(x)+m\right]\mathrm{d}x\Rightarrow F'(x)=f(x)+m$.

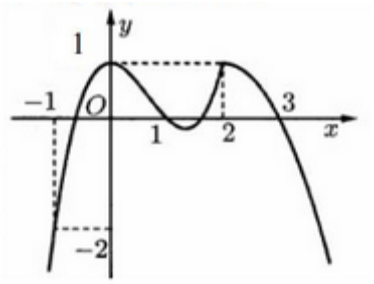
Hàm số $F(x)$ nghịch biến trên $(0;3)\Leftrightarrow F'(x)\le 0$,

$\forall x\in(0;3)\Leftrightarrow f(x)+m\le 0,\forall x\in(0;3)\Leftrightarrow \max\limits_{x\in[0;3]}\left(f(x)+m\right)\le 0\Leftrightarrow m+5\le 0\Leftrightarrow m\le -5.$

Lưu ý: Ta có bảng biến thiên của $f(x)+m$ trên $[0;3]$ như sau

x	0		3
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-1+m$	↗	$5+m$

Câu 7: **[2D1-1.4-3] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-\dfrac{x^6}{3}+x^4-x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

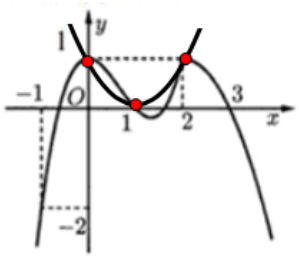
Ta có

$g'(x)=2xf'\left(x^2\right)-\left(2x^5-4x^3+2x\right)$

$=2x\left(f'\left(x^2\right)-\left(x^4-2x^2+1\right)\right)$

Xét phương trình $f'\left(x^2\right)-\left(x^4-2x^2+1\right)=0$

Đặt $t=x^2$ ta được phương trình $f'(t)=t^2-2t+1$



Suy ra phương trình có 3 nghiệm $t=0;t=1;t=2$.

Hay phương trình $f'\left(x^2\right)-\left(x^4-2x^2+1\right)=0$ có 5 nghiệm $x=0;x=\pm1;x=\pm\sqrt{2}$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 8: **[2D1-1.4-3] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$.. **B.** $(0;2)$.. **C.** $(-\infty;-3)$.. **D.** $(2;3)$.

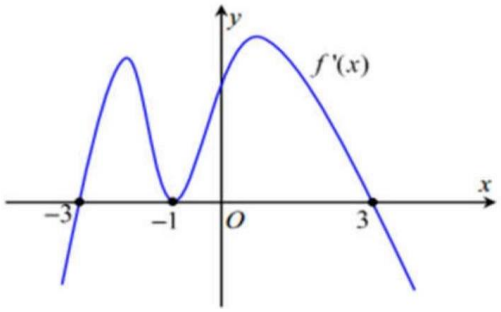
Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=-2f'(3-2x)$

$y'>0\Leftrightarrow -2f'(3-2x)>0\Leftrightarrow f'(3-2x)<0\Leftrightarrow 3-2x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\Leftrightarrow x\in(1;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 9: **[2D1-1.4-3] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;4)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Khảo sát hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$.

Cách giải:

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có: $g'(x)=(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\x^2-2x=-3\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\\x=3\end{array}\right.$$

Ta có bảng sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	–	0	+	0	–	

Do đó, hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(1;3)$.

Câu 10: **[2D1-1.4-3] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2f(x)-1\right)=m$ có đúng 3 nghiệm thực x?

A. 484. **B.** 486. **C.** 485. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=x^3-3x^2+5\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x,\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đặt $u=2f(x)-1\Rightarrow u'=2f'(x),u'=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

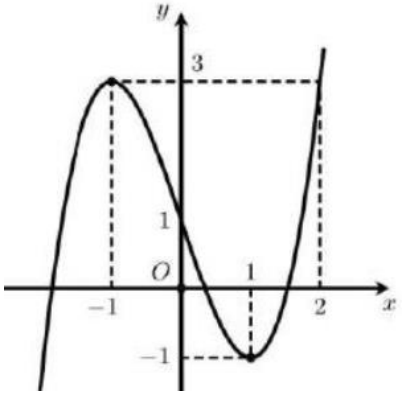
Ta có bảng sau:

x	$-\infty$		0		2		$+$
$u=2f(x)-1$	$-\infty$	0	2	9	2	1	2	$+$
$f(u)=f\left(2f(x)-1\right)$	$-\infty$	5	1	491	1	3	1	$+$

Phương trình $f\left(2f(x)-1\right)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow 5<m<491\Rightarrow m\in\{6;7;8;....;490\}$: 485 giá trị.

Câu 11: **[2D1-1.4-3] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Cho hàm số

$y=f(x)$ có đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x)>0,\ \forall x\in(-1;0)$ nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 12: **[2D1-1.4-3] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và $f'(x)=(x+1)(x-2)$. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(-1;2)$

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2-2)$

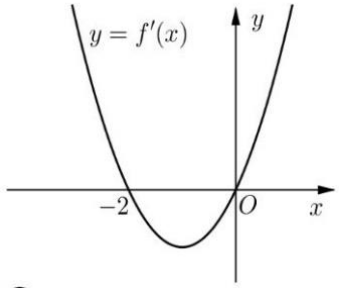
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'(x^2-2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=-1\\x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 13: [2D1-1.4-3] **(THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu $f'(x)>0\ \forall x\in(-\infty;-2)\cup(0;+\infty);\ f'(x)<0\ \forall x\in(-2;0)$

Ta có: $y=f(x+2)\Rightarrow y'=f'(x+2)$

Hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến $\Leftrightarrow\ f'(x+2)<0\Leftrightarrow -2<x+2<0\Leftrightarrow -4<x<-2$

Vậy hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-2)$.

Câu 14: Từ [2D1-1.4-3] chuyển thành [2D1-1.5-3]

Câu 15: [2D1-1.4-3] [2D1-1.5-3] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $f\ x$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=3f\ x+3\ -x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $2;+\infty$. **B.** $1;5$. **C.** $-1;0$. **D.** $-\infty;-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y=3f\ x+3\ -x^3+12x\Rightarrow y'=3f'\ x+3\ -3x^2+12$

$y'=3f'\ x+3\ -3\ x^2+6x+9\ +18\ x+3\ -15$

$=3f'\ x+3\ -3\ x+3\ ^2+18\ x+3\ -15.$

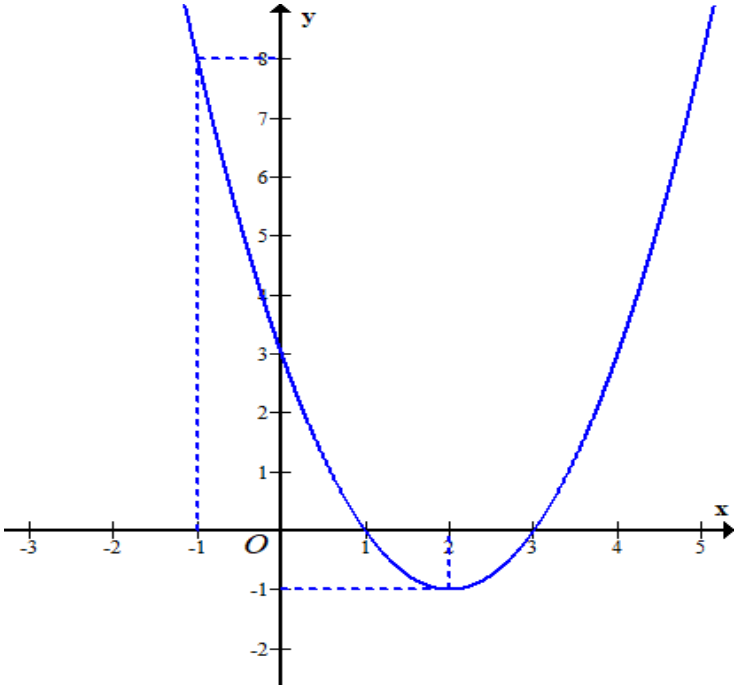
Đặt $t=x+3\Rightarrow y'=3f'\ t\ -3t^2+18t-15$

	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$-3t^2+18t-15$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y'				$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta thấy, hàm số nghịch biến khi

$$\begin{bmatrix}-1<t<1\\ t>5\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}-1<x+3<1\\ x+3>5\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}-4<x<-2\\ x>2\end{bmatrix}$$

Câu 16: **[2D1-1.4-3] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hàm số $g(x)=f\left(2x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số nghịch biến khi:

$$g'(x)<0 \Leftrightarrow (2-2x)\,f'\left(2x-x^2\right)<0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix}\begin{cases}2-2x>0\\ f'\left(2x-x^2\right)<0\end{cases}\\ \begin{cases}2-2x<0\\ f'\left(2x-x^2\right)>0\end{cases}\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}\begin{cases}x<1\\ 1<2x-x^2<3\end{cases}\\ \begin{cases}x>1\\ \begin{bmatrix}2x-x^2<1\\ 2x-x^2>3\end{bmatrix}\end{cases}\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}\begin{cases}x<1\\ \begin{cases}-x^2+2x-1>0\\ -x^2+2x-3<0\end{cases}\end{cases}\\ \begin{cases}x>1\\ \begin{bmatrix}-x^2+2x-1<0\\ -x^2+2x-3>0\end{bmatrix}\end{cases}\end{bmatrix} \Leftrightarrow x>1$$

Cách 2: Lập bảng biến thiên của hàm $g(x)$ rồi suy ra khoảng nghịch biến.

Câu 17: **[2D1-1.4-3] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x^2+mx+9)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(3-x)=(3-x)(2-x)^2\left[(3-x)^2+m(3-x)+9\right]$.

Khi đó $g'(x)=-f'(3-x)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi

$g'(x)\ge 0,\forall x\in(3;+\infty)$.

$\Leftrightarrow -f'(3-x)\le 0,\forall x\in(3;+\infty)$.

$\Leftrightarrow (3-x)(2-x)^2\left[(3-x)^2+m(3-x)+9\right]\le 0,\forall x\in(3;+\infty)$.

$\forall x\in(3;+\infty)$ thì $(3-x)\le 0,(2-x)^2\ge 0$ suy ra $(3-x)^2+m(3-x)+9\ge 0,\forall x\in(3:+\infty)$.

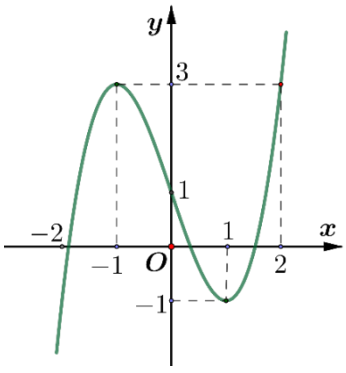
$\Leftrightarrow m\le\dfrac{(3-x)^2+9}{x-3},\forall x\in(3;+\infty)\Leftrightarrow m\le\underset{(3;+\infty)}{Min}\dfrac{(3-x)^2+9}{x-3}$.

Ta có $\dfrac{(3-x)^2+9}{x-3}=(x-3)+\dfrac{9}{x-3}\ge 2\sqrt{(x-3).\dfrac{9}{x-3}}=6$

Suy ra $m\le 6$.

Vì m nguyên dương suy ra $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 18: **[2D1-1.4-3] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong sau:



Hàm số $y=f(x^2-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

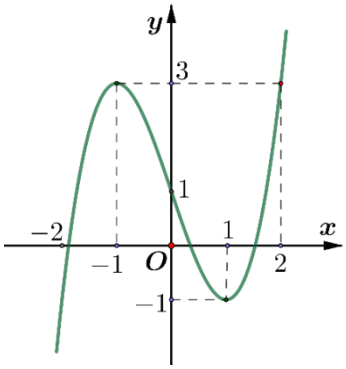
Lời giải

Ta có $y'=(2x-2)f'(x^2-2x)$. Khi đó, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1-\sqrt{2}\\x=1+\sqrt{2}\end{array}\right.$

Lập bảng xét dấu của y' trên $\mathbb{R}$ ta có hàm số đồng biến trên $(1-\sqrt{2};1)$ và $(1+\sqrt{2};+\infty)$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 19: **[2D1-1.4-3] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong sau:



Hàm số $y=f(x^2-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

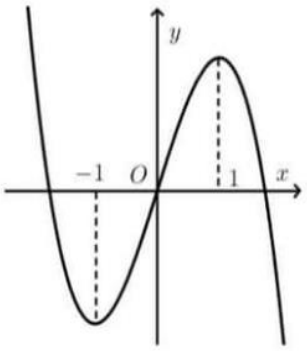
Chọn A

Ta có $y'=(2x-2)f'(x^2-2x)$. Khi đó, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1-\sqrt{2}\\x=1+\sqrt{2}\end{array}\right.$

Lập bảng xét dấu của y' trên $\mathbb{R}$ ta có hàm số đồng biến trên $(1-\sqrt{2};1)$ và $(1+\sqrt{2};+\infty)$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 1: **[2D1-1.4-4] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|2f(\sin x)-3\cos 2x-a+9\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 9. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\left|2f(\sin x)-3\left(1-2\sin^2 x\right)-a+9\right|=\left|2f(\sin x)+6\sin^2 x+6-a\right|$

Đặt $t=\sin x$, $t\in(0;1)$. Khi đó, ta có: $y=\left|2f(t)+6t^2+6-a\right|=\sqrt{\left[2f(t)+6t^2+6-a\right]^2}$

Ta có: $y'=\dfrac{\left(2f(t)+6t^2+6-a\right)\left(2f'(t)+12t\right)}{\sqrt{\left[2f(t)+6t^2+6-a\right]^2}}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0;1)$ thì

$y'>0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\left(2f(t)+6t^2+6-a\right)\left(2f'(t)+12t\right)>0,\forall t\in(0;1)$.(1)

Dựa vào đồ thị $f'(t)$ ta thấy $2f'(t)+12t>0,\forall t\in(0;1)$.

Do đó, $(1)\Leftrightarrow 2f(t)+6t^2+6-a>0,\forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow a<2f(t)+6t^2+6,\forall t\in(0;1)\Rightarrow a\le\min\limits_{[0;1]}\left\{2f(t)+6t^2+6\right\}$.

Xét hàm số $g(t)=2f(t)+6t^2+6$ trên $[0;1]$.

Ta có: $g'(t)=2f'(t)+12t>0,\forall t\in(0;1)$ suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0;1)$

Do đó, $\min\limits_{[0;1]}g(t)=g(0)=2f(0)+6.0^2+6=6$.

Vậy $a\le 6$. Mà $a\in\mathbb{N}^*$ suy ra $a\in\{1,2,3,4,5,6\}$.

Câu 2: **[2D1-1.4-4] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số

$y=\left|f(x-1)+2023\right|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f(x-1)+2023$.

Ta có $y=\left|f(x-1)+2023\right|=|h(x)|=\sqrt{h(x)^2}$

$y'=\dfrac{h(x).h'(x)}{|h(x)|}\le 0\ \forall x<2$

$\leftrightarrow\begin{cases}h(x)<0\\h'(x)\ge 0\end{cases}\forall x<2\ hoac\begin{cases}h(x)>0\\h'(x)\le 0\end{cases}\forall x<2$

★ **Trường hợp 1**

$\begin{cases}h(2)\le 0\\h'(x)\ge 0\end{cases}\forall x\in(-\infty;2)$ tương đương $\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)+2023\le 0\ (1)\\f'(x-1)\ge 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{10039}{5}\ (1)\\(x-1)^4-2(x-1)+m-1\ge 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2)\end{cases}$

Đặt $t=x-1,\ t\in(-\infty;1)$, khi đó ta có

$(2)\Leftrightarrow t^4-2t+m-1\ge 0\ \forall\ t\in(-\infty;1)$

$\Leftrightarrow -t^4+2t+1\le m\ \forall\ t\in(-\infty;1)$

Đặt $g(t)=-t^4+2t+1\Rightarrow g'(t)=-4t^3+2$.

Xét $g'(t)=0\Leftrightarrow -4t^3+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Nên $\Leftrightarrow f\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\le m\Leftrightarrow m\ge\dfrac{3}{2\sqrt[3]{2}}+1$

Từ và suy ra $\dfrac{3}{2\sqrt[3]{2}}+1\le m\le\dfrac{10039}{5}$

★ **Trường hợp 2**

$\begin{cases}h(2)\ge 0\\h'(x)\le 0\end{cases}\forall x\in(-\infty;2)$ tương đương $\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)+2023\ge 0\ (1)\\f'(x-1)\le 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\dfrac{10039}{5}\ (1)\\(x-1)^4-2(x-1)+m-1\le 0\ \forall x\in(-\infty;2)\ (2)\end{cases}$

Đặt $t=x-1,\ t\in(-\infty;1)$, khi đó ta có

$(2) \Leftrightarrow t^4 - 2t + m - 1 \le 0 \ \forall \ t \in (-\infty;1)$

$\Leftrightarrow -t^4 + 2t + 1 \ge m \ \forall \ t \in (-\infty;1)$

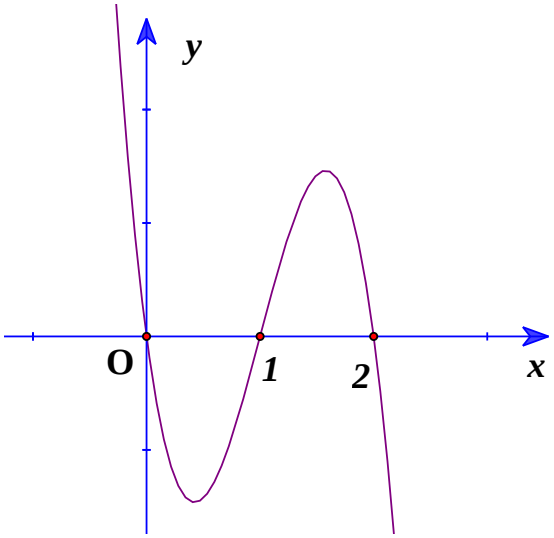
Đặt $g(t) = -t^4 + 2t + 1 \Rightarrow g'(t) = -4t^3 + 2$.

Xét $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -4t^3 + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vô nghiệm

Vậy: $\dfrac{3}{2\sqrt[3]{2}} + 1 \le m \le \dfrac{10039}{5}$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2005 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: ---------- **HẾT** ---------- **(Sở GĐ-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-1.4-4]** Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(1+x)$ có đồ thị như hình vẽ. có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(-x^2 + 2x - 2022 + m\right) + \sqrt{m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?



A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2024

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $f'(1+x) = a.x(x-1)(x-2) \ (a < 0)$

Thay x bằng $x-1$: $f'(x) = a.(x-1)(x-2)(x-3)$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $g'(x) = (-2x+2).f'\left(-x^2 + 2x - 2022 + m\right) \ge 0 \ \forall x \in (0;1)$

$\Rightarrow f'\left(-x^2 + 2x - 2022 + m\right) \ge 0 \ \forall x \in (0;1)$

Đặt $t = -x^2 + 2x - 2022 + m \Rightarrow t \in (m - 2022; m - 2021)$

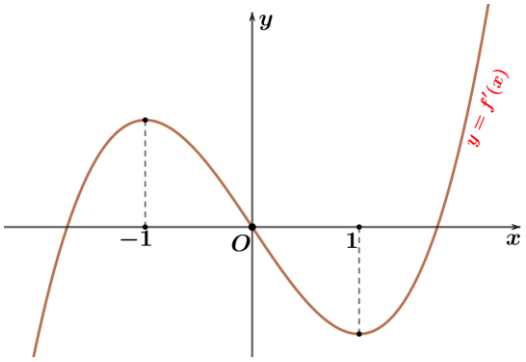
$\Rightarrow f'(t)\geq 0\ \ \forall t\in(m-2022;m-2021)$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(m-2022;m-2021)\subset(2;3)\\(m-2022;m-2021)\subset(-\infty;1)\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}m-2021\leq 3\\m-2022\geq 2\end{array}\right.\\m-2021\leq 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2024\\m\leq 2022\end{array}\right.$

Vậy có 2023 giá trị nguyên dương m. Chọn đáp án**A.**

Câu 4: **[2D1-1.4-4] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

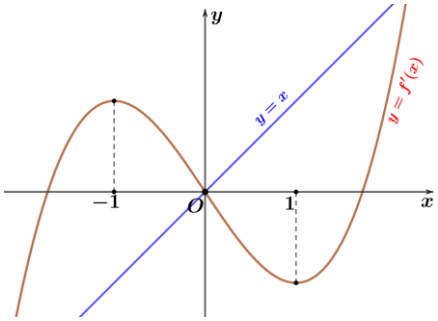
Lời giải

Chọn D

Ta có: $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|=\left|4f(\sin x)+1-2\sin^2 x-a\right|$.

Đặt $t=\sin x, x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$ và ta có hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Xét hàm số $g(t)=4f(t)-2t^2+1-a\rightarrow g'(t)=4f'(t)-4t$ trên khoảng $(0;1)$.

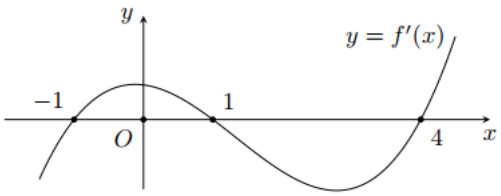


Ta có: $g(1)=4f(1)-1-a=3-a$ và từ đồ thị ta suy ra $f'(x)<x,\forall x\in(0;1)$ (đúng).

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(t)\le 0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\ge 0\end{cases}\Rightarrow a\le 3\\ \begin{cases}g'(t)\ge 0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\le 0\end{cases}(loai)\end{array}\right.$.

Vì a nguyên dương nên $a\in\{1;2;3\}$.

Câu 5: **[2D1-1.4-4] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f\left(x^3+1\right)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{3}\right)$.

C. $(-\infty;-1)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=3x^2f'\left(x^3+1\right)$. Ta có

$g'(x)<0\Leftrightarrow 3x^2f'\left(x^3+1\right)<0\Leftrightarrow f'\left(x^3+1\right)<0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+1<-1\\ 1<x^3+1<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\sqrt[3]{2}\\ 0<x<\sqrt[3]{3}\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$..

Câu 6: **[2D1-1.4-4] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=-x^4-\left(5-m^2\right)x+2023$ và $g(x)=-x^3+5x^2-2022x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x)=g\left[f(x)\right]$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=-4x^3-\left(5-m^2\right)$

$g'(x)=-3x^3+10x^2-2022<0\ \forall x\in(1;+\infty)$

$h'(x)=\left(g\left[f(x)\right]\right)'=f'(x).g'\left[f(x)\right]$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $h'(x)>0;\forall x\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow f'(x).g'\left[f(x)\right]>0;\forall x\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow f'(x)<0;\forall x\in(1;+\infty)$

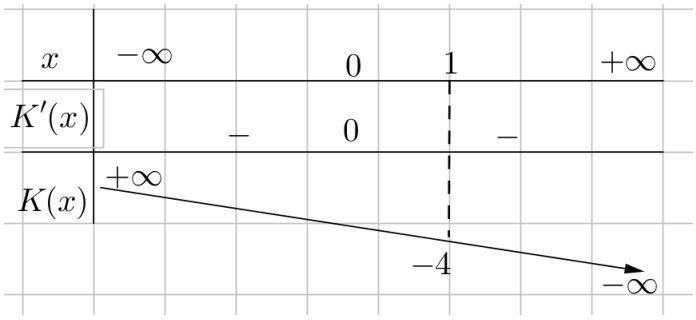
$\Rightarrow -4x^3-\left(5-m^2\right)<0;\forall x\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow -4x^3<\left(5-m^2\right);\forall x\in(1;+\infty)$

Xét hàm: $K(x)=-4x^3\Rightarrow K'(x)=-12x^2$

$K'(x)=0\Leftrightarrow -12x^2=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng xét dấu



Dựa vào bảng biến thiên

$-4x^3<\left(5-m^2\right);\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow 5-m^2\geq -4\Leftrightarrow m^2\leq 9\Leftrightarrow -3\leq m\leq 3.$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 7: **[2D1-1.4-4] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $f\ x=-x^4-17-m^2\ x+2023$ và $g\ x=-x^3+5x^2-2022x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h\ x=g\ f\ x$ đồng biến trên khoảng $2;+\infty$

A. 16. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $h'\ x=f'\ x\ .g'\ f\ x\ =4x^3+17-m^2\ \ 3f^2\ x\ -10f\ x\ +2022$.

Để hàm số $h\ x=g\ f\ x$ đồng biến trên khoảng $2;+\infty$ cần:

$h'\ x\geq 0\ \forall x\in\ 2;+\infty\ \Rightarrow\ 4x^3+17-m^2\ \geq 0$ vì $3f^2\ x\ -10f\ x\ +2022\ >0,\ \forall x>2$

Suy ra $m^2\leq 4x^3+17.(*)$

Xét hàm số $k\ x=4x^3+17$ ta có

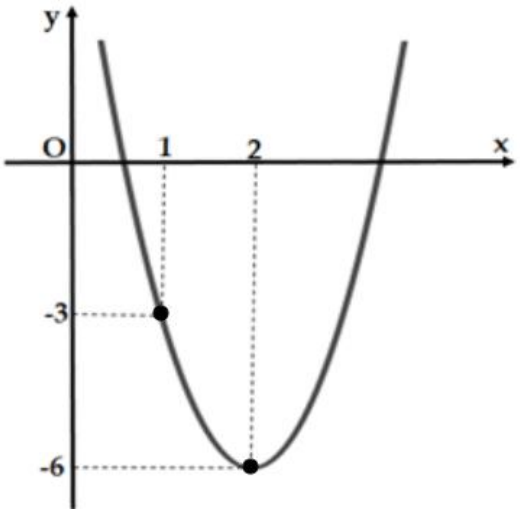
$k'\ x=12x^2>0,\ \forall x>2$. Suy ra hàm số $k\ x=4x^3+17$ đồng biến trên khoảng $2;+\infty$.

$(*)\Rightarrow m^2\leq \min\limits_{2;+\infty} k\ x=49\Rightarrow -7\leq m\leq 7$

Vậy có 15 giá trị của m.

Câu 8: **[2D1-1.4-4] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số

$y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một Parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta xác định được $y=f'(5-2x)=3x^2-12x+6$.

Đặt $5-2x=t\Rightarrow x=\dfrac{5-t}{2}$.

Khi đó: $3x^2-12x+6=\dfrac{3}{4}(5-t)^2-6(5-t)+6=\dfrac{3}{4}t^2-\dfrac{3}{2}t-\dfrac{21}{4}=f'(t)$.

$f'(t)<0\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<t<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<5-2x<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<x<2+\sqrt{2}$.

Hàm số $y=g(x)=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

$\Rightarrow g'(x)=(4x+2)\,f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)$

$(do\ \ 4x+2>0,\forall x\in(0;1))$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<2x^2+2x+m<2+\sqrt{2},\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<2x^2+2x-2<-m+\sqrt{2},\forall x\in(0;1)$.

Đặt $h(x)=2x^2+2x-2\Rightarrow h'(x)=4x+2>0,\forall x\in(0;1)$.

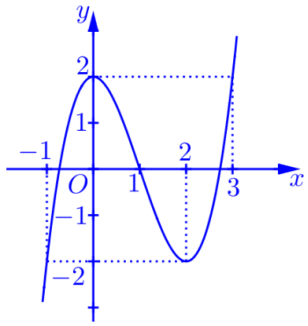
BBT:

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<0<1<-m+\sqrt{2}\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<\sqrt{2}-1\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{-1;0\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 9: **[2D1-1.4-4] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f\left(\dfrac{-3}{2}\right)<2$ và $f(1)=0$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số

$g(x)=\left|f\left(1-\frac{x}{2}\right)-\frac{x^2}{8}\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

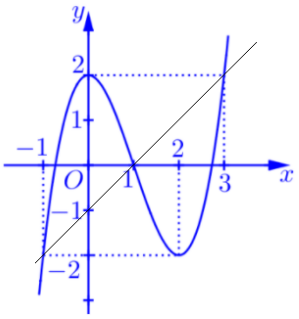
Ta đặt $h(x)=f\left(1-\frac{x}{2}\right)-\frac{x^2}{8}\Rightarrow h'(x)=\frac{-1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{4}$

$h'(x)=0\Leftrightarrow\frac{-1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{4}=0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)=\frac{-x}{2},(1)$

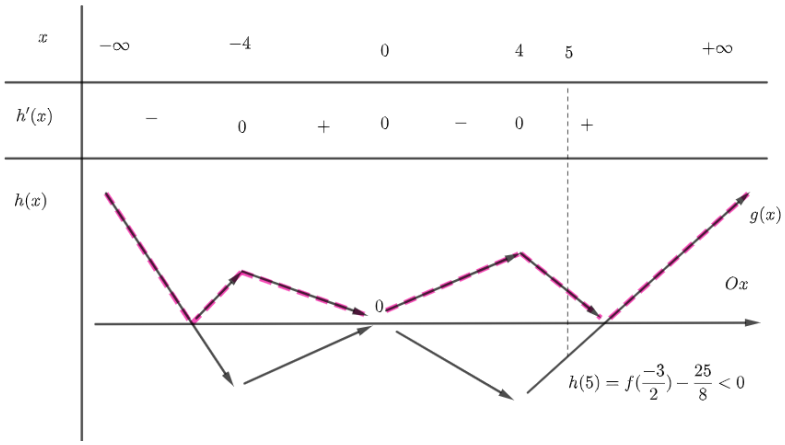
Đặt

$t=1-\frac{x}{2}\Rightarrow x=2-2t$

$(1)\Rightarrow f'(t)=t-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=1\\t=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-4\\x=4\end{array}\right.$

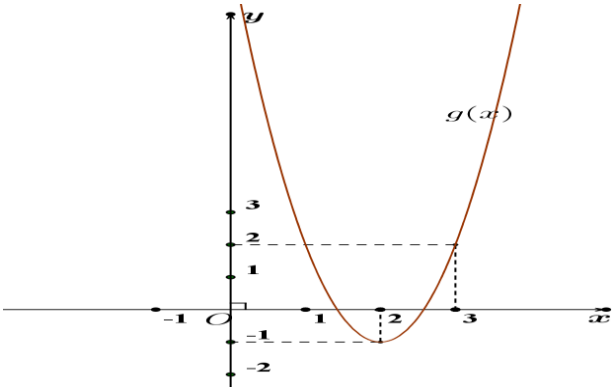


Ta có BBT



Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

Câu 10: **HẾT** ☙ **[2D1-1.4-4] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f'(2x+3)+2$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào đưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

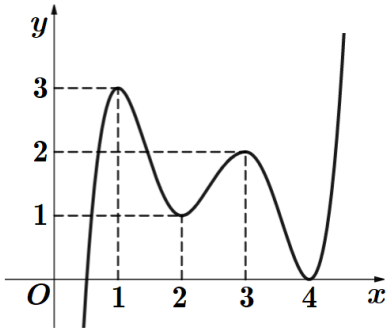
Giả sử $g(x)=f'(2x+3)+2=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=g(x)$ ta được $\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=2\\ 4a+2b+c=1\\ 9a+3b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-12\\ c=11\end{cases}$.

Do đó $g(x)=f'(2x+3)=3x^2-12x+9=\dfrac{3}{4}\left[(2x+3)^2-14(2x+3)+45\right]\Rightarrow f'(x)=\dfrac{3}{4}x^2-14x+45$.

Để hàm sô nghịch biến điều kiện là $f'(x)<0\Leftrightarrow x^2-14x+45<0\Leftrightarrow 5<x<9$..

Câu 11: **[2D1-1.4-4] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $h(x)=f^3(x)-3f^2(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $h'(x)=3f'(x)\left[f^2(x)-2f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.$.

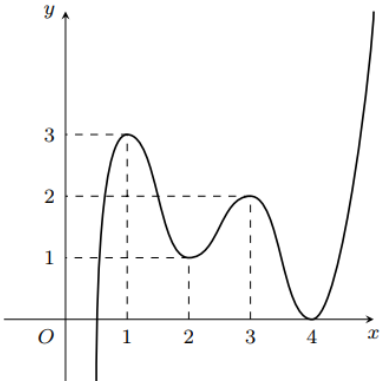
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$, $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a(0<a<1)\\x=4\end{array}\right.$, $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=b(a<b<1)\\x=c(1<c<2)\\x=3\\x=d\ \ (d>4)\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu của $h'(x)$:

x	$-\infty$		a		b		1		c		2		3		4		d		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, ta thấy được $h'(x)<0,\forall x\in(2;3)$ nên $h(x)$ nghịch biến trên $(2;3)$.

Câu 12: **[2D1-1.4-4] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $h(x)=2\left[f(x)\right]^3-9\left[f(x)\right]^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=6f(x)\cdot f'(x)\left[f(x)-3\right]$

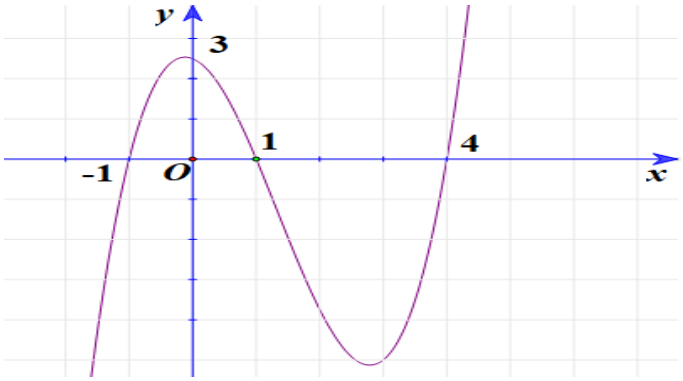
$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=3\\f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=a,x=4 & (0<a<1)\\x=1,x=b & (b>4)\\x=1,x=2,x=3,x=4.\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		1		2		3		4		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	‖	$+$	‖	$+$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)-3$		$-$	‖	$-$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 13: **[2D1-1.4-4] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f\left(|3-x|\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$.. **C.** $(4;6)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\forall x\neq 3, y'=-\dfrac{3-x}{|3-x|}f'\left(|3-x|\right)$

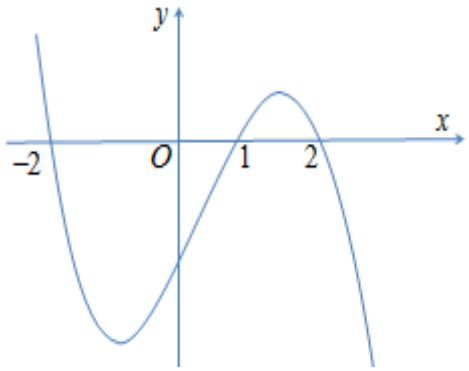
$$y'=0\Leftrightarrow f'\left(|3-x|\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|3-x|=-1\\|3-x|=1\\|3-x|=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\\x=-1\\x=7\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-1		2		3		4		7		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$	‖	$+$		$-$		$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;2)$..

Câu 14: **[2D1-1.4-4] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.



Hàm số $g(x)=\left[f(x)\right]^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘		↗	0	↘	$-\infty$

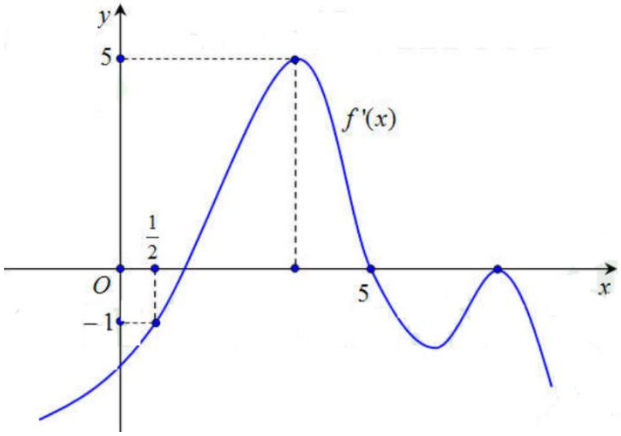
A

$g(x)=\left[f(x)\right]^2 \Rightarrow g'(x)=2f(x).f'(x)$

$g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow 2f(x).f'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2\le x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Câu 15: **[2D1-1.4-4] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới. Hàm số

$y=f\left(3x+2\right)-x^2+2x-2022$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

$y=f\left(3x+2\right)-x^2+2x-2022$

$\Rightarrow y'=3f'\left(3x+2\right)-2x+2$

* Đồng biến $\Rightarrow y'>0\Rightarrow 3f'\left(3x+2\right)-2x+2>0$

Đặt $3x+2=t\Rightarrow x=\frac{t-2}{3}\Rightarrow 3.f'\left(t\right)-2.\frac{t-2}{3}+2>0$

$\Leftrightarrow 3f'\left(t\right)>\frac{2t}{3}-\frac{10}{3}\Leftrightarrow f'\left(t\right)>\frac{2}{9}t-\frac{10}{9}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}<t<5\Leftrightarrow \frac{1}{2}<3x+2<5$

$\Leftrightarrow \frac{-1}{2}<x<1$

Câu 16: **[2D1-1.4-4] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^5}{5}-x^2+\left(m-1\right)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+2022\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'\left(x\right)=x^4-2x+m-1$.

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x-1\right)+2022\rightarrow g'\left(x\right)=f'\left(x-1\right)=\left(x-1\right)^4-2\left(x-1\right)+m-1$.

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(x)\le 0,\forall x\in(-\infty;2)\\ g(2)\ge 0\end{cases}(loai),vì\ \lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty\\ \begin{cases}g'(x)\ge 0,\forall x\in(-\infty;2)\\ g(2)\le 0\end{cases}(2)\end{array}\right.$.

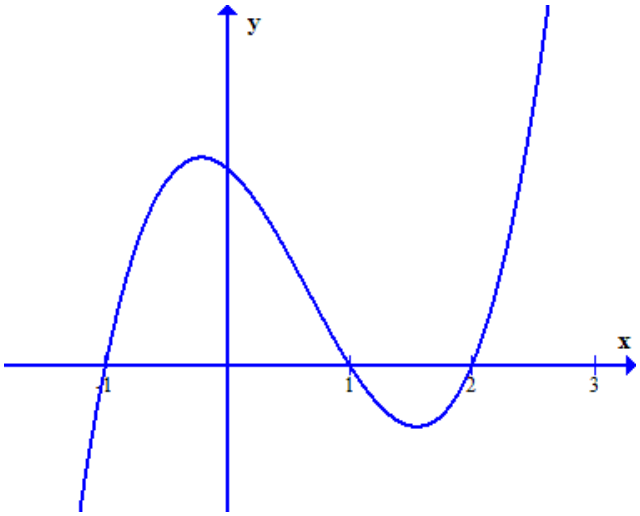
Từ $(2)\Rightarrow\begin{cases}m\ge-(x-1)^4+2x-1,\forall x<2\\ f(1)+2022\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\ge\max\limits_{(2;+\infty)}h(x)\approx 2,2\\ m\le\dfrac{10044}{5}\approx 2008,9\end{cases}$.

Vì hàm $h(x)=-(x-1)^4+2x-1\to h'(x)=-4(x-1)^3+2$, $h'(x)=0\Rightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}+1\approx 1,8$.

x	$-\infty$		$1,8$		2
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$2,2$	↘	2

Kết hợp $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4;.....;2008\}\to$ có 2006 giá trị nguyên.

Câu 17: [2D1-1.4-4] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên R có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

$y=f(x^2-1)\Rightarrow y'=2x.f'(x^2-1)$.

$2x=0\Leftrightarrow x=0$.

$$f'\left(x^2-1\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x^2-1<1 \\ x^2-1>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x^2<2 \\ x^2>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ x<-\sqrt{3} \cup x>\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'\left(x^2-1\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên: hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1) \subset \left(0;\sqrt{2}\right)$.

Câu 18: **[2D1-1.4-4] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in -10;10$ để hàm số $g(x)=f(\sin x+\sqrt{3}\cos x+mx)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=f'(\sin x+\sqrt{3}\cos x+mx).(\cos x-\sqrt{3}\sin x+m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)\geq 0;\forall x\in\mathbb{R}$ nên để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $g'(x)\leq 0;\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra: $\cos x-\sqrt{3}\sin x+m\leq 0;\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow 2(\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x)+m\leq 0;\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\leq -m;\forall x\in\mathbb{R}$

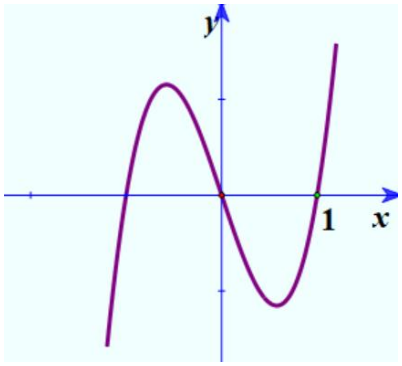
$\Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\leq \frac{-m}{2};\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra: $\frac{-m}{2}\geq 1\Leftrightarrow m\leq -2$

Vì m nguyên và $m\in -10;10$ nên $m\in -10;-9;...;-2$.

Vậy có 9 giá trị của m.

Câu 19: **[2D1-1.4-4] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+a$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=g(x)=f(1-2x)f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Nên $f'(x)=4ax.(x-1)(x+1)$, hay $f'(x)=4ax(x^2-1)$.

Suy ra: $f(x)=a.x^4-2a.x^2+a=a.(x^2-1)^2=a.(x-1)^2.(x+1)^2$.

Xét $g(x)=f(1-2x)f(2-x)$ có: $g'(x)=-2f'(1-2x)f(2-x)-f(1-2x)f'(2-x)$

Suy ra:

$g'(x)=-2.4a(1-2x)\left[(1-2x)^2-1\right]a(1-x)^2.(3-x)^2-a.(-2x)^2.(2-2x)^2.4a(2-x).\left[(2-x)^2-1\right]$

$=32a^2x.(1-2x)(1-x)^3(3-x)^2-64a^2x^2.(2-x)(1-x)^3(3-x)$

$=32a^2x.(1-x)^3(3-x)\left[(1-2x)(3-x)-2x(2-x)\right]$

$=32a^2x.(1-x)^3(3-x)(4x^2-11x+3)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{11-\sqrt{73}}{8}=a\in(0;1)\\x=1\\x=\dfrac{11+\sqrt{73}}{8}=b\in(2;3)\\x=3\end{array}\right.$

Vì $f'(x)=4ax(x^2-1)$ nên dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ suy ra $a>0$

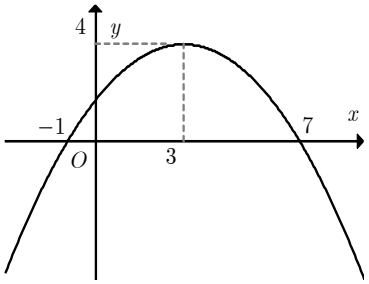
Nhận xét: $g'(-1)=32a^2(-1).(2)^3.(4).(4+11+3)<0$

Nên ta có bảng xét dấu:

x		0		a		1		b		3	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 1: **[2D1-1.5-3] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(0;7)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

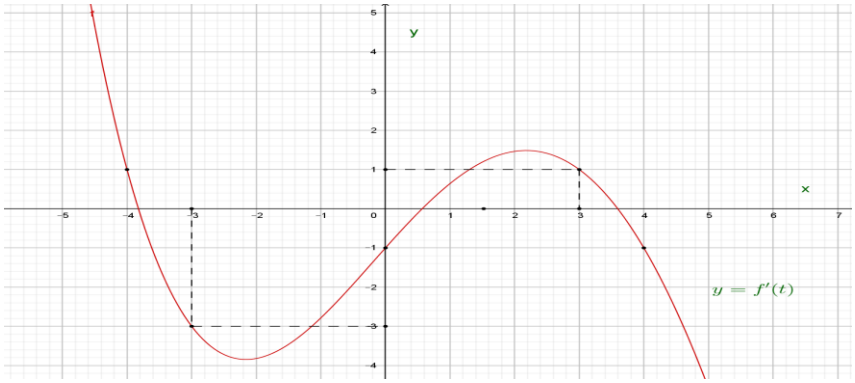
Chọn B

Ta có: $g'(x)=f'(x)+\dfrac{1}{x^2}$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x)>0,\forall x\in(0;7)$. Suy ra $g'(x)>0,\forall x\in(0;7)$.

Vậy hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng $(0;7)$.

Câu 2: **[2D1-1.5-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x)=f(1+3x)-3x^2+x+2023$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **B.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$ **C.** $(-4;-1)$. **D.** $\left(-\dfrac{11}{2};-4\right)$.

Lời giải

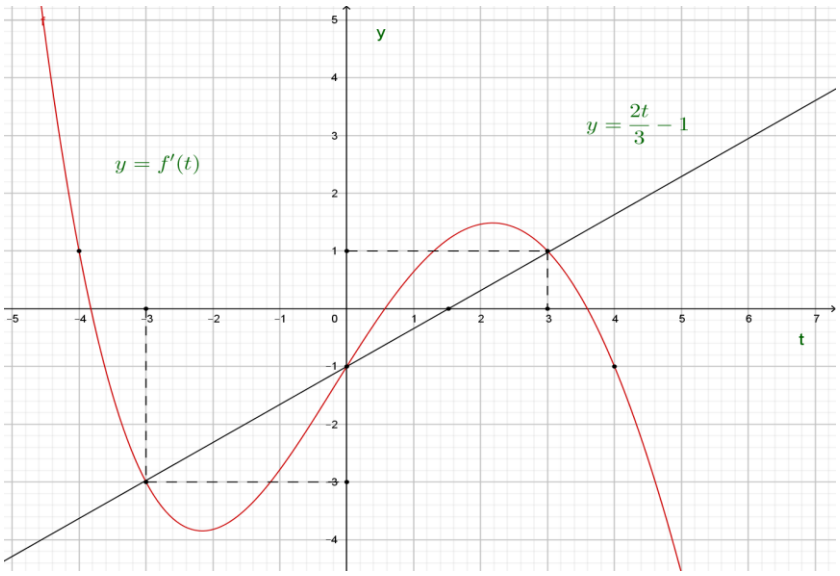
Chọn A

$g(x)=f(1+3x)-3x^2+x+2023\Rightarrow g'(x)=3f'(1+3x)-6x+1$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(1+3x)=\dfrac{2}{3}(1+3x)-1$.

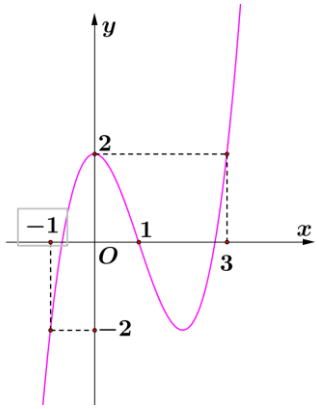
Đặt $t=3x+1$ ta được phương trình $f'(t)=\frac{2}{3}t-1$.

Đặt $y=f'(t), y=\frac{2}{3}t-1$



Dựa vào đồ thị để hàm số nghịch biến khi $\left[\begin{array}{l}-3<1+3x<0\\1+3x>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{4}{3}<x<-\frac{1}{3}\\x>\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

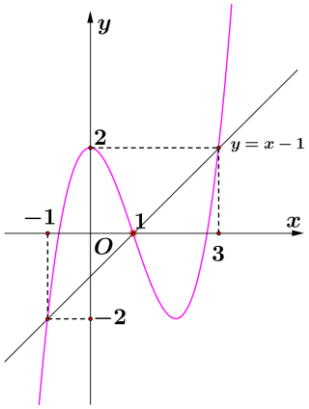
Câu 3: **[2D1-1.5-3] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình bên dưới. Hàm số $g(x)=f(2-x)-\frac{1}{2}x^2+x$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây.



A. $(-3;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

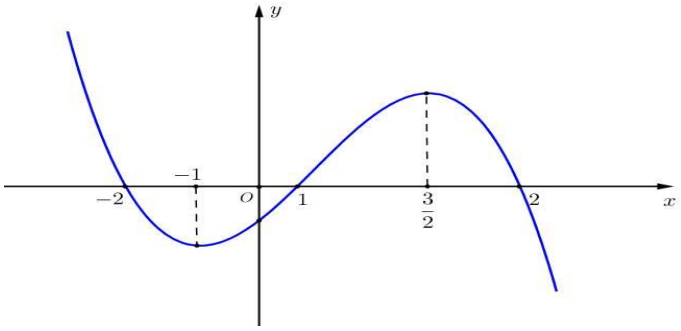


Ta có $g'(x)=-f'(2-x)-x+1$.

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(2-x)>(2-x)-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1<2-x<1\\2-x>3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1<x<3\\x<-1\end{array}\right.$.

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1;3)$.

Câu 1: **[2D1-1.5-4] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(2)\le f(-2)=2020$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=[2020-f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	2020	↘		↗	$f(2)$	↘	

$g(x)=[2020-f(x)]^2\Rightarrow g'(x)=-2f'(x).[2020-f(x)]$.

Do $f(x)\le f(-2)=2020\Rightarrow 2020-f(x)\ge 0\Rightarrow g'(x)<0\Rightarrow f'(x)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=[2020-f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(1;2)$.

Câu 2: **[2D1-1.5-4] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3f'(x+2)-3x^2+3=3\left(f'(x+2)-x^2+1\right)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} f'(x+2)>0 \\ -x^2+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1<x+2<2 \\ 2<x+2<3 \\ x+2>4 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$.

Suy ra với $x\in(-1;0)$ thì $y'>0$ vậy nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 3: **[2D1-1.5-4] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

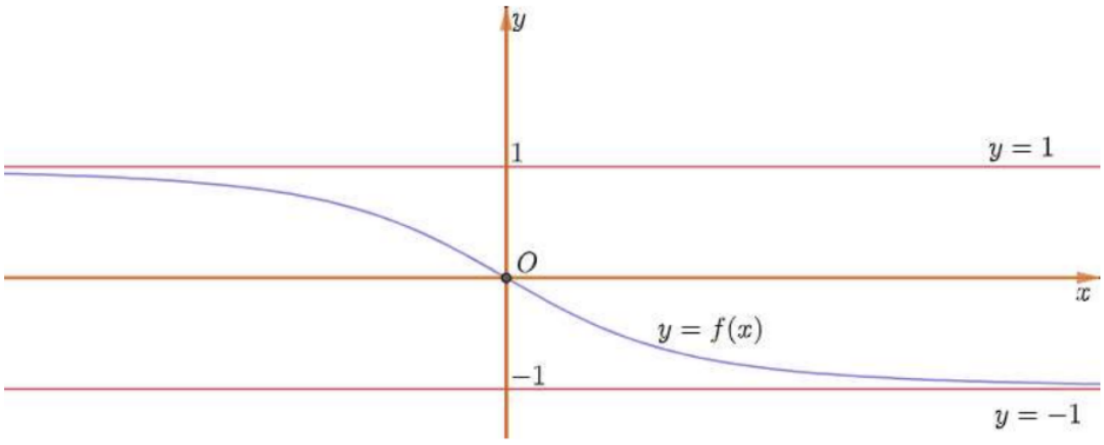
Chọn D

Ta có $y'=3f'(x+2)-3x^2+3=3\left(f'(x+2)-x^2+1\right)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} f'(x+2)>0 \\ -x^2+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1<x+2<2 \\ 2<x+2<3 \\ x+2>4 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$.

Suy ra với $x\in(-1;0)$ thì $y'>0$ vậy nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 4: **[2D1-1.5-4] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{f^3(x)-3(m-1)f^2(x)+3(m^2-2m)f(x)+88}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?



A. 5. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Cách 1:

Ta có $y'=\dfrac{3f'(x)f^2(x)-6(m-1)f'(x)f(x)+3(m^2-2m)f'(x)}{2\sqrt{f^3(x)-3(m-1)f^2(x)+3(m^2-2m)f(x)+88}}$

$y'=\dfrac{3f'(x)(f^2(x)-2(m-1)f(x)+(m^2-2m))}{2\sqrt{f^3(x)-3(m-1)f^2(x)+3(m^2-2m)f(x)+88}}$

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow f'(x)\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Để y nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow f^2(x)-2(m-1)f(x)+(m^2-2m)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow f^2(x)-mf(x)-(m-2)f(x)+m(m-2)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow f(x)(f(x)-m)-(m-2)(f(x)-m)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (f(x)-m)(f(x)-m+2)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)-m\ge 0\\ f(x)-m+2\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)-m\le 0\\ f(x)-m+2\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le f(x)\\ m-2\le f(x)\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge f(x)\\ m-2\ge f(x)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\\ m-2\le \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\\ m-2\ge \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le -1\\ m-2\le -1\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 1\\ m-2\ge 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 3\end{array}\right.\ (\text{I})$$

ĐKXĐ: $f^3(x)-3(m-1)f^2(x)+3(m^2-2m)f(x)+88\ge 0$

$h(f(x))=f^3(x)-3(m-1)f^2(x)+3(m^2-2m)f(x)+88\ \forall f(x)\in(-1;1)$

Với m thỏa mãn (I) $h(f(x))$ đồng biến $\forall f(x)\in(-1;1)$

Để $h(f(x))\ge 0\ \forall f(x)\in(-1;1)\Leftrightarrow h(-1)\ge 0\Leftrightarrow -5\le m\le 6$

Vậy $m\in[-5;-1]\cup[3;6]$.

Cách 2:

x	$-\infty$	$+\infty$
t	1	-1

Xét

Đặt $f(x)=t$

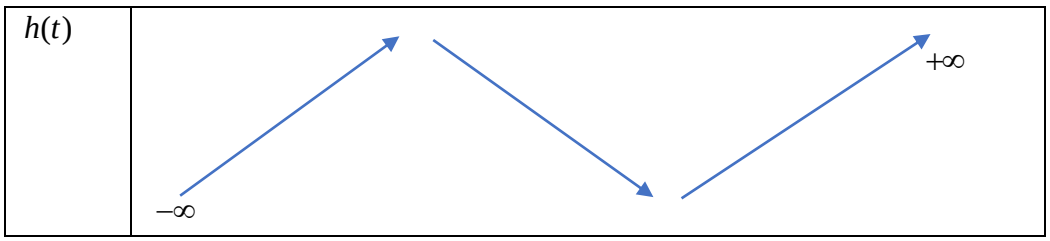
$h(t)=t^3-3(m-1)t^2+3(m^2-2m)t+88\ \forall t\in(-1;1)$.

Khi đó bài toán quy về tìm m để $\sqrt{h(t)}$ đồng biến $\forall t\in(-1;1)$ hay $h(t)$ đồng biến $\forall t\in(-1;1)$.

$h'(t)=3t^2-6(m-1)t+3(m^2-2m)$

$$h'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=m-2\\ t=m\end{array}\right.$$

t	$-\infty$ $m-2$ m $+\infty$
$h'(t)$	$+\ 0\ -\ 0\ +$



Để $h(t)$ đồng biến $\forall t \in (-1;1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(-1;1) \subset (-\infty; m-2)\\(-1;1) \subset (m; +\infty)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m-2 \ge 1\\m \le -1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m \ge 3\\m \le -1\end{array}\right.$

ĐKXĐ: $h(t) \ge 0\ \forall t \in (-1;1)$

Với $m \ge 3$ hoặc $m \le -1$ ta có $h(t)$ đồng biến $\forall t \in (-1;1)$.

Khi đó $h(t) \ge 0\ \forall t \in (-1;1) \Leftrightarrow h(-1) \ge 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 3m + 30 \ge 0 \Leftrightarrow -5 \le m \le 6$.

Câu 5: Vậy $m \in [-5;-1] \cup [3;6]$ hay có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **[2D1-1.5-4] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y = \frac{1}{3}\left(f(x)\right)^3 - \left(f(x)\right)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = \left(f(x)\right)^2 . f'(x) - 2f(x).f'(x) = f'(x).f(x)\left[f(x) - 2\right]$

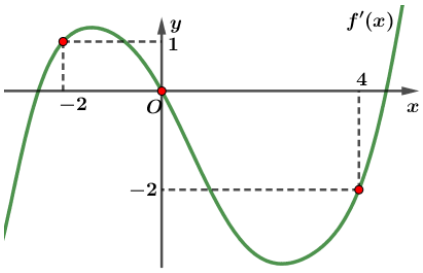
$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\\x=a<1\\x=4\\x=b<1(b>a)\\x=c\in(1;2)\\x=3\\x=d>4\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	a	b	1	c	2	3	4	d	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên $(3;4)$.

Câu 6: **[2D1-1.5-4] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau



Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-1\right)+x^4-2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

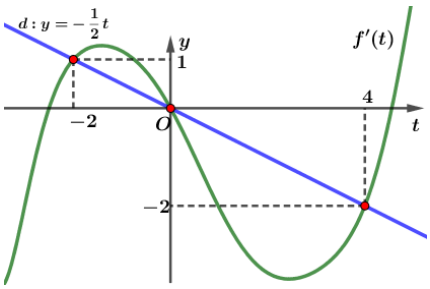
Ta có: $g'(x)=8x.f'\left(x^2-1\right)+4x^3-4x=4x\left(2f'\left(x^2-1\right)+\left(x^2-1\right)\right)$.

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-1\right)=-\dfrac{1}{2}\left(x^2-1\right)(*)\end{array}\right.$

Đặt $t=x^2-1$.

Khi đó: $(*)$ trở thành $f'(t)=-\dfrac{1}{2}t$

Vẽ đồ thị của hàm số $y=f'(t)$ và đường thẳng $d:y=-\dfrac{1}{2}t$ lên cùng hệ trục tọa độ Oty



Dựa vào đồ thị trên, ta được: $f'(t)=-\frac{1}{2}t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=0 \\ t=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=-2 \\ x^2-1=0 \\ x^2=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$.

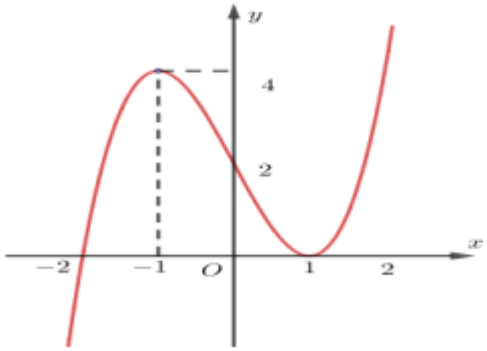
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		-1		0		1		$\sqrt{5}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu của $g'(x)$, ta suy ra $g(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\sqrt{5};-1),(0;1),(\sqrt{5};+\infty)$.

Hay $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 7: **[2D1-1.5-4] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=a(x+2)(x-1)^2$. Vì $f(0)=2 \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1$.

$\Rightarrow f(x)=(x+2)(x-1)^2=x^3-3x+2$.

Phương trình: $3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0\Leftrightarrow f\left(|x|^3-3|x|+2\right)=\frac{m-1}{3}(1)$.

Sử dụng phương pháp ghép trục :

x	$-\infty$			0				$+\infty$
$\|x\|$	$+\infty$		1	0	1			$+\infty$
$\|x\|^3-3\|x\|+2$	$+\infty$	1	0	1	2	1	0	1 $+\infty$
$f\left(\|x\|^3-3\|x\|+2\right)$	$+\infty$ $+\infty$			$f(2)=4$				
		0		0		0		0

Phương trình (1) có 8 nghiệm phân biệt $0<\frac{m-1}{3}<2\Leftrightarrow 1<m<7$. Vậy có 5 giá trị nguyên m thoả mãn.

Câu 1: **[2D1-1.6-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)(x-m)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m=1$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi

$f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow (x-1)(x-m)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1>0 \\ \Delta=(m+1)^2-4m\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-2m+1\le 0$

$\Leftrightarrow (m-1)^2\le 0\Leftrightarrow m-1=0\Leftrightarrow m=1$.

Câu 2: **[2D1-1.6-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-2mx^2+(m-5)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $D=\mathbb{R}, y'=mx^2-4mx+m-5$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $m=0: y'=-5<0,\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra $m=0$ thỏa mãn.

TH2: $m\ne 0: \begin{cases} m<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ 3m^2+5m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow -\frac{5}{3}\le m<0$.

Vậy $-\frac{5}{3}\le m\le 0\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-1;0\}$.

Câu 3: **[2D1-1.6-2] (SGD Hưng Yên 22-23)** Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

$y'=3x^2-6mx+6m-3$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6mx+6m-3\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3>0 \\ \Delta'=9m^2-3(6m-3)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2-18m+9\le 0 \Leftrightarrow m=1.$

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: **[2D1-1.6-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}(m-1)x^3-(m-1)x^2+(m-3)x-m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+ TH 1: Nếu $m=1$ thì hàm số trở thành $y=-2x-1$: Hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ TH 2: Nếu $m\neq 1$ thì ta có: $y'=(m-1)x^2-2(m-1)x+m-3$.

Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ (m-1)^2-(m-1)(m-3)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ 2m-2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m<1.$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m\le 1$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 5: **[2D1-1.6-2] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-2x^2+mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le\frac{2}{3}$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\ge\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-4x+m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'=3x^2-4x+m\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=4-3m\le 0 \\ a=3>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge\frac{4}{3}.$

Câu 6: **[2D1-1.6-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x-m+2}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

A. $m<-3$. **B.** $m<1$. **C.** $m\le -3$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

Chọn B

Với $m=1$ thì hàm số là hàm hằng $(\forall x\neq -1)$ nên không nghịch biến.

Ta có $y'=\dfrac{m-1}{(x+1)^2}$, $\forall x\neq -1$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định khi và chỉ khi $y'<0$, $x\neq -1 \Leftrightarrow m<1$.

Câu 7: **[2D1-1.6-2] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Tập xác định $D=(-\infty;+\infty)$.

Ta có $y'=-3x^2-2mx+4m+9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0$ chỉ có hữu hạn nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<0 \\ m^2+3(4m+9)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9\le m\le -3$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 8: **[2D1-1.6-2] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{y'}\le 0 \Leftrightarrow 9m^2-9\le 0 \Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên cần tìm.

Câu 9: **[2D1-1.6-2] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2-4\le 0 \Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m=\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 10: **[2D1-1.6-2] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-4}{x+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có: $y'=\dfrac{m+4}{(x+m)^2}$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0,\forall x\in D\Leftrightarrow m+4>0\Leftrightarrow m>-4$.

Vì m nguyên âm nên $m\in\{-3;-2;-1\}$ Vậy có 3 giá trị thỏa mãn.

Câu 11: **[2D1-1.6-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+2)x-2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $\left[\begin{array}{l}m\geq -1\\ m\leq -2\end{array}\right.$. **B.** $-2\leq m\leq -1$. **C.** $-2<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>-1\\ m<-2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}$. Có $y'=-x^2-2mx+3m+2$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'=-x^2-2mx+3m+2\leq 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow m^2+3m+2\leq 0$

$\Leftrightarrow -2\leq m\leq -1$.

Câu 12: **[2D1-1.6-2] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

$m(-m+1)-1.(-2)>0\Leftrightarrow -m^2+m+2>0\Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 13: **[2D1-1.6-2] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023) Gọi S là tập tất cả các số nguyên m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(5m-6)x+m^2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng**

A. -20. **B.** -10. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -x^2 + 2mx + 5m - 6$. Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$y' = -x^2 + 2mx + 5m - 6 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 \le 0 \Leftrightarrow -6 \le m \le 1$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; ...; 1\} \Rightarrow \sum m = -20$.

Câu 14: **[2D1-1.6-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \le 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \ge 3$. **D.** $m \ge -3$.

Lời giải

Chọn C

* $y' = x^2 + 4x + (m+1)$

* Đồng biến trên $R \Leftrightarrow y' \ge 0 \forall x \in R$.

$\Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow 2^2 - (m+1) \le 0$

$\Leftrightarrow m \ge 3$

Câu 15: **[2D1-1.6-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 9$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 9 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 9 \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m \le 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 16: **[2D1-1.6-2] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số $y = (3a - 11)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $0 < 3a - 11 < 1 \Leftrightarrow \frac{11}{3} < a < 4$.

Do đó không có giá trị nguyên của a thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 17: **[2D1-1.6-2] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của

tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=m-3+(2m+1)\sin x\le 0\ \forall x\Leftrightarrow(1+2m)\sin x\le 3-m\forall x$ (1)

Vì m để nguyên nên ta xét các trường hợp sau:

TH1: $m>-\frac{1}{2}\Rightarrow(1):\sin x\le\frac{3-m}{1+2m}\forall x\Leftrightarrow 1\le\frac{3-m}{1+2m}\Leftrightarrow m\le\frac{2}{3}\Rightarrow m\in\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right]$

TH2: $m<-\frac{1}{2}\Rightarrow(1):\sin x\ge\frac{3-m}{1+2m}\forall x\Leftrightarrow -1\ge\frac{3-m}{1+2m}\Leftrightarrow m\ge -4\Rightarrow m\in\left[-4;-\frac{1}{2}\right)$

Suy ra $m\in\{-4;-3;-2;-1;0\}$.

Câu 1: **[2D1-1.6-3] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+m-2}$ đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** -9. **D.** -10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{1-x}{x+m-2}\Rightarrow y'=\dfrac{1-m}{(x+m-2)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$ thì:

$$\begin{cases}1-m>0\\2-m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\ge -4\end{cases}\Leftrightarrow -4\le m<1$$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0\}\Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên m thỏa mãn: -10.

Câu 2: **[2D1-1.6-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le\dfrac{4}{3}$. **B.** $m\ge\dfrac{1}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{4}{3}$. **D.** $m\le\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+2x+m$.

Khi đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2+2x+m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m\ge -3x^2-2x,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m\ge -3x^2-2x,\forall x\in\mathbb{R}$ (1).

Xét hàm số $g(x)=-3x^2-2x=-3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{3},\forall x\in\mathbb{R}$ hay $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)=\dfrac{1}{3}$.

Từ (1) suy ra $m\ge\dfrac{1}{3}$.

Câu 3: **[2D1-1.6-3] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=-\dfrac{1}{5}x^5+6x^4+(m+2)x^3-2023$, số giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 1974. **B.** 1972. **C.** 1973. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=-x^4+24x^3+3(m+2)x^2=x^2\left(-x^2+24x+3(m+2)\right)$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -x^2+24x+3(m+2)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=12^2+3(m+2)\le 0$

$\Leftrightarrow m\le -50$. Do m nguyên và $m\in[-2023;2023]$ nên có 1974 giá trị thỏa mãn.

Câu 4: **[2D1-1.6-3] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^5-\frac{2023}{x}-mx$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 516. **B.** 517. **C.** 515. **D.** 518.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=5x^4+\frac{2023}{x^2}-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)\Rightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow 5x^4+\frac{2023}{x^2}-m\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\le 5x^4+\frac{2023}{x^2},\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Xét hàm số: $g(x)=5x^4+\frac{2023}{x^2}$ với $x\in(0;+\infty)$.

Ta có: $g'(x)=20x^3-\frac{4046}{x^3}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x^6=\frac{2023}{10}\Leftrightarrow x=\sqrt[6]{\frac{2023}{10}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt[6]{\frac{2023}{10}}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$3\sqrt[3]{\frac{5.2023^2}{4}}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó suy ra: $m\le 3.\sqrt[3]{\frac{5.2023^2}{4}}$.

Cách khác:

Nhận xét: $g(x)=5x^4+\frac{2023}{x^2}=5x^4+\frac{2023}{2x^2}+\frac{2023}{2x^2}\ge 3.\sqrt[3]{5x^4.\frac{2023}{2x^2}.\frac{2023}{2x^2}}\ge 3.\sqrt[3]{\frac{5.2023^2}{4}}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $5x^4=\frac{2023}{2x^2}\Leftrightarrow x=\sqrt[6]{\frac{2023}{10}}$.

Từ đây suy ra: $m\le 3.\sqrt[3]{\frac{5.2023^2}{4}}$.

Mà m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;...;515;516\}$.

Vậy có 516 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: **[2D1-1.6-3] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}m^2x^5-\frac{1}{3}mx^3+10x^2-\left(m^2-m-20\right)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y'=m^2x^4-mx^2+20x-\left(m^2-m-20\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m^2x^4-mx^2+20x-\left(m^2-m-20\right)\ge 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

TH 1: $m=0$ khi đó $y'=20x+20\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$. Suy ra $m=0$ không thỏa mãn.

TH 2: $m\ne 0$ khi đó:

$y'=m^2\left(x^4-1\right)-m\left(x^2-1\right)+20\left(x+1\right)=\left(x+1\right)\left[m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20\right]$.

Để $y'\ge 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$ thì phương trình $m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20=0$ cũng phải có nghiệm $x=-1$. Nghĩa là: $-4m^2+2m+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=\frac{5}{2}\end{array}\right.$.

Với $m=-2$ khi đó $y'=4x^4+2x^2+20x+14=\left(x+1\right)^2\left(4x^2-8x+14\right)\ge 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=-2$ thỏa mãn.

Với $m=\frac{5}{2}$ khi đó $y'=\frac{1}{4}\left(x+1\right)^2\left[25x^2-50x+65\right]\ge 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=\frac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $m\in\left\{-2;\frac{5}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Suy ra tổng các giá trị của m bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 6: **[2D1-1.6-3] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022- 2023)** Cho hàm số $y=x^3-mx^2+2x+1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên tập số thực R?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-2mx+2$. Do y' là tam thức bậc hai có hệ số $a=3>0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\geq 0\ \forall x \Leftrightarrow \Delta=m^2-6m\leq 0 \Leftrightarrow m\in[0;6]$

Vì m nguyên nên có 7 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 7: **[2D1-1.6-3] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số

$y=\frac{1}{3}(m-2)x^3-(m-2)x^2+(m-3)x+m^2$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Với $m=2$: $y=-x+4$ luôn NB trên $(-\infty;+\infty)$. Do đó $m=2$ thỏa mãn.

Với $m\neq 2$: Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow y'\leq 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow (m-2)x^2-2(m-2)x+m-3\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2<0 \\ (m-2)^2-(m-2)(m-3)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ (m-2)(m-2-m+3)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<2.$

Vậy $m\leq 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán, mà m nguyên không âm. Do đó $m\in\{0;1;2\}\Rightarrow$ có 3 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 8: **[2D1-1.6-3] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+mx-\frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Ta có: $y'=x^3+m+\frac{3}{2x^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow x^3+m+\frac{3}{2x^2}\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\geq -x^3-\frac{3}{2x^2},\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\geq \max\limits_{(0;+\infty)} g(x)$, với $g(x)=-x^3-\frac{3}{2x^2}$

Ta có: $g'(x)=-3x^2+\dfrac{3}{x^3}=\dfrac{-3x^5+3}{x^3}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{-3x^5+3}{x^3}=0\Leftrightarrow -3x^5+3=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
g'(x)		+	0	−	
g(x)	$-\infty$	↗	$-\dfrac{5}{2}$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{(0;+\infty)} g(x)=-\dfrac{5}{2}$. Suy ra $\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{5}{2}$.

Do m nguyên âm nên $m\in\{-2;-1\}$.

Câu 9: **[2D1-1.6-3] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2023$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2023$.

$f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=m^2-4\le 0\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Có 5 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 10: **[2D1-1.6-3] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=-3x^2-2mx+4m+9$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$. Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm

$\Leftrightarrow -3x^2-2mx+4m+9\le 0\Rightarrow\Delta'=m^2+12m+27\le 0\Leftrightarrow -9\le m\le -3$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-9;-8;...;-4;-3\}$.

Câu 11: **[2D1-1.6-3] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị

nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?.

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$

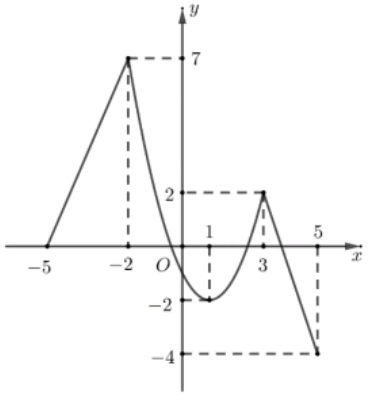
Ta có $y'=\dfrac{4-m^2}{(x+4)^2}$

Để hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định

$\Rightarrow y'<0\Leftrightarrow 4-m^2<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$.

Câu 12: **[2D1-1.6-3] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(2x-1)-2\ln(1+x^2)-2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y'=2f'(2x-1)-\dfrac{4x}{1+x^2}-2m$

y đồng biến trên $(-1;2)\Leftrightarrow y'\ge 0\,\forall x\in(-1;2)$

$\Leftrightarrow f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2}\ge m\,\forall x\in(-1;2)$

Đặt $h(x)=f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2}$

$h(x)\ge m\,\forall x\in(-1;2)\Rightarrow m\le\min\limits_{[1;2]}h(x)$

Ta có $h(x)=f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2}$

Do $x\in(-1;2)$ nên $(2x-1)\in(-3;3)$

Nhìn vào đồ thị $f'(x)$ ta có $\min f'(x)=f'(1)=-2$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{-2x}{1+x^2}$ với $x\in(-1;2)$

$g'(x)=\dfrac{-2.(1+x^2)+2x.2x}{(1+x^2)^2}=\dfrac{2x^2-2}{1+x^2}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

$g(1)=-1$

Vậy $\min g(x)=g(1)=-1$

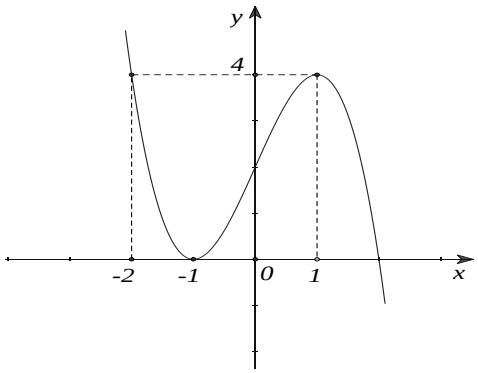
Vậy $\min h(x)=h(1)=-2-1=-3$

Nên $m\le\min\limits_{[1;2]}h(x)\le-3$

Mà $m\in(-10;10)$

Nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$ nên có 7 giá trị

Câu 1: **[2D1-1.6-4] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $g(x)=f(2x-3)-\ln(1+x^2)-2mx$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};2\right)$?



A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=2f'(2x-3)-\frac{2x}{1+x^2}-2m$

Để hàm số $g(x)=f(2x-3)-\ln(1+x^2)-2mx$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};2\right)$

$\Leftrightarrow g'(x)\le 0,\forall x\in\left(\frac{1}{2};2\right)\Leftrightarrow m\ge f'(2x-3)-\frac{x}{1+x^2},\forall x\in\left(\frac{1}{2};2\right)$

Xét hàm số $h(x)=f'(2x-3)-\frac{x}{1+x^2},x\in\left(\frac{1}{2};2\right)$. Đặt $t=2x-3\Rightarrow t\in(-1;1)$

Khi đó ta xét hàm số $g(t)=f'(t)-\frac{\frac{t+3}{2}}{1+\left(\frac{t+3}{2}\right)^2}=f'(t)-\frac{2t+6}{t^2+6t+13}$

Ta có $g'(t)=f''(t)+\frac{2t^2+12t+14}{(t^2+6t+13)^2}$.

Từ đồ thị ta thấy được $f'(t)$ đồng biến trên $(-1;1)$ nên $f''(t)>0,\forall t\in(-1;1)$ nên $g'(t)=f''(t)+\frac{2t^2+12t+14}{(t^2+6t+13)^2}>0,\forall t\in(-1;1)$. Nên $g(t)$ đồng biến trên $(-1;1)$.

Nên $m\ge f'(2x-3)-\frac{x}{1+x^2},\forall x\in\left(\frac{1}{2};2\right)\Leftrightarrow m\ge f'(t)-\frac{2t+6}{t^2+6t+13},\forall t\in(-1;1)$

$\Leftrightarrow m\ge g(t),\forall t\in(-1;1)\Leftrightarrow m\ge g(1)=\frac{18}{5}$.

Câu 2: **[2D1-1.6-4] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có bảng xét dấu của như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x^2+2x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-30;30]$ để hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2-m-1)$ đồng biến trên $(1;2)$.

A. 43. **B.** 61. **C.** 42. **D.** 41.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $f'(x^2+2x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2x-3=0\\x^2+2x-3=-3\end{array}\right.$

Từ đó suy ra $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3\\t=0\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(t)$:

t	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $g'(x)=(3x^2+6x).f'(x^3+3x^2-m-1)$. Để hàm số đồng biến trên $(1;2)$

$\Leftrightarrow g'(x)\geq 0,\ \forall x\in(1;2)\Leftrightarrow(3x^2+6x).f'(x^3+3x^2-m-1)\geq 0,\ \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f'(x^3+3x^2-m-1)\geq 0,\ \forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+3x^2-m-1\leq -3\\x^3+3x^2-m-1\geq 0\end{array}\right.,\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2\geq x^3+3x^2\\m+1\leq x^3+3x^2\end{array}\right.,\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2\geq\max\limits_{[1;2]}(x^3+3x^2)\\m+1\leq\min\limits_{[1;2]}(x^3+3x^2)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2\geq 20\\m+1\leq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 22\\m\leq 3\end{array}\right.$.

Câu 3: Vì $\left\{\begin{array}{l}m\in\mathbb{Z}\\m\in[-30;30]\end{array}\right.\Rightarrow m\in\{-30;-29;...;3;22;23;...30\}$. Vậy có 43 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **[2D1-1.6-4] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-\infty;2023)$ sao cho hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên

khoảng $(0;1)$?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3+(a+2)x+9-a^2$.

Suy ra $f'(x)=3x^2+a+2$.

Hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

+Trường hợp 1: $\begin{cases} f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1) \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -3x^2-2,\forall x\in(0;1) \\ -a^2+a+12\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a\le \min\limits_{(0;1)}(-3x^2-2) \\ -3\le a\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -5 \\ -3\le a\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow a\in\varnothing.$

+Trường hợp 2: $\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1) \\ f(1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge -3x^2-2,\forall x\in(0;1) \\ -a^2+a+12\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a\ge \max\limits_{(0;1)}(-3x^2-2) \\ \left[\begin{array}{l} a\le -3 \\ a\ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} a\le -3 \\ a\ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow a\ge 4.$

Kết hợp với $a\in(-\infty;2023)\Rightarrow 4\le a<2023$

Vậy có 2019 giá trị nguyên a thỏa bài toán.

Câu 4: ---------- **HẾT** ---------- **[2D1-1.6-4] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-\infty;2023)$ sao cho hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3+(a+2)x+9-a^2$.

Suy ra $f'(x)=3x^2+a+2$.

Hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

+Trường hợp 1: $\begin{cases} f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1) \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -3x^2-2,\forall x\in(0;1) \\ -a^2+a+12\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a\le \min\limits_{(0;1)}(-3x^2-2) \\ -3\le a\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -5 \\ -3\le a\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow a\in\varnothing.$

+Trường hợp 2: $\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in [0;1] \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -3x^2 - 2, \forall x \in [0;1] \\ -a^2 + a + 12 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \max\limits_{[0;1]} (-3x^2 - 2) \\ \left[\begin{array}{l} a \le -3 \\ a \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} a \le -3 \\ a \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 4.$

Kết hợp với $a \in (-\infty; 2023) \Rightarrow 4 \le a < 2023$

Vậy có 2019 giá trị nguyên a thỏa bài toán.

Câu 5: ---------- **HẾT** ---------- [2D1-1.6-4] (SGD Hậu Giang 22-23) Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|mx^3 - mx^2 + 16x - 32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = mx^3 - mx^2 + 16x - 32$, ta có $f'(x) = 3mx^2 - 2mx + 16 = m(3x^2 - 2x) + 16$.

Hàm số $y = \left|mx^3 - mx^2 + 16x - 32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (1;2) \\ f(2) \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (1;2) \\ f(2) \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \ge -\dfrac{16}{3x^2 - 2x}, \forall x \in (1;2) \\ 4m \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m \le -\dfrac{16}{3x^2 - 2x}, \forall x \in (1;2) \\ 4m \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \ge -2 \\ m \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m \le -16 \\ m \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -2 \le m \le 0.$$

Vậy có 3 số nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|mx^3 - mx^2 + 16x - 32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

---------- **HẾT** ----------

Câu 6: [2D1-1.6-4] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023) Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y' = m^2x^4 - mx^2 + 20x - (m^2 - m - 20)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2x^4 - mx^2 + 20x - (m^2 - m - 20) \ge 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

TH 1: $m = 0$ khi đó $y' = 20x + 20 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -1$. Suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

TH 2: $m\neq 0$ khi đó:

$y'=m^2\left(x^4-1\right)-m\left(x^2-1\right)+20\left(x+1\right)=\left(x+1\right)\left[m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20\right]$.

Để $y'\geq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ thì phương trình $m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20=0$ cũng phải có nghiệm $x=-1$. Nghĩa là: $-4m^2+2m+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

Với $m=-2$ khi đó $y'=4x^4+2x^2+20x+14=\left(x+1\right)^2\left(4x^2-8x+14\right)\geq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=-2$ thỏa mãn.

Với $m=\dfrac{5}{2}$ khi đó $y'=\dfrac{1}{4}\left(x+1\right)^2\left[25x^2-50x+65\right]\geq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=\dfrac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $m\in\left\{-2;\dfrac{5}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Suy ra tổng các giá trị của m bằng $\dfrac{1}{2}$.

Câu 7: ----------Hết--------- **[2D1-1.6-4] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}\left(2m+3\right)x^2-\left(m^2+3m\right)x+\dfrac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-20;23\right]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$?

A. 3. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}\left(2m+3\right)x^2-\left(m^2+3m\right)x+\dfrac{2}{3}$, với $m\in\mathbb{R}$.

Ta có $g\left(1\right)=-m^2-2m+\dfrac{11}{6}$; $g\left(2\right)=-2m^2-2m+4$.

Đạo hàm $g'\left(x\right)=-x^2+\left(2m+3\right)x-\left(m^2+3m\right)$, do đó $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		m		$m+3$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(m)$	↗	$g(m+3)$	↘	$-\infty$

Hàm số $f\left(x\right)=\left|g\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$ nếu một trong các trường hợp sau xảy ra

TH1: $\begin{cases} m \ge 2 \\ g(2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 2 \\ -2m^2 - 2m + 4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 2 \\ -2 \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$

TH2: $\begin{cases} m \le 1 \\ m + 3 \ge 2 \\ g(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m \le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ (nhận).

TH3: $\begin{cases} m + 3 \le 1 \\ g(2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -2 \\ -2 \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$ (nhận).

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 23]$ thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-1.7-2] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(2m^2+m+1\right)x+\left(2m^2-m+1\right)\sin x$ luôn đồng biến trên $(0;2\pi)$.

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $y'(x)=2m^2+m+1+\left(2m^2-m+1\right)\cos x$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2\pi)$ khi và chỉ khi $y'(x)\geq 0,\ \forall x\in(0;2\pi)$

$\Leftrightarrow 2m^2+m+1+\left(2m^2-m+1\right)\cos x\geq 0\ \ \forall x\in(0;2\pi)$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq \cos x\ \ \forall x\in(0;2\pi)$ vì $2m^2-m+1>0$ với mọi m.

Hàm số $g(x)=\cos x\in[-1;1]$ khi $x\in(0;2\pi)$.

Do đó $\dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq \cos x\ \ \forall x\in(0;2\pi)\Leftrightarrow \dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq -1\Leftrightarrow m\geq 0$

Câu 2: **[2D1-1.7-2] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

STXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=-x^2+2mx+3m+2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=m^2+3m+2\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow -2\leq m\leq -1.$

Ta có $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1\}$. Vậy có 2giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 3: **[2D1-1.7-2] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m<2$. **B.** $-2\leq m\leq 2$. **C.** $-2<m\leq 1$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-2x)^2}$.

Để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ thì $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-2x)^2}<0,\forall x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\ \dfrac{m}{2}\le\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 1.$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ khi $-2<m\le 1$.

Câu 4: **[2D1-1.7-2] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-4)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m=2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=x^2-2mx+4m-4\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ m^2-4m+4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ (m-2)^2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m=2.$

Câu 5: **[2D1-1.7-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 10 để hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\dfrac{x-3}{x+3m}\right)'=\dfrac{3m+3}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ khi $\begin{cases}3m+3>0\\ -3m\le -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ m\ge\dfrac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{2}{3}$.

Do m không vượt quá 10 nên $\dfrac{2}{3}\le m\le 10$.

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2;3;....;10\}$. Vậy có 10 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-1.7-3] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2-\left(m^2-5m+6\right)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0) \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 3x^2-4mx-\left(m^2-5m+6\right)\geq 0, \forall x\in(-\infty;0)\ (1)$

Ta có: $\Delta'_y=7m^2-15m+18>0, \forall m$. Từ đó $(1)\Leftrightarrow \begin{cases} y'(0)\geq 0 \\ \dfrac{4m}{6}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-5m+6\leq 0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 2\leq m\leq 3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{2;3\}$.

Câu 2: **[2D1-1.7-3] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=mx^4+(3m-1)x^2+5$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(f\left(3x+1\right)\right)^2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=\left(f\left(3x+1\right)\right)^2\Rightarrow g'(x)=2f\left(3x+1\right).3.f'(3x+1)=6f\left(3x+1\right).f'(3x+1)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow f\left(3x+1\right).f'(3x+1)=0\ (1)$. Đặt $t=3x+1$ thì (1) trở thành

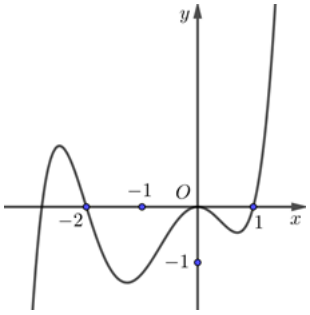
$\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[4mt^3+2(3m-1)t\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[2mt^2+(3m-1)\right].t=0$

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện cần là phương trình $h(t)=\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[2mt^2+(3m-1)\right]=0$ có nghiệm $t=0\Rightarrow m=\dfrac{1}{3}$.

Thử lại với $m=\dfrac{1}{3}$ ta có, $h(t).t=\left(\dfrac{1}{3}t^4+5\right)\left(\dfrac{2}{3}t^2\right).t$ đổi dấu khi qua $t=0$. Do đó hàm số $g(x)$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy không tồn tại tham số m để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: **[2D1-1.7-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm cực trị và $f(1)=-7$. Số giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=\left(f\left(x\right)+m^2-m+1\right)^2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là



A. 15. **B.** 17. **C.** 13. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $y'=2\left(f\left(x\right)+m^2-m+1\right).f'\left(x\right)$

Hàm số $y=\left(f\left(x\right)+m^2-m+1\right)^2$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow y'\geq 0\ \forall x\in\left(1;+\infty\right)$ và $y'=0$ tại hữu hạn điểm thuộc $\left(1;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow f\left(x\right)+m^2-m+1\geq 0\quad \forall x\in\left(1;+\infty\right)$ (vì $f'\left(x\right)>0\ \forall x\in\left(1;+\infty\right)$)

$\Leftrightarrow f\left(x\right)\geq -m^2+m-1\quad \forall x\in\left(1;+\infty\right)$ (1)

$\Leftrightarrow f\left(1\right)=-7\geq -m^2+m-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -2\\ m\geq 3\end{array}\right.$

Mà $m\in\left(-10;10\right)$

Suy ra có 15 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Câu 4: **[2D1-1.7-3] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-\infty;20\right)$ để hàm số $y=\left|x^3-\left(m+3\right)x+25-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^3-\left(m+3\right)x+25-m^2\Rightarrow f'\left(x\right)=3x^2-m-3$.

Để hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left(0;2\right)$:

TH1: $f\left(x\right)$ đồng biến và không nhận giá trị âm trên $\left(0;2\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)\geq 0\\ f'\left(x\right)\geq 0\end{array}\right.,\forall x\in\left(0;2\right).$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f\left(0\right)\geq 0\\ 3x^2-m-3\geq 0\end{array}\right.,\forall x\in\left(0;2\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}25-m^2\geq 0\\ m\leq -3\end{array}\right.\Leftrightarrow -5\leq m\leq -3.$

TH2: $f\left(x\right)$ nghịch biến và không nhận giá trị dương trên $\left(0;2\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)\leq 0\\ f'\left(x\right)\leq 0\end{array}\right.,\forall x\in\left(0;2\right).$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f\left(0\right)\leq 0\\ 3x^2-m-3\leq 0\end{array}\right.,\forall x\in\left(0;2\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m\geq 5\\ m\leq -5\end{array}\right.\Leftrightarrow m\geq 9\\ m\geq 9\end{array}\right.\Rightarrow 9\leq m\leq 19.$

Câu 5: Vậy có tất cả 14 giá trị m thỏa mãn. **[2D1-1.7-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Để thoả mãn ta có $\begin{cases}-m^2+2m+3>0\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<3\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 2$.

Vậy $S=\{0;1;2\}$.

Câu 6: **[2D1-1.7-3] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3+mx^2+(2m^2-m+1)x+m^2-3m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty;0]$ bằng -2. Tích các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2+2mx+2m^2-m+1$.

Vì y' có $a=3>0$ và $\Delta'_{y'}=m^2-3(2m^2-m+1)=-5m^2+3m-3<0,\forall m\in\mathbb{R}$ do đó hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó $\max\limits_{(-\infty;0]}y=y(0)=m^2-3m$.

Theo đề bài, ta có: $m^2-3m=-2\Leftrightarrow m^2-3m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=2\end{array}\right.$ suy ra $S=\{1;2\}$.

Vậy tích các phần tử của tập S bằng $2.1=2$.

Câu 7: **[2D1-1.7-3] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $g\ x\ =\ f\ 1-x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

A. 2016. **B.** 2014. **C.** 2012. **D.** 2010.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x)=f'(1-x)=-(1-x)^2(-x-1)\left[(1-x)^2-6(1-x)+m\right]$

$=\ x-1\ ^2\ x+1\ \ x^2+4x+m-5$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow g'(x)\le 0,\forall x<-1$ * , (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm).

Với $x<-1$ thì $(x-1)^2>0$ và $x+1<0$ nên * $\Leftrightarrow x^2+4x+m-5\ge 0,\forall x<-1$

$\Leftrightarrow m\ge -x^2-4x+5,\forall x<-1.$

Xét hàm số $y=-x^2-4x+5$ trên khoảng $(-\infty;-1)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1
y	$-\infty$	$\nearrow$	9	$\searrow$	8

Từ bảng biến thiên suy ra $m\ge 9$.

Kết hợp với m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ và m nguyên nên $m\in\{9;10;11;...;2020\}$.

Vậy có 2012 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 8: **[2D1-1.7-3] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $y=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=f'\left(x^2+3x-m\right)=(2x+3)\,f'\left(x^2+3x-m\right).$

Theo đề bài ta có: $f'(x)=(x-1)(x+3)$

suy ra $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\x>1\end{array}\right.$ và $f'(x)<0\Leftrightarrow -3<x<1.$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi $y'\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow(2x+3)\,f'\left(x^2+3x-m\right)\ge 0,\forall x\in(0;2).$

Do $x\in(0;2)$ nên $2x+3>0,\forall x\in(0;2)$. Do đó, ta có:

$$y'\ge 0,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x-m\le -3\\x^2+3x-m\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge x^2+3x+3\\m\le x^2+3x-1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge\max\limits_{[0;2]}\left(x^2+3x+3\right)\\m\le\min\limits_{[0;2]}\left(x^2+3x-1\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 13\\m\le -1\end{array}\right.\!.$$

Do $m\in[-10;20]$, $m\in\mathbb{Z}$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 9: **[2D1-1.7-3] (Đề phát triển số 10)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-18x^2+m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(3;4)$?

A. 31. **B.** 32. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

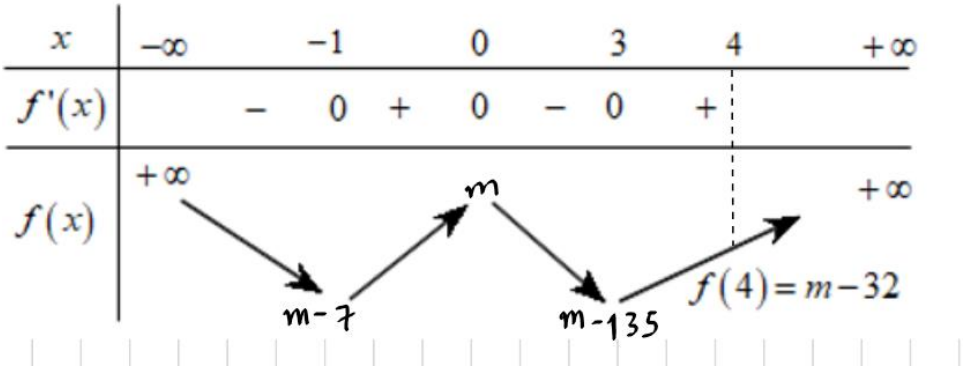
Chọn B

$f(x)=3x^4-8x^3-18x^2+m$

$f'(x)=12x^3-24x^2-36x=12x\left(x^2-2x-3\right)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $f(x)$



Để hàm số $\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên $(3;4)$ thì $f(4)=m-32\le 0\Leftrightarrow m\le 32$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;..;32\}$

Câu 10: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-15;15)$ để hàm số $y=\left|x^3+x^2+(a+5)x-a^2-8\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** Vô số.

Lời giải

+Xét hàm số $y=f(x)=x^3+x^2+(a+5)x-a^2-8$

+ $f'(x)=3x^2+2x+(a+5)$

+Hàm số $\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên $(-1;1)$ thì xảy ra hai trường hợp:

TH1: $f(x)\le 0$ với mọi $x\in(-1;1)$ và $f(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\le 0\\f'(x)=3x^2+2x+(a+5)\ge 0\ \forall x\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1+2a-a^2\le 0\\a\ge -3x^2-2x-5\ \forall x\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow a\ge\dfrac{-14}{3}$

TH2: $f(x)\ge 0$ với mọi $x\in(-1;1)$ và $f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \ge 0 \\ f'(x) = 3x^2 + 2x + (a+5) \le 0 \ \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + 2a - a^2 \ge 0 \\ a \le -3x^2 - 2x - 5 \ \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a \le -6 \end{cases}$

Vô lý

Vậy có 19 nguyên của a thỏa mãn. **Chọn B**

Câu 11: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-25;25)$ để hàm số $y = \left|x^4 - 8x^2 + m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. 4. **B.** 30. **C.** 9. **D.** 14.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + m$

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$m-16$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $\left|f(x)\right|$. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2) \Leftrightarrow m - 16 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge 16$.

Vì m nguyên và $m \in (-25;25)$ suy ra $m \in \{16;17;18;19;20;21;22;23;24\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 12: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = \left|\frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + mx + 1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. 15. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Xét $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + mx + 1$

Ta có: $f'(x) = 2x^2 - 6x + m$

Để hàm số $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$

TH:

$$\begin{cases} f'(x)=2x^2-6x+m\ge 0,\ \ \forall x\in(1;3) \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \underset{(1;3)}{Max}\left(-2x^2+6x\right) \\ m-\dfrac{4}{3}\ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \dfrac{9}{2} \\ m\ge \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m\ge \frac{9}{2} \Rightarrow m\in\{5;6;7;8;9;10\}$$

TH2:

$$\begin{cases} f'(x)=2x^2-6x+m\le 0,\ \ \forall x\in(1;3) \\ f(1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \underset{(1;3)}{Min}\left(-2x^2+6x\right) \\ m-\dfrac{4}{3}\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ m\le \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m\le 0 \Rightarrow m\in\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$$

Vậy có 7 số phần tử của giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\frac{2}{3}x^3-3x^2+mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 13: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|4x^3-mx^2+2m\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $f(x)=4x^3-mx^2+2m;\ f'(x)=12x^2-2mx$

Hàm số $y=\left|4x^3-mx^2+2m\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0 \end{cases} \forall x\in(1;+\infty) \text{ hoặc } \begin{cases} f(x)\le 0 \\ f'(x)\le 0 \end{cases} \forall x\in(1;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1)=4+m\ge 0 \\ 12x^2-2mx\ge 0\ \forall x\in(1;+\infty) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} f(1)=4+m\le 0 \\ 12x^2-2mx\le 0\ \forall x\in(1;+\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -4 \\ m\le 6x\ \forall x\in(1;+\infty) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m\le -4 \\ m\ge 6x\ \forall x\in(1;+\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -4 \\ m\le 6 \end{cases} \text{ hoặc } m\in\varnothing \Leftrightarrow -4\le m\le 6.7$$

Do $m\in\mathbb{N}^*$ nên $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$. Vì vậy có 6 số nguyên dương m thỏa mãn đề bài.

Câu 14: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|x^4-2x^3+mx^2-6m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 4045. **B.** 4046. **C.** 4047. **D.** 4048.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^4-2x^3+mx^2-6m$; $f'(x)=4x^3-6x^2+2mx$

Hàm số $y=\left|x^4-2x^3+mx^2-6m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\le 0 \\ f'(x)\ge 0 \end{cases} \forall x\in(1;2)$ hoặc $\begin{cases} f(x)\ge 0 \\ f'(x)\le 0 \end{cases} \forall x\in(1;2)$

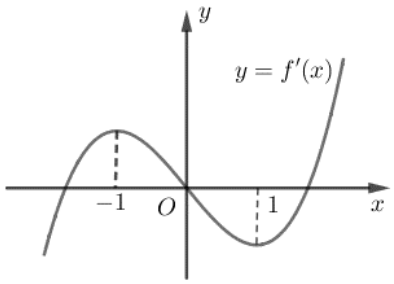
$\Leftrightarrow \begin{cases} f(2)=-m\le 0 \\ 4x^3-6x^2+2mx\ge 0 \ \forall x\in(1;2) \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} f(2)=-m\ge 0 \\ 4x^3-6x^2+2mx\le 0 \ \forall x\in(1;2) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ m\ge g(1) \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m\le 0 \\ m\le g(2) \end{cases}$ (Đặt $g(x)=-2x^2+3x$, xét được $g(x)$ giảm trên (;2))

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ m\ge 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m\le 0 \\ m\le -2 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -2 \vee m\ge 1$.

Do m nguyên và $m\in[-2023;2023]$ nên có 4046 +1 − 2 = 4045 số (Lấy tất cả các số nguyên trên đoạn $[-2023;2023]$ và bỏ đi hai số - và 0).

Câu 15: [2D1-1.7-3] **(Phát triển đề minh họa năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?



A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right| \Rightarrow g(x)=\sqrt{\left[4f(\sin x)+\cos 2x-a\right]^2}$.

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{\left[4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x\right]\left[4f(\sin x)+\cos 2x-a\right]}{\sqrt{\left[4f(\sin x)+\cos 2x-a\right]^2}}$.

Ta có $4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x=4\cos x\left[f'(\sin x)-\sin x\right]$.

Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x>0, \sin x\in(0;1)\Rightarrow f'(\sin x)-\sin x<0$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi $4f(\sin x)+\cos 2x-a\ge 0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 4f(\sin x)+1-2\sin^2 x\ge a,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Đặt $t=\sin x$ được $4f(t)+1-2t^2\ge a,\forall t\in(0;1)$ (*).

Xét $h(t)=4f(t)+1-2t^2\Rightarrow h'(t)=4f'(t)-4t=4\left[f'(t)-1\right]$.

Với $t\in(0;1)$ thì $h'(t)<0\Rightarrow h(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow a\le h(1)=4f(1)+1-2.1^2=3$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn.

Câu 16: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-2\right)x$ đồng biến trên khoảng $(12;+\infty)$?

A. 10. **B.** 13. **C.** 0. **D.** 11.

Lời giải

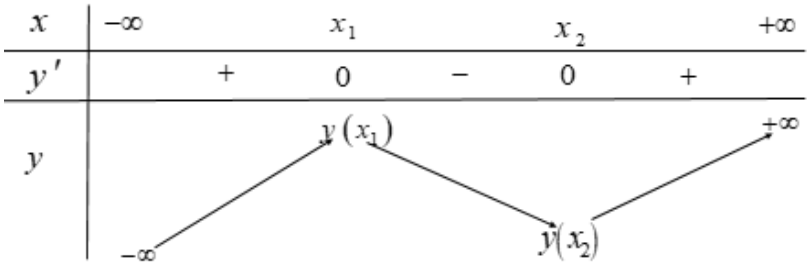
Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-2\right)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-\sqrt{2}\\x=m+\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Đặt $x_1=m-\sqrt{2}$; $x_2=m+\sqrt{2}$, $(x_1<x_2)$

Ta có bảng biến thiên:



Hàm số đồng biến trên khoảng $(12;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in(12;+\infty)$

$\Leftrightarrow x_2\le 12\Leftrightarrow m+\sqrt{2}\le 12\Leftrightarrow m\le 12-\sqrt{2}$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Suy ra có 10 giá trị nguyên dương thỏa mãn bài toán.

Vậy chọn đáp án**A.**

Câu 17: **[2D1-1.7-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|4x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 11. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có:

$$y=\begin{cases}4x^3-mx+1, & khi\ \ 4x^3-mx+1\ge 0\\ -4x^3+mx-1, & khi\ \ 4x^3-mx+1<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow y'=\begin{cases}12x^2-m, & khi\ \ 4x^3-mx+1>0\\ -12x^2+m, & khi\ \ 4x^3-mx+1<0\end{cases}$$

Hàm số $y=\left|4x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ có hai trường hợp xảy ra

TH1: $\begin{cases}12x^2-m\ge 0\\ 4x^3-mx+1\ge 0\end{cases},\forall x\ge 1\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 12x^2\\ m\le 4x^2+\dfrac{1}{x}\end{cases},\forall x\ge 1\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 12\\ m\le 5\end{cases}\Leftrightarrow m\le 5.$

TH2: $\begin{cases}-12x^2+m\ge 0\\ 4x^3-mx+1\le 0\end{cases},\forall x\ge 1$ (vô nghiệm)

Vậy $m\in\{1,2,3,4,5\}$ có tất cả 5 số nguyên dương thoả mãn.

Câu 18: **[2D1-1.7-3] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2x-3,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2+3x-m\right)+m^2+1$ đồng biến trên $(0;2)$?

A. 16. **B** 17. **C** 18. **D** 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(t)=t^2+2t-3\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le -3\\ t\ge 1\end{array}\right.$.

$g'(x)=(2x+3)\,f'\left(x^2+3x-m\right)$.

Vì $2x+3>0,\forall x\in(0;2)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;2)\Leftrightarrow g'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right)\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x-m\le -3,\forall x\in(0;2)\\ x^2+3x-m\ge 1,\forall x\in(0;2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x\le m-3,\forall x\in(0;2)\\ x^2+3x\ge m+1,\forall x\in(0;2)\end{array}\right.$ (**)

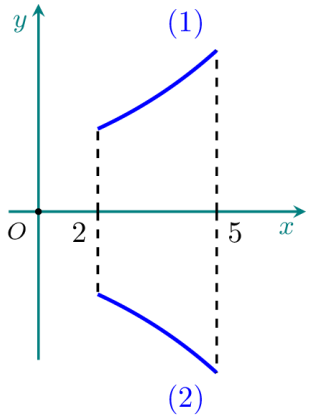
$h(x)=x^2+3x$ luôn đồng biến trên $(0;2)$ nên từ (**) $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-3\ge 10\\ m+1\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 13\\ m\le -1\end{array}\right.$.

Vì $\begin{cases}m\in[-10;20]\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow$ Có 18 giá trị của tham số m.

Câu 19: **[2D1-1.7-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Gọi a,b lần lượt là giá trị dương nhỏ nhất và giá trị âm lớn nhất của m để hàm số $y=|mx-6\sqrt{x-1}+9|$ đồng biến trên khoảng $(2;5)$. Tính giá trị của $T=a+b$.

A. $T=\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-\frac{9}{2}$.

Lời giải



Đặt $f(x)=mx-6\sqrt{x-1}+9$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;5)$ thì ta xét 2 trường hợp.

TH1: $\begin{cases} f'(x)=m-\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}\ge 0,\forall x\in[2;5] \\ f(2)=2m+3\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} m\ge\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}=g(x)\Leftrightarrow m\ge\max_{[2;5]}g(x) \\ m\ge-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Xét $g(x)$ trên đoạn $[2;5]$ ta có: $1\le\sqrt{x-1}\le 2\Rightarrow\frac{3}{2}\le g(x)\le 3$.

Từ đó suy ra: $\begin{cases} m\ge 3 \\ m\ge-\dfrac{3}{2} \end{cases}\Leftrightarrow m\ge 3.$

TH2: $\begin{cases} f'(x)=m-\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}\le 0,\forall x\in[2;5] \\ f(2)=2m+3\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\le\dfrac{3}{2} \\ m\le-\dfrac{3}{2} \end{cases}\Leftrightarrow m\le-\frac{3}{2}.$

Từ TH1 suy ra $a=3$ và từ TH2 suy ra $b=-\frac{3}{2}$.

Khi đó $a+b=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 20: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số: $f(x)=2x^3-2mx+3$ có: $f'(x)=6x^2-2m;\ \Delta'=12m$

+ Trường hợp 1: $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m\le 0$. Suy ra $f'(x)\ge 0,\forall x\in(2;+\infty)$.

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ f(2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ 19-4m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ m\le\dfrac{19}{4}\end{cases}\Leftrightarrow m\le 0$.

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z};m\in(-10;10)$ ta được $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Ta có 10 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán**(1)**

+ Trường hợp 2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m>0$. Suy ra $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ x_1<x_2\le 2\\ f(2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ -\dfrac{2m}{6}+2\ge 0\\ 19-2m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m\le 6\\ m\le\dfrac{19}{2}\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\le 6$.

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z};m\in(-10;10)$ ta được $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Ta có 6 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán **(2)**.

Từ **(1)** và **(2)** suy ra: có tất cả có 16 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 21: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-10;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Xét $f(x)=x^3+(a+2)x+9-a^2$

$f'(x)=3x^2+a+2$

Để $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

TH1: $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1)\\ f(0)\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+a+2\ge 0,\forall x\in(0;1)\\ 9-a^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge(-3x^2-2)\ \forall x\in(0;1)\\ 9-a^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ -3\le a\le 3\end{cases}\Rightarrow a\in[-2;3]$

$a \in \{-2;-1;0;1;2;3;\} \rightarrow$ 6 giá trị

TH2: $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + a + 2 \le 0, \forall x \in (0;1) \\ 9 - a^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \le (-3x^2 - 2) \forall x \in (0;1) \\ 9 - a^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \le -5 \\ a \ge 3 \\ a \le -3 \end{cases} \Rightarrow a \le -5$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a \in \{-9;-8;-7;-6;-5\} \rightarrow$ 5 giá trị.

Vậy có 11 giá trị thoả mãn.

Câu 22: **[2D1-1.7-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = |x^3 - mx^2 + 2m + 1|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ là khoảng $(a;b)$. Tính $a+b$.

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Áp dụng công thức $(|u|)' = \left(\sqrt{u^2}\right)' = \frac{(u^2)'}{2\sqrt{u^2}} = \frac{u.u'}{|u|}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{(x^3 - mx^2 + 2m + 1)(3x^2 - 2mx)}{|x^3 - mx^2 + 2m + 1|} \ge 0, \forall x \in (0;1)$.

Đặt $g(x) = x^3 - mx^2 + 2m + 1$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} g(x) = x^3 - mx^2 + 2m + 1 \ge 0 \\ g'(x) = 3x^2 - 2mx \ge 0 \end{cases}, \forall x \in (0;1)$ (*). Do $g'(x) \ge 0$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(0;1)$, vì vậy $g(x) \ge 0, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow g(0) \ge 0$.

Từ lý luận trên, ta có: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \ge 0 \\ 3x - 2m \ge 0 \end{cases}, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\frac{1}{2} \\ m \le \frac{3}{2}x \end{cases}, \forall x \in (0;1). \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\frac{1}{2} \\ m \le 0 \end{cases}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} g(x) = x^3 - mx^2 + 2m + 1 \le 0 \\ g'(x) = 3x^2 - 2mx \le 0 \end{cases}, \forall x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} g(0) = 2m + 1 \le 0 \\ 3x - 2m \le 0 \end{cases}, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -\frac{1}{2} \\ m \ge \frac{3}{2}x \end{cases}, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -\frac{1}{2} \\ m \ge \frac{3}{2} \end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m \le 0$.

Suy ra $a+b=-\frac{1}{2}$.

Câu 23: [2D1-1.7-3] **(Phát triển đề minh họa 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=\left|-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\right)\left(-4x^3+3mx^2+4m^2x\right)}{\left|-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\right|}\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Đặt $g(x)=-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} g(x)=-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\geq 0 \\ g'(x)=-4x^3+3mx^2+4m^2x\geq 0 \end{cases},\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ nên tồn tại $x_0\in(1;+\infty)$ để $g(x_0)<0$, do đó không thể có $g(x)\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$. Vậy **trường hợp 1** không thể xảy ra.

Trường hợp 2: $\begin{cases} g(x)=-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\leq 0 \\ g'(x)=-4x^3+3mx^2+4m^2x\leq 0 \end{cases},\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Ta thấy $g'(x)\leq 0$ nên hàm $g(x)$ nghịch biến $\forall x\in(1;+\infty)$, khi đó $g(x)\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow g(1)\leq 0\Leftrightarrow -1+m.1^3+2m^2.1^2+m-1\leq 0\Leftrightarrow 2m^2+2m-2\leq 0\Leftrightarrow \underbrace{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}_{\approx -1,62}\leq m\leq \underbrace{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}_{\approx 0,62}$.

Vì m nguyên nên $m=-1\vee m=0$.

Thay $m=-1$ vào $g'(x)\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$, ta được: $-4x^3-3x^2+4x\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow -4x^2-3x+4\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$. Điều này hoàn toàn đúng nếu ta lập bảng xét dấu cho biểu thức $-4x^2-3x+4$. Do đó $m=-1$ thỏa mãn.

Thay $m=0$ vào $g'(x)\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$, ta được: $-4x^3\leq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow x\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$ (đúng). Do đó $m=0$ thỏa mãn.

Vậy $S=\{-1;0\}$. Tổng các phần tử: $-1+0=-1$.

Câu 24: [2D1-1.7-3] **(PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-10;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x)=x^3+(a+2)x+9-a^2$

$f'(x)=3x^2+a+2$

Để $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

TH1: $\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1) \\ f(0)\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+a+2\ge 0,\forall x\in(0;1) \\ 9-a^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge \underset{(0;1)}{Max}(-3x^2-2) \\ 9-a^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge -2 \\ -3\le a\le 3 \end{cases} \Rightarrow a\in[-2;3]$

$a=\{-2;-1;0;1;2;3;\} \rightarrow$ 6 giá trị

TH2: $\begin{cases} f'(x)\le, \forall x\in(0;1) \\ f(0)\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+a+2\le 0,\forall x\in(0;1) \\ 9-a^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le \underset{(0;1)}{Min}(-3x^2-2) \\ 9-a^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -5 \\ \left[\begin{array}{l} a\ge 3 \\ a\le -3 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow a\le -5$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a=\{-9;-8;-7;-6;-5\} \rightarrow$ 5 giá trị

Vậy có 11 giá trị thoả mãn.

Câu 25: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Cho hàm số $f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-\left(m^2+3m\right)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-\left(m^2+3m\right)x+\frac{2019}{2020}$

$\Rightarrow g'(x)=-x^2+(2m+3)x-\left(m^2+3m\right)$

Để $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $g(x)$ nghịch biến và không âm trên khoảng $(1;2)$.

Tức là: $\begin{cases} g'(x)\le 0,\forall x\in(1;2) \\ g(2)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+(2m+3)x-\left(m^2+3m\right)\le 0,\forall x\in(1;2) \\ -\frac{1}{3}.2^3+\frac{1}{2}.(2m+3).2^2-\left(m^2+3m\right).2+\frac{2}{3}\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge m+3,\forall x\in(1;2) \\ x\le m, \quad \forall x\in(1;2) \end{array}\right. \\ -2m^2-2m+4\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right. \\ -2\le m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2.$

Trường hợp 2: $g(x)$ đồng biến và không dương trên khoảng $(1;2)$.

Tức là: $\begin{cases} g'(x) \ge 0, \forall x \in (1;2) \\ g(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - \left(m^2+3m\right) \ge 0, \forall x \in (1;2) \\ -\frac{1}{3}.2^3 + \frac{1}{2}.(2m+3).2^2 - \left(m^2+3m\right).2 + \frac{2}{3} \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le x \le m+3, \forall x \in (1;2) \\ -2m^2 - 2m + 4 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m \le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 26: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20;20)$ để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 8. **B.** 15. **C.** 4. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$

Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x\left(x^2 - x - 2\right)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$m-5$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $\left|f(x)\right|$. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow m - 5 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge 5$.

Vì m nguyên và $m \in (-20;20)$ suy ra $m \in \{5;6;\ldots;17;18;19\}$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Gọi S là số giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-20;20)$ để đồ thị hàm số $y = \left|f(x)\right| = \left|2x^4 - 4(m+4)x^3 + 3m^2x^2 + 48\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. S chia hết cho 4. **B.** S chia cho 4 du 1.

C. S chia cho 4 du 2. **D.** S chia cho 4 du 3.

Lời giải

Chọn A

Vì $f(0)=48>0$ nên hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow 8x^3-12(m+4)x^2+6m^2x\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow g(x)=4x^2-6(m+4)x+3m^2\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$$\left[\begin{array}{l}\Delta'\leq 0\\ \left\{\begin{array}{l}\Delta'>0\\ g(0)\geq 0\\ g(2)\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}\frac{S}{2}\geq 2\\ \frac{S}{2}\leq 0\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\left(-48-24m+m^2\right)\leq 0\\ \left\{\begin{array}{l}-3\left(-48-24m+m^2\right)>0\\ m^2\geq 0\\ 3m^2-12m-32\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}\frac{3m+4}{4}\geq 2\\ \frac{3m+4}{4}\leq 0\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq 12-8\sqrt{3}\\ m\geq 12+8\sqrt{3}\\ \left\{\begin{array}{l}12-8\sqrt{3}<m<12+8\sqrt{3}\\ m^2\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}m\geq\frac{6+2\sqrt{33}}{3}\\ m\leq\frac{6-2\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}m\geq\frac{4}{3}\\ m\leq\frac{-4}{3}\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq\frac{6+2\sqrt{33}}{3}\\ m\leq\frac{6-2\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.$$

$\Rightarrow m\in\{-19;-18;\ldots;-2\}\cup\{6;7;8;\ldots;19\}$, Suy ra $S=32$. Vậy S chia hết cho 4.

Câu 28: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a sao cho hàm số $y=|x^3-3x^2-ax+a|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-ax+a$.

Nhận xét: $f(x)=0$ có nghiệm $x_0\in(0;+\infty)$ thì hàm số $y=|f(x)|$ không thể đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Suy ra $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-a$.

Khi đó $y=|x^3-3x^2-ax+a|=|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}$ nên $y'=\dfrac{f'(x)\cdot f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0$ với $\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow$

$\begin{cases} f'(x).f(x) \ge 0 \\ f(x) \ne 0 \end{cases}, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f'(x) \ge 0 \end{cases}, \forall x \in (0;+\infty)$ $\left(\text{vì } \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty\right)$

$*\, f(x) > 0, \forall x \in (0;+\infty)$.

Do $f'(x) \ge 0, \forall x \in (0;+\infty)$ nên $f(x) > 0, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow f(0) \ge 0 \Leftrightarrow a \ge 0$ (1).

$*\quad f'(x) \ge 0, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - a \ge 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow a \le \min\left(3x^2 - 6x\right), \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow a \le -3$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra không có giá trị a nào thỏa mãn bài toán.

Câu 29: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2020;2020]$ để hàm số $y = f\left(|x-2|\right)$ đồng biến trên $(-2;0)$.

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2012. **D.** 2013.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(|x-2|)$ đồng biến trên $(-2;0) \Leftrightarrow f(|x|)$ đồng biến trên $(-4;-2)$

Do đó $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2x + m \le 0, \forall x \in (2;4) \Leftrightarrow m \le -x^2 + 2x, \forall x \in (2;4) \Leftrightarrow m \le -8$.

Do $m \in [-2020;2020]$ nên có 2013 giá trị nguyên của m.

Câu 30: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y = \left|2x^3 - 2mx + 3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 11. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $f(x) = 2x^3 - 2mx + 3$ có: $f'(x) = 6x^2 - 2m;\ \Delta' = 12m$

+ Trường hợp 1: $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \le 0$. Suy ra $f'(x) \ge 0, \forall x \in (1;+\infty)$.

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ 5 - 2m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m \le \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \le 0$.

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z}; m \in (-10;10)$ ta được

$m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Ta có 10 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán(1)

+ Trường hợp 2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$. Suy ra $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \left(x_1 < x_2\right)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ x_1<x_2\le 1 \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -\dfrac{2m}{6}+1\ge 0 \\ 5-2m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le \dfrac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z}; m\in(-10;10)$ ta được $m\in\{1;2\}$.

Ta có 2 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (2).

Từ (1) và (2) suy ra: có tất cả có 12 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m số hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+mx+10\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx+10$, có đạo hàm $f'(x)=3x^2-6x+m$.

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ thì bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trong khoảng $(-1;1)$ phải có hình dạng như sau:

x	-1		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		↗	
	$f(-1)\ge 0$		

x	-1		1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$f(-1)\le 0$	↘	

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và không âm trên $(-1;1)$ tức là $\begin{cases} f(-1)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0, \forall x\in(-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-m\ge 0 \\ m\ge 6x-3x^2, \forall x\in(-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 6 \\ m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le m\le 6$.

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ và không dương trên $(-1;1)$ tức là $\begin{cases} f(-1)\le 0 \\ f'(x)\le 0, \forall x\in(-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-m\le 0 \\ m\le 6x-3x^2, \forall x\in(-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 6 \\ m\le -9 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$

Kết hợp với điều kiện ta được kết quả $m \in \{3,4,5,6\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 32: **[2D1-1.7-3] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-(2m-5)x+2018\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2019;2019]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

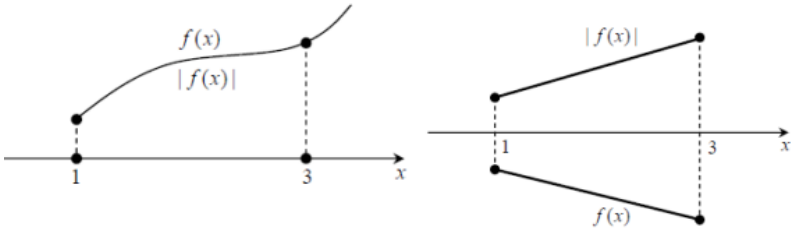
A. 3032. **B.** 4039. **C.** 0. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m-5)x+2018$, có đạo hàm $f'(x)=3x^2-(2m-5)$.

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ thì đồ thì của hàm số trong khoảng $(1;3)$ phải có hình dạng như sau:



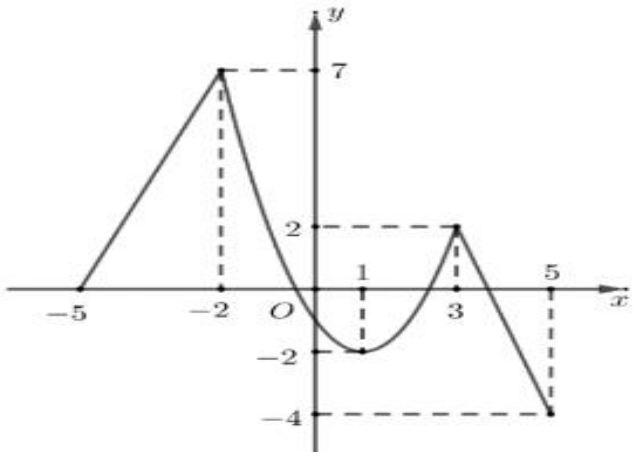
Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1;3)$ và không âm trên $(1;3)$ tức là: $\begin{cases} f(1)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0 \forall x\in(1;3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m\le 3x^2+5, \forall x\in(1;3) \\ 2024-2m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 4 \\ m\le 1012 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 4.$

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;3)$ và không dương trên $(1;3)$ tức là:

$\begin{cases} f(1)\le 0 \\ f'(x)\le 0 \forall x\in(1;3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m\ge 3x^2+5 \forall x\in(1;3) \\ 2024-2m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 4 \\ m\ge 1012 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 1012.$

Câu 33: Kết hợp với điều kiện ta được kết quả $m\in[-2019;4]\cup[1012;2019]$. Vậy có 3032 giá trị của m.

[2D1-1.7-3] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023) Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(2x-1)-2\ln(1+x^2)-2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $y'=2f'(2x-1)-\dfrac{4x}{1+x^2}-2m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ khi $y'\ge 0,\forall x\in(-1;2)$

$\Rightarrow m\le f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2},\forall x\in(-1;2)$.

Đặt $g(x)=-\dfrac{2x}{1+x^2}$ có $g'(x)=\dfrac{2(x^2-1)}{(1+x^2)^2}$

và $h(x)=f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2}$.

Với $a>0$ ta có bảng biến thiên sau

x	-1		$-0,5$		1		2
$2x-1$	-3		-2		1		3
$f'(2x-1)$	a	↗	7	↘	-2	↗	2

x	-1		1		2
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	↘	-1	↗	$-\dfrac{4}{5}$

Dễ thấy $\min\limits_{(-1;2)}h(x)=h(1)=-3$.

$\Rightarrow m \le h(x), \forall x \in (-1;2) \Leftrightarrow m \le -3$.

Vì $m \in (-10;10)$ nên $m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

Câu 34: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B)** **[2D1-1.7-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2022;2022]$ để hàm số $y = -x^4 + 2m^2x^2 + m^3$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4038. **B.** 4045. **C.** 2019. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = -4x^3 + 4m^2x = 4x(m^2 - x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m \end{array}\right.$

Nếu $m = 0$ ta có bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+		−	

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$ (không thỏa mãn).

Nếu $m \neq 0$, y' có 3 nghiệm phân biệt và có xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$-\lvert m\rvert$		0		$\lvert m\rvert$		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	

Để hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$ thì $-|m| \le -4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 4 \\ m \le -4 \end{array}\right.$

Kết hợp giả thiết $m \in [-2022;2022]$ ta được $m \in [-2022;-4] \cup [4;2022]$

Số giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài là 4038. **Chọn A**

Câu 35: **[2D1-1.7-3]** **(Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in -2022;2022$ để hàm số $y = \left|x^3 + 2m+1\ x-2\right|$ đồng biến trên khoảng $1;3$?

A. 4034. **B.** 4032. **C.** 4030. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn C

Xét $f\ x = x^3 + 2m+1\ x-2 \Rightarrow f'\ x = 3x^2 + 2m+1$

TH1: $\begin{cases} f'\ x \ge 0,\ \forall x \in 1;3 \\ f\ 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2m+1 \ge 0,\ \forall x \in 1;3 \\ 2m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \min\limits_{1;3} x^2 \ge -\dfrac{2m+1}{3} \\ m \ge 0 \end{cases}$

Vì $\begin{cases} m \in -2022;2022 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in 0;1;2;...;2021 \quad 1$

TH2: $\begin{cases} f'(x) \le 0 \ \forall x \in [1;3] \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2m + 1 \le 0 \ \forall x \in [1;3] \\ 2m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \max\limits_{[1;3]} x^2 \le -\dfrac{2m+1}{3} \\ m \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 \le -\dfrac{2m+1}{3} \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -14 \\ m \le 0 \end{cases} \Rightarrow m \le -14$

Vì $\begin{cases} m \in [-2022;2022] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in [-2021;-2020;...;-14]$ (2)

Từ (1), (2) có 4030 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36: **[2D1-1.7-3] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022-2023)** Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-m}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-m-1}{(x-m)^2}, \forall x \in D$.

Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \ \forall x \in (2;+\infty) \\ (2;+\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 < 0 \\ m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \le 2$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 37: **[2D1-1.7-3] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x) = \left|\dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m-2)x - 4m + \dfrac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?**

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m-2)x - 4m + \dfrac{2}{3} \Rightarrow f'(x) = x^2 - 4x + m - 2$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ khi:

+) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ và $f(1) \ge 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (1;3) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + m - 2 \ge 0, \forall x \in (1;3) \\ -3m - 3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -x^2 + 4x + 2 = h(x), \forall x \in (1;3) \\ m \le -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \max\limits_{(1;3)} h(x) = h(2) = 6 \\ m \le -1 \end{cases} \Rightarrow VN.$$

+) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ và $f(1) \le 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (1;3) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + m - 2 \le 0, \forall x \in (1;3) \\ -3m - 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -x^2 + 4x + 2 = h(x), \forall x \in (1;3) \\ m \ge -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le \min\limits_{(1;3)} h(x) = h(2) = 6 \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 5 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1;0;1;2;3;4;5\}.$$

Suy ra có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 38: **[2D1-1.7-3] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thoả mãn hàm số $y = \left|\dfrac{x-1}{x-a}\right|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \ne a$.

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x-1}{x-a}$ có $g'(x) = \dfrac{1-a}{(x-a)^2}, \forall x \ne a$.

+) Với $a = 1$ thì hàm số $g(x) = 1, \forall x \ne 1$.

+) Với $a \ne 1$ thì hàm số $g(x)$ là hàm bậc nhất/bậc nhất nên hàm số sẽ đồng biến hoặc nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;a)$ và $(a;+\infty)$.

Mà $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 1$ nên hàm số $y = \left|\dfrac{x-1}{x-a}\right| = |g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số $g(x) = \dfrac{x-1}{x-a}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;a)$; $(a;+\infty)$ và $(2;+\infty) \subset (a;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a < 0 \\ a \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < a \le 2.$$

Do $a \in \mathbb{Z}$ nên $a = 2$.

Câu 39: **[2D1-1.7-3] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cos x - 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{(m-6)\sin x}{(2\cos x-m)^2}, \forall x\in(0;\pi)$. Vì $x\in(0;\pi)$ nên $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x\in(-1;1)\end{cases}$

Do đó. để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$ thì $y'<0, \forall x\in(0;\pi)$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-6<0\\ \dfrac{m}{2}\notin(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<6\\ m\notin(-2;2)\end{cases}\Rightarrow m\in(-\infty;-2]\cup[2;6)$.

Mà m nguyên dương nên $m\in\{2;3;4;5\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: **[2D1-1.7-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$. **B.** $(4;7]$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ $\Leftrightarrow y'>0,\ \forall x\in(-\infty;-7)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-4>0\\ -m\notin(-\infty;-7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\ -m\geq -7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\ m\leq 7\end{cases}\Leftrightarrow 4<m\leq 7$.

Câu 41: **[2D1-1.7-3] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=-x^3-6x^2+4m-9\ x+4$. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $-8;8$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $-\infty;-1$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-3x^2-12x+4m-9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $-\infty;-1$ khi và chỉ khi $y'\leq 0\ \forall x\in-\infty;-1$

$\Leftrightarrow -3x^2-12x+4m-9\leq 0\ \forall x\in-\infty;-1$

$\Leftrightarrow 4m\leq 3x^2+12x+9\ \forall x\in-\infty;-1$ (*)

Đặt $g\ x=3x^2+12x+9$ trên $-\infty;-1$.

Ta có $g'\ x=6x+12$, $g'\ x=0\Leftrightarrow x=-2\in-\infty;-1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên

$(*) \Leftrightarrow 4m \le \min\limits_{x\in(-\infty;-1)} g(x) = g(-2) = -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{4}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-8;8)$ nên suy ra $m \in \{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên m thỏa đề.

Câu 42: **[2D1-1.7-3] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-15;15)$ để hàm số $y = x^4 - 6x^2 - mx + 2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 12x - m$.

Hàm số $y = x^4 - 6x^2 - mx + 2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y' \le 0,\ \forall x \in (-1;1)$

$\Leftrightarrow 4x^3 - 12x - m \le 0, \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \ge 4x^3 - 12x, \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \ge 8$.

Vì m nguyên thuộc khoảng $(-15;15)$ nên có 7 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: **[2D1-1.7-3] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-\infty;9)$ để hàm số $y = \left|x^3 + (a-3)x + 10 - a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$?

A. 11. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Xét $f(x) = x^3 + (a-3)x + 10 - a^2$ suy ra $f'(x) = 3x^2 + a - 3$.

Hàm số y nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}f(x)\ge 0,\forall x\in(-1;0)\\ f'(x)\le 0,\forall x\in(-1;0)\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}f(0)\ge 0\\ x^2\le\dfrac{3-a}{3},\forall x\in(-1;0)\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}10-a^2\ge 0\\ 1\le\dfrac{3-a}{3}\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{10}\le a\le 0\\ a\ge\sqrt{10}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{cases}f(x)\le 0,\forall x\in(-1;0)\\ f'(x)\ge 0,\forall x\in(-1;0)\end{cases}\right.\left.\begin{cases}f(0)\le 0\\ x^2\ge\dfrac{3-a}{3},\forall x\in(-1;0)\end{cases}\right.\left.\begin{cases}10-a^2\le 0\\ 0\ge\dfrac{3-a}{3}\end{cases}\right.$$

Mà $a\in\mathbb{Z},a\in(-\infty;9)$ suy ra $a\in\{-3;-2;-1;0;4;5;6;7;8\}$.

Câu 44: **[2D1-1.7-3] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{(m-1)x-m}{x+2m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc $[-2019;2020]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2m\}$.

$$f(x)=\frac{(m-1)x-m}{x+2m}\Rightarrow f'(x)=\frac{2m^2-m}{(x+2m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)\Leftrightarrow f'(x)>0,\forall x\in(-\infty;0)\Leftrightarrow\dfrac{2m^2-m}{(x+2m)^2}>0,\forall x\in(-\infty;0)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-m>0\\ -2m\notin(-\infty;0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-m>0\\ -2m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>\dfrac{1}{2}\\ m<0\\ m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow m<0.$$

Mặt khác, vì $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in[-2019;2020]\end{cases}$ nên $m\in\{-2019;-2018;...;-1\}$.

Do đó có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 45: **[2D1-1.7-3] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+3)x^2+6m(m+3)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

A. 39. **B.** 40. **C.** 37. **D.** 38.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3(2m+3)x^2+6m(m+3)x$, xác định trên $\mathbb{R}$.

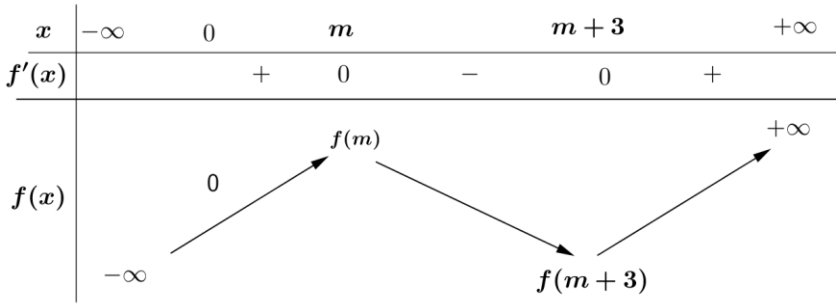
Ta có: $f(0)=0$

$$f'(x)=6x^2-6(2m+3)x+6m(m+3)=6\left[x^2-(2m+3)x+m(m+3)\right]$$

Xét $\Delta=(2m+3)^2-4m(m+3)=9$. Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+3\end{array}\right.$

Trường hợp 1: $0<m<m+3$

Ta có BBT của hàm số:



Để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì $m\geq 2$

Tương tự:

Trường hợp 2: $m\leq 0<m+3$

Để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì $m+3\geq 2\Leftrightarrow 0\geq m\geq -1$

Trường hợp 3: $m<m+3\leq 0\Leftrightarrow m\leq -3$

Khi đó hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Vậy $m\in(-\infty;-3]\cup[-1;0]\cup[2;+\infty)$ nên có 39 giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ thỏa mãn.

Câu 46: **[2D1-1.7-3] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số $y=\dfrac{\cos x-3}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$?

A. $m\leq 3$.. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\m<-1\end{array}\right.$.. **C.** $m<3$.. **D.** $\left[\begin{array}{l}0\leq m<3\\m\leq -1\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Xét $m=3$ khi đó $y=1$ nên không thỏa mãn

Xét $m\neq 3$:

Ta có: $y'=-\sin x.\dfrac{-m+3}{(\cos x-m)^2}\leq 0\Rightarrow \sin x.(m-3)\leq 0$

Vì $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ nên $\sin x>0\Rightarrow m-3\leq 0\Rightarrow m\leq 3$

Mà $m\neq 3\Rightarrow m<3$

Với $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)\Rightarrow\cos x\in(-1;0)$. Do đó điều kiện $\cos x\neq m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 0\\m\leq -1\end{array}\right.$

Vậy $\left[\begin{array}{l}0 \le m < 3\\ m \le -1\end{array}\right.$.

Câu 47: **[2D1-1.7-3] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$. **D.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' - 3x^2 - 12x + 4m - 9$

$y' \le 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 12x + 4m - 9 \le 0, \forall x \in (-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow 4m \le 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow 4m \le \min\limits_{(-\infty;-1)} (3x^2 + 12x + 9)$

Xét $f(x) = 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty;-1)$

$f'(x) = 6x + 12$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $4m \le -3 \Leftrightarrow m \le -\frac{3}{4}$.

Câu 48: **[2D1-1.7-3] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-6;6)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \frac{mx-4}{x-m} \Rightarrow f'(x) = \frac{4-m^2}{(x-m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;+\infty)$

$$y \Leftrightarrow f'(x)=\frac{4-m^2}{(x-m)^2}<0, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq m, \forall x\in(0;+\infty) \\ 4-m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m<-2.$$

Mà m nguyên thuộc $(-6;6)$ nên $m\in\{-5;-4;-3\}$. Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn.

Câu 49: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-1.7-3] Hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ khi:

A. $-2<m\leq 0$ **B.** $m<-2$ **C.** $m>2$ **D.** $m>0$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\frac{mx+4}{x+m} \Rightarrow y'=\frac{m^2-4}{(x+m)^2}<0 \ \forall x<0$ khi: $\begin{cases} m^2-4<0 \\ -m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m\leq 0.$

Câu 50: [2D1-1.7-3] **(THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 4042. **B.** 4043. **C.** 4047. **D.** 4045.

Lời giải

Ví dụ 1. Đặt $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}$

$\Rightarrow g'(x)=-x^2+(2m+3)x-(m^2+3m)$

$f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ có hai trường hợp xãy ra

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} g'(x)\geq 0, \forall x\in(1;2) \\ g(1)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+(2m+3)x-(m^2+3m)\geq 0, \forall x\in(1;2) \\ -m^2-2m+\frac{11}{6}\geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\leq 1<2\leq m+3 \\ \frac{-6-\sqrt{102}}{6}\leq m\leq \frac{-6+\sqrt{102}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\leq m\leq 1 \\ \frac{-6-\sqrt{102}}{6}\leq m\leq \frac{-6+\sqrt{102}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow -1\leq m\leq \frac{-6+\sqrt{102}}{6}$$

Mà $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-2023;2023] \end{cases} \Rightarrow m\in\{-1;0\}$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} g'(x) \le 0, \forall x \in (1;2) \\ g(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - (m^2+3m) \le 0, \forall x \in (1;2) \\ -m^2 - 2m + \dfrac{11}{6} \le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le m \vee m+3 \le 1 \\ m \le \dfrac{-6-\sqrt{102}}{6} \vee m \ge \dfrac{-6+\sqrt{102}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -2 \vee m \ge 2 \\ m \le \dfrac{-6-\sqrt{102}}{6} \vee m \ge \dfrac{-6+\sqrt{102}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le \dfrac{-6-\sqrt{102}}{6} \\ m \ge 2 \end{array} \right.$$

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2023;2023] \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2023;\ldots;-3;2;\ldots;2023\}$

Vậy có 4045 giá trị m thỏa đề bài.

Câu 51: **[2D1-1.7-3]** Cho hàm số $y = \dfrac{2x+12}{x+m}$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. Vô số. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \dfrac{2x+12}{x+m} \Rightarrow y' = \dfrac{2m-12}{(x+m)^2}$ với $x \ne -m$.

Để hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty) \Leftrightarrow y' < 0 \ \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-12 < 0 \\ x \ne -m \end{cases}, x \in (2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow y' < 0 \ \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-12 < 0 \\ -m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m \ge -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m < 6.$$

Câu 52: **[2D1-1.7-3]** **(THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cos x + 1}{10\cos x + m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \cos x, \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$.

Ta thấy hàm số $t = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số $y = \dfrac{\cos x + 1}{10\cos x + m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \dfrac{t+1}{10t+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{m-10}{(10t+m)^2} < 0, \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow m < 10$.

Lại có $10t+m\neq 0\Leftrightarrow \dfrac{-m}{10}\neq t\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{-m}{10}\le 0\\ \dfrac{-m}{10}\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.$

Khi đó ta có: $\left\{\begin{array}{l}m<10\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow 0\le m<10\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{1;...;9\}$.

Câu 53: **[2D1-1.7-3] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y=\left|3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?**

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=3x^4-mx^3+6x^2+m-3$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right)=+\infty>0$.

Nên $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}f(x)\ge 0\\ f'(x)\ge 0\end{array}\right.,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}f(0)\ge 0\\ f'(x)\ge 0\end{array}\right.,\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m-3\ge 0\\ 12x^3-3mx^2+12x\ge 0\end{array}\right.,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le 4x+\dfrac{4}{x}\end{array}\right.,\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le \min\limits_{x\in(0;+\infty)}\left(4x+\dfrac{4}{x}\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le 8\end{array}\right.\Leftrightarrow 3\le m\le 8$.

Vậy $3\le m\le 8$.

Câu 54: **[2D1-1.7-3] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Hàm số $y=x^2-mx+\sqrt{x-m+2}$ đồng biến trên tập xác định khi và chỉ khi

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $m\in[1;+\infty)$. **D.** $m\in\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-m+2\ge 0\Leftrightarrow x\ge m-2$. Tập xác định $D=[m-2;+\infty)$.

Ta có: $y'=2x-m+\dfrac{1}{2\sqrt{x-m+2}}$.

Để hàm số đồng biến trên tập xác định thì $y'\ge 0,\ \forall x\ge m-2$ hay $\min\limits_D y'\ge 0,\ \forall x\ge m-2\ (*)$.

Ta có: $y'=2x-2m+4+\dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{2x-2m+4}}+m-4$

$$= 2x-2m+4+\frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{2x-2m+4}}+\frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{2x-2m+4}}+m-4$$

$$\geq 3\sqrt[3]{(2x-2m+4).\frac{1}{8(2x-2m+4)}}+m-4=\frac{3}{2}+m-4=m-\frac{5}{2}.$$

Khi đó từ $(*)$, ta suy ra $m-\frac{5}{2}\geq 0\Leftrightarrow m\geq\frac{5}{2}$.

Câu 55: **[2D1-1.7-3] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^{2023}.\left(x^2+(m+2)x-1-m\right)$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;\ 2023)$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ 0)$?

A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ 0)\Leftrightarrow f'(x)\leq 0,\forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow x^2+(m+2)x-1-m\geq 0,\forall x\in(-\infty;0)$ (vì $x^{2023}<0,\forall x\in(-\infty;0)$)

$\Leftrightarrow m\leq\frac{-x^2-2x+1}{x-1},\ \forall x\in(-\infty;0)$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{-x^2-2x+1}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;\ 0)$. Ta có

$$g'(x)=\frac{-x^2+2x+1}{(x-1)^2}.\quad g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{2}(n)\\x=1+\sqrt{2}(l)\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		0
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-4+2\sqrt{2}$	$\nearrow$	-1

Dựa vào bảng thiên thiên ta có $m\leq -4+2\sqrt{2}$.

Mà m nguyên và $m\in(-2023;\ 2023)$ nên có 2021 giá trị.

Câu 56: **[2D1-1.7-3] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$ là?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}\Rightarrow y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$. Theo yêu cầu bài toán thì:

$$\begin{cases} m^2-4<0 \\ \dfrac{m}{4}\notin\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -2<m<2 \\ \dfrac{m}{4}\geq\dfrac{1}{4} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -2<m<2 \\ m\geq 1 \end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m<2$$

Vậy: $m\in[1;2)$.

Câu 57: **[2D1-1.7-3] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m-1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$z^2-2(m-1)z+m^2=0\,(1)$ là phương trình bậc hai hệ số thực có $\Delta'=(m-1)^2-m^2=1-2m$.

Để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$, ta xét các trường hợp sau:

+ TH1: Nếu $\Delta'\geq 0\Rightarrow 1-2m\geq 0\Leftrightarrow m\leq\dfrac{1}{2}$ thì z_0 là nghiệm thực, $|z_0|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_0=5 \\ z_0=-5 \end{array}\right.$.

$z_0=5$ là nghiệm của phương trình (1) thì $5^2-2(m-1).5+m^2=0$

$\Leftrightarrow m^2-10m+35=0$ => Phương trình vô nghiệm nên không có giá trị nào của m thoả mãn.

$z_0=-5$ là nghiệm của phương trình (1) thì

$(-5)^2-2(m-1).(-5)+m^2=0$

$\Leftrightarrow m^2+10m+15=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-5+\sqrt{10} \\ m=-5-\sqrt{10} \end{array}\right.$ (thoả mãn).

+ TH2: Nếu z_0 không là nghiệm thực thì phương trình (1) sẽ có 2 nghiệm là z_0 và $\overline{z_0}$.

Khi đó, ta có $\Delta'=1-2m<0\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}$.

Theo hệ thức Viet, ta có $z_0.\overline{z_0}=m^2$.

Từ giả thiết, suy ra $|z_0|^2=m^2\Leftrightarrow m^2=5^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-5\,(L) \\ m=5\,(TM) \end{array}\right.$.

Do đó, có tất cả 3 giá trị của tham số $m\in\left\{-5-\sqrt{10};\,-5+\sqrt{10};5\right\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 58: **[2D1-1.7-3] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các

giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\dfrac{mx-3m+4}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2;+\infty)$ nên $-m\notin(2;+\infty)\Leftrightarrow -m\le 2\Leftrightarrow m\ge -2$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{mx-3m+4}{x+m}$.

Có $f'(x)=\dfrac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}$ và đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=m$.

Để hàm số $y=\left|\dfrac{mx-3m+4}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$, ta xét hai trường hợp sau:

+ TH1: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$ và $\min\limits_{(2;+\infty)} f(x)\ge 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)=\dfrac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}>0\\ f(2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+3m-4>0\\ \dfrac{-m+4}{m+2}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\vee m<-4\\ -2<m\le 4\end{cases}\Leftrightarrow 1<m\le 4.$$

Kết hợp điều kiện $m\ge -2$, suy ra $1<m\le 4$.

+ TH2: Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$ và $\max\limits_{(2;+\infty)} f(x)\le 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)=\dfrac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}<0\\ f(2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+3m-4<0\\ \dfrac{-m+4}{m+2}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4<m<1\\ \left[\begin{array}{l}m<-2\\ m\ge 4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow -4<m<-2.$$

Kết hợp điều kiện $m\ge -2$, suy ra không tồn tại m.

Do đó, với $1<m\le 4$ thì hàm số $y=\left|\dfrac{mx-3m+4}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Khi đó, tập các giá trị nguyên của m là $S=\{2;3;4\}$.

Vậy, tổng các phần tử trong S bằng 9.

Câu 59: **[2D1-1.7-3] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(2m+1)\dfrac{x^2}{2}+(m^2+m-2)x+m^3$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y' = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2$.

Để hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ thì $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 \le 0$ với mọi $x \in (1;2)$.

Vì $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+m-2) = 9 > 0$ nên $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} x = m+2 \\ x = m-1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		$m-1$		$m+2$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Để hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ thì $\begin{cases} m-1 \le 1 \\ m+2 \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 2$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2\}$.

Câu 60: **[2D1-1.7-3] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2023;2023]$ để hàm số $y = \left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên khoảng $(-5;5]$?

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x \ne m$

$$y' = \left(\left|\frac{x-10}{x-m}\right|\right)' = \frac{\dfrac{x-10}{x-m}\dfrac{10-m}{(x-m)^2}}{\left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|} \text{ s}$$

TH1: $m < 10$

x	$-\infty$		m		10		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	1	↗	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	0	↗	1

Để hàm số $y = \left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên khoảng $(-5;5]$ thì $m > 5$.

TH2: $m > 10$

x	$-\infty$		10		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	1	↘	0	↗	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	1

Để hàm số $y=\left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên khoảng $(-5;5]$ thì $m\in\varnothing$.

Vậy $10>m>5$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên có 4 giá trị.

Câu 61: **[2D1-1.7-3] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên nửa khoảng $(-5;5]$?

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x)=\dfrac{x-10}{x-m}$.

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-m+10}{(x-m)^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Hàm số $y=\left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên nửa khoảng $(-5;5]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f'(x)>0\ \forall x\in(-5;5]\\ f(-5)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f'(x)<0\ \forall x\in(-5;5]\\ f(-5)\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-m+10>0\\ -\dfrac{15}{-5-m}\ge 0\\ m\notin(-5;5]\end{cases}\\ \begin{cases}-m+10<0\\ -\dfrac{15}{-5-m}\le 0\\ m\notin(-5;5]\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m<10\\ m>-5\\ m\notin(-5;5]\end{cases}\\ \begin{cases}m>10\\ m<-5\\ m\notin(-5;5]\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 5<m<10.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m cần tìm.

Câu 62: **[2D1-1.7-3] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x+1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100;100]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

A. 195. **B.** 197. **C.** 97. **D.** 196.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2-2(m+1)x+m^2+2m$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+2\end{array}\right.$$

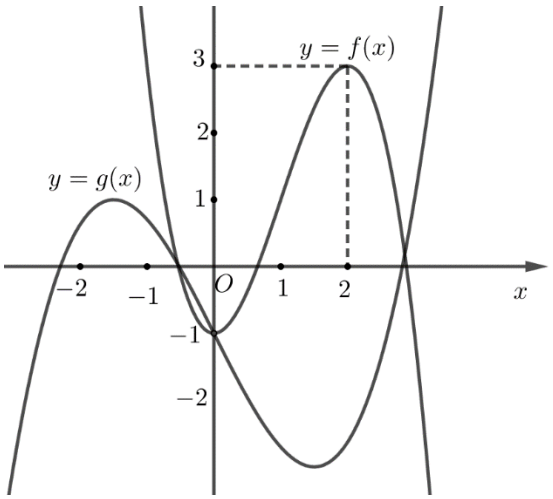
x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
y		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 5 \\ m+2 \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$

Vậy có tất cả 196 giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100;100]$ thoả mãn.

Câu 63: **[2D1-1.7-3] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là (C) và hàm số $y=g(x)=-f(mx+1), m>0$ (như hình vẽ). Với giá trị nào của m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảng có độ dài bằng 3?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.



Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

$g(x)=-f(mx+1) \Rightarrow g'(x)=-m.f'(mx+1)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow m.f'(mx+1)=0 \ (m>0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} mx+1=0 \\ mx+1=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-1}{m} \\ x=\frac{1}{m} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{m}$		$\frac{1}{m}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{m};\frac{1}{m}\right)$.

Để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảng có độ dài bằng 3 thì $\frac{1}{m}-\frac{-1}{m}=3\Leftrightarrow\frac{2}{m}=3\Leftrightarrow m=\frac{2}{3}$.

Câu 1: **[2D1-1.7-4] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|3x^4-4(a+2)x^3+12ax^2-30a\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=3x^4-4(a+2)x^3+12ax^2-30a$

$\Rightarrow h'(x)=12x^3-12(a+2)x^2+24ax$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}h'(x)\le 0,\forall\in(-\infty;-2)\\ h(-2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-ax+2a\ge 0\\ 112+50a\ge 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)\ge a(x-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge x,\forall x\in(-\infty;-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$\Leftrightarrow a\ge -2.$

Trường hợp 2:

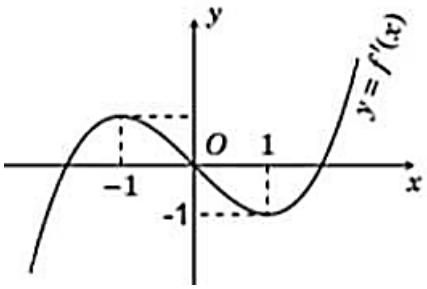
$$\begin{cases}h'(x)\ge 0,\forall\in(-\infty;-2)\\ h(-2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-ax+2a\le 0\\ 112+50a\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)\le a(x-2)\\ a\le -2,24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le x,\forall x\in(-\infty;-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\in\varnothing\\ a\ge -2,24\end{cases}\Leftrightarrow a\in\varnothing.$$

Vậy $a\in[-2;10]$ nên có 13 giá trị nguyên a thỏa bài toán.

Câu 2: **[2D1-1.7-4] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0)=3$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=\left|2f(x)+x^2-2mx+2m\right|$ đồng biến trên $(0;1)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=2f(x)+x^2-2mx+2m \Rightarrow h'(x)=2f'(x)+2x-2m.$

Chọn hàm $f''(x)=3a(x^2-1) \Rightarrow f'(x)=a(x^3-3x)+d$.

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(1)=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0 \\ a=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\frac{x^3-3x}{2}.$$

Xét hàm $p(x)=f'(x)+x=\frac{x^3-x}{2}, x\in(0;1)$.

$$p'(x)=\frac{3x^2-1}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1/\sqrt{3}\ (t/m) \\ x=-1/\sqrt{3}\ (l) \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		1
p'		$-$	0	$+$	
p	0	$\searrow$	$-\frac{\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	0

Như vậy: $-\frac{\sqrt{3}}{9} \le p(x)<0, \forall x\in(0;1)$.

Hàm số $g(x)=\left|2f(x)+x^2-2mx+2m\right|$ đồng biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} h(0)=6+2m\ge 0 \\ h'(x)\ge 0, \forall x\in(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -3 \\ m\le f'(x)+x, \forall x\in(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -3 \\ m\le -\dfrac{\sqrt{3}}{9} \end{cases}.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1\}$.

TH2: $\begin{cases} h(0)=6+2m\le 0 \\ h'(x)\le 0, \forall x\in(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -3 \\ m\ge f'(x)+x, \forall x\in(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -3 \\ m\ge 0 \end{cases}$ (loại).

Vậy $m\in\{-3;-2;-1\}$.

Câu 3: **[2D1-1.7-4] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $f(x)=3x^4+4(1-2m^2)x^3+6(m-2m^2)x^2+12mx-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow 12x^3+12(1-2m^2)x^2+12(m-2m^2)x+12m\le 0,\forall x\in(0;1)$.

$\Leftrightarrow x^2(x+1)-2m^2x.(x+1)+m(x+1)\le 0,\forall x\in(0;1)$.

$\Leftrightarrow (x+1)(x^2-2m^2x+m)\le 0,\forall x\in(0;1)$.

Vì $x\in(0;1)\Rightarrow x+1>0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \underbrace{x^2-2m^2x+m}_{g(x)}\le 0,\forall x\in(0;1)$. (*)

Xét $\Delta_{g(x)}'=m^4-m$.

TH1: $\Delta_{g(x)}'<0$, do $a=1>0\Rightarrow g(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ (không thỏa mãn).

TH2: $\Delta_{g(x)}'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=0\end{array}\right.$ (không thỏa mãn).

TH3: $\Delta_{g(x)}'>0\Leftrightarrow m^4-m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\m<0\end{array}\right.$.

Khi đó $g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 (giả sử $x_1<x_2$).

Ta có bảng xét dấu của $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		0		1		x_2		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	

Theo yêu cầu bài toán ta có $\begin{cases}g(0)\le 0\\g(1)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\1-2m^2+m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le -\frac{1}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\le -\frac{1}{2}$

Do $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m\in[-20;20]\end{cases}$ nên ta nhận $m\in\{-20;-19;...;-1\}$. Vậy có tất cả 20 giá trị thỏa mãn.

Câu 4: **[2D1-1.7-4] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x)=f'(x^3+2)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$?

A. 2017. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

$$g(x)=0\Leftrightarrow f'(x^3+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=2\\x=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f'(-6)=0\\f'(2)=0\\f'(10)=0\\f'(29)=0\end{array}\right.,\text{ suy ra }f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-6\\x=2\\x=10\\x=29\end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x)=f(x-m)\Rightarrow h'(x)=f'(x-m)$

Ta có $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-m=-6\\x-m=2\\x-m=10\\x-m=29\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-6\\x=m+2\\x=m+10\\x=m+29\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu theo khoảng như sau

(với $h'(m)=f'(0)=g\left(-\sqrt[3]{2}\right)<0$)

x	$-\infty$	m-6		m+2		m+10		m+29	$+\infty$
$h'(x)=f(x-m)$	+	0	–	0	+	0	–	0	+

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ thì $m-6\geq 0\Leftrightarrow m\geq 6$

Suy ra $m\in\{6;7;8;....;2023\}$, vậy có 2018 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 5: **[2D1-1.7-4] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $f(x)=\frac{1}{7}x^7+\frac{6}{5}x^5-\frac{m^3}{4}x^4+(5-m^2)x^3-3mx^2+10x+2020$ đồng biến trên $(0;1)$?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=x^6+6x^4-m^3x^3+3(5-m^2)x^2-6mx+10$.

$f'(x)\geq 0\Leftrightarrow x^6+6x^4-m^3x^3+3(5-m^2)x^2-6mx+10\geq 0$

$\Leftrightarrow x^6+6x^4+15x^2+10\geq m^3x^3+3m^2x^2+6mx\Leftrightarrow(x^2+2)^3+3(x^2+2)\geq(mx+1)^3+3(mx+1)$

Đặt $g(t)=t^3+3t\Rightarrow g'(t)=3t^2+3>0\,\forall t$.

Do $g(x^2+2)\geq g(mx+1)$ và $y=g(t)$ đồng biến nên ta được

$x^2+2\geq mx+1,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow m\leq x+\frac{1}{x},\forall x\in(0;1)\Rightarrow m\leq\min\limits_{[0;1]}h(x)$, với $h(x)=x+\frac{1}{x}$.

$h'(x)=\frac{1-x^2}{x^2}<0,\forall x\in(0;1)\Rightarrow\min\limits_{[0;1]}h(x)=h(1)=2\Rightarrow m\leq 2$.

Do m nguyên và thuộc khoảng $(-20;20)$ nên $m\in\{-19;-18;\ldots;1;2\}$.

Do đó có 22 giá trị của m.

Câu 6: **[2D1-1.7-4] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3(a+1)x^2-3a(a+2)x+a^2(a+3)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2. **B.** 21. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x)=-x^3+3(a+1)x^2-3a(a+2)x+a^2(a+3)=(x-a)^2(a+3-x)$

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=a+3\end{array}\right.$

$f'(x)=-3x^2+6(a+1)x-3a(a+2)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=a+2\end{array}\right.$

Khi đó $y=|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}\Rightarrow y'=\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		a		$a+2$		$a+3$		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

YCBT $\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(0;1)\subset(a;a+2)\\(0;1)\subset(a+3;+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a+2\geq 1\\a\leq 0\end{cases}\\a+3\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\leq a\leq 0\\a\leq -3\end{array}\right.$.

Mà a nguyên, $a\in[-10;10]$ nên $a\in\{-10;-9;...;-3;-1;0\}$.

Vậy có 10 số nguyên a.

Câu 7: **[2D1-1.7-4] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|mx^3-mx^2+16x-32\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $-1\leq m\leq 2$. **B.** $-2\leq m\leq 0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=mx^3-mx^2+16x-32$

$y=|f(x)|=\begin{cases}f(x)\text{ với }f(x)\geq 0\\-f(x)\text{ với }f(x)<0\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}f'(x)\text{ với }f(x)>0\\-f'(x)\text{ với }f(x)<0\end{cases}$

Trường hợp 1. $\begin{cases} f'(x) \le 0 \quad \forall x \in (1;2) \\ f(2) \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3mx^2 - 2mx + 16 \le 0 \in \forall x \in (1;2) \\ 8m - 4m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(3x^2 - 2x) \le -16 \ \forall x \in (1;2) \\ m \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{-16}{3x^2 - 2x} \\ m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -16 \\ m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$

Trường hợp 2. $\begin{cases} f'(x) \ge 0 \quad \forall x \in (1;2) \\ f(2) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3mx^2 - 2mx + 16 \ge 0 \in \forall x \in (1;2) \\ 8m - 4m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{-16}{3x^2 - 2x} \ \forall x \in (1;2) \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -2 \\ m \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 \le m \le 0.$

Vậy với $-2 \le m \le 0$ hàm số $y = \left| mx^3 - mx^2 + 16x - 32 \right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 8: **[2D1-1.7-4] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-23;23)$ để hàm số $y = \left| x^4 - 2x^2 + (a+1)x + a^2 - 4 \right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 32. **B.** 24. **C.** 23. **D.** 22.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = x^4 - 2x^2 + (a+1)x + a^2 - 4$

$f'(x) = 4x^3 - 4x + a + 1$

Để $y = \left| f(x) \right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

Trường hợp 1. $\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x + a + 1 \ge 0, \forall x \in (0;1) \\ a^2 - 4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \max\limits_{(0;1)} (-4x^3 + 4x - 1) \\ \left[\begin{array}{l} a \le -2 \\ a \ge 2 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \dfrac{-9 + 8\sqrt{3}}{9} \approx 0.53 \\ \left[\begin{array}{l} a \le -2 \\ a \ge 2 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 2$

Trường hợp 2. $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x + a + 1 \le 0, \forall x \in (0;1) \\ a^2 - 4 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \le \min\limits_{(0;1)} (-4x^3 + 4x - 1) \\ -2 \le a \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \le -1 \\ -2 \le a \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le a \le -1$

Vậy có 23 giá trị thoả mãn.

Câu 9: **[2D1-1.7-4] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\left|x^5+2x^4-mx^2+3x-20\right|$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^5+2x^4-mx^2+3x-20$

$f'(x)=5x^4+8x^3-2mx+3$

Ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ khi và chỉ khi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và hàm số không dương trên miền $(-\infty;-2)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)\ge 0 \ \ \forall x\in(-\infty;-2)\\ f(-2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x^4+8x^3-2mx+3\ge 0 \ \ \forall x\in(-\infty;-2)\\ -4m-26\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}\le 2m \ \ \forall x\in(-\infty;-2)\\ m\ge-\dfrac{13}{2}\end{cases}$$

Xét hàm số $g(x)=5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}$ trên $(-\infty;-2)$

$g'(x)=15x^2+16x-\dfrac{3}{x^2}=(2x+4)^2+11x^2-16-\dfrac{3}{x^2}$

Ta có $(2x+4)^2>0,\ \ 11x^2>44,\ \ \dfrac{3}{x^2}<\dfrac{3}{4}\ \ \forall x\in(-\infty;-2)$

Suy ra $g'(x)>0+44-16-\dfrac{3}{4}>0\ \ \forall x\in(-\infty;-2)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(-\infty;-2)$

x	$-\infty$		-2
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$		↗	$-\dfrac{19}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $5x^3+8x^2+\dfrac{3}{x}\le 2m\ \ \forall x\in(-\infty;-2)\Leftrightarrow-\dfrac{19}{2}\le 2m\Leftrightarrow m\ge-\dfrac{19}{4}$.

Kết hợp với $m\ge-\dfrac{13}{2}$ ta có $m\ge-\dfrac{19}{4}$. Do đó $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$

Suy ra có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn đề bài.

Câu 10: **[2D1-1.7-4] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Tính tổng S tất cả các giá trị nguyên của tham

số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $S=55$. **B.** $S=54$. **C.** $S=3$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{mx+3}{x+m+2}$ với $x\neq -m-2$, có $y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}$.

Hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau :

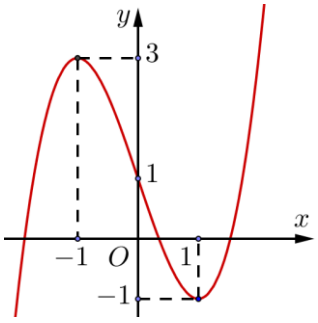
Trường hợp 1: $\begin{cases} y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}>0 \\ y(1)\geq 0 \\ -m-2\notin(1;+\infty) \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3>0 \\ \dfrac{m+3}{m+3}\geq 0 \\ -m-2\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ m\geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m>1.$

Trường hợp 2: $\begin{cases} y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}<0 \\ y(1)\leq 0 \\ -m-2\notin(1;+\infty) \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3<0 \\ \dfrac{m+3}{m+3}\leq 0 \\ -m-2\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing.$

Từ kết quả trên ta có $m\in(1;+\infty)$, mà $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;10] \end{cases}$ suy ra $m\in\{2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy $S=54$.

Câu 11: **[2D1-1.7-4] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(f(x)\right)-2f(x)+m\right|$ đồng biến trên $(0;1)$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f\left(f(x)\right)-2f(x)+m \Rightarrow h'(x)=f'(x)\left[f'\left(f(x)\right)-2\right]$

Ta thấy $f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1)$

$\forall x\in(0;1)\Rightarrow f(x)\in(-1;1)\Rightarrow f'(f(x))-2\le 0,\forall x\in(0;1)$

$\Rightarrow h'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1)$

Để hàm số đồng biến trên $(0;1)\Rightarrow h(0)\ge 0\Leftrightarrow f(f(0))-2f(0)+m\ge 0$

$\Leftrightarrow f(1)-2+m\ge 0\Leftrightarrow m\ge 3$. Khi đó có 8 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số trên $(0;1)$.

Câu 12: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in[-30;30]$ để hàm số $y=\left|x^4-x^2+(a-3)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 26. **B.** 34. **C.** 27. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Xét $f(x)=x^4-x^2+(a-3)x+9-a^2$

$f'(x)=4x^3-2x+a-3$

Để $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

TH1: $\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\in(1;2)\\ f(2)\le 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4x^3-x^2+a-3\ge 0,\forall x\in(1;2)\\ -a^2+2a+15\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge \max\limits_{(1;2)}\left(-4x^3+x^2+3\right)\\ -a^2+2a+15\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}a\le -3\\ a\ge 5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow a\ge 5$$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a\in\{5;6;...;29;30\}\rightarrow$ 26 giá trị

TH2: $\begin{cases} f'(x)\le 0,\forall x\in(1;2)\\ f(2)\ge 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4x^3-x^2+a-3\le 0,\forall x\in(1;2)\\ -a^2+2a+15\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le \min\limits_{(1;2)}\left(-4x^3+x^2+3\right)\\ -a^2+2a+15\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le -25\\ -3\le a\le 5\end{cases}\Leftrightarrow a\in\varnothing$$

Vậy có 28 giá trị thoả mãn.

Câu 13: **[2D1-1.7-4] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=\left|x^3+3x^2-\left(m^2-3m+2\right)x+9-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x)=x^3+3x^2-\left(m^2-3m+2\right)x+9-m^2$

$f'(x)=3x^2+6x-(m^2-3m+2)$

Để $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

• **Trường 1:** $\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1) \\ f(0)\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+6x-(m^2-3m+2)\ge 0,\forall x\in(0;1) \\ 9-m^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2\le \underset{(0;1)}{Min}(3x^2+6x) \\ 9-m^2\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2\le 0 \\ -3\le m\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le m\le 2 \\ -3\le m\le 3 \end{cases} \Rightarrow m\in[1;2]$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2\}$ có 2 giá trị.

• **Trường hợp 2:** $\begin{cases} f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1) \\ f(0)\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+6x-(m^2-3m+2)\le 0,\forall x\in(0;1) \\ 9-m^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2\ge \underset{(0;1)}{Max}(3x^2+6x) \\ 9-m^2\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2\ge 9 \\ m\le -3\vee m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{3-\sqrt{37}}{2}\vee m\ge \dfrac{3+\sqrt{37}}{2} \\ m\le -3\vee m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -3 \\ m\ge \dfrac{3+\sqrt{37}}{2} \end{cases}$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;5;6;7;8;9\}$: có 12 giá trị.

Vậy có 14 giá trị thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu 14: **[2D1-1.7-4] (Đề phát triển số 9)** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|x\sqrt{x-1}+(2m-3)\sqrt{x-1}+16-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=\left|x\sqrt{x-1}+(2m-3)\sqrt{x-1}+16-m^2\right|=\left|(x-1)\sqrt{x-1}+2(m-1)\sqrt{x-1}+16-m^2\right|$

Đặt $\sqrt{x-1}=t$. Với $x\in(1;+\infty)$ thì $t\in(0;+\infty)$.

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành: Tìm số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|t^3+2(m-1)t+16-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $t\in(0;+\infty)$.

Xét $f(t)=t^3+2(m-1)t+16-m^2$.

Ta có $f'(t)=3t^2+2m-2$. $f'(t)=0\Leftrightarrow t^2=\dfrac{2-2m}{3}$.

+) Trường hợp 1: Nếu $2-2m>0\Leftrightarrow m<1$ thì phương trình $f'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt

$t_1<0<t_2$. Khi đó luôn tồn tại $a;b\subset 0;+\infty$ sao cho hàm số $y=\left|f\ x\right|$ nghịch biến trên $a;b$. Suy ra $m<1$ không thỏa mãn.

+) Trường hợp 2: Nếu $2-2m\le 0\Leftrightarrow m\ge 1$ thì $f'\ t\ \ge 0,\forall t\in\mathbb{R}$. Do đó, $y=\left|f\ t\right|$ đồng biến trên $0;+\infty$ khi $\begin{cases}m\ge 1\\ f\ \ 0\ \ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\ 16-m^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le 4.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in 1,2,3,4$.

Câu 15: [2D1-1.7-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-10;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x)=x^3+(a+2)x+9-a^2$

$f'(x)=3x^2+a+2$

Để $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

TH1: $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1)\\ f(0)\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+a+2\ge 0,\forall x\in(0;1)\\ 9-a^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge \underset{(0;1)}{Max}\left(-3x^2-2\right)\\ 9-a^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ -3\le a\le 3\end{cases}\Rightarrow a\in[-2;3]$

$a=\{-2;-1;0;1;2;3;\}\rightarrow$ 6 giá trị

TH2: $\begin{cases}f'(x)\le,\forall x\in(0;1)\\ f(0)\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+a+2\le 0,\forall x\in(0;1)\\ 9-a^2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le \underset{(0;1)}{Min}\left(-3x^2-2\right)\\ 9-a^2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le -5\\ \left[\begin{array}{l}a\ge 3\\ a\le -3\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow a\le -5$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a=\{-9;-8;-7;-6;-5\}\rightarrow$ 5 giá trị

Vậy có 11 giá trị thoả mãn.

Câu 16: ---------- **HẾT** ---------- [2D1-1.7-4] **(Phát triển đề minh họa 2023)** Số tất cả các giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của m để hàm số $g(x)=\left|x^3-3x^2+3(m-2)x+m^2-39\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ là

A. 2013. **B.** 2016. **C.** 2015. **D.** 2 012.

Lời giải

Xét hàm số: $f(x)=x^3-3x^2+3(m-2)x+m^2-39$

$f'(x)=3\left(x^2-2x+m-2\right)$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ khi và chỉ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau:

◎ TH1: $\begin{cases} f(x) \text{ nghịch biến trên } (-1;2) \\ f(2)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)\le 0, \forall x\in(-1;2) \\ m^2+6m-55\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\le h(x)=-x^2+2x+2, \forall x\in(-1;2) \\ m^2+6m-55\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -1 \\ m\in(-\infty;-11]\cup[5;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;-11]$.

Kết hợp điều kiện m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ ta được $m\in\{-2023;-2022;...;-11\}$, tức là có 2013 giá trị nguyên của m.

◎ TH2: $\begin{cases} f(x) \text{ đồng biến trên } (-1;2) \\ f(2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)\ge 0, \forall x\in(-1;2) \\ m^2+6m-55\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge h(x)=-x^2+2x+2, \forall x\in(-1;2) \\ m^2+6m-55\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \max\limits_{(-1;2)} h(x)=h(1)=3 \\ m\in[-11;5] \end{cases} \Leftrightarrow m\in[3;5]$.

Kết hợp điều kiện m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ ta được $m\in\{3;4;5\}$, tức là có 3 giá trị nguyên của m.

Vậy số tất cả các số nguyên của m thuộc $[-2023;2023]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ là 2016.

Câu 17: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+mx+10\right|$ đồng biến trên $(-1;1)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+mx+10\right|$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2-6x+m$.

Hàm số $f(x)=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ thì bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-1;1)$ phải có dạng như sau:

x	-1	1
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$f(-1)\ge 0$	$\nearrow$

x	-1	1
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$f(-1)\le 0$	$\searrow$

TH 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và không âm trên $(-1;1)$ tức là

$$\begin{cases} f(-1)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0 \end{cases}, \forall x\in(-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 6 \\ m\ge 6x-3x^2=g(x) \end{cases}, \forall x\in(-1;1)$$

Xét hàm $g(x)=6x-3x^2$ trên khoảng $(-1;1)$ ta có $g'(x)=6-6x, g'(x)>0\ \forall x\in(-1;1)$.

Bảng biến thiên

x	-1	1
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	-9	$\nearrow\ 3$

Do đó giá trị m thỏa mãn trường hợp này là $\begin{cases} m\le 6 \\ m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le m\le 6$

TH 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ và không dương trên $(-1;1)$ tức là

$$\begin{cases} f(-1)\le 0 \\ f'(x)\le 0 \end{cases}, \forall x(-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6-m\le 0 \\ m\le 6x-3x^2 \end{cases}, \forall x\in(-1;1).$$

Sử dụng bảng biến thiên hàm $g(x)$ bên trên ta được: $\begin{cases} m\ge 6 \\ m\le -9 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên ta được kết quả $m\in\{3,4,5,6\}$.

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Gọi S là số giá trị nguyên của m thuộc

khoảng $(-20;20)$ để hàm số $f(x)=\left|2x^4-4(m+4)x^3+3m^2x^2+48\right|$ đồng biến trên $(0;2)$.Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S chia cho 4 dư 3. **B.** S chia hết cho 4.

C. S chia cho 4 dư 1. **D.** S chia cho 4 dư 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=\left|2x^4-4(m+4)x^3+3m^2x^2+48\right|$,vì $h(0)=48>0$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ hay $h'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow 8x^3-12(m+4)x^2+6m^2x\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow g(x)=4x^2-6(m+4)x+3m^2\ge 0,\forall x\in(0;2)$. Xảy ra 2 trường hợp sau:

TH1: $g(x)=4x^2-6(m+4)x+3m^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'\le 0\Leftrightarrow -3\left(-48-24m+m^2\right)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le 12-8\sqrt{3}\\ m\ge 12+8\sqrt{3}\end{array}\right.$.

TH2: $g(x)$ có hai nghiệm $x_1<x_2\le 0$ hoặc $g(x)$ có hai nghiệm $2\le x_1<x_2$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\Delta'>0\\ g(0)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}<0\end{array}\right.$ hoặc $\left\{\begin{array}{l}\Delta'>0\\ g(2)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}>2\end{array}\right.$.

Ta có

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta'>0\\ g(0)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-3\left(-48-24m+m^2\right)>0\\ m^2\ge 0\\ \dfrac{3m+4}{4}<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}12-8\sqrt{3}<m<12+8\sqrt{3}\\ m^2\ge 0\\ m<-\dfrac{4}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow 12-8\sqrt{3}<m<-\frac{4}{3}.$$

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta'>0\\ g(2)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-3\left(-48-24m+m^2\right)>0\\ 3m^2-12m-32\ge 0\\ \dfrac{3m+4}{4}>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}12-8\sqrt{3}<m<12+8\sqrt{3}\\ \left[\begin{array}{l} m\ge\dfrac{6+2\sqrt{33}}{3}\\ m\le\dfrac{6-2\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.\\ m>\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \dfrac{6+2\sqrt{33}}{3}\le m<12+8\sqrt{3}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc khoảng $(-20;20)$

$\Rightarrow m\in\{-19;-18;.....;-2\}\cup\{6;7;8;.....;19\}$.

Vậy $S=32$ là số chia hết cho 4.

Câu 19: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023) [MĐ4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=2x^3-mx+1$.

Trường hợp 1: $f(x)=0$ có nghiệm $x_0\in(1;+\infty)$ thì hàm số $y=\left|f(x)\right|$ không thể đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Trường hợp 2: $f(x)=0$ không có nghiệm $x_0\in(1;+\infty)$. Ta có: $f'(x)=6x^2-m$.

Khi đó $y=\left|2x^3-mx+1\right|=\left|f(x)\right|=\sqrt{f^2(x)}$ nên $y'=\dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$ với

$\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x).f(x)\ge 0\\ f(x)\ne 0\end{cases}$, $\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ f'(x)\ge 0\end{cases}$, $\forall x\in(1;+\infty)$ (vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$)

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x^3-mx+1>0\\ 6x^2-m\ge 0\end{cases}$, $\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\ge 0\\ f'(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-m+1\ge 0\\ 6-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le 3\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$.

Câu 20: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3(m+1)x^2-3m(m+2)x+m^2(m+3)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 21. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

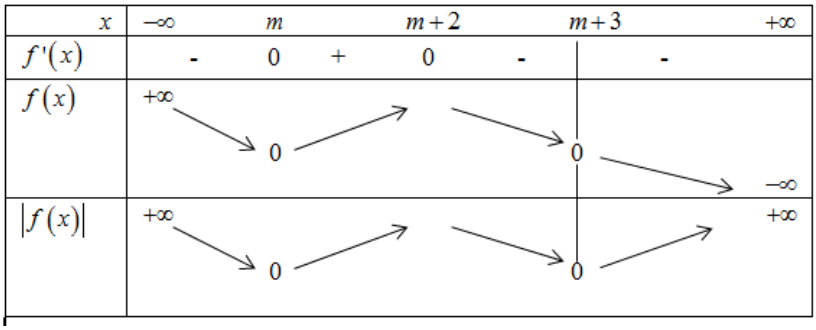
Chọn B

Xét hàm số $f(x)=-x^3+3(m+1)x^2-3m(m+2)x+m^2(m+3)$ trên khoảng $(0;1)$.

$f'(x)=-3x^2+6(m+1)x-3m(m+2)=-3\left[x^2-2(m+1)x+m(m+2)\right]$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+2\end{array}\right.$ $(m<m+2)$.

Nhận xét: $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+3\end{array}\right.$



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$ khi

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(0;1\right)\subset\left(m;\ m+2\right)\\\left(0;1\right)\subset\left(m+3;\ +\infty\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le0<1\le m+2\\m+3\le0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le m\le0\\m\le-3\end{array}\right.$.

Mà m nguyên thuộc khoảng $\left[-10;10\right]$ nên có 10 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 21: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $\left[-10;10\right]$ để hàm số $y=\left|x^3+mx^2-2mx+m-3\right|$ nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^3+mx^2-2mx+m-3$

Trường hợp 1: $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0\in\left(-\infty;1\right)$ thì hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ không thể nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

Trường hợp 2: $f\left(x\right)=0$ không có nghiệm $x_0\in\left(-\infty;1\right)$. Ta có: $f'\left(x\right)=3x^2+2mx-2m$

Khi đó $y=\left|x^3+mx^2-2mx+m-3\right|=\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{f^2\left(x\right)}$ nên $y'=\dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$. khi và chỉ khi $y'\le0$ với $\forall x\in\left(-\infty;1\right)$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f'(x).f(x)\le0\\f\left(x\right)\ne0\end{array}\right.,\forall x\in\left(1;+\infty\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f(x)<0\\f'(x)\ge0\end{array}\right.,\forall x\in\left(-\infty;1\right)$ (vì $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$)

$\Leftrightarrow f'\left(x\right)\ge0;\forall x\in\left(-\infty;1\right)$ (vì $f\left(1\right)=-2<0$)

$\Leftrightarrow2m\left(x-1\right)\ge-3x^2;\forall x\in\left(-\infty;1\right)$

$\Leftrightarrow m\le\dfrac{-3x^2}{2\left(x-1\right)};\forall x\in\left(-\infty;1\right)\Leftrightarrow m\le\min\limits_{(-\infty;1)}\left[\dfrac{-3x^2}{2\left(x-1\right)}\right]$.

Lại có $\dfrac{-x^2}{x-1}=-x-1+\dfrac{1}{1-x}=1-x+\dfrac{1}{1-x}-2$

Do $1-x>0$, áp dụng bđt Côsi: $1-x+\dfrac{1}{1-x}-2\ge 2.\sqrt{(1-x).\dfrac{1}{1-x}}-2=0$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.

Suy ra $m\in(-\infty;0]$, do $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;10] \end{cases}$ nên $m\in\{-10;-9;...;0\}$.

Vậy có tất cả 11 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Tính tổng S tất cả các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $S=55$. **B.** $S=54$. **C.** $S=3$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{mx+3}{x+m+2}$ với $x\ne -m-2$, có $y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}$.

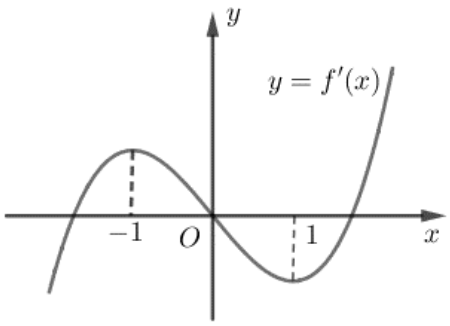
Hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau :

Trường hợp 1: $\begin{cases} y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}>0 \\ y(1)\ge 0 \\ -m-2\notin(1;+\infty) \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3>0 \\ \dfrac{m+3}{m+3}\ge 0 \\ -m-2\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ m\ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow m>1.$

Trường hợp 2: $\begin{cases} y'=\dfrac{m^2+2m-3}{(x+m+2)^2}<0 \\ y(1)\le 0 \\ -m-2\notin(1;+\infty) \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3<0 \\ \dfrac{m+3}{m+3}\le 0 \\ -m-2\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing.$

Từ kết quả trên ta có $m\in(1;+\infty)$, mà $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;10] \end{cases}$ suy ra $m\in\{2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy $S=54$. **[2D1-1.7-4] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-m\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?



A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Đặt $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-m\right| \Rightarrow g(x)=\sqrt{\left[4f(\sin x)+\cos 2x-m\right]^2}$.

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{\left[4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x\right]\left[4f(\sin x)+\cos 2x-m\right]}{\sqrt{\left[4f(\sin x)+\cos 2x-m\right]^2}}$.

Ta có $4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x=4\cos x\left[f'(\sin x)-\sin x\right]$.

Với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x>0,\sin x\in(0;1)\Rightarrow f'(\sin x)-\sin x<0$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $4f(\sin x)+\cos 2x-m>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 4f(\sin x)+1-2\sin^2 x>m,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Đặt $t=\sin x$ được $4f(t)+1-2t^2>m,\forall t\in(0;1)$ (*).

Xét $h(t)=4f(t)+1-2t^2\Rightarrow h'(t)=4f'(t)-4t=4\left[f'(t)-1\right]$.

Với $t\in(0;1)$ thì $h'(t)<0\Rightarrow h(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow m\le h(1)=4f(1)+1-2.1^2=3$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Hết!

Câu 24: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tổng tất cả các giá trị nguyên thuộc $[-5;5]$ của m để hàm số $g(x)=\left|\dfrac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-\dfrac{2}{3}\right|$ đồng biến trên $(1;5)$ là:

A. 1. **B.** −1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số: $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-\dfrac{2}{3}$

$f'(x)=x^2+2(m-1)x+2m-3;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3-2m\end{array}\right.$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;5)$ khi và chỉ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau:

◎ TH1: $\begin{cases}f(x)\text{ đồng biến trên }(1;5)\\f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3-2m\le 1\\3m-4-\dfrac{1}{3}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\3m\ge\dfrac{13}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{13}{9}$

Kết hợp điều kiện m nguyên và thuộc $[-5;5]$ ta được $m\in\{2;3;4;5\}$.

◎ TH2: $\begin{cases}f(x)\text{ nghịch biến trên }(1;5)\\f(1)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5\le 3-2m\\3m-4-\dfrac{1}{3}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\3m\le\dfrac{13}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$

Kết hợp điều kiện m nguyên và thuộc $[-5;5]$ ta được $m\in\{-1;-2;-3;-4;-5\}$

Vậy tổng tất cả các số nguyên của m để hàm số đồng biến trên $[-5;5]$ là: -1.

Câu 25: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}$, $x\in(1;2)$.

$\Rightarrow g'(x)=-x^2+(2m+3)x-(m^2+3m)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		m		$m+3$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘		↗		↘	$-\infty$

Hàm số $|g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $x\in(1;2)\Leftrightarrow\left[\begin{cases}g'(x)\ge 0\forall x\in(1;2)\\ g(x)\le 0\forall x\in(1;2)\end{cases}\right.$
$\left.\begin{cases}g'(x)\le 0\forall x\in(1;2)\\ g(x)\ge 0\forall x\in(1;2)\end{cases}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m\le 1<2\le m+3\\ g(2)\le 0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}-1\le m\le 1\\ -2m^2-2m+4\le 0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}-1\le m\le 1\\ m\in(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)\end{cases}\right.$
$\left.\begin{cases}m+3\le 1\\ g(2)\ge 0\end{cases}\right.\left.\begin{cases}m\le -2\\ -2m^2-2m+4\ge 0\end{cases}\right.\left.\begin{cases}m\le -2\\ m\in[-2;1]\end{cases}\right.\Rightarrow\left[\begin{cases}m=-2\\ m=1\end{cases}\right.$
$\left.\begin{cases}2\le m\\ g(2)\ge 0\end{cases}\right.\left.\begin{cases}m\ge 2\\ -2m^2-2m+4\ge 0\end{cases}\right.\left.\begin{cases}m\ge 2\\ m\in[-2;1]\end{cases}\right.$

Vậy $m\in\{-2;1\}$

Câu 26: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=\left|x^3-3x^2+3\left(m^2+5\right)x+\left(m^2-4\right)\cos 3x\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;\,2023)$ để hàm số đồng biến trên $(0;\pi)$.

A. 4044. **B.** 4042. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2+5\right)x+\left(m^2-4\right)\cos 3x$, $x\in(0;\pi)$.

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x+3\left(m^2+5\right)-3\left(m^2-4\right)\sin 3x$

$=3x^2-6x+3m^2+15-3m^2\sin 3x+12\sin 3x$

$=3(x-1)^2+3m^2(1-\sin 3x)+12(1+\sin 3x)\ge 0$, $\forall x\in(0;\pi)$.

$\Rightarrow$Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $(0;\pi)$.

Để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(0;\pi)$ thì $f(0)\ge 0\Leftrightarrow m^2-4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -2\\ m\ge 2\end{array}\right.$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-2023;2023)$.

nên $m\in\{-2022;-2021;\ldots;-2\}\cup\{2;\ldots;2022\}$.

Vậy có 4042 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 27: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-22;\,23)$ để hàm số hàm số $y=\left|\sin^3 x+(m+1)\sin x+23-m^2\right|$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 24. **B.** 23. **C.** 21. **D.** 22.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=\sin^3 x+(m+1)\sin x+23-m^2,\ x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. (*)

$\Rightarrow f'(x)=3\sin^2 x.\cos x+(m+1)\cos x$. Ta có $\cos x>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, dấu của $f'(x)$ chỉ phụ thuộc vào dấu của biểu thức $T=3\sin^2 x+m+1$. (**)

Đặt $t=\sin x, t\in(0;1)$. Ta có (*) $\Leftrightarrow h(t)=t^3+(m+1)t+23-m^2$ và (**) $\Leftrightarrow g(t)=3t^2+m+1$ với $t\in(0;1)$.

Để hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ ta xét 2 trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} g(t)\ge 0,\forall t\in(0;1) \\ h(0)\ge 0 \end{cases}$. (1)

$$(1)\Leftrightarrow \begin{cases} 3t^2+m+1\ge 0,\forall t\in(0;1) \\ 23-m^2\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \max\limits_{[0;1]}\left(-3t^2-1\right) \\ -\sqrt{23}\le m\le\sqrt{23} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -1 \\ -\sqrt{23}\le m\le\sqrt{23} \end{cases}\Leftrightarrow -1\le m\le\sqrt{23}$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-22;23)$ nên $m\in\{-1;0;1;2;3;4\}$. Suy ra có 6 giá trị m cần tìm trong TH1.

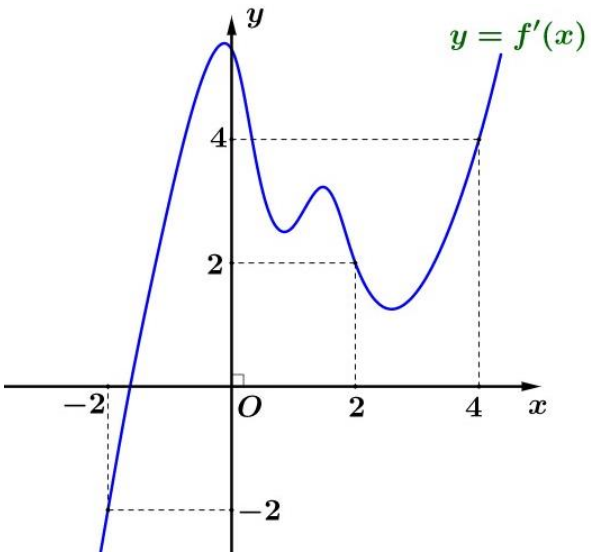
TH2: $\begin{cases} g(t)\le 0,\forall t\in(0;1) \\ h(0)\le 0 \end{cases}$. (2)

$$(2)\Leftrightarrow \begin{cases} 3t^2+m+1\le 0,\forall t\in(0;1) \\ 23-m^2\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\le \min\limits_{[0;1]}\left(-3t^2-1\right) \\ \left[\begin{array}{l} m\ge\sqrt{23} \\ m\le-\sqrt{23} \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\le -4 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge\sqrt{23} \\ m\le-\sqrt{23} \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow m\le-\sqrt{23}$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-22;23)$ nên $m\in\{-21;-20;\cdots;-4\}$. Suy ra có 18 giá trị m cần tìm trong TH2.

Vậy có 24 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 28: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f(2)=4$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|f(2x-4)-2x^2+8x-10\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

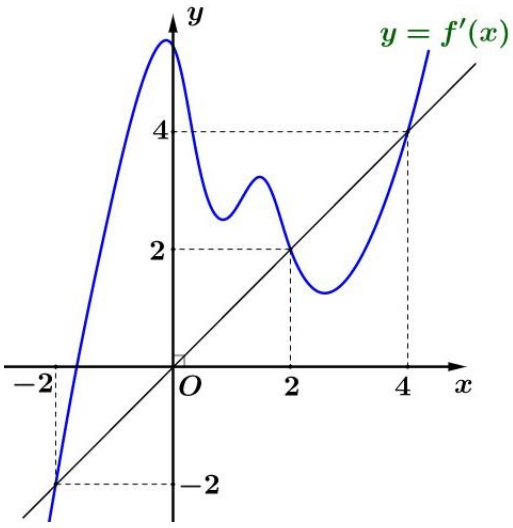
Chọn C

Xét hàm số $h(x)=f(2x-4)-2x^2+8x-10$

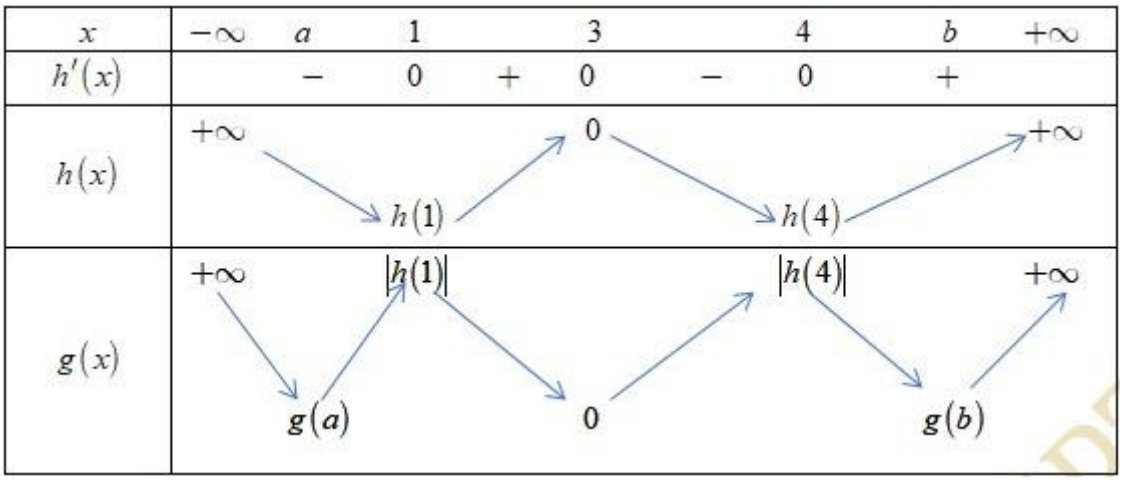
Ta có $h'(x)=2f'(2x-4)-4x+8=0=2\left(f'(2x-4)-(2x-4)\right)=0\ (3)$

Đặt $t=2x-4$

Khi đó $(3)\Leftrightarrow f'(t)=t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=2\\t=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=4\end{array}\right.$



Ta có bảng biến thiên của hàm số là



Dễ thấy $h'(2)=2f'(0)>0$

$h(3)=f(2)-18+24-10=0$

Từ đó ta có hàm số đồng biến trên $(3;4)$.

Câu 29: **[2D1-1.7-4] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y=\left|-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Đặt $g(x)=-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1$ và $g'(x)=-4x^3+3mx^2+4m^2x=-x\left(4x^2-3mx-4m^2\right)$.

Hàm số $y=f(x)=\left|-x^4+mx^3+2m^2x^2+m-1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} g(1)\ge 0 \\ g'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} g(1)\le 0 \\ g'(x)\le 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases}.$$

TH 1: $\begin{cases} g(1)\ge 0 \\ g'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-1\ge 0 \\ 4x^2-3mx-4m^2\le 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases}.$

Hệ vô nghiệm vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(4x^2-3mx-4m^2\right)=+\infty$.

TH 2: $\begin{cases} g(1)\le 0 \\ g'(x)\le 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-1\le 0 \\ 4x^2-3mx-4m^2\ge 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases}.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\le m\le \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ 4x^2-3mx-4m^2\ge 0,\forall x\in(1;+\infty) \end{cases}.$$

Ta có $4x^2-3mx-4m^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m \\ x=\dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m \end{array}\right.$.

+ Với $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \le m \le 0$ thì $4x^2-3mx-4m^2 \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{73}}{8} m \le 1 \Leftrightarrow m \ge \frac{8}{3-\sqrt{73}}$.

$\Rightarrow \frac{8}{3-\sqrt{73}} \le m \le 0, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0\}$.

+ Với $0 < m \le \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $4x^2-3mx-4m^2 \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \frac{3+\sqrt{73}}{8} m \le 1 \Leftrightarrow m \le \frac{8}{3+\sqrt{73}}$.

$\Rightarrow 0 < m \le \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \varnothing$.

Vậy: $S = \{-1;0\}$.

Câu 30: **[2D1-1.7-4] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left|x^3-3mx+2m^3\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3-3mx+2m^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2-3m$

+) Với $m=0$ thì $f'(x) = 3x^2 \ge 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, mặt khác $f(1) = 1 > 0$ nên suy ra $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Vậy chọn $m=0$.

+) Với $m<0$ thì $f'(x) = 3x^2-3m > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Do đó để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì điều kiện đủ là

$$f(1) = 2m^3-3m+1 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \le m \le \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ m \ge 1 \end{array}\right.$$

Kết hợp ta có: $\frac{-1-\sqrt{3}}{2} \le m < 0$. Do m là số nguyên nên chọn $m=-1$.

+) Với $m>0$ thì $f'(x) = 3x^2-3m = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{m} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(\sqrt{m};+\infty)$.

Do đó $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1;+\infty) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \sqrt{m} \le 1 \\ f(1) \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \le m \le \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \le m \le \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ m = 1 \end{array}\right.$$

Kết hợp ta có: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < m \le \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ m = 1 \end{array}\right.$. Vì m là số nguyên nên chọn $m=1$.

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên là $m=0;m=\pm 1$.

Câu 31: **[2D1-1.7-4] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 37. **B.** 32. **C.** 35. **D.** 3.

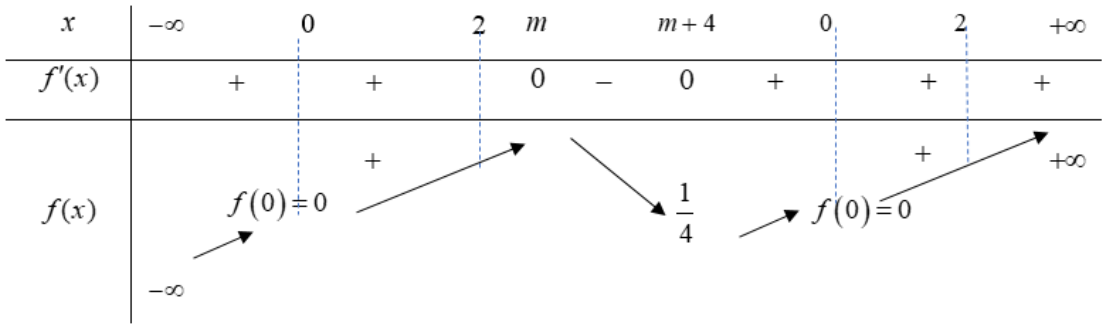
Lời giải

Xét hàm số $y=|f(x)|$ với $f(x)=x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x$.

Khi đó $f'(x)=3x^2-6(m+2)x+3m(m+4)=3(x-m)(x-m-4)$.

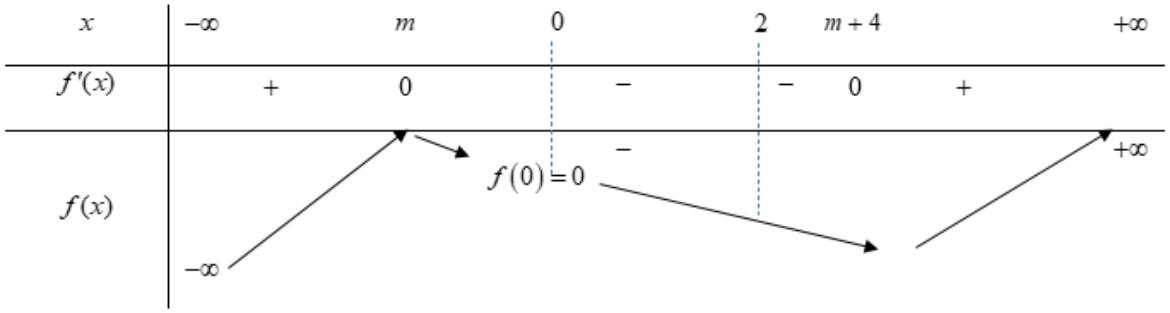
Do đó, hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(0)\ge 0\\ f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}f(0)\le 0\\ f'(x)\le 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\end{array}\right.$.

TH1: $\begin{cases}f(0)\ge 0\\ f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2\le m\\ m+4\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -4\end{array}\right.$.

TH2: $\begin{cases}f(0)\le 0\\ f'(x)\le 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên $\Rightarrow\begin{cases}m\le 0\\ 2\le m+4\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 0$.

Vậy có 37 giá trị của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng

biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 32: ----------Hết--------- **[2D1-1.7-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số thực m để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 4044. **B** 4045. **C** 4046. **D** 4047.

Lời giải

Chọn B

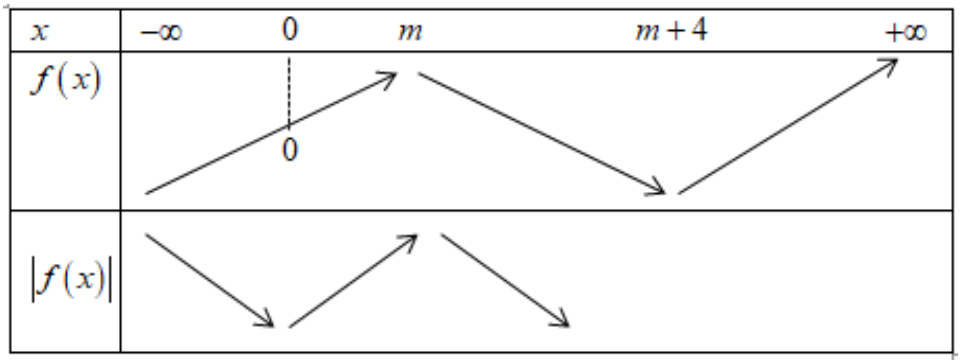
Xét hàm số $f(x)=x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x$ trên khoảng $(0;2)$.

$f'(x)=3x^2-6(m+2)x+3m(m+4)=3\left[x^2-2(m+2)x+m(m+4)\right]$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+4\end{array}\right.$.

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn đi qua điểm $O(0;0)$.

* Trường hợp 1: Nếu $m>0$

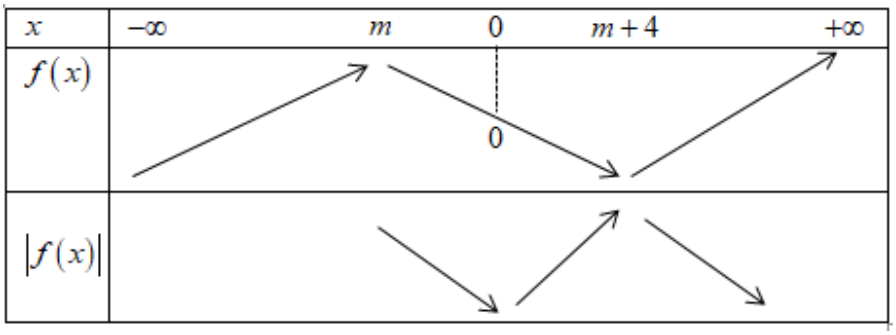


Từ bảng biến thiên, suy ra

hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)\Leftrightarrow(0;2)\subset(0;m)\Leftrightarrow m\geq 2$.

Kết hợp với $m>0$, ta có $m\geq 2$.

* Trường hợp 2: Nếu $m\leq 0<m+4\Leftrightarrow -4<m\leq 0$

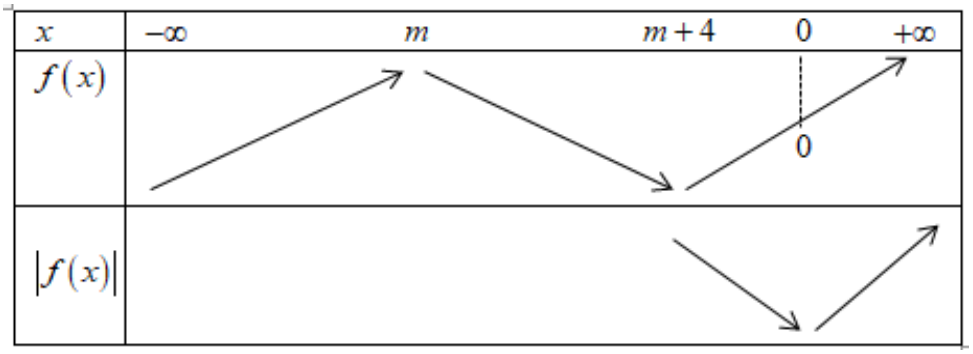


Từ bảng biến thiên, suy ra

hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)\Leftrightarrow(0;2)\subset(0;m+4)\Leftrightarrow m+4\geq 2\Leftrightarrow m\geq -2$.

Kết hợp với $-4<m\le 0$, ta có $-2\le m\le 0$.

* Trường hợp 3: Nếu $m+4\le 0\Leftrightarrow m\le -4$



Từ bảng biến thiên, suy ra

hàm số $y=|f(x)|$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ với mọi $m\le -4$.

Vậy $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ -2\le m\le 0 \\ m\le -4 \end{array}\right.$. Mà m nguyên thuộc khoảng $[-2023;2023]$ nên có 4045 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: **[2D1-1.7-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)(x-4),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m<2023$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{2-x}{1+x}-m\right)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 2022. **B** 2023. **C** 2024. **D.** 2025.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=-\dfrac{3}{(x+1)^2}f'\left(\dfrac{2-x}{1+x}-m\right)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow g'(x)\ge 0;\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow -\dfrac{3}{(x+1)^2}f'\left(\dfrac{2-x}{1+x}-m\right)\ge 0;\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow f'\left(\dfrac{2-x}{1+x}-m\right)\le 0;\forall x\in(2;+\infty)$.

Ta có: $f'(x)\le 0\Leftrightarrow (x+1)(x-1)(x-4)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ 1\le x\le 4 \end{array}\right.$.

Do đó: $f'\left(\frac{2-x}{1+x}-m\right)\le 0;\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{2-x}{1+x}-m\le -1;\forall x\in(2;+\infty) \quad (1)\\ 1\le\frac{2-x}{1+x}-m\le 4;\forall x\in(2;+\infty) \quad (2)\end{array}\right.$

Hàm số $h(x)=\frac{2-x}{1+x}-m;\ x\in(2;+\infty)$ có bảng biến thiên:

x	2		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$	
$h(x)$	‖ $-m$	$\searrow$	$-m-1$

Căn cứ bảng biến thiên suy ra:

Điều kiện $(1)\Leftrightarrow -m\le -1\Leftrightarrow m\ge 1$.

Điều kiện $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le 4\\ -m-1\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow -4\le m\le -2$.

Kết hợp điều kiện $\begin{cases}m<2023\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;1;2;3;...;2022\}$.

Vậy có 2025 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34: **[2D1-1.7-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-2)(x^2-8x+m^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[0;2023]$ để hàm số $g(x)=f(|1-x|)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

A. 2012. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2010.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)=f(|1-x|)=f(1-x),\forall x\in(-\infty;-1)$.

Suy ra $g'(x)=\left[f(1-x)\right]'=-f'(1-x)=-(1-x)^2(1-x-2)\left[(1-x)^2-8(1-x)+m^2\right]$

$=(x-1)^2(x+1)(x^2+6x+m^2-7)$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)\Leftrightarrow g'(x)\le 0,\forall x<-1$ (dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $(x-1)^2(x+1)<0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$ nên $g'(x)\le 0,\forall x<-1$

$\Leftrightarrow x^2+6x+m^2-7\ge 0,\forall x\in(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow (x+3)^2\ge 16-m^2,\forall x\in(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow 16-m^2\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m\le -4 \end{array}\right.$.

Do m nguyên, $m\in[0;2013]$ và $\left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m\le -4 \end{array}\right.$ nên suy ra $m\in\{4;5;6;...;2023\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 35: **[2D1-1.7-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left(m+2x^3\right)\sqrt{2-x^3}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. 2047240 **B.** 2047248 **C.** 2045225 **D.** 2046232

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\left(m+2x^3\right)\sqrt{2-x^3}$ trên khoảng $(0;1)$.

$y'=6x^2\sqrt{2-x^3}+\left(m+2x^3\right)\dfrac{\left(-3x^2\right)}{2\sqrt{2-x^3}}=\dfrac{12x^2\left(2-x^3\right)-3x^2\left(m+2x^3\right)}{2\sqrt{2-x^3}}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $y'\le 0,\ \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow x^2\left[12\left(2-x^3\right)-3\left(m+2x^3\right)\right]\le 0$

$\Leftrightarrow -6x^3+8\le m$ (vì $x^2>0,\forall x\in(0;1)$).

Đặt $g(x)=-6x^3+8$, $g'(x)=-18x^2\le 0,\forall x\in(0;1)$.

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Ta có $m\ge g(x),\ \forall x\in(0;1)\Leftrightarrow m\ge g(0)\Leftrightarrow m\ge 8$.

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in(-2023;2023) \end{cases}$ suy ra $m\in\{8;9;10;...;2022\}$.

Ta có $\sum_{9}^{2023} m=\dfrac{(8+2022).2015}{2}=2045225$.

Câu 36: **1. [2D1-1.7-4]** Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2022;2023)$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 2023. **B.** 2018. **C.** 2022. **D.** 4043.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$

Ta có $f'(x)=12x^3-12x^2-24x=12x\left(x^2-x-2\right)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1. \\ x=2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$	-1
$f'(x)$		$-$
$f(x)$	$+\infty$	$m-5$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $|f(x)|$. Từ bảng biến thiên

ta thấy hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow m-5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Vì m nguyên và $m \in (-2022;2023)$ suy ra $m \in \{5;6;\ldots;17;18;2022\}$.

Vậy có tất cả 2018 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: **2.** **[2D1-1.7-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20;20)$ để hàm số: $y = \left|x^3 - 2mx + 2m^2 - 1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$?

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Đặt: $f(x) = x^3 - 2mx + 2m^2 - 1$. Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 2m$.

Điều kiện để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$ có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (1;5)$ và $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2m \geq 0, \forall x \in (1;5) \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \min\limits_{(1;5)} \left(\frac{3}{2}x^2\right) \\ 2m^2 - 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \\ m \leq 0 \end{array}\right.$$

Vì m nhận giá trị nguyên và $m \in (-20;20)$ nên $m = \{-19,-18,\ldots,0,1\}$.

Vậy có 21 giá trị của m thoả mãn.

Trường hợp 2. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in (1;5)$ và $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $x \in (1;5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2m \leq 0, \forall x \in (1;5) \\ f(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max\limits_{(1;5)} \left(\frac{3}{2}x^2\right) \\ 2m^2 - 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{75}{2} \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ Không tồn tại giá trị của m thoả mãn.

Vậy có 21 giá trị của m thoả mãn.

Câu 38: **3:** **[2D1-1.7-4]**Cho hàm số $f(x) = \left|-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(4m+5)x^2 - (3m^2+5m)x + \frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Xét hàm số $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(4m+5)x^2-(3m^2+5m)x+\frac{2}{3}$

Ta có: $g'(x)=-x^2+(4m+5)x-(3m^2+5m)=-(x-m)(x-3m-5)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}g(2)\le 0\\ g'(x)\ge 0\end{cases},\forall x\in(1;2)$ hoặc $\begin{cases}g(2)\ge 0\\ g'(x)\le 0\end{cases},\forall x\in(1;2)$

TH 1:

$$\begin{cases}g(2)\le 0\\ g'(x)\ge 0\end{cases},\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\begin{cases}-6m^2-2m+8\le 0\\ -(x-m)(x-3m-5)\ge 0\end{cases},\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right]\cup[1;+\infty)\\ m\in[-1;1]\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

TH 2:

$$\begin{cases}g(2)\ge 0\\ g'(x)\le 0\end{cases},\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\begin{cases}-6m^2-2m+8\ge 0\\ -(x-m)(x-3m-5)\le 0\end{cases},\forall x\in(1;2)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\left[-\frac{4}{3};1\right]\\ m\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right]\cup[2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow m=-\frac{4}{3}.$$

Do m là số nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m=1$.

Câu 39: **4.** **[2D1-1.7-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+(m+1)x+7-m^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. 2024. **B.** 2025. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+(m+1)x+7-m^2$

$f'(x)=3x^2-6x+m+1$

Để $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

TH1: $\begin{cases}f'(x)\le 0,\forall x\in(0;1)\\ f(1)\ge 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-6x+m+1\le 0,\forall x\in(0;1)\\ -m^2+m+6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\min\limits_{(0;1)}(-3x^2+6x-1)\\ -2\le m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\ -2\le m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 1$$

$a\in\{-2;-1;0;1\}\rightarrow$ 4 giá trị

TH2: $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;1)\\ f(1)\le 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+m+1\ge 0, \forall x\in(0;1) \\ -m^2+m+6\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \max\limits_{(0;1)}\left(-3x^2+6x-1\right) \\ \left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3$$

$a\in\{3;\ldots;2022\}$ → 2020 giá trị

Vậy có 2024 giá trị thoả mãn.

Câu 40: **5.** **[2D1-1.7-4]** Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+1-m^2\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 5. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=2x^3-2mx+1-m^2$ có $f'(x)=6x^2-2m$; $\Delta'=12m$

Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|=\left|2x^3-2mx+1-m^2\right|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)\,(C)$ bằng cách:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên Ox.
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới Ox qua Ox và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới Ox.

+ Trường hợp 1: $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m\le 0$. Suy ra $f'(x)\ge 0, \forall x\in(1;+\infty)$.

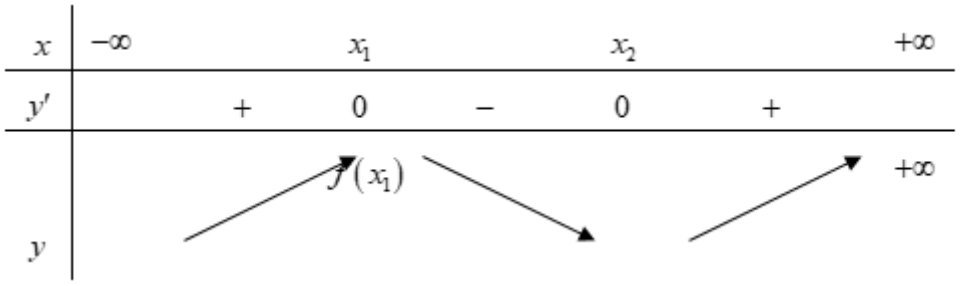
Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ -m^2-2m+3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ -3\le m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le m\le 0$.

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z}; m\in(-2023;2023)$ ta được $m\in\{-3;-2;-1;0\}$.

Ta có 4 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (1)

+ Trường hợp 2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m>0$. Suy ra $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2\ (x_1<x_2)$

Ta có bảng biến thiên:



Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ x_1<x_2\le 1 \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \sqrt{\dfrac{m}{3}}\le 1 \\ -m^2-2m+3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\le 3 \\ -3\le m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le 1$

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z}; m\in(-2023;2023)$ ta được $m=1$.

Ta có 1 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (2).

Từ (1) và (2) suy ra có tất cả có 5 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

----------Hết----------

Câu 41: **[2D1-1.7-4]** **(Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)=\left|x^4-4x^3+4mx+m+2023\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4mx+m+2023\Rightarrow y=f(x)=|g(x)|$.

Ta có $g'(x)=4x^3-12x^2+4m$.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ tương đương hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

Bài toán chỉ xảy ra hai trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases}g'(x)\ge 0,\ \forall x\in[0;3]\\ g(0)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^3-12x^2+4m\ge 0,\ \forall x\in[0;3]\\ m+2023\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -x^3+3x^2,\ \forall x\in[0;3]\\ m\ge -2023\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge \max\limits_{[0;3]}\left(-x^3+3x^2\right)\\ m\ge -2023\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 4\\ m\ge -2023\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 4.$

TH2:

$\begin{cases}g'(x)\le 0,\ \forall x\in[0;3]\\ g(0)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^3-12x^2+4m\le 0,\ \forall x\in[0;3]\\ m+2023\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -x^3+3x^2,\ \forall x\in[0;3]\\ m\le -2023\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le \min\limits_{[0;3]}\left(-x^3+3x^2\right)\\ m\le -2023\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ m\le -2023\end{cases}\Leftrightarrow m\le -2023.$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2023;2023]$ nên $m\in\{-2023;4;5;6;7;\ldots;2023\}$.

Vậy có 2021 giá trị m nguyên thoả mãn bài toán.

Câu 42: **[2D1-1.7-4]** **(Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+2mx+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(|4-x|)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 1. **B.** 2032. **C.** 2023. **D.** 2024.

Lời giải

Ta có: $y=f(|4-x|)=f(|x-4|)$. Đặt $t=x-4$, với $x\in(0;3)\Rightarrow t=x-4\in(-4;-1)$.

Do đó, hàm số $y=f(|x-4|)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$ khi và chỉ khi hàm số $y=f(|t|)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-1)$.

Mặt khác, $y=f\left(|t|\right)$ là hàm số chẵn, có đồ thị đối xứng qua trục tung.

Suy ra hàm số $y=f\left(|t|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-1)$ khi hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $(1;4)$ tương ứng với hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $[1;4]$

$\Leftrightarrow f'(t)=t^2-2t+2m\ge 0,\forall t\in[1;4]\Leftrightarrow 2m\ge -t^2+2t,\forall t\in[1;4]$

$\Leftrightarrow 2m\ge \max\limits_{[1;4]}\left(-t^2+2t\right)\Leftrightarrow 2m\ge 1\Leftrightarrow m\ge \dfrac{1}{2}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2023;2023]$ nên có 2023 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 43: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $f(x)=2\left(e^x-e^{-x}\right)+3\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+4x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $f\left(\left|3x^2+m\right|\right)+f\left(x^3-12\right)>0$ vô nghiệm trong đoạn $[0;2]$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $f(x)$: $D=\mathbb{R}$.

$\forall x\in\mathbb{R}$, ta có:

$f(-x)=2\left(e^{-x}-e^{x}\right)+3\ln\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)-4x$

$=-2\left(e^x-e^{-x}\right)+3\ln\left(\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)-4x=-\left[2\left(e^x-e^{-x}\right)+3\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+4x\right]=-f(x)$.

Suy ra $-f\left(x^3-12\right)=f\left(12-x^3\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Mặt khác: $\forall x\in\mathbb{R}$, $f'(x)=2\left(e^x+e^{-x}\right)+3.\dfrac{1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}+4=2\left(e^x+e^{-x}\right)+3.\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}+4>0$.

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bất phương trình $f\left(\left|3x^2+m\right|\right)+f\left(x^3-12\right)>0$ vô nghiệm trong đoạn $[0;2]$

$\Leftrightarrow f\left(\left|3x^2+m\right|\right)+f\left(x^3-12\right)\le 0,\forall x\in[0;2]$

$\Leftrightarrow f\left(\left|3x^2+m\right|\right)\le -f\left(x^3-12\right),\forall x\in[0;2]$

$\Leftrightarrow f\left(\left|3x^2+m\right|\right)\le f\left(12-x^3\right),\forall x\in[0;2]$

$\Leftrightarrow \left|3x^2+m\right|\le 12-x^3,\ \forall x\in[0;2]$

$\Leftrightarrow x^3-12\le 3x^2+m\le -x^3+12,\ \forall x\in[0;2]$

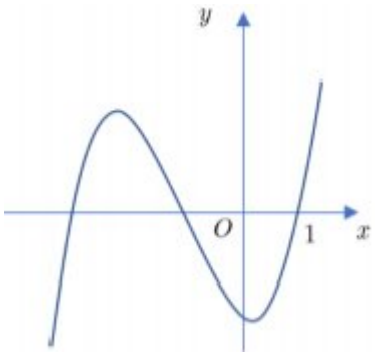
$\Leftrightarrow x^3-3x^2-12\le m\le -x^3-3x^2+12,\ \forall x\in[0;2]$

$\Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]}\left(x^3-3x^2-12\right)\le m\le \min\limits_{[0;2]}\left(-x^3-3x^2+12\right)$

$\Leftrightarrow -12 \le m \le -8$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 44: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2023;2023]$ để hàm số $g(x) = f(2023^x) - mx + 2023$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải

+ Ta có: $g'(x) = 2023^x.\ln 2023.f'(2023^x) - m$.

+ Hàm số $g(x) = f(2023^x) - mx + 2023$ đồng biến trên $(0;1)$ tương đương với $g(x) = f(2023^x) - mx + 2023$ đồng biến trên $[0;1] \Leftrightarrow g'(x) \ge 0, \forall x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow 2023^x.\ln 2023.f'(2023^x) - m \ge 0, \forall x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow m \le 2023^x.\ln 2023.f'(2023^x), \forall x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow m \le \min\limits_{[0;1]} h(x)$, với $h(x) = 2023^x.\ln 2023.f'(2023^x)$.

+ Ta có: $0 \le x \le 1 \Rightarrow 2023^x \in [1;2023]$.

+ Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên $[1,+\infty)$, nên hàm số $y = f'(t)$ đồng biến trên $[1;2023]$ với $t = 2023^x$.

Do đó $\forall t \in [1;2023], f'(t) \ge f'(1) = 0$ hay $f'(2023^x) \ge 0$, $\forall x \in [0;1]$.

+ Suy ra $h(x) \ge 1.\ln 2023.0 = 0$, $\forall x \in [0;1]$, dấu bằng xảy ra khi $x = 0$.

Hay $\min\limits_{[0;1]} h(x) = 0$ khi $x = 0$.

+ Do đó $m \le 0$, với m nguyên thuộc $[-2023;2023]$ nên $m \in \{-2023;-2022;...;-1;0\}$.

Vậy có 2024 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $f(x) = e^{x^2-4x}$. Có bao

nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f\left(|x-2m|+4\right)-1\right|$ đồng biến trên khoảng $(2023;+\infty)$?

A. 1011. **B.** 2023. **C.** 1012. **D.** 2024.

Lời giải

Ta có: $f(x)=e^{x^2-4x} \Rightarrow f'(x)=(2x-4)e^{x^2-4x}$.

Thấy rằng $f(x)\geq 1, \forall x\geq 4 \Rightarrow f\left(|x-2m|+4\right)-1\geq 0, \forall x,m \Rightarrow g(x)=f\left(|x-2m|+4\right)-1$.

Mặt khác $f'(x)>0, \forall x>2$.

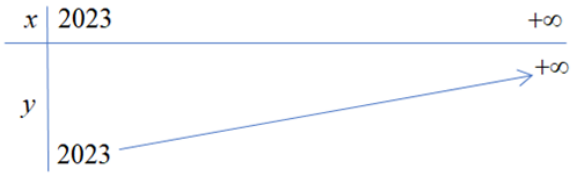
Xét $g(x)=f\left(|x-2m|+4\right)-1 \Rightarrow g'(x)=\dfrac{(x-2m)\,f'\left(|x-2m|+4\right)}{|x-2m|}$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2023;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$$g'(x)\geq 0,\ \forall x>2023 \Leftrightarrow \frac{(x-2m)\,f'\left(|x-2m|+2\right)}{|x-2m|}\geq 0,\ \forall x>2023$$

$$\Leftrightarrow x>2m,\ \forall x>2023 \quad (*).$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y=x, x\in(2023;+\infty)$.



Từ bảng biến thiên $(*) \Leftrightarrow 2m\leq 2023 \Leftrightarrow m\leq \dfrac{2023}{2}$.

Câu 46: Vậy có 1011 giá trị nguyên dương của m thoả mãn yêu cầu bài toán. **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)\right|$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

A. 2023. **B.** 2024 **C.** 2025 **D.** 2026

Lời giải

Để hàm số $y=\left|\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)\right|$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì hàm số phải xác định tại $x=1$ Với $x=1$ thì $y=\left|\log_3(3-m)\right|$ xác định khi $m<3$

Đặt $f(x)=\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)$ nên $f'(x)=\dfrac{3x^2+2x-m}{\left(x^3+x^2-mx+1\right).\ln 3}$.

Hàm số đồng biến trên $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left[1;+\infty\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}f\left(x\right)\ge 0\\ f'\left(x\right)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f\left(x\right)\le 0\\ f'\left(x\right)\le 0\end{cases}\end{array}\right., \forall x\in\left[1;+\infty\right).$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}f\left(x\right)\ge 0\\ f'\left(x\right)\ge 0\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases}\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)\ge 0\\ x^3+x^2-mx+1>0\\ 3x^2+2x-m\ge 0\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^3+x^2-mx+1\ge 1\\ 3x^2+2x\ge m\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases}m\le x^2+x\\ m\le 3x^2+2x\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}m\le \min\limits_{\left[1;+\infty\right)}\left(x^2+x\right)\\ m\le \min\limits_{\left[1;+\infty\right)}\left(3x^2+2x\right)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\le 2\\ m\le 5\end{cases} \Leftrightarrow m\le 2.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}f\left(x\right)\le 0\\ f'\left(x\right)\le 0\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases}\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)\le 0\\ x^3+x^2-mx+1>0\\ 3x^2+2x-m\le 0\end{cases}, \forall x\in\left[1;+\infty\right).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^3+x^2-mx+1\le 1\\ x^3+x^2-mx+1>0, \forall x\in\left[1;+\infty\right)\\ 3x^2+2x\le m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+x\le m\\ x^2+x+\dfrac{1}{x}>m, \forall x\in\left[1;+\infty\right)\\ 3x^2+2x\le m\end{cases}.$$

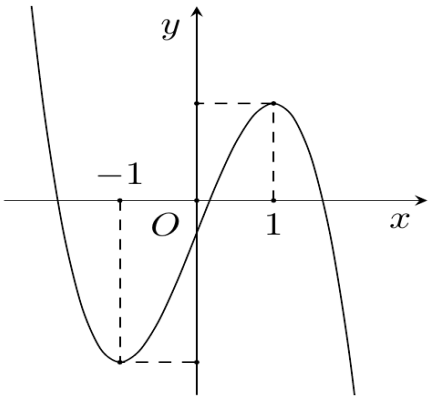
Ta có: $m\ge x^2+x, \forall x\in\left[1;+\infty\right).$

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+x\right)=+\infty$ nên không tồn tại m thỏa mãn $(*)$. Do đó trường hợp 2 không tồn tại giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f(|x+1|-m)$ nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải



Ta có: $y=f(|x+1|-m) \Rightarrow y'=\dfrac{x+1}{|x+1|}\cdot f'(|x+1|-m)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(5;+\infty)$ thì $y'=\dfrac{x+1}{|x+1|}\cdot f'(|x+1|-m)\le 0,\ \forall x\in(5;+\infty)$

$\Leftrightarrow f'(|x+1|-m)\le 0,\ \forall x\in(5;+\infty)$ (*)

Từ đồ thị ta thấy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x+1|-m\ge 1\\ |x+1|-m\le -1\end{array}\right.,\forall x\in(5;+\infty)\Leftrightarrow 1+m\le 6\Leftrightarrow m\le 5$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\{1,2,3,4,5\}$.

Vậy số giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán là 5.

Câu 48: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $f(x)=\left|x^3-(m-5)x+2023\right|$ đồng biến trên đoạn $(1;2)$?

A. 2024. **B.** 2033. **C.** 2032. **D.** 2023.

Lời giải

Đặt $g(x)=x^3-(m-5)x+2023\Rightarrow g'(x)=3x^2-(m-5)$.

Để hàm số $f(x)=\left|x^3-(m-5)x+2023\right|$ đồng biến trên đoạn $(1;2)$ thì ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Hàm số $g(x)=x^3-(m-5)x+2023$ đồng biến trên đoạn $(1;2)$ và không âm trên đoạn $(1;2)$, tức là:

$$\begin{cases}g'(x)\ge 0,\forall x\in(1;2)\\ g(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+5\ge m,\forall x\in(1;2)\\ 2029-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 8\\ m\le 2029\end{cases}\Leftrightarrow m\le 8.$$

Trường hợp 2: Hàm số $g(x)=x^3-(m-5)x+2023$ nghịch biến trên đoạn $(1;2)$ và không dương trên đoạn $(1;2)$, tức là:

$\begin{cases} g'(x) \le 0, \forall x \in (1;2) \\ g(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 5 \le m, \forall x \in (1;2) \\ 2029 - m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 17 \\ m \ge 2029 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2029$.

Kết hợp với điều kiện bài toán ta có $m \in [-2023;8]$. Vậy có 2032 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;2023]$ để hàm số $y = \left| -x^3 + 3(m+1)x^2 - 3m(m+2)x + m^2(m+3) \right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ **A.** 2023. **B.** 2024. **C.** 2. **D.** 2022.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 3(m+1)x^2 - 3m(m+2)x + m^2(m+3)$ trên khoảng $(1;2)$ $f'(x) = -3x^2 + 6(m+1)x - 3m(m+2) = -3\left[x^2 - 2(m+1)x + m(m+2)\right]$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		m		$m+2$		$m+3$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-		-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗		↘	0	↘	$-\infty$
$\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗		↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ khi:

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (1;2) \subset (m+2;m+3) \\ (1;2) \subset (-\infty;\mathrm{m}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+2 \le 1 < 2 \le m+3 \\ 2 \le m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ 2 \le m \end{array}\right.$ Mà m nguyên thuộc khoảng $[0;2023]$ nên có 2022 giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 50: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số thực m để hàm số $y = \left| x^3 - 3(\mathrm{m}-3)x^2 + 3m(m-6)x \right|$ đồng biến trên khoảng $(0;5)$?

A. 4037. **B.** 2024. **C.** 4039. **D.** 2013.

Lời giải

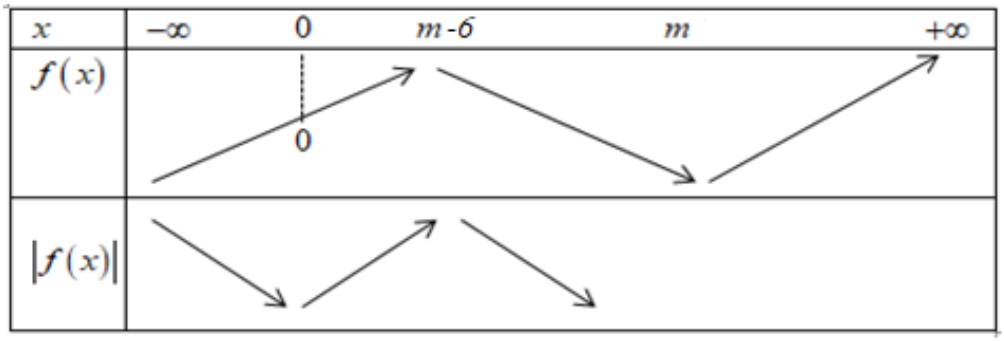
Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3(m-3)x^2 + 3m(m-6)x$ trên khoảng $(0;5)$

$f'(x) = 3x^2 - 6(m-3)x + 3m(m-6) = 3[x^2 - 2(m-3)x + m(m-6)]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m-6 \end{array}\right.$ $(m-6 < m)$

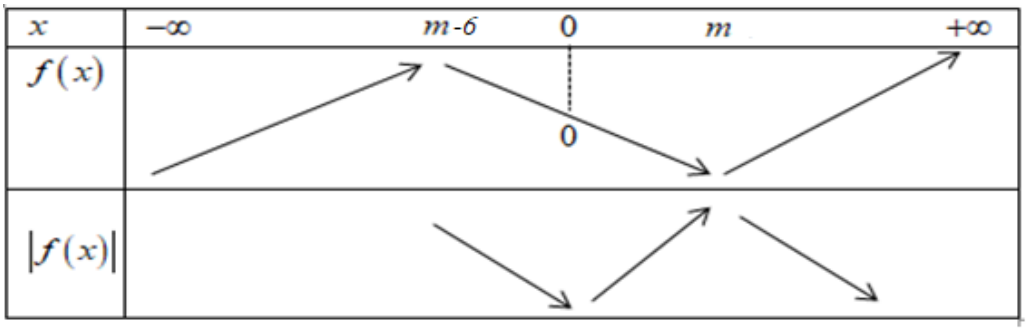
Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn đi qua điểm $O(0;0)$.

Trường hợp 1: Nếu $m-6>0\Leftrightarrow m>6$



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;5)\Leftrightarrow(0;5)\subset(0;m-6)\Leftrightarrow m\geq 11$ Kết hợp với $m>6$, ta có $m\geq 11$.

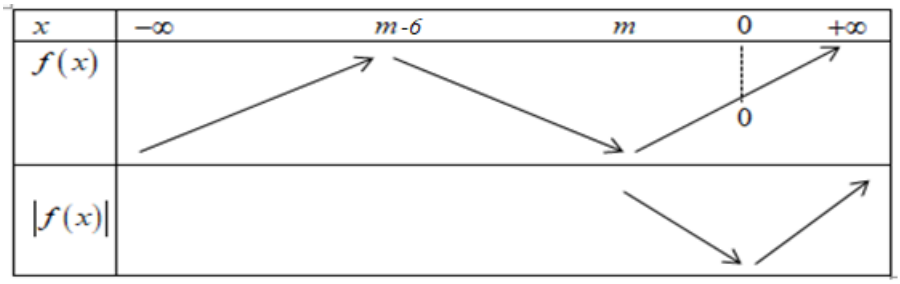
Trường hợp 2: Nếu $m-6\leq 0<m\Leftrightarrow 0<m\leq 6$



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;5)\Leftrightarrow(0;5)\subset(0;m)\Leftrightarrow 5\leq m$

Kết hợp với $0<m\leq 6$, ta có $m\in\{5;6\}$.

Trường hợp 3: Nếu $m\leq 0$



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $|f(x)|$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;5)$ với mọi $m\leq 0$. Vậy $\left[\begin{array}{l} m\geq 11 \\ m\in\{5;6\} \\ m\leq 0 \end{array}\right.$

Mà m nguyên thuộc khoảng $[-2023;2023]$ nên có 4039 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 51: -----HẾT----- **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số

$m\in[0;2023]$ để hàm số $g(x)=\left|x^3-3mx^2-3(m+3)x-m+5\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-3mx^2-3(m+3)x-m+5$ có $f'(x)=3x^2-6mx-3(m+3)=3\left(x^2-2mx-m-3\right)$

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(0;2)$ thì $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(0)\ge 0\\ f'(x)=3\left(x^2-2mx-m-3\right)\ge 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}f(0)\le 0\\ f'(x)=3\left(x^2-2mx-m-3\right)\le 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-m+5\ge 0\\ m\le\dfrac{x^2-3}{2x+1},\forall x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}-m+5\le 0\\ m\ge\dfrac{x^2-3}{2x+1},\forall x\in(0;2)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le 5\\ m\le -3\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 5\\ m\ge\dfrac{1}{5}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -3\\ m\ge 5\end{array}\right.\xrightarrow{m\in\mathbb{Z},m\in[0;2023]}m\in\{5,6,...,2023\}$$

Vậy có tất cả 2019. giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 52: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+5)x^2-\left(m^2+5m\right)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+5)x^2-\left(m^2+5m\right)x+\frac{2}{3}$.

$g'(x)=-x^2+(2m+5)x-\left(m^2+5m\right)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=m+5\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		m		$m+5$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘	$-\infty$

Hàm số $|g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(x)\ge 0,\forall x\in(1;2)\\ g(x)\le 0,\forall x\in(1;2)\end{cases}\\ \begin{cases}g'(x)\le 0,\forall x\in(1;2)\\ g(x)\ge 0,\forall x\in(1;2)\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le 1<2\le m+5\\ g(2)\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}m+5\le 1\\ g(2)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2\le m\\ g(2)\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-3\le m\le 1\\ -2m^2-6m+8\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}m\le -4\\ -2m^2-6m+8\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 2\\ -2m^2-6m+8\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-3\le m\le 1\\ m\in(-\infty;-4]\cup[1;+\infty)\end{cases}\\ \begin{cases}m\le -4\\ m\in[-4;1]\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 2\\ m\in[-4;1]\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-4\end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m.

Câu 53: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^3+(5-m)x+m^2-7\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3+(5-m)x+m^2-7$.

Ta có $f'(x)=3x^2+5-m$.

Ta thấy $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi xảy ra một trong các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)\\ f(0)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+5-m\ge 0,\forall x\in(0;2)\\ m^2-7\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 3x^2+5,\forall x\in(0;2)\\ \left[\begin{array}{l}m\ge\sqrt{7}\\ m\le-\sqrt{7}\end{array}\right.\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 5 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge \sqrt{7} \\ m \le -\sqrt{7} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{7} \le m \le 5 \\ m \le -\sqrt{7} \end{array} \right.$$

Mặt khác m nguyên thuộc $(-20;+\infty)$, suy ra $m \in \{-19;-18;\ldots;-3;3;4;5\}$.

TH2: $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (0;2) \\ f(0) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+5-m \le 0, \forall x \in (0;2) \\ m^2-7 \le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 3x^2+5, \forall x \in (0;2) \\ -\sqrt{7} \le m \le \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 17 \\ -\sqrt{7} \le m \le \sqrt{7} \end{cases}.$$

Trường hợp này không tồn tại m thỏa mãn.

Vậy có tất cả 20 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 54: **[2D1-1.7-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20;+\infty)$ để hàm số $y = \left|(m-1)x^3 - x^2 + 27 - m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 16. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = (m-1)x^3 - x^2 + 27 - m^2$.

Ta có $f'(x) = 3(m-1)x^2 - 2x$.

Ta thấy $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ khi xảy ra một trong các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (1;2) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1)x^2 - 2x \ge 0, \forall x \in (1;2) \\ -m^2+m+25 \ge 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1) \ge \dfrac{2}{x}, \forall x \in (1;2) \\ \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \le m \le \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1) \ge 2 \\ \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \le m \le \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{5}{3} \\ \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \le m \le \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3} \le m \le \frac{1+\sqrt{101}}{2}.$$

Mặt khác m nguyên thuộc $(-20;+\infty)$, suy ra $m \in \{2;3;4;5\}$.

TH2: $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (1;2) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1)x^2 - 2x \le 0, \forall x \in (1;2) \\ -m^2 + m + 25 \le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1) \le \dfrac{2}{x}, \forall x \in (1;2) \\ \left[\begin{array}{l} m \le \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \\ m \ge \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1) \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \\ m \ge \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{4}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m \le \dfrac{1-\sqrt{101}}{2} \\ m \ge \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \le \frac{1-\sqrt{101}}{2}.$$

Mặt khác m nguyên thuộc $(-20;+\infty)$, suy ra $m \in \{-19;-18;\ldots;-5\}$.

Câu 55: Vậy có tất cả 19 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn. **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = \left| -x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1 \right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi $g(x) = -x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1$.

$g'(x)=-4x^3+3mx^2+4m^2x=x\left(-4x^2+3mx+4m^2\right)=-4x\left(x-\dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m\right)(x-\dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m\Big)$

Gọi $a=\dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m, b=\dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m, b-a=\dfrac{2\sqrt{73}}{8}m$.

Nếu $m>0$ thì $b>a$, nếu $m<0$ thì $b<a$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g'(x)=-\infty$ nên không xảy ra trường hợp hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

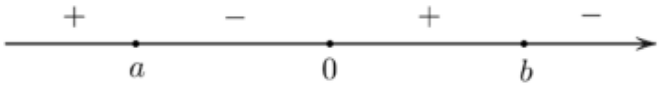
Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì phải có $g(x)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$ và $g(1)\le 0$.

$g(1)\le 0\Leftrightarrow 2m^2+2m-2\le 0\Leftrightarrow \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\le m\le \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (1).

$g(x)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)\Leftrightarrow g'(x)\le 0, \forall x\in(1;+\infty)$ (2).

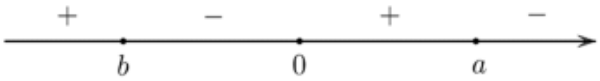
+) Nếu $m=0: g'(x)=-4x^3$. Điều kiện (1) và (2) đều thỏa mãn, do đó giá trị $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+) Nếu $0<m\le\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (3): Dấu $g'(x)$ trên trục số như sau:



Để thỏa mãn điều kiện (2) thì $b=\dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m\le 1\Leftrightarrow m\le\dfrac{-3+\sqrt{73}}{8}$ (4). Kết hợp (3) và (4) có: $0<m\le\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

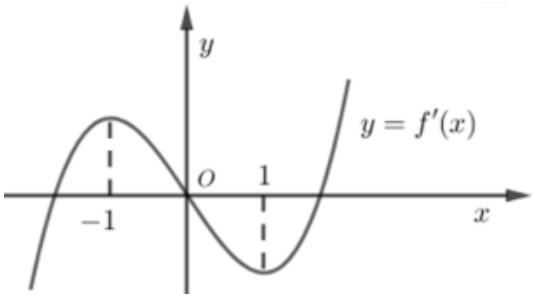
+) Nếu $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\le m<0$ (5): Dấu $g'(x)$ trên trục số như sau:



Để thỏa mãn điều kiện (2) thì $a=\dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m\le 1\Leftrightarrow m\ge\dfrac{-3-\sqrt{73}}{8}$ (6). Kết hợp (5) và (6) có: $\dfrac{-3-\sqrt{73}}{8}\le m<0$.

Vậy các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $\dfrac{-3-\sqrt{73}}{8}\le m\le\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, suy ra các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m=-1, m=0$, do đó $S=-1$.

Câu 56: **[2D1-1.7-4] (PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|=\left|4f(\sin x)-2\sin^2 x+1-a\right|$.

Đặt $t=\sin x\Rightarrow t'=\cos x>0, x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên khi x tăng trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì t tăng trên $(0;1)$. Do đó hàm số $y=\left|4f(\sin x)-2\sin^2 x+1-a\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Dễ thấy, điều kiện cần để hàm số $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$ là phương trình $4f(t)-2t^2+1-a=0$ vô nghiệm trên $(0;1)$. (*)

Với điều kiện (*), $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$y'\le 0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\frac{\left(4f'(t)-4t\right)\left(4f(t)-2t^2+1-a\right)}{\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|}\le 0,\forall t\in(0;1).(**)$$

Dựa vào đồ thị trên ta có $f'(t)<0,\forall t\in(0;1)$, do đó $4f'(t)-4t<0,\forall t\in(0;1)$.

Khi đó: $(**)\Leftrightarrow 4f(t)-2t^2+1-a>0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow a<4f(t)-2t^2+1,\forall t\in(0;1)$.

(điều kiện này luôn đảm bảo thỏa mãn $(*)$)

Hay $a\le 4f(t)-2t^2+1,\forall t\in[0;1]\Leftrightarrow a\le\min_{[0;1]}\left\{4f(t)-2t^2+1\right\}$.

Xét hàm số $g(t)=4f(t)-2t^2+1$ trên $[0;1]$ có $g'(t)=4f'(t)-4t<0,\forall t\in[0;1]$, nên $g(t)$ nghịch biến trên $[0;1]\Rightarrow\min_{[0;1]}g(t)=g(1)=3$

Vậy $a\le\min_{[0;1]}g(t)=3$.

Vì a nguyên dương nên $0<a\le 3\Rightarrow a\in\{1;2;3\}$.

Cách 2.

$y=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|=\left|4f(\sin x)-2\sin^2 x+1-a\right|$.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t'=\cos x>0, x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên khi x tăng trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì t tăng trên $(0;1)$.

Do đó hàm số $y=\left|4f(\sin x)-2\sin^2 x+1-a\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Xét $g(t)=4f(t)-2t^2+1-a$ có $g(1)=4f(1)-2+1-a=3-a$. $g'(t)=4f'(t)-4t<0, \forall t\in(0;1)$.

Do đó $g(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Từ đây suy ra: $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $g(t)\geq 0$, $\forall t\in[0;1]$ hay $g(1)\geq 0\Leftrightarrow a\leq 3$.

Vì a nguyên dương nên $a\in\{1;2;3\}$.

Câu 57: **[2D1-1.7-4] (Sáng tác đề minh họa-BGD--2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=2x^3-mx+1$.

TH1: $f(x)=0$ có nghiệm thuộc $(1;+\infty)$, khi đó hàm số $y=|f(x)|$ không thể đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

TH2: $f(x)=0$ không có nghiệm thuộc $(1;+\infty)$. Ta có $f'(x)=6x^2-m$. Khi đó

$y=\left|2x^3-mx+1\right|=|f(x)|$ nên $y'=\frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x).f'(x)\geq 0\\ f(x)\neq 0\end{cases}, \forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ f'(x)\geq 0\end{cases}, \forall x\in(1;+\infty)$ (vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$)

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x^3-mx+1>0\\ 6x^2-m\geq 0\end{cases}, \forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\geq 0\\ f'(1)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-m+1\geq 0\\ 6-m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\leq 3\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m thoả mãn bài toán.

Cách 2

Xét hàm số $f(x)=2x^3-mx+1$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x^3-mx+1\right)=+\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ không thể nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ được.

Do đó để hàm số $y=\left|2x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì hàm số

$f(x)=2x^3-mx+1$ phải đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\ge 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)=6x^2-m\ge 0 \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 6x^2 \\ 3-m\ge 0 \end{cases} \forall x\notin(1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 6 \\ m\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 3$

Mà $m\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow m\in\{1;2;3\}$

Câu 58: **[2D1-1.7-4] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Gọi S là số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $f(x)=\left|2x^4-4(m+4)x^3+3m^2x^2+48\right|$ đồng biến trên $(0;2)$.Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S chia cho 4 dư 3. **B.** S chia hết cho 4.

C. S chia cho 4 dư 1. **D.** S chia cho 4 dư 2.

Lời giải

Đặt $h(x)=2x^4-4(m+4)x^3+3m^2x^2+48$,vì $h(0)=48>0$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ hay $h'(x)\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow 8x^3-12(m+4)x^2+6m^2x\ge 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow g(x)=4x^2-6(m+4)x+3m^2\ge 0,\forall x\in(0;2)$. Xảy ra 2 trường hợp sau:

TH1: $g(x)=4x^2-6(m+4)x+3m^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'\le 0 \Leftrightarrow -3\left(-48-24m+m^2\right)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 12-8\sqrt{3} \\ m\ge 12+8\sqrt{3} \end{array}\right.$.

TH2: $g(x)$ có hai nghiệm $x_1<x_2\le 0$ hoặc $g(x)$ có hai nghiệm $2\le x_1<x_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ g(0)\ge 0 \\ \dfrac{S}{2}<0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} \Delta'>0 \\ g(2)\ge 0 \\ \dfrac{S}{2}>2 \end{cases}$.

Ta có

$\begin{cases} \Delta'>0 \\ g(0)\ge 0 \\ \dfrac{S}{2}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\left(-48-24m+m^2\right)>0 \\ m^2\ge 0 \\ \dfrac{3(m+4)}{4}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12-8\sqrt{3}<m<12+8\sqrt{3} \\ m^2\ge 0 \\ m<-4 \end{cases} \Leftrightarrow VN$.

$$\begin{cases}\Delta'>0\\ g(2)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\left(-48-24m+m^2\right)>0\\ 3m^2-12m-32\ge 0\\ \dfrac{3(m+4)}{4}>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12-8\sqrt{3}<m<12+8\sqrt{3}\\ \left[\begin{array}{l}m\ge\dfrac{6+2\sqrt{33}}{3}\\ m\le\dfrac{6-2\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.\\ m>-\dfrac{4}{3}\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{6+2\sqrt{33}}{3}\le m<12+8\sqrt{3}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc khoảng $(-20;20)\Rightarrow m\in\{6;7;8;.....;19\}$.

Vậy $S=20$ là số chia hết cho 4.

HẾT.

Câu 59: **[2D1-1.7-4] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in[-30;30]$ để hàm số $y=\left|x^4-x^2+(a-3)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 26. **B.** 25. **C.** 34. **D.** 27.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^4-x^2+(a-3)x+9-a^2$. Ta có $f'(x)=4x^3-2x+a-3$.

Hàm số $y=\left|x^4-x^2+(a-3)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ trong hai trường hợp

TH1: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và $f(2)\ge 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)\le 0,\ \forall x\in(1;2)\\ f(2)\ge 0\end{cases}.$$

Ta có $f(2)=-a^2+2a+15$. Do đó $f(2)\ge 0\Leftrightarrow -a^2+2a+15\ge 0\Leftrightarrow -3\le a\le 5$.

Lại có $f'(x)\le 0,\ \forall x\in(1;2)\Leftrightarrow 4x^3-2x-3\le -a,\ \forall x\in(1;2)$ (*).

Xét hàm số $g(x)=4x^3-2x-3$. Ta có $g'(x)=12x^2-2>0,\ \forall x\in(1;2)$.

Do đó, $g(1)<g(x)<g(2)$. Hay $-1<g(x)<25$.

Suy ra, (*) $\Leftrightarrow -a\ge 25\Leftrightarrow a\le -25$.

Vậy trong trường hợp này, không có giá trị nguyên của a thỏa mãn.

TH2: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ và $f(2)\le 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(1;2)\\ f(2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a\le -1\\ \left[\begin{array}{l}a\le -3\\ a\ge 5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}a\le -3\\ a\ge 5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow a\ge 5.$$

Vì $a\in[-30;30]$ nên $a\in\{5;6;...;30\}$. Có 26 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Câu 60: **[2D1-1.7-4] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số

$y=\left|12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30\left(m^2-4m+3\right)x^2+120\left(m^2+1\right)x+2023+m\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30\left(m^2-4m+3\right)x^2+120\left(m^2+1\right)x+2023+m$.

$f'(x)=60x^4-60(m+2)x^3+60x^2-60\left(m^2-4m+3\right)x+120\left(m^2+1\right)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^3-mx^2+(-2m+1)x-m^2-1=0.\quad(1)\end{array}\right.$

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(1;3)$ suy ra $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;3)$ hoặc nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow x=2$ không là cực trị của hàm số $f(x)$

$\Rightarrow x=2$ là nghiệm của phương trình (1).

*Điều kiện cần: $x=2$ là nghiệm của phương trình (1)

$8-4m-4m+2-m^2-1=0\Leftrightarrow-m^2-8m+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-9.\end{array}\right.$

*Điều kiện đủ:

Với $m=1$. Khi đó $\begin{cases}f'(x)=60(x-2)^2\left(x^2+x+1\right)\geq 0,\forall x\in(1;3)\\f(1)=2251>0\end{cases}$ suy ra hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vớ $m=-9$. Khi đó $\begin{cases}f'(x)=60(x-2)^2\left(x^2+11x+41\right)\geq 0,\forall x\in(1;3)\\f(1)=8391>0\end{cases}$ suy ra hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vậy $m=1;m=-9$ nên có 2 giá trị nguyên thoả mãn.

Câu 61: **[2D1-1.7-4]** **(SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Cho hàm số $f\ x=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}\ 2m+3\ x^2-\ m^2+3m\ x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $-9;9$ để hàm số $f\ x$ nghịch biến trến khoảng $1;2$?

A. 2. **B.** 16. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Xét hàm số $g\ x=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}\ 2m+3\ x^2-\ m^2+3m\ x+\frac{2}{3}$.

Ta có: $g'(x) = -x^2 + 2m+3)x - m^2 + 3m$. Suy ra: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+3 \end{array}\right.$

Suy ra: $g'(x) < 0 \forall x \in (-\infty; m) \cup (m+3; +\infty)$; $g'(x) > 0 \forall x \in (m; m+3)$.

Hàm số $f(x) = |g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ trong hai trường hợp:

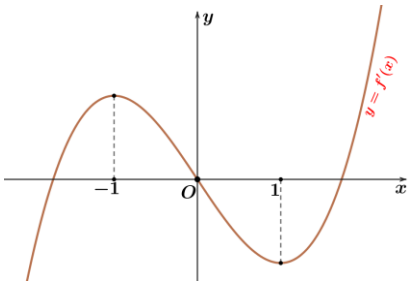
* Trường hợp 1: $\left\{\begin{array}{l} g'(x) \le 0 \forall x \in (1;2) \\ g(2) \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m+3 \le 1 \end{array}\right. \\ -2m^2 - 2m + 4 \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le -2 \end{array}\right. \\ -2 \le m \le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = -2.$

* Trường hợp 2: $\left\{\begin{array}{l} g'(x) \ge 0 \forall x \in (1;2) \\ g(2) \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \le 1 < 2 \le m+3 \\ -2m^2 - 2m + 4 \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -1 \le m \le 1 \\ m^2 + m - 2 \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -1 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -2 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy $m \in (-2;1]$.

Suy ra có tất cả 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 62: **[2D1-1.7-4] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 2$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - m|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

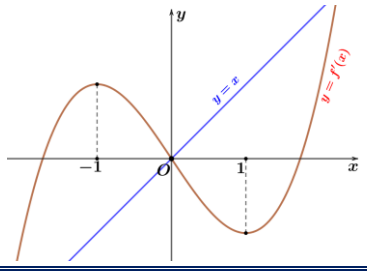
A. 6. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sin x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$ và ta có hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Xét hàm số $g(t) = 4f(t) - 2t^2 + 1 - m$ trên khoảng $(0;1)$.

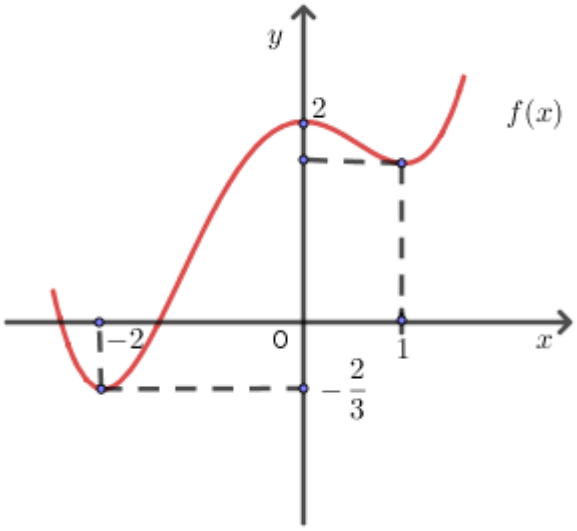


Ta có: $g(1)=4f(1)-1-m=7-m$ và từ đồ thị ta suy ra $f'(x)>x,\forall x\in(0;1)$ **(đúng)**.

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(t)<0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\geq 0\end{cases}\Rightarrow m\leq 7\\ \begin{cases}g'(t)>0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\leq 0\end{cases}(loai)\end{array}\right.$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;.....;7\}$.

Câu 63: **[2D1-1.7-4] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ là bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-25;20)$ để hàm số $g(x)=\frac{1}{3}f^3(x)+\frac{1}{2}m.f^2(x)+(3m-5)f(x)-7$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=\frac{1}{3}f^3(x)+\frac{1}{2}m.f^2(x)+(3m-5)f(x)-7$.

$\Rightarrow g'(x)=f'(x).f^2(x)+mf'(x).f(x)+(3m-5)f'(x)=f'(x)\left[f^2(x)+mf(x)+3m-5\right]$.

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)\Rightarrow f'(x)>0\forall x\in(-2;0)$.

$\Rightarrow g'(x)\geq 0\ \ \forall x\in(-2;0)\Leftrightarrow f^2(x)+mf(x)+3m-5\geq 0\ \ \forall x\in(-2;0)$.

$\Leftrightarrow m\geq\frac{5-f^2(x)}{f(x)+3}=h(x)$ Vì $f(x)+3>0\forall x\in(-2;0)$.

Đặt $t=f(x)$ vì $x\in(-2;0)\Rightarrow t\in\left(-\frac{2}{3};2\right)$.

$\Rightarrow h(t)=\frac{5-t^2}{t+3}\forall t\in\left(-\frac{2}{3};2\right)\Rightarrow h'(t)=\frac{-t^2-6t-5}{(t+3)^2}<0\forall t\in\left(-\frac{2}{3};2\right)$.

$\Rightarrow m\geq h\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{41}{21}\approx 1,95\Rightarrow$ có 18 giá trị của m.

Câu 64: **[2D1-1.7-4] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2+6x+4,\forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023;2023)$ của tham số m để hàm số $g(x)=f(x)-(2m+4)x-5$ nghịch biến trên $(0;2)$.

A. 2011. **B.** 2010. **C.** 2008. **D.** 2009.

Lời giải

Chọn A

$g(x)=f(x)-(2m+4)x-5\Rightarrow g'(x)=f'(x)-(2m+4)=3x^2+6x-2m.$

Điều kiện hàm số $g(x)=f(x)-(2m+4)x-5$ nghịch biến trên $(0;2)$ là

$g'(x)\leq 0,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow 3x^2+6x\leq 2m,\forall x\in(0;2).$

Đặt $h(x)=3x^2+6x\Rightarrow h'(x)=6x+6>0,\forall x\in(0;2)$

Bảng biến thiên của $y=h(x),x\in(0;2)$.

x	0		2
$h'(x)$		+	
$h(x)$	0	↗	24

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $2m\geq 24$.

Do $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in(-2023;2023)\\ m\geq 12\end{cases}\Rightarrow$ số giá trị của m là: $2023-12=2011$.

Câu 65: **[2D1-1.7-4] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Biết rằng tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $(a;b]$. Khi đó $S=2a+b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

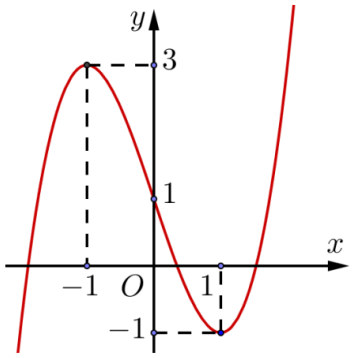
Đặt $g(x)=\frac{x-m+1}{x+m}$. Điều kiện $x\neq -m$. Ta có $g'(x)=\frac{2m-1}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y=\left|\dfrac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ điều kiện là

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(x)>0\\ g(1)\geq 0,-m\leq 1\end{cases}\\ \begin{cases}g'(x)<0\\ g(1)\leq 0,-m\leq 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m-1>0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\geq 0,m\geq -1\end{cases}\\ \begin{cases}2m-1<0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\leq 0,m\geq -1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<m\leq 2\\ \begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\ m\geq 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\frac{1}{2}<m\leq 2.$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=2\end{cases}\Rightarrow T=2a+b=3.$$

Câu 66: [2D1-1.7-4] **(Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-5;5)$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(f(x)\right)-f(x)+m\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Xét $h(x)=f\left(f(x)\right)-f(x)+m$ ta có:

$h'(x)=f'(x).f'\left(f(x)\right)-f'(x)=f'(x)\left[f'\left(f(x)\right)-1\right].$

Với $x\in(0;1)$ ta có $\begin{cases}f'(x)<0\\ f(x)\in(-1;1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'(x)<0\\ f'\left(f(x)\right)<0.\end{cases}$

Do đó $h'(x)>0$ với $x\in(0;1)$. Suy ra $h(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Khi đó, hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

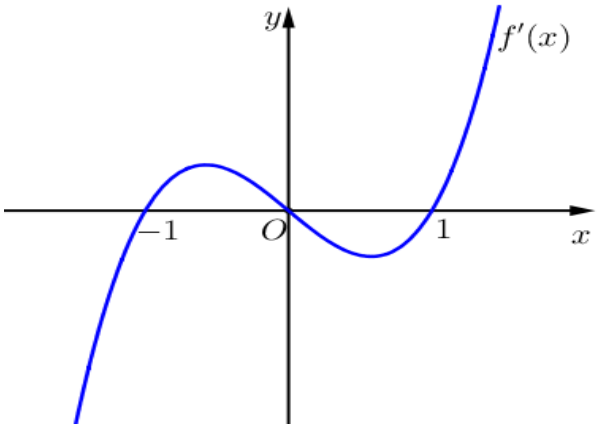
$h(1)\leq 0\Leftrightarrow f\left(f(1)\right)-f(1)+m\leq 0$

$\Leftrightarrow f(-1)-(-1)+m\leq 0$

$\Leftrightarrow m\leq -4.$

Vậy có 1 giá trị cần tìm là $m=-4$.

Câu 67: **[2D1-1.7-4] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ thỏa mãn $f(0)=3f(2)=-3$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left[4f(x)-f''(x)+m\right]$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

A. 30. **B.** 29. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

Hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ $-1;0;1$ nên

$$\Rightarrow\begin{cases}f'(-1)=0\\f'(0)=0\\f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a+3b-2c+d=0\ (1)\\d=0\\4a+3b+2c+d=0\ (2)\end{cases}\overset{(1)+(2)}{\Rightarrow}\begin{cases}b=0\\d=0\end{cases}.$$

Mặt khác: $f(0)=-3\Rightarrow e=-3$ và $f'(0)=0\Rightarrow d=0$.

$$\Rightarrow\begin{cases}f(2)=-1\Rightarrow 16a+4c=2\\f'(1)=0\Rightarrow 4a+2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{4}\\c=\dfrac{-1}{2}\end{cases}.$$

Khi đó, $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2-3\Rightarrow f''(x)=3x^2-1$.

$\Rightarrow g(x)=f\left[4f(x)-f''(x)+m\right]=f\left(x^4-5x^2-11+m\right)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi

$g'(x)=\left(4x^3-10x\right).f'\left(x^4-5x^2-11+m\right)\ge 0,\forall x\in(0;1)$ (*)

Xét hàm số $h(x)=4x^3-10x=0\Rightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{\pm\sqrt{10}}{2}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{10}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow h(x)=4x^3-10x<0, \forall x\in(0;1)$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow f'\left(x^4-5x^2-11+m\right)\le 0, \forall x\in(0;1)$.

Đặt $u(x)=x^4-5x^2-11+m$. Với mọi $x\in(0;1)\Rightarrow u\in(m-15;m-11)$.

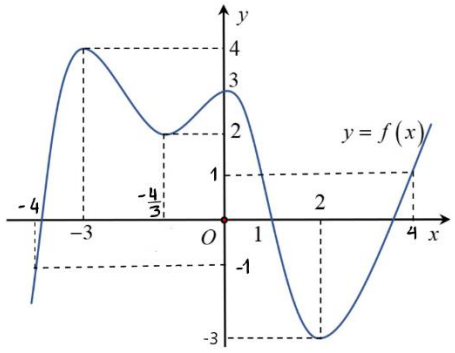
Ta có $f'(u)\le 0,\ \forall u\in(m-15;m-11) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(m-15;m-11)\subset(-\infty;-1] \quad (1)\\ (m-15;m-11)\subseteq(0;1) \quad (2)\end{array}\right.$.

Vì độ dài của $(m-15;m-11)$ là 4 nên (2) không thỏa mãn.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow m-11\le -1\Leftrightarrow m\le 10$ với $m\in(-20;20)\Rightarrow m\in(-20;10]$.

Như vậy, có 30 giá trị nguyên của m.

Câu 68: **HẾT** [2D1-1.7-4] **(THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho số $y=f\ x$ là hàm số bậc 5 có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng 4 điểm cực trị trên là $-3;-\frac{4}{3};0;2$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in -2023;2023$ để hàm số $y=\left|f(x^3+3x)+m\right|$ nghịch biến trên $-4;-1$?

A. 2025. **B.** 2024. **C.** 2023. **D.** 2022

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^3+3x\Rightarrow t'=3x^2+3>0$, do đó với $x\in -4;-1\Rightarrow t\in -76;-4$

Xét hàm số $g\ t\ =f\ t\ +m,\ g'\ t\ =f'\ t\ >0\forall t\in -76;-4$

Do đó yêu cầu của bài toán $\Rightarrow h\ -4\ \le 0\Rightarrow f\ -4\ +m\le 0\Rightarrow -1+m\le 0\Rightarrow m\le 1$

Do $m\in\mathbb{Z}, m\in -2023;2023$ nên $m\in -2023;...;1$, có 2025 giá trị m thỏa mãn.

Câu 69: [2D1-1.7-4] **(THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số

$f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;23]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}$, với $m\in\mathbb{R}$.

Ta có $g(1)=-m^2-2m+\frac{11}{6}$; $g(2)=-2m^2-2m+4$.

Đạo hàm $g'(x)=-x^2+(2m+3)x-(m^2+3m)$, do đó $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		m		$m+3$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(m)$	$\nearrow$	$g(m+3)$	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)=|g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ nếu một trong các trường hợp sau xảy ra

TH1: $\begin{cases}m\ge 2\\g(2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 2\\-2m^2-2m+4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 2\\-2\le m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

TH2: $\begin{cases}m\le 1\\m+3\ge 2\\g(2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le m\le 1\\\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le -2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=1$ (nhận).

TH3: $\begin{cases}m+3\le 1\\g(2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -2\\-2\le m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$ (nhận).

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;23]$ thỏa mãn.

Câu 70: **[2D1-1.7-4] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=\ln^3 x+6(m-1)\ln^2 x-3m^2\ln x+4$. Biết rằng đoạn [a, b] là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(e,+\infty)$. Giá trị biểu thức $a+3b$ bằng

A. $4+\sqrt{6}$. **B.** $12+2\sqrt{6}$. **C.** **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\ln x$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và $x\in(e,+\infty)\to t\in(1;+\infty)$.

Xét hàm số $g(t)=t^3+6(m-1)t^2-3m^2t+4$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

Ta có: $g'(t)=3t^2+12(m-1)t-3m^2$ và $\lim\limits_{t\to+\infty}g(t)=+\infty$

Hàm số $y=|g(t)|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}g'(t)\ge 0,\forall t\in[1;+\infty)(1)\\ g(1)\ge 0\end{cases}$

$+(2)\Rightarrow -3m^2+6m-1\ge 0\Rightarrow\dfrac{3-\sqrt{6}}{3}\le m\le\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$

$+\Delta_{g'}=36(m-1)^2+9m^2>0,\forall m\to g'(t)$ luôn có 2 nghiệm t_1,t_2

t	$-\infty$		t_1		t_2	1		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0		$+$	

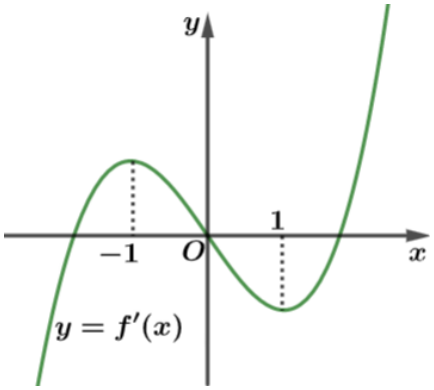
$(1)\Rightarrow t_2=-2(m-1)+\sqrt{5m^2-8m+4}\le 1\Leftrightarrow\sqrt{5m^2-8m+4}\le 2m-1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2m-1\ge 0\\ 5m^2-8m+4\le 4m^2-4m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-1\ge 0\\ m^2-4m+3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\dfrac{1}{2}\\ 1\le m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le 3.$

Kết hợp (1) và (2) ta được $m\in\left[1;\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}\right]\Rightarrow a=1;b=\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $a+3b=4+\sqrt{6}$.

Câu 71: **[2D1-1.7-4] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



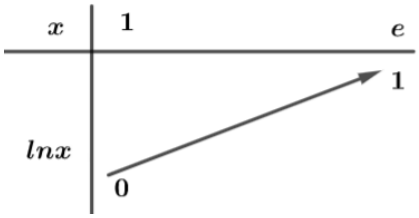
Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2f\left(\ln x\right)-\ln^2 x+1-m\right|$ nghịch biến trên $\left(1;e\right)$, biết $f\left(1\right)=2$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

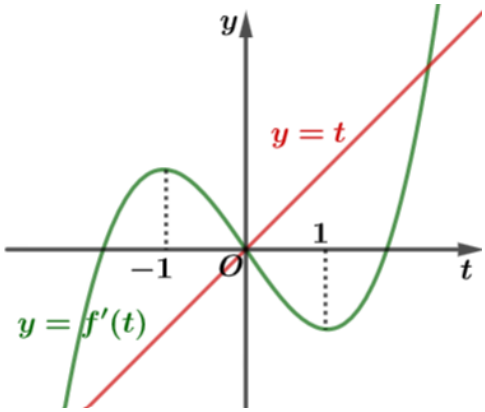
Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\ln x$, ta có:



Bài toán trở thành tìm giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2f\left(t\right)-t^2+1-m\right|$ nghịch biến trên $\left(0;1\right)$.



Xét hàm số $h\left(t\right)=2f\left(t\right)-t^2+1-m$ trên $\left(0;1\right)$ có $h'\left(t\right)=2\left[f'\left(t\right)-t\right]<0,\forall t\in\in\left(0;1\right)$.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow h\left(1\right)\ge0\Leftrightarrow2f\left(1\right)-1^2+1-m\ge0\Leftrightarrow m\le4$.

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn.

Câu 72: **[2D1-1.7-4] (THPT Hàm Long - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x+3\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-10;20\right]$ để hàm số $y=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$?

A. 20. **B.** 18. **C.** 16. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=f'\left(x^2+3x-m\right)\left(2x+3\right)$

Với $x\in\left(0;2\right)\Rightarrow2x+3>0$

Lại có: $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x+3\right)$. Khi đó $f'\left(x\right)\ge0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le-3\\x\ge1\end{array}\right.;f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow-3<x<1$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$ khi

$y'\ge0\Leftrightarrow\left(2x+3\right)f'\left(x^2+3x-m\right)\ge0\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right)\ge0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x-m\le-3\\x^2+3x-m\ge1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge x^2+3x+3\\m\le x^2+3x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge\max\limits_{(0;2)}\left(x^2+3x+3\right)\\m\le\min\limits_{(0;2)}x^2+3x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge13\\m\le-1\end{array}\right.$$

Mà $m\in\mathbb{Z}, m\in[-10;20]$ nên $m\in\{-10;-9;...;-1;13;14;...;19;20\}$.

Câu 73: **[2D1-1.7-4] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ với $a+b\le 16$ để hàm số $y=\left|3x^4-(a+1)x^3+6x^2+b-3\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 70. **B.** 72. **C.** 69. **D.** 71.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=3x^4-(a+1)x^3+6x^2+b-3$ suy ra $f'(x)=12x^3-3(a+1)x^2+12x$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi xảy ra hai trường hợp sau :

+) TH1 :

$$\begin{cases} f'(x)\ge 0 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^3-3(a+1)x^2+12x\ge 0 \\ b-3\ge 0 \end{cases} \forall x\in(0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\ge a+1 \\ b\ge 3 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a+1\le 8 \\ b\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le 7 \\ b\ge 3 \end{cases}, \text{(do } \min_{(0;+\infty)}\left(x+\frac{1}{x}\right)=2\text{, BĐT Cauchy)}$$

Suy ra có : 70 cặp số nguyên dương $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu.

+) TH2 :

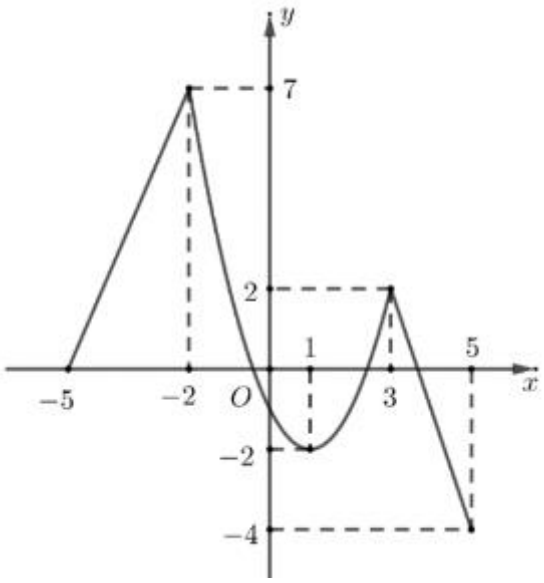
$$\begin{cases} f'(x)\le 0 \\ f(0)\le 0 \end{cases} \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^3-3(a+1)x^2+12x\le 0 \\ b-3\le 0 \end{cases} \forall x\in(0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\le a+1 \\ b\le 3 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty).$$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[4\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\right]=+\infty \Rightarrow 4\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\le a+1, \forall x\in(0;+\infty)$ không xảy ra. Suy ra TH2 không xảy ra.

Vậy có 70 cặp số nguyên dương $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu.

Câu 74: **[2D1-1.7-4] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(2x-1)-2\ln(1+x^2)-2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2f'(2x-1)-\dfrac{4x}{1+x^2}-2m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ khi $y'\ge 0,\forall x\in(-1;2)$

$\Rightarrow m\le f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2},\forall x\in(-1;2)$.

Đặt $g(x)=-\dfrac{2x}{1+x^2}$ có $g'(x)=\dfrac{2(x^2-1)}{(1+x^2)^2}$

và $h(x)=f'(2x-1)-\dfrac{2x}{1+x^2}$.

Với $a>0$ ta có bảng biến thiên sau

x	-1		$-0,5$		1		2
$2x-1$	-3		-2		1		3
$f'(2x-1)$	a	↗	7	↘	-2	↗	2

x	-1		1		2
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{4}{5}$

Dễ thấy $\min\limits_{(-1;2)} h(x)=h(1)=-3$.

$\Rightarrow m\le h(x),\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow m\le -3$.

Vì $m\in(-10;10)$ nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

Câu 75: **[2D1-1.7-4] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|3x^4-4(a+2)x^3+12ax^2-30a\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=3x^4-4(a+2)x^3+12ax^2-30a$

$\Rightarrow h'(x)=12x^3-12(a+2)x^2+24ax$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}h'(x)\le 0,\forall\in(-\infty;-2)\\ h(-2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-ax+2a\ge 0\\ 112+50a\ge 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)\ge a(x-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge x,\forall x\in(-\infty;-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$\Leftrightarrow a\ge -2$.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}h'(x)\ge 0,\forall\in(-\infty;-2)\\ h(-2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-ax+2a\le 0\\ 112+50a\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-2)\le a(x-2)\\ a\le -2,24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le x,\forall x\in(-\infty;-2)\\ a\ge -2,24\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\in\varnothing\\ a\ge -2,24\end{cases}\Leftrightarrow a\in\varnothing.$$

Vậy $a\in[-2;10]$ nên có 13 giá trị nguyên a thỏa bài toán.

Câu 76: **[2D1-1.7-4] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 2023. **B.** 2025. **C.** 12. **D.** 4042.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=2x^3-2mx+3 \Rightarrow f'(x)=6x^2-2m$.

Hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ trở thành hàm số $y=\left|f(x)\right|$.

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi trên khoảng $(1;+\infty)$ hàm số $f(x)$ đồng biến và có đồ thị nằm trên trục hoành hoặc hàm số $f(x)$ nghịch biến và có đồ thị nằm dưới trục hoành.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)\\ f(1)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f'(x)\le 0,\forall x\in(1;+\infty)\\ f(1)\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}6x^2-2m\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)\\ 5-2m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}6x^2-2m\le 0,\forall x\in(1;+\infty)\\ 5-2m\le 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le 3x^2,\forall x\in(1;+\infty)\\ m\le \dfrac{5}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 3x^2,\forall x\in(1;+\infty)\\ m\ge \dfrac{5}{2}\end{cases}\end{array}\right. (*)$$

Đặt $g(x)=3x^2$; $g'(x)=6x$.

Bảng biến thiên

x	1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le 3\\ m\le \dfrac{5}{2}\end{cases}\\ m\in\phi\end{array}\right. \Leftrightarrow m\le \frac{5}{2}.$$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-2023;2023) \Rightarrow m\in\{-2022,-2021,-2020,...,-1,0,1,2\}$.

Vậy có 2025 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 77: **[2D1-1.7-4] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)\left(x^2+mx+5\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên âm của m để hàm số

$g(x)=f\left(x^2+x-2\right)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $g'(x)=(2x+1)f'\left(x^2+x-2\right)$.

Để hàm số $g(x)=f\left(x^2+x-2\right)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $g'(x)\ge 0,\ \forall x>1$

$\Leftrightarrow (2x+1)f'\left(x^2+x-2\right)\ge 0,\ \forall x>1 \Leftrightarrow f'\left(x^2+x-2\right)\ge 0,\ \forall x>1$

$\Leftrightarrow \left(x^2+x-2\right)^2\left(x^2+x\right)\left[\left(x^2+x-2\right)^2+m\left(x^2+x-2\right)+5\right]\ge 0, \forall x>1$

$\Leftrightarrow \left(x^2+x-2\right)^2+m\left(x^2+x-2\right)+5\ge 0,\ \forall x>1.$

Đặt $t=x^2+x-2$ vì $x>1 \Rightarrow t>0$.

Lúc đó $t^2+mt+5\ge 0 \Leftrightarrow t+\dfrac{5}{t}\ge -m, \quad \forall t>0 \quad \Leftrightarrow \min\left(t+\dfrac{5}{t}\right)\ge -m,$

$\forall t>0 \Leftrightarrow 2\sqrt{5}\ge -m \Leftrightarrow m\ge -2\sqrt{5}$.

Câu 78: Suy ra các giá trị nguyên âm của m là $\{-4;-3;-2;-1\}$. **[2D1-1.7-4] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-2022;2023)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^3+(4a+16)x+11-4a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 2019 **B.** 2020 **C.** 2022 **D.** 2023.

Lời giải

Xét $f(x)=x^4-4x^3+(4a+16)x+11-4a^2$

$f'(x)=4x^3-12x^2+4a+16$

Để $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

Trường hợp 1. $\begin{cases} f'(x)\le 0, \forall x\in(-1;1) \\ f(1)\ge 0 \end{cases}$

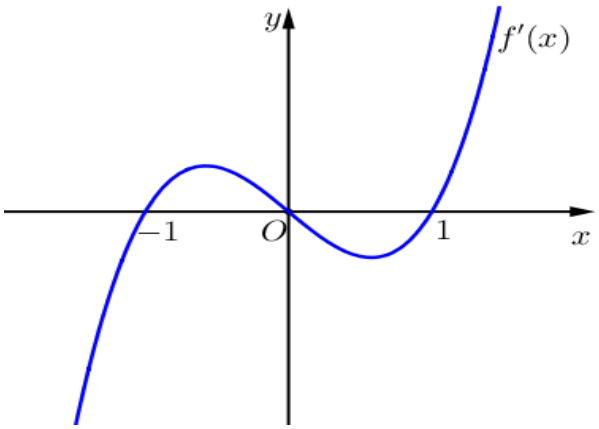
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3-12x^2+4a+16\le 0, \forall x\in(-1;1) \\ a^2-a-6\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-4\ge \left(x^3-3x^2\right), \forall x\in(-1;1) \\ -2\le a\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\le -4 \\ -2\le a\le 3 \end{cases} \Rightarrow vn$

Trường hợp 2. $\begin{cases} f'(x)\ge 0, \forall x\in(-1;1) \\ f(1)\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-4\le \left(x^3-3x^2\right), \forall x\in(-1;1) \\ \left[\begin{array}{l} a\le -2 \\ a\ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-4\le -4 \\ \left[\begin{array}{l} a\le -2 \\ a\ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow a\ge 3$

Vậy có 2020 giá trị thoả mãn.

Câu 79: **[2D1-1.7-4] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ thỏa mãn $f(0)=3f(2)=-3$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left[4f(x)-f''(x)+m\right]$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

A. 30. **B.** 29. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

Hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ $-1;0;1$ nên

$$\Rightarrow\begin{cases}f'(-1)=0\\f'(0)=0\\f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a+3b-2c+d=0\ (1)\\d=0\\4a+3b+2c+d=0\ (2)\end{cases}\overset{(1)+(2)}{\Rightarrow}\begin{cases}b=0\\d=0\end{cases}.$$

Mặt khác: $f(0)=-3\Rightarrow e=-3$ và $f'(0)=0\Rightarrow d=0$.

$$\Rightarrow\begin{cases}f(2)=-1\Rightarrow 16a+4c=2\\f'(1)=0\Rightarrow 4a+2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{4}\\c=\dfrac{-1}{2}\end{cases}.$$

Khi đó, $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2-3\Rightarrow f''(x)=3x^2-1$.

$\Rightarrow g(x)=f\left[4f(x)-f''(x)+m\right]=f\left(x^4-5x^2-11+m\right)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi

$g'(x)=\left(4x^3-10x\right).f'\left(x^4-5x^2-11+m\right)\geq 0,\forall x\in(0;1)$ (*)

Xét hàm số $h(x)=4x^3-10x=0\Rightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{\pm\sqrt{10}}{2}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{10}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow h(x)=4x^3-10x<0, \forall x\in(0;1)$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow f'\left(x^4-5x^2-11+m\right)\le 0, \forall x\in(0;1)$.

Đặt $u(x)=x^4-5x^2-11+m$. Với mọi $x\in(0;1)\Rightarrow u\in(m-15;m-11)$.

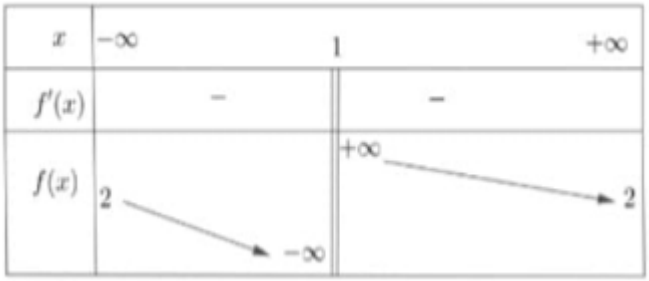
Ta có $f'(u)\le 0,\ \forall u\in(m-15;m-11) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}(m-15;m-11)\subset(-\infty;-1] & (1)\\ (m-15;m-11)\subseteq(0;1) & (2)\end{array}\right.$.

Vì độ dài của $(m-15;m-11)$ là 4 nên (2) không thỏa mãn.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow m-11\le -1\Leftrightarrow m\le 10$ với $m\in(-20;20)\Rightarrow m\in(-20;10]$.

Như vậy, có 30 giá trị nguyên của m.

Câu 1: **[2D1-1.8-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau



Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)-2>0$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

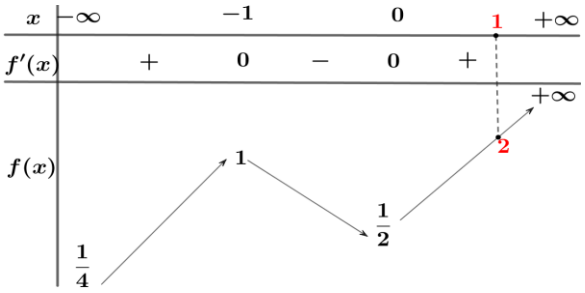
Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)-2>0 \Leftrightarrow f(x)>2$ Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)>2 \Leftrightarrow x>1$

Tập nghiệm bất phương trình là $(1;+\infty)$.

Câu 1: [2D1-1.8-3] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Biết $f(1)=2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m\le 10$ và bất phương trình $(x-1)\left[mf^2(x)-(2m+1)f(x)+2\right]\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x)=mf^2(x)-(2m+1)f(x)+2$

+ $m=0\Rightarrow g(x)=-f(x)+2=0\Rightarrow x=1\to bpt$ có đúng 1 nghiệm $x=1$.

+ $m>0$ thì $g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=2\to 1\ n_0\ x=1 \\ f(x)=\dfrac{1}{m}\end{array}\right.$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $g(x)=0$ có đúng 1 nghiệm đơn $x=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{m}\le\dfrac{1}{4}\Rightarrow m\ge 4(vì\ m>0)$.

Kết hợp với điều kiện $m\le 10$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{4;5;6;7;8;9;10\}$.

Câu 2: [2D1-1.8-3] **(Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Biết phương trình $2022^x-2022^{\sqrt{2x+1}}=1-x^2+2\sqrt{2x+1}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ (trong đó a,b là các số nguyên). Tính $a+b^3$.

A. 3. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$2022^x-2022^{\sqrt{2x+1}}=1-x^2+2\sqrt{2x+1}$

$\Leftrightarrow 2022^x+x^2+2x+1=2x+2+2\sqrt{2x+1}+2022^{\sqrt{2x+1}}$

$\Leftrightarrow 2022^x+(x+1)^2=\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2+2022^{\sqrt{2x+1}}$.

Xét hàm số $f(t)=2022^t+(t+1)^2,\ t\in[0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=2022^t\ln 2022+2(t+1)>0,\forall t\in[0;+\infty)$ nên hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên

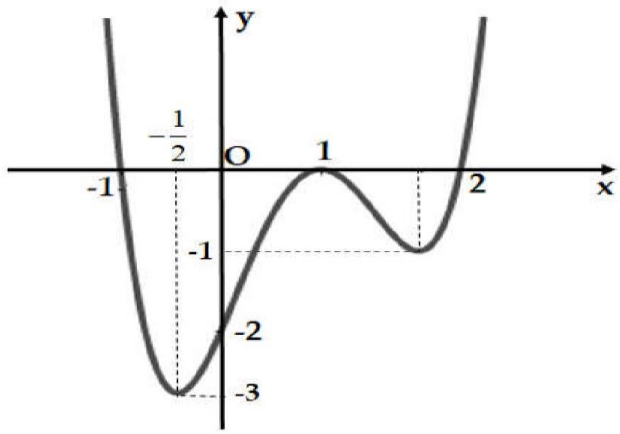
khoảng $[0;+\infty)$.

Khi đó $f(x)=f\left(\sqrt{2x+1}\right)\Leftrightarrow x=\sqrt{2x+1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2-2x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1+\sqrt{2}$.

Suy ra $a=1$ và $b=2$.

Vậy $a+b^3=1+2^3=9$.

Câu 3: **[2D1-1.8-3] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong cho trong hình dưới đây.



Đặt $g(x)=f\left(f(x)-1\right)$. Gọi S là tập các nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 7 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

$$g(x)=f\left(f(x)-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)-1=-1\\f(x)-1=1\\f(x)-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=2\\f(x)=3\end{array}\right.$$

+) $f(x)=0$ có 3 nghiệm

+) $f(x)=2$ có 2 nghiệm

+) $f(x)=3$ có 2 nghiệm

Vậy phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 4: **[2D1-1.8-3] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f\left(\frac{x^2+1}{x-2}\right)\ge f(10)$. Số phần tử của S là

A. Vô số. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}\right) \geq f(10) \\ f'(x)<0 \Rightarrow f(x) \text{ NB} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x-2} \leq 10 \Leftrightarrow \frac{x^2+1-10(x-2)}{x-2} \leq 0$$

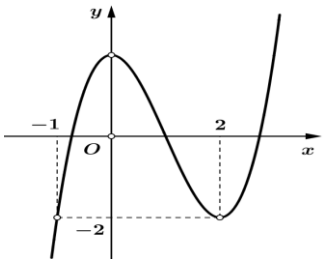
$$\Leftrightarrow \frac{x^2-10x+21}{x-2} \leq 0 \text{ và}$$

$-\infty$		2		3		7		$+\infty$
	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x<2 \\ 3 \leq x \leq 7 \end{array}\right.$$

Suy ra nghiệm nguyên dương $x \in \{1,3,4,5,6,7\}$.

Câu 1: **[2D1-1.8-4] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị như hình dưới đây:

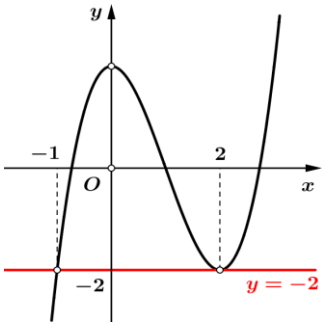


Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\ \sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m\ +2=0$ có nghiệm trong khoảng $-4;4$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B



Xét phương trình $f\ \sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m\ +2=0$ * trong khoảng $-4;4$

$$* \Leftrightarrow f\ \sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m\ =-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m=2\\ \sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m=-1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}=m+2\\ \sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}=m-1\end{array}\right.$$

Xét hàm số $g\ x\ =\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}$ trong khoảng $-4;4$.

Ta có $g'\ x\ =\dfrac{1}{2\sqrt{x+4}}-\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}; g'\ x\ =0 \Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên

x	-4		0		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$2\sqrt{2}$	↗	4	↘	$2\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đã cho có nghiệm thì

$\left[\begin{array}{l}2\sqrt{2}<m+2\le 4\\2\sqrt{2}<m-1\le 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\sqrt{2}-2<m\le 2\\2\sqrt{2}+1<m\le 5\end{array}\right.$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\ 1;2\ \cup\ 4;5\ $.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2D1-1.8-4] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hệ phương trình $\begin{cases}4^{x-y}-2^{2y}+x-2y=0\\4^x+1=\left(m^2+2\right)\sqrt{1-y^2}.4^y\end{cases}$, m là tham số. Gọi S là tập giá trị m nguyên để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Số phần tử của tập S là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases}4^{x-y}-2^{2y}+x-2y=0\ (1)\\4^x+1=\left(m^2+2\right)\sqrt{1-y^2}.4^y\ (2)\end{cases}$.

Điều kiện của hệ phương trình $1-y^2\ge 0\Leftrightarrow -1\le y\le 1$.

$4^{x-y}-2^{2y}+x-2y=0\Leftrightarrow 4^{x-y}+x-y=4^y+y$.

Đặt $f\left(t\right)=4^t+t\Rightarrow f'\left(t\right)=4^t.\ln 4+1>0,\forall t\in\left[-1;1\right]$

Ta có $\begin{cases}f'\left(t\right)>0,\forall t\in\left[-1;1\right]\\f\left(x-y\right)=f\left(y\right)\end{cases}\Rightarrow x-y=y\Leftrightarrow x=2y.$

Thay $2y=x$ vào phương trình (2) ta được. $4^x+1=\dfrac{\left(m^2+2\right)}{2}\sqrt{4-x^2}.2^x,\left(-2\le x\le 2\right)$.

Giả sử x_0 là nghiệm ta có $4^{x_0}+1=\dfrac{\left(m^2+2\right)}{2}\sqrt{4-{x_0}^2}.2^{x_0}$.

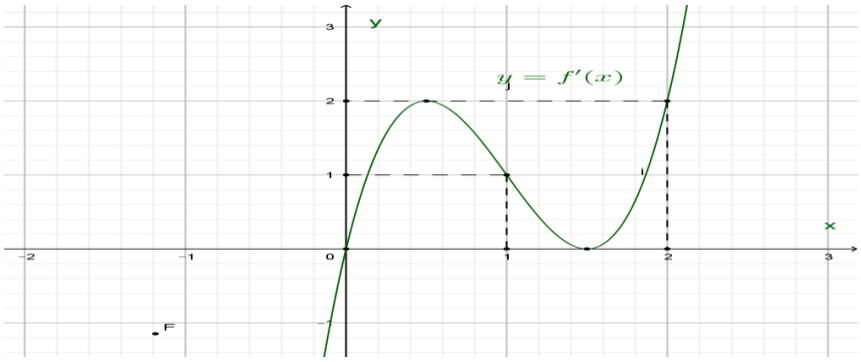
Xét $-x_0$ thay vào phương trình $4^{-x_0}+1=\dfrac{\left(m^2+2\right)}{2}\sqrt{4-{x_0}^2}.2^{-x_0}\Leftrightarrow 1+4^{x_0}=\dfrac{\left(m^2+2\right)}{2}\sqrt{4-{x_0}^2}.2^{x_0}$.Do đó $-x_0$ cũng là nghiệm của phương trình. Do hệ có nghiệm duy nhất thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất khi $x_0=0$. Khi đó $m=0$.

Thay $m=0$ vào (2) ta được $4^x+1=\sqrt{4-x^2}.2^x\Leftrightarrow 2^x+\dfrac{1}{2^x}=\sqrt{4-x^2}$..

Ta có $\begin{cases}2^x+\dfrac{1}{2^x}\ge 2\\\sqrt{4-x^2}\le 2\end{cases}\Rightarrow$ Để phương trình có nghiệm khi $x=0$.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất khi $m=0$.

Câu 3: **[2D1-1.8-4] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Bất phương trình $f(2\sin x)+\cos 2x<m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;\pi)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(1)-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\geq f(1)-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m>f(1)+\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

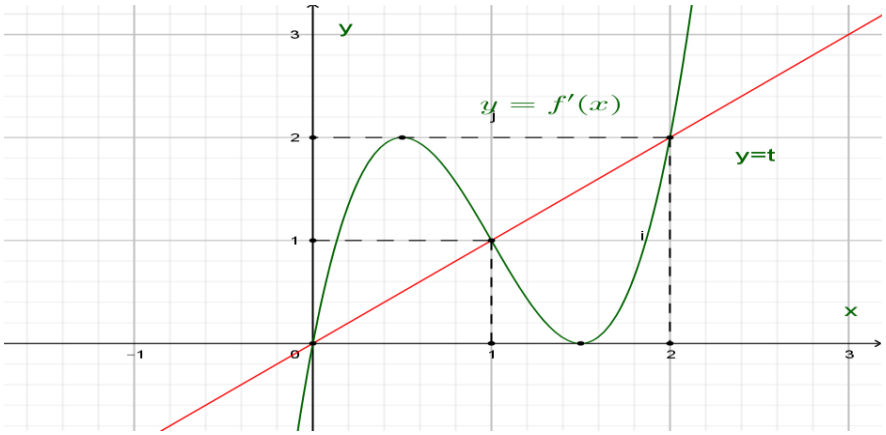
Chọn A

$$f(2\sin x)+\cos 2x<m+1\Leftrightarrow f(2\sin x)+1-2\sin^2 x<m+1\Leftrightarrow f(2\sin x)-\frac{2\sin x^{\,2}}{2}<m.$$

Đặt $t=\sin 2x,\ 0<t\leq 2$ ta được $f(t)-\dfrac{t^2}{2}<m.\ 0<t\leq 2$.

Đặt $h\ t\ =f\ t\ -\dfrac{t^2}{2}\Rightarrow h'\ t\ =f'\ t\ -t$.

Dựa vào đồ thị hàm số sau



Ta có bảng biến thiên

t	0		1		2
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	$f(0)$	↗	$f(1)-\dfrac{1}{2}$	↘	$f(2)-2$

Để bất phương trình $f\ t\ -\frac{t^2}{2}<m$ đúng với mọi $0<t\le 2\Rightarrow m>f\ 1\ -\frac{1}{2}..$

Câu 4: **[2D1-1.8-4] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là $S=[a;b]$. Tính $a\sqrt{2}+8b$

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0\Leftrightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2m\left(x^4+1\right)}\ge 0$

Điều kiện của bất phương trình $m\ge 0.$

Ta có $x^4+1-x^2=\left(x^2-\sqrt{3}x+1\right)\left(x^2+\sqrt{3}x+1\right)>0$

+Với $x\ge 0\Rightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0,\forall m\ge 0.$

+Với $x<0\Rightarrow x^4+1-x^2-\sqrt{2mx^2\left(x^4+1\right)}\ge 0.$

Đặt $\begin{cases}b_1=x^4+1\\ b_2=x^2\end{cases},\left(b_1\ge 1,b_2\ge 0,b_1-b_2>0\right).$

+ $m=0$ luôn thỏa mãn.

+ Xét $m>0$

Ta được bất phương trình $b_1-b_2\ge\sqrt{2mb_1b_2}.$

$\Leftrightarrow {b_1}^2-2b_1b_2+{b_2}^2\ge 2mb_1b_2\Leftrightarrow\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2-2\left(m+1\right)\frac{b_1}{b_2}+1\ge 0.$

Đặt $t=\frac{b_1}{b_2}\left(t\ge 2\right).$ ta được bất phương trình $t^2-2\left(m+1\right)t+1\ge 0$

Đặt $h\left(t\right)=t^2-2\left(m+1\right)t+1.$ Ta có $\Delta'=m^2+2m>0,\forall m>0.$ Khi đó phương trình có 2 nghiệm $t_1,t_2,\left(t_1<t_2\right).$

$t^2-2\left(m+1\right)t+1\ge 0,\forall t\ge 2.$ điều kiện là $t_1<t_2\le 2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}h\left(2\right)\ge 0\\ m+1<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4m+1\ge 0\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\frac{1}{4}\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow m\le\frac{1}{4}.$

Vậy tập các giá trị của m là $S=[0;\frac{1}{4}]\Rightarrow a\sqrt{2}+8b=2.$

Câu 5: **[2D1-1.8-4] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+\left(4-m\right)x+2.$ Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc

$[-100;100]$ sao cho $f(x)\ge 0$ với mọi giá trị $x\in[3;5]$.

A. 101. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 102.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=3(1-m^3)x^2+6x+4-m=3x^2+6x+4-m(3m^2x^2+1)$.

Ta thấy: $3x^2+6x+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Điều kiện cần:

$$\begin{cases} f(3)\ge 0 \\ f(5)\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 27(1-m^3)+27+3(4-m)+2\ge 0 \\ 125(1-m^3)+75+5(4-m)+2\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -27m^3-3m+68\ge 0 \\ -125m^3-5m+222\ge 0 \end{cases}.$$

Vì $m\in[-100,100]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-100,-99,-98,...,0,1\}$.

Điều kiện đủ:

Nếu $m=1$ thì $f(x)=3x^2+3x+2\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó, $m=1$ **(Nhận)**.

Nếu $m\le 0$ thì $-m(3m^2x^2+1)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$Hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $m\le 0$ **(Nhận)**.

Vậy có 102 giá trị nguyên m thoả mãn yêu cầu bài.

Câu 6: **[2D1-1.8-4] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $f(3x+1)+9x^2-6x+1\le m$ đúng với mọi $x\in[0;1]$.

A. $m\ge 18$. **B.** $m\ge 9$. **C.** $m\ge 10$. **D.** $m\ge 19$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$.

Xét hàm số $g(x)=f(3x+1)+9x^2-6x+1$ ta có $g'(x)=3f'(3x+1)+18x-6$ khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(3x+1)=-2(3x+1)+4$. (1)

Đặt $t=3x+1$ khi đó mọi $x\in[0;1]\Rightarrow t\in[1;4]$ khi đó (1) trở thành $f'(t)=-2t+4\Leftrightarrow 3t^2-10t+5=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{5-\sqrt{10}}{3}\notin[1;4] \\ t=\dfrac{5+\sqrt{10}}{3}\in[1;4] \end{array}\right.$$

. Ta có $g(1)=3$; $g(4)=10$; $g\left(\dfrac{3+\sqrt{10}}{3}\right)\approx 0.3\Rightarrow\max\limits_{[1;4]}g(t)=10$.

Do đó để $f(3x+1)+9x^2-6x+1\le m\Rightarrow m\ge 10$.

Câu 7: **[2D1-1.8-4] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=2\sqrt{2}$, $f(x)>0$ và $f(x).f'(x)=(2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ là

A. $5\sqrt{4}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x).f'(x)=(2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}=2x+1, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{1+f^2(x)}}=2x+1, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow \int\dfrac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}x=\int(2x+1)\mathrm{d}x \Rightarrow \sqrt{1+f^2(x)}=x^2+x+C$.

Cho $x=0$ ta được: $C=\sqrt{1+f^2(0)}=\sqrt{1+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=3$.

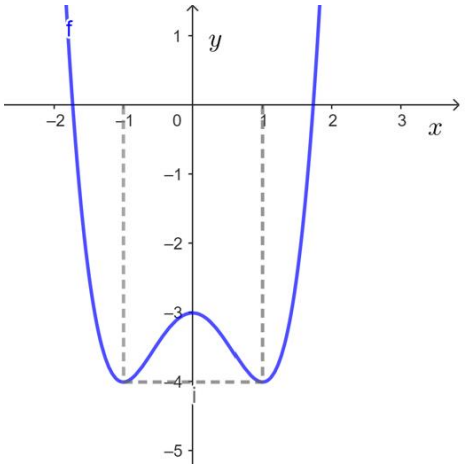
Do đó $\sqrt{1+f^2(x)}=x^2+x+3$.

Lại cho $x=2$ ta được: $\sqrt{1+f^2(2)}=4+2+3=9 \Rightarrow 1+f^2(2)=81 \Rightarrow f^2(2)=80$

$\Rightarrow f(2)=4\sqrt{5}$ (do $f(x)>0$).

Vậy $f(2)=4\sqrt{5}$.

Câu 1: **[2D1-2.0-2] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Diện tích tam giác tạo bởi các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A(-1;-4), B(1;-4), C(0;-3)$

Gọi $H(0;-4)$ là trung điểm của AB

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AB.CH=\frac{1}{2}.2.1=1$.

Câu 1: **[2D1-2.1-1] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số đạt cực trị tai điểm $x=x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

B. Nếu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ thì hàm số không có cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=x_0$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0.

D. $x=x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề sai là: Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=x_0$ thì $f'(x_0)=0$ vì ta cần thêm điều kiện f' đổi dấu khi đi qua $x=x_0$

Câu 1: **[2D1-2.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f'(x)=0$

$$\Leftrightarrow f'(x)=(x+2)(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 2: **[2D1-2.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do $f'(x)=(x+2)(x-1),\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta lập được bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 3: **[2D1-2.2-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

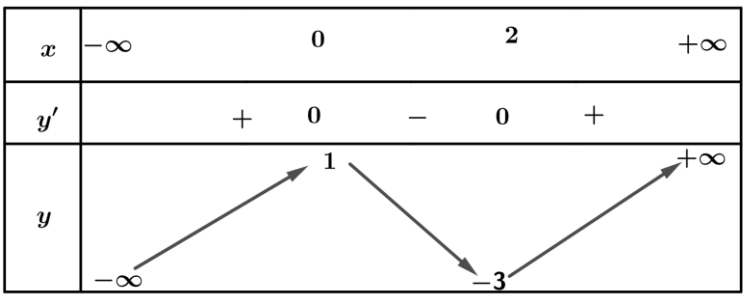
Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x$.

$$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.2-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x^2-1)(x-2)$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=2\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng trên ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 5: **[2D1-2.2-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-12x+1$ là

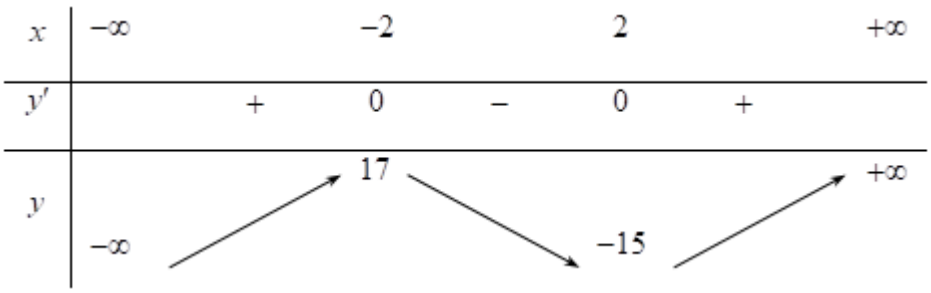
A. 2. **B.** -2. **C.** 17. **D.** -15.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-12$ $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$

Ta có BBT:



Từ bảng biến thiên ta có $y_{CD}=17$.

Câu 6: **[2D1-2.2-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=2x^3-9x^2+12x+6$, tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là

A. 3. **B.** 21. **C.** 24. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $y'=6x^2-18x+12$.

$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=11\\x=2\Rightarrow y=10\end{array}\right.$

Vậy tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là 21.

Câu 7: **[2D1-2.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Điểm nào sau đây là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-3, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

$y''=6x, y''(1)=6>0, y''(-1)=-6<0.$

Từ đó suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;-1)$..

Câu 8: **[2D1-2.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^3+2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3+2$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $y'=3x^2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó hàm số $y=x^3+2$ không có cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.2-1] (SGD Hậu Giang 22-23)** Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: **[2D1-2.2-1] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4x^3-4x$. Giải $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

và y' đổi dấu khi x qua 3 nghiệm đó.

Vậy hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có 3 điểm cực trị.

Câu 11: **[2D1-2.2-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=3$. **D.** $y_{CT}=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-8x$. Giải $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-8x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là $y_{CT}=-1$.

Câu 12: **[2D1-2.2-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Điểm cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+1$

A. $x=0$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Hàm số có $a=1>0$ nên nó đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 13: **[2D1-2.2-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+x)(x-2)^2(2^x-4),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1 **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x^2+x)(x-2)^2(2^x-4)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x(x+1)=0\\(x-2)^2=0\\2^x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2(bl)\end{array}\right.$. Vậy hàm số có 3 cực trị.

Câu 14: [2D1-2.2-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023) Đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=x^3-3x^2+2ax+b\Rightarrow y'(x)=3x^2-6x+2a$.

Câu 15: [2D1-2.2-1] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023) Số điểm cực trị của hàm số $y=-x^4-4x^3+3$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3-12x^2\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow -4x^2\ x+3\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$.

Vì $x=0$ là nghiệm kép còn $x=3$ là nghiệm đơn nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 16: [2D1-2.2-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2) Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=4$.

Câu 17: [2D1-2.2-1] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2) Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $ab=1.(-1)<0\Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 18: [2D1-2.2-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023) GHàm số $f(x)=-2x^4+x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$f'(x)=-8x^3+2x$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Hàm số có 3 cực trị

Câu 19: [2D1-2.2-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(2-x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 20: [2D1-2.2-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1) Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y=x^4+2$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $V=x^2-2x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=3x-4$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số này không có cực trị.

Câu 21: **[2D1-2.2-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=-1, b=2 \Rightarrow a.b<0$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 22: [2D1-2.2-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow (2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=-2 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Nhận thấy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có 1 nghiệm bội lẻ là $x=-\dfrac{1}{2}$. Do đó hàm số $f(x)$ chỉ có 1 điểm cực trị.

Câu 23: **[2D1-2.2-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của của hàm số đã cho là

A. $(0;2)$. **B.** $y=-5$. **C.** $x=3$. **D.** $(3;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của của hàm số đã cho là $x=3$.

Câu 24: **[2D1-2.2-1] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Số cực trị của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2023}{2x+1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=\dfrac{4047}{(2x+1)^2}>0\ \forall x\neq -\dfrac{1}{2}$

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)(x+2)^3$. Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

$f'(x)=0$ có hai nghiệm đơn là $x=1;x=-2\Rightarrow f'(x)$ đổi dấu hai lần qua hai nghiệm nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.2-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

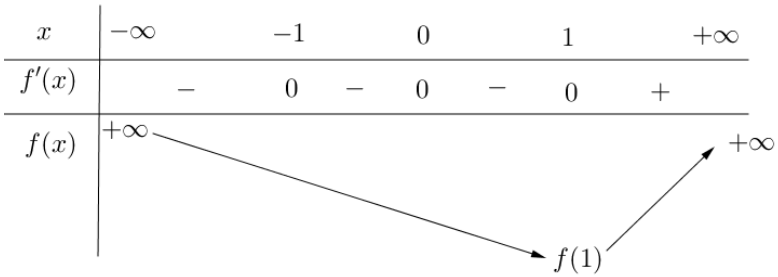
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 3: **[2D1-2.2-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2.\end{array}\right.$$

Trong các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ thì $x=0, x=2$ là các nghiệm bội lẻ nên chúng là cực trị của hàm số $f(x)$. Còn $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên nó không phải là cực trị của hàm số $f(x)$.

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.2-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y=x^3-x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^3+x+1$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=x^3+x+1$ có $y'=3x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số $y=x^3+x+1$ không có cực trị

Câu 5: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-4)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=-f'(-x)=-(x^2-1)(-x-4)$.

Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow -(x^2-1)(-x-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-4)$	↗	$g(-1)$	↘	$g(1)$	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f(-x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 6: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Diện tích tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A(0;3); B(1;2); C(-1;2)$

Khoảng cách từ $A(0;3)$ đến $BC: y = 2$ là $h_A = 1$

Do đó: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} h_A . BC = \frac{1}{2}.1.2 = 1$.

Câu 7: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào có 3 điểm cực trị?

A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^3 - x^2 - 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = \frac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$, có $y' = 4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Xét hàm số $y = x^3 - x^2 - 3x + 1$, có $y' = 3x^2 - 2x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$, có $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, có $y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$ nên hàm số không có cực trị.

Cách khác:

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$ nên hàm số có 3 điểm cực trị là $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 8: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^4 + 2$. **C.** $y = 3x - 4$. **D.** $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Chọn C

$y = 3x - 4 \Rightarrow y' = 3 > 0$. Suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại:

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3) \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$, trong đó $x=2$ là nghiệm kép.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 10: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4x^3-2x$

Giải $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

Câu 11: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^4-2x^2$ có dạng $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có $a.b<0$ nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 12: **[2D1-2.2-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2+2x-3$ và $y''=2x+2$.

Phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3.\end{array}\right.$.

Vì $y''(1)=4>0$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu.

Câu 13: **[2D1-2.2-2] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có 1 cực trị.

Câu 14: **[2D1-2.2-2] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x^2-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=x^2(x^2-1)$

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (bội\ 2)\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$				$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho có 1 cực đại.

Câu 15: **[2D1-2.2-2] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$

Qua $x=1$, đạo hàm của hàm số không đổi dấu, nên hàm số chỉ có 2 điểm cực trị.

Câu 16: **[2D1-2.2-2] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-1=0\\x^2-4=0\\x^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↘		↗	

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 17: **[2D1-2.2-2] (Chuyên ĐHSP Hà Nội - ĐGNL - Năm 2022 - 2023)** Gọi A,B,C là điểm cực trị của hàm số $y=4x^4-4x^2+1$. Diện tích tam giác ABC bằng.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D

$y=4x^4-4x^2+1$

$+)y'=16x^3-8x, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1\\x=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow y=0\\x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow y=0\end{array}\right.$

Gọi $A(0,1),\ B(\frac{1}{\sqrt{2}},0);C(-\frac{1}{\sqrt{2}},0)$. Diện tích tam giác $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.1.\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Với H là trung điểm BC.

Câu 18: **[2D1-2.2-2] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;0)$.

Câu 19: **[2D1-2.2-2] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4),\ x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

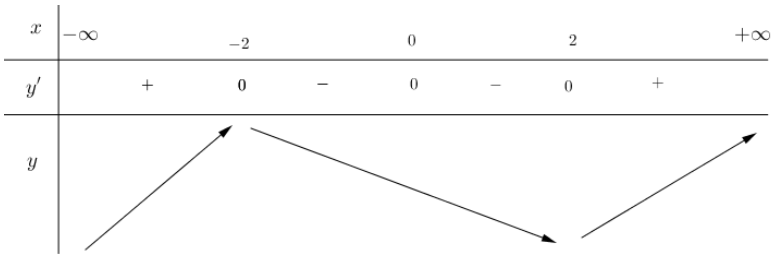
A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.

C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Lời giải

Ta có phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

BBT



Câu 20: **[2D1-2.2-2] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\pm 2$.

Lời giải

Chọn B

Có $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\ (kep)\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	

Từ đó suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 21: **[2D1-2.2-2] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Hàm số $y=(x^2-1)(3x-2)^3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

$y'=(3x-2)^2(15x^2-4x-9)$ vì $(3x-2)^2\geq 0,\forall x\in R$ nên dấu của y' là dấu của biểu thức $15x^2-4x-9$

$15x^2-4x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2-\sqrt{139}}{15}\\ x=\dfrac{2+\sqrt{139}}{15}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{2-\sqrt{139}}{15}$		$\frac{2+\sqrt{139}}{15}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 1 điểm cực đại

Câu 22: **[2D1-2.2-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là.

A. 3. **B.** -25. **C.** 7. **D.** -20.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có

$$y'=3x^2-6x-9, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	7	↘	-25	↗	$+\infty$

Vậy $y_{CT}=y(3)=-25.$.

Câu 23: **[2D1-2.2-2] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+1)(x-2)$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^2(x+1)(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$

Nhận thấy phương trình trên chỉ có 2 nghiệm bội lẻ là -1 và 2. Do đó, hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 24: **[2D1-2.2-2] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Biết hàm số $y=2x^4+x^2-6$ có

duy nhất một điểm cực trị. Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;-6)$. **B.** $(0;6)$. **C.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{0};0\right)$. **D.** $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=0\Leftrightarrow 8x^3+2x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow y(0)=-6$.

Vậy tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-6)$.

Câu 25: **[2D1-2.2-2] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(9-x^2)(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=(9-x^2)(x+3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=3\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↗		↘	

Hàm số không có cực tiểu.

Câu 26: **[2D1-2.2-2] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=2x^4-4x^2-5$. **D.** $y=\frac{1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn B

$y=x^4+2x^2\Rightarrow y'=4x^3+4x$

Phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm đơn $x=0$. Vậy hàm số $y=x^4+2x^2$ có đúng một điểm cực trị.

Câu 27: **[2D1-2.2-2] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^4+x^2+1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\frac{1}{4}$.

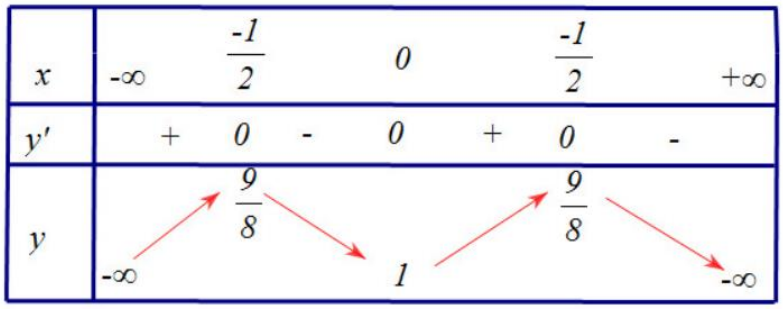
Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -8x^3 + 2x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -8x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số như sau



Giá trị cực tiểu là 1.

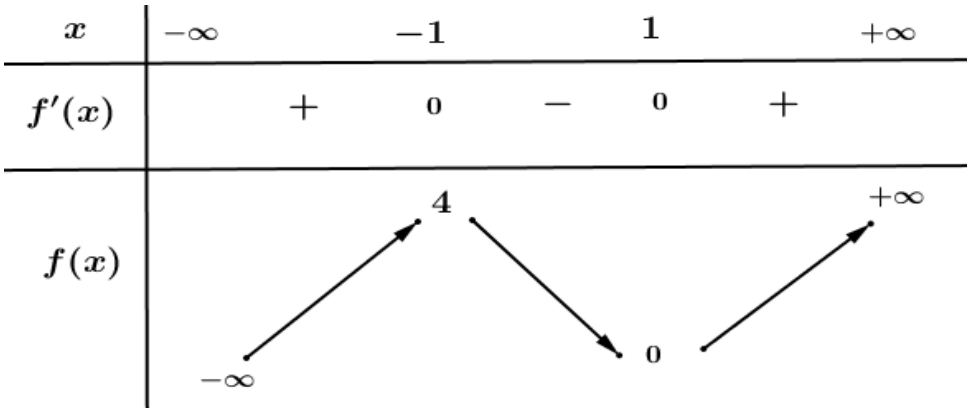
Câu 28: **[2D1-2.2-2] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có giá trị cực đại bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 20. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

TXĐ $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$



Suy ra giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 29: **[2D1-2.2-2] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^3(3x+1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x)=x(x+1)^3(3x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right..$$

Dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 30: [2D1-2.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$ trong đó các nghiệm $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm bội lẻ do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 31: [2D1-2.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$ trong đó các nghiệm $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm bội lẻ do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 32: [2D1-2.2-2] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Đồ thị của hàm số có điểm cực đại là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Vậy đồ thị của hàm số có điểm cực đại là $(0;2)$.

Câu 33: **[2D1-2.2-2] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-26)^2(x-10)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=x^3(x-26)^2(x-10)$

$$f'(x)=x^3(x-26)^2(x-10)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x-26=0\\x-10=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=26\\x=10\end{array}\right.$$

$f'(x)=0$ có một nghiệm bội chẵn $x=26$; một nghiệm đơn $x=0$, một nghiệm đơn $x=10$

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 34: **[2D1-2.2-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\\x=2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 35: **[2D1-2.2-2] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-3x+2)(3x-x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x^3-3x+2)(3x-x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 36: **[2D1-2.2-2] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Hàm số $y=(x^2-1)(3x-2)^3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

$y'=(3x-2)^2(15x^2-4x-9)$ vì $(3x-2)^2\geq 0,\forall x\in R$ nên dấu của y' là dấu của biểu thức $15x^2-4x-9$

$15x^2-4x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2-\sqrt{139}}{15}\\x=\dfrac{2+\sqrt{139}}{15}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{2-\sqrt{139}}{15}$		$\dfrac{2+\sqrt{139}}{15}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 1 điểm cực đại

Câu 37: **[2D1-2.2-2] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Xác định số điểm cực trị của hàm số $y=x^4-10x^2+1$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 20x$.

$$y' = 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		0		$\sqrt{5}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 38: **[2D1-2.2-2] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 > 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 39: **[2D1-2.2-2] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 4$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

$y = x^4 - 4x^2 + 4$ là hàm trùng phương có $\begin{cases} a.b = 1.(-4) < 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases}$ nên hàm số có 3 điểm cực trị trong đó 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại.

Giá trị cực đại là $y_{CD} = y(0) = 4$.

Câu 40: **[2D1-2.2-2] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Ta có $x=0, x=1, x=-2$ là các nghiệm bội lẻ nên $f(x)$ có 3 điểm cực trị là $x=0, x=1, x=-2$

Câu 41: **[2D1-2.2-2] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2)^3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Trong đó $x=0; x=-2$ lần lượt là nghiệm đơn và nghiệm bội lẻ, $x=1$ là nghiệm bội chẵn

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 42: **[2D1-2.2-2] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo $f'\ x\ =\ x+1^{\ 2}\ x-1^{\ 3}\ 2-x$. Số điểm cực trị của hàm số $f\ x$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\ x\ =\ x+1^{\ 2}\ x-1^{\ 3}\ 2-x\ =0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số có hai cực trị.

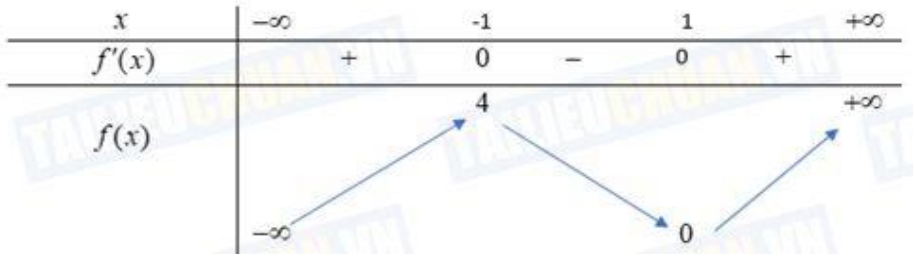
Câu 43: **[2D1-2.2-2] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-3x+2$

A. $y_{CD}=4$. **B.** $y_{CD}=1$. **C.** $y_{CD}=0$. **D.** $y_{CD}=-1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$



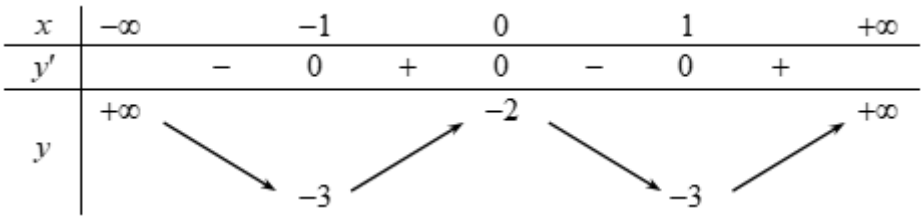
Từ BBT suy ra $y_{CĐ}=4$.

Câu 44: **[2D1-2.2-2] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-2x^2-2$ là

A. $y_{CĐ}=1$. **B.** $y_{CĐ}=-2$. **C.** $y_{CĐ}=-3$. **D.** $y_{CĐ}=0$.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0,y=-2\\x=\pm1,y=-3\end{array}\right.$.



Hàm số có giá trị cực đại bằng -2 tại điểm $x=0$.

Câu 45: **[2D1-2.2-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x+1$. Giả sử hàm số đạt cực đại tại điểm $x=a$ và đạt cực tiểu tại $x=b$ thì giá trị biểu thức $2a-5b$ là

A. 1. **B.** 12. **C.** -1. **D.** -8.

Lời giải

Đạo hàm $y'=x^2-3x+2;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Vì đây là hàm số bậc ba với hệ số $a=\frac{1}{3}>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$và đạt cực tiểu tại $x=2$, do đó $2a-5b=2\cdot1-5\cdot2=-8$.

Câu 46: **[2D1-2.2-2] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x^2+2x\ ^3\ x+4\ ^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$f'\left(x\right)=x\left(x^2+2x\right)^3\left(x+4\right)^2=x^4(x+2)^3\left(x+4\right)^2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=-4\end{array}\right.$

Xét dấu của $f'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ có một điểm cực trị.

Câu 47: **[2D1-2.2-2] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+5$ giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y_{CT}=3.$ **B.** $y_{CT}=0.$ **C.** $y_{CT}=1.$ **D.** $y_{CT}=5.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=4x^3-6x^2+5$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=12x^2-12x, y'=0\Rightarrow12x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↘	5	↗	3	↘	$+\infty$

giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=3$

Câu 48: **[2D1-2.2-2] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=2x\left(x-2\right)\left(x+3\right)^5,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. $1.$ **B.** $2.$ **C.** $3.$ **D.** $0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+3)^5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, ta được số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 49: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-2.2-2] Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT}. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{CD}+3y_{CT}=15$ **B.** $y_{CT}-y_{CD}=2\sqrt{3}$ **C.** $2y_{CD}-y_{CT}=5$ **D.** $y_{CD}+y_{CT}=12$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CT}=3$, $y_{CD}=4$.

Vậy $2y_{CD}-y_{CT}=5$.

Câu 50: [2D1-2.2-2] **(THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x+2$ là

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=4$. **C.** $y_{CT}=-1$. **D.** $y_{CT}=1$

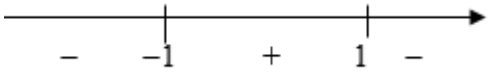
Lời giải

Chọn B

$y=x^3-3x+2\Rightarrow y'=3x^2-3;$

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Dấu của y':



$y_{CT}=y(-1)=4$.

Câu 51: [2D1-2.2-2] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-4)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 52: [2D1-2.2-2] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$ 0 1 2 $+\infty$
$f'(x)$	+ 0 - 0 - 0 +

Hàm số có 2 cực trị.

Câu 53: [2D1-2.2-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Nếu hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị là -1 và 2 thì hàm số $y=f(x^2+1)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=f(x^2+1)\Rightarrow y'=2xf'(x^2+1)$.

Do đó $y'=0\Leftrightarrow 2xf'\left(x^2+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+1=-1\\x^2+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-2(vn)\\x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f\left(x^2+1\right)$ có tất cả 3 điểm cực trị.

Câu 54: [2D1-2.2-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Các nghiệm trên đều là nghiệm bội lẻ, do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 55: [2D1-2.2-2] **(thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=x(x-2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↗	

Suy ra hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 56: [2D1-2.2-2] **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-x^2+1$ là

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-2x$.

Giải $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$\frac{3}{4}$	↗	1	↘	$\frac{3}{4}$	↗	$+\infty$

Từ BBT, giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-x^2+1$ là 1.

Câu 57: **[2D1-2.2-2] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Biết đồ thị hàm số bậc ba $y=x^3+ax^2+bx+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có một điểm cực trị là $A(3;-3)$ và đi qua điểm $B(2;2)$, tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=30$. **B.** $a+b+c=36$. **C.** $a+b+c=16$. **D.** $a+b+c=12$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2+2ax+b$.

Từ giả thiết ta có: $\left\{\begin{array}{l}27+6a+b=0\\27+9a+3b+c=-3\\8+4a+2b+c=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}6a+b=-27\\9a+3b+c=-30\\4a+2b+c=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-3\\b=-9\\c=24\end{array}\right.$

Vậy $a+b+c=12$

Câu 58: **[2D1-2.2-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=x^2\left(2x-1\right)^2\left(x-4\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\left(\text{No kép}\right)\\x=\dfrac{1}{2}\left(\text{No kép}\right)\\x=4\end{array}\right.$

Câu 59: **[2D1-2.2-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số

$y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có điểm cực tiểu là $M\ x_1;y_1$. Tính $S=x_1+y_1$.

A. $S=-11$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=12x^3-12x^2-12x+12$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Đồ thị của hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có điểm cực tiểu là $M\ -1;-10$.

Khi đó $S=-1-10=-11$.

Câu 60: **[2D1-2.2-2] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)=x^3-3x$ bằng

A. $f(2)$ **B.** $f(-2)$ **C.** $f(-1)$ **D.** $f(1)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$; $f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-1)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

Vậy $f_{CT}=f\ 1$.

Câu 61: **[2D1-2.2-2] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}.$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2} & (\text{đơn})\\ x+2=0\Leftrightarrow x=-2 & (\text{kép})\\ 3x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3} & (\text{kép})\end{array}\right.$$

Vậy hàm số đã cho có 1 cực trị.

Câu 62: **[2D1-2.2-2] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2x(x-2)(x+3)^5, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Giải $f'(x)=0\Leftrightarrow 2x(x-2)(x+3)^5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\\ x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 63: **[2D1-2.2-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Đồ thị hàm số nào sau đây có hai điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^3-4x$. **C.** $y=\left|x^2-2x\right|$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=-x^4+2x^2-3\Rightarrow y'=-4x^3+4x$.

$$y'=0\Rightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\end{array}\right.$$

$y''=-12x^2+4$.

Có $y''(0)=4>0\Rightarrow x=0$ là điểm cực tiểu.

Có $y''(\pm 1)=-8<0\Rightarrow x=\pm 1$ là hai điểm cực đại.

Câu 1: **[2D1-2.2-3] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+x-6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(x^3-3x^2-9x+m)$ có đúng 6 điểm cực trị.

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=2\end{array}\right.$

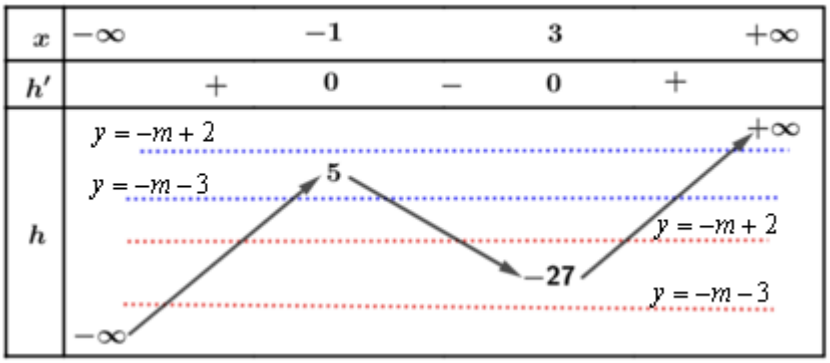
Xét $y'=(3x^2-6x-9).f'(x^3-3x^2-9x+m)=0$.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-6x-9=0\\x^3-3x^2-9x+m=-3\\x^3-3x^2-9x+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\\x^3-3x^2-9x=-m-3\,(1)\\x^3-3x^2-9x=-m+2\,(2)\end{array}\right.\quad(I)$$

Để y có 6 điểm cực trị $\Leftrightarrow(I)$ có đúng 6 nghiệm đơn.

Xét $h(x)=x^3-3x^2-9x$.

$$h'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$$



Để (I) có đúng 6 nghiệm đơn $\Leftrightarrow(1)$ và (2) có đúng 4 nghiệm đơn.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-27<-m-3<5\\-m+2\geq 5\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-27<-m+2<5\\-m-3\leq -27\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-8<m<24\\m\leq -3\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-3<m<29\\m\geq 24\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-8<m\leq -3\\24\leq m<29\end{array}\right.$$

Vậy có 10 giá trị nguyên của m.

Câu 2: **[2D1-2.2-3] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=x^5-10x^3+5(m-1)x+1$ có đúng hai điểm cực trị?

A. 2024.. **B.** 2026.. **C.** 2025.. **D.** 2027..

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 5x^4 - 30x^2 + 5(m-1) = 5\left[x^4 - 6x^2 + (m-1)\right]$.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 6x^2$

$$g'(x) = 4x^3 - 12x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Khảo sát hàm số ta được bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-9	↗	0	↘	-9	↗	$+\infty$

Để hàm số ban đầu có 2 cực trị thì: $1-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2023; 2023] \end{cases}$ nên có 2025 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 3: **[2D1-2.2-3] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và $x_3 = 6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

A. $\frac{-31}{27}$. **B.** 32. **C.** 31. **D.** $\frac{-32}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2(a-9)x + c$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d = 3ax^2 + 2(a-9)x + c$

$\Leftrightarrow ax^3 + (-2a-9)x^2 + (c-2a+18)x + d - c = 0 \ (1)$.

Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và $x_3 = 6$ nên phương trình hoành độ giao điểm có dạng: $a(x-2)(x-3)(x-6) = 0 \Leftrightarrow ax^3 - 11ax^2 + 36ax - 36a = 0 \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $\begin{cases} -2a - 9 = -11a \\ c - 2a + 18 = 36a \\ d - c = -36a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = 20 \\ d = -16 \end{cases}$

Khi đó hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 16 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 16x + 20$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-16x+20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{10}{3} \end{array}\right.$$

Ta có tổng các giá trị cực trị của hàm số $f(x)$ bằng: $f(2)+f\left(\dfrac{10}{3}\right)=0-\dfrac{32}{27}=-\dfrac{32}{27}$.

Câu 4: **[2D1-2.2-3] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty;0)$. Hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$.

Ta có $x<0$, $f'(x)>0$ và $f(x)>0$ với $x\in(-\infty;0)$.

Nên $xf'(x)-f(x)<0$ với $x\in(-\infty;0)$ nên $g'(x)=\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}<0$ với $x\in(-\infty;0)$.

Nên $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ nên $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ không có điểm cực trị trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 5: **[2D1-2.2-3] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Hàm số $y=\sin x$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $[-2\pi;2\pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

+/ $y'=\cos x$

+/ $\left\{\begin{array}{l} y'=0 \\ -2\pi\le x\le 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos x=0 \\ -2\pi\le x\le 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z} \\ -2\pi\le x\le 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\left\{-\dfrac{3\pi}{2};-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right\}$

+/ $y''=-\sin x$

$y''\left(-\dfrac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(-\dfrac{3\pi}{2}\right)=-1<0$

$y''\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=1>0$

$y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-1<0$

$$y''\left(-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=1>0$$

+ Kết luận: Có 4 cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.2-4] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x^2-2mx+1\right),\forall x\in\mathbb{R}$ với m là tham số. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2023 sao cho hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-1\right)$ có 7 điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn A

$g\left(x\right)=f\left(x^2-1\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=2xf'\left(x^2-1\right)=2x\left(x^2-1\right)x^2\left[\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1\right]$

Ta có $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=0\\x^2=0\\\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1=0\end{array}\right.$.

Để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-1\right)$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1=0$ phải có 4 đơn nghiệm phân biệt khác $x=0,\ x=\pm1$.

Xét phương trình $\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1=0$

Đặt $t=x^2-1$, khi đó ta được phương trình $t^2-2mt+1=0$ với $t\geq-1$.

Với $t>-1$ ta có hai nghiệm x,

Với $t=-1$ ta có nghiệm $x=0$,

Với $t<-1$ phương trình vô nghiệm.

Nên để $\left(x^2-1\right)^2-2m\left(x^2-1\right)+1=0$ có 4 đơn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2-2mt+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $0\neq t>-1$.

Ta có $t^2-2mt+1=0\Leftrightarrow2m=t+\frac{1}{t}$.

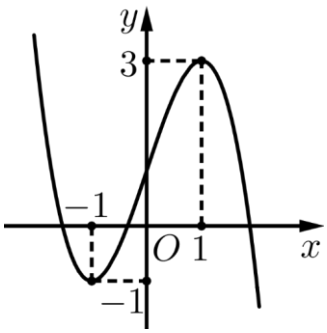
Xét hàm số $h\left(t\right)=t+\frac{1}{t}$, ta có $h'\left(t\right)=1-\frac{1}{t^2}=0\Leftrightarrow t=\pm1$.

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
$h'(x)$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$		-2 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, phương trình $t^2-2mt+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $0\neq t>-1$ khi $m>2$.

Câu 1: **[2D1-2.3-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:



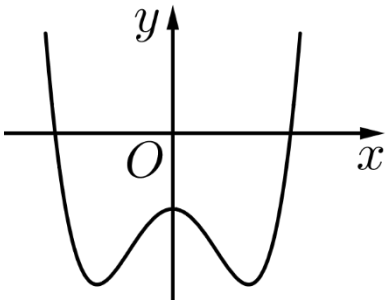
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 2: **[2D1-2.3-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



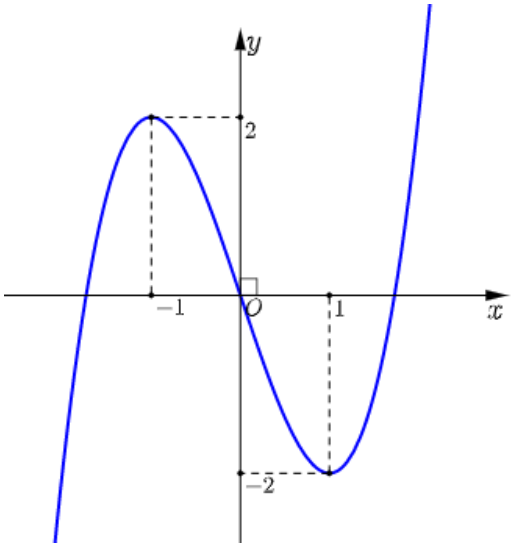
A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 3: **[2D1-2.3-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

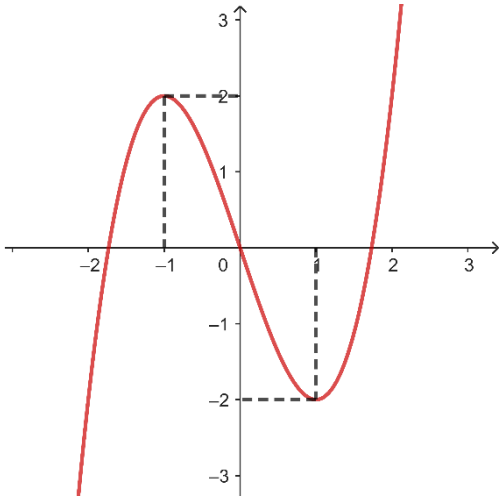
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 4: **[2D1-2.3-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

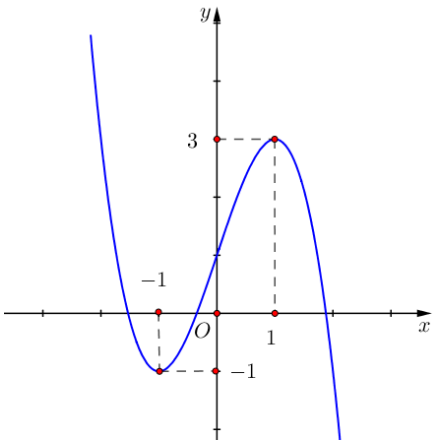
A. $x=1$. **B.** -2. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.



Lời giải

Chọn A

Câu 5: **[2D1-2.3-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

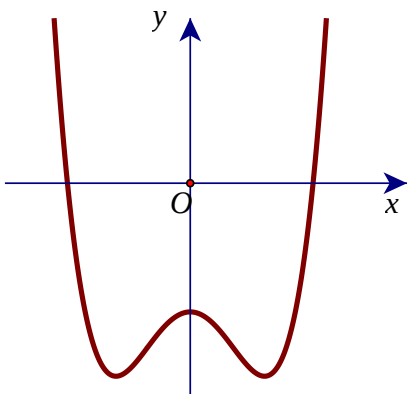
A. 3. **B.** 0. **C.** −1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Câu 6: **[2D1-2.3-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



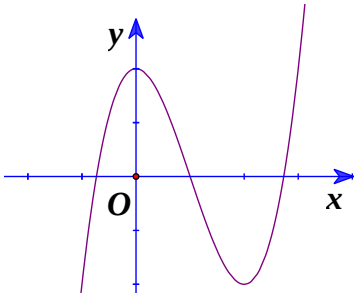
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Số cực tiểu là 2.

Câu 7: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đổi dấu 4 lần qua các giá trị của x, mà hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên có 4 cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$\frac{4}{3}$	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

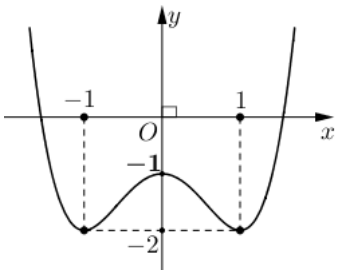
D. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

Câu 10: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số là

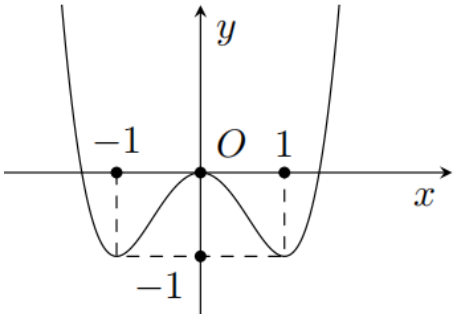
A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số là -1.

Câu 11: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $M(-1;-1)$. **B.** $M(-1;0)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $M(1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $M(-1;-1)$.

Câu 12: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Khẳng định nào đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_{CT}=-1$.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x_{CĐ}=1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y_{CĐ}=5$.

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định đúng là: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Câu 13: **[2D1-2.3-1] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy : $f'(x)$ đổi dấu từ - sang + khi x qua -3.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-3$.

Câu 14: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

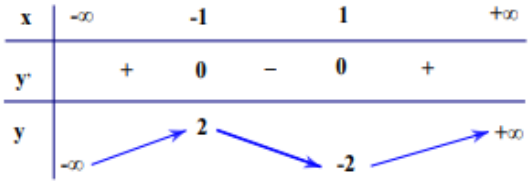
A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi x qua -1 nên $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 15: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên.



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

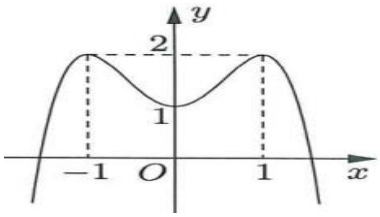
A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 16: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

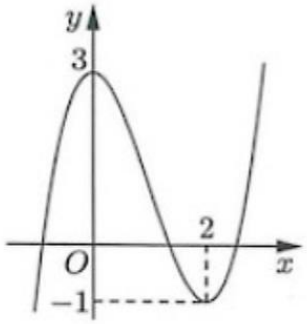
A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=0$

Câu 17: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $M(0;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(0;3)$.

Câu 18: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

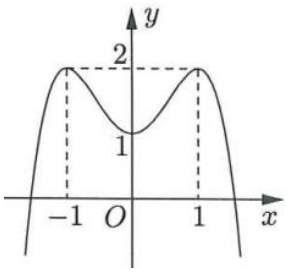
Lời giải

Chọn C

Nhận xét $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x=1$.

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 19: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=2$.

Câu 20: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: **[2D1-2.3-1] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 22: **[2D1-2.3-1] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

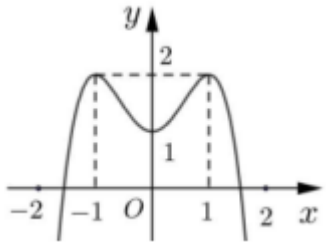
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 23: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in R)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** −1.

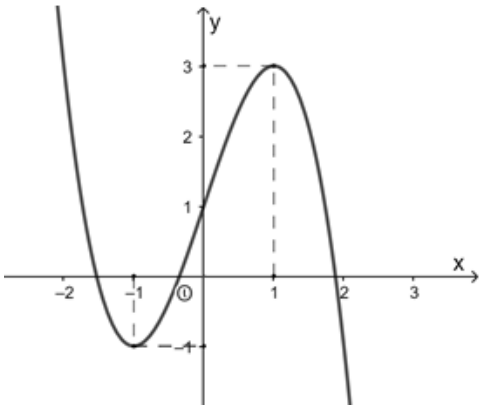
.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 24: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



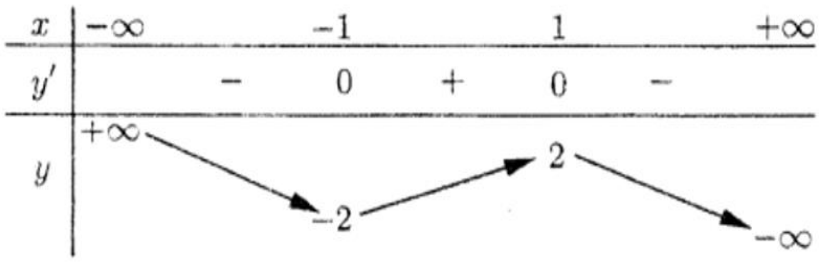
Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(3;1)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 25: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



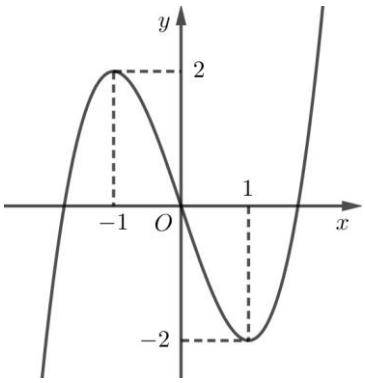
Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 26: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



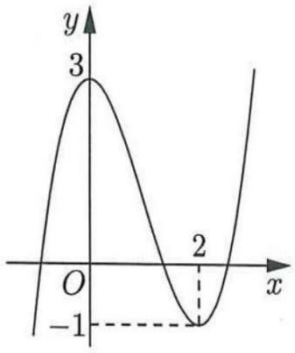
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 27: **[2D1-2.3-1] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 28: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 29: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số có mấy điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua các giá trị $x=-2; x=1$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 30: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'			0				
y	4	↘	-2	↗	3	↘	-3

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=3$. **B.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=4$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-3$. **D.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=1$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=3$.

Câu 31: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

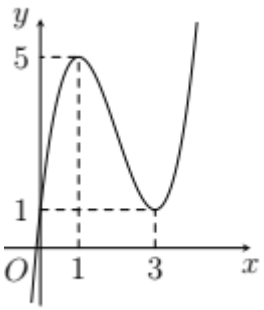
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 32: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy, giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT}=1$.

Câu 33: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	5	↘		↗	$+\infty$
	-2				1		

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f\ x$ bằng

A. -2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 34: **[2D1-2.3-1] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	3	↗	5	↘	$-\infty$

A. 8. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số là 3.

Câu 35: **[2D1-2.3-1] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng:

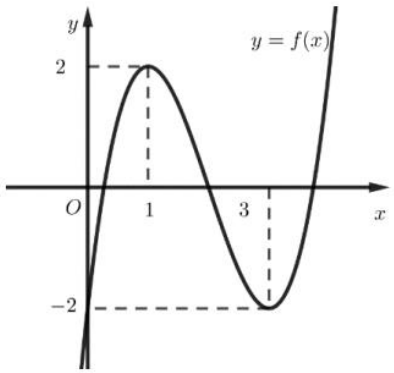
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 36: **[2D1-2.3-1] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

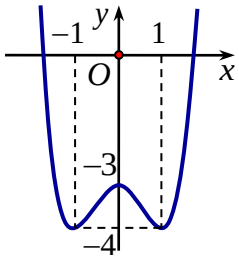
A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số ta nhận thấy, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Câu 37: **[2D1-2.3-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



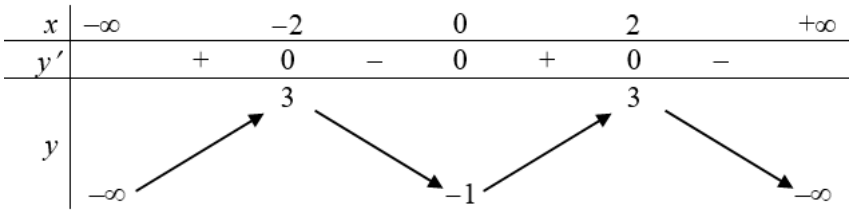
A. $(-1;-4)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(-3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $(0;-3)$.

Câu 38: **[2D1-2.3-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

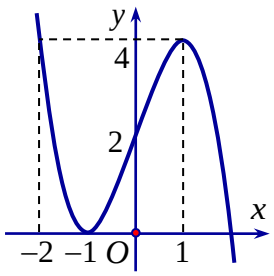
A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 39: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



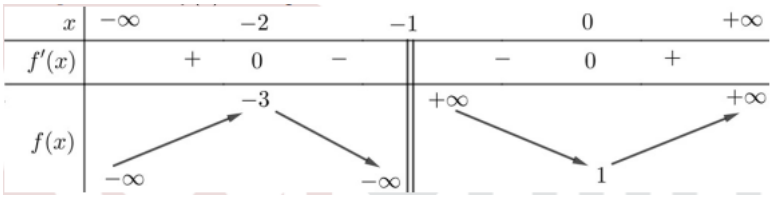
A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(-1;0)$.

Câu 40: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

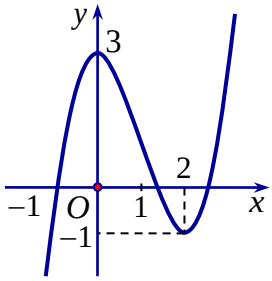
A. -2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu là $y=1$.

Câu 41: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $(0;3)$.

Câu 42: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

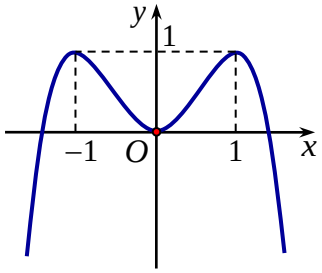
A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT, hàm số có giá trị cực tiểu là $y=-4$.

Câu 43: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



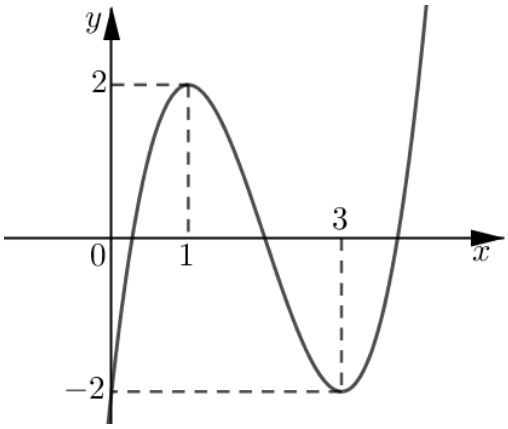
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(0;0)$.

Câu 44: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

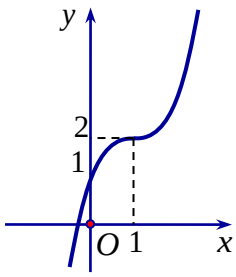
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 45: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. Vô số điểm cực trị. **B.** 2 điểm cực trị. **C.** 1 điểm cực trị. **D.** Không có cực trị.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 46: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng?

A. $f(-1)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

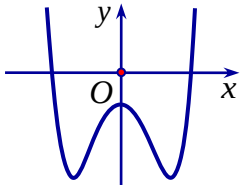
Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↘		↗	

Vậy giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ là $f(1)$.

Câu 47: **[2D1-2.3-1] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta có hàm số đã cho có ba cực trị.

Câu 48: **[2D1-2.3-1] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng?

A. $f(-3)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-2)$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=-2$, do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$, giá trị cực tiểu bằng $f(-2)$.

Câu 49: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

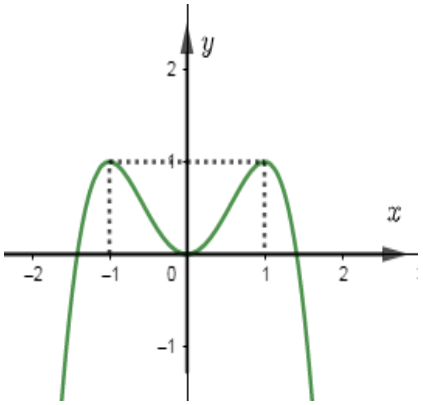
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có hai cực trị.

Câu 50: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

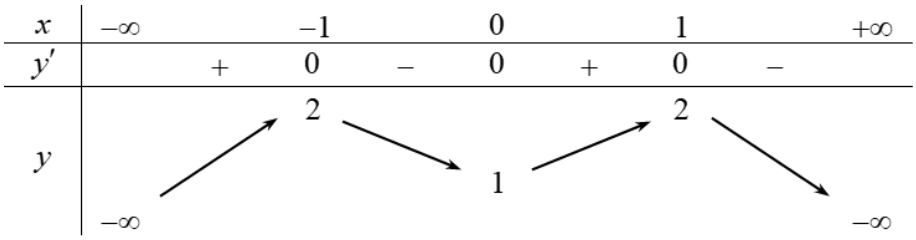
A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

Câu 51: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



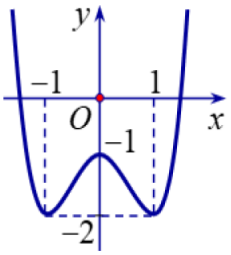
A. $(-1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(0;1)$.

Câu 52: **[2D1-2.3-1] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm bằng



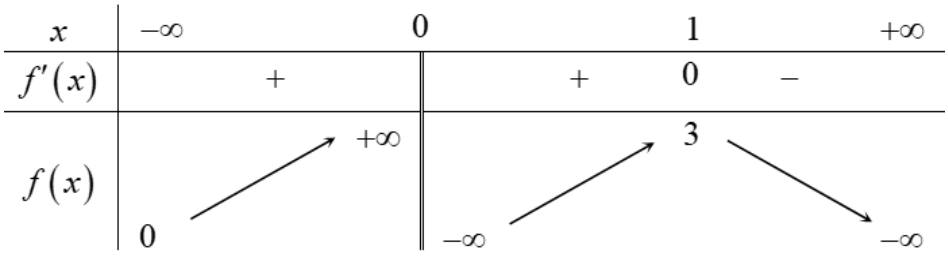
A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Theo hình vẽ giá trị cực đại của hàm là $y=-1$.

Câu 53: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



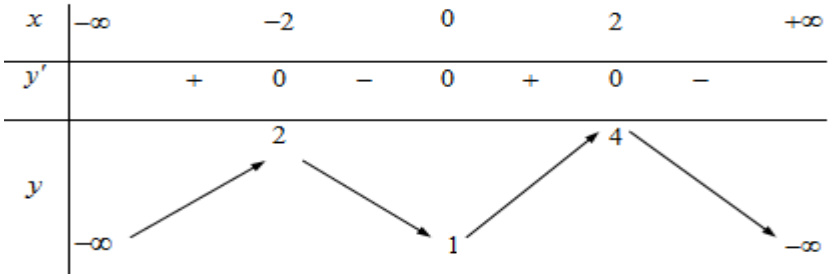
A. $(1;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có điểm cực đại là $x=1$.

Câu 54: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

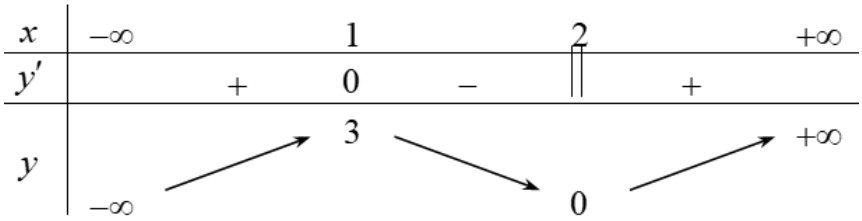
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

Câu 55: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

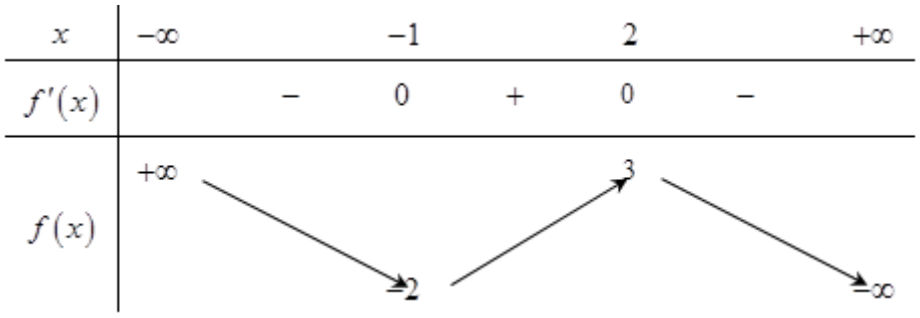
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có giá trị cực đại là 3.

Câu 56: **[2D1-2.3-1] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

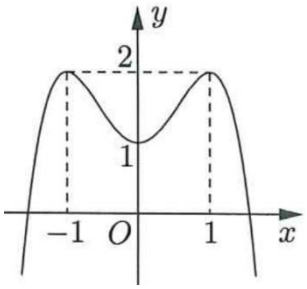
A. 3. **B.** −2. **C.** 2. **D.** −1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, giá trị cực đại của hàm số là: $y_{CD}=3$.

Câu 57: [2D1-2.3-1] Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

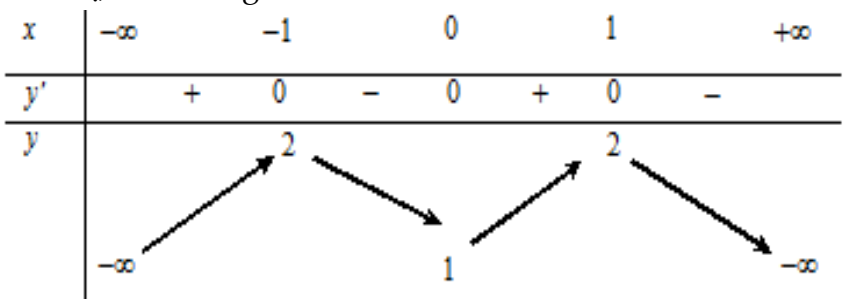


A. $(-1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

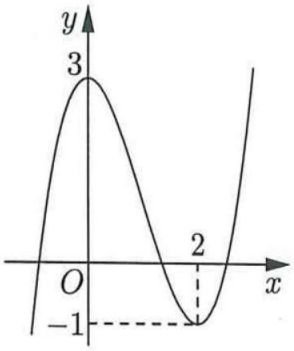
Chọn B

Từ đồ thị, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho như sau:



Vậy đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(0;1)$.

Câu 58: [2D1-2.3-1] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

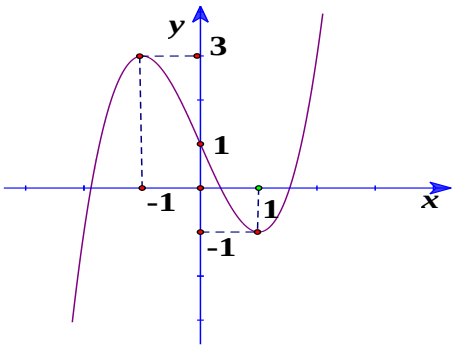
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 59: [2D1-2.3-1] **(THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là

đường cong như hình vẽ bên



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

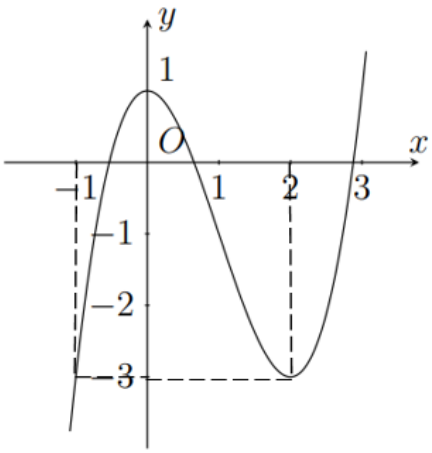
A. $x=1$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 60: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

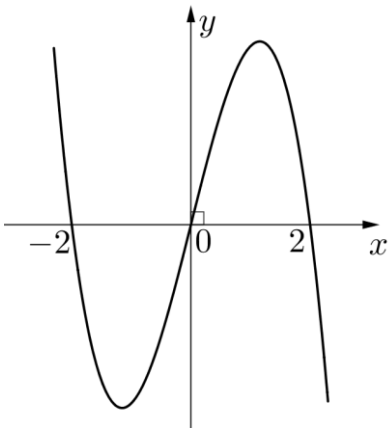


A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là 2.

Câu 61: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số $f(x)$ có số điểm cực đại là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

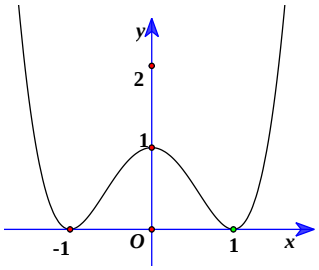
Dựa vào đồ thị, ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2; x=0; x=2$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$-\infty$

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 62: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=0$. **B.** $f(x)$ có giá trị cực đại là $y=0$.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$. **D.** $f(x)$ có giá trị cực tiểu là $y=0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa trên đồ thị của hàm số $y=f(x)$, ta có

Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD}=0$, có giá trị cực đại $y_{CD}=1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=-1$ và $x_{CT}=1$, có giá trị cực tiểu $y_{CT}=0$.

Câu 63: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $M(0;1)$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

B. $x_0=-1$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị.

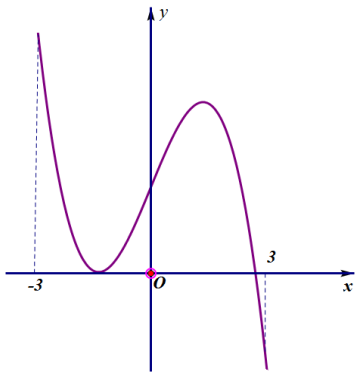
D. $f(1)=2$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

Lời giải

Chọn C

Dựa trên bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, hàm số có 3 điểm cực trị bao gồm 2 điểm cực đại và 1 cực tiểu.

Câu 64: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 65: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0 hoặc 1 hoặc 2. **B.** 1 hoặc 2. **C.** 0 hoặc 2. **D.** 0 hoặc 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 66: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có một cực đại bằng 0 và có một cực tiểu bằng -4.

B. Hàm số có một cực tiểu bằng 0 và có một cực đại bằng -4.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3 và giá trị cực đại bằng 1.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 67: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

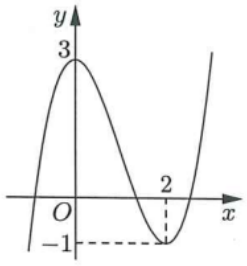
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 68: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=3$

Câu 69: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-3$

Câu 70: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'\ x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\ x$	$+\infty$	↘	-4	↗	-1	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=2$

Câu 71: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

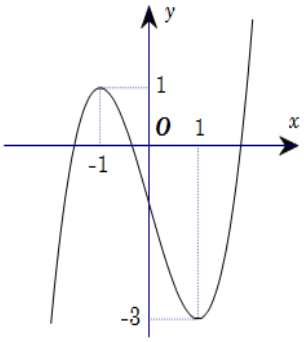
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 72: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số chỉ có một cực đại.

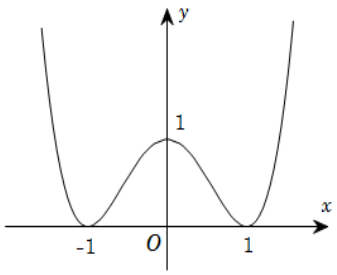
C. Hàm số có hai cực đại. **D.** Hàm số có hai cực trị.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

Câu 73: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho có mấy điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x=1;\ x=-1$ và đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 74: **[2D1-2.3-1] (PTĐ Minh họa Bộ GD - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

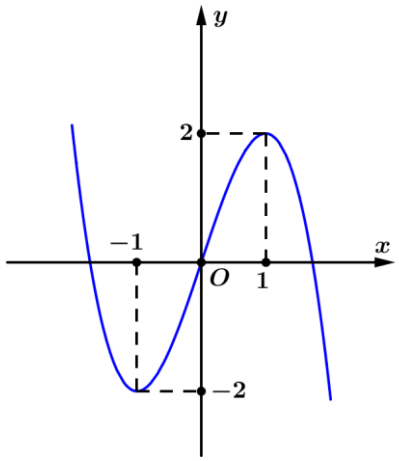
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)$ đổi dấu 4 lần khi qua các điểm $-1;0;2;4$ nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 75: **[2D1-2.3-1] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho đồ thị hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



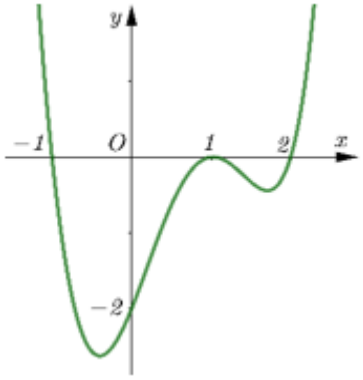
Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. -1. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;2)$, và điểm cực tiểu là $(-1;-2)$.

Câu 76: **[2D1-2.3-1] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực đại của hàm số là:

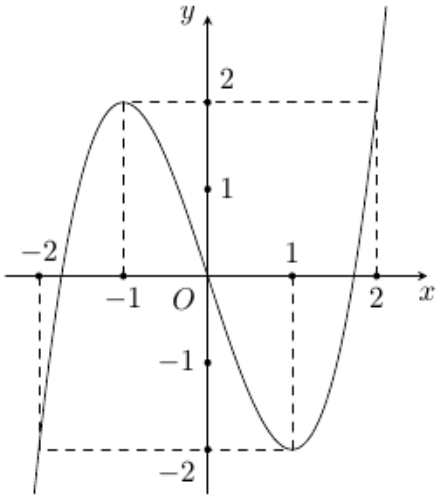


A. $y_{CĐ}=1$. **B.** $y_{CĐ}=0$. **C.** $y_{CĐ}=2$. **D.** $y_{CĐ}=-2$.

Lời giải

Điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(1;0)$ nên giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=0$.

Câu 77: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

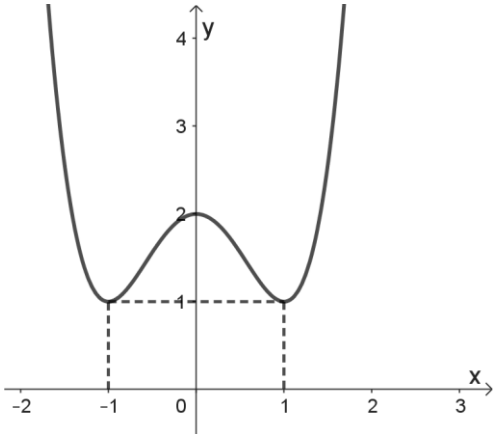
A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là 2.

Câu 78: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có điểm cực đại có toạ độ $(0;2)$.

Câu 79: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

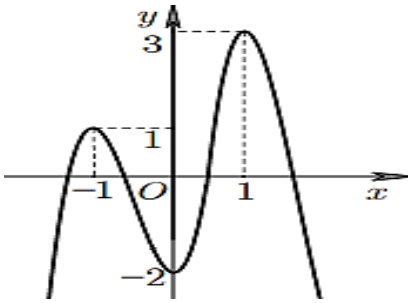
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x=-1$.

Câu 80: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.Giá trị cực tiểu của hàm số là.



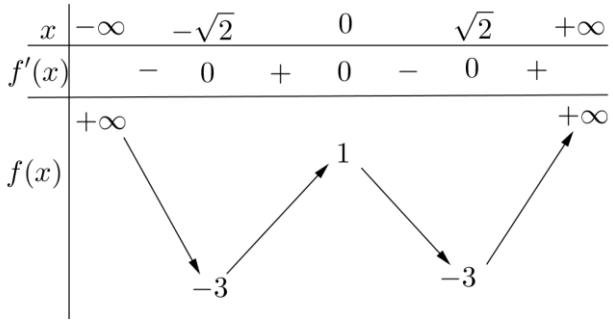
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực tiểu của hàm số là -2

Câu 81: **[2D1-2.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã đạt cực đại tại

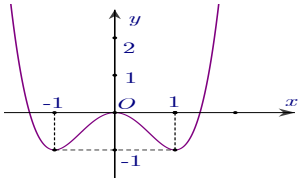
A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 82: **[2D1-2.3-1] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số có toạ độ là:



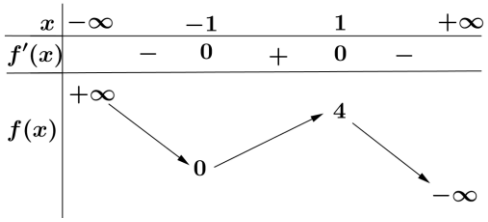
A. $M(0,-1)$. **B.** $M(0,0)$. **C.** $M(1,0)$. **D.** $M(-1,0)$.

Lời giải

Chọn B

Theo hình vẽ toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(0,0)$.

Câu 83: **[2D1-2.3-1] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

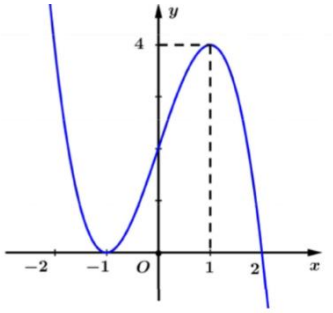
A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** −1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là 0.

Câu 84: **[2D1-2.3-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
C. Hàm số không có điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0 và giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 85: **[2D1-2.3-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2)$.
B. $(3;-4)$.
C. $x_{CT}=3$.
D. $y_{CT}=-4$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là $(3;-4)$.

Câu 86: **[2D1-2.3-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

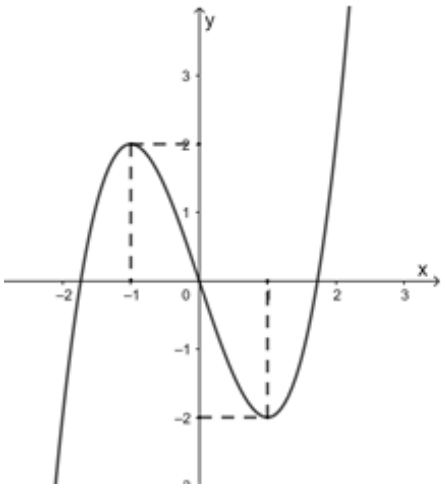
Điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1.
B. -1.
C. $(-1;3)$.
D. $(1;-1)$.

Lời giải

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

Câu 87: **[2D1-2.3-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong như trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

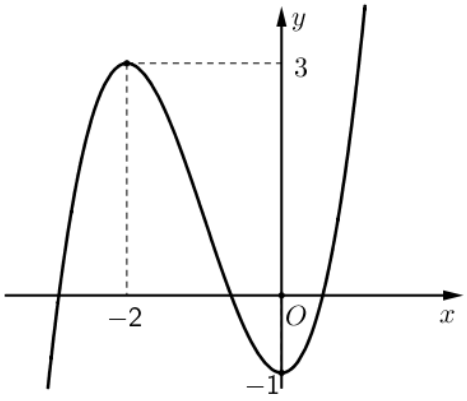


A. $x=-1$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $x=1$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;2)$.

Câu 88: **[2D1-2.3-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



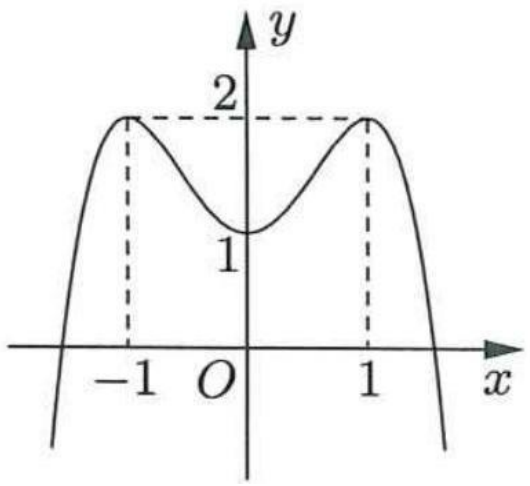
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -1.

Câu 89: **[2D1-2.3-1]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là: $(0;1)$.

Sai lầm thường gặp thứ nhất

HS đọc nhầm tọa độ điểm cực tiểu là $(1;0)$.

Nên HS sẽ chọn phương án **D**.

Sai lầm thường gặp thứ hai

HS không đọc kỹ đề nên chọn nhầm tọa độ điểm cực đại là $(-1;2)$.

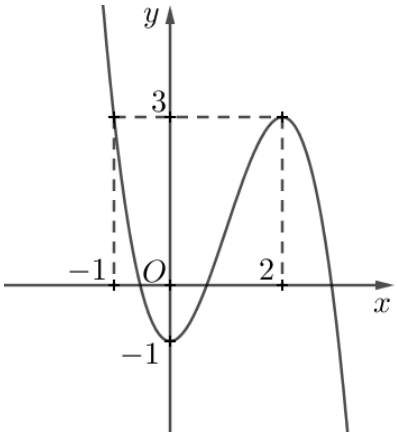
Nên HS sẽ chọn phương án **A**.

Sai lầm thường gặp thứ ba

HS không đọc kỹ đề nên chọn nhầm tọa độ điểm cực đại là $(1;2)$.

Nên HS sẽ chọn phương án **C**.

Câu 90: [2D1-2.3-1] **(SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cự tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

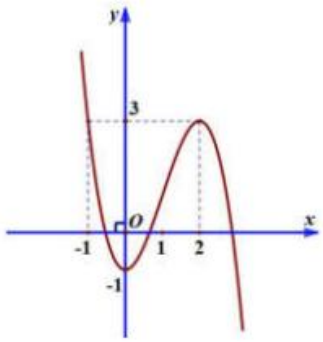


A. $M(0;-1)$. **B.** $x=-1$. **C.** $M(2;3)$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 91: **[2D1-2.3-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

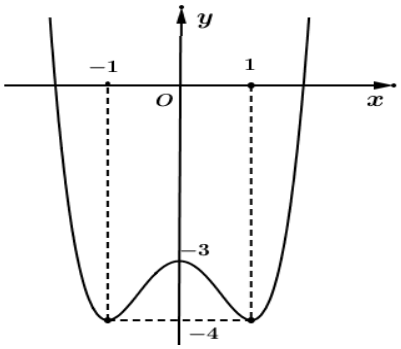
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 92: **[2D1-2.3-1] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

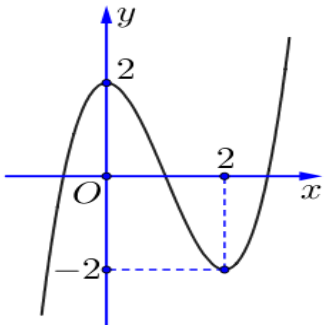
A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là -3.

Câu 93: **[2D1-2.3-1] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau:



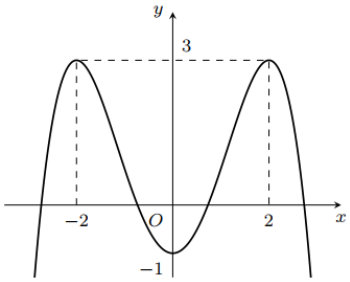
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 94: **(Sở GĐ-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-2.3-1]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực tiểu.

Câu 95: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B) [2D1-2.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 96: **[2D1-2.3-1] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số là:

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 97: **[2D1-2.3-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	11	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 11. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -1.

Lời giải

Chọn. A.

Câu 98: **[2D1-2.3-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	11	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

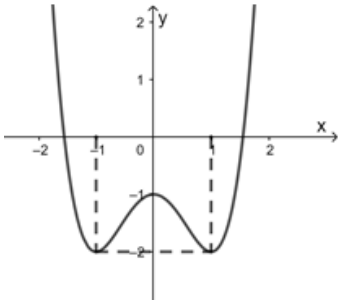
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 11. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -1.

Lời giải

Chọn. **A.**

Câu 99: **[2D1-2.3-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



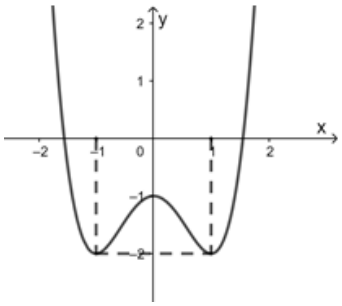
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 100: **[2D1-2.3-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



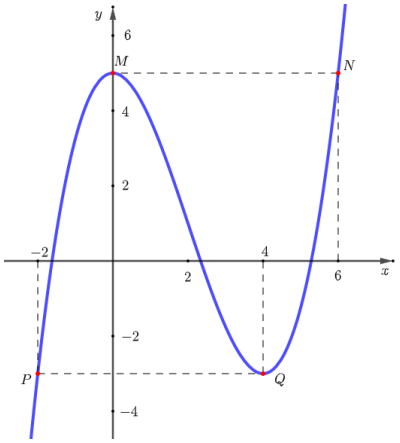
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 101: [2D1-2.3-1] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên toàn $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm nào sau đây



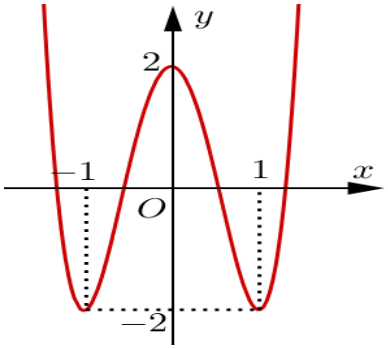
A. Điểm N. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm P. **D.** Điểm M.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ ta có M là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Câu 102: **[2D1-2.3-1] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f\ x$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số bằng

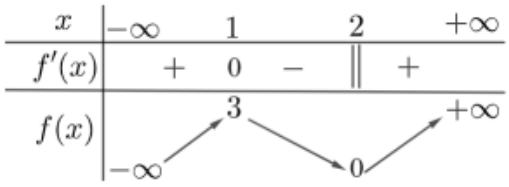
A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 103: **[2D1-2.3-1] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

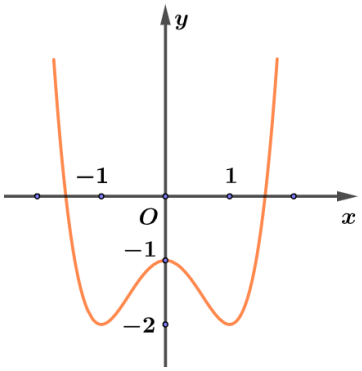


A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 104: [2D1-2.3-1] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

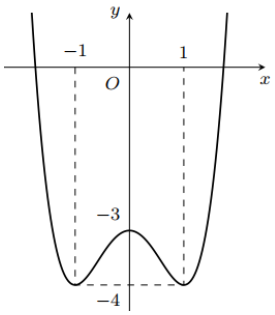


A. -1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho là -1.

Câu 105: [2D1-2.3-1] SGD Hải Dương - 2022 - 2023 Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;-4)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $(0;-3)$.

Câu 106: [2D1-2.3-1] SGD Hải Dương - 2022 - 2023 Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

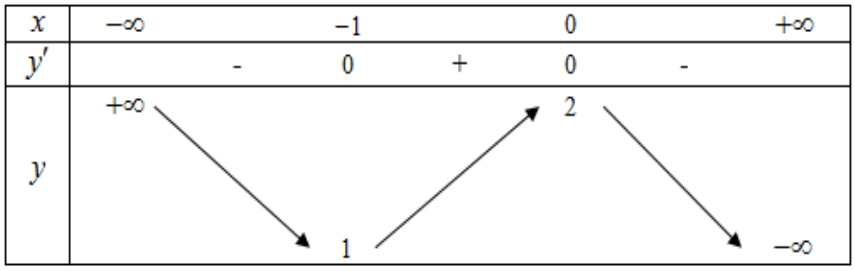
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 107: [2D1-2.3-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

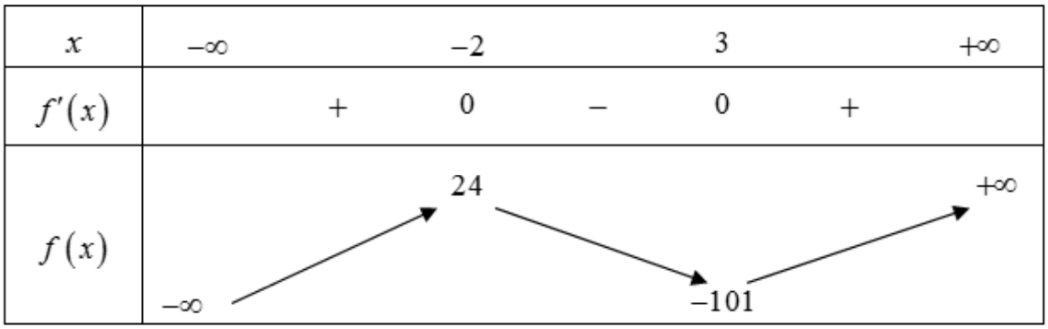
A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $(0;2)$.

Câu 108: [2D1-2.3-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng?

A. 2. **B.** −2. **C.** −101. **D.** 24.

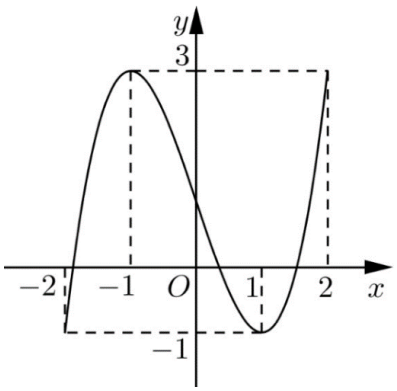
Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng: −101

.

Câu 109: [2D1-2.3-1] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



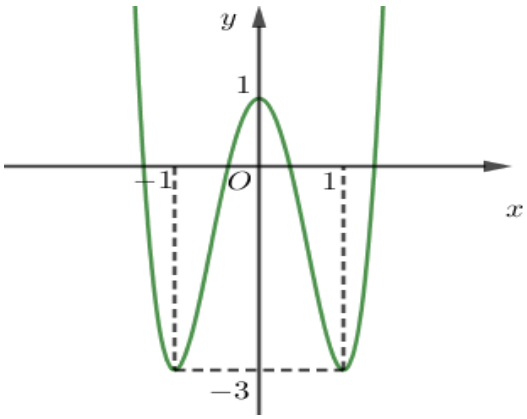
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Câu 110: **[2D1-2.3-1]** **(SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



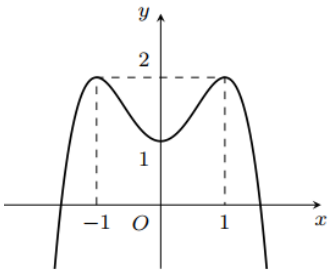
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 111: **[2D1-2.3-1]** **(SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại



A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\pm 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 112: **[2D1-2.3-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

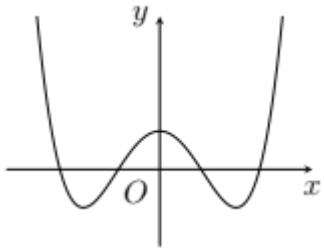
Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là

A. $(0;3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên có tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;3)$.

Câu 113: **[2D1-2.3-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ ĐTHS ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 114: **[2D1-2.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ bằng

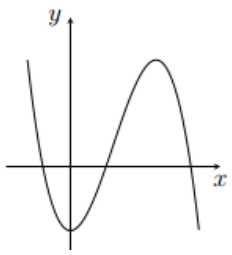
A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có đạo hàm đổi dấu khi qua $x=-2$ và $x=5$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 115: **[2D1-2.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



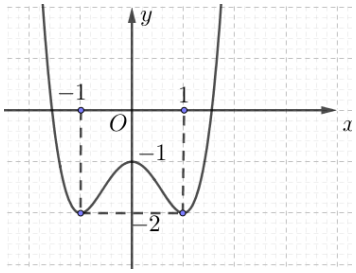
A. 1. **B.** 0.
C. 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số có 2 cực trị.

Câu 116: **[2D1-2.3-1] (SGD Hậu Giang 22-23)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-1)$.

Câu 117: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

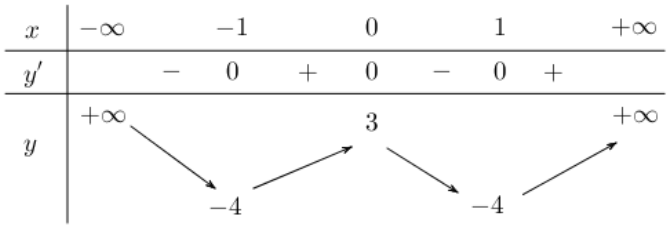
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu tại $x=-3$, $x=3$ và $x=4$ do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 118: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1;x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biên thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1;x=1$.

Câu 119: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

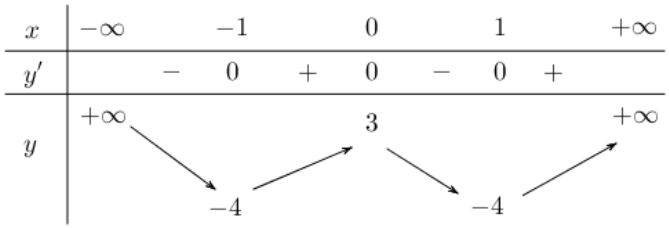
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu tại $x=-3$, $x=3$ và $x=4$ do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 120: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

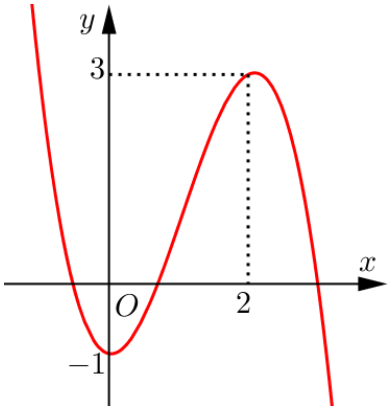
A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1;x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biên thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1;x=1$.

Câu 121: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

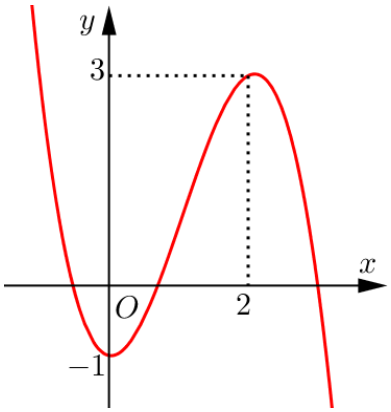
A. 0. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là −1.

Câu 122: **[2D1-2.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

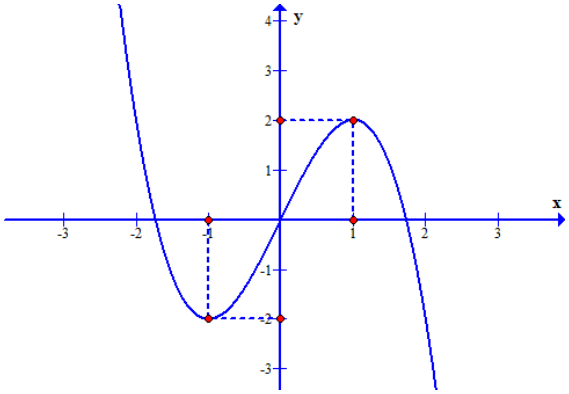
A. 0. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là −1.

Câu 123: **[2D1-2.3-1] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



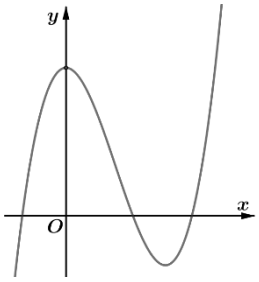
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 124: **[2D1-2.3-1] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có baao nhiêu điểm cực trị?

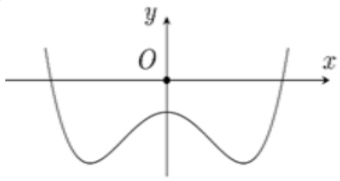


A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Câu 125: **[2D1-2.3-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

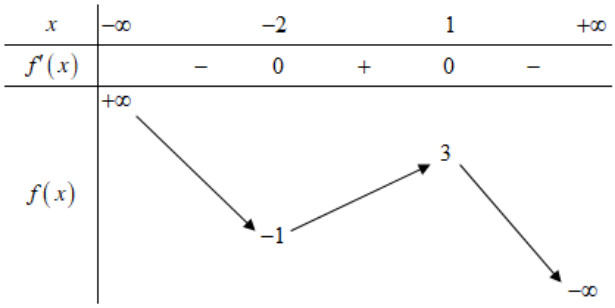


A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Chọn D

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 126: **[2D1-2.3-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

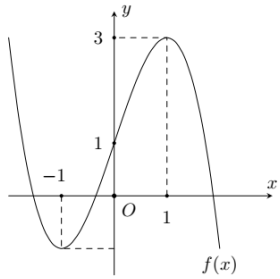
A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số đã cho là: $x=1$.

Câu 127: **[2D1-2.3-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

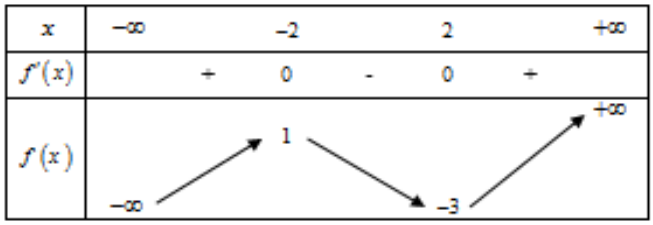


A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải.

Chọn C

Câu 128: **[2D1-2.3-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 129: **[2D1-2.3-1] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

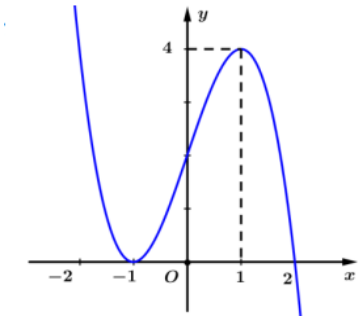
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 130: **[2D1-2.3-1] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

C. Hàm số không có điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 131: **[2D1-2.3-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	5	↘	-6	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng -1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại $(-1;5)$ và tọa độ điểm cực tiểu $(2;-6)$. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 132: **[2D1-2.3-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	5	↘	-6	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

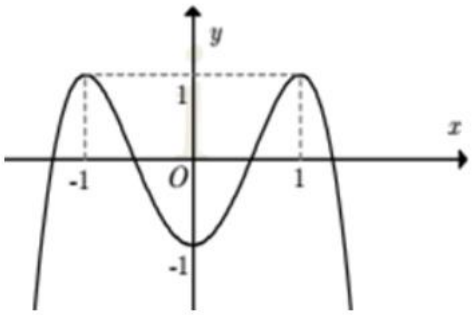
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại $(-1;5)$ và tọa độ điểm cực tiểu $(2;-6)$. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 133: **[2D1-2.3-1] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a;b;c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-1$.

B. $y=-1$.

C. $y=1$.

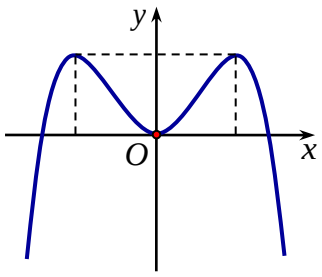
D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$..

Câu 134: **[2D1-2.3-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là



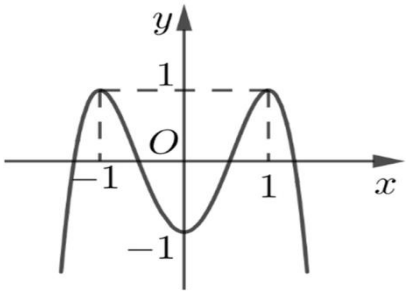
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị đã cho ta suy ra hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

Câu 135: **[2D1-2.3-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;1)$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực tiểu của hàm số đã cho là: $(0;-1)$..

Câu 136: **[2D1-2.3-1] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $y=2$.

Câu 137: **[2D1-2.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	4	↘	$-\infty$

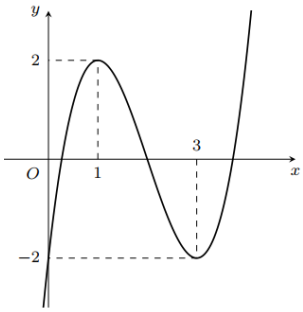
Giá trị cực tiểu $y=f\ x$ của hàm số là

A. 1. **B.** 4. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Câu 138: **[2D1-2.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



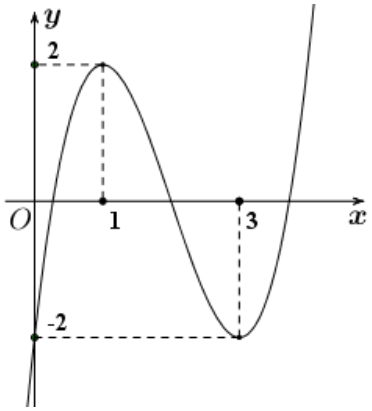
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 139: **[2D1-2.3-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



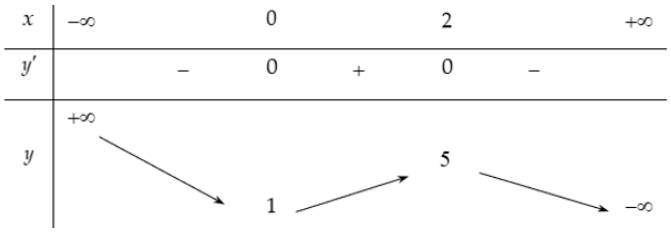
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 140: **[2D1-2.3-1] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



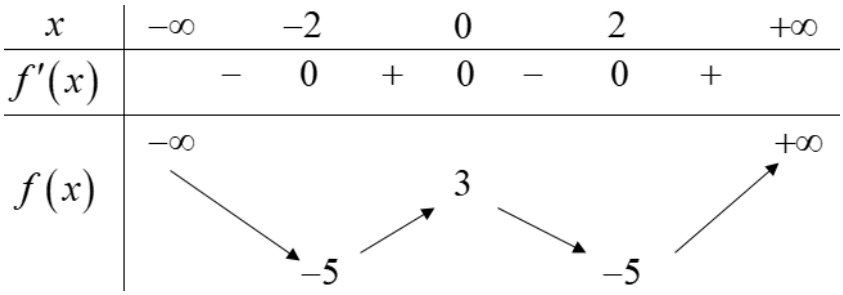
Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 141: **[2D1-2.3-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

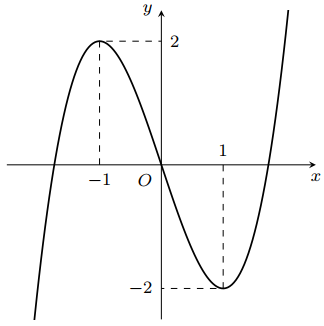
A. -5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -5.

Câu 142: **[2D1-2.3-1] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm



A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 143: **[2D1-2.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

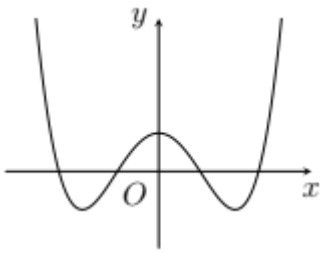
Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là

A. $(0;3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên có tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;3)$.

Câu 144: **[2D1-2.3-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ ĐTHS ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 145: **[2D1-2.3-1] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Xác định giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$.

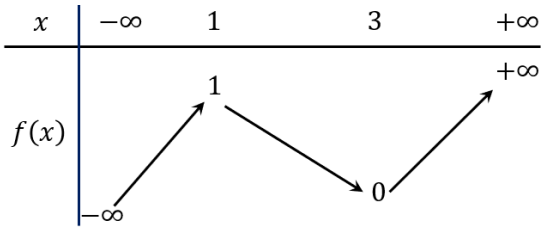
A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x) \Rightarrow$ giá trị cực đại là $y_{CĐ}=2$.

Câu 146: **[2D1-2.3-1] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

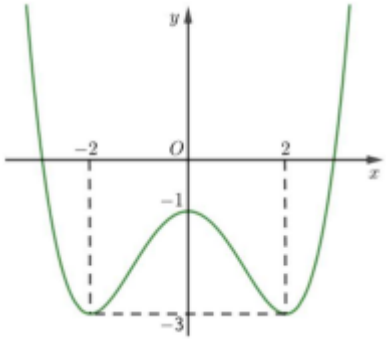
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 147: **[2D1-2.3-1] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

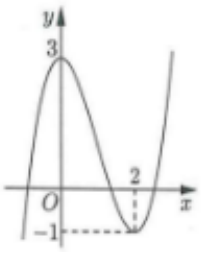


A. 0. **B.** −1. **C.** −3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, hàm số có giá trị cực tiểu là $y_{CT}=-3$.

Câu 148: **[2D1-2.3-1] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



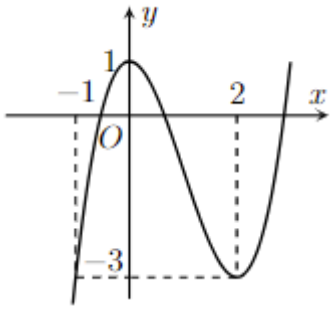
Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2 **B.** 0 **C.** $(2;-1)$ **D.** $(-1;2)$

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta nhận thấy, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2;-1)$. **Chọn C**

Câu 149: **[2D1-2.3-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



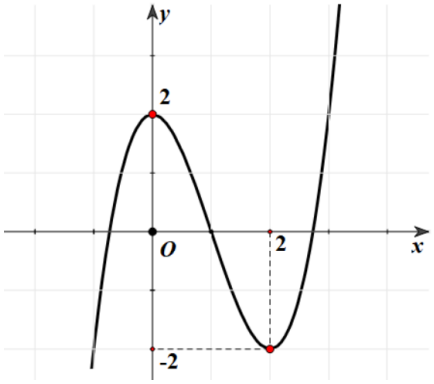
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, ta có giá trị cực đại của hàm số là 1.

Câu 150: **[2D1-2.3-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

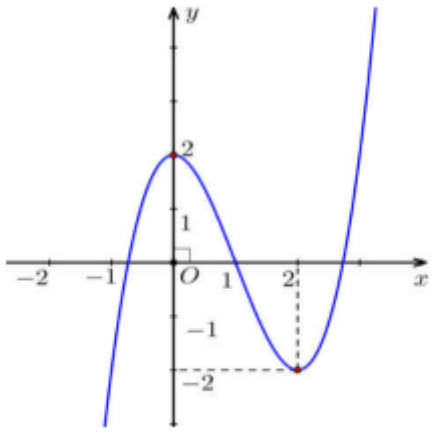


A. $(0;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;-2)$. **D.** $(-1;-2)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $(2;-2)$.

Câu 151: **[2D1-2.3-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tích các điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

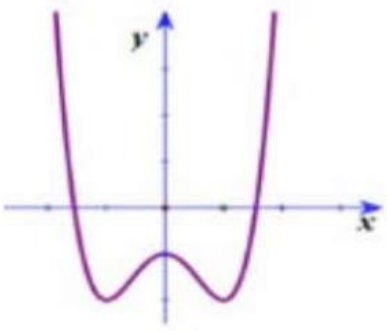
A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại và cực tiểu tại $x=0$ và $x=2$. Vậy tích các điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là 0.

Câu 152: **[2D1-2.3-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

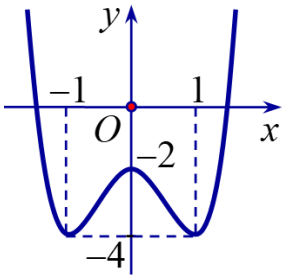
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 3 cực trị.

Câu 153: **[2D1-2.3-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a;b;c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm

số đã cho là



A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 154: **[2D1-2.3-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

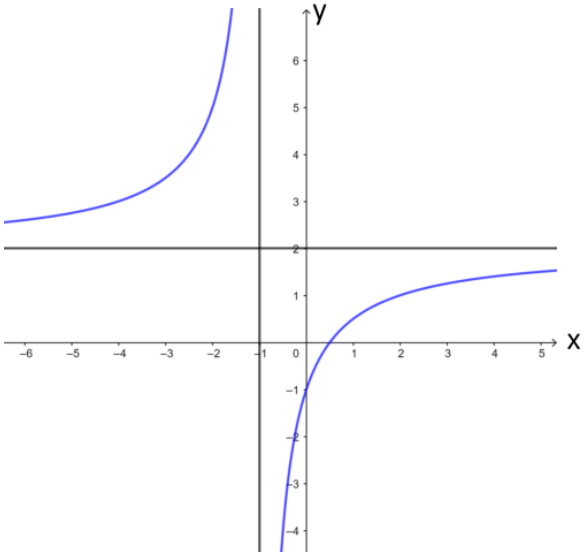
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 155: **[2D1-2.3-1] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=2$.

D. Hàm số có hai cực trị.

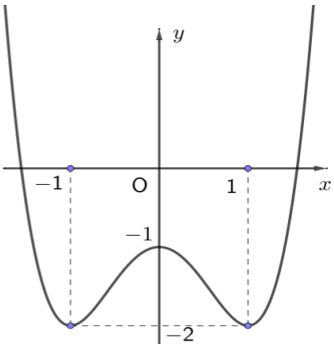
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta hàm số luôn đồng biến trên các khoảng xác định.

Nên hàm số không có cực trị. Suy ra **Chọn D** sai.

Câu 156: **[2D1-2.3-1] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị sau



Giá trị cực đại của hàm số là:

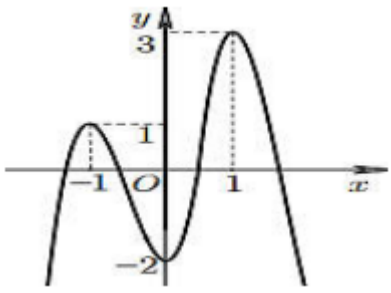
A. -1 **B.** 0 **C.** -2 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số thì giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là -1.

Câu 157: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là.



A. 2. **B.** 0 **C.** 3. **D.** -2.

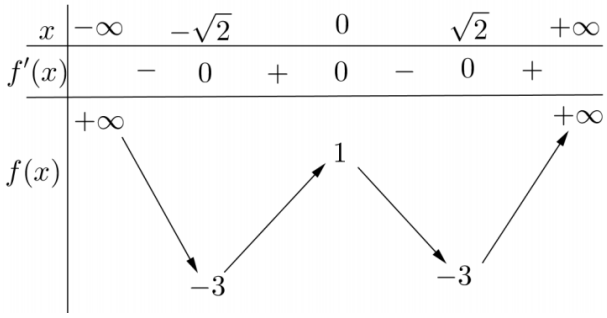
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $y_{CT}=-2$

Câu 158: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến

thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

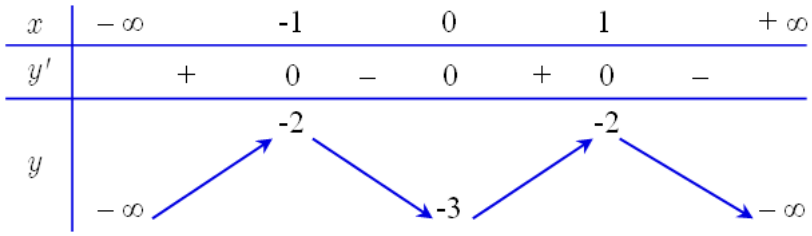
A. $x=0$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 159: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



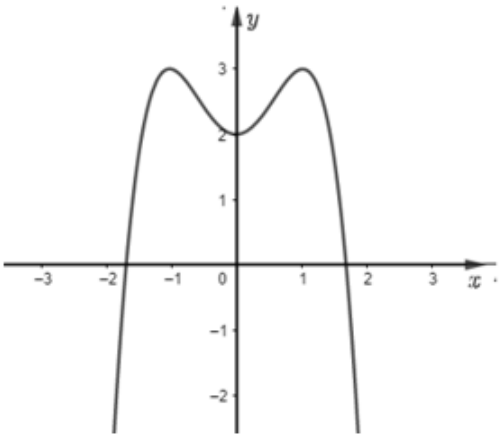
Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho là

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $y_{CT}=-2$. **D.** $y_{CT}=-3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{CT}=-3$

Câu 160: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



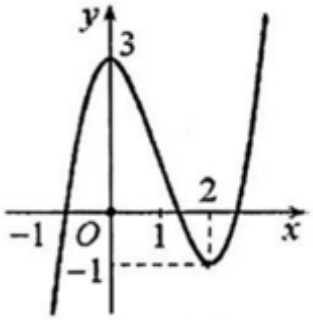
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** −1.

Lời giải

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=2$

Câu 161: **[2D1-2.3-1] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(-1;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(2;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có toạ độ là $(2;-1)$.

Câu 162: **[2D1-2.3-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng?

A. 1. **B.** −1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 163: **[2D1-2.3-1] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'\ x$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$ 0	$-$	0	$-$	0 $+$ 0	$-$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Câu 164: **[2D1-2.3-1] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

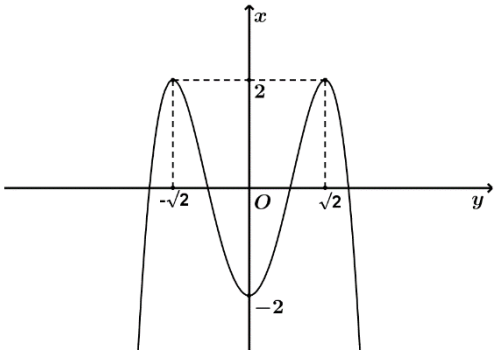
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 165: **[2D1-2.3-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\pm\sqrt{2}$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 166: **[2D1-2.3-1] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

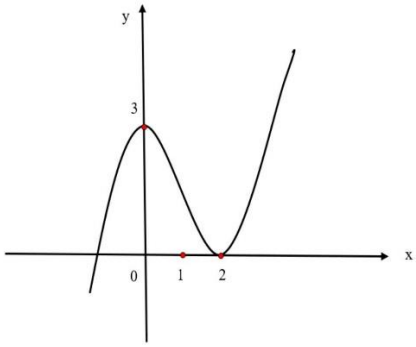
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
D. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. Phương án A đúng.
Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên phương án B sai.
Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 nên phương án C sai.
Hàm số có hai điểm cực trị $x=1$ và $x=3$ nên phương án D sai.

Câu 167: **[2D1-2.3-1] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) dưới đây.



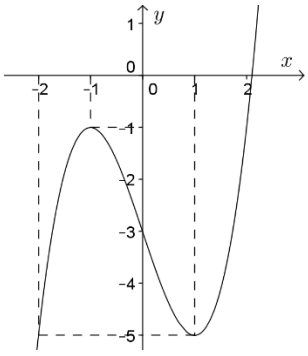
Khi đó $f(2)$ gọi là

A. Giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số.
B. Giá trị cực tiểu của hàm số.
C. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
D. Điểm cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Chọn B

Câu 168: **[2D1-2.3-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc 3 có đồ thị như sau



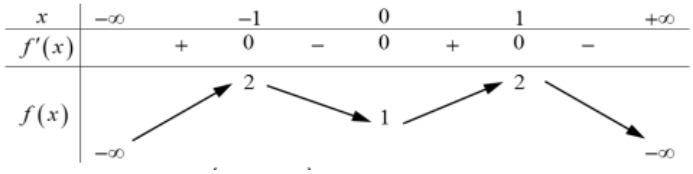
Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$.
B. $x=-1$.
C. $x=2$.
D. $x=1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 169: **[2D1-2.3-1] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** −1.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 170: **[2D1-2.3-1] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua các điểm $-1;0;1$. Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 171: **[2D1-2.3-1] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ Có bảng xét dấu đạm hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

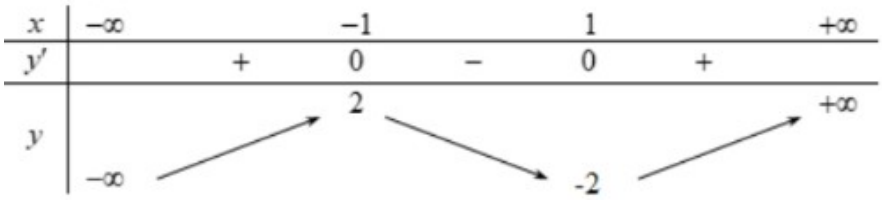
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Căn cứ vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu tại ba điểm $x=-3;x=0;x=2$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 172: **[2D1-2.3-1] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

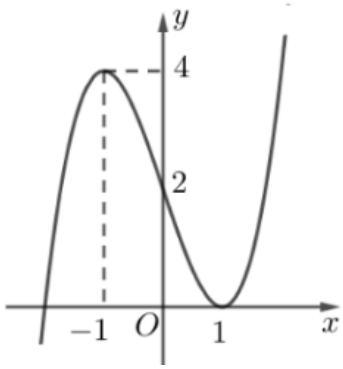
A. 2. **B.** −2. **C.** 1. **D.** −1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-1$ và khi đó giá trị cực đại $y_{CD}=2$.

Câu 173: [2D1-2.3-1] **(THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** −1.



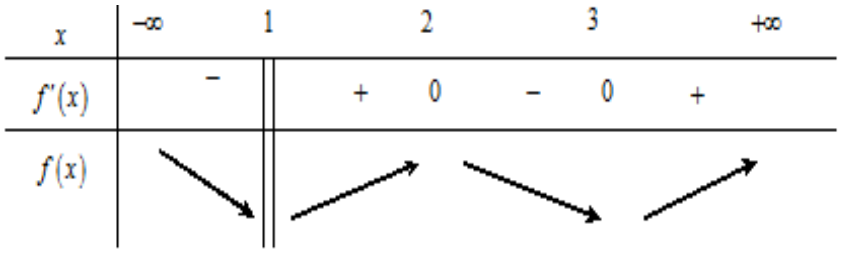
Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $f(-1)=4$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 174: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-2.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Khi đó số điểm cực tiểu của hàm số bằng:

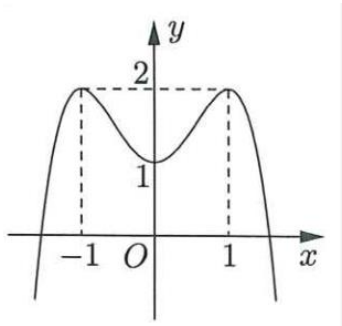
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không xác định tại $x=1$ và $f'(x)$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" khi qua $x=3$ nên nó chỉ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 175: **[2D1-2.3-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong bên dưới



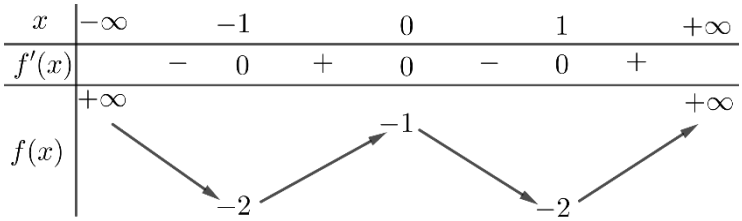
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=2$.

Câu 176: **[2D1-2.3-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



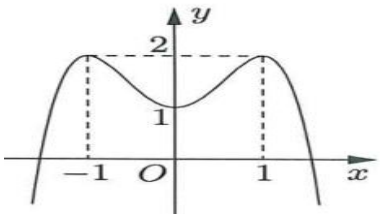
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** −1. **D.** −2.

Lời giải

Giá trị cực tiểu của hàm số là -2.

Câu 177: **[2D1-2.3-1] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=0$.

Câu 178: **[2D1-2.3-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần suy ra số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là 3.

Câu 179: **[2D1-2.3-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

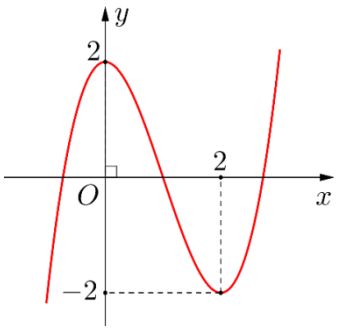
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có 3 điểm cực trị là $x=1; x=0; x=-1$.

Câu 180: **[2D1-2.3-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số $y=f(x)$ từ nghịch biến chuyển sang đồng biến khi qua điểm $x=2$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 181: **[2D1-2.3-1] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Câu 182:

Câu 183: Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x=-3$ và qua $x=1$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 184: **[2D1-2.3-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là

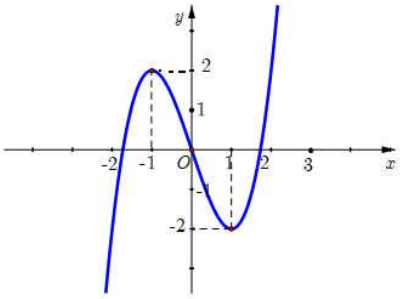
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 185: **[2D1-2.3-1] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

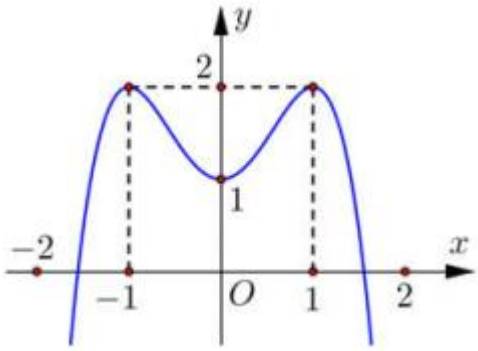
A. $(-2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(1;-2)$.

Câu 186: **[2D1-2.3-1] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



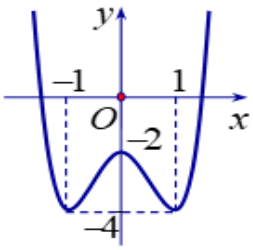
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** −1

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ giá trị cực tiểu của hàm số là $y=1$.

Câu 187: **[2D1-2.3-1] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in R)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** x = -1 **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x=0$

Câu 188: [2D1-2.3-1] **(THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số xác định trên R và $f'(x)$ có hai lần đổi dấu nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 189: [2D1-2.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	3	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 190: [2D1-2.3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ.

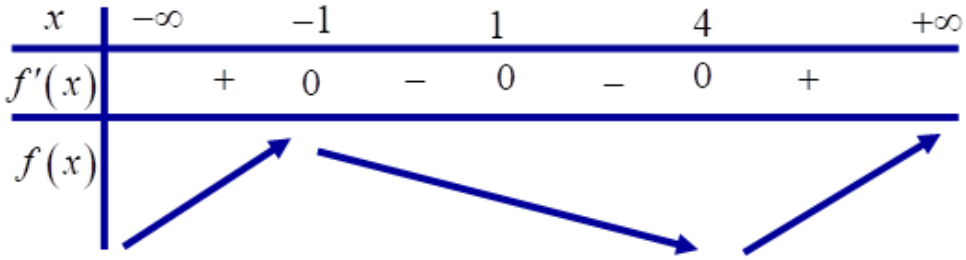
x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

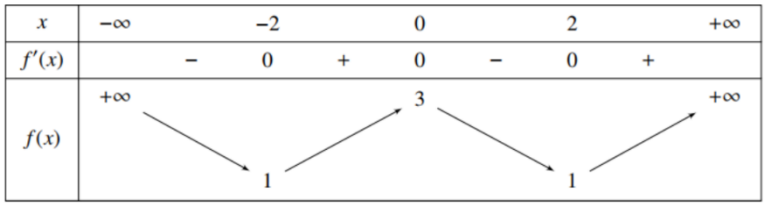
Lời giải

Chọn C



Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-1$.

Câu 191: [2D1-2.3-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 192: [2D1-2.3-1] **(THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

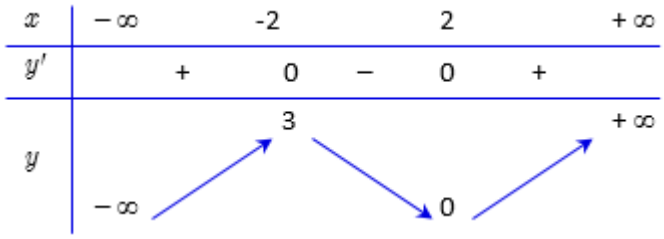
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0; x=4$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Câu 193: [2D1-2.3-1] **(THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



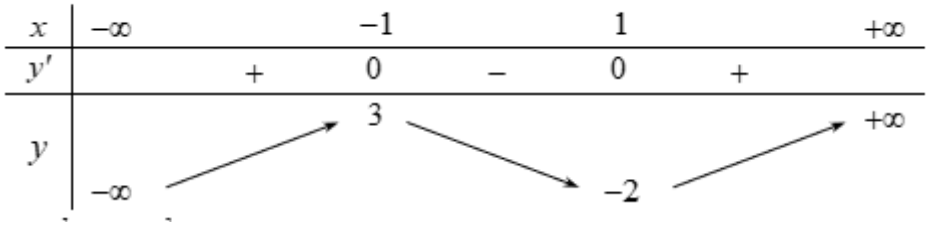
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 194: **[2D1-2.3-1] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

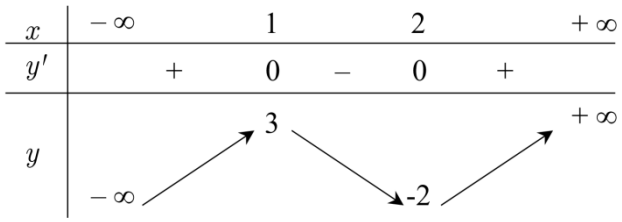
A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$

Câu 195: **[2D1-2.3-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

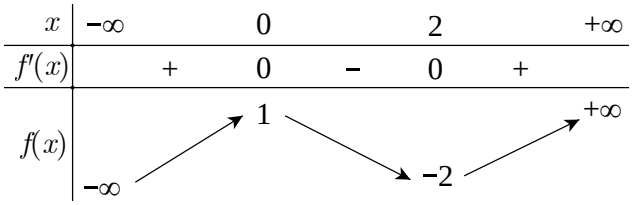
A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 196: **[2D1-2.3-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 197: **[2D1-2.3-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y=-3$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-4$. **D.** $y=4$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là $y=-4$.

Câu 198: **[2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

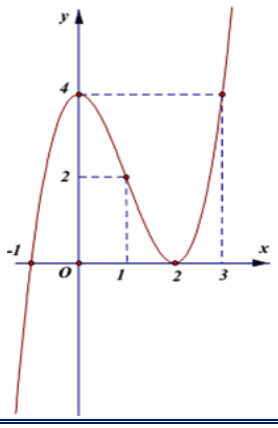
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

+) Từ BBT ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=0$, giá trị cực tiểu $y=3$.

Câu 199: **[2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



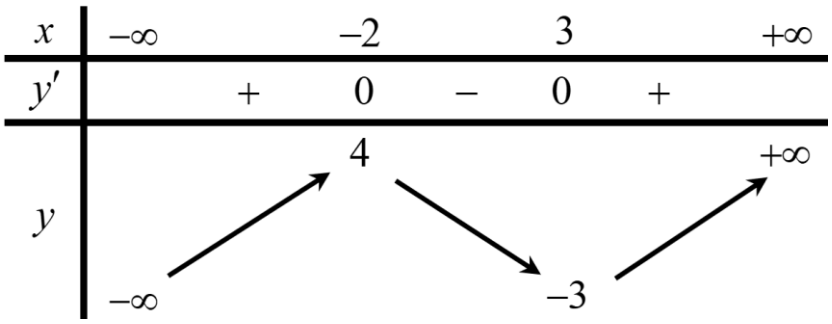
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(0;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(4;0)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là: $(0;4)$.

Câu 200: **[2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



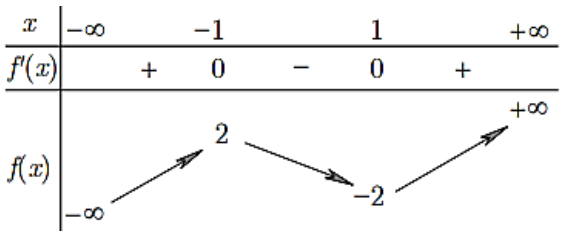
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 201: **[2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.



Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có $y'=f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=-1$ nên điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x=-1$.

Câu 202: **[2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề cho ta suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.

Câu 203: [2D1-2.3-1] **(THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=f'(x)$ đổi dấu 3 lần. Suy ra hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 204: [2D1-2.3-1] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất là 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$ do đó **Chọn B**

Câu 205: **[2D1-2.3-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

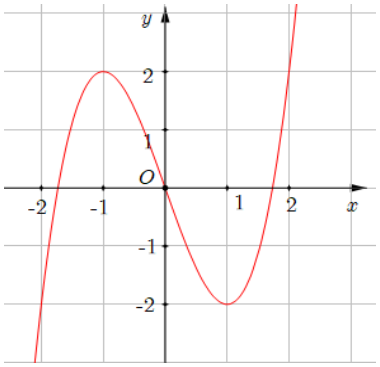
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$y_{CT}=1$

Câu 206: **[2D1-2.3-1] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là



A. $y=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $1;-2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Lí thuyết.

Câu 207: **[2D1-2.3-1] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

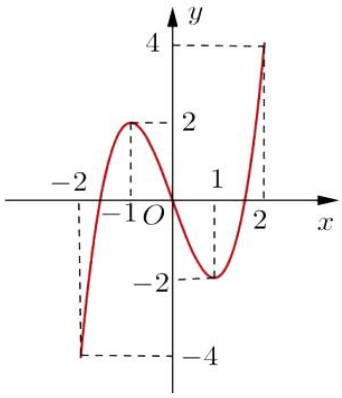
A. -4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=0$

Câu 208: **[2D1-2.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là:

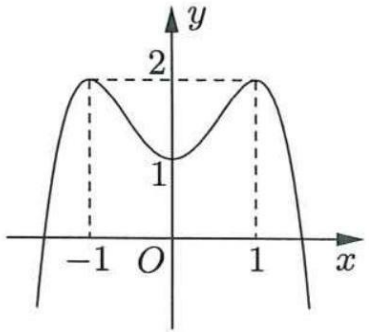
A. -4 **B.** -2 **C.** $(1;-2)$ **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là -2 tại $x=1$

Câu 209: **[2D1-2.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



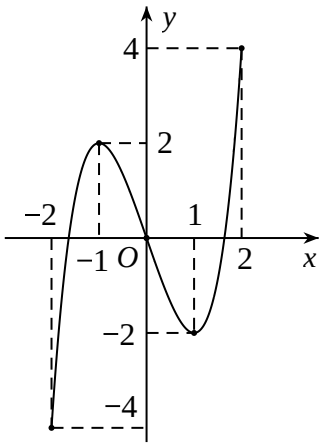
A. $y_{ct}=1$. **B.** $x_{ct}=0$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x_{ct}=0$.

Câu 210: **[2D1-2.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là



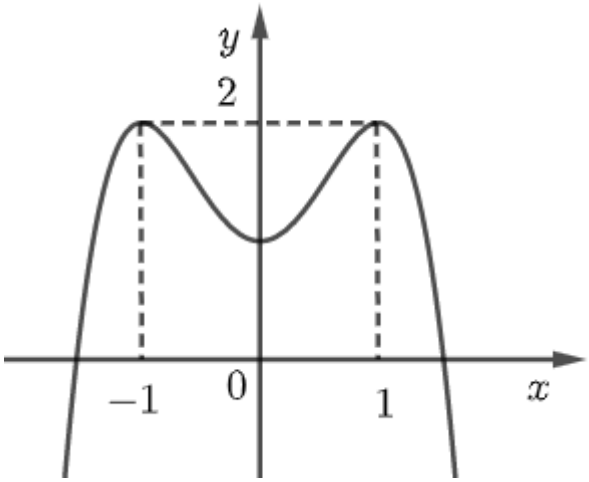
A. -4. **B.** -2. **C.** $(1;-2)$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn hình vẽ: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$, giá trị cực tiểu $y=-2$.

Câu 211: **[2D1-2.3-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. $y_a=1$. **B.** $x_a=0$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_a=0$

Câu 212: **[2D1-2.3-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình dưới. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'	$+$		0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu 4 lần nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 213: [2D1-2.3-1] **(THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 214: [2D1-2.3-1] **(THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm $f\ x$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'\ x$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

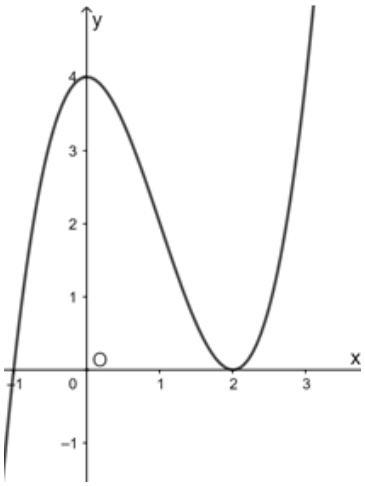
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 215: [2D1-2.3-1] **(THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ **B.** Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

Lời giải

Chọn C

Câu 216: [2D1-2.3-1] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 217: [2D1-2.3-1] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. B. $x=4$. C. $y=3$. D. $x=2$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=2$

Câu 218: [2D1-2.3-1] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023) Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

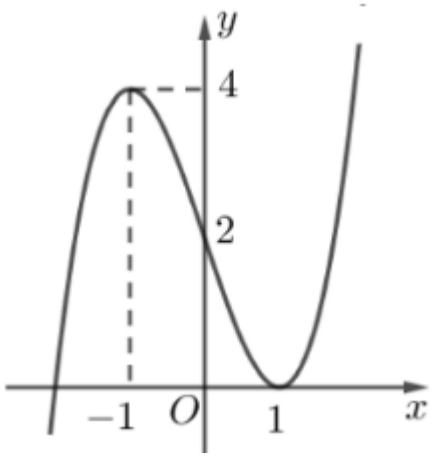
Số cực trị của hàm số là

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 219: [2D1-2.3-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



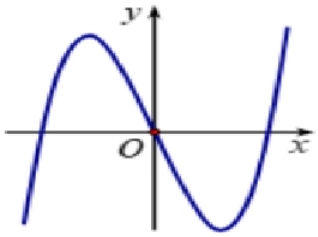
A. 1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** −1.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số trên là: 4.

Câu 220: [2D1-2.3-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 221: [2D1-2.3-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	−

Điểm cực đại của hàm số là

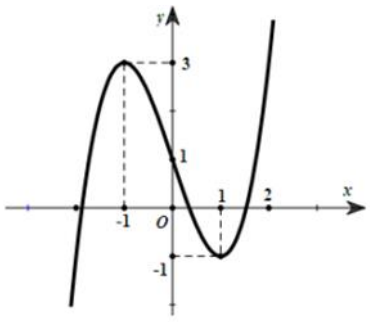
A. $x=0$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=1$ **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn D

Câu 222: [2D1-2.3-1] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Cho hàm số

$y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.

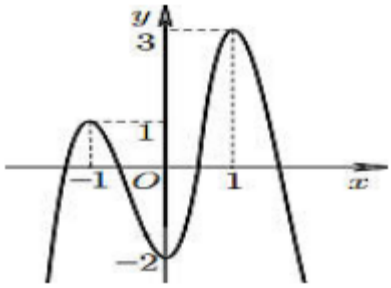
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;3)$.

Câu 223: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là.



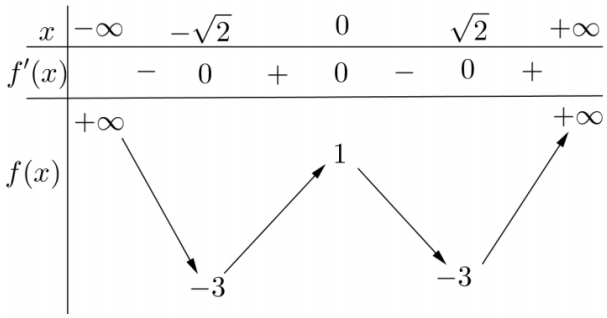
A. 2. **B.** 0 **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $y_{CT}=-2$

Câu 224: **[2D1-2.3-1] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

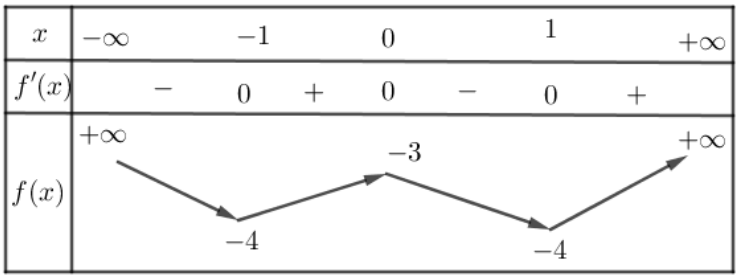
A. $x=0$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 225: **[2D1-2.3-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

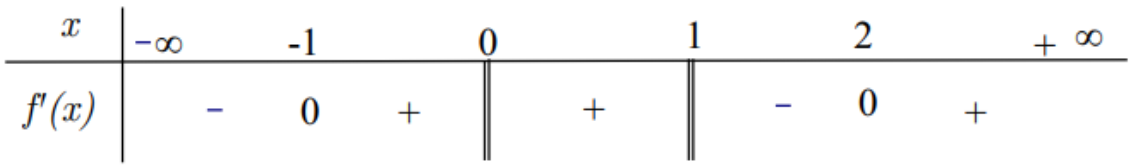
A. $y=-3$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(0;-3)$.

Câu 226: **[2D1-2.3-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:



Kết luận nào sau đây đúng

A. Hàm số có 2 điểm cực tiểu. **B.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

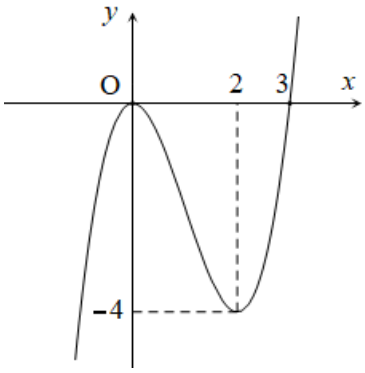
C. Hàm số có 2 điểm cực đại. **D.** Hàm số có 4 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm thành dương hai lần nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 227: **[2D1-2.3-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(2;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $O(0;0)$.

Câu 228: **[2D1-2.3-1] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$

Lời giải

Chọn C

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-2$

Câu 1: **[2D1-2.3-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

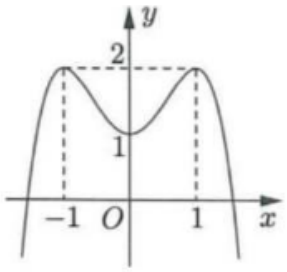
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần do đó số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 2: **[2D1-2.3-2] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

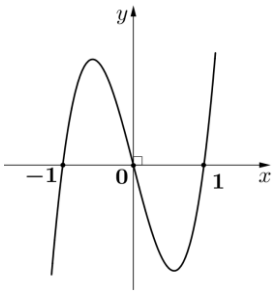
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị $A(-1;2), B(0;1), C(1;2)$

ΔABC cân tại B có $AC=2, d(B,AC)=1 \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}.1.2=1.$

Câu 3: **[2D1-2.3-2] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



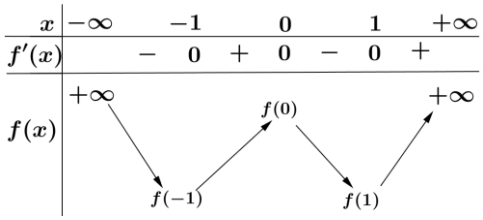
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1; x=0; x=1$.

Ta có bảng biến thiên sau:



Vậy số điểm cực trị của hàm số là 3.

Câu 4: [2D1-2.3-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↗	‖	↘			

Số điểm cực trị của hàm số là 2.

Sai lầm thường gặp thứ nhất

Học sinh không để ý điều kiện $x\neq 2$ nên học sinh **Chọn C** có 3 điểm cực trị. Học sinh **Chọn B**

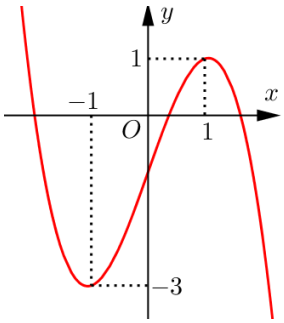
Sai lầm thường gặp thứ hai

Sai lầm này do học sinh cho rằng số điểm cực trị tương đương số nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ và giá trị x làm $f'(x)$ không xác định mà không chú ý đến sự đổi dấu của $f'(x)$ khi qua các nghiệm. Do đó học sinh **Chọn C** có 4 cực trị. Do đó học sinh **Chọn D**

Sai lầm thường gặp thứ ba

Sai lầm này vẫn kết hợp với sai lầm thứ 2, tuy nhiên học sinh này cảnh giác điều kiện $x\neq 2$ nên chọn 3 cực trị. Do đó học sinh **Chọn B**

Câu 5: [2D1-2.3-2] **(SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(1;1)$.

Câu 6: **[2D1-2.3-2] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

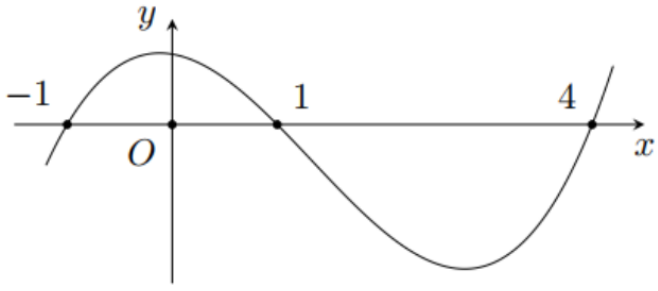
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-1;-3)$. **B.** $(5;1)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B) [2D1-2.3-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=4$.

Lời giải

Chọn C

Do $f'(x)$ đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi qua điểm $x=1$ nên $x=1$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 8: **[2D1-2.3-2] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↗		↘		↗		↗	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-1$.

Câu 9: **[2D1-2.3-2] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

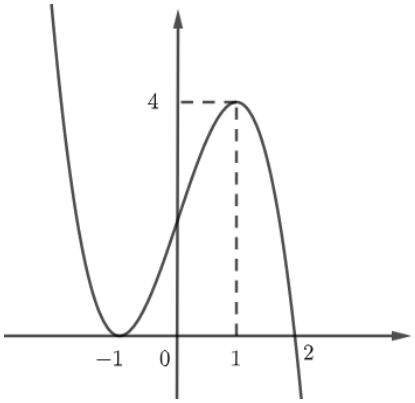
Ta có $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↗		↘		↗		↗	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-1$.

Câu 10: **[2D1-2.3-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

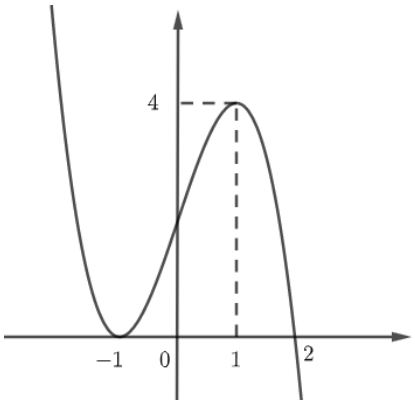
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=2$. Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 11: **[2D1-2.3-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=2$. Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 12: **[2D1-2.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

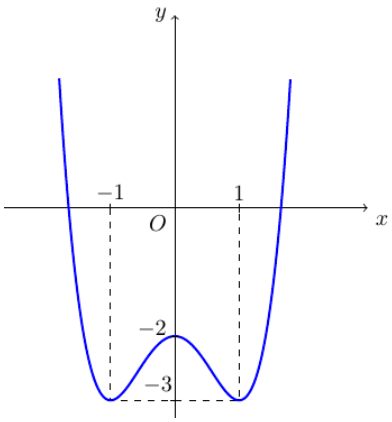
A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-3$.

Câu 13: **[2D1-2.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

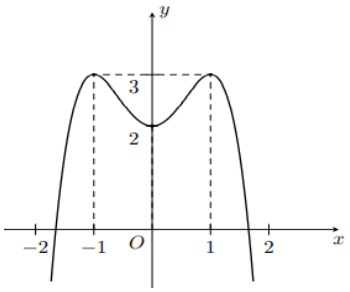
A. $(0;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0;-2)$.

Câu 14: **[2D1-2.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $0;2$. **B.** $1;3$. **C.** $2;0$. **D.** $-1;3$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $0;2$.

Câu 15: **[2D1-2.3-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\ x$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

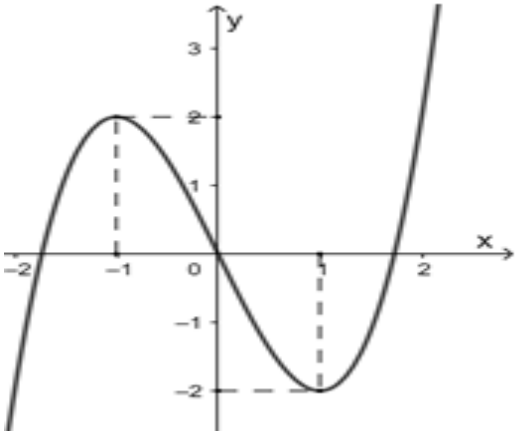
A. 0 . **B.** -1. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=1$.

Câu 16: **[2D1-2.3-2] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: **[2D1-2.3-2] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	3	↘	2

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có ba điểm. **B.** Có bốn điểm. **C.** Có hai điểm. **D.** Có một điểm.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 18: **[2D1-2.3-2] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

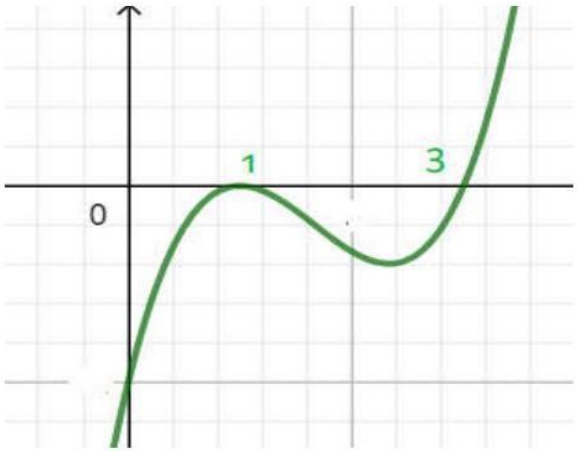
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu ta suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 19: **[2D1-2.3-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

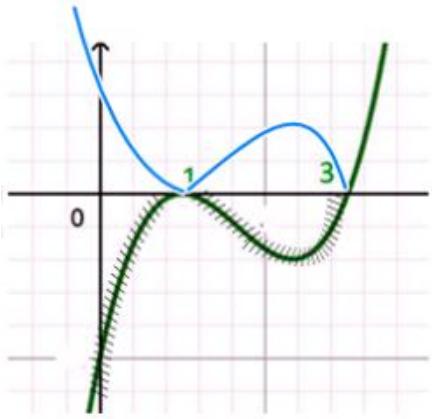


A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ dựng được. Ta thấy hàm số $y=|f(x)|$ có 3 điểm cực trị.



Câu 20: **[2D1-2.3-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Câu 21:

Câu 22: Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

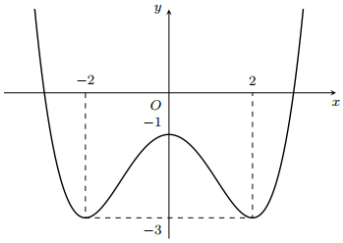
A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x=-3$ và qua $x=1$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 23: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-2.3-2]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x+2)$ là



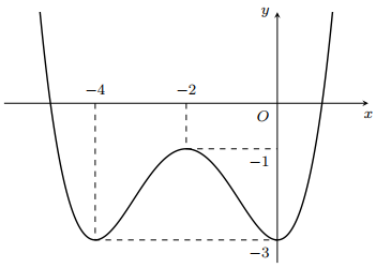
A. $x=-4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

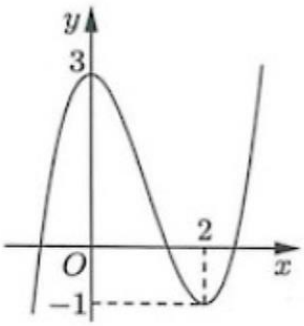
Đồ thị hàm số $y=f(x+2)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2 đơn vị.

Do đó ta được đồ thị



Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 24: **[2D1-2.3-2] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $M(0;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(0;3)$.

Câu 25: **[2D1-2.3-2] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

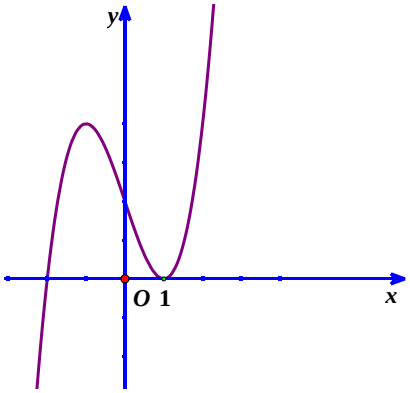
Lời giải

Chọn C

Nhận xét $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x=1$.

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 26: **[2D1-2.3-2] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có bảng xét dấu của $y=f'(x)$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Do đó hàm số $y=f(x)$ có 1 cực trị.

Câu 27: **[2D1-2.3-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có y' đổi dấu dương sang âm khi qua hai điểm $x=-1; x=1$

nên hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

Câu 28: **[2D1-2.3-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ là $2a+1$

Với a là số điểm cực trị dương của hàm số $f\left(x\right)\Rightarrow 2.1+1=3$

Câu 29: **[2D1-2.3-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	

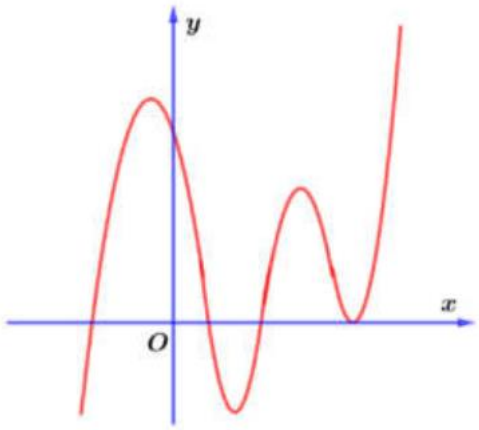
Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 30: **[2D1-2.3-2] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(x\right)$ là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

+ Giả sử đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ cắt Ox tại 4 điểm theo thứ tự $a<b<c<d$, khi đó

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=b\\x=c\\x=d\end{array}\right.$$

+ Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗			

+Nhìn BBT, ta thấy hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

Câu 1: **[2D1-2.3-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^3(x)+3f^2(x)+2020$ là

A. 3 **B.** 7 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

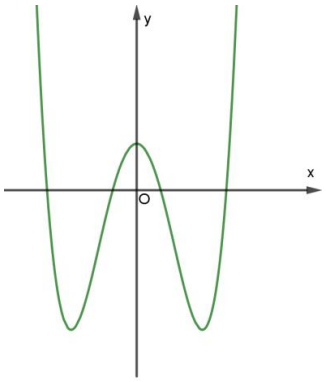
Ta có $g(x)=f^3(x)+3f^2(x)+2020$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)\left[3f^2(x)+6f(x)\right]=3f'(x)f(x)\left[f(x)+2\right]$

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=0\ (1). \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$

Kết hợp với bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy (1) có 5 nghiệm bội lẻ nên hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.3-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $F(x)=3f^4(x)+2f^2(x)+5$

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=3f^4(x)+2f^2(x)+5\Rightarrow F'(x)=12f^3(x)f'(x)+4f(x)f'(x)$

$F'(x)=4f(x)f'(x)\left(3f^2(x)+1\right)$

$F'(x)=0\Leftrightarrow f(x)f'(x)=0$ (vì $3f^2(x)+1>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$)

$$F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f'(x)=0\end{array}\right.$$

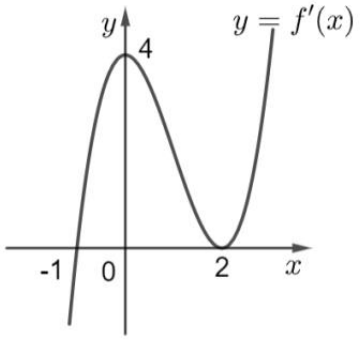
Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt suy ra phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4. (*)

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ suy ra hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị phân biệt x_5,x_6,x_7 suy ra $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt x_5,x_6,x_7 lần lượt khác các giá trị x_1,x_2,x_3,x_4. (**)

Từ (*), (**) suy ra phương trình $F'(x)=0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy hàm số $F(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 3: **[2D1-2.3-3] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4+ax^3+bx^2+cx$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(1-x^2\right)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Đặt $g(x)=f\left(1-x^2\right)$

Ta có: $g'(x)=\left[f\left(1-x^2\right)\right]'=-2xf'\left(1-x^2\right)$

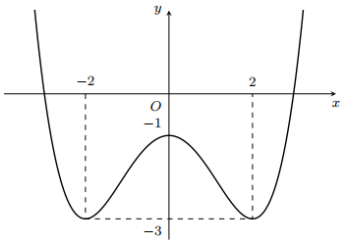
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\1-x^2=-1\\1-x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.3-3] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x+2)$ là



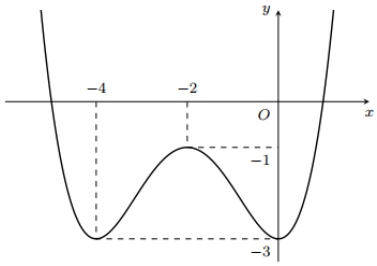
A. $x=-4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

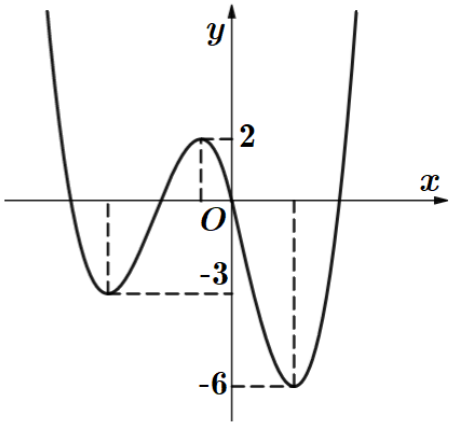
Đồ thị hàm số $y=f(x+2)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2 đơn vị.

Do đó ta được đồ thị



Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 1: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-2.3-4] Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=\left|f^2(x)-m^2\right|$ có 9 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là

A. 4034. **B.** 2027. **C.** 4032. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=f^2(x)-m^2$.

Ta có $g'(x)=2f(x)f'(x)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f'(x)=0\end{array}\right.$ (1).

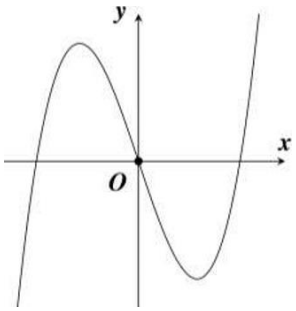
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy (1) có 7 nghiệm đơn nên $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Xét $g(x)=0\Leftrightarrow f^2(x)-m^2=0\Leftrightarrow f^2(x)=m^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=m\\f(x)=-m\end{array}\right.$ (2).

Do $g(x)$ có 7 điểm cực trị nên để $y=\left|f^2(x)-m^2\right|=\left|g(x)\right|$ có 9 điểm cực trị thì phương trình $g(x)=0$ phải có 2 nghiệm bội lẻ hay (2) phải có 2 nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 6\\m\leq -6\end{array}\right.$.

$\Rightarrow S=\{-2022;...;-6;6;...;2022\}$. Vậy có 4034 giá trị m.

Câu 1: **[2D1-2.4-2] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số có đồ thị như hình. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

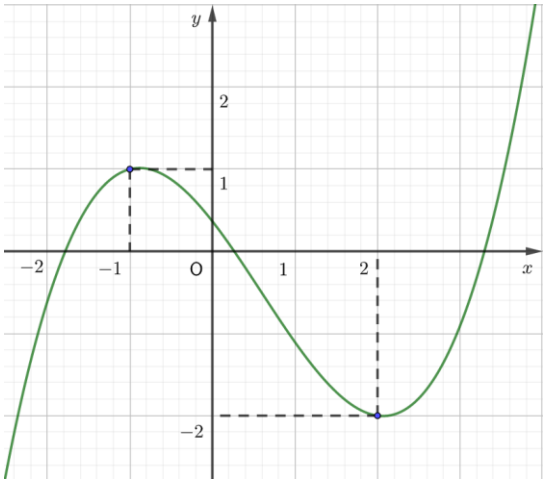
Với m là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)=0$;

n là số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$.

Khi đó, hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có $m+n$ điểm cực trị.

Dựa vào đồ thị, $f\left(x\right)=0$ có 3 nghiệm phân biệt, hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị nên hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có $3+2=5$ điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.4-2] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có 3 điểm cực trị



A. $-1\le m\le 2$. **B.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 2$.

C. $m\le 0$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $-1<m<2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị, suy ra hàm số $y=f\left(x\right)+m$ có 2 điểm cực trị.

Số điểm cực trị của hàm $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm $y=f\left(x\right)+m$ và số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)+m=0$.

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để phương trình $f\left(x\right)=-m$ có nghiệm bội lẻ duy nhất.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l}-m\le -2\\ -m\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -1\end{array}\right.$.

Câu 3: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-2.4-2] Cho hàm số $y=\left|-x^2+3x+5\right|$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

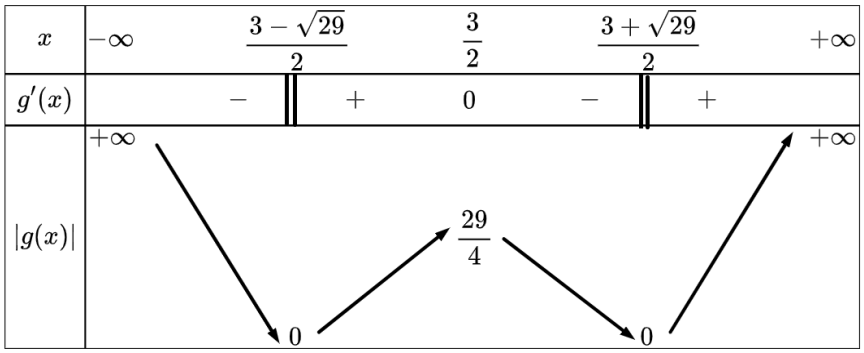
Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=-x^2+3x+5$.Ta có $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -2x+3=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$

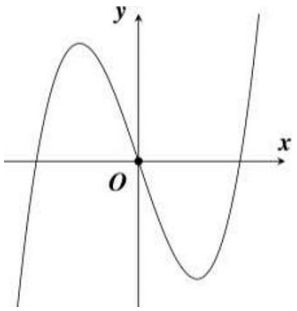
Mặt khác $g\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$.

Ta có bảng biến thiên của $g\left(x\right)$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có $y=\left|g\left(x\right)\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 4: [2D1-2.4-2] Cho hàm số có đồ thị như hình. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

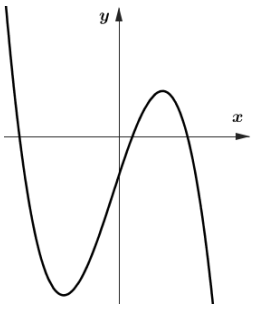
Với m là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)=0$;

n là số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Khi đó, hàm số $y=|f(x)|$ có $m+n$ điểm cực trị.

Dựa vào đồ thị, $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt, hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị nên hàm số $y=|f(x)|$ có $3+2=5$ điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.4-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx+c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên



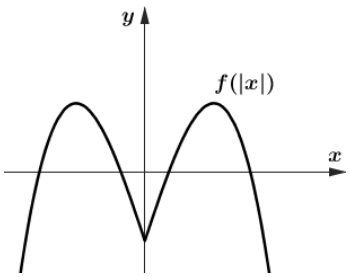
Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)+2023$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm $f(|x|)$:



Mà hàm số $y=f(|x|)+2023$ cũng có hình dạng tương tự. Vậy

$y=f(|x|)+2023$ có 3 cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.4-3] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x^2-2x), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x^3-3x|+m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 1 **B.** Vô số **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

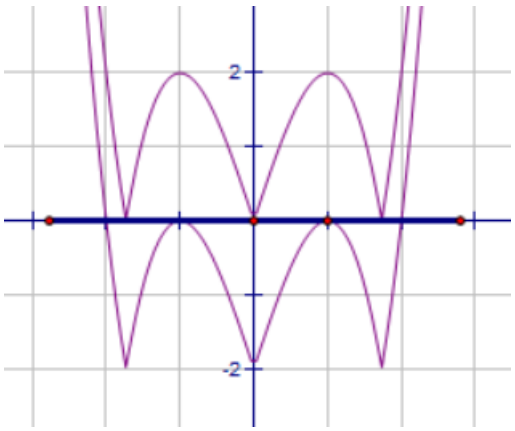
$$f'(x)=(x+1)^2(x^2-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-1(l)\end{array}\right. .$$

$$y=f(|x^3-3x|+m)\Rightarrow y'=\frac{3(x^2-1)(x^3-3x)}{|x^3-3x^2|}f'(|x^3-3x|+m).$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-1=0\\|x^3-3x|+m=0\\|x^3-3x|+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\|x^3-3x|=-m\quad(1)\\|x^3-3x|-2=-m\quad(2)\end{array}\right. .$$

Hàm số $y=f(|x^3-3x|+m)$ đã có 5 điểm cực trị $x=\pm1, x=0, x=\pm\sqrt{3}$.

Hàm số đã cho có đúng 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow(1),(2)$ có tất cả 2 nghiệm phân biệt khác 5 điểm cực trị trên.



Từ đồ thị, ta được $-m=0\Leftrightarrow m=0$.

Câu 2: **[2D1-2.4-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x)-3m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=f(x)-3m$. Số cực trị của hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ bằng tổng số cực trị của hàm $h(x)$ và số nghiệm đơn của phương trình $h(x)=0$.

+ Ta có hàm $f(x)$ có 2 điểm cực tri nên hàm $h(x)$ cũng có 2 điểm cực trị.

+ Xét phương trình $h(x)=0\Leftrightarrow f(x)=3m$ (1).

Để hàm $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình (1) có 3 nghiệm đơn $\Leftrightarrow 4<3m<11\Leftrightarrow \frac{4}{3}<m<\frac{11}{3}$. Vì m là số nguyên nên $m\in\{2;3\}$

Câu 3: **[2D1-2.4-3] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^4-4x^2+3m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3m\Rightarrow f'(x)=4x^3-8x$

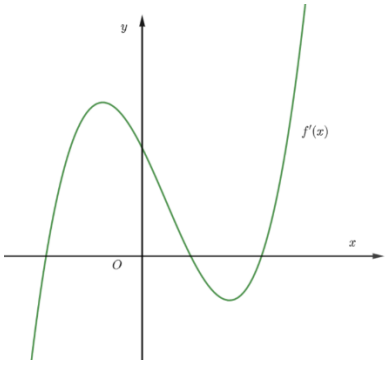
$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-8x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$3m-4$	↗	$3m$	↘	$3m-4$	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}3m>0\\3m-4<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<\frac{4}{3},\ m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1\}$.

Câu 4: **[2D1-2.4-3] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2f(|3-x|)+2023$ là



A. 7 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a<0\\x=b>0\\x=c>0\end{array}\right.$$

$$g(x)=2f(|3-x|)+2023=2f\left(\sqrt{(3-x)^2}\right)+2023$$

$$g'(x)=2.\frac{-(3-x)}{|3-x|}.f'(|3-x|)$$

$g'(x)$ không xác định tại $x=3$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(|3-x|)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|3-x|=a<0\\|3-x|=b>0\\|3-x|=c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=3-b\\x=3+b\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=3-c\\x=3+c\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$3-c<3-b<3<3+b<3+c$

BBT

x	$-\infty$	$3-c$	$3-b$	3	$3+b$	$3+c$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0 $+$	0 $-$	‖	$+$	0 $-$	0 $+$
$g(x)$	↘	↗	↘		↗	↘	↗

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.4-3] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2023;2023)$

để hàm số $y=x^2-2m|x-m+6|+1$ có ba điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Nếu $m=0$: $y=x^2+1$, hàm số có một điểm cực trị.

Nếu $m\neq 0$, ta có

$$y=\begin{cases}x^2-2m(x-m+6), & (x-m+6\geq 0)\\ x^2+2m(x-m+6), & (x-m+6<0)\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}2x-2m, & (x-m+6>0)\\ 2x+2m, & (x-m+6<0)\end{cases}$$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=m-6$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{cases}2x-2m=0\\ x-m+6>0\end{cases}\begin{cases}2x+2m=0\\ x-m+6<0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ \begin{cases}x=-m\\ -2m+6<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=-m(m>3).\end{array}\right.$$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=m-6$.

Để hàm số có ba điểm cực trị, ta phải có $m>3$ và lúc này bảng xét dấu của y' như sau

x	$-\infty$		$-m$		$m-6$		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Điều này chứng tỏ với $m>3$ thì hàm số đã cho có 3 điểm cực trị, mà m nguyên nên $m\in\{4,5,\ldots,2022\}$.

Vậy có tất cả 2019 số nguyên thoả mãn.

Câu 6: **[2D1-2.4-3] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=x^2-2m|x-m+6|+1$ có ba điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Nếu $m=0$: $y=x^2+1$, hàm số có một điểm cực trị.

Nếu $m\neq 0$, ta có

$$y=\begin{cases}x^2-2m(x-m+6), & (x-m+6\geq 0)\\ x^2+2m(x-m+6), & (x-m+6<0)\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}2x-2m, & (x-m+6>0)\\ 2x+2m, & (x-m+6<0)\end{cases}$$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=m-6$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{cases}2x-2m=0\\ x-m+6>0\end{cases}\begin{cases}2x+2m=0\\ x-m+6<0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ \begin{cases}x=-m\\ -2m+6<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=-m(m>3).\end{array}\right.$$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=m-6$.

Để hàm số có ba điểm cực trị, ta phải có $m>3$ và lúc này bảng xét dấu của y' như sau

x	$-\infty$		$-m$		$m-6$		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Điều này chứng tỏ với $m>3$ thì hàm số đã cho có 3 điểm cực trị, mà m nguyên nên $m\in\{4,5,\ldots,2022\}$.

Vậy có tất cả 2019 số nguyên thoả mãn.

Câu 7: **[2D1-2.4-3] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b};c\right)$ (với $a,b,c\in\mathbb{Z}^+$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M=a+2b+3c$ là

A. $M=11$. **B.** $M=31$. **C.** $M=19$. **D.** $M=25$.

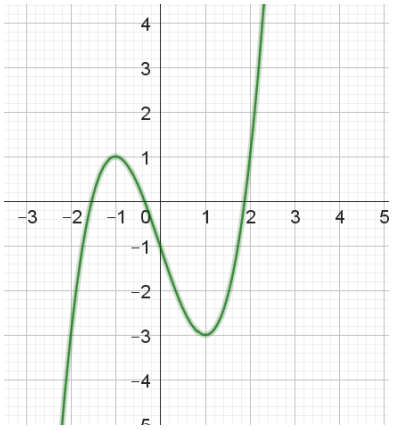
Lời giải

Chọn C

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)$ phải có 2 điểm cực trị có hoành độ dương. Khi đó: $y'=f'(x)=3x^2-2(2m-1)x+2-m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Suy ra: $\begin{cases}\Delta'=(2m-1)^2-(2-m)>0\\ P=\dfrac{2-m}{3}>0\\ S=\dfrac{2(2m-1)}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{4}<m<2\Rightarrow\begin{cases}a=5\\ b=4\\ c=2\end{cases}\Rightarrow M=19$.

Câu 8: **[2D1-2.4-3] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f(|12x+1|+m)$ có đúng 3 cực trị.



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$, nên hàm số $y=f(|12x+1|+m)$ có các điểm cực trị là $12x+m+1=-1$, $12x+m+1=1$. Vậy $x=-\dfrac{m+2}{12}, x=-\dfrac{m}{12}$.

Hàm số $y=f(|12x+1|+m)$ có tất cả $2n+1$ điểm cực trị với n là số điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ của hàm số $y=f((12x+1)+m)=f(12x+m+1)$. Theo ycđb hàm số $y=f(12x+m+1)$ có đúng một cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ hay $-\dfrac{m+2}{12}\le-\dfrac{1}{12}<-\dfrac{m}{12}\Leftrightarrow-1\le m<1$. Vậy có hai giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 9: **[2D1-2.4-3] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=|x|^3-mx+2023$, với m là tham số thực. Hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\begin{cases}x^3-mx+2023 & ,x\ge0\\-x^3-mx+2023, & x<0.\end{cases}$

$y'=\begin{cases}3x^2-m & ,x\ge0\\-3x^2-m, & x<0.\end{cases}$

Nếu $m=0$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=0$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2023	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Nếu $m>0$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt{\frac{m}{3}}$		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Nếu $m<0$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=-\sqrt{\dfrac{-m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{-\frac{m}{3}}$	0	$+\infty$
y'		$-\quad 0\quad +$		$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Vậy hàm số có tối đa một điểm cực trị.

Câu 10: **[2D1-2.4-3] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3\left[x^2+(1-3m)x+2m^2-2m\right],\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f\left(|x|+m\right)$ có tối thiểu 3 cực trị.

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x^2+(1-3m)x+2m^2-2m=0$ có $\Delta=(1-3m)^2-8m^2+8m=m^2+2m+1=(m+1)^2$.

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3m-1+m+1}{2}=2m\\ x=\dfrac{3m-1-m-1}{2}=m-1\end{array}\right.$$

Do đó: $x^2+(1-3m)x+2m^2-2m=(x-2m)(x-m+1)$.

$\Rightarrow f'(x)=(x-1)^3\left[x^2+(1-3m)x+2m^2-2m\right]=(x-1)^3(x-2m)(x-m+1),\forall x\in\mathbb{R}$.

Nhận xét:

+) Số cực trị của hàm số $g(x)=f\left(|x|+m\right)$ bằng số cực trị của hàm số $h(x)=f\left(|x|\right)$ (do đồ thị hàm số $h(x)=f\left(|x|\right)$ được dựng bằng cách lấy đồ thị hàm số $g(x)=f\left(|x|+m\right)$ tịnh tiến sang trái/phải $|m|$ đơn vị).

+) Để hàm số $h(x)=f\left(|x|\right)$ có tối thiểu 3 cực trị thì hàm số $y=f(x)$ có tối thiểu 1 cực trị dương.

$\Leftrightarrow f'(x)=0$ có tối thiểu 1 nghiệm dương bội lẻ.

• Với $2m=1\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ thì $f'(x)=(x-1)^4\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ không có nghiệm dương bội lẻ $\Rightarrow$ Loại.

• Với $m-1=1\Leftrightarrow m=2$ thì $f'(x)=(x-1)^4(x-4)$ có duy nhất một nghiệm dương bội lẻ là $x=4\Rightarrow$ Thỏa mãn.

• Với $m\notin\left\{\frac{1}{2};2\right\}$ thì $f'(x)=0$ luôn có ít nhất 1 nghiệm dương bội 3 là $x=1\Rightarrow$ Thỏa mãn.

Vậy tất cả các giá trị nguyên của $m\in[-5;5]$ đều thỏa mãn. (11 giá trị).

Câu 11: **[2D1-2.4-3] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Cho hàm số $f(x)=x^3-(m+3)x^2+2mx+2$ (với m là tham số thực, $m>0$). Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Nhận xét: hàm số $y=f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số đối xứng qua Oy. Vì vậy, ta đi tìm số cực trị dương. Khi đó, **số điểm cực trị cần tìm bằng số cực trị dương cộng 1.**

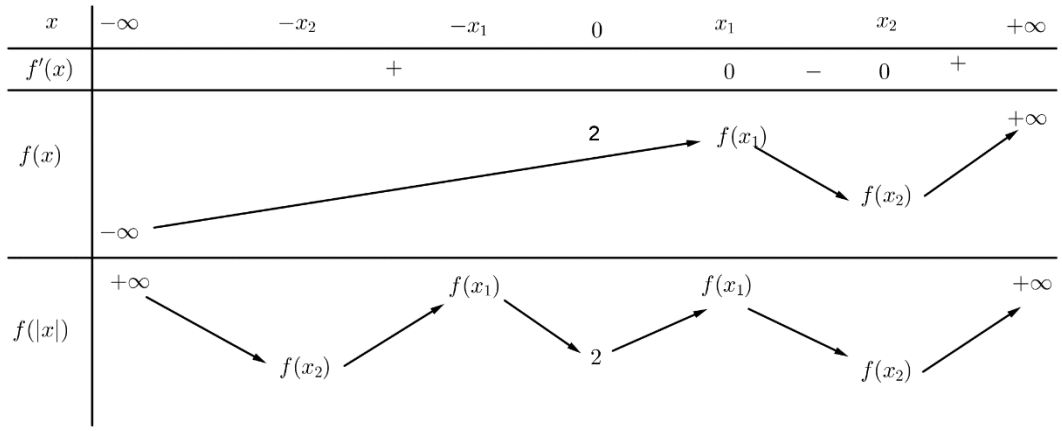
Ta có $f'(x)=3x^2-2(m+3)x+2m$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-2(m+3)x+2m=0$ (*).

$\Delta'=(m+3)^2-6m=m^2+9>0$ với mọi $m\Rightarrow f'(x)=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 (Giả sử $x_1<x_2$).

Theo định lý Vi–et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2(m+3)}{3}>0\\ x_1.x_2=\dfrac{2m}{3}>0\end{cases}$ với mọi $m>0$.

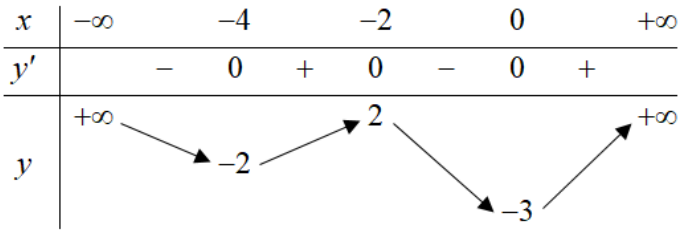
Suy ra với $m>0$ hàm số $y=f(x)$ luôn có hai điểm cực trị dương x_1,x_2.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 12: **[2D1-2.4-3] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có không quá hai điểm cực đại?

A. 4042 **B.** 4041 **C.** 4043 **D.** 2040

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+x-4\right)$.

Do x^3+x-4 là hàm đồng biến và có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(x^3+x-4\right)$ cũng có cực đại là 2, hai cực tiểu là -2 và 3.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|=\lim\limits_{x\to-\infty}\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|=+\infty$.

Nên để $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có không quá hai điểm cực đại thì hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có 5 hoặc 3 điểm cực trị.

Mà hàm số $f\left(x^3+x-4\right)$ có 3 điểm cực trị nên để hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có 5 hoặc 3 điểm cực trị thì phương trình $f\left(x^3+x-4\right)+m=0$ có hai nghiệm bội lẻ hoặc không có nghiệm bội lẻ.

Để phương trình $f\left(x^3+x-4\right)+m=0\Leftrightarrow f\left(x^3+x-4\right)=-m$ có hai nghiệm bội lẻ hoặc không có nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\ m\leq -2\end{array}\right.$.

Câu 13: **[2D1-2.4-3] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-a)(x-b)$ với a,b là hai hằng số và $a<b$, biết rằng $f(b)=0$ và hàm số $g(x)=\left|4x^3+\left(2-3f(a)\right)x^2-2f(a).x+m\right|$ (với m là tham số). Khi đó hàm số $g\left[f(x)\right]$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Ta có bảng biến thiên của $y=f(x)$, đặt $k=f(a)>0$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	k	↘	0	↗	$+\infty$

Xét $h(x)=4x^3+(2-3k)x^2-2k.x+m$

$\Rightarrow h(f(x))=4(f(x))^3+(2-3k).(f(x))^2-2k.f(x)+m$

$\Rightarrow [h(f(x))]'=12.f'(x).(f(x))^2+2(2-3k).f'(x).f(x)-2k.f'(x)$

$f'(x).(12.(f(x))^2+2(2-3k).f(x)-2k)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ 12.(f(x))^2+2(2-3k).f(x)-2k=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a,\ x=b \\ f(x)=\dfrac{-1}{3}\ (1) \\ f(x)=\dfrac{k}{2}\ (2) \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ thì (1) có 1 nghiệm x, (2) có 3 nghiệm x đơn. Vậy $[h(f(x))]'=0$ cho 6 nghiệm đơn phân biệt $\Rightarrow h(f(x))$ có 6 cực trị. Do đó $g[f(x)]=|h(f(x))|$ có tối đa là: $6.2+1=13$ cực trị.

Nhận xét: Có vẻ cách giải này không thấy được vài trò của tham số m, giả thiết có m có vẻ "dư". Thực ra là không dư. Nếu đúng ra, cách giải này sử dụng bổ đề: Số cực trị của hàm số $g[f(x)]=|h(f(x))|$ bằng tổng số cực trị của $h(f(x))$ cộng với số nghiệm của phương trình $h(f(x))=0$ và 2 loại này không trùng nhau. Nhiều lúc $h(f(x))$ có 6 cực trị, nhưng $h(f(x))=0$ có khi chỉ có 1 nghiệm. Vai trò của tham số m là "tịnh tiến lên xuống" để $h(f(x))=0$ có tối đa 7 nghiệm.

Cách 2

+) $f(a)-f(b)=\int_b^a f'(x)dx \Rightarrow f(a)=\int_b^a (x^2-(a+b)x+ab)dx=...=\dfrac{(b-a)^3}{6}=k>0$ (nếu rảnh thì tính $f(a)$ cho vui, không thì đặt bằng $f(a)=k>0$ cũng được)

Ta có bảng biến thiên của $y=f(x)$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	k	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

+) $y=g\left[f(x)\right]=\left|4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right|$

Suy ra $y'=\dfrac{f'(x).\left[12f^2(x)+2(2-3k)f(x)-2k\right].\left[4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right]}{\left|4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right|}$

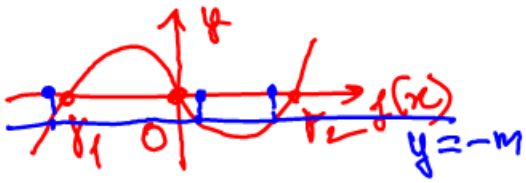
+) Số cực trị của y bằng số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của $\left[\begin{array}{l} y'=0 \\ y' \text{ khong xac dinh} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ 12f^2(x)+2(2-3k)f(x)-2k=0 \\ 4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=a,\ x=b \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{-1}{3}(1) \\ f(x)=\dfrac{k}{2}>0(2) \end{array}\right. \\ f(x)\left[4f^2(x)+(2-3k)f(x)-2k\right]=-m(3) \end{array}\right.$$

(1) có 1 nghiệm đơn (dựa vào BBT của $f(x)$)

(2) có tối đa 3 nghiệm đơn ((dựa vào BBT của $f(x)$)

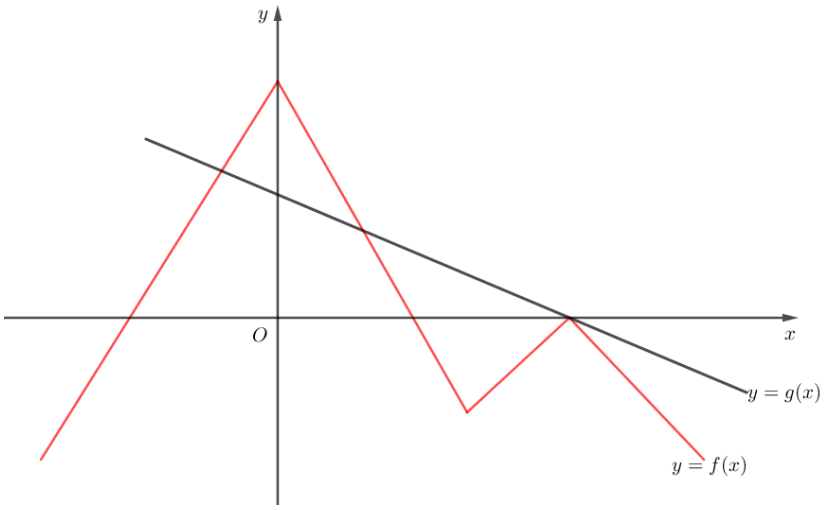
(3) có VT có 3 nghiệm là $f(x)=\gamma_1<0,\ f(x)=0,\ f(x)=\gamma_2>0$



Để hàm số đề cho có nhiều cực trị nhất thì (3) có 1 nghiệm $f(x)$ âm (sinh ra 1 nghiệm x đơn) và 2 nghiệm $f(x)$ dương (sinh ra tối đa 6 nghiệm x đơn)

Tóm lại có tối đa 2+1+3+1+6=13 cực trị

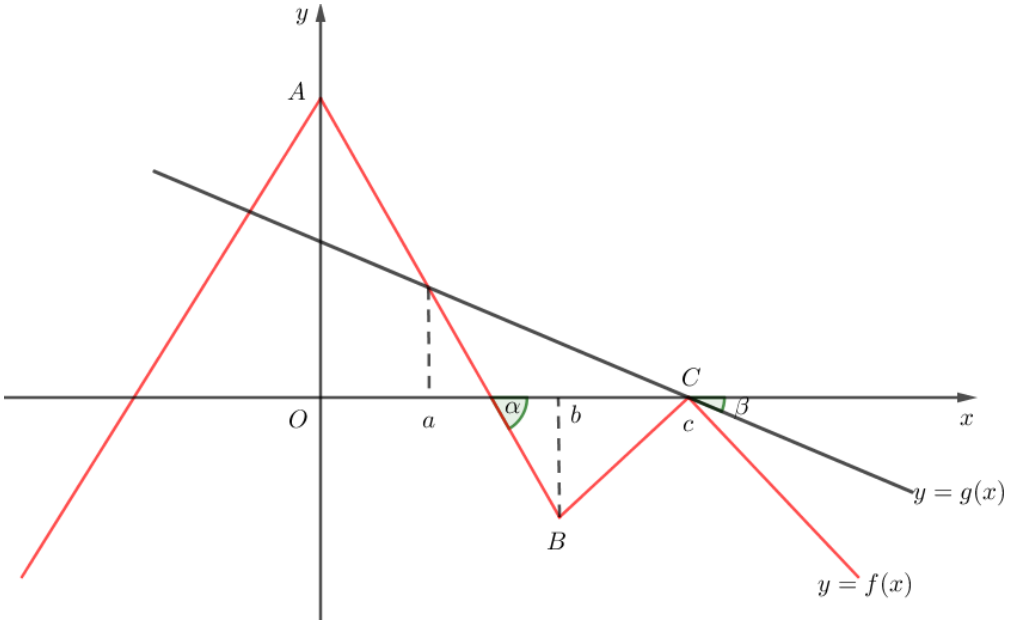
Câu 1: **[2D1-2.4-4] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định trên R. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc (nét đậm). Hàm số $g(x)$ có đồ thị là đường thẳng (d). Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)-g\left(|x|\right)\right|$ là.



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



Đặt các điểm như hình vẽ,

Đường thẳng AB có hệ số góc $k_1=-\tan\alpha$

Đường thẳng BC có hệ số góc $k_2>0$

Đường thẳng Ct có hệ số góc k_3

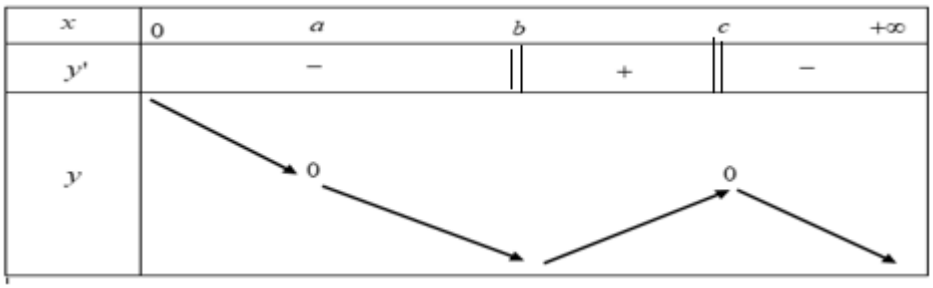
Đường thẳng d có hệ số góc $k_4=-\tan\beta$

Suy ra $\begin{cases} k_1 < k_4 < 0 \\ k_2 > k_4 \\ k_3 < k_4 \end{cases}$

Xét hàm số $y = f(x) - g(x)$ trên $[0, +\infty)$ ta có

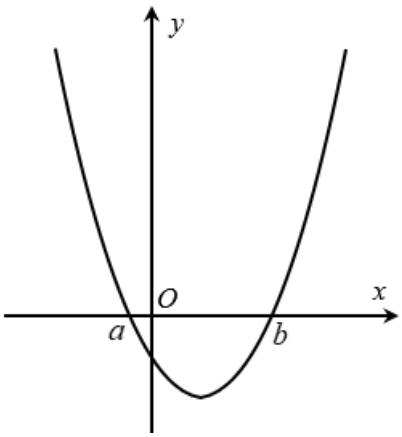
$$y' = \begin{cases} k_1 - k_4, x \in [0, b) \\ k_2 - k_4, x \in (b, c) \\ k_3 - k_4, x \in (c, +\infty) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên.



Do tính đối xứng nên suy ra hàm số $y = f(|x|) - g(|x|)$ có 5 điểm cực trị và đổi dấu qua hai điểm $x = a, x = -a$. Vì vậy hàm số $y = |f(|x|) - g(|x|)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 2: [2D1-2.4-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = |f^2(x) - 4f(x) + 1|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu. Biết rằng $f(b) = 4$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$.



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↗		↘	4	↗	$+\infty$

Xét hàm số $h(x)=f^2(x)-4f(x)+1$.

Ta có $h'(x)=2f(x).f'(x)-4f'(x)$.

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a;x=b\\x=c<a\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f^2(x)-4f(x)+1$:

x	$-\infty$		c		a		b		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	-2	↘	-3	↗		↘	1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f^2(x)-4f(x)+1$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-4f(x)+1\right|$

x	$-\infty$		c		e		a		b		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	2	↗	3	↘	0	↗		↘	1	↗	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Sai lầm thường gặp 1: học sinh có thể không để ý giả thiết $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ hoặc hiểu chưa rõ khái niệm điểm cực tiểu của hàm số dẫn đến **Chọn B** là 3 điểm cực tiểu.

Sai lầm thường gặp 2: không định hướng được cách giải dạng toán chứa dấu giá trị tuyệt đối → Không làm được

Câu 3: **HẾT** ∞ **[2D1-2.4-4] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(-2)=0.$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=\left|3f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x)=3.f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2$

Ta có

$h'(x)=\left(-12x^3+12x\right).f'\left(-x^4+2x^2-2\right)-12x^5+12x=12x\left(-x^2+1\right).f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+12x\left(-x^4+1\right)$

$=12x\left(-x^2+1\right).f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+12x\left(-x^2+1\right)\left(x^2+1\right).$

$=12x\left(-x^2+1\right).\left(f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1\right)$

$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}12x\left(-x^2+1\right)=0\\ f'\left(-x^4+2x^2-2\right)=-x^2-1\end{array}\right.$.

Phương trình $12x\left(-x^2+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;\\ x=\pm1\end{array}\right.$.

Phương trình $f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1=0$.

Do $x^2+1\geq1$

và $-x^4+2x^2-2=-\left(x^4-2x^2+1\right)-1=-\left(x^2-1\right)^2-1\leq-1$

$f'\left(-x^4+2x^2-2\right)\leq f'(-1)\Rightarrow f'\left(-x^4+2x^2-2\right)>0$

$f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1=0$ vô nghiệm

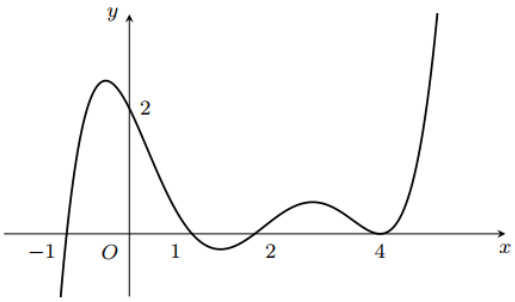
Hàm số $h(x)=3.f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2$ có 3 điểm cực trị

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biên thiên của hàm $h(x)$ thì hàm số $g(x)$ có 5 cực trị

Câu 4: **[2D1-2.4-4] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ là hàm số chẵn. Suy ra hàm số có đúng 11 điểm cực trị khi hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x+m+2023\right)$ có 5 điểm cực trị dương.

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^3-3x+m+2023=-1\\x^3-3x+m+2023=1\\x^3-3x+m+2023=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^3-3x+2023=-m-1\\x^3-3x+2023=-m+1\\x^3-3x+2023=-m+2\end{array}\right.$$

(loại $x=-1$ vì chỉ nhận giá trị dương).

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2023$ ta có $h'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2025	↘	2023	↘	2021	↗	$+\infty$

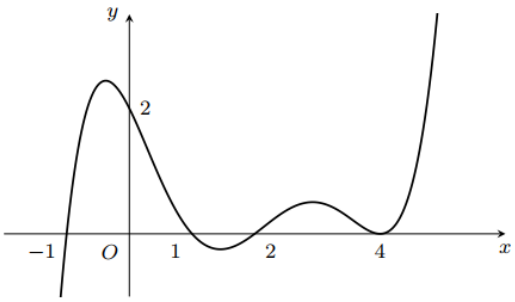
Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị dương thì $f'\left(x^3-3x+m+2023\right)$ phải có 4 nghiệm dương khác 1.

Trường hợp 1: $\begin{cases}2021<-m-1<2023\\-m+1>2023\\-m+2>2023\end{cases}\Leftrightarrow -2024<m<-2022\Rightarrow m=-2023.$

Trường hợp 2: $\begin{cases}2021<-m+1<2023\\2021<-m+2<2023\\-m-1\le 2021\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2022<m<-2020\\-2021<m<-2019\\m\ge -2022\end{cases}\Leftrightarrow -2021<m<-2020$, không tồn tại giá trị nguyên m.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.4-4] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ là hàm số chẵn. Suy ra hàm số có đúng 11 điểm cực trị khi hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x+m+2023\right)$ có 5 điểm cực trị dương.

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^3-3x+m+2023=-1\\x^3-3x+m+2023=1\\x^3-3x+m+2023=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^3-3x+2023=-m-1\\x^3-3x+2023=-m+1\\x^3-3x+2023=-m+2\end{array}\right.$

(loại $x=-1$ vì chỉ nhận giá trị dương).

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2023$ ta có $h'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2025	↘	2023	↗	2021	↘	$+\infty$

Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị dương thì $f'\left(x^3-3x+m+2023\right)$ phải có 4 nghiệm dương khác 1.

Trường hợp 1: $\begin{cases}2021<-m-1<2023\\-m+1>2023\\-m+2>2023\end{cases}\Leftrightarrow -2024<m<-2022\Rightarrow m=-2023.$

Trường hợp 2: $\begin{cases}2021<-m+1<2023\\2021<-m+2<2023\\-m-1\le 2021\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2022<m<-2020\\-2021<m<-2019\\m\ge -2022\end{cases}\Leftrightarrow -2021<m<-2020$, không tồn tại giá trị nguyên m.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

Câu 6: **[2D1-2.4-4] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f(x_0)-g(x_0)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f(x)-g(x)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘	$-\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$

A. 6. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

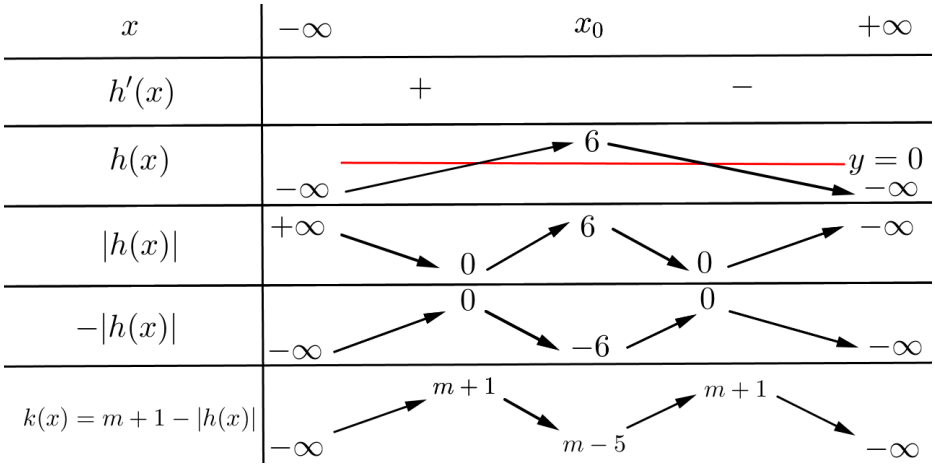
Đặt $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-g'(x)$ và $h(x_0)=6$.

+ Trên khoảng $(-\infty;x_0)$ ta có, $f'(x)\ge 0$ và $g'(x)\le 0$ nên $h'(x)\ge 0$.

+ Trên khoảng $(x_0;+\infty)$ ta có, $f'(x)\le 0$ và $g'(x)\ge 0$ nên $h'(x)\le 0$.

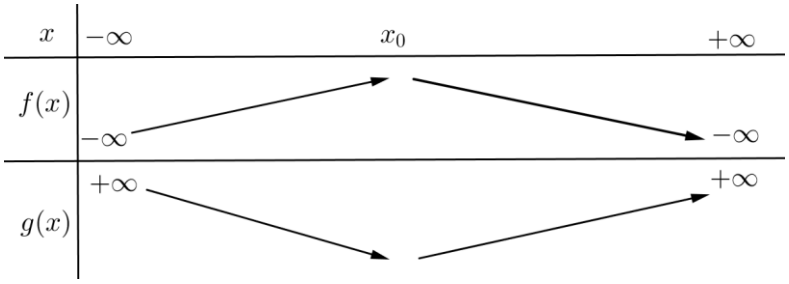
Đặt $k(x)=m+1-\left|h(x)\right|$, hàm số ban đầu trở thành $y=\left|k(x)\right|$.

Bảng biến thiên của hàm số $k(x)$



Để hàm số $y=\left|k\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị thì đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $k\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Dựa vào BBT ta suy ra $m-5<0<m+1\Leftrightarrow -1<m<5$. Vậy $a=-1,\ b=5\Rightarrow a+b=4$.

Câu 7: **[2D1-2.4-4] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f\left(x_0\right)-g\left(x_0\right)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $\left(a;b\right)$. Tổng $a+b$ bằng



A. 6. **B.** −5. **C.** −2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)\Rightarrow h'\left(x\right)=f'\left(x\right)-g'\left(x\right)$ và $h\left(x_0\right)=6$.

+ Trên khoảng $\left(-\infty;x_0\right)$ ta có, $f'\left(x\right)\geq 0$ và $g'\left(x\right)\leq 0$ nên $h'\left(x\right)\geq 0$.

+ Trên khoảng $\left(x_0;+\infty\right)$ ta có, $f'\left(x\right)\leq 0$ và $g'\left(x\right)\geq 0$ nên $h'\left(x\right)\leq 0$.

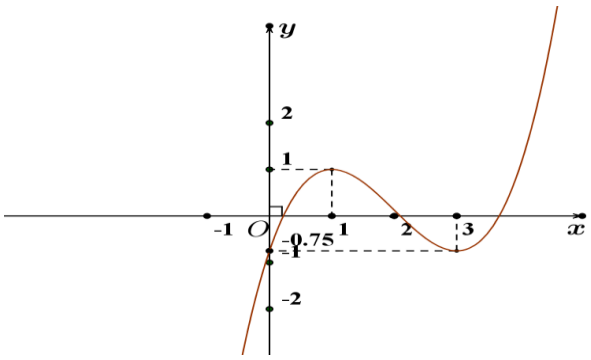
Đặt $k\left(x\right)=m+1-\left|h\left(x\right)\right|$, hàm số ban đầu trở thành $y=\left|k\left(x\right)\right|$.

Bảng biến thiên của hàm số $k\left(x\right)$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$		$-$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$ ($y=0$)
$\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0 $\nearrow$ 6	$\searrow$	0 $\nearrow$ $-\infty$
$-\lvert h(x)\rvert$	$-\infty$	$\nearrow$	0 $\searrow$ -6	$\nearrow$	0 $\searrow$ $-\infty$
$k(x)=m+1-\lvert h(x)\rvert$	$-\infty$	$\nearrow$	$m+1$ $\searrow$ $m-5$	$\nearrow$	$m+1$ $\searrow$ $-\infty$

Để hàm số $y=\left|k\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị thì đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $k\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Dựa vào BBT ta suy ra $m-5<0<m+1\Leftrightarrow -1<m<5$. Vậy $a=-1,\ b=5\Rightarrow a+b=4$.

Câu 8: **[2D1-2.4-4] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x)=\left|\frac{4}{3}f\left(xf\left(x\right)\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 13. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=\frac{4}{3}f\left(xf\left(x\right)\right)+1\Rightarrow h'\left(x\right)=\frac{4}{3}f'\left(xf\left(x\right)\right).\left[f\left(x\right)+xf'\left(x\right)\right].$

Khi đó $g(x)=\left|h\left(x\right)\right|=\sqrt{h^2\left(x\right)}\Rightarrow g'(x)=\frac{h\left(x\right).h'\left(x\right)}{\sqrt{h^2\left(x\right)}}$.

$$g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}h\left(x\right)=0\\h'\left(x\right)=0\end{array}\right.$$

Từ đồ thị ta được hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{21}{16}\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)-\frac{3}{4}=\frac{7}{16}x\left(x-3\right)^2-\frac{3}{4}\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{21}{16}\left(x^2-4x+3\right).$

$$h(x)=0\Leftrightarrow f(xf(x))+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow \frac{7}{16}xf(x)(xf(x)-3)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ (xf(x)-3)^2=0 \end{array}\right. .$$

+ $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 0 (do đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt).

+ Phương trình $(xf(x)-3)^2=0$ nếu có nghiệm là nghiệm bội chẵn.

Suy ra phương trình $h(x)=0$ có 4 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Xét $h'(x)=\left(f(x)+xf'(x)\right)\cdot f'(xf(x))=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+xf'(x)=0 \\ f'(xf(x))=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+xf'(x)=0\ (1) \\ xf(x)=1\,(2) \\ xf(x)=3\,(3) \end{array}\right.$

(1) $\Leftrightarrow \frac{7}{16}x^3-\frac{21}{8}x^2+\frac{63}{16}x-\frac{3}{4}+x\left(\frac{21}{16}x^2-\frac{21}{4}x+\frac{63}{16}\right)=0$: có 3 nghiệm phân biệt.

(2) $\Leftrightarrow x\left(\frac{7}{16}x^3-\frac{21}{8}x^2+\frac{63}{16}x-\frac{3}{4}\right)-1=0$: có 4 nghiệm phân biệt.

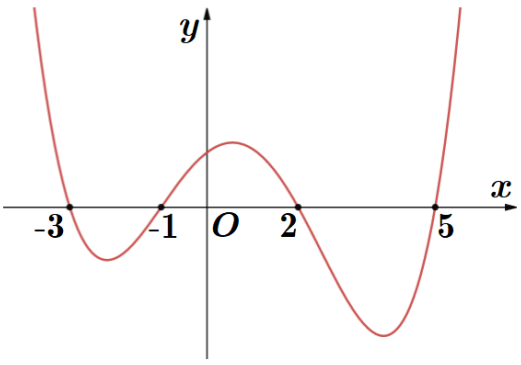
(3) $\Leftrightarrow x\left(\frac{7}{16}x^3-\frac{21}{8}x^2+\frac{63}{16}x-\frac{3}{4}\right)-3=0$: có 2 nghiệm phân biệt.

Các nghiệm của (1), (2) và (3) đều đôi một khác nhau.

Suy ra phương trình $h'(x)=0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt hay hàm số $y=h(x)$ có 9 điểm cực trị.

Do đó hàm số $y=|h(x)|$ có $9+4=13$ điểm cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.4-4] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)$ có đúng ba điểm cực đại?

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=f'\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)\dfrac{\left(3x^2+3\right)\left(x^3+3x\right)}{\left|x^3+3x\right|}$

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+3x\right|+m-2m^2=-3\\ \left|x^3+3x\right|+m-2m^2=-1\\ \left|x^3+3x\right|+m-2m^2=2\\ \left|x^3+3x\right|+m-2m^2=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+3x\right|=2m^2-m-3\\ \left|x^3+3x\right|=2m^2-m-1\\ \left|x^3+3x\right|=2m^2-m+2\\ \left|x^3+3x\right|=2m^2-m+5\end{array}\right.(*)$ và $g'(x)$ không xác định tại $x=0$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ nên để hàm số $g(x)$ có ba điểm cực đại khi và chỉ khi hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị.

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x$, ta có $h'(x)=3x^2+3>0,\forall x$ nên $h(x)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

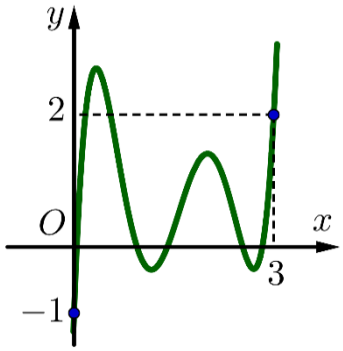
Khi đó, ta có được bảng biến của hàm số $y=\left|h(x)\right|=\left|x^3+3x\right|$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\left\|h(x)\right\|$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị thì $(*)$ phải có 6 nghiệm phân biệt:

$\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-m-1>0\\ 2m^2-m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.\\ -1\le m\le 3\end{cases}$, mà m là số nguyên nên $m\in\{-1;2;3\}$.

Câu 10: **[2D1-2.4-4] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hình bên là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi đồ thị của hàm số $g(x)=\left|2f(x)-(x-1)^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



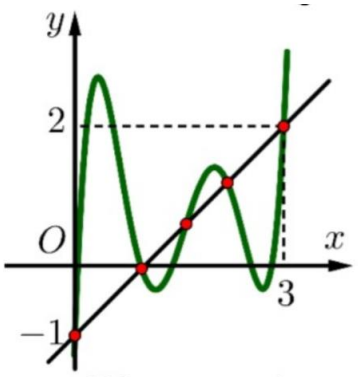
A. 9 **B.** 13 **C.** 7 **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=2f(x)-(x-1)^2 \Rightarrow h'(x)=2f'(x)-2(x-1)$.

Vẽ thêm đường thẳng $y=x-1$.



Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x-1 \Leftrightarrow x=0; x=1; x=2; x=3; x=a \in (1;2)$.

Khi đó: $h'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x)>x-1 \Leftrightarrow x \in (0;1)\cup(a;2)\cup(3;+\infty)$.

Ta có BBT của $h(x)$.

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		x_3		3		$+\infty$
h'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
h		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Đồ thị hàm số $g(x)$ có nhiều điểm cực trị nhất khi $h(x)$ có nhiều giao điểm với trục hoành nhất. Vậy đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành nhiều nhất tại 6 điểm. Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có tối đa 11 cực trị.

Câu 11: **[2D1-2.4-4] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-15		-12		1		3		4		$+\infty$
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	5	↘	-5	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13\right)\right|$ là

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

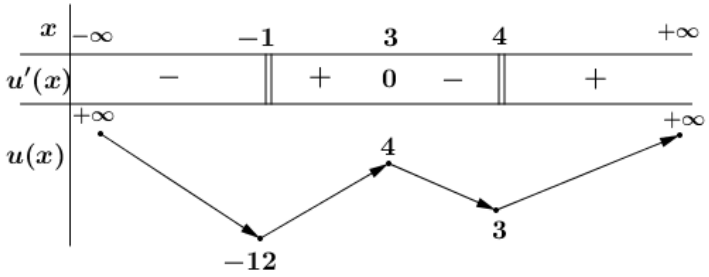
Đặt $u(x)=\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13$, khi đó hàm số $u(x)$ không có đạo hàm tại $x=-1;x=4$

$$u(x)=\begin{cases}3x^2-6x-21 \ khi\ x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\\ -x^2+6x-5 \ \ khi\ x\in(-1;4)\end{cases}$$

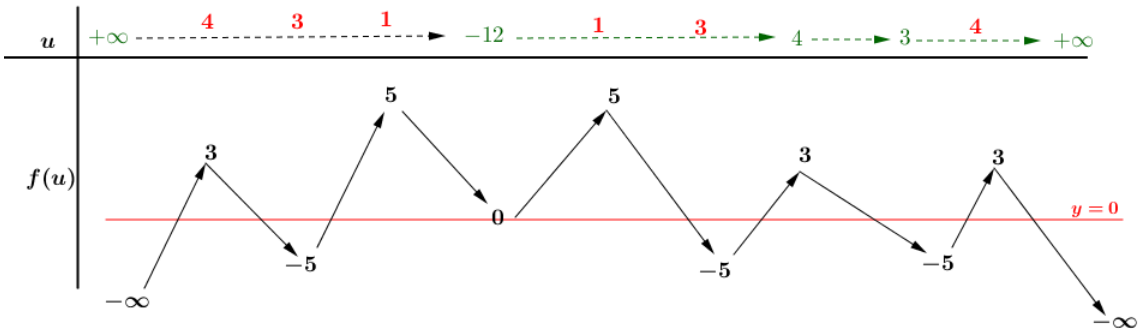
$$u'(x)=\begin{cases}6x-6 \ khi\ x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\\ -2x+6 \ khi\ x\in(-1;4)\end{cases}$$

Ta có $u'(x)=0\Leftrightarrow x=3.$

Bảng biến thiên của hàm số $u(x)$:

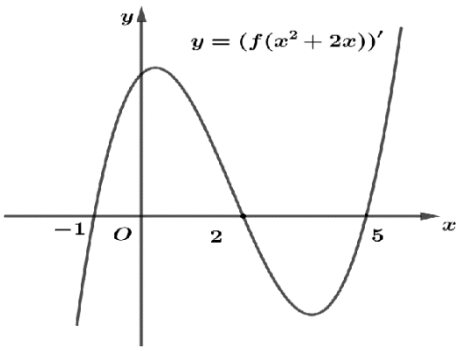


Ghép trục để có chiều biến thiên của hàm số $f(u)$:



Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $g(x)=\left|f(u)\right|$ có 8 điểm cực đại.

Câu 12: **[2D1-2.4-4] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^4-4\left|x\right|^3+6x^2-4\left|x\right|\right)$ bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left[f\left(x^2+2x\right)\right]' = (2x+2) f'\left(x^2+2x\right) = 2(x+1) f'\left(x^2+2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=5 \end{array}\right.$

Suy ra:

$2(x+1) f'\left(x^2+2x\right) = a(x+1)(x-2)(x-5)$

$\Rightarrow f'\left(x^2+2x\right) = \frac{a}{2}(x-2)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+2x=8 \\ x^2+2x=35 \end{array}\right.$

Nhận thấy hàm $y = f\left(x^4-4|x|^3+6x^2-4|x|\right)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số sẽ đối xứng nhau qua trục tung, do đó số điểm cực trị có dạng $2k+1$ với k là số điểm cực trị có hoành độ dương của hàm số $y = f\left(x^4-4x^3+6x^2-4x\right)$.

Xét hàm: $y = f\left(x^4-4x^3+6x^2-4x\right)$ với $x \in (0;+\infty)$.

Ta có:

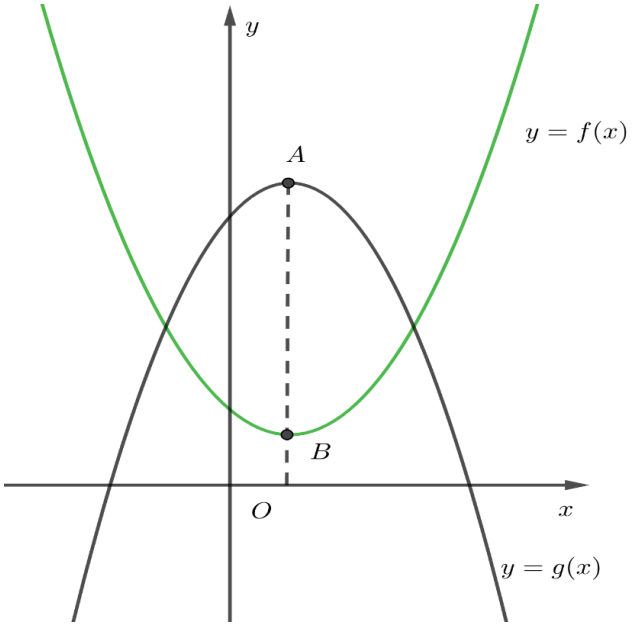
$y = \left(4x^3-12x^2+12x-4\right) f'\left(x^4-4x^3+6x^2-4x\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3-12x^2+12x-4=0 \\ f'\left(x^4-4x^3+6x^2-4x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^4-4x^3+6x^2-4x=8 \\ x^4-4x^3+6x^2-4x=35 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1+\sqrt{3} \\ x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$ (Đều là nghiệm đơn).

Do đó hàm số $y = f\left(x^4-4x^3+6x^2-4x\right)$ có ba điểm cực trị có hoành độ dương.

Vậy hàm $y = f\left(x^4-4|x|^3+6x^2-4|x|\right)$ có số điểm cực trị bằng $2.3+1=7$.

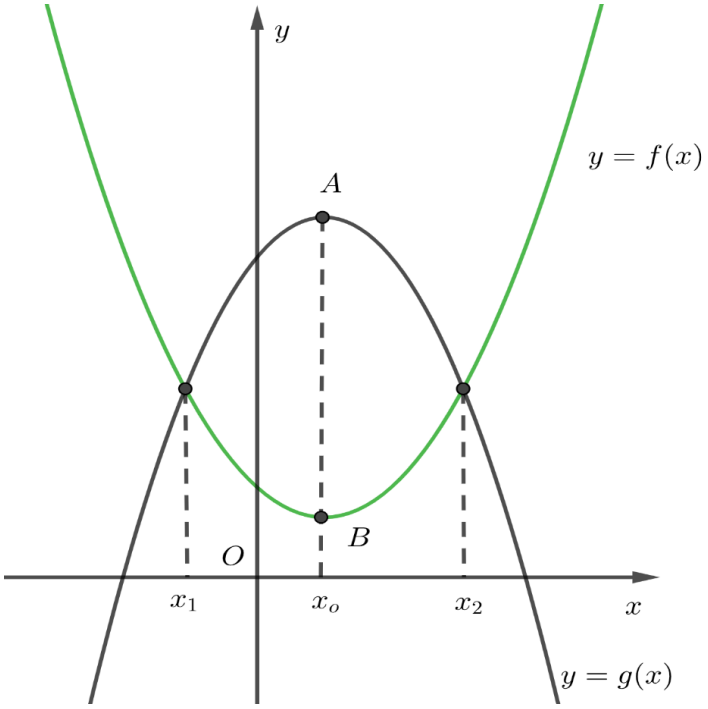
Câu 13: **[2D1-2.4-4] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Cho $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A, đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $x_A = x_B, AB = 5$.



Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải



Ta có hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị $x=x_o$ và $y=g(x)$ có 1 điểm cực trị $x=x_o$ nên suy ra $f'(x_o)=0, g'(x_o)=0$.

Xét hàm số $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-g'(x)$, khi đó $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0\Leftrightarrow x=x_o$.

Lại có $h(x_o)=0\Leftrightarrow f(x_o)-g(x_o)=-5$ (theo giả thiết $x_A=x_B, AB=5$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f(x_1)=g(x_1); f(x_2)=g(x_2)$.

Nên $h(x)=0 \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ là

x	$-\infty$		x_o		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x)=\left|f(x)-g(x)\right|$ là

x	$-\infty$		x_1		x_o		x_2		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=k(x)$ có ba điểm cực trị nên hàm số $y=k(x)+m$ cũng có 3 điểm cực trị.

Nhận thấy số điểm cực trị của hàm số $y=\left|k(x)+m\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y=k(x)+m$ và số nghiệm đơn (hay nghiệm bội lẻ) của phương trình $k(x)+m=0$.

Suy ra để hàm số $y=\left|k(x)+m\right|$ có đúng 7 cực trị thì phương trình $k(x)+m=0 \Leftrightarrow k(x)=-m$ có 4 nghiệm đơn (hay bội lẻ).

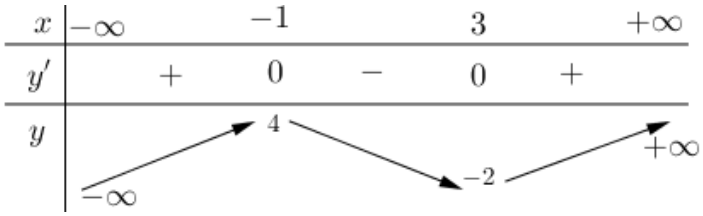
Từ bảng biến thiên ta có $-m\in(0;5) \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(5;+\infty)$.

Mà $m\in(-5;5)$, kết hợp với $m\in(-\infty;0)\cup(5;+\infty) \Rightarrow m\in(-5;0)$.

Với $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-2.5-1] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

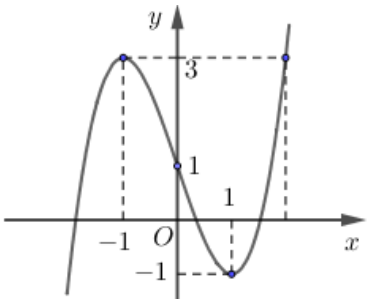
A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(-1;4)$.

Câu 2: **[2D1-2.5-1] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Tổng giá trị cực đại và cực tiểu đã cho bằng

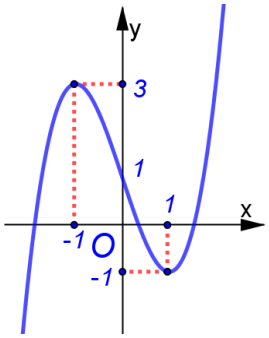
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Tổng giá trị cực đại và cực tiểu đã cho bằng $3+(-1)=2$

Câu 3: **[2D1-2.5-1] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=3$. **D.** $M(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 4: **[2D1-2.5-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

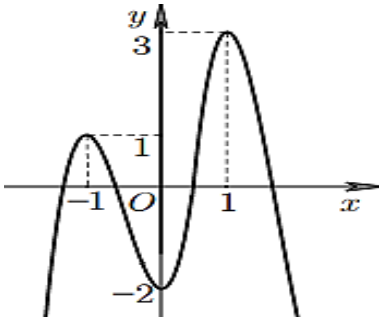
Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Các nghiệm trên đều là nghiệm bội lẻ, do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số là.



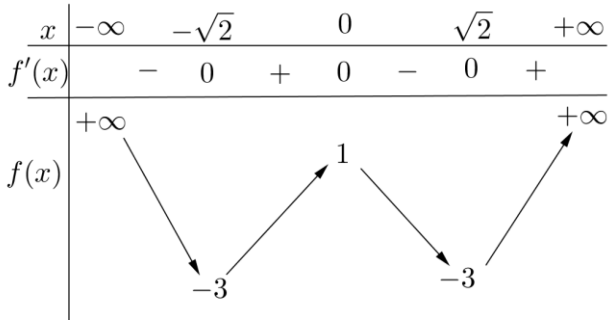
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** −2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực tiểu của hàm số là -2

Câu 6: **[2D1-2.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã đạt cực đại tại

A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 1: **[2D1-2.5-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1 **D.** $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Ta có Bảng biến thiên:

x	$-\infty$ -2 0 1 $-\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$ 0 $-$ 0 $+$

Khi đó hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x=1$.

Câu 2: **[2D1-2.5-2] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu

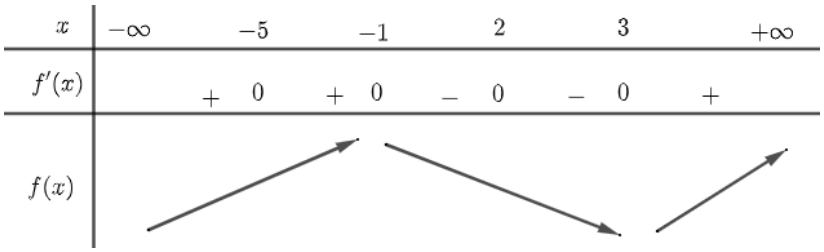
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

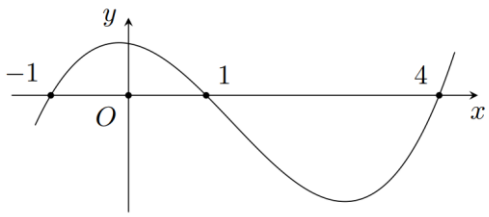
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=3\\x=-5\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy hàm số $y=f(x)$ có điểm 1 cực tiểu

Câu 3: **[2D1-2.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=4$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=1$ **D.** $x=0$

Lời giải

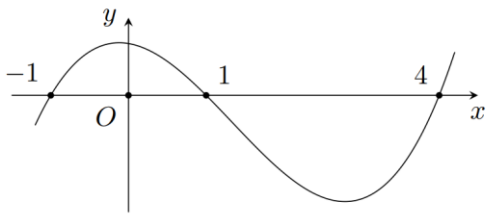
Chọn C

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào đồ thị $f'(x)$, ta lập bảng xét dấu của $f'(x)$ và từ đó lập được bảng biến thiên của $f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 4: **[2D1-2.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=4$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=1$ **D.** $x=0$

Lời giải

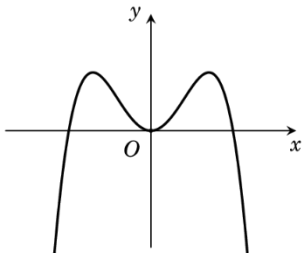
Chọn C

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào đồ thị $f'(x)$, ta lập bảng xét dấu của $f'(x)$ và từ đó lập được bảng biến thiên của $f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 5: **[2D1-2.5-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

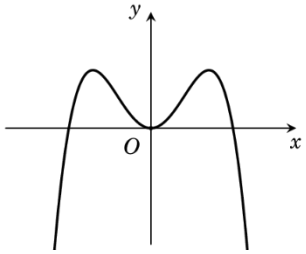
Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=0 \ (x_1<0<x_2) \\ x=x_2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$-\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đã cho có 1 cực đại.

Câu 6: **[2D1-2.5-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=0 \\ x=x_2 \end{array}\right. (x_1<0<x_2)$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$-\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đã cho có 1 cực đại.

Câu 7: **[2D1-2.5-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Giả sử hàm số $(C): y=f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên khoảng K và $x_0 \in K$. Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

(2). Nếu x_0 là điểm cực trị thì $f'(x_0)=0$.

(3). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số (C).

(4). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

Các phát biểu đúng là

A. $(2),(3),(4)$. **B.** $(2),(3)$. **C.** $(1),(3)$. **D.** $(2),(4)$.

Lời giải

Chọn D

+) Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0. Mệnh đề sai vì nếu nghiệm bội chẵn dấu đạo hàm không đổi dấu thì tại đó hàm số không đạt cực trị

+) Nếu x_0 là điểm cực trị thì. Mệnh đề đúng

+) Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số (C).

Mệnh đề sai vì x_0 là điểm cực đại của hàm số chứ không phải của đồ thị hàm số.

+) Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0. Mệnh đề đúng.

Câu 8: **[2D1-2.5-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3,\ \forall x\in R$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua hai điểm $x=-2$ và $x=1$

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu là $x=-2$ và $x=1$.

Câu 9: **[2D1-2.5-2] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có xét dấu đạo hàm như dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(-x-2)$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Số điểm cực trị $y=f(x)$ bằng với số điểm cực trị $g(x)$.

Vậy $g(x)=f(-x-2)$ có ba điểm cực trị.

Câu 10: **[2D1-2.5-2] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x+1)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘		↗	

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.5-3] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x^2+2x+m)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị?

A. 13. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Nói cách khác, phương trình $x^2+2x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và -1.

$$\begin{cases}\Delta'=1-m>0\\ 0^2+2.0+m\neq 0\\ (-1)^2+2(-1)+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq 0\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq 0\end{cases}.$$

Có giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ thỏa yêu cầu bài toán là $-10;-9;-8;...;-1$.

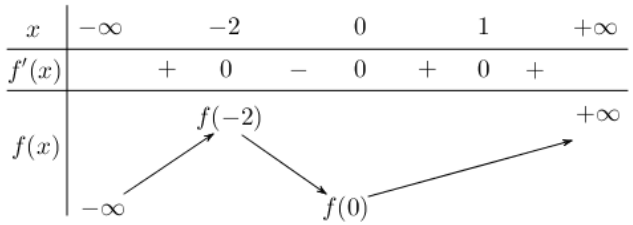
Câu 2: **[2D1-2.5-3] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)$. Khi đó, hàm số $y=f(-2x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

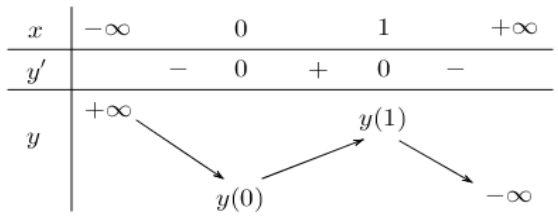
Chọn C

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1(boichan)\\ x=-2\end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau



Xét $y=f(-2x)$, ta có $y'=-2f'(-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2x=-2\\ -2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=0\end{array}\right.$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(-2x)$ như sau



Vậy hàm số $y=f\left(-2x\right)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 3: [2D1-2.5-3] 3 **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ biết $f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)^3\left(x^2-2mx+m+6\right)$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Cho $f'\left(x\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x^2-2mx+m+6=0\end{array}\right.$.

Trong đó $x=0$ là nghiệm bội chẵn, $x=1$ là nghiệm bội lẻ.

Để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị thì $f'\left(x\right)=0$ chỉ đổi dấu 1 lần.

Trường hợp 1: $x^2-2mx+m+6\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m^2-m-6\leq 0\Leftrightarrow -2\leq m\leq 3$.

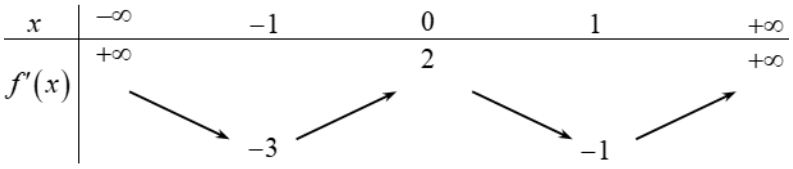
Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-2;-1;0;1;2;3\right\}$.

Trường hợp 2: tam thức $x^2-2mx+m+6$ có hai nghiệm phân biệt trong đó một nghiệm là $x=1$.

Khi đó ta có $\begin{cases}m^2-m-6>0\\1^2-2m.1+m+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2;m>3\\m=7\end{cases}\Leftrightarrow m=7$.

Vậy $m\in\left\{-2;-1;0;1;2;3;7\right\}$. Suy ra có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 4: [2D1-2.5-3] **(SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, bảng biến thiên của hàm số $f'\left(x\right)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x\right)$;

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=0 \\ x^2-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right. ,$$

trong đó $x=1$ là nghiệm bội ba, các nghiệm còn lại là nghiệm đơn.

Suy ra, hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.5-3] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có 8 điểm cực trị là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x)=\left(3x^2-6x\right)f'\left(x^3-3x^2+m\right)=3x(x-2)f'\left(x^3-3x^2+m\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ f'\left(x^3-3x^2+m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x^3-3x^2+m=0 \\ x^3-3x^2+m=2 \\ x^3-3x^2+m=1\ (L) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ x=2 & \\ x^3-3x^2=-m & (1) \\ x^3-3x^2=-m+2 & (2) \end{array}\right.$$

Xét $h(x)=x^3-3x^2 \Rightarrow h'(x)=3x^2-6x$

$$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

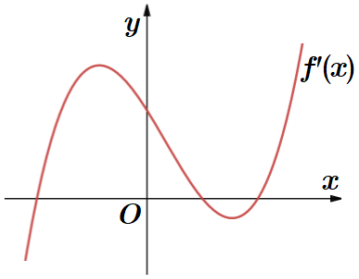
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Để hàm số $g(x)$ có 8 điểm cực trị thì phương trình $(1),(2)$ phải có tổng 6 nghiệm phân biệt khác 0 và 2. Từ bảng biến thiên $h(x)$ ta có:

$$\left\{\begin{array}{l} -4<-m<0 \\ -4<-m+2<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0<m<4 \\ 2<m<6 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2<m<4 \Rightarrow m=3$$

Câu 6: **[2D1-2.5-3] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\ x$ có đồ

thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=h\left(x\right)=2f\left(\left|3-x\right|\right)+2023$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Số điểm cực trị của hàm số $y=h\left(x\right)=2f\left(\left|3-x\right|\right)+2023$ bằng số điểm cực trị của thàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$. Mà $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị dương nên $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 7: **[2D1-2.5-3] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f\left(1-3x\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=f\left(1-3x\right)+1$.

Ta có:

- $\left(\left|g\left(x\right)\right|\right)'=0\Leftrightarrow\dfrac{g\left(x\right)}{\left|g\left(x\right)\right|}\cdot g'\left(x\right)=0$.

- $g\left(x\right)=0\Leftrightarrow f\left(1-3x\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-3x=a\ ,\left(a<-1\right)\\1-3x=b\ ,\left(-1<b<3\right)\\1-3x=c\ ,\left(x>3\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1-a}{3}\ ,\left(\dfrac{1-a}{3}>\dfrac{2}{3}\right)\\x=\dfrac{1-b}{3}\ ,\left(-\dfrac{2}{3}<\dfrac{1-a}{3}<\dfrac{2}{3}\right)\\x=\dfrac{1-c}{3}\ ,\left(\dfrac{1-c}{3}<-\dfrac{2}{3}\right)\end{array}\right.$.

• $g'(x)=0 \Leftrightarrow -3f'(1-3x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\\x=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

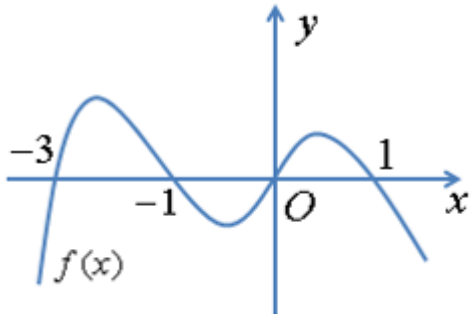
Và $g\left(-\frac{2}{3}\right)=f(3)+1=-3+1=-2$; $g\left(\frac{2}{3}\right)=f(-1)+1=5+1=6$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1-c}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1-b}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1-a}{3}$	$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert'$		$-$ ‖ $+$	0	$-$ ‖ $+$	0	$-$ ‖ $+$	
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow 0$	$\nearrow 2$	$\searrow 0$	$\nearrow 6$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$

Vậy hàm số $y=\left|g(x)\right|=\left|f(1-3x)+1\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 8: **[2D1-2.5-3] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3-3x+2)$ là:



A. 5. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+2\right)$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}3x^3-3=0 & (1)\\ f'\left(x^3-3x+2\right)=0 & (2)\end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Dựa vào đồ thị đã cho thì $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^3-3x+2=a\in(-3;-1)\\x^3-3x+2=b\in(-1;0)\\x^3-3x+2=c\in(0;1)\end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x+2\Rightarrow g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

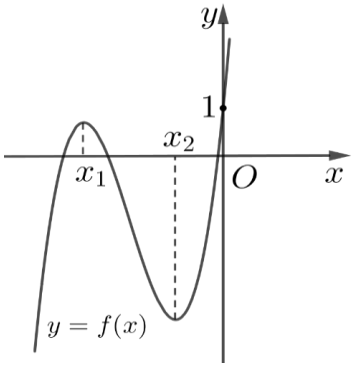
phương trình $x^3-3x+2=a\in(-3;-1)$ có 1 nghiệm đơn

phương trình $x^3-3x+2=b\in(-1;0)$ có 1 nghiệm đơn

phương trình $x^3-3x+2=c\in(0;1)$ có 3 nghiệm phân biệt

Ta có 5 nghiệm đơn trên đôi một khác nhau và khác ±1. Vậy hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.5-3] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Cho hàm số $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d\,(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Biết hàm số đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)+f(x_2)=-2$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(\dfrac{f(x-2)+1}{x}\right)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2+2bx+c\Rightarrow y''=6x+2b$

Vì hàm số có hai điểm cực trị âm nên $b,c>0$

$y''=0\Rightarrow x=-\dfrac{b}{3}$. Theo giải thiết ta có

Xét $\begin{cases} d=1 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3} \\ x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3} \\ x_2-x_1=2 \\ f\left(-\dfrac{b}{3}\right)=\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=-1 \end{cases} \Rightarrow b=6;c=9.$

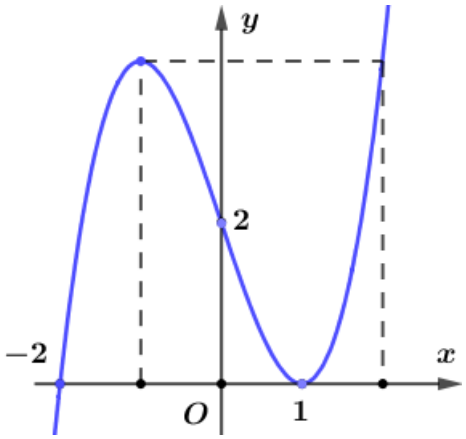
$\Rightarrow f(x)=x^3+6x^2+9x+1 \Rightarrow f(x-2)=(x+1)^2(x-2)+1 \Rightarrow \dfrac{f(x-2)+1}{x}=x^2-3.$

Xét hàm số $y=f\left(\dfrac{f(x-2)+1}{x}\right)=f\left(x^2-3\right),\ x\neq 0.$

Ta có $y'=2x.f'\left(x^2-3\right)$. Xét $y'=0$ có ba nghiệm bội lẻ, trong đó có $x=0$.

Hàm số có 2 cực trị.

Câu 10: **[2D1-2.5-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)+\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-2x-3$ là

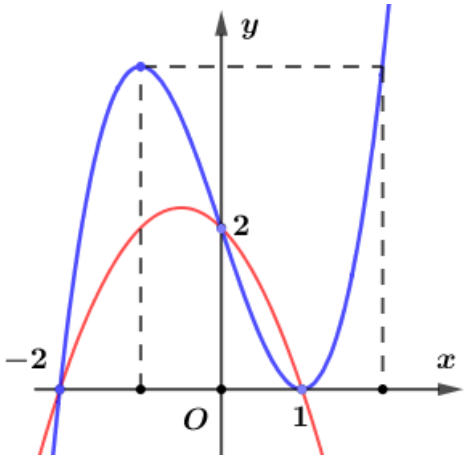
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Đạo hàm $g'(x)=f'(x)+x^2+x-2.$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x^2-x+2.$

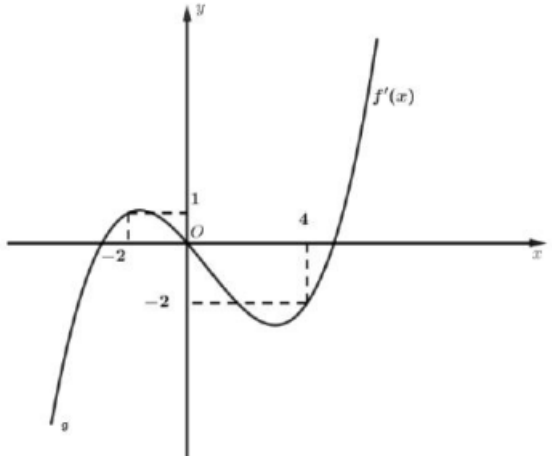
Vẽ đồ thị hàm số $y=-x^2-x+2$



Suy ra $g'(x)=0$ có 3 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm đó.

Vậy $g(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 11: **[2D1-2.5-3] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



Câu 12: **A.** 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=8x.f'\left(x^2-4\right)+4x^3-16x=8x\left(f'\left(x^2-4\right)+\dfrac{x^2-4}{2}\right)$.

Xét $f'(x)+\dfrac{x}{2}=0\Leftrightarrow f'(x)=-\dfrac{x}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=4\end{array}\right.$.

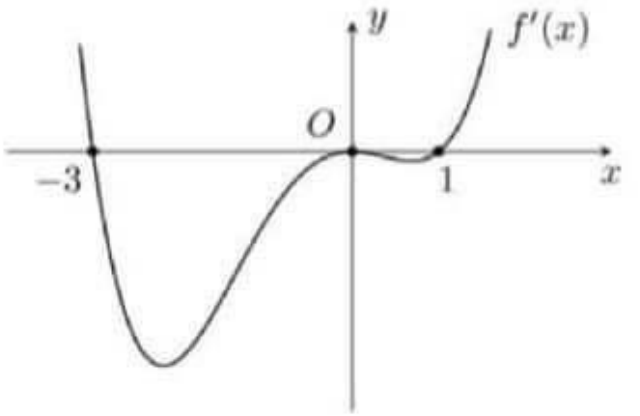
Suy ra $f'(x)+\dfrac{x}{2}$ là đa thức bậc 3 có các nghiệm $x=-2,x=0,x=4$ nên có dạng

$f'(x)+\dfrac{x}{2}=ax(x+2)(x-4),\left(a>0,\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty\right)$

Do đó: $g'(x)=8ax\left(x^2-4+2\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-4-4\right)=8ax\left(x^2-2\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-8\right)$.

Ta thấy $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm2\sqrt{2}\\x=0\end{array}\right.$ và $g'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua các điểm $x=-2\sqrt{2},x=-\sqrt{2},x=\sqrt{2},x=2\sqrt{2}$ nên hàm số $g(x)$ đã cho có 4 điểm cực tiểu.

Câu 13: **[2D1-2.5-3] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức có $f(-3)<0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. số điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left[f(x-1)\right]^{1982}$



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

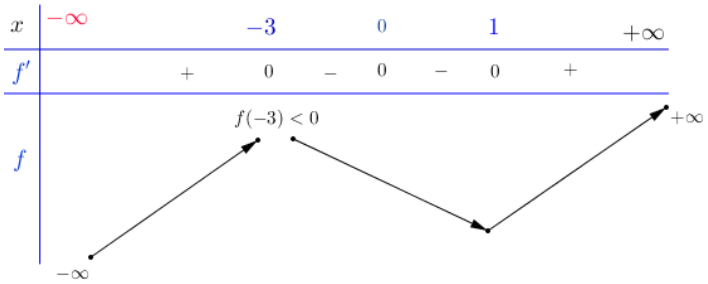
Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=1982.\left[f(x-1)\right]^{1981}.f'(x-1)$

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x-1)=0\\f'(x-1)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=-3\\x-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$$

Xét bảng biến thiên của $f(x)$



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x-1)=0$ có 1 nghiệm.

Suy ra $g(x)$ có 3 điểm cực trị, mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ nên $g(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 14: **[2D1-2.5-3] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}.f'\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)$ nên

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \sqrt{x^2-2x+2}=1\\ \sqrt{x^2-2x+2}=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=1\pm2\sqrt{2}.\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		$1-2\sqrt{2}$		1		$1+2\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗		↘		↗		↘	

Vậy hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 1: **[2D1-2.5-4] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hai hàm số $f(x)=2x^3-9x^2$ và $g(x)=2x^3-3x^2-12x+m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h(x)=f(g(x))$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 23. **B.** 21. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $h(x)=f(g(x))\Rightarrow h'(x)=g'(x).f'(g(x))\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g'(x)=0\\f'(g(x))=0\end{array}\right.$

- $g'(x)=0\Leftrightarrow 6x^2-6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$
- $f'(g(x))=\left[\begin{array}{l}g(x)=0\\g(x)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3-3x^2-12=-m\\2x^3-2x^2-12=-m+3\end{array}\right.$ (1)

Vẽ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

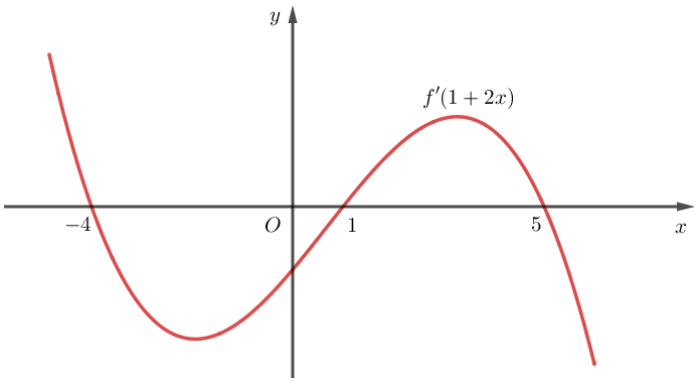
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↗	7	↘	-20	↗	$+\infty$

Để hàm số $h(x)$ có 6 điểm cực trị thì (1) phải có 4 nghiệm nên:

$$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-m+3>7\\-20<-m\le 7\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-m\le -20\\-20<-m+3<7\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-7<m\le -4\\20\le m<23\end{array}\right.$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2D1-2.5-4] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\,(a\neq 0)$, hàm số $y=f'(1+2x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

A. 6 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 10

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có: $f'(1+2x)=k(x+4)(x-1)(x-5)$ với $k<0$.

Đặt $t=1+2x\Rightarrow x=\dfrac{t-1}{2}$. Suy ra:

$$f'(t)=k\left(\frac{t-1}{2}+4\right)\left(\frac{t-1}{2}-1\right)\left(\frac{t-1}{2}-5\right)=\frac{k}{8}(t+7)(t-3)(t-11)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-7\\t=3\\t=11\end{array}\right.$$

Ta có: $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=f\left(\left|\left(x^2+5\right)x\right|+m\right)=f\left(|x|\left(x^2+5\right)+m\right)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ nên ta có: $\begin{cases}\forall x_0\in D\Rightarrow -x_0\in D\\ g(-x)=f\left(|-x|\left((-x)^2+5\right)+m\right)=f\left(|x|\left(x^2+5\right)+m\right)=g(x)\end{cases}$. Do đó hàm $g(x)$ là hàm chẵn nên đồ thị đối xứng nhau qua trục tung, suy ra số điểm cực trị hàm $g(x)$ có dạng $(2m+1)$ trong đó m là số điểm cực trị có hoành độ dương của đồ thị hàm số $y=f\left(x^3+5x+m\right)$.

Theo giả thiết ta có: $2m+1\geq 5\Rightarrow m\geq 2$. Vậy yêu cầu bài toán tương đương với: " Tìm m để hàm số $y=f\left(x^3+5x+m\right)$ có ít nhất hai điểm cực trị có hoành độ dương".

Xét hàm $y=f\left(x^3+5x+m\right)$ với $x\in(0;+\infty)$.

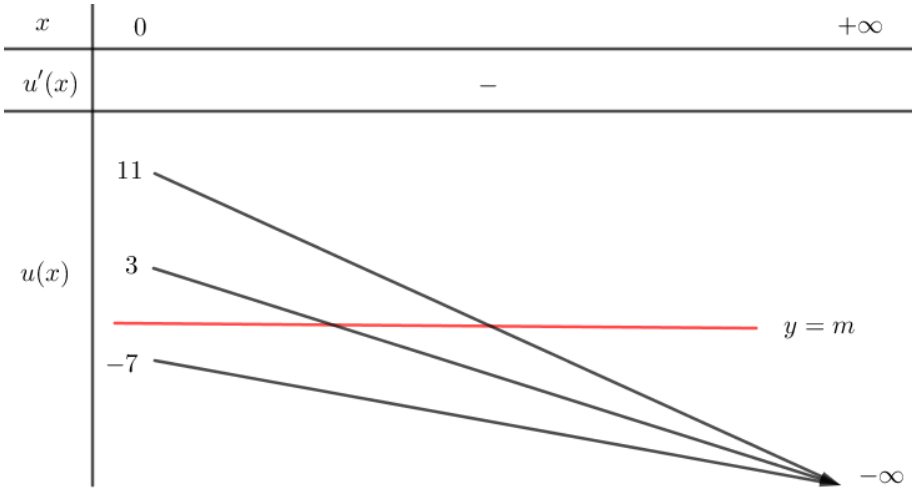
Ta có:

$$y'=\left(3x^2+5\right)f'\left(x^3+5x+m\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x^3+5x+m\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+5x+m=-7\\x^3+5x+m=3\\x^3+5x+m=11\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-x^3-5x-7\\m=-x^3-5x+3\\m=-x^3-5x+11\end{array}\right.$$

có ít nhất hai nghiệm dương.

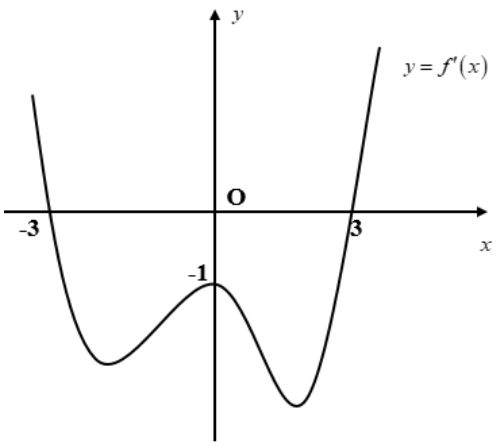
Ta lập bảng biến thiên cả ba hàm trên cùng một bảng ta có:



Để có ít nhất hai nghiệm dương thì $m<3$. Mà $m\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow m=\{1;2\}$.

Vậy có hai giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: [2D1-2.5-4] **(SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-5)<0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x)=\left|3f\left(-x^4+2x^2-5\right)-2x^6+6x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=3f\left(-x^4+2x^2-5\right)-2x^6+6x^2$

$$\Rightarrow h'(x)=3\left(-4x^3+4x\right)f'\left(-x^4+2x^2-5\right)-12x^5+12x$$
$$=-12x(x-1)(x+1)f'\left(-x^4+2x^2-5\right)-12x\left(x^2+1\right)(x-1)(x+1)$$
$$=-12x(x-1)(x+1)\left(f'\left(-x^4+2x^2-5\right)+\left(x^2+1\right)\right)$$

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$

$-x^4+2x^2-5=-\left(x^2-1\right)^2-4\le -4\Rightarrow f'\left(-x^4+2x^2-5\right)\ge f'(-4)>0$

$\Rightarrow f'\left(-x^4+2x^2-5\right)+x^2+1>0$

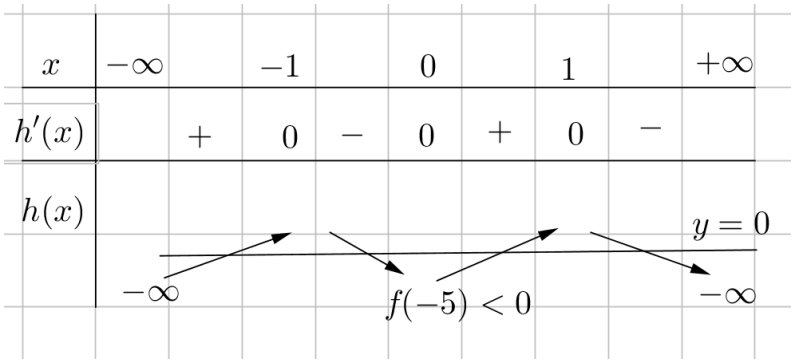
$h'(x)=0$

$\Leftrightarrow -12x(x-1)(x+1)\left(f'\left(-x^4+2x^2-5\right)+\left(x^2+1\right)\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-12x(x-1)(x+1)=0\\ f'\left(-x^4+2x^2-5\right)+x^2+1=0(ptvn)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên



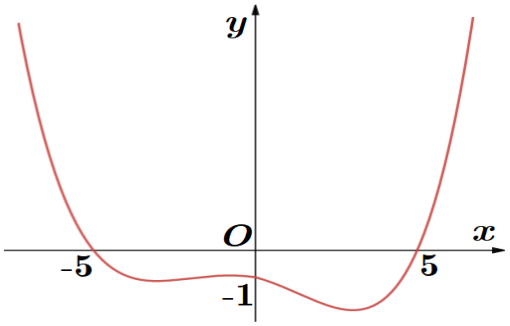
Dựa vào bảng biến thiên:

+ $h(x)$ có ba cực trị.

+ Đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tối đa 4 điểm.

Vậy hàm số $g(x)$ có tối đa 7 cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.5-4] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f\ -7\ <0$ và đồ thị $f'\ x$ như hình vẽ.



Hàm số $g\ x\ =\left|6f\ -x^4+2x^2-7\ -4x^6+12x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $h\ x\ =6f\ -x^4+2x^2-7\ -4x^6+12x^2$

$\Rightarrow h'\ x\ =6\ -4x^3+4x\ \ f'\ -x^4+2x^2-7\ -24x^5+24x$

$\Leftrightarrow h'\ x\ =-24x\ \ x^2-1\ \ f'\ -x^4+2x^2-7\ -24x\ \ x^2-1\ \ x^2+1$

$\Leftrightarrow h'\ x\ =-24x\ \ x^2-1\left[f'\ -x^4+2x^2-7\ +\ x^2+1\right]$

Ta có $-x^4+2x^2-7=-\ x^2-1\ ^2-6\Rightarrow -x^4+2x^2-7\le -6,\forall t$.

Với $t\le -6,\ f'\ t\ >0$ nên $f'\ -x^4+2x^2-7\ +\ x^2+1\ >0,\forall x$, khi đó:

$\Leftrightarrow h'\ x\ =0\Leftrightarrow x\ \ x^2-1\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$h(-1)$	↘	$h(0)$	↗	$h(1)$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên $h\ 0\ =6f'\ -7\ <0$ và $h\ -1\ >h\ 0$.

Nên phương trình $h\ x\ =6f\ -x^4+2x^2-7\ -4x^6+12x^2=0$ có tối đa 4 nghiệm nên hàm số $g\ x\ =\left|h\ x\right|$ có tối đa 7 điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.5-4] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số $g(x)=2f^2(x)\left[f(x)-3\right]$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 8 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 6

Lời giải

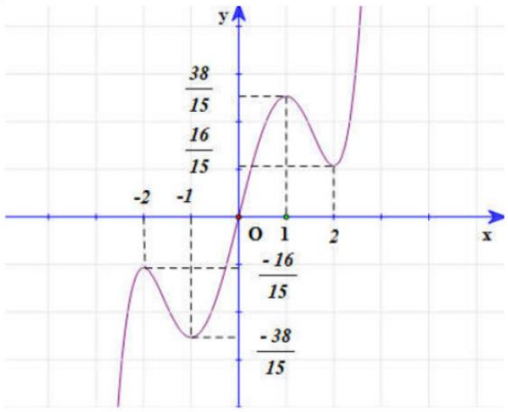
Chọn B

Ta có $g(x)=2f^3(x)-6f^2(x)\Rightarrow g'(x)=6f'(x)\left[f^2(x)-2f(x)\right]$.

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\ (1)\\f(x)=2\end{array}\right.$.

Kết hợp với bảng biến thiên của $f(x)$ ta thấy được (1) có 8 nghiệm bội lẻ nên $g(x)$ có 8 điểm cực trị nên $g(x)$ có 4 điểm cực đại.

Câu 6: **[2D1-2.5-4] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Hàm số nào $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x)=\left|15f(x)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=\left|h(x)\right|$.

Nhận xét: Số cực trị hàm $g(x)$ bằng số cực trị hàm số $h(x)$ cộng với số giao điểm cắt của đồ thị hàm số $h(x)$ với trục hoành.

$h(x)=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{15}$.

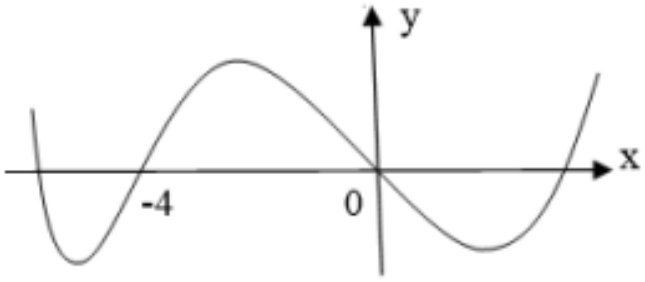
Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ suy ra phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{15}$ có một nghiệm đơn thuộc $(-1;0)$ suy ra đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tại 1 điểm thuộc $(-1;0)$.

Ta có $h'(x)=15f'(x);\ h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\\ x=-1\\ x=1\\ x=2\end{array}\right.$.

Các nghiệm $x=\pm1; x=\pm2$ đều là các nghiệm đơn suy ra $h(x)$ có bốn cực trị.

Vậy $g(x)=\left|h(x)\right|$ có năm cực trị.

Câu 7: **[2D1-2.5-4] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2)$ là



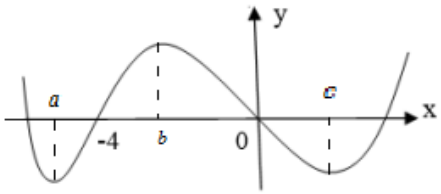
A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g(x)=f(x^3-3x^2)\Rightarrow g'(x)=(3x^2-6x).f'(x^3-3x^2)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-6x=0\\ f'(x^3-3x^2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}x=0\\ x=2\\ x^3-3x^2=a(a<-4)\\ x^3-3x^2=b(-4<b<0)\\ x^3-3x^2=c(c>0)\end{array}\right.$$



Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x^2$.

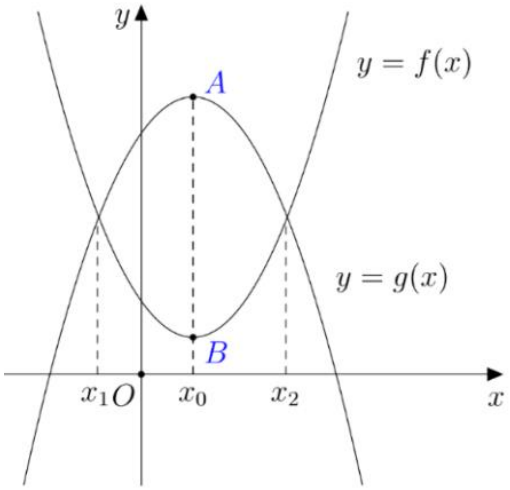
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $x^3-3x^2=a(a<-4)$ có 1 nghiệm.

$x^3-3x^2=b(-4<b<0)$ có 3 nghiệm.

$x^3-3x^2=c(c>0)$ có 1 nghiệm.

Câu 8: Vậy số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2)$ là 7. **[2D1-2.5-4] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hai hàm đa thức $y=f(x), y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị là hai đường cong như hình bên dưới. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị là A, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB=10$.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|-\frac{2m}{3}-4\right|$ có đúng 7 điểm cực trị là.

A. 10. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 14.

Lời giải

Ta có hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị là $A, x=x_0$, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là $B, x=x_0$ nên $f'(x_0)=0, g'(x_0)=0$.

Xét hàm số $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-g'(x)$

Khi đó $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0\Leftrightarrow x=x_0$

Lại có $h(x_0)=0\Leftrightarrow f(x_0)-g(x_0)=y_B-y_A=-10 (AB=10)$

$$h(x)=0\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow f(x)=g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ là

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-10	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $\left|h(x)\right|$ là

x	$-\infty$		x_1		x_0		x_2		$+\infty$
$\left\|h(x)\right\|$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	10	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT suy ra số cực trị của hàm số $|h(x)|$ là 3 cực trị thì số cực trị của hàm số $|h(x)|-\frac{2m}{3}-4$ cũng là 3 cực trị.

Lại có số cực trị của hàm số $y=\left||h(x)|-\frac{2m}{3}-4\right|$ bằng tổng số số điểm cực trị của hàm số $|h(x)|-\frac{2m}{3}-4$ và số nghiệm đơn (hay bội lẻ) của phương trình $|h(x)|-\frac{2m}{3}-4=0$

Nên hàm số $y=\left||h(x)|-\frac{2m}{3}-4\right|$

có đúng 7 cực trị thì phương trình $|h(x)|-\frac{2m}{3}-4=0\Leftrightarrow|h(x)|=\frac{2m}{3}+4$ có đúng 4 nghiệm đơn (hay bội lẻ)

Từ BBT suy ra $0<\frac{2m}{3}+4<10\Leftrightarrow -6<m<9$ mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Vậy có 14 giá trị m thỏa mãn.

Câu 9: **[2D1-2.5-4] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=f\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)\Rightarrow y'=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}f'\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ f'\left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \sqrt{x^2-2x+2}=-1\ (1)\\ \sqrt{x^2-2x+2}=1\ \ (2)\\ \sqrt{x^2-2x+2}=3\ \ (3)\end{array}\right.$$

Phương trình (1) vô nghiệm.

Phương trình $(2)\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$.

Phương trình $(3)\Leftrightarrow x^2-2x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-2\sqrt{2}\\ x=1+2\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$1-2\sqrt{2}$		1		$1+2\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 10: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2)** **[2D1-2.5-4]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có không quá hai điểm cực đại?

A. 4042 **B.** 4041 **C.** 4043 **D.** 2040

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+x-4\right)$.

Do x^3+x-4 là hàm đồng biến và có tập giá trị là $\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(x^3+x-4\right)$ cũng có cực đại là 2, hai cực tiểu là -2 và 3.

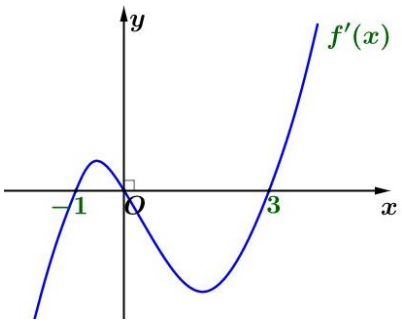
Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|=\lim\limits_{x\to-\infty}\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|=+\infty$.

Nên để $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có không quá hai điểm cực đại thì hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có 5 hoặc 3 điểm cực trị.

Mà hàm số $f\left(x^3+x-4\right)$ có 3 điểm cực trị nên để hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có 5 hoặc 3 điểm cực trị thì phương trình $f\left(x^3+x-4\right)+m=0$ có hai nghiệm bội lẻ hoặc không có nghiệm bội lẻ.

Để phương trình $f\left(x^3+x-4\right)+m=0\Leftrightarrow f\left(x^3+x-4\right)=-m$ có hai nghiệm bội lẻ hoặc không có nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\ m\leq -2\end{array}\right.$.

Câu 11: **[2D1-2.5-4]** **(THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có $f(0)=-1$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(\left|f\left(x\right)-3\right|\right)$ là

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

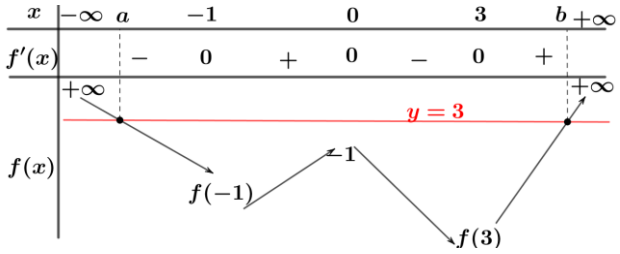
Chọn A

Đặt $u=\left|f\left(x\right)-3\right|\to u'=\dfrac{\left(f\left(x\right)-3\right).f'\left(x\right)}{\left|f\left(x\right)-3\right|}$

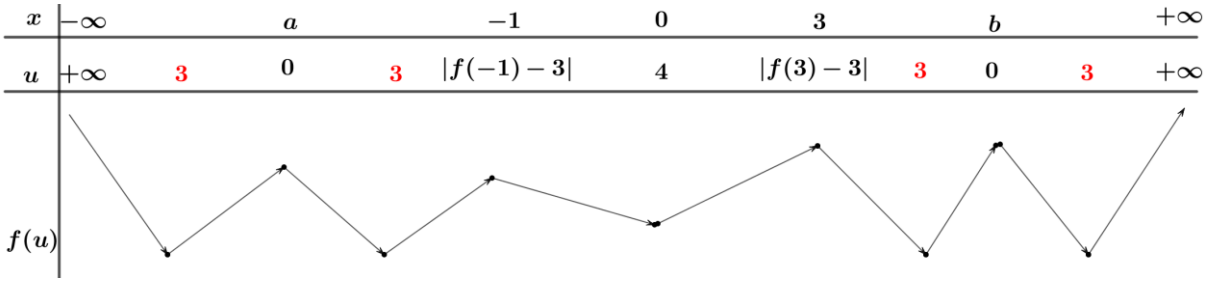
Cho $u'=0\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=3\end{array}\right.$ và $f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a<-1\\x=b>3\end{array}\right.$

+ Sử dụng công thức tính diện tích hình phẳng, ta có: $f\left(0\right)-f\left(-1\right)<f\left(0\right)-f\left(3\right)\Rightarrow f\left(-1\right)>f\left(3\right).$

BBT của hàm số $f\left(x\right)$

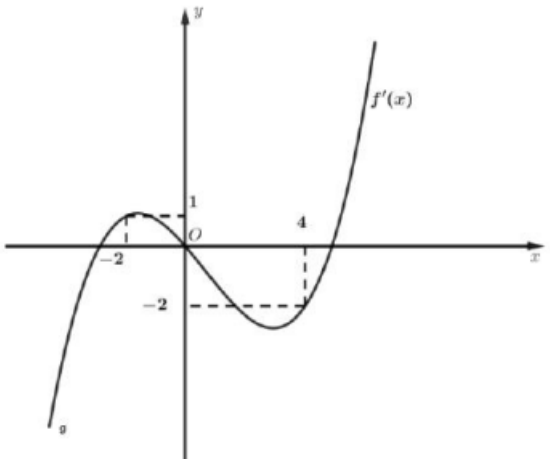


Sử dụng phương pháp ghép trục, ta có BBT của hàm số $y=f\left(\left|f\left(x\right)-3\right|\right)=f\left(u\right)$



Vậy hàm số có 9 điểm cực trị.

Câu 12: **[2D1-2.5-4] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g\left(x\right)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



Câu 13: **A.** 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=8x.f'\left(x^2-4\right)+4x^3-16x=8x\left(f'\left(x^2-4\right)+\dfrac{x^2-4}{2}\right)$.

Xét $f'(x)+\dfrac{x}{2}=0\Leftrightarrow f'(x)=-\dfrac{x}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=4\end{array}\right.$.

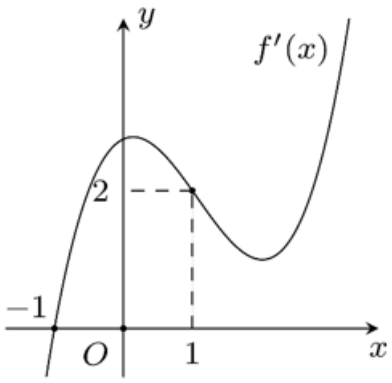
Suy ra $f'(x)+\dfrac{x}{2}$ là đa thức bậc 3 có các nghiệm $x=-2,x=0,x=4$ nên có dạng

$f'(x)+\dfrac{x}{2}=ax(x+2)(x-4),\left(a>0,\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty\right)$

Do đó: $g'(x)=8ax\left(x^2-4+2\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-4-4\right)=8ax\left(x^2-2\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-8\right)$.

Ta thấy $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm2\sqrt{2}\\x=0\end{array}\right.$ và $g'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua các điểm $x=-2\sqrt{2},x=-\sqrt{2},x=\sqrt{2},x=2\sqrt{2}$ nên hàm số $g(x)$ đã cho có 4 điểm cực tiểu.

Câu 14: **[2D1-2.5-4] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=\cos x.f'(\sin x-1)-\dfrac{\sin 2x}{2}=\cos x.f'(\sin x-1)-\cos x.\sin x=\cos x.\left[f'(\sin x-1)-\sin x\right]$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ f'(\sin x-1)=\sin x\end{array}\right.$$

+) $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2};x=\dfrac{3\pi}{2}$

+) $f'(\sin x-1)=\sin x$

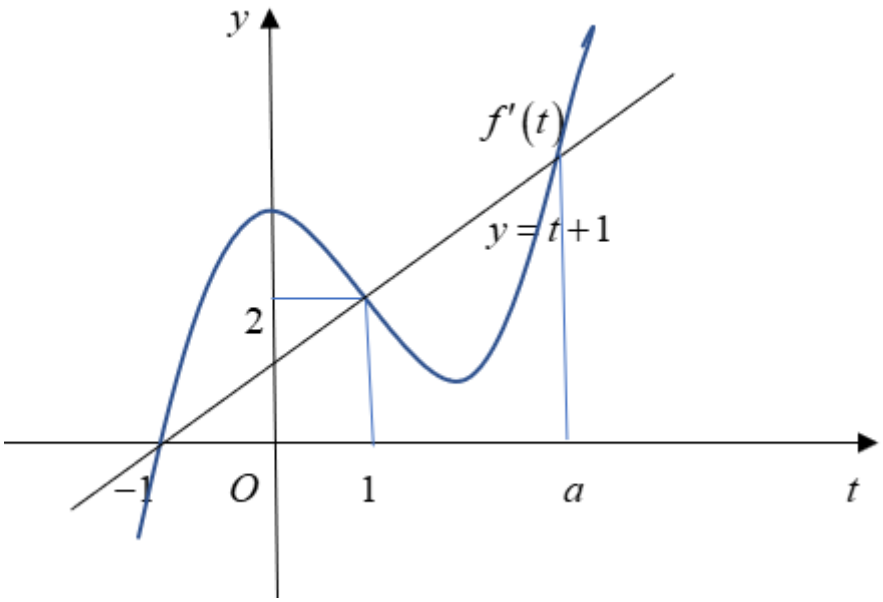
Đặt $t=\sin x-1$ với $t\in[-2;0]$.

$f'(\sin x-1)=\sin x$ trở thành $f'(t)=t+1$.

Vẽ đường thẳng $y=t+1$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(t)$ tại hai điểm $t_1=-1\in[-2;0];t_2=1\notin[-2;0];t_3=a\notin[-2;0]$.

Với $t_1=-1\Rightarrow\sin x-1=-1\Leftrightarrow\sin x=0\Leftrightarrow x=\pi\in(0;2\pi)$.

Vậy $g'(x)=0$ có ba nghiệm đơn phân biệt nên hàm số có 3 điểm cực trị.



Câu 15: **[2D1-2.5-4] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có đúng 8 cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$, trong đó $x=1$ là nghiệm bội chẵn, $x=0$ và $x=2$ là các nghiệm đơn.

Đạo hàm: $g'(x)=\left(3x^2-6x\right)\cdot f'\left(x^3-3x^2+m\right)$.

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-6x=0\\x^3-3x^2+m=1\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x^3-3x^2+m=1.\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 8 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình $x^3-3x^2+m=0$ và $x^3-3x^2+m=2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2).

Xét hàm số $h(x)=-x^3+3x^2$, ta có $h'(x)=-3x^2+6x;h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$

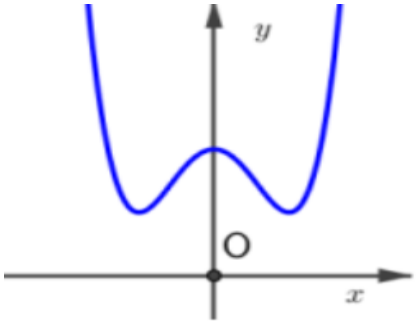
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điều kiện để mỗi phương trình $-x^3+3x^2=m$ và $-x^3+3x^2=m-2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2) là:

$0<m-2<m<4\Leftrightarrow 2<m<4$.

Vậy chỉ có một giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m=3$.

Câu 16: **[2D1-2.5-4] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$ với $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\left|g(x)\right|$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$

Có $g'(x)=2x.f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)-2x.f'\left(-x^2+6\right)$

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)=f'\left(-x^2+6\right)\ (*)\end{array}\right.$

Theo đồ thị hàm số vì $f''(x)>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ do đó $f'(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Từ phương trình $(*)$ suy ra $\frac{1}{2}x^2=-x^2+6\Leftrightarrow x=\pm 2$

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt đan dấu $\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 2\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		$g(-2)=g(2)<0$		$g(0)>0$		$g(2)<0$		$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$		$\lvert g(-2)\rvert$		$\lvert g(0)\rvert$		$\lvert g(2)\rvert$		$+\infty$

$y=0$ (đường tiệm cận ngang của $g(x)$)

$y=0$ (đường tiệm cận ngang của $\lvert g(x)\rvert$)

Do $g(x)$ là hàm số chẵn nên $g(-2)=g(2)<0$

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $y=\lvert g(x)\rvert$ là 4.

Câu 1: **[2D1-2.6-2] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2x(x+1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)^2x(x+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.6-2] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)+1$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

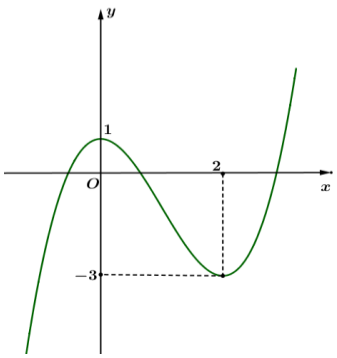
Chọn D

Xét $y=f(x)+1$:

Ta có: $y'=f'(x)$ và $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên, ta có: $y_{CT}=f(-2)+1=-1+1=0$.

Câu 1: **[2D1-2.6-3] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-x\right|$ là



A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=f(x)-x\Rightarrow h'(x)=f'(x)-1$

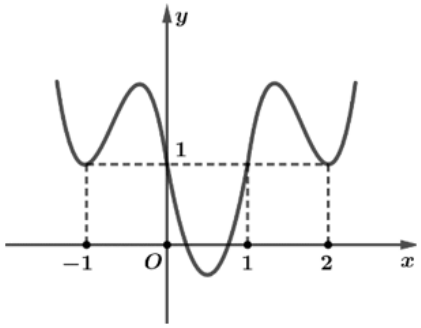
$$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (nghiem\ boi\ chan)\\x=m\ (m>2)\end{array}\right.$$

Ta thấy $h(0)=f(0)-0=-1$

x	$-\infty$		0		m		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\searrow$	$h(m)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT suy ra hàm số $y=\left|f(x)-x\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.6-3] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(-2x)+2x$ là



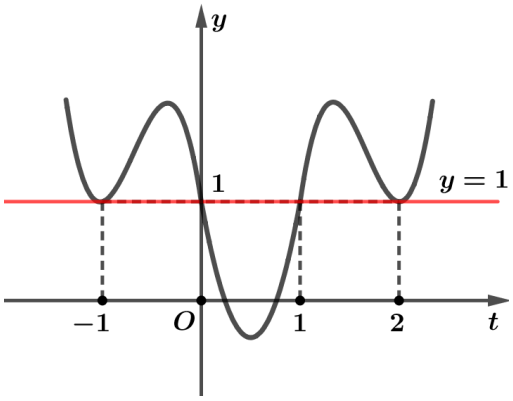
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g(x)=f(-2x)+2x \Rightarrow g'(x)=-2f'(-2x)+2=2\left[1-f'(-2x)\right]$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(-2x)=1 \Leftrightarrow f'(t)=1$ (1) (với $t=-2x$).

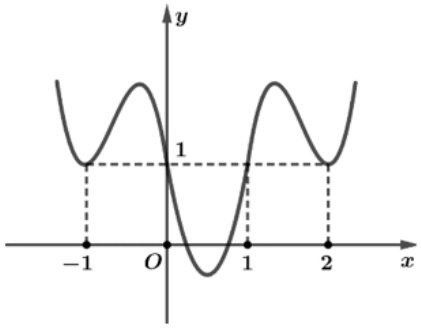


Dựa vào đồ thị, ta có $(1) \Leftrightarrow t=-1$ (nghiệm kép) $\cup\, t=0 \cup t=1 \cup t=2$ (nghiệm kép).

Do đó điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ thỏa $\left[\begin{array}{l}-2x=0\\-2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=f(-2x)+2x$ có 2 điểm cực trị.

Câu 3: **[2D1-2.6-3] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(-2x)+2x$ là



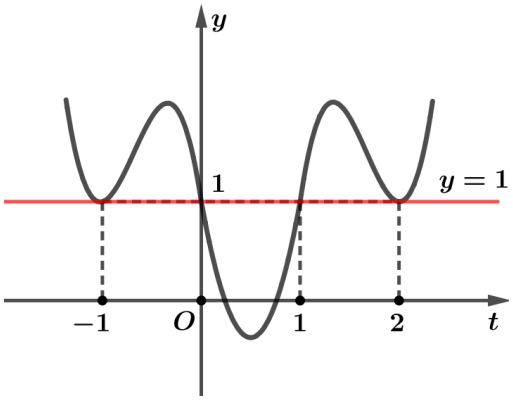
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g(x)=f(-2x)+2x \Rightarrow g'(x)=-2f'(-2x)+2=2\left[1-f'(-2x)\right]$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(-2x)=1 \Leftrightarrow f'(t)=1$ (1) (với $t=-2x$).

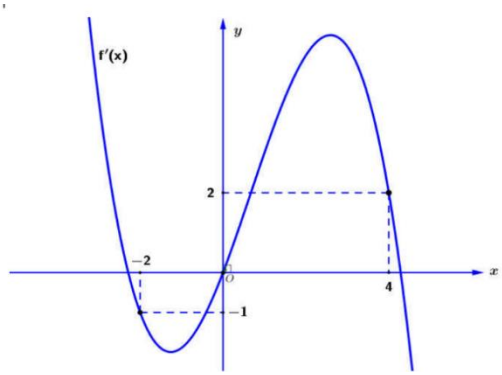


Dựa vào đồ thị, ta có $(1) \Leftrightarrow t=-1$ (nghiệm kép) $\cup\, t=0 \cup t=1 \cup t=2$ (nghiệm kép).

Do đó điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ thỏa $\left[\begin{array}{l}-2x=0\\-2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=f(-2x)+2x$ có 2 điểm cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.6-3] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023)** Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f(4)=0$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=\left|f(x)-\dfrac{x^2}{4}+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu

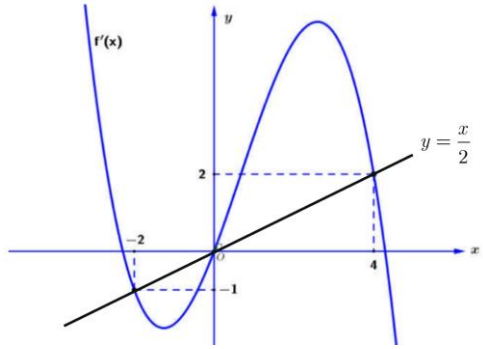


A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $h(x)=f(x)-\frac{x^2}{4}+1$, $h'(x)=f'(x)-\frac{x}{2}$.



$$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=\frac{x}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=4\end{array}\right.,\ h'(x)>0\Leftrightarrow f'(x)>\frac{x}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\2<x<4\end{array}\right.$$

Ta có $h(4)=f(4)-\frac{4^2}{4}+1=-3$; $\int_{-2}^{4}h'(x)\mathrm{d}x>0\Leftrightarrow h(4)>h(-2)$.

Bảng biến thiên

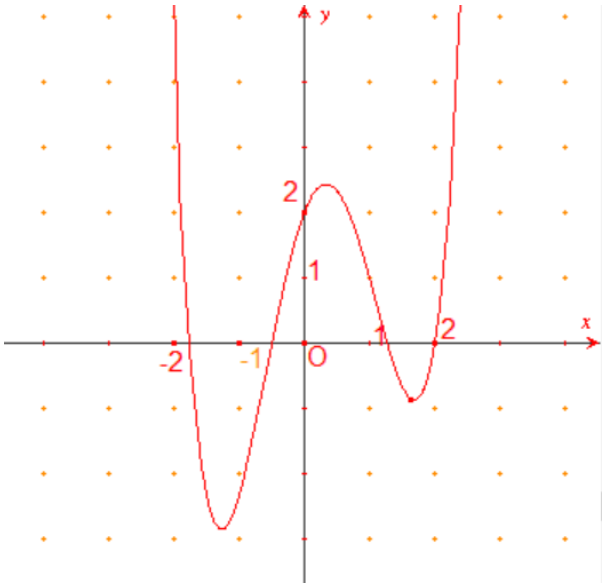
x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$h(-2)$	↘	$h(0)$	↗	-3	↘	$-\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-h(-2)$	↗	$-h(0)$	↘	3	↗	$+\infty$

$y=0$ (đường ngang của $h(x)$)

$y=0$ (đường ngang của $g(x)$)

Dựa vào BBT ta có 2 điểm cực tiểu.

Câu 1: **[2D1-2.6-4] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^3-3x^2\right)-\frac{3}{4}x^4+2x^3+2022$ là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 10

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(3x^2-6x\right)f'\left(x^3-3x^2\right)-3x^3+6x^2=\left(3x^2-6x\right)\left[f'\left(x^3-3x^2\right)-x\right]$

Xét hàm số $h(x)=f'\left(x^3-3x^2\right)$

Ta có $h'(x)=\left(3x^2-6x\right)f''\left(x^3-3x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}3x^2-6x=0\\ x^3-3x^2=a & (-2<a<-1)\\ x^3-3x^2=b & (0<b<1)\\ x^3-3x^2=c & (1<c<2)\end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2$.

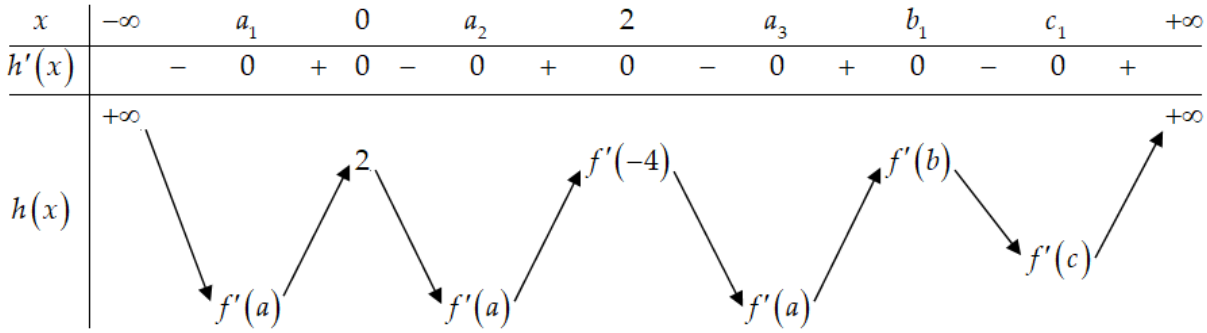
Ta có $g'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy được:

$$\left[\begin{array}{ll} 3x^2-6x=0 & \\ x^3-3x^2=a & (-2<a<-1) \\ x^3-3x^2=b & (0<b<1) \\ x^3-3x^2=c & (1<c<2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ x=2 & \\ x=a_1 & (a_1<0) \\ x=a_2 & (0<a_2<2) \\ x=a_3 & (2<a_3) \\ x=b_1 & (a_3<b_1) \\ x=c_1 & (b_1<c_1) \end{array}\right.$$

Khi đó ta có được bảng biến thiên của $h(x)=f'\left(x^3-3x^2\right)$:

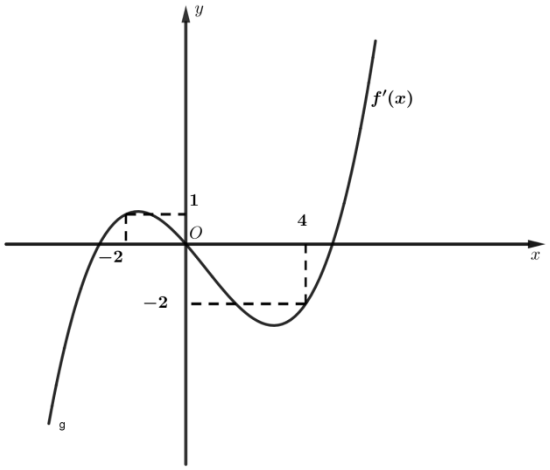


Khi đó phương trình $f'\left(x^3-3x^2\right)-x=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3-3x^2\right)=x$ có 5 nghiệm phân biệt khác 0 và 2 nên phương trình $y'=\left(3x^2-6x\right)\left[f'\left(x^3-3x^2\right)-x\right]$ có 7 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y=f\left(x^3-3x^2\right)-\frac{3}{4}x^4+2x^3+2022$ có 7 điểm cực trị.

Câu 2: ---------- **HẾT** ---------- **[2D1-2.6-4] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)**

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

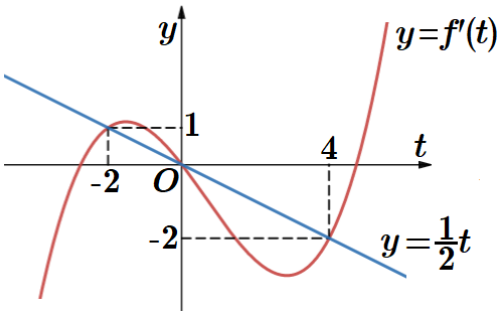
Ta có $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2 \Rightarrow g'(x)=8xf'\left(x^2-4\right)+4x^3-16x$

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x=0 \\ f'\left(x^2-4\right)+\frac{1}{2}\left(x^2-4\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x=0 \\ f'\left(x^2-4\right)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4\right) \end{array}\right.$.

Xét phương trình $f'\left(x^2-4\right)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4\right)$.

Đặt $t=x^2-4$, khi đó $f'\left(x^2-4\right)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4\right) \Leftrightarrow f'(t)=-\frac{1}{2}t$.

Phát họa đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=\frac{1}{2}t$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



Khi đó $f'(t)=-\frac{1}{2}t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=0 \\ t=4 \end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{c} x=0 \\ f'\left(x^2-4\right)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-4=-1 \\ x^2-4=0 \\ x^2-4=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=2 \\ x=\pm 2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có 7 điểm cực trị, mà $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=+\infty$ nên hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.

Câu 3: **[2D1-2.6-4] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f^3(x)-m.f(x)$ có 8 điểm cực trị?

A. 20. **B.** 27. **C.** 47. **D.** 26.

Lời giải

Chọn D

$g'(x)=3f'(x).f^2(x)-mf'(x)=f'(x).\left(3f^2(x)-m\right)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f^2(x)=\dfrac{m}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1;x=2 \\ f^2(x)=\dfrac{m}{3}\end{array}\right.$

Để hàm số có 8 điểm cực trị thì $g'(x)$ có 8 nghiệm đơn nên $\dfrac{m}{3}>0\Leftrightarrow m>0$.

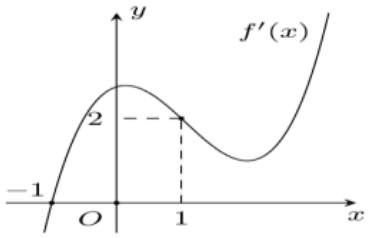
$f^2(x)=\dfrac{m}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\dfrac{m}{3}} \\ f(x)=-\sqrt{\dfrac{m}{3}}\end{array}\right.$

Mỗi phương trình trên phải có ba nghiệm phân biệt khác -1 và khác 2 $\Leftrightarrow\begin{cases}-3<\sqrt{\dfrac{m}{3}}<4\\ -3<-\sqrt{\dfrac{m}{3}}<4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<48\\ 0<m<27\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<27$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;....;26\}$.

Câu 4: **[2D1-2.6-4] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

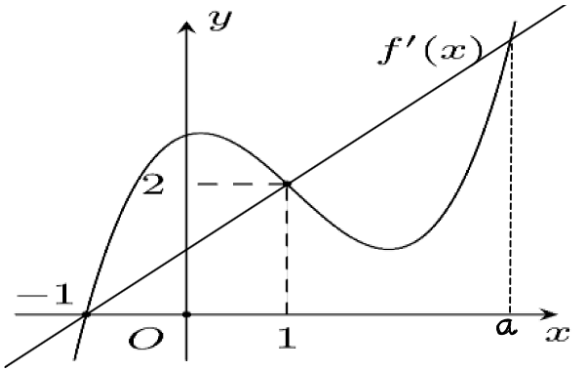
Lời giải

Ta có: $g'(x)=\cos x.f'(\sin x-1)-\sin x.\cos x=\cos x\left(f'(\sin x-1)-(\sin x-1)-1\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\ \cos x\left(f'(\sin x-1)-(\sin x-1)-1\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ f'(\sin x-1)-(\sin x-1)-1=0\,(1)\end{array}\right.$

Đặt $t=\sin x-1$. Khi đó (1) trở thành: $f'(t)=t+1(2)$.

Số nghiệm của pt (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f'(t)$ và đường thẳng $y=t+1$



Từ đồ thi hàm số ta có: $\begin{bmatrix} t=-1 \\ t=1 \\ t=a(a>1) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \sin x-1=-1 \\ \sin x-1=1 \\ \sin x-1=a(a>1) \end{bmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \sin x=0 \\ \sin x=2(VN) \\ \sin x=a+1(a>1)(VN) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi(k\in\mathbb{Z})$

Do $x\in(0;2\pi)\Rightarrow x=\pi$.

Và pt: $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+l\pi(l\in\mathbb{Z})$ Do $x\in(0;2\pi)\Rightarrow \begin{bmatrix} x=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$

Suy ra $g'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt: $\begin{bmatrix} x=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{3\pi}{2} \\ x=\pi \end{bmatrix}$

Nên hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\frac{\cos 2x}{4}$ có 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$

Câu 1: **[2D1-2.7-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số chỉ có một điểm cực trị.

A. $0\le m\le 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>1 \end{array}\right.$. **C.** $0<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số chỉ có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab\ge 0$ (a, b không đồng thời bằng 0)

$\Leftrightarrow m(m-1)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Câu 1: **[2D1-2.7-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y=x^3-(2m+3)x^2+(m^2+2m)x+2$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-2(2m+3)x+m^2+2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0\Rightarrow y'(0)=0\Leftrightarrow m^2+2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-2\end{array}\right.$

Với $m=0$

Ta có $y'=3x^2-6x$. Lập bảng biến thiên suy ra $x=0$ là điểm cực đại.

Với $m=-2$

Ta có $y'=3x^2+2x$. Lập bảng biến thiên suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu.

Vậy $m=0$.

Câu 2: **[2D1-2.7-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi

A. $m=0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m>0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+m$.

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=2\Rightarrow f'(2)=0\Leftrightarrow 12-12+m=0\Leftrightarrow m=0$.

Với $m=0\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2-2;\ f'(x)=3x^2-6x;\ f''(x)=6x-6$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.;\ f''(2)=6>0\Rightarrow x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-2.7-2]** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+1)x+m^2-2023$ với m là tham số. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho đạt cực trị tại điểm $x=1$?

A. $m=-\dfrac{5}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{4}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

$y=-x^3-mx^2+(4m+1)x+m^2-2023\Rightarrow y'=-3x^2-2mx+4m+1;\ y''=-6x-2m$

Hàm số đã cho đạt cực trị tại điểm $x=1$ khi $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)\neq 0\end{cases}$

Mà $y'(1)=0\Leftrightarrow -3-2m+4m+1=0\Leftrightarrow 2m=2\Leftrightarrow m=1$.

Khi đó, $y''(1) = -6.1 - 2.1 = -8 \neq 0.$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 4: **[2D1-2.7-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Số giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m+2)x - m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định của hàm số đã cho $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m + 2$ và $y'' = 6x - 6m$.

Do y là hàm số bậc ba, nên để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ ta phải có

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 5m = 0 \\ 6 - 6m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$$

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 5: **[2D1-2.7-2] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$.

Ta có: $f'(x) = x^2 - 2mx + (m^2 - m - 1)$; $f''(x) = 2x - 2m$.

Để hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 0 (L) \\ m = 3 \end{array}\right. \\ m > 1 \end{cases}$

Vậy, $m = 3$ thì hàm số hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 6: **[2D1-2.7-2] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + m^2 - 4\ x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1; m = 5$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ thì

$$\begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2-2m.3+m^2-4=0 \\ 2.3-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right. \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Câu 7: [2D1-2.7-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Tìm m để hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+2(m-1)x-m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên $y'(1)=0\Rightarrow 3+2(m-1)-m=0\Leftrightarrow m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Ta có $y''=6x+2(m-1)$. Suy ra $y''(1)=6.1+2.(-1-1)=2>0$.

Vậy khi $m=-1$ hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 1: **[2D1-2.7-3] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số $y=x^5-mx^4+\left(m^3-3m^2-4m+12\right)x^3+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=x^5-mx^4+\left(m^3-3m^2-4m+12\right)x^3+1$ có:

+) $y'=5x^4-4mx^3+3\left(m^3-3m^2-4m+12\right)x^2=x^2\left(5x^2-4mx+3\left(m^3-3m^2-4m+12\right)\right)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0 \Leftrightarrow y'$ đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi qua $x=0$.

$\Rightarrow x=0$ là nghiệm của $g(x)=0$, (với $g(x)=5x^2-4mx+3\left(m^3-3m^2-4m+12\right)$)

$\Rightarrow m^3-3m^2-4m+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\pm 2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

+) $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{4m}{5} \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x		x_1		x_2	
y'	+	0	−	0	+

Suy ra $x_1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3 \end{array}\right.$. **Chọn C**

Câu 2: **[2D1-2.7-3] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Tìm điểm cực đại của hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(m^2+m-1\right)x+2$. Biết hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\dfrac{7}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$y'=3x^2-4mx+m^2+m-1$.

$y''=6x-4m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$, khi đó:

$$\left\{\begin{array}{l} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2-3m+2=0 \\ 6-4m>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m=1\ (n) \\ m=2\ (l) \end{array}\right. \\ m<\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Với $m=1 \Rightarrow y'=3x^2-4x+1$

Cho $y'=0\Rightarrow 3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{1}{3}$.

Câu 3: **[2D1-2.7-3] THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt giá trị cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$ **C.** $m=-7$. **D.** $m=5$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3\Rightarrow y'=x^2-2mx+m^2-4\Rightarrow y''=2x-2m.$

Hàm số bậc ba $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt giá trị cực đại tại $x=3\Leftrightarrow \begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^2-2m.3+m^2-4=0 \\ 2.3-2m<0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ m>3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right. \\ m>3 \end{cases}\Leftrightarrow m=5.$

Câu 4: **[2D1-2.7-3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-2(m-2)x^2+m^2-1$ có đúng một điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m=0$

Khi này: $y=4x^2-1$ là hàm Parabol nên có một cực trị.

Trường hợp 2: $m\neq 0$

Để hàm số có một cực trị, ta có $-2(m-2)m\geq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2$

Kết hợp điều kiện, ta được $0<m\leq 2$

Từ 2 trường hợp, vậy có 3 giá trị nguyên của m thì hàm số có một điểm cực trị.

Câu 5: **[2D1-2.7-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=-x^3+mx^2+m^2x+2$. Giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ là

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Lời giải

Đạo hàm $y'=-3x^2+2mx+m^2, y''=-6x+2m$.

Vì hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y''(-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(-1)^2+2m(-1)+m^2=0 \\ -6\cdot(-1)+2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m-3=0 \\ 2m+6>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1;m=3 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$$

.

Câu 1: **[2D1-2.8-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+mx+2$ có đúng hai điểm cực trị?

A. $m>\frac{1}{3}$. **B.** $m<\frac{4}{3}$. **C.** $m\le\frac{1}{3}$. **D.** $m<\frac{1}{3}$.

.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=R$

Ta có $y'=3x^2-4x+m$

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 4-3m>0\Leftrightarrow m<\frac{4}{3}$.

Câu 1: **[2D1-2.8-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^3-3mx$ có cực trị.

A. $m>2$. **B.** $m>0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m\geq 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=3x^2-3m$.

Để hàm số $f(x)=x^3-3mx$ có cực trị thì phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 3m>0 \Leftrightarrow m>0$.

Câu 2: **[2D1-2.8-2] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ **không** có điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Với $m=-1$, ta có: $f(x)=3x^2+x-1$ là một parabol với hệ số $a=3>0$ suy ra hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu thỏa yêu cầu đề bài.

Với $m\neq -1$, ta có: $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$.

Suy ra $f'(x)=3(m+1)x^2-2(2m-1)x+1$. Khi đó, hàm số không có điểm cực đại $\Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'\leq 0$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2-3(m+1).1\leq 0 \Leftrightarrow 4m^2-7m-2\leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\leq m\leq 2$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0,1,2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 1: **[2D1-2.8-3] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=-x^3+3x^2+mx+2023$ có hai điểm cực trị?

A. 4040. **B.** 4042. **C.** 2023. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-3x^2+6x+m$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 9+3m>0\Leftrightarrow m>-3$.

$\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;...;2020\}$.

Vậy có 2023 giá trị nguyên m.

Câu 2: **[2D1-2.8-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(0;2023)$ để hàm số $y=-x^3+12x^2+mx$ có hai điểm cực trị?

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Ta có: $y'=-3x^2+24x+m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+24x+m=0\quad(1)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow m=3x^2-24x$.

Xét hàm số $g(x)=3x^2-24x$ có $g'(x)=6x-24$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow 6x-24=0\Leftrightarrow x=4$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-48	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $m\in(-48;+\infty)$. Do $m\in(0;2023)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1,9,10,...,2022\}$

Vậy có 2022 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 3: **[2D1-2.8-3] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Cho hàm số $y=(m-2)x^3-mx-2$. Với giá trị nào của m thì hàm số có cực trị?

A. $0<m<2$. **B.** $m<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\m<0\end{array}\right.$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Tính $y'=3(m-2)x^2-m$.

$y'=0\Leftrightarrow 3(m-2)x^2-m=0\ (1)$.

+ TH1: Xét $m=2\Rightarrow y'=-2<0\ \forall x$ nên hàm số đã cho không có cực trị.

+ TH2: Xét $m\neq 2$

Hàm số có cực trị khi $\Delta'>0\Leftrightarrow m(m-2)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Vậy $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 4: **[2D1-2.8-3] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x^4}{3}-2x^2-mx+2023$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=\frac{4}{3}x^3-4x-m$.

Để hàm số có ba điểm cực trị khi phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt.

Khi đó $\frac{4}{3}x^3-4x=m$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{4}{3}x^3-4x$

Tập xác định $D_g=\mathbb{R}$.

$g'(x)=4x^2-4$;

Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{8}{3}$	↘	$-\frac{8}{3}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-\frac{8}{3}<m<\frac{8}{3}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: **[2D1-2.8-3] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-24x^2+mx$ có ba điểm cực trị?

A. 130. **B.** 129. **C.** 127. **D.** 128.

Lời giải

Hàm số $y=x^4-24x^2+mx$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=4x^3-48x+m=0\Leftrightarrow m=-4x^3+48x$ có ba nghiệm phân biệt

Xét $f(x)=-4x^3+48x$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-64	$\nearrow$	64	$\searrow$	$-\infty$

Ta có $-64<m<64$. Vậy có 127 giá trị nguyên m thỏa yêu cầu.

Câu 1: **[2D1-2.9-2] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2022]$ để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(m+2)x+2022$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên trái của trục tung?

A. 4046. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(m+2)x+2022$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên trái của trục tung $\Rightarrow y'=x^2-2mx-m-2=0$ có 2 nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S<0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m+2>0,\forall m\in\mathbb{R}\\2m<0\\-m-2>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m<-2\end{cases}\Leftrightarrow m<-2\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2023;2022]}m\in\{-2023;-2022;...;-1\}\Rightarrow$ *có* 2023 giá trị m thỏa mãn.

Câu 2: **[2D1-2.9-2] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$ không có cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7

Lời giải

Chọn D

$y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$

$\Rightarrow y'=3x^2-4x+m+3$

Để hàm số $y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$ không có cực trị thì y' không đổi dấu.

Nên: $\Delta'\le 0$. Do đó: $\Delta'=(-2)^2-3(m+3)=4-3m-9=-3m-5\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{-5}{3}$

Kết hợp với điều kiện: $m\in[-5;5]$, suy ra: $\frac{-5}{3}\le m\le 5$.

Vậy: $m\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 1: **[2D1-2.9-3] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-x^3+3x^2-3mx+\frac{5}{3}$ có đúng một cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A. 16. **B.** 6. **C.** 17. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$y'=-3x^2+6x-3m$

hàm số $y=-x^3+3x^2-3mx+\frac{5}{3}$ có đúng một cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$ khi và chỉ khi $y'=0$ có một nghiệm thuộc khoảng $(-2;5)\Leftrightarrow x^2-2x+m=0$ có một nghiệm thuộc khoảng $(-2;5)$

$\Leftrightarrow x^2-2x=-m$

$g(x)=x^2-2x\Rightarrow g'(x)=2x-2$

$g'(x)=0\Leftrightarrow 2x-2=0\Leftrightarrow x=1$

x	-2		1		5
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	-1	$\nearrow$	15
	8				

Để hàm số có 1 cực trị $\Rightarrow 8\le -m<15\Leftrightarrow -15<m\le -8\Rightarrow m\in\{-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8\}$

Câu 2: **[2D1-2.9-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+\frac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$?

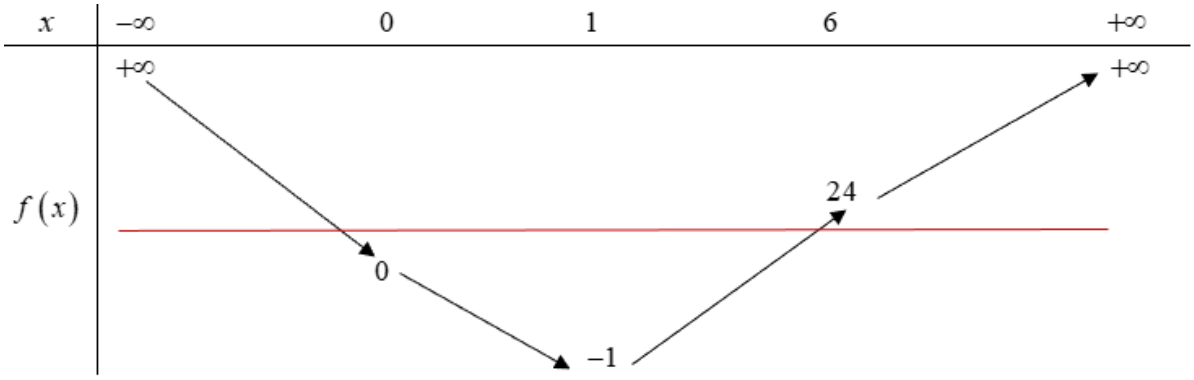
A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-2x-m=0\Leftrightarrow f(x)=x^2-2x=m$ $(*)$.

BBT cho hàm số $f(x)$



Hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$ khi $0 \le m < 24$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2;...;23\}$. Vậy có tất cả 24 giá trị nguyên của m.

Câu 3: **[2D1-2.9-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

A. 26. **B.** 36. **C.** 35. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D

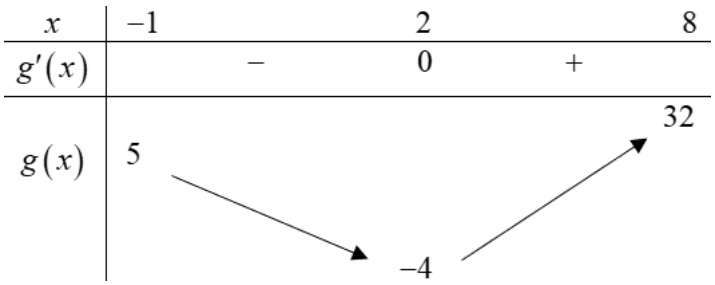
$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3} \Rightarrow y' = -x^2 + 4x + m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 4x$.

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 4x \Rightarrow g'(x) = 2x - 4$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên



Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$ khi và chỉ khi $y' = 0$ có đúng một nghiệm bội lẻ thuộc khoảng $(-1;8)$.

Suy ra $5 \le m < 32$.

Câu 4: **[2D1-2.9-3] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + \frac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc

khoảng $(-1;5)$?

A. 17. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $y'=3x^2-6x+3m$

$\Delta'=9-9m$

$y'=3x^2-6x+3m=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2(x_1<x_2) \Leftrightarrow 9-9m>0 \Leftrightarrow m<1$

$m<1 \Rightarrow x_1=\dfrac{3-\sqrt{9-9m}}{3}=1-\sqrt{1-m}, x_2=\dfrac{3+\sqrt{9-9m}}{3}=1+\sqrt{1-m}$

Hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\dfrac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$ khi và chỉ khi

TH1.

$$\begin{cases}\Delta'>0\\-1<x_1<5\le x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-1<1-\sqrt{1-m}<5\\5\le 1+\sqrt{1-m}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-2<-\sqrt{1-m}<4\\\sqrt{1-m}\ge 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\2>\sqrt{1-m}>-4\\\sqrt{1-m}\ge 4\end{cases}$$ Loại.

TH2.

$$\begin{cases}\Delta'>0\\x_1\le -1<x_2<5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-1<1+\sqrt{1-m}<5\\1-\sqrt{1-m}\le -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-2<\sqrt{1-m}<4\\\sqrt{1-m}\ge 2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\2\le\sqrt{1-m}<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\4\le 1-m<16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-3\ge m>-15\end{cases}\Leftrightarrow -15<m\le -3$$

$\Rightarrow m\in\{-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$

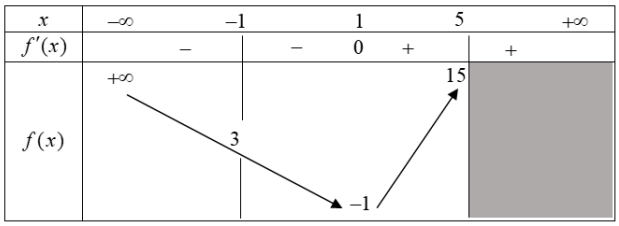
Cách 2:

$y'=3x^2-6x+3m$

YCBT $\Leftrightarrow$ PT $3x^2-6x+3m=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1;5)$.

Xét $3x^2-6x+3m=0 \Leftrightarrow f(x)=x^2-2x=-m$.

Hàm số $f(x)=x^2-2x$ có $f'(x)=2x-2$. Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$. Ta có bảng biến thiên



Từ BBT suy ra điều kiện $3 \le -m < 15 \Leftrightarrow -15 < m \le -3 \Rightarrow m \in \{-14;-13;...;-3\}$. Vậy có 12 giá trị thỏa mãn.

Câu 5: **[2D1-2.9-3] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 - m(2m+1)x + m^2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4044. **B.** 4045. **C.** 4046. **D.** 4047.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành khi và chỉ khi phương trình $y = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2 + 2mx - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ g(x) = x^2 + 2mx - m = 0. \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán tương đương $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác m

$$\begin{cases} \Delta'_g = m^2 + m > 0 \\ g(m) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m \ne 0; m \ne \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m \ne \dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Vì m nguyên và $m \in [-2023;2023]$ nên có 4045 giá trị.

Câu 6: **[2D1-2.9-3] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2+11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành thì phương trình $x^3 - 8x^2 + (m^2+11)x - 2m^2 + 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$x^3 - 8x^2 + (m^2+11)x - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 6x + m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0 \end{array}\right.$$

Khi đó phương trình $x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 10 - m^2 > 0 \\ 4 - 12 + m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10} < m < \sqrt{10} \\ m \neq \pm 3 \end{cases}$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2\}$

Câu 7: **[2D1-2.9-3] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + 2023$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-4;3)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = x^2 - 2x - m$. Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0 \quad (1)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-4;3)$ thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;3)$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow m = x^2 - 2x$.

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x$ có $g'(x) = 2x - 2$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	-4		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	24	↘	-1	↗	3

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;3)$ khi $-1 < m < 3$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 8: **[2D1-2.9-3] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Gọi m_0 là giá trị để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + (2m+1)x + 3 - m$ có 2 điểm cực trị A và B sao cho khoảng cách từ $I(\frac{1}{2};\frac{15}{4})$ đến AB là lớn nhất. Chọn khẳng định đúng

A. $m_0 < 1$. **B.** $m_0 \in (1,3)$. **C.** $m_0 \in (2;4)$. **D.** $m_0 \in (-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3mx^2 - 6mx + 2m + 1$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow PT: 3mx^2-6mx+2m+1=0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 9m^2-3m(2m+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 3m^2-3m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$

Khi đó đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị A,B là:

$y=(-\frac{2m}{3}+\frac{2}{3})x+\frac{10}{3}-\frac{m}{3} \Leftrightarrow (2-2m)x-3y+10-m=0$

Đường thẳng AB luôn đi qua điểm $\mathrm{E}(-\frac{1}{2};3)$ nên $d(\mathrm{I};\mathrm{AB})\leq \mathrm{IE}$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow EI\perp AB$

Mà $\overrightarrow{EI}(1;\frac{3}{4})$ nên $EI\perp AB \Leftrightarrow \frac{2-2m}{1}=\frac{-3}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow m=3(tm)$.

Câu 9: **[2D1-2.9-3] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=mx^3+(m-3)x^2-(2m+1)x-1$ có hai điểm cực trị đối nhau?

A. 0.. **B.** 1.. **C.** 2.. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3mx^2+2(m-3)x-(2m+1)$.

Hàm số có hai điểm cực trị đối nhau $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm đối nhau

$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ S=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m\neq 0 \\ (m-3)^2+3m.(2m+1)>0 \\ \frac{-2(m-3)}{3m}=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=3.$

Vậy có 1 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: **[2D1-2.9-3] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(m^2+4m+3)x+2021m+2022$ (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có các điểm cực trị nằm về cùng một phía của trục tung.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $-3<x<-1$. **C.** $\begin{cases} m>-1 \\ m<-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m>-1 \\ m<-3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định : $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=x^2-2(m+2)x+m^2+4m+3=0$.

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị nằm về cùng một phía của trục tung

$\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=(m+2)^2-(m^2+4m+3)>0 \\ m^2+4m+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ \left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-3 \end{array}\right..$$

Câu 11: **[2D1-2.9-3] (Đề phát triển số 10)** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3-3x^2-mx+4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$.

A. 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x-m$

Hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$ khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow m=3x^2-6x$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2-6x$.

Ta có $f'(x)=6x-6;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

x	-3		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	45	↘	-3	↗	9

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<m<9$.

Vậy $m\in\{-2;-1;0;...;8\}$.

Câu 12: **[2D1-2.9-3] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-(2m+3)x+1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=2$.

Tổng các phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** -2. **D.** -10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-x^2+2mx-(2m+3)$.

$y'=0\Leftrightarrow -x^2+2mx-(2m+3)=0\ (*)$

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -1 \end{array}\right.$.

Ta có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 2m + 3 \end{cases}$

Khi đó $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 = 4 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 + \sqrt{5}\ (t/m) \\ m = 1 - \sqrt{5}\ (t/m) \end{array}\right.$

Vậy tổng các phần tử của S là 2.

Câu 13: **[2D1-2.9-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành khi và chỉ khi phương trình $mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ ( ) có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có ( ) $\Leftrightarrow (x-1)\left[mx^2 - (m-1)x + m + 1\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ mx^2 - (m-1)x + m + 1 = 0 (*) \end{array}\right.$

Phương trình ( ) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m - (m-1) + m + 1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - 4m(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m + 2 \neq 0 \\ -3m^2 - 6m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ \dfrac{-3-2\sqrt{3}}{3} < m < \dfrac{-3+2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -1$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn đề bài.

Câu 14: **[2D1-2.9-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 + m$. Tìm các giá trị của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7$.

A. $m = 0$. **B.** $m = \pm\dfrac{1}{2}$. **C.** $m = \pm\dfrac{9}{2}$. **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải

Đạo hàm: $y' = 3\left[x^2 - 2mx + \left(m^2 - 1\right)\right]$. Có $\Delta' = m^2 - m^2 + 1 = 1 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2. Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

YCBT $\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2=7 \Leftrightarrow 4m^2-3\left(m^2-1\right)=7 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 15: **[2D1-2.9-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để $x_1+4x_2=0$.

A. $m=0$. **B.** $m=\pm\frac{1}{2}$. **C.** $m=\pm\frac{9}{2}$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải

Đạo hàm: $y'=12x^2+2mx-3$. Có $\Delta'=m^2+36>0, \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.Theo Viet, ta có $x_1+x_2=-\frac{m}{6}$ kết hợp với yêu cầu bài toán $x_1+4x_2=0$. Suy ra $x_1=-\frac{2}{9}m$, $x_2=\frac{m}{18}$.

Lại có theo Viet: $x_1x_2=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{9}m\right).\frac{m}{18}=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow m^2=\frac{81}{4} \Leftrightarrow m=\pm\frac{9}{2}$.

Câu 16: **[2D1-2.9-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=\pm\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Đạo hàm: $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$

Nên hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;2)$ và $B\left(2m;2-4m^3\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}=(-1;4)$, $\overrightarrow{MB}=\left(2m-1;4-4m^3\right)$.

Ba điểm A, B và M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1}=\frac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \ (loai) \\ m=\pm\sqrt{2} \ (thoa) \end{array}\right.$.

Câu 17: **[2D1-2.9-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-(m+6)x^2+(2m+9)x-2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

A. $\left[\begin{array}{l} m\geq -2 \\ m\leq -6 \end{array}\right.$. **B.** $m\geq -2$. **C.** $m\leq -6$. **D.** $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>-2 \\ m<-6 \end{array}\right. \\ m\neq\frac{-3}{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m + 9.$

$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{2m+9}{3}. \end{array}\right.$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{2m+9}{3} \neq 1 \Leftrightarrow m \neq -3.$ (1)

$y(1) = m + 2.$

$y\left(\dfrac{2m+9}{3}\right) = -m\dfrac{(2m+9)^2}{27} - 2.$

Ycbt $\Leftrightarrow y(1).y\left(\dfrac{2m+9}{3}\right) < 0$

$\Leftrightarrow (m+2).\left[-m\dfrac{(2m+9)^2}{27} - 2\right] < 0 \Leftrightarrow (m+2).\left(4m^3 + 36m^2 + 81m + 54\right) > 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m < -6 \\ m > -2 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$. (2)

Từ (1), (2) ta có ycbt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m > -2 \\ m < -6 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = x^4 - (2m+1)x^3 + (m+4)x^2 + (5m-6)x + 2m - 12$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = |f(x)|$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 15. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Gọi k, n lần lượt là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và $y = |f(x)|$

r là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành, ta có: $n = k + r$.

Vì $y = f(x)$ là hàm số bậc 4 nên $k \leq 3, r \leq 4 \Rightarrow n \leq 7$.

Hàm số $y = |f(x)|$ có nhiều nhất 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt, tức là phương trình $f(x) = 0$, có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow x^4 - (2m+1)x^3 + (m+4)x^2 + (5m-6)x + 2m - 12 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)\left(x^2 - 2mx + 6 - m\right) = 0$, có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 6 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 và khác 2 $(*)$

Đặt $g(x) = x^2 - 2mx + 6 - m$, ta có:

$$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m^2+m-6>0\\ g(-1)\neq 0\\ g(2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-3\\ m>2\end{array}\right.\\ m\neq -7\end{cases}.$$

Từ đó ta được $m\in\{-10;-9;-8;-6;-5;-4;3;4;5;6;7;8;9;10\}$. Có 14 số nguyên thỏa mãn.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-24x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 126. **B.** 128. **C.** 127. **D.** 129.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-48x-m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-48x-m=0\ \ (1)$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow m=4x^3-48x$.

Xét hàm số $g(x)=4x^3-48x$ có $g'(x)=12x^2-48$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-48=0\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	64	↘	-64	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-64<m<64$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-63,-62,-61,...,63\}$.

Vậy có 127 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 20: **[2D1-2.9-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$ có cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

*Với $m=-2$, hàm số trở thành $y=3x^2-2x-5$

Ta có $y'=6x-2$,

$y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$

Vì $y'=0$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm nên với $m=-2$ hàm số có cực trị.

*Với $m\neq -2$,

Ta có $y'=3(m+2)x^2+6x+m$

Để hàm số có cực trị thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ 9-3m(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2+2m-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases}$.

Kết hợp cả hai trường hợp suy ra $-3 < m < 1$.

Do đó $m \in \{-2;-1;0\}$

Câu 21: **[2D1-2.9-3] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Gọi x_1, x_2 là điểm cự trị của hàm số $y = -x^3 + 6(m-1)x^2 + 12x + 2023$ với m là tham số. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = \left(x_1^2+2\right)\left(x_2^2+1\right)$

A. $18-8\sqrt{2}$ **B.** $18+8\sqrt{2}$ **C.** $-2-2\sqrt{2}$ **D.** $-2+2\sqrt{2}$

Lời giải

Hàm số có hai điểm cự trị khi $y' = -3x^2 + 12(m-1)x + 12$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Ta có $\Delta'_{y'} > 0 \forall m$ và y' có hai nghiệm thoả mãn: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4(m-1) \\ x_1.x_2 = -4 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-4}{x_1} \Rightarrow P = \left(x_1^2+2\right)\left(x_2^2+1\right) = \left(x_1^2+2\right)\left(\frac{16}{x_1^2}+1\right) = 18 + x_1^2 + \frac{32}{x_1^2} \geq 18 + 2\sqrt{x_1^2.\frac{32}{x_1^2}} = 18+8\sqrt{2}$$

Câu 22: **[2D1-2.9-3] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 4m - 5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $(d): x-1=0$.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4043. **D.** 4042.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 2, \forall x \in \mathbb{R}$.

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1.(m+2) > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ m + 2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$

Vì $m \in [-2023;2023]$ nên có $2023 - 3 = 2020$ giá trị nguyên của m thoả đề.

Câu 23: **[2D1-2.9-3] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2-1\right)x - m^3$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng đó bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.$.

Do hệ số $a=1>0$ nên

$x_{CD}=m-1\Rightarrow y_{CD}=(m-1)^3-3m(m-1)^2+3\left(m^2-1\right)(m-1)-m^3=-3m+2$.

Khi đó $y_{CD}=-3x_{CD}-1$.

Do đó điểm cực đại của đồ thị hàm số luôn nằm trên đường thẳng $y=-3x-1$ cố định có hệ số góc $k=-3$.

Câu 24: **[2D1-2.9-3] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị thực không âm của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+1)x^2+mx$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=-x+\frac{5}{12}$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+1)x^2+mx\Rightarrow y'=x^2-(m+1)x+m.$

Để hàm số có 2 điểm cực trị điều kiện là $\Delta_{y'}>0\Leftrightarrow m^2-2m+1>0\Leftrightarrow m\neq 1(a).$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$.

Với điều kiện $m\neq 1\Rightarrow y'=0$ có 2 nghiệm Khi đó $A\left(1;\frac{3m-1}{6}\right),B\left(m;\frac{-m^3+3m^2}{6}\right).$

Để A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=-x+\frac{5}{12}$ điều kiện là

$\left\{\begin{array}{l}(6m+5)\left(-2m^3+6m^2+12m-5\right)<0\\|6m+5|=\left|-2m^3+6m^2+12m-5\right|\end{array}\right.\Rightarrow 2m^3-6m^2-12m+5=6m+5\Leftrightarrow 2m^3-6m^2-18m=0$

$\left\{\begin{array}{l}(6m+5)\left(-2m^3+6m^2+12m-5\right)<0\\|6m+5|=\left|-2m^3+6m^2+12m-5\right|\end{array}\right.\Rightarrow 2m^3-6m^2-12m+5=6m+5\Leftrightarrow 2m^3-6m^2-18m=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\frac{3+3\sqrt{5}}{2}\\m=\frac{3-3\sqrt{5}}{2}<0\end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 25: **[2D1-2.9-3] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có hai điểm cực trị A,B thỏa mãn $AOB=90°$ (với O là gốc tọa độ).

A. $m\in\{-2;0\}$. **B.** $m\in\{0\}$. **C.** $m\in\{-4\}$. **D.** $m\in\{-4;0\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=x^3+3x^2+m\Rightarrow y'=3x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$

Hai điểm cực trị là: $A(0;m)$, $B(-2;m+4)\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(0;m)$, $\overrightarrow{OB}=(-2;m+4)$.

Từ giả thiết, $AOB=90°\Rightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow 0.(-2)+m.(m+4)=0\Leftrightarrow m.(m+4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-4\end{array}\right.$.

Câu 26: **[2D1-2.9-3] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}(2m-4)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-3(2m-4)x=3x(x-2m+4)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m-4\end{array}\right.$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3 thì $\begin{cases}2m-4\neq 0\\2m-4<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\m<\frac{7}{2}\end{cases}$.

Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2;3]$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;3\}$.

Câu 27: **[2D1-2.9-3] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f(x)=ax^3+4x^2+bx+1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** -21. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$M(1;-5)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f(x)=ax^3+4x^2+bx+1$ nên

$\begin{cases}a.1^3+4.1^2+b.1+1=-5\\3.a.1^2+8.1+b=0\end{cases}$ hay $\begin{cases}a+b=-10\\3a+b=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-11\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^3+4x^2-11x+1\Rightarrow f(2)=3$.

Câu 28: **[2D1-2.9-3] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Biết m_0 là giá trị của tham số thực m

để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(-4;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x+m$.

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9-3m>0\Leftrightarrow m<3\,(*)$.

Theo định lý Viét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_1x_2=\dfrac{m}{3}\end{cases}$.

Theo bài $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=3\Leftrightarrow 4-m=3\Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn (*)).

Vậy $m\in(0;2)$.

Câu 29: **[2D1-2.9-3] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+3mx+2$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|=4$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=x^2+2mx+3m$

$y'=0\Leftrightarrow x^2+2mx+3m=0$ (*)

$\Delta'=m^2-3m$

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1,x_2\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2

$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow m^2-3m>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<0\\ m>3\end{array}\right.$ (1)

Ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-2m\\ x_1.x_2=3m\end{cases}$

$|x_1-x_2|=4\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16$

$\Leftrightarrow (-2m)^2-4.3m=16\Leftrightarrow 4m^2-12m-16=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-1\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện (1))

Vậy $S=\{-1;4\}$. Tổng các phần tử của S: $-1+4=3$.

Câu 30: **[2D1-2.9-3] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$. Giá trị biểu thức $T=a+2b$ là

A. $T=9$ **B.** $T=5$ **C.** $T=8$. **D.** $T=11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=2x^2-2mx-2\left(3m^2-1\right)$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2+12m^2-4>0 \Leftrightarrow |m|>\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Khi đó, ta có $x_1+x_2=m, x_1x_2=1-3m^2$.

$$x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1 \Rightarrow 1-3m^2+2m=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\ (l) \\ m=\frac{2}{3}\ (t/m) \end{array}\right. \Rightarrow a+2b=8.$$

Câu 31: **[2D1-2.9-3] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+2023$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $-4;3$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2-2x-m$. Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2x-m=0 \quad 1$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $-4;3$ thì phương trình 1 phải có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $-4;3$

Ta có: $1 \Leftrightarrow m=x^2-2x$.

Xét hàm số $g(x)=x^2-2x$ có $g'(x)=2x-2$. Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	-4		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	24	↘	-1	↗	3

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình 1 có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $-4;3$ khi $-1<m<3$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\ 0;1;2$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 32: **[2D1-2.9-3] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành thì phương trình $x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2=0\Leftrightarrow(x-2)\left(x^2-6x+m^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}x=2\\x^2-6x+m^2-1=0\end{array}\right.$$

Khi đó phương trình $x^2-6x+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=10-m^2>0\\4-12+m^2-1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{10}<m<\sqrt{10}\\m\neq\pm3\end{cases}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 33: **[2D1-2.9-3] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3-m$ và điểm $I\left(2;-2\right)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

A. $-\frac{2}{17}$ **B.** $\frac{20}{17}$ **C.** $\frac{14}{17}$ **D.** $\frac{4}{17}$

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right);y'=0\Leftrightarrow x=m+1;x=m-1$.

$A\left(m+1;-4m-2\right),B\left(m-1;-4m+2\right)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}=2R$

Suy ra tam giác IAB vuông ở I.

$\overrightarrow{IA}\left(m-1;-4m\right);\overrightarrow{IB}\left(m-3;-4m+4\right)\Rightarrow\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=\left(m-1\right)\left(m-3\right)+16m^2-16m=0\Leftrightarrow17m^2-20m+3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}m=1\\m=\frac{3}{17}\end{array}\right.$

Tổng các giá trị của m là $1+\frac{3}{17}=\frac{20}{17}$.

Câu 34: **[2D1-2.9-3] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ có hai cực trị tại x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|\le 2$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m\Rightarrow y'=3x^2-6(m+1)x+9$.

Hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $\Delta'=9(m+1)^2-27>0\Leftrightarrow 9m^2+18m-18>0\Leftrightarrow m^2+2m-2>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1-\sqrt{3} \\ m>-1+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

$|x_1-x_2|\le 2\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2\le 4\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 4$

$\Leftrightarrow 4(m+1)^2-4.3\le 4\Leftrightarrow m^2+2m-3\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} -3\le m<-1-\sqrt{3} \\ -1+\sqrt{3}<m\le 1 \end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị nguyên tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ có hai cực trị tại x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|\le 2$ là $-3,-2,1$.

Câu 35: **[2D1-2.9-3] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho đường cong $C_m: y=x^3-3(m-1)x^2-3(m+1)x+3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B sao cho O,A,B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3-3(m-1)x^2-3(m+1)x+3.$

$\Rightarrow y'=3x^2-6(m-1)x-3(m+1)$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Delta_{y'}>0\Leftrightarrow 36(m-1)^2-4.3.(-3m-3)>0\Leftrightarrow 36m^2-36m+72>0\Leftrightarrow 9(4m^2-4m+1)+63>0$

$\Leftrightarrow 9(2m-1)^2+63>0\ \forall m\in\mathbb{R}$

Gọi d là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A,B.

Ta có:

$$d:y=\frac{2}{3}\left(c-\frac{b^2}{3a}\right)x+d-\frac{bc}{9a}=\frac{2}{3}\left(-3m-3-\frac{9\ m-1^{\ 2}}{3.1}\right)x+3-\frac{-3\ m-1\ .\ -3m-3}{9.1}$$

$$d:y=2\ -m^2+m-2\ x+4-m^2$$

Để O,A,B thẳng hàng thì điểm O thuộc d. Từ đó ta có

$y_o=2\ -m^2+m-2\ x_o+4-m^2\Leftrightarrow 0=4-m^2\Rightarrow m=\pm 2$. Từ đó tập $S=\ 2;-2\ $. Tổng các phần tử S là 0.

Câu 36: **[2D1-2.9-3] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx-2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai cực trị cùng dấu. Số phần tử của S là

A. vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$y'=6x^2-6(m+1)x+6m$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó, hai cực trị của hàm số là $y(1)=3m-3=3(m-1)$

$y(m)=-m^3+3m^2-2=-(m-1)(m^2-2m-2)$

Hàm số có hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y(1).y(m)>0\Leftrightarrow -3(m-1)^2(m^2-2m-2)>0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\neq 1\\1-\sqrt{3}<m<1+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Mà m nguyên nên $m\in\{0;2\}$.

Câu 37: **[2D1-2.9-3] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx-2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai cực trị cùng dấu. Số phần tử của S là

A. vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$y'=6x^2-6(m+1)x+6m$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó, hai cực trị của hàm số là $y(1)=3m-3=3(m-1)$

$y(m) = -m^3 + 3m^2 - 2 = -(m-1)(m^2 - 2m - 2)$

Hàm số có hai cực trị cùng dấu

$\Leftrightarrow y(1).y(m) > 0 \Leftrightarrow -3(m-1)^2(m^2 - 2m - 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1-\sqrt{3} < m < 1+\sqrt{3} \end{cases}$.

Mà m nguyên nên $m \in \{0;2\}$.

Câu 1: **[2D1-2.10-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^4+(2m-1)x^2+1$. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng 1 cực trị?

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\le\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^4+(2m-1)x^2+1$ có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow a.b\ge 0\Leftrightarrow 2m-1\ge 0\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{2}$.

Câu 2: **[2D1-2.10-2] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Tìm m để hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+10$. Có 1 cực trị?

A. $\left[\begin{array}{l}-3\le m\le 0\\ m\ge 3\end{array}\right.$. **B.** $m<3$. **C.** $m>0$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Điều kiện để hàm số có 1 cực trị là $ab\ge 0$ và a, b không đồng thời bằng 0.

$\Leftrightarrow m(m^2-9)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le m\le 0\\ m\ge 3\end{array}\right.$.

Câu 3: **[2D1-2.10-2] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+(m+2)x$ có ba điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y'=-4x^3+12x+m+2$

$y'=0\Leftrightarrow -4x^3+12x+m+2=0\Leftrightarrow m=4x^3-12x-2$

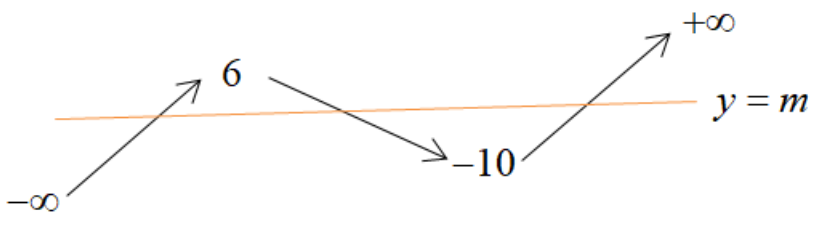
Đặt $f(x)=4x^3-12x-2$

$f'(x)=12x^2-12$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-12=0\Leftrightarrow x=\pm 1.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-10	$\nearrow$	$+\infty$



Để hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow -10<m<6,\ m\in Z\Rightarrow m=\{-9;-8;-7...4;5\}$

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m

Câu 4: **[2D1-2.10-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị

A. $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$.

C. $m\in(=1;0)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có ba điểm cực trị khi:

$$-(m+1).m<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>0\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty).$$

Câu 5: **[2D1-2.10-2] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^3-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 33. **B.** 31. **C.** 30. **D.** 32.

Lời giải

$y'=x^3-6x^2-m$

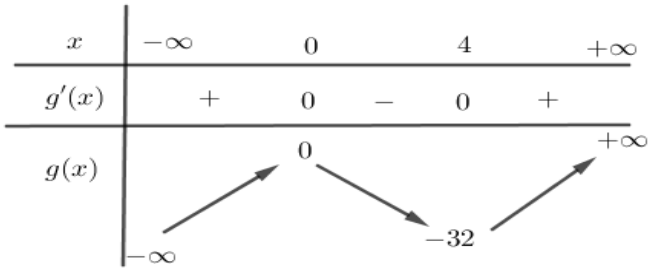
Để hàm số có ba điểm cực trị thì $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

Hay phương trình $m=x^3-6x^2=g(x)$ có 3 nghiệm phân biệt.

$g'(x)=3x^2-12x$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow -32 < m < 0$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-31; -30; ...; -1\}$

Vậy có 31 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 6: **[2D1-2.10-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Hàm số $f(x) = mx^4 - (m+2)x^2 + 2023$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m < -2 \vee m > 0$. **B.** $m > -2$. **C.** $m < 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) = 4mx^3 - 2(m+2)x = 2x\left[2mx^2 - m - 2\right]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 - m - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 2 \end{array}\right.$

Hàm số $f(x)$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi

$\left\{\begin{array}{l} m \neq 0 \\ \dfrac{m+2}{2m} > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \dfrac{m+2}{2m} > 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 0$.

Câu 7: **[2D1-2.10-2] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $y' = 4x^3 - 12x^2 + (4-m)$

+) Hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 4x^3 - 12x^2 + (4-m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

+) Xét phương trình: $4x^3 - 12x^2 = m - 4$.

$h(x) = 4x^3 - 12x^2 \Rightarrow h'(x) = 12x^2 - 24x$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = -16 \end{array}\right.$

+) Vậy $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $-16 < m - 4 < 0 \Leftrightarrow -12 < m < 4$

Do m nguyên nên có 15 giá trị m.

Câu 1: [2D1-2.10-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+mx$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-4x^3+12x+m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+12x+m=0 \quad (1)$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow m=4x^3-12x$.

Xét hàm số $g(x)=4x^3-12x$ có $g'(x)=12x^2-12$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-12=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	8	↘	-8	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-8<m<8$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-7,-6,-5,...,5,6,7\}$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 2: [2D1-2.10-3] **(Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-3x^2+\frac{3}{2}mx$ có ba điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=2x^3-6x+\frac{3}{2}m$.

Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 2x^3-6x+\frac{3}{2}m=0\ (1)$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình 1 phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $1\Leftrightarrow \frac{3}{2}m=-2x^3+6x\Leftrightarrow 3m=-4x^3+12x$.

Xét hàm số $g\ x\ =-4x^3+12x$

Ta có $g'\ x\ =-12x^2+12$

$g'\ x\ =0\Leftrightarrow -12x^2+12=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên của $g\ x$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗	8	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình 1 có 3 nghiệm phân biệt khi $-8<3m<8$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\ -2;-1;0;1;2\ $. Vậy có 5 giá trị m thoả mãn.

Câu 3: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

◎ Trường hợp 1: $m=0\ \Rightarrow y=-1$ nên hàm số không có cực trị.

Nên $m=0$ (loại).

◎ Trường hợp 2: $m\neq 0\Rightarrow m^2>0$.

Hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị

$\Leftrightarrow -m^2\left(m^2-2023m\right)\geq 0\Leftrightarrow m^2-2023m\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2023$.

Vì $m\neq 0\Rightarrow 0<m\leq 2023$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2023 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 4: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^4+4mx^3+3\left(m+1\right)x^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3+12mx^2+6\left(m+1\right)x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\g\left(x\right)=2x^2+6mx+3\left(m+1\right)=0\end{array}\right.\quad(*)$$

Để hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình $(*)$ phải thỏa mãn một trong hai trường hợp

◎ Trường hợp 1: xảy ra khi $\Delta'\leq 0\Leftrightarrow 3m^2-2m-2\leq 0\Leftrightarrow\dfrac{1-\sqrt{7}}{3}\leq m\leq\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}$ (a).

◎ Trường hợp 2: xảy ra khi $\begin{cases}\Delta'>0\\ g(0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<\dfrac{1-\sqrt{7}}{3}\\ m>\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}\end{array}\right.\\ 3(m+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$ (b).

Từ (a) và (b) ta có $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có ba giá trị nguyên của tham số m thì hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại.

Câu 5: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $m\in(-9;9)$ để hàm số có 3 điểm cực trị?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

$y'=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m\ (*)\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 hay $m>0$.

Mà $m\in(-9;9)\Rightarrow m\in\{1,2,3...,7,8\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 6: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2x^3-12x^2-2mx+3$ có ba điểm cực trị?

A. 29. **B.** 27. **C.** 28. **D.** 26.

Lời giải

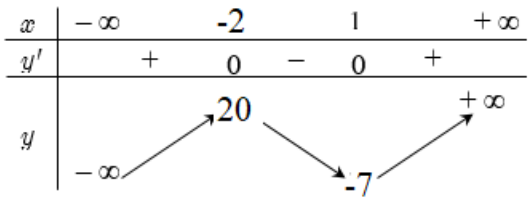
Chọn D

Ta có $y'=4x^3+6x^2-24x-2m=0\Leftrightarrow m=2x^3+3x^2-12x$ (1).

Xét hàm số $g(x)=2x^3+3x^2-12x$

$g'(x)=6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $g(x)$



Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-7<m<20$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-6,-5,-4,...,17,18,19\}$.

Vậy có 26 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 7: **[2D1-2.10-3] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4+(m^2-16)x^2-10$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $y'=4(m+1)x^3+2(m^2-16)x=2x\left(2(m+1)x^2+m^2-16\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2(m+1)x^2+m^2-16=0\end{array}\right.$$

Để hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu khi và chỉ khi $a=m+1>0$ và $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Vậy có $\begin{cases}m+1>0\\(m+1)(m^2-16)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1>0\\m^2-16<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\-4<m<4\end{cases}\Leftrightarrow -1<m<4$.

Do m là số nguyên nên có $m\in\{0,1,2,3\}$. Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 8: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-2(m-2)x^2+m^2-1$ có đúng một điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m=0$

Khi này: $y=4x^2-1$ là hàm Parabol nên có một cực trị.

Trường hợp 2: $m\neq 0$

Để hàm số có một cực trị, ta có $-2(m-2)m\geq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2$

Kết hợp điều kiện, ta được $0<m\leq 2$

Từ 2 trường hợp, vậy có 3 giá trị nguyên của m thì hàm số có một điểm cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số

$m\in(0;2023)$ để hàm số $y=-x^4+6x^2+mx$ có một điểm cực trị?

A. 2013. **B.** 2015. **C.** 2014. **D.** 2012.

Lời giải

Ta có: $y'=-4x^3+12x+m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+12x+m=0$ (1).

Để hàm số có một điểm cực trị thì phương trình (1) phải có một nghiệm đơn hoặc một nghiệm đơn và một nghiệm kép.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow m=4x^3-12x$.

Xét hàm số $g(x)=4x^3-12x$ có $g'(x)=12x^2-12$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-12=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	8	↘	-8	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có một nghiệm đơn hoặc một nghiệm đơn và một nghiệm kép khi $m\in(-\infty;-8]\cup[8;+\infty)$. Do $m\in(0;2023)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{8,9,10,...,2022\}$

Vậy có 2015 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 10: **[2D1-2.10-3] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+(m^2-4)x^2+1-m$ có một điểm cực trị

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $[-2;2]$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3+2(m^2-4)x=2x(x^2+m^2-4)$

Hàm số đã cho là hàm số trùng phương nên có đúng một điểm cực trị khi $y'=0$ có một nghiệm

Hay $2x(x^2+m^2-4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-m^2+4\end{array}\right.$ có đúng một nghiệm

$\Leftrightarrow -m^2+4\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -2\\m\ge 2\end{array}\right.$.

Chú ý:

+ Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $\begin{cases}ab\ge 0\\ a^2+b^2>0\end{cases}$. (1)

Đặc biệt: Hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\ (a\ne 0)$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $ab\ge 0$.

+ Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0$. (2)

Câu 11: **[2D1-2.10-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ có một điểm cực trị khi

A. $0\le m\le 1$. **B.** $m\le 0\vee m\ge 1$. **C.** $m=0$. **D.** $m<0\vee m>1$.

Lời giải

Trường hợp 1: $m=0$ thì hàm số đã cho trở thành $y=-x^2+1$. Hàm số này có 1 cực trị là cực đại $\Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m\ne 0$ thì hàm số đã cho trở thành $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$

Ta có $y'=4mx^3+2(m-1)x=2x(2mx^2+m-1)$

; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\ 2mx^2+m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\dfrac{1-m}{2m}\ (*)\end{array}\right.$

YCBT $\Leftrightarrow$ y' đổi dấu một lần $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x=0$.

$\Leftrightarrow\dfrac{1-m}{2m}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m<0\end{array}\right.$

Kết hợp hai trường hợp ta được $0\le m\vee m\ge 1$.

Giải nhanh: Với a khác 0 thì hàm số đã cho có 1 cực trị $\Leftrightarrow ab\ge 0\Rightarrow m(m-1)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.$.

Câu 12: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=x^4+x^3-3x^2-mx+m^2+2023$ có một điểm cực trị và là điểm cực tiểu?

A. 19. **B.** 17. **C.** 37. **D.** 35.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3+3x^2-6x-m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 4x^3+3x^2-6x-m=0(1)$.

Để hàm số chỉ có một điểm cực trị thì phương trình (1) phải có một nghiệm bội lẻ.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow 4x^3+3x^2-6x=m$

Xét hàm số có $g'(x)=12x^2+6x-6$ cho $g'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2+6x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	5 $y=m$	↘	$\frac{-7}{4}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) chỉ có một nghiệm bội lẻ khi $\left[\begin{array}{l} m \ge 5 \\ m \le \frac{-7}{4} \end{array}\right.$

Do $\begin{cases} m \in Z \\ m \in [-20;20] \end{cases} \Rightarrow m \in \{-20,-19,....,-3,-2,5,6,....,19,20\}$

Vậy có 35 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 13: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^4-2x^3+(m+1)x-2$ có ba điểm cực trị.

A. $-1<m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $-1<m\le 0$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=4x^3-6x^2+m+1$.

Hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow m=-4x^3+6x^2-1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Đặt $g(x)=-4x^3+6x^2-1$, khi đó $g'(x)=-12x^2+12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra để hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị khi $-1<m<1$.

Câu 14: **[2D1-2.10-3] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^2-2mx+2$ có 3 điểm cực trị.

A. 4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^4-6x^2-2mx+2\ (1)$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=4x^3-12x-2m$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4x^3-12x-2m=0\Leftrightarrow m=2x^3-6x$.

Hàm số (1) có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $g(x)=2x^3-6x$ tại 3 điểm phân biệt.

Xét hàm số $g(x)=2x^3-6x$ có BBT:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

$y=m$

Từ BBT của hàm số $g(x)$ ta có $m\in(-4;4)$ thỏa mãn.

Mà $m\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$. Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 15: [2D1-2.10-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-2022$ có đúng một cực trị?

A. Vô số **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 1.

Lời giải

Trường hợp 1: $m=0\Rightarrow y=-2022$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $m\neq 0\Rightarrow m^2>0$.

Hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-2022$ có đúng một cực trị $\Leftrightarrow -m^2.\left(m^2-2023m\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2-2023m\leq 0$

$\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2023$.

Vì $m\neq 0\Rightarrow 0<m\leq 2023$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2023 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-2022$ có đúng một cực trị.

Sai lầm thường gặp thứ nhất:

$y' = 4m^2x^3 - 2\left(m^2 - 2023m\right)x = 2x\left[2m^2x^2 - \left(m^2 - 2023m\right)\right].$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2m^2x^2 = m\left(m - 2023\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m - 2023}{2m} \quad (1) \end{array}\right.$.

Sai lầm thường gặp học sinh: không kiểm tra trường hợp $m = 0$, không xét trường hợp phương trình (1) vô nghiệm.

Hàm số có đúng một cực trị khi phương trình (1) có nghiệm $x = 0$

$\Leftrightarrow m - 2023 = 0 \Leftrightarrow m = 2023$.

Nên học sinh sẽ chọn phương án **D**.

Sai lầm thường gặp thứ hai:

$y' = 4m^2x^3 - 2\left(m^2 - 2023m\right)x = 2x\left[2m^2x^2 - \left(m^2 - 2023m\right)\right].$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2m^2x^2 = m\left(m - 2023\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m - 2023}{2m} \quad (1) \end{array}\right.$.

Sai lầm thường gặp học sinh: không kiểm tra trường hợp $m = 0$, không xét trường hợp phương trình (1) có nghiệm $x = 0$.

Hàm số có đúng một cực trị khi phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{m - 2023}{2m} < 0$

$\Leftrightarrow 0 < m < 2023$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2022 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Nên học sinh sẽ chọn phương án **B**.

Sai lầm thứ ba:

Nhớ nhầm điều kiện hàm trùng phương có đúng 1 điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b > 0$ khi đó ta có $-m^2.\left(m^2 - 2023m\right) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2023m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2023$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2022 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nên học sinh sẽ chọn phương án **B**.

Sai lầm thường gặp thứ tư: Nhớ nhầm điều kiện hàm trùng phương có đúng 1 điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b < 0$ khi đó ta có $-m^2.\left(m^2 - 2023m\right) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 2023m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 2023 \end{array}\right.$.

Kết luận có vô số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nên học sinh sẽ chọn phương án **A**.

Câu 16: **[2D1-2.10-3] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 12x^2 - mx$ có 3 điểm cực trị?

A. 43. **B.** 44. **C.** 46. **D.** 45.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-24x-m$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow 4x^3-24x=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số: $f(x)=4x^3-24x \Rightarrow f'(x)=12x^2-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$16\sqrt{2}$	↘	$-16\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

Khi đó $4x^3-24x=m$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -16\sqrt{2}<m<16\sqrt{2} \xrightarrow{m\in Z} m\in\{-22;-21;....22\}$

Vậy có 45 gí trị của m.

Câu 17: **[2D1-2.10-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=2022mx^4+2023\left(m^2-25\right)x^2+2024$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu là:

A. -10. **B.** 0. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu là

$$\begin{cases} a>0 \\ a.b<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-25<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -5<m<5 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<5.$$

Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{1;2;3;4\} \Rightarrow 1+2+3+4=10$.

Câu 18: **[2D1-2.10-3] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-4\right)x^2+2$ có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Nếu $m=0$ thì $y=-4x^2+2$. Đây là hàm số bậc hai có hệ số $a<0$ nên nó có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu. Vậy $m=0$ thỏa đề.
- Nếu $m\neq 0$ thì

$y'=4mx^3+2\left(m^2-4\right)x=2x\left(2mx^2+m^2-4\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{4-m^2}{2m}\end{array}\right.$$

Do đó, để hàm số đã cho có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì

$$\begin{cases}m<0\\\dfrac{4-m^2}{2m}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\4-m^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<0$$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1\}$.

Kết hợp có 2 trường hợp ta có $m\in\{-2;-1;0\}$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 19: **[2D1-2.10-3] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023) Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số m để hàm số $y=\left(m^2-2023\right)x^4-mx^2-2$ có đúng một điểm cực đại?**

A. 2023 **B.** 2024 **C.** 4046 **D.** 4048

Lời giải

Chọn B

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m^2-2023\neq 0$.

Để hàm số có đúng một điểm cực đại xảy rah ai trường hợp

TH1:

$$\begin{cases}a<0\\a.b\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2023<0\\\left(m^2-2023\right).(-m)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2023<0\\m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<\sqrt{2023}.$$

TH2:

$$\begin{cases}a>0\\a.b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2023>0\\\left(m^2-2023\right).(-m)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2023>0\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow m>\sqrt{2023}.$$

Vậy $m\in\{0;1;2;.....;44\}, m\in\{45;46;....;2023\}$

Câu 1: **[2D1-2.10-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-6x^3+mx+5$ có ba điểm cực trị?

A. 17 **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=12x^3-18x^2+m$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 12x^3-18x^2+m=0 \quad (1)$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow m=-12x^3+18x^2$.

Xét hàm số $g(x)=-12x^3+18x^2$ có $g'(x)=-36x^2+36x$.

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow -36x^2+36x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $0<m<6$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1,2,3,4,5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 1: **[2D1-2.11-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+2022$ có đúng một điểm cực đại.

A. $\begin{cases} m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $m\le 0$. **D.** $0\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m=0$. Khi đó hám số suy biến thành hàm bậc hai có dạng $y=-x^2+2022$ là một parabol có bề lõm quay xuống nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị và là điểm cực đại. Suy ra $m=0$ (thỏa mãn)

TH2: $m\neq 0$. Khi đó hàm số đã cho là hàm bậc bốn trùng phương.

Ta có nhận xét sau về hàm bậc bốn trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0$.

Hàm số có một điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b\le 0$.

Do đó ta có hai khả năng cho **TH2**:

❶ **KN1**: Đồ thị hàm số có một điểm cực trị và đó là điểm cực đại thì

$$\begin{cases} a<0 \\ a.b\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a<0 \\ b\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ m-1\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ m\le 1 \end{cases}\Leftrightarrow m<0.$$

❷ **KN2**: Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại thì

$$\begin{cases} a>0 \\ a.b<0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m>0 \\ m-1<0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m>0 \\ m<1 \end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1.$$

Vậy kết hợp các trường hợp trên ta được $m<1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2D1-2.11-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^4-2ax^2+b$ có một điểm cực trị $(1;2)$. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của độ thị đã cho.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2 **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có: $y'=4x^3-4ax$, xét $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ x^2=a \end{cases}$

Vì đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $(1;2)$ nên $a=1$

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ thế vào phương trình $y=x^4-2ax^2+b$ ta có $\begin{cases} x=0\Rightarrow y=b \\ x=1\Rightarrow y=b-1 \\ x=-1\Rightarrow y=b-1 \end{cases}$

Mà $(1;2)$ là một điểm cực trị nên $b-1=2\Rightarrow b=3$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ có điểm CĐ A(0;3) và hai điểm CT $B(1;2);C(-1;2)$

Khoảng cách giữa điểm CĐ và điểm CT của đồ thị hàm số đã cho là $AB=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

Câu 3: **[2D1-2.11-3] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Xét $y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó toạ độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m^4-m\right),B\left(\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right),C\left(-\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right)$.

Ta có $A\in Oy$. Để $B,C\in Ox$ thì $2m^4-m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\2m^3-m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Do $m>0$ nên ta được $m=1$.

Câu 4: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le 1$.

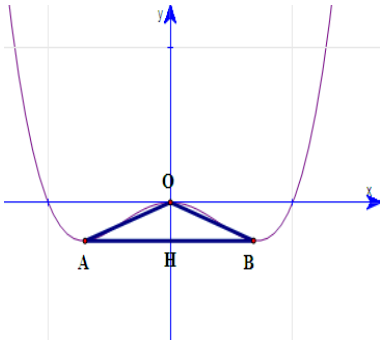
Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Để hàm số có ba cực trị khi phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó phương trình $y'=0$ có ba nghiệm $x=0,x=\pm\sqrt{m}\Rightarrow$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $O(0;0),A\left(-\sqrt{m};-m^2\right),B\left(\sqrt{m};-m^2\right)$.



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow H\left(0;-m^2\right)$.

Ta có tam giác OAB cân tại O và có $OH=\left|-m^2\right|=m^2,\ AB=2\sqrt{m}$.

Suy ra $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}.OH.AB=\frac{1}{2}.m^2.2\sqrt{m}=m^2\sqrt{m}$.

Theo yêu cầu bài toán $S_{\Delta OAB}<1\Leftrightarrow m^2\sqrt{m}<1\Rightarrow 0<m<1$.

Câu 5: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m=0\Rightarrow y=-1$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m=0$ **(loại)**.

Trường hợp 2: $m\neq 0\Rightarrow m^2>0$.

Hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2023m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị

$\Leftrightarrow -m^2.\left(m^2-2023m\right)\geq 0\Leftrightarrow m^2-2023m\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2023$.

Vì $m\neq 0\Rightarrow 0<m\leq 2023$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2023 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 6: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $m\in(-2023;2023)$ để hàm số có 3 cực trị.

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 4046.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\ (*)\end{array}\right.$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x\neq 0\Leftrightarrow m>0$.

Vậy các giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán là: 2022 giá trị.

Câu 7: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^2+3mx$ có ba điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 12x + 3m$.

Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x + 3m = 0$ (1).

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $(1) \Leftrightarrow 3m = -4x^3 + 12x$.

Xét hàm số $g(x) = -4x^3 + 12x$

Ta có $g'(x) = -12x^2 + 12$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 + 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗	8	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi:

$-8 < 3m < 8 \Leftrightarrow \dfrac{-8}{3} < m < \dfrac{8}{3}$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu 8: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ sao cho hàm số $y = x^4 + (m+2)x^2 + 4$ có 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 + 2(m+2)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 4x^2 + 2(m+2) = 0 \end{array}\right.$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $4x^2 + 2(m+2) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow 4x^2 = -2(m+2) > 0 \Leftrightarrow m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$, $m \in (-10;10)$ nên $m \in \{-9;-8;...;-3\}$. Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 9: **[2D1-2.11-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4mx^2 + 5m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của tam giác cân.

A. $m \geq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 8mx$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x\ x^2 - 2m\ = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x^2 = 2m \quad 1 \end{bmatrix}$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi 1 có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương luôn tạo thành ba đỉnh của một tam giác cân với đỉnh nằm trên trục tung.

Câu 10: **[2D1-2.11-3] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^4 - 6x^2 + \left(m^2 + 1\right)x$ có ba điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^4 - 6x^2 + \left(m^2 + 1\right)x$.

Ta có $y' = 4x^3 - 12x + m^2 + 1$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình $y'(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt. $\Leftrightarrow 4x^3 - 12x + 1 = -m^2$ có 3 nghiệm phân biệt, $x \in \mathbb{R}$. (1)

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 12x + 1$ có $f'(x) = 12x^2 - 12$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -1 \\ x = 1 \end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	9	↘	-7	↗	$+\infty$

Để thỏa mãn phương trình (1) thì $-7 < -m^2 < 9$.

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 11: **[2D1-2.11-3] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Số giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để hàm số $y = mx^4 + \left(m - 3\right)x^2 + m^2$ không có điểm cực tiểu là

A. 8. **B.** vô số. **C.** 0. **D.** 7.

Lời giải

TH1: $m = 0$ thì $y = -3x^2$ hàm số không có điểm cực tiểu. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$ thì hàm số đã cho là hàm bậc 4 trùng phương.

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m-3)x = 2x(2mx^2 + m - 3)$.

Hàm số không có điểm cực tiểu thì $m < 0$ và $y' = 0$ có 1 nghiệm.

Ta có $y' = 0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow 2mx^2 + m - 3 = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3-m}{2m} \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m \ge 3 \end{array}\right.$

Do m nguyên dương nhỏ hơn 10 $\Rightarrow m \in \{3;4;5;6;7;8;9\}$. Kết hợp TH1: Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn.

Câu 12: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A)** [2D1-2.11-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + |m + 2005|$ có một điểm cực đại

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$

$y = -25x^2 + 2005$ (TM)

TH2: $m \ne 0$

- Để hàm số có đúng một điểm cực đại

$\begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 25 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 \le 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -5 \le m \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \le m < 0$

- Để hàm số có có 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại

$\begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 25 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 < 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -5 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 5$

$\Rightarrow m = \{-5;-;4;...;4\} \rightarrow$ 10 số giá trị

Câu 13: **[2D1-2.11-3] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị A,B,C thỏa mãn diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 2023?

A. 21. **B.** 2023. **C.** 44. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó $A(0;2), B\left(\sqrt{m};2-m^2\right), C\left(-\sqrt{m};2-m^2\right)$.

$\overrightarrow{AB}\left(\sqrt{m};-m^2\right), \overrightarrow{AC}\left(-\sqrt{m};-m^2\right)\Rightarrow S=m^2\sqrt{m}<2023\Leftrightarrow\left(\sqrt{m}\right)^5<2023\Leftrightarrow\sqrt{m}<4,6$

$\Rightarrow m<21,16\Rightarrow m\in\{1;2;3;....;21\}$.

Câu 14: **[2D1-2.11-3] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị A,B,C thỏa mãn diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 2023?

A. 21. **B.** 2023. **C.** 44. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó $A(0;2), B\left(\sqrt{m};2-m^2\right), C\left(-\sqrt{m};2-m^2\right)$.

$\overrightarrow{AB}\left(\sqrt{m};-m^2\right), \overrightarrow{AC}\left(-\sqrt{m};-m^2\right)\Rightarrow S=m^2\sqrt{m}<2023\Leftrightarrow\left(\sqrt{m}\right)^5<2023\Leftrightarrow\sqrt{m}<4,6$

$\Rightarrow m<21,16\Rightarrow m\in\{1;2;3;....;21\}$.

Câu 15: **[2D1-2.11-3] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-\left(m-3\right)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

Lời giải

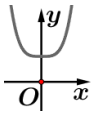
Chọn A

- Nếu $m=0$ thì $y=3x^2$. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu $x=0$. Do đó $m=0$ thỏa mãn.
- Nếu $m\neq 0$ thì hàm số đã cho là hàm bậc bốn trùng phương.

✓ Nếu $m\left(3-m\right)<0$ thì hàm số có 3 điểm cực trị. Khi đó hàm số có điểm cực đại (không

thỏa mãn yêu cầu đề bài).

✓ Nếu $m\ 3-m\ \geq 0 \Leftrightarrow 0<m\leq 3$ thì hàm số có 1 điểm cực trị và đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ dưới đây



Khi đó hàm số không có điểm cực đại (thỏa mãn yêu cầu đề bài).

Vậy có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn là 0; 1; 2; 3.

Câu 16: **[2D1-2.11-3] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^4-2(m-2)x^2+3-m$ với m là tham số. Khi $m=m_0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2;5)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-5;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4(m-2)x=4x\left(x^2-m+2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m-2 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>2$.

Tọa độ ba điểm cực trị là $A(0;3-m), B\left(\sqrt{m-2};-m^2+3m-1\right), C\left(-\sqrt{m-2};-m^2+3m-1\right)$.

Do tam giác ABC cân tại A và B,C đối xứng qua Oy nên O là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow(m-2)\left(m^3-5m^2+7m-3\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Vậy nghiệm $m=3\in(2;5)$.

Câu 1: **[2D1-2.11-4] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Giả sử đồ thị hàm số $y=\left(m^2+1\right)x^4-2mx^2+m^2+1$ có 3 điểm cực trị là A,B,C mà $x_A<x_B<x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

$y=\left(m^2+1\right)x^4-2mx^2+m^2+1\Rightarrow y'=4\left(m^2+1\right)x^3-4mx$

$y'=0\Leftrightarrow 4\left(m^2+1\right)x^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{m}{m^2+1}\end{array}\right.$

Để hàm số có 3 điểm cực trị điều kiện là: $m>0$.

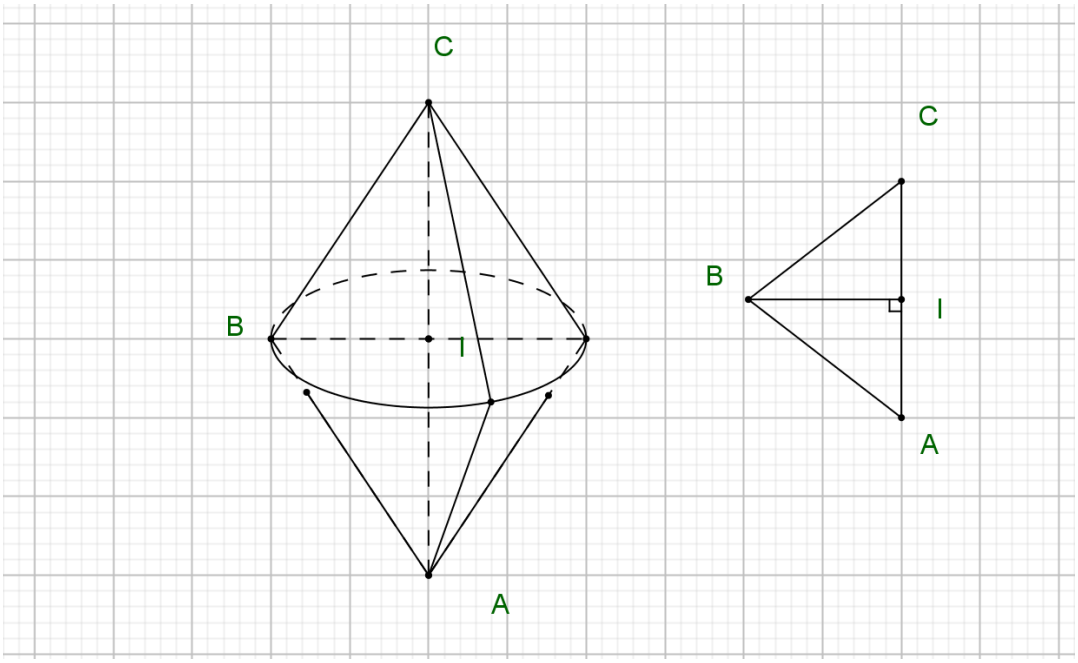
Gọi $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ là nghiệm của phương trình $x^2-\dfrac{m}{m^2+1}=0$.

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$A\left(x_1;-mx_1^{\,2}+m^2+1\right),B\left(0;m^2+1\right),C\left(x_2;-mx_2^{\,2}+m^2+1\right)$

Khi tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay

Gọi I là trung điểm của AC.



Khối tròn xoay gồm 2 khối nón đối xứng nhau qua mặt đáy của nón

Thể tích khối tròn xoay $V=2V_{non}=\dfrac{2}{3}\pi\left(IB\right)^2.IC$.

Ta có $IC=\dfrac{AC}{2}=\sqrt{\dfrac{m}{m^2+1}},IB^2=\left(mx_2^2\right)^2=m^2.\left(\dfrac{m}{m^2+1}\right)^2$.

$$V = 2V_{non} = \frac{2}{3}\pi m^2.\frac{m^2}{\left(m^2+1\right)^2}\sqrt{\frac{m}{m^2+1}} = \frac{2}{3}\pi\sqrt{\frac{m^9}{\left(m^2+1\right)^5}}$$

+ Xét hàm số $f(m) = \frac{m^9}{\left(m^2+1\right)^5}$

Có: $f'(m) = \frac{m^8\left(9-m^2\right)}{\left(m^2+1\right)^6}$; $f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = 3(m>0)$

Ta có BBT:

m	0		3		$+\infty$
$f'(m)$		$+$	0	$-$	
$f(m)$	0	↗	$\frac{3^9}{10^5}$	↘	0

Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-2.14-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$ với $m\in[-4;4]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $g(x)=x^3-3x^2\Rightarrow g'(x)=3x^2-6x\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biên thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng số điểm cực trị cộng với số nghiệm bội lẻ nên để hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị thì: $m\le-4\vee m\ge0$

Do $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m\in[-4;4]\end{cases}\Rightarrow m\in\{-4;0;1;2;3;4\}$.

Câu 2: **[2D1-2.14-3] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Hàm số $f(x)=\left|\dfrac{x}{x^2+1}-m\right|$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x}{x^2+1}-m$, TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

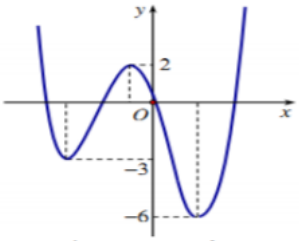
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↘		↗		↘	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=g(x)$ luôn có hai điểm cực trị.

Xét phương trình $g(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{x^2+1}-m=0 \Leftrightarrow mx^2-x+m=0$, phương trình này có nhiều nhất hai nghiệm.

Vậy hàm số $f(x)$ có nhiều nhất bốn điểm cực trị.

Câu 3: **[2D1-2.14-3] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 7 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng



A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=f(x+1)+m$.

Vì hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị do đó hàm số $g(x)=f(x+1)+m$ có 3 điểm cực trị.

Để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x+1)=-m$ phải có 4 nghiệm đơn phân biệt hay $-3<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<3$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\{1,2\}$.

Câu 4: **[2D1-2.14-3] 4. [Mức độ 3]** Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4+4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị.

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 26.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+m$

Ta có $f'(x)=12x^3+12x^2-24x$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^3+12x^2-24x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=1\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-32$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị, để hàm $y=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}m>0\\m-5<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<5$

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2;3;4\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 5: **[2D1-2.14-3] 5. [Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 2$. **B.** $2<m<\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}<m<2$. **D.** $-\frac{5}{4}<m<2$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$,

Ta có $f'(x)=3x^2-2(2m-1)x+2-m$.

Hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Tức phương trình $3x^2-2(2m-1)x+(2-m)=0$ có hai nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2-m-5>0\\\frac{2-m}{3}>0\\\frac{2}{3}(2m-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>\frac{5}{4}\\m<-1\end{array}\right.\\m<2\\m>\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{4}<m<2.$$

Vậy điều kiện của m là: $\frac{5}{4} < m < 2$.

Câu 6: **[2D1-2.14-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	1	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $g(x) = |3f(x) - 2m|$ có đúng 5 cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

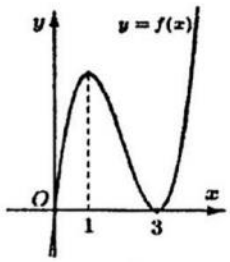
Lời giải

Chọn B

Ta có $h(x) = 3f(x) - 2m \Rightarrow h'(x) = 3f'(x)$. Do đó số điểm cực trị của hàm số $y = h(x)$ cũng là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$. Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = h(x)$ có 2 cực trị. Để hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 cực trị thì phương trình $h(x) = 3f(x) - 2m = 0$ có 3 nghiệm. Ta có $f(x) = \frac{2m}{3}$. Từ bảng biến thiên suy ra

$-4 \le \frac{2m}{3} \le 1 \Leftrightarrow -6 \le m \le \frac{3}{2} \xrightarrow{m \in [-10;10], m \in \mathbb{Z}} m \in \{-6;-5;...;0;1\}$. **Chọn B**

Câu 7: **[2D1-2.14-3] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

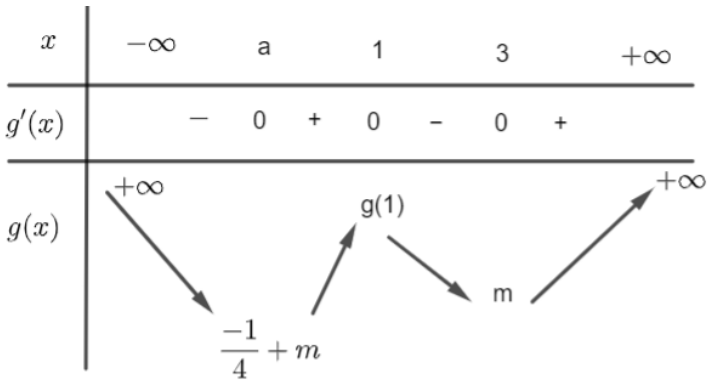
Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f^2(x) + f(x) + m$.

Ta có $g'(x) = 2f(x).f'(x) + f'(x) = f'(x).[2f(x) + 1]$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{-1}{2} \\ f'(x)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f^2(x)+f(x)+m$ là



Để hàm số $h(x)=|g(x)|$ có 3 điểm cực trị thì $\dfrac{-1}{4}+m\geq 0\Leftrightarrow m\geq\dfrac{1}{4}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-20;20)$ nên có 19 giá trị m thỏa mãn.

.

Câu 8: **[2D1-2.14-3] [2D1-2.15-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|x^4-4x^3-8x^2-m|$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 127. **B.** 124. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^4-4x^3-8x^2-m$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$$f'(x)=4x^3-12x^2-16x=4x(x^2-3x-4);\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của $y=f(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-3-m$	$\nearrow$	$-m$	$\searrow$	$-128-m$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy hàm số $y=f(x)$ luôn có 3 điểm cực trị với mọi giá trị của m. Do đó hàm số $y=|f(x)|$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm đơn (hoặc bội lẻ), tức là $-3-m<0<-m\Leftrightarrow -3<m<0$.

Vì m nguyên nên $m\in\{-2;-1\}$.

Câu 9: **[2D1-2.14-3] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-m\right|$ đạt số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

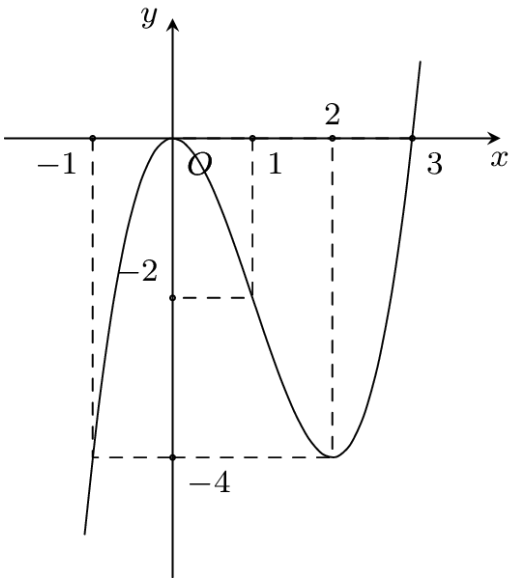
Chọn B

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-m$. Do: $SDCT\left\{\left|f(x)\right|\right\}=SDCT\left\{f(x)\right\}+SNBL\left\{f(x)\right\}$

Mà $f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Để hàm số $\left|f(x)\right|$ có nhiều điểm cực trị nhất thì phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Khảo sát hàm số $f(x)$ ta vẽ được được hình ảnh đồ thị hàm số như sau:



Nên phương trình $f(x)=0$ có nhiều nghiệm bội lẻ nhất khi: $-4<m<0$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số có nhiều điểm cực trị nhất.

Câu 10: **[2D1-2.14-3] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+(m^2-16)x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $g(x)=f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)$ phải có hai điểm cực trị dương.

Ta có $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+(m^2-16)x+2023\Rightarrow f'(x)=x^2-2(m-1)x+m^2-16$.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị dương khi và chỉ phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ x_1+x_2>0\\ x_1x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2-(m^2-16)>0\\ 2(m-1)>0\\ m^2-16>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<8\\ m>1\\ m>4\vee m<-4\end{cases}\Leftrightarrow 4<m<8$.

Câu 1: **[2D1-2.14-4] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x+2)$ với mọi x. Số các giá trị nguyên m sao cho hàm số $y=f\left(\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|\right)$ có 11 điểm cực trị là

A. 23. **B.** 27. **C.** 24. **D.** 26.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y=f\left(\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|\right)\Rightarrow y'=\frac{\left(2x^3+3x^2-12x-m\right)\left(6x^2+6x-12\right)}{\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|}.f'\left(\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|\right)$$

$$f'(x)=(x-1)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6x^2+6x-12=0\\\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|=1\end{array}\right.$ và y' không xác định $2x^3+3x^2-12x-m=0$.

$$6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Theo yêu cầu bài toán thì phương trình $2x^3+3x^2-12x-m=0$ và $\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|=1$ phải có 9 nghiệm phân biệt.

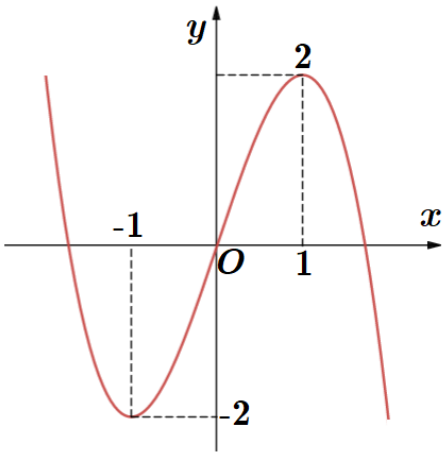
Khảo sát hàm số $y=2x^3+3x^2-12x$ ta có được bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↗	20	↘	-7	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: $\left[\begin{array}{l}2x^3+3x^2-12x=m\\2x^3+3x^2-12x=m+1\\2x^3+3x^2-12x=m-1\end{array}\right.$ có 9 nghiệm: $\left\{\begin{array}{l}m+1<20\\m-1>-7\end{array}\right.\Leftrightarrow -6<m<19$

Vậy có 24 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 2: **[2D1-2.14-4] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao giá trị nguyên của tham số $m\in[0;2023]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mf(x)+100}{f(x)+m}\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 1974. **B.** 1923. **C.** 1973. **D.** 2013

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{mf(x)+100}{f(x)+m}$

Ta có $g'(x)=\dfrac{m^2-100}{\left[f(x)+m\right]^2}f'(x)$

Với $m=\pm 10$ thì hàm số $g(x)$ là hàm hằng nên $y=\left|g(x)\right|$ là hàm hằng nên loại $m=\pm 10$.

Với $m\neq\pm 10$, ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Do đó $g(x)$ có hai điểm cực trị. Nên để hàm số $y=\left|g(x)\right|$ có đúng 5 điểm cực trị thì phương trình $g(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow mf(x)+10=0$ có ba nghiệm phân biệt.

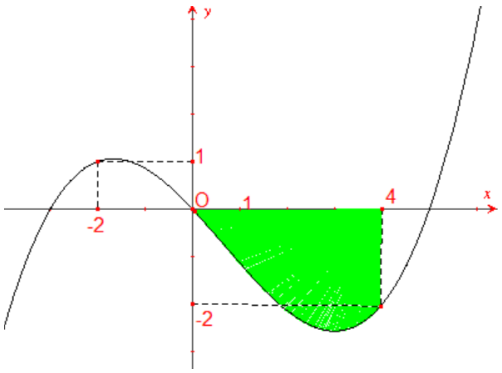
Với $m=0$, phương trình vô nghiệm nên loại $m=0$.

Với $m\neq 0$, phương trình $\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-100}{m}$.

Để $f(x)=\dfrac{-100}{m}$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow -2<\dfrac{-100}{m}<2$, mà $m\in[0;2023]$ nên $m>50$.

$\Rightarrow m\in\{51;52;...;2023\}$.

Câu 3: **[2D1-2.14-4] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình sau.

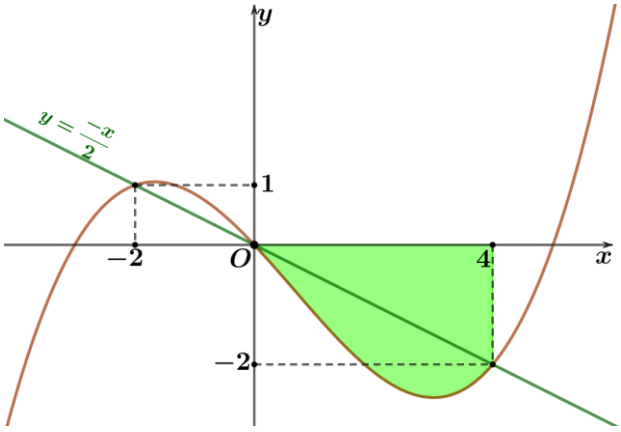


Biết $f(0)=\dfrac{1}{2}$ và diện tích phần tô màu bằng 7. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2+m\right|$ có ít nhất 5 điểm cực trị.

A. 10. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ đi qua các điểm $(-2;1),(0;0),(4;2)$

và $\int\limits_0^4 -f'(x)\,dx=7\Leftrightarrow\left(\dfrac{ax^4}{4}+\dfrac{bx^3}{3}+\dfrac{cx^2}{2}\right)\Big|_0^4=-7$ nên ta tính được:

$a=\dfrac{9}{128},b=-\dfrac{3}{64},c=-\dfrac{17}{32},d=0\Rightarrow f'(x)=\dfrac{9}{128}x^3-\dfrac{9}{64}x^2-\dfrac{17}{16}x$

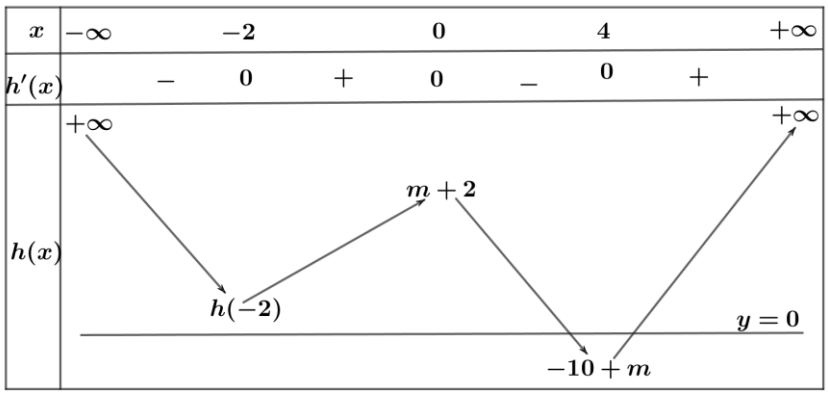
$\Rightarrow f(x)=\dfrac{9}{512}x^4-\dfrac{3}{64}x^3-\dfrac{17}{32}x^2+C$.

+ $f(0)=\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=\dfrac{1}{2}$.

Xét hàm số $h(x)=4f(x)+x^2+m\to h'(x)=4f'(x)+2x$. Cho $h'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=4\end{array}\right.$.

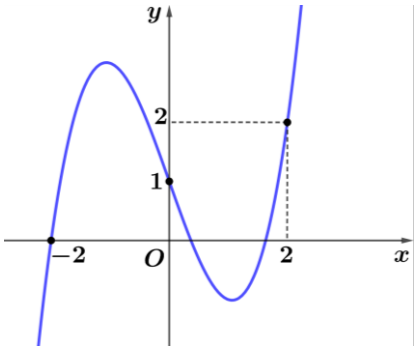
Ta có: $h(-2)=4f(-2)+4+m=\dfrac{1}{8}+m$ và $h(4)=4f(4)+16+m=-10+m$

Bảng biến thiên



Từ BBT, để hàm số $g(x)=|h(x)|$ có ít nhất 5 cực trị khi $-10+m<0\Leftrightarrow m<10$.

Câu 4: **[2D1-2.14-4] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(\sqrt[3]{x}\right)$ được cho trong hình bên. Hàm số $g(x)=\left|f(x)-\frac{1}{8}x^4-x\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

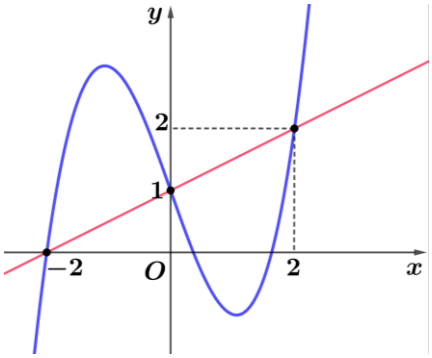
Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x)=f(x)-\frac{1}{8}x^4-x$.

Ta có: $h'(x)=f'(x)-\frac{1}{2}x^3-1\xrightarrow{h'(x)=0}f'(x)=\frac{1}{2}x^3+1$.

Đặt $x=\sqrt[3]{t}$. Khi đó phương trình trở thành $f'\left(\sqrt[3]{t}\right)=\frac{1}{2}t+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=0\\t=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt[3]{-2}\\x=0\\x=\sqrt[3]{2}\end{array}\right.$.



Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$:

x	$-\infty$		$\sqrt[3]{-2}$		0		$\sqrt[3]{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(\sqrt[3]{-2})$	↗	$h(0)$	↘	$h(\sqrt[3]{2})$	↗	$+\infty$

$y=0$

Khi đó, hàm số $g(x)=|h(x)|$ có số điểm cực đại nhiều nhất $\Leftrightarrow h(x)=0$ có 4 nghiệm.

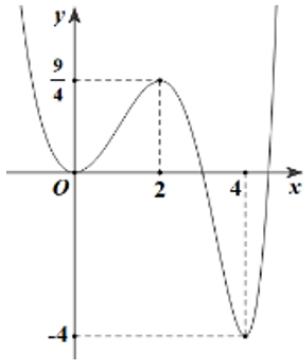
Vậy hàm số $g(x)=|h(x)|$ có tối đa 3 điểm cực đại.

Câu 5: **[2D1-2.14-4] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(5-2x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9;9)$ thoả mãn $2m\in\mathbb{Z}$ và hàm số $y=\left|2f\left(4x^3+1\right)+m-\dfrac{1}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 26. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A



Đặt $t=5-2x$. Khi $y=f(5-2x)$ có 3 điểm cực trị $x=0,x=2,x=4$ thì $y=f(t)$ có 3 điểm cực

trị $t=5, t=1, t=-3$ và $f(5)=0, f(1)=\frac{9}{4}, f(-3)=-4$.

Bảng xét dấu $y=f(t)$ như sau:

t	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	↘	-4	↗	$\frac{9}{4}$	↘	0	↗	$+\infty$

Xét $g(x)=2f\left(4x^3+1\right)+m-\frac{1}{2} \Rightarrow g'(x)=24x^2 f'\left(4x^3+1\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ 4x^3+1=5 \\ 4x^3+1=1 \\ 4x^3+1=-3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x=1 \\ x^3=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow y=g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Xét phương trình $2f\left(4x^3+1\right)+m-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow f\left(4x^3+1\right)=\frac{1}{4}-\frac{m}{2}$.

Đặt $u=4x^3+1 \Rightarrow u \in \mathbb{R}$.

Số nghiệm $f\left(4x^3+1\right)=\frac{1}{4}-\frac{m}{2}$ bằng số nghiệm phương trình $f(u)=f(t)=\frac{1}{4}-\frac{m}{2}$.

Để $y=\left|2f\left(4x^3+1\right)+m-\frac{1}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị thì $f(t)=\frac{1}{4}-\frac{m}{2}$ có 2 nghiệm đơn phân biệt

Suy ra $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{4}-\frac{m}{2} \geq \frac{9}{4} \\ -4<\frac{1}{4}-\frac{m}{2} \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ \frac{1}{2} \leq m<\frac{17}{2} \end{array}\right.$. Vì $m \in (-9;9)$ và $2m \in \mathbb{Z}$ nên có 26 giá trị.

Câu 6: **[2D1-2.14-4] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$, để hàm số $y=\left|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

TH1: $m=0$

Thay vào hàm số y ta được: $y=|-2x+2|$ có 1 điểm cực trị nên $m=0$ loại.

TH2: $m \neq 0$

Hàm số $y=\left|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m\right|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

Xét phương trình: $f(x)=0 \Leftrightarrow mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m=0$

$\Leftrightarrow (x-1)\left(mx^2-2mx+m-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ mx^2-2mx+m-2=0(*) \end{array}\right.$

Để $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ m-2m+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 2m>0 \Leftrightarrow m>0 \\ -2\neq 0 \end{cases}$

Do $m\in[-10;10]$ nên $m\in(0;10]$

Vậy có 10 giá trị m thoả mãn.

Câu 7: **[2D1-2.14-4] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2.(x+1).(x-3).(x+2)$.

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|-m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

+ Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\ (NBC) \\ x=-1\ (NBL) \\ x=3\ (NBL) \\ x=-2\ (NBL) \end{array}\right.$

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị là $-2;-1;3$.

Do đó hàm số $y=f(x-m)$ có 3 điểm cực trị là $-2+m;-1+m;3+m$

+ Hàm số $y=f\left(|x|-m\right)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ nên

SĐCT $\left\{f\left(|x|-m\right)\right\}=2$.SĐCT dương $\left\{f\left(|x|-m\right)\right\}+1=2$. SĐCT dương $\left\{f(x-m)\right\}+1$

(vì khi $x>0$ thì $|x|=x$).

Hàm số $y=f\left(|x|-m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y=f(x-m)$ có 2 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow \begin{cases} -2+m\leq 0 \\ -1+m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq 2 \\ m>1 \end{cases}$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=2$.

Câu 8: Vậy có đúng 1 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **[2D1-2.14-4] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R, có bảng biến thiên như

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-4		

hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|6x-5\right|\right)+2021+m\right|$

Có 3 điểm cực đại?

Lời giải

Chọn B

A. 5. **B.** 6.

C. 7. **D.** 8.

Đặt $u(x)=|6x-5|, h(x)=f(u)+2021+m.$ Ta có

$$u=\sqrt{(x-1)^2}\Rightarrow u'=\frac{6(6x-5)}{\sqrt{(6x-5)^2}}=\frac{6(6x-5)}{|6x-5|}$$

Bảng biến thiên của $u(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
u'		$-$	‖	$+$	
u	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Ta có $h'(x)=f'(u).u'(x)$,

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=-1\\u=0\\u=2\\x=\frac{5}{6}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=\frac{5}{6}\\x=\frac{7}{6}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của $h(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{6}$		$\frac{7}{6}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$m+2017$	↗	$m+2024$	↘	$m+2017$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $h(x)$ ta thấy hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 3 điểm cực đại khi và chỉ khi $m+2017<m<2014\Leftrightarrow -2024<m<-2017$

Câu 9: Vì m nguyên nên $m\in\{-2023;-2022;-2021;-2020;-2019;-2018\}$: có 6 giá trị **[2D1-2.14-4]**

(SGD Hưng Yên 22-23) Cho hàm số $y=\left|x^3+3mx\sqrt{x^2+1}\right|$ với m là tham số thực. Đồ thị của

hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

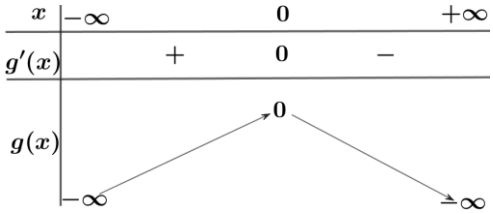
Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3+3mx\sqrt{x^2+1}$

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tối đa số điểm cực trị $\Leftrightarrow pt\ f(x)=0$ có tối đa số nghiệm.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 3m=-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}\ (1) \end{array}\right.$ có tối đa số nghiệm.

Xét hàm số $g(x)=-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} \to g'(x)=\dfrac{-x^3-2x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$, cho $g'(x)=0\Rightarrow x=0$.



Từ BBT ta suy ra pt (1) có tối đa 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(x)=0$ có tối đa 3 nghiệm nên hàm số $y=|f(x)|$ có tối đa 5 điểm cực trị.

Câu 10: **[2D1-2.14-4] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=8 \\ x=\pm 3 \end{array}\right.$ và $g'(x)=\dfrac{(3x^2+6)(x^3+6x)}{\left|x^3+6x\right|}f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$.

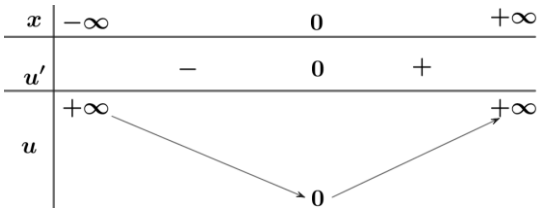
Cho $g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ \left|x^3+6x\right|=8-m\ (1) \\ \left|x^3+6x\right|=3-m\ (2) \\ \left|x^3+6x\right|=-3-m\ (loai), vì\ m>0 \end{array}\right.$

Ta có: $g(-x)=g(x)\Rightarrow g(x)$ là hàm số chẵn

$g(x)=f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow g(x)$ có 1 cực trị dương

$\Rightarrow (1)$ hoặc (2) có ít nhất 1 nghiệm dương.

Xét hàm số $u=\left|x^3+6x\right|$ có BBT như hình dưới



Từ BBT, để phương trình (1) hoặc (2) có ít nhất 1 nghiệm dương thì $8-m>0\Leftrightarrow m<8$.

Vì $m>0$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{1;2;3;....;7\}$.

Câu 11: **[2D1-2.14-4] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow x=9;\ \pm4$ và các nghiệm này là các nghiệm đơn của phương trình.

Ta có $g'(x)=\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)'.f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)=\dfrac{x^3+7x}{\left|x^3+7x\right|}.(3x^2+7).f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$.

Ta thấy: $g'(x)$ không xác định $\Leftrightarrow x^3+7x=0\Leftrightarrow x=0$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)=0\quad(1)$.

Xét $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|+m=-4\\ \left|x^3+7x\right|+m=9\\ \left|x^3+7x\right|+m=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|=-4-m\\ \left|x^3+7x\right|=9-m\\ \left|x^3+7x\right|=4-m\end{array}\right.$.

Gọi $h(x)=x^3+7x$; có $h'(x)=3x^2+7>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên

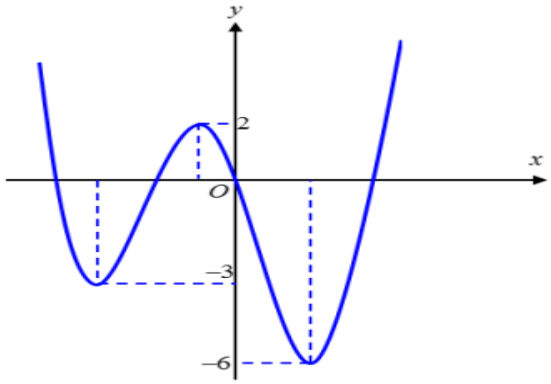
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$y=h(x)$		0 ↗	
$y=\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	↘ 0 ↗	$+\infty$

Hàm số có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ pt (1) có 4 nghiệm đơn phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-m>0 \\ -4-m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4\le m<4.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 8 số nguyên m.

Câu 12: **[2D1-2.14-4] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+2023)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f(x+2023)+\frac{1}{3}m^2 \Rightarrow h'(x)=f'(x+2023).$

Ta có $y=|A|=\sqrt{A^2} \Rightarrow y'=\frac{A.A'}{\sqrt{A^2}}.$

Số cực trị của $y=\left|f(x+2023)+\frac{1}{3}m^2\right|$ là số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của $h(x)h'(x)=0.$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x+2023)=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt.

m để hàm số $y=\left|f(x+2023)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị thì $h(x)=0 \Leftrightarrow f(x+2023)=-\frac{1}{3}m^2$

Có 2 nghiệm phân biệt. Dựa vào đồ thị điều kiện $\begin{cases} -6<-\frac{1}{3}m^2<-3 \\ -\frac{1}{3}m^2\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9\le m^2<18 \\ m^2\le -6 \end{cases}.$

Do m nguyên dương nên $m=4, m=3.$

Tổng các giá trị các phần tử của tập S là $3+4=7.$

Câu 13: **[2D1-2.14-4] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số

$f(x)=(x-3)^2(2x-7)^3(3x-10)^{2023}(x-4)^{2024}$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $h(x)=f\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$ có số điểm cực tiểu nhiều nhất là $S=(a;b)\setminus\{c\}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2-ab+b^2+abc$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;100)$ **B.** $(115;130)$. **C.** $(100;115)$. **D.** $(130;2023)$.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: $f(x)=0$ thì ta thu được các nghiệm bội lẻ lần lượt là $x=\frac{7}{2};x=\frac{10}{3}$ (1)

Trường hợp 2: $f(x)\neq 0$, thực hiện biến đổi

$$\begin{cases}\ln f(x)=2\ln|x-3|+3\ln|2x-7|+2023\ln|3x-10|+2024\ln|x-4|\\ x\in\mathbb{R}\setminus\left\{3;\frac{10}{3};\frac{7}{2};4\right\}\end{cases}$$

Đạo hàm hai vế ta có:

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{2}{x-3}+\frac{6}{2x-7}+\frac{6069}{3x-10}+\frac{2024}{x-4}\Rightarrow f'(x)=f(x)\left(\frac{2}{x-3}+\frac{6}{2x-7}+\frac{6069}{3x-10}+\frac{2024}{x-4}\right)$$

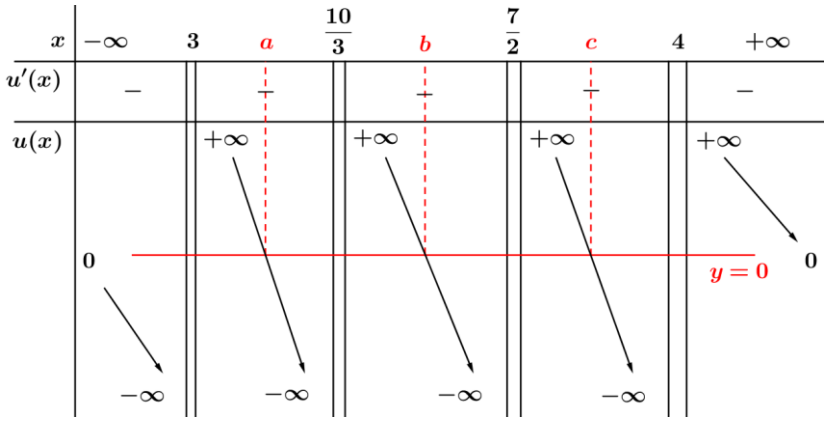
Giải

$$f'(x)=0\Leftrightarrow f(x)\left(\frac{2}{x-3}+\frac{6}{2x-7}+\frac{6069}{3x-10}+\frac{2024}{x-4}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\quad(L)\\ \frac{2}{x-3}+\frac{6}{2x-7}+\frac{6069}{3x-10}+\frac{2024}{x-4}=0\quad(2)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $u(x)=\frac{2}{x-3}+\frac{6}{2x-7}+\frac{6069}{3x-10}+\frac{2024}{x-4}$ có

$$u'(x)=-\frac{2}{(x-3)^2}-\frac{12}{(2x-7)^2}-\frac{3.6069}{(3x-10)^2}-\frac{2024}{(x-4)^2}<0$$

Suy ra $u(x)$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định. Với $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=0$, khi đó ta có bảng biến thiên sau:



Khi đó (2) có các nghiệm là: $x=a\in\left(3;\frac{10}{3}\right);x=b\in\left(\frac{10}{3};\frac{7}{2}\right);x=c\in\left(\frac{7}{2};4\right)$ (3).

Từ (1) và (3), ta suy ra $f(x)$ có 5 điểm cực trị lần lượt là $a,\frac{7}{2},b,\frac{10}{3},c$ (với $3<a<\frac{7}{2}<b<\frac{10}{3}<c<4$).

Tiếp đến ta xét hàm số $h(x)=f\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$ có

$$h'(x)=\frac{\left(-4x^3+16x+m\right)\left(-x^4+8x^2+mx\right)f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)}{\left|-x^4+8x^2+mx\right|}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}-4x^3+16x+m=0 & (4)\\ -x^4+8x^2+mx=0 & (5)\\ f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)=0 & (6)\end{array}\right.$$

Để hàm số $h(x)$ có nhiều cực tiểu nhất thì (4), (5), (6) phải có nhiều nghiệm bội lẻ nhất.

Khi đó (4) tương đương với: $m=4x^3-16x=q(x)\to m\in\left(q\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right);q\left(\frac{92}{\sqrt{3}}\right)\right)\Rightarrow m\in\left(\frac{-64}{3\sqrt{3}};\frac{64}{3\sqrt{3}}\right)$ (7).

Giải (5), khi đó phương trình tương đương với: $\left[\begin{array}{l}x=0\\ -x^3+8x+m=0\ (*)\end{array}\right.^{(*)}\Leftrightarrow m=x^3-8x=r(x)\to m\in\left(r\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right);r\left(\frac{-2\sqrt{6}}{3}\right)\right)\Rightarrow m\in\left(-\frac{32\sqrt{6}}{9};\frac{32\sqrt{6}}{9}\right)$ (8)

Từ (7) và (8) ta suy ra $m\in\left(-\frac{32\sqrt{6}}{9};\frac{32\sqrt{6}}{9}\right)\backslash\{0\}$. (9)

Giải (6), khi đó phương trình tương đương với:

$$\left\{\begin{array}{l}\left|-x^4+8x^2+mx\right|=\frac{7}{2};\left|-x^4+8x^2+mx\right|=\frac{10}{3}\\ \left|-x^4+8x^2+mx\right|=a;\left|-x^4+8x^2+mx\right|=b;\left|-x^4+8x^2+mx\right|=c\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-x^3+8x+m=\pm\frac{7}{2x};-x^3+8x+m=\pm\frac{10}{3x}\\ -x^3+8x+m=\pm\frac{a}{x};-x^3+8x+m=\pm\frac{b}{x};-x^3+8x+m=\pm\frac{c}{x}\end{array}\right.$$

Giả sử ta có hàm số $p(x)=-x^3+8x+m$ ta suy ra để thỏa mãn đề bài thì hàm số $p(x)$ phải luôn cắt các đường cong $-\frac{7}{2x};-\frac{10}{3x};-\frac{a}{x};-\frac{b}{x};-\frac{c}{x}$ tại 2 điểm phân biệt tại mỗi đường.

Do $c\approx3.6667$ (sai số rất nhỏ) nên ta xem như $c=\frac{7}{2}=3.5$, gọi x_0 là hoành độ của điểm tiếp xúc giữa $p(x)$ và $y=\frac{7}{2x}$, khi đó x_0 là nghiệm của

hệ: $\begin{cases} -x_0^3+8x_0+m=\dfrac{7}{2x_0} \\ -3x_0^2+8=-\dfrac{7}{2x_0^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_0^3+8x+m=\dfrac{7}{2x_0} \\ 6x_0^4-16x_0^2-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_0^3+8x_0+m=\dfrac{7}{2x_0} \\ x_0=\pm 1,75 \end{cases}$

Suy ra: $-(\pm 1,75)^3+8(\pm 1,75)+m=\dfrac{7}{2(\pm 1,75)} \Leftrightarrow m=\pm 6.64$. Như vậy để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì ta cần có $m\in(-6.64;6.64)$ (10).

Từ (9) và (10) ta suy ra $m\in(-6.64;6.64)\setminus\{0\}$. Vậy $T=a^2-ab+b^2=3(6.64)^2\in(115;150)$.

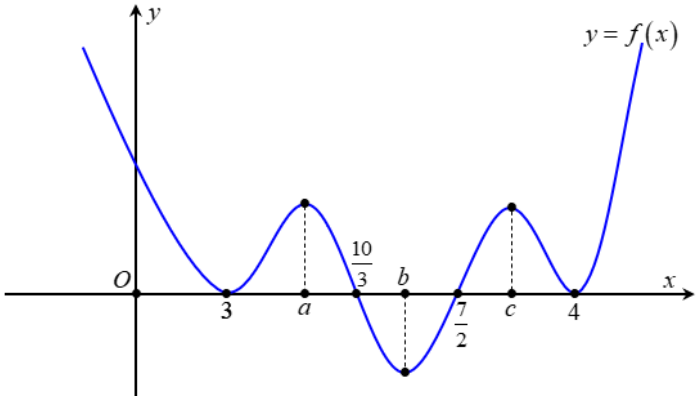
Câu 14: **[2D1-2.14-4] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=(x-3)^2(2x-7)^3(3x-10)^{2023}(x-4)^{2024}$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $h(x)=f\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$ có số điểm cực tiểu là nhiều nhất khi $S=(a;b)\setminus\{c\}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2-ab+b^2+abc$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;100)$. **B.** $(115;130)$. **C.** $(100;115)$. **D.** $(130;2023)$.

Lời giải

Chọn B

Ta phác họa lại đồ thị hàm số $f(x)$ như sau:



Từ đồ thị ta thấy, hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực trị lần lượt là $3;a;b;c;4$.

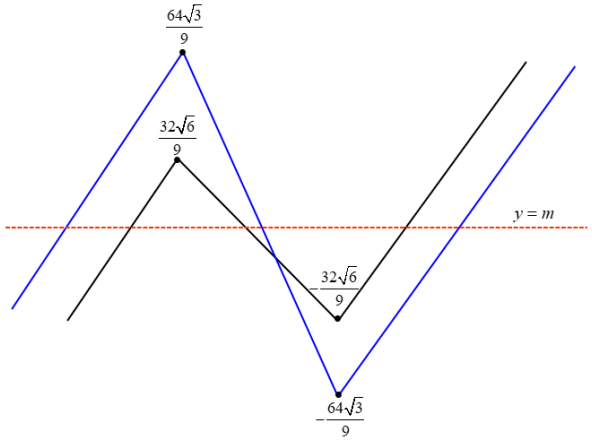
Xét hàm số: $h(x)=f\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$, ta có:

$$h'(x)=\frac{(-4x^3+16x+m)(-x^4+8x^2+mx)}{\left|-x^4+8x^2+mx\right|}.f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$$

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} -4x^3+16x+m=0 \\ -x^4+8x^2+mx=0 \\ f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 4x^3-16x=m & (1) \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-8x=m \end{array}\right. & (2) \\ f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)=0 & (3) \end{array}\right.$$

Để hàm số $h(x)$ có nhiều điểm cực tiểu nhất thì các phương trình $(1);(2);(3)$ phải có nhiều nghiệm bội lẻ nhất.

Phác họa hai hàm số (1) và (2) trên cùng một hệ trục tọa độ.



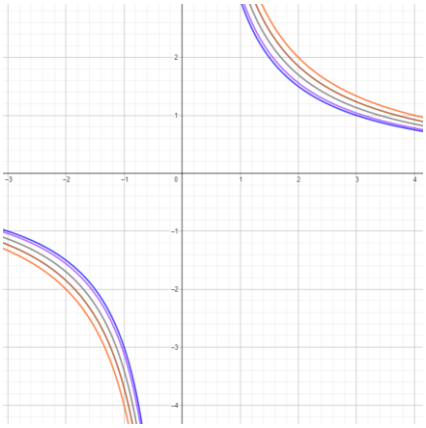
Phương trình $(1);(2)$ có nhiều nghiệm nhất khi $-\frac{32\sqrt{6}}{9}<m<\frac{32\sqrt{6}}{9}$ và $m\neq 0$ $(*)$

Xét phương trình (3) với $3<a<\frac{10}{3}<b<\frac{7}{2}<c<4$, ta có:

$$f'\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}\left|-x^4+8x^2+mx\right|=3\\ \left|-x^4+8x^2+mx\right|=a\\ \left|-x^4+8x^2+mx\right|=b\\ \left|-x^4+8x^2+mx\right|=c\\ \left|-x^4+8x^2+mx\right|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x^3+8x+m=\pm\frac{3}{x}\\ -x^3+8x+m=\pm\frac{a}{x}\\ -x^3+8x+m=\pm\frac{b}{x}\\ -x^3+8x+m=\pm\frac{c}{x}\\ -x^3+8x+m=\pm\frac{4}{x}\end{cases}.$$

Đặt $k(x)=-x^3+8x+m$. Để phương trình (3) có nhiều nghiệm bội lẻ nhất thì hàm số $k(x)$ phải cắt các đường $-\frac{4}{x};-\frac{c}{x};-\frac{b}{x};-\frac{a}{x};-\frac{3}{x}$ tại hai điểm phân biệt của mỗi đường.

Nhận xét: Sự tương giao giữa $k(x)$ và các đường $\frac{3}{x};\frac{a}{x};\frac{b}{x};\frac{c}{x};\frac{4}{x}$ thì đường cong $\frac{4}{x}$ là hàm ngoài cùng nên cận trên và cận dưới của m là hai trường hợp tiếp xúc giữa hàm $k(x)$ và đường $\frac{4}{x}$.



Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, khi đó x_0 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -{x_0}^3+8x_0+m=\dfrac{4}{x_0} \\ -3{x_0}^2+8=-\dfrac{4}{{x_0}^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -{x_0}^3+8x_0+m=\dfrac{4}{x_0} \\ 3{x_0}^4-8{x_0}^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m={x_0}^3-8x_0+\dfrac{4}{x_0} \\ x_0=\pm\sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{7}}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow m\approx\pm 6,35 \quad (**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $S=(-6,35;6,35)\setminus\{0\}$ suy ra $a=-6,35;\ b=6,35$ và $c=0$

Khi đó: $T=a^2-ab+b^2+abc=(-6,35)^2-(-6,35).(6,35)+(6,35)^2+0=3.(6,35)^2\approx 120,96$.

Câu 15: **[2D1-2.14-4] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 27. **B.** 30. **C.** 31. **D.** 28.

Lời giải

Nhận xét: Hàm số $g(x)=f(|x|)$ là hàm chẵn, nên hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 7 cực trị

$\Leftrightarrow y=f(x)$ có 3 điểm cực trị dương.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-36x^2+60x+4-m=0\Leftrightarrow 4x^3-36x^2+60x+4=m$.

Xét hàm số $h(x)=4x^3-36x^2+60x+4$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $h'(x)=12x^2-72x+60$

Xét phương trình: $h'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-72x+60\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$.

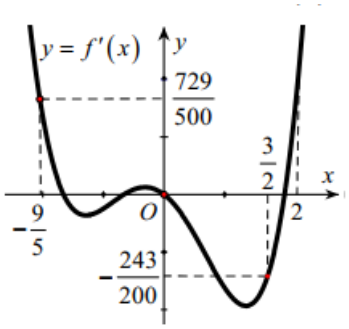
Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$

x	0		1		5		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	4	↗	32	↘	-96	↗	$+\infty$

Để phương trình: $h(x)=m$ có 3 nghiệm dương phân biệt ta có: $4<m<32$.

Vậy có 27 giá trị nguyên của m.

Câu 16: **[2D1-2.14-4] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có $f''(0)=-\dfrac{81}{100}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới

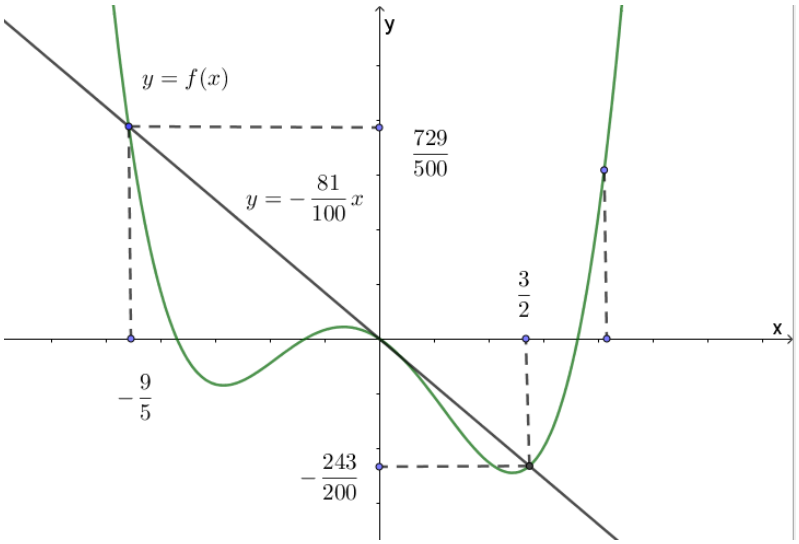


Hỏi hàm số $y=\left|f(x)+\dfrac{81}{200}x^2-m\right|$, ($m$ là tham số) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trên nửa khoảng $\left(-\dfrac{9}{5};2\right]$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C



Xét hàm số $g(x)=f(x)+\frac{81}{200}x^2-m$

Ta có $g'(x)=f'(x)+\frac{81}{100}x$. Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{81}{100}x$ ta có

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-\frac{81}{100}x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{9}{5}\\x=0\\x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

Đường thẳng $y=-\frac{81}{100}x$ có hệ số góc bằng $-\frac{81}{100}$

Mà $f''(0)=-\frac{81}{100}$ nên đường thẳng $y=-\frac{81}{100}x$ tiếp xúc với đồ thị của hàm số $y=f'(x)$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{9}{5}$		0		$\frac{3}{2}$		2	$+\infty$
g'(x)	‖		-	0	-	0	+	‖	
g(x)	‖		↘		↘	$g(\frac{3}{2})$	↗	‖	

Dựa vào BBT, suy ra hàm số $y=|g(x)|$ có nhiều nhất 3 điểm cực trị trên nửa khoảng $\left(-\frac{9}{5};2\right]$.

Câu 1: **[2D1-2.15-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left(x^3-3x-m+1\right)^2$ có 5 điểm cực trị.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

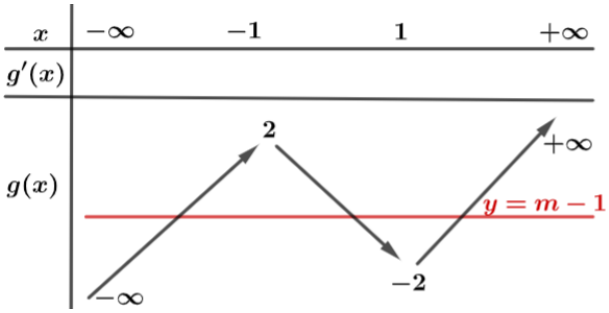
Ta có $y'=5\left(3x^2-3\right)\left(x^3-3x-m+1\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x^3-3x=m-1\ (*)\end{array}\right.$$

Ycbt $\Leftrightarrow(*)$ có 3 nghiệm phân biệt khác ±1.

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x$ có $g'(x)=3x^2-3;\ g'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $-2<m-1<2\Rightarrow-1<m<3$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2: **[2D1-2.15-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{2m}{3}x^3+\frac{m^2+m}{2}x^2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $y'=f'(x)=x^3+2mx^2+\left(m^2+m\right)x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+2mx+m^2+m=0\quad(1)\end{array}\right.$$

Hàm số $y=f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị khi và chỉ khi pt (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=-m>0\\m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m\neq-1\end{cases}$$

Kết hợp với $m\in[-5;5],\ m\in\mathbb{Z}$

Suy ra tồn tại 4 giá trị thoả mãn.

Câu 3: **[2D1-2.15-3] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-18x^2-mx+5$ có ba điểm cực trị?

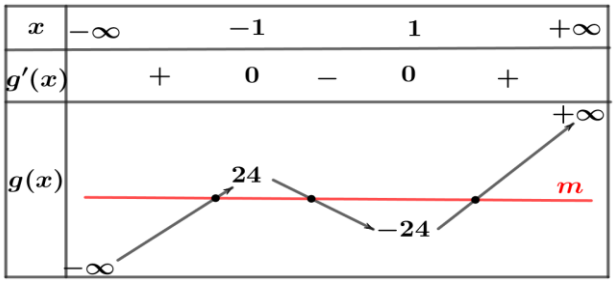
A. 47. **B.** 45. **C.** 49. **D.** 48.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow y'=12x^3-36x-m=0\Leftrightarrow m=\underbrace{12x^3-36x}_{g(x)}$ có 3 nghiệm phân biệt.

BBT của hàm số $g(x)=12x^3-36x\to g'(x)=36x^2-36$ trên $\mathbb{R}$.



Từ BBT, ta có: $-24<m<24$ thỏa điều kiện.

Kết hợp $m\in\mathbb{Z}$, ta suy ra $m\in\{-23;-22;....;0;1;.....;22;23\}\to$ có 47 giá trị.

Câu 4: **[2D1-2.15-3] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm

$f'(x)=(x+2)^2(x-1)^5\left(x^2-2(m-6)x+m\right)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^5\left(x^2-2(m-6)x+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x^2-2(m-6)x+m=0\quad(1)\end{array}\right.$

Với $x=-2$ là nghiệm bội chẵn, $x=1$ là nghiệm bội lẻ.

TH1: Phương trình (1) có $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m^2-13m+36\le 0\Leftrightarrow 4\le m\le 9$

Suy ra $m\in\{4,5...,9\}$.

Khi đó (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm bội chẵn nên hàm số đã cho có một điểm cực trị duy nhất là $x=1$.

TH2: Phương trình (1) có nghiệm $x=1$. Thay $x=1$ vào ta suy ra $m=13$ thay vào phương trình (1) ta được

$x^2-14x+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=13\end{array}\right.$ thoả mãn có đúng một điểm cực trị $x=13$. Vậy $m=13$ thoả mãn.

TH3: Phương trình (1) có nghiệm $x=-2$ khi đó $(-2)^2-2(m-6)(-2)+m=0\Leftrightarrow m=4$

Với $m=4$ phương trình (1) trở thành $x^2+4x+4=0\Leftrightarrow x=-2$.

Vậy $m\in\{4,5,6,7,8,9,13\}$ có 7 giá trị nguyên dương của m thoả mãn.

Câu 5: **[2D1-2.15-3] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Tìm m để hàm số $y=-2x+2+m\sqrt{x^2-4x+7}$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=R$

Ta có $y'=-2+m.\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+7}}$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3\Rightarrow f'(3)=0\Leftrightarrow -2+\dfrac{m}{2}=0\Leftrightarrow m=4$.

Với $m=4$, ta có $f'(x)=-2+\dfrac{4x-8}{\sqrt{x^2-4x+7}}$;

$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x^2-4x+7}=2x-4\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\3x^2-12x+9=0\end{cases}\Leftrightarrow x=3$

Dấu $f'(x)$

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f'(x)$	- 0 +

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Vậy $m=4$ thỏa mãn bài toán.

Câu 6: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{5}x^5-\dfrac{8}{3}x^3-(m+3)x$ có bốn điểm cực trị?

A. 15. **B.** 16. **C.** 17 **D.** 14.

Lời giải

Ta có $y'=x^4-8x^2-m-3$.

$y'=0\Leftrightarrow m=x^4-8x^2-3\ (1)$

Xét hàm $f(x)=x^4-8x^2-3$. $f'(x)=4x^3-16x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-19	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-19	$\nearrow$	$+\infty$

Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -19 < m < -3$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 15 giá trị m.

Câu 7: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề MH năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = 3x^5 - (5m+10)x^3 - (15m+45)x - 2023$ có hai điểm cực trị?

A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 15x^4 - 3(5m+10)x^2 - 15m - 45$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^4 - (m+2)x^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2+1)(x^2 - m - 3) = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 3\ (1)$.

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 3$

$g'(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $m > -3$.

Do $m \in (-10;10) \Rightarrow m \in \{-2,-1,0,...,7,8,9\}$.

Vậy có 12 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 8: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + x(1-m)$ có ba điểm cực trị.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $y' = x^3 - 3x^2 + 1 - m$

Để hàm số có ba điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Ta có:

$x^3-3x^2+1-m=0\Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$.

Xét hàm số: $f(x)=x^3-3x^2+1$

$f'(x)=3x^2-6x$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $-3<m<1$. Nên có 3 giá trị nguyên.

Câu 9: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa năm 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^3+(m+2)x^2-3$ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại?

A. **B.** **C.** **D.** 6.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3-6mx^2+2(m+2)x=2x\left[2x^2-3mx+(m+2)\right]$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2-3mx+(m+2)=0(*)\end{array}\right.$

+) ***Trường hợp***: Phương trình (*) có nghiệm $x=0$, khi đó $m=-2$. Thay $m=-2$ vào phương trình (*) ta được: $2x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Ta thấy khi $m=-2$ hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

+) ***Trường hợp 2***: Phương trình (*) có không có nghiệm $x=0$, khi đó $m\neq-2$.

Dễ thấy phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt, khi đó hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.

Khi phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép (khác 0) thì phương trình $y'=0$ có nghiệm đơn hoặc nghiệm đơn và nghiệm kép, lúc này hàm số đã cho có điểm cực tiểu $x=0$.

Như vậy, khi $m\neq-2$, hàm số đã cho có một điểm cực tiểu khi và chỉ khi phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép, điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình (*) có $\Delta\leq 0$.

$\Delta\leq 0\Leftrightarrow 9m^2-8(m+2)\leq 0\Leftrightarrow 9m^2-8m-16\leq 0\Leftrightarrow\dfrac{4-4\sqrt{10}}{9}\leq m\leq\dfrac{4+4\sqrt{10}}{9}$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=x^4+x^3-mx^2$ có 3 điểm cực trị?

A. $m\in\left(-\frac{9}{2};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(-\infty;0)$. **C.** $m\in\left(-\frac{9}{32};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=4x^3+3x^2-2mx=x\left(4x^2+3x-2m\right)$.

Hàm số có 3 điểm cực trị

$\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi qua 3 điểm nghiệm đó.

$\Leftrightarrow 4x^2+3x-2m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 0$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=9+32m>0\\-2m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{-9}{32}\\m\neq 0\end{cases}$.

Câu 11: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+4x^3+18x^2+mx$ có 3 điểm cực trị?

A. 127. **B.** 100. **C.** 126. **D.** 115.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-4x^3+12x^2+36x+m$.

Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow m=4x^3-12x^2-36x=f(x)$ (1).

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(x)=4x^3-12x^2-36x\Rightarrow f'(x)=12x^2-24x-36=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=3\end{bmatrix}$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	20	↘	-108	↗	$+\infty$

Suy ra $-108<m<20\Rightarrow m\in\{-107;-106;\ldots;-1;0;1;\ldots;19\}$. Vậy có 127 số nguyên m.

Câu 12: **[2D1-2.15-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm

số $y=\frac{1}{4}x^4-x^3-mx+1$ có ba điểm cực trị.

A. $(-4;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-4)$. **D.** $(-\infty;-4)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-x^3-mx+1$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3-3x^2=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm bậc ba $g(x)=x^3-3x^2$, có

$$g'(x)=3x^2-6x;\ g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=0\\x=2\Rightarrow y=-4\end{array}\right.$$

Ta có BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có YCBT $\Leftrightarrow -4<m<0$.

Câu 13: **[2D1-2.15-3] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=-20$. **B.** $S=-14$. **C.** $S=14$. **D.** $S=34$.

Lời giải

Đạo hàm: $y'=4x^3-6x+a$

Đồ thị có điểm cực tiểu $A(2;-2)\Rightarrow\begin{cases}y'(2)=0\\y(2)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-20\\b=34\end{cases}$

Thử lại: Với $a=-20,\ b=34$ ta được $y=x^4-3x^2-20x+34$.

Ta có $y'=4x^3-6x-20;\ y'=0\Leftrightarrow x=2$.

BBT

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ (thỏa). Vậy $\begin{cases}a=-20\\b=34\end{cases}\Rightarrow S=14$.

Câu 14: **[2D1-2.15-3] (Phát triển ĐMH - Strong - 2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left(x^3-3x-m+1\right)^2$ có 5 điểm cực trị.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$y=f\left(x\right)=\left(x^3-3x-m+1\right)^2$

Ta có $f'\left(x\right)=2\left(3x^2-3\right)\left(x^3-3x-m+1\right)$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x^3-3x+1=m\left(*\right)\end{array}\right.$

Để hàm số đã cho có 5 điểm cực trị thì phương trình $(*)$ phải có ba nghiệm phân biệt khác ±1.

Đặt $t=g(x)=x^3-3x+1$ là hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

$g'\left(x\right)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khác ±1 khi và chỉ khi $-3<m<1$.

Khi đó $m\in\{-2;-1;0\}$. Có ba giá trị nguyên của m.

Câu 15: **[2D1-2.15-3] 1 [Mức độ 3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{5}x^5+4x^3+mx+2023$ có bốn điểm cực trị?

A. 36. **B.** 34. **C.** 37. **D.** 35.

Lời giải

Ta có: $y'=-x^4+12x^2+m$.

$y'=0\Leftrightarrow-x^4+12x^2+m=0\Leftrightarrow x^4-12x^2=m\quad(1)$.

Hàm số $y=-\frac{1}{5}x^5+4x^3+mx+2023$ có bốn điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

Xét hàm số: $f\left(x\right)=x^4-12x^2$ với $x\in\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=4x^3-24x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=x^4-12x^2$ như sau:

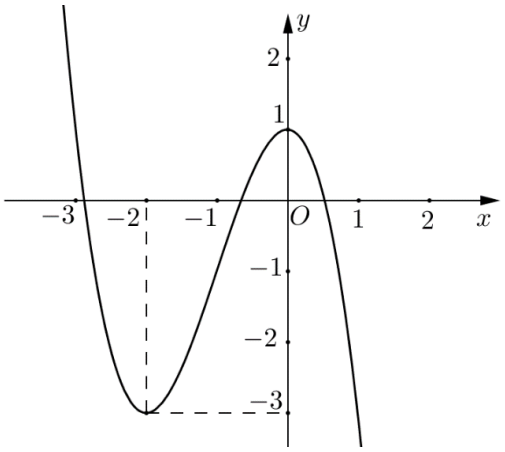
x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-36	$\nearrow$	0	$\searrow$	-36	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-36<m<0$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-35;-34;-33;...;1\}$.

Vậy có tất cả 35 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 16: [2D1-2.15-3] 2 **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=2022\left(f^2(x)-mf(x)\right)+2023m$ có 5 điểm cực trị.

A. 7. **B.** 9. **C.** -14. **D.** -18.

Lời giải

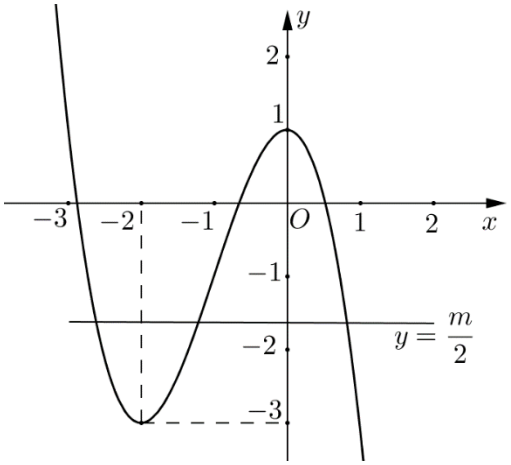
Ta có: $g'(x)=2022\left(2f'(x)f(x)-mf'(x)\right)=2022f'(x)\left[2f(x)-m\right]$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{m}{2} \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm $x=0,\ x=-2$.

Suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Do đó để hàm số đã cho có 5 điểm cực trị thì phương trình $f(x)=\frac{m}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt khác 0 và -2.



Khi đó dựa vào đồ thị ta có: $-3<\frac{m}{2}<1\Leftrightarrow -6<m<2$.

Do m nhận giá trị nguyên nên $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của m là: $T=-14$.

Câu 17: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-6x,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 10. **C.** Vô số. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.$

$g'(x)=\left(3x^2-6x\right)f'\left(x^3-3x^2+m\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x^3-3x^2=-m\\x^3-3x^2=-m+6\end{array}\right.$

Xét $h(x)=x^3-3x^2$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $h'(x)=3x^2-6x,\ h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

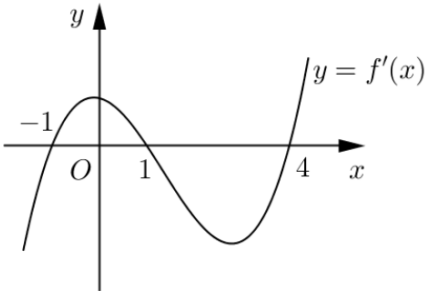
Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $g'(x)=0$ có đúng 6 nghiệm bội lẻ

TH1: $\begin{cases}-4<-m<0\\-m+6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<4\\m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<4$.

TH2: $\begin{cases}-4<-m+6<0\\-m\le -4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6<m<10\\m\ge 4\end{cases}\Leftrightarrow 6<m<10$

Vậy $m\in\{1;2;3;7;8;9\}$.

Câu 18: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=g(x)=f\left(x^4-2x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

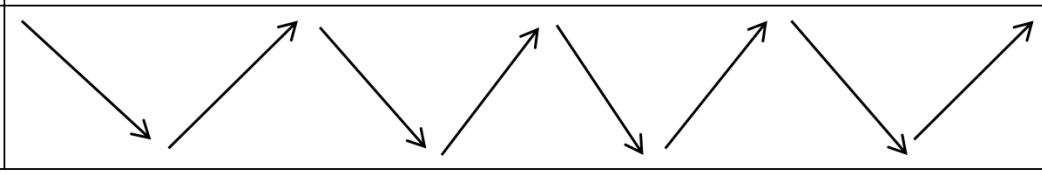
A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $g'(x)=\left(4x^3-4x\right)f'\left(x^4-2x^2\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^3-4x=0\\f'\left(x^4-2x^2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x^4-2x^2=-1\\x^4-2x^2=1\\x^4-2x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x=\pm1\\x^2=1+\sqrt{2}\\x^2=1-\sqrt{2}\\x^2=1+\sqrt{5}\\x^2=1-\sqrt{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x=\pm\sqrt{1+\sqrt{2}}\\x=\pm\sqrt{1+\sqrt{5}}\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$ $-\sqrt{1+\sqrt{5}}$ $-\sqrt{1+\sqrt{2}}$ -1 0 1 $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ $\sqrt{1+\sqrt{5}}$ $+\infty$
$h'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$
$h(x)$	

Vậy số cực đại cần tìm là 3.

Câu 19: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023 (Câu 39-50))** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biên thiên như hình vẽ

x	$-\infty$ -1 2 $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ 4 ↘ -3 ↗ $+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g(x)=f^2(x)-mf(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 10. **B.** 6. **C.** 16. **D.** 13.

Lời giải

Ta có $g'(x)=2f'(x)f(x)-mf'(x)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{m}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ f(x)=\dfrac{m}{2}\end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow g'(x)=0$ có đúng 5 nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow -3<\dfrac{m}{2}<4\Leftrightarrow -6<m<8$.

Vậy $m\in\{-5;-4;-3;...;7\}$.

Câu 20: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{20}x^5+\dfrac{1}{12}x^4-\dfrac{2}{3}x^3-2x^2-(1+m)x-2023$ có hai điểm cực trị?

A. 20. **B.** 21. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3-2x^2-4x-(1+m)$.

Xét phương trình: $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3-2x^2-4x-(1+m)=0(1)$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-2x^2-4x-1=m(1)$.

Xét hàm số: $g(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-2x^2-4x-1$ có $g'(x)=x^3+x^2-4x-4$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow x^3+x^2-4x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$+\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$\frac{11}{12}$	$\searrow$	$\frac{-31}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm bội lẻ khi $\left\{\begin{array}{l} m \geq \frac{11}{12} \\ \frac{-31}{3}<m \leq \frac{1}{3} \end{array}\right.$

Do $\left\{\begin{array}{l} m \in Z \\ m \in [-10;10] \end{array}\right. \Rightarrow m \in \{-10,-9,....,10\}$.

Vậy có 21 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 21: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa_2023 (câu 39-50))** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{5}{6}x^3-4x^2-mx+2$ có 3 điểm cực trị, trong đó có đúng 2 điểm cực trị âm.

A. 5. **B.** 4 **C.** 6 **D.** 25.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2-8x-m$.

Hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị âm, 1 cực trị dương khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt âm và 1 nghiệm dương.

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow m=x^3-\frac{5}{2}x^2-8x$.

Đặt $g(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2-8x$, khi đó $g'(x)=3x^2-5x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{8}{3} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{9}{2}$	↘	0 | $-\infty$	↗	$-\frac{544}{27}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $0 < m < \frac{9}{2}$.

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 22: **[2D1-2.15-3] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-12;12)$ để hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{m+2}{3}x^3 - (m+3)x + 2022$ có hai điểm cực trị?

A. 8. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^4 - (m+2)x^2 - m - 3$.

Xét phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow x^4 - (m+2)x^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2+1)(x^2 - m - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 3$ (1).

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 3$ có $g'(x) = 2x$.

$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

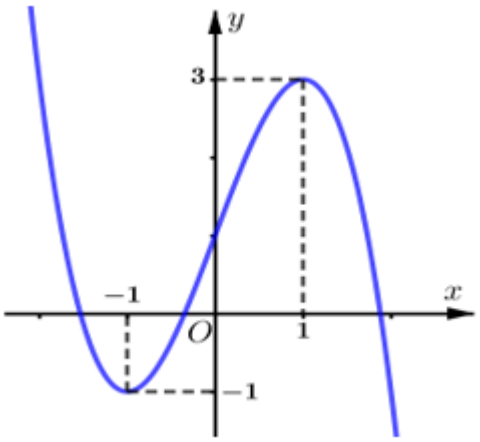
Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $m > -3$.

Do $m \in \mathbb{Z}, m \in (-12;12) \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;...;10;11\}$.

Vậy có 14 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 23: **[2D1-2.15-3] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(2x-1)+mx+3$ có ba điểm cực trị?



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$

có $\begin{cases} f'(0)=1\Rightarrow d=1 \\ f'(-1)=-1\Rightarrow -a+b-c+d=-1 \\ f'(1)=3\Rightarrow a+b+c+d=3 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} d=1 \\ -a+b-c=-2 \\ a+b+c=2 \end{cases}$

$f''(x)=3ax^2+2bx+c$ có hai nghiệm $x=1,\ x=-1$ nên $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}=0\Rightarrow b=0 \\ \dfrac{c}{3a}=-1\Rightarrow c=-3a \end{cases}$

Do đó $a-3a=2\Rightarrow a=-1\Rightarrow c=3\Rightarrow f'(x)=-x^3+3x+1$

$\Rightarrow f'(2x-1)=-(2x-1)^3+3(2x-1)+1$

$\Rightarrow f''(2x-1)=-6(2x-1)^2+6$

$\Rightarrow f''(2x-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=1\Leftrightarrow x=1 \\ 2x-1=-1\Leftrightarrow x=0 \end{array}\right.$

$y=f(2x-1)+mx+3\Rightarrow y'=2f'(2x-1)+m$

$\Rightarrow$ để hàm số $y=f(2x-1)+mx+3$ có ba điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f'(2x-1)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{m}{2}$ tại ba điểm phân biệt.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f''(2x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(2x-1)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

$\Rightarrow -1<-\dfrac{m}{2}<3\Leftrightarrow -6<m<2\Rightarrow m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thoả đề.

Câu 24: **[2D1-2.15-3] (SGD Hậu Giang 22-23)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-x^3+(1-m)x$ có ba điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-x^3+(1-m)x$ có ba điểm cực trị khi $y'=x^3-3x^2+1-m$ có 3 nghiệm đơn.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow \underbrace{x^3-3x^2+1}_{f(x)}=m$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2.\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi $-3<m<1$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-x^3+(1-m)x$ có ba điểm cực trị.

Câu 25: **[2D1-2.15-3] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^4-x^3+6x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 26 **B.** 28 **C.** 27 **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

TXĐ : $D=\mathbb{R}$.

$y' = -2x^3 - 3x^2 + 12x - m$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$y' = 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 12x - m = 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 12x = m$.

Xét hàm số $g(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ trên $\mathbb{R}$.

$g'(x) = -6x^2 - 6x + 12$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-20	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

$\Rightarrow -20 < m < 7$.

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-19; -18; ....; 6\}$.

Câu 26: [2D1-2.15-3] **(SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{8}{3}x^3 - mx + 2023$ có bốn điểm cực trị?

A. 17. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^4 - 8x^2 - m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^4 - 8x^2 = m$ (1).

Ycbt $\Leftrightarrow$ (1) có bốn nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 8x^2$, có $g'(x) = 4x^3 - 16x$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

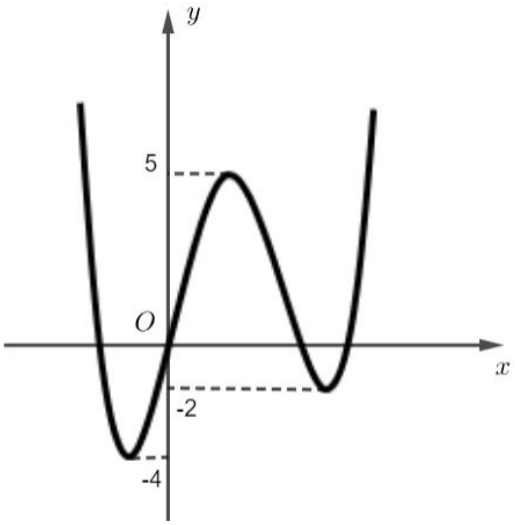
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

$y = m$

Từ đây ta có $-16 < m < 0$, vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 27: [2D1-2.15-3] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x)-mx$ có đúng hai điểm cực tiểu?



A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g(x)=f(x)-mx \Rightarrow f'(x)=f(x)-m$.

Để $g(x)$ có hai điểm cực tiểu $\Leftrightarrow g'(x)=0$ có đúng 4 nghiệm

$\Leftrightarrow m\in(-2;5) \Rightarrow$ Có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28: **[2D1-2.15-3] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f\left(x^2\right)+f\left(m-x^2\right)$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;5)$, với $f(x)=x^6-x^4+x^2+x$?

A. 48. **B.** 49. **C.** 51. **D.** 50.

Lời giải

Chọn B

$y'=2x.f'\left(x^2\right)-2x.f'\left(m-x^2\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)=f'\left(m-x^2\right),(1)\end{array}\right.$$

Ta xét: $f(x)=x^6-x^4+x^2+x$

$\Rightarrow f'(x)=6x^5-4x^3+2x+1$

$\Rightarrow f''(x)=30x^4-12x^2+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;5)$.

Suy ra phương trình $(1) \Leftrightarrow x^2 = m - x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{m}{2}}, m > 0.$

Để hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;5)$ thì $0 < \sqrt{\frac{m}{2}} < 5 \Leftrightarrow 0 < \frac{m}{2} < 25 \Leftrightarrow 0 < m < 50.$

Vậy có 49 giá trị nguyên của m.

Câu 29: **[2D1-2.15-3] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx - 1$ cũng là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3(m+1)x^2 + 3(m^2+2m)x - 1$?

A. 0. **B**1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$y = x^2 + 2mx - 1;\ y' = 2x + 2m = 0 \Leftrightarrow x = -m$

Ta có điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-m; -1-m^2)$.

$y = x^3 + 3(m+1)x^2 + 3(m^2+2m)x - 1$

$y' = 3x^2 + 6(m+1)x + 3(m^2+2m) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m = 0$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -m \\ x = -m-2 \end{array}\right.$

Ta có điểm cực trị của đồ thị hàm số là $B(-m; -1-3m^2-m^3)$ và $C(-m-2; y(-m-2))$.

Theo yêu cầu bài toán $A \equiv B \Leftrightarrow -1-m^2 = -1-3m^2-m^3 \Leftrightarrow -2m^2 - m^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2 \end{array}\right.$

Vậy có hai giá trị của m.

Câu 30: **[2D1-2.15-3] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $y' = 4x^3 - 12x^2 + (4-m)$

+) Hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 4x^3 - 12x^2 + (4-m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

+) Xét phương trình: $4x^3 - 12x^2 = m - 4$.

$h(x) = 4x^3 - 12x^2 \Rightarrow h'(x) = 12x^2 - 24x;\ h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = -16 \end{array}\right.$

+) Vậy $y = x^4 - 4x^3 + (4-m)x + 1$ có ba cực trị khi và chỉ khi $-16 < m - 4 < 0 \Leftrightarrow -12 < m < 4$

Do m nguyên nên có 15 giá trị m.

Câu 31: **[2D1-2.15-3] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f^2(x)-mf(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g(x)=f^2(x)-mf(x)\Rightarrow g'(x)=2f(x)f'(x)-m.f'(x)=f'(x)\left(2f(x)-m\right)$

Nên: $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{m}{2}\end{array}\right.$ để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $g'(x)=0$ phải có 5 nghiệm bội lẻ, suy ra $f(x)=\dfrac{m}{2}$ cần có 3 nghiệm bội lẻ: $-3<\dfrac{m}{2}<4\Leftrightarrow -6<m<8$

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 32: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1) [2D1-2.15-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ với đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)\left(x^2+2mx+5\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)\left(x^2+2mx+5\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x^2+2mx+5=0\end{array}\right.$.

Hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x)=0$ chỉ có đúng một nghiệm bội lẻ.

TH1: $x^2+2mx+5=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow m^2-5\le 0\Leftrightarrow -\sqrt{5}\le m\le\sqrt{5}$

$\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$

TH2: $x^2+2mx+5=0$ có nghiệm là $-1\Leftrightarrow -2m+6=0\Leftrightarrow m=3$.

Với $m=3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+6x+5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \text{(bội chẵn)}\\ x=-1 & \text{(bội chẵn)}\\ x=-5 & \text{(bội lẻ)}\end{array}\right.$.

Suy ra $m=3$ thỏa mãn yêu cầu.

Vậy $m\in\{-2;-1;0;1;2;3\}$.

Câu 33: **[2D1-2.15-3] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^3-24x^2+mx-1$ có ba điểm cực trị

A. 223. **B.** 248. **C.** 249. **D.** 250.

Lời giải

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi

$y'=4x^3-18x^2-48x+m=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow f(x)=4x^3-18x^2-48x=-m,\ 1$, có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $f'(x)=12x^2-36x-48=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=4\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	26	↘	-224	↗	$+\infty$

Phương trình 1 có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -224<-m<26\Leftrightarrow -26<m<224$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-25;\ldots;223\}$, vậy có 249 giá trị thoả mãn

Câu 1: **[2D1-2.15-4] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^2+(a+x)\sqrt{x^2+1}+ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-20;20)$ sao cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có cùng một điểm cực trị $A(x_0;y_0)$ và $y_0<-5$?

A. 15. **B.** 19. **C.** 16. **D.** 39.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=(a+x)\left(x+\sqrt{x^2+1}\right), g>0\ \forall x$

$f'(x)=g(x)+\dfrac{(a+x)g(x)}{\sqrt{x^2+1}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow -a=x+\sqrt{x^2+1}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a<0$.

x	$-\infty$		$+\infty$
y			$+\infty$
	0		

$y_0<-5\Leftrightarrow f(x)<-5$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow a<\dfrac{6x-5\sqrt{x^2+1}}{h}$ có nghiệm (Luôn đúng)

x	$-\infty$		$+\infty$
h			$+\infty$
	$-\infty$		

Vậy $a\in\{-19;...;-1\}\Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 2: **[2D1-2.15-4] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x+4)\left(x^2-2mx+16\right),\forall x\in\mathbb{R}$ với m là tham số thự **C.** Số giá trị nguyên của m không vượt quá 2023 sao cho hàm số $g(x)=f\left(x^2-4\right)$ có 7 điểm cực trị là

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=2x.f'\left(x^2-4\right)=2x.x^2.\left(x^2-4\right).\left[\left(x^2-4\right)^2-2m\left(x^2-4\right)+16\right]$

$=2x^3.\left(x^2-4\right).\left[x^4-2(m+4)x^2+8m+32\right]$

Do vậy $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\\x^4-2(m+4)x^2+8m+32=0\quad(*)\end{array}\right.$

Hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có 4 nghiệm phân biệt khác $0,\pm 2$.

Điều này tương đương với $\left\{\begin{array}{l}(m+4)^2-(8m+32)>0\\m+4>0\\8m+32>0\\16-8(m+4)+8m+32\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m>4\\m<-4\end{array}\right.\Leftrightarrow m>4\\m>-4\end{array}\right.$.

Kết hợp với $\left\{\begin{array}{l}m\in\mathbb{Z}\\m\le 2023\end{array}\right.$ ta chọn $m\in\{5;6;7;...;2023\}$ có 2019 số nguyên.

Câu 3: **[2D1-2.15-4] (Phát triển đề minh họa 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x)=-\frac{1}{5}x^5+\frac{2}{3}x^3+(m-1)x$ có bốn điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=f'(x)=-x^4+2x^2+m-1$. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow -x^4+2x^2+m-1=0\quad(1)$.

Để hàm số có bốn điểm cực trị thì phương trình (1) phải có bốn nghiệm phân biệt và $y'=f'(x)$ đổi dấu liên tiếp qua 4 nghiệm đó.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow 1-m=-x^4+2x^2$.

Xét hàm số $y=g(x)=-x^4+2x^2$ có $g'(x)=-4x^3+4x$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $y=g(x)=-x^4+2x^2$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi $0<1-m<1\Leftrightarrow -1<-m<0\Leftrightarrow 0<m<1$. Với $0<m<1$ ta thấy $y'=f'(x)$ luôn đổi dấu liên tiếp qua 4 nghiệm đó.

Do $m\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow m\in\phi$.

Vậy không có giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 4: **[2D1-2.15-4] (Phát triển Đề MH 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số sau có ba điểm cực trị $y=3x^4+4(m+2)x^3+6(m^2-m-3)x^2-12m^2x$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $y'=12x^3+12(m+2)x^2+12(m^2-m-3)x-12m^2$,

$y'=0\Leftrightarrow x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2+(m+3)x+m^2)=0$ (1)

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+(m+3)x+m^2=0\ (2)\end{array}\right.$

Để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a\neq 0\\\Delta>0\\1+m+3+m^2\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow -3m^2+6m+9>0\Leftrightarrow -1<m<3$

Các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là: 0; 1; 2. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 5: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B) [2D1-2.15-4]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2-x+m\right|$ có bốn điểm cực tiểu x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $(x_1^2+1)(x_2^2+1)(x_3^2+1)(x_4^2+1)\geq 68$. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 8. **B.** 32. **C.** 4. **D.** 16.

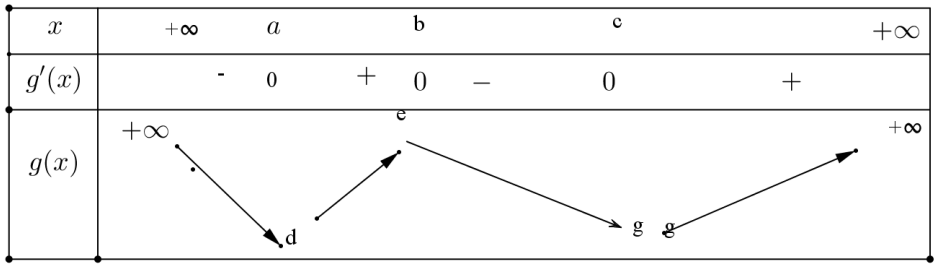
Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=x^4+x^3-5x^2-x+m\Rightarrow g'(x)=4x^3+3x^2-10x-1$

$g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3+3x^2-10x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\approx -1.96\\x=b\approx -0.098.\\x=c\approx 1.31\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên



Trong đó $d \approx -10,2+m, e \approx 0.049+m, g \approx -4.69+m.$

Để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2-x+m\right|$ có 4 điểm cực tiểu điều kiện là

$\begin{cases} m+0.049>0 \\ m-4,69<0 \end{cases} \Leftrightarrow -0.049<m<4.69.$

$x^4+x^3-5x^2-x+m=0 \Leftrightarrow \left(x^2+1\right)^2+\left(x^2+1\right)(x-7)-2x+m+6=0$

Đặt $t=x^2+1,(t\geq 1).$ ta được phương trình $t^2+t(x-7)-2x+m+6=0$

$t^2+x(t-2)-7t+m+6=0 \Leftrightarrow t^2-7t+m+6=x(t-2) \Rightarrow \left(t^2-7t+m+6\right)^2=(t-1)(t-2)^2$

Ta có $t_1t_2t_3t_4 \geq 68 \Leftrightarrow (m+6)^2+4 \geq 68 \Leftrightarrow (m+6)^2 \geq 64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+6\geq 8 \\ m+6\leq -8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -14 \end{array}\right.$.

Do $\begin{cases} -0.049<m<4.69 \\ m\in\mathbb{Z} \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -14 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow m=2, m=3, m=4.$

Số tập con là $2^3=8.$

Câu 6: **[2D1-2.15-4] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2x$ trên $\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị dương?

A. 0 **B.** 14 **C.** 13 **D.** 12

Lời giải

Chọn C

$g(x)=f\left(x^2-8x+m\right) \Rightarrow g'(x)=2(x-4)f'\left(x^2-8x+m\right).$

$\Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-4=0 \\ x^2-8x+m=0 \\ x^2-8x+m=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-4=0 \\ x^2-8x=-m \quad (1) \\ x^2-8x=-2-m (2) \end{array}\right.$.

Để $g(x)=f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị dương khi và chỉ khi (1), (2) có 4 nghiệm dương phân biệt khác 4.

Xét hàm số $h(x)=x^2-8x$ với $x>0$.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)=x^2-8x$:

x	0		4		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

Để (1), (2) có 4 nghiệm dương phân biệt khác $4 \Leftrightarrow \begin{cases} -m<0 \\ -2-m>-16 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<14$.

$\Rightarrow m\in\{1;2;...;13\}$ nên có tất cả 13 giá trị tham số m.

Câu 7: **[2D1-2.15-4] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=12x^3-12(4+m)x^2+12(3-m)$ nên

$$y'=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+3=(x^2+1)m \Leftrightarrow m=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}.$$

Đặt $f(x)=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}$, $f'(x)=1+\frac{x^2-14x-1}{(x^2+1)^2}$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^4+3x^2-14x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $m=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}$ có ba nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-1<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-2.13-3] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ (m là tham số). Biết đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A,B mà diện tích của tam giác OAB bằng $2\sqrt{2}$. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-2x-m+1}{(x-1)^2}$.

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\1-2-m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>0$

Tọa độ hai điểm cực trị: $A\left(1-\sqrt{m};\mathrm{m}-2\sqrt{m}+2\right),B\left(1+\sqrt{m};\mathrm{m}+2\sqrt{m}+2\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(2\sqrt{m};4\sqrt{m}\right)$, $AB=2\sqrt{5m}$.

Phương trình đường thẳng $AB:-2x+y-m=0$

$S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}(O;AB).AB=\dfrac{1}{2}.\dfrac{|-m|}{\sqrt{5}}.2\sqrt{5m}=2\sqrt{2}$.

$\Leftrightarrow|m|\sqrt{m}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow m=2$

Vậy $AB=2\sqrt{10}$

Câu 2: **[2D1-2.13-3] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ (m là tham số). Biết đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A,B mà diện tích của tam giác OAB bằng $2\sqrt{2}$. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-2x-m+1}{(x-1)^2}$.

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\1-2-m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>0$

Tọa độ hai điểm cực trị: $A\left(1-\sqrt{m};\mathrm{m}-2\sqrt{m}+2\right),B\left(1+\sqrt{m};\mathrm{m}+2\sqrt{m}+2\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(2\sqrt{m};4\sqrt{m}\right)$, $AB=2\sqrt{5m}$.

Phương trình đường thẳng $AB:-2x+y-m=0$

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\mathrm{d}(O;AB).AB=\frac{1}{2}.\frac{|-m|}{\sqrt{5}}.2\sqrt{5m}=2\sqrt{2}$.

$\Leftrightarrow |m|\sqrt{m}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow m=2$

Vậy $AB=2\sqrt{10}$

Câu 1: **[2D1-2.16-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. 6. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1\\x=2\Rightarrow y=-3\end{array}\right.$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{(2-0)^2+(-3-1)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 1: **[2D1-2.16-3] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}+mx^2+9x-1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để d có hệ số góc bằng 4.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2+2mx+9$, để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow m^2-9>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)(*)$

Ta có $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\right)+\left(6-\frac{2m}{3}\right)x-1-3m$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=\left(6-\frac{2m^2}{3}\right)x-1-3m$

d có hệ số góc bằng 4 nên: $6-\frac{2m^2}{3}=4\Leftrightarrow m^2=3\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$ (loại)

Vậy không tồn tại m.

Câu 1: **[2D1-3.1-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu

A. $f(x)\geq M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

B. $f(x)\leq M$ với mọi $x\in D$.

C. $f(x)\geq M$ với mọi $x\in D$.

D. $f(x)\leq M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

Lời giải

Chọn D

Câu 1: **[2D1-3.2-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$y=x^3-3x+1\Rightarrow y'=3x^2-3$

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

$y(-2)=-1, y(-1)=3, y(1)=-1, y(2)=3$

$\Rightarrow \max\limits_{[-2;2]} y=3$

Câu 2: **[2D1-3.2-1] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x$ trên $[0;2]$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 10. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} y=y(0)=0$.

Câu 3: **[2D1-3.2-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+5$ trên đoạn $[-1;5]$. Tổng $M+m$ là

A. 268. **B.** 278. **C.** 288. **D.** 216.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+5$ trên đoạn $[-1;5]$.

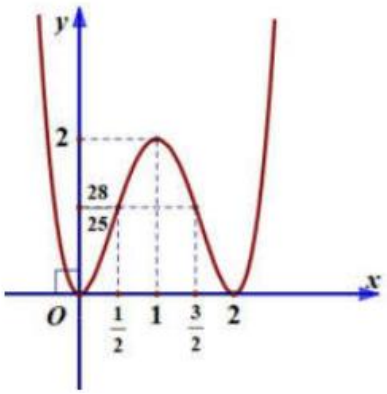
$y'=6x^2+6x-12$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;5] \\ x=-2\notin[-1;5] \end{array}\right.$

$y(-1)=18;\ y(5)=270;\ y(1)=-2$

$\Rightarrow M=270;\ m=-2\Rightarrow M+m=268$.

Câu 4: **[2D1-3.2-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau



Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\frac{28}{25}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là 2.

Câu 5: **[2D1-3.2-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Trên đoạn $[-1;3]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -50. **D.** -48.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+8x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Xét trên $(-1;3)$ ta có $x=0, x=\sqrt{2}$.

Ta có $y(-1)=0; y(3)=-48; y(0)=-3; y\left(\sqrt{2}\right)=1$.

Vậy $\min\limits_{[-1;3]} y=-48$.

Câu 6: **[2D1-3.2-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Trên đoạn $[-1;3]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -50. **D.** -48.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+8x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Xét trên $(-1;3)$ ta có $x=0, x=\sqrt{2}$.

Ta có $y(-1)=0; y(3)=-48; y(0)=-3; y\left(\sqrt{2}\right)=1$.

Vậy $\min\limits_{[-1;3]} y = -48$.

Câu 7: **[2D1-3.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in (-3;3)$.

$f(-3) = -18; f(-1) = 2; f(1) = -2; f(3) = 18$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;3]$ là 18.

Câu 8: **[2D1-3.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$ bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 4. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $y' = \dfrac{-7}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in [-1;1]$ nên $\min\limits_{[-1;1]} y = y(1) = -4.$.

Câu 9: **[2D1-3.2-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 15x$ trên đoạn $[1;15]$ bằng

A. 3153. **B.** $-10\sqrt{5}$. **C.** -22. **D.** -14.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 - 15x \Rightarrow y' = 3x^2 - 15$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{5}\,(l) \\ x = \sqrt{5}\,(n) \end{array}\right.$.

$y(1) = -14;\ y(\sqrt{5}) = -10\sqrt{5}; y(15) = 3150$.

Vậy $\min\limits_{[1;15]} y = -10\sqrt{5}$.

Câu 10: **[2D1-3.2-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 8. **B.** 14. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\dfrac{3x+2}{x-1}\right)'=-\dfrac{5}{(x-1)^2}<0\,\forall x\in[2;4]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[2;4]$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là $y(2)=\dfrac{3.2+2}{2-1}=8$.

Câu 11: **[2D1-3.2-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị của biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ đơn điệu trên đoạn $[-2;0]$ nên chỉ đạt GTLN, GTNN tại hai điểm $-2;\ 0$.

Ta có $f(-2)=1;\ f(0)=-1$ Suy ra $M=1;\ m=-1$. Vậy $5M+m=4$.

Câu 12: **[2D1-3.2-1] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và luôn nghịch biến trên $[a;b]$. Hỏi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $y=f(a)$. **B.** $y=f(b)$. **C.** $x=b$. **D.** $x=a$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ nên có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó. Lại vì hàm số $y=f(x)$ luôn nghịch biến trên $[a;b]$ nên $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=a$.

Câu 13: **[2D1-3.2-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $x=0$. **B.** $x=9$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có:

$f'(x)=4x^3-4x$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(TM)\\x=1(TM)\\x=-1(KTM)\end{array}\right.$$

Khi đó: $f(0)=1;f(1)=0;f(2)=9$

$\underset{[0;2]}{Max} f(x) = f(2) = 9$ khi $x = 2$

Câu 14: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** **[2D1-3.2-1]** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là bao nhiêu?

A. -2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

Xét $x \in [-1;2]$: $f(-1) = 4$, $f(1) = 0$, $f(2) = 4$

Vậy $\underset{[-1;2]}{Max} f(x) = 4$.

Câu 15: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2)** **[2D1-3.2-1]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Khi đó $y(0) = 2;\ y(2) = -2;\ y(3) = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ bằng -2.

Câu 16: **[2D1-3.2-1]** **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Khi đó $y(0) = 2;\ y(2) = -2;\ y(3) = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ bằng -2.

Câu 17: **[2D1-3.2-1]** **(THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 24x^2 - 4$ trên $[0;19]$ bằng

A. -150. **B.** -148. **C.** -149. **D.** -144.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x) = x^4 - 24x^2 - 4$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 48x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\sqrt{3} \\ x=-2\sqrt{3}\notin[0;19] \end{array}\right.$

Xét: $f(0)=-4; f\left(2\sqrt{3}\right)=-148;\ f(19)=121653.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ trên $[0;19]$ bằng -148.

Câu 18: **[2D1-3.2-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x^3$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2\geq 0, \forall x\in[1;2]$. Do đó hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó $\min\limits_{[1;2]} y=y(1)=2$.

Câu 19: **[2D1-3.2-1] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x^4-8x^2-2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 27. **B.** -18. **C.** -20. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^4-8x^2-2$ có $y'=4x^3-16x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin[1;5] \\ x=2 \\ x=-2\notin[1;5] \end{array}\right.$

Ta có $y(1)=-9$, $y(2)=-18$ và $y(5)=423.$

Câu 20: **[2D1-3.2-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x-1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T=2M-m$.

A. $T=16$. **B.** $T=26$. **C.** $T=20$. **D.** $T=36$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^3-3x^2-9x-1$ liên tục và xác định trên $[1;5]$.

Đạo hàm $y'=3x^2-6x-9$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[1;5] \\ x=3\in[1;5] \end{array}\right.$

Ta có $y(1)=-12, y(3)=-28, y(5)=4$.

Vậy $M=4, m=-28, 2M-m=36$.

Câu 21: **[2D1-3.2-1] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $2;22$ bằng

A. $-20\sqrt{10}$. **B.** $20\sqrt{10}$. **C.** -52. **D.** $-63,2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $2;22$

Ta có $f'(x)=3x^2-30,\ f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-30\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{10}\ (l)\\x=\sqrt{10}\ (n)\end{array}\right.$

$\min\limits_{x\in[2;22]} f(x)=\min\left\{f(2);f\left(\sqrt{10}\right);f(22)\right\}=f\left(\sqrt{10}\right)=-20\sqrt{10}$.

Câu 22: **[2D1-3.2-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -3 **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0,\forall x\in(0;1)$ nên hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Do đó: $\max\limits_{[0;1]} y=y(1)=-1$.

Câu 1: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{14}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** $-\dfrac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0 \quad \forall x\in[0;2]$

Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

$\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=\dfrac{1}{3}$

$\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=-5$

$\max\limits_{[0;2]} f(x)+\min\limits_{[0;2]} f(x)=\dfrac{1}{3}-5=-\dfrac{14}{3}$.

Câu 3: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-3$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\notin[-2;0]\\x=-1\end{array}\right.$

Lại có $f(-2)=-1;\ f(-1)=3$ và $f(0)=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng -1 tại $x=-2$.

Câu 4: **[2D1-3.2-2] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=x^3+4x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=x^3+4x^2+1;\ y'=3x^2+8x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;2]\\x=-\dfrac{8}{3}\notin[-2;2]\end{array}\right.$.

$y(-2)=9;\ y(2)=25;\ y(0)=1$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=0$.

Câu 5: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 5. **C.** -4. **D.** $-\dfrac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$

Ta có $f'(x)=x^2+2x-3$

Giải $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\notin[-4;0]\\x=-3\in[-4;0]\end{array}\right.$

Ta có $f(-3)=5;\ f(-4)=\dfrac{8}{3};\ f(0)=-4$.

Suy ra $\min\limits_{[-4;0]}f(x)=-4=f(0)$.

Câu 6: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{16-x^2}$ là

A. 16. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\sqrt{16-x^2}\le 4$, dấu "=" khi $x=0$.

Vậy $\max\limits_{[-4;4]}y=4$.

Câu 7: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;\,4]}y=3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]}y=7$. **C.** $\min\limits_{[2;\,4]}y=5$. **D.** $\min\limits_{[2;\,4]}y=0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số liên tục trên đoạn $[2;4]$.

Ta có $y=x^3-3x+5 \Rightarrow y'=3x^2-3>0, \forall x\in[2;4]$. Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=y(2)=7$.

Câu 8: **[2D1-3.2-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3+3x^2-1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=-2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm $y'=3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;1]\\x=-2\in[-2;1]\end{array}\right.$.

$y(-2)=3, y(1)=3, y(0)=-1$.

Vậy trên $[-2;1]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

Câu 9: **[2D1-3.2-2] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 50. **B.** -4. **C.** -45. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$\Rightarrow$hàm số liên tục trên đoạn $[1;5]$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;5]\\x=2\in[1;5]\end{array}\right.$

$y(1)=-2; y(2)=-4; y(5)=50$

Vậy $\underset{[1;5]}{Min}\, y=y(2)=-4$

Câu 10: **[2D1-3.2-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-12x^2+10$ trên $[0;6]$ đạt được tại điểm

A. $x=\sqrt{6}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-26$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(x^4-12x^2+10\right)'=4x^3-24x$.

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-24x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in(0;6) \\ x=\sqrt{6}\in(0;6) \\ x=-\sqrt{6}\notin(0;6) \end{array}\right.$.

$y(0)=10,\ y(6)=874,\ y\left(\sqrt{6}\right)=-26$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-12x^2+10$ trên $[0;6]$ bằng -26 đạt được tại $x=\sqrt{6}$.

Câu 11: **[2D1-3.2-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$ bằng

A. $5\cdot$. **B.** $2\cdot$. **C.** $3\cdot$. **D.** $4\cdot$

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$

$y=-x^4+4x^2\Rightarrow y'=-4x^3+8x=-4x\left(x^2-2\right)$

$y'=0\Leftrightarrow x=0, x=\sqrt{2}$

$y(-1)=3, y(0)=0,\ y\left(\sqrt{2}\right)=-4+8=4,\ y(18)=-103680$

$\Rightarrow \underset{[-1;18]}{Max}\, y=4$.

Câu 12: **[2D1-3.2-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$ bằng

A. $5\cdot$. **B.** $2\cdot$. **C.** $3\cdot$. **D.** $4\cdot$

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$

$y=-x^4+4x^2\Rightarrow y'=-4x^3+8x=-4x\left(x^2-2\right)$

$y'=0\Leftrightarrow x=0, x=\sqrt{2}$

$y(-1)=3, y(0)=0,\ y\left(\sqrt{2}\right)=-4+8=4,\ y(18)=-103680$

$\Rightarrow \underset{[-1;18]}{Max}\, y=4$.

Câu 13: **[2D1-3.2-2] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x}$ trên $[1;2]$

A. $\min\limits_{[1;2]} y=3$. **B.** $\min\limits_{[1;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{[1;2]} y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\min\limits_{[1;2]} y=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-\frac{2}{x^2}<0,\forall x\neq 0$ nên hàm số $y=\frac{x+2}{x}$ nghịch biến trên $[1;2]$

Do đó $\min\limits_{[1;2]} y=y(2)=2$.

Câu 14: **[2D1-3.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ trên $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{45}{4}$. **C.** $\frac{89}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0$ và $1\notin[2;3]$

$M=\max\limits_{[2;3]} y=y(2)=4$ và $m=\min\limits_{[2;3]} y=y(3)=\frac{5}{2}$

$M^2+m^2=4^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{89}{4}$.

Câu 15: **[2D1-3.2-2] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ trên $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{45}{4}$. **C.** $\frac{89}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0$ và $1\notin[2;3]$

$M=\max\limits_{[2;3]} y=y(2)=4$ và $m=\min\limits_{[2;3]} y=y(3)=\frac{5}{2}$

$M^2+m^2=4^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{89}{4}$.

Câu 16: **[2D1-3.2-2] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+5}{x-7}$ trên đoạn $[8;12]$ bằng

A. 15. **B.** $\frac{17}{5}$. **C.** 13. **D.** $\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x-7}$ liên tục trên đoạn $[8;12]$. Ta có $y'=\dfrac{-12}{(x-7)^2}<0,\ \forall x\in[8;12]$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(8;12)\Rightarrow \max\limits_{[8;12]} y=y(8)=13$.

Câu 17: **[2D1-3.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và gtn của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[-2;1]$. Giá trị của biểu thức $2M-m$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;1]\\x=2\notin[-2;1]\end{array}\right.$

$y(-2)=-18;\ y(0)=2;\ y(1)=0$

Do đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là $M=2;m=-18$.

Vậy $2M-m=2.2-(-18)=22$.

Câu 18: **[2D1-3.2-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và gtn của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[-2;1]$. Giá trị của biểu thức $2M-m$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;1]\\x=2\notin[-2;1]\end{array}\right.$

$y(-2)=-18;\ y(0)=2;\ y(1)=0$

Do đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là $M=2;m=-18$.

Vậy $2M-m=2.2-(-18)=22$.

Câu 19: **[2D1-3.2-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Có hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2}{x+3}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;5]$ bằng -3. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(4;6)$. **B.** $m_0\in(6;8)$. **C.** $m_0\in(0;2)$. **D.** $m_0\in(2;4)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{3+m^2}{(x+3)^2}>0\forall x\neq -3.$

$\Rightarrow$Hàm số đồng biến trên đoạn $[0;5]$

$\Rightarrow \underset{[0;5]}{Min}\, f(x)=f(0)=-3\Leftrightarrow \dfrac{-m^2}{3}=-3\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow m=\pm 3\Rightarrow m_0=3\in(2;4).$

Câu 20: **[2D1-3.2-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-4x-7$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in(-2;1)\\ x=\dfrac{7}{3}\notin(-2;1)\end{array}\right.$.

$y(-2)=-1; y(-1)=5; y(1)=-7$. Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ là 5.

Câu 21: **[2D1-3.2-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$bằng

A. 8. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=x^4-10x^2+1$. Hàm số liên tục trên $[-3;2]$

$f'(x)=4x^3-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-3;2]\\ x=\sqrt{5}\in[-3;2]\\ x=-\sqrt{5}\in[-3;2]\end{array}\right.$.

$f(0)=1;\ f(\sqrt{5})=f(-\sqrt{5})=-24;\ f(2)=-23$. Suy ra GTLN của hàm số 1.

Câu 22: **[2D1-3.2-2] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+9x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 8. **B.** $2\sqrt{3}+5$. **C.** -2. **D.** $6\sqrt{3}-2$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$f'(x)=-3x^2+9;\ f'(x)=0\Rightarrow x=\sqrt{3}\in(0;2).$

$f(0)=-2,\ f(2)=8,\ f(\sqrt{3})=6\sqrt{3}-2.$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+9x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng $6\sqrt{3}-2$.

Câu 23: **[2D1-3.2-2] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. 2. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-1}{(1-x)^2}<0,\forall x\in[2;3]$.

Suy ra hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{1-x}$ nghịch biến trên đoạn $[2;3]$.

Suy ra $\max\limits_{[2;3]} f(x)=f(2)=0$.

Câu 24: **[2D1-3.2-2] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\ x=x^3-24x$ trên đoạn $2;19$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** $-32\sqrt{2}$. **C.** -45. **D.** -40.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f\ x$ liên tục trên đoạn $2;19$.

Ta có $f'\ x=3x^2-24,\ f'\ x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\sqrt{2}\in 2;19\\ x=-2\sqrt{2}\notin 2;19\end{array}\right.$.

Ta có $f\ 2=-40,\ f\ 2\sqrt{2}=-32\sqrt{2},\ f\ 19=6403$.

Vậy $\min\limits_{x\in 2;19} f\ x=f\ 2=-40$.

Câu 25: **[2D1-3.2-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=-5$. **B.** $M=\dfrac{1}{3}$. **C.** $M=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0\ \forall x\neq 3$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên $[0;2]$

Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=\dfrac{1}{3}$

Câu 26: **[2D1-3.2-2] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Xác định giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x$ trên $[0;2]$.

A. 0. **B.** -2. **C.** 10. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2+1\geq 1 \Rightarrow$ Phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

$y(0)=0; y(2)=10$.

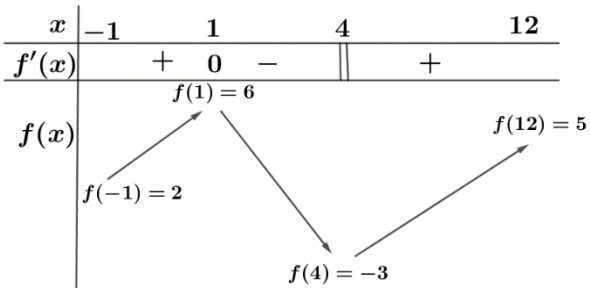
Vậy $\underset{[0;2]}{Min}\, y=0$.

Câu 27: **[2D1-3.2-2] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+5 & \text{khi } x\leq 4\\ x-7 & \text{khi } x>4\end{cases}$. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;12]$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 7.

Lời giải

- Xét trên khoảng $(-\infty;4)$, ta có: $f'(x)=-2x+2$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.
- Xét trên khoảng $(4;+\infty)$, ta có: $f'(x)=1>0$.
- BBT



- Suy ra: $\underset{[-1;12]}{Min}\, f(x)=f(4)=-3$, $\underset{[-1;12]}{Max}\, f(x)=f(1)=6$.
- Vậy: $\underset{[-1;12]}{Min}\, f(x)+\underset{[-1;12]}{Max}\, f(x)=-3+6=3$.

Câu 28: **[2D1-3.2-2] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y=x^4-8x^2+13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-16x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\notin[1;4]\\x=0\notin[1;4]\\x=2\in[1;4]\end{array}\right.$$

$y(1)=6$

$y(2)=-3$

$y(4)=141$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số tại điểm $x=2$

Câu 29: **[2D1-3.2-2] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow x=\sqrt{2}\in[-1;4]$.

Khi đó $f(-1)=-1+6=5$, $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-6\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$, $f(4)=64-24=40$.

Vậy $\min\limits_{[-1;4]}f(x)=-4\sqrt{2}$ tại $x=\sqrt{2}$.

Câu 30: **[2D1-3.2-2] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+cx+d, a\neq 0$ có $\min\limits_{x\in(-\infty;0)}f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $d+8a$. **B.** $d+2a$. **C.** $d-11a$. **D.** $d-16a$.

Lời giải

Ta có $y'=3ax^2+c$ mà $\min\limits_{x\in(-\infty;0)}f(x)=f(-2)$ nên $\begin{cases}y'(-2)=0\\a<0\end{cases}$. Do vậy $12a+c=0\Rightarrow c=-12a$.

Vậy $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+c=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$

Do $a>0$ nên $\max\limits_{x\in[1;3]}f(x)=f(2)=8a+2c+d=8a-24a+d=d-16a$.

Câu 31: **[2D1-3.2-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng?

A. -4. **B.** -259. **C.** 0. **D.** 68.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2+4x-7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;4] \\ x=-\dfrac{7}{3}\notin[0;4] \end{array}\right.$.

$y(0)=0; y(1)=-4; y(4)=68$

Vậy $\min\limits_{[0;4]} f(x)=-4$

Câu 32: **[2D1-3.2-2] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=x^3+x+1$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3+x+1\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$y(-1)=-1; y(2)=11$. Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là 11.

Câu 33: **[2D1-3.2-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 5. **B.** -7. **C.** $\dfrac{311}{27}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$y=x^3+2x^2-7x-3\Rightarrow y'=3x^2+4x-7, y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{7}{3}(L) \end{array}\right.$.

Hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ liên tục trên $[-1;2]$, có: $y(-1)=5, y(1)=-7, y(2)=-1$.

Suy ra, giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 5.

Câu 34: **[2D1-3.2-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị của $3M+m$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

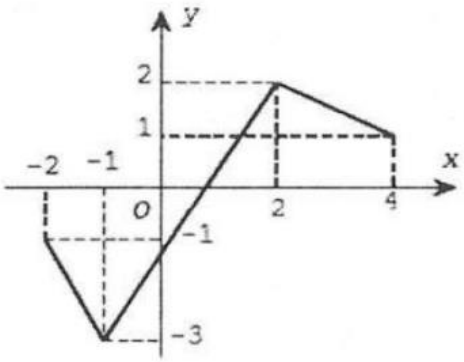
Tập xác định $D=(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0,\forall x\in D$. Suy ra hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$ nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định.

Do đó hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$ nghịch biến trên đoạn $[0;2]$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=\dfrac{1}{3}$ và $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=-5$. Vậy $3M+m=3.\dfrac{1}{3}-5=-4$.

Câu 35: **[2D1-3.2-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$.



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $|f(0)|$.

Lời giải

Dựa vào cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ ta suy ra $M=\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|=|-3|=3$.

Câu 36: **[2D1-3.2-2] [2D1-3.3-2] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tổng $S=2M-m$ bằng

A. $S=0$. **B.** $S=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=1\Leftrightarrow x=0$.

Ta có $f(0)=-1;f(3)=-\dfrac{1}{2}$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Vậy $M=-\dfrac{1}{2};m=-1\Rightarrow S=2M-m=2\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1=0$.

Câu 37: **[2D1-3.2-2] [2D1-3.3-2] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\cos^2 x$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ là

A. $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{1}{2};\ \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=-1.$ **B.** $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{\pi}{4};\ \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{\pi}{6}.$

C. $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2};\ \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=1.$ **D.** $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2};\ \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{1}{2}.$

Lời giải

Ta có $f(x)=x+\cos^2 x \Rightarrow f'(x)=1-2\cos x.\sin x=1-\sin 2x.$

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 1-\sin 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. Do $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}.$

$f(0)=1;\ f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$

Suy ra $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2};\ \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=1.$

Câu 38: **[2D1-3.2-2] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-6x^2+2$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -7.

Lời giải

Chọn D

Ta có

+ $f'(x)=4x^3-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{3}\in[-2;1]\\ x=0\in[-2;1]\\ x=\sqrt{3}\notin[-2;1]\end{array}\right.$.

+ $f(-2)=16-24+2=-6$

+ $f(1)=-3$

+ $f(0)=2$

+ $f\left(-\sqrt{3}\right)=-7$.

So sánh các giá trị trên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-6x^2+2$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng -7.

Câu 39: **[2D1-3.2-2] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2+3$ trên đoạn $[-1;3]$ lần lượt là M,m. Tính giá trị biểu thức $M+m$.

A. $M+m=-10$. **B.** $M+m=8$. **C.** $M+m=1$. **D.** $M+m=-1$.

Lời giải

Xét trên đoạn $[-1;3]$.

$$f'(x)=4x^3-16x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\quad(N)\\x=2\quad(N)\\x=-2\quad(L)\end{array}\right.$$

$f(0)=3, f(2)=-13, f(-1)=-4, f(3)=12.$

$M=\max\limits_{[-1;3]} f(x)=12.$

$m=\min\limits_{[-1;3]} f(x)=-13.$

$\Rightarrow M+m=12-13=-1$

Câu 40: **[2D1-3.2-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ trên $[0;19]$ bằng

A. -150. **B.** -148. **C.** -149. **D.** -144.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ có đạo hàm $f'(x)=4x^3-48x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\sqrt{3}\\x=-2\sqrt{3}\notin[0;19]\end{array}\right.$$

Xét: $f(0)=-4; f\left(2\sqrt{3}\right)=-148;\ f(19)=121653.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ trên $[0;19]$ bằng -148.

Câu 41: **[2D1-3.2-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** $\dfrac{19}{3}$. **D.** $\dfrac{23}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\left(\dfrac{x^2+3}{x-1}\right)'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[2;4]\\x=3\in[2;4]\end{array}\right.$.

Lại có $f(2)=7>f(4)=\dfrac{19}{3}>f(3)=6$ suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là 7.

.

Câu 42: **[2D1-3.2-2] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x+m$ (m là tham

số thực), thỏa mãn $\min\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $7<m<20$. **B.** $m>20$. **C.** $-10<m<6$. **D.** $m<-10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$, ta có $x=1\in(0;2)$.

Mặt khác: $y(0)=m; y(1)=m-2; y(2)=m+2$.

Khi đó $\min\limits_{[0;2]} y=m-2$. Do $\min\limits_{[0;2]} y=3$ nên $m-2=3\Leftrightarrow m=5$

Vậy $-10<m<6$.

Câu 43: [2D1-3.2-2] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+3$ trên đoạn $[1;3]$.

A. 7. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=-3x^2+6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2+6x=0\Leftrightarrow x=0$ (loại) hay $x=2$ (nhận).

Khi đó $f(1)=5$; $f(2)=7$ và $f(3)=3$, do vậy $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=f(2)=7$.

Câu 44: [2D1-3.2-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-3$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\notin[-2;0]\\x=-1\end{array}\right.$

Lại có $f(-2)=-1$; $f(-1)=3$ và $f(0)=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng -1 tại $x=-2$.

Câu 45: [2D1-3.2-2] **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$

A. $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=-6$. **B.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=\dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=5$. **D.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3x^2-16x+16\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{4}{3}\in(1;3)\\x=4\notin(1;3)\end{array}\right.$

Và: $f(1)=0, f\left(\frac{4}{3}\right)=-\frac{115}{27}, f(3)=-6 \Rightarrow \max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=0$

Câu 46: **[2D1-3.2-2] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là:

A. $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3-3x+5 \Rightarrow y=3x^2-3$.

Giải $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\notin[2;4] \\ x=-1\notin[2;4] \end{array}\right.$.

Ta có $y(2)=7;\ y(4)=57 \Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y=y(2)=7$.

Câu 47: **[2D1-3.2-2] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+10$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** -40. **D.** 14.

Lời giải

Trên đoạn $[-5;-1]$ ta có hàm số đã cho liên tục và có

$y'=3x^2+6x \Rightarrow 3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right. \Rightarrow x=-2$

$y(-5)=-40; y(-2)=14; y(-1)=12$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5;-1]$ bằng 14.

Câu 48: **[2D1-3.2-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ trên đoạn $[0;4]$.

Tính tổng $S=M+n$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Dễ thấy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-4x+3$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

$y(0)=1$.

$y(1)=\frac{7}{3}$.

$y(3)=1$.

$y(4)=\frac{7}{3}$.

Vậy $\begin{cases} M=\max\limits_{[0;4]} y=y(1)=y(4)=\frac{7}{3} \\ m=\min\limits_{[0;4]} y=y(0)=y(3)=1 \end{cases} \Rightarrow S=M+m=\frac{7}{3}+1=\frac{10}{3}$.

Câu 49: **[2D1-3.2-2] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+4$ trên đoạn $[-3;4]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 30. **B.** 81. **C.** 79. **D.** 80.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2+6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

$f(-3)=31, f(1)=-1, f(4)=80$.

$\Rightarrow M=80, m=-1$.

Vậy $M+m=80-1=79$.

Câu 50: **[2D1-3.2-2] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow x=\sqrt{2}\in[-1;4]$.

Khi đó $f(-1)=-1+6=5$, $f(\sqrt{2})=2\sqrt{2}-6\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$, $f(4)=64-24=40$.

Vậy $\min\limits_{[-1;4]} f(x)=-4\sqrt{2}$ tại $x=\sqrt{2}$.

Câu 51: **[2D1-3.2-2] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3+(1+m^2)x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là

A. vô số. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x^3+(1+m^2)x+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2+1+m^2>0,\ x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0;1]$

$\max\limits_{[0;1]} f(x)=f(1)=m^2+3$. Yêu cầu bài toán tương đương $m^2+3\le 7 \Leftrightarrow -2\le m\le 2.$

Vậy $S=\{-2,-1,0,1,2\}$ hay S có 5 phần tử.

Câu 1: **[2D1-3.2-3] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ với m là số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;2]$ bằng 6.

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng 6 khi:

$$y(0)+y(2)=6\Leftrightarrow -m+\frac{2-m}{3}=6\Leftrightarrow m=-4.$$

Câu 2: **[2D1-3.2-3] (Chuyên ĐHSP Hà Nội - ĐGNL - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=1-\sin x\cos^2 x+\cos^2 x$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. Giá trị của $M-m$ bằng

A. $\dfrac{32}{27}$. **B.** $\dfrac{86}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{59}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y=1-\sin x\cos^2 x+\cos^2 x$$
$$=1-\sin x\left(1-\sin^2 x\right)+\left(1-\sin^2 x\right)$$
$$=1-\sin x+\sin^3 x+1-\sin^2 x$$
$$=\sin^3 x-\sin^2 x-\sin x+2$$

Đặt: $t=\sin x\Rightarrow t\in[-1;1]$

Ta có: $y(t)=t^3-t^2-t+2\Rightarrow y'(t)=3t^2-2t-1$

Cho $y'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{-1}{3}\\ t=1\end{array}\right.$

Ta có BBT:

t	-1		$\frac{-1}{3}$		1
y'		$+$	0	$-$	0
y	1	↗	$\frac{59}{27}$	↘	1

Vậy: $M=\dfrac{59}{27};m=1\Rightarrow M-m=\dfrac{32}{27}$.

Câu 3: **[2D1-3.2-3] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của

tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ sao cho hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^3+(m-1)x^2+x+m$ có hai điểm cực đại?

A. 193. **B.** 194. **C.** 100. **D.** 99.

Lời giải

Chọn D

$y'=4mx^3+3(2m-1)x^2+2(m-1)x+1$.

Hàm số đã cho có hai điểm cực đại khi và chỉ khi hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu khi và chỉ khi $m<0$ và $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow 4mx^3+3(2m-1)x^2+2(m-1)x+1=0\Leftrightarrow (x+1)\left(4mx^2+(2m-3)x+1\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ 4mx^2+(2m-3)x+1=0\,(1)\end{array}\right.$$

$y'=0$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}(2m-3)^2-16m>0\\ 4m(-1)^2+(2m-3)(-1)+1\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}4m^2-28m+9>0\\ m\neq -2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m<\dfrac{7-2\sqrt{10}}{2}\\ m>\dfrac{7+2\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.\\ m\neq -2\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $m<0, m\in\mathbb{Z}, m\in[-100;100]$ ta được $m\in\{-100;-99;...;-3;-1\}$.

Vậy có 99 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 4: **[2D1-3.2-3] (SGD Hà Tĩnh - Online- Lần 1– 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x \text{ voi } x<1\\ -2x+3x \text{ voi } x\geq 1\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[-1;2]$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn B

.

Câu 5: **[2D1-3.2-3] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-2}{x-m}$, với m là tham số. Gọi S là tập các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng -1. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -6. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-m+2}{(x+m)^2}>0,\forall x\neq m$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]}y=-1\Leftrightarrow\begin{cases}y(4)=-1\\m\notin[0;4]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-6=0\\\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-3\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-3$.

Khi đó $S=\{-3\}$.

Tổng tất cả các phần tử của S bằng -3.

Câu 6: **[2D1-3.2-3] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-2}{x-m}$, với m là tham số. Gọi S là tập các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng -1. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -6. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-m+2}{(x+m)^2}>0,\forall x\neq m$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]}y=-1\Leftrightarrow\begin{cases}y(4)=-1\\m\notin[0;4]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-6=0\\\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-3\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-3$.

Khi đó $S=\{-3\}$.

Tổng tất cả các phần tử của S bằng -3.

Câu 7: **[2D1-3.2-3] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $f\ x=\dfrac{x-m^2}{x+4}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $0;6$ bằng -4. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(5;7)$. **B.** $m_0\in(1;3)$. **C.** $m_0\in(7;9)$. **D.** $m_0\in(3;5)$.

Lời giải

Chọn D

$f\ x=\dfrac{x-m^2}{x+4}\Rightarrow f'\ x=\dfrac{m^2+4}{x+4^{\ 2}}>0,\forall m$. Hàm số đồng biến trên $0;6$.

Suy ra: $\min\limits_{0;6}f\ x=f\ 0=-\dfrac{m^2}{4}=-4\Leftrightarrow m^2=16\Leftrightarrow m=\pm4$ suy ra $m=4$.

Câu 8: **[2D1-3.2-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(20;25)$. **B.** $(6;9)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0,\forall x\neq -8$

Do đó $\min\limits_{[0;3]} y=y(0)=\dfrac{-m^2}{8}$. Theo giả thiết $\min\limits_{[0;3]} y=-3\Rightarrow \dfrac{-m^2}{8}=-3\Leftrightarrow m^2=24\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{6}$

Vậy $m_0=2\sqrt{6}\in(2;5)$.

Câu 9: **[2D1-3.2-3] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 18. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $f(x)=x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27$ trên đoạn $[-3;-1]$ ta có

$f'(x)=3x^2+2x+m^2+1>0,\forall x\in[-3;-1]$. Suy ra hàm số luôn đồng biến $\forall x\in[-3;-1]$

$\min\limits_{[-3;-1]} f(x)=f(-3)=6-3m^2$; $\underset{[-3;-1]}{Max}\, f(x)=f(-1)=26-m^2$

Gọi M là giá trị lớn nhất của $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$.

$M=\underset{[-3;-1]}{Max}=max\left\{\left|26-m^2\right|,\left|6-3m^2\right|\right\}$

$\Rightarrow\begin{cases}M\geq\left|26-m^2\right|\\ M\geq\left|6-3m^2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3M\geq 3\left|26-m^2\right|\\ M\geq\left|6-3m^2\right|\end{cases}$

$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|6-3m^2\right|$

$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|3m^2-6\right|$

$\Rightarrow 4M\geq 72\Rightarrow M\geq 18$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\left|26-m^2\right|=\left|6-3m^2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}26-m^2=6-3m^2\\ 26-m^2=3m^2-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=-10(l)\\ m^2=8\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{2}.$

Vậy: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng 18

Câu 1: **[2D1-3.2-4] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-mx+2m}{x-2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S

A. $-\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

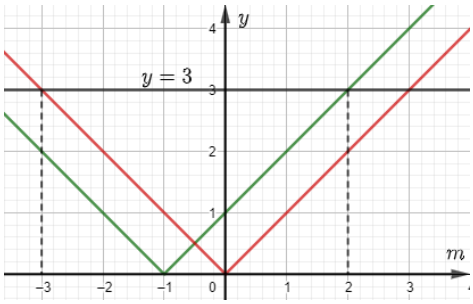
Ta có $y=\left|\dfrac{x^2-mx+2m}{x-2}\right|=\left|\dfrac{x^2}{x-2}-m\right|$

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2}{x-2}$ ta có $f(x)\in[-1;0],\forall x\in[-1;1]$

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} y=\max\{|-1-m|;|-m|\}=\max\{|m+1|;|m|\}$

Cách 1:

Xét đồ thị hàm số $y=|m+1|$ và $y=|m|$



Từ đồ thị hàm số suy ra $\max\limits_{[-1;1]} y=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-3\end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị các phần tử của S bằng -1

Cách 2:

$\max\limits_{[-1;1]} y=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|m|=3\\|m+1|\le 3\end{cases}\\\begin{cases}|m+1|=3\\|m|\le 3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=2\end{array}\right.$. Vậy tổng các giá trị các phần tử của S bằng -1

Câu 2: **[2D1-3.2-4] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(2x+1)+\dfrac{8}{3}x^3+4x^2-\dfrac{5}{3},x\in\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f(0)-1$. **B.** $f(1)-\dfrac{5}{3}$. **C.** $f(-1)-\dfrac{1}{3}$. **D.** $f(2)-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2f'(2x+1)+8x^2+8x=16x^2(x+1)(2x-1)+8x(x+1)$

$=8x(x+1)(4x^2-2x+1)$

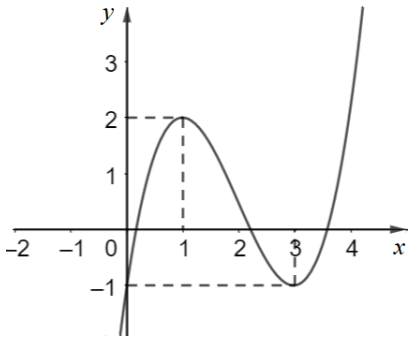
Khi đó trên $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=0$

Ta có bảng biến thiên trên $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

x	-1		0		$\frac{1}{2}$
y'		$-$	0	$+$	
y	$f(-1)-\frac{1}{3}$	$\searrow$	$f(1)-\frac{5}{3}$	$\nearrow$	$f(2)-\frac{1}{3}$

Vậy $\min\limits_{\left[-1;\frac{1}{2}\right]} y=f(1)-\frac{5}{3}$.

Câu 1: **[2D1-3.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



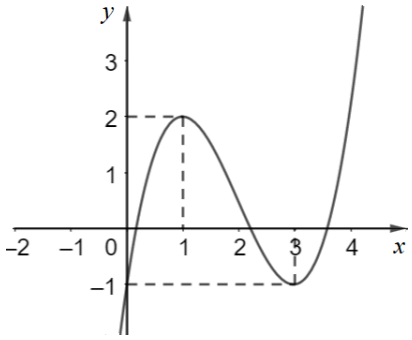
A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là $m=-1$.

Câu 2: **[2D1-3.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là $m=-1$.

Câu 1: **[2D1-3.3-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Với giá trị nào của x thì hàm số $y=x^2+\dfrac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$?

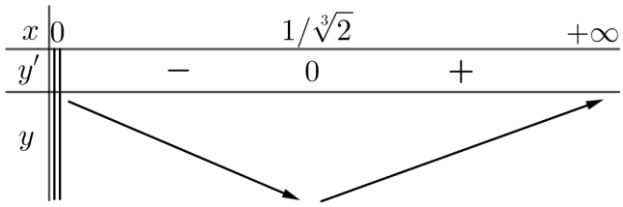
A. 1. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt[3]{4}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

• $y'=2x-\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

• BBT:



Vậy với $x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì hàm số đạt GTNN trên $(0;+\infty)$.

Câu 2: **[2D1-3.3-2] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\dfrac{2}{x}$ trên nửa đoạn $(-\infty;-1]$ là:

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=1+\dfrac{2}{x^2}>0$ với $\forall x\in(-\infty;-1]$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty; y(-1)=1$. Vậy $\min\limits_{(-\infty;-1]}y=1$.

Câu 3: **[2D1-3.3-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $-4;-2$?

A. $\min\limits_{-4;-2}y=6$. **B.** $\min\limits_{-4;-2}y=7$. **C.** $\min\limits_{-4;-2}y=4$. **D.** $\min\limits_{-4;-2}y=5$.

Lời giải

Chọn B

$y'=-1+\dfrac{1}{x+2^{\,2}}$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin\ -4;-2\\ x=-3\in\ -4;-2\end{array}\right.$

x	-4		-3		-2
y'		$-$	0	$+$	
y		↘	7	↗	

Vậy $\min\limits_{-4;-2} y = 7$.

Câu 4: **[2D1-3.3-2] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ trên $[3;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định : $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; $f'(x) = 1 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x^2-4}{x^2} > 0, \forall x \in [3;+\infty)$.

Do đó $\min\limits_{[3;+\infty)} f(x) = f(3) = \dfrac{13}{3}$.

Câu 1: **[2D1-3.3-3] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=g(x)$ thỏa mãn $2g^3(x)-6g^2(x)+7g(x)=3-(2x-3)\sqrt{1-x}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2g(x)+x$

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 6

Lời giải

Chọn C

$2g^3(x)-6g^2(x)+7g(x)=3-(2x-3)\sqrt{1-x}$

$\Leftrightarrow 2g^3(x)-6g^2(x)+6g(x)-2+g(x)+2=3-(2x-2)\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}$

$\Leftrightarrow 2\left[g(x)-1\right]^3+g(x)-1=2(1-x)\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}\,(1)$

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$

Ta có $f'(t)=6t^2+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

$(1)\Leftrightarrow g(x)-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow g(x)=\sqrt{1-x}+1\Rightarrow P=2\sqrt{1-x}+2+x$

Ta có $P=2\sqrt{1-x}+2+x=-\sqrt{1-x}^2+2\sqrt{1-x}-1+4=-\left(\sqrt{1-x}-1\right)^2+4\le 4$

Đẳng thức xảy ra khi $\sqrt{1-x}-1=0\Leftrightarrow x=0$.

Câu 1: **[2D1-3.3-4] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn $a<5$ và hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+x^2-3$ có $\min\limits_R f(x)=f(0)$?

A. 23. **B.** 27. **C.** 26. **D.** 22.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=4ax^3+3bx^2+2x=x\left(4ax^2+6bx+2\right)$

TH1: Nếu $a=b=0$ khi đó $f'(x)=2x=0\Leftrightarrow x=0$, khi đó ta có BBT

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

Vậy $(a;b)=(0;0)$ thoả mãn $\min\limits_R f(x)=f(0)$.

TH2: $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2x=x\left(4ax^2+3bx+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\4ax^2+3bx+2=0\end{array}\right.$

Để $\min\limits_R f(x)=f(0)$ thì $4ax^2+3bx+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ hoặc phương trình $4ax^2+3bx+2=0$ có nghiệm kép $x_{1,2}=0$

+) $4ax^2+3bx+2>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}4a>0\\\Delta=9b^2-32a<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a>0\\9b^2-32a<0\end{array}\right.$

Mà $a<5$ nên

Với $a=1$ có 3 cặp số nguyên $(a;b)\in\{(1;0);(1;1);(1;-1)\}$

Với $a=2$ có 5 cặp số nguyên $(a;b)\in\{(2;0);(2;1);(2;-1);(2;2);(2;-2)\}$

Với $a=3$ có 7 cặp số nguyên $(a;b)\in\{(3;0);(3;1);(3;-1);(3;2);(3;-2);(3;3);(3;-3)\}$

Với $a=4$ có 7 cặp số nguyên $(a;b)\in\{(4;0);(4;1);(4;-1);(4;2);(4;-2);(4;3);(4;-3)\}$

+) $4ax^2+6bx+2=0$ có nghiệm kép $x_{1,2}=0$, khi đó thay $x=0$ vào phương trình $4ax^2+6bx+2=0$ ta được $2=0$ nên TH này không thoả mãn.

Vậy từ 2 TH trên có $1+3+5+7+7=23$ cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-3.4-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	↗	4	↘	1

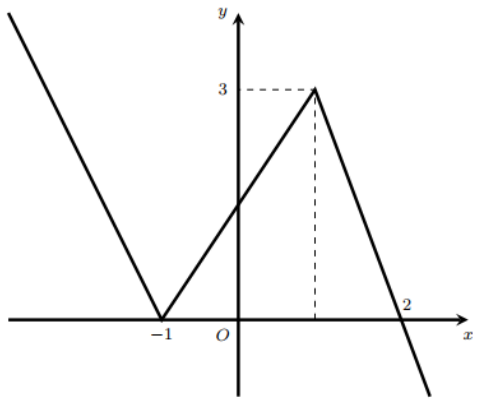
A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.
B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1.
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $y=4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

Câu 2: **[2D1-3.4-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-1$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 3.
B. 5.
C. 6.
D. 2.

Lời giải

Chọn B

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-1$ trên đoạn $[-1;2]$ là

$\max\limits_{[-1;2]} g(x)=2\max\limits_{[-1;2]} f(x)-1=2.3-1=5$.

Câu 3: **[2D1-3.4-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		8		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(-4)$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$f(8)$	$\nearrow$	$+\infty$

Biết $f(-4)>f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 9. **B.** $f(-4)$. **C.** $f(8)$. **D.** -4.

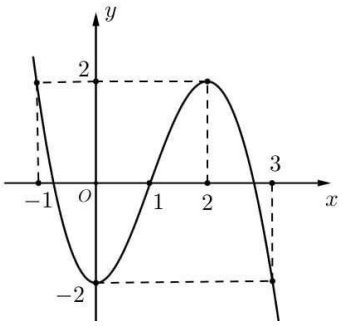
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên và giả thiết $f(-4)>f(8)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là: $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(8)$.

Câu 4: **[2D1-3.4-1] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là



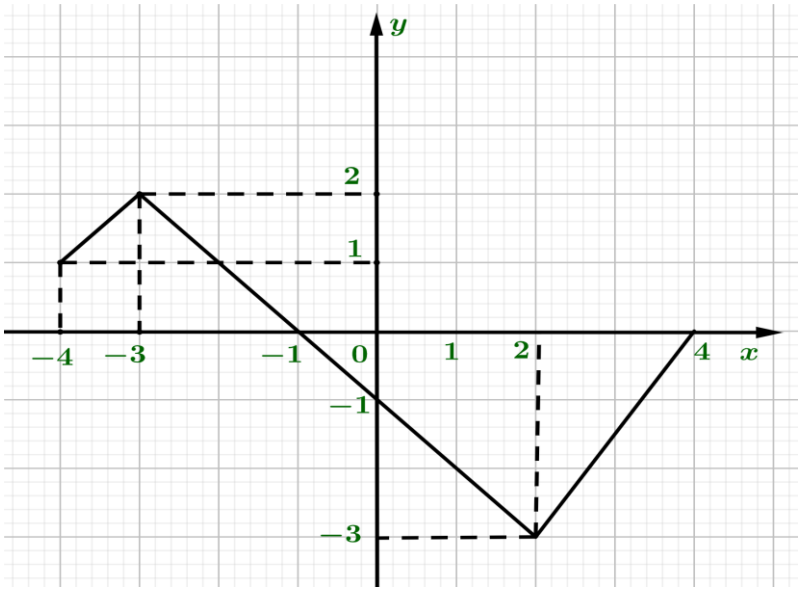
A. -1. **B.** Không tồn tại. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là -2.

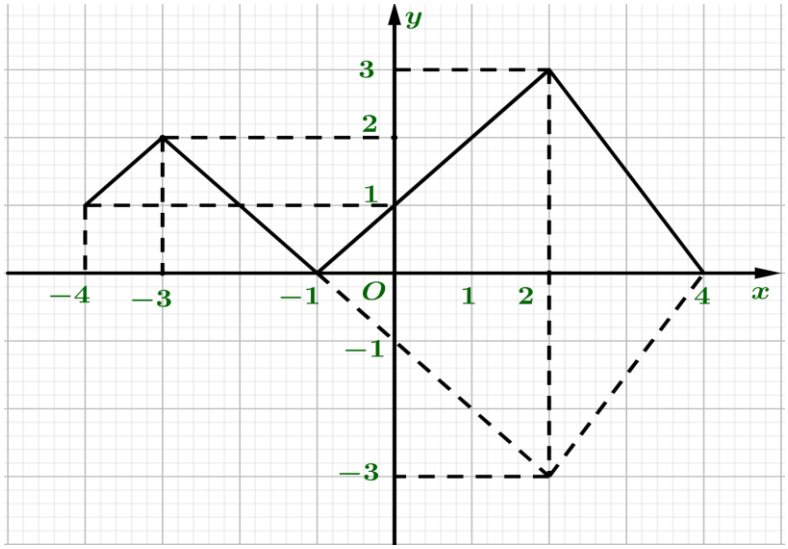
Câu 5: **[2D1-3.4-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4;4]$ như hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[-4;4]$.



A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-4;4]$. Ta có đồ thị hàm số $|f(x)|$ trên $[-4;4]$



Do đó $\max\limits_{[-4;4]}|f(x)|=3$ tại $x=2$.

Câu 6: **[2D1-3.4-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-3;2]$.

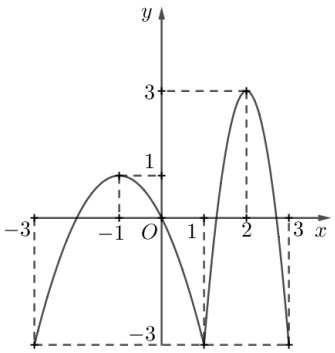
Giá trị $M.m$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $M=3, m=-2$ suy ra: $Mm=3.(-2)=-6$.

Câu 7: **[2D1-3.4-1] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;3]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng

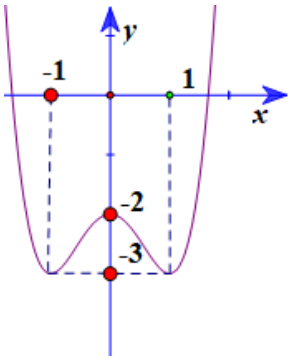


A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: **[2D1-3.4-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(-1;-2)$. **B.** $(-1;-3)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-2)$.

Câu 9: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-3.4-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;5]$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta được: $\min\limits_{[-2;5]} f(x)=-1$ và $\max\limits_{[-2;5]} f(x)=3$.

Do đó, tổng cần tìm là $(-1)+3=2$.

Câu 10: **[2D1-3.4-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Đặt $\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=m$, $\max\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=M$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m=-2;M=-1$. **B.** $m=3;M=4$.

C. $m=-2;M=2$. **D.** $m=3;M=11$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=3;\max\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=11$..

x	-2		-1		0		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	11

Câu 11: **[2D1-3.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-6	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	8

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

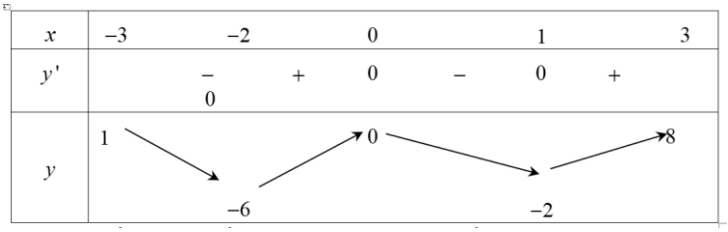
A. 8.. **B.** -3.. **C.** -2.. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng -6.

Câu 12: **[2D1-3.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

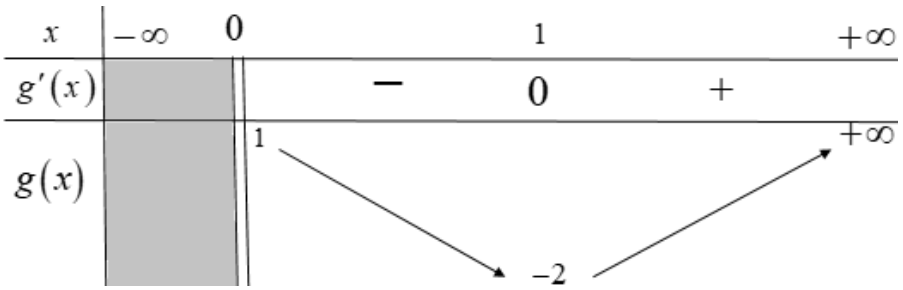
A. 8.. **B.** −3.. **C.** −2.. **D.** −6.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng -6.

Câu 13: **[2D1-3.4-1] (SGD Hưng Yên 22-23)** Hàm số $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây



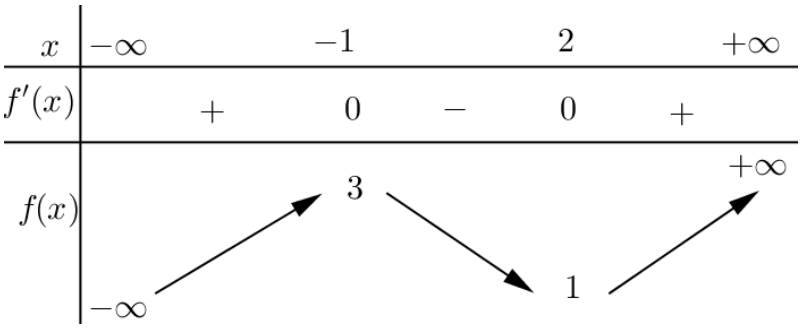
Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. −2. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: **[2D1-3.4-1] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\min\limits_{(0;+\infty)} y=1$.

Câu 15: **[2D1-3.4-1] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

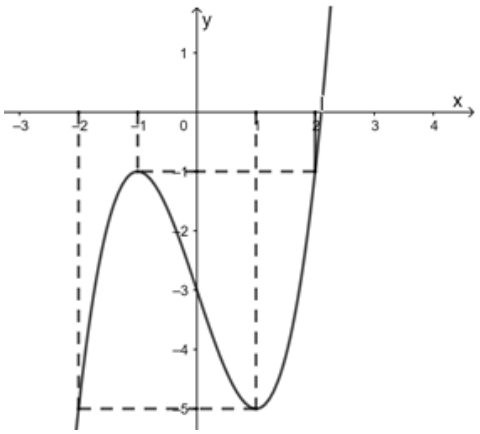
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Lời giải

Chọn D

- $f(x)=0$ có 4 nghiệm $\Rightarrow$ Loại phương án A
- Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow$ Loại phương án B
- Hàm số không có giá trị lớn nhất $\Rightarrow$ Loại phương án C
- Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -3 $\Rightarrow$ Chọn phương án D

Câu 16: **[2D1-3.4-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m của đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-3$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 17: **[2D1-3.4-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0		
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

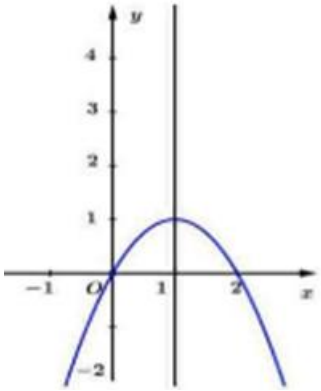
A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào biến thiên thì $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$.

Câu 18: **[2D1-3.4-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng bao nhiêu?



A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là 0, đạt được tại $x=0$ hoặc $x=2$.

Câu 19: **[2D1-3.4-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là sai?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	-1	↘	-3	↗	$+\infty$

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -1.

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu, một điểm cực đại.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -3.

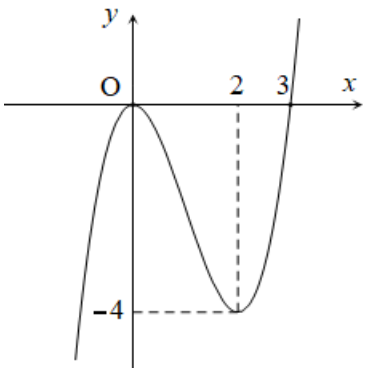
D. Hàm số đồng biến trên $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên hàm số không có giá trị lớn nhất suy ra khẳng định hàm số có giá trị lớn nhất bằng -1 là khẳng định sai.

Câu 20: **[2D1-3.4-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(2;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $O(0;0)$.

Câu 21: **[2D1-3.4-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau



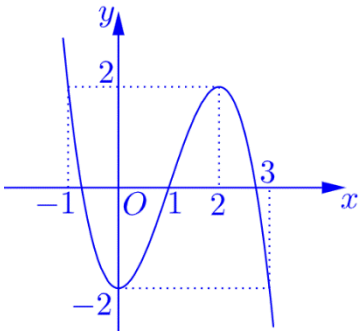
Gía trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

$\max\limits_{[-3;2]} y=f(-1)=3$

Câu 22: **[2D1-3.4-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng



A. -1. **B.** Không tồn tại. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$, ta có: $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)=f(2)=2$.

Câu 23: **[2D1-3.4-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **B.** $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$.

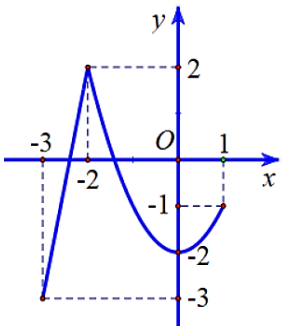
C. $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$. **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy khẳng định $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$ là đúng.

Câu 24: **[2D1-3.4-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;1]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào dưới đây?



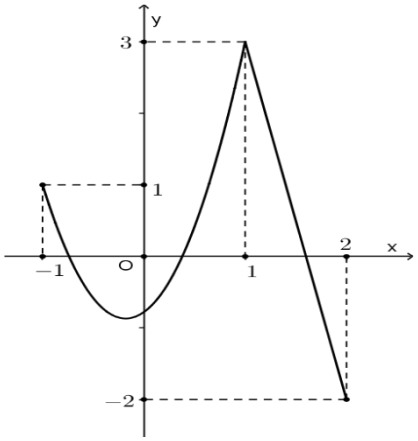
A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số, trên đoạn $[-3;1]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x=-2$.

Câu 25: **[2D1-3.4-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+2m$ bằng:**



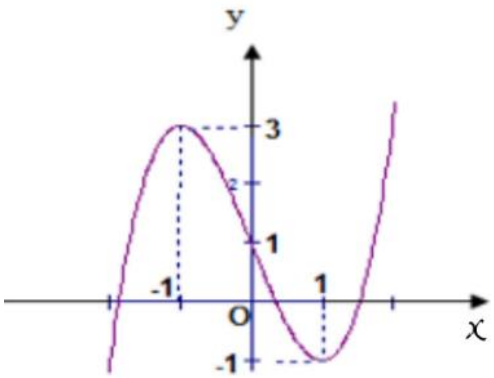
A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} M=3 \\ m=-2 \end{cases} \Rightarrow M+2m=-1.$

Câu 26: **[2D1-3.4-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$. **B.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=+\infty$. **C.** $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=3$.

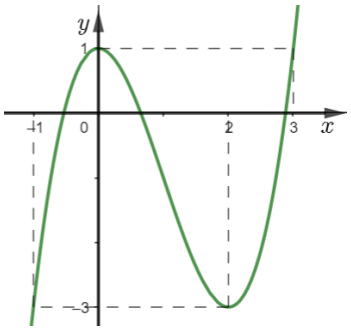
Lời giải

Chọn A

+) $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$ nên phương án A đúng.

+ Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;+\infty)$.

Câu 27: **[2D1-3.4-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng



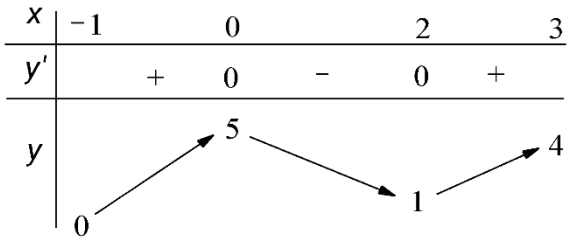
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có $\underset{[-1;3]}{Min}\, f(x)=-3,\ \underset{[-1;3]}{Max}\, f(x)=1 \Rightarrow \underset{[-1;3]}{Min}\, f(x)+\underset{[-1;3]}{Max}\, f(x)=-3+1=-2$.

Câu 28: **[2D1-3.4-1] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng



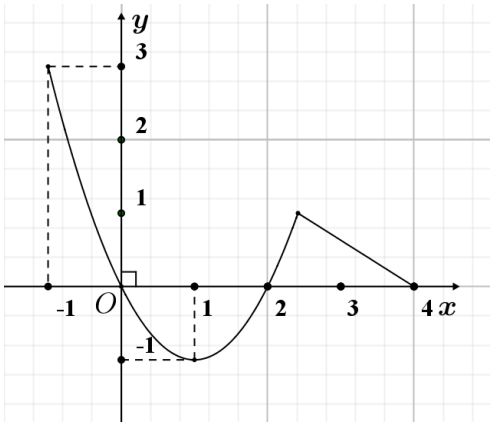
A. 3. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên trên ta có $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=5$.

Câu 29: **[2D1-3.4-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn

$[-1;4]$. Giá trị $M+m$ bằng

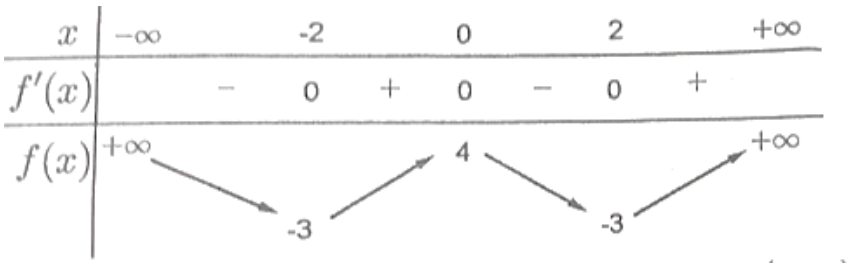
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases} M=3 \\ m=-1 \end{cases} \Rightarrow M+m=2.$

Câu 30: **[2D1-3.4-1] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



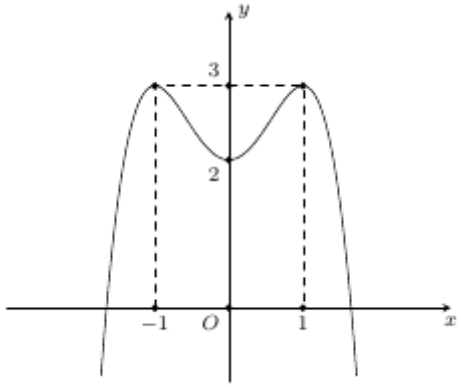
A. $(2;-3)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;4)$.

Câu 31: **[2D1-3.4-1] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

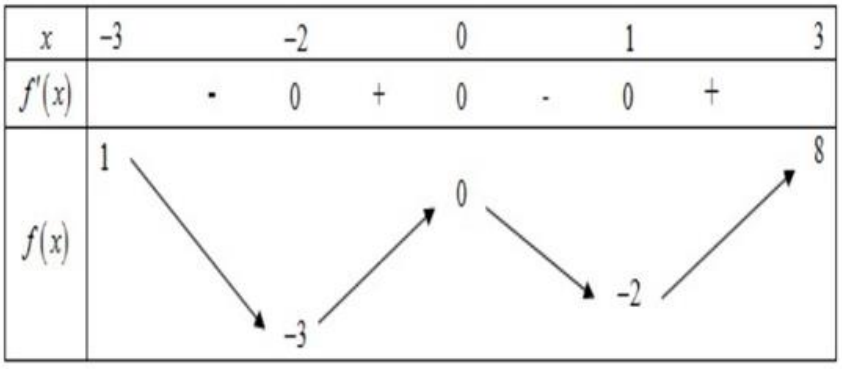
A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 2

Câu 32: **[2D1-3.4-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ là.

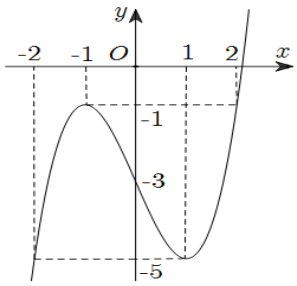


A. 0.. **B.** 8.. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ là 8.

Câu 33: **[2D1-3.4-1] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f\ x$ trên đoạn $-2;2$.

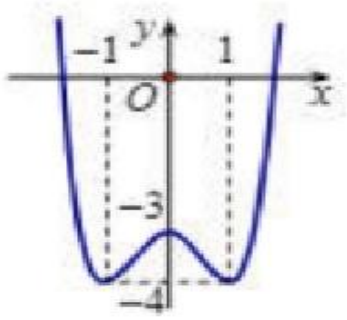


A. $m=-5, M=0$. **B.** $m=-2, M=2$. **C.** $m=-1, M=0$. **D.** $m=-5, M=-1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 34: **[2D1-3.4-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



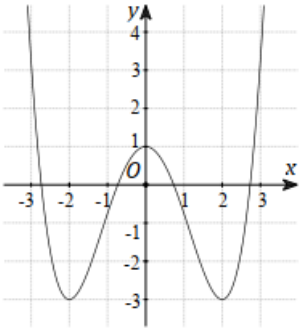
Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;1]$ lần lượt là

A. -3 và -4. **B.** 1 và -4. **C.** 0 và -4. **D.** 1 và -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 35: **[2D1-3.4-1] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;2]$ bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta được $y_{\max\limits_{[-2;2]}}=1$.

Câu 36: **[2D1-3.4-1] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị

của $2M-3m$ bằng

A. -7. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy $M=-1$, $m=-2$. Khi đó $2M-3m=2.(-1)-3.(-2)=4$. **Chọn C**

Câu 1: **[2D1-3.4-2] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$. Tính giá trị của biểu thức $M+m$.

A. 13. **B.** $\dfrac{40}{3}$. **C.** $\dfrac{37}{3}$. **D.** 5.

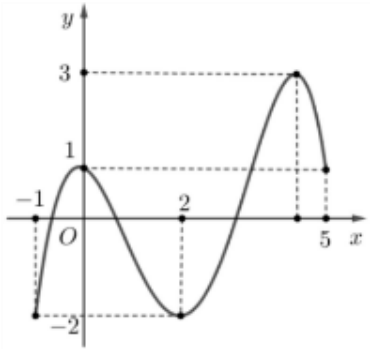
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}>0, \forall x\in[2;4]$ nên hàm số đồng biến trên $[2;4]$.

Do đó $\begin{cases} M=\max\limits_{[2;4]} y=y(4)=\dfrac{19}{3} \\ m=\min\limits_{[2;4]} y=y(2)=7 \end{cases}$ nên $M+m=\dfrac{40}{3}$.

Câu 2: **[2D1-3.4-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\max\limits_{[-1;5]} f(x)=3$; $\min\limits_{[-1;5]} f(x)=-2$ nên $\max\limits_{[-1;5]} f(x)+\min\limits_{[-1;5]} f(x)=3-2=1$.

Câu 3: **[2D1-3.4-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -3.

Lời giải

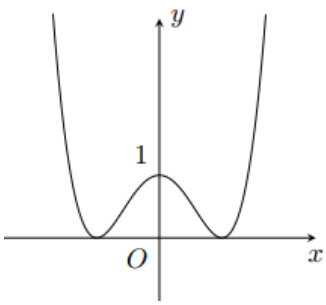
Chọn D

Đáp án $x=1, x=-1$ là các điểm cực tiểu và $x=0$ là điểm cực đại của hàm số đã cho: đúng.

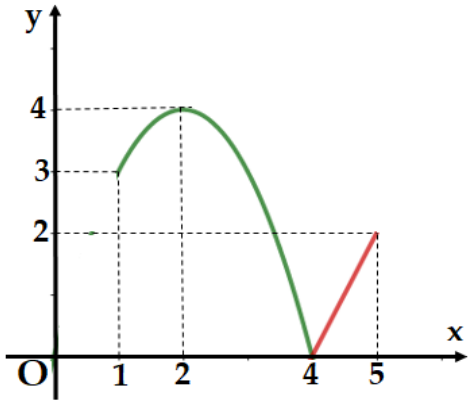
Đáp án hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$: đúng.

Đáp án trên $\mathbb{R}$ hàm số có GTLN bằng -3 và GTNN bằng -4: sai.

Đáp án hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$: đúng.



Câu 4: **[2D1-3.4-2] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;5]$. Giá trị $M-m$ bằng

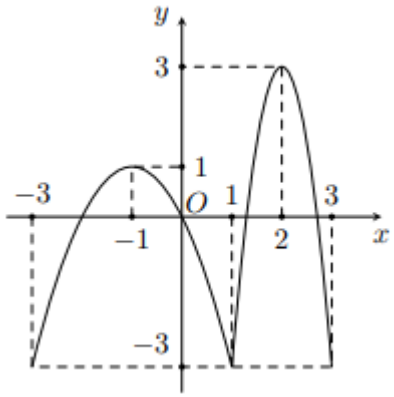
A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có: $M=4,\ m=0 \Rightarrow M-m=4$.

Câu 5: **[2D1-3.4-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ.**



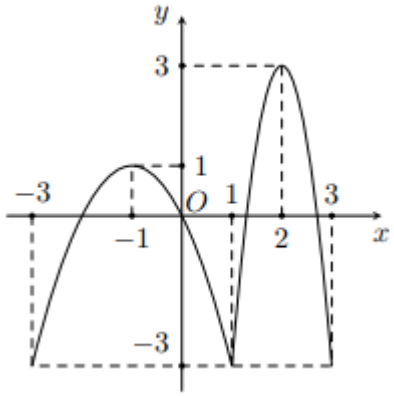
Trên đoạn $[-3;3]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. -1 **B.** 2 **C.** -3 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Câu 6: **[2D1-3.4-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ.**



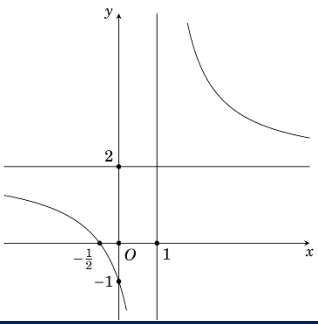
Trên đoạn $[-3;3]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. -1 **B.** 2 **C.** -3 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Câu 7: **[2D1-3.4-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;0]$ là



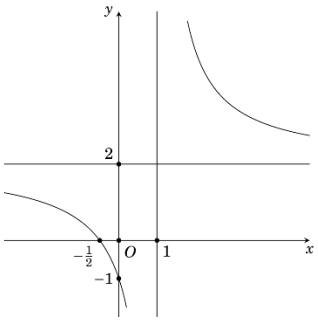
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$, nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(0)=-1$.

Câu 8: **[2D1-3.4-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;0]$ là



A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$, nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(0)=-1$.

Câu 9: **[2D1-3.4-2] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)+1$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

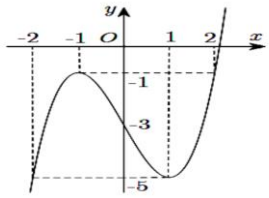
Chọn D

Xét $y=f(x)+1$:

Ta có: $y'=f'(x)$ và $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

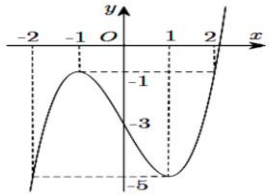
Từ bảng biến thiên, ta có: $y_{CT}=f(-2)+1=-1+1=0$.

Câu 10: **[2D1-3.4-2] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên $[-2;2]$.



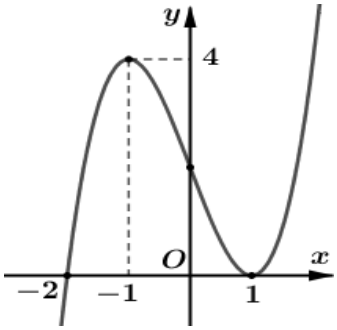
A. $m=-5;M=-1$. **B.** $m=-5;M=0$. **C.** $m=-2;M=2$. **D.** $m=-1;M=0$

Lời giải



Từ đồ thị ta có $m=-5;M=-1$.

Câu 11: **[2D1-3.4-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-2$.

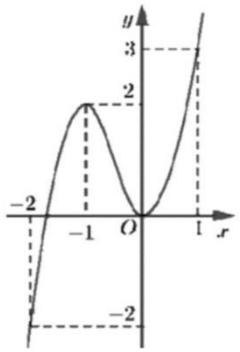
C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Lời giải

Chọn B

Câu 12: **[2D1-3.4-2] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Gọi a,A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x+1)$ trên đoạn $[-1;0]$. Giá trị $a+A$ bằng



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=x+1\Rightarrow f\ x+1\ =f\ t\ .$

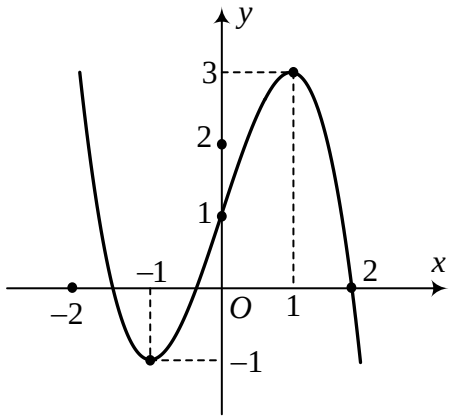
Ta có:

x	-1	0
t	0	1

Vậy $\min\limits_{0;1} f\ t\ =0$ khi $t=0$; $\max\limits_{0;1} f\ t\ =3$ khi $t=1.$

Suy ra $a+A=3+0=3.$

Câu 13: **[2D1-3.4-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng bao nhiêu?



A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Theo đồ thị ta thấy: $-1\le f\left(x\right)\le 3$ với $x\in\left[-1;1\right]$ nên $\underset{[-1;1]}{Max}\, f\left(x\right)=3$.

Câu 14: **[2D1-3.4-2] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $2M-3m$ bằng

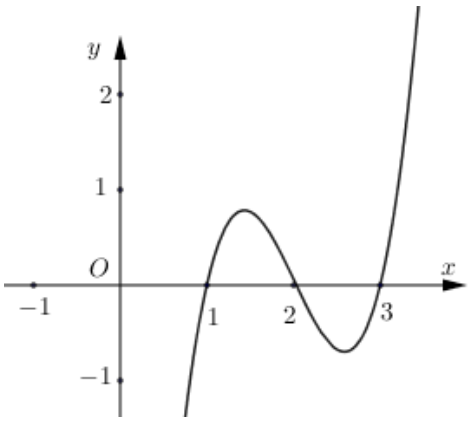
A. -7. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy $M=-1$, $m=-2$. Khi đó $2M-3m=2.(-1)-3.(-2)=4$.

Câu 15: **[2D1-3.4-2] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ tại x_0. Khi đó giá trị của $x_0^2-3x_0+2023$ bằng bao nhiêu?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2022.

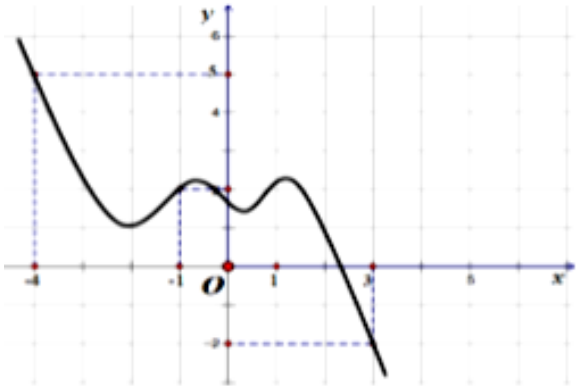
Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)\Rightarrow x_0=2$

Từ đó: $x_0^2-3x_0+2023=2^2-3.2+2023=2021$.

Câu 1: **[2D1-3.4-3] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, biết $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)+(x-1)^2$ trên đoạn $[-4;3]$ là m. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $m=g(-3)$. **B.** $m=g(-1)$. **C.** $m=g(-4)$. **D.** $m=g(3)$.

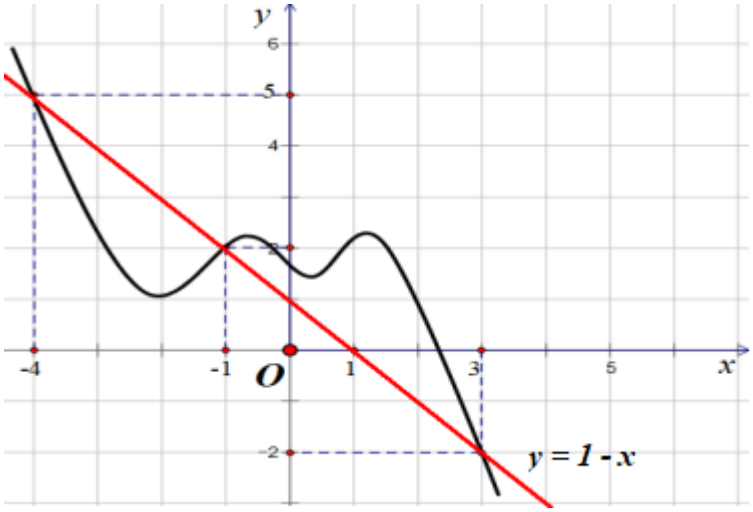
Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)=2f(x)+(x-1)^2 \Rightarrow g'(x)=2f'(x)+2(x-1)$.

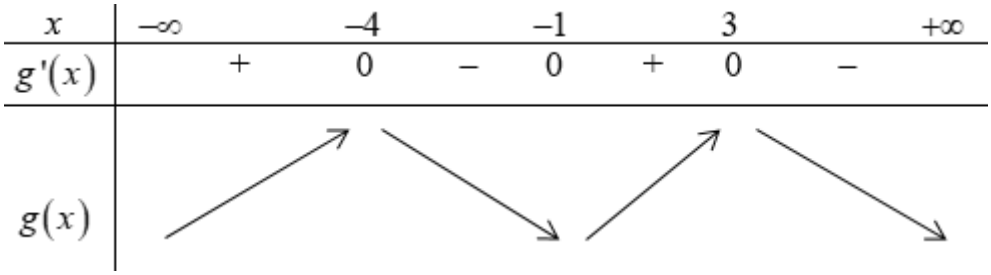
Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(x)+2(x-1)=0 \Leftrightarrow f'(x)=1-x$.

Ta có đồ thị hàm số như sau:



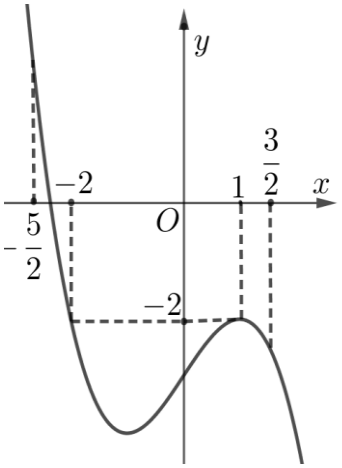
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: $f'(x)=1-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$ như sau:



Dựa vào $BBT \Rightarrow \min_{[-4;3]} g(x) = g(-1)$.

Câu 2: **[2D1-3.4-3] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f\left(\frac{x}{4}\right) + \frac{x}{2}$ trên đoạn $[-10;6]$ bằng



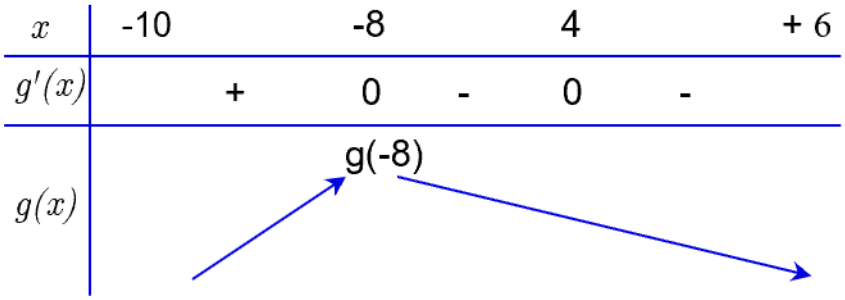
A. $f(1)+2$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-2)-4$. **D.** $f(-2)-1$.

Lời giải

Chọn C

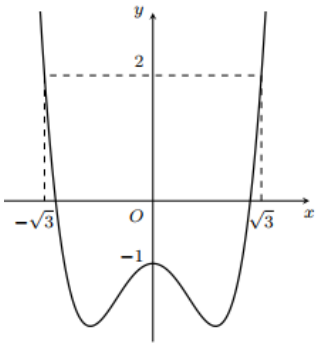
Đặt $g(x) = f\left(\frac{x}{4}\right) + \frac{x}{2}$.

Ta có, $g'(x) = \frac{1}{4} f'\left(\frac{x}{4}\right) + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{4}\right) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{4} = -2 \\ \frac{x}{4} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -8 \\ x = 4 \end{array}\right.$ trong đó $x = 4$ là nghiệm bội chẵn.



Dựa vào BBT ta có giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-10;6]$ bằng $g(-8)=f(-2)-4$.

Câu 3: **[2D1-3.4-3] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?



A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(\sqrt{3})$.

B. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$.

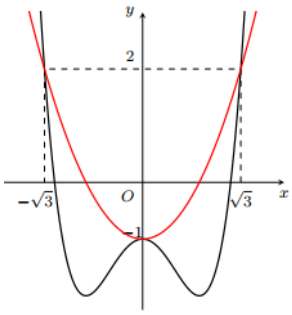
D. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(-\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $h'(x)=3\left[f'(x)-x^2+1\right]$ nên $h'(x)=3\left[f'(x)-x^2+1\right]=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2-1$.

Vẽ đồ thị hai hàm số



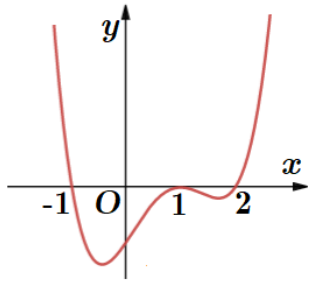
Suy ra $f'(x)=x^2-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{3}\\x=0.\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$
$h'(x)$		$-$	0	$-$	
$h(x)$	$3f(-\sqrt{3})$	↘	$3f(0)$	↘	$3f(\sqrt{3})$

Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(-\sqrt{3})$.

Câu 4: **[2D1-3.4-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $f(-1)+\frac{2}{3}$ **C.** $f(2)+\frac{2}{3}$ **D.** $f(1)-\frac{2}{3}$

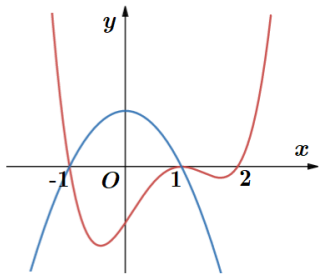
Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x \Rightarrow g'(x)=f'(x)+x^2-1$

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+x^2-1=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x^2+1$

Xét sự tương giao giữa đồ của hàm số $f'(x)$ và $-x^2+1$ trên mặt phẳng tọa độ:



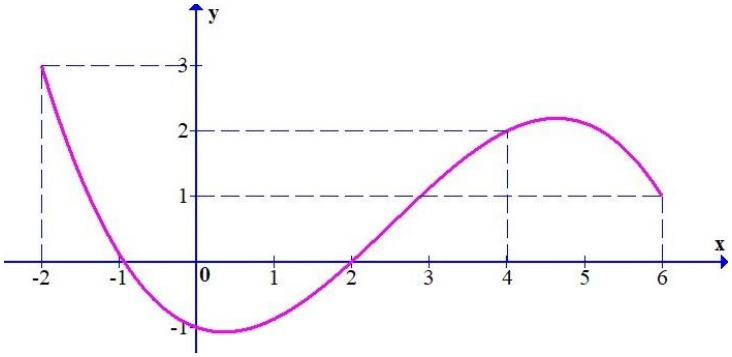
Từ hình vẽ ta thấy được $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x^2+1 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	-1		1		2
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(2)$

Vậy $\min\limits_{x\in[-1;2]} g(x)=g(1)=f(1)-\frac{2}{3}$.

Câu 5: **[2D1-3.4-3] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ.



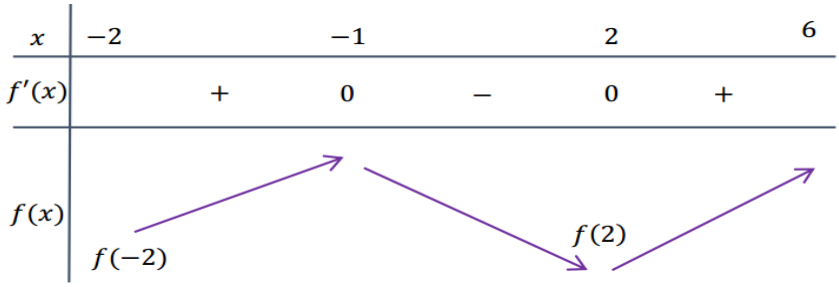
Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=f(-2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=f(0)$. **C.** $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=f(6)$. **D.** $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=f(2)$.

Lời giải

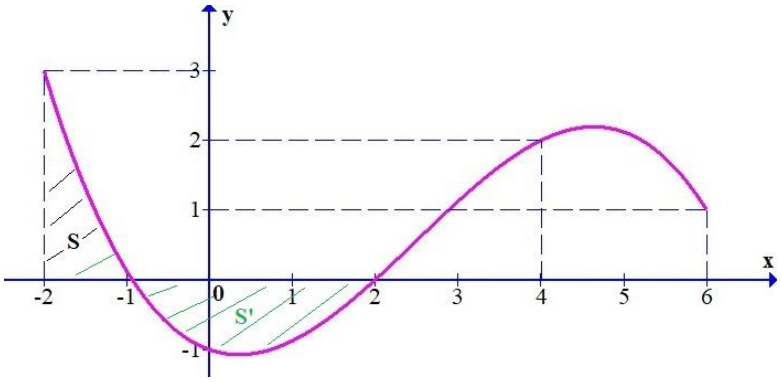
Chọn D

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta có bảng biến thiên:



Nên $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=\min\{f(-2);f(2)\}$.

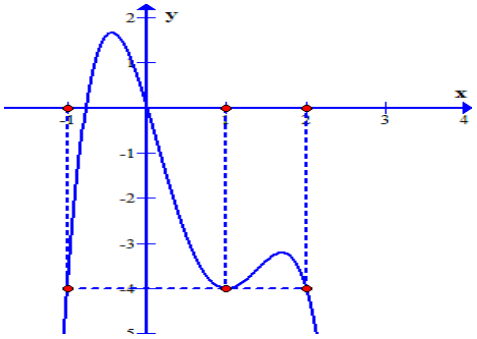
Theo hình ảnh đồ thị ta thấy



$S<S' \Rightarrow \int\limits_{-2}^{-1} f'(x)\mathrm{d}x < \int\limits_{-1}^{2} -f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow f(-1)-f(-2)<f(-1)-f(2) \Leftrightarrow f(2)<f(-2)$.

Vậy $\min\limits_{[-2;6]} f(x)=f(2)$.

Câu 6: **[2D1-3.4-3] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,(a,b,c,d,e\in R)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)+8x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(-1)-4$. **B.** $f(2)+8$. **C.** $f(4)+16$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn B

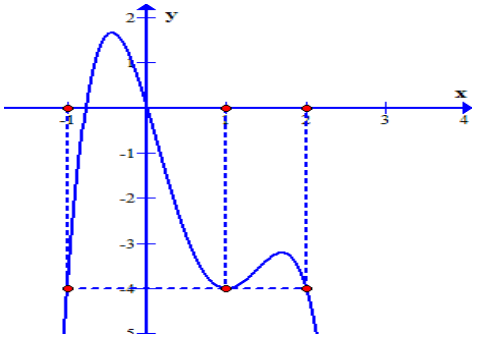
Xét hàm số $g(x)=f(2x)+8x$

Đặt $t=2x$ vì $x\left[-\frac{1}{2};1\right]\Rightarrow t\in[-1;2]\Rightarrow g(t)=f(t)+4t$

$\Rightarrow g'(t)=2f'(t)+4\geq 0\forall t\in[-1;2]\Rightarrow g(t)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

$\underset{[-1;2]}{Max}g(t)=g(2)=f(2)+8$.

Câu 7: **[2D1-3.4-3] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,(a,b,c,d,e\in R)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)+8x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(-1)-4$. **B.** $f(2)+8$. **C.** $f(4)+16$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn B

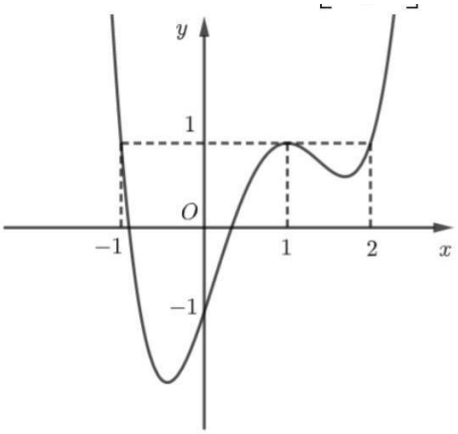
Xét hàm số $g(x)=f(2x)+8x$

Đặt $t=2x$ vì $x\left[-\frac{1}{2};1\right]\Rightarrow t\in[-1;2]\Rightarrow g(t)=f(t)+4t$

$\Rightarrow g'(t)=2f'(t)+4\geq 0\forall t\in[-1;2] \Rightarrow g(t)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

$\underset{[-1;2]}{Max}g(t)=g(2)=f(2)+8$.

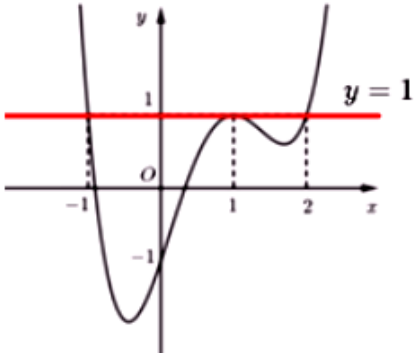
Câu 8: **[2D1-3.4-3] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2022$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng



A. $f(2)+2020$. **B.** $f(-1)+2023$. **C.** $f(1)+2021$. **D.** $f(0)+2022$.

Lời giải

Chọn A



Xét hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2022$ có: $g'(x)=2f'(2x)-2$;

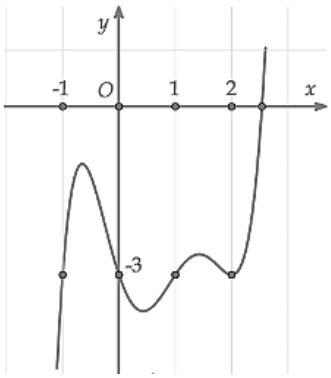
$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=-1\\2x=1\\2x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=\frac{1}{2}\\x=1\end{array}\right..$$

Ta có bảng sau:

x	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		1
$g'(x)$	0	$-$	0	$-$	0
$g(x)$					$f(2)+2020$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2022$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng $f(2)+2020$.

Câu 9: **[2D1-3.4-3] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

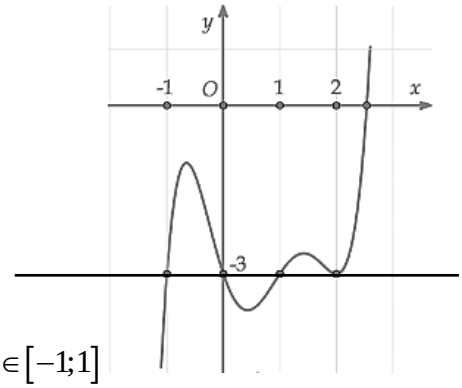


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(3x)+9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$ là

A. $f(0)$. **B.** $f(1)+2$. **C.** $f\left(\frac{1}{3}\right)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $t=3x \xrightarrow{x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]} t\in[-1;1]$

Xét hàm số $y=f(t)+3t, t\in[-1;1]$ có $y'=f'(t)+3$

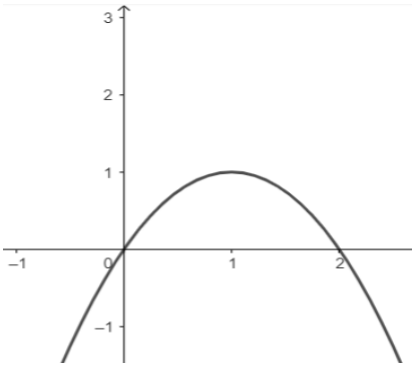
Cho $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=-3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=0 \\ t=1 \\ t=2(loai) \end{array}\right.$

$y(-1)=f(-1)-3; y(1)=f(1)+3; y(0)=f(0)$

t	-1		0		1
y'	0	$+$	0	$-$	0
y		↗	$f(0)$	↘	

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=f(0)$

Câu 10: **[2D1-3.4-3] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng $0,2$ như hình vẽ.



Biết $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;4]$ là

A. $f(1)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $[0;2]$, hàm số nghịch biến trên $[2;4]$ do vậy $\left\{\begin{array}{l} f(0)<f(2) \\ f(2)>f(3)>f(4) \end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f(3)-f(2)<0 \\ f(4)-f(0)=f(3)-f(2)<0 \end{array}\right.\Rightarrow f(4)<f(0)$

$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f(2)>f(3)>f(4) \\ f(2)>f(0)>f(4) \end{array}\right.$. Vậy $\min\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)$.

Câu 1: **[2D1-3.5-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(2\cos x+1)$. Tính $M+m$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0

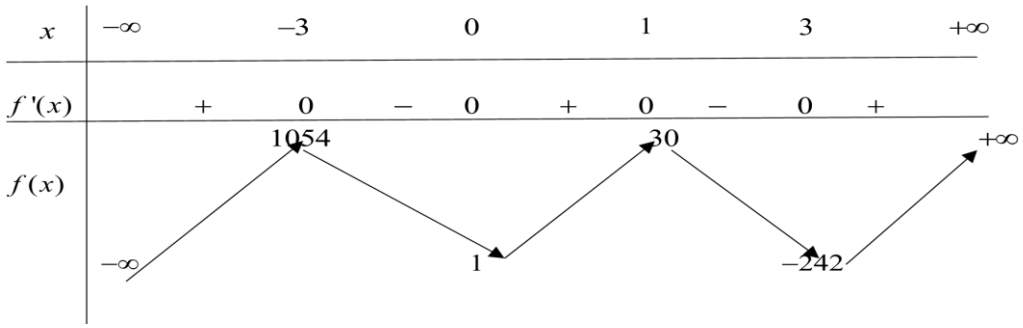
Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2\cos x+1$ $(t\in[-1;3])$.

Ta có : $M=\max\limits_{\mathbb{R}} y=\max\limits_{[-1;3]} f(t)=1$; $m=\min\limits_{\mathbb{R}} y=\min\limits_{[-1;3]} f(t)=-2$. Suy ra $M+m=-1$.

Câu 1: **[2D1-3.5-3] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(2\sin x-1\right)$ bằng

A. 1054. **B.** -242. **C.** 1. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2\sin x-1\Rightarrow t\in[-3;1]$.

$g(x)=f\left(2\sin x-1\right)=f(t)$ với $t\in[-3;1]$.

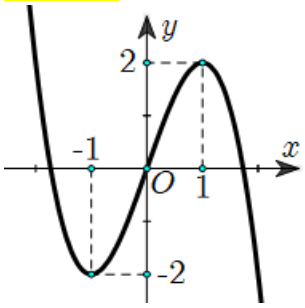
Từ bảng biến thiên suy ra Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(2\sin x-1\right)$ bằng 1054.

Câu 2: **[2D1-3.5-3] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=g\left(\sqrt{1+8\sin^2 x}-2\right)$. Khi đó:

A. $M-m=2$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=6$. **D.** $M-m=4$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $t=\sqrt{1+8\sin^2 x}-2$, do $0\le\sin^2 x\le 1\Rightarrow 1\le 1+8\sin^2 x\le 9\Rightarrow 1\le\sqrt{1+8\sin^2 x}\le 3$

Khi đó $t=\sqrt{1+8\sin^2 x}-2\in[-1;1]$

Xét hàm số $y=g(t)$ với $t\in[-1;1]$, từ đồ thị ta suy ra giá trị lớn nhất là $M=2$ khi $t=1$, giá trị nhỏ nhất là $m=-2$ khi $t=-1$

Suy ra: $M-m=4$.

Câu 3: **[2D1-3.5-3] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{\left|\sin^2 x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ (với m là tham số thực). Giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi m bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $\dfrac{-3}{2}$. **D.** $\dfrac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=-\left|\dfrac{\sin^2 x-(m+1)\sin x+2m+2}{2-\sin x}\right|$ vì $\sin x<2,\forall x\in\mathbb{R}$

Đặt $t=\sin x$, $(t\in[-1;1])$, đặt $f(t)=\dfrac{t^2-(m+1)t+2m+2}{2-t}$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-t^2+4t}{(2-t)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=0,t=4(loai)$

Khi đó: $\begin{cases} f(-1)=m+\dfrac{4}{3} \\ f(0)=m+1=\min\limits_{t\in[-1;1]} f(t)=a \\ f(1)=m+2=\max\limits_{t\in[-1;1]} f(t)=A \end{cases}$

Nên $\max\limits_{t\in[-1;1]}\left|f(t)\right|=\dfrac{|A+a|+|A-a|}{2}=\dfrac{|2m+3|+1}{2}\geq\dfrac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m+3=0\Leftrightarrow m=\dfrac{-3}{2}$.

Câu 1: **[2D1-3.7-4] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho a,b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1$ và c,d là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{c^2+c+\log_2\frac{c}{d}-7}=\sqrt{2\left(2d^2+d-3\right)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}$ là

A. $4\sqrt{2}-1$. **B.** $\frac{12\sqrt{5}-5}{5}$. **C.** $\sqrt{29}-1$. **D.** $\frac{8\sqrt{5}-5}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1\Leftrightarrow a^2+b^2+20=6a-8b-4\Leftrightarrow(a-3)^2+(b+4)^2=1\,(*)$

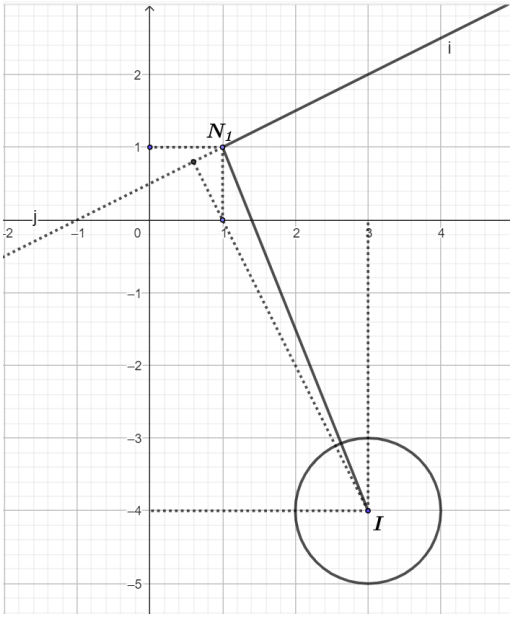
Lại có: $\sqrt{c^2+c+\log_2\frac{c}{d}-7}=\sqrt{2\left(2d^2+d-3\right)}\Leftrightarrow\begin{cases}c^2+c+\log_2\frac{c}{d}-7=2\left(2d^2+d-3\right)\\2d^2+d-3\ge 0;\ d,c>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}c^2+c+\log_2 c-7=(2d)^2+2d+\log_2 2d-7\\d\ge 1;c>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c-1=2d-1\\d\ge 1;c>0\end{cases}\,(**)$

Đặt $M(a;b);N(c-1;d)$. Theo $(*)$ ta thấy M thuộc đường tròn tâm $I(3;-4)$, bán kính $R=1$.

Từ $(**)$ ta thấy N thuộc nữa đường thẳng $x=2y-1\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ ứng với $x\ge 0,y\ge 1$.

Khi đó $MN=\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}$.



Suy ra $MN_{\min}=N_1I-R=\sqrt{29}-1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}=\sqrt{29}-1$.

Câu 2: **[2D1-3.7-4] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho các số thực a, b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất

của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+2ab}$. Khi đó, $m+M=\dfrac{c}{d}$ (với $c,d\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{c}{d}$ là phân số tối giản). Tính $S=3c+2d$.

A. 36. **B.** 29. **C.** 27. **D.** 67.

Lời giải

Ta có: $e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0\Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2}+a^2-ab+b^2-1-e^{1+b^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2}+a^2-ab+2b^2=e^{1+b^2}+1+b^2,\ (*)$

Xét hàm số: $f(t)=e^t+t\Rightarrow f'(t)=e^t+1>0\Rightarrow f(t)=e^t+t$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$(*)\Leftrightarrow f\left(a^2-ab+2b^2\right)=f\left(1+b^2\right)\Leftrightarrow a^2-ab+2b^2=1+b^2\Leftrightarrow a^2-ab+b^2=1$

Do đó: $P=\dfrac{1}{1+2ab}=\dfrac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$

TH1: $b=0\Rightarrow P=1$

TH2: $b\neq 0\Rightarrow P=\dfrac{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-\left(\dfrac{a}{b}\right)+1}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2+\left(\dfrac{a}{b}\right)+1}=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}=g(x)$ với $x=\dfrac{a}{b}$

$g'(x)=\dfrac{2x^2-2}{\left(x^2+x+1\right)^2};\ g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	↗	3	↘	$\frac{1}{3}$	↗	1

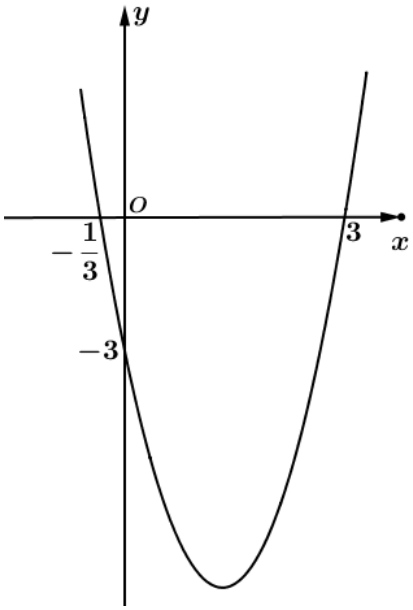
Do đó: $m=P_{\min}=\dfrac{1}{3};\ M=P_{\max}=3\Rightarrow m+M=\dfrac{10}{3}$.

Câu 1: **[2D1-3.8-3] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2-3x$. Xét các số thực $a<b$, giá trị nhỏ nhất của $f(b)-f(a)$ bằng

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{500}{81}$. **C.** -16. **D.** $-\frac{500}{27}$.

Lời giải

Chọn D

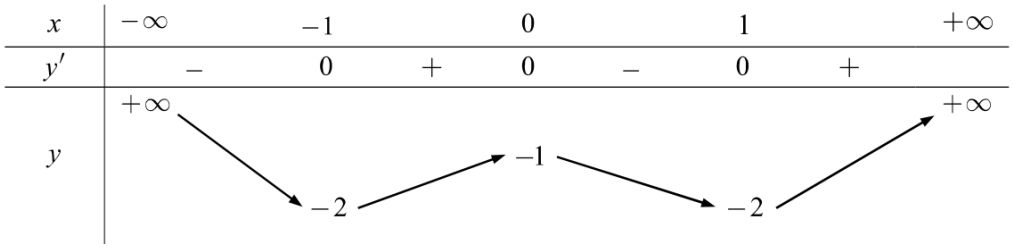


Ta có $f'(x)=3x^2-8x-3$

Ta thấy $f(b)-f(a)=\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x$

Từ đồ thị của $f'(x)$ suy ra $f(b)-f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\int_{-\frac{1}{3}}^{3} f'(x)\mathrm{d}x=-\frac{500}{27}$.

Câu 1: **[2D1-3.8-4] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)-3\ln[f(x)+3]$. Tìm khẳng định đúng.

A. $m\in\left(-\dfrac{10}{3};-3\right)$. **B.** $m\in\left(-3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $m\le-\dfrac{10}{3}$. **D.** $m\ge-\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

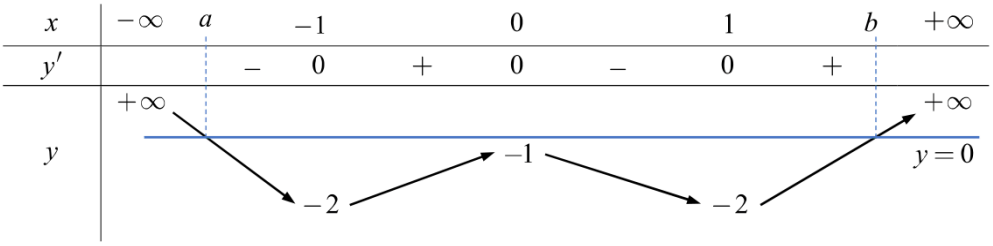
Do $f(x)\ge-2,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=f'(x)-3\cdot\dfrac{[f(x)+3]'}{f(x)+3}=f'(x)-\dfrac{3f'(x)}{f(x)+3}=\dfrac{f'(x)\cdot f(x)}{f(x)+3}$.

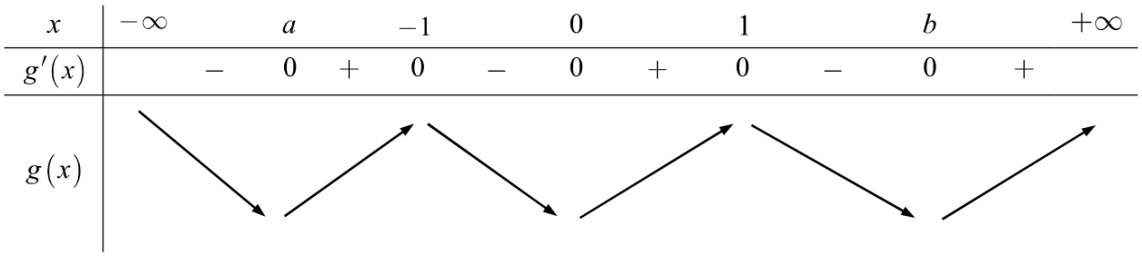
Suy ra

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\quad(1)\\ f(x)=0\quad(2)\end{array}\right.$$

- $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\end{array}\right.$
- $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a<-1\\ x=b>1.\end{array}\right.$



Nhận thấy rằng các nghiệm của $g'(x)$ đều là các nghiệm bội lẻ nên ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ như sau:



Nhận thấy rằng $g(x)$ chỉ có thể đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm $x=a,x=0$ hoặc $x=b$.

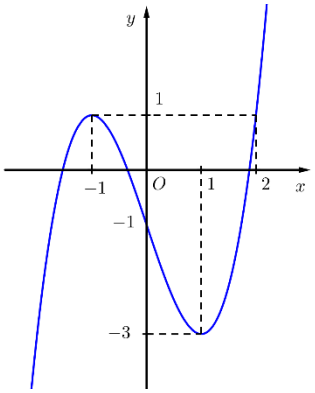
Lại có $g(a)=f(a)-3\ln[f(a)+3]=0-3\ln(0+3)=-3\ln 3\approx -3,296$;

$g(b)=f(b)-3\ln[f(b)+3]=0-3\ln(0+3)=-3\ln 3\approx -3,296$;

$g(0)=f(0)-3\ln[f(0)+3]=-1-3\ln(-1+3)=-1-3\ln 2\approx -3,079$.

Câu 2: Vậy $\underset{\mathbb{R}}{Min}\, g(x)=-3\ln 3\simeq -3,296\in\left(-\frac{10}{3};-3\right)$. **[2D1-3.8-4] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)**

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau.



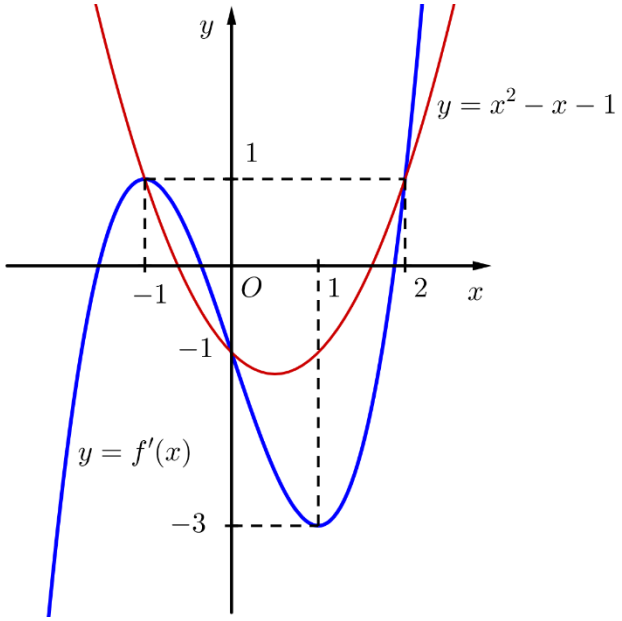
Gọi $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$. Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$. Với $x\in[-1;2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $g(2)$. **B.** $g(1)$. **C.** $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

Lời giải

Ta có $g'(x)=f'(x)-x^2+x+1=f'(x)-(x^2-x-1)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-(x^2-x-1)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2-x-1$



Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy $f'(x)=x^2-x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

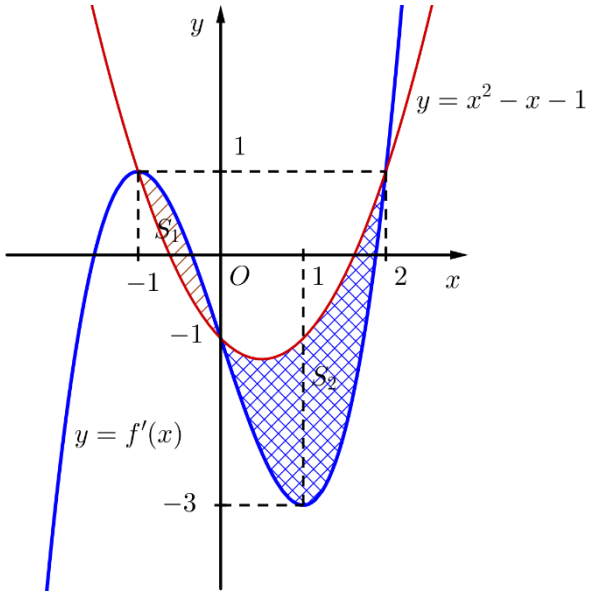
Bảng biến thiên

x	-1		0		2
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-1)$	↗	$g(0)$	↘	$g(2)$

Theo giả thiết: $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2) \Leftrightarrow g(-1)-g(2)>g(0)-g(1)>0 \Rightarrow g(-1)>g(2)$

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} g(x)=g(2)$.

▪ **Chú ý:** *Cách khác khi không dùng giả thiết* $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$ *ở đề bài.*



Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=x^2-x-1$, $x=-1, x=0$.

Ta có $S_1=\int\limits_{-1}^{0}\left|f'(x)-\left(x^2-x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left[f'(x)-\left(x^2-x-1\right)\right]\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-1}^{0} g'(x)\mathrm{d}x=g(x)\Big|_{-1}^{0}=g(0)-g(-1).$

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=x^2-x-1$, $x=0, x=2$.

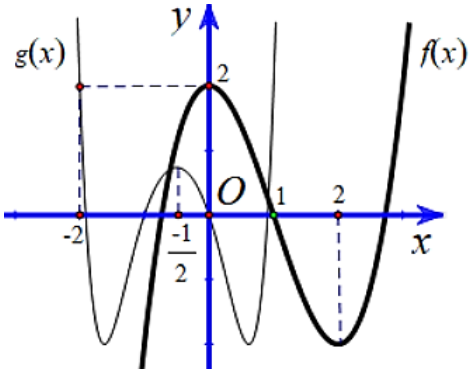
Ta có $S_2=\int\limits_{0}^{2}\left|f'(x)-\left(x^2-x-1\right)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{0}^{2}\left[f'(x)-\left(x^2-x-1\right)\right]\mathrm{d}x$

$=-\int_0^2 g'(x)\mathrm{d}x=-g(x)\big|_0^2=-g(2)+g(0).$

Ta có $S_2>S_1\Rightarrow -g(2)+g(0)>g(0)-g(-1)\Leftrightarrow -g(2)>-g(-1)\Leftrightarrow g(2)<g(-1).$

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} g(x)=g(2).$

Câu 3: **[2D1-3.8-4]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong đậm trong hình vẽ và đồ thị hàm số $g(x)=f\left(ax^2+bx+c\right)$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ có đồ thị là đường cong mảnh như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $\max\limits_{[-2;2]} g(x)=1692.$ **B.** $\max\limits_{[-2;2]} g(x)=198.$

C. $\max\limits_{[-2;2]} g(x)=52.$ **D.** $\max\limits_{[-2;2]} g(x)=2.$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)=mx^3+nx^2+px+q$

$f'(x)=3mx^2+2nx+p$

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x=0;x=2$ nên $\begin{cases}f'(0)=0\\f'(2)=0\end{cases}$

Suy ra, $\begin{cases}p=0\\12m+4n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}p=0\\n=-3m\end{cases}$

Do đó, $f(x)=mx^3-3mx^2+q$

Từ đồ thị $f(x)$ ta có $\begin{cases}f(1)=0\\f(0)=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2m+q=0\\q=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\q=2\end{cases}$

Vậy $f(x)=x^3-3x^2+2.$

Ta có $g(0)=0\Rightarrow f(c)=c^3-3c^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=1\\c=1\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$

Do $c\in\mathbb{Q}$ nên chọn $c=1$.

Đồ thị hàm số $g(x)$ nhận đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ làm trục đối xứng nên $g(-1)=g(0)=0$

Từ $g(-1)=0\Rightarrow f(a-b+1)=0\Rightarrow (a-b+1)^3-3(a-b+1)^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a-b+1=1\\ a-b+1=1\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Do $a,b\in\mathbb{Q}$ nên chọn $a-b=0\Leftrightarrow a=b$

Suy ra $ax^2+bx+c=ax^2+ax+1$.

Có $g(-2)=2\Rightarrow f(2a+1)=2\Rightarrow (2a+1)^3-3(2a+1)^2+2=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2a+1=0\\ 2a+1=3\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=-\dfrac{1}{2}\\ a=1\end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ suy ra: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$.

Vậy chọn $a=1$.

Khi đó, $g(x)=f\left(ax^2+bx+c\right)=f\left(x^2+x+1\right)$.

Xét hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-2;2]$

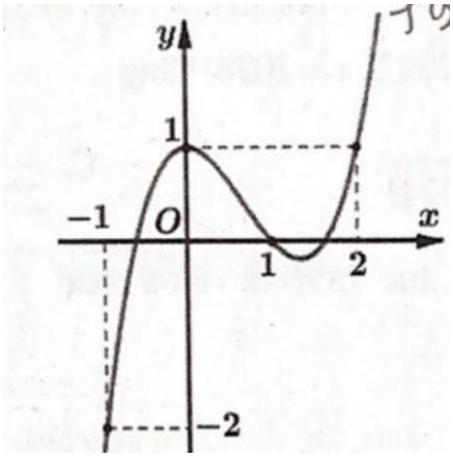
Đặt $u=x^2+x+1$.

$u'(x)=2x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}\in[-2;2]$.

$u\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{4};u(-2)=3;\ u(2)=7\Rightarrow u\in\left[\dfrac{3}{4};7\right]$

Vậy $\underset{[-2;2]}{Max}\,g(x)=\underset{\left[\frac{3}{4};7\right]}{Max}\,f(u)=f(7)=198$.

Câu 4: **[2D1-3.8-4] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)\ge -1$.Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=\left|f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2\right|$ có giá trị nhỏ nhất là $m\in(0;1)$ khi và chỉ khi

A. $f(2)<-\frac{1}{3}$ **B.** $f(2)\le-\frac{1}{3}$ **C.** $f(2)\ge-\frac{4}{3}$ **D.** $f(2)>-\frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2\Rightarrow g'(x)=f'(x)-x^2+2x-1; g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2-2x+1$.

Vẽ $(P): y=x^2-2x+1$ cắt $y=f'(x)$ tại ba điểm có hoành độ $x=0; x=1; x=2$.

Ta có bảng biến thiên của $y=g(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$f(0)+2\ge1$	↗	$f(1)+\frac{5}{3}$	↘	$f(2)+\frac{4}{3}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Nếu $f(2)+\frac{4}{3}<0\Rightarrow|g(x)|\ge0\Rightarrow Min|g(x)|=0$.

Do đó để $Min|g(x)|=m\in(0;1)\Rightarrow\begin{cases}f(2)+\frac{4}{3}>0\\ f(2)+\frac{4}{3}<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f(2)>\frac{-4}{3}\\ f(2)<-\frac{1}{3}\end{cases}$.

Vậy $-\frac{4}{3}<f(2)<\frac{-1}{3}$

Câu 1: **[2D1-3.9-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$ có giá trị nhỏ nhất $0;3$ bằng $\dfrac{1}{2}$

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2+1}{(x+m)^2}>0,\forall x\neq -m$.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[0;3]$ nên $\min\limits_{[0;3]} y=y(0) \Leftrightarrow \dfrac{-1}{m}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow m=-2.$

Câu 1: **[2D1-3.9-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+3m^2x^2+m^2-m+1$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 34. Tổng các phần tử của S bằng

A. -1. **B.** $-\frac{2}{17}$. **C.** $\frac{2}{17}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Có $y'=4x^3+6m^2x>0,\forall x\in[1;2]$ do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1;2]$.

Suy ra $\max\limits_{[1;2]}y=y(2)=13m^2-m+17$, $\min\limits_{[1;2]}y=y(1)=4m^2-m+2$.

Vì $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=34\Leftrightarrow 17m^2-2m-15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{15}{17}\end{array}\right.$.

Khi đó tổng các giá trị của m là $\frac{2}{17}$.

Câu 2: **[2D1-3.9-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. $m=13$. **B.** $m=2$. **C.** $m=15$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=-x^4+12x^2+2\Rightarrow f'(x)=-4x^3+24x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\ x=\sqrt{6}\notin[-1;2]\\ x=-\sqrt{6}\notin[-1;2]\end{array}\right.$

$f(0)=2; f(-1)=13; f(2)=34.$

Vậy $m=2$.

Câu 3: **[2D1-3.9-2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=x^4+2mx^3+(2m+3)x^2+2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$?

A. 6. **B.** 4.

C. 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)\ge f(0),\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^4+2mx^3+(2m+3)x^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $x^2+2mx+2m+3\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=m^2-2m-3\le 0\Rightarrow -1\le m\le 3$.

Do đó có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4: **[2D1-3.9-2] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $1;2$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $8<m<10$. **B.** $0<m<4$. **C.** $4<m<8$. **D.** $m>10$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có $y'=\dfrac{1-m}{x+1^2}$.

$f(1)=\dfrac{1+m}{2}; f(2)=\dfrac{2+m}{3}$.

$\min\limits_{1;2} f(x)=\min\{f(1);f(2)\}$ và $\max\limits_{1;2} f(x)=\max\{f(1);f(2)\}$.

Nên theo đề ta có $\max\limits_{1;2} f(x)+\min\limits_{1;2} f(x)=8 \Leftrightarrow \dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=8 \Leftrightarrow \dfrac{5m+7}{6}=8$

$\Leftrightarrow 5m+7=48 \Leftrightarrow m=\dfrac{41}{5}$.

Câu 5: **[2D1-3.9-2] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3+(1+m^2)x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là

A. vô số. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f(x)=x^3+(1+m^2)x+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2+1+m^2>0,\ x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0;1]$

$\max\limits_{[0;1]} f(x)=f(1)=m^2+3$. Yêu cầu bài toán tương đương $m^2+3\le 7 \Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Vậy $S=\{-2,-1,0,1,2\}$ hay S có 5 phần tử.

Câu 1: **[2D1-3.9-3] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3-4(a+2)x+1$ với a là tham số. Nếu $\max\limits_{(-\infty;0]} f(x)=f(-2)$ thì $\max\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** –8. **D.** –9.

Lời giải

Chọn B

TXĐ $D=\mathbb{R}, f'(x)=3ax^2-4(a+2)$

$\max\limits_{(-\infty;0]} f(x)=f(-2)\Rightarrow f'(-2)=0\Leftrightarrow 12a-4(a+2)=0\Leftrightarrow a=1.$

Suy ra $f(x)=x^3-12x+1$

$f'(x)=3x^2-12;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 2.$

x	$-\infty$		-2		0		2		3
$f'(x)$		+	0	–	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	↗	f(-2)	↘	1	↗	-13	↗	-8

Vậy với $a=1$ thì hàm số đạt $\max\limits_{(-\infty;0]} f(x)=f(-2)$ và khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x)=1.$

Câu 2: **[2D1-3.9-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-m^2x^3-2x^2-m$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -1?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=4x^3-4x-3m^2x^2=4x(x-1)(x+1)-3m^2x^2\le 0$ với $\forall x\in[0;1].$

Suy ra $\max\limits_{[0;1]} f(x)=f(0); \min\limits_{[0;1]} f(x)=f(1).$

Theo yêu cầu bài toán ta có

$f(0).f(1)=-1\Rightarrow -m(-m^2-m-1)=-1\Leftrightarrow m^3+m^2+m+1=0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m^2+1)=0\Leftrightarrow m=-1.$

Câu 3: **[2D1-3.9-3] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=ax-(a-3)\ln(x^2+3x)$ với a là tham số thực. Biết rằng nếu $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)$ thì $\min\limits_{[1;3]} f(x)=m$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m\in(6;7).$ **B.** $m\in(7;8).$ **C.** $m\in(8;9).$ **D.** $m\in(9;10).$

Lời giải

Chọn A

$f(x)=ax-(a-3)\ln(x^2+3x)\Rightarrow f'(x)=a-(a-3)\dfrac{2x+3}{x^2+3x}$

Vì $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)$ nên $f'(2)=0$.

$\Rightarrow a-(a-3)\dfrac{7}{10}=0\Leftrightarrow a=-7$

$\Rightarrow f'(x)=-7+10\dfrac{2x+3}{x^2+3x}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\dfrac{-15}{7}\end{array}\right.$.

$f(1)=-7+10\ln 4; f(2)=-14+10\ln 10; f(3)=-21+10\ln 18$

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)$ và $m=\min\limits_{[1;3]} f(x)=f(1)\approx 6,86$.

Câu 4: **[2D1-3.9-3] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4<m\le 8$. **B.** $0<m\le 2$. **C.** $2<m\le 4$. **D.** $m>8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=m-\dfrac{36}{(x+1)^2}$.

* Với $m\le 0$, hàm số nghịch biến trên $[0;3]$ nên $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(3)=3m+9$

Suy ra $3m+9=20\Leftrightarrow m=\dfrac{11}{3}$ (không thỏa mãn)

* Với $m>0$, ta có: $y'=\dfrac{m(x+1)^2-36}{(x+1)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x+1=\pm\dfrac{6}{\sqrt{m}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+\dfrac{6}{\sqrt{m}}\\x=-1-\dfrac{6}{\sqrt{m}}(L)\end{array}\right.$

- Khi $0\le -1+\dfrac{6}{\sqrt{m}}\le 3\Leftrightarrow\dfrac{9}{4}\le m\le 36$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0		$-1+\frac{6}{\sqrt{m}}$		3
y'		$-$	0	$+$	
y	36	↘	$-m+12\sqrt{m}$	↗	$3m+9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra

$$\min_{x\in[0;3]} y = y\left(-1+\frac{6}{\sqrt{m}}\right) = -m+12\sqrt{m} = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=100\,(L) \end{array}\right.$$

- Khi $-1+\frac{6}{\sqrt{m}} > 3 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0		3
y'		$-$	
y	36	↘	$3m+9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\min_{x\in[0;3]} y = y(3) = 3m+9 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{11}{9}$ (loại).

Vậy giá trị nhỏ nhất bằng 20 khi $m=4$..

Câu 5: **[2D1-3.9-3] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$ (với m là tham số) có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 2, khi đó tích các giá trị của tham số m là

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$ liên tục trên $[-1;1]$.

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x+3\left(m^2-2m+2\right)=3\left[(x-1)^2+(m-1)^2\right]\geq 0, \forall x\in[-1;1] \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên $[-1;1]$, suy ra $\max_{[-1;1]} f(x)=f(1)=2 \Leftrightarrow 3m^2-5m+4=2 \Leftrightarrow 3m^2-5m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\frac{2}{3} \end{array}\right.$

Tích các giá trị của tham số m là $\frac{2}{3}$.

Câu 6: **[2D1-3.9-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$. Số giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[0;1]} f(x)\leq 8$ là

A. 16. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2;\ g'(x)=3x^2-6x; g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có BBT của $g(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Ta có $g(1)=-2$. $\underset{[0;1]}{Max}\, f(x)=\underset{[0;1]}{Max}\left|g(x)+m\right|=Max\left\{\left|m\right|;\left|m-2\right|\right\}$.

Ycbt $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left|m\right|\le 8\\\left|m-2\right|\le 8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-8\le m\le 8\\-6\le m\le 10\end{array}\right.\Leftrightarrow -6\le m\le 8$.

Vậy có 15 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 7: **[2D1-3.9-3] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để hàm số $g(x)=\left|\dfrac{2x-m}{x+2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;\,5]$ tại điểm $x=a\in(-1;5)$.

A. 7. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2x-m}{x+2}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{4+m}{(x+2)^2}$.

TH 1: $4+m=0\Leftrightarrow m=-4\Rightarrow y=2$.

TH 2: $4+m\ne 0\Leftrightarrow m\ne -4$. Để hàm số $y=g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì hàm số $y=f(x)$ có giao điểm với trục hoành. Ta có: $\dfrac{2x-m}{x+2}=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=\dfrac{m}{2}\\x\ne -2\end{array}\right.\Rightarrow m\ne -4$.

Mặt khác, $x=\dfrac{m}{2}\in(-1;5)$ nên $-1<\dfrac{m}{2}<5\Leftrightarrow -2<m<10$.

Vậy, có 12 giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để $y=g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;\,5]$.

Câu 8: **[2D1-3.9-3] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=3$. Xét $g(x)=f(3x-1)+m$. Giá trị của tham số m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$ là

A. -1. **B.** -13. **C.** 13. **D.** -7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)=f(3x-1)+m$.

Đặt $t=3x-1$. Vì $x\in[0;1]\Rightarrow t\in[-1;2]$.

Khi đó $g(x)=f(t)+m$ với $t\in[-1;2]$.

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=3$ nên ta có

$\max\limits_{[0;1]} g(x)=\max\limits_{[-1;2]}\left(f(t)+m\right)\Leftrightarrow -10=m+3\Leftrightarrow m=-13$.

Vậy $m=-13$.

Câu 9: **[2D1-3.9-3] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Tổng các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2023 là

A. 6. **B.** -6. **C.** -7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=-x^4+8x^2+m$ nên $f'(x)=-4x^3+16x$.

Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2.\end{array}\right.$

Khi đó $f(-1)=m+7$; $f(0)=m$; $f(2)=m+16$; $f(3)=m-9$.

Do đó $\max\limits_{[-1;3]} y=\dfrac{|2m+7|+25}{2}=2023\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2014\\m=2007.\end{array}\right.$

Vậy tổng các giá trị của tham số m là -7.

Câu 10: **[2D1-3.9-3] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<m<4$. **B.** $4<m<8$. **C.** $8<m<10$. **D.** $m>10$.

Lời giải

Tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$

Ta có: $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2},\forall x\neq -1$.

Trường hợp 1: $1-m=0\Leftrightarrow m=1$.

Khi đó $y=1$. Ta loại $m=1$ vì không thỏa $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=8$.

Trường hợp 2: $1-m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1\Rightarrow y'$ không đổi dấu trên $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=8\Leftrightarrow y(1)+y(2)=8\Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=8\Leftrightarrow m=\dfrac{41}{5}$.

Vậy $8<m<10$.

Câu 11: [2D1-3.9-3] Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+4}$, với a, b là tham số. Nếu $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(-1)=-1$ thì $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)$ bằng

A. $\dfrac{11}{20}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

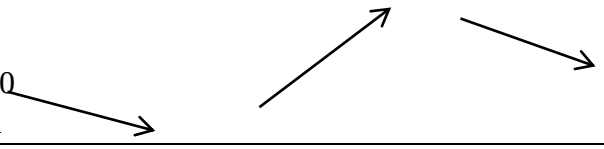
Từ đề bài ta phải có $a\neq 0$. Mặc khác $f(-1)=-1\Rightarrow -a+b=-5,(1)$

$f'(x)=\dfrac{-ax^2-2bx+4a}{\left(x^2+4\right)^2}$.

Phương trình $-ax^2-2bx+4a=0,(\Delta'=b^2+4a^2>0)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Vì $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(-1)$ nên $-a(-1)^2-2b.(-1)+4a=0\Leftrightarrow 3a+2b=0,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a=2,b=-3$. Do đó $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$, $f'(x)=\dfrac{-2x^2+6x+8}{\left(x^2+4\right)^2}$.

x	$-\infty$ -1 4 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$
$f(x)$	$\frac{1}{4}$ 0 0 -1 

Vậy $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{1}{4}$.

Câu 12: [2D1-3.9-3] **(THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=mx^4+(m+8)x^2+1$ với m là tham số thực. Trên đoạn $[0;2]$, nếu giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(1)$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số đó bằng

A. -21. **B.** $\dfrac{11}{3}$. **C.** $-\dfrac{61}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=4mx^3+2(m+8)x=2x\left[2mx^2+m+8\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2mx^2=-m-8\end{array}\right.$.

□ Nếu $x^2=\dfrac{-m-8}{2m}\le 0\Leftrightarrow m(m+8)\ge 0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-8]\cup[0;+\infty)$ thì hàm số sẽ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;2]$ tại điểm $x=0$ hoặc $x=2$. Loại.

□ Nếu $x^2=\dfrac{-m-8}{2m}>0\Leftrightarrow m\in(-8;0)$ thì ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{\dfrac{-m-8}{2m}}\\ x=0\\ x=\sqrt{\dfrac{-m-8}{2m}}\end{array}\right.$.

Do giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(1)$ suy ra $\dfrac{-m-8}{2m}=1\Leftrightarrow m=-\dfrac{8}{3}$.

Khi đó $f(x)=mx^4+(m+8)x^2+1=-\dfrac{8}{3}x^4+\dfrac{16}{3}x^2+1$

$\Rightarrow f'(x)=-\dfrac{32}{3}x^3+\dfrac{32}{3}x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\end{array}\right.$.

Suy ra $f(0)=1; f(1)=\dfrac{11}{3}; f(2)=-\dfrac{61}{3}$.

Suy ra $\min\limits_{[0;2]} f(x)=-\dfrac{61}{3}$.

Câu 13: **[2D1-3.9-3] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2+12$ trên đoạn $[2;8]$ bằng 25. Giá trị của tham số m bằng

A. $m=\pm3$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=\pm2$. **D.** $m=\pm5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+m^2+1>0\ \ \forall m,x\in\mathbb{R}$.

$\min\limits_{2;8} y=25\Leftrightarrow y(2)=25\Leftrightarrow 2^3+(m^2+1).2+m^2+12=25\Leftrightarrow 3m^2=3$

$\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm1$.

Câu 1: **[2D1-3.9-4] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Cho parabol $(P): y = x^2 - x - 3$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2m$ với m là tham số thực. Để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có giá trị nhỏ nhất thì m nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x - 3 = 2mx - 2m \Leftrightarrow x^2 - (1+2m)x - 3 + 2m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt:

$\Delta = (1+2m)^2 - 4(-3+2m) = 4m^2 - 4m + 13 > 0, \forall m$.

Giả sử phương trình có hai nghiệm $a, b (a < b)$:

$$S = \int_a^b \left| x^2 - (1+2m)x - 3 + 2m \right| dx = -\int_a^b \left(x^2 - (1+2m)x - 3 + 2m \right) dx = -\left(\frac{x^3}{3} - (1+2m)\frac{x^2}{2} - 3x + 2mx \right) \Big|_a^b$$

$$= \frac{a^3}{3} - (1+2m)\frac{a^2}{2} - 3.a + 2m.a - \left(\frac{b^3}{3} - (1+2m)\frac{b^2}{2} - 3.b + 2m.b \right)$$

$$= \frac{a^3 - b^3}{3} + (1+2m).\frac{b^2 - a^2}{2} + 3(b-a) + 2m(a-b):$$

Ta có $\begin{cases} a+b = 1+2m \\ ab = 3+2m \\ a-b = \dfrac{1+2m-\sqrt{\Delta}}{2} - \dfrac{1+2m+\sqrt{\Delta}}{2} = -\sqrt{\Delta} \end{cases}$ nên

$$S = \frac{a^3 - b^3}{3} + (1+2m).\frac{b^2 - a^2}{2} + 3(b-a) + 2m(a-b)$$

$$= (a-b)\left[\frac{a^2 + ab + b^2}{3} - (1+2m).\frac{a+b}{2} - 3 + 2m \right]$$

$$= -\sqrt{4m^2 - 4m + 13}.\left[\frac{(1+2m)^2 - 3 - 2m}{3} - (1+2m).\frac{1+2m}{2} - 3 + 2m \right]$$

$$= \sqrt{4m^2 - 4m + 13}\left(\frac{4m^2 + 19 - 4m}{6} \right) = \sqrt{(2m-1)^2 + 12}\left(\frac{(2m-1)^2 + 18}{6} \right) \geq \sqrt{12}.3 = 6\sqrt{3}$$

$\min S = 6\sqrt{3}$ khi $m = 0,5$.

Câu 2: **[2D1-3.9-4] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| x^3 - 3x + 2m - 1 \right|$ trên đoạn $0;2$ là nhỏ nhất. Giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $0;1$. **B.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$. **C.** $-1;0$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right]$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f\ x=x^3-3x+2m-1\Rightarrow f'\ x=3x^2-3$. Nên: $f'\ x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\ 0;2\\x=-1\notin\ 0;2\end{array}\right.$

Có: $f\ 1=2m-3<f\ 0=2m-1<f\ 2=2m+1$

$\Rightarrow\max\limits_{0;2}\left|f\ x\right|=\max\ \left|2m+1\right|,\left|2m-3\right|$

TH1: $\max\limits_{0;2}\left|f\ x\right|=\left|2m+1\right|$ thì:

$\left|2m+1\right|\geq\left|2m-3\right|\Leftrightarrow\ 2m+1\ ^2\geq\ 2m-3\ ^2\Leftrightarrow16m\geq8\Leftrightarrow m\geq\frac{1}{2}$.

Với $m\geq\frac{1}{2}\Rightarrow\left|2m+1\right|\geq2\Rightarrow$GLTN của hàm số trên đoạn $0;2$ đạt GTNN là: 2 khi $m=\frac{1}{2}$.

TH2: $\max\limits_{0;2}\left|f\ x\right|=\left|2m-3\right|$ thì:

$\left|2m-3\right|\geq\left|2m+1\right|\Leftrightarrow\ 2m-3\ ^2\geq\ 2m+1\ ^2\Leftrightarrow16m\leq8\Leftrightarrow m\leq\frac{1}{2}$.

Với $m\leq\frac{1}{2}\Rightarrow\left|2m-3\right|\geq2\Rightarrow$GTLN của hàm số trên đoạn $0;2$ đạt GTNN là: 2 khi $m=\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $0;2$ đạt GTNN là: 2 khi $m=\frac{1}{2}$.

Câu 3: **HẾT** ∞ **[2D1-3.9-4] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=\left|\frac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-10;10\right]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

A. 20. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 18.

Lời giải

Ta có:

$$Max\ y \le 4 \Leftrightarrow \left|\frac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right| \le 4 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \left|x^2-2mx+1\right| \le 4.\left(x^2-x+2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2mx+1 \le 4.\left(x^2-x+2\right) \\ -4.\left(x^2-x+2\right) \le x^2-2mx+1 \end{cases}$$

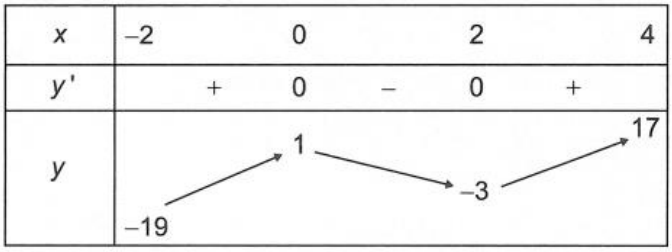
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2+\left(4-2m\right)x-7 \le 0 \\ 5x^2-\left(4+2m\right)x+9 \ge 0 \end{cases} \quad \forall x \in R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(2-m\right)^2-21 \le 0 \\ \left(2+m\right)^2-45 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le m \le 6 \\ -8 \le m \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le 4$$

Ta thấy $m \in [-2;4]$ thì $Max\ y \le 4$ nên $m \in (-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$ thì $Max\ y \ge 4$.

Kết hợp với điều kiện $\begin{cases} m \in [-10;10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;4;5;6;7;8;9;10\}$

Câu 1: **[2D1-3.10-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-2;4]$ như hình dưới.

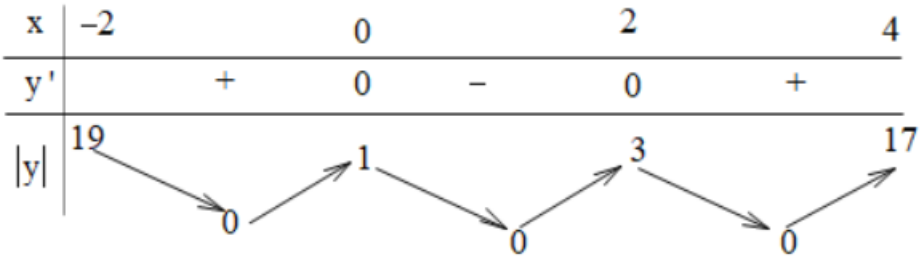


Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên $[-2;4]$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 19. **D.** 17

Lời giải

Chọn C



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên $[-2;4]$ bằng: 19 xảy ra khi $x=2$.

Câu 1: **[2D1-3.10-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 210. **B.** 108. **C.** 136. **D.** 120.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=\frac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30 \Rightarrow g'(x)=x^3-28x+48 \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-6	0		2		4	$+\infty$
$g'(x)$			$+$	0				
$g(x)$				$m+14$				
			$m-30$					

Ta có $y=|g(x)| \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=\max\limits_{[0;2]}|g(x)|=\max\{|m+14|,|m-30|\}$.

Trường hợp 1: Nếu $|m+14| \geq |m-30| \Leftrightarrow m \geq 8$ thì

$\max\limits_{[0;2]} y=|m+14| \Rightarrow |m+14| \leq 30 \Leftrightarrow -30 \leq m+14 \leq 30 \Leftrightarrow -44 \leq m \leq 16$.

Do đó $8 \leq m \leq 16$.

Trường hợp 2: Nếu $|m+14| \leq |m-30| \Leftrightarrow m \leq 8$ thì

$\max\limits_{[0;2]} y=|m-30| \Rightarrow |m-30| \leq 30 \Leftrightarrow -30 \leq m-30 \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 60$.

Do đó $0 \leq m \leq 8$.

Vậy $S=\{0;1;2;3;...;16\}$. Suy ra tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng 136.

Câu 2: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-3.10-3]** Tổng các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2023 là

A. 6. **B.** -6. **C.** -7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=-x^4+8x^2+m$ nên $f'(x)=-4x^3+16x$.

Phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2. \end{array}\right.$

Khi đó $f(-1)=m+7;\ f(0)=m;\ f(2)=m+16;\ f(3)=m-9.$

Do đó $\max\limits_{[-1;3]} y=\dfrac{|2m+7|+25}{2}=2023\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2014\\m=2007.\end{array}\right.$

Vậy tổng các giá trị của tham số m là -7.

Câu 1: **[2D1-3.10-4] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m\right|$ $[-2;3]$ là trị nhỏ nhất?

A. $m=8$. **B.** $m=-8$. **C.** $m=10$. **D.** $m=-10$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+m$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$.

+) $f'(x)=3x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0;x=2\in[-2;3]$.

+) $f(-2)=m-20$, $f(2)=m-4$, $f(3)=f(0)=m$.

Khi đó $\max\limits_{[-2;3]}\left|f(x)\right|=\max\left\{|m|;|m-20|\right\}=M$.

Ta có: $\begin{cases}M\ge|m|\\ M\ge|m-20|=|20-m|\end{cases}\Rightarrow 2M\ge|m|+|20-m|\ge|m+20-m|=20\Rightarrow M\ge 10$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}|m|=|20-m|=10\\ m(20-m)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m=10$.

Câu 2: **[2D1-3.10-4] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|-x^3+3x^2+a\right|$ trên đoạn $[-1;2]$. Tìm tổng các giá trị của a để $M+m=3$.

A. 4. **B.** 5. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+a$ trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+6x$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\ x=2\in[-1;2]\end{array}\right.$.

Ta có BBT của hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+a$ trên đoạn $[-1;2]$.

x	-1		0		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$4+a$	↘	a	↗	$4+a$

Trường hợp 1: $a\ge 0$ thì $\begin{cases}m=a\\ M=4+a\end{cases}\Rightarrow M+m=4+2a=3\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} a<0 \\ a+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<a<0$. Khi đó:

Nếu $-a<a+4 \Leftrightarrow a>-2$ thì $\begin{cases} m=0 \\ M=4+a \end{cases} \Rightarrow M+m=4+a=3 \Leftrightarrow a=-1.$

Nếu $-a\ge a+4 \Leftrightarrow a\le -2$ thì $\begin{cases} m=0 \\ M=-a \end{cases} \Rightarrow M+m=-a=3 \Leftrightarrow a=-3.$

Trường hợp 3: $a+4\le 0 \Leftrightarrow a\le -4$ thì $\begin{cases} m=-a-4 \\ M=-a \end{cases} \Rightarrow M+m=-4-2a=3 \Leftrightarrow a=-\frac{7}{2}.$

Vậy các giá trị a thỏa mãn điều kiện là $\left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=-3 \end{array}\right.$. Tổng là -4.

Câu 3: **[2D1-3.10-4] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^3+cx,(a>0,b>0)$ thỏa mãn $f(3)=-\frac{2}{3}; f(9)=90.$ Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86$ với $g(x)=f(1-2x)+2.f(x+4)+m.$

Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

A. -80. **B.** -148. **C.** -78. **D.** -74.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=ax^5+bx^3+cx \Rightarrow f'(x)=5ax^4+3bx^2+c$

Nên: $g(x)=f(1-2x)+2.f(x+4)+m \Rightarrow g'(x)=-2.f'(1-2x)+2.f'(x+4)$

$$\Rightarrow g'(x)=-2\left[5a(1-2x)^4+3b(1-2x)^2-5a(x+4)^4-3b(x+4)^2\right]$$
$$=-2\left[15a(x-5)(x+1)(5x^2+4x+17)+9b(x-5)(x+1)\right]$$
$$=-2(x-5)(x+1)\left[15a(5x^2+4x+17)+9b\right]$$

Với $a>0,b>0 \Rightarrow g'(x)\ge 0 \forall x\in[-1;5] \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $[-1;5]$

Vì $f(x)=ax^5+bx^3+cx \Rightarrow f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-9)=-f(9)$

$$\begin{cases} g(5)=f(-9)+2f(9)+m=f(9)+m=m+81 \\ g(-1)=3f(3)+m=m-7 \end{cases}$$

TH1: $(m-7)(m+81)>0 \Leftrightarrow m<-81 \vee m>7$

Khi đó: $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=|m-7|+|m-81|\ge|(7-m)+m-81|=88>86$

Không thỏa mãn điều kiện bài toán.

TH2: $(m-7)(m+81)\le 0 \Leftrightarrow -81\le m\le 7.$

$\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=0 \Rightarrow \max\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86$

$\bullet \begin{cases} |m+81|=86 \\ |m+81| \ge |m-7| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-167 \end{array}\right. \\ |m+81| \ge |m-7| \end{cases} \Leftrightarrow m=5.$

$\bullet \begin{cases} |m-7|=86 \\ |m-7| \ge |m+81| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=-79 \\ m=93 \end{array}\right. \\ |m-7| \ge |m+81| \end{cases} \Leftrightarrow m=-79.$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $S=-79+5=-74.$

Câu 4: **[2D1-3.10-4] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|x^2-4x+m|$ trên đoạn $[1;4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

A. 6. **B.** -10. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x+m$ với $x\in[1;4]$

Có $g'(x)=2x-4$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2\in(1;4)$

Ta có: $g(1)=m-3,\ g(2)=m-4,\ g(4)=m$

Vậy $\max\limits_{[1;4]} g(x)=m,\ \min\limits_{[1;4]} g(x)=m-4$ đồng thời $f(x)=|g(x)|$.

+) Nếu $\min\limits_{[1;4]} g(x)=m-4>0 \Leftrightarrow m>4$ thì $\min\limits_{[1;4]} f(x)=m-4$.

Vậy $ycbt \Leftrightarrow m-4=6 \Leftrightarrow m=10$ (thỏa mãn đk đang xét).

+) Nếu $\max\limits_{[1;4]} g(x)=m<0$ thì $\min\limits_{[1;4]} f(x)=-m$.

Vậy $ycbt \Leftrightarrow -m=6 \Leftrightarrow m=-6$ (thỏa mãn đk đang xét).

+) Nếu $\min\limits_{[1;4]} g(x)=m-4\le 0\le m=\max\limits_{[1;4]} g(x) \Leftrightarrow 0\le m\le 4$ thì $\min\limits_{[1;4]} f(x)=0\ne 6 \Rightarrow$ loại.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn, tổng của chúng bằng $10+(-6)=4$.

Câu 1: **[2D1-3.11-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\sqrt{3}$.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=2+\sqrt{3}$. **C.** $m=4+\sqrt{3}$. **D.** $m=4-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;1]\\x=2\notin[-1;1]\end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-1)=m-4$; $y(0)=m$; $y(1)=m-2$.

Suy ra $\underset{[-1;1]}{Min}\, y=m-4=\sqrt{3}\Leftrightarrow m=4+\sqrt{3}$.

Câu 1: **[2D1-3.11-3] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S.

A. -7. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Khi $x\in[-1;3]\Rightarrow f(x)\in[0;4]$. Đặt $f(x)=t\in[0;4]$.

Khi đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow h(t)=\left|t^2-2t+m\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ bằng 8

$$\Leftrightarrow\begin{cases}h(t)\le 8,\forall t\in[0;4]\\ \exists t_0\in[0;4]: f(t_0)=8\end{cases}(*).$$

Với mọi $t\in[0;4]$, ta có: $\left|t^2-2t+m\right|\le 8\Leftrightarrow -8\le t^2-2t+m\le 8$

$$\Leftrightarrow -t^2+2t-8\le m\le -t^2+2t+8\Leftrightarrow \max_{[0;4]}\left(-t^2+2t-8\right)\le m\le \min_{[0;4]}\left(-t^2+2t+8\right)\Leftrightarrow -7\le m\le 0.$$

Đồng thời từ $(*)$ suy ra $\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-7\end{array}\right.$. Vậy tổng các phần tử của S là -7.

Câu 2: **[2D1-3.11-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3;2]$ bằng 150?

A. 2. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$. Ta có $f'(x)=12x^3-12x^2-24x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=2\end{array}\right.$.

$f(-3)=243+m$, $f(-1)=-5+m$, $f(0)=m$, $f(2)=-32+m$.

Khi đó $\begin{cases}A=\max\limits_{[-3;2]}f(x)=\max\{f(-3);f(-1);f(0);f(2)\}\\ a=\min\limits_{[-3;2]}f(x)=\min\{f(-3);f(-1);f(0);f(2)\}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=f(-3)=243+m\\ a=f(2)=-32+m\end{cases}$.

Vậy $\max\limits_{[-3;2]}y=\max\{|m+243|;|m-32|\}=150$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|m+243|=150\\ |m+243|\ge|m-32|\end{cases}\\ \begin{cases}|m-32|=150\\ |m-32|\ge|m+243|\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m+243=150\\ m+243=-150\end{array}\right.\\ 150\ge|m-32|\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m-32=150\\ m-32=-150\end{array}\right.\\ 150\ge|m+243|\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=-93(TM)\\ m=-393(L)\end{array}\right.\\ -118\le m\le 182\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=182(L)\\ m=-118(TM)\end{array}\right.\\ -393\le m\le -93\end{cases}\end{array}\right.$$

Do đó có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: **[2D1-3.11-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^3-3x+2m-1\Rightarrow f'(x)=3x^2-3$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;2]\\x=1\in[0;2]\end{array}\right.$.

Ta có : $\left\{\begin{array}{l}f(0)=2m-1\\f(1)=2m-3\\f(2)=2m+1\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{[0;2]}f(x)=2m+1,\\\min\limits_{[0;2]}f(x)=2m-3.\end{array}\right.$

Gọi $M=\max\limits_{[0;2]}\left|x^3-3x+2m-1\right|$, khi đó $M=\max\left\{|2m-3|,|2m+1|\right\}$.

Ta có: $2M\geq|2m-3|+|2m+1|=|3-2m|+|2m+1|\geq|(3-2m)+(2m+1)|=4$.

Suy ra $M\geq 2\Rightarrow\min M=2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}|3-2m|=|2m+1|\\(3-2m)(2m+1)>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}3-2m=2m+1\\3-2m=-(2m+1)\end{array}\right.\\4m^2-4m-3>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m=\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}<m<\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Vậy $m\in(0;1)$.

Câu 4: **[2D1-3.11-3] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=\frac{2\sqrt{x+1}+m}{\sqrt{x+1}+4}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;8]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A. 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\frac{8-m}{\left(\sqrt{x+1}+4\right)^2}$.

Trường hợp 1: Nếu $m<8\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(-1;8)$.

$\Rightarrow\max\limits_{[-1;8]}f(x)=f(8)=\frac{6+m}{7}<3\Leftrightarrow m<15$.

Mà $m<8;m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Trường hợp 2: Nếu $m>8\Rightarrow f'(x)<0\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-1;8)$

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;8]} f(x)=f(-1)=\dfrac{m}{4}<3\Leftrightarrow m<12$.

Mà $m>8; m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{9;10;11\}$.

Trường hợp 3: Nếu $m=8\Rightarrow f(x)=2\Rightarrow \max\limits_{[-1;8]} f(x)=2<3$ (thỏa mãn) $\Rightarrow m=8$ thỏa mãn.

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11\}$.

Câu 5: [2D1-3.11-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 3

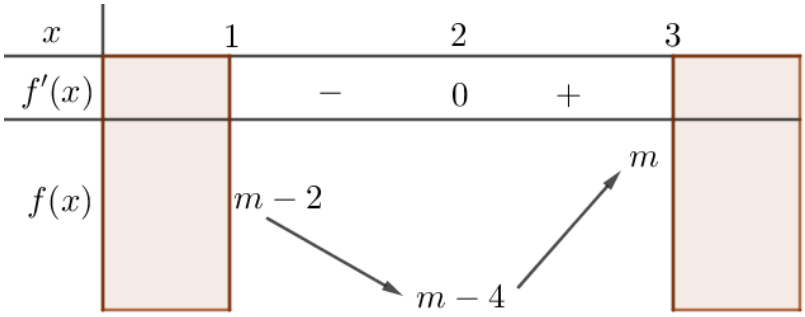
Lời giải

Chọn D

Xét hàm $f(x)=x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[1;3]$.

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



+ TH1: $m-4>0\Leftrightarrow m>4$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=m$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3\Leftrightarrow m\le 3$ **(Loại).**

+ TH2: $m<0\Leftrightarrow m<0$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=4-m$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3\Leftrightarrow 4-m\le 3\Leftrightarrow m\ge 1$ **(Loại).**

+ TH3: $\left\{\begin{array}{l}m\ge 0\\m-4\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\ge 0\\m\le 4\end{array}\right.\Leftrightarrow 0\le m\le 4$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=\max\{4-m;m\}$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}4-m\le 3\\4-m\ge m\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}m\le 3\\m\ge 4-m\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1\le m\le 2\\2\le m\le 3\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện và $m\in\mathbb{Z}$ ta suy ra có 3 giá trị nguyên tham số m là $m\in\{1;2;3\}$.

Câu 6: **[2D1-3.11-3] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=f(x)=|4x-m|-x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

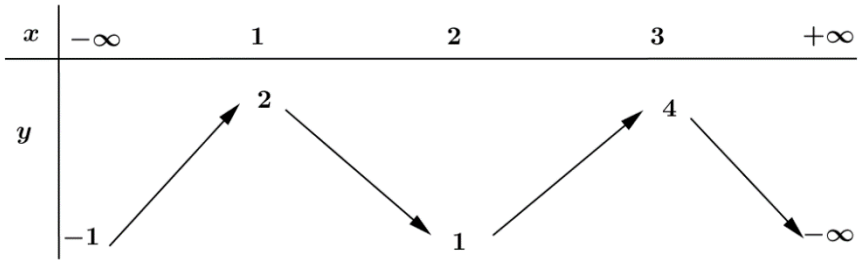
Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 thì $|4x-m|-x^2\le 5\Leftrightarrow |4x-m|\le x^2+5,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4x-m\le x^2+5,\ \forall x\in\mathbb{R}\\ 4x-m\ge -x^2-5,\ \forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -x^2+4x-5,\ \forall x\in\mathbb{R}\\ m\le x^2+4x+5,\ \forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -1\\ m\le 1\end{cases}.$$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng 5 $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\{-1;1\}$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 7: **[2D1-3.11-3] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f(5-2x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



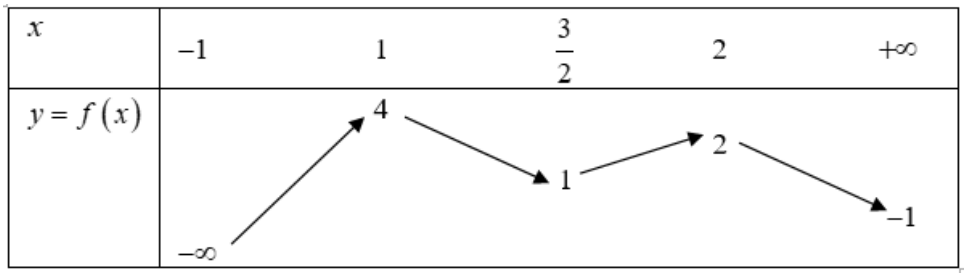
Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm $g(x)=|2f(x^2-4x+3)-m|$ có giá trị lớn nhất?

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Vẽ lại bảng biến thiên $f(x)$:



Đặt $x^2-4x+3=t(t\ge -1)$

$\Rightarrow$ Hàm số trở thành: $y=|2f(t)-m|$, với $t\in[-1;+\infty)$

Do $t\in[-1;+\infty)\Rightarrow f(t)\in(-1;4]\Rightarrow 2f(t)-m\in(-2-m;8-m]$

Để hàm số $y=\left|2f\left(t\right)-m\right|$ có GTLM $\Leftrightarrow \begin{cases} 8-m>0 \\ \left|-2-m\right|\le 8-m \end{cases} \Rightarrow m\le 2$

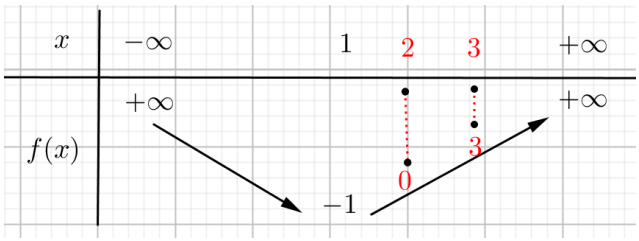
Câu 1: **[2D1-3.11-4] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $\left|f(2+\sin x)+m\right|$ bằng 2023?

A. 1013. **B.** 1012. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

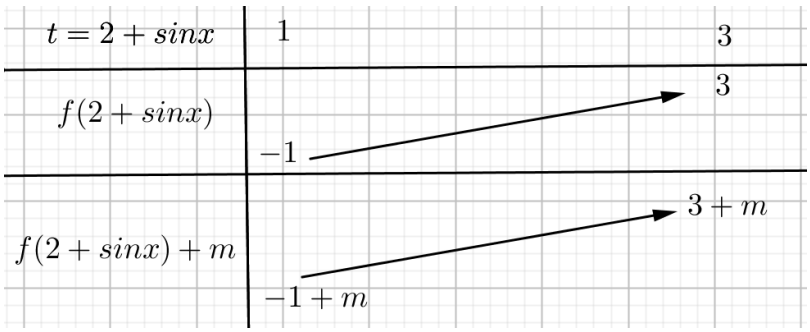
Chọn C

+ Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$



+ Xét hàm số $g(x)=f(2+\sin x)+m$. Đặt $t=2+\sin x$, khi đó $1\le t\le 3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có, bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.



+ Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $\left|g(x)\right|$ có thể là $\left|-1+m\right|$ hoặc $\left|3+m\right|$

* Trường hợp 1: $\left|-1+m\right|=2023\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-1+m=2023\\-1+m=-2023\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=2024\\m=-2022\end{array}\right.$. Thử lại $m=-2022$ thoả mãn.

* Trường hợp 2: $\left|3+m\right|=2023\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3+m=2023\\3+m=-2023\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=2021\\m=-2026\end{array}\right.$. Thử lại $m=2021$ thoả mãn.

Vậy có hai giá trị m thoả mãn yêu cầu bài toán là $m=-2022$ và $m=2021$.

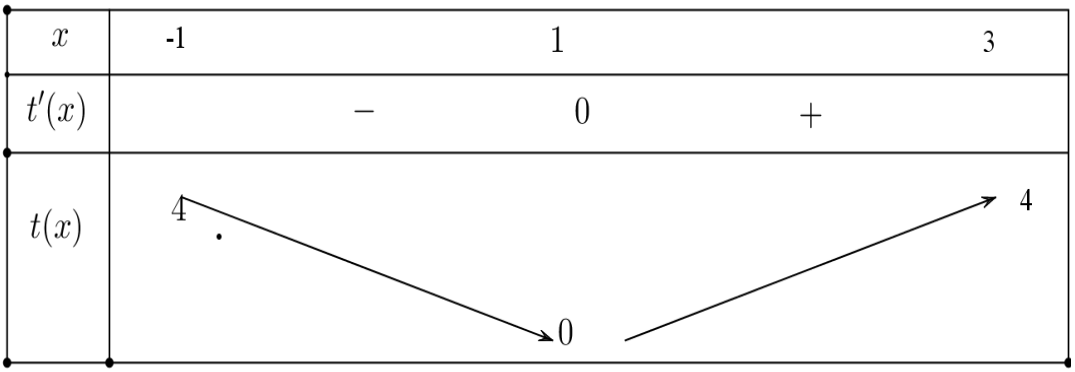
Câu 2: **[2D1-3.11-4] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S.

A. –7. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2-2x+1\Rightarrow t'=2x-2\Rightarrow t'=0\Leftrightarrow x=1\in[-1;3]$.



Dựa vào bảng biến thiên ta có: $t\in[0;4]$.

Bài toán đưa về: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(t)=|t^2-2t+m|$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 8. Tính tổng các phẩn tử của S.

Đặt $h(t)=t^2-2t+m\Rightarrow h'(t)=2t-2\Rightarrow h'(t)=0\Leftrightarrow t=1\in[0;4]$.

Ta có $h(1)=m-1, h(0)=m, h(4)=m+8\Rightarrow g(1)=|m-1|, g(0)=|m|, g(4)=|m+8|$.

Xét trường hợp:

$$+\begin{cases}|m+8|=8\\|m-1|<|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-16\end{array}\right.\\|m-1|<|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow m=0.$$

$$+\begin{cases}|m-1|=8\\|m-1|>|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=9\\m=-7\end{array}\right.\\|m-1|>|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow m=-7.$$

Tổng các phần tử của $-7+0=-7$.

Câu 3: ----------Hết--------- **[2D1-3.11-4] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng các phần tử của S bằng

A. a -12. **B.** -2. **C.** 16. **D.** -16.

Lời giải

Chọn D

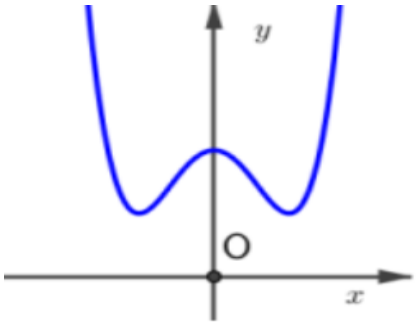
Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên $[0;3]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1 & (n)\\x=-1 & (l)\end{array}\right.$.

Khi đó $\begin{cases}f(0)=m\\f(1)=-2+m\\f(3)=18+m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\max\limits_{x\in[0;3]}f(x)=18+m\\\min\limits_{x\in[0;3]}f(x)=-2+m\end{cases}$. Ta có $\max\limits_{x\in[0;3]}f(x)-\min\limits_{x\in[0;3]}f(x)=20<2.16$.

Nên $\max\limits_{x\in[0;3]}\left|x^3-3x+m\right|=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\max\limits_{x\in[0;3]}f(x)=16\\ \min\limits_{x\in[0;3]}f(x)=-16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}18+m=16\\ -2+m=-16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=-14\end{array}\right.$.

Câu 4: **[2D1-3.11-4] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$ với $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\left|g(x)\right|$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$

Có $g'(x)=2x.f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)-2x.f'\left(-x^2+6\right)$

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)=f'\left(-x^2+6\right)\ (*)\end{array}\right.$

Theo đồ thị hàm số vì $f''(x)>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ do đó $f'(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Từ phương trình $(*)$ suy ra $\frac{1}{2}x^2=-x^2+6\Leftrightarrow x=\pm2$

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt đan dấu $\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm2\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-2)=g(2)<0$	$g(0)>0$	$g(2)<0$	$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	$\lvert g(-2)\rvert$	$\lvert g(0)\rvert$	$\lvert g(2)\rvert$	$+\infty$

Do $g(x)$ là hàm số chẵn nên $g(-2)=g(2)<0$

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $y=|g(x)|$ là 4.

Câu 5: **[2D1-3.11-4] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S.

A. -7. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2-2x+1\Rightarrow t'=2x-2\Rightarrow t=0\Leftrightarrow x=1\in[-1;3]$.

x	-1		1		3
$t'(x)$		$-$	0	$+$	
$t(x)$	4	↘	0	↗	4

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $t\in[0;4]$.

Bài toán đưa về: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(t)=\left|t^2-2t+m\right|$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S.

Đặt $h(t)=t^2-2t+m\Rightarrow t'=2t-2\Rightarrow h'(t)=0\Leftrightarrow t=1\in[0;4]$.

Ta có $h(1)=m-1, h(0)=m-1, h(4)=m-1+9 \Rightarrow g(1)=|m-1|, g(0)=|m-1+1|, g(4)=|m-1+9|$.

Xét trường hợp:

$$+\begin{cases}|m+8|=8\\|m-1|<|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-16\end{array}\right.\\|m-1|<|m+9|\end{cases}\Leftrightarrow m=0.$$

$$+\begin{cases}|m-1|=8\\|m-1|>|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=9\\m=-7\end{array}\right.\\|m-1|>|m+8|\end{cases}\Leftrightarrow m=-7.$$

Tổng các phần tử của $-7+0=-7$.

Câu 6: **[2D1-3.11-4] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.**

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $\_\_\_\_$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3-3x+2\right)+2f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5?

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

x	-1		1
$u=x^3-3x+2$	4	↘	0
$f(x^3-3x+2)$	1	↘ ↗	3
$h(x)=f(x^3-3x+2)+2f(m)$	$1+2f(m)$	↘ ↗	$3+2f(m)$

TH1: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $|-3+2f(\mathrm{m})|$.

Theo giả thiết ta có $|-3+2f(\mathrm{m})|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(\mathrm{m})=4\\f(\mathrm{m})=-1\end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=4$ không thoả

Với $f(m)=-1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

TH2: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $|3+2f(\mathrm{m})|$.

Theo giả thiết ta có $|3+2f(\mathrm{m})|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l} f(\mathrm{m})=1 \\ f(\mathrm{m})=-4 \end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=-4$ không thoả

Với $f(m)=1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

Vậy có 10 giá trị m thoả mãn đề bài.

Câu 1: **[2D1-3.13-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t)=1000+30t^2-t^3\,(0\le t\le 30)$. Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 20. **B.** 10. **C.** 1200. **D.** 1100.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $N(t)=1000+30t^2-t^3\,(0\le t\le 30)$.

$N'(t)=60t-3t^2$.

$N'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=20\end{array}\right.$.

t	0		20		30
N'		+	0	−	
N		↗	5000	↘	

Với $t=20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 2: **[2D1-3.13-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V=8\left(m^3\right)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ $/m^2$ và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả **(làm tròn đến hàng nghìn đồng)**.

A. 22.770.000 đ. **B.** 27.657.000 đ. **C.** 20.965.000 đ. **D.** 23.235.000 đ.

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều rộng của bể là $3x\ (m)$. Ta có chiều dài bể là $4x\ (m)$ và chiều cao của bể là $\frac{2}{3x^2}\ (m)$.

Khi đó tổng diện tích bề mặt xây là:

$$T=(3x+4x).2.\frac{2}{3x^2}+2.3x.4x-\frac{2}{9}.3x.4x=\frac{28}{3x^2}+\frac{64x^2}{3}\ge 2.\sqrt{\frac{28}{3x^2}.\frac{64x^2}{3}}=\frac{32\sqrt{7}}{3}\ \left(m^2\right).$$

Chi phí C **(tính theo đồng)** xây dựng là: $C=T.980000\ge\frac{32\sqrt{7}}{3}.980000\approx 27657000$ **(đồng)**.

Câu 1: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-3.13-3]** Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288m^2$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500000đ/m^2$. Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 168 triệu đồng **B.** 90 triệu đồng **C.** 54 triệu đồng **D.** 108 triệu đồng

Lời giải

Chọn D

Gọi chiều rộng đáy bể là $x(m)(x>0)$. Chiều dài đáy bể là $2x$. Chiều cao của bể là h

Theo bài ra ta có:

$V=2x^2.h=288$

$\Rightarrow h=\dfrac{144}{x^2}$

Tổng diện tích bể là:

$S=2x^2+6xh=2x^2+6x.\dfrac{144}{x^2}=2x^2+\dfrac{864}{x}$

Có $S=2x^2+\dfrac{432}{x}+\dfrac{432}{x}\geq 3^3\sqrt{2x^2.\dfrac{432}{x}.\dfrac{432}{x}}=216$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x^2=\dfrac{432}{x}\Leftrightarrow x=6$

Vậy $S_{\min}=216m^2$

Vậy ông A trả chi phí thấp nhất là $216.500000=108$(triệu đồng)

Câu 2: **[2D1-3.13-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S=6t^2-t^3$. Vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t(s)$ bằng

A. $12(s)$. **B.** $6(s)$. **C.** $4(s)$. **D.** $2(s)$.

Lời giải

Chọn D

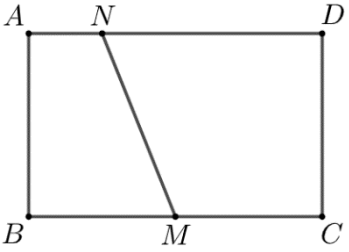
Ta có $v=S'=12t-3t^2$ suy ra $v'=12-6t$ nên $v'=0\Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
v'		$+$	0	$-$	
v	0	↗	12	↘	$-\infty$

Do vậy $v_{\max}=12(m/s)$ tại $t=2(s)$.

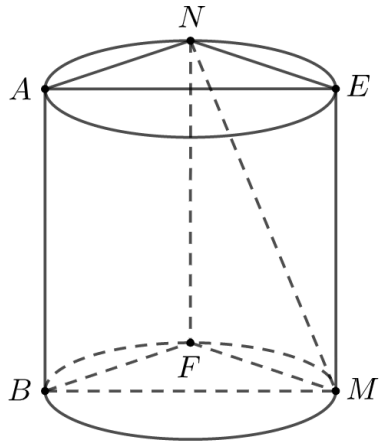
Câu 3: **[2D1-3.13-3] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Một mảnh bìa



hình chữ nhật $ABCD$ có đường chéo $AC=1$. Người ta đánh dấu M là trung điểm của BC, N là điểm thuộc cạnh AD với $AD=4AN$. Sau đó người ta cuốn mảnh bìa lại sao cho cạnh AB trùng với cạnh CD tạo thành một hình trụ (không có hai đáy). Khi đó, các điểm A, B, M, N tạo thành tứ diện $ABMN$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABMN$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{54\pi^2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{18\pi^2}$. **C.** $\dfrac{1}{18\pi^2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{18\pi^2}$.

Lời giải



Giả sử hình trụ như hình vẽ. Kẻ các đường sinh ME, NF. Khi đó N là điểm chính giữa cung AE, suy ra tam giác ANE vuông cân tại N.

Đặt $BC=a\Rightarrow AB=\sqrt{1-a^2}$. Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có

$$AD=2\pi R=a\Rightarrow R=\frac{a}{2\pi}\Rightarrow AN=\frac{AE}{\sqrt{2}}=\frac{2R}{\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}\pi}.$$

Ta có $V_{ABMN}=\dfrac{1}{3}V_{ANE.BMF}=\dfrac{1}{3}\left(AB\cdot S_{ANE}\right)=\dfrac{1}{12\pi^2}a^2\sqrt{1-a^2}=\dfrac{1}{12\pi^2}\sqrt{a^4\left(1-a^2\right)}$.

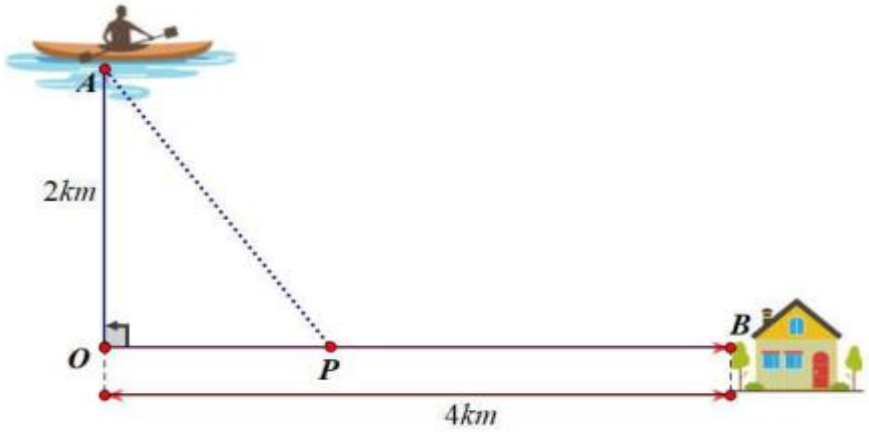
Ta có $a^4\left(1-a^2\right)=\dfrac{1}{2}a^2\cdot a^2\left(2-2a^2\right)\le\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{a^2+a^2+2-2a^2}{3}\right)^3=\dfrac{4}{27}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a^2=2-2a^2\Leftrightarrow a^2=\dfrac{2}{3}\Rightarrow a=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó thể tích tứ diện $ABMN$ là

$$V_{ABMN}=\frac{1}{12\pi^2}\cdot\sqrt{\frac{4}{27}}=\frac{\sqrt{3}}{54\pi^2}.$$

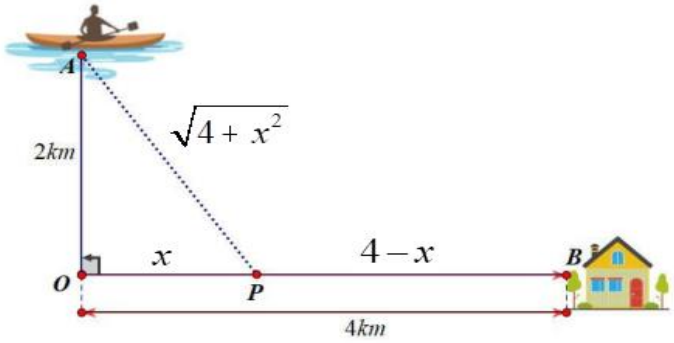
Câu 1: **[2D1-3.13-4] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông $2km$, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là $4km$ (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc $6m/h$ và chạy bộ trên bờ với vận tốc $10km/h$. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là



A. 40 phút. **B.** 44 phút. **C.** 30 phút. **D.** 38 phút.

Lời giải

Chọn A



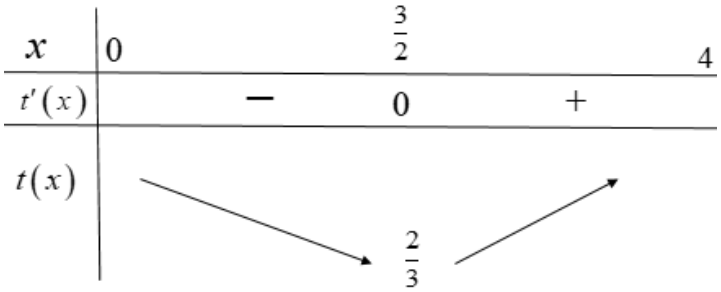
Đặt $OP=x\ (0<x<4)\Rightarrow BP=4-x$; $AP=\sqrt{4+x^2}$.

Khoảng thời gian để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{(x)}=t_{AP}+t_{PB}=\frac{\sqrt{4+x^2}}{6}+\frac{4-x}{10}\,(h).\quad\Rightarrow t'_{(x)}=\frac{x}{6\sqrt{4+x^2}}-\frac{1}{10}.$$

$$t'_{(x)}=0\Leftrightarrow\frac{x}{6\sqrt{4+x^2}}-\frac{1}{10}=0\Leftrightarrow 3\sqrt{4+x^2}=5x\Leftrightarrow\begin{cases}0<x<4\\4x^2=9\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}.$$

BBT:



Từ BBT suy ra khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$t_{\min}=\frac{2}{3}(h)=\frac{2}{3}.60(\,phút)=40\ phút.$

Câu 2: **[2D1-3.13-4] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Ông Bình dự định sử dụng hết $5,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,01m^3$. **B.** $1,17m^3$. **C.** $1,51m^3$. **D.** $1,40m^3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x,2x,y(x,y>0)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của bể cá

Theo giả thiết ta có: $2.2xy+2.xy+2x^2=5,5\Leftrightarrow 6xy+2x^2=5,5\Leftrightarrow y=\frac{5,5-2x^2}{6x}$

Thể tích bể cá là: $V(x)=2x^2y=2x^2.\frac{5,5-2x^2}{6x}=-\frac{2}{3}x^3+\frac{11}{6}x$

Khảo sát hàm số $V(x)=-\frac{2}{3}x^3+\frac{11}{6}x$ trên khoảng $(0;+\infty)$

$V'(x)=-2x^2+\frac{11}{6};\ V'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{11}{3}}$

Thể tích lớn nhất của bể cá là $V\left(\sqrt{\frac{11}{3}}\right)=1,17m^3$.

Câu 3: **[2D1-3.13-4] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn là $1m$, trục bé $0,8m$, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng $3m$. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình vẽ). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6m$. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

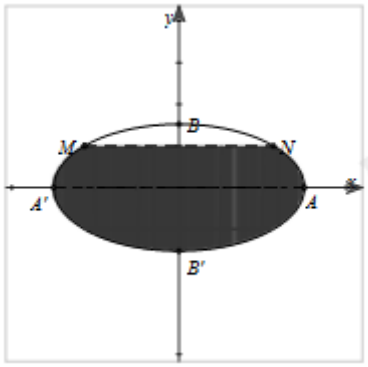


A. $V=1,27m^3$. **B.** $V=1,31m^3$. **C.** $V=1,19m^3$. **D.** $V=1,52m^3$.

Lời giải

Chọn D

Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ



Theo đề ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{4}{25}}=1.$

Gọi M,N lần lượt là giao điểm của đầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1=\pi ab=\pi.\frac{1}{2}.\frac{2}{5}=\frac{\pi}{5}$

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN

Theo đề bài chiều cao của dàu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng lên mặt dầu) là $0,6m$ nên ta có phương trình của đường thẳng MN là $y=\frac{1}{5}.$

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{4}{25}}=1$, ta có $y=\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}.$

Do đường thẳng $y=\frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai đỉnh M,N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2=\int\limits_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\left(\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}-\frac{1}{5}\right)dx=\frac{4}{5}\int\limits_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}dx-\frac{\sqrt{3}}{10}.$$

Tính $I=\int\limits_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}dx.$

Đặt $x=\frac{1}{2}\sin t\Rightarrow dx=\frac{1}{2}costdt.$

Đổi cận: Khi $x=-\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t=-\frac{\pi}{3}$; khi $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t=\frac{\pi}{3}.$

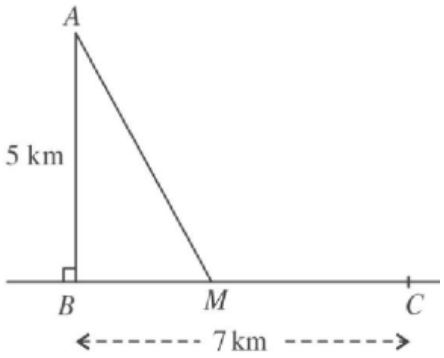
$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\cos^2tdt=\frac{1}{8}\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos2t)dt=\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

Vậy $S_2=\frac{4}{5}.\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{\pi}{15}-\frac{\sqrt{3}}{20}.$

Thể tích của dầu trong thùng là $V=\left(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{15}+\frac{\sqrt{3}}{20}\right).3=1,52.$

Vậy $V=1,52m^3.$

Câu 4: **[2D1-3.13-4] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=5km$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC=7km$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ và đi bộ đến kho C với vận tốc $6km/h$. Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt tại kho C lúc 7 giờ sáng?



A. $4h$ 54 phút. **B.** $4h$ 55 phút. **C.** $4h$ 53 phút. **D.** $5h$ 02 phút.

Lời giải

Chọn A

Đặt $BM=x$ với $0<x<7.$

Thời gian đi từ A đến M là $\frac{\sqrt{25+x^2}}{4}.$

Thời gian đi từ M đến C là $\frac{7-x}{6}.$

Tổng thời gian đi từ A đến C là $\frac{\sqrt{25+x^2}}{4}+\frac{7-x}{6}$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{25+x^2}}{4}+\frac{7-x}{6}$.

Ta có $f'(x)=\frac{x}{4\sqrt{25+x^2}}-\frac{1}{6}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x}{4\sqrt{25+x^2}}-\frac{1}{6}=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{25+x^2}=3x \Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$.

Bảng biến thiên

x	0		$2\sqrt{5}$		7
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$	↗	

Thời gian ngắn nhất là $t=\frac{14+5\sqrt{5}}{12}=2,098 \Rightarrow t \approx 2h\ 06$ phút.

Vậy người đó xuất phát muộn nhất lúc $4h\ 54$ phút.

Câu 1: **[2D1-4.1-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2023$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2023$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2023$ và $y=-2023$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2023$ và $x=-2023$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2023$ nên đường thẳng $y=-2023$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số,

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2023$ nên đường thẳng $y=2023$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 1: **[2D1-4.1-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ **B.** $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$ **C.** $y=\dfrac{3}{x}$ **D.** $y=\dfrac{3x-1}{x^2-2}$

Lời giải

Chọn B

* Định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Nếu $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$ thì $x=a$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Chọn A $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}\left(D=(0;+\infty)\right):\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=0$.

Chọn B $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}\left(D=[-1;1]\right)$: Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Chọn C $y=\dfrac{3}{x}\left(D=\mathbb{R}\setminus\{0\}\right):\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{x}=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=0$.

Chọn D $y=\dfrac{3x-1}{x^2-2}\left(D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\sqrt{2}\right\}\right):\lim\limits_{x\to\pm\sqrt{2}}\dfrac{3x-1}{x^2-2}=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 TCĐ là $x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 1: **[2D1-4.2-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x=2$.

Câu 2: **[2D1-4.2-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

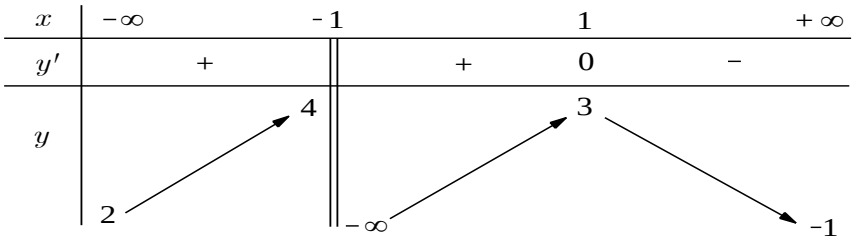
A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}}\dfrac{3x-1}{x-2}=\pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

Câu 3: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-1;\lim\limits_{x\to-\infty}y=2$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-1;y=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 4: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. Đường thẳng $y=1$. **B.** Đường thẳng $x=2$.

C. Đường thẳng $x=1$. **D.** Đường thẳng $y=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$. Vậy $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 5: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang là

A. $x=1,\ y=2$. **B.** $x=-1,\ y=-2$. **C.** $x=2,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1,\ y=-2$.

Câu 6: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$

Suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=3$.

Câu 7: **[2D1-4.2-1] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{2x-4}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{2x-4}{x+1}=+\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Câu 8: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{2x+5}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\dfrac{3}{5}$. **D.** $x=-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^{+}}\dfrac{2x+1}{3x-1}=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng là: $x=\dfrac{1}{3}$

Câu 10: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-3}$ là

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(3;1)$. **C.** $M(3;-2)$. **D.** $M(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-3}$ lần lượt là $x=3$ và $y=-2$.

Khi đó, giao điểm cần tìm là $M(3;-2)$.

Câu 11: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=0$.

.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 12: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{2x-1}$ là đường thẳng

A. $y = \dfrac{3}{2}$ **B.** $x = \dfrac{1}{2}$ **C.** $x = \dfrac{3}{2}$ **D.** $y = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 13: **[2D1-4.2-1] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{5x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \dfrac{1}{5}$. **B.** $y = \dfrac{-3}{5}$. **C.** $y = -\dfrac{1}{5}$. **D.** $y = \dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x+1}{5x-1} = \dfrac{3}{5}$

Vậy đồ thị hàm số có TCN $y = \dfrac{3}{5}$.

Câu 14: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là

A. $x = 2$ và $y = 1$. **B.** $x = 1$ và $y = -3$. **C.** $x = -1$ và $y = 2$. **D.** $x = 1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = -\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 15: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-2}$ là

A. $y = 1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-1}{x-2}=+\infty;\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-1}{x-2}=-\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2.$.

Câu 16: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ là

A. $x=-1.$ **B.** $y=-1.$ **C.** $y=1.$ **D.** $x=1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} y=-\infty;\lim\limits_{x\to -1^-} y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là TCĐ của đồ thị hàm số

Câu 17: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x=-\dfrac{3}{2}.$ **B.** $y=1.$ **C.** $x=1.$ **D.** $y=2.$

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng $x=1.$.

Câu 18: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+5}$?

A. $x=-1.$ **B.** $x=1.$ **C.** $y=2.$ **D.** $y=-1.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{5}{x}}=2;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{5}{x}}=2.$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2.$

Câu 19: **[2D1-4.2-1] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2022}{x-1}$ có phương trình là

A. $x=1.$ **B.** $x=3.$ **C.** $y=3.$ **D.** $y=1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{3x+2022}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{3x+2022}{x-1} = -\infty$.

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 20: **[2D1-4.2-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty\end{array}\right\} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 21: **[2D1-4.2-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-1}{x-3} = -\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 22: **[2D1-4.2-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-2}{x+1}=1 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-2}{x+1}=1\end{array}\right\} \Rightarrow$ Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 23: **[2D1-4.2-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{4}{1}=4$.

Câu 24: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-2}$ đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-1}{1-\dfrac{2}{x}}=-1$. Vậy tiệm cận ngang là $y=-1$.

Câu 25: **[2D1-4.2-1] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$.

Lời giải

Chọn D

Trong 4 đáp án trên chỉ có đáp án $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$ thoả $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-2}{x+2}=2$.

Câu 26: **[2D1-4.2-1] (Đề phát triển số 9)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 27: **[2D1-4.2-1] (Đề phát triển số 10)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có:

A. Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang là $y=-2$.

B. Tiệm cận đứng là $x=1$; tiệm cận ngang là $y=2$.

C. Tiệm cận đứng là $x=1$; tiệm cận ngang là $y=-2$.

D. Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang là $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty, \lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$ nên có tiệm cận đứng là $x=1$;

Vì $\lim\limits_{x\to -\infty} y=2, \lim\limits_{x\to +\infty} y=2$ nên có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 28: **[2D1-4.2-1]** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{3}$ **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$ **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$ **D.** $y=\dfrac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ có phương trình $y=\dfrac{2}{3}$.

Câu 29: **[2D1-4.2-1] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{x+1}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=3$.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=-3$.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=3$.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-3x}{x+1}=-3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-3$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-3x}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 30: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=21\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty \Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 31: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x^2}}=\dfrac{0}{1}=0$.

Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 32: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{3x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{3-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 33: Do đó, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình $y=\dfrac{2}{3}$.

[2D1-4.2-1] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-4x}{2x+1}$ là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3-4x}{2x+1}=\dfrac{-4}{2}=-2$.

Vậy phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-4x}{2x+1}$ là $y=-2$.

Câu 34: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+2}$ có phương trình là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+2}$ có phương trình là $x=-2$.

Câu 35: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{-1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\dfrac{3x+2}{2x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}(3x+2)=\dfrac{7}{2}$, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}(2x-1)=0$, $2x-1>0\ \forall x>\dfrac{1}{2}$

Nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{2x-1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 36: **[2D1-4.2-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết suy ra $y=-3$ là tiệm cận ngang

Câu 37: **[2D1-4.2-1] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x-1}{x+1}=+\infty$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 38: **[2D1-4.2-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-2}{x+1}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-2}{x+1}=2$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng $y=2$.

Câu 39: **[2D1-4.2-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Phương trình đường tiệm cận đứng của

đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x}$ là $x=0$.

Câu 40: **[2D1-4.2-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 41: **[2D1-4.2-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{-1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{-1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^+} y=-\infty$ nên $x=\dfrac{-1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 42: **[2D1-4.2-1]** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{3x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{3-\frac{1}{x}}=\dfrac{2}{3}$ và $\lim\limits_{x\to+-\infty}\dfrac{2x+1}{3x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{3-\frac{1}{x}}=\dfrac{2}{3}$.

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=\dfrac{2}{3}$.

Sai lầm thường gặp thứ nhất

Học sinh nhầm lẫn cách tìm tiệm cận đứng thành tiệm cận ngang nên tìm ra $y=\dfrac{1}{3}$ và **Chọn A**

Sai lầm thường gặp thứ 2

Học sinh nhầm lẫn cách tìm tiệm cận đứng thành tiệm cận ngang và tìm sai nghiệm của $3x-1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$ nên tìm ra tiệm cận ngang $y=-\frac{1}{3}$ và **Chọn C**

Sai lầm thường gặp thứ 3

Học sinh tính sai giới hạn nên **Chọn B**

Câu 43: **[2D1-4.2-1] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình đường tiệm cận ngang là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 44: **[2D1-4.2-1] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^{\pm}} y=\pm\infty$. Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\frac{1}{2}$.

Câu 45: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-4.2-1]** Đường thẳng $x=2$ **không phải** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\frac{5x+3}{4-2x}$. **B.** $y=\frac{3x+1}{x+2}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x+1}{2-x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có với hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$:

$\lim\limits_{x\to-2^{\pm}}\frac{3x+1}{x+2}=\mp\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

Câu 46: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-4.2-1]** Đồ thị hàm số $y=\frac{6x+11}{2x-3}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{c}$. Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x+11}{2x-3}$ có đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 47: **[2D1-4.2-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=3$

Vậy đường tiệm cận ngang của hàm số là $y=3$.

Câu 48: **[2D1-4.2-1] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=3$

Vậy đường tiệm cận ngang của hàm số là $y=3$.

Câu 49: **[2D1-4.2-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$ có phương trình là

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 50: **[2D1-4.2-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$ có phương trình là

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 51: [2D1-4.2-1] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$.

Vậy $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 52: [2D1-4.2-1] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to3^+} y=\lim\limits_{x\to3^+}\left(\dfrac{2x-1}{x-3}\right)=+\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình $x=3$.

Câu 53: [2D1-4.2-1]SGD Hải Dương - 2022 - 2023 Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6}{x-5}$ là

A. $y=6$. **B.** $x=5$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-6$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{6}{x-5}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 54: [2D1-4.2-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 55: [2D1-4.2-1] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{-1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} y=+\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=\frac{1}{2}$.

Câu 56: [2D1-4.2-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023) Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=\frac{x-2}{3}$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\frac{2x+1}{x-3}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x+1}{x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}}=2\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 57: [2D1-4.2-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TỈNH-LẦN 2) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$ vì $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$.

Câu 58: [2D1-4.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+3}$ bằng

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số đã cho $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\frac{x+1}{x+3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^+} y=\lim\limits_{x\to -3^+}\frac{x+1}{x+3}=-\infty$.

Khi đó đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-3.$.

Câu 59: [2D1-4.2-1] (SGD Hậu Giang 22-23) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-5}{x-4}$ là.

A. $x=4$. **B.** $y=4$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của đồ thị hàm số: $x \neq 4$.

Xét $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{2x-5}{x-4} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{2x-5}{x-4} = -\infty$.

$\Rightarrow x = 4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 60: **[2D1-4.2-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $y = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty$. Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 61: **[2D1-4.2-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $y = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty$. Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 62: **[2D1-4.2-1] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 63: **[2D1-4.2-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x=1$.

Câu 64: **[2D1-4.2-1] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 65: **[2D1-4.2-1] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x+1}$ là.

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 66: **[2D1-4.2-1] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 67: **[2D1-4.2-1] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-4}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=2$ **D.** $y=-3$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x-4}{-x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3-\dfrac{4}{x}}{-1+\dfrac{2}{x}} = -3 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-4}{-x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3-\dfrac{4}{x}}{-1+\dfrac{2}{x}} = -3 \end{cases}$ do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-3$.

Câu 68: **[2D1-4.2-1] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=2$ **D.** $y=-3$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x-4}{-x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3-\dfrac{4}{x}}{-1+\dfrac{2}{x}} = -3 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-4}{-x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3-\dfrac{4}{x}}{-1+\dfrac{2}{x}} = -3 \end{cases}$ do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-3$.

Câu 69: **[2D1-4.2-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{3}{1-2x}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=3$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3}{1-2x}=0$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 70: **[2D1-4.2-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{3}{1-2x}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=3$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{1-2x}=0$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 71: [2D1-4.2-1] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023) Phương trình tiệm cận ngang của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là:

A. $y=2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=\dfrac{3}{2}$ **D.** $y=-3$

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận ngang hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là $y=\dfrac{a}{c}=2$

Câu 72: [2D1-4.2-1] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$ là

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn B

.

Câu 73: [2D1-4.2-1] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Câu 74: [2D1-4.2-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-4}{x-1}=3$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 75: [2D1-4.2-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty;\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$..

Câu 76: [2D1-4.2-1] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$.

+) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{1}{x}=0$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 77: **[2D1-4.2-1] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+5}{x+3}$?

A. $y=1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x+5}{x+3}=-3$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-3$.

Câu 78: [2D1-4.2-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+5}{x-1}=2\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-1}$.

Câu 79: **[2D1-4.2-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 80: **[2D1-4.2-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 81: **[2D1-4.2-1] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{4}$. **C.** $y=4$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=4$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=4$.

Câu 82: **[2D1-4.2-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 83: **[2D1-4.2-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{4x+4}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{4x+4}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 84: **[2D1-4.2-1] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$. Vậy đường tiệm ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Câu 85: **[2D1-4.2-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$ vì $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$.

Câu 86: **[2D1-4.2-1] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Xác định tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

A. $y=2$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Câu 87: **[2D1-4.2-1] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{2}{1-\dfrac{1}{x}}\right)=0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=0$.

Câu 88: **[2D1-4.2-1] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 89: **[2D1-4.2-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{5}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=5,\quad \lim\limits_{x\to\infty} y=5$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị $y=5$

Câu 90: **[2D1-4.2-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x-2}$ là

A. $x-3=0$. **B.** $y-3=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $y-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-6}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{6}{x}}{1-\frac{2}{x}}=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-6}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{6}{x}}{1-\frac{2}{x}}=2$.

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$ hay $y-2=0$.

Câu 91: **[2D1-4.2-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{x+1}=3$, vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=3$.

Câu 92: **[2D1-4.2-1] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{3-x}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=3$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$ và tiệm cận ngang là $y=1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$ và tiệm cận ngang là $y=1$.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=-1$.

Câu 93: **[2D1-4.2-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\end{cases}$ suy ra phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là $y=-2$.

Câu 94: **[2D1-4.2-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+3}{-x+1}$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x}{x-2}=+\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x}{x-2}=-\infty$) nên đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-2}$.

Câu 95: **[2D1-4.2-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị nhận đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên đồ thị nhận đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang

Câu 96: **[2D1-4.2-1] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là:

A. $y=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $x=\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Ta có, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0;ad-bc\neq 0\right)$ là $y=\dfrac{a}{c}$.

Do vậy, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là $y=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 97: **[2D1-4.2-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-2$ **D.** $x=-1$

Lời giải

Chọn B

Câu 98: **[2D1-4.2-1] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x}{x-2}=+\infty,\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x}{x-2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{1-\dfrac{2}{x}}=1,\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{1-\dfrac{2}{x}}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 99: **[2D1-4.2-1] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 100: **[2D1-4.2-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiện cận đứng là $x=1$.

Câu 101: **[2D1-4.2-1] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 102: **[2D1-4.2-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-4}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=4$.

Lời giải

Chọn D

Câu 103: **[2D1-4.2-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 1 đường TCĐ: $x=-2$ và 1 đường TCN: $y=3$.

Câu 104: **[2D1-4.2-1] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có phương trình:

A. $y=2$. **B.** $x=2$ **C.** $y=-3$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-3)^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=+\infty$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có phương trình $x=-3$.

Câu 105: **[2D1-4.2-1] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 106: **[2D1-4.2-1] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{x-1}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{x-1}=2$.

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang có phương trình là $y=2$.

Câu 107: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2)** **[2D1-4.2-1]** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$.

Câu 108: **[2D1-4.2-1] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$.

Câu 109: [2D1-4.2-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=2$ **B.** $y=2$ **C.** $y=-3$ **D.** $x=1$

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x=1$

Câu 110: [2D1-4.2-1] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}\dfrac{2x+1}{3x-1}=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng là: $x=\dfrac{1}{3}$.

Câu 111: [2D1-4.2-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$..

Câu 112: [2D1-4.2-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 113: [2D1-4.2-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023) Phương trình đường tiệm

cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x+3}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=4$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=4$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=4$ nên $y=4$.

Câu 114: [2D1-4.2-1] **(THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $x=3\cdot$ **C.** $x=-3\cdot$ **D.** $x=2\cdot$

Lời giải

Chọn B

Câu 115: [2D1-4.2-1] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 116: [2D1-4.2-1] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3\Rightarrow$ hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 117: [2D1-4.2-1] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$.

Vậy $y=\dfrac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 118: [2D1-4.2-1] **(THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$.

Vậy $y=\dfrac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 119: [2D1-4.2-1] **(THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{2x-1}=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{2x-1}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Câu 120: [2D1-4.2-1] Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ là

A. $x=3$. **B.** $y=3$ **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-2}{x-1}=3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{x-1}=3$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ là $y=3$.

Câu 121: [2D1-4.2-1] Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{2}{1}=2$.

Câu 122: [2D1-4.2-1] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023) Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{x+1}$ là

A. $x=-1, y=0\cdot$ **B.** $x=1, y=0\cdot$ **C.** $x=-1, y=1\cdot$ **D.** $x=1, y=-1\cdot$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{1}{x+1}\right)=0$ suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+}\left(\frac{-1}{x+1}\right)=-\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng

Câu 123: [2D1-4.2-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023) Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2; y=-1$. **B.** $x=2; y=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=2; y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-x}{-x+2}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-x}{-x+2}=1$.

Và $\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{1-x}{-x+2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{1-x}{-x+2}=-\infty$.

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là $x=2; y=1$.

Câu 124: [2D1-4.2-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$ có phương trình là $x=-1$.

Câu 125: [2D1-4.2-1] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{3}$. **D.** $x=\frac{2}{3}$.

Lời giải

+) TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

+) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}\frac{2x+1}{3x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^-}\frac{2x+1}{3x-1}=-\infty$

Đường TCĐ của đồ thị hàm số có phương trình là $x=\frac{1}{3}$.

Câu 126: **[2D1-4.2-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-3}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to3^+}y=\lim\limits_{x\to3^+}\frac{2x+3}{x-3}=+\infty;\lim\limits_{x\to3^-}y=\lim\limits_{x\to3^-}\frac{2x+3}{x-3}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-3}$ là đường thẳng $x=3$.

Câu 127: **[2D1-4.2-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{-x-1}$?

A. $x=-3$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

TCN: $y=-3$

Câu 128: **[2D1-4.2-1] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-4x}{2x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $x=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3-4x}{2x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{3}{x}-4}{2+\frac{1}{x}}=-2$. Nên $y=-2$ là phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-4x}{2x+1}$.

Câu 129: **[2D1-4.2-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị

hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\dfrac{2x+1}{3x-1}=\infty$ nên $x=\dfrac{1}{3}$ là tiệm cận đứng.

Câu 130: **[2D1-4.2-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}\dfrac{2x+1}{3x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^-}\dfrac{2x+1}{3x-1}=-\infty$.

Suy ra, đồ thị có tiệm cận đứng: $x=\dfrac{1}{3}$

Câu 131: **[2D1-4.2-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+2}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-1\Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 132: **[2D1-4.2-1] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty,\lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiện cận đứng.

Câu 133: **[2D1-4.2-1] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x+2}=1$ do đó, đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 134: [2D1-4.2-1] **(THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$.

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{2x+1}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 135: [2D1-4.2-1] **(TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-2}{x+3}$ là

A. $x=3$. **B.** $y=4$. **C.** $y=3$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to(-3)^+}y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-3)^-}y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-3$.

Câu 136: [2D1-4.2-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=1$ **và** $y=-3$ **B.** $x=1$ **và** $y=2$

C. $x=2$ **và** $y=1$ **D.** $x=-1$ **và** $y=2$

Lời giải

Chọn B

Câu 137: [2D1-4.2-1] **[TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ là hàm số nhất biến $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 138: [2D1-4.2-1] **(THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ

thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x-1}{x-2}=-2\end{cases}$ suy ra phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là $y=-2.$

Câu 139: **[2D1-4.2-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y=2x+3$ tại điểm

A. $D(3;9)$. **B.** $C(2;7)$. **C.** $A(2;5)$. **D.** $B(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là $x=2$.

Thay $x=2$ vào $\Delta: y=2x+3$ ta được $y=7$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y=2x+3$ tại điểm $C(2;7)$.

Câu 140: **[2D1-4.2-1] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-x+2}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x-1}{-x+2}=\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 141: **[2D1-4.2-1] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1}{x-3}=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng. **Chọn D**

Câu 1: **[2D1-4.2-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-2x}{x-2}=-2$. Suy ra $y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$.

Câu 2: **[2D1-4.2-2] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$\lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$

Câu 3: **[2D1-4.2-2] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là

A. $x=2$ và $y=1$. **B.** $x=-1$ và $y=2$. **C.** $x=1$ và $y=-3$. **D.** $x=1$ và $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 4: **[2D1-4.2-2] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ có các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng

A. $x=1$ và $y=2$. **B.** $x=1$ và $y=1$.

C. $x=-1$ và $y=-2$. **D.** $x=-1$ và $y=2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty;\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x=1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+4}{x-1}=2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B)** **[2D1-4.2-2]** Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;2)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $P(2;-1)$. **D.** $M(-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là: $x=-2$ và $y=3$.

Nên giao điểm của 2 đường tiệm cận là điểm $M(-2;3)$.

Câu 6: **[2D1-4.2-2]** **(THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có tọa độ là

A. $(3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-1\Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Lại có $\lim\limits_{x\to3^-}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to3^+}y=-\infty\Rightarrow x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy giao điểm cần tìm là $M(3;-1)$.

Câu 7: **[2D1-4.2-2]** **(THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=2;\lim\limits_{x\to-\infty}y=2\Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty;\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 1 và 2.

Vậy diện tích hình chữ nhật là $S=2$.

Câu 8: **[2D1-4.2-2] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung là:

A. 4046. **B.** 4044. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung thì

$\begin{cases}-2m-4\neq 0\\ m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\ m<0\end{cases}$ mà $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in[-2023;2023]\end{cases}\Rightarrow m\in\{-2023;-2022;\ldots-1\}\setminus\{-2\}$

Vậy có tất cả 2022 giá trị nguyên của m thỏa đề bài. **Chọn C**

Câu 9: **[2D1-4.2-2] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+3}{2x-2023}$ đi qua điểm $M(1;3)$?

A. $m=-2$. **B.** $m=-6$. **C.** $m=2$. **D.** $m=6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{m+\dfrac{3}{x}}{2-\dfrac{2023}{x}}=\dfrac{m}{2}\Rightarrow$ Tiệm cận ngang $y=\dfrac{m}{2}$

Vì tiệm cận ngang đi qua điểm $M(1;3)$ nên $3=\dfrac{m}{2}\Leftrightarrow m=6$

Câu 10: **[2D1-4.2-2] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1}{x-3}=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 1: **[2D1-4.3-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\dfrac{2}{1}=2$.

Câu 2: **[2D1-4.3-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=-\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 3: **[2D1-4.3-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x^2+2}{x^2-4}$ có phương trình là

A. $y=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x^2+2}{x^2-4}=-3$ suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình $y=-3$.

Câu 4: **[2D1-4.3-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=x^4-4x^2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+2}$. **C.** $y=\dfrac{2-x}{x+3}$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn C

+) Hàm số $y=\dfrac{2-x}{x+3}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

+) $\lim\limits_{x\to-3^+}y=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{2-x}{x+3}=+\infty$.

+) $\lim\limits_{x\to-3^-}y=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{2-x}{x+3}=-\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x+3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-3$.

Câu 5: **[2D1-4.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x+1}{2+x}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị số đã cho là $x=-2$.

Câu 6: **[2D1-4.3-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x+1}{2+x}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị số đã cho là $x=-2$.

Câu 7: **[2D1-4.3-1] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-2;y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2;y=-1$. **C.** $x=2;y=1$. **D.** $x=-2;y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{1-x}{x+2}\right)=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to-2^{\pm}}\left(\dfrac{1-x}{x+2}\right)=\pm\infty\Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 8: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1) [2D1-4.3-1]** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Xét hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. TXĐ $D=(0;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$ Tiệm cận đứng của đồ thị là $x=0$

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 9: **[2D1-4.3-1] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x+5}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{5}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{5}{2}\right)^+}\dfrac{3x+1}{2x+5}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 1: **[2D1-4.3-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]\setminus\{1\}$.

Có $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}=-\infty, \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 2: **[2D1-4.3-2] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>2\end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\dfrac{1}{x}\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0$.

Khi đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=+\infty$.

Khi đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $x=2$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là 2.

Câu 3: **[2D1-4.3-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ ta có tập xác định là $\mathbb{R}$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ ta có tập xác định là $[-1;1]$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ ta có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=-3$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=-3$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ ta có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 4: **[2D1-4.3-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa đường tiệm cận, ta có:

* $\lim\limits_{x\to+\infty}=1$ suy ra $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

* $\lim\limits_{x\to-\infty}=-1$ suy ra $y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 5: **[2D1-4.3-2] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{|x|+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=1$.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{|x|+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{-1+\dfrac{1}{x}}=-1.$

Nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 6: **[2D1-4.3-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-m}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng là

A. $m=\pm1.$ **B.** $m=-1.$ **C.** $m=1.$ **D.** $m=0;m=\pm1.$

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-m}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng thì $\left[\begin{array}{l}m=0\\ \begin{cases}m\neq0\\ 1.(-1)-(-m).m=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\pm1\end{array}\right.$.

Câu 7: **[2D1-4.3-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai tiệm cận?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=m\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đúng một TCN là $y=m.$

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ phải có đúng một tiệm cận đứng.

$\Rightarrow mx^2-1=0$ có nghiệm $x=1$ hoặc $x=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m.1^2-1=0\\ m.2^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$.

Thay hai giá trị m tìm được, ta thấy thỏa mãn.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 8: **[2D1-4.3-2] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Gọi $y=y_0$ và $x=x_0$ là các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+5x+2}{(x+2)^2}$, khi đó tổng x_0+y_0 bằng

A. $0.$ **B.** $\dfrac{5}{2}.$ **C.** $-\dfrac{5}{2}.$ **D.** $-4.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2\left(2+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}}{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}=2;\ \lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(2+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}}{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}=2;;$$

$$\lim_{x\to(-2)^+} y=\lim_{x\to(-2)^+}\frac{2x+1}{x+2}=-\infty;\ \lim_{x\to(-2)^-} y=\lim_{x\to(-2)^-}\frac{2x+1}{x+2}=+\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$, đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

Khi đó $x_0+y_0=-2+2=0$.

Câu 9: **[2D1-4.3-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{1}{x^2-x+2}$. **B.** $y=\frac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\frac{3}{x^4+1}$. **D.** $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn D

Các hàm số $y=\frac{1}{x^2-x+2}$, $y=\frac{1}{x^2+1}$, $y=\frac{3}{x^4+1}$ có TXĐ là $D=R$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

Hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$ có $D=(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{2}{\sqrt{x}}=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 1: **[2D1-4.3-3] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^3-2mx^2+\left(m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

A. 4041. **B.** 4046. **C.** 4042. **D.** 4040.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi $g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 4.

Mặt khác $g(x)=(x-m)\left(x^2-mx+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\h(x)=x^2-mx+1=0.\end{array}\right.$

Suy ra $\begin{cases}h(4)\neq 0\\m\neq 4\\h(m)\neq 0\\\Delta_h=m^2-4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq\dfrac{17}{4}\\m\neq 4\\\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2.\end{array}\right.\end{cases}$

Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ nên có 4041 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-4.4-1] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=-5\cdot$ **B.** $y=2\cdot$ **C.** $y=1\cdot$ **D.** $y=-2\cdot$

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+5}{2-x}=-2$ nên $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2: **[2D1-4.4-1] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-3x}{x+2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3.$ **B.** $y=-2.$ **C.** $y=2.$ **D.** $x=-2.$

Lời giải

Chọn A

Câu 3: **[2D1-4.4-1]** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=2.$ **B.** $y=-3.$ **C.** $x=3.$ **D.** $y=-2.$

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết suy ra $y=-3$ là tiệm cận ngang

Câu 1: **[2D1-4.4-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định : $(2;+\infty)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{1}{(x-1)\sqrt{x-2}}=+\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 2: **[2D1-4.4-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng

A. $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^4-1}$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=x^3+3x^2+x+1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^4-1}$.

+ Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

+ Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+2}{(x+1)(x^2+1)}=\dfrac{3}{4}$

$\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+2}{(x+1)(x^2+1)}=\dfrac{3}{4}$

Suy ra $x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

+ Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2-3x+2}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x^2-3x+2}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=+\infty$

Suy ra $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 3: **[2D1-4.4-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{-x^3+7x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $-2\le x\le 2$

$$y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{-x^3+7x-6}=\frac{\sqrt{(2-x)(2+x)}}{-(x-1)(x-2)(x+3)}=\frac{\sqrt{2+x}}{(x-1)(x+3)\sqrt{2-x}}$$

Vậy hàm số có 2 tiệm cận đứng $x=1;\ x=2$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 4: **[2D1-4.4-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}2-x\ge 0\\ x^2-4x+3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x\ne 1\\ x\ne 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x\ne 1\end{cases}$

Tập xác định $D=(-\infty;2]\setminus\{1\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}=0$, $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}=-\infty$

Suy ra TCĐ: $x=1$ và TCN: $y=0$.

Câu 5: **[2D1-4.4-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x\ge 2\end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-3^+}y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-3^-}y=-\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ $x=-3$

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1;\ \lim\limits_{x\to+\infty}y=1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y=\pm 1$.

Câu 6: **[2D1-4.4-2] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x \to -3^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -3^-} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ $x = -3$

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = -1$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y = \pm 1$.

Câu 7: **[2D1-4.4-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y = \dfrac{x^2 - x}{x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{5x - 3}$. **C.** $y = \dfrac{\sqrt{2 - x^2}}{x + 3}$. **D.** $y = \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x}$ có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 8: **[2D1-4.4-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y = \dfrac{x^2 - x}{x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{5x - 3}$. **C.** $y = \dfrac{\sqrt{2 - x^2}}{x + 3}$. **D.** $y = \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x}$ có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{4x - 3}{x^2 - 2x} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 9: **[2D1-4.4-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Nếu $m > 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \to -\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(mx + \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$ hữu hạn.

Xét: $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(mx + \sqrt{x^2 + x + 1} \right) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{\left(m^2 - 1 \right) x^2 - x - 1}{mx - \sqrt{x^2 + x + 1}} \right)$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \left(m > 0 \right)$

Nếu $m < 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \to +\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(mx + \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$ hữu hạn.

Xét: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\left(m^2-1\right)x^2-x-1}{mx-\sqrt{x^2+x+1}}\right)$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2-1=0\Leftrightarrow m=-1\ (m<0)$

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

Câu 10: **[2D1-4.4-2] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $D=[-4;+\infty)\setminus\{0\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}+\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x^2}}}{1+\dfrac{5}{x}}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}=+\infty;\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}=-\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng.

Câu 11: **[2D1-4.4-2]** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>2\end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0;$

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\dfrac{1}{x}\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0.$

Khi đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to2^+}y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=+\infty$.

Khi đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $x=2$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là 2.

Câu 12: **[2D1-4.4-2] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-1;0)\cup(0;1)$

$\Rightarrow$Hàm số không có tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng

Câu 13: **[2D1-4.4-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x\left(x^2-2\right)}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=(0;+\infty)\setminus\left\{\sqrt{2}\right\}$

Vì $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{x}}{x\left(x^2-2\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(x^2-2\right)}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+}\dfrac{\sqrt{x}}{x\left(x^2-2\right)}=\lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(x^2-2\right)}=+\infty$.

Nên đường thẳng $x=0$ và $x=\sqrt{2}$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 14: **[2D1-4.4-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-5}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x\geq 5$

TCĐ: $x^2+3x-4=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(L)\\x=-4(L)\end{array}\right.$

TNC: $y=0$

Câu 15: **[2D1-4.4-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Số đường tiệm cận

đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Vì $4x^2-x+5>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho liên tục trên tập $\mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng. $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}}=-1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}}=1$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận, đó là hai đường tiệm cận ngang.

Câu 1: **[2D1-4.4-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-1;4]$. Do đó đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Xét $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}=+\infty$

Vì $\lim\limits_{x\to -1^+}\sqrt{4-x}=\sqrt{5}>0$ và $\lim\limits_{x\to -1^+}\sqrt{x+1}=0$ mặt khác $x+1>0$ khi $x\to -1^+$.

Suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có một đường tiệm cận: $x=-1$.

Câu 2: **[2D1-4.4-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2010. **B.** 2008. **C.** 2009. **D.** 2011.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\ x^2+x-m\ne 0\end{cases}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang

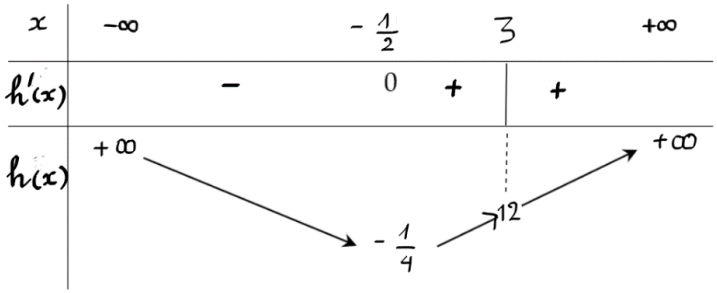
Suy ra, đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận $\Leftrightarrow x^2+x-m=0$ (1) có đúng 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3. (2)

Xét (1) $\Leftrightarrow x^2+x=m$

$h(x)=x^2+x;\ h'(x)=2x+1$

$h'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên



Từ BBT suy ra

$(2) \Leftrightarrow m \geq 12$

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in [-2022; 2022]$ nên $m \in \{12; .....; 2022\}$

Vậy số giá trị nguyên thoả ycbt là: $2022 - 12 + 1 = 2011$.

Câu 3: **[2D1-4.4-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1}$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Tập xác định: $D = [-3; +\infty) \setminus \{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x + 3 - 4x^2}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3} + 2x\right)} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(-4x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3} + 2x\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)\left(\sqrt{x+3} + 2x\right)} = \frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x \to -1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to -1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)\left(\sqrt{x+3} + 2x\right)} = -\infty$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = -1$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 4: **[2D1-4.4-3] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 30]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-4}{\sqrt{x^2 + 2m}}$ có đúng 4 đường tiệm cận là

A. 30. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 + 2m > 0$.

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - \frac{4}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2m}{x^2}}} = -1$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 - \frac{4}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2m}{x^2}}} = 1$ nên đồ thị hàm số luôn có 2 tiệm cận ngang $y = -1$ và $y = 1$.

Yêu cầu bài toán tương đương với đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m > 0 \\ 4^2 + 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -8 \end{cases}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-30;30]$ nên $m \in \{-30;-29;\ldots;-9;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 29 giá trị nguyên m.

Câu 5: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-4.4-3] Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

C. $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;-12)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: Phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ có nghiệm $x = -1 \Rightarrow m = \dfrac{1}{2}$. Khi đó hàm số $y = \dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}} = \dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{(x+1)\left(x-\frac{3}{2}\right)}}$ hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là $x = \dfrac{3}{2}$ do đó $m = \dfrac{1}{2}$ không thoả mãn.

TH2: Phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ không có nghiệm $x = -1 \Rightarrow m \neq \dfrac{1}{2}$.

Khi đó hàm số $y = \dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (-m)^2 - 4.(-3m) > 0 \\ m > -2 \\ m + (-3m) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -12 \\ m > 0 \end{array}\right. \\ m > -2 \\ m < \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \dfrac{1}{2}$

Kết hợp TH1 và TH2 ta có giá trị m cần tìm là $0 < m < \dfrac{1}{2}$.

Câu 6: [2D1-4.4-3] **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Số giá trị nguyên của m

thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng ba đường tiệm cận là

A. 20. **B.** 18 **C.** 17. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{(x-1)(x+m+2)}$

Điều kiện $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 0\\ x\leq -3\end{array}\right.\\ x\neq 1\\ x\neq -m-2\end{cases}$

Với điều kiện trên thì $y=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{(x-1)(x+m+2)}=\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}$

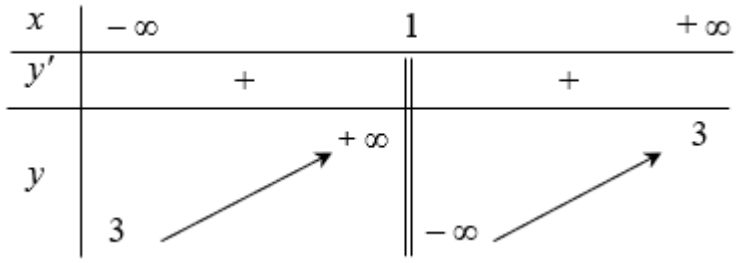
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì cần có thêm 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m-2\geq 0\\ -m-2\leq -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -2\\ m\geq 1\end{array}\right.$

Do $m\in\mathbb{Z},m\in[-10;10]$ nên có 19 giá trị nguyên.

Câu 1: **[2D1-4.5-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

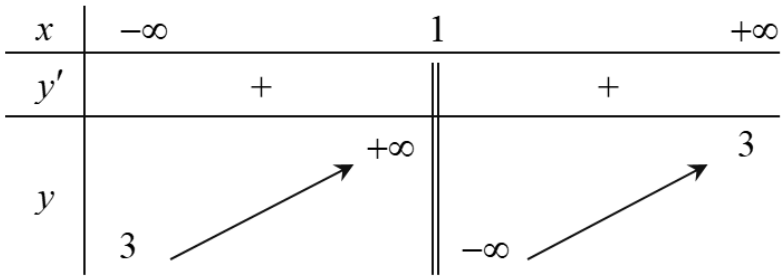
Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$.

Do đó đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 2: **[2D1-4.5-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

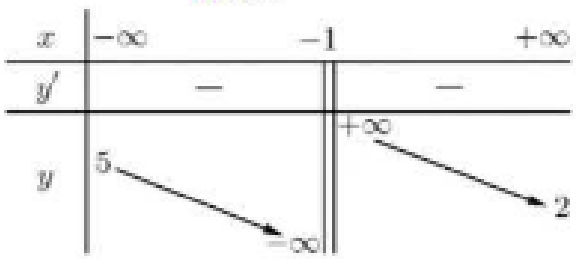
A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x=1$.

Câu 3: **[2D1-4.5-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

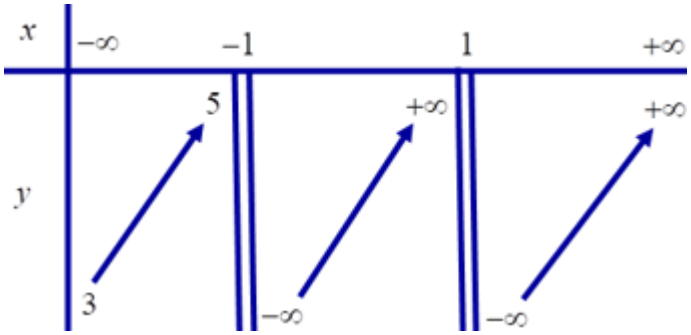
Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ nên đường thẳng $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 3.

Câu 4: **[2D1-4.5-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận (đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

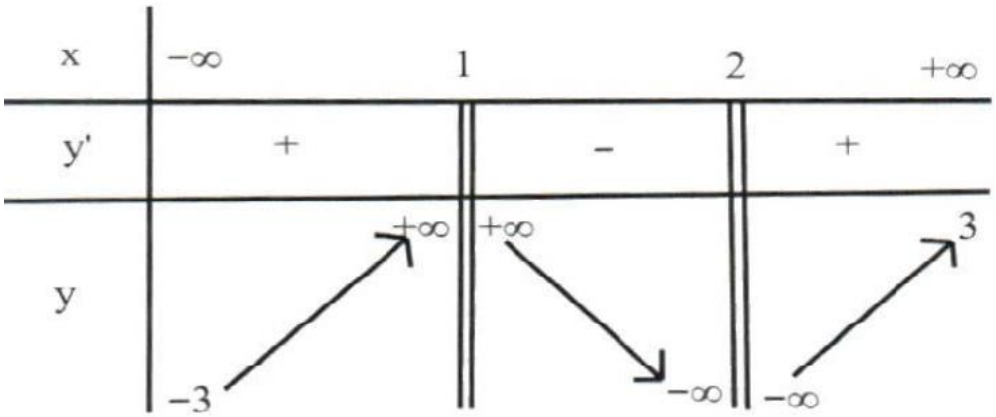
Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x=-1$; $x=1$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$ nên đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 5: **[2D1-4.5-1] (Chuyên ĐHSP Hà Nội - ĐGNL - Năm 2022 - 2023)** Cho $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số đường tiệm cận ngang của $y=f(x)$



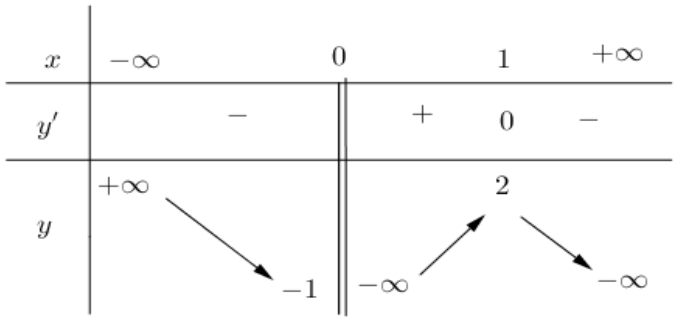
A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$. Tiệm cận ngang $y=\pm 3$

Câu 6: **[2D1-4.5-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

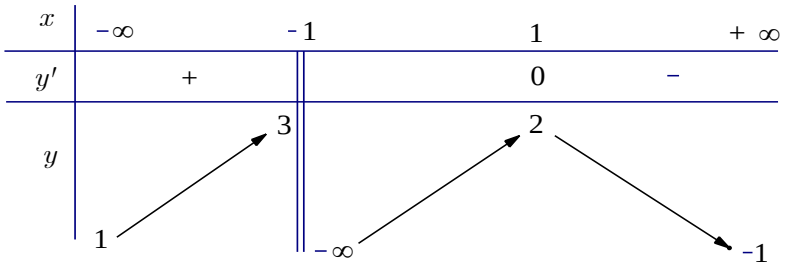
Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to0^+} y=-\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\mp\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 7: **[2D1-4.5-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **C.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $D=(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

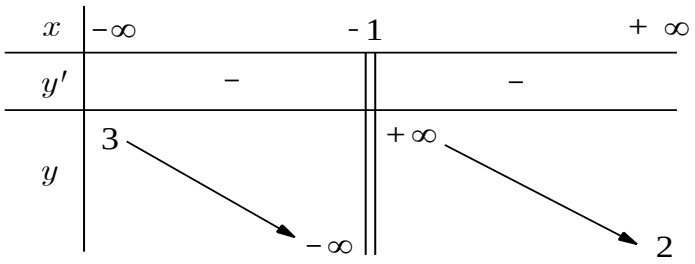
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=-\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 tiệm cận.

Câu 8: **[2D1-4.5-1] (Phát triển đề minh hoạ 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathrm{R}\backslash\{-1\}$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2$, $y=3$ và có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Lời giải

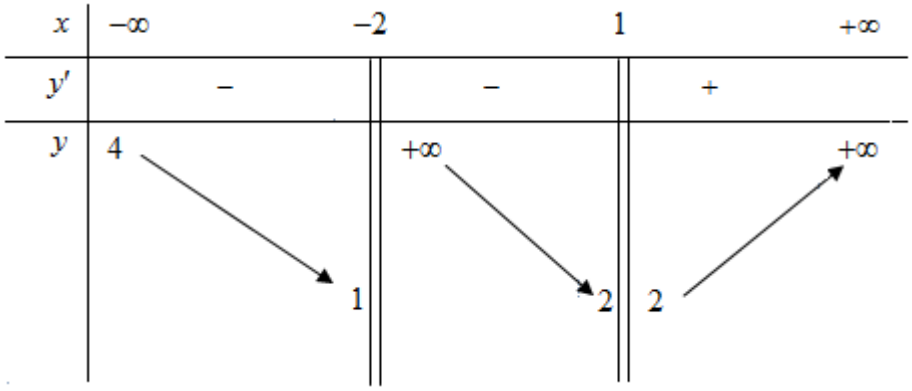
Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2$, $y=5$.

Câu 9: **[2D1-4.5-1] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

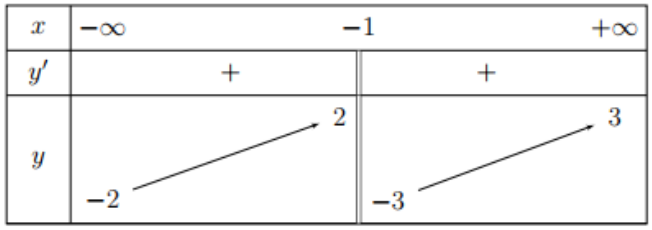
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=+\infty$, suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có một tiệm cận đứng là $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=2$, suy ra đường thẳng $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$.

Vậy đồ thị của hàm số $f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 10: **[2D1-4.5-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $R\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta có

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-2$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=3$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang $y=-2$ và $y=3$

Mặt khác, không tồn tại x_0 sao cho $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 11: **[2D1-4.5-1] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

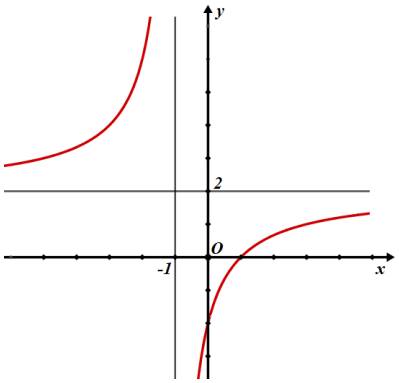
Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang

Câu 12: **[2D1-4.5-1] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Hàm số số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x=-1$.

Câu 13: **[2D1-4.5-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ 3	$\searrow$	1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

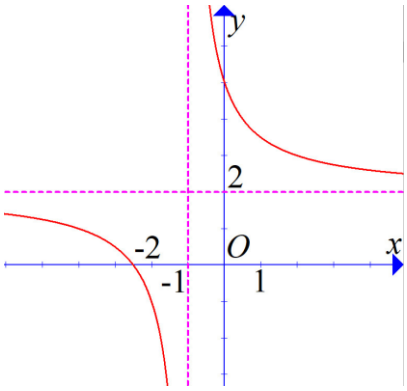
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1\Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} y=+\infty\Rightarrow x=2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 14: **[2D1-4.5-1] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2$. **D.** $y=2x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

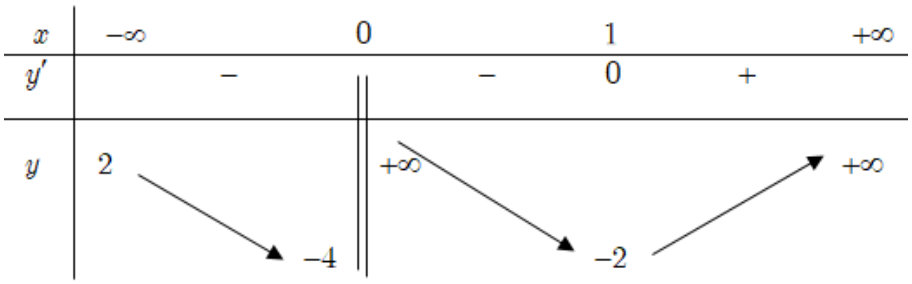
Nhìn vào đồ thị ta thấy:

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x=-1$ và $y=2$ nên loại **Chọn C,D.**

Mặt khác đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0=-\dfrac{5}{2}$ nên loại **Chọn B**

Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Câu 15: **[2D1-4.5-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

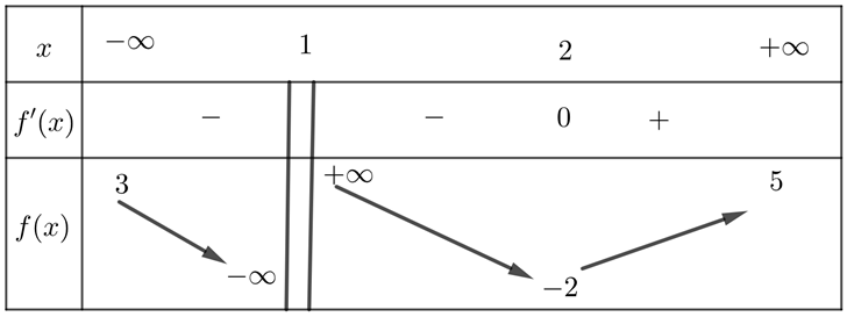
A. $x=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$, nên, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 16: **[2D1-4.5-1] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

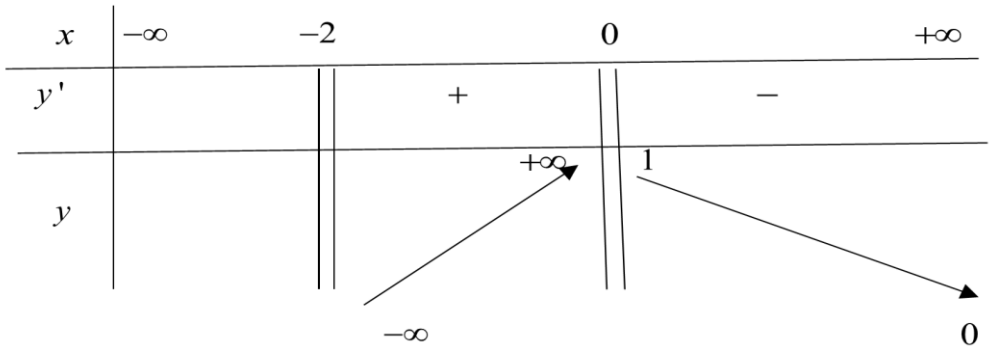
Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=3$ và $y=5$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 17: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1) [2D1-4.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty \Rightarrow x=-2$ là một tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là một tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là một tiệm cận ngang

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 18: **[2D1-4.5-1] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	↘	$+\infty$	↘	-2
		$-\infty$			

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là

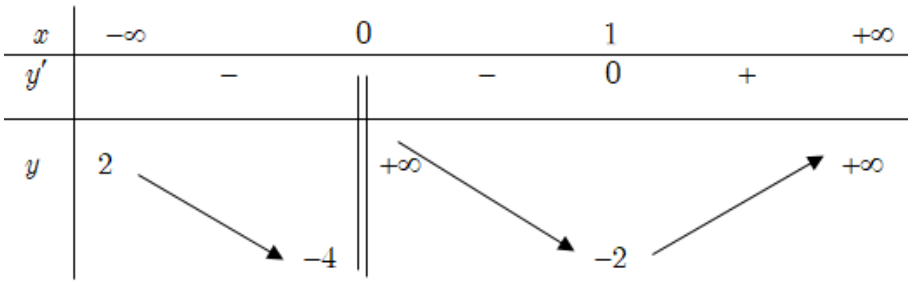
A. $x=3$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề cho ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Câu 19: **[2D1-4.5-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

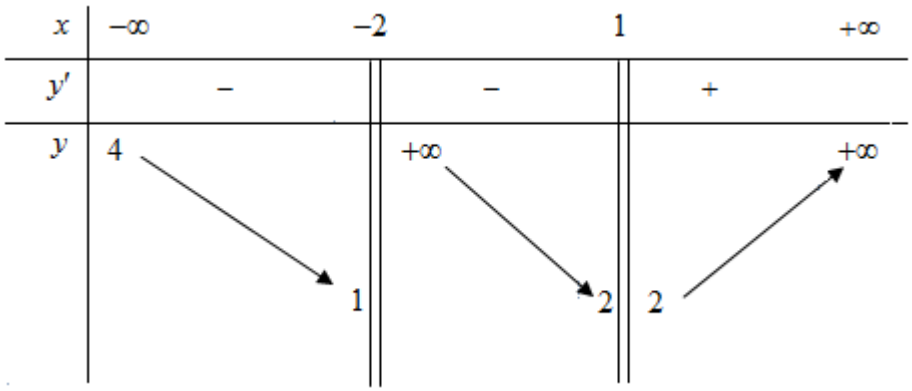
A. $x=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$, nên, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 20: **[2D1-4.5-1] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$, suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=4$.

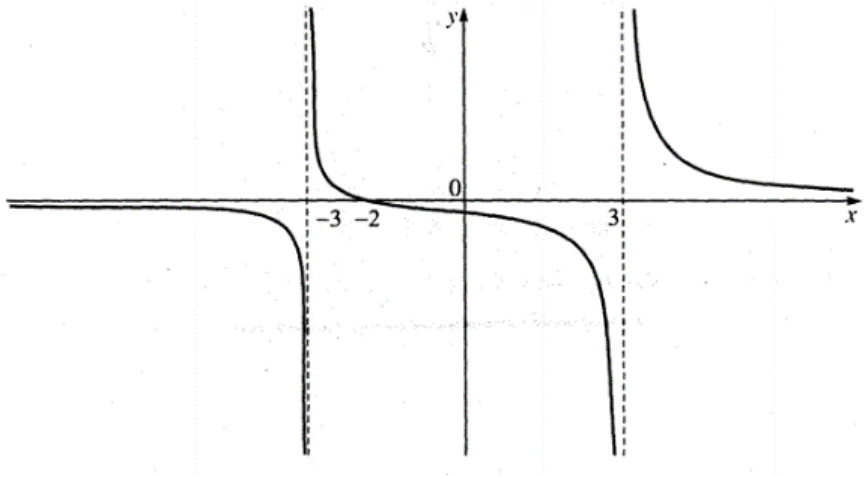
$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=+\infty$, suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có một tiệm cận đứng là $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=2$, suy ra đường thẳng $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Vậy đồ thị của hàm số $f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 1: **[2D1-4.5-2] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho

$\lim\limits_{x\to(-3)^+} y=+\infty\Rightarrow x=-3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

$\lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty\Rightarrow x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

=> Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng 3.

Câu 2: **[2D1-4.5-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'	$+$			$+$	0	$-$	
y	2	↗	4	↗	3	↘	-1
			$-\infty$				

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

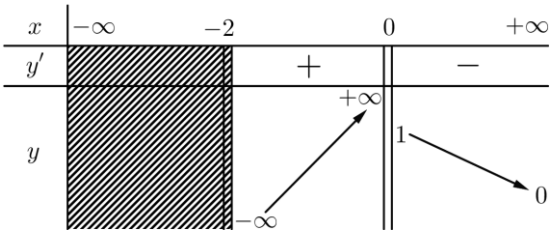
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$.

Do đó đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$; $y=-1$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Câu 3: **[2D1-4.5-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

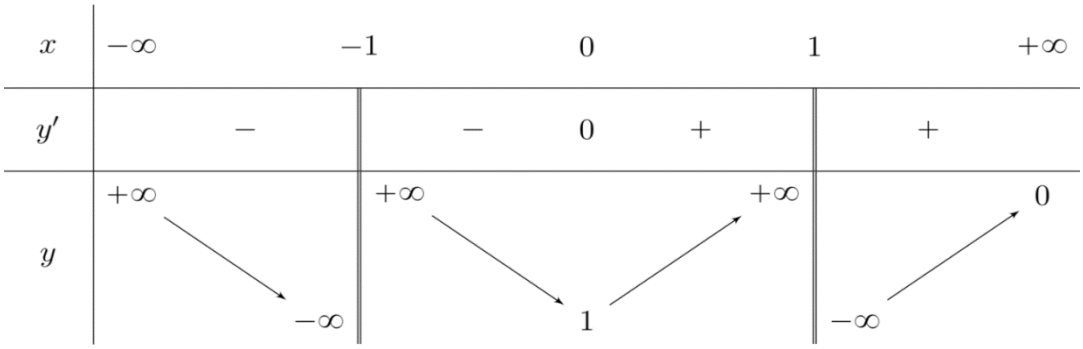
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=-\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Câu 4: **[2D1-4.5-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

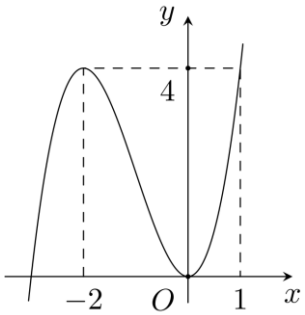
Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 5: **[2D1-4.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2023}{f(x)}$ là



A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

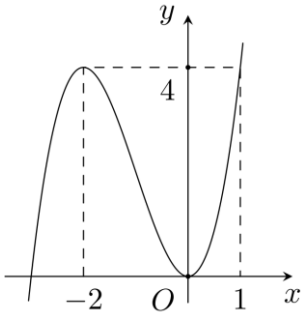
Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $f(x)\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq a(a<-2) \end{cases}$, suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có hai đường tiệm cận đứng $x=0$ và $x=a$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 6: **[2D1-4.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2023}{f(x)}$ là



A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $f(x)\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq a(a<-2) \end{cases}$, suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có hai đường tiệm

cận đứng $x=0$ và $x=a$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 7: **[2D1-4.5-2] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	3	↗	2
			$-\infty$		

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} f\ x =-\infty$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to +\infty} f\ x =2$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y=2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to -\infty} f\ x =1$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 8: **[2D1-4.5-2] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$	2 ↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

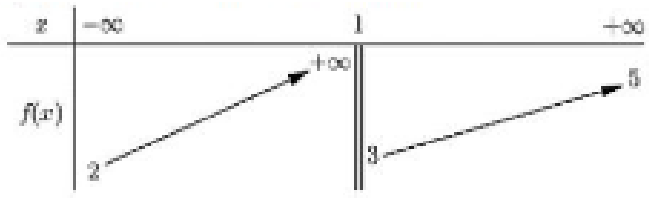
Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=3$.

+) $\lim\limits_{x\to0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

Do vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 9: **[2D1-4.5-2] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{2f(x)-8}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có:

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{2f(x)-8}=\dfrac{3}{2}$,

+ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{2f(x)-8}=-\dfrac{3}{4}$,

Đồ thị có 2 TCN là hai đường thẳng: $y=\dfrac{3}{2}$; $y=-\dfrac{3}{4}$.

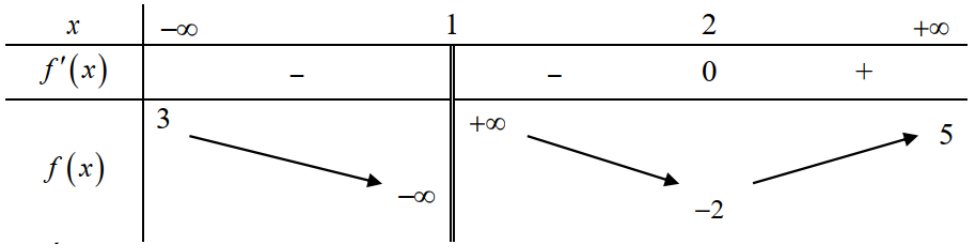
- Xét phương trình $f(x)=4$ có 2 nghiệm là $x=\alpha$; $x=\beta$, khi đó

+ $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{3}{2f(x)-8}=-\infty(+\infty)$; $\lim\limits_{x\to\beta}\dfrac{3}{2f(x)-8}=+\infty(-\infty)$

Đồ thị có 2 TCĐ là hai đường thẳng $x=\alpha$; $x=\beta$.

Vậy đồ thị có 4 đường TC.

Câu 10: **[2D1-4.5-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau.



Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=5$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Vậy hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 11: [2D1-4.5-2] **(THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2023}{f(x)}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)=0$ có 3 nghiệm x_1,x_2,x_3 phân biệt.

Do vậy $\lim\limits_{x\to x_1} y=\pm\infty;\lim\limits_{x\to x_2} y=\pm\infty;\lim\limits_{x\to x_3} y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2023}{f(x)}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 12: [2D1-4.5-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ | 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

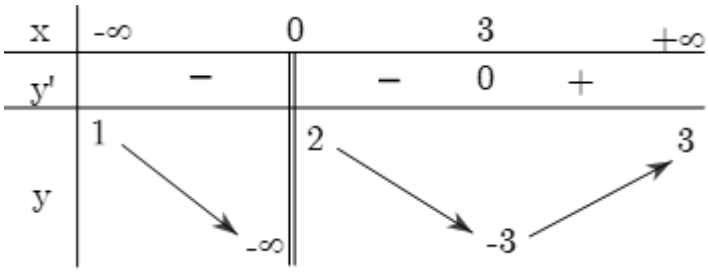
Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5;\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2\Rightarrow y=5;y=2$ là các đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 13: **[2D1-4.5-2] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có báng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 0^-} f\ x=-\infty \Rightarrow x=0$ là TCĐ của đồ thị hàm số

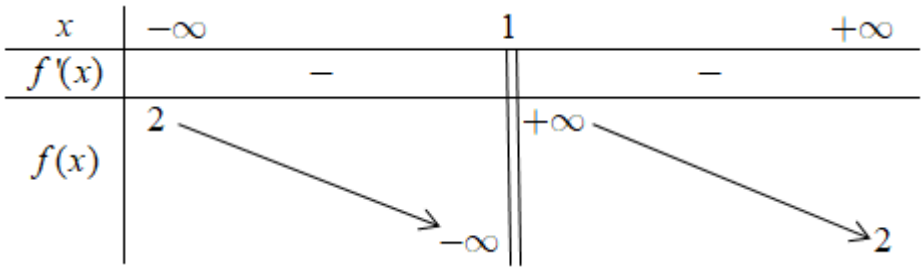
Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\ x=3\Rightarrow y=3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\ x=1\Rightarrow y=1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 14: **[2D1-4.5-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là:

A. $x=2, y=1$. **B.** $x=2, y=2$. **C.** $x=1, y=2$. **D.** $x=1, y=1$.

Lời giải

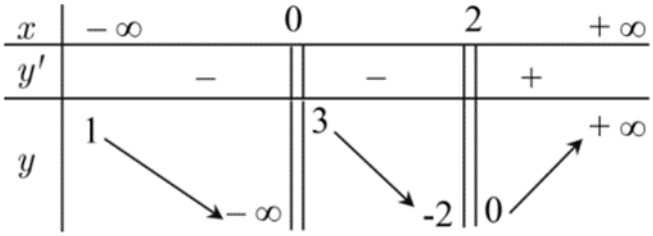
Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty, \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2, \lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 15: **[2D1-4.5-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

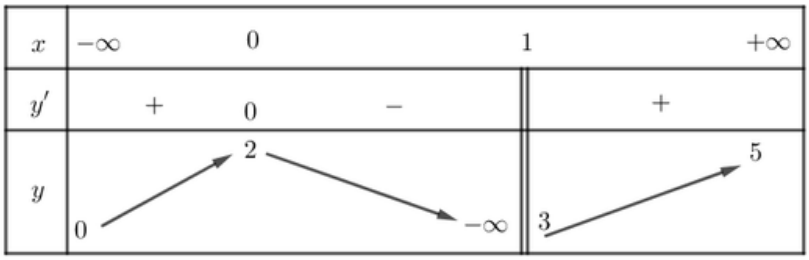
Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=0$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 16: **[2D1-4.5-2] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=5$ và $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 1: **[2D1-4.5-3] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-2}$ là

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

A. 2. **B.** 4.

C. 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$ có 3 nghiệm $x_1;x_2;x_3$ và hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $a>0$.

* Ta có $\lim\limits_{x\to x_1^+} g(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_1^-}=-\infty$.

* Ta có $\lim\limits_{x\to x_2^+} g(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_2^-} g(x)=-\infty$

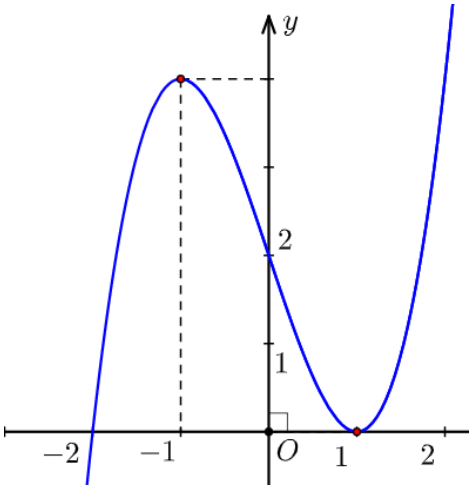
* Ta có $\lim\limits_{x\to x_3^+} g(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_3^-} g(x)=-\infty$

Suy ra hàm số $y=g(x)$ có ba tiệm cận đứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$, suy ra hàm số $y=g(x)$ có TCN là $y=0$.

Vậy hàm số có 4 tiệm cận.

Câu 2: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-4.5-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}$.



A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

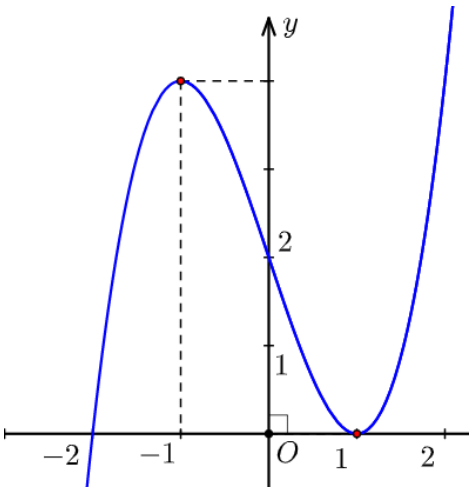
Chọn C

Chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ: $f(x)=x^3-3x+2$

Nên: $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}=\dfrac{x^2+x-2}{(x^3-3x+2)(x^3-3x+1)}=\dfrac{1}{(x-1)(x^3-3x+1)}$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 3: [2D1-4.5-3] **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}$.



A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ: $f(x)=x^3-3x+2$

Nên: $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}=\dfrac{x^2+x-2}{(x^3-3x+2)(x^3-3x+1)}=\dfrac{1}{(x-1)(x^3-3x+1)}$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 4: [2D1-4.5-3] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1963}{f(x)}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

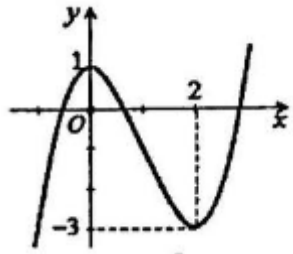
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=0$ có 4 giao điểm nên phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt a, b, c, d thỏa mãn

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt a, b, c, d thỏa mãn $a<-1<b<0<c<1<d$ nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng $x=a$, $x=b$ và $x=c$, $x=d$.

Vậy hàm số có 4 tiệm cận đứng.

Câu 5: **[2D1-4.5-3] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt[4]{2-x}}{(x-\pi)\left[f^2(x)+2f(x)-3\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng.



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

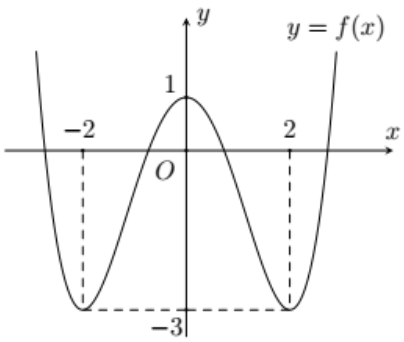
Chọn A

Điều kiện $x\le 2$

$$(x-\pi)\left[f^2(x)+2f(x)-3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi\\f(x)=1\\f(x)=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi\\x=0\ (\text{nghiệm kép})\\x=a>2\\x=2\,(\text{nghiệm kép})\\x=b<-1\end{array}\right.$$

Nhận thấy $x=0, x=2, x=b$ là ba tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6: **[2D1-4.5-3] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4\ \ x^2+2x}{\left[f\ \ x\ \right]^2+2f\ \ x\ -3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2

Lời giải

Chọn B

$$y=\frac{x^2-4\ \ x^2+2x}{\left[f\ \ x\ \right]^2+2f\ \ x\ -3}=\frac{x\ \ x-2\ \ x+2\ ^2}{\left[f\ \ x\ \right]^2+2f\ \ x\ -3}$$

Xét $\left[f\ \ x\ \right]^2+2f\ \ x\ -3=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f(x)=1\\f(x)=-3.\end{bmatrix}$

$$f(x)=1\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=x_1<-2\\x=x_1>2\end{bmatrix}$$

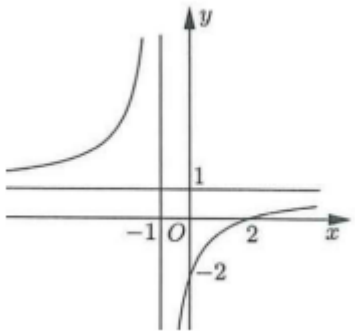
Có 3 tiệm cận đứng

$$f(x)=-3\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-2(l)\\x=2\end{bmatrix}$$

Có 1 tiệm cận đứng

Vậy tổng cộng có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 1: **[2D1-4.6-1] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Toạ độ giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là



A. $(2;1)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;1)$.

Câu 1: **[2D1-4.6-2] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$ có tọa độ

A. $(3;-2)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-7}{x+2}=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$.

$\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{3x-7}{x+2}=+\infty\Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$.

Tọa giao điểm của hai đường tiệm cận là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}\Rightarrow (x;y)=(-2;3)$.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$ có tọa $(x;y)=(-2;3)$.

Câu 1: **[2D1-4.6-3] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		X_1		X_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $y=f(x)$ là hàm số bậc ba nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$ nên đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận thì $f(x)-m=0$ có 2 nghiệm.

Theo bảng biến thiên $m=-3$ hoặc $m=-1$

Câu 2: **[2D1-4.6-3] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung là:

A. 4046. **B.** 4044. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung thì

$\begin{cases}-2m-4\neq 0\\ m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\ m<0\end{cases}$ mà $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in[-2023;2023]\end{cases}\Rightarrow m\in\{-2023;-2022;\ldots-1\}\setminus\{-2\}$

Vậy có tất cả 2022 giá trị nguyên của m thỏa đề bài. **Chọn C**

Câu 3: **[2D1-4.6-3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25;25]$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+3m+10}$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng.

A. 42. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 45.

Lời giải

Chọn A

Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng thì phương trình: $x^2-2mx+3m+10=0$ có hai nghiệm thỏa mãn: x_1,x_2 phân biệt và hai nghiệm khác 1.

Nên: $\begin{cases}\Delta'>0\\1-2m+3m+10\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m-10>0\\m\neq -11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>5\end{array}\right.\\m\neq 11\end{cases}$

Do $m\in\mathbb{Z},m\in[-25;25]\Rightarrow$ Có 42 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 4: **[2D1-4.6-3] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\dfrac{a}{b}(a,b\in\mathbb{N},\dfrac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$

A. $a+b=6$. **B.** $a+b=7$.

C. $a+b=5$. **D.** $a+b=8$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2-2mx-m-2=0(1)$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 2.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta=0\\\begin{cases}\Delta>0\\f(2)=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4m^2+4m+8=0\\\begin{cases}4m^2+4m+8>0\\2^2-2m.2-m-2=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}vn\\m=\dfrac{2}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{5}.$

Vậy $a=2,b=5\Rightarrow a+b=7$.

Câu 1: **[2D1-4.6-4] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^3-bx^2-a^2x+a^2b}$ có đồ thị (C), với a và b là hai tham số nguyên. Hỏi có tất cả bao nhiêu bộ số $(a;b)$ để có đúng hai đường tiệm cận (nếu chỉ xét tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^3-bx^2-a^2x+a^2b}=\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-a)(x+a)(x-b)}$, ĐKXĐ: $\begin{cases}x\neq\pm a\\ x\neq b\end{cases}$.

Đồ thị (C) của hàm số $f(x)$ luôn có một đường tiệm cận ngang nên để đồ thị (C) của hàm số $f(x)$ luôn có hai tiệm cận thì đồ thị (C) phải có đúng một tiệm cận đứng.

TH1: Phương trình $(x-a)(x+a)(x-b)=0$ có nghiệm $x=1$ và $x=4$, ta có các bộ $(a;b)$ thỏa mãn là $(1;4)$, $(-1;4)$, $(4;1)$ và $(-4;1)$.

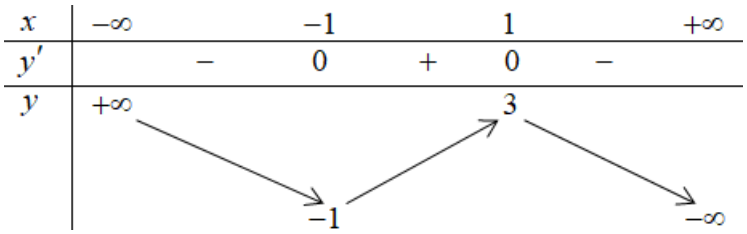
TH2: Phương trình có nghiệm đơn $x=-a=1$ và nghiệm kép $x=a=b$ ta có bộ $(a;b)$ thỏa mãn là $(-1;-1)$.

TH3: Phương trình có nghiệm đơn $x=-a=4$ và nghiệm kép $x=a=b$ ta có bộ $(a;b)$ thỏa mãn là $(-4;-4)$.

TH4: Phương trình có nghiệm bội ba hay $a=b=0$ ta có bộ $(a;b)$ thỏa mãn là $(0;0)$.

Vậy có tất cả 7 cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-5.1-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



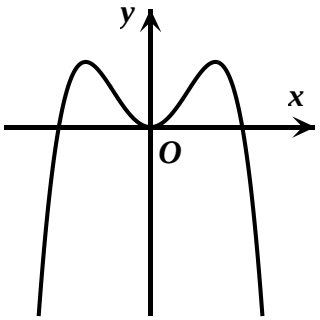
A. $y=\dfrac{x+2}{x}$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=-2x^2+1$

Lời giải

Chọn B

Ta có : $y=-x^3+3x+1$ có $y'=-3x^2+3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$. Vậy $x=\pm 1$ là các điểm cực trị của hàm số.

Câu 2: **[2D1-5.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



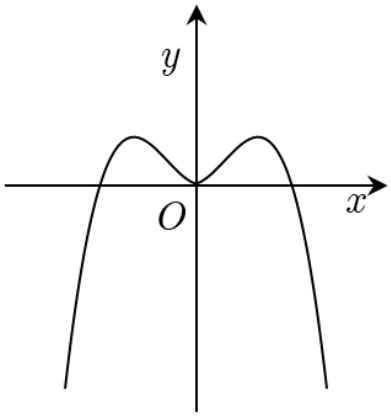
A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị của hàm số thấy đồ thị trên là đồ thị của hàm số trùng phương và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$ suy ra hệ số $a<0$. Vậy nên **Chọn D**

Câu 3: **[2D1-5.1-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0,\ b>0,\ c=0$.

Câu 4: **[2D1-5.1-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

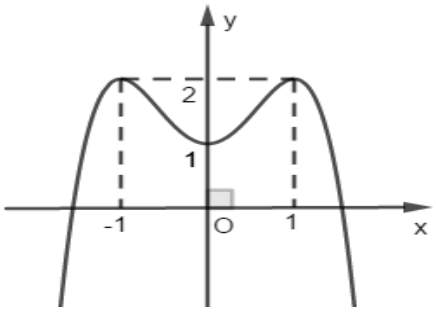
A. $y=-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x}$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Bảng biến thiên trên là đặc trưng của hàm số bậc 3.

Câu 5: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{4}$ là:

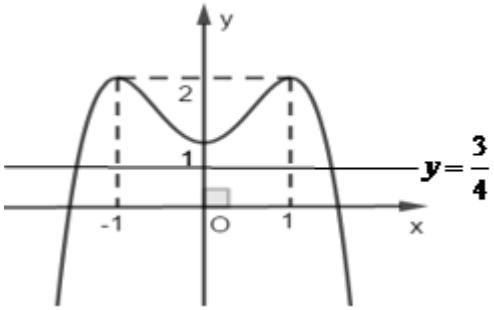


A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

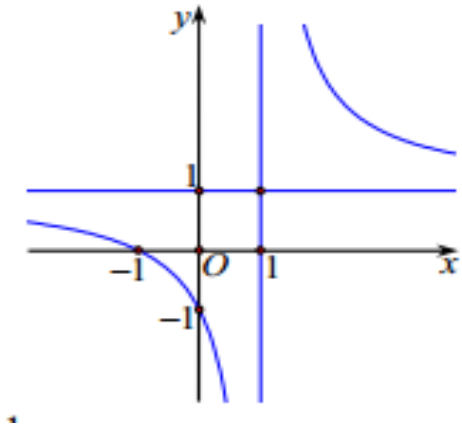
Chọn C

Ta có đồ thị như sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm chung với đường thẳng $y=\frac{3}{4}$ nên phương trình có hai nghiệm.

Câu 6: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

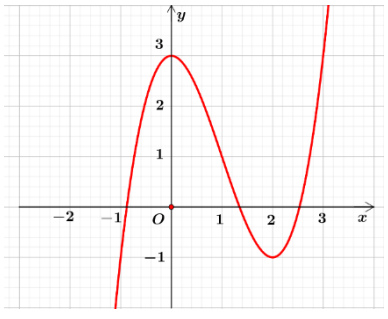


A. $y=\frac{2x+1}{2x-1}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+3$. **D.** $y=x^3+2x^2+3$.

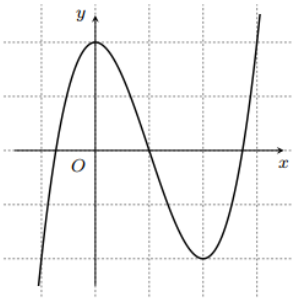
Lời giải

Chọn C

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên loại A, B.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0;x=2$.

Câu 8: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào



A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$. **C.** $y=x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

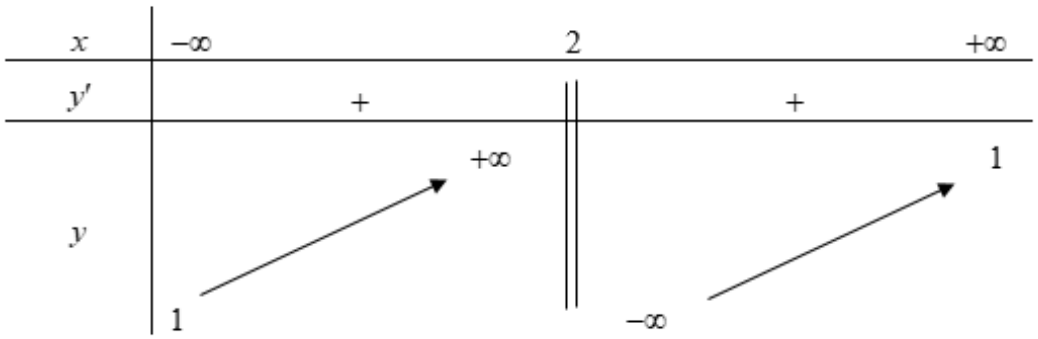
Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị dạng hàm số bậc ba với $a>0$. Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$.

Suy ra hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong như hình.

Câu 9: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên bên cạnh?



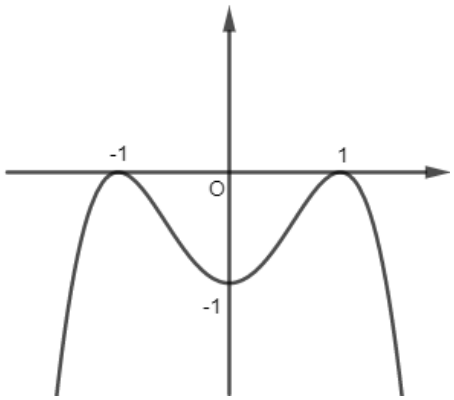
A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. Chỉ có phương án. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}<0,\forall\neq 2$.

Câu 10: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



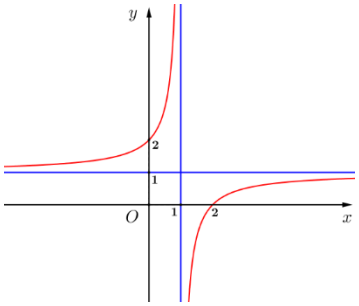
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số bậc 4 có hệ số $a<0$ và có 3 điểm cực trị.

Câu 11: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

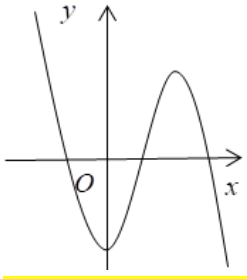
Lời giải

Chọn C

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$ và đi qua điểm $(2;0)$.

Suy ra hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ đã cho.

Câu 12: **[2D1-5.1-1] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



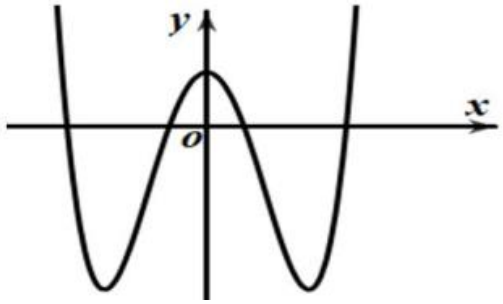
A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ có dạng đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a<0$.

Câu 13: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^3-12x+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+4x^2+1$.

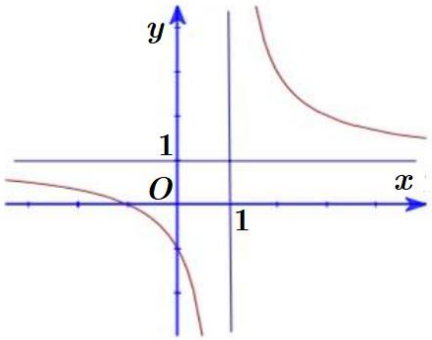
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương.

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$. Suy ra chọn C.

Câu 14: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?



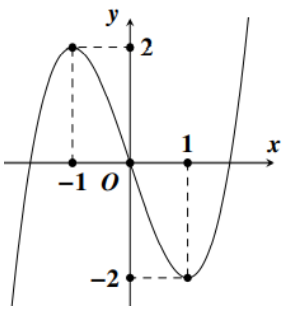
A. $y=3^x$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ, ta thấy được hàm số không xác định tại $x=1$.

Câu 15: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$. Từ đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 16: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

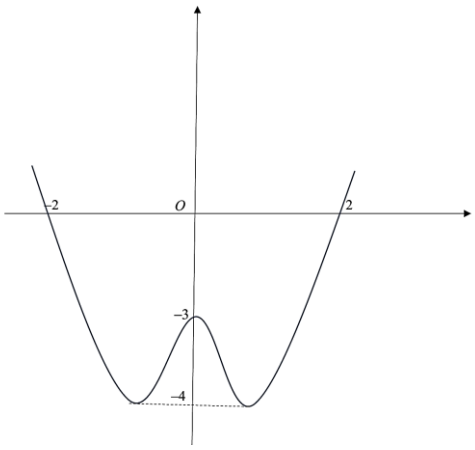
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số cần tìm là hàm số bậc ba với hệ số a âm. Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x+1$.

Câu 17: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

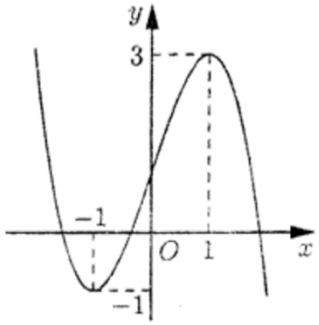


A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^3+x^2-2$. **C.** $y=-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x-1$.

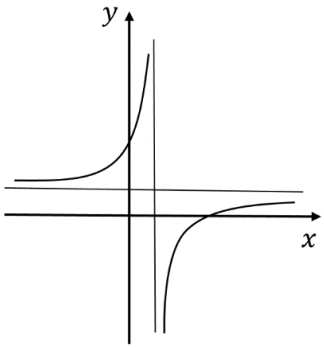
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho không phải là đồ thị của hàm số dạng : $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại các phương án A và **B.**

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty \Rightarrow$ loại phương án **D.**

Câu 19: **[2D1-5.1-1] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ

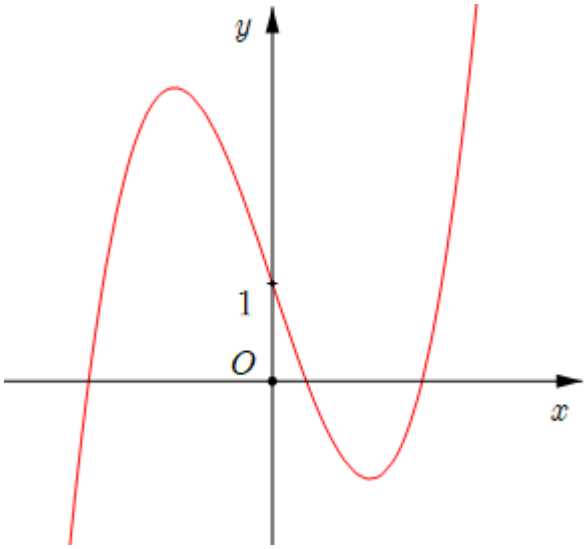


A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



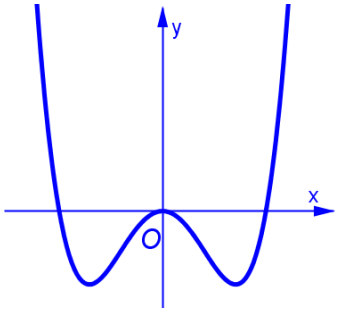
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

- Hàm số bậc 3, hệ số $a<0$.

Câu 21: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^3-2x$. **B.** $y=2x^2-x^4$. **C.** $y=-x^3+x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

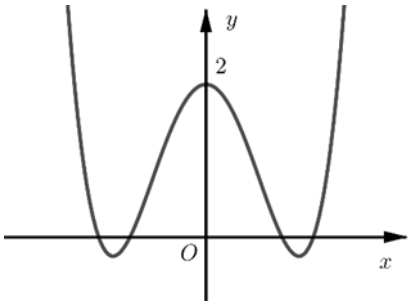
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+cx\ (a>0)$.

$\Rightarrow y=x^4-2x^2$.

Câu 22: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y=x^4-3x^2+2.$. **B.** $y=-x^3-3x^2+2.$.

C. $y=-x^4+3x^2+2.$. **D.** $y=x^3-2x^2-2.$

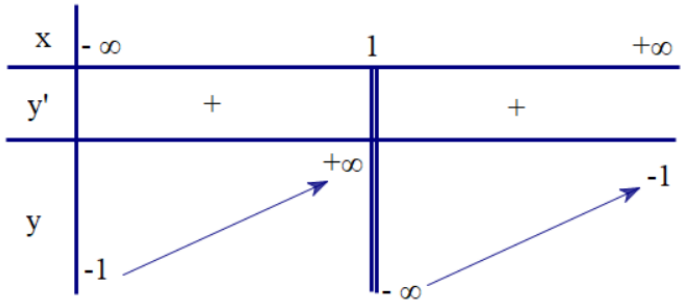
Lời giải

Chọn A

Hàm số có hình dạng của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại phương án B và D

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$. Do đó loại phương án. **C.**

Câu 23: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

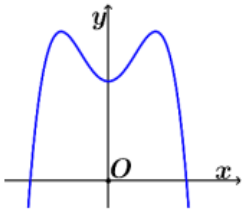
+ Từ bảng biến thiên ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$ nên ta loại phương á A và. **D.**

+ Từ bảng biến thiên ta thấy $y'>0$ với mọi $x\neq 1$. Kiểm tra hai **Chọn C**òn lại ta thấy

$\left(\dfrac{-x+2}{x+1}\right)'=\dfrac{-3}{(x+1)^2}<0,\forall x\neq 1$ nên loại phương án. **C.**

$\left(\dfrac{-x-2}{x-1}\right)'=\dfrac{3}{(x-1)^2}>0,\ \forall x\neq 1$ nên **Chọn B**

Câu 24: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây



A. $y=x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

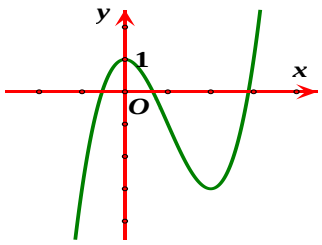
Lời giải

Chọn D

Đường cong là đồ thị của hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c$. Do đó loại phương án A và **B.**

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$. Do đó loại phương án **C.**

Câu 25: **[2D1-5.1-1] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

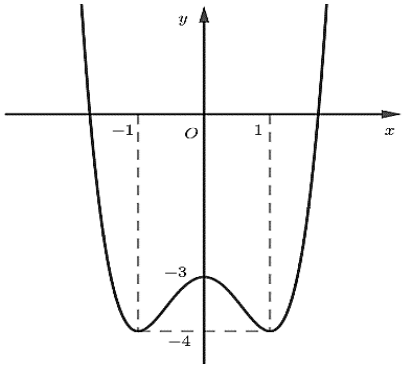
C. $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong có dạng hàm bậc ba với $a>0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 26: **[2D1-5.1-1] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x-3$.

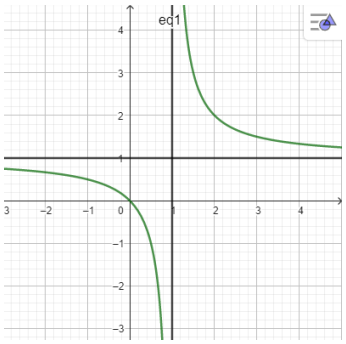
Lời giải

Chọn C

Quan sát đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$. Do đó **Chọn C**

Câu 27: **[2D1-5.1-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

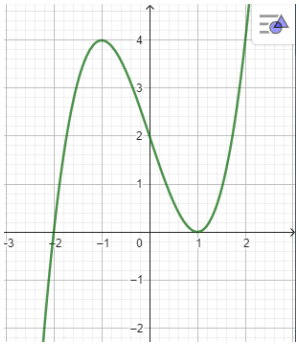


A. $y=-x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x+1$

Lời giải

Chọn B

Câu 28: **[2D1-5.1-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

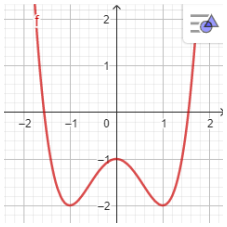


A. $y=-\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\frac{-x}{x-1}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=x^3-3x+2$

Lời giải

Chọn D

Câu 29: **[2D1-5.1-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

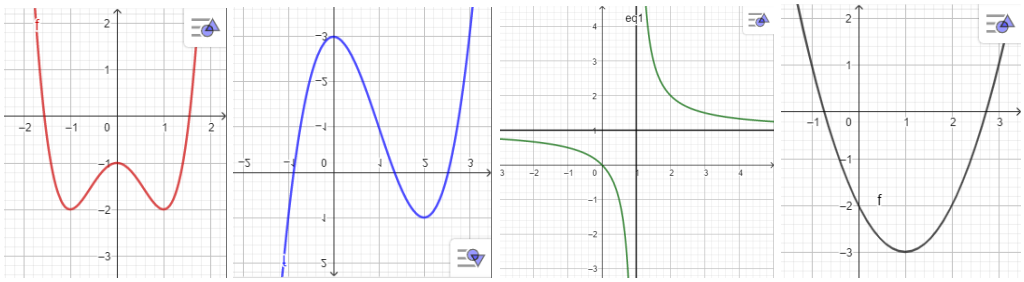


A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=\frac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y=-x^2-2x+1$. **D.** $y=x^3-3x+2$

Lời giải

Chọn A

Câu 30: **[2D1-5.1-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-3$ là hình nào dưới đây?



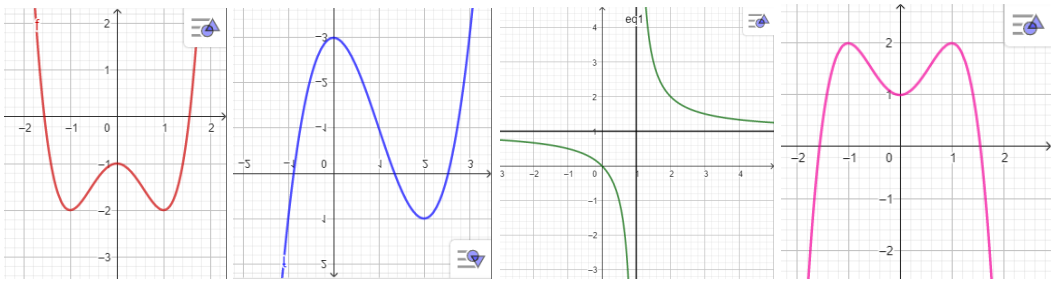
Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 31: **[2D1-5.1-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ là hình nào dưới đây?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

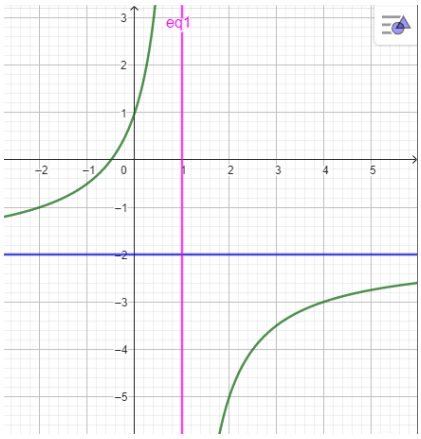
Lời giải

Chọn D

+ Nhận dạng đồ thị ta loại B, C

+ Từ hàm số ta có $a=-1<0$ nên **Chọn D**

Câu 32: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\frac{-x}{x-1}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{-x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+2$

Lời giải

Chọn C

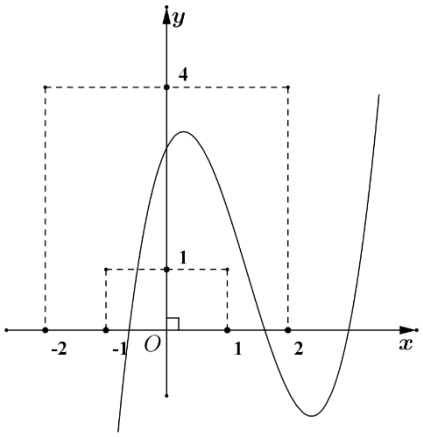
+ Dạng đồ thị loại A, D

+ Đường tiệm cận ngang $y=-2$ nên nhận **C.**

Câu 33: **[2D1-5.1-1] (Chuyên ĐHSP Hà Nội - ĐGNL - Năm 2022 - 2023)** Một trong bốn hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị đó là đồ thị của hàm nào trong bốn hàm số đó.

A. $y=-x^3+3x^2-3x+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$.

C. $y=x^3-4x^2+2x+3$. **D.** $y=x^3-x^2-x+3$.



Lời giải

Chọn C

Nhìn đồ thị ta loại **Chọn A**, B

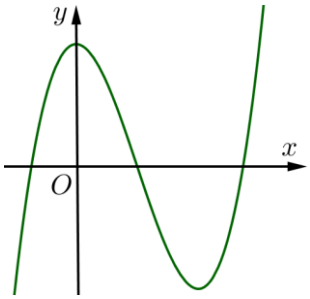
Xét câu D, $y=x^3-x^2-x+3$

$y'=3x^2-2x-1$

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{-1}{3}\end{array}\right.$

Đồ thị cho biết hàm số có 2 điểm cực trị cùng dương nên loại D, **Chọn C**

Câu 34: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



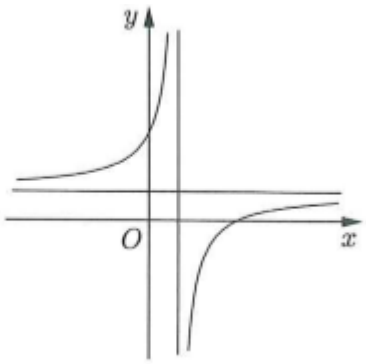
A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

C. $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a>0$ nên chỉ có hàm số $y=x^3-3x^2+2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 35: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



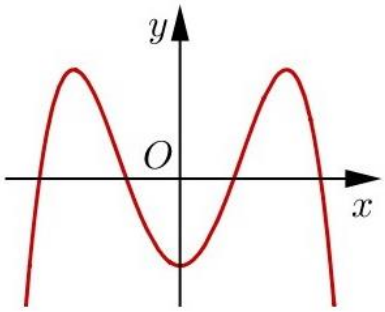
A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đây là đồ thị của hàm phân thức.

Câu 36: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



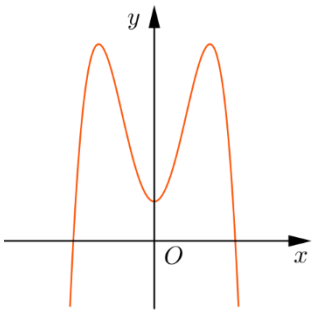
A. $y=-x^4+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^4-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$ và có ba điểm cực trị.

Câu 37: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=2x^3-3x+1$ **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$ **C.** $y=2x^4-4x^2+1$ **D.** $y=-2x^3+3x+1$

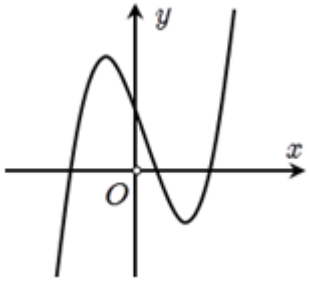
Lời giải

Chọn B

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có hệ số $a<0$.

Do đó, chỉ có đồ thị ở đáp án B là thỏa mãn.

Câu 38: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

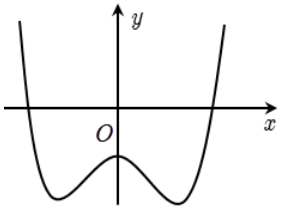
Lời giải

Chọn D

Dựa vào dáng đồ thị có hai cực trị ta có hàm số y là hàm bậc ba, loại A,C.

Có nhánh đồ thị ngoài cùng bên phải đi lên $\Rightarrow a>0$, loại A,B.

Câu 39: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

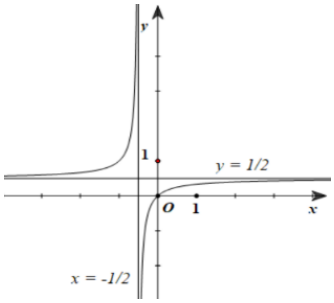
Lời giải

Chọn B

Dựa vào dáng đồ thị có 3 điểm cực trị nhận trục tung làm trục đối xứng nên hàm số y là hàm bậc bốn trùng phương, loại A,C.

Nhánh đồ thị ngoài cùng bên phải đi lên nên hệ số $a>0$, loại D.

Câu 40: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$.

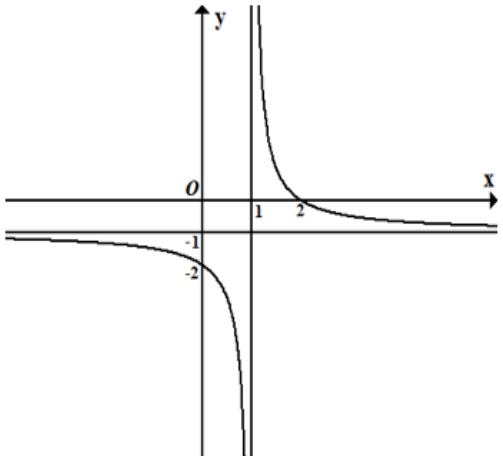
Lời giải

Chọn B

Bốn đáp án đều có tiệm cận đứng $x=\dfrac{-1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$.

Đồ thị đi qua điểm $x=0, y=0,$ loại A, C, D.

Câu 41: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



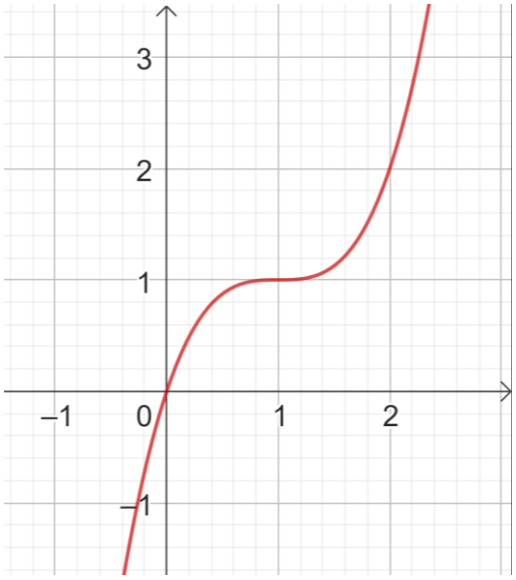
A. $y=x^3-3x-2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Hình vẽ bên là dạng đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và do tiệm đứng là đường thẳng $x=1$ nên **Chọn C**

Câu 42: **[2D1-5.1-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



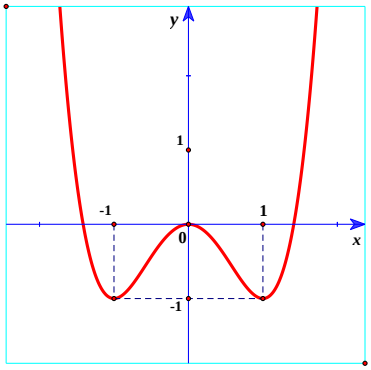
A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+3x$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho là dạng đồ thị hàm số bậc 3

Câu 43: **[2D1-5.1-1] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên dưới



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

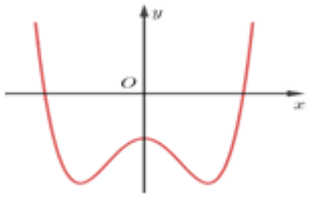
Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị có 3 cực trị nên loại trừ **câu B** và **câu** C

Nhánh ngoài cùng của đồ thị đồng biến nên $a>0$. **Loại** A

Câu 44: **[2D1-5.1-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ \ (a,b,c\in R)$ có đồ thị cho bởi hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng:



A. $b>a$. **B.** $ab+c>0$. **C.** $a-c>0$. **D.** $abc<0$.

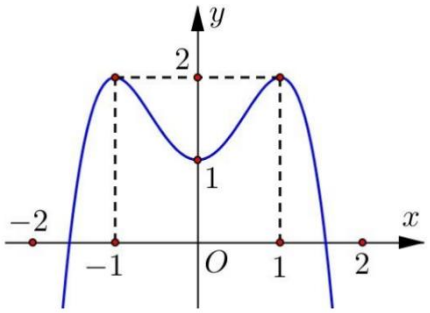
Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm nằm bên dưới trục hoành nên $c<0$.

Vậy $a>0;\ b<0;\ c<0$ suy ra $a-c>0$.



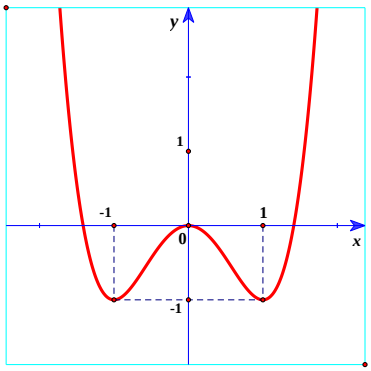
Câu 45: [2D1-5.1-1] **(SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số, ta dễ dàng nhận thấy đây là đồ thị hàm số trùng phương với $a<0$ nên **Chọn B**

Câu 46: [2D1-5.1-1] **(SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên dưới



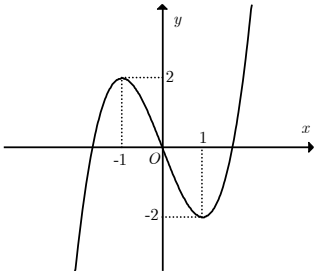
A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị có 3 cực trị nên loại trừ câu **B** và câu **C.**

Nhánh ngoài cùng của đồ thị là đường đi lên $a>0$ nên **Chọn D**

Câu 47: **[2D1-5.1-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



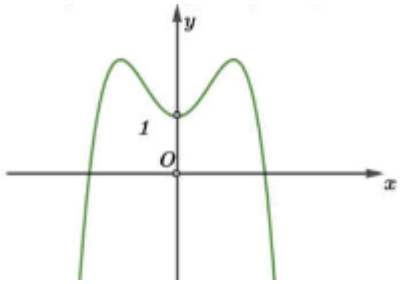
A. $y=x^3-3x$ **B.** $y=-x^3+3x$ **C.** $y=-x^4+2x^2$ **D.** $y=x^4-2x^2$

Lời giải

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc ba nên loại các hàm số $y=-x^4+2x^2$, $y=x^4-2x^2$.

Hình dáng đồ thị thể hiện $a>0$ nên chỉ có đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ là phù hợp.

Câu 48: **[2D1-5.1-1] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4-4x^2+1$.

C. $y=-x^3-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

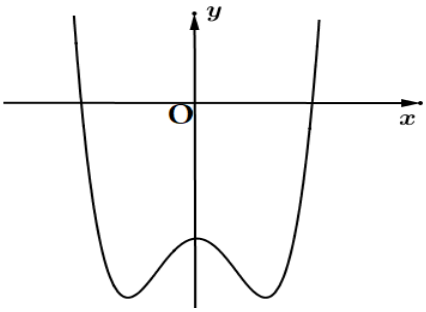
Chọn D

Hàm số ứng với đồ thị đã cho có dạng $y=ax^4+bx^2+c$, $(a\neq 0)$

Dựa vào đồ thị đã cho ta có $a<0, b>0, c=1$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 49: **[2D1-5.1-1] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

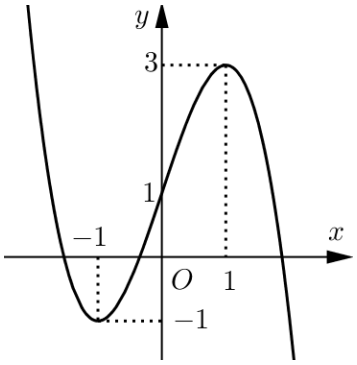
Lời giải

Chọn B

Từ dáng của đồ thị suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc bốn.

Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, suy ra đồ thị trên là của hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 50: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B)** **[2D1-5.1-1]** Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A,B,C,D. Hỏi đó là hàm số nào?



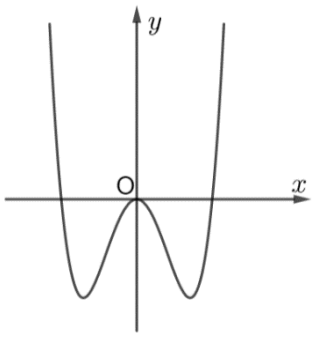
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $y'=0$ có nghiệm $x=\pm1$ và $a<0$

Câu 51: **[2D1-5.1-1]** **(Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



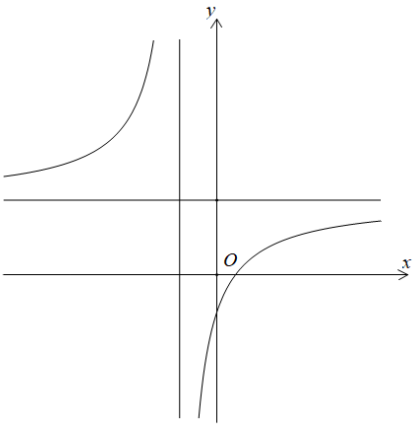
A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^2-3x$. **C.** $y=x^4-3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-3}$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình dạng đồ thị, thì đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương.

Câu 52: **[2D1-5.1-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?

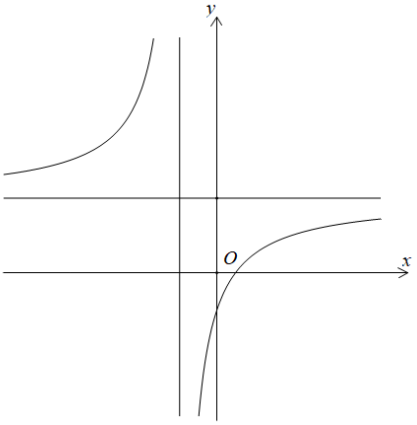


A. $y=x^2+2x+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 53: **[2D1-5.1-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?

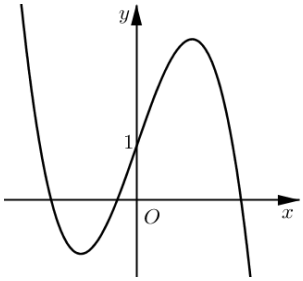


A. $y=x^2+2x+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 54: **[2D1-5.1-1] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau đây



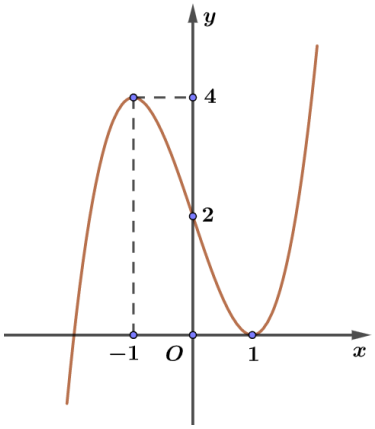
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có dạng như trên là đồ thị hàm số bậc 3 và đi qua điểm $0;1$. Hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x+1$.

Câu 55: **[2D1-5.1-1] (SGD-TRÀ VINH-2022-2023)** Đồ thị nào dưới đây có đường cong như hình bên dưới?



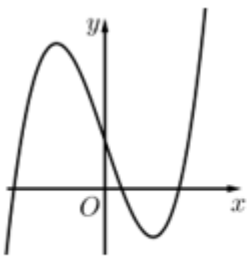
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=\dfrac{-x}{x-1}$.

C. $y=-\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+2$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

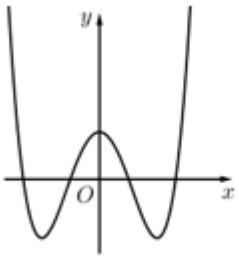
Lời giải

Đường cong trong hình vẽ đã cho có dạng đồ thị của hàm số bậc ba nên ta **Chọn A**

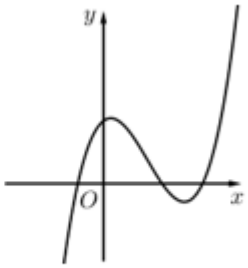
Câu 56: **[2D1-5.1-1] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình dưới đây?



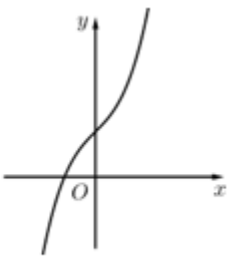
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2. **B.** Hình 3. **C.** Hình 4. **D.** Hình 1.

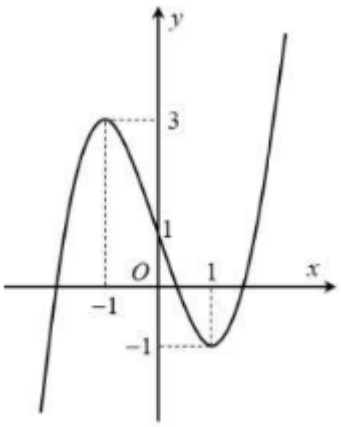
Lời giải

Chọn A

Đồ thị ở trong các hình 1, 3, 4 đều là đồ thị của các hàm số bậc 3 nên loại.

Chọn A là hình số 2.

Câu 57: **[2D1-5.1-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



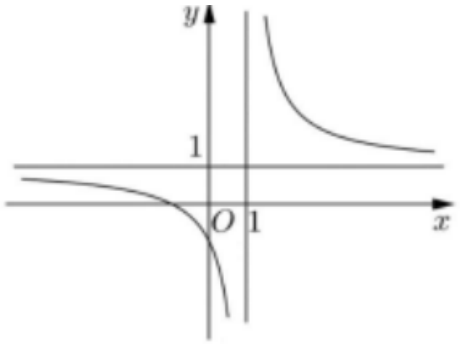
A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Do dáng diệu của hàm số nên đây sẽ là hàm số hàm bậc 3.

Câu 58: **[2D1-5.1-1] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

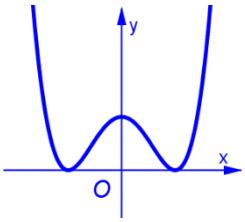
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x=1; y=1$.

Câu 59: **[2D1-5.1-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng

như đường cong trong hình



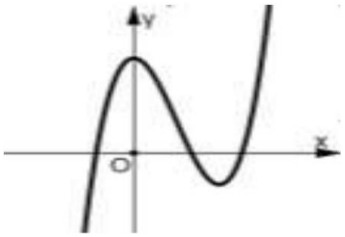
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$. Chọn đáp án A.

Câu 60: [2D1-5.1-1] (SGD Hậu Giang 22-23) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



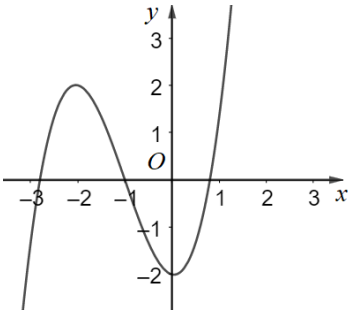
A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 61: [2D1-5.1-1] **(THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



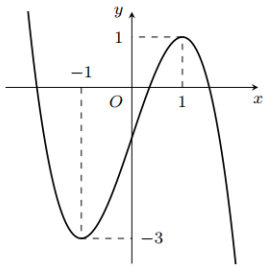
A. $y=x^4+3x^2-2$. **B.** $y=x^3+3x^2-2$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đây là hình dáng của đồ thị hàm số đa thức bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Mặt khác nhánh cuối đi lên nên $a>0$.

Câu 62: **[2D1-5.1-1] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$.

C. $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+2x$.

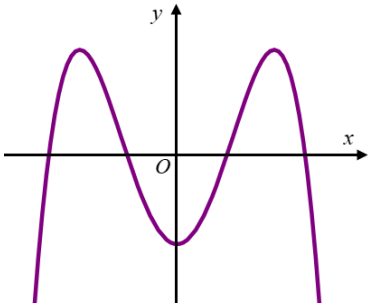
Lời giải

Chọn A

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a<0$.

Mặt khác, đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ suy ra $y=-x^3+3x-1$.

Câu 63: **[2D1-5.1-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



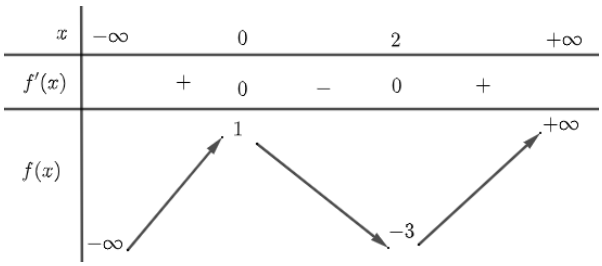
A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=2x^4-4x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đây là hàm trùng phương với hệ số $a<0$.

Câu 64: **[2D1-5.1-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

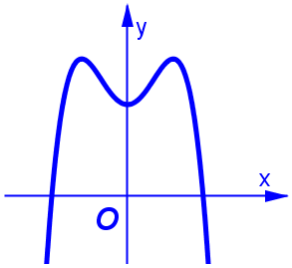
Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số cần tìm là hàm số bậc ba.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, suy ra hệ số $a>0$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 65: **[2D1-5.1-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình bên?



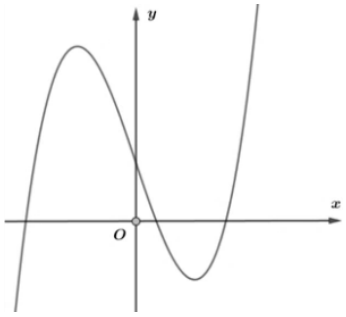
A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, hệ số $a<0$.

Câu 66: **[2D1-5.1-1] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023)** Hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 67: **[2D1-5.1-1] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1

A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Lời giải

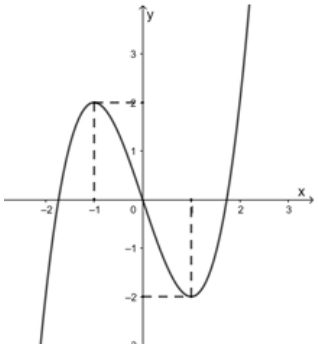
Chọn A

Đây là đồ thị hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow$ loại đáp án C,D.

Từ BBT, ta có $y'<0,\forall x\neq 1$.

Ta xét hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có $y'=-\dfrac{2}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$. Suy ra chọn đáp án A.

Câu 68: **[2D1-5.1-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ bên?

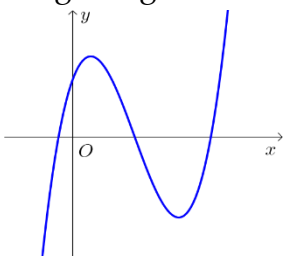


A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=3x-x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 69: **[2D1-5.1-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



A. $y=2x^3-6x^2+3x+1$. **B.** $y=-2x^3+6x^2-3x+1$.

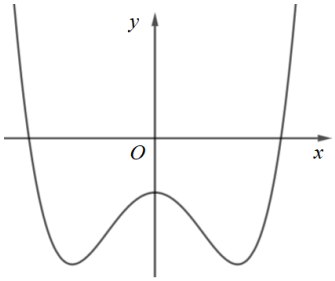
C. $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-\dfrac{1}{4}x^2+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a>0$.

Câu 70: **[2D1-5.1-1] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



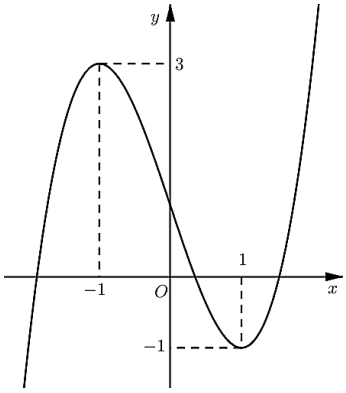
A. $a<0,c<0$. **B.** $a>0,c>0$. **C.** $a<0,c>0$. **D.** $a>0,c<0$.

Lời giải

Chọn D

Nhánh cuối đi lên nên $a>0$. Đồ thị giao với trục tung tại điểm nằm dưới trục hoành nên $c<0$.

Câu 71: **[2D1-5.1-1] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



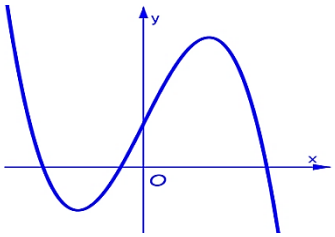
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có dạng đồ thị như đường cong đã cho là $y=x^3-3x+1$.

Câu 72: **[2D1-5.1-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

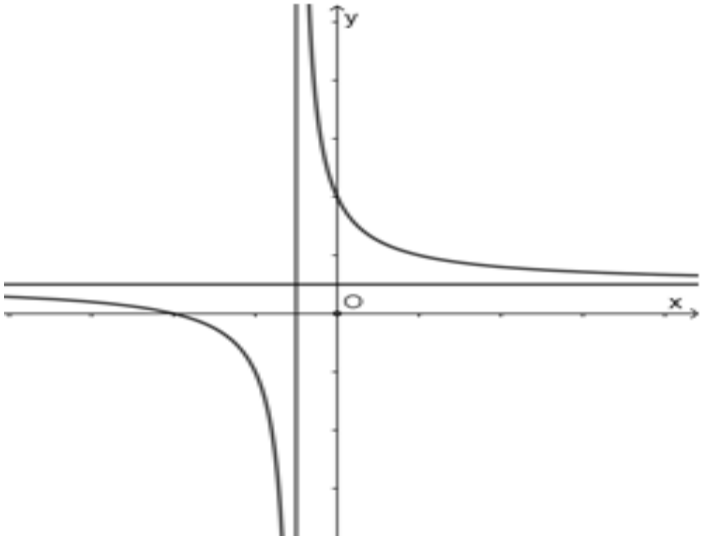
Chọn D

Đây là đồ thị hàm số bậc ba dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a<0$.

Suy ra, chọn đáp án D.

Câu 73: **[2D1-5.1-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

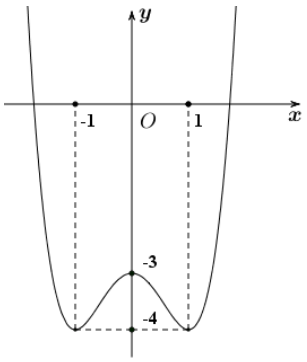
A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x+1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$



Lời giải

Chọn B

Câu 74: **[2D1-5.1-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên dưới?



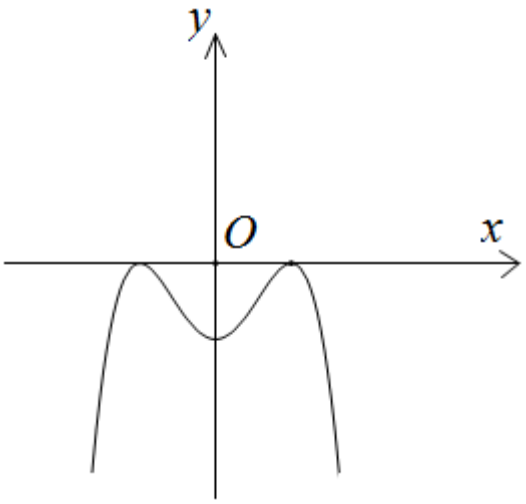
A. $y=x^2-4x+1$. **B.** $y=x^3-3x-5$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho không thể là đồ thị của hàm số bậc hai, bậc ba, hay hàm số phân thức hữu tỉ dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Do đó loại các phương án A, B, **D.**

Câu 75: **[2D1-5.1-1] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



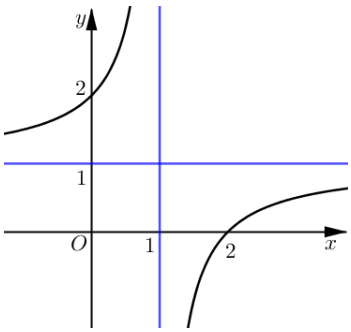
A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^4-3x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Hình đã cho là đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 76: [2D1-5.1-1] **(Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



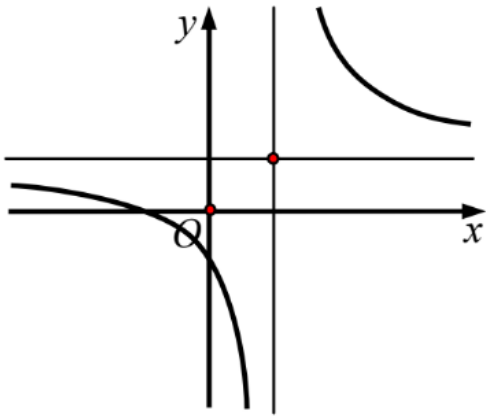
A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số cần tìm là $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 77: [2D1-5.1-1] **(Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



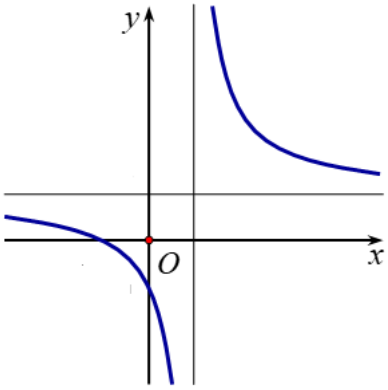
A. $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$.

Lời giải

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=a$ và tiệm cận ngang $y=b$ với $a,b>0$ do đó loại **Chọn A** và **C**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm, nên **Chọn D**

Câu 78: **[2D1-5.1-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** sau đây?

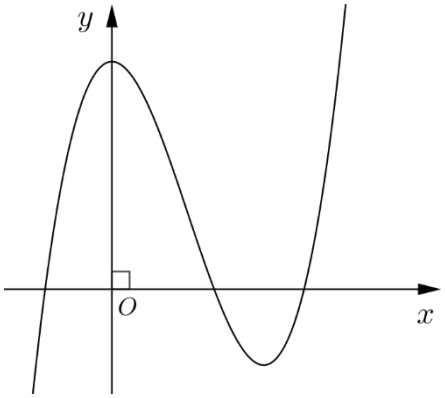


A. $y=x^2+x-1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2-1$. **D.** $y=x^3+x-1$.

Lời giải

Dựa vào dáng đồ thị ta có **Chọn B**

Câu 79: **[2D1-5.1-1] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba.

Giả sử hoành độ của điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là x_0

Trên khoảng $(x_0;+\infty)$ đồ thị hàm số có hướng đi lên nên hệ số của x^3 là số dương.

Câu 80: **[2D1-5.1-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x+3$.

C. $y=3x^4-6x^2+3$. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

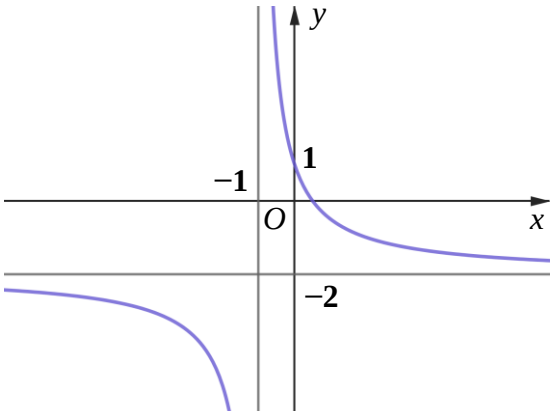
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bbt ta thấy đây là hàm bậc bốn trùng phương với hệ số $a>0$ loại B và D

Khi $x=1$thì $y=0$ suy ra loại A nên chọn C.

Câu 81: **[2D1-5.1-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3+x+1$. **C.** $y=\dfrac{-2x-1}{x+1}$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

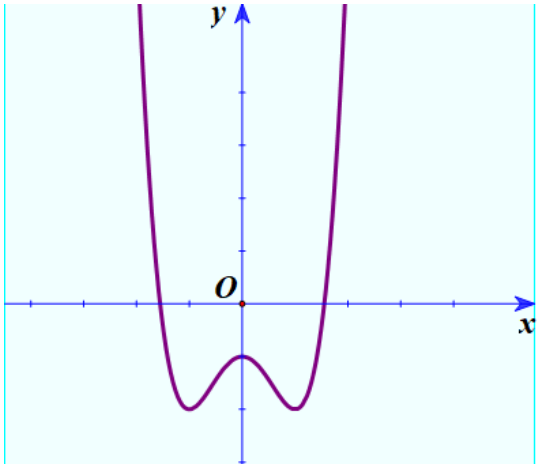
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

- Đường tiệm cận đứng $x=-1$;
- Đường tiệm cận ngang $y=-2$;
- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

Do đó, đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Câu 82: **[2D1-5.1-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

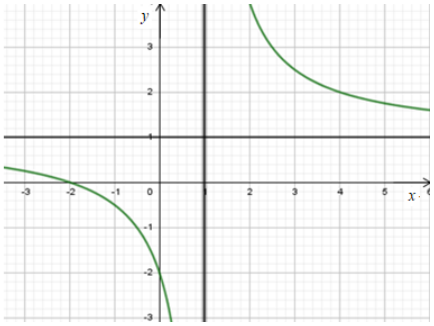


A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-2x^2-1$. **D.** $y=-x^2+2x-1$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị là đồ thị của hàm số trùng phương bậc bốn.

Câu 83: **[2D1-5.1-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<b<a$. **B.** $a<b<0$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<0;\ b<0$.

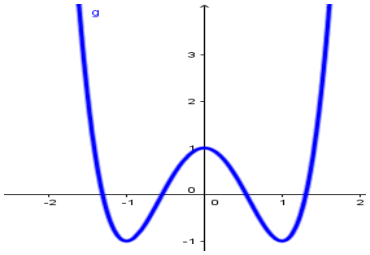
Lời giải

Từ đồ thị ta có $a=1;b=-2$

Câu 84: **[2D1-5.1-1] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

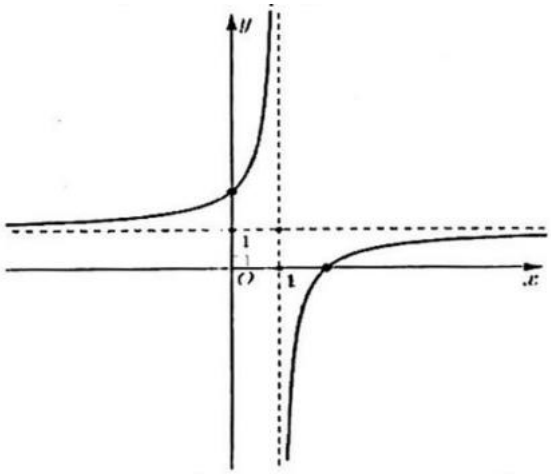
A. $y=-2x^4+4x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x-2$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

Lời giải



Từ đồ thị ta thấy $a>0$ loại đáp A,B. Và hình dáng đồ thị là hàm bậc bốn trùng phương do đó ta chọn phương án D

Câu 85: **[2D1-5.1-1] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hình dạng như hình vẽ sau:



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

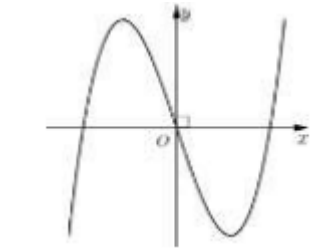
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy: TCĐ là $x=1$, TCN là $y=1$

Chỉ có hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có TCĐ là $x=1$, TCN là $y=1$.

Câu 86: **[2D1-5.1-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên

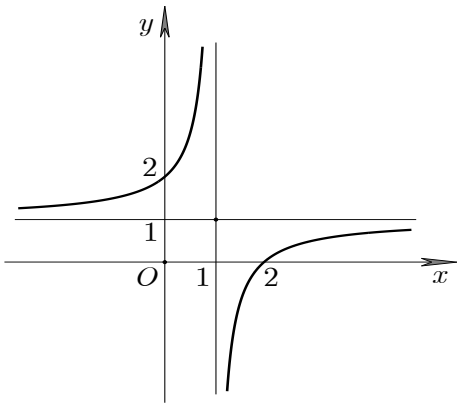
A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.



Lời giải

Chọn A

Câu 87: **[2D1-5.1-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

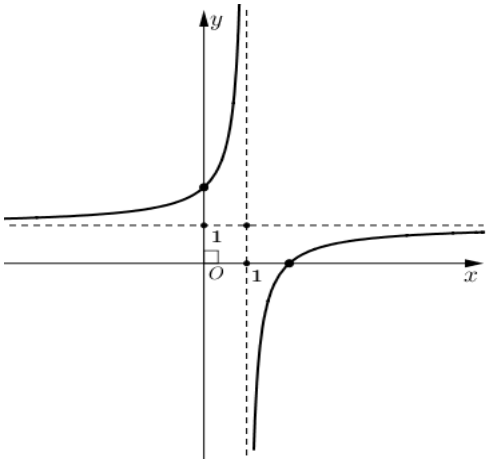
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 88: **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên?



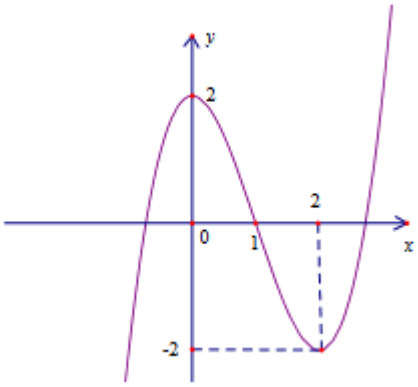
A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm nhất biến, đồ thị có các đường tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên chỉ có hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 89: **[2D1-5.1-1] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Trong các **Chọn C**ho thì ta thấy đồ thị trên là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên:

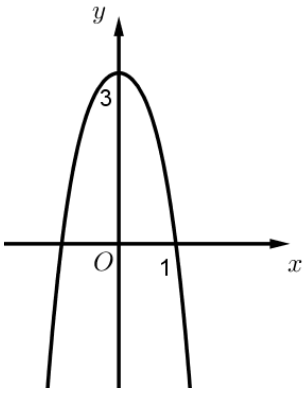
Loại **Chọn A** vì hệ số $a<0$.

Loại **Chọn D** vì là hàm số bậc bốn.

Vì đồ thị đi qua điểm $(2;-2)$ nên chỉ có **Chọn B** thỏa mãn.

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 90: **[2D1-5.1-1] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $-x^4-2x^2+3$. **C.** $y=-x^2-2x+3$. **D.** $y=x^4-4x^2+3$.

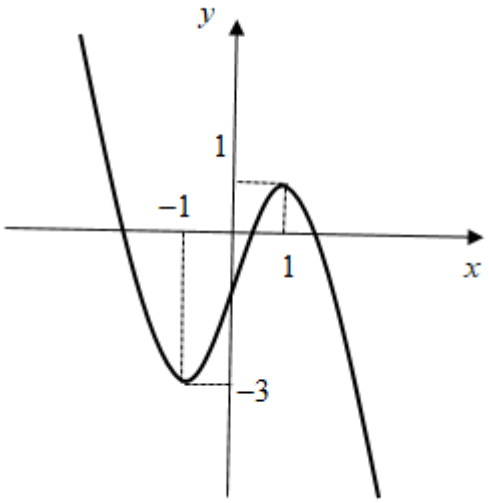
Lời giải

Chọn B

- Đồ thị hàm số nhận Oy là trục đối xứng $\Rightarrow$ Loại A,C.

- Đồ thị hàm số có một cực trị $\Rightarrow$ Loại D.

Câu 91: **[2D1-5.1-1] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Đồ thị như hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?

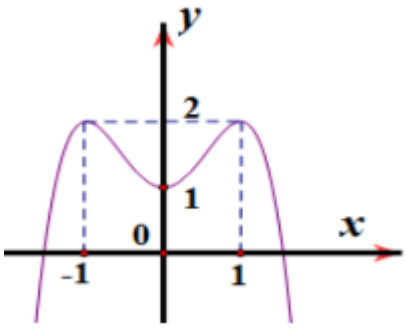


A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba nên loại **Chọn B** và **D**. Vì nhánh cuối cùng của đồ thị vẽ bằng nét đi xuống nên $a<0$ do đó **Chọn C**

Câu 92: **[2D1-5.1-1] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong hình bên?



A. $y=-x^3+3x+1.$ **B.** $y=x^3+3x^2+1.$ **C.** $y=-x^4+2x^2.$ **D.** $y=-x^4+2x^2+1.$

Lời giải

Chọn D

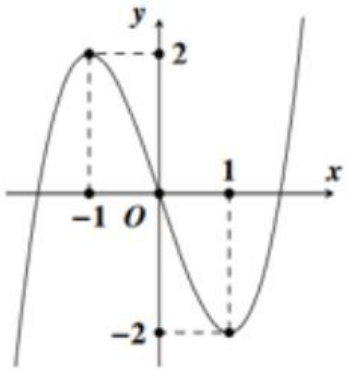
Nhìn đồ thị hàm số ta thấy, đồ thị hàm số đi qua $(-1;2),(1;2),(0;1)$.

Điểm $(0;1)$ không thỏa mãn hàm số $y=-x^4+2x^2$ nên loại đáp án C.

Điểm $(1;2)$ không thỏa mãn hàm số $y=-x^3+3x+1,\ y=x^3+3x^2+1$ nên loại đáp án A,B.

Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có đồ thị đi qua $(-1;2),(1;2),(0;1)$ nên đáp án D thỏa mãn.

Câu 93: **[2D1-5.1-1] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Hàm số nào dưới dây có đồ thị như hình vẽ sau?

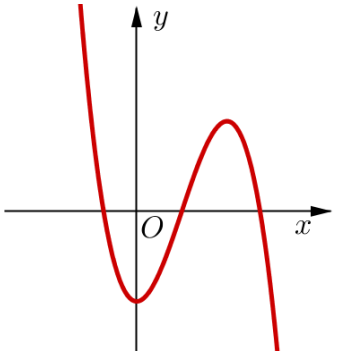


A. $y=x^4-2x^2+3.$ **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}.$ **C.** $y=x^3-3x.$ **D.** $y=-x^3+3x.$

Lời giải

Căn cư vào độ thi ta được hàm số bậc 3 với $a>0$. Ta được **Chọn C**

Câu 94: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-5.1-1]** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



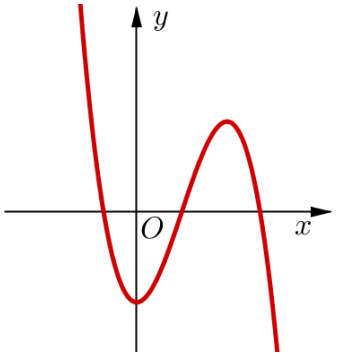
A. $y=x^4-x^2-2.$ **B.** $y=-x^3+3x^2-2.$ **C.** $y=x^3-3x^2-2.$ **D.** $y=-x^4+x^2-2.$

Lời giải

Chọn B

Quan sát hình vẽ kết hợp với đáp án ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc 3 có hệ số $a<0.$

Câu 95: **[2D1-5.1-1] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



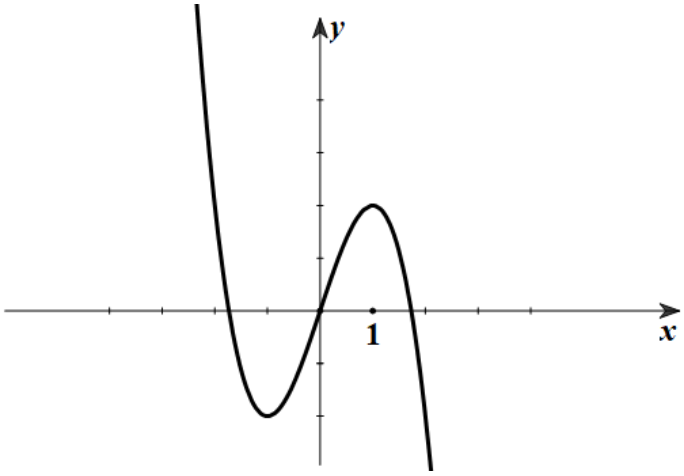
A. $y=x^4-x^2-2.$ **B.** $y=-x^3+3x^2-2.$ **C.** $y=x^3-3x^2-2.$ **D.** $y=-x^4+x^2-2.$

Lời giải

Chọn B

Quan sát hình vẽ kết hợp với đáp án ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc 3 có hệ số $a<0.$

Câu 96: **[2D1-5.1-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

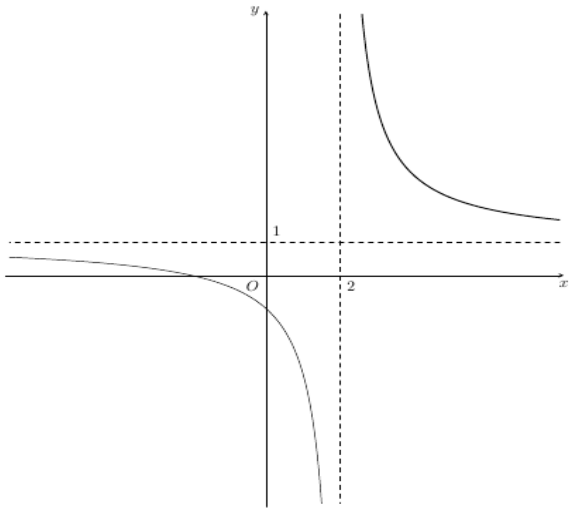


A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=3x^4-2x^2$.

Lời giải

Dễ thấy đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc ba và hệ số $a<0$.

Câu 97: **[2D1-5.1-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $y'<0, \forall x\neq 1$. **B.** $y'>0, \forall x\neq 1$. **C.** $y'>0, \forall x\neq 2$. **D.** $y'<0, \forall x\neq 2$.

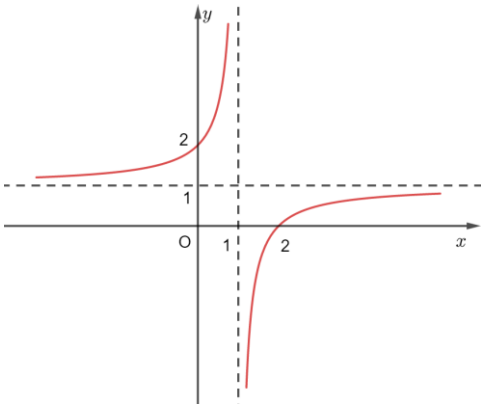
Lời giải

Từ đồ thị suy ra đường tiệm cận đứng là $x=2$. Do đó hàm số không xác định tại $x=2$.

Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định.

Vậy $y'<0, \forall x\neq 2$.

Câu 98: **[2D1-5.1-1] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

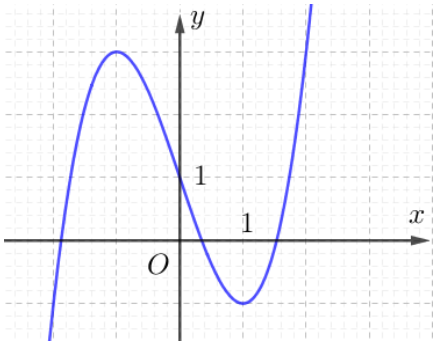


A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=x^3+3x^2$. **D.** $y=x^3-2x+3$.

Lời giải

Chọn B

Câu 99: **[2D1-5.1-1] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



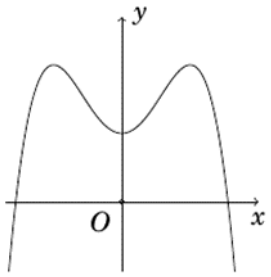
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$.

Câu 100: **[2D1-5.1-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^2-3x+1$.

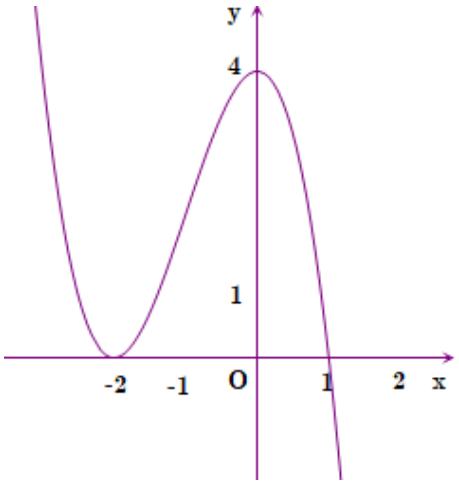
Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số có dạng của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại phương án B và. **D.**

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$, do đó loại phương án. **C.**

Câu 101: **[2D1-5.1-1] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- LẦN 2- 2022-2023)** Đường cong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



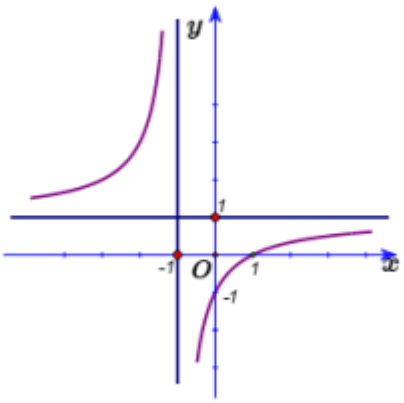
A. $y=x^3-3x+4$. **B.** $y=-x^3-3x^2+4$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta có $y(0)=4 \Rightarrow$ loại phương án C,D. Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow$ loại phương án A. Do đó $y=-x^3-3x^2+4$.

Câu 102: **[2D1-5.1-1] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

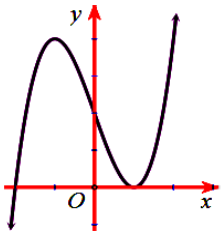
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Vậy đồ thị hàm số đó là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 103: **[2D1-5.1-1] (THPT - Liên Trường Quảng Nam-2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ bên, là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



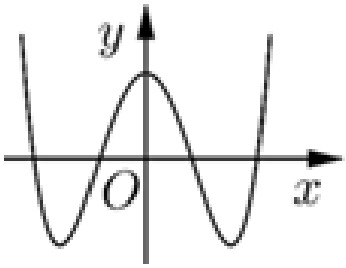
A. $y=x^3-3x+2$ **B.** $y=-x^4-3x^2-2$ **C.** $y=x^4-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x+2$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy, đây là đồ thị của hàm số bậc ba và nhánh bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên $a>0$ suy ra đây là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$.

Câu 104: [2D1-5.1-1] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^4-4x^2+1.$ **B.** $y=x^3-3x-2.$

C. $y=-x^3+3x^2+1.$ **D.** $y=-2x^4+4x^2+1.$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị trong hình vẽ là hình dạng của hàm bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$. Do đó loại phương án B và C

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$. Do đó loại phương án D

Câu 105: [2D1-5.1-1] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3+3x+1.$ **B.** $y=-x^4+2x^2+1.$ **C.** $y=x^4-2x^2+1.$ **D.** $y=x^3-3x+1.$

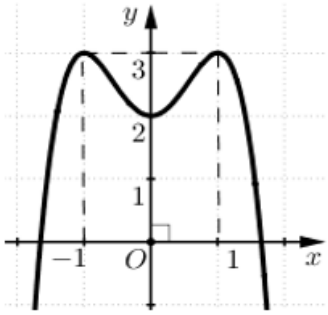
Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số cần tìm là hàm số bậc ba với hệ số a âm. Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x+1.$

Câu 106: **[2D1-5.1-1] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)**

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3+2x^2+2$.

B. $y=-x^3+2x^2+2$.

C. $y=-x^4+2x^2+2$.

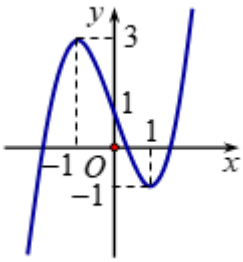
D. $y=x^4-2x^2-2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm trùng phương có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$.

Câu 107: **[2D1-5.1-1] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

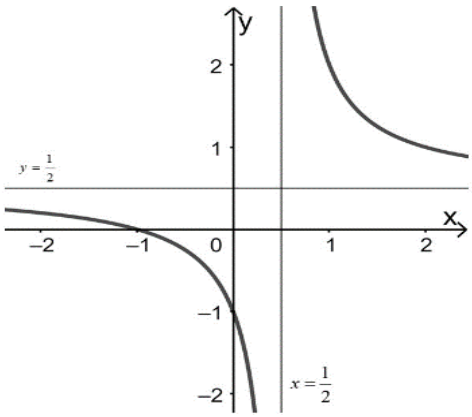
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta suy ra $a>0$ (Loại A, B)

Hàm số có hai cực trị. Vậy chọn D

Câu 108: **[2D1-5.1-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A. $y=\dfrac{-x+1}{-2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{-2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

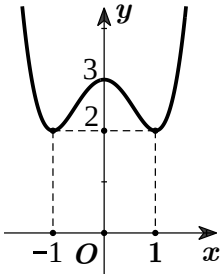
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang là nên loại các phương án **D.**

Đồ thị hàm sô cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên loại phương án A và **C.**

Câu 109: **[2D1-5.1-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên dưới?



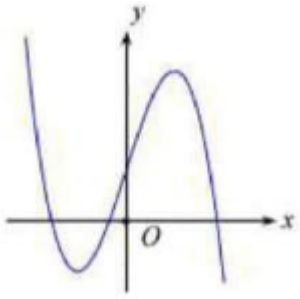
A. $y=-x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$.

C. $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị thấy có dạng đây là hàm trùng phương có hệ số $a>0$ nên **Chọn D**

Câu 110: **[2D1-5.1-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên:



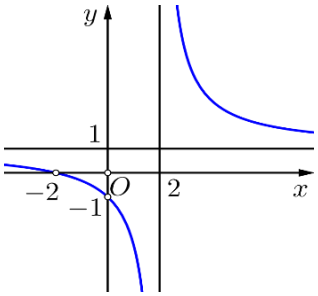
A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy đây là dạng của đồ thị số bậc 3, khoảng ngoài cùng là nghịch biến nên hệ số $a<0$.

Do đó **Chọn A**

Câu 111: **[2D1-5.1-1] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ ở bên?



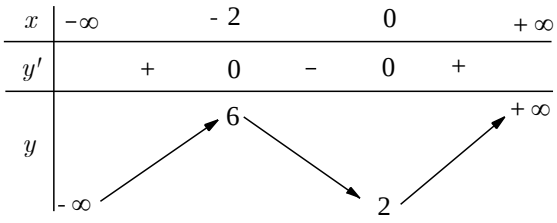
A. $y=\dfrac{x+2}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x+4}{2x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có đường tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=1$. Nên đáp án là **C**.

Câu 112: **[2D1-5.1-1] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như trong hình?



A. $y=x^4-2x^2+2$.. **B.** $y=x^3+3x^2+2$.. **C.** $y=-x^3-3x^2+2$.. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

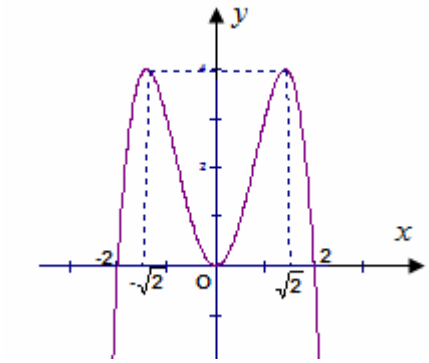
Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng biến thiên ta thấy đây là bảng biến thiên của đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$

nên ta chọn. **B**.

Câu 113: **[2D1-5.1-1] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^3+4x$. **C.** $y=-x^4+4x^2$. **D.** $y=x^3-4x$.

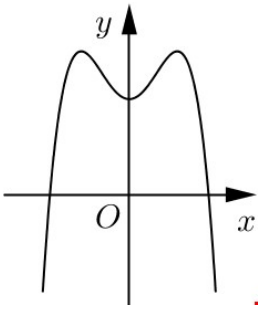
Lời giải

Chọn C

Hàm số trùng phương → Loại B, D

$\lim\limits_{x\to+\infty}=-\infty$ → **Chọn C**

Câu 114: **[2D1-5.1-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



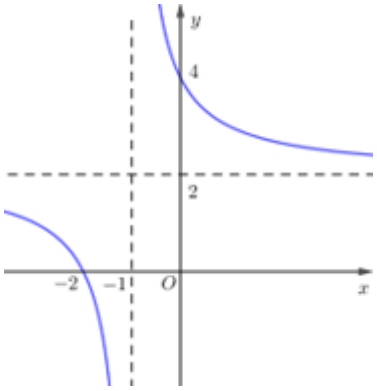
A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 115: **[2D1-5.1-1] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



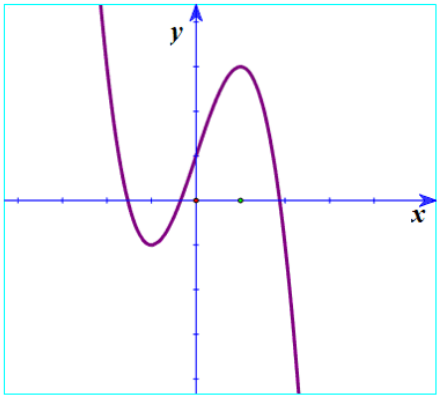
A. $(4;0)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;4)$.

Câu 116: [2D1-5.1-1] **(THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình sau?



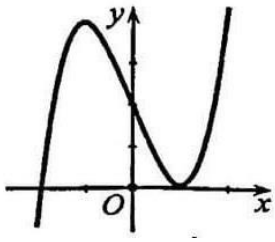
A. $y=\dfrac{-3x+1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^2-6x+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+3$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong đã cho là đồ thị hàm số bậc 3 $\Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 117: [2D1-5.1-1] **(THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



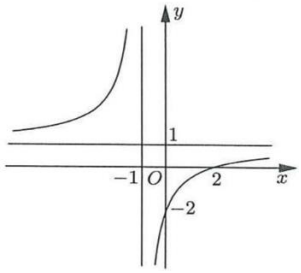
A. $y=x^2-3x+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=2x^4-x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị của hàm số bậc 3 và có hệ số $a>0$.

Câu 118: **[2D1-5.1-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thi là đường cong trong hình bên.



Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

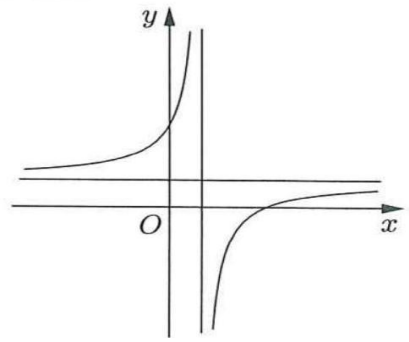
A. $(0;-2)$ **B.** $(2;0)$ **C.** $(-2;0)$ **D.** $(0;2)$

Lời giải

Chọn A

Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;-2)$

Câu 119: **[2D1-5.1-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

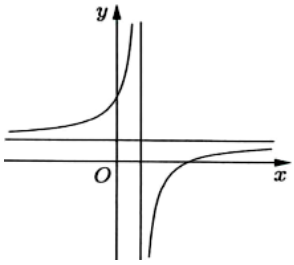
C. $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và hàm số đồng biến trên tập xác định.

Câu 120: **[2D1-5.1-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn B

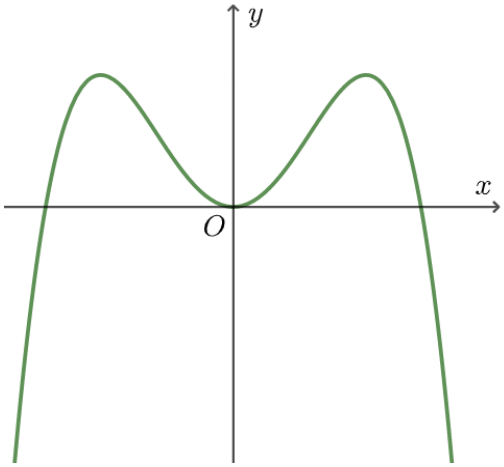
Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, nên loại hai phương án C,D.

Xét hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$, có $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}<0$.

Xét hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$, có $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$.

Vậy chọn phương án B.

Câu 121: **[2D1-5.1-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$.

C. $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

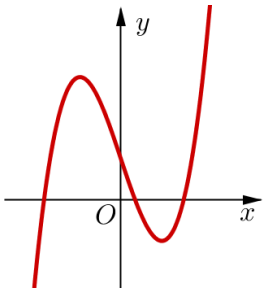
Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy:

- Hàm số có 3 cực trị, đối xứng qua trục tung Oy nên có dạng hàm số bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ $\Rightarrow$ loại **Chọn A** và. **B**.

- Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hệ số $a<0$ $\Rightarrow$ loại đáp án. **C**.

Câu 122: **[2D1-5.1-1] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



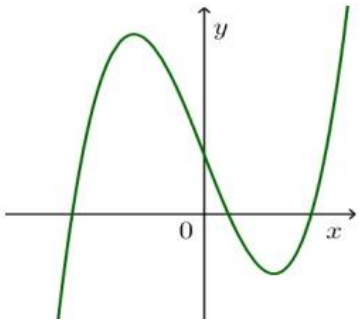
A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta nhận thấy đồ thị là của hàm số bậc 3 có hệ số chứa x^3 dương.

Câu 123: **[2D1-5.1-1] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Đường cong tronh hình bên là đồ thị của một hàm số ttong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

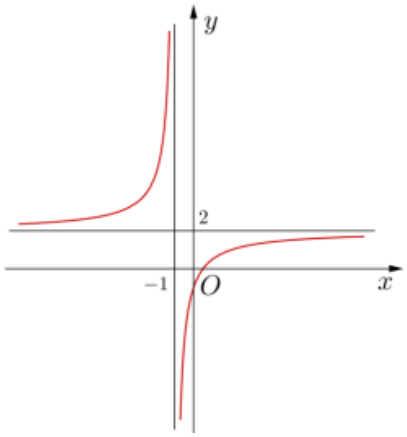
Lời giải

Từ dáng điệu đồ thị suy ra hệ số $a>0$ nên loại câu **C**.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy có tung độ dương nên loại câu **A.**

Từ đồ thị ta thấy, hoành độ hai điểm cực trị trái dấu nên đáp án đúng là câu **D.** (Ở phương án B có 1 điểm cực trị có hoành độ bằng 0.)

Câu 124: **[2D1-5.1-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$

Lời giải

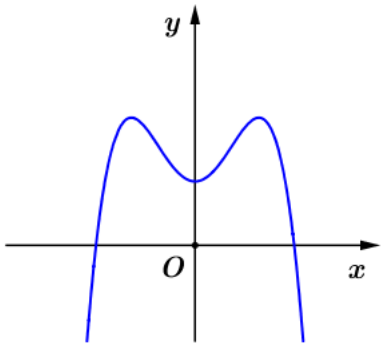
Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to -1^-} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to \infty} y=2$

Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=-1$ và TCN là $y=2$

Câu 125: **[2D1-5.1-1] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+2x^2+1$ **B.** $y=\dfrac{x-2}{3x-2}$

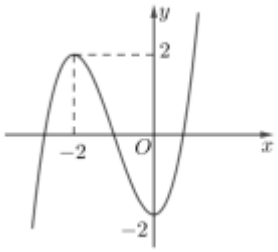
C. $y=-x^4+2x^2+1$ **D.** $y=-2x^2+1$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$.

Câu 126: **[2D1-5.1-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số nào dưới đây?



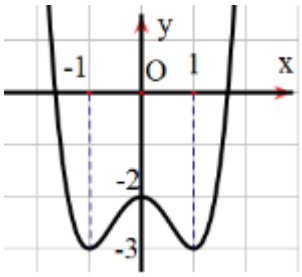
A. $y=x^4-3x^2-2\cdot$ **B.** $y=-x^4+3x^2-2\cdot$ **C.** $y=-x^3-3x^2-2\cdot$ **D.** $y=x^3+3x^2-2\cdot$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ và đồ thị là đồ thị hàm bậc ba nên chọn D.

Câu 127: [2D1-5.1-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



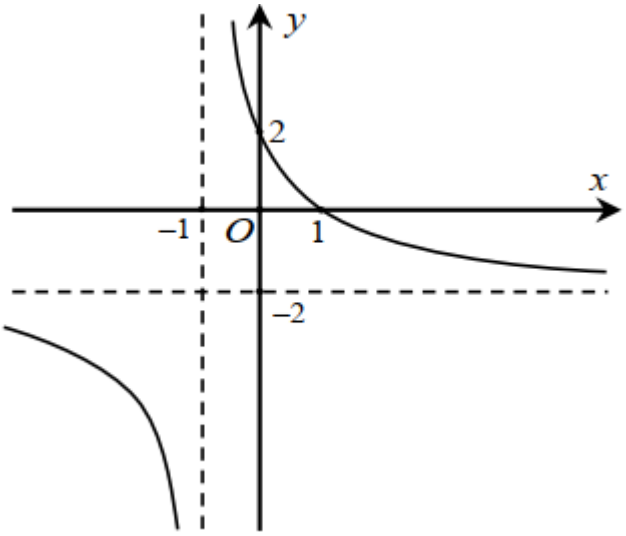
A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a>0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ - 2.

Câu 128: [2D1-5.1-1] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]Đường cong trong hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào sau đây?



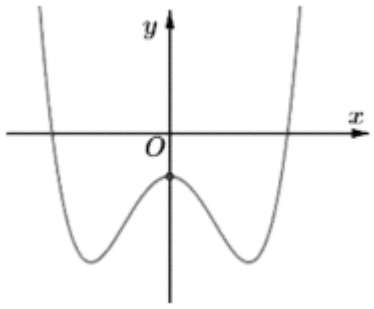
A. $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$. **B.** $y=x^4+2x^2+2$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+2}$. **D.** $y=2x^3-x+1$.

Lời giải

Đây là độ thị của hàm nhất biến nên loại **Chọn B** và **D**.

Từ đồ thị suy ra: Tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$. Loại **Chọn C**

Câu 129: [2D1-5.1-1] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023) Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b>0;c<0$.

Lời giải

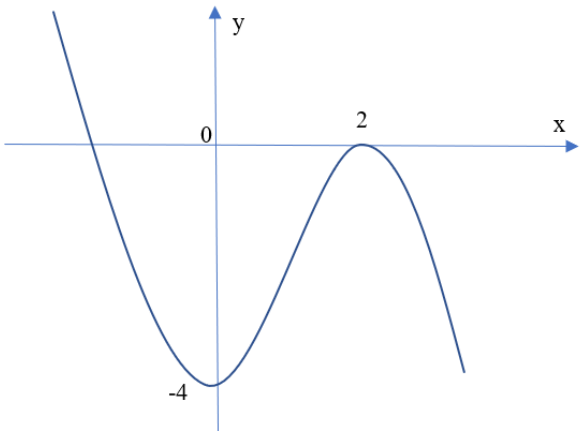
Chọn C

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Đồ thị có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0;c)$ nằm dưới trục hoành nên $c<0$.

Câu 130: [2D1-5.1-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023) Đồ thị hàm số dưới đây có dạng như đường cong hình bên



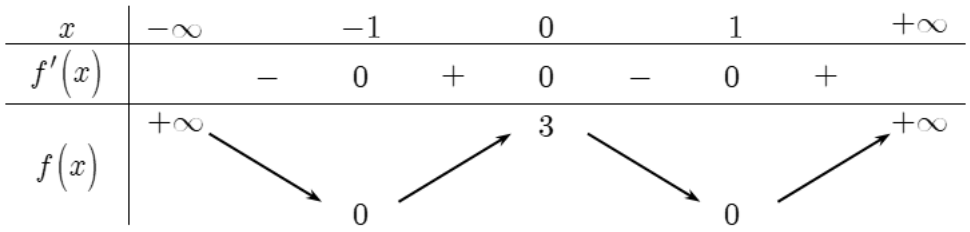
A. $y=x^3-3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+3x^2-4$. **C.** $y=-2x^3-6x^2+4$. **D.** $y=-x^4+2x^2-4$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm trên làm hàm bậc 3 với $a<0$ và hệ số tự do âm nên **Chọn B**

Câu 131: **[2D1-5.1-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x+3$.

C. $y=3x^4-6x^2+3$. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

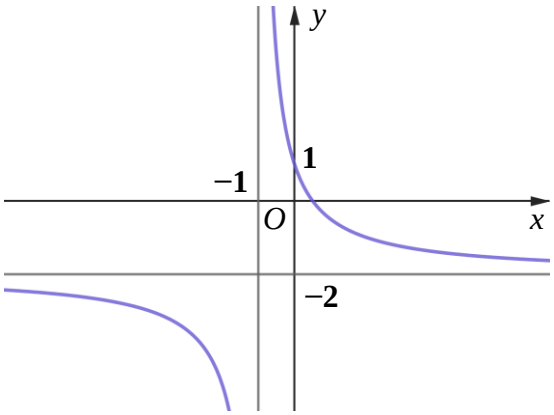
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bbt ta thấy đây là hàm bậc bốn trùng phương với hệ số $a>0$ loại B và D

Khi $x=1$ thì $y=0$ suy ra loại A nên chọn C.

Câu 132: **[2D1-5.1-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3+x+1$. **C.** $y=\dfrac{-2x-1}{x+1}$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

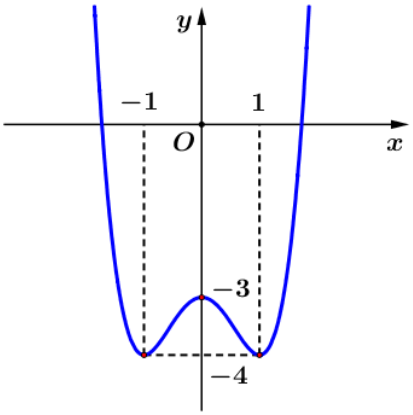
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

- Đường tiệm cận đứng $x=-1$;
- Đường tiệm cận ngang $y=-2$;
- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

Do đó, đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Câu 133: **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị

như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

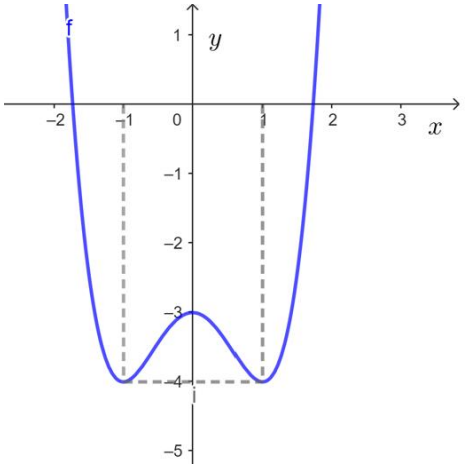
C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4+3x^2-3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đường cong là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a>0$, $d=-3$ và hàm số có ba cực trị suy ra $ab<0\Leftrightarrow b<0$.

Câu 134: **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Diện tích tam giác tạo bởi các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

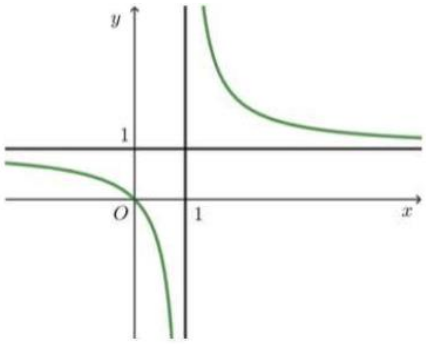
Lời giải

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A(-1;-4), B(1;-4), C(0;-3)$

Gọi $H(0;-4)$ là trung điểm của AB

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AB.CH=\frac{1}{2}.2.1=1$.

Câu 1: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận ngang là $y=1$ nên loại C,D

Giao điểm của đồ thị tại gốc tọa độ $O(0;0)$ nên loại A

Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ là B

Câu 2: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$.

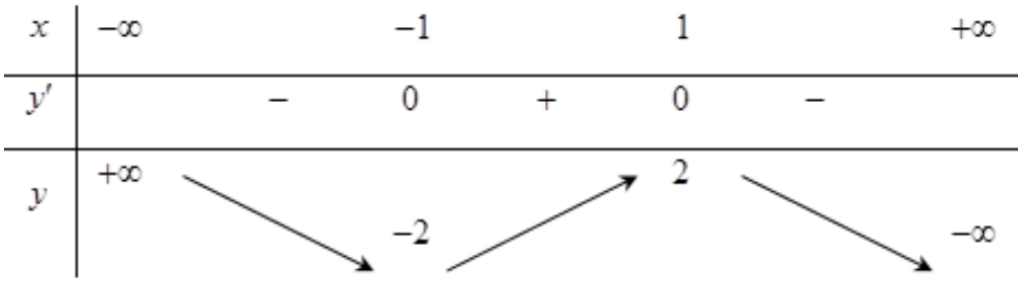
C. $y=x^3-3x-5$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Bảng biến thiên là BBT của hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$. Chọn đáp án A.

Câu 3: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình?

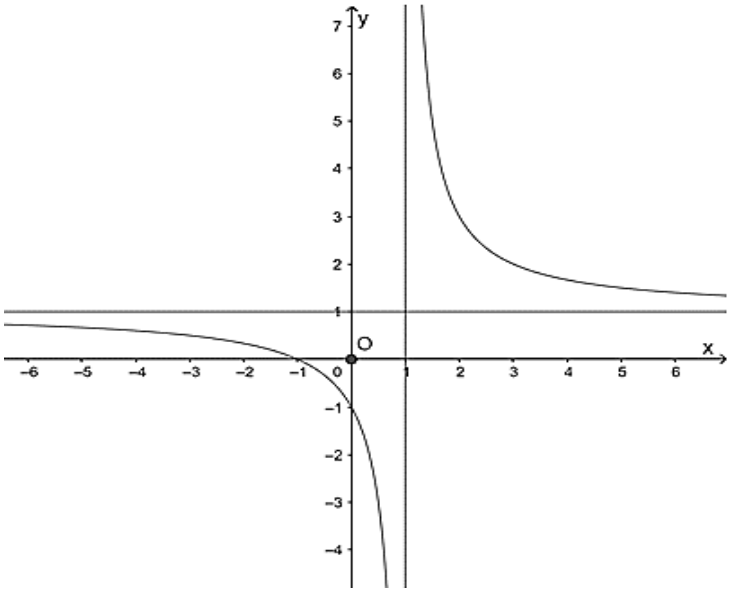


A. $y=\dfrac{x-3}{2x-1}$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây của hàm số là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



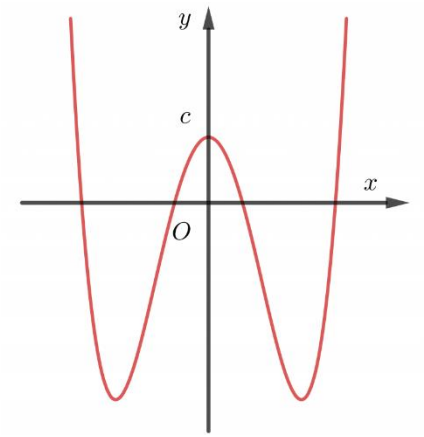
A. $y=x^2-x-3$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4-x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Dấu của các hệ số thực a,b,c là



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị có hình dạng như trên với hàm bậc bốn trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên $a>0,b<0$. Giá trị cực đại lớn hơn 0 nên $c>0$.

Câu 6: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+3}{x+b}$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-1
		$-\infty$			

Giá trị của $a+b$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

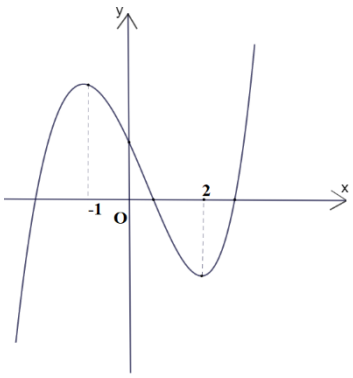
Chọn D

Tiệm cận đứng $x=-b=2\Rightarrow b=-2$.

Tiệm cận ngang $y=a=-1$

Suy ra $a+b=-3$.

Câu 7: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị của biểu thức $T=f(2)-f(0)$ bằng



A. -10. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3x^2+2bx+c$

Kết hợp đồ thị, ta có: $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3}=1 \\ \dfrac{c}{3}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-\dfrac{3}{2} \\ c=-6 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}x^2-6x+d$

Vậy $T=f(2)-f(0)=-10$.

Câu 8: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 9: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thực $a\neq 0$. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y=0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

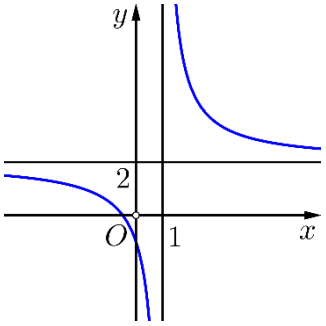
Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Ta lại có hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$.

Vì nhánh cuối của đồ thị đi lên mà phương trình $y=0$ vô nghiệm nên đồ thị nằm hoàn toàn trên $Ox\Rightarrow c>0$.

Câu 10: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $b<0,c<0,d<0$. **B.** $b<0,c>0,d<0$. **C.** $b>0,c>0,d<0$. **D.** $b>0,c<0,d<0$.

Lời giải

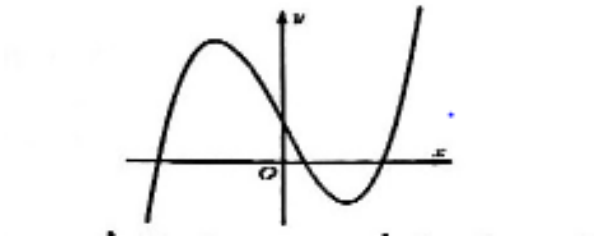
Chọn C

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\dfrac{a}{c}=2>0\Rightarrow c>0$ (do $a>0$)

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y=-\dfrac{d}{c}=1>0\Rightarrow d<0$ (do $c>0$)

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tung độ âm nên $\dfrac{b}{d}<0\Rightarrow b>0$ (do $d<0$).

Câu 11: **[2D1-5.1-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$.

C. $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số cần tìm có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ a\neq 0$ nên ta loại D

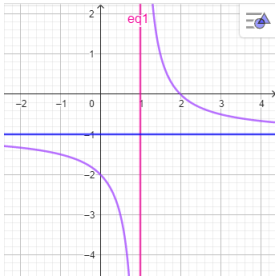
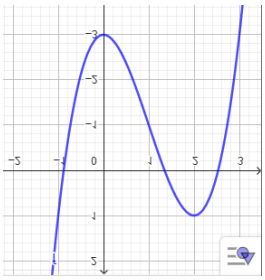
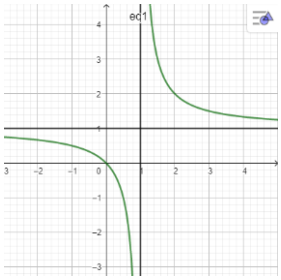
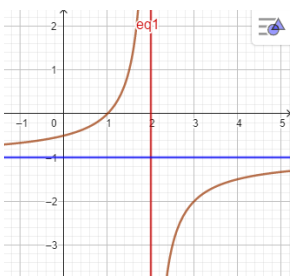
Từ hình dạng đồ thị ta suy ra $a>0$ nên ta loại B

Xét hàm số $y=x^3+3x+1$.

Ta có $y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y=x^3+3x+1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại**A.**

Câu 12: **[2D1-5.1-2] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ là hình nào dưới đây?

Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

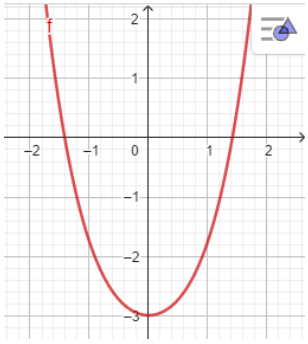
Chọn A

+ Hình dạng đồ thị loại B

+ $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$ loại D

+ Đường tiệm cận ngang là $y=-1$ nên nhận **A.**

Câu 13: **[2D1-5.1-2] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{1}{4}x^4+x^2-3$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}x^4-x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2+2$

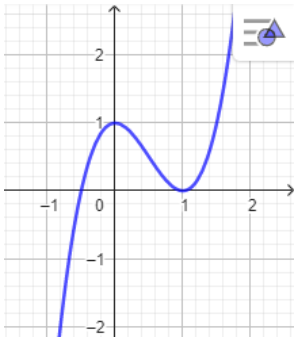
Lời giải

Chọn B

+ Đồ thị ngửa nên $a>0$. Loại A, C

+ Đồ thị có một điểm cực trị nên $a.b\geq 0$. Do đó chọn. **B.**

Câu 14: **[2D1-5.1-2] (Đề phát triển số 9)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-2x^3+3x^2+1$. **B.** $y=2x^3+3x^2+1$. **C.** $y=2x^3-3x^2+1$. **D.** $y=2x^3-3x^2-1$

Lời giải

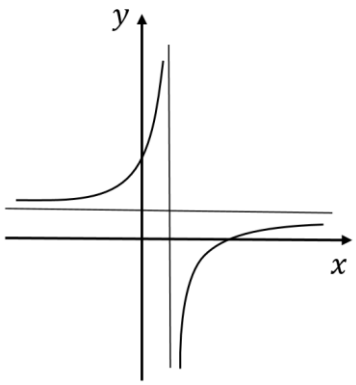
Chọn B

+ Khi $x\to+\infty; y\to+\infty$ nên loại A

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên loại D

+ Đồ thị có 2 điểm cực trị lần lượt có hoành độ $x=0; x=1$ nên loại **B**.

Câu 15: [2D1-5.1-2] Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



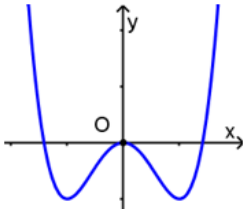
A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho thuộc dạng đồ thị hàm phân thức hữa tỷ bậc nhất nên dễ dàng loại 3 **Chọn A**, C, D (hàm đa thức).

Câu 16: [2D1-5.1-2] **(THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ?



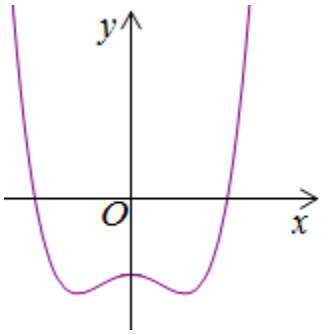
A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị là hàm trùng phương có dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a>0$, có ba điểm cực trị thì $ab<0$. Từ đó ta chọn được đáp án**A.**

Câu 17: **[2D1-5.1-2] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



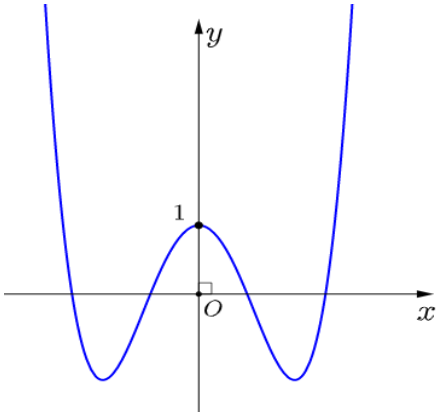
A. $y=x^4-x^2-1$. **B.** $y=-x^3+x^2-1$.

C. $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=x^4+x^2-1$.

Lời giải

Quan sát dạng đồ thị thì đây là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a>0$ và có ba cực trị nên $ab<0$. Do đó ta chọn đáp án A

Câu 18: **[2D1-5.1-2] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



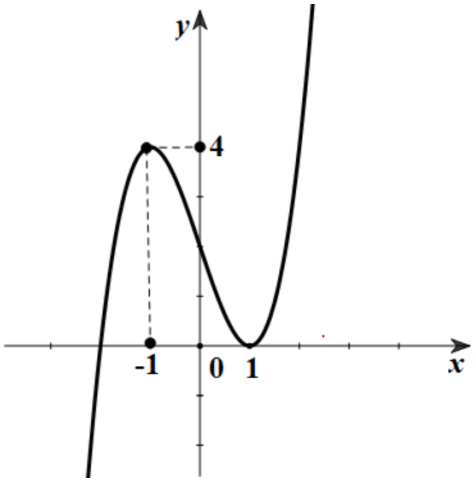
A. $y=x^4+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho thuộc dạng đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ nên dễ dàng loại **Chọn C** (hàm phân thức) và D (hàm bậc ba).

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên **Chọn B** (do $a.b<0$).

Câu 19: **[2D1-5.1-2] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ:



Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2, khi đó giá trị $P = x_1^2 + x_2^2$ là

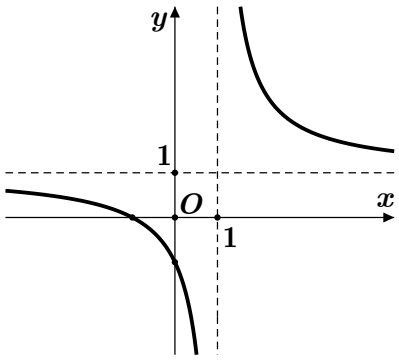
A. $P = 2$. **B.** $P = 17$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

Vậy $P = 1^2 + (-1)^2 = 2$.

Câu 20: **[2D1-5.1-2] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



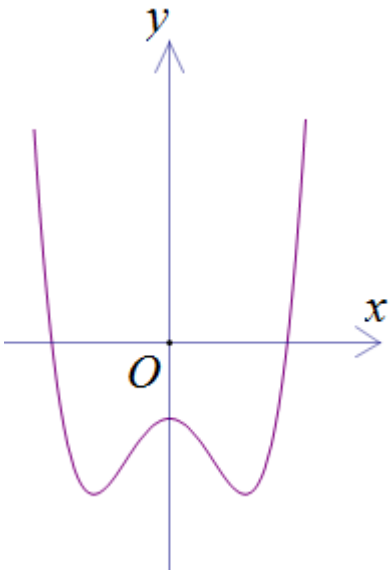
A. $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$.

Câu 21: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A) [2D1-5.1-2]** Biết rằng hình vẽ sau là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



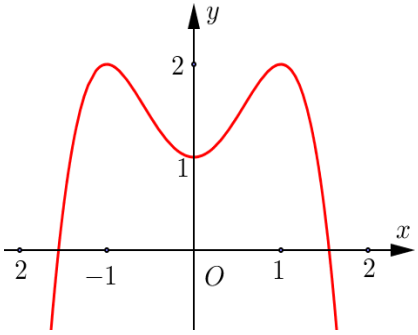
A. $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3+2x^2-2$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho là của hàm số $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 22: **[2D1-5.1-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



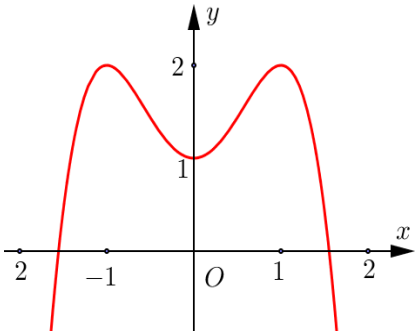
A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ có $a<0$ và $a.b<0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 23: **[2D1-5.1-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



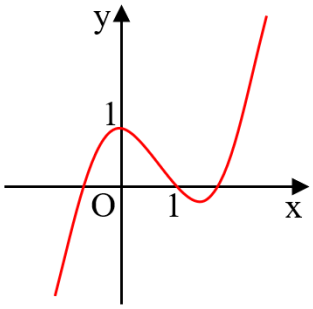
A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ có $a<0$ và $a.b<0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 24: [2D1-5.1-2] **(SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.



A. $y=x^3-x^2+2x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và đồ thị có 2 cực trị nên hàm số là hàm bậc 3 suy ra loại B, **D.**

Xét **Chọn A** $y=x^3-x^2+2x+1$ có $y'=3x^2-2x+2=0$ vô nghiệm vì $\Delta=4-24<0$.

Suy ra loại **Chọn A** **Chọn C**

Câu 25: [2D1-5.1-2] **(SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y=x^4-2x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

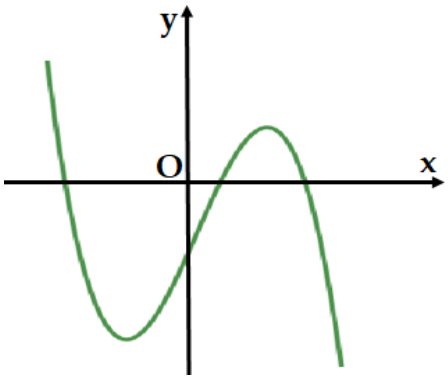
Chọn D

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số của x^4 dương và đi qua điểm $(0;1)$.

Do đó đây là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+1$..

Câu 26: [2D1-5.1-2] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình

dưới?



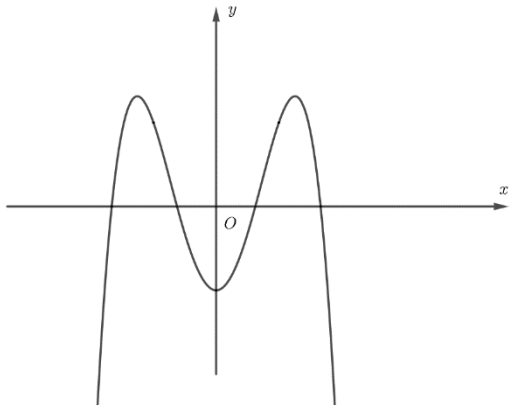
A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a<0)$.

Câu 27: **[2D1-5.1-2] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c \ (a,\ b,\ c\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

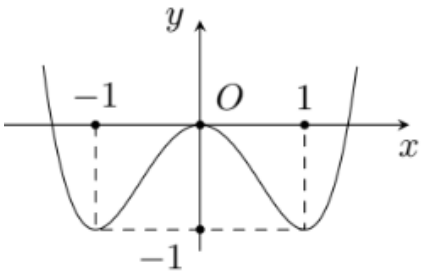
Chọn B

- Hệ số $a<0$ vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.

- Hàm số có 3 điểm cực trị nên a,b trái dấu do đó $b>0$.

- Hàm số cắt trục tung ở phía dưới trục Ox nên $c<0$.

Câu 28: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $-x^4+2x^2$.

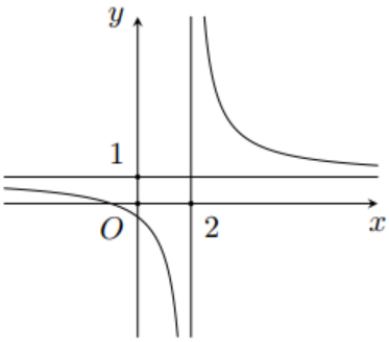
Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm bậc 4 nên loại **Chọn A** và C

Dựa vào nhánh cuối của đồ thị ta được $a>0$ nên **Chọn B**

Câu 29: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Với các số thực $a,b,c,d\left(ac\neq 0;ad-bc\neq 0\right)$, cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là.



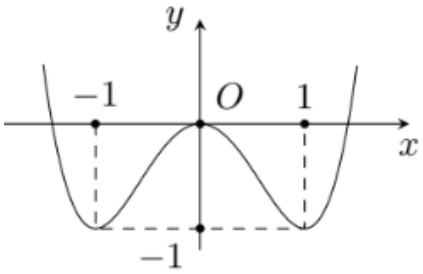
A. $(1;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $x=2;y=1$

Câu 30: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $-x^4+2x^2$.

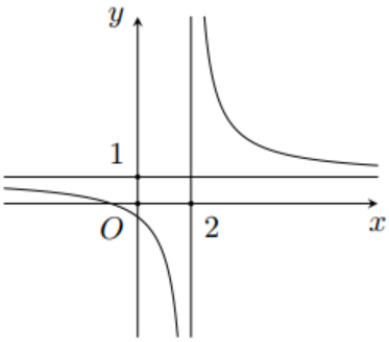
Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm bậc 4 nên loại **Chọn A** và C

Dựa vào nhánh cuối của đồ thị ta được $a>0$ nên **Chọn B**

Câu 31: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Với các số thực $a,b,c,d\left(ac\neq 0;ad-bc\neq 0\right)$, cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là.



A. $(1;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $x=2;y=1$

Câu 32: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có hai tiệm cận $x=-1$ và $y=2$.

Hơn nữa $y'>0$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 33: **[2D1-5.1-2] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có hai tiệm cận $x=-1$ và $y=2$.

Hơn nữa $y'>0$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 34: **[2D1-5.1-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\searrow$	1

A. $y=x^4-4x^2+3$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào BBT ta thấy đây là BBT của hàm nhất biến nên loại A và D

Với $y=\dfrac{x-3}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(x-2)^2}>0,\forall x\neq 2$ nên loại **C.**

Câu 35: **[2D1-5.1-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

A. $y=x^3+3x^2-2$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

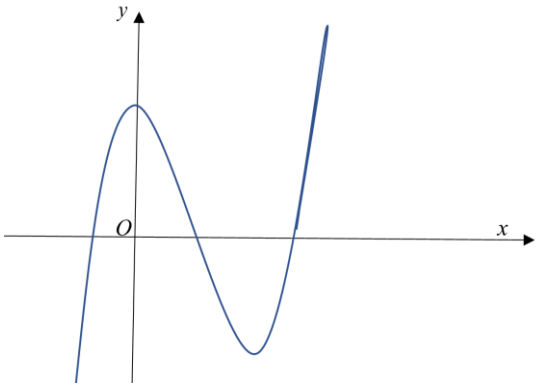
Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại A,. C.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty;-1$ và $-1;+\infty$ nên chọn. D.

Câu 36: **[2D1-5.1-2] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?



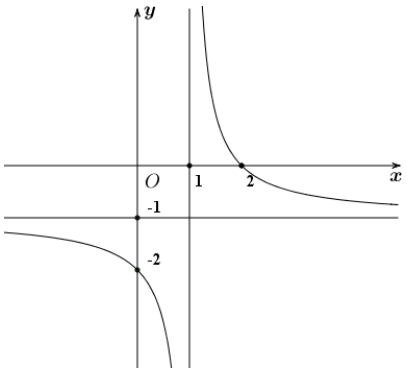
A. $y=-x^3+4x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+10$.

C. $y=x^4-9x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+4$.

Lời giải

Chọn D

Câu 37: **[2D1-5.1-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.



A. $T=-9$ **B.** $T=-7$ **C.** $T=12$ **D.** $T=10$

Lời giải

Chọn A

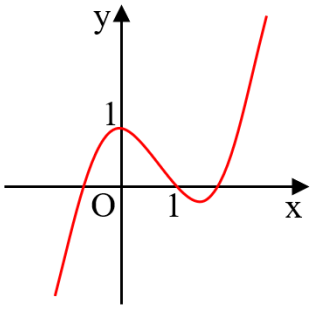
Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Suy ra $c=-1$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$. Suy ra $a=-1$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ giao với trục tung tại điểm có hoành độ -2. Suy ra $\dfrac{b}{c}=-2\Rightarrow b=2$.

Vậy $T=-9$.

Câu 38: **[2D1-5.1-2] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.



A. $y=x^3-x^2+2x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

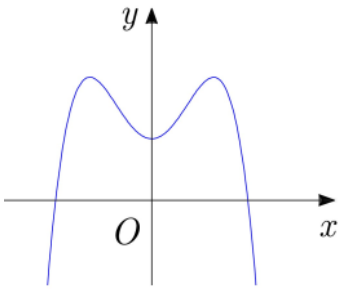
Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và đồ thị có 2 cực trị nên hàm số là hàm bậc 3 suy ra loại B, **D.**

Xét **Chọn A** $y=x^3-x^2+2x+1$ có $y'=3x^2-2x+2=0$ vô nghiệm vì $\Delta=4-24<0$.

Suy ra loại **Chọn A** **Chọn C**

Câu 39: **[2D1-5.1-2] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



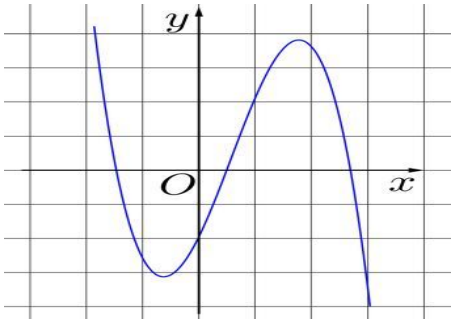
A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là hàm bậc 4 với $a<0$.

Câu 40: **[2D1-5.1-2] (THPT Cụm 3 - Bạc Liêu - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,b>0,c>0,d<0$.

B. $a<0,b<0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$.

D. $a<0,b>0,c<0,d>0$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy nhánh đồ thị ngoài cùng bên phải hướng xuống suy ra $a<0$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm suy ra $d<0$

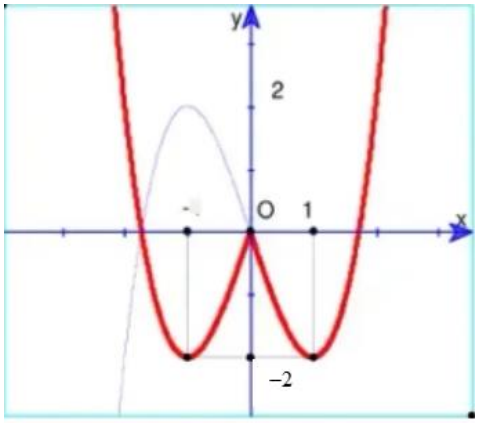
Gọi x_1,x_2 là 2 điểm cực trị của hàm số.

Ta có: $x_1+x_2=\dfrac{-b}{3a}>0\rightarrow b>0$

Và $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\rightarrow c>0$

Vậy $a<0,b>0,c>0,d<0$.

Câu 41: **[2D1-5.1-2] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|$. **B.** $y=\left|x\right|^3+3\left|x\right|$. **C** $y=\left|x^3+3x\right|$. **D.** $y=\left|x^3-3x\right|$.

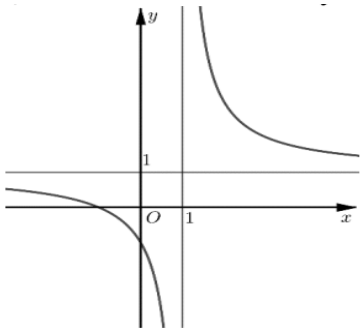
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: Hàm số cần tìm là hàm chẵn và có đồ thị đi qua điểm $(1;-2)$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=\left|x^3\right|-3\left|x\right|$.

Câu 42: **[2D1-5.1-2] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



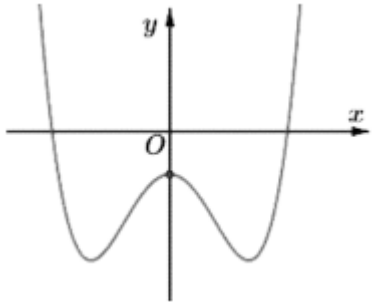
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 43: **[2D1-5.1-2] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b>0;c<0$.

Lời giải

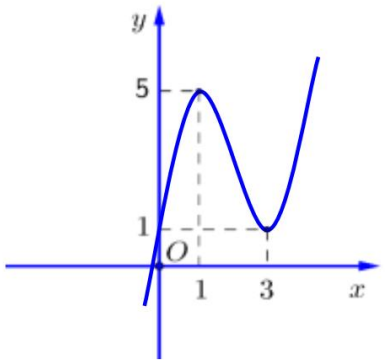
Chọn C

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Đồ thị có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0;c)$ nằm dưới trục hoành nên $c<0$.

Câu 44: **[2D1-5.1-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,b>0,c<0,d>0$.

B. $a>0,b<0,c>0,d>0$.

C. $a<0,b<0,c>0,d<0$.

D. $a>0,b>0,c>0,d>0$.

Lời giải

Chọn B

Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a>0$.

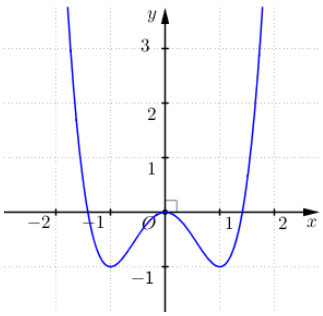
Khi $x=0$ thì $y=d=1>0$.

Mặt khác $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $\frac{-2b}{3a}=4\Rightarrow b=-6a<0;\frac{c}{3a}=3\Rightarrow c=9a>0$.

$\Rightarrow a>0,b<0,c>0,d>0$

Câu 45: **[2D1-5.1-2] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$.

B. $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=-x^4+2x^2+1$.

D. $y=-x^4+2x^2$.

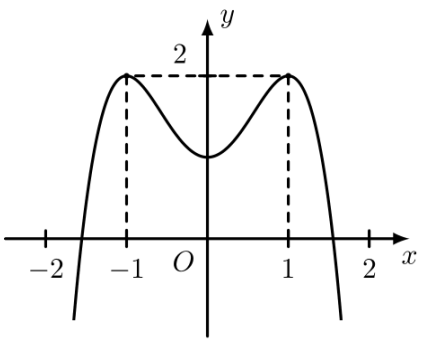
Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên suy ra **Chọn C**,D bị loại.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án A.

Câu 46: **[2D1-5.1-2] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



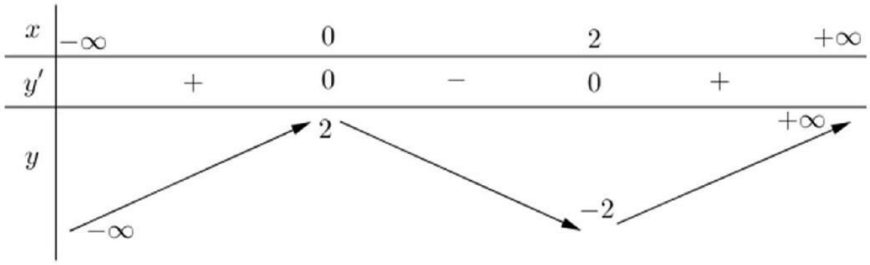
A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đây là hình dáng của đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$, mặt khác nhánh cuối đi xuống nên $a<0$. Vậy **Chọn D**

Câu 47: **[2D1-5.1-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=-x^3+3x^2-3$. **B.** $y=x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

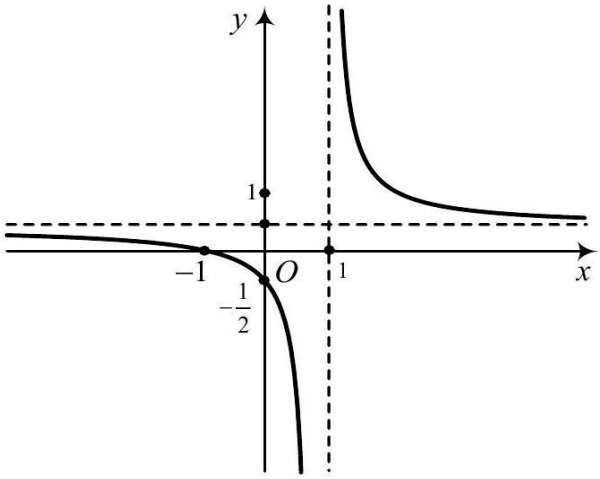
Lời giải

Chọn D

Kiểm tra phương án D: $y=x^3-3x^2+2$.

Có: $a=1>0, y'=3x^2-6x, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=2\\x=2\Rightarrow y=-2\end{array}\right.$. Thỏa mãn.

Câu 48: **[2D1-5.1-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



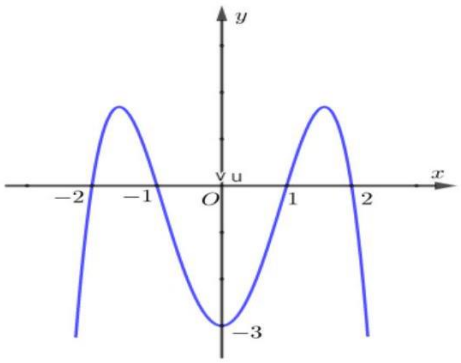
A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$. **C.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có TCN là: $y=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ Loại A, B, C.

Câu 49: **[2D1-5.1-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

Lời giải

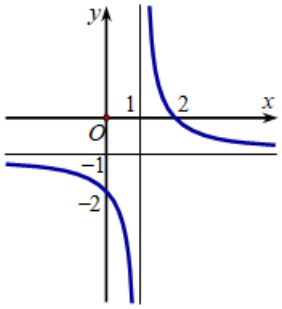
Chọn A

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow ab<0\Rightarrow b>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c<0$.

Câu 50: **[2D1-5.1-2] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2) vvv** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Lời giải

Chọn C

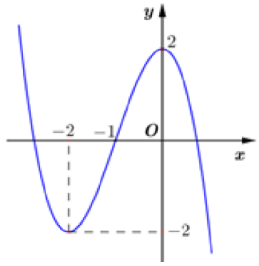
Ta có: $y'=\dfrac{-a+b}{(x-1)^2}$.

Từ đồ thị suy ra hàm số nghịch biến nên: $-a+b<0\Leftrightarrow a>b$.

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$ nên $a<0$.

Vậy $b<a<0$.

Câu 51: **[2D1-5.1-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



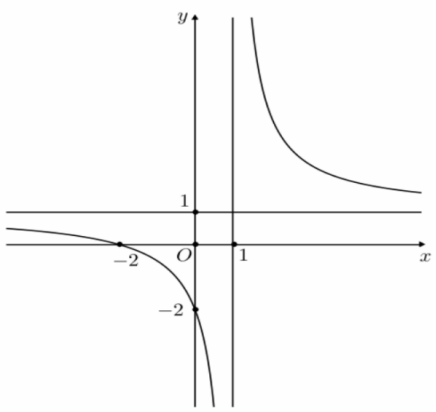
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Trên hình vẽ là đồ thị của một hàm số bậc ba có hệ số $a<0$, có hai điểm cực trị $x=-2;x=0$.

Trong các phương án, chỉ có hàm số $y=-x^3-3x^2+2$ thoả mãn.

Câu 52: **[2D1-5.1-2] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị là hình vẽ với a,b,c là các số nguyên.



Tính giá trị của biểu thức $P=2a+3b-c$.

A. $P=6$. **B.** $P=8$. **C.** $P=7$. **D.** $P=9$.

Lời giải

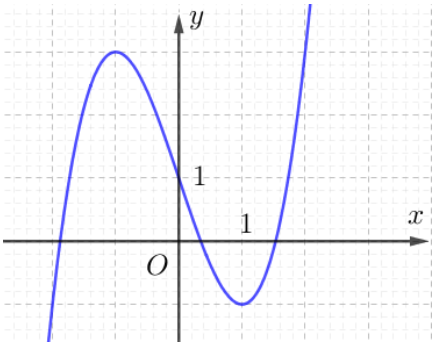
Tiệm cận ngang $x=-c$. Từ đồ thi ta được $-c=1\Leftrightarrow c=-1$.

Giao với Oy: khi $x=0$ thì $y=\dfrac{b}{c}$. Từ đồ thị $\dfrac{b}{c}=-2\Leftrightarrow b=-2c$ mà $c=-1$ nên $b=2$

Tiệm cận ngang $y=a$. Từ đồ thi ta được $a=1$.

Ta có $P=2a+3b-c=2.1+3.2-(-1)=9$

Câu 53: **[2D1-5.1-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



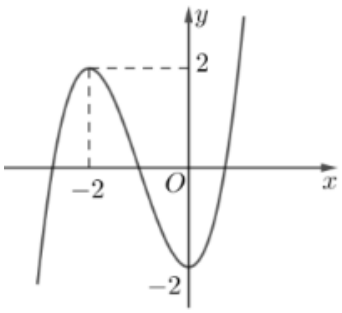
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$.

Câu 54: **[2D1-5.1-2] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2-2$. **B.** $y=-x^4+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-2$.

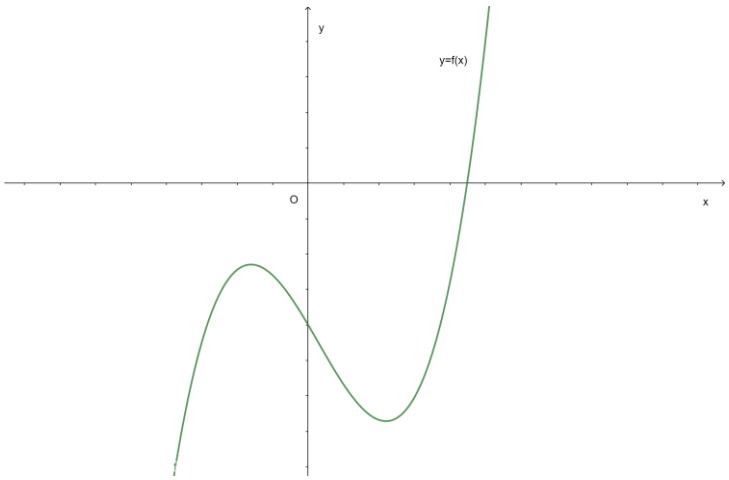
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và hệ số $a>0$.

Nên hàm số thỏa mãn là $y=x^3+3x^2-2$.

Câu 55: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** [2D1-5.1-2] Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn đáp án **đúng**?



A. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.

Lời giải

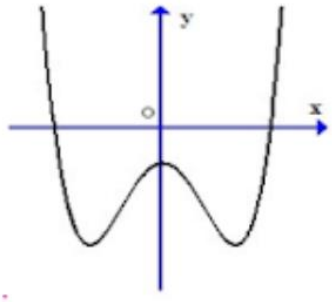
Chọn D

Ta có $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $f'(x)=3ax^2+2bx+c$:

- $f(0)=d<0$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, do đó $a>0$.
- Tổng hai điểm cực trị của hàm số $x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}>0\Leftrightarrow b<0$
- Tích hai điểm cực trị của hàm số $x_1x_2=\dfrac{c}{3a}<0\Leftrightarrow c<0$

Vậy, $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.

Câu 56: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2)** **[2D1-5.1-2]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;b<0;c>0.$ **B.** $a>0;b>0;c<0.$ **C.** $a>0;b<0;c<0.$ **D.** $a>0;b>0;c<0.$

Lời giải

Chọn C

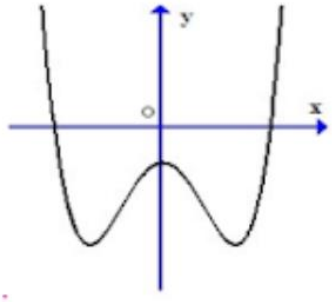
Đồ thị hàm số bên tay phải hướng từ dưới lên trên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c<0$.

Vậy $a>0;b<0;c<0.$

Câu 57: **[2D1-5.1-2]** **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;b<0;c>0.$ **B.** $a>0;b>0;c<0.$ **C.** $a>0;b<0;c<0.$ **D.** $a>0;b>0;c<0.$

Lời giải

Chọn C

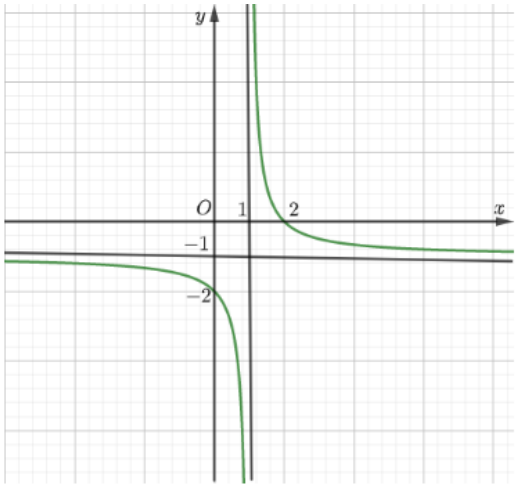
Đồ thị hàm số bên tay phải hướng từ dưới lên trên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c<0$.

Vậy $a>0;b<0;c<0.$

Câu 58: **[2D1-5.1-2]** **(THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng:



A. $S=0\cdot$ **B.** $S=-2\cdot$ **C.** $S=2\cdot$ **D.** $S=4\cdot$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Tiệm cận ngang: $y=\frac{a}{c}=-1$

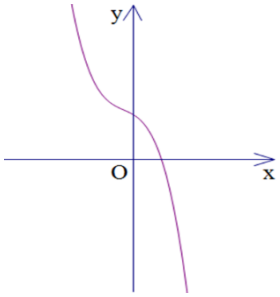
Tiệm cận đứng: $x=\frac{1}{c}=1$

Từ đây suy ra: $\begin{cases}a=-1\\c=1\end{cases}$.

Lại có đồ thị cắt trục hoành tại $x=2$ nên $2a+b=0$ hay $b=-2a=2$.

Vậy $S=a+b+c=-1+2+1=2$.

Câu 59: **[2D1-5.1-2] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Cho biết hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d, a\neq 0$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

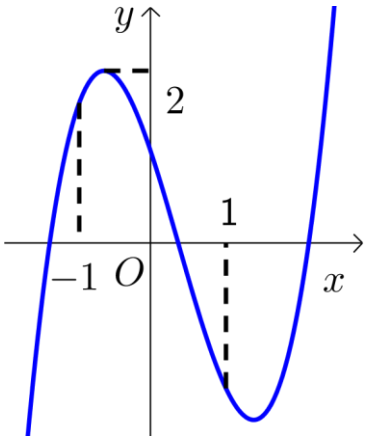
Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

Nhìn vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và không có điểm dừng nên $y'=3ax^2+2bx+c<0,\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra $\begin{cases}a<0\\ \Delta'=b^2-3ac>0\end{cases}$.

Vậy $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$.

Câu 60: **[2D1-5.1-2] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a>0,b>0,c<0,d>0$.

B. $a>0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b>0,c<0,d>0$.

D. $a<0,b<0,c<0,d<0$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3ax^2+2bx+c$

* Hệ số $a>0$

* Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;d)(d>0)\Rightarrow d>0$

* Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow ac<0\Rightarrow c<0$

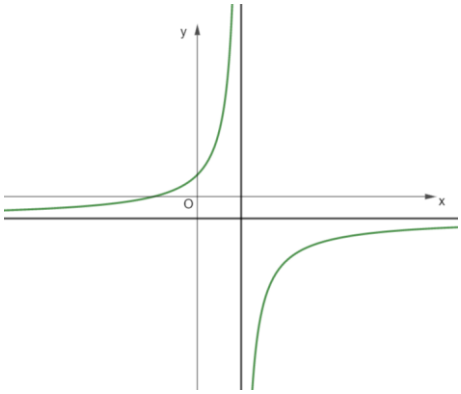
* Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(a;y_A),B(b;y_B)$, trong đó $|b|>|a|$ hay $b>-a$

$\Rightarrow$ Hàm số có tâm đối xứng $I(0;y_I)$

$\Rightarrow -\dfrac{b}{3a}=\dfrac{a+b}{2}>0\Leftrightarrow\dfrac{b}{a}<0\Rightarrow b<0$

Vậy $a>0,b<0,c<0,d>0$

Câu 61: **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



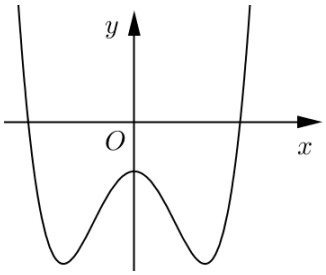
A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{-x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có dáng hình của hàm $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại đáp án A và D.

Tiệm cận ngang của đồ thị nằm dưới trục hoành nên $y=\dfrac{a}{c}<0$. Do đó loại C.

Câu 62: **[2D1-5.1-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a>0,b<0,c<0.$ **B.** $a<0,b>0,c<0.$

C. $a>0,b<0,c>0.$ **D.** $a>0,b>0,c<0.$

Lời giải

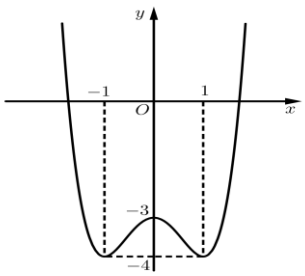
Chọn A

Đồ thị hướng lên $\Rightarrow a>0.$

3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b<0\Rightarrow b<0.$

Đồ thị $\cap Oy$ tại điểm nằm dưới $Ox\Rightarrow c<0.$

Câu 63: **[2D1-5.1-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong hình bên



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-3x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong đã cho có dạng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên loại hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $x=-1;x=0;x=1$ nên loại các hàm số

$y=x^4+2x^2-3$, $y=x^4-3x^2-3$.

Ta thấy hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có đồ thị giống như đường cong đã cho.

Câu 64: **[2D1-5.1-2] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

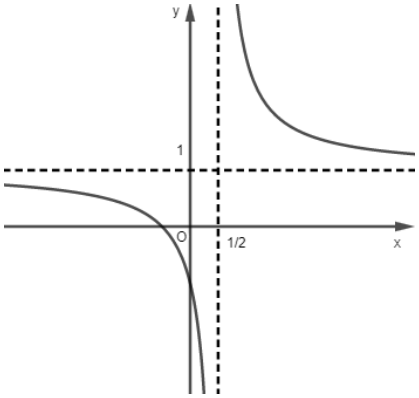
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $a>0$. Loại đáp án B,D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-3)$ nên chọn đáp án A.

Câu 65: **[2D1-5.1-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong (nét đậm) trong hình sau?



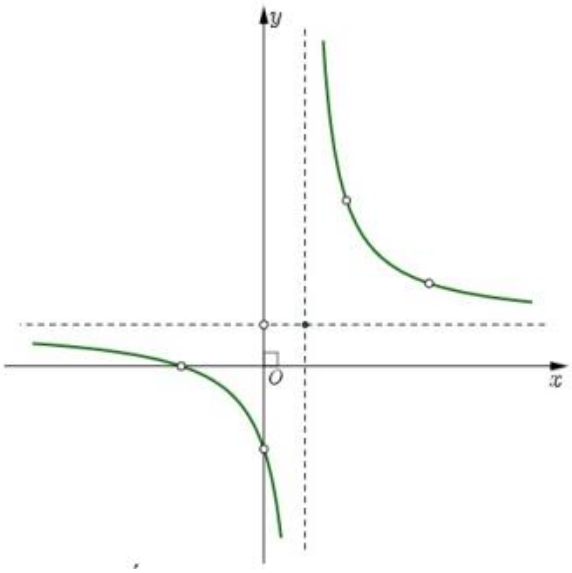
A. $y=\dfrac{x^2-2x+1}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-1}$. **C.** $y=2x^3-\dfrac{9}{2}x^2+3x$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong (nét đậm) trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 66: **[2D1-5.1-2] (THPT Thuận Thành- Bắc Ninh-2022 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

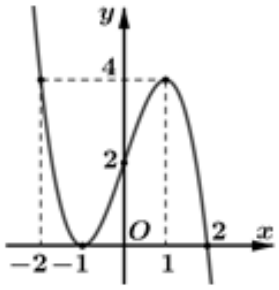
Từ đồ thị hàm số ta có: Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng: $x=c>0$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng: $y=a>0$.

Đồ thị giao với trục tung tại điểm có tung độ $y=\dfrac{b}{c}<0$ mà $c>0\Rightarrow b<0$.

Vậy có hai số dương a và c.

Câu 67: **[2D1-5.1-2] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào?



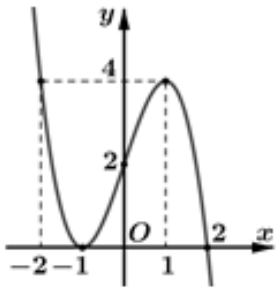
A. $y=(x+1)^2(2-x)$. **B.** $y=(x+1)^2(x-2)$

C. $y=(x-1)^2(x+2)$. **D.** $y=-(x-1)^2(x+2)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a<0$ nên loại **Chọn B** và **C**, giao với trục hoành tại điểm có hoành độ -1 và 2 nên **Chọn A**

Câu 68: **[2D1-5.1-2] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y=(x+1)^2(2-x)$. **B.** $y=(x+1)^2(x-2)$

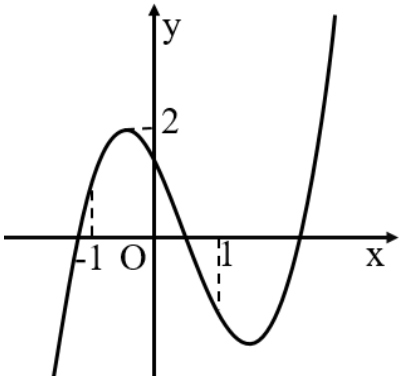
C. $y=(x-1)^2(x+2)$. **D.** $y=-(x-1)^2(x+2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a<0$ nên loại **Chọn B** và **C** giao với trục hoành tại điểm có hoành độ -1 và 2 nên **Chọn A**

Câu 1: **[2D1-5.1-3] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a>0, b<0, c<0, d>0$. **B.** $a<0, b<0, c<0, d<0$.

C. $a>0, b>0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b>0, c>0, d<0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là đường đi lên từ $-\infty$ nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $-1<x_1<0<1<x_2$ nên $y'=3ax^2+2bx+c$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $-1<x_1<0<1<x_2$. Suy ra: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0 \end{cases}$. Kết hợp với $a>0$, $d>0$ ta được: $a>0, b<0, c<0, d>0$.

Câu 2: **[2D1-5.1-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0$

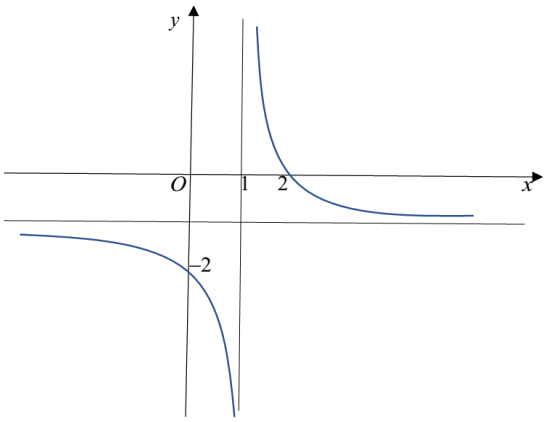
$f(0)=d=1>1\Rightarrow d>0$.

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$ vì $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-2;x=0\Rightarrow c=0$.

$x_{cd}+x_{ct}=-2+0=-2<0\Rightarrow\dfrac{-2b}{3a}<0\Rightarrow b>0$.

Vậy có ba số dương.

Câu 3: **[2D1-5.1-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$, có đồ thị là hình vẽ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.



A. $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=-7$.

Lời giải

Chọn C

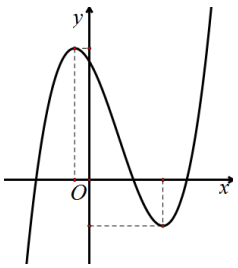
Tiệm cận đứng $x=-c=1\Rightarrow c=-1$.

Tiệm cận ngang $y=a=-1$.

Giao điểm trục Oy là $y=\dfrac{b}{c}=-2\Rightarrow b=2$.

$T=a-3b+2c=-1-6-2=-9$

Câu 4: **[2D1-5.1-3] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a,b,c,d?



A. $a>0,b<0,d>0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,d>0,c>0$.

C. $a<0,b>0,d>0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,d<0,c>0$.

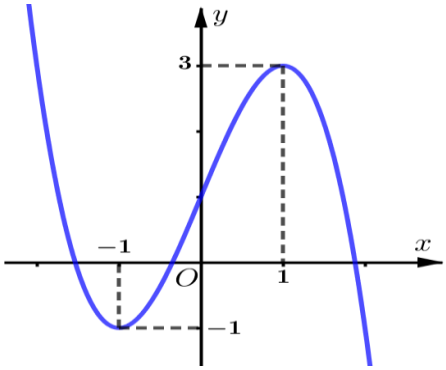
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0, d>0$.

Mà $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm thỏa mãn: $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b<0 \\ c<0 \end{cases}$.

Vậy $a>0, b<0, d>0, c<0$.

Câu 5: **[2D1-5.1-3] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho $f(x)=(x-1)^3-3x+3$. Đồ thị hình bên là của hàm số có công thức



A. $y=-f(x+1)-1$. **B.** $y=-f(x-1)+1$. **C.** $y=-f(x-1)-1$. **D.** $y=-f(x+1)+1$.

Lời giải

Ta có $f(x)=(x-1)^3-3(x-1)$

Thử điểm đối với từng đáp án

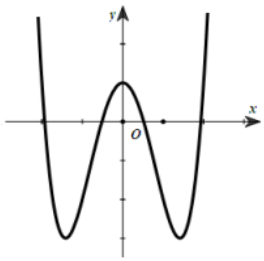
Chọn A $y=-f(x+1)-1 \Rightarrow y(1)=-f(2)-1=1 \Rightarrow$ Loại

Chọn B $y=-f(x-1)+1 \Rightarrow y(1)=-f(0)+1=-1 \Rightarrow$ Loại

Chọn C $y=-f(x-1)-1 \Rightarrow y(1)=-f(0)-1=-3 \Rightarrow$ Loại

Chọn D $y=-f(x+1)+1 \Rightarrow y(1)=-f(2)+1=3 \Rightarrow$ thoả mãn.

Câu 6: **[2D1-5.1-3] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c, (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0, b>0, c<0$. **B.** $a>0, b<0, c>0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a<0, b>0, c>0$.

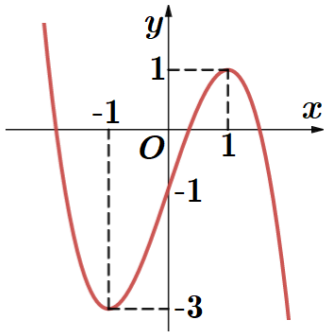
Lời giải

Do đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;c)$ nằm phía trên trục Ox nên $c>0$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$.

Câu 1: **[2D1-5.2-3] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Phương trình $\left|f\left(|x|\right)\right|=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm với m là tham số thực?

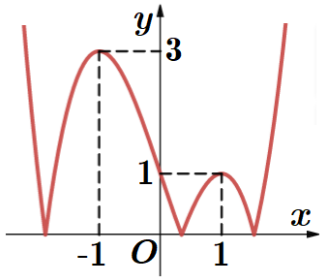
A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8

Lời giải

Chọn D

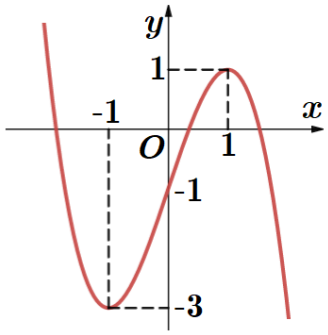
Phương trình $\left|f\left(|x|\right)\right|=m$ có nhiều nghiệm nhất khi phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có nhiều nghiệm dương nhất.

Từ đồ thị $f(x)$ ta có đồ thị $\left|f(x)\right|$ như sau:



Từ đồ thị $\left|f(x)\right|$ ta thấy phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có tối đa bốn nghiệm dương nên phương trình $\left|f\left(|x|\right)\right|=m$ có tối đa tám nghiệm.

Câu 2: **Ví dụ 1. [2D1-5.2-3] (Đề phát triển số 9) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.**



Ví dụ 2. Phương trình $f\left(|x|+m\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực phân biệt với m là tham số thực?

A. 4 **B.** 2 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=|x|+m$ với $t\ge m$, khi đó với $t>m$ ta được hai nghiệm x, với $t=m$ ta được một nghiệm $x=0$ và $t<m$ phương trình vô nghiệm.

Ta thấy phương trình $f(t)=0$ có ba nghiệm phân biệt nên phương trình $f(|x|+m)=0$ có tối đa 6 nghiệm phân biệt.

Câu 3: **[2D1-5.2-3] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $|f(x)|=3$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|f(x)|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=3 \\ f(x)=-3 \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên:

Phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=-3$ có 1 nghiệm thự **C.**

Vậy phương trình $|f(x)|=3$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 1: **[2D1-5.2-4] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)(x^2-25)(x+2)$. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+8|x|-4m-m^2\right)$ có đúng 5 điểm cực trị

A. -4. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-3)(x^2-25)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=5\\x=-5\\x=-2\end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^3+8x-4m-m^2\right)$.

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left(3x^2+8\right)f'\left(x^3+8x-4m-m^2\right)=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+8x-4m-m^2=3\\x^3+8x-4m-m^2=5\\x^3+8x-4m-m^2=-5\\x^3+8x-4m-m^2=-2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+8x=4m+m^2+3\\x^3+8x=4m+m^2+5\\x^3+8x=4m+m^2-5\\x^3+8x=4m+m^2-2\end{array}\right.$$

Để hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+8|x|-4m-m^2\right)$ có đúng 5 điểm cực trị thì $h(x)=f\left(x^3+8x-4m-m^2\right)$ có đúng 2 điểm cực trị dương.

Mặt khác $y=x^3+8x\Rightarrow y'=3x^2+8>0\forall x\in\mathbb{R}$ là hàm đơn điệu nên $M=x^3+8x$ có duy nhất một nghiệm.

$h(x)=f\left(x^3+8x-4m-m^2\right)$ có đúng 2 điểm cực trị dương khi $h'(x)=0$ có đúng 2 nghiệm đơn dương. $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x^3+8x=4m+m^2+5>0\\x^3+8x=4m+m^2+3>0\\x^3+8x=4m+m^2-2\le0\\x^3+8x=4m+m^2-5<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^2+4m+5>0\\m^2+4m+3>0\\m^2+4m-2\le0\\m^2+4m-5<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2-\sqrt{6}\le m<-3\\-1<m\le-2+\sqrt{6}\\do\quad m\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=0\end{array}\right.$

Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng -4.

Câu 2: **[2D1-5.2-4] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $\left|f\left(x\right)+2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là

A. $\left[2;4\right)$. **B.** $\left[4;6\right)$. **C.** $\left(2;6\right)$. **D.** $\left(4;6\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a\neq 0)$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f'(-1)=0 \\ f'(1)=0 \\ f\left(-1\right)=4 \\ f\left(1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -a+b-c+d=4 \\ a+b+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases}$$

$\Rightarrow f\left(x\right)=x^3-3x+2 \Rightarrow y=f\left(x\right)+2=x^3-3x+4$

Có bảng biến thiên của hàm số là

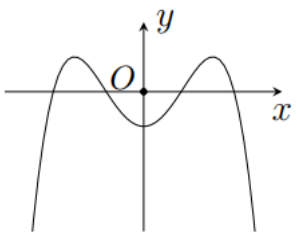
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	4	↘	2	↗	$+\infty$

Từ đó ta có BBT

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y=\left\|f(x)+2\right\|$	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra phương trình $\left|f\left(x\right)+2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là $4\leq m<6$.

Câu 1: **[2D1-5.3-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Xét dấu của a,b,c.



A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$.

C. $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn C

Khi $x\to+\infty$ thì $y\to-\infty$ suy ra $a<0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab<0\Rightarrow b>0$.

Lại có $y(0)=c<0$..

Câu 2: **[2D1-5.3-2] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Tập xác định của hàm số $y=(9-x^2)^{\frac{1}{3}}+(x-2)^{-2}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $D=(-3;2)\cup(2;3)$.

C. $D=[-3;3]\setminus\{2\}$. **D.** $D=(-3;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $\begin{cases}9-x^2>0\\x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<3\\x\neq 2\end{cases}$

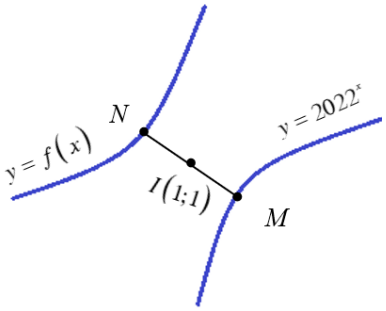
Vậy tập xác định là $D=(-3;2)\cup(2;3)$.

Câu 1: **[2D1-5.3-3] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=2022^x$ qua điểm $I\left(1;1\right)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2+\log_{2022}\dfrac{1}{2023}\right)$ bằng

A. -2021. **B.** -2023. **C.** -2020. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A



Gọi $N\in\left(C\right):y=f\left(x\right)\Rightarrow N\left(x;f\left(x\right)\right)$, M là điểm đối xứng với N qua I

$\Rightarrow M\in\left(S\right):y=2022^x$ và $I\left(1;1\right)$ là trung điểm MN

$\Rightarrow M\left(2-x;2-f\left(x\right)\right)$

Mà $M\in\left(S\right)\Rightarrow 2-f\left(x\right)=2022^{2-x}\Rightarrow f\left(x\right)=2-2022^{2-x}$

Khi đó ta có:

$$f\left(2+\log_{2022}\frac{1}{2023}\right)=2-2022^{2-\left(2+\log_{2022}\frac{1}{2023}\right)}=2-2022^{\log_{2022}2023}=2-2023=-2021$$

Câu 2: **[2D1-5.3-3] (THPT Gia Lộc – Hải Dương - Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0;-1\right\}$, thỏa mãn $x^2+x=\dfrac{f\left(x\right)}{1-f'\left(x\right)}$ với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{0;-1\right\}$ và $f\left(1\right)=-2\ln 2$. Tính $f\left(2\right)$.

A. $f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}\ln 3$. **B.** $f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\ln 3$. **C.** $f\left(2\right)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\ln 3$. **D.** $f\left(2\right)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

• Từ giả thiết: $x^2+x=\dfrac{f\left(x\right)}{1-f'\left(x\right)}\Leftrightarrow 1-f'\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x^2+x}$ (do $x\neq 0$, $x\neq -1$) $\left(1\right)$

Nhân hai vế của (1) với $\frac{x}{x+1}\neq 0$, ta được: $\frac{x}{x+1}-\frac{x}{x+1}.f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}.f(x)$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x}{x+1}\right)'.f(x)+\frac{x}{x+1}.f'(x)=\frac{x}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x}{x+1}.f(x)\right)'=1-\frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{x+1}.f(x)=\int\left(1-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow\frac{x}{x+1}.f(x)=x-\ln|x+1|+C\ \ (2)$$

• Do $f(1)=-2\ln 2$ nên thay $x=1$ vào (2) ta được: $\frac{1}{2}.f(1)=1-\ln 2+C\Rightarrow C=-1.$

Thay $x=2$ vào (2) ta được: $\frac{1}{3}.f(2)=2-\ln 3+(-1)\Rightarrow f(2)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\ln 3.$

Câu 3: **[2D1-5.3-3] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x.\cos 2x,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=\frac{1}{4}$. Hàm số $f(x)$ là

A. $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x$. **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x$. **D.** $-\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int x.\cos 2x.\mathrm{d}x.$

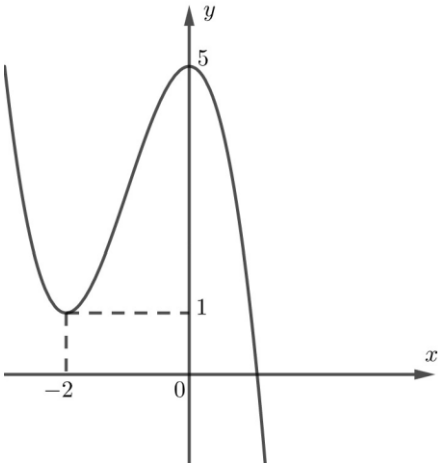
Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos 2x.\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$

$f(x)=x.\frac{1}{2}\sin 2x-\int\frac{1}{2}\sin 2x.\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C.$

$f(0)=\frac{1}{4}\Rightarrow C=0.$

Vậy $f(x)=\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x.$

Câu 1: **[2D1-5.4-1] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị.

Do số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$ là 3 nên số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là 3.

Câu 2: **[2D1-5.4-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Số điểm giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $x^2+2x=0\Leftrightarrow x(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$

Số điểm giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 2.

Câu 3: **[2D1-5.4-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

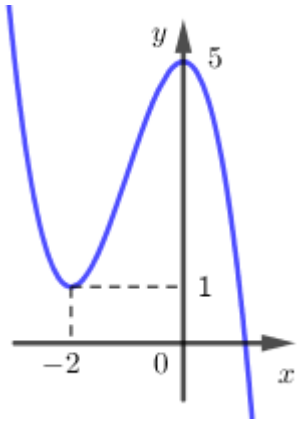
Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành, ta có

$x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 4: **[2D1-5.4-1] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

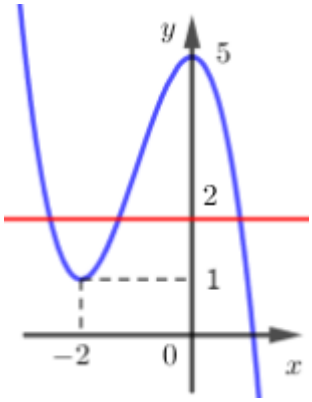


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

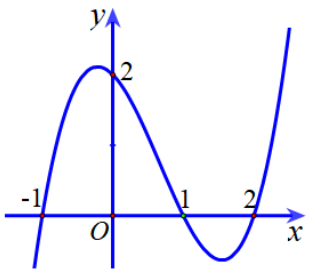
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị đường thẳng $y=2$. Do đó phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.



Câu 5: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 6: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=2-4x$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-3x+2=2-4x \Leftrightarrow x^3+x=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow M(0;2)$.

Suy ra $a+b=2$.

Câu 7: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=x^3+7x+8$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm có hoành độ âm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

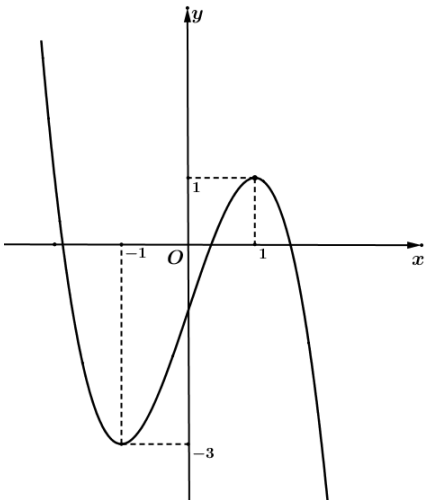
Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+7x+8$ cắt trục hoành

$x^3+7x+8=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Đồ thị hàm số $y=x^3+7x+8$ cắt trục hoành tại 1 điểm có hoành độ âm.

Câu 8: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

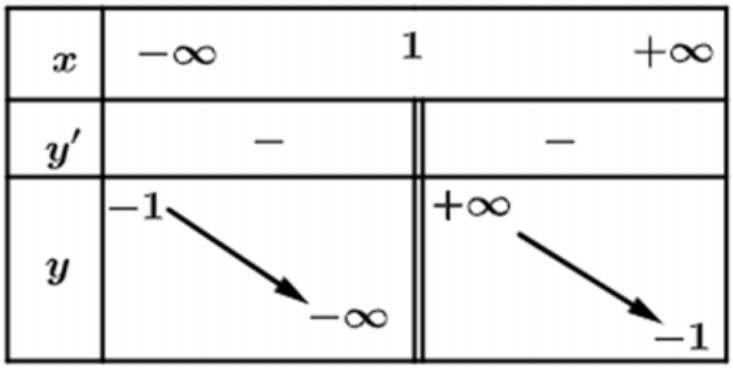
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 9: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0 **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Câu 10: **[2D1-5.4-1] (THPT Chuyên Lương Văn Chánh -Lần 1-2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=3(x-1)(x^2-5)$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=3(x-1)(x^2-5)$ và trục hoành là:

$$3(x-1)(x^2-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right. .$$

Câu 11: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=x^3-2x-1$ cắt trục hoành tại tất cả bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

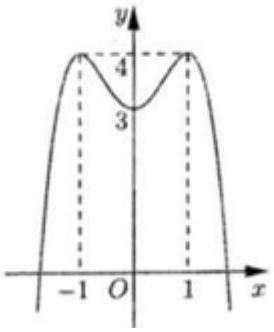
Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-2x-1=0$

$\Leftrightarrow (x+1)\left(x^2-x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 12: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



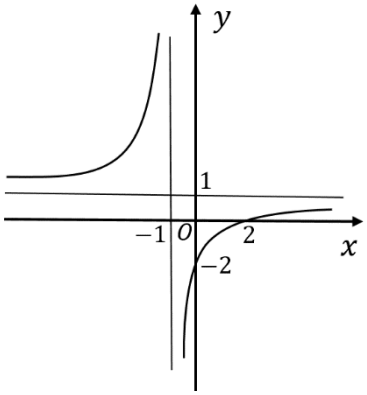
Tọa độ giao điểm của đồ thị đã cho và trục tung là

A. $(4;0)$. **B.** $(0;4)$ **C.** $(3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13: **[2D1-5.4-1] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy giao điểm cần tìm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 14: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x-3$ với trục Ox?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^3+3x-3$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên cắt trục Ox tại một điểm duy nhất.

Câu 15: **[2D1-5.4-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Tìm tung độ giao điểm của đồ thị $(C):y=\dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d:y=x-1$.

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

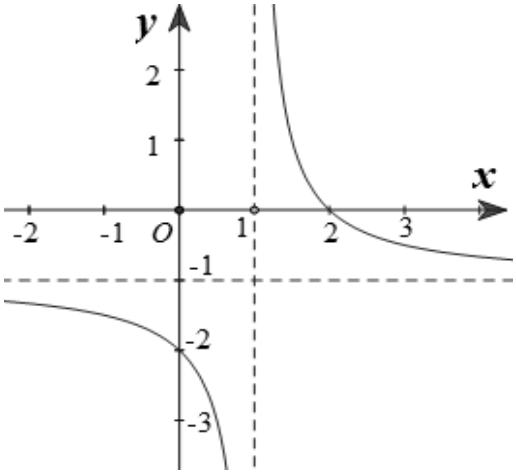
Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\dfrac{2x-3}{x+3}=x-1\Leftrightarrow 2x-3=(x-1)(x+3)\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=-1$.

Tung độ giao điểm của đồ thị $(C):y=\dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d:y=x-1$ bằng -1.

Câu 16: **[2D1-5.4-1] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(1;0)$.

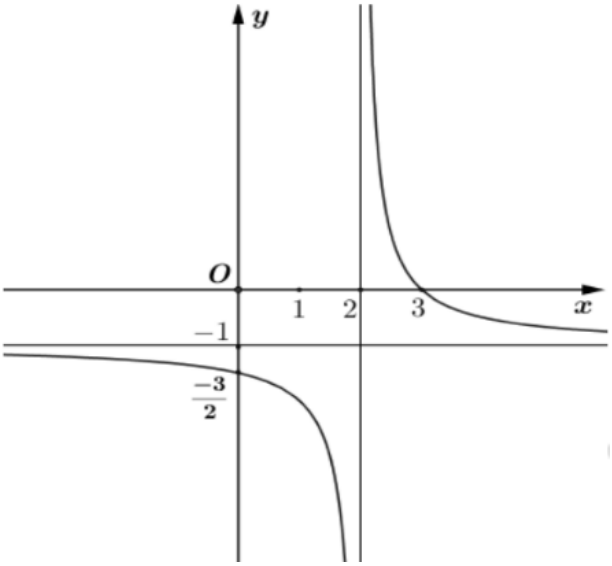
Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2;0)$.

Câu 17: **[2D1-5.4-1] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành

là

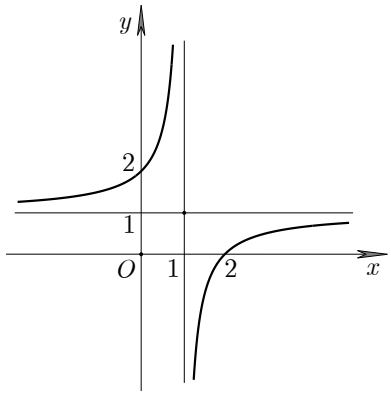


A. $(3;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: **[2D1-5.4-1] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



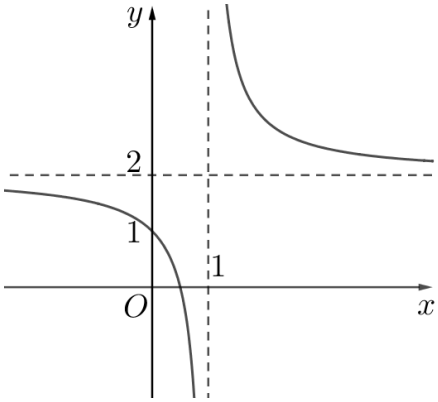
A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 19: **[2D1-5.4-1] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



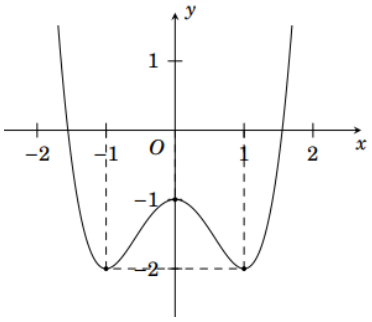
A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 20: **[2D1-5.4-1] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



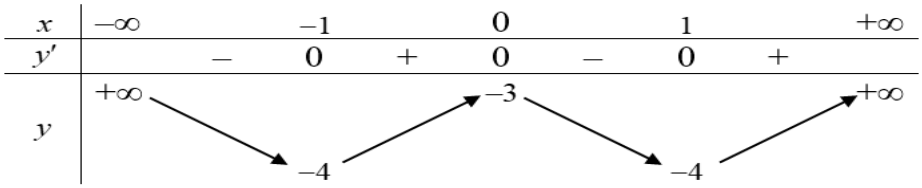
A. $(0;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-1)$.

Câu 21: **[2D1-5.4-1] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên là hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



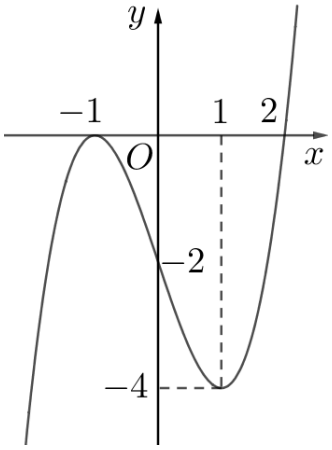
A. $(-3;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-3)$.

Câu 22: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



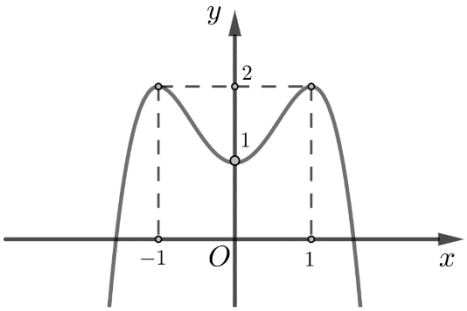
A. $(-1;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 23: **[2D1-5.4-1] (Đề phát triển số 9)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



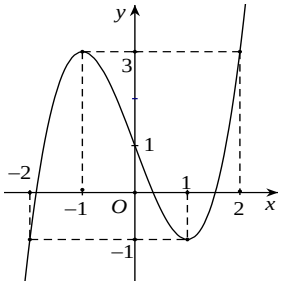
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. Nên ta có 2 giao điểm.

Câu 24: **[2D1-5.4-1] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



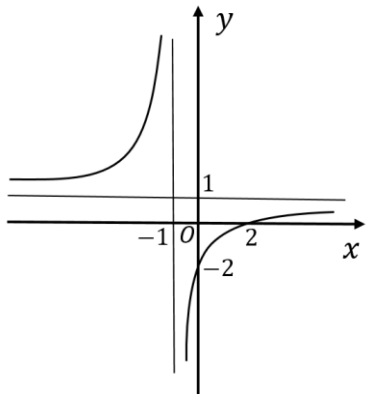
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. Nên ta có 3 giao điểm.

Câu 25: [2D1-5.4-1] Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



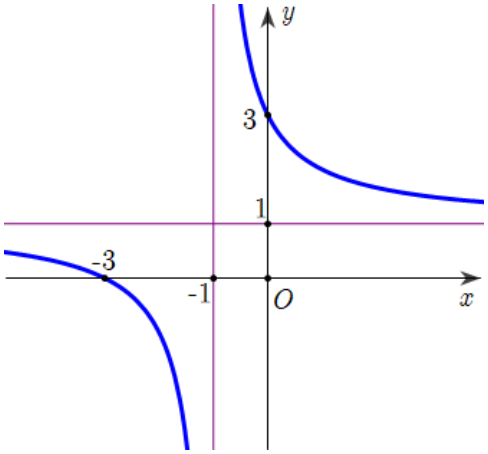
A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2;0)$.

Câu 26: [2D1-5.4-1] **(Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

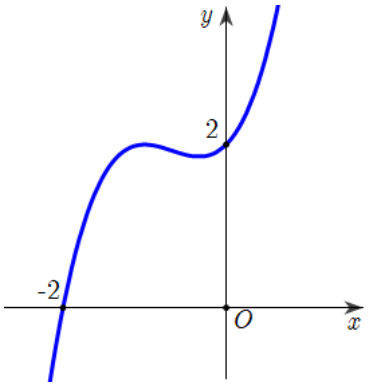
A. $(3;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị và trục Oy có tọa độ là $(0;3)$.

Câu 27: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau



Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox có hoành độ là

A. -2. **B.** $(-2;0)$. **C.** 2. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox có hoành độ là $x=-2$.

Câu 28: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có tung độ là

A. $\left(0;-\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hoành độ $x=0\Rightarrow$ Tung độ $y=-\frac{1}{3}$.

Câu 29: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=-x^4+4x^2-3$. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có tọa độ là

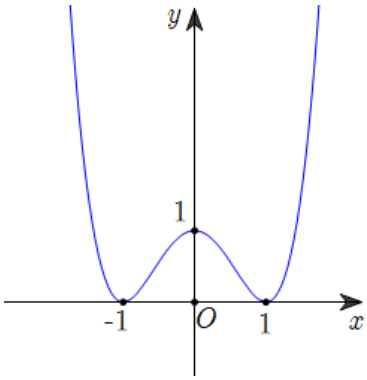
A. $\left(\sqrt{3};0\right)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;1)$ và $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tọa độ là $(0;-3)$.

Câu 30: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;-1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$ và $(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;1)$.

Câu 31: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa-2022-2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có tung độ là

A. $(0;0)$. **B.** 0. **C.** $(3;0)$. **D.** 3.

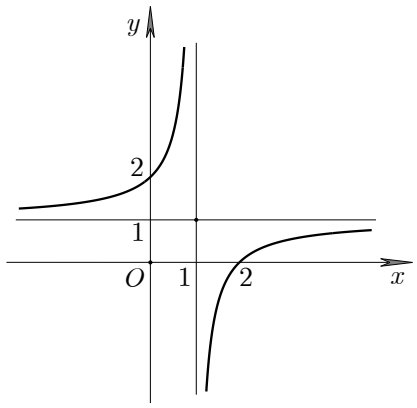
Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hoành độ $x=0\Rightarrow$ Tung độ $y=0$.

Câu 32: **[2D1-5.4-1] (STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0\,;ac\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là?

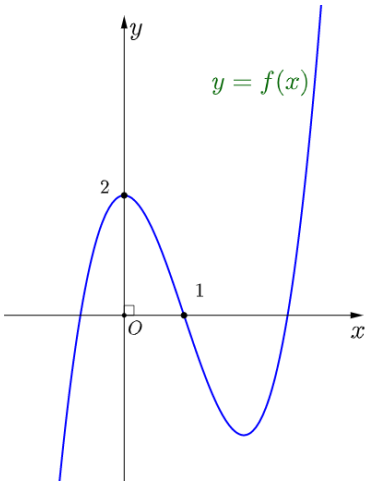


A. $1;0$. **B.** $0;1$ **C.** $2;0$. **D.** $0;2$

Lời giải

+ Từ đồ thị hàm số ta **Chọn C**

Câu 33: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

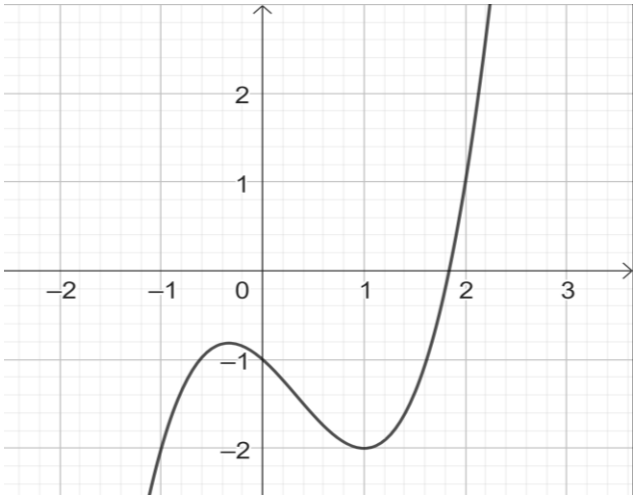


A. $(2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

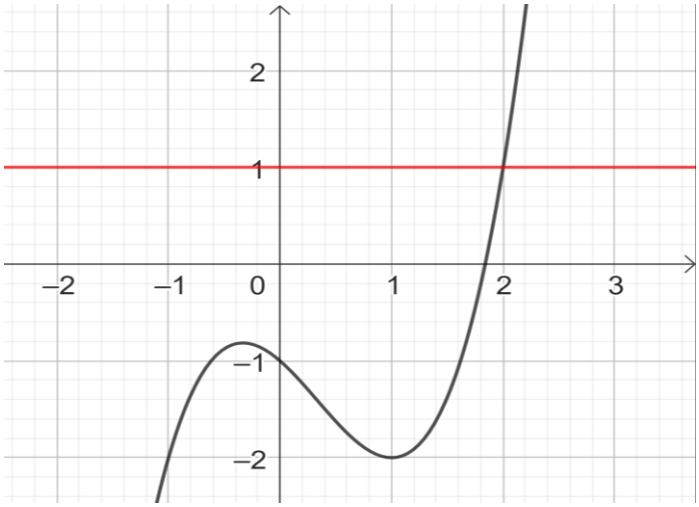
Câu 34: **[2D1-5.4-1] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



A. $(2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt đường thẳng y = 1 tại điểm có tọa độ $(2;1)$.

Câu 35: **[2D1-5.4-1] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x+2$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^3+3x^2-2x+2=0$ có một nghiệm nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x+2$ và trục hoành là 1.

Câu 36: **[2D1-5.4-1] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+3x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

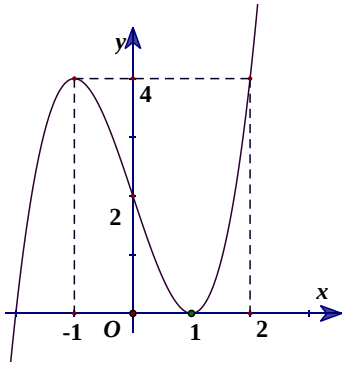
Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+3x$ và trục hoành là

$$x^3-4x^2+3x=0\Leftrightarrow x(x^2-4x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-4x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1;x=3\end{array}\right..$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+3x$ và trục hoành là 3.

Câu 37: **[2D1-5.4-1] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

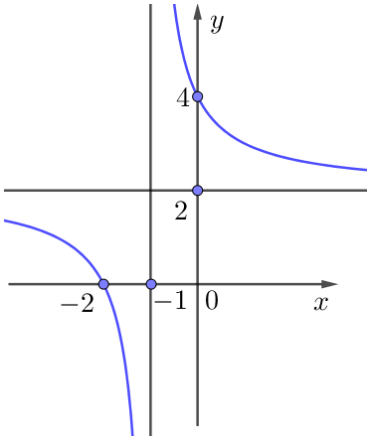


A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta thấy toạ độ giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và trục tung là $(0;2)$.

Câu 38: **[2D1-5.4-1]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-2)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là $(-2;0)$.

Sai lầm thường gặp

Học sinh nhầm lẫn giữa trục hoành và trục tung.

Nên HS sẽ chọn phương án **D**.

Câu 39: **[2D1-5.4-1] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là

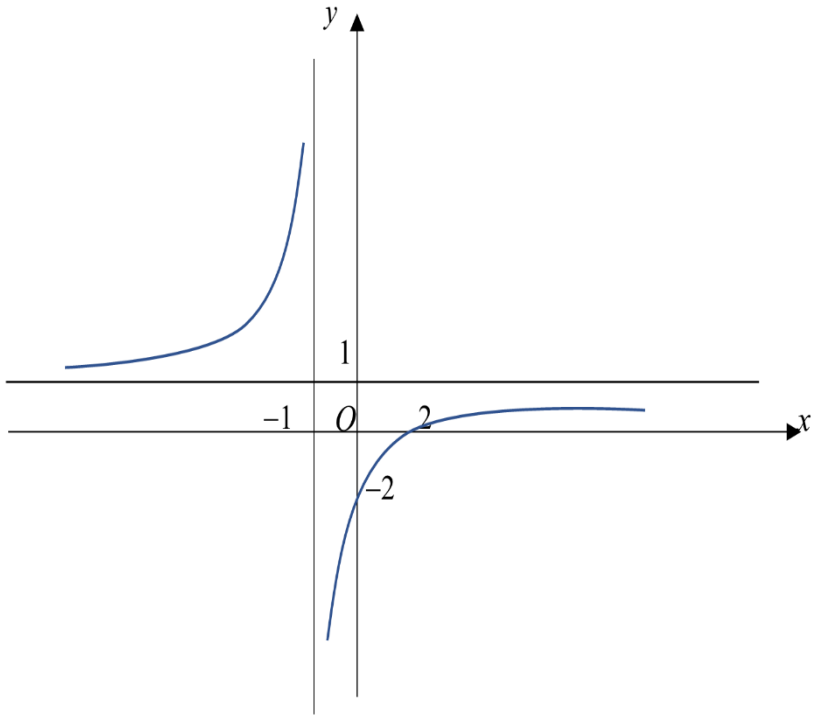
đường cong (như hình vẽ). Toạ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trụ tung là

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(0;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: Toạ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trụ tung là $(0;-1)$

Câu 40: **[2D1-5.4-1] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

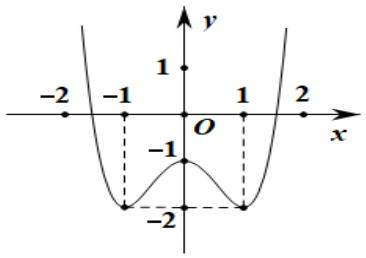


A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 41: **[2D1-5.4-1] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

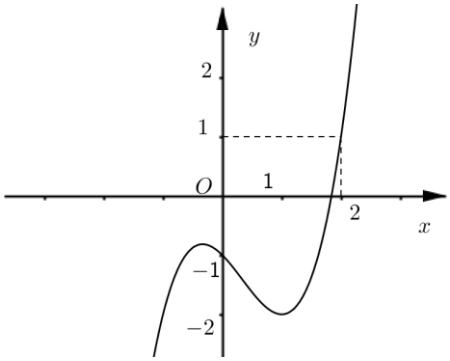


A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 42: **[2D1-5.4-1] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Toạ độ giao điểm của đồ thị đã cho và đường thẳng $y=1$ là



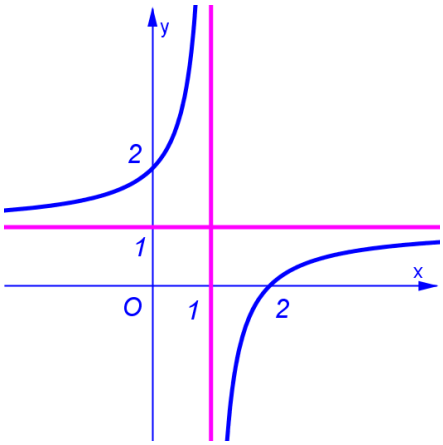
A. $(2;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị đã cho cắt đường thẳng $y=1$ tại điểm $(2;1)$.

Câu 43: **[2D1-5.4-1] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



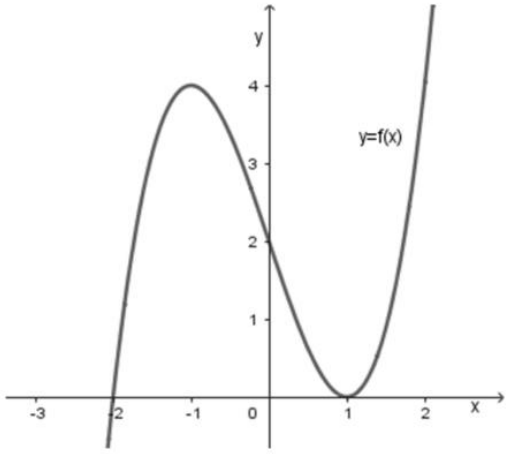
A. $(0;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;2)$.

Câu 44: **[2D1-5.4-1] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



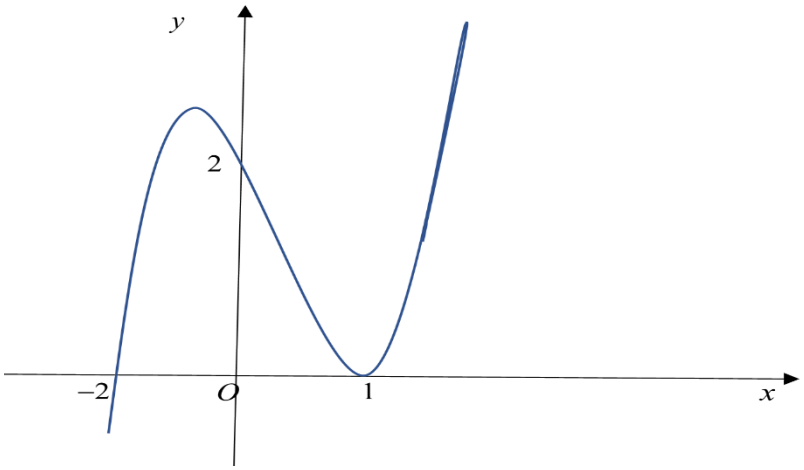
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 45: **[2D1-5.4-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 46: **[2D1-5.4-1] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TỈNH-LẦN 2)** Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $g(x)=0$. **B.** $f(x)-g(x)=0$. **C.** $f(x)+g(x)=0$. **D.** $f(x)=0$.

Lời giải

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình

$f(x)-g(x)=0$.

Câu 47: **[2D1-5.4-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 –2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$..

Câu 48: [2D1-5.4-1] (SGD Hậu Giang 22-23) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ với trục tung là.

A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

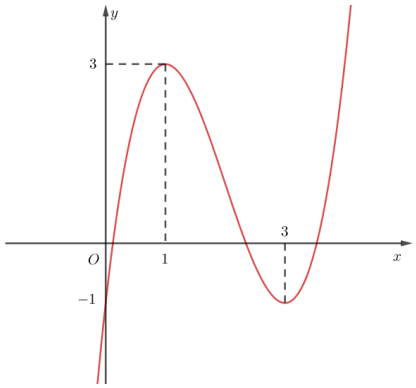
Chọn A

Trục tung có phương trình $x=0$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ giao với trục tung $\Rightarrow y=\dfrac{0+3}{0-3}\Rightarrow y=-1$.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;-1)$.

Câu 49: **[2D1-5.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

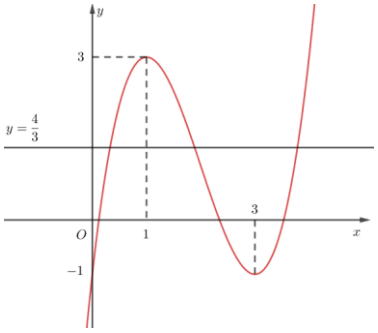


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

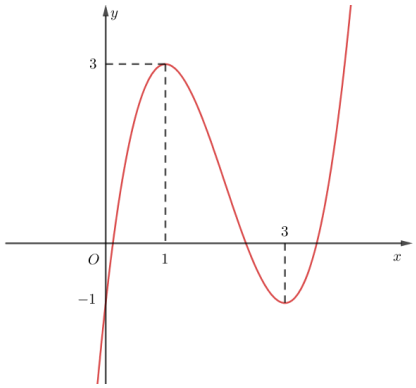
Chọn B

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$ là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$



Dựa vào đồ thị ta có hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm nên phương có 3 nghiệm.

Câu 50: **[2D1-5.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

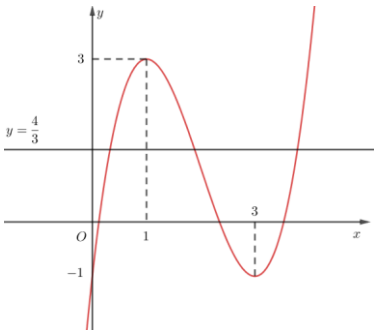


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$ là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{4}{3}$



Dựa vào đồ thị ta có hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm nên phương có 3 nghiệm.

Câu 51: **[2D1-5.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 52: **[2D1-5.4-1] (SGD Hòa Bình - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

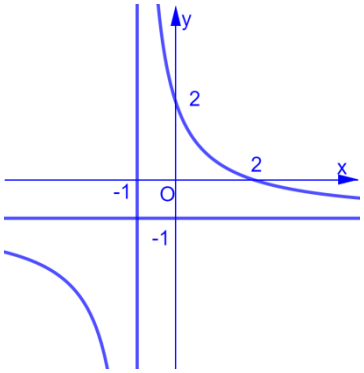
Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 53: **[2D1-5.4-1] (SGD Hưng Yên 22-23)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung.



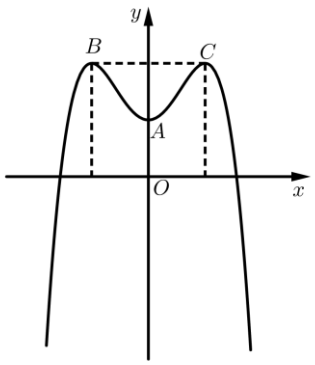
A. $(0;-1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;2)$.

Câu 54: **[2D1-5.4-1] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?



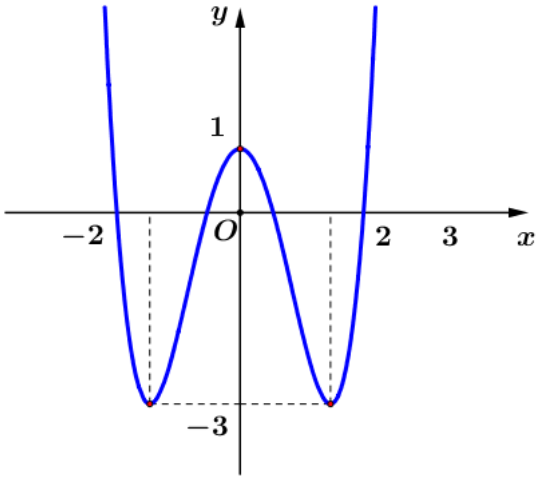
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 55: **[2D1-5.4-1] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



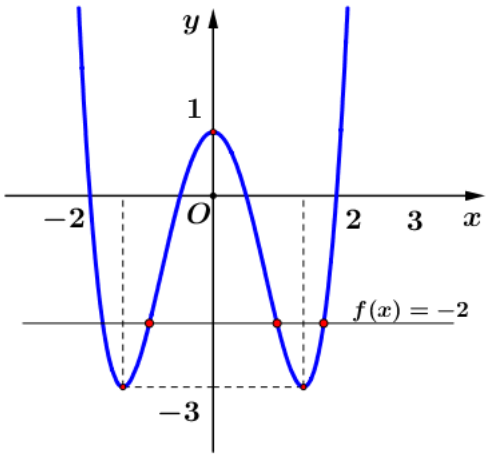
Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

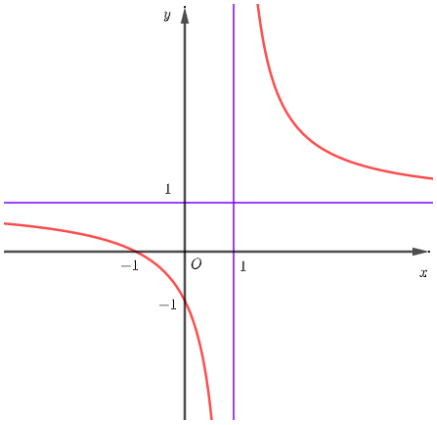
Chọn C

Ta có $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$



Dựa vào đồ thị ta thấy có 4 nghiệm.

Câu 56: [2D1-5.4-1] (Sở GD Lào Cai - Lần 1 - 2022 - 2023) Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(-1;0)$.

Câu 57: [2D1-5.4-1] (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-3				-2		

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt?

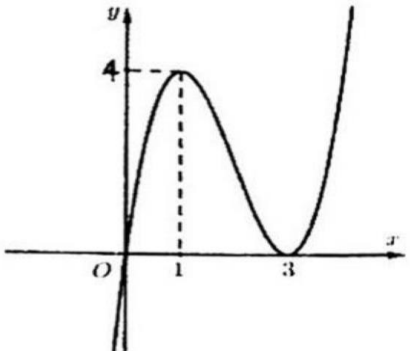
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $-2<m<1$ suy ra có 2 giá trị nguyên $m\in\{-1;0\}$.

Câu 58: **[2D1-5.4-1] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$2f(x)-5=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$. Do đó phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 59: **[2D1-5.4-1] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương rình hoành độ giao điểm $x^3+3=x+3\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Suy ra, số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là 3.

Câu 60: **[2D1-5.4-1] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

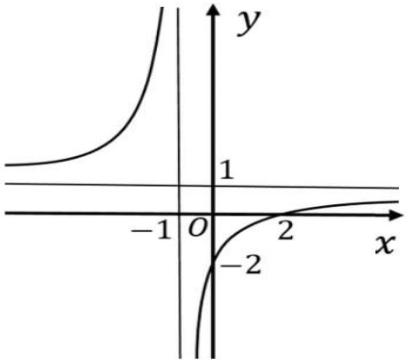
Lời giải

Chọn A

Cho $y=0\Leftrightarrow\dfrac{2x+3}{x+2}=0\Leftrightarrow 2x+3=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$

Tọa độ giao điểm của thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoảnh là $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$.

Câu 61: **[2D1-5.4-1] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 62: **[2D1-5.4-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2$ và đồ thị hàm số $y=-2x^2+7x$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x^3-2x^2=-2x^2+7x\Leftrightarrow x^3=7x\Rightarrow x=0;x=\pm\sqrt{7}$.

Phương trình có 3nghiệm nên hai đồ thị có 3 giao điểm.

Câu 63: **[2D1-5.4-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$x=0\Rightarrow y=3$

Câu 64: **[2D1-5.4-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

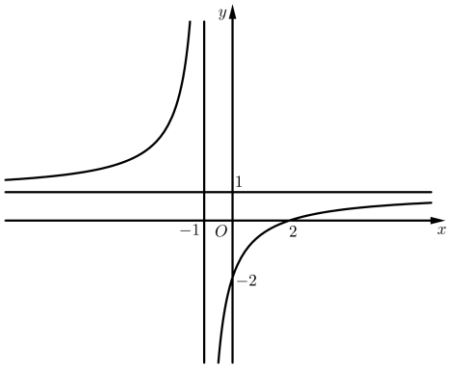
A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 65: **[2D1-5.4-1] (SGD Thanh Hóa - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $0;2$. **B.** $-2;0$. **C.** $0;-2$. **D.** $2;0$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $0;-2$.

Câu 66: **[2D1-5.4-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $g(x)=0$. **B.** $f(x)-g(x)=0$. **C.** $f(x)+g(x)=0$. **D.** $f(x)=0$.

Lời giải

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình $f(x)-g(x)=0$.

Câu 67: **[2D1-5.4-1] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Xác định tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ với trục tung.

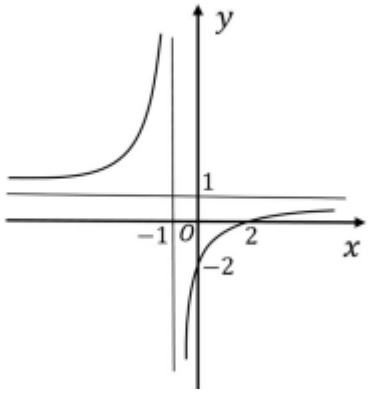
A. $M(-2;0)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $M\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{2}{3};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Với $x=0$ thì $y=-2$ nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm $M(0;-2)$.

Câu 68: **[2D1-5.4-1] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

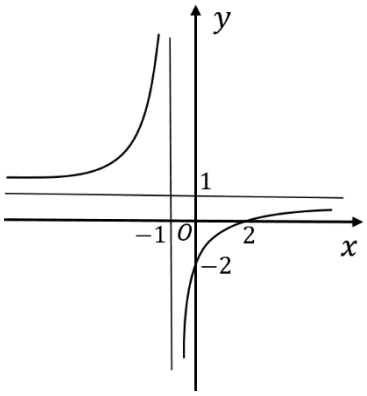


A. $(-2;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị với trục tung là điểm có tọa độ $(0;-2)$

Câu 69: **[2D1-5.4-1] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

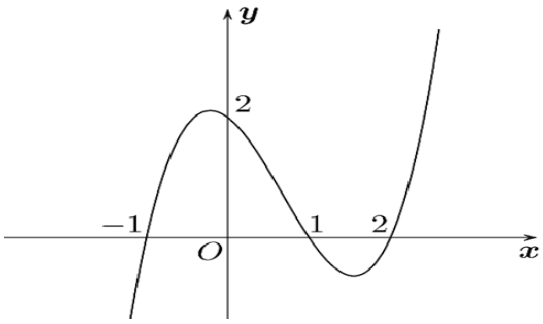


A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;-2)$.

Câu 70: **[2D1-5.4-1] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau đây?

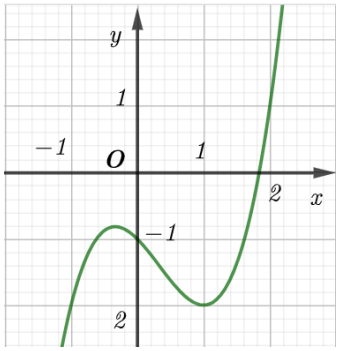


A. $P(-1;0)$ **B.** $M(1;0)$ **C.** $N(2;0)$ **D.** $Q(0;2)$

Lời giải

Chọn D

Câu 71: **[2D1-5.4-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



A. $(1;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm $x=2$ và $y=1$.

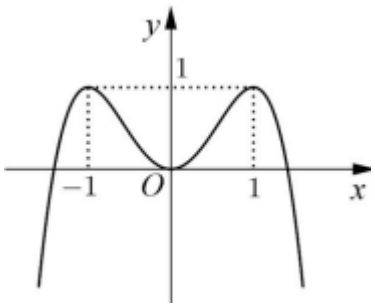
Câu 72: **[2D1-5.4-1] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

A. $M(0;-1)$. **B.** $P(-2;0)$. **C.** $Q(0;-2)$. **D.** $N(-1;0)$.

Lời giải

Cho $x=0$ ta được $y=-2$, suy ra đồ thị cắt trục Oy tại điểm $Q(0;-2)$.

Câu 73: **[2D1-5.4-1] (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - Lần 2)** Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-1=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 74: **[2D1-5.4-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

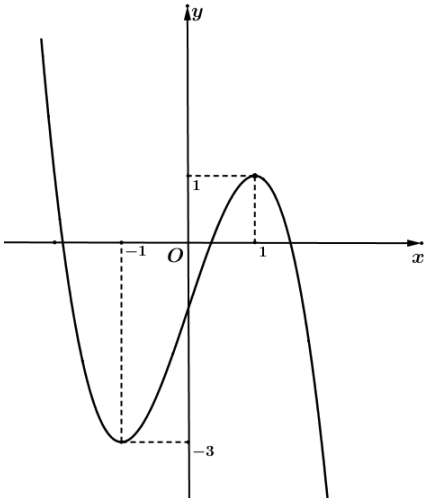
A. $(0;-1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Cho $x=0$, thế vào $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ ta được $y=\dfrac{1-0}{0+1}=1$.

Vậy giao điểm cần tìm là $(0;1)$.

Câu 75: **[2D1-5.4-1] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 76: **[2D1-5.4-1] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Số giao điểm của

đường cong (C): $y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

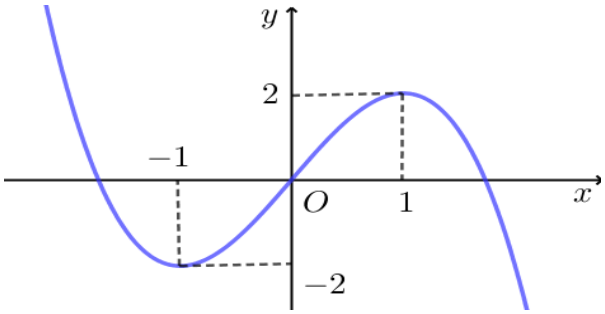
Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-2x+1=x-1 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm giữa đường cong (C) và đường thẳng d là 2.

Câu 77: [2D1-5.4-1] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 78: [2D1-5.4-1] Đồ thị hàm số $y=2x^3-3x-1$ cắt trục hoành tại tất cả bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^3-3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$ do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu 79: [2D1-5.4-1] **(thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường: $x^3+x^2=x^2+5x \Leftrightarrow x\left(x^2-5\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Vậy có 3 giao điểm giữa hai đồ thị.

Câu 80: **[2D1-5.4-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Số giao điểm của đường cong $y=x^3-x^2+1$ và đường cong $y=x^2+1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

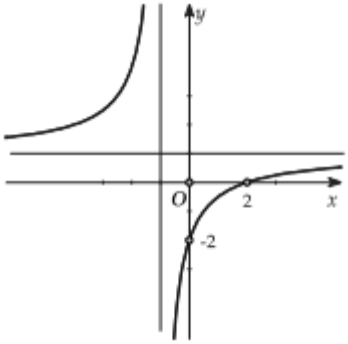
Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y=x^3-x^2+1$ và đường cong $y=x^2+1$ là

$x^3-x^2+1=x^2+1 \Leftrightarrow x^3-2x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị bằng 2.

Câu 81: **[2D1-5.4-1] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

A. $(0;-2)$ **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(2;0)$.

Câu 82: **[2D1-5.4-1] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** -6. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Với $x=0\Rightarrow y=\dfrac{2.0-6}{0+1}=-6$.

Câu 83: **[2D1-5.4-1] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Tìm số giao điểm của đồ thị $(C): y=x^3+2x^2-3$ và trục hoành.

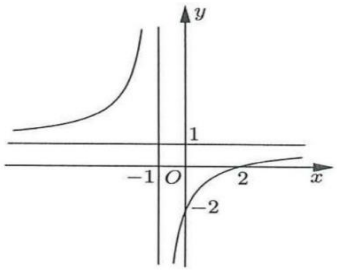
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ: $x^3+2x^2-3=0\Leftrightarrow x=1$

Câu 84: **[2D1-5.4-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



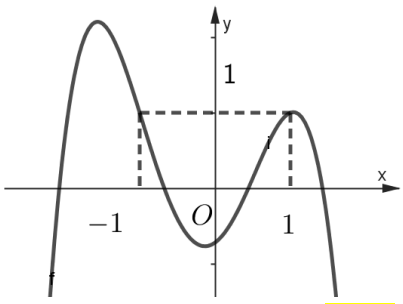
A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

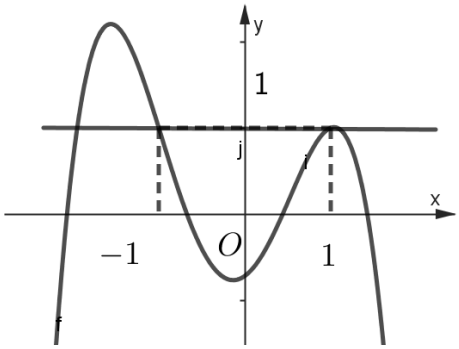
Nhìn đồ thị ta thấy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;-2)$.

Câu 85: **[2D1-5.4-1] (THPT Sóc Sơn - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải



Ta có: $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $y=f\ x$ tại 3 điểm phương trình $f(x)-1=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 86: [2D1-5.4-1] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023) Hàm số $y=\dfrac{x+2022}{x+2023}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là

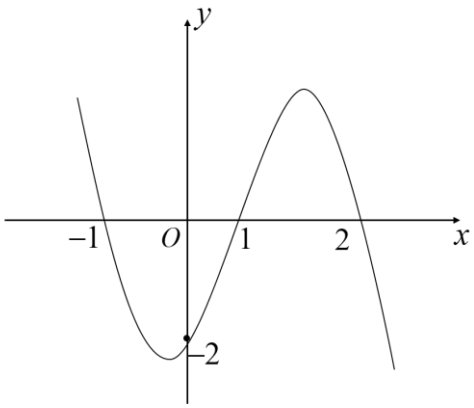
A. $(0;-2023)\cdot$ **B.** $(-2022;0)\cdot$ **C.** $(2023;0)\cdot$ **D.** $(0;2023)\cdot$

Lời giải

Chọn B

$y=\dfrac{x+2022}{x+2023}=0 \Rightarrow x=-2022.$

Câu 87: [2D1-5.4-1] **(TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong như trong hình. Toạ độ giao điểm của điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

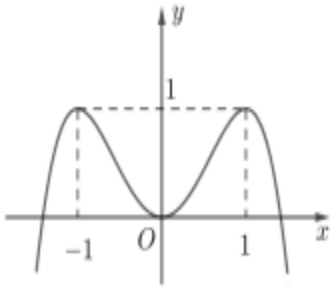


A. $(1;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 88: [2D1-5.4-1] **(THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)=1 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$. Vẽ đường thẳng $y=\frac{1}{2}$, cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm phân biệt $\Rightarrow$ Phương trình có 4 nghiệm.

Câu 89: [2D1-5.4-1] (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

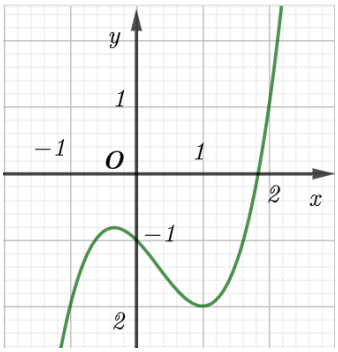
A. $\frac{-1}{2}$ **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Cho $x=0 \Rightarrow y=-1$.

Câu 90: [2D1-5.4-1] **(THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



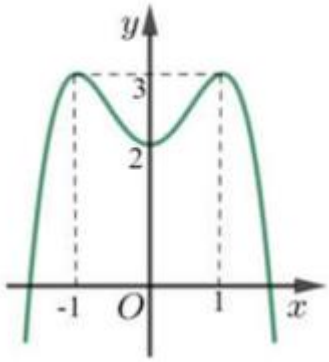
A. $(1;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm $x=2$ và $y=1$.

Câu 91: **[2D1-5.4-1] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{2022}{1010}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=\dfrac{2022}{1010}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{2022}{1010}$ (đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng $\dfrac{2022}{1010}$). Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 92: **[2D1-5.4-1] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị là (C). Số giao điểm của (C) và trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là: $x^3-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$.

Suy ra có hai giao điểm.

Câu 1: **[2D1-5.4-2] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\(x-1)(x-2)+x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-3x+2+x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-2x-3=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=3\\x=-1\end{bmatrix}.$$

Suy ra $x_1+x_2=-1+3=2$.

Câu 2: **[2D1-5.4-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{-x+5}{x-2}=x-1\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=3\end{bmatrix}$. Vậy $x_1+x_2=2$.

Câu 3: **[2D1-5.4-2] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Số giao điểm của hai đường cong $y=x^3-x^2-2x+3$ và $y=x^2-x+1$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình:

$$x^3-x^2-2x+3=x^2-x+1\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=2\\x=1\end{bmatrix}$$

Vậy số giao điểm của hai đường cong là 3

Câu 4: **[2D1-5.4-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ và đồ thị hàm số $y=x^2-1$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số ta có:

$$\frac{4x+4}{x-1}=x^2-1\left(x\neq 1\right)$$

$$\Leftrightarrow 4\left(x+1\right)-\left(x-1\right)^2\left(x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+1\right)\left[4-\left(x-1\right)^2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\(x-1)^2=4\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

Câu 5: **[2D1-5.4-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Gọi $A\left(x_A;y_A\right)$, $B\left(x_B;y_B\right)$ là tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ với trục hoành. Tính $P=x_A+x_B$.

A. $P=4$. **B.** $P=3$. **C.** $P=1$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ với trục hoành là

$$\frac{x^2-4x+3}{x-2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3.\end{array}\right.$$

Vậy $P=x_A+x_B=4$.

Câu 6: **[2D1-5.4-2] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình

$$x^3-2x^2+x-1=1-2x\Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x^2-x+2\right)=0\Leftrightarrow x=1.$$

Vậy hai đồ thị hàm số có một giao điểm.

Câu 7: **[2D1-5.4-2] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^3-3x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$ nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với trục hoành là 3.

Câu 8: **[2D1-5.4-2] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x-3$ với trục Ox

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=x^3+3x-3$ với trục Ox

$x^3+3x-3=0\Leftrightarrow x=a\in(0;1)$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3+3x-3$ cắt trục Ox tại một điểm.

Câu 9: **[2D1-5.4-2] (THPT- Cụm chuyên môn 6 - DAK LAK - 2022 - 2023)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Thay $x=0$ vào y ta được

$y=\dfrac{0-4}{2.0+2}=\dfrac{-4}{2}=-2$.

Câu 10: **[2D1-5.4-2] (THPT Nguyễn Huệ - Yên Bái - 2022 - 2023)** Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ là tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-6}{x+1}$ với trục hoành. Giá trị biểu thức $P=x_1+x_2$ là

A. $P=-6$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-6}{x+1}$ và trục hoành

$\dfrac{x^2-x-6}{x+1}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-1\\x^2-x-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-1\\\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$.

Suy ra $P=x_1+x_2=-2+3=1$.

Câu 11: **[2D1-5.4-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=x^3+5x$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành là

$x^3+5x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2+5\right)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy có 1 giao điểm của (C) với trục hoành.

Câu 12: **[2D1-5.4-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Parabal $(P): y=x^2$ và đường cong $(C): y=x^3-x^2-x+2$ có bao nhiêu giao điểm

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x^2-x+2=x^2$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$

$\Leftrightarrow x^2(x-2)-(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vậy Parabal $(P): y=x^2$ và đường cong $(C): y=x^3-x^2-x+2$ có 3 giao điểm..

Câu 13: **[2D1-5.4-2] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Parabal $(P): y=x^2$ và đường cong $(C): y=x^3-x^2-x+2$ có bao nhiêu giao điểm

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x^2-x+2=x^2$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$

$\Leftrightarrow x^2(x-2)-(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vậy Parabal $(P): y=x^2$ và đường cong $(C): y=x^3-x^2-x+2$ có 3 giao điểm..

Câu 14: **[2D1-5.4-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Đường thẳng $y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+4x-5$ tại

A. bốn điểm. **B.** hai điểm. **C.** một điểm. **D.** ba điểm.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3+3x^2+4x-5=2x+1$

$\Leftrightarrow x^3+3x^2+2x-6=0$

$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2+4x+6\right)=0$

$\Leftrightarrow x=1.$

Phương trình có 1 nghiệm duy nhất nên số giao điểm cần tìm là 1.

Câu 15: [2D1-5.4-2] (SGD Hưng Yên 22-23) Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x+4$ cắt đường thẳng $y=x+4$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+3x+4=x+4\Leftrightarrow x^3+2x=0\Leftrightarrow x=0$.

Suy ra tọa độ giao điểm là $M(0;4)$.

Vậy $a+b=4$

Câu 16: **[2D1-5.4-2] (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+3=x \Leftrightarrow x^3-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là 3.

Câu 17: **[2D1-5.4-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+5x$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^3+5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $y=-x^3+5x$ có ba giao điểm với trục hoành.

Câu 18: **[2D1-5.4-2] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ với đường thẳng $y=3x-6$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}=3x-6$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-2x+3=(x-1)(3x-6) \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ với đường thẳng $y=3x-6$ bằng 2.

Câu 19: **[2D1-5.4-2] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là

A. $M\left(\dfrac{-3}{2};-6\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{3}{4};-\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{3}{2};0\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{3}{4};0\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C)

$\frac{2x-1}{x+1}=2x-3 \Leftrightarrow 2x-1=(x+1)(2x-3) \Leftrightarrow 2x-1=2x^2-x-3 \Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \quad (thoả mãn) \Rightarrow y=1 \\ x=-\frac{1}{2} \ (thoả mãn) \Rightarrow y=-4 \end{array}\right.$.

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm $A(2;1)$ và $B\left(-\frac{1}{2};-4\right)$.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $\left\{\begin{array}{l} x_M=\frac{x_A+x_B}{2} \\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_M=\frac{2+\left(-\frac{1}{2}\right)}{2} \\ y_M=\frac{1+(-4)}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_M=\frac{3}{4} \\ y_M=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$

$\Rightarrow M\left(\frac{3}{4};-\frac{3}{2}\right)$.

Vậy tọa độ trung điểm của đoạn AB là: $M\left(\frac{3}{4};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 20: **[2D1-5.4-2] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Biết đường thẳng $y=x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+2x-4$ tại một điểm duy nhất, ký hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=-4$. **B.** $y_0=2$. **C.** $y_0=4$. **D.** $y_0=-2$.

Lời giải

+ Ta có phương trình hoành độ giao điểm là: $x^3-x^2+2x-4=x+2 \Leftrightarrow x^3-x^2+x-6=0 \Leftrightarrow x=2$

+ Vậy $x_0=2$ suy ra $y_0=2+2=4$.

Câu 21: **[2D1-5.4-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Số giao điểm của đường cong (C): $y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-2x+1=x-1 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm giữa đường cong (C) và đường thẳng d là 2.

Câu 22: **[2D1-5.4-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Số giao điểm của đồ thị $y=x^4-x^2+2$ và đường thẳng $y=2$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^4-x^2+2=2\Leftrightarrow x^4-x^2=0\Leftrightarrow x^2(x^2-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right..$$

Hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 3 điểm.

Câu 23: **[2D1-5.4-2] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Biết đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_A,x_B. Giá trị của biểu thức x_A+x_B bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x-2=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (Điều kiện: $x-1\neq 0$)

$\Leftrightarrow(x-2)(x-1)=2x+1\Leftrightarrow x^2-5x-1=0$

Vì đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B nên x_A,x_B là hai nghiệm của phương trình $x^2-5x-1=0$. Theo định lý Vi-ét ta có: $x_A+x_B=\dfrac{-b}{a}=5$.

Câu 24: **[2D1-5.4-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Đồ thị của hàm số $y=(x^2-4)(x+2)^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Ta có $(x^2-4)(x+2)^2=0\Leftrightarrow(x-2)(x+2)^3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Câu 25: Từ [2D1-5.4-2] chuyển thành [2D1-5.9-2]

Câu 26: **[2D1-5.4-2] [2D1-5.9-2] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x=-x^3+3x^2-4$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $f\ x=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\left(x\right)=-3x^2+6x$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng Biến thiên

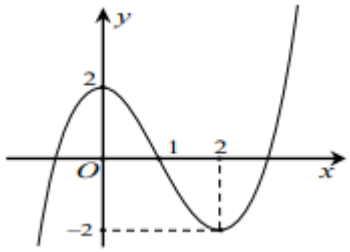
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Nhìn vào bảng biên thiên ta có:

Phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $-4<m<0$.

Suy ra $m=-3;-2;-1$. Vậy có 3 giá trị của m.

Câu 27: **[2D1-5.4-2] [TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN 2022-2023]**Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-2$.

Do đó phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 2 nghiệm.

Câu 28: **[2D1-5.4-2] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+x+1$ có đồ thị $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right):y=1-x.$ Biết $\left(d\right)$ cắt $\left(C\right)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2,x_3. Tính $T=x_1+x_2+x_3$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Có phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-3x^2+x+1=1-x\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow x=2\vee x=1\vee x=0.$

Suy ra $T=0+1+2=3.$

Câu 1: **[2D1-5.4-3] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x+\ln x$ với đường thẳng $y=x+2$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x+\ln x$ với đường thẳng $y=x+2$ là $x^3+2x+\ln x=x+2$.

Điều kiện $x>0$.

Khi đó phương trình trở thành $x^3+x+\ln x-2=0$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+x+\ln x-2$, với $x>0$.

Ta có $f'(x)=3x^2+1+\dfrac{1}{x}>0,\forall x>0$. Do đó hàm số $f(x)=x^3+x+\ln x-2$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Khi đó phương trình $x^3+x+\ln x-2=0$ có nhiều nhất là 1 nghiệm.

Nhận thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3+2x+\ln x$ với đường thẳng $y=x+2$ có 1 giao điểm.

Câu 2: **[2D1-5.4-3] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Gọi M, N là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y=x+2$. Hoành độ trung điểm I của đoạn MN là

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hoành độ của M,N là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

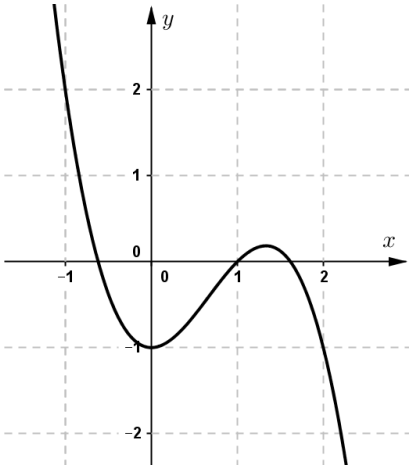
$\dfrac{x+1}{x-2}=x+2\ \ (x\neq 2)$

$\Leftrightarrow x+1=(x+2)(x-2)\Leftrightarrow x^2-x-5=0$

Theo định lý Viét, $x_M+x_N=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{-(-1)}{1}=1$.

Ta có I là trung điểm của MN nên: $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{1}{2}$.

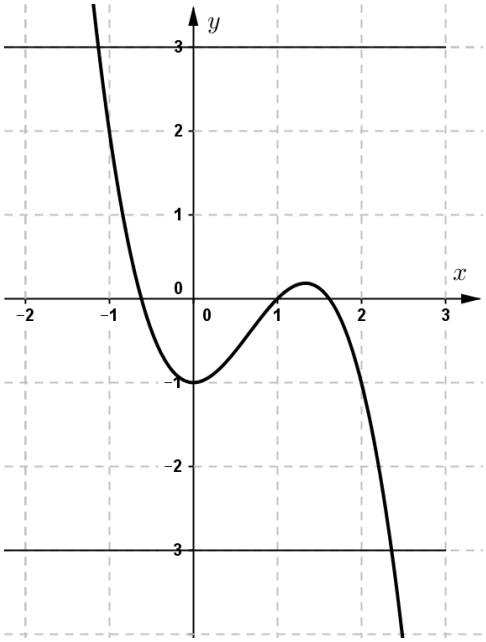
Câu 3: **[2D1-5.4-3] (THPT- Việt trì- Phú thọ - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3+2x)|=3$ là



A. 8 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

Lời giải

Chọn C



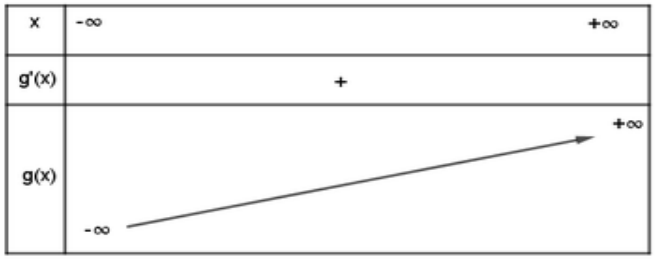
Ta có:

$$|f\left(x^3+2x\right)|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^3+2x\right)=3 \\ f\left(x^3+2x\right)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+2x=a \ \ (-2<a<-1) \ \ (1) \\ x^3+2x=b \ \ (3<a<4) \ \ (2) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3+2x$ trên $\mathbb{R}$.

Có $g'\left(x\right)=3x^2+2>0;\ \forall x\in\mathbb{R}$

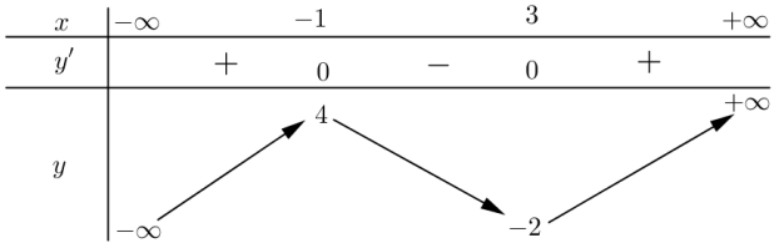
Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có tối đa 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f\left(x^3+2x\right)|=3$ có 2 nghiệm thực.

Câu 1: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



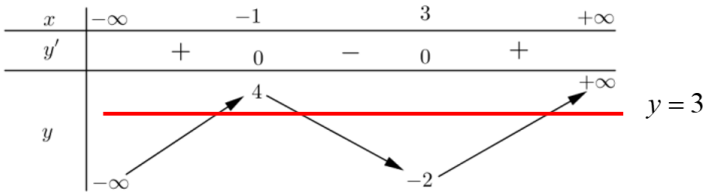
Hỏi phương trình $f(x)=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

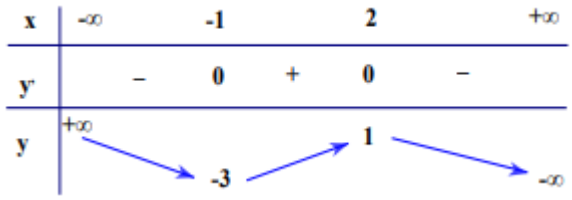
Chọn C

Vẽ đường thẳng $y=3$ lên bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$.



Suy ra phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 2: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm phương trình $f\ x=-2$ là

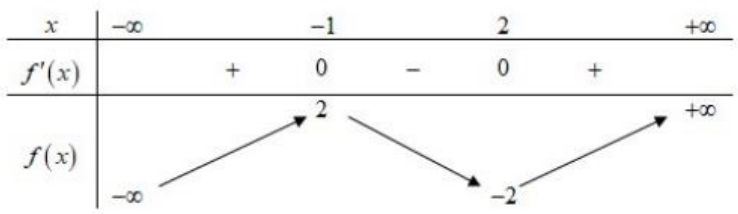


A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



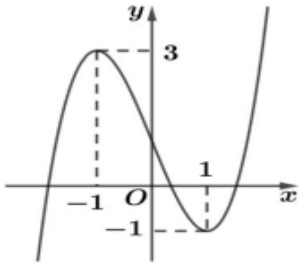
Số nghiệm của phương trình $f(x)=\pi$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1

Lời giải

Vì $\pi>2$ nên phương trình $f(x)=\pi$ có duy nhất một nghiệm.

Câu 4: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+2=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

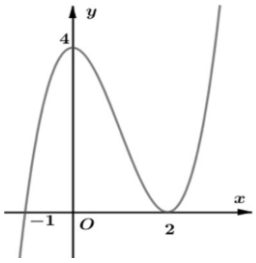
Lời giải

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+2=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-2$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Vậy phương trình $f(x)+2=0$ có 1 nghiệm.

Câu 5: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

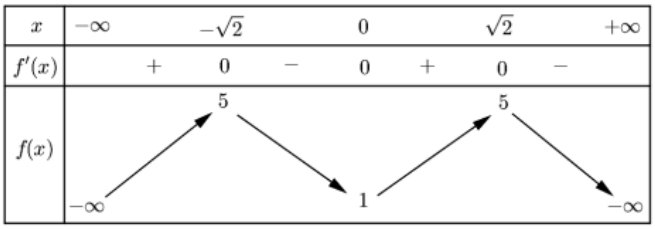


A. $(4;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;4)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Ta có đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;4)$.

Câu 6: **[2D1-5.5-1] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f\ x\ -5=0$

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

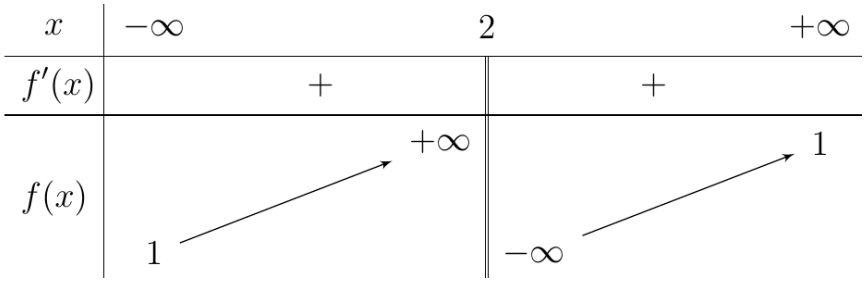
Chọn A

Ta có: $2f\ x\ -5=0\Leftrightarrow f\ x\ =\frac{5}{2}$ *

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy đường thẳng $y=\frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\ x$ tại 4 giao

điểm. Do đó số nghiệm phương trình * là 4 nghiệm.

Câu 7: **[2D1-5.5-1] (GVTVN - Đề số 08 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



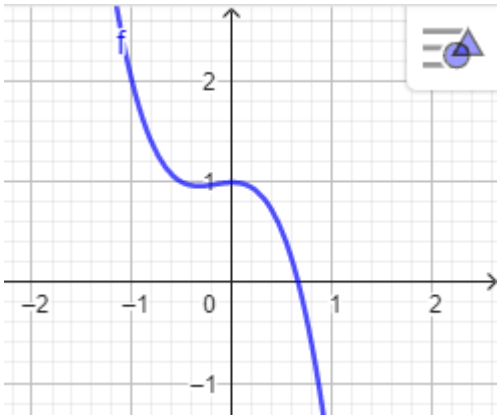
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm. Nên ta có 1 giao điểm.

Câu 8: **[2D1-5.5-1] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ?



Khi đó phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nhiệm?

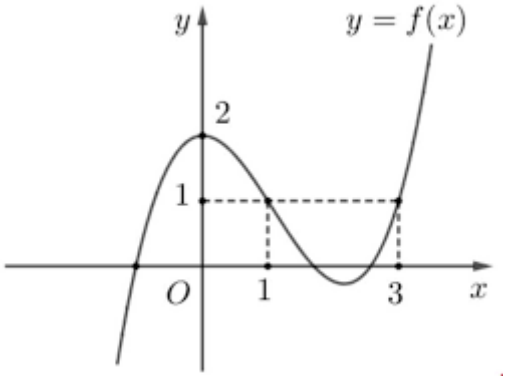
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị có 01 giao điểm với trục hoành nên phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm.

Câu 9: [2D1-5.5-1] **(Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



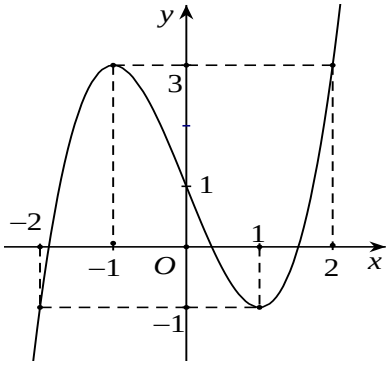
Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 10: [2D1-5.5-1] **(Phát triển đề tham khảo 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m+1$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy phương trình $f(x)=m+1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1<m+1<3\Leftrightarrow -2<m<2$. Do đó có tất cả 3 giá trị nguyên của tham số m.

Chọn C

Câu 11: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A)** **[2D1-5.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-1	↗	$+\infty$

Phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

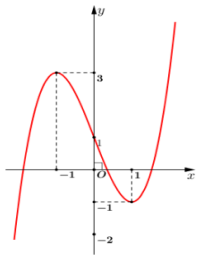
Chọn C

Ta có $2f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm

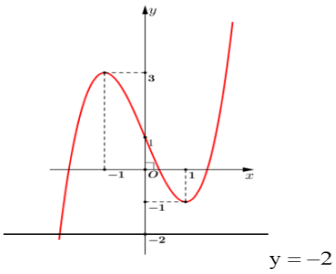
Câu 12: **[2D1-5.5-1]** **(Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f\ x\ =-2$ là



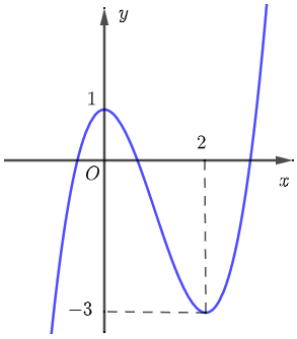
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



Câu 13: **[2D1-5.5-1] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là

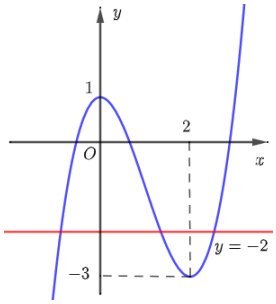
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-2$.



Dựa vào hình vẽ trên ta thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x)+2=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 14: **[2D1-5.5-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số đã cho và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 15: **[2D1-5.5-1] (SGD Ninh Bình Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số đã cho và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

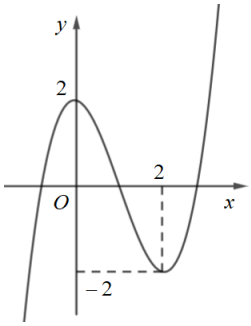
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 16: **[2D1-5.5-1] (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương?



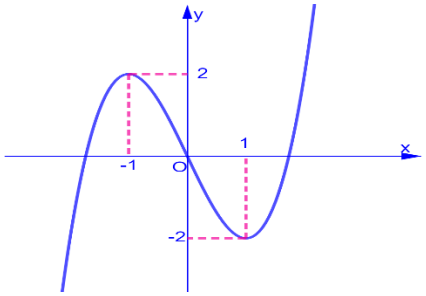
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$. Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có 2 nghiệm dương.

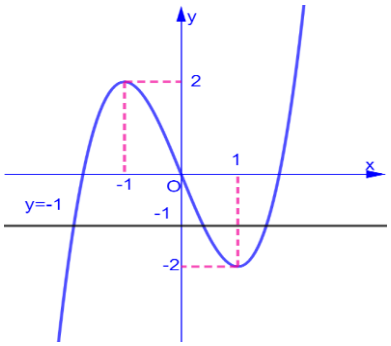
Câu 17: **[2D1-5.5-1] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

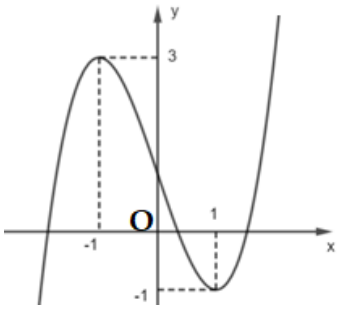
Lời giải

Chọn D



Phương trình $f(x)=-1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18: **[2D1-5.5-1] (SGD Thái Nguyên - Lần 01 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\ x$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f\ x\ =2$ là:

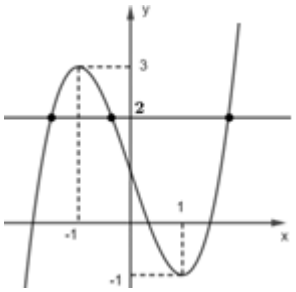


A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=2$.



Từ hình vẽ ta thấy đồ thị $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=2$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 19: **[2D1-5.5-1] (Sở GD Yên Bái L2 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $4f\left(x\right)-3=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

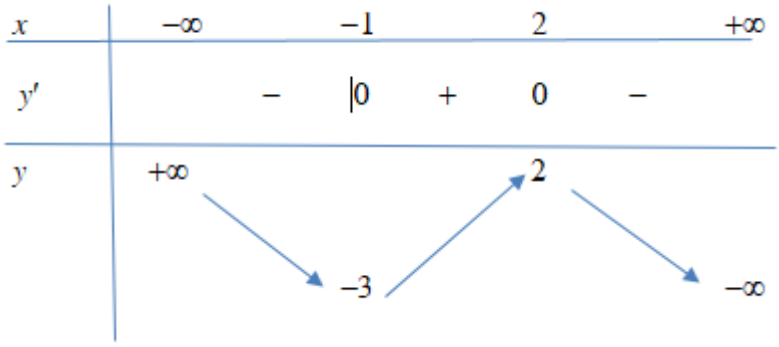
Lời giải

Chọn B

Ta có $4f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{3}{4}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 20: **[2D1-5.5-1] (SGD Hà Tĩnh - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?

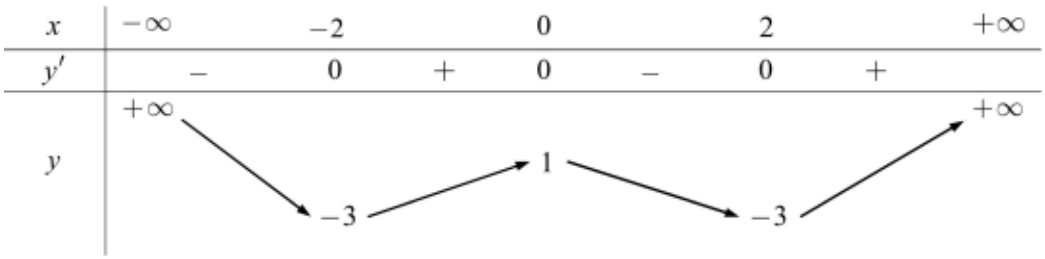


A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<m<2$, mà $m\in Z$ nên $m\in\{-2;-1;0;1\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 21: **[2D1-5.5-1] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

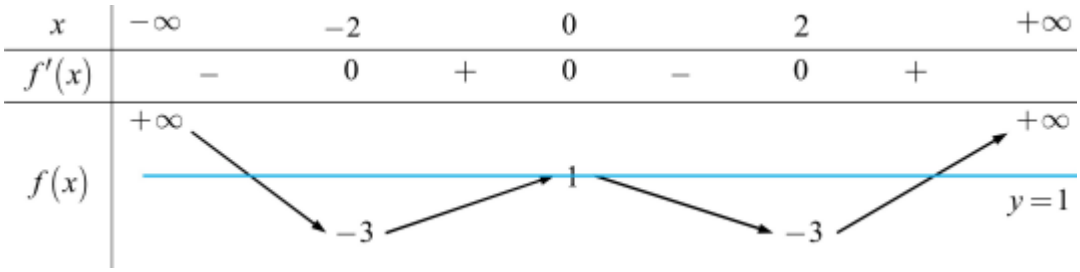


Xác định số nghiệm của phương trình $f(x)=1$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

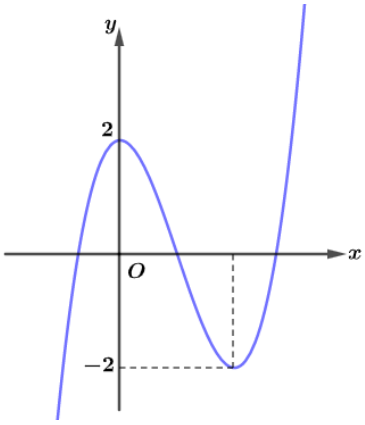
Lời giải

Chọn C



Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm.

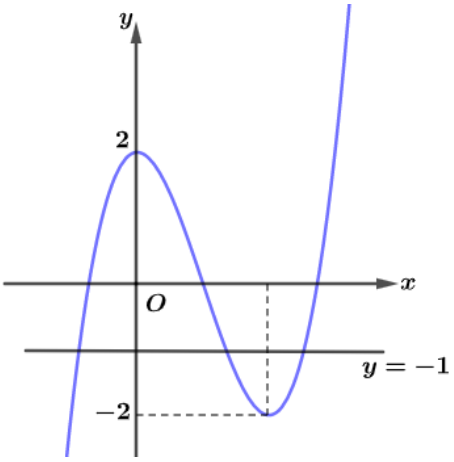
Câu 22: **[2D1-5.5-1] (Cụm Hoàn Kiến - Hai Bà Trưng - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải



Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại 3 điểm.

Câu 23: **[2D1-5.5-1] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên trục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

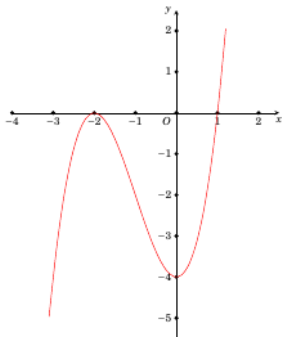
Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ có tất cả 3 nghiệm.

Câu 24: **[2D1-5.5-1] (Mã đề 102 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Cho hàm số

$y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau

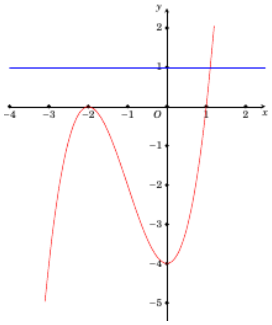


Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

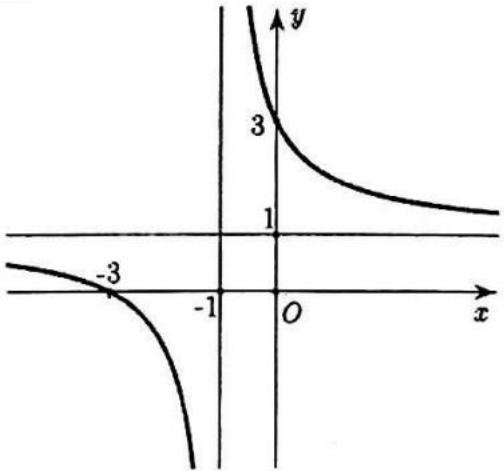
Lời giải

Chọn A



Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$. Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=1$có 1 nghiệm duy nhất.

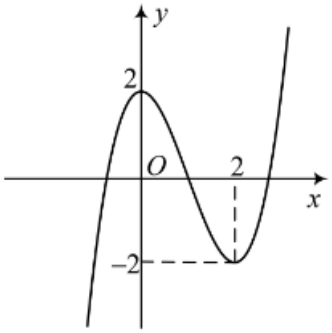
Câu 25: **[2D1-5.5-1] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Lời giải

Câu 26: [2D1-5.5-1] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023) Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$. đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=3$ là?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Vì đường thẳng $y=3$ là đường thẳng song song với trục Ox nên dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ phương trình $f(x)=3$ có 1 nghiệm.

Câu 27: (THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-5.5-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ là

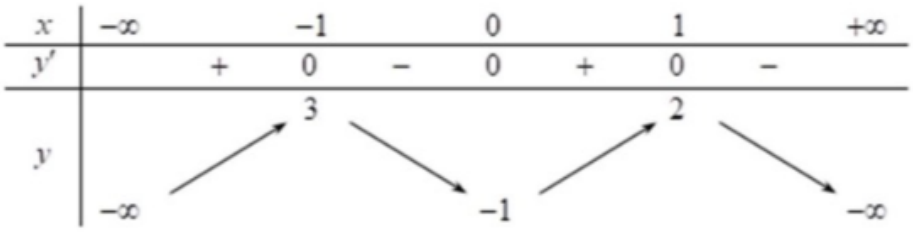
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=2$. Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=2$ và $y=f(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.Vậy phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 28: [2D1-5.5-1] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ là

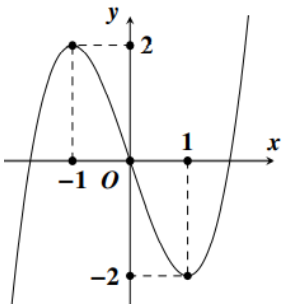
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=2$. Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=2$ và $y=f(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.Vậy phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 29: [2D1-5.5-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

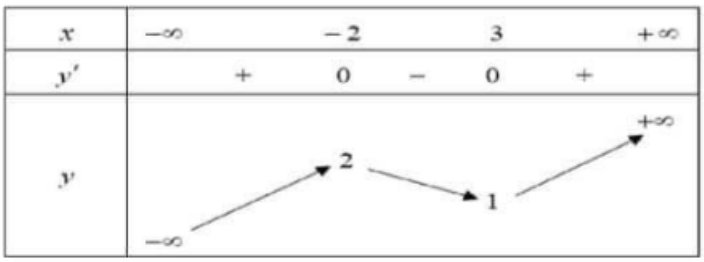
Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$. Từ đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 30: [2D1-5.5-1] **(THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

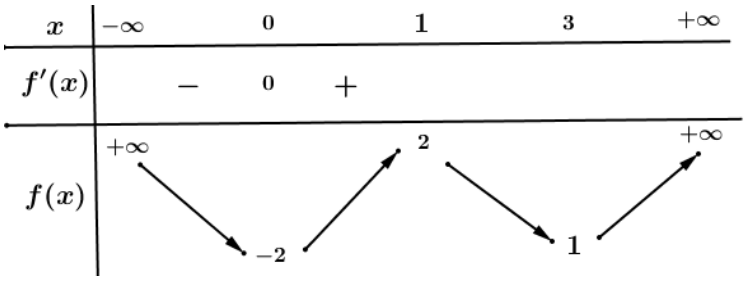
Lời giải

Chọn C

$3f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}$ (1).

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm duy nhất nên phương trình (1) có một nghiệm.

Câu 31: **[2D1-5.5-1] (TT - THPT Trần Phú - Đà Nẵng - Lần 1 - 2023)** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới



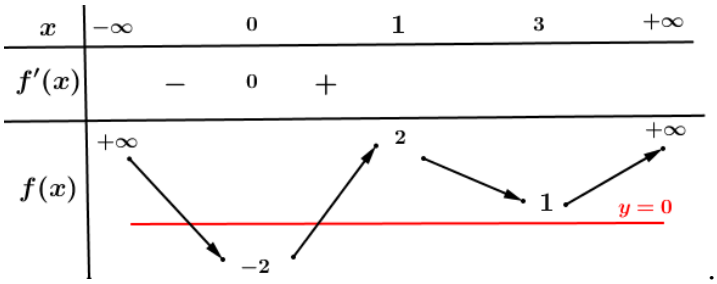
Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x)=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Vẽ đường thẳng $y=0$ ta thấy cắt đồ thị tại đúng một điểm có hoành độ dương. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm dương.



.

Câu 1: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-3<m<5$. **C.** $-3\le m\le 5$. **D.** $-1<m<1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<5$.

Câu 2: **[2D1-5.5-2] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1A - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

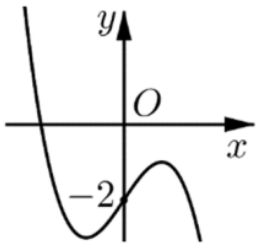
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Có $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}<-1\Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

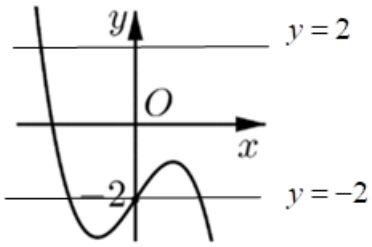
Câu 3: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $\left(f(x)\right)^2=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Phương trình $\left(f\left(x\right)\right)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\\f\left(x\right)=-2\end{array}\right.$

Dựa vạo đồ thị, phương trình $f\left(x\right)=2$ có một nghiệm thực, phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 3 nghiệm thực phân biệt, tất cả các nghiệm trên đều khác nhau nên phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 4: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f\left(x\right)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có mấy nghiệm?

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$\left|f\left(x\right)\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\quad(1)\\f\left(x\right)=-2\quad(2)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f\left(x\right)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

$y=2$

$y=-2$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: phương trình (1) có hai nghiệm, phương trình (2) có hai

nghiệm (và các nghiệm này phân biệt) nên phương trình $|f(x)|=2$ có 4 nghiệm.

Câu 5: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

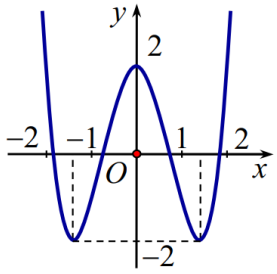
A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x)=4$ có 2 nghiệm thực.

Câu 6: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên



Số nghiệm phân biệt của phương trình $|f(x)|=2$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

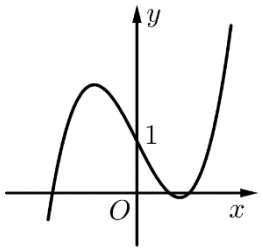
Ta có: $|f(x)|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$

Phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 7: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, phương trình $f(x^2)=1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là $a,0,b\ (a<0<b)$.

Suy ra: $f\left(x^2\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=a\ (1) \\ x^2=0\ (2) \\ x^2=b\ (3) \end{array}\right.$.

Số nghiệm của phương trình $(1),(2),(3)$ lần lượt là 0, 1, 2.

Câu 8: **[2D1-5.5-2] (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\left|f(x)\right|-3=0 \Leftrightarrow \left|f(x)\right|=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{3}{2} \\ f(x)=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

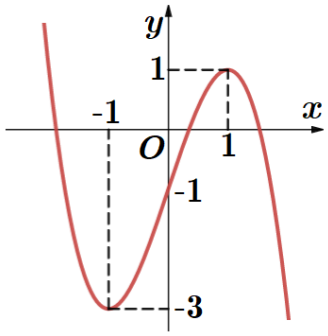
x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

$y=\dfrac{3}{2}$

$y=-\dfrac{3}{2}$

Tương giao 2 đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ và $y=-\frac{3}{2}$ lên bảng biến thiên ta được số nghiệm của phương trình đã cho là 4.

Câu 9: [2D1-5.5-2] (Đề Phát Triển Số 1-Nhóm GVTVN-Năm 2023) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x)+1=m$ nhiều nghiệm nhất?

A. 12 **B.** 11 **C.** 13 **D.** 14

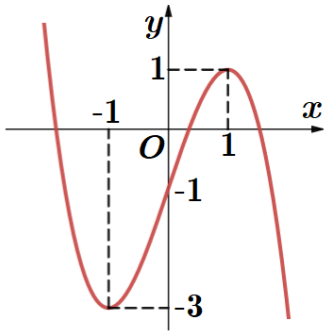
Lời giải

Chọn B

Ta có $3f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m-1}{3}$.

Để phương trình $f(x)=\frac{m-1}{3}$ hay $3f(x)+1=m$ có nhiều nghiệm nhất $\Leftrightarrow -3<\frac{m-1}{3}<1 \Leftrightarrow -8<m<4$.

Câu 10: **[2D1-5.5-2] (Đề phát triển số 2-Nhóm GVTVN-Năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Câu 11:

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có hai nghiệm không âm?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

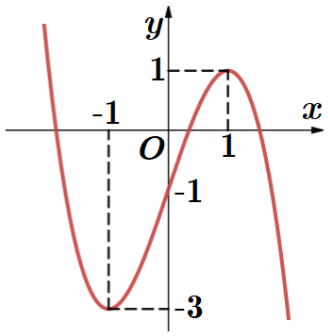
Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$.

Để phương trình $f(x)=m-1$ hay $f(x)+1=m$ có hai nghiệm không âm $\Leftrightarrow -1\le m-1<1$.

Câu 13: **[2D1-5.5-2] (GVTVN - Đề số 4 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Câu 14: Phương trình $f(|x|+1)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=|x|+1$ với $t\ge 1$, khi đó với $t>1$ ta được hai nghiệm x, với $t=1$ ta được một nghiệm $x=0$ và $t<1$ phương trình vô nghiệm.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy được $f(t)=0$ có một nghiệm lớn hơn 1 nên phương trình $f(|x|+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 15: **[2D1-5.5-2] (SGD Bạc Liêu - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xá định, liên tụ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

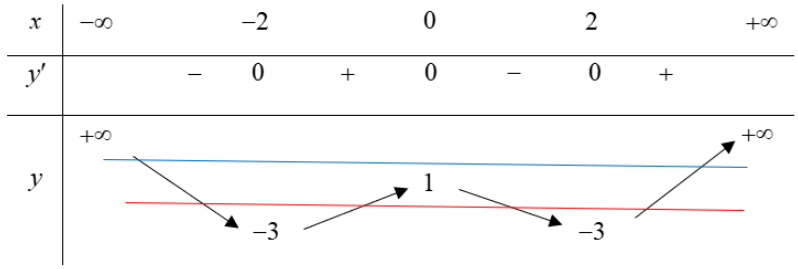
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2\left[f(x)\right]^2-3f(x)=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

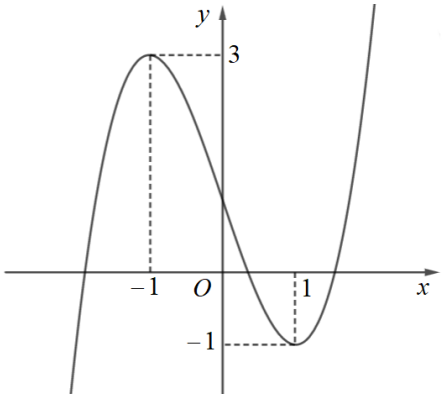
Lời giải

Ta có: $2\left[f(x)\right]^2-3f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$



Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=0$ có nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ có nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $2\left[f(x)\right]^2-3f(x)=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 16: **[2D1-5.5-2] (SGD Bắc Giang - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?

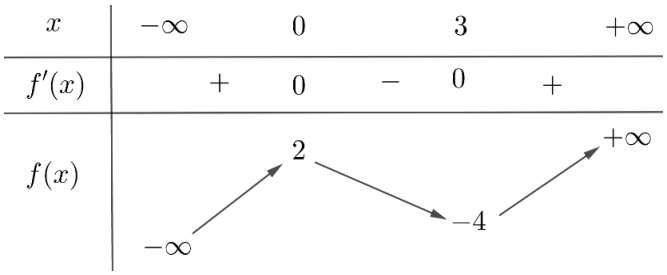
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)-1=m\Leftrightarrow f(x)=m+1$, dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1<m+1<3\Leftrightarrow -2<m<2\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+}m\in\{-1,0,1\}$.

Câu 17: **[2D1-5.5-2] (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=2m$ có 3 nghiệm thực

phân biệt?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

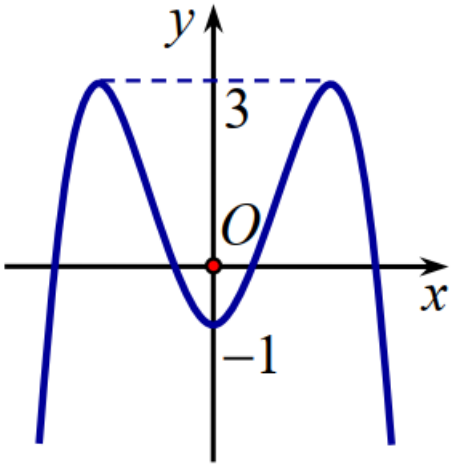
Lời giải

Chọn C

Để phương trình $f(x)=2m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì $-4<2m<2\Leftrightarrow -2<m<1$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0\}\Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Câu 18: **[2D1-5.5-2] (SGD Hải Phòng - Lần 01-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong nhưu hình bên.



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=4$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

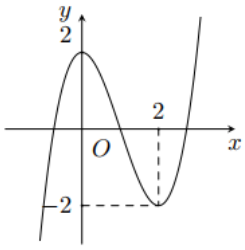
Chọn B

Điều kiện: $1+f(x)\neq 0\Leftrightarrow f(x)\neq -1$.

Ta có: $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=4\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{5}$ **(thỏa mãn điều kiện)**.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{5}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 19: **[2D1-5.5-2] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là



A. 0. **B.** 2.

C. 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Câu 20: **[2D1-5.5-2] (THPT Lương Thế Vinh-Kon Tum-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$.

Dựa vào bàng biến thiên ta suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 21: **[2D1-5.5-2] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

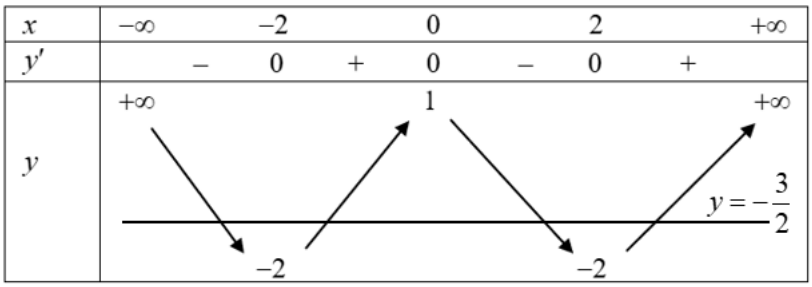
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

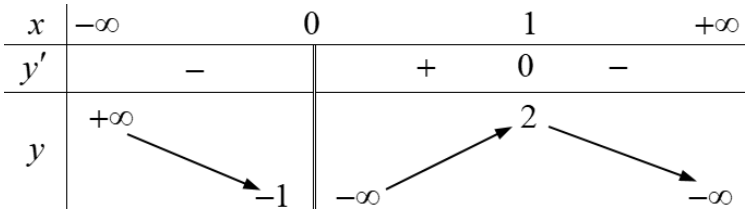
Xét phương trình $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$.



Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt suy ra phương trình $2f(x)+3=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 22: **[2D1-5.5-2] (Sở Lạng Sơn - Lần 1B - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. $(-1;2)$. **B.** $[-1;2]$. **C.** $(-1;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

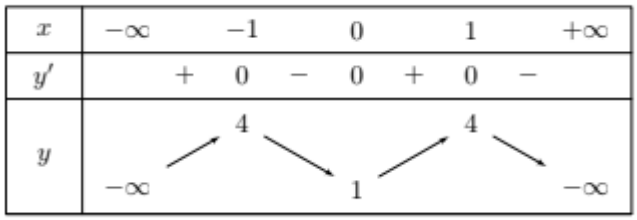
Lời giải

Chọn A

Để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<2$.

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m thỏa mãn là $(-1;2)$.

Câu 23: **[2D1-5.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x)-4=0$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x)-4=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$

Đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm nên phương trình $f(x)=\frac{4}{3}$ có 4 nghiệm.

Câu 24: **[2D1-5.5-2] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x)-4=0$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

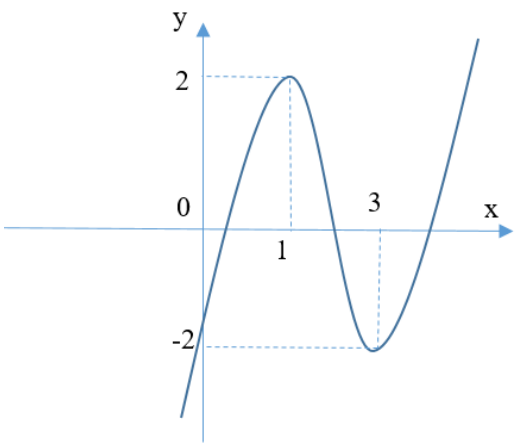
Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$

Đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm nên phương trình $f(x)=\frac{4}{3}$ có 4 nghiệm.

Câu 25: **[2D1-5.5-2] (SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ bằng

A. 2 **B.** 4 **C.** 0 **D.** 3

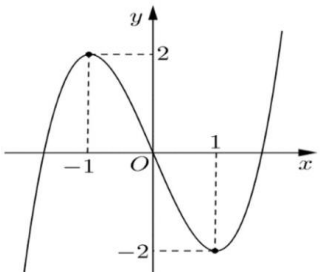
Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)+1=0 \Rightarrow f(x)=\frac{-1}{2}$

Kẻ đường thẳng $y=\dfrac{-1}{2}$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên có 3 nghiệm

Câu 26: [2D1-5.5-2] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Phương trình $\left[f(x)\right]^2+f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$$\left[f(x)\right]^2+f(x)-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1\\f(x)=-2\end{array}\right.$$

Khi $f(x)=1$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Khi $f(x)=-2$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 27: [2D1-5.5-2] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023) Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	↘	3	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\dfrac{9}{2}$

Ta có $2f(x)-9=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{9}{2} \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 28: **[2D1-5.5-2] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Số giao điểm của hàm số $y=x^3-x+2$ và hàm số $y=2$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Số giao điểm của hàm số $y=x^3-x+2$ và hàm số $y=2$ là số nghiệm của phương trình

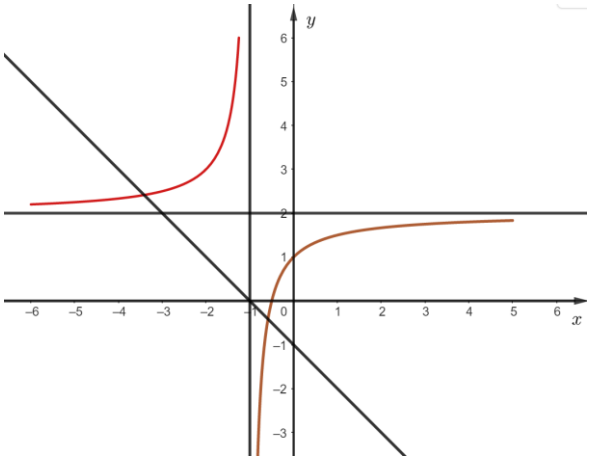
$x^3-x+2=2 \Leftrightarrow x^3-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Vậy có 3 giao điểm.

Câu 29: **[2D1-5.5-2] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y=-x-1$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D



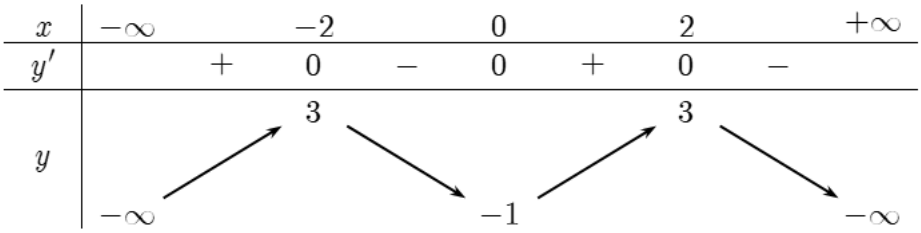
Cách 1: Dựa vào đồ thị của hai hàm số ta kết luận có hai giao điểm

Cách 2: Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$\dfrac{2x+1}{x+1}=-x-1 \Leftrightarrow x^2+4x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2+\sqrt{2} \\ x=-2-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại hai điểm

Câu 30: **[2D1-5.5-2] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-1=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

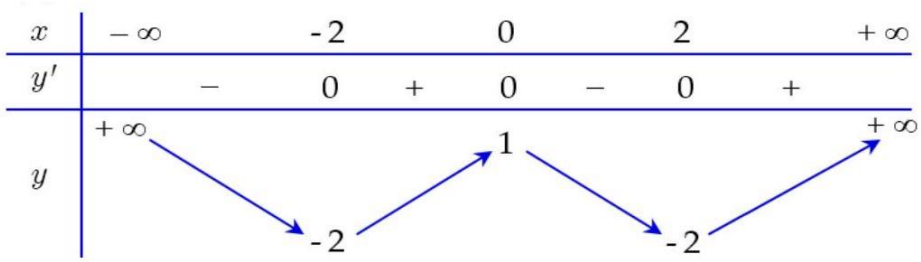
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$

Dựa vào bbt ta thấy có 4 nghiệm thực.

Câu 31: **[2D1-5.5-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)+3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

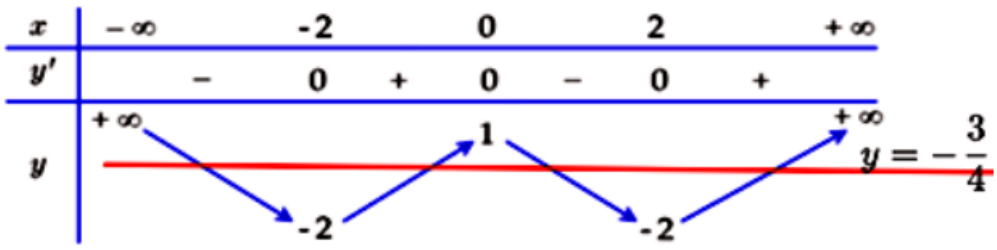
Lời giải

Chọn D

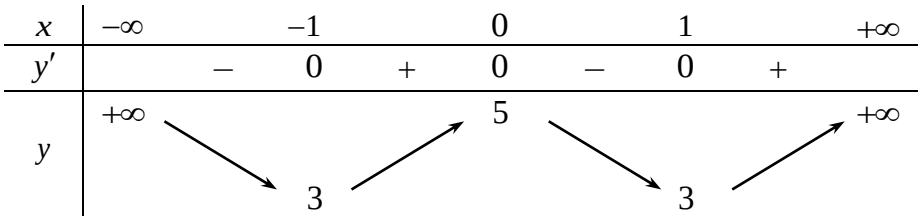
Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=m$.

Phương trình $4f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}$.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{3}{4}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-\frac{3}{4}$ và bằng 4.



Câu 32: **[2D1-5.5-2] (THPT Hoành Bồ - K12-Thi thử TN 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Phương trình $f(3-x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

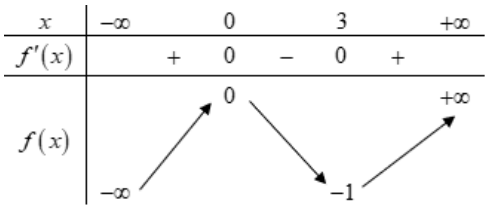
Lời giải

Ta có $f(3-x)-4=0 \Leftrightarrow f(3-x)=4$

Đặt $t=3-x$ ta có $f(t)=4(1)$.

Căn cứ bảng biến thiên ta thấy (1) có 4 nghiệm t, vì mỗi nghiệm t sẽ có 1 nghiệm x, suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 33: **[2D1-5.5-2] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

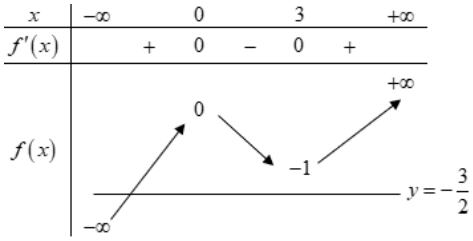
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

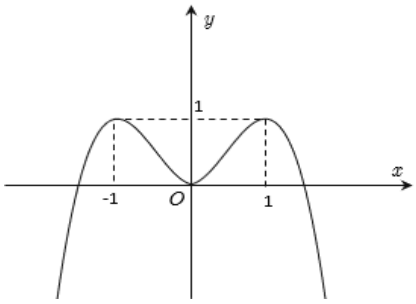
Ta có $2f(x)+3=0$ $f(x)=-\frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$.



Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm chung nên phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{2}$ có 1 nghiệm.

Câu 34: **[2D1-5.5-2] (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=1$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

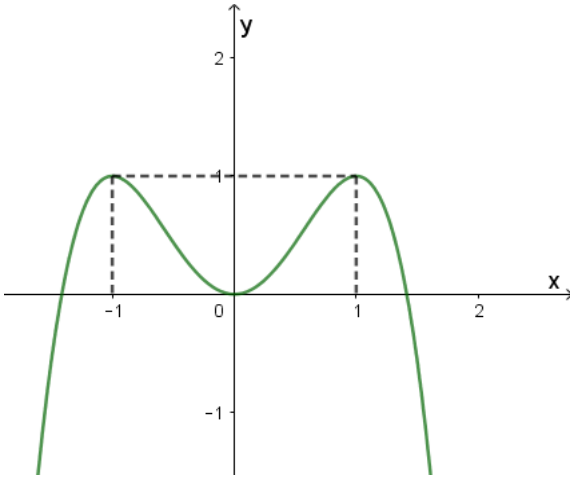
Chọn D

Phương trình $2f(x)=1\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=1$ là 4.

Câu 35: **[2D1-5.5-2] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x)-1=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



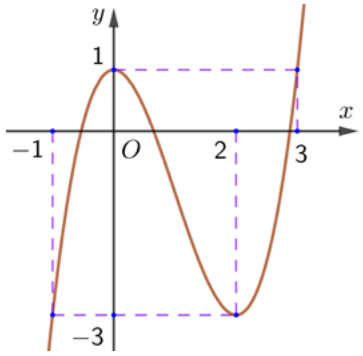
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Ta có $2f\left(x\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f\left(x\right)=\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 36: **[2D1-5.5-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2f(x)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{3}{2}$ có 1 nghiệm.

Câu 37: **[2D1-5.5-2] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Câu 38:

Câu 39: Số nghiệm thực dương của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

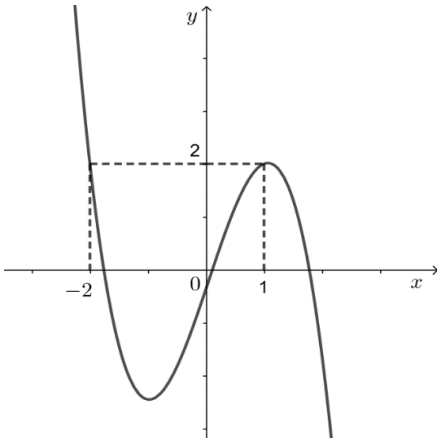
Lời giải

Chọn B

$2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 40: **[2D1-5.5-2] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|2f(x)-3|=1$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

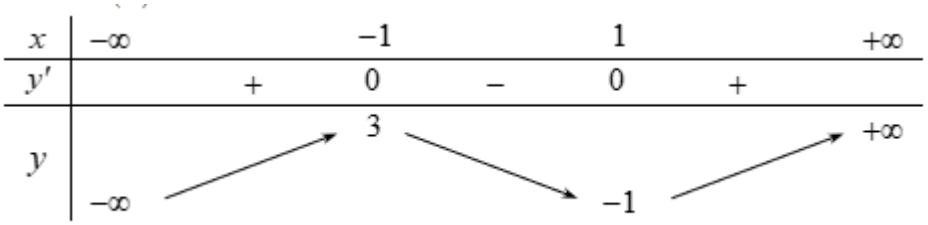
Lời giải

Chọn B

Ta có $|2f(x)-3|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f(x)-3=1 \\ 2f(x)-3=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(x)=2$ có 2 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt. Các nghiệm khác nhau nên phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 41: **[2D1-5.5-2] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

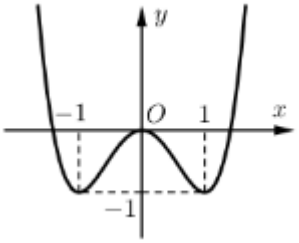
Chọn A

Ta có: $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\frac{1}{2}\\f\left(x\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình $f\left(x\right)=\frac{1}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=-\frac{1}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt, các nghiệm của hai phương trình không trùng nhau nên phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 42: **[2D1-5.5-2] (THPT Nguyễn Khuyến- TPHCM- lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $\frac{3-f\left(x\right)}{1+f\left(x\right)}=5$



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

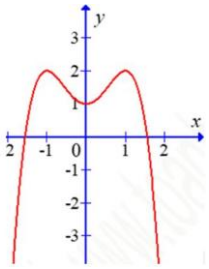
Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với $f\left(x\right)=-\frac{1}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=-\frac{1}{3}$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-\frac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 43: [2D1-5.5-2] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $m=f(x)+1$ với $m<2$ có bao nhiêu nghiệm?



A. Vô nghiệm. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

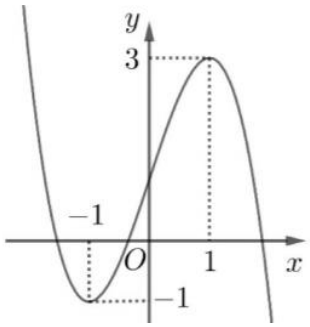
Lời giải

Chọn C

Ta có $m=f(x)+1\Leftrightarrow f(x)=m-1$ vì $m<2$ nên $f(x)=m-1$ với $m-1<1$.

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt các đường thẳng $y=m-1$ tại hai điểm phân biệt do vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 44: [2D1-5.5-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

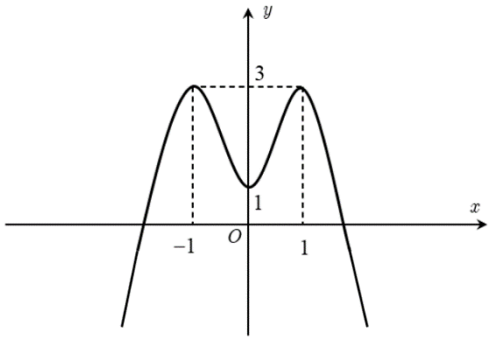
Chọn B

$f(x)+3m=0\Leftrightarrow f(x)=-3m\Rightarrow -1<-3m<3$

$\Leftrightarrow -1<m<\dfrac{1}{3}$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=0$

Câu 45: [2D1-5.5-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023) Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x)+3=0$ là

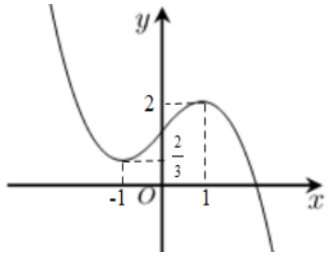
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=-3$

Câu 46: **[2D1-5.5-2] (THPT Phan Đình Phùng-Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau đây. Số nghiệm của phương trình $3f\ x\ -2=0$ là



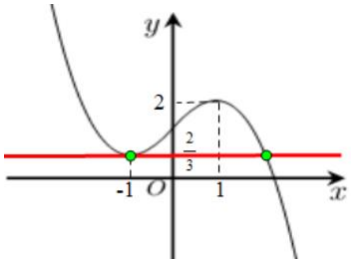
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $3f\ x\ -2=0\Leftrightarrow f\ x\ =\frac{2}{3}$.

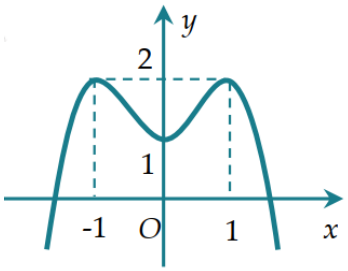
Phương trình $f\ x\ =\frac{2}{3}$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=f\ x$ và $y=\frac{2}{3}$.



Dựa vào đồ thị ta có: đường $y=f\ x$ và $y=\frac{2}{3}$ có hai giao điểm.

Vậy số nghiệm của phương trình $3f\ x\ -2=0$ là 2.

Câu 1: **[2D1-5.5-3] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 2-2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)|f'(x)|-3f'(x)=0$ là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

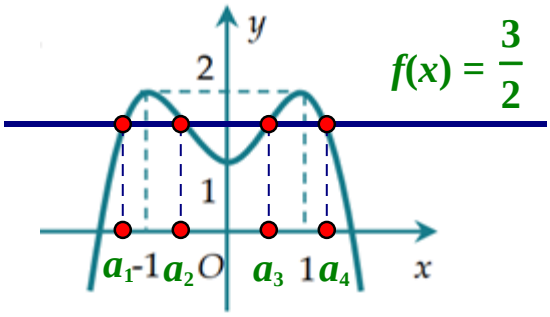
Chọn C

Trường hợp 1: $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hay $x=\pm 1$.

Trường hợp 2: $f'(x)>0\Leftrightarrow x<-1\vee 0<x<1$.

Khi đó:

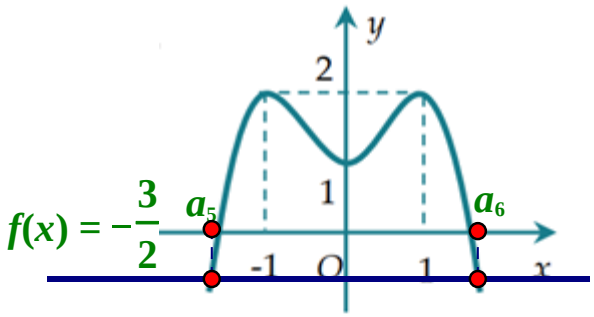
$$2f(x)|f'(x)|-3f'(x)=0\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)-3f'(x)=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a_1\ (a_1<-1)\\ x=a_2\ (-1<a_2<0)\\ x=a_3\ (0<a_3<1)\\ x=a_4\ (a_4>1)\end{array}\right.$$



So với điều kiện, ta nhận: $x=a_1$ và $x=a_3$.

Trường hợp 3: $f'(x)<0\Leftrightarrow -1<x<0\vee x>1$.

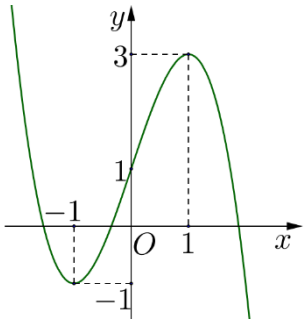
$$2f(x)|f'(x)|-3f'(x)=0\Leftrightarrow -2f(x).f'(x)-3f'(x)=0\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a_5\ (a_5<-1)\\ x=a_6\ (a_6>1)\end{array}\right.$$



So với điều kiện, ta nhận: $x=a_6$.

Nhận thấy các nghiệm trên phân biệt nên phương trình $2f(x)|f'(x)|-3f'(x)=0$ có 6 nghiệm.

Câu 2: **[2D1-5.5-3] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f(\cos x)\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$?



A. 5.. **B.** 3.. **C.** 4.. **D.** 2.

Lời giải

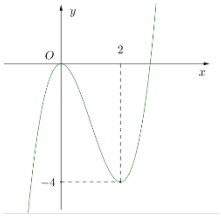
Chọn C

Đặt $t=\cos x$, vì $x\in\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)\to t\in[-1;0)\to f(t)\in[-1;1)$

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow pt\ f\left(f(t)\right)=m$ có nghiệm $t\in[-1;0)\Rightarrow -1\le m<3$

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-1;0;1;2\}$.

Câu 3: **[2D1-5.5-3] (Sáng tác đề thi TN-THPT-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-4f(x)-3=0$



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $4f^2(x)-4f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{3}{2} \\ f(x)=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

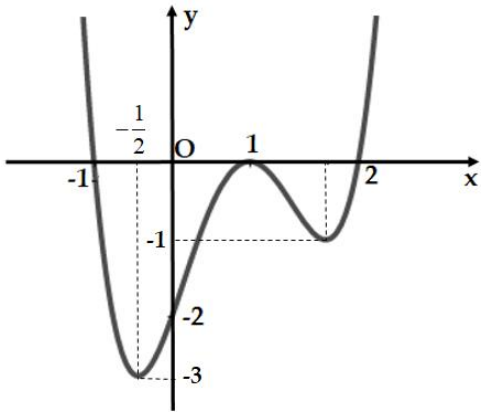
Dựa vào đồ thị ta có:

Đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm có hoành độ x_1 nên phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ có 1 nghiệm x_1

Đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ khác x_1 nên phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt khác x_1.

Vậy số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-4f(x)-3=0$ là 4.

Câu 4: **[2D1-5.5-3] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.

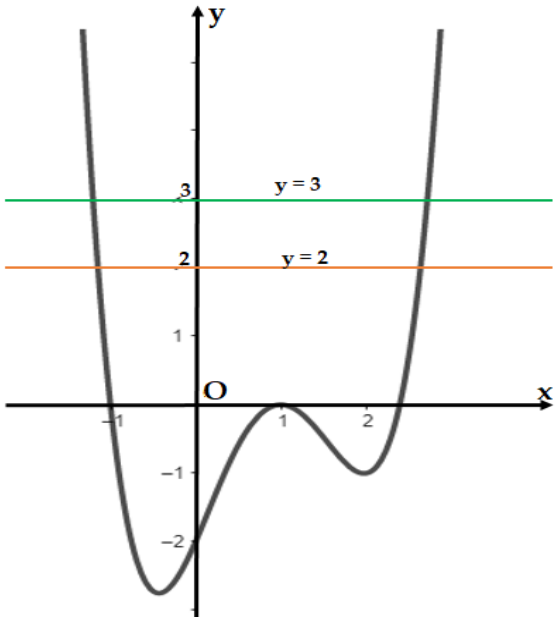


Đặt $g(x)=f\left(f(x)-1\right)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

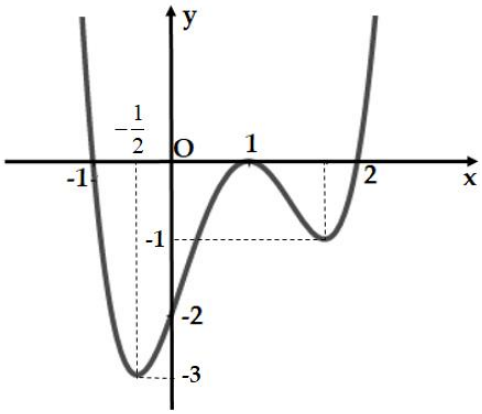
Chọn C



Ta có phương trình $g(x)=0 \Leftrightarrow f\left(f(x)-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=-1 \\ f(x)-1=1 \\ f(x)-1=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \ (3\ nghiem) \\ f(x)=2 \ (2\ nghiem) \\ f(x)=3 \ (2\ nghiem) \end{array}\right.$

Các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình $g(x)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 5: **[2D1-5.5-3] (SGD Hòa Bình - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.

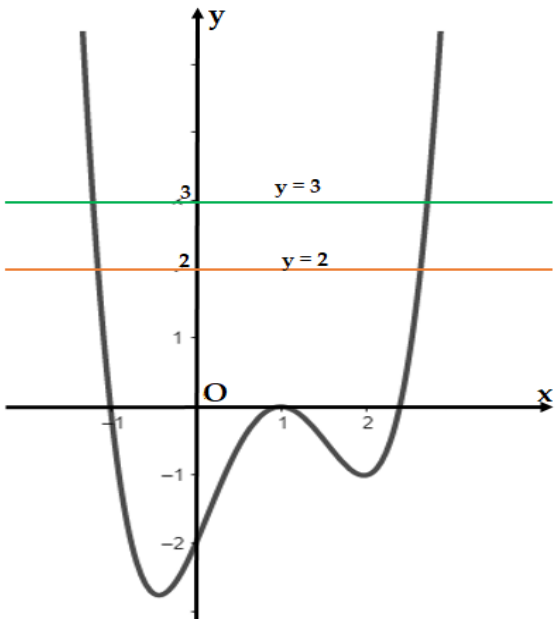


Đặt $g(x)=f\left(f(x)-1\right)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

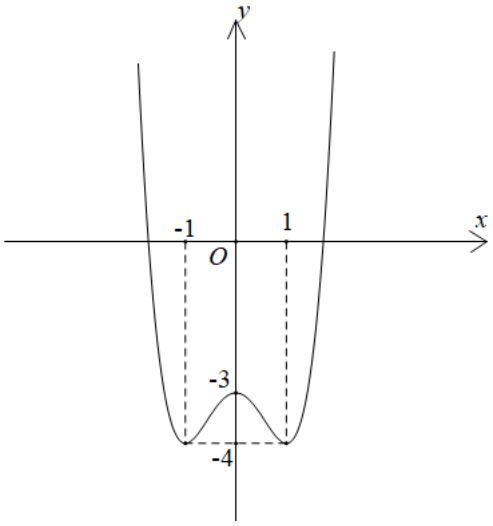
Chọn C



Ta có phương trình $g(x)=0 \Leftrightarrow f\left(f(x)-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=-1 \\ f(x)-1=1 \\ f(x)-1=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \ (3\ nghiem) \\ f(x)=2 \ (2\ nghiem) \\ f(x)=3 \ (2\ nghiem) \end{array}\right.$

Các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình $g(x)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 6: **[2D1-5.5-3] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



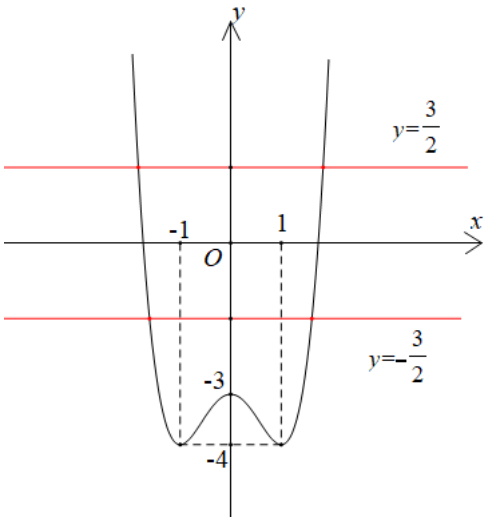
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

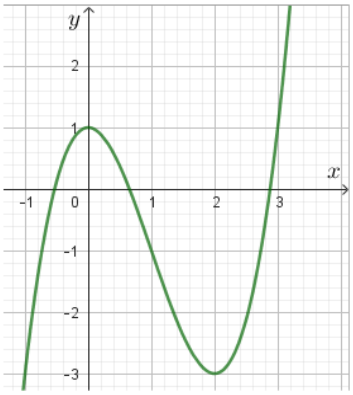
Chọn D

$$2\left|f\left(x\right)\right|-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}\\f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$



Từ đồ thị, ta thấy hai đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$, $y=-\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Vậy phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 7: **[2D1-5.5-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có:

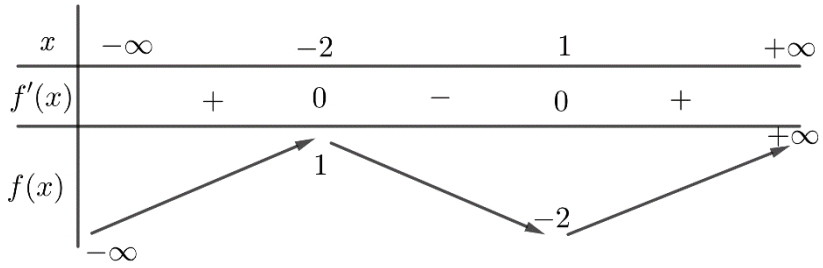
$$f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4-2f\left(x\right)=0\\-4-2f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right.$$

+) Với $f\left(x\right)=-2\Rightarrow$ có 3 nghiệm phân biệt khác 2.

+) Với $f(x)=-3 \Rightarrow$ có 2 nghiệm trong đó có nghiệm kép $x=2$.

Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f(x)\right)=0$ là 5.

Câu 8: **[2D1-5.5-3] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Cho $g\ x\ = x^2-2x-1$ và hàm số $y=f\ x\ $ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số nghiệm của phương trình $f\left[g\ x\ \right]=0$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

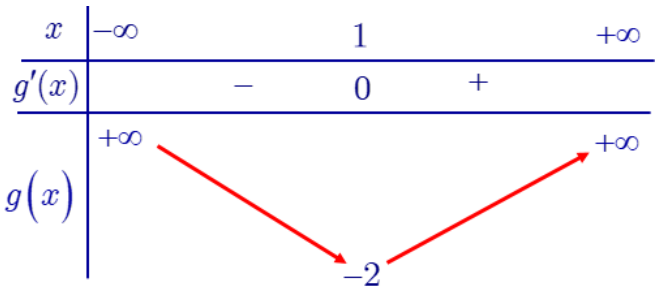
Dựa trên BBT: $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-2) \\ x=b\in(-2;1) \\ x=c\in(1;+\infty) \end{array}\right.$

$f\left[g\ x\ \right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x)=a\in(-\infty;-2) \\ g(x)=b\in(-2;1) \\ g(x)=c\in(1;+\infty) \end{array}\right.$

Xét $g\ x\ = x^2-2x-1$, ta có

$g'\ x\ = 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow g\ 1\ = -2$

BBT

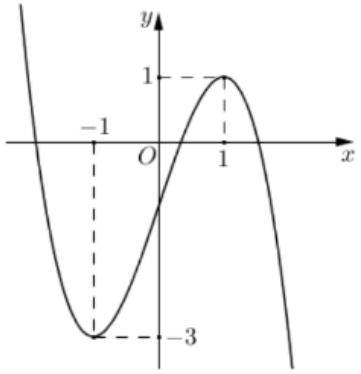


Dựa vào BBT của $g\ x\ = x^2-2x-1$ ta có:

- $g\ x\ = a\in(-\infty;-2)$ phương trình vô nghiệm.
- $g\ x\ = b$ (với $b\in(-2;1)$) có 2 nghiệm phân biệt
- $g\ x\ = c$ (với $c\in(1;+\infty)$) có 2 nghiệm phân biệt

Vậy $f\left[g\ x\right]=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 9: **[2D1-5.5-3] (THPT HAI BÀ TRƯNG-HUẾ-LẦN 2-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)+3\right)=0$



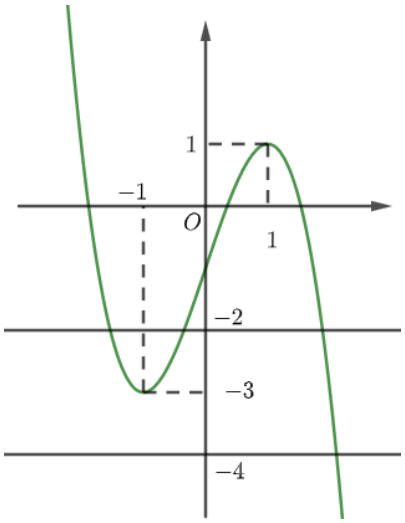
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

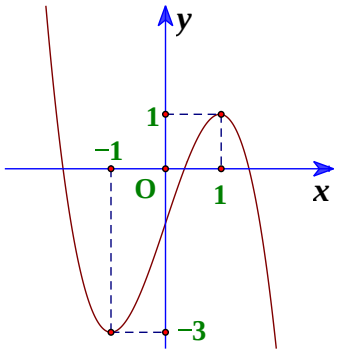
Từ đồ thị hàm số ta có:

$$f'\left(f(x)+3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)+3=-1\\f(x)+3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=-4\\f(x)=-2\end{array}\right.$$



Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 10: **[2D1-5.5-3] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $4\left|f(x)\right|-25=0$ là:

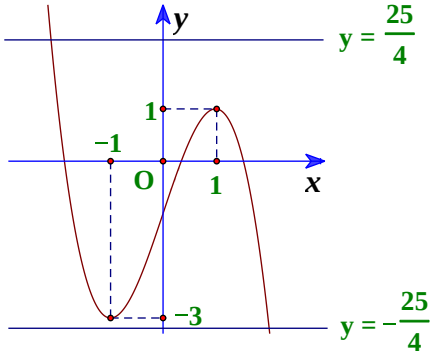


A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4\left|f\left(x\right)\right|-25=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{25}{4}\vee f\left(x\right)=-\frac{25}{4}$.

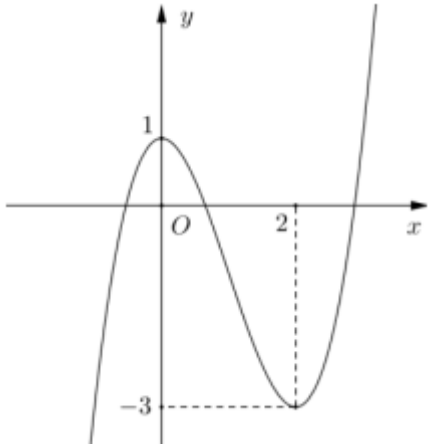


Với $f\left(x\right)=\frac{25}{4}$, phương trình có 1 nghiệm.

Với $f\left(x\right)=-\frac{25}{4}$, phương trình có 1 nghiệm.

Do vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 11: **[2D1-5.5-3] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left[f\left(x\right)+4\right]=0$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Vì hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại $x=0$ và $x=2$ nên phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm $x=0, x=2$

Ta có:

$$f'\left[f\left(x\right)+4\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+4=0\\f\left(x\right)+4=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-4\\f\left(x\right)=-2\end{array}\right.$$

+ $f\left(x\right)=-4$ có 1 nghiệm.

+ $f\left(x\right)=-2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f'\left[f\left(x\right)+4\right]=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 12: [2D1-5.5-3] **(LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0$ là

A. 2.. **B.** 6.. **C.** 4.. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

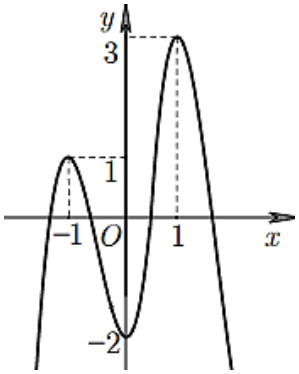
Ta có: $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0\Leftrightarrow f\left[f\left(x\right)+1\right]=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+1=3\\f\left(x\right)+1=a\ \ (a<-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\\f\left(x\right)=-a-1\end{array}\right.$

$f\left(x\right)=2$ Thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

$f\left(x\right)=-a-1$ với $a<-1$ thì phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình: $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 13: [2D1-5.5-3] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Tập nghiệm của phương trình $f'\left(2f\left(x\right)-3\right)=0$ có số phần tử là



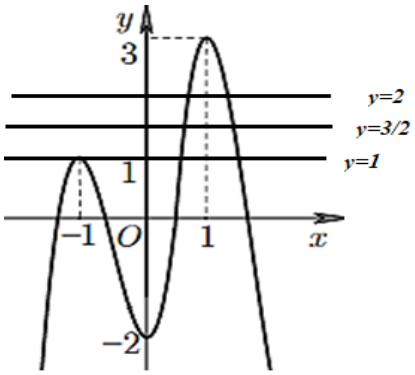
A. 7. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow f'\left(2f(x)-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2f(x)-3=-1\\2f(x)-3=0\\2f(x)-3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1\\f(x)=\dfrac{3}{2}\\f(x)=2\end{array}\right.$$



Từ sự tương giao trên hình vẽ, phương trình $f'\left(2f(x)-3\right)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 1: **[2D1-5.5-4] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ bậc ba có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đặt $g(x)=f\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)$. Phương trình $g'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'(x)\left[f(x)-1\right]f'\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)$ nên

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0;f(x)=1\\f'\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)=0.\end{array}\right.$$

Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{3}{2}.\end{array}\right.$

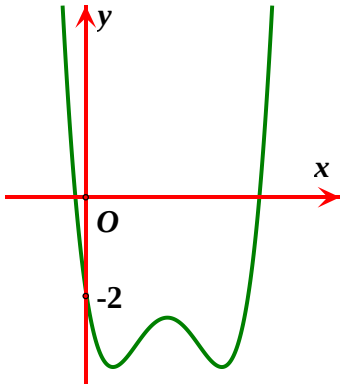
Xét phương trình $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=a\left(a>\frac{3}{2}\right).\end{array}\right.$

Xét phương trình

$$f'\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)=0.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)=0\\\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)=\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\x=b(b<0)\end{array}\right.\\f(x)=2\Leftrightarrow x=c(c>a)\\f(x)=3\Leftrightarrow x=d(d>c)\\f(x)=-1\Leftrightarrow x=e(e<b).\end{array}\right.$$

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 2: **[2D1-5.5-4] (SGD Thái Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ và hàm số $g(x)=\sqrt{x^2+4}+x$. Số nghiệm thực của phương trình $f\left[g(x)f(x)\right]+2=0$ là



A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt{x^2+4}>\sqrt{x^2}=|x|$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+4}+x>|x|+x\ge 0\\ \sqrt{x^2+4}-x>|x|-x\ge 0\end{cases}$$

Khi đó, phương trình: $f\left[g(x)f(x)\right]+2=0$

$$\Leftrightarrow f\left[g(x)f(x)\right]=-2$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g(x).f(x)=0\\ g(x).f(x)=a\in(0;1)\\ g(x).f(x)=b\in(2;3)\\ g(x).f(x)=c\in(3;4)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f(x)=0 & (1)\ \left(do\ g(x)=x+\sqrt{x^2+4}>0,\forall x\in\mathbb{R}\right)\\ f(x)=\frac{1}{4}a\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) & (2)\\ f(x)=\frac{1}{4}b\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) & (3)\\ f(x)=\frac{1}{4}c\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) & (4)\end{array}\right.$$

Dễ thấy phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt

Xét hàm số $h(x)=\frac{1}{4}t\left(\sqrt{x^2+4}-x\right),\ x\in\mathbb{R}\ (t>0)$

$$h'(x)=\frac{1}{4}t\frac{x-\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}}<0,\ x\in\mathbb{R}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{t}{\sqrt{x^2+4}+x}=0$

Từ đồ thị ta thấy các phương trình $(2),(3),(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 3: **[2D1-5.5-4] (SGD - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $\sqrt{15-2x-x^2}.\sin\left[\pi.f(x)\right]=0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

A. Vô số. **B.** 107. **C.** 113. **D.** 105.

Lời giải

Chọn C

Ta có $15-2x-x^2\ge 0\Leftrightarrow -5\le x\le 3$.

Phương trình $\sqrt{15-2x-x^2}.\sin\left[\pi.f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}15-2x-x^2=0 & (1)\\ \sin\left[\pi f(x)\right]=0. & (2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-5.\end{array}\right.$

$(2)\Leftrightarrow f(x)=k$, với k nguyên.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)=x^3+3x^2-2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-2$, trên khoảng $(-5;3)$ ta có:

x	-5		-2		0		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-52	↗	2	↘	-2	↗	52

$y=k$

Với mỗi số nguyên k thỏa mãn $-52<k<-2$ hoặc $2<k<52$ thì phương trình $f(x)=k$ có một nghiệm. Do đó $f(x)=k$ có tối đa 98 nghiệm.

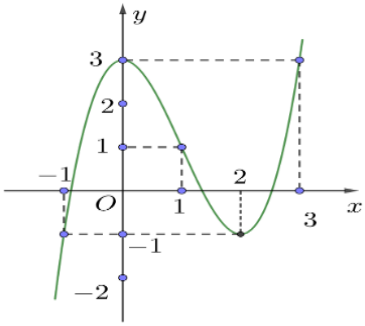
Với mỗi số nguyên k thỏa mãn $k=-2$ hoặc $k=2$ thì phương trình $f(x)=k$ có hai nghiệm.

Do đó $f(x)=k$ có tối đa 4 nghiệm.

Với mỗi số nguyên k thỏa mãn $-2<k<2$ thì phương trình $f(x)=k$ có ba nghiệm. Do đó $f(x)=k$ có tối đa 9 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tối đa $2+98+4+9=113$ nghiệm.

Câu 4: **[2D1-5.5-4] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

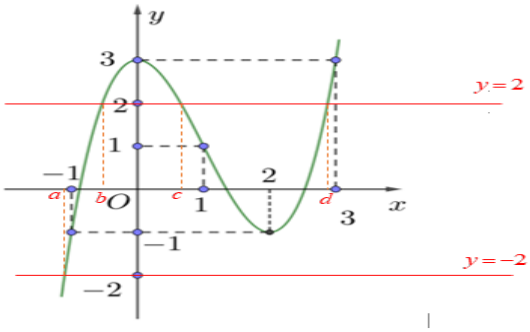


Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ là

A. 7. **B.** 9 **C.** 10 **D.** 8

Lời giải

Phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^4-2x^2\right)=2\\f\left(x^4-2x^2\right)=-2\end{array}\right.$



* Phương trình $f\left(x^4-2x^2\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^4-2x^2=b,(-1<b<0)\\x^4-2x^2=c,(0<c<1)\\x^4-2x^2=d,(2<d<3)\end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^4-2x^2\right)=-2\Leftrightarrow x^4-2x^2=a,(-2<a<-1)$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=x^4-2x^2$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT trên ta có:

- Phương trình $x^4-2x^2=a,(-2<a<-1)$ không có nghiệm thực.
- Phương trình $x^4-2x^2=b,(-1<b<0)$ có 4 nghiệm thực phân biệt.
- Phương trình $x^4-2x^2=c,(0<c<1)$ có 2 nghiệm thực phân biệt.
- Phương trình $x^4-2x^2=d,(2<d<3)$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ có 8 nghiệm thực phân biệt.

Câu 5: **[2D1-5.5-4] (THPT - Hồng Đức - TP HCM - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $4f(\cos 2x)+5=0$ là

A. 12. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

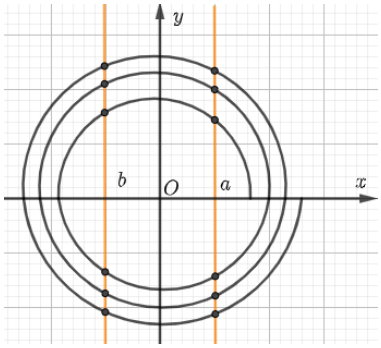
Đặt $t=2x\xrightarrow{x\in[-\pi;2\pi]}t\in[-2\pi;4\pi]$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=-\frac{5}{4}$

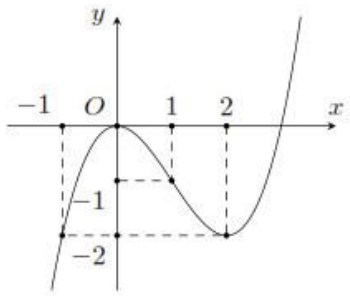
Phương trình $4f(\cos t)+5=0\Leftrightarrow f(\cos t)=-\frac{5}{4}$

$$\left[\begin{array}{l}\cos t=m<-1,(VN)\\ \cos t=b\in(-1;0),(2)\\ \cos t=a\in(0;1),\ \ (3)\\ \cos t=n>1,(VN)\end{array}\right.$$



Từ đồ thị hàm số suy ra phương trình $(2),(3)$ mỗi phương trình có đúng 6 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có 12 nghiệm.

Câu 6: **[2D1-5.5-4] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2x\left|f(x)\right|=x+1$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

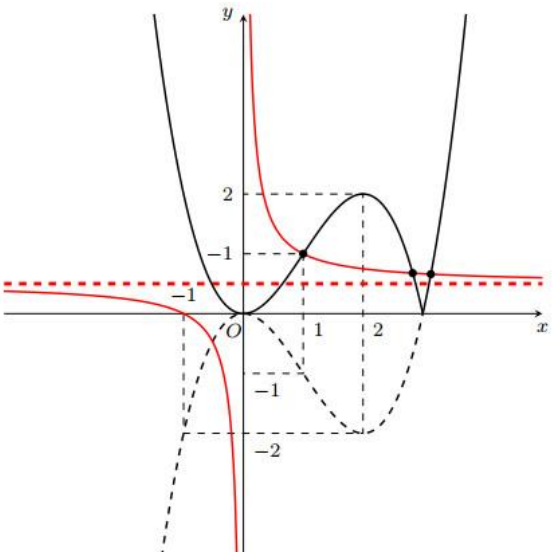
Chọn D

Xét phương trình $2x\left|f(x)\right|=x+1,(1)$

+ Ta thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình (1)

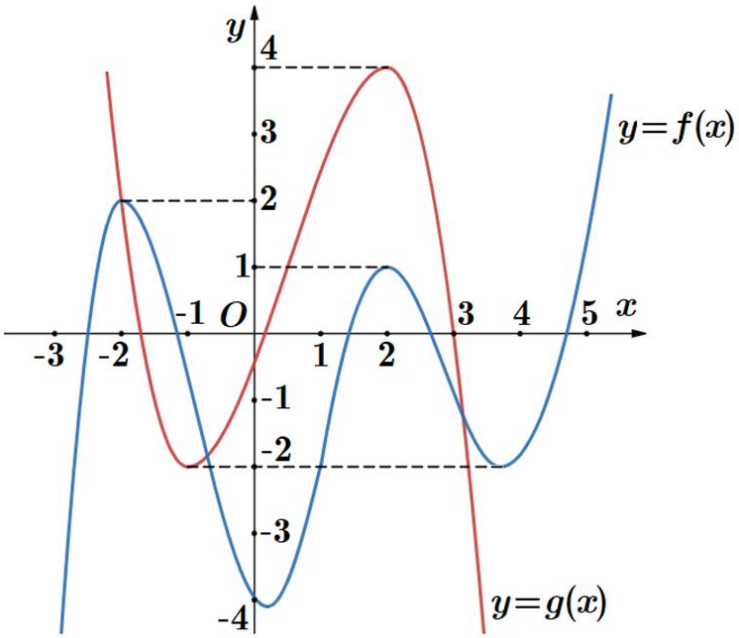
+ Với $x\neq 0$, ta có $2x\left|f(x)\right|=x+1\Leftrightarrow\left|f(x)\right|=\dfrac{x+1}{2x}$

Vẽ hai đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ và $y=\dfrac{x+1}{2x}$ trên cùng hệ trục tọa độ, số giao điểm của đồ thị là số nghiệm của phương trình (1)



Từ đồ thị ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 7: **[2D1-5.5-4] (THPT Thái Phiên Hải Phòng - lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$, $y=g\ x$ có đồ thị như hình sau:



Khi đó tổng số nghiệm của hai phương trình $f\ g\ x\ =0$ và $g\ f\ x\ =0$ là

A. 26. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

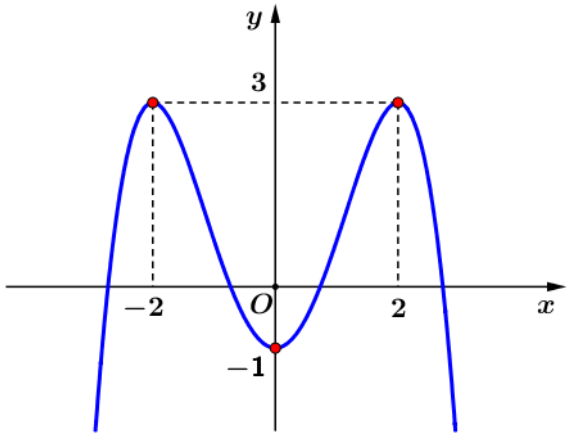
Ta có $f\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=a_1 & -3<a_1<-2\\ x=a_2 & -2<a_2<-1\\ x=a_3 & 1<a_3<2\\ x=a_4 & 2<a_4<3\\ x=a_5 & 4<a_5<5\end{bmatrix}$ và $g\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=a_6 & -2<a_6<-1\\ x=a_7 & 0<a_7<1\\ x=3\end{bmatrix}$.

Khi đó $f\ g\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}g\ x\ =a_1 & -3<a_1<-2\\ g\ x\ =a_2 & -2<a_2<-1\\ g\ x\ =a_3 & 1<a_3<2\\ g\ x\ =a_4 & 2<a_4<3\\ g\ x\ =a_5 & 4<a_5<5\end{bmatrix}$, phương trình này có 11 nghiệm.

$g\ f\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f\ x\ =a_6\\ f\ x\ =a_7\\ f\ x\ =3\end{bmatrix}$, phương trình này có 11 nghiệm.

Vậy tổng số nghiệm của hai phương trình $f\ g\ x\ =0$ và $g\ f\ x\ =0$ là 22.

Câu 1: **[2D1-5.6-1] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

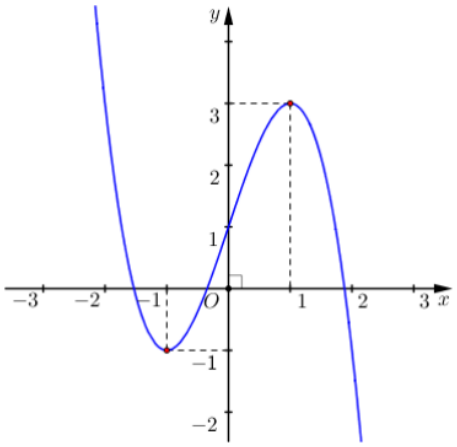
Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m<-1 \end{array}\right.$

Vậy có 1 giá trị nguyên dương m thỏa.

Câu 2: **[2D1-5.6-1] (THPT Đào Duy Từ - Lần 03 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

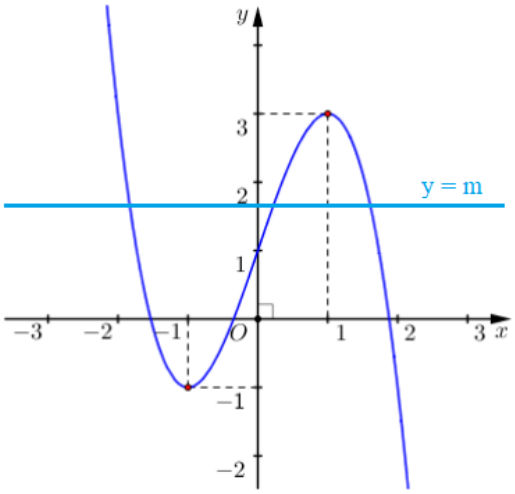


A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

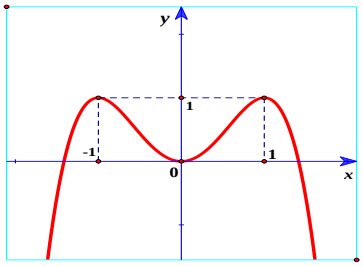
Số nghiệm của $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị $y=f(x)$.



Yêu cầu bài toán là $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<m<3$, m nguyên dương nên $m\in\{1,2\}$. Vậy có 2 giá trị của m.

Câu 3: **[2D1-5.6-1] (THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh - Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

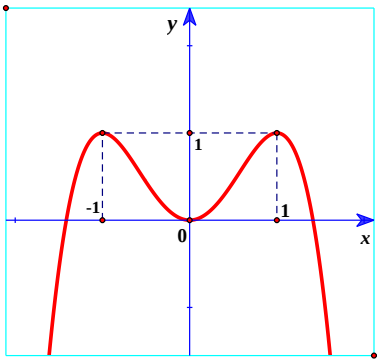


A. $m>0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $0<m<1$.

Câu 4: **[2D1-5.6-1] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



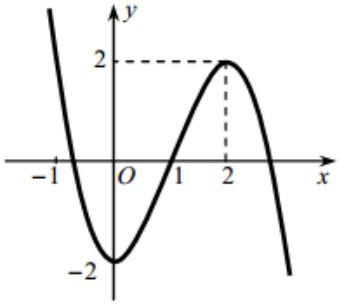
A. $m>0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số thì phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi: $0<m<1$.

Câu 5: **[2D1-5.6-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt

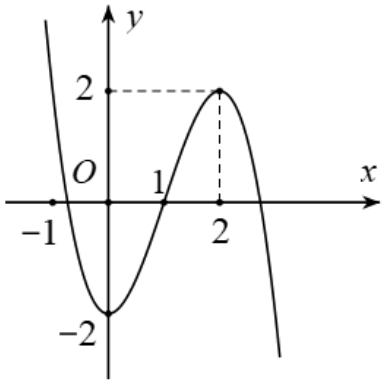
$\Leftrightarrow m\in(-2;2)$

Mà $m\in\mathbb{Z}$

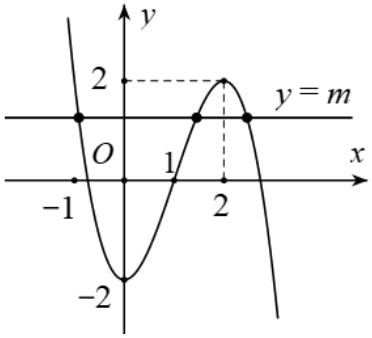
Nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 6: **[2D1-5.6-1] (THPT Phụ Dực - Thái Bình - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.



Lời giải

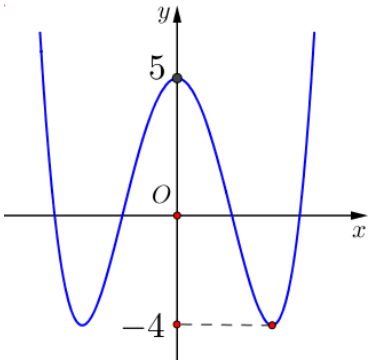
Chọn C

Nhận xét: Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

YCBT $\Leftrightarrow$ Đường $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<2$.

Mà $m\in Z$ nên $m\in\{-1;0;1\}$

Câu 1: **[2D1-5.6-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

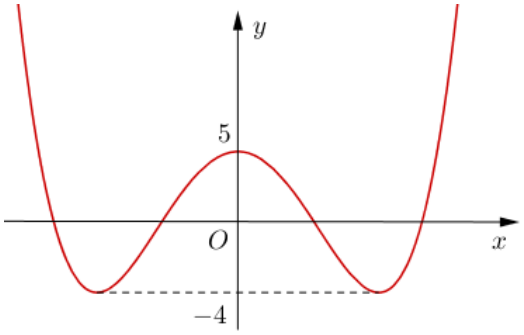
Ta có $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$.

Dựa vào đồ thị, phương trình trên có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-4<\frac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10$.

Suy ra, các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-7;-6;\ldots;-1;0;1;\ldots;9$.

Có tất cả 17 số m thỏa mãn.

Câu 2: **[2D1-5.6-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi giá trị của m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



A. 4. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

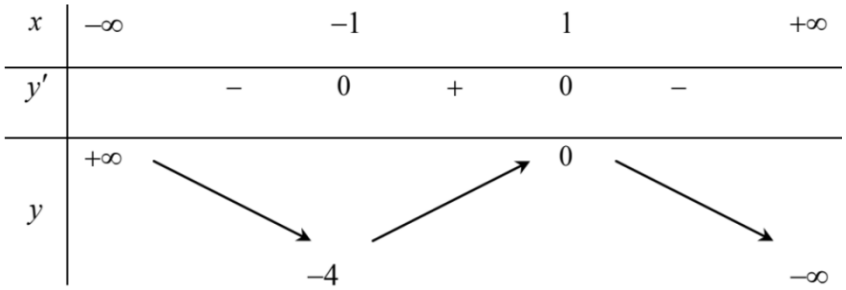
Xét phương trình $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$.

Phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-4<\frac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-7;-6;...;7;8;9\}$.

Vậy có 17 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 3: **[2D1-5.6-2] (Chuyên Biên Hòa Hà Nam - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

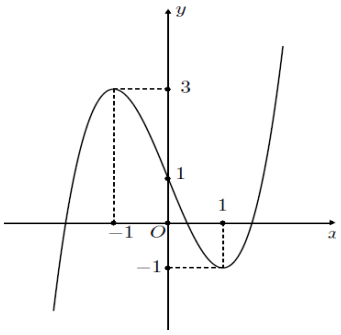
Lời giải

Chọn D

$f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra: $-4<-m<0 \Leftrightarrow 0<m<4$.

Vậy $m\in\{1;2;3\}$

Câu 4: **[2D1-5.6-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x)+3m-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}<m<1$. **C.** $-\frac{5}{3}\le m\le 1$. **D.** $-1\le m\le\frac{5}{3}$.

Lời giải

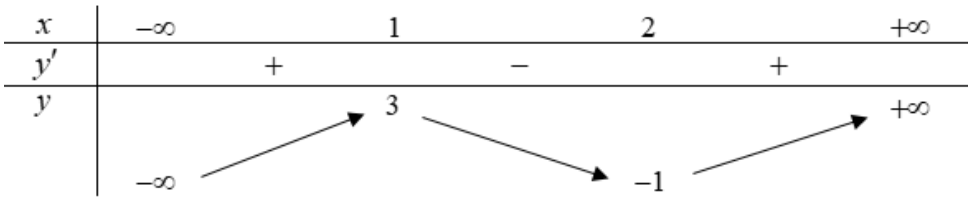
Chọn A

Ta có: $2f(x)+3m-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-3m+3}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<\dfrac{-3m+3}{2}<3 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{5}{3}$.

Câu 5: **[2D1-5.6-2] (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:



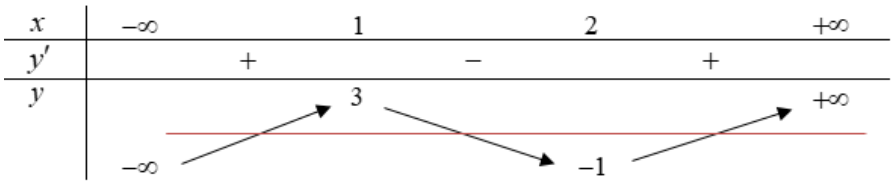
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

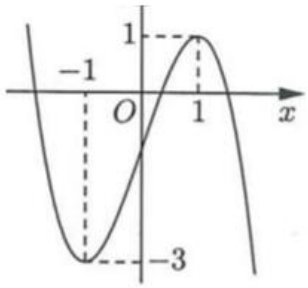
Chọn A

Xét tương giao giữa hai đồ thị hàm số ta có:



Phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<3 \Rightarrow m\in\{0;1;2\}$.

Câu 6: **[2D1-5.6-2] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 01 - 2022 -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{m}{2}$.

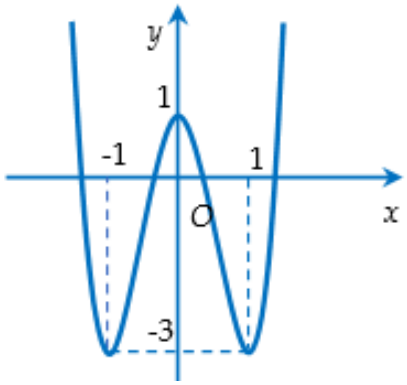
Dựa vào đồ thị ta có điều kiện để phương trình có ba nghiệm phân biệt là:

$-3<\frac{m}{2}<1 \Leftrightarrow -6<m<2$

$m\in\mathbb{Z};\ m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$

Có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 7: **[2D1-5.6-2] (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - Lần 02 - 2022 -2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m, $(m<2023)$ để phương trình $f(2x)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2020.

Lời giải

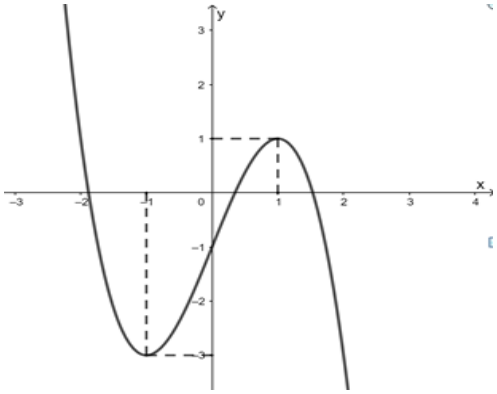
Chọn B

Đặt $t=2x \Rightarrow x=\frac{t}{2}$. Khi đó, phương trình $f(2x)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi phương trình $f(t)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m>1 \end{array}\right.$ mà $\left\{\begin{array}{l} m\in\mathbb{Z} \\ m<2023 \end{array}\right.$

nên $m\in\{2;3;4;5;\ldots;2020;2021;2022\}\cup\{-3\}$

Vậy có tất cả 2022 giá trị nguyên của m thoả đề.

Câu 8: **[2D1-5.6-2] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 04 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x-2)+3=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

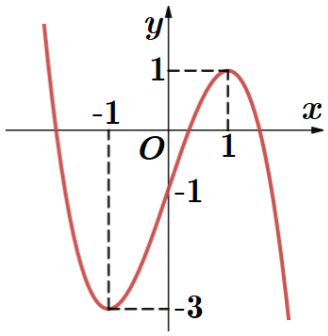
Đặt $t=x-2$

Phương trình $f(x-2)+3=m \Rightarrow f(t)+3=m \Leftrightarrow f(t)=m-3$

Từ đồ thị hàm số để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt khi: $-3<m-3<1 \Leftrightarrow 0<m<4$

Lại có: $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1;2;3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 9: **[2D1-5.6-2] (GVTVN - Đề số 3 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Câu 10: Số giá trị nguyên của tham số m để phương $f(x+m)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

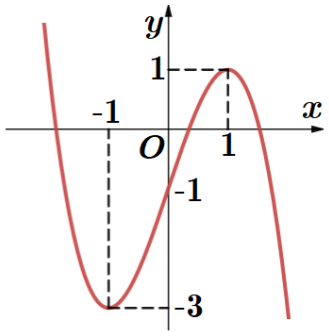
Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị $f(x)$ ta tịnh tiến đồ thị sang trái (phải) để có được đồ thị hàm số $f(x+m)$ nên không ảnh hưởng đến số điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số $f(x+m)$. Khi đó ta có số nghiệm của phương trình $f(x+m)=m$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x)=m$, nên để phương trình $f(x+m)=m$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<1$.

Câu 11: **[2D1-5.6-2] (Đề phát triển số 5 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ

thị là đường cong trong hình bên.



Câu 12:

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)=m^2$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

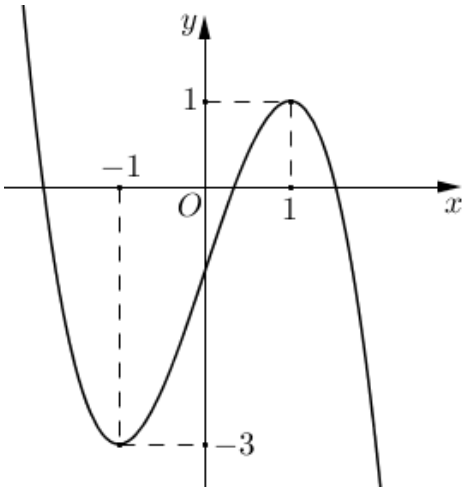
Lời giải

Chọn B

Câu 14: Ta có $f^2(x)=m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=m \\ f(x)=-m \end{array}\right.$.

Để phương trình $f^2(x)=m^2$ có ba nghiệm thực $\Leftrightarrow m=3$.

Câu 15: [2D1-5.6-2] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

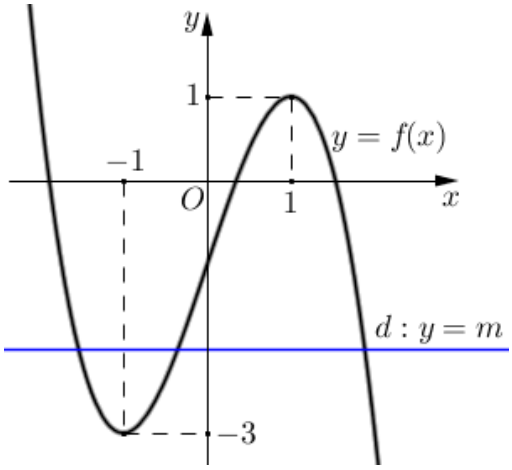


A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

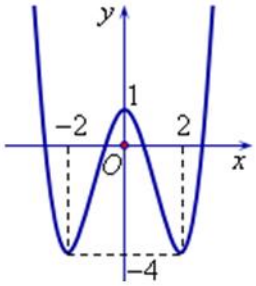
Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=m$.



Dựa vào hình vẽ, ta có:

Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3<m<1$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 16: **[2D1-5.6-2] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt?

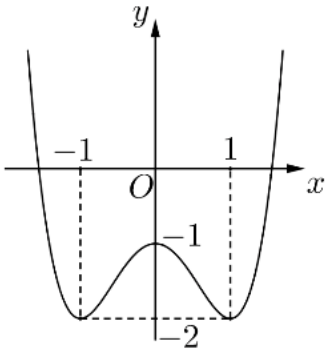


A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt thì: $-4<m<1\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1\}$.

Câu 17: **[2D1-5.6-2] 1.** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 7 **C.** 5. **D.** 1.

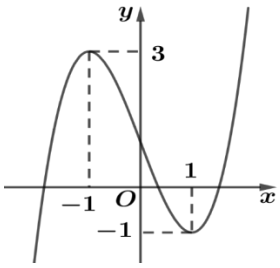
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$

Do $m\in[-2;5]$ và m nguyên nên có 7 giá trị m cần tìm là $-2,0,1,2,3,4,5$.

Câu 18: [2D1-5.6-2] **2.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 3 **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt thì $-1<m<3$. Do m là số nguyên nên có 3 giá trị m cần tìm là $0,1,2$.

Câu 19: [2D1-5.6-2] **3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 6. **B.** 7 **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt thì $-2<m<4$. Vì m là số nguyên nên m là các số $-1,0,1,2,3$.

Câu 20: [2D1-5.6-2] **4.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

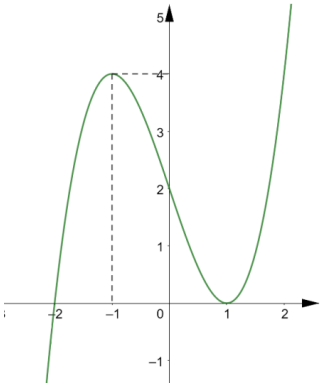
A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt thì $m=-1$.

Câu 21: [2D1-5.6-2] 5. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x+2-\log_2 m=0$ có ba nghiệm phân biệt?

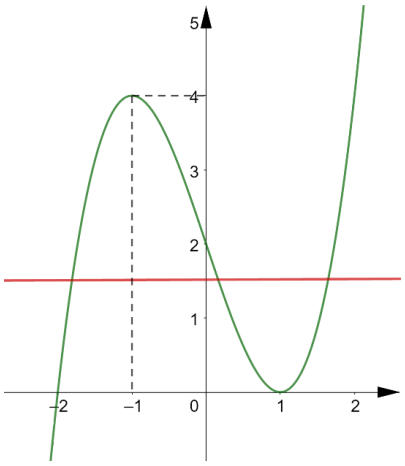


A. $m>4$. **B.** $1<m<16$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0\le m\le 4$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^3-3x+2-\log_2 m=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=\log_2 m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y=x^3-3x+2$ với đường thẳng $y=\log_2 m$. Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=\log_2 m$ phải cắt đồ thị $y=x^3-3x+2$ tại 3 điểm phân biệt.



Từ đồ thị ta có: $0<\log_2 m<4\Leftrightarrow 1<m<16$.

Câu 22: [2D1-5.6-2] 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-2^m=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-5;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[-5;1]$.

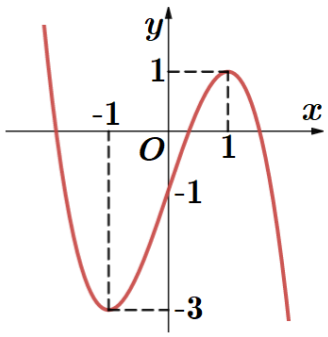
Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)-2^m=0\Leftrightarrow f(x)=2^m\,(*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2^m$ nên để $(*)$ có ba nghiệm phân biệt thì $-5<2^m<1\Leftrightarrow m<0$.

Câu 23: [2D1-5.6-2] **(STRONG-Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có hai nghiệm phân biệt không âm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

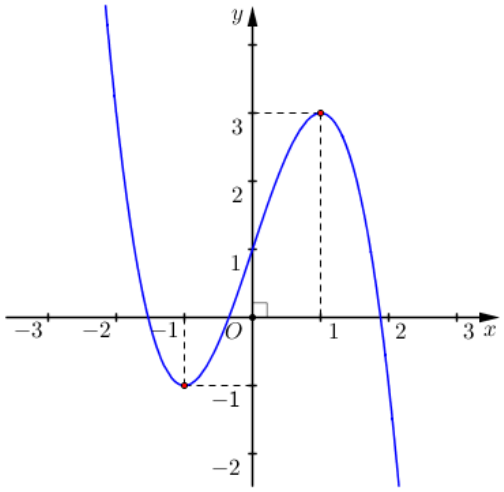
Lời giải

Ta có $f(x)=m-1$ (*)

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt không âm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ không âm $\Leftrightarrow -1\le m-1<1\Leftrightarrow 0\le m<2$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m là 0 và 1.

Câu 24: **[2D1-5.6-2] (Phát triển đề minh họa 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

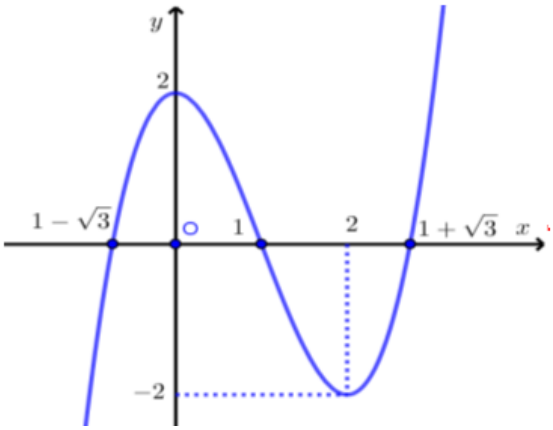
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}^+$ nên ta được $m=1;\ m=2$.

Câu 25: **[2D1-5.6-2] (Sáng tác đề minh họa-BGD-2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3-3x^2+2=2m$ có hai nghiệm thực dương phân biệt?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

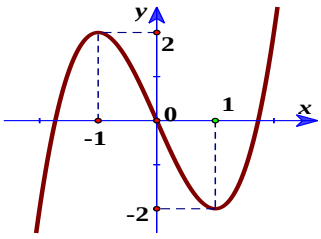
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^3-3x^2+2=2m$ có hai nghiệm thực dương phân biệt khi đường thẳng $d: y=2m$ cắt đường cong tại hai điểm có hoành độ dương khi

$-2<2m<2 \Leftrightarrow -1<m<1$, vì m là số nguyên nên $m=0$.

Câu 26: **[2D1-5.6-2] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 2)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị là hình vẽ bên. Hãy xác định tất cả các giá trị của m để phương trình $2x^3-6x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có hai nghiệm âm và một nghiệm dương.



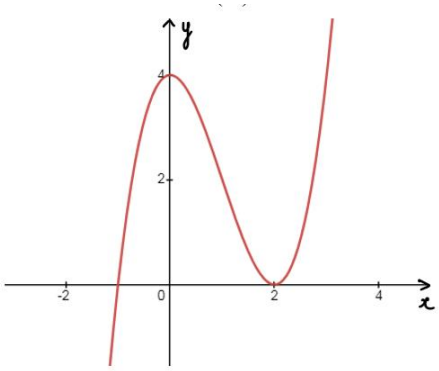
A. $-4<m<4$ **B.** $-2<m<2$ **C.** $0<m<4$ **D.** $-4<m<0$

Lời giải

$2x^3-6x-m=0 \Leftrightarrow x^3-x=\dfrac{m}{2}$

Dựa vào đồ thị, ta có: $0<\dfrac{m}{2}<2 \Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 27: **[2D1-5.6-2] (SÁNG TÁC ĐỀ TN THPT 2023 - ĐỀ 1)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m+2$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

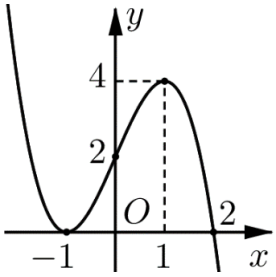
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m+2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m+2$.

Do đó, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $0<m+2<4\Leftrightarrow -2<m<2$

Do m nguyên nên $m\in\{-1;0;1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa yêu cầu.

Câu 28: [2D1-5.6-2] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)-m=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

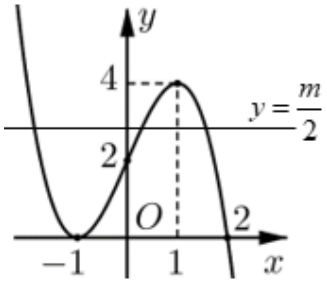


A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $2f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}\ (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$.



Do đó dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta có:

Phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=\frac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 0<\frac{m}{2}<4 \Leftrightarrow 0<m<8$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

Sai lầm thường gặp thứ nhất

Học sinh khi biến đổi phương trình $2f(x)-m=0$ chỉ chuyển vế $-m$ và khẳng định số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$. Do đó, phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<4$. Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$. Nên học sinh sẽ chọn phương án **A.**

Sai lầm thường gặp thứ hai

Học sinh xác định sai điều kiện để đường thẳng $y=\frac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt:

Đường thẳng $y=\frac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 1<\frac{m}{2}<4 \Leftrightarrow 2<m<8$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4;5;6;7\}$. Nên học sinh sẽ chọn phương án **B**.

Sai lầm thường gặp thứ ba

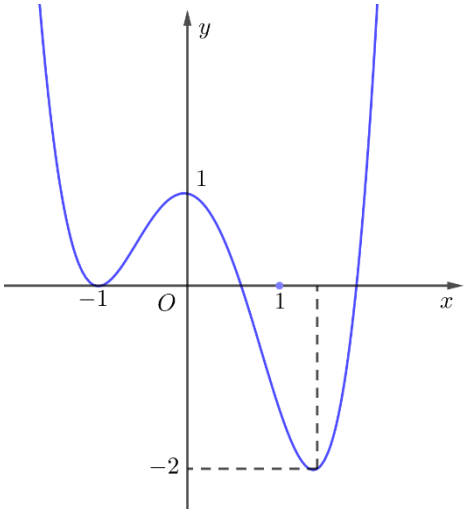
Học sinh lấy cả dấu "=" khi xác định điều kiện để đường thẳng $y=\frac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt:

Đường thẳng $y=\frac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 0\le\frac{m}{2}\le 4 \Leftrightarrow 0\le m\le 8$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Nên học sinh sẽ chọn phương án **D**.

Câu 29: **[2D1-5.6-2] (Sở Bà Rịa - Vũng Tàu – Lần 2- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+2=m$ có đúng ba nghiệm thực là



A. 5. **B.** 1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

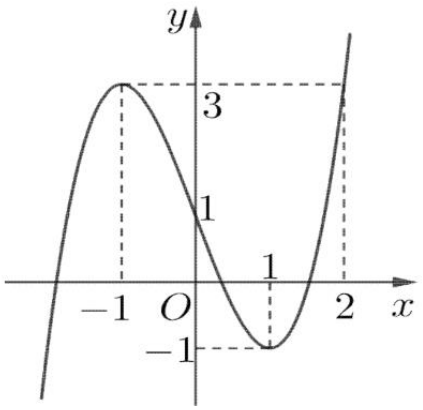
Ta có $f(x)+2=m \Leftrightarrow f(x)=m-2$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m-2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-2$.

Dựa vào đồ thị hàm số, để số giao điểm của đường thẳng $y=m-2$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$ là 3 điểm phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} m-2=0 \\ m-2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m là $S=2+3=5$.

Câu 30: **[2D1-5.6-2] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thức phân biệt?



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

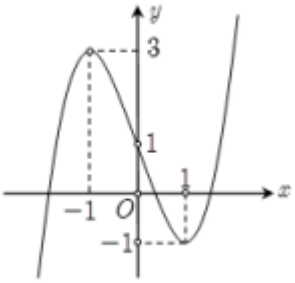
Chọn D

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số, để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi:

$-1<m<3$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 31: **[2D1-5.6-2] (Sở GD Đăk Nông 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $f\ x$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m đề phương trình $f\ x+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



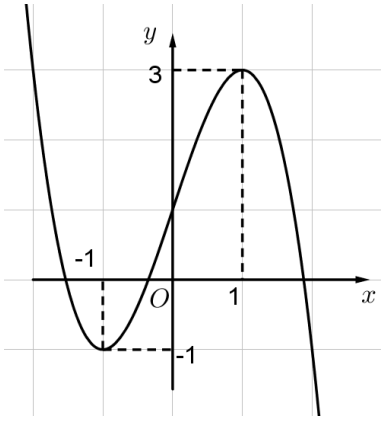
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\ x+1=m\Leftrightarrow f\ x=m-1$ * . Đựa vào đồ thị phương trình * có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1<m-1<3\Leftrightarrow 0<m<4$, mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in 1;2;3$.

Câu 32: **[2D1-5.6-2] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

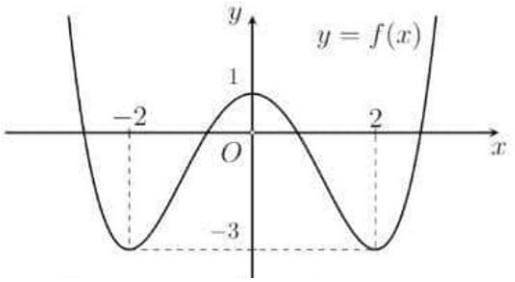
Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2\}$

Vậy có 3 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 33: **[2D1-5.6-2] (SGD Hải Phòng - Lần 02 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)-m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

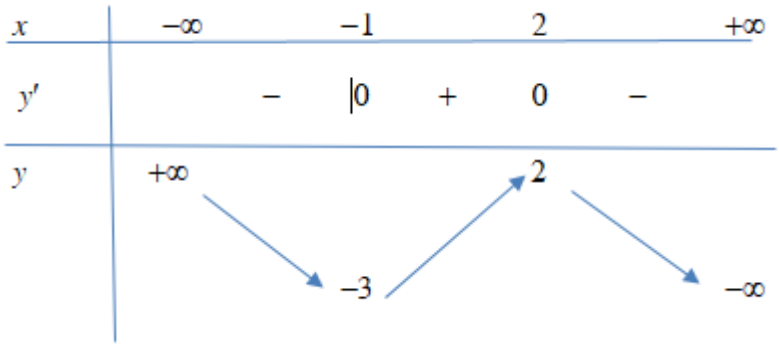
Chọn B

Phương trình $2f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$.

Để thoả mãn thì $-3<\dfrac{m}{2}<1\Leftrightarrow -6<m<2$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1\}$. Vậy có 7 giá trị m nguyên.

Câu 34: **[2D1-5.6-2] (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?



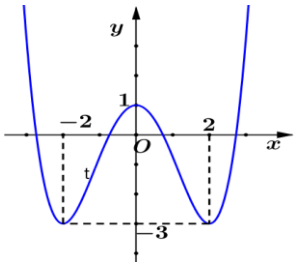
A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<m<2$, mà $m\in Z$ nên $m\in\{-2;-1;0;1\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 35: **[2D1-5.6-2] (SGD Hậu Giang 22-23)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.

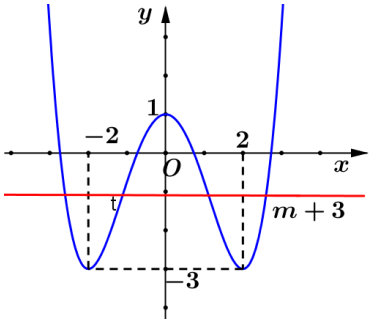
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m+3$ có bốn nghiệm phân biệt?



A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D



- Phương trình $f(x)=m+3$ có 4 nghiệm phân biệt khi $-3<m+3<1\Leftrightarrow -6<m<-2$. Vì m nguyên nên $m\in\{-5;-4;-3\}$.

Câu 36: **[2D1-5.6-2] (THPT Lương Thế Vinh- Kiên Giang-2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-2		10		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	7	↘	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=m$

Ycbt $\Leftrightarrow -6<m<7$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in[-5;6]$

Vậy có 12 giá trị m thỏa.

Câu 37: **[2D1-5.6-2] (Sở Lạng Sơn - Lần 1A - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	1 $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

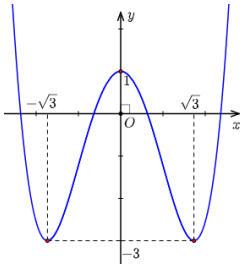
Lời giải

Chọn D

$f(x)=m$ có đúng hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ -1<m\le 1 \end{array}\right.$.

Vì m nguyên $\Rightarrow m\in\{0;1;3\}$.

Câu 38: **[2D1-5.6-2] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình có bốn nghiệm thì $-3<m<1\Leftrightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 39: **[2D1-5.6-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $0<m<1$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $1<m<2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1\,(*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-1$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $0<m-1<1 \Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 40: **[2D1-5.6-2] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-m}{2}$.

Yêu cầu bài toán trở thành $-4<\dfrac{-m}{2}<2 \Leftrightarrow -4<m<8$.

Vậy có 7 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn.

Câu 41: **[2D1-5.6-2] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=-x^4+2x^2+5$. Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in(5;6)$. **C.** $m\in(4;5)$. **D.** $m\in(3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=-4x^3+4x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x=0 \Leftrightarrow x=0, x=1, x=-1$.

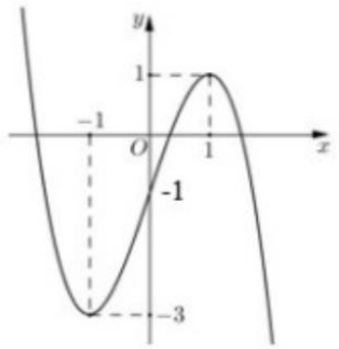
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	5	↗	6	↘	$-\infty$

$y=m$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\in(5;6)$.

Câu 42: **[2D1-5.6-2] (Cụm trường THPT Đông Triều -Quảng Ninh -2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong tròn hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có 2 nghiệm dương?



A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

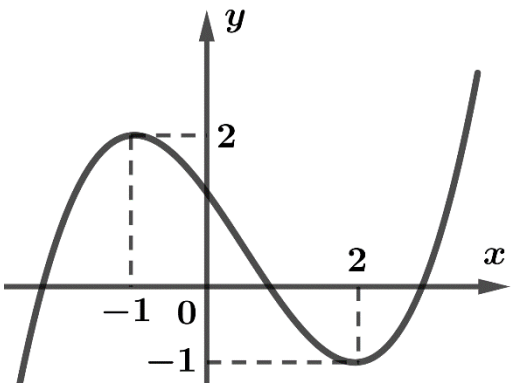
Ta có: $2f(x)=m\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$.

Để phương trình có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có hai nghiệm dương:

$\Leftrightarrow -1<\dfrac{m}{2}<1\Leftrightarrow -2<m<2\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$.

Có tất cả 3 giá trị của m.

Câu 43: **[2D1-5.6-2] (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh - Lần 2 - năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-3m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình $f(x)-3m=0 \Leftrightarrow f(x)=3m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3m$.

Do đó, phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1<3m<2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}<m<\frac{2}{3}$.

Từ giả thiết suy ra $m=0$.

Câu 44: **[2D1-5.6-2] (THPT Cụm Yên Phong - Bắc Ninh - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-2;1)$ **B.** $(-2;1]$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $[-1;2)$

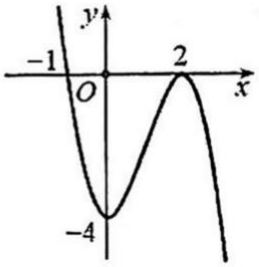
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt khi:

$-1<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<1$.

Câu 45: **[2D1-5.6-2] (THPT Đông Hà - Quảng Trị - Lần 01 - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ chỉ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m \le -4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 0 \end{array}\right.$. **C.** $m < -4$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Ta có: $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m$

Do đó, số nghiệm của phương trình là số giao điểm giữa đồ thị hàm số (C): $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ và đường thẳng $y = m$.

Để phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có một nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số (C) tại một điểm duy nhất có hoành độ lớn hơn 2.

Dựa vào đồ thị ta có $m < -4$.

Câu 46: **[2D1-5.6-2] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a, b, c \in \mathbb{R})$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Câu 47:

Câu 48: Số nghiệm thực dương của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

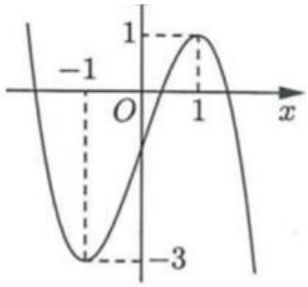
Lời giải

Chọn B

$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 49: **[2D1-5.6-2] (THPT Lê Khiết - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{m}{2}$.

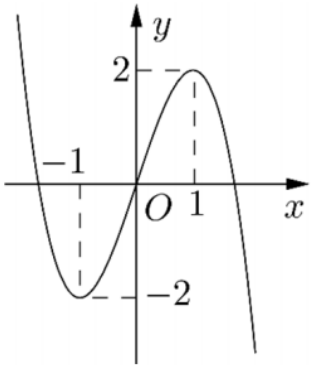
Dựa vào đồ thị ta có điều kiện để phương trình có ba nghiệm phân biệt là:

$-3<\frac{m}{2}<1 \Leftrightarrow -6<m<2$

$m\in\mathbb{Z};\ m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$

Có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 50: **[2D1-5.6-2] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x)-m+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $3f(x)-m+1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{m-1}{3}$.

Số nghiệm của phương trình $3f(x)-m+1=0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số

$y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m-1}{3}$.

Phương trình $3f(x)-m+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<\dfrac{m-1}{3}<2\Leftrightarrow -5<m<7$.

Vì m là số nguyên nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 51: **[2D1-5.6-2] (THPT-Liên Trường Nghệ An- Lần 03- Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 20. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $f(x)+3=m\Leftrightarrow f(x)=m-3$.

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m-3<4\Leftrightarrow 1<m<7$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{2;3;4;5;6\}$. Tổng các giá trị m là 20.

Câu 52: **[2D1-5.6-2] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

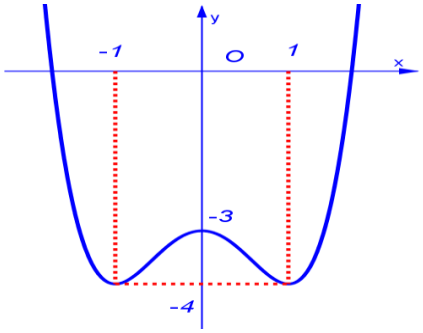
Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào BBT, ta có $f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-3<m<1$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên m.

Câu 53: **[2D1-5.6-2] (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?



A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m>-3\end{array}\right.$.

Vì $m\in[-2;5], m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;...;5\}$. Vậy có 8 giá trị.

Câu 54: **[2D1-5.6-2] (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $3f(x)-m=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-6<m<12$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-6\le m\le 12$. **D.** $-2\le m\le 4$.

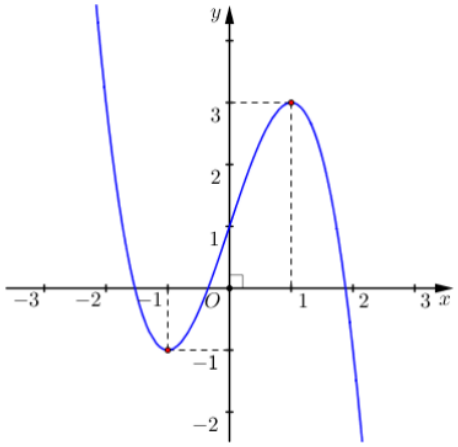
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{3}$(*). Phương trình (*) có 3nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-2<\dfrac{m}{3}<4\Leftrightarrow -6<m<12$.

Câu 55: **[2D1-5.6-2] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như

hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

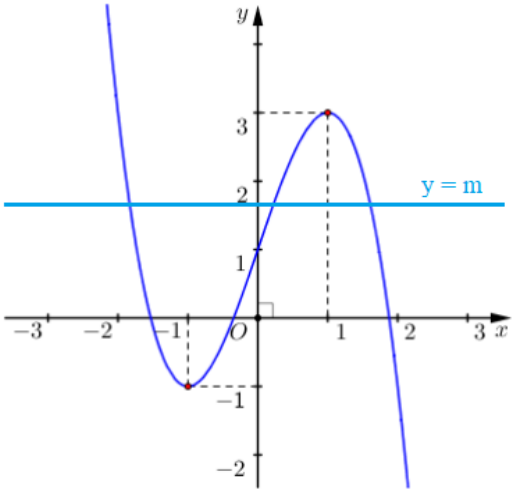


A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị $y=f(x)$.



Yêu cầu bài toán là $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<m<3$, m nguyên dương nên $m\in\{1,2\}$. Vậy có 2 giá trị của m.

Câu 1: **[2D1-5.6-3] (Chuyên Hạ Long - Lần 1 - 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$. Tìm tổng các số nguyên m sao cho phương trình $f\left(x^3-3x\right)=m$ có 7 nghiệm phân biệt.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^3-3x$ (1). Ta có BBT của hàm số $t=x^3-3x$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$t=x^3-3x$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó ta có: $f\left(x^3-3x\right)=m \Leftrightarrow f(t)=m \Leftrightarrow t^3-3t^2+2=m$ (2)

Để phương trình (1) có 7 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 3 nghiệm t trong đó có 2 nghiệm $t\in(-2;2)$ và 1 nghiệm $t>2$ hoặc $t<-2$.

Ta có BBT của hàm số $y=t^3-3t^2+2$:

t	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y=t^3-3t^2+2$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, để thỏa mãn yêu cầu trên thì $m\in(-2;2)\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{-1;0;1\}\Rightarrow\sum_{-1}^{1}m=0$

Câu 2: **[2D1-5.6-3] (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$ tại đúng 4 điểm phân biệt.

A. $m\geq 4$. **B.** $m=4$. **C.** $m\leq 4$. **D.** $2\leq m\leq 4$.

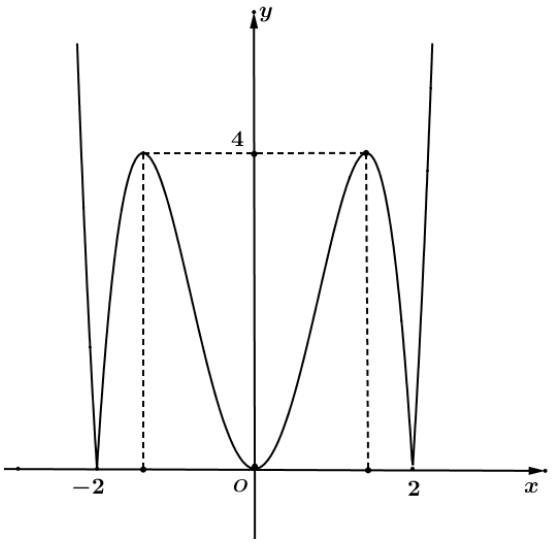
Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$:

$x^2\left|x^2-4\right|=m\Leftrightarrow\left|x^4-4x^2\right|=m$

Ta có đồ thị hàm số $y=\left|x^4-4x^2\right|$ như sau



Từ đồ thị suy ra để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$ tại đúng 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m=4$.

Câu 3: **[2D1-5.6-3] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt?

A. 19. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 18.

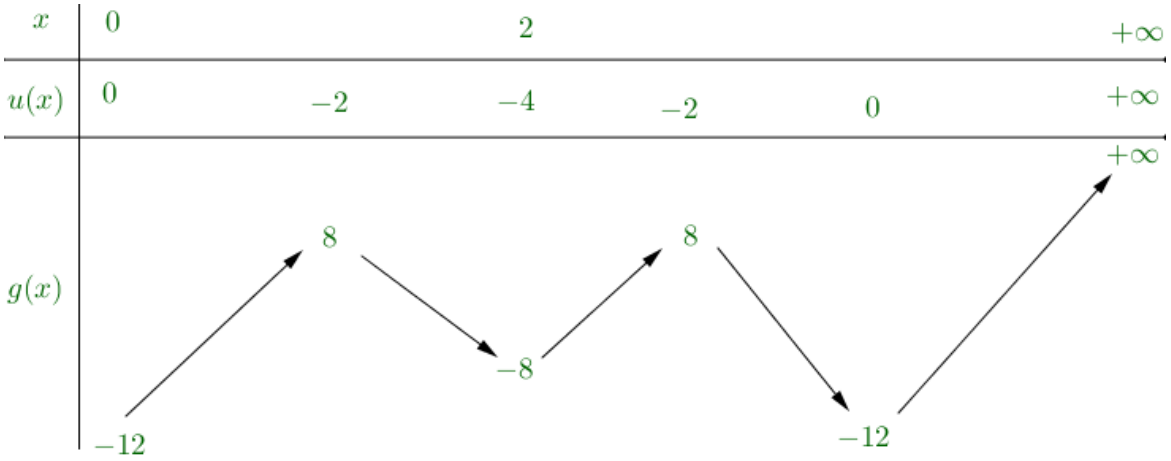
Lời giải

Chọn C

Ta có: $4f\left(x^2-4x\right)=m\Leftrightarrow 4f\left(u(x)\right)=m$, với $u(x)=x^2-4x$.

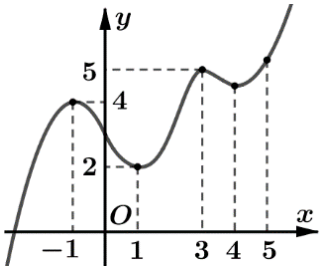
Đặt $g(x)=4f\left(u(x)\right)$.

Phương trình đã cho có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt khi đô thị hàm số $y=g(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$ và đường thẳng $y=m$ có ít nhất ba điểm chung phân biệt.



Vậy phương trình $4f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt khi $-12<m\le 8$, mà m nguyên nên $m=-11,-10,...,8$.

Câu 4: **[2D1-5.6-3] (Chuyên Thái Bình-Thái Bình-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(3\log_3 x\right)=m-1$ có nghiệm duy nhất trên $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}};3\right)$?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

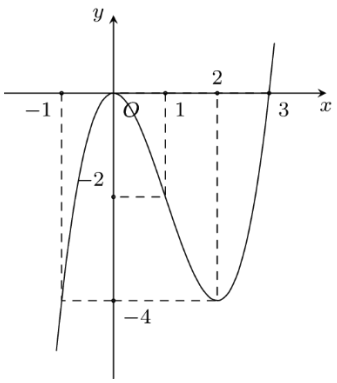
Lời giải

Chọn D

Đặt $u=3\log_3 x, x\in\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}};3\right)\Rightarrow u\in\left[-1;3\right)$. Do hàm số $u=3\log_3 x$ là hàm số đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ nên với $u\in\left[-1;3\right)$ phương trình có nghiệm duy nhất trên $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}};3\right)$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $f\left(u\right)=m-1$ có nghiệm duy nhất trên $\left[-1;3\right)$. Từ đồ thị hàm số suy ra $\left[\begin{array}{l}m-1=1\\4<m-1<5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\5<m<6\end{array}\right.\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m=2$.

Câu 5: **[2D1-5.6-3] (Chuyên Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 -2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ

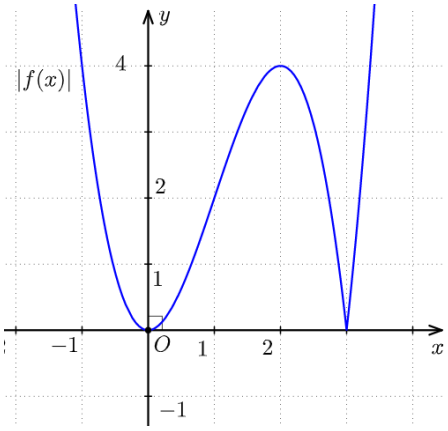


Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+5)|f(x)|+4m+4=0$ có 7 nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 6. **C.** –6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào giả thiết ta vẽ được đồ thị hàm số $|f(x)|$ như bên trên

Ta có: $f^2(x)-(m+5)|f(x)|+4m+4=0 \Leftrightarrow \left(|f(x)|-4\right)\left(|f(x)-m-1|\right)=0$

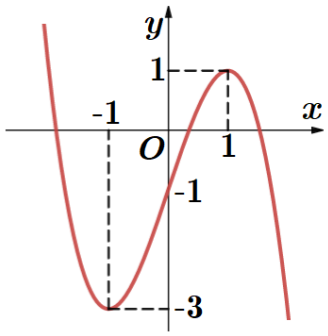
TH1: $|f(x)|=4$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

TH2: $|f(x)|=m+1$ theo yêu cầu bài toán thì phương trình cần có 4 nghiệm phân biệt, nên:

$0<m+1<4 \Leftrightarrow -1<m<3$. Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của m bằng 3.

Câu 6: **[2D1-5.6-3] (THPT - Đề phát triển số 6 - GVTVN - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

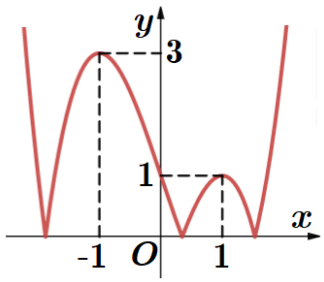


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có nhiều nhất?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

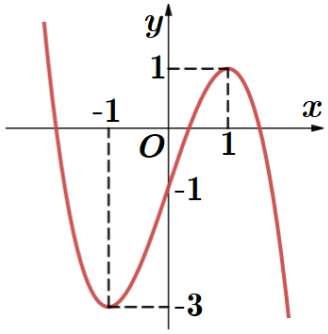
Chọn C



Từ đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có nhiều nghiệm nhất $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 7: **[2D1-5.6-3] (Đề phát triển số 10)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left[f\left(x\right)-m\right]\left[f\left(x\right)-m-1\right]=0$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

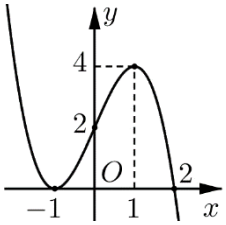
Lời giải

Chọn B

Ta có $\left[f\left(x\right)-m\right]\left[f\left(x\right)-m-1\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=m\\f\left(x\right)=m+1\end{array}\right.$.

Để phương trình $\left[f(x)-m\right]\left[f(x)-m-1\right]=0$ có ít nhất ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m+1\ge -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow -4\le m\le 1.$

Câu 8: **[2D1-5.6-3] (Phát triển đề tham khảo 2023- Đề 01)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2\left|f(x)\right|-m=0$ có 4 nghiệm phân biệt?

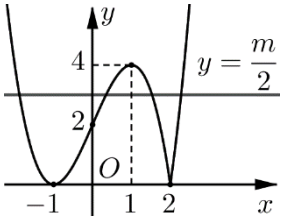


A. 3.. **B.** 4.. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

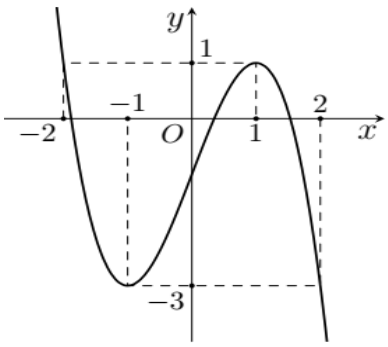
Trước tiên từ đồ thị hàm số $y=f(x),$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như hình vẽ.



Ta có $2\left|f(x)\right|-m=0\Leftrightarrow\left|f(x)\right|=\frac{m}{2}.$

Do đó YCBT $\Leftrightarrow 0<\frac{m}{2}<4\Leftrightarrow 0<m<8.$

Câu 9: **[2D1-5.6-3] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0$ có đúng ba nghiệm $x\in[0;+\infty)$

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(-x^2+4x+m\right)=-3.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+4x+m=-1 \\ -x^2+4x+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x=m+1 \quad (1) \\ x^2-4x=m-2 \quad (2) \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x$ với $x\in[0;+\infty)$.

$\Rightarrow g'(x)=2x-4=0 \Leftrightarrow x=2$

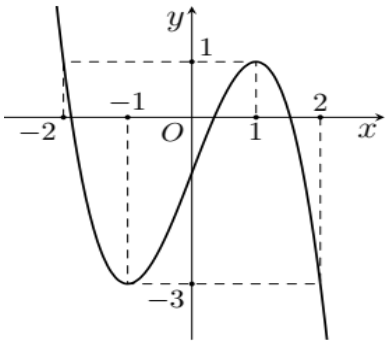
Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 ngiệm và phương trình (1) có 1 nghiệm hoặc phương trình (2) có 1 nghiệm và phương trình (1) có 2 ngiệm.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -4<m-2\le 0 \\ m+1>0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} -4<m+1\le 2 \\ m-2=-4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -2\le m\le 2 \\ m>-1 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} -5<m\le 1 \\ m=-2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m\le 2 \\ m=-2 \end{array}\right.$. Suy ra có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 10: **[2D1-5.6-3] SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0$ có đúng ba nghiệm $x\in[0;+\infty)$

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(-x^2+4x+m\right)=-3.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+4x+m=-1 \\ -x^2+4x+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2-4x=m+1 & (1) \\ x^2-4x=m-2 & (2) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x$ với $x\in[0;+\infty)$.

$\Rightarrow g'(x)=2x-4=0\Leftrightarrow x=2$

Bảng biến thiên:

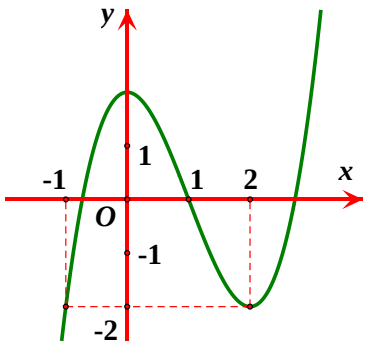
x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 ngiệm và phương trình (1) có 1 nghiệm hoặc phương trình (2) có 1 nghiệm và phương trình (1) có 2 ngiệm.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -4<m-2\le 0 \\ m+1>0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} -4<m+1\le 2 \\ m-2=-4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -2\le m\le 2 \\ m>-1 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} -5<m\le 1 \\ m=-2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m\le 2 \\ m=-2 \end{array}\right.$$

. Suy ra có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 11: [2D1-5.6-3] **(SGD Phú Thọ - Lần 1- 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-m\right)+2=0$ có nghiệm trong khoảng $(-2;2)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$PT\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-m\right)=-2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-m=-1 \\ \sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-m=2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}+1=m\\ \sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-2=m\end{array}\right.$$

Xét

+ $f(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}+1\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{2-x}}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có BBT sau

x	-2		0		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	↗	$1+2\sqrt{2}$	↘	3

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}+1=m$ có nghiệm

+ $g(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-2\Rightarrow g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{2-x}}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta có BBT sau

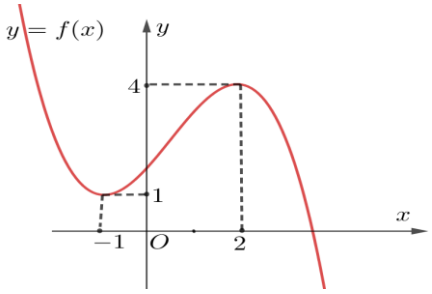
x	-2		0		2
$g'(x$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↗	$2\sqrt{2}-2$	↘	0

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-2=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 0<m\le 2\sqrt{2}-2$

Vậy PT $f\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}-m\right)+2=0$ có nghiệm trong khoảng $(-2;2)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m\le 2\sqrt{2}-2\\ 3<m\le 1+2\sqrt{2}\end{array}\right.$, $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên $m=3$ thỏa mãn.

Câu 12: **[2D1-5.6-3] (SGD Sóc Trăng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m, để phương trình $\left|3f^2(2x)-12f(2x)-m\right|=1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty;1)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2..

Lời giải

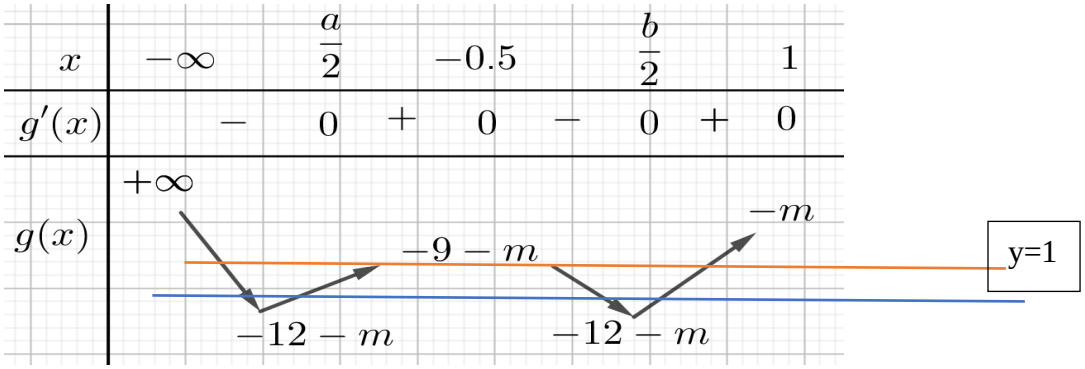
Chọn C

+ Đặt $g(x)=3f^2(2x)-12f(2x)-m$.

Ta có $g'(x)=12f(2x).f'(2x)-24.f'(2x)=12f'(2x)\left[f(2x)-2\right]$.

+ Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(2x)=0\\f(2x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=-1\\2x=2\\2x=a\in(-\infty;-1)\\2x=b\in(-1;2)\\2x=c\in(2;+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-0,5\\x=1\\x=\dfrac{a}{2}\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\\x=\dfrac{b}{2}\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\x=\dfrac{c}{2}\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

+ Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên khoảng $(-\infty;1)$.



Tính giá trị

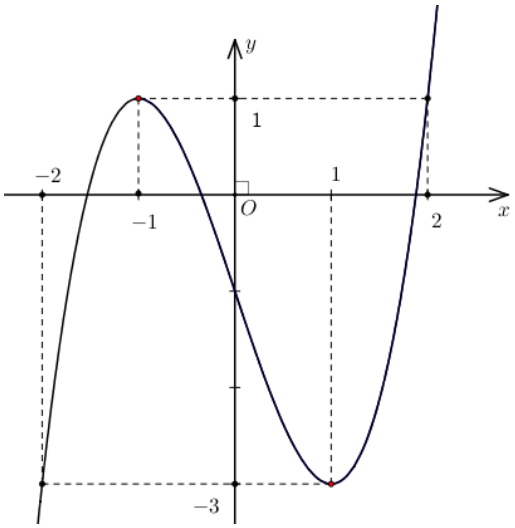
◎ Tại $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{a}{2}\\x=\dfrac{b}{x}\end{array}\right.\Rightarrow f(2x)=2\Rightarrow g(x)=3f^2(2x)-12f(2x)-m=3.2^2-12.2-m=-12-m$

◎ Tại $x=-0,5\Rightarrow 2x=-1\Rightarrow f(2x)=f(-1)=1\Rightarrow g(x)=3.1^2-12.1-m=-9-m$

$\left|3f^2(2x)-12f(2x)-m\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g(x)=1\\g(x)=-1\end{array}\right.$, ta vẽ hai đường thẳng $y=\pm1$ vào BBT để có ít nhất 7 nghiệm khi $-12-m<-1<1\le-9-m\Leftrightarrow-11<m\le-10, m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=-10$.

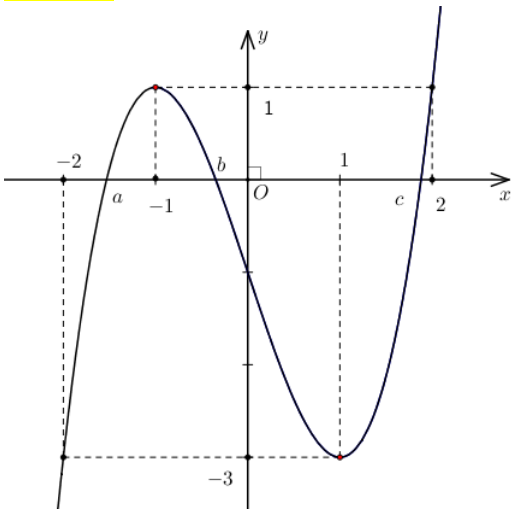
Câu 13: **[2D1-5.6-3] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 01 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f(x)-m+1\right)=0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.



Lời giải

Chọn B



Ta có $f\left(f\left(x\right)-m+1\right)=0(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-m+1=a,\ a\in(-2;-1)\\ f\left(x\right)-m+1=b,\ b\in(-1;0)\\ f\left(x\right)-m+1=c,\ c\in(1;2)\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=m-1+a,\ (1)\\ f\left(x\right)=m-1+b,\ (2)\\ f\left(x\right)=m-1+c,\ (3)\end{array}\right.$

Để phương trình $(*)$ có 9 nghiệm phân biệt thì mỗi phương trình $(1),(2),(3)$ đều có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $\begin{cases}-3<m-1+a<1\\ -3<m-1+b<1\\ -3<m-1+c<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m+a<2\\ -2<m+b<2\\ -2<m+c<2\end{cases}$

Do $a\in(-2;-1),b\in(-1;0),c\in(1;2)$ nên ta suy ra $\begin{cases}-1<m<4\\ -2<m<3\\ -4<m<1\end{cases}\Leftrightarrow-1<m<1$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$

Câu 14: **[2D1-5.6-3] (THPT Đinh Tiên Hoàng-Lần 1-2022-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

và có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'	$-$		0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(3\cos x+2\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

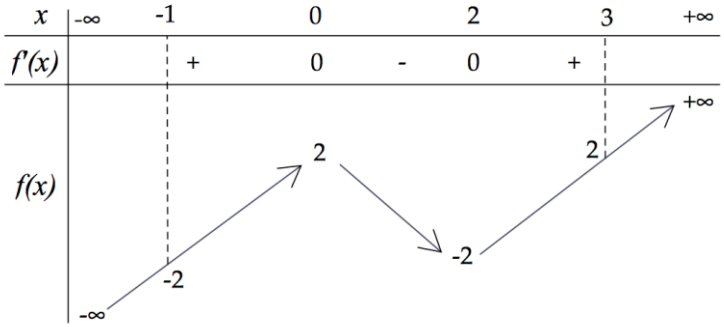
A. $\left(-1;1\right)$ **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left[1;3\right)$.

Lời giải

Đặt $3\cos x+2=t$, khi $x\in\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thì $t\in\left(2;5\right]$.

Để phương trình $f\left(3\cos x+2\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thì phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm $t\in\left(2;5\right]$. Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm $t\in\left(2;5\right]$ khi $m\in\left[1;3\right)$.

Câu 15: **[2D1-5.6-3] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2\sin x+1\right)=f\left(m\right)$ có nghiệm thực?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

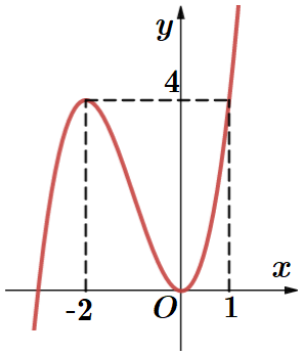
Đặt $t=2\sin x+1\in\left[-1;3\right]$, bài toán trở thành tìm $m\in\mathbb{Z}$ để phương trình $f\left(t\right)=f\left(m\right)$ có nghiệm $t\in\left[-1;3\right]$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y=f\left(m\right)$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(t\right)$ trên đoạn

$[-1;3]$ khi và chỉ khi $-2 \le f(m) \le 2 \Leftrightarrow -1 \le m \le 3$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn là: $\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 16: **[2D1-5.6-3] (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang -Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^2+2x-2\right)=3m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $[0;1]$ là

A. $\left[\frac{-1}{3};1\right]$ **B.** $[0;1]$ **C.** $[0;4]$ **D.** $[-1;0]$

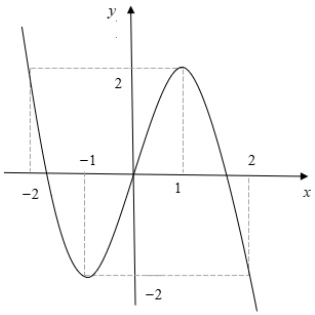
Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2+2x-2 = (x+1)^2-3 \Rightarrow t \in [-2;1] \Rightarrow \begin{cases} \max\limits_{x\in[0;1]} f\left(x^2+2x-2\right) = \max\limits_{t\in[-2;1]} f(t) = 4 \\ \min\limits_{x\in[0;1]} f\left(x^2+2x-2\right) = \min\limits_{t\in[-2;1]} f(t) = 0 \end{cases}$.

Để $f\left(x^2+2x-2\right)=3m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $[0;1] \Leftrightarrow 0 \le m \le 4$.

Câu 17: **[2D1-5.6-3] (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thực phân biệt là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -2 < f(m) < 2$

Dựa vào độ thị $-2<f(m)<2 \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ x\neq 1, do\ f(1)=2 \\ x\neq -1, do\ f(-1)=-2 \end{cases}$

Vậy số giá trị nguyên m thỏa mãn là $m=0$.

Câu 18: **[2D1-5.6-3] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $\left|f(x)+2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(4;6)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên hàm số bậc ba $y=f(x)$ có $f(0)=2$ suy ra $\left|f(0)+2\right|=4$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra bảng biến thiên hàm số $\left|f(x)+2\right|$ sau

x	$-\infty$		x_0		-1		0		1		$+\infty$
$\lvert f(x)+2\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	4	↘	2	↗	$+\infty$

Vậy phương trình $\left|f(x)+2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương khi $m\in[4;6)$.

Câu 19: **[2D1-5.6-3] (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	4	↘	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}$ có nghiệm trên khoảng $(1;2)$?

A. 0. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

◆Do $x^2-4x+5>0\ \forall x\in(1;2)$, ta có:

Phương trình $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}\Leftrightarrow m=(x^2-4x+5)f(x+1)=g(x)$

Xét $g'(x)=f'(x+1)(x^2-4x+5)+(2x-4)f(x+1)<0\ \forall x\in(1;2)$.

Vì $\forall x\in(1;2)\Rightarrow 2<x+1<3\Rightarrow\begin{cases}f'(x+1)<0\\ f(x+1)>0\\ 2x-4<0\end{cases}$.

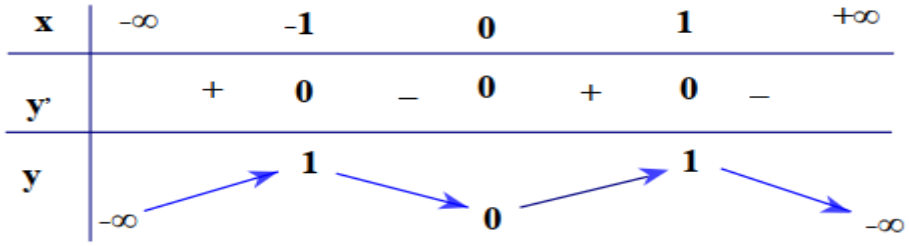
Bảng xét dấu:

x	1		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(1)$	$\searrow$	$g(2)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g(2)<m<g(1)\Leftrightarrow 3<m<8$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{4;5;6;7\}$.

Câu 1: **[2D1-5.6-4] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các hệ số thực và có bảng biến thiên như hình bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của $m\in[-20;20]$ để phương trình $f(x)+2\sqrt{f(x)}+f(\sqrt{f(x)})+m=1$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt là

A. -3. **B.** 3. **C.** 420. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y=f(x)=-x^4+2x^2$.

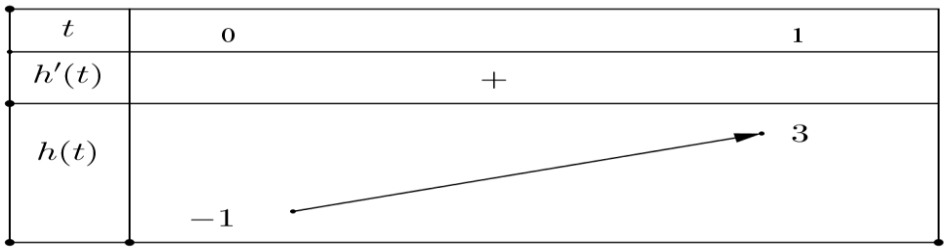
Xét phương trình $f(x)+2\sqrt{f(x)}+f(\sqrt{f(x)})+m=1$.

Điều kiện $f(x)\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$. Đặt $t=\sqrt{f(x)},(0\le t\le 1)$.

Ta được phương trình $t^2+2t-t^4+2t^2+m=1\Leftrightarrow -t^4+3t^2+2t-1=-m$.

Đặt $h(t)=-t^4+3t^2+2t-1\Rightarrow h'(t)=-4t^3+6t+2>0,\forall t\in[0;1]$.

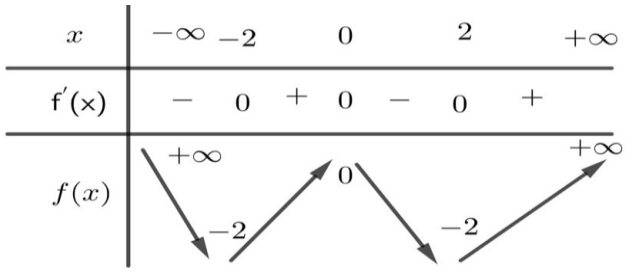
Bảng biến thiên của $y=h(t)$



Với mỗi $t,(0<t<1)$ thì phương trình $f(x)=t$ có 4 nghiệm phân biệt. Do đó để phương trình $f(x)+2\sqrt{f(x)}+f(\sqrt{f(x)})+m=1$ có 4 nghiệm phân biệt khi $-1<-m<3$.

Do $\begin{cases}m\in[-20;20]\\ m\in\mathbb{Z}\\ -1<-m<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in[-20;20]\\ m\in\mathbb{Z}\\ -3<m<1\end{cases}\Leftrightarrow\Rightarrow m=0,m=-1,m=-2\Rightarrow 0-1-2=-3.$

Câu 2: **[2D1-5.6-4] (Chuyên Nguyễn Trải- Hải Dương-Lần 3-2022-2023)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)-f^2\left(x\right)=m$ có ít nhất 6 nghiệm?

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta tìm được $f\left(x\right)=\frac{1}{8}x^4-x^2$

Khi đó phương trình

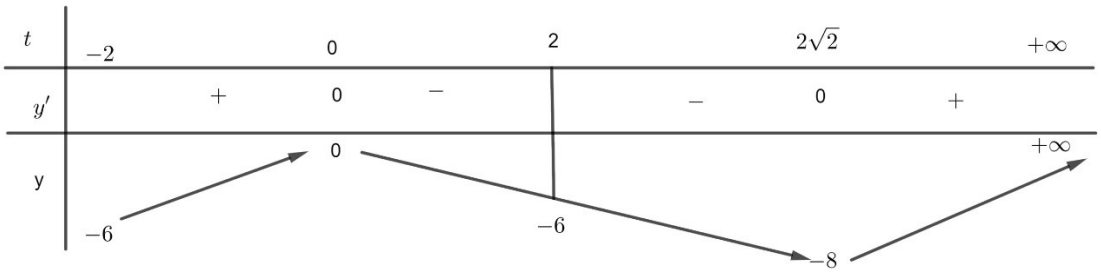
$$f\left(f\left(x\right)\right)-f^2\left(x\right)=m\Leftrightarrow\frac{1}{8}f^4(x)-2f^2\left(x\right)=m \quad (1)$$

Đặt $t=f\left(x\right)\geq-2$

Khi đó: $(1)\Leftrightarrow\frac{1}{8}t^4-2t^2=m \quad (2)$

Xét hàm số $y=\frac{1}{8}t^4-2t^2 \quad (t\geq-2)\Rightarrow y'=\frac{1}{2}t^3-4t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\sqrt{2}\\t=0\\t=-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên trên ta có các kết quả sau:

+ Nếu $m<-8$ thì vô nghiệm suy ra vô nghiệm

+ Nếu $m=-8$ thì có nghiệm $t=2\sqrt{2}\Rightarrow f\left(x\right)=2\sqrt{2}$

Vậy khi $m=-8$ thì có 2 nghiệm.

+ Nếu $-8<m<-6$ thì có 2 nghiệm:

$t_1=a>2\sqrt{2}\Rightarrow f\left(x\right)=a>2\sqrt{2}$

$t_2=b\in\left(2;2\sqrt{2}\right)\Rightarrow f\left(x\right)=b\in\left(2;2\sqrt{2}\right)$

Vậy khi $-8<m<-6$ thì có 4 nghiệm

+ Nếu $m=-6$ thì có 3 nghiệm:

$t_1=a>2\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=a>2\sqrt{2}$

$t_2=2\Rightarrow f(x)=2$

$t_3=-2\Rightarrow f(x)=-2$

Vậy khi $m=-6$ thì có 6 nghiệm.

+ Nếu $-6<m<0$ thì có 3 nghiệm:

$t_1=a>2\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=a>2\sqrt{2}$

$t_2=b\in(0;2)\Rightarrow f(x)=b\in(0;2)$

$t_3=c\in(-2;0)\Rightarrow f(x)=c\in(-2;0)$

Vậy khi $-6<m<0$ thì có 8 nghiệm.

+ Nếu $m=0$ thì có 2 nghiệm:

$t_1=a>2\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=a>2\sqrt{2}$

$t_2=0\Rightarrow f(x)=0$

Vậy khi $m=0$ thì có 5 nghiệm.

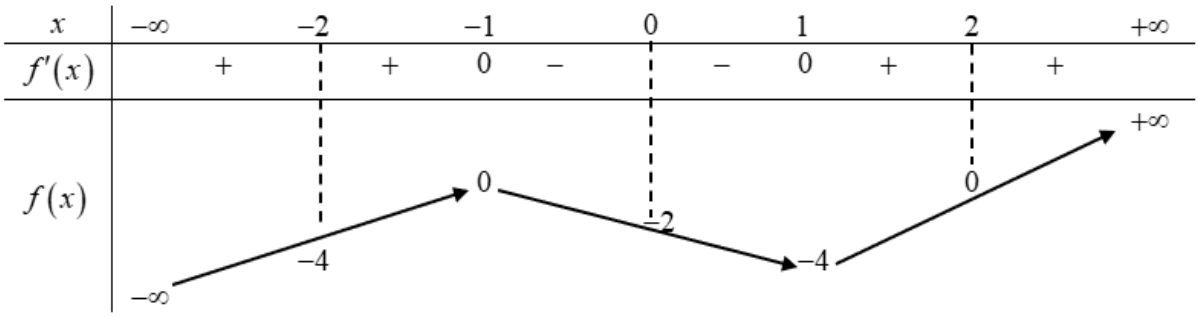
+ Nếu $m>0$ thì có 1 nghiệm $t=a>2\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=a>2\sqrt{2}$

Vậy khi $m>0$ thì có 2 nghiệm.

Kết luận: phương trình có ít nhất 6 nghiệm khi $-6\le m<0$

Vậy có 6 số nguyên cần tìm.

Câu 3: **[2D1-5.6-4] (THPT Đào Sơn Tây-TP HCM-2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

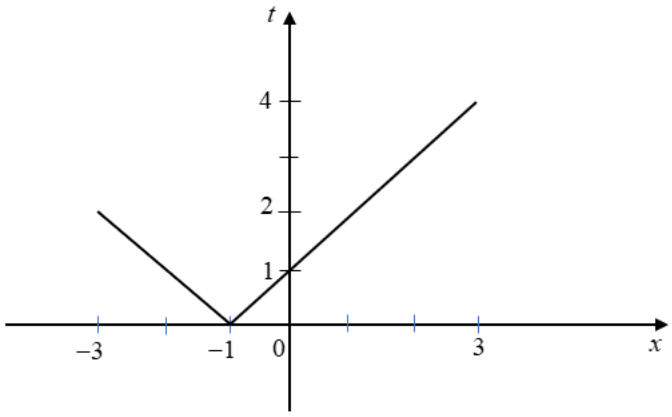


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left[f\left(|x+1|\right)-2\right]=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;3]$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=|x+1|$. Vì $x\in[-3;3]$ suy ra $t\in[0;4]$.



Với mỗi giá trị $t\in(0;2]$ cho ta 2 nghiệm $x\in[-3;3]$.

Với mỗi giá trị $t\in\{0\}\cup(2;4]$ cho ta 1 nghiệm $x\in[-3;3]$.

Phương trình trở thành $f\left(f(t)-2\right)=m$.

Xét hàm $g(t)=f\left(f(t)-2\right)$ trên đoạn $[0;4]$.

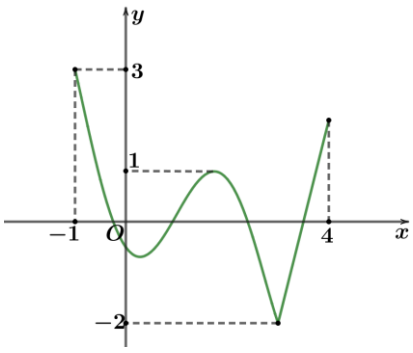
$g'(t)=f'(t).f'\left(f(t)-2\right)$.

$$g'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(t)=0\\ f'\left(f(t)-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-1\ (\text{L})\\ f(t)-2=-1\\ f(t)-2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ f(t)=1\\ f(t)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=t_1>2\\ t=t_2>t_1>2\end{array}\right..$$

Vậy hàm số $g(t)=f\left(f(t)-2\right)$ có tối đa 3 cực trị trên đoạn $[0;4]$. Suy ra phương trình $f\left(f(t)-2\right)=m$ có tối đa 4 nghiệm t. Giả sử cả 4 nghiệm t đó đều thuộc $(0;2]$ thì cho tối đa 8 nghiệm x. Theo yêu cầu bài toán ra 10 nghiệm nên không có m thỏa yêu cầu.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 4: **[2D1-5.6-4] (THPT - Hoàng Hoa Thám - ĐÀ NẴNG - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0;20)$ để bất phương trình $\left|f(x)+m\right|<2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1;4]$.

A. 16. **B.** 18. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

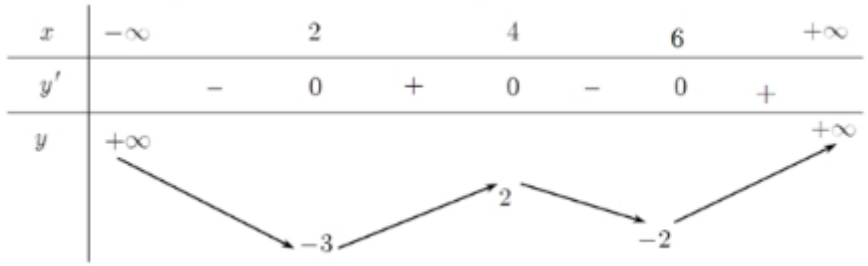
Chọn A

Với $m>0$, bất phương trình $|f(x)+m|<2m \Leftrightarrow -3m<f(x)<m$.

Từ đồ thị ta suy ra: $\begin{cases}-3m<-2\\ m>3\end{cases} \Rightarrow m>3$.

Kết hợp $m\in(0;20), m\in\mathbb{Z}$ ta được $m\in\{4;5;...;19\}$.

Câu 5: **[2D1-5.6-4] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 7. **B.** –6. **C.** 3. **D.** –13.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f(x^2-4x)$.

Có $g'(x)=(2x-4)f'(x^2-4x)$. Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ f'(x^2-4x)=0\ \ (1)\end{array}\right.$.

Ta có: $f'(x^2-4x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2\pm\sqrt{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\end{array}\right.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$0\ \ 2-\sqrt{2}\ \ 2\ \ 2+\sqrt{2}\ \ 4\ \ +\infty$
$g'(x)$	$+\ \ 0\ -\ 0\ +\ 0\ -\ 0\ +$
$g(x)$	$2\ \ 2\ \ +\infty$ -2 $-3\ \ -3$

Lại có: $3f^2\left(x^2-4x\right)-\left(m+2\right)f\left(x^2-4x\right)+m-1=0 \Leftrightarrow 3g^2\left(x\right)-\left(m+2\right)g\left(x\right)+m-1=0\left(2\right)$.

Ta có: $\Delta=\left(m+2\right)^2-4.3.\left(m-1\right)0=m^2-8m+16=\left(m-4\right)^2>0,\forall m\neq 4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $g\left(x\right)=h\left(m\right)$ có tối đa là 5 nghiệm phân biệt

Do đó, để phương trình $3f^2\left(x^2-4x\right)-\left(m+2\right)f\left(x^2-4x\right)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thì

TH1. $\begin{cases}g\left(x\right)=2\\-2<g\left(x\right)<2\end{cases}$. Thế $g\left(x\right)=2$ vào phương trình (2) ta được $m=7$. Khi $m=7$, phương trình (2) có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l}g\left(x\right)=2\\g\left(x\right)=1\end{array}\right.$ thỏa yêu cầu.

TH2. $\begin{cases}-3<g\left(x\right)<-2\\-2<g\left(x\right)<2\end{cases}$. $\Leftrightarrow\begin{cases}-3<\dfrac{m+2-\sqrt{\left(m-4\right)^2}}{6}<-2\\-2<\dfrac{m+2+\sqrt{\left(m-4\right)^2}}{6}<2\end{cases}$

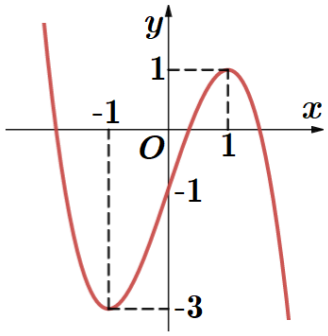
$\Leftrightarrow\begin{cases}-18<m+2-\left|m-4\right|<-12\\-12<m+2+\left|m-4\right|<12\end{cases}$

Với $m\geq 4$, ta có: $\Leftrightarrow\begin{cases}-18<6<-12\\-12<2m-2<12\end{cases}$ (vô lí).

Với $m<4$, ta có: $\Leftrightarrow\begin{cases}-18<2m-2<-12\\-12<6<12\end{cases}\Leftrightarrow -8<m<-5$, $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-7,-6\right\}$.

Vậy có tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài là $7+\left(-7\right)+\left(-6\right)=-6$.

Câu 1: **[2D1-5.7-2] (Phát triển đề số 7-GVTVN)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Phương trình $f(|x|)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm với m là tham số thực?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(|x|)=m$ có nhiều nghiệm nhất khi phương trình $f(x)=m$ có nhiều nghiệm dương nhất. Từ đồ thị $f(x)$ ta thấy phương trình $f(x)=m$ có tối đa hai nghiệm dương nên phương trình $f(|x|)=m$ có tối đa bốn nghiệm.

Câu 2: **(SỞ-GIÁO-DỤC-Bắc-Ninh-Lần-1B) [2D1-5.7-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

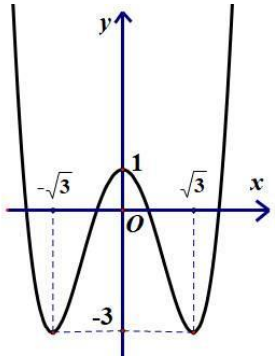
A. $1<m<5$. **B.** $1<m<3$. **C.** $3<m<5$. **D.** $-1<m<2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $1<m<3$.

Câu 3: **Ví dụ 1. [2D1-5.7-2] (SGD Thái Nguyên - Lần 2 - 2022-2023) Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?**



Ví dụ 2.

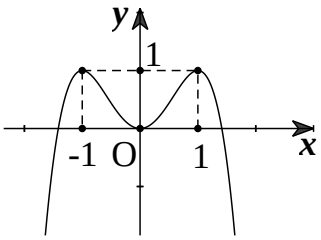
A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-3<m<1$. Vậy, có 2 giá trị nguyên âm của tham số m là $-2;-1$ để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

Câu 4: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1)** **[2D1-5.7-2]** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4-2x^2+m=0$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $0\le m\le 1$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>0$.

Lời giải

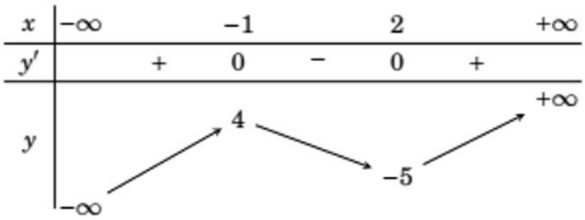
Chọn C

$x^4-2x^2+m=0\Leftrightarrow -x^4+2x^2=m$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$.

Để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<1$..

Câu 1: **[2D1-5.7-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 02 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 7 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 10

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt $-5<m<4$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Câu 2: **[2D1-5.7-3] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho phương trình $x^3-3x^2+1-m=0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có ba nghiệm x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$.

A. $m=-1$. **B.** $-3<m<-1$. **C.** $-3\le m\le -1$. **D.** $-1<m<3$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1\Rightarrow y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Để phương trình $x^3-3x^2+1-m=0$ (1). có 3 nghiệm phân biệt thì $-3<m<1$.

Từ $x_1<1<x_2<x_3\Rightarrow\begin{cases}x_1-1<0\\x_2-1>0,x_3-1>0\end{cases}$ kết hợp định lí vi – et:

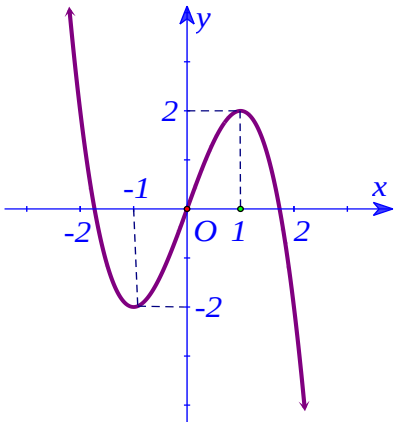
$(x_1-1)(x_2-1)(x_3-1)<0 \Leftrightarrow x_1x_2x_3-(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)+(x_1+x_2+x_3)-1<0$

$\Leftrightarrow (m-1)+3-1<0$

$\Leftrightarrow m<-1$

Kết hợp điều kiện ta được: $-3<m<-1$.

Câu 3: **[2D1-5.7-3] (Sáng tác đề thi thử Tốt nghiệp THPT 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f^2(x)+f(x)-m}-16.2^{f^2(x)-f(x)-m}-4^{f(x)}+16=0$ có nghiệm $x\in(0;1)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$2^{f^2(x)+f(x)-m}-16.2^{f^2(x)-f(x)-m}-4^{f(x)}+16=0$

$\Leftrightarrow 2^{2f(x)}.2^{f^2(x)-f(x)-m}-16.2^{f^2(x)-f(x)-m}-2^{2f(x)}+16=0$

$\Leftrightarrow 2^{2f(x)}.\left[2^{f^2(x)-f(x)-m}-1\right]-16.\left[2^{f^2(x)-f(x)-m}-1\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[2^{f^2(x)-f(x)-m}-1\right]\left[2^{2f(x)}-16\right]=0 \quad (1)$

Dựa vào đồ thị, ta suy ra: Với $x\in(0;1)$ thì $f(x)\in(0;2)\Rightarrow 2f(x)\in(0;4)\Rightarrow 2^{2f(x)}\in(1;16)$

$\Rightarrow 2^{2f(x)}-16<0$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow 2^{f^2(x)-f(x)-m}-1=0\Leftrightarrow f^2(x)-f(x)-m=0\Leftrightarrow f^2(x)-f(x)=m \quad (2)$.

Đặt $t=f(x)$, $t\in(0;2)$. Phương trình (2) trở thành: $t^2-t=m \quad (3)$

Xét hàm số $g(t)=t^2-t$, $t\in(0;2)$

Ta có: $g'(t)=2t-1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	0		1/2		2
y'		$-$	0	$+$	
y	0	↘	1/4	↗	2

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra phương trình đã cho có nghiệm $x\in(0;1)$ $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có nghiệm $t\in(0;2)$ $\Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}\le m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1\}$. Vậy có 2 số nguyên m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4: **[2D1-5.7-3] SGD Hải Dương - 2022 - 2023** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S.

A. $T=-12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=12$. **D.** $T=-10$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3+3x^2-9x+2m+1=0\Leftrightarrow x^3+3x^2-9x+1=-2m$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$.

Ta có $f'(x)=3x^2+6x-9$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2+6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	28	↘	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra yêu cầu bài toán tương đương $\left[\begin{array}{l}-2m=28\\-2m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-14\\m=2\end{array}\right.$.

Suy ra $S=\{-14;2\}$.

Vậy $T=-14+2=-12$.

Câu 5: **[2D1-5.7-3] (SGD Phú Thọ - Lần 2- 2022-2023)** Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m \Leftrightarrow 2x-3=(x+m)(x-1)$

$\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m+3=0$ (1)

Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)^2-4(-m+3)>0\\3-m>0\\3-m>0\\1+m-3-m+3\neq 0\end{cases}$

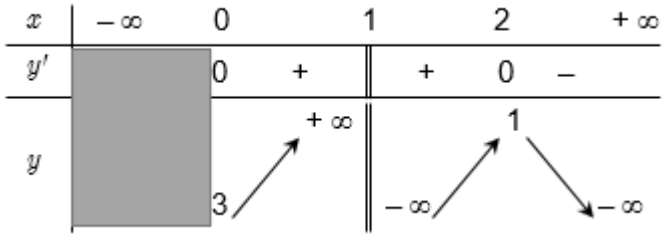
$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>3\\m<1\end{array}\right. \Leftrightarrow m<1\\m<3\end{cases}$

Vậy các giá trị nguyên của m trên đoạn $[-3;3]$ thỏa mãn bài toán là: $-3;-2;-1;0$

Cách 2

Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x-1}-x=m$ (2)

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{2x-3}{x-1}-x$, $h'(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}-1$, $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$



Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì (2) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 Khi đó đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại hai điểm phân biệt trên khoảng $(0;+\infty)$. Dựa vào BBT của hàm số $h(x)$ ta có: $m<1$.

Câu 6: **[2D1-5.7-3] (Mã 101 - THPT Bảo Thắng - Lào Cai - Lần 1 - Năm 2023)** Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<3$. **B.** $m=1$. **C.** $-1\le m\le 3$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>3$.

Lời giải

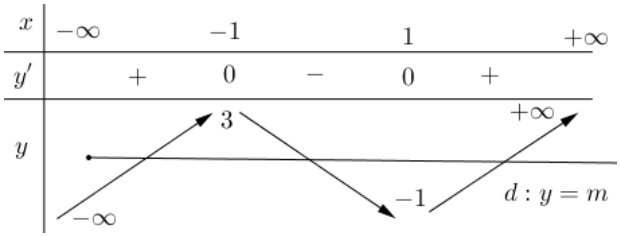
Chọn A

Ta có $x^3-3x-m+1=0 \Leftrightarrow x^3-3x+1=m$

Đặt $y=x^3-3x+1$ có đồ thị là (C) và $y=m$ có đồ thị là d

$y'=3x^2-3,\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=-1 \\ x=-1 \Rightarrow y=3 \end{array}\right.$

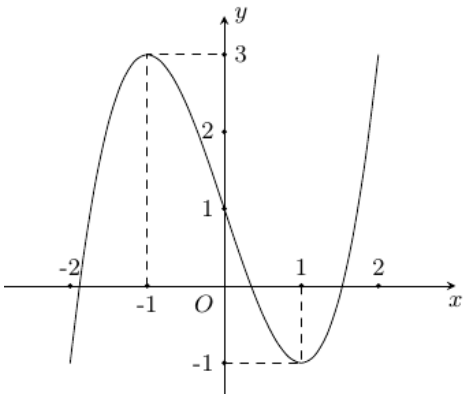
Bảng biến thiên:



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow d$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<3$.

Vậy $-1<m<3$.

Câu 7: [2D1-5.7-3] **(THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 4 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\cos x)-2m+1=2\cos x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có

◎ $f(\cos x)-2m+1=2\cos x \Leftrightarrow 2m-1=f(\cos x)-2\cos x\ (1)$.

◎ Xét hàm số $g(x)=f(\cos x)-2\cos x \Rightarrow g'(x)=-\sin x.f'(\cos x)+2\sin x=\sin x\left(2-f'(\cos x)\right)$.

◎ Với $x\in(0;\pi) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos x\in(-1;1) \\ \sin x>0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} f'(\cos x)<0 \\ \sin x>0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \sin x.\left(2-f'(\cos x)\right)>0 \Rightarrow g'(x)>0,\ \forall x\in(0;\pi)$.

◎ Bảng biến thiên

x	0		π
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	-3	$\nearrow$	5

◎ Phương trình (1) có nghiệm thuộc $(0;\pi) \Leftrightarrow -3<2m-1<5 \Leftrightarrow -1<m<3$.

◎ Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{0;1;2\}$. Vậy tổng các giá trị của m là $0+1+2=3$.

Câu 8: **[2D1-5.7-3] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - 2023 - lần 1)** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m\ (C)$, với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

C. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành $x^3-6x^2+9x+m=0 \Leftrightarrow m=-x^3+6x^2-9x$ (1). Xét hàm số $f(x)=-x^3+6x^2-9x$ với $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+12x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^3+6x^2-9x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$

và $f(x)=-4 \Leftrightarrow -x^3+6x^2-9x=-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$

BBT của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		0	x_1	1	x_2	3	x_3	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$			0	$+$	0		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$ $-\infty$

$y=m$ cắt $f(x)$ tại -4 và 0.

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thoả mãn $x_1<x_2<x_3$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $x_1 < x_2 < x_3$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ $x_1 < x_2 < x_3$

Dựa vào BBT ta suy ra $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 9: **[2D1-5.7-3] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Nội - Năm 2022 - 2023)** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

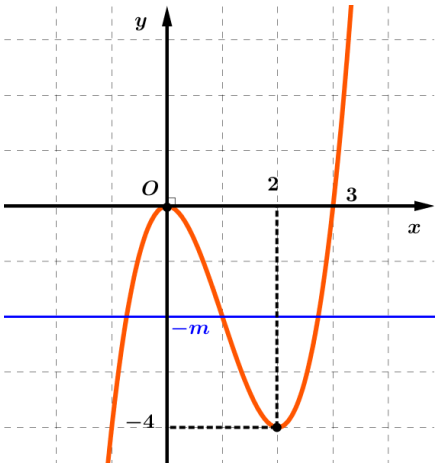
Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^3 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = -m$

Số nghiệm của bằng số giao điểm của ĐTHS $y = x^3 - 3x^2$ và đường thẳng $y = -m$.

Ta có đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ như sau:



Từ đồ thị ta được: có ba nghiệm phân biệt khi $-4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Vì m là số nguyên nên $m \in \{1;2;3\}$. Vậy có ba giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-5.7-4] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f\left(x\right)+m}\right)=x^3-m$ có nghiệm $x\in\left[1;2\right]$ biết $f\left(x\right)=x^5+3x^3-4m.$

A. 24. **B.** 64. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt[3]{f\left(x\right)+m}$ ta có $\begin{cases} f\left(t\right)=x^3-m \\ f\left(x\right)=t^3-m \end{cases}$. Từ đó suy ra $f\left(t\right)+t^3=f\left(x\right)+x^3,(1).$

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)+x^3=x^5+4x^3-4m$ thì $g'\left(x\right)=5x^4+12x^2\geq 0,\forall x\in R.$ Do đó $g\left(x\right)$ đồng biến trên $R.$ Kết hợp với $\left(1\right)$ ta suy ra $t=x$ hay $f\left(x\right)+m=x^3\Leftrightarrow x^5+2x^3=3m.$

Xét hàm $h\left(x\right)=x^5+2x^3$ trên $\left[1;2\right]$ ta có $h'\left(x\right)=5x^4+6x^2\geq 0.$ Nên GTNN và GTLN của $h\left(x\right)$ lần lượt là $h\left(1\right)=3$ và $h\left(2\right)=48.$

Phương trình có nghiệm trên $\left[1;2\right]$ khi và chỉ khi $3\leq 3m\leq 48\Leftrightarrow 1\leq m\leq 16.$ Vậy có 16 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-5.8-3] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 – 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt) sao cho góc AOB nhọn?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị

$\dfrac{x+1}{x-1}=2x+m\Leftrightarrow x+1=(2x+m)(x-1)\Leftrightarrow x+1=2x^2-2x+mx-m$

$\Leftrightarrow 2x^2+(m-3)x-m-1=0$

Đặt $g(x)=2x^2+(m-3)x-m-1$

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_A, x_B khác 1, nghĩa là

$\begin{cases}\Delta>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-3)^2+8(m+1)>0\\ 2+m-3-m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+9+8m+8>0\\ -2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m+17>0\\ -2\neq 0\end{cases}$ (đúng)

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases}S=x_A+x_B=\dfrac{3-m}{2}\\ P=x_Ax_B=-\dfrac{m+1}{2}\end{cases}$

Từ đó suy ra tọa độ điểm $A(x_A;2x_A+m)$, $B(x_B;2x_B+m)$

Ta có $OA=\sqrt{x_A^2+(2x_A+m)^2}$, $OB=\sqrt{x_B^2+(2x_B+m)^2}$,

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(2x_B-2x_A)^2}=\sqrt{5(x_B-x_A)^2}$

Áp dụng định lý cos trong ΔOAB ta có

$\cos AOB=\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB}$

Theo đề, góc AOB nhọn nên

$\cos AOB>0\Leftrightarrow\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB}>0\Leftrightarrow OA^2+OB^2>AB^2$

$\Leftrightarrow x_A^2+(2x_A+m)^2+x_B^2+(2x_B+m)^2>5(x_B-x_A)^2$

$\Leftrightarrow x_A^2+4x_A^2+4m(x_A+x_B)+x_B^2+4x_B^2+2m^2>5(x_A^2-2x_Ax_B+x_B^2)$

$\Leftrightarrow 4m(x_A+x_B)+2m^2>-10x_Ax_B$

$\Leftrightarrow 4mS+2m^2>-10P\Leftrightarrow 4m\left(\dfrac{3-m}{2}\right)+2m^2>\dfrac{10(m+1)}{2}$

$\Leftrightarrow 2m(3-m)+2m^2>5(m+1)\Leftrightarrow 6m-2m^2+2m^2>5m+5\Leftrightarrow m>5$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-10;10]$ nên suy ra $m\in\{6;7;8;9;10\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa đề.

Câu 2: **[2D1-5.8-3] (THPT Phan Bội Châu – Khánh Hòa - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $f(x)=x^4+2x^3-mx^2+2023$ có ba điểm cực trị?

A. 2023. **B.** 2024. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=4x^3+6x^2-2mx=x(4x^2+6x-2m)$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x(4x^2+6x-2m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2+3x-m=0\ (*)\end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\\Delta=9+8m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\m>-\dfrac{9}{8}\end{cases}$.

Do $\begin{cases}m\in(-2023;2023)\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\{-1;1;2;3;\ldots;2022\}$.

Vậy có 2023 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 1: **[2D1-5.9-2] (THPT Yên Khánh A - Lần 1 - Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 7x$ có đồ thị C và đường thẳng $d : y = 2x + m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt C tại 3 điểm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 31. **B.** 26. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của C và đường thẳng d là

$x^3 - 3x^2 - 7x = 2x + m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x = m$ (1)

Để d cắt C tại 3 điểm phân biệt khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $(\Delta) : y = m$ cắt đồ thị $(C') : y = x^3 - 3x^2 - 9x$ tại 3 điểm phân biệt

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 9x$, ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-27	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $-27 < m < 5$.

Khi đó có 4 giá trị nguyên dương của m thoả mãn bài toán là: $1;2;3;4$

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt C tại 3 điểm phân biệt.

Câu 1: **(Sở GD-ĐT Bắc Ninh-lần 1A)** **[2D1-5.9-3]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y == x^3-(2+m)x^2-\left(2m^2-3m-1\right)x+2m^2-2m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tổng tất cả các phần tử của S bằng:

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{13}{20}$. **C.** $\frac{33}{20}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-(2+m)x^2-(2m^2-3m-1)x+2m^2-2m=0$

$\Leftrightarrow (x-1)[x^2-(m+1)x-(2m^2-2m)]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-(m+1)x-(2m^2-2m)=0(*) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow$ Để đồ thị hàm số đã cho cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương thì (*) có 2 nghiệm dương phân biệt và khác 1.

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta'>0 \\ P=-2m^2+2m>0 \\ S=m+1>0 \\ 1^2-(m+1).1-2m^2+2m\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{c} (m+1)^2-4(-2m^2+2m)>0 \\ 0<m<1 \\ m>-1 \\ -2m^2+m\neq 0 \end{array}$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 9m^2-6m+1>0 \\ 0<m<1 \\ m\neq 0 \\ m\neq \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq \frac{1}{3} \\ 0<m<1 \\ m\neq \frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow m\in (0;1)\setminus\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right\}$

Khi đó (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $x_1+x_2=m+1$.

Để 3 giao điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng thì $\left[\begin{array}{l} x_1+1=2x_2 \\ m+1=2.1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1(L) \\ x_1=2x_2-1 \end{array}\right.$

Vi-ét: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=-2m^2+2m \\ x_1=2x_2-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x_2-1=m+1 \\ (2x_2-1).x_2=-2m^2+2m \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_2=\frac{m+2}{3} \\ \left(\frac{2(m+2)}{3}-1\right).\frac{m+2}{3}=-2m^2+2m \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2m^2+5m+2=-18m^2+18m$

$\Leftrightarrow 20m^2-13m+2=0 \Leftrightarrow m=2/5$ (TM) hoặc $m=¼$ (TM)

Vậy tổng các giá trị của S là 13/20

Câu 2: **[2D1-5.9-3]** **(SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d:y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3. Số giá trị nguyên của

m thuộc đoạn $[-10;10]$ để $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$ là

A. 13. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+2=m(x-1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \underbrace{x^2-2x-2-m}_{g(x)}=0\ (a)\end{array}\right.$.

+ Hai đường cắt nhau tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow pt(a)$ có 2 nghiệm pb khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'_g>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ m\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow m>-3$.

+ Giả sử $x_3=1$, ta có: $x_1^2+x_2^2+1^2>5\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2>4\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2>4$

$\Rightarrow(2)^2-2.(-2-m)>4\Leftrightarrow m>-2$.

Kết hợp với điều kiện $m\in[-10;10]$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-1;0;1;.....;10\}$.

Câu 3: **[2D1-5.9-3] (SGD Ninh Bình-Lần 1- 2022-2023)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d:y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3. Số giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;10]$ để $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$ là

A. 13. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+2=m(x-1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \underbrace{x^2-2x-2-m}_{g(x)}=0\ (a)\end{array}\right.$.

+ Hai đường cắt nhau tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow pt(a)$ có 2 nghiệm pb khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'_g>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ m\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow m>-3$.

+ Giả sử $x_3=1$, ta có: $x_1^2+x_2^2+1^2>5\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2>4\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2>4$

$\Rightarrow(2)^2-2.(-2-m)>4\Leftrightarrow m>-2$.

Kết hợp với điều kiện $m\in[-10;10]$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-1;0;1;.....;10\}$.

Câu 4: **[2D1-5.9-3] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm của AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-4)$. **C.** $m\in(-4;0)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

Lời giải

Giả sử x_1,x_2,x_3 lần lượt là hoành độ của các điểm A,B,C. Khi đó x_1,x_2,x_3 là nghiệm của phương trình $x^3+3x^2+m=0$.

B là trung điểm của AC khi và chỉ khi $x_2=\dfrac{x_1+x_3}{2}\Leftrightarrow x_1+x_3=2x_2$.

Theo định lý Viet ta lại có $x_1+x_2+x_3=-3$, do đó $x_2=-1$.

Vì $x_2=-1$ là nghiệm của phương trình $x^3+3x^2+m=0$ nên $-1+3+m=0\Leftrightarrow m=-2$.

Với $m=-2$, hàm số trở thành $y=x^3+3x^2-2$.

Phương trình $x^3+3x^2-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_2=-1,x_{1,3}=-1\pm\sqrt{3}$ thỏa mãn $x_1+x_3=2x_2$ nên $m=-2$ là giá trị cần tìm.

Câu 5: **[2D1-5.9-3] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Cho hàm số $y=x^3-mx^2+3x+1$ có đồ thị (C) (m là tham số thực). Số giá trị nguyên của m để đồ thị (C) cắt đường thẳng $\Delta: y=x+1$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=8$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-mx^2+3x+1=x+1$

$\Leftrightarrow x^3-mx^2+2x=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-mx+2=0\end{array}\right.$

Để (C) cắt đường thẳng $\Delta: y=x+1$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thì $x^2-mx+2=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m^2-8>0\\0^2-0+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2>8$.

Khi đó $x_1=0$; x_2 và x_3 là nghiệm của phương trình $x^2-mx+2=0\Rightarrow x_2+x_3=m$

Do đó $x_1+x_2+x_3=8\Leftrightarrow 0+x_2+x_3=8\Leftrightarrow m=8$ (thỏa mãn).

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6: **[2D1-5.9-3] (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2-7x$ có đồ thị C và đường thẳng $d: y=2x+m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt C tại 3 điểm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 31. **B.** 26. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của C và đường thẳng d là

$x^3-3x^2-7x=2x+m \Leftrightarrow x^3-3x^2-9x=m$ (1)

Để d cắt C tại 3 điểm phân biệt khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $(\Delta): y=m$ cắt đồ thị $(C'): y=x^3-3x^2-9x$ tại 3 điểm phân biệt

Xét hàm số: $y=x^3-3x^2-9x$, ta có $y'=3x^2-6x-9$, $y'=0 \Leftrightarrow x=-1, x=3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-27	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $-27<m<5$.

Khi đó có 4 giá trị nguyên dương của m thoả mãn bài toán là: $1;2;3;4$

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt C tại 3 điểm phân biệt.

Câu 1: **[2D1-5.9-4] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a\neq 0$ có đồ thị tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và cắt đường thẳng $y=2m-1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 0 và 4, với m là tham số. Số nghiệm của phương trình $f(x)=f(-3)$ là.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên đồ thị còn cắt trục hoành tại một điểm khác nữa, ta giả sử điểm đó có hoành độ $x_0\neq 1$.

Khi đó $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d=a(x-1)^2(x-x_0)$.

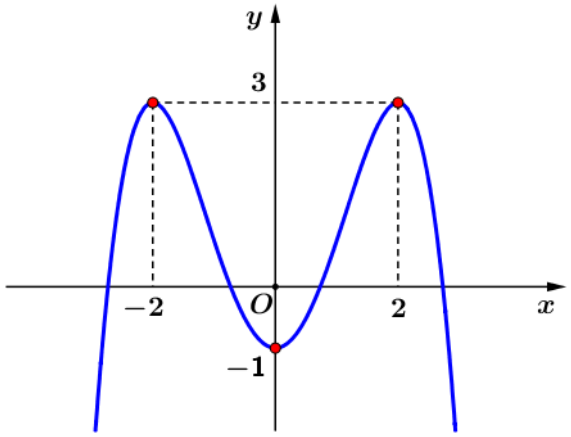
Do đồ thị $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ cắt đường thẳng $y=2m-1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 0 và 4 nên ta có:

$$\begin{cases} f(0)=2m-1 \\ f(4)=2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a.x_0=2m-1 \\ 9a.(4-x_0)=2m-1 \end{cases} \Rightarrow -a.x_0=9a.(4-x_0) \Leftrightarrow x_0=\frac{9}{2}.$$

Suy ra $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d=a(x-1)^2\left(x-\frac{9}{2}\right)$.

Vậy $f(x)=f(-3) \Leftrightarrow a(x-1)^2\left(x-\frac{9}{2}\right)=-120a \Leftrightarrow 2x^3-13x^2+20x+231=0 \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 1: **[2D1-5.11-1] (THPT - Mỹ lộc - Vụ bản - Nam định - Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt là '



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m<-1 \end{array}\right.$

Vậy có 1 giá trị nguyên dương m thỏa.

Câu 1: **[2D1-5.11-2] (THPT Liên trường -Huyện Nam Trực -Năm học 2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|=2m-1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt

A. $3<m<4$ **B.** $2<m<\frac{5}{2}$ **C.** $1<m<\frac{3}{2}$. **D.** $4<m<5$.

Lời giải

Chọn B

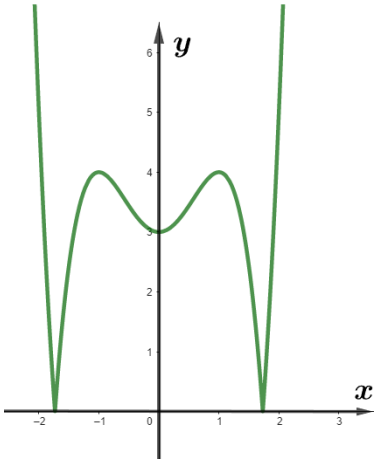
Xét hàm số $f(x)=x^4-2x^2-3$

$f'(x)=4x^3-4x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ đó ta có đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2-3\right|$



Để phương trình có 6 nghiệm phân biệt thì $3<2m-1<4\Leftrightarrow 2<m<\frac{5}{2}$.

Câu 1: **[2D1-5.11-3] (Liên trường huyện Nam Trực-Nam Định năm 2022-2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|=2m-1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt

A. $3<m<4$ **B.** $2<m<\frac{5}{2}$ **C.** $1<m<\frac{3}{2}$. **D.** $4<m<5$.

Lời giải

Chọn B

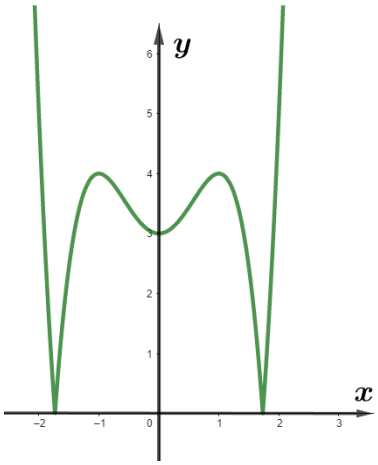
Xét hàm số $f(x)=x^4-2x^2-3$

$f'(x)=4x^3-4x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ đó ta có đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2-3\right|$



Để phương trình có 6 nghiệm phân biệt thì $3<2m-1<4\Leftrightarrow 2<m<\frac{5}{2}$.

Câu 1: **[2D1-5.11-4] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

A. 145. **B.** 142. **C.** 144. **D.** 143.

Lời giải

Chọn D

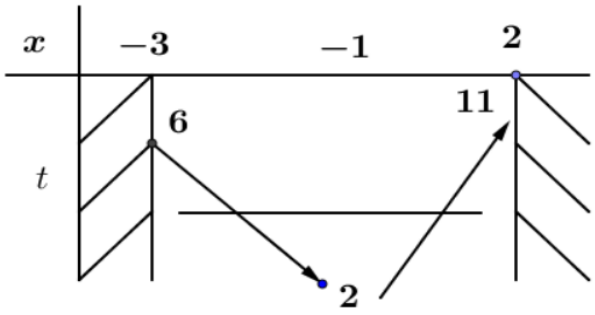
Phương trình $x^2+2x+3=a\ (a\in\mathbb{R})$ có hai nghiệm x_1,x_2 thì ta có: $x_1+x_2=-2$

Phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m(1)$ có tổng nghiệm bằng -4

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm xảy ra ở trường hợp: 4 nghiệm phân biệt $x_1,x_2,x_3,x_4\ (2)$

(do khi đó: $(x_1+x_2)+(x_3+x_4)=-2+(-2)=-4$)

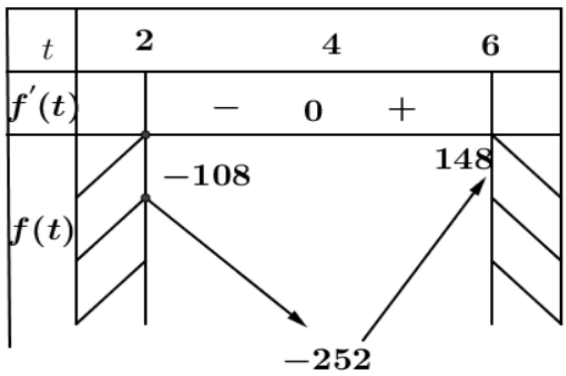
Đặt $x^2+2x+3=t$



Điều kiện $(2)\Leftrightarrow$ Tìm m để phương trình $f(t)=m$ có 2 nghiệm $2<t<6$ (2)

Xét $f(t)=t^4-32t^2+4$

$\Rightarrow f'(t)=4t^3-64t\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\pm4\end{array}\right.$



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -252<m<-108\Rightarrow$143 số.

Câu 2: ---------- **HẾT** ---------- **[2D1-5.11-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$

bằng -8?

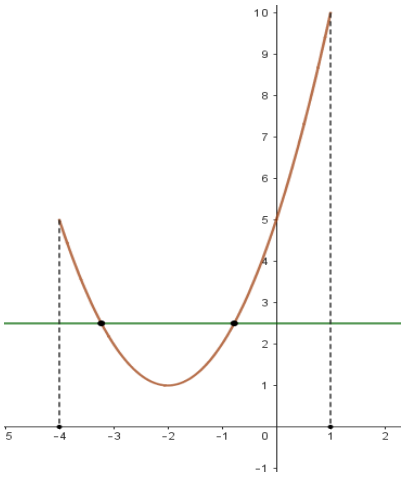
A. 63. **B.** 65. **C.** 62. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2+4x+5$, vì $x\in(-4;1)\Rightarrow t\in(1;10)$.

Nhận xét: với $1<t<5$ ta suy ra có 2 giá trị x có tổng bằng -4 (vì $x_1+x_2=-4$).



Yêu cầu bài toán tương đương $f(t)=m$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1;10)$

x	1		3		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-13	↘	-77	↗	8204

Nhận xét: $f(1)=f\left(\sqrt{17}\right)$ và phương trình $f(t)=m$ có tối đa 2 nghiệm $t\in(1;10)$.

TH1: Nếu $f(t)=m$ chỉ có 1 nghiệm $t\in(1;10)$ thì tổng các nghiệm của phương trình $x^2+4x+5=t_0$ sẽ là -4.

TH2: Nếu $f(t)=m$ có 2 nghiệm phân biệt $t_1;t_2\in(1;10)\Rightarrow t_1;t_2\in\left(1;\sqrt{17}\right)$

Khi đó mỗi phương trình $\begin{cases}x^2+4x+5=t_1\\x^2+4x+5=t_2\end{cases}$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm là -8.

Vậy $m\in(-77;-13)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-76;...;-14\}\Rightarrow$ có 63 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

---------- HẾT ----------

Câu 3: **[2D1-5.11-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$ bằng -8?

A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2+4x+5$, với $x\in(-4;1)\Rightarrow x^2+4x+5-t=0$ $(*)$.

Ta có: $t'=2x+4$.

$t'=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thiên:

x	-4		-2		1
t'		$-$	0	$+$	
t		$\searrow$	1	$\nearrow$	10
					5

Do đó, với $t<1$, phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Với $t=1$ hoặc $5\le t<10$, phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất.

Với $1<t<5$, phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt thoả mãn $x_1+x_2=-4$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(t)=m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(1;5)$.

Xét hàm số $f(t)=t^4-32t^2+4$ với $t\in(1;5)$.

$f'(t)=4t^3-64t$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=4$ (Do $t\in(1;5)$).

Bảng biến thiên:

x	1		4		5
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-27	$\searrow$	-252	$\nearrow$	-171

Dựa vào bảng biến thiên, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -252<m<-171$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-251;-250;...;-172\}$.

Vậy có 80 giá trị cần tìm.

Câu 4: **[2D1-5.11-4] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4

A. 24. **B.** 23. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^4-18x^2+4$, TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=4x^3-36x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-36x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \end{array}\right.$

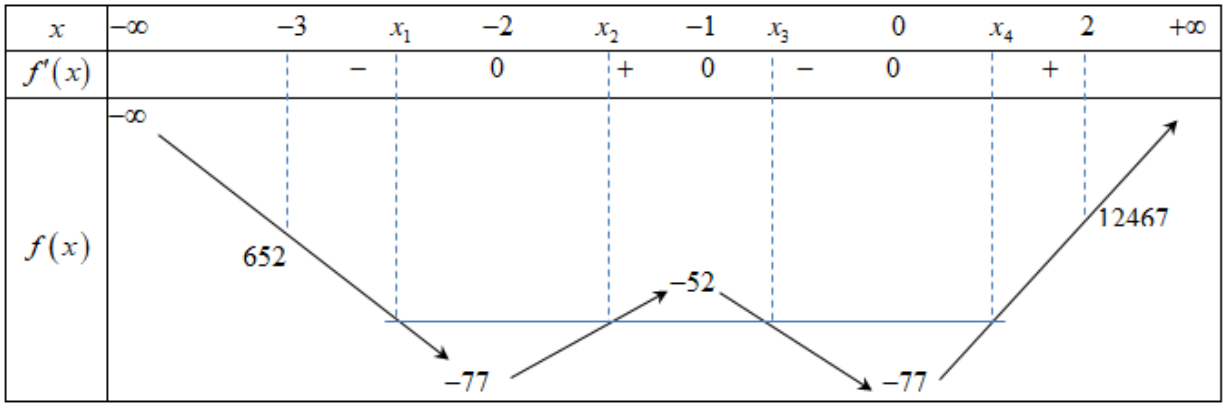
Đặt $g(x)=f\left(x^2+2x+3\right)$, TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=(2x+2)\,f'\left(x^2+2x+3\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ f'\left(x^2+2x+3\right)=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x+3=0 \\ x^2+2x+3=3 \\ x^2+2x+3=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:



$g(-1)=f(2)=-52$

$g(-2)=f(3)=-77$; $g(0)=f(3)=-77$; $g(-3)=f(6)=652$; $g(2)=f(11)=12467$

Ta thấy hàm số $g(x)$ nhận đường thẳng $x=-1$ làm trục đối xứng.

Do đó tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình

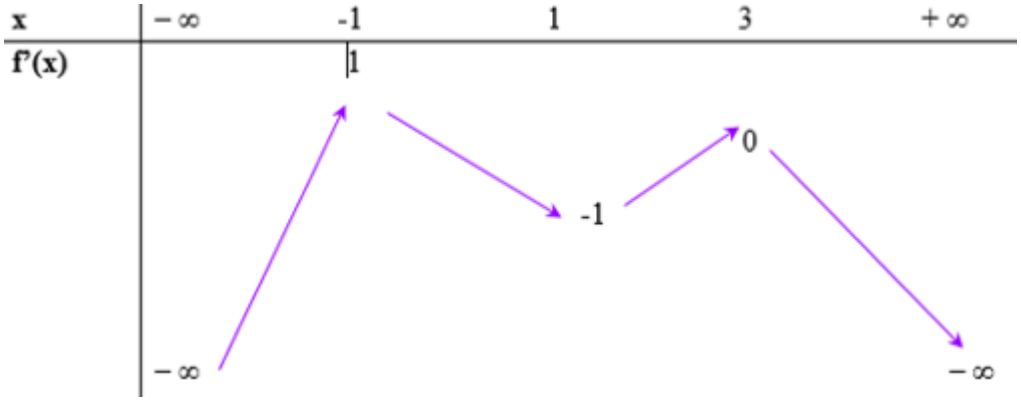
$f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4 khi nó có bốn nghiệm phân biệt.

Yêu cầu bài toán tương đương với $-77<m<-52$.

Kết luận: Vậy có 24 giá trị m nguyên thỏa mãn đề bài.

---------- HẾT ----------

Câu 1: **[2D1-5.12-4] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



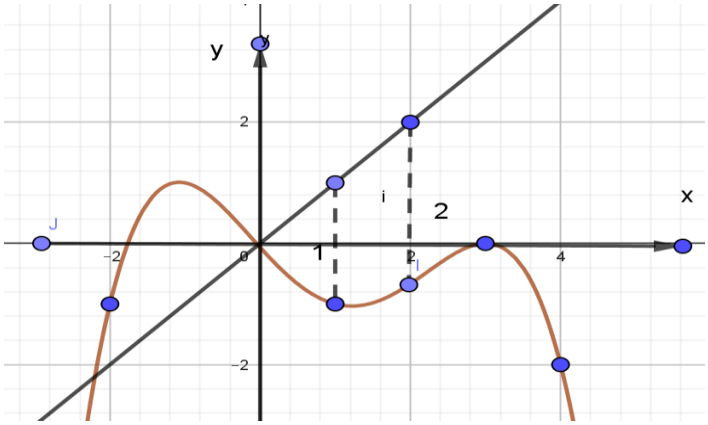
Điều kiện cần và đủ của tham số m để bất phương trình $f(x)-\frac{1}{2}x^2<m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$ là

A. $m>f(2)-2$. **B.** $m\geq f(2)-2$. **C.** $m\geq f(1)-\frac{1}{2}$. **D.** $m>f(1)-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

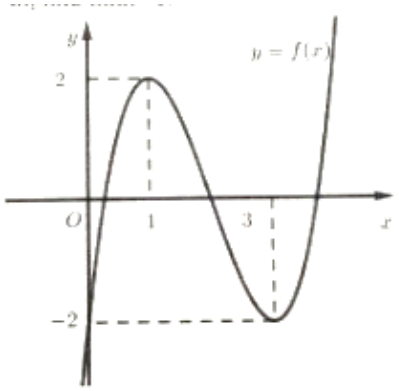
Đặt $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2\Rightarrow g'(x)=f'(x)-x$. $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-x=0\Leftrightarrow f'(x)=x$.



Dựa vào đồ thị 2 hàm số $y=f'(x)$ và đồ thị hàm số $y=x$ ta được $g'(x)<0,\forall x\in[1;2]$ Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $[1;2]\Rightarrow\max\limits_{[1;2]}g(x)=g(1)=f(1)-\frac{1}{2}$.

Yêu cầu bài toán $m>\max\limits_{[1;2]}g(x)=f(1)-\frac{1}{2}$.

Câu 2: **[2D1-5.12-4] (SGD Nghệ An - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^4(x)+2=3f^2(x)+|f(x)+2m|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

A. 6. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=f(x)$, dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có:

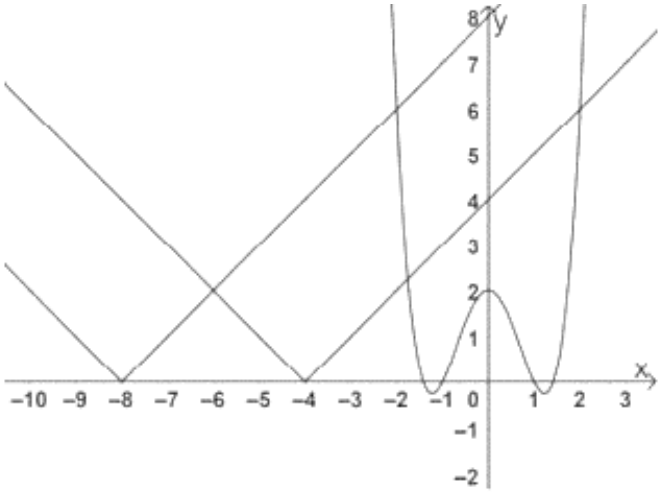
Với $t>2$ hoặc $t<-2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 1 nghiệm.

Với $t=\pm 2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Với $-2<t<2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Từ $f^4(x)+2=3f^2(x)+|f(x)+2m|$ ta có phương trình: $t^4-3t^2+2=|t+2m|(*)$.

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 1 nghiệm $t\in(-2;2)$ và 1 nghiệm $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

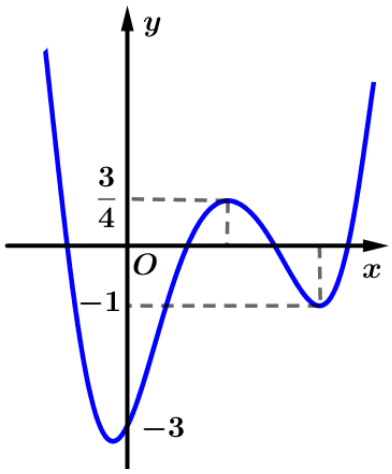


Vẽ đồ thị các hàm số $y=x^4-3x^2+2; y=|x+2m|$ trên cùng 1 hệ trục, ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi: $2m\in(-8;-4)\cup(4;8)\Leftrightarrow m\in(-4;-2)\cup(2;4)$.

Kết hợp với m nguyên nên ta có 2 giá trị của m là ± 3.

Câu 3: **[2D1-5.12-4] (THPT Hoài Đức A - Hà nội - Đề 1)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình

$f\left(\left|2022x+m\right|\right)=6m+12$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tính tổng tất cả các phần tử của S.



A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{97}{24}$. **D.** $-\frac{97}{24}$.

Lời giải

Đặt $t=\left|2022x+m\right|$ $(*)$, khi đó với mỗi $t>0$ ta được hai giá trị x thỏa $(*)$ và với $t=0$ tồn tại duy nhất một giá trị x thỏa $(*)$.

Phương trình $f\left(\left|2022x+m\right|\right)=6m+12$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(t)=6m+4$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6m+12=\frac{3}{4}\\6m+12=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\frac{15}{8}\\m=-\frac{13}{6}\end{array}\right.$$

Suy ra $S=\left\{-\frac{15}{8};-\frac{13}{6}\right\}$. Vậy $-\frac{15}{8}+\left(-\frac{13}{6}\right)=-\frac{97}{24}$.

Câu 4: **[2D1-5.12-4] (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc- Lần 3 - 2022-2023)** Cho hai hàm số $y=x^4-6x^3+5x^2+11x-6$ và $y=x(x-2)(x-3)(m-|x|)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$. Tổng tất cả các giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 4 điểm phân biệt là

A. 8187081. **B.** 2047276. **C.** 2047275. **D.** 8187080.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là:

$x^4-6x^3+5x^2+11x-6=x(x-2)(x-3)(m-|x|)$ $(*)$

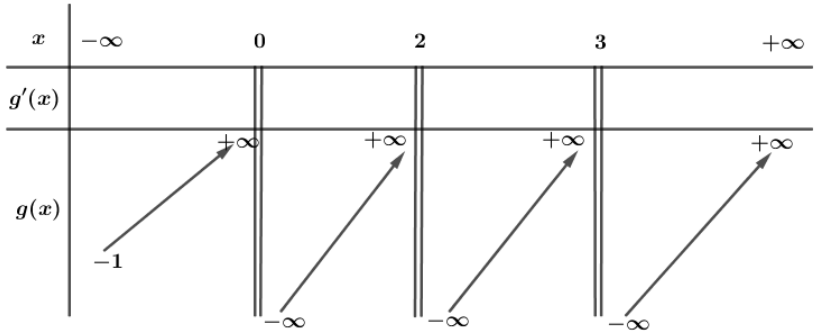
Nhận xét: $x=0;x=2;x=3$ không là nghiệm của phương trình $(*)$.

Khi đó: $(*)\Leftrightarrow m-|x|=\dfrac{x^4-6x^3+5x^2+11x-6}{x(x-2)(x-3)}\Leftrightarrow m=|x|+x-1-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{x-3}$.

Xét hàm số $g(x)=|x|+x-1-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{x-3}$ trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{0;2;3\}$.

Ta có: $g'(x)=\dfrac{x}{|x|}+1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{(x+2)^2}+\dfrac{3}{(x-3)^2}>0,\forall x\in D$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m>-1$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2023;2023]$ nên suy ra $m\in\{0;1;2;3;.....;2023\}$.

Tổng tất cả các giá trị của m là $0+1+2+3+.....+2023=2047276$.

Câu 5: **[2D1-5.12-4] (LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN- 2022-2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Hàm số $g(x)=f(x+2)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

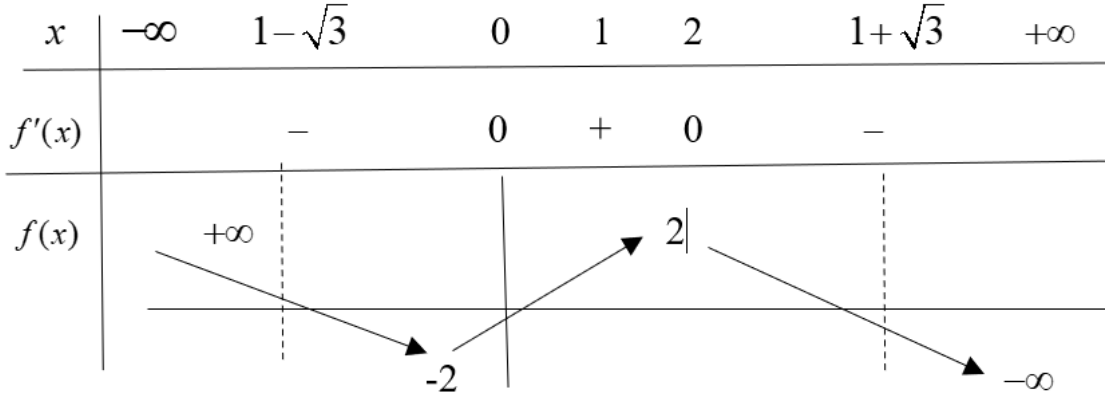
Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left[f(x)-m\right]=0$ có 5 phần tử bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ gt tìm được $f(x)=-x^3+3x^2-2$ có BBT



Phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left(f\left(x\right)-m\right)=0$ (*), Đk: $4+mx^2\geq 0$

$$(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4+mx^2=0 \quad (1)\\ \left\{\begin{array}{l}4+mx^2>0\\ f\left(f\left(x\right)-m\right)=0\end{array}\right. (2)\end{array}\right.$$

TH1:

$$m=0\Rightarrow(1)\ VN$$

$$(2)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}4>0\\ \left[\begin{array}{l}f(x)-m=1-\sqrt{3}\\ f(x)-m=1\\ f(x)-m=1+\sqrt{3}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1-\sqrt{3}\to 3\ ngh\\ f(x)=1\to 3\ ngh\\ f(x)=1+\sqrt{3}\to 1\ ngh\end{array}\right.$$

TH2:

$$m>0\Rightarrow(1)\ VN$$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1-\sqrt{3}+m\ (3)\\ f(x)=1+m\ (4)\\ f(x)=1+\sqrt{3}+m>2\to 1ngh\end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán

$$\left\{\begin{array}{l}1+m>2\\ -2<1-\sqrt{3}+m<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m>1\\ -3+\sqrt{3}<m<1+\sqrt{3}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow 1<m<1+\sqrt{3}\Rightarrow m=2$$

TH3: $m<0;\ (1)\Leftrightarrow x^2=\frac{-4}{m}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{4}{m}}$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1-\sqrt{3}+m\ (3)\\ f(x)=1+m\ (4)\\ f(x)=1+\sqrt{3}+m\ (5)\end{array}\right.$$

$$\text{Đk}: 4+mx^2>0\Leftrightarrow x^2>\frac{-4}{m}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{-2}{\sqrt{-m}};\frac{2}{\sqrt{-m}}\right)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có đúng 3 nghiệm phân biệt $\in\left(\frac{-2}{\sqrt{-m}};\frac{2}{\sqrt{-m}}\right)(**)$

Nếu $1+m+\sqrt{3}\geq 2\Leftrightarrow m\geq 1-\sqrt{3};m<0$ không có số nguyên nào thỏa mãn $\Rightarrow 1+m+\sqrt{3}<2$

Nếu $1+m+\sqrt{3}\le -2\Rightarrow$ (3), (4), (5), mỗi pt 1 nghiệm và nghiệm > 3(không thỏa mãn)

Nên $1+m+\sqrt{3}\in(-2;2)\Leftrightarrow -3-\sqrt{3}<m<1-\sqrt{3}$, có các giá trị m nguyên là $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$

+) $m=-4\Rightarrow(3)\Leftrightarrow f(x)=-3-\sqrt{3}$ có 1 nghiệm >3(không tm)

$(4)\Leftrightarrow f(x)=-3\to 1ngh>3(KTM)$

$(5)\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{3}-3$ có 3 nghiệm pb trong đó có 1 nghiệm >2(KTM)

+) $m=-3$

$(3)\Leftrightarrow f(x)=-2-\sqrt{3}\to 1ngh>3)KTM)$

$(4)\Leftrightarrow f(x)=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(tm**)\\x=3(ktm**)\end{array}\right.$

$(5)\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{3}-2\to\left[\begin{array}{c}x=a\in(1-\sqrt{3};0)(tm**)\\x=b\in(0;1)(tm**)\\x=c>1+\sqrt{3}(ktm**)\end{array}\right.$

$\Rightarrow m=-3(tm)$

+) $m=-2$

$(3)\Leftrightarrow f(x)=-1-\sqrt{3}\to 1ngh>3)KTM)$

$(4)\Leftrightarrow f(x)=-1\to 3ngh(\ trong\ đó\ 2\ ngh\ thỏa\ **)$

$(5)\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{3}-1\to 3ngh(\ trong\ đó\ 2\ ngh\ thỏa\ **)$

$\Rightarrow m=-2(Loại)$

+) $m=-1$

$(3)\Leftrightarrow f(x)=-\sqrt{3}\to 3ngh(\ trong\ đó\ 2\ ngh\ thỏa\ **)$

$(4)\Leftrightarrow f(x)=0\to 3ngh(\ trong\ đó\ 2\ ngh\ thỏa\ **)$

$(5)\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{3}\to 3ngh$

$\Rightarrow m=-1(Loại)$

Vậy $m=2$ hoặc $m=-3$, nên tổng các giá trị của m bằng -1, chọn đáp án C.

Câu 6: **[2D1-5.12-4] (thpt Ngô Gia Tự - Daklak lần 1 - 2023)** Tìm giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 để hàm số $f(x)=x^4+a.x^3+bx^2+ax+1$ có đồ thị cắt trục hoành:

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$ (1)

Ta thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình $f(x)=0$

Chia cả 2 vế (1) cho x^2 ta được

$$x^2+ax+b+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+a\left(x+\frac{1}{x}\right)+b=0$$

Đặt $x+\frac{1}{x}=t;\quad |t|\ge 2$ ta được

$t^2-2+at+b=0\Leftrightarrow -t^2+2=at+b$ (2)

Từ đề bài suy ra phương trình (2) có nghiệm thỏa mãn $|t|\ge 2$

Áp dụng BĐT Bunhia ta có $(at+b)^2 \le (a^2+b^2)(t^2+1^2)$

$\Rightarrow (-t^2+2)^2 = (at+b)^2 \le (a^2+b^2)(t^2+1^2)$

Suy ra $a^2+b^2 \ge \dfrac{(-t^2+2)^2}{t^2+1} = f(t)$

Ta có

$$f'(t) = \frac{-4t(-t^2+2)(t^2+1) - 2t(-t^2+2)^2}{(t^2+1)^2}$$

$$= \frac{(-t^2+2)\left[-4t(t^2+1) - 2t(-t^2+2)\right]}{(t^2+1)^2}$$

$$= \frac{t(-t^2+2)(-2t^2-8)}{(t^2+1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \pm\sqrt{2} \\ t = 0 \end{array}\right.$$

BBT

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y		-				+	
y		↘	$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{5}$	↗	

$a^2+b^2 \ge \dfrac{4}{5} \Rightarrow \min(a^2+b^2) = \dfrac{4}{5}$

Câu 1: **[2D1-5.13-3] (Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai - Lần 1 - 2022 – 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+x^2-5x-m+2=x^3-x^2-x-2 \\ x^3+x^2-5x-m+2=-x^3+x^2+x+2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-4x+4=m \\ 2x^3-6x=m \end{array}\right. (1)$.

Xét hàm số $h(x)=2x^3-6x$. Ta có $h'(x)=6x^2-6=0 \Leftrightarrow x \pm 1$.

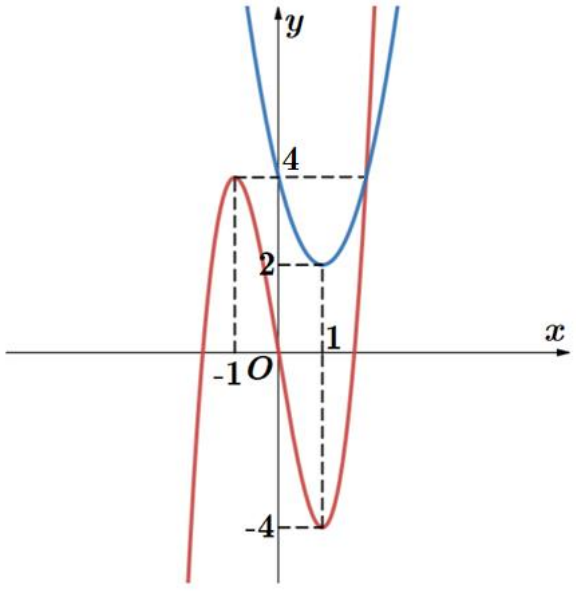
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

Xét hàm số $g(x)=2x^2-4x+4$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Phát họa đồ thị của hàm số $h(x)=2x^3-6x$ và $g(x)=2x^2-4x+4$ trên mặt phẳng tọa độ:



Từ hình vẽ ta thấy để (1) có 5 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2<m<4$.

Câu 1: **[2D1-5.13-4] (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng- Lần 03 - Năm 2022 - 2023)** Cho đồ thị hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(0;3)$ và $B(2;-1)$. Số nghiệm thực của phương trình $4^{f(f(x))}-2^{f(x)+f(f(x))}+3.2^{f(f(x))}=3.2^{f(x)}$ là.

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực trị $A(0;3) \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ d=3 \end{cases}$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực trị $B(2;-1) \Rightarrow \begin{cases} 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+3.$

Xét phương trình: $4^{f(f(x))}-2^{f(x)+f(f(x))}+3.2^{f(f(x))}=3.2^{f(x)}$.

$\Leftrightarrow 2^{2f(f(x))}-2^{f(x)}.2^{f(f(x))}+3.2^{f(f(x))}-3.2^{f(x)}=0$

$\Leftrightarrow 2^{f(f(x))}\left(2^{f(f(x))}+3\right)-2^{f(x)}\left(2^{f(f(x))}+3\right)=0$

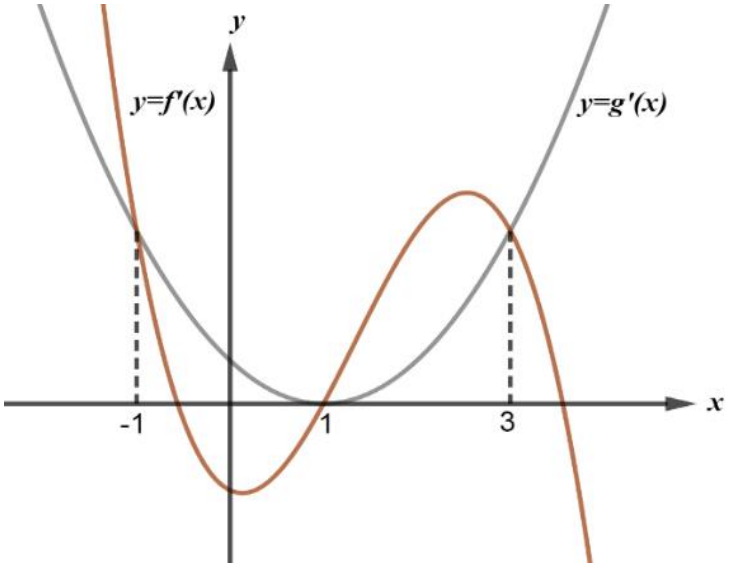
$\Leftrightarrow \left(2^{f(f(x))}+3\right)\left(2^{f(f(x))}-2^{f(x)}\right)=0 \Leftrightarrow 2^{f(f(x))}=2^{f(x)} \Leftrightarrow f(f(x))=f(x).$

$\Leftrightarrow f^3(x)-3f^2(x)+3=f(x) \Leftrightarrow f^3(x)-3f^2(x)-f(x)+3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=3 \\ f(x)=1 \\ f(x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x^2+3=3 \\ x^3-3x^2+3=1 \\ x^3-3x^2+3=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3-3x^2=0 & (2ng) \\ x^3-3x^2=-2 & (3ng) \\ x^3-3x^2=-4 & (2ng) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 2: **[2D1-5.13-4] (THPT Mỹ Lộc - Nam Định- Lần 1- 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$ và hàm số bậc ba $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$ $(m,n,p,q\in\mathbb{R})$ có đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 96 và $f(2)=g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=g(x)$ và $x=0, x=2$ bằng

A. $\frac{136}{15}$. **B.** $\frac{272}{15}$. **C.** $\frac{68}{15}$. **D.** $\frac{136}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=f(x)-g(x)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+(d-p)x+(e-q)$

Có $h'(x)=f'(x)-g'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+(d-p)$

Dựa vào đồ thị hàm số ta có phương trình $f'(x)=g'(x)\Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=1 \\ x_3=3 \end{array}\right.$.

Ta có $h'(x)=f'(x)-g'(x)=4a(x+1)(x-1)(x-3)=4a\left(x^3-3x^2-x+3\right)$ với $a<0$

Suy ra $h(x)=f(x)-g(x)=4a\left(\frac{x^4}{4}-x^3-\frac{x^2}{2}+3x\right)+(e-q)$

Có $f(2)=g(2)\Leftrightarrow f(2)-g(2)=0\Leftrightarrow (e-q)=0$

Suy ra $h(x)=f(x)-g(x)=4a\left(\frac{x^4}{4}-x^3-\frac{x^2}{2}+3x\right)$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$. Khi đó:

$S=\int_{-1}^{3}\left|4a\left(x^3-3x^2-x+3\right)\right|\mathrm{d}x=96$

$\Leftrightarrow |4a|\int_{-1}^{3}|x^3-3x^2-x+3|dx=96$

$\Leftrightarrow |4a|.8=96\Leftrightarrow a=-3$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=g(x)$ và $x=0, x=2$ bằng

$$S=\int_0^2\left|4.(-3)\left(\frac{x^4}{4}-x^3-\frac{x^2}{2}+3x\right)\right|dx=\frac{136}{5}$$

Câu 1: **[2D1-5.14-2] (THPT Hàm Thuyên - Bắc Ninh - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Số điểm thuộc (C) có hoành độ và tung độ đều là các số nguyên là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

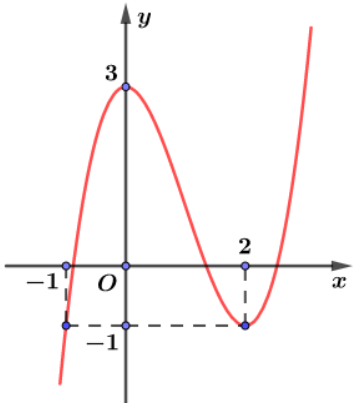
Lấy $M(x_0;y_0)\in(C),(x_0,y_0\in\mathbb{Z};x_0\neq 2)$, khi đó: $y_0=\dfrac{2x_0+1}{x_0-2}=\dfrac{2x_0-4+5}{x_0-2}=2+\dfrac{5}{x_0-2}$.

Do $x_0,y_0\in\mathbb{Z};x_0\neq 2$ nên $x_0-2\in U(5)=\{\pm1;\pm5\}\Leftrightarrow x_0\in\{-3;1;3;7\}$: 4 giá trị.

Tương ứng ta tìm được 4 giá trị nguyên của y_0.

Do đó, đồ thị hàm số trên có tất cả 4 điểm có hoành độ và tung độ đều là các số nguyên.

Câu 1: **[2D1-5.14-3] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{m}{f(x^2-2x)+m}$ có 6 đường tiệm cận đứng là



A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ghép trục:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$y=x^2-2x$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

x	$+\infty$						$+\infty$
$y=x^2-2x$	$+\infty$	2	0	-1	0	2	$+\infty$
$f(x^2-2x)$	$+\infty$ $\searrow$	-1	$\nearrow 3$	$\searrow$	-1 $\nearrow 3$	$\searrow$	-1 $\nearrow +\infty$

* 6 đường tiệm cận đứng $\Rightarrow f(x^2-2x)=-m$ có 6 nghiệm

$\Rightarrow -1<-m<3$

$\Rightarrow -3<m<1$

$\Rightarrow m\in\{-2,-1,0\}$.

Câu 1: **[2D1-5.15-1] (SGD Hà Tĩnh - Online - Lần 1 – 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;-5)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Câu 2: **[2D1-5.15-1] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Đồ thị hàm số $y=x^3+x+3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(-1;3)$. **B.** $P(-1;0)$. **C.** $Q(-1;-1)$. **D.** $N(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=x^3+x+3$ đi qua điểm $N(-1;1)$ vì $(-1)^3-1+3=1$.

Câu 1: **[2D1-5.15-2] (MĐ 101 - BGD&ĐT- NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4),\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(4)>f(0)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f(5)>f(6)$. **D.** $f(4)>f(2)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=x(x-4)$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta được $f(0)>f(2)$.

Câu 2: **[2D1-5.15-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(5)>f(6)$. **B.** $f(0)>f(2)$. **C.** $f(4)>f(0)$. **D.** $f(4)>f(2)$.

Lời giải

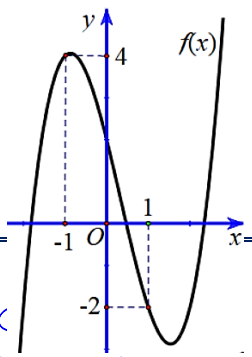
Chọn B

Ta lập bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(0)$ là cực đại nên $f(0)>f(2)$

Câu 3: **[2D1-5.15-2]** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính giá trị của biểu thức $T = f\left(a-b+c-d+5\right)+f\left(f\left(a+b+c+d+3\right)+3\right)$.

A. $T=2$. **B.** $T=-4$. **C.** $T=8$. **D.** $T=-6$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy được $f\left(-1\right)=-a+b-c+d=4$ và $f\left(1\right)=a+b+c+d=-2$

$T = f\left(-f\left(-1\right)+5\right)+f\left(f\left(f\left(1\right)+3\right)+3\right)$

$= f\left(-4+5\right)+f\left(f\left(-2+3\right)+3\right)= f\left(1\right)+f\left(f\left(1\right)+3\right)=-4$

Câu 1: **[2D1-5.15-3] (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc - lần 3- 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Suy ra giao điểm của hai đường tiêm cận là $I(-1;1)$.

Lấy $M(x_0;y_0)\in(C), x_0\neq -1$ tuỳ ý.

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $\Delta: y=\dfrac{-1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+y_0$ hay $\Delta: x+(x_0+1)^2 y-x_0^2-4x_0-2=0$.

Khoảng cách từ điểm I đến tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ là

$$d(I,\Delta)=\frac{|-2x_0-2|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}}=\frac{2|x_0+1|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}}=\frac{2}{\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^2}+(x_0+1)^2}}\le\frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^2}.(x_0+1)^2}}}=\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{1}{(x_0+1)^2}=(x_0+1)^2\Leftrightarrow(x_0+1)^4=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-2\end{array}\right.$ (thoả mãn).

Câu 1: **[2D1-5.16-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-x}$?

A. $N(-2;1)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $P(2;-5)$. **D.** $Q(5;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có khi $x=-2\Rightarrow y=\dfrac{1}{3}$.

$x=-1\Rightarrow y=1$.

$x=2\Rightarrow y=-5$.

$x=5\Rightarrow y=-2$.

Vậy điểm $M(-1;1)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 2: **[2D1-5.16-1] (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023)** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-x}$?

A. $N(-2;1)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $P(2;-5)$. **D.** $Q(5;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có khi $x=-2\Rightarrow y=\dfrac{1}{3}$.

$x=-1\Rightarrow y=1$.

$x=2\Rightarrow y=-5$.

$x=5\Rightarrow y=-2$.

Vậy điểm $M(-1;1)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 1: **[2D1-5.17-3] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị (C) và có đạo hàm cấp hai $f''(x)=6x+12$. Biết đồ thị (C) đi qua điểm $M(-2;2)$ và tiếp tuyến của (C) tại M là đường thẳng $d: y=2x+6$. Khi đó giá trị của $f(3)$ bằng

A. 137. **B.** 135. **C.** 131. **D.** 129.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=\int(6x+12)dx=3x^2+12x+C$

$f'(-2)=2\Leftrightarrow 3.(-2)^2+12(-2)+C=2\Leftrightarrow C=14$

$\Rightarrow f'(x)=3x^2+12x+14$

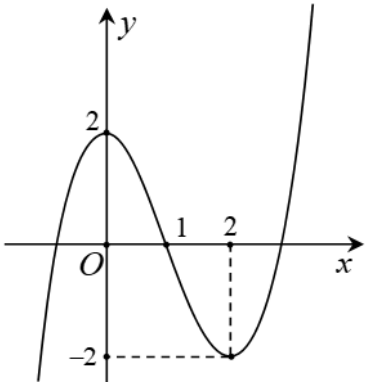
$f(x)=\int(3x^2+12x+14)dx=x^3+6x^2+14x+C$

Do đồ thị (C) đi qua điểm $M(-2;2)$ nên ta có: $(-2)^3+6.(-2)^2+14.(-2)+C=2\Leftrightarrow C=14$

$f(x)=x^3+6x^2+14x+14$

Vậy $f(3)=137$

Câu 2: **[2D1-5.17-3] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $2f(3x-1)+1=0$ là

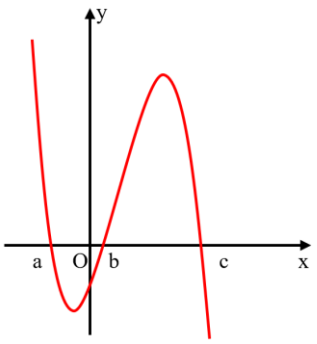
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$f(3x-1)=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-1=a\\3x-2=b\\3x-3=c\end{cases}\Rightarrow 3 \text{ nghiệm.}$$

Câu 3: **[2D1-5.17-3] (THPT Phú Nhuận TP HCM Năm 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(a)<f(b)<f(c)$.

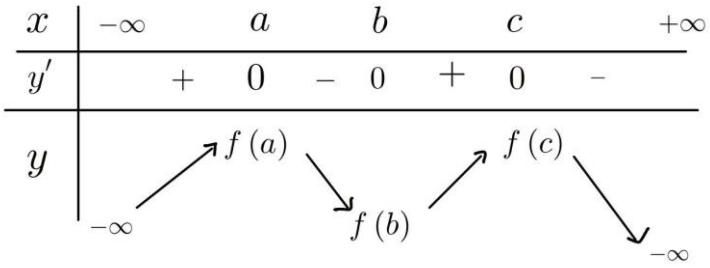
B. $f(b)<f(a)<f(c)$.

C. $f(c)<f(a)<f(b)$.

D. $f(b)<f(c)<f(a)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta lập được BBT như sau:



Suy ra: $f(b)<f(a), f(b)<f(c)$ (1)

Dựa vào đồ thị, ta có: $-\int_a^b f'(x)dx<\int_b^c f'(x)dx$

$\Leftrightarrow f(a)-f(b)<f(c)-f(b) \Leftrightarrow f(a)<f(c)$ (2)

Từ (1), (2), suy ra: $f(b)<f(a)<f(c)$.

Câu 1: **[2D1-5.17-4] (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f'(2023)=0$ và $f''(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Xét hàm số $h(x)=f\left(\cot^2 x-2\cot x+2024\right)$ trên khoảng $(0;\pi)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $h(1)-h(2)>0$. **B.** $h(2)-h(3)<0$.

C. $h\left(\frac{\pi}{2}\right)-h\left(\frac{\pi}{4}\right)>0$. **D.** $h\left(\frac{\pi}{6}\right)-h\left(\frac{\pi}{4}\right)>0$.

Lời giải

Chọn A

Do $f''(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f'(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. Mà $f'(2023)=0$ nên $x=2023$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f'(x)=0$.

Ta có $h'(x)=\frac{-2}{\sin^2 x}(\cot x-1)\,f'\left(\cot^2 x-2\cot x+2024\right)=0$

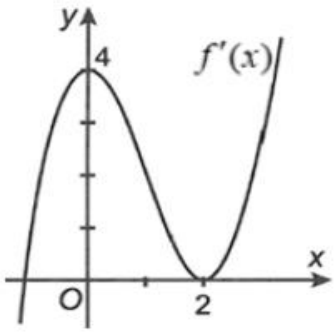
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}\cot^2 x-2\cot x+2024=2023\\ \cot x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}\cot^2 x-2\cot x+1=0\\ \cot x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\cot x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{4}$		π
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$		↗	$h\left(\frac{\pi}{4}\right)$	↘	

Từ bảng biến thiên, ta thấy được $h(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4};\pi\right)$ nên $h(1)>h(2)$ $\Leftrightarrow h(1)-h(2)>0$.

Câu 2: **[2D1-5.17-4] (Trường THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh 2022-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $g(x)=f(2x+1)-\ln(4x^2+1)-2mx$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2023.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $\Rightarrow f'(x)=x^3-3x^2+4$

Xét hàm số $g(x)=f(2x+1)-\ln(4x^2+1)-2mx$

$\Rightarrow g'(x)=2f'(2x+1)-\frac{8x}{4x^2+1}-2m$.

Đặt $t=2x+1$ với $x\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;2)$

$\Rightarrow g'(t)=2f'(t)-\frac{4t-4}{t^2-2t+2}-2m$

$\Rightarrow g'(t)\le 0\Leftrightarrow 2f'(t)-\frac{4t-4}{t^2-2t+2}-2m\le 0\Leftrightarrow m\ge f'(t)-\frac{2t-2}{t^2-2t+2}$.

Đặt $h(t)=f'(t)-\frac{2t-2}{t^2-2t+2}=t^3-3t^2+4-\frac{2t-2}{t^2-2t+2}$.

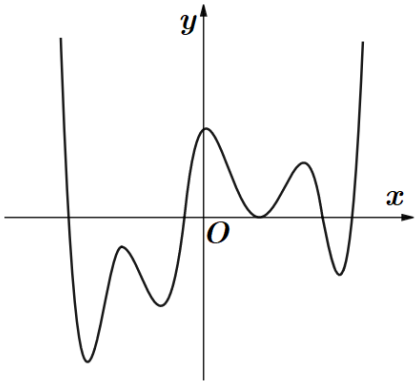
$\Rightarrow h'(t)=3t^2-6t+\frac{2t^2-4t}{(t^2-2t+2)^2}=(t^2-2t)\left(3+\frac{2}{(t^2-2t+2)^2}\right)<0\forall t\in(0;2)$.

$\Rightarrow h(t)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

$\Rightarrow m\ge h(0)=5$

vì $m\in(-2023;2023)$ nên có 2018 giá trị nguyên của m.

Câu 3: **[2D1-5.17-4] (THPT Phan Châu Trinh - Đà Nẵng - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=f\ x$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ (chỉ cắt trục hoành tại 5 điểm phân biệt và có 7 điểm cực trị).



Biết đồ thị của $f'\ x$ không tiếp xúc với trục hoành. Phương trình

$f\ x\ 2023^{f'\ x}+f'\ x\ 2024^{f\ x}=f\ x+f'\ x$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. $11.$ **B.** $12.$ **C.** $10.$ **D.** $13.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f\ x\ 2023^{f'\ x}+f'\ x\ 2024^{f\ x}=f\ x+f'\ x$

$\Leftrightarrow f\ x\ \ 2023^{f'\ x}-1+f'\ x\ \ 2024^{f\ x}-1=0.$

Dễ thấy nghiệm của phương trình $f'\ x=0$ hoặc $f\ x=0$ thỏa phương trình ban đầu.

Từ đồ thị hàm số $f\ x$ ta thấy được phương trình $f\ x=0$ có 5 nghiệm phân biệt, phương trình $f'\ x=0$ có 7 nghiệm phân biệt. Do $f\ x=0$ có một nghiệm bội chẵn nên tổng số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\ x=0$ và $f'\ x=0$ là $11.$

Nên phương trình $f\ x\ 2023^{f'\ x}+f'\ x\ 2024^{f\ x}=f\ x+f'\ x$ có ít nhất 11 nghiệm.

Câu 1: **[2D1-5.18-1] (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^4-3x^2+2023$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là:

A. -10. **B.** 2. **C.** 10. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=x^4-3x^2+2023\Rightarrow y'=4x^3-6x\Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là: $y'(-1)=-4+6=2$.

Câu 2: **[2D1-5.18-1] (THPT Nguyễn Hiền - L1 - Năm 2022 - 2023)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=-x^3+2x-1$ tại điểm $M(1;0)$ là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình tiếp tuyến là: $y-y(1)=y'(1)(x-1)\Leftrightarrow y=-1(x-1)\Leftrightarrow y=-x+1$

Câu 1: **[2D1-5.18-2] (Chuyên Thái Bình - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm A thuộc (C) có hoành độ bằng 1.

A. $y=5x-3$. **B.** $y=-3x+5$. **C.** $y=3x-5$. **D.** $y=-5x+3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng $1 \Rightarrow M(1;2)$

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$ nên hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại $M(1;2)$ là $f'(1)=-3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(1;2)$ là $y=-3(x-1)+2 \Leftrightarrow y=-3x+5$.

Câu 2: **[2D1-5.18-2] (SGD Thanh Hoá - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x-2$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là $x=0$.

$\Rightarrow y=2$.

$y=\dfrac{x+2}{x+1} \Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0)=-1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm có dạng: $y=-(x-0)+2 \Leftrightarrow y=-x+2$.

Câu 3: **[2D1-5.18-2] (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(2m^2-3m+1)x-2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để trên (C) luôn tồn tại hai điểm A,B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường thẳng $x+5y+10=0$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(2m^2-3m+1)x-2 \Rightarrow y'=x^2-2mx+2m^2-3m+1$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm x_0 vuông góc với đường thẳng $x+5y+10=0 \Rightarrow y'(x_0).\left(-\dfrac{1}{5}\right)=-1$

$\Leftrightarrow {x_0}^2-2mx_0+2m^2-3m+1=5 \Leftrightarrow {x_0}^2-2mx_0+2m^2-3m-4=0$ $(*)$.

Để luôn tồn tại hai điểm A,B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường

thẳng $x+5y+10=0$ thì (*) phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m^2-\left(2m^2-3m-4\right)>0 \Leftrightarrow -m^2+3m+4>0 \Leftrightarrow -1<m<4 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;2;3\} \Rightarrow$ *có* 4 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 4: **[2D1-5.18-2] (THPT GIA ĐỊNH-TP HỒ CHÍ MINH-LẦN 1-2022-2023)** Cho M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ với trục hoành. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số trên tại điểm M là

A. $3y-x-1=0$. **B.** $3y+x-1=0$. **C.** $3y-x+1=0$. **D.** $3y+x+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có: $\dfrac{x+1}{x-2}=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=0$

Vậy tọa độ giao điểm M $1;0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M có dạng: $y=y'\ x_0\ \ x-x_0\ +y_0=-\dfrac{1}{3}\ x+1 \Leftrightarrow 3y+x+1=0$.

Câu 5: **[2D1-5.18-2] (THPT Hoài Đức A - Hà Nội - Đề 2)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3+x\ln x$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=-7x+9$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=7x-5$. **D.** $y=3x-1$.

Lời giải

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

Ta có $y'=6x^2+\ln x+1;\ y'(1)=6.1^2+\ln 1+1=7$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3+x\ln x$ tại điểm $M(1;2)$ là:

$y=y'(1)(x-1)+2 \Leftrightarrow y=7(x-1)+2 \Leftrightarrow y=7x-5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y=7x-5$.

Câu 6: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1) [2D1-5.18-2]** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=-x^4+2x^2+3$ tại điểm có hoành độ bằng 2

A. $y=-2x+2$ **B.** $y=-24x+43$ **C.** $y=2x+4$ **D.** $y=24x-43$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(2;y_M)$ là tọa độ tiếp điểm

Ta có $y_M=-2^4+2.2^2+3=-5$

Ta có $y'=-4x^3+4x$ suy ra $k=y'(2)=-4.2^3+4.2=-24$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y=-24(x-2)-5=-24x+43$.

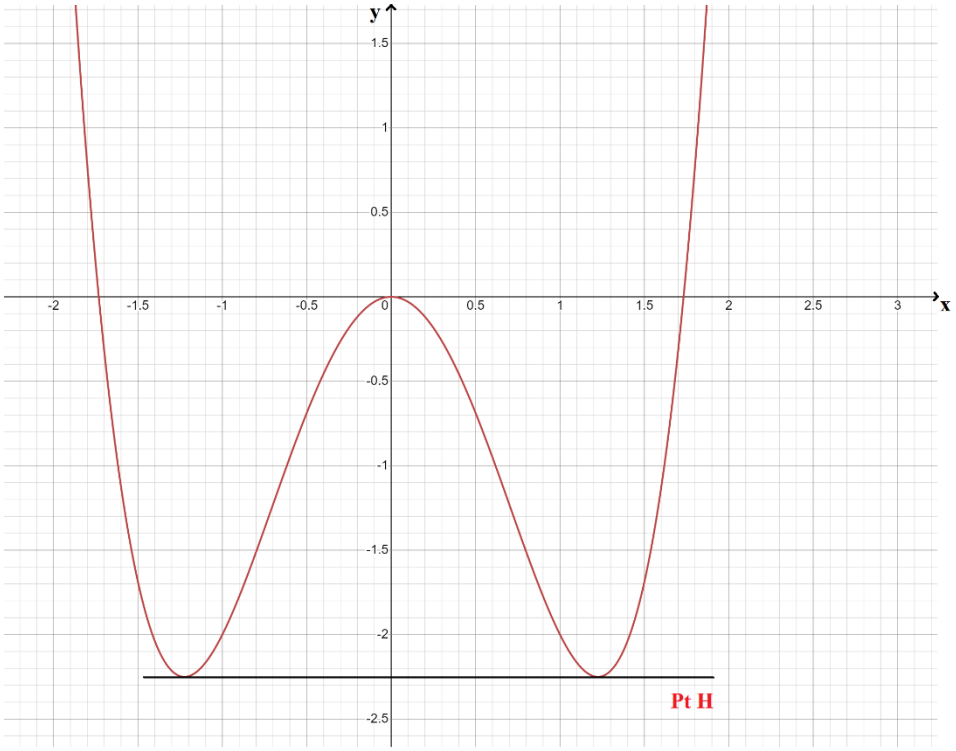
Câu 7: **[2D1-5.18-2] (THPT Ninh Giang - Hải Dương - Lần 1 - Năm 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=x^4-3x^2$ có đồ thị là (C). Số tiếp tuyến của (C) song song với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị $y=x^4-3x^2$



Có duy nhất 1 tiếp tuyến song song Ox.

Câu 1: **[2D1-5.18-3] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - Năm 2022 - 2023)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P=k_1^{2022}+k_2^{2022}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (H).

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=-3$ **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x+3}{x+2}=-2x+m\left(x\neq -2\right)$.

$\Leftrightarrow 2x+3=-2x^2+mx-4x+2m\Leftrightarrow 2x^2+\left(6-m\right)x+3-2m=0$.

Để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \left(6-m\right)^2-8\left(3-2m\right)>0 \\ 2\left(-2\right)^2+\left(6-m\right)\left(-2\right)+3-2m\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m^2+4m+12>0\Rightarrow m\in\mathbb{R}\Rightarrow \{$.

Gọi $A\left(a;-2a+m\right)$ và $B\left(b;-2b+m\right)$ là giao điểm của đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$. Khi đó: $\begin{cases} a+b=\dfrac{m-6}{2} \\ ab=\dfrac{3-2m}{2} \end{cases}$.

Ta có phương trình tiếp tuyến của (H) tại x_0 là $\Delta: y=\dfrac{1}{\left(x_0+2\right)^2}\left(x-x_0\right)-2x_0+m$, khi đó:

$$P=k_1^{2022}+k_2^{2022}=\frac{1}{\left(a+2\right)^{4044}}+\frac{1}{\left(b+2\right)^{4044}}\geq\frac{2}{\left[\left(a+2\right)\left(b+2\right)\right]^{2022}}=\frac{2}{\left[ab+2\left(a+b\right)+4\right]^{2022}}$$

$$\Leftrightarrow P\geq\frac{2}{\left[\dfrac{3-2m}{2}+2\dfrac{m-6}{2}+4\right]^{2022}}=2^{2023}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{1}{\left(a+2\right)^2}=\dfrac{1}{\left(b+2\right)^2}\Rightarrow a+2=-2-b\Leftrightarrow a+b=-4\Rightarrow m=-2$.

Câu 1: **[2D1-5.18-4] (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh - Lần 01 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) và các tuyến tiếp của (C) tại A, B cắt các đường tiệm cận ngang và đứng của (C) lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Diện tích tứ giác $MNPQ$ có giá trị nhỏ nhất bằng?

A. 8 **B.** 16 **C.** 4 **D.** 32

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Gọi $A\left(a;\dfrac{a+1}{a-1}\right)$, $B\left(b;\dfrac{b+1}{b-1}\right)$ $(a<1<b)$ là hai điểm thuộc đồ thị (C).

Ta có phương trình tiếp tuyến tại A và B lần lượt là $d_1: y=\dfrac{-2}{(a-1)^2}(x-a)+\dfrac{a+1}{a-1}$ và

$d_2: y=\dfrac{-2}{(b-1)^2}(x-b)+\dfrac{b+1}{b-1}$.

Thay $y=1$ vào d_1 ta có $1=\dfrac{-2}{(a-1)^2}(x-a)+\dfrac{a+1}{a-1}\Leftrightarrow\dfrac{-2}{a-1}=\dfrac{-2}{(a-1)^2}(x-a)\Leftrightarrow x=2a-1$

Thay $x=1$ vào d_1 ta có $y=\dfrac{-2}{(a-1)^2}(1-a)+\dfrac{a+1}{a-1}=\dfrac{2}{a-1}+\dfrac{2}{a-1}+1=\dfrac{4}{a-1}+1$

Giao điểm của d_1 với đường thẳng $y=1$ là $M(2a-1;1)$

Giao điểm của d_1 với đường thẳng $x=1$ là $N\left(1;\dfrac{4}{a-1}+1\right)$

Giao điểm của d_2 với đường thẳng $y=1$ là $P(2b-1;1)$

Giao điểm của d_2 với đường thẳng $x=1$ là $Q\left(1;\dfrac{4}{b-1}+1\right)$

Tứ giác $MNPQ$ có hai đường chéo MP và NQ vuông góc nên $S_{MNPQ}=\dfrac{1}{2}MP.NQ$.

Ta có $=\dfrac{1}{2}MP.NQ=(b-a)\left[\dfrac{4}{b-1}-\dfrac{4}{a-1}\right]=(b-a)\left[\dfrac{4}{b-1}+\dfrac{4}{1-a}\right]\geq(b-a)\dfrac{16}{b-a}=16$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}b-1=1-a\\(b-a)\left[\dfrac{4}{b-1}-\dfrac{4}{a-1}\right]=16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}$.

Câu 2: **(THPT Kinh Môn- Hải Dương lần 2) [2D1-5.18-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân

biệt sao cho $P=k_1^{2022}+k_2^{2022}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (H).

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=-3$ **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x+3}{x+2}=-2x+m\left(x\neq -2\right)$.

$\Leftrightarrow 2x+3=-2x^2+mx-4x+2m \Leftrightarrow 2x^2+(6-m)x+3-2m=0$.

Để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} (6-m)^2-8(3-2m)>0 \\ 2(-2)^2+(6-m)(-2)+3-2m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2+4m+12>0 \Rightarrow m\in\mathbb{R} \Rightarrow \{$.

Gọi $A(a;-2a+m)$ và $B(b;-2b+m)$ là giao điểm của đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$. Khi đó: $\begin{cases} a+b=\dfrac{m-6}{2} \\ ab=\dfrac{3-2m}{2} \end{cases}$.

Ta có phương trình tiếp tuyến của (H) tại x_0 là $\Delta: y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)-2x_0+m$, khi đó:

$$P=k_1^{2022}+k_2^{2022}=\frac{1}{(a+2)^{4044}}+\frac{1}{(b+2)^{4044}}\geq\frac{2}{\left[(a+2)(b+2)\right]^{2022}}=\frac{2}{\left[ab+2(a+b)+4\right]^{2022}}$$

$$\Leftrightarrow P\geq\frac{2}{\left[\dfrac{3-2m}{2}+2\dfrac{m-6}{2}+4\right]^{2022}}=2^{2023}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{1}{(a+2)^2}=\dfrac{1}{(b+2)^2}\Rightarrow a+2=-2-b\Leftrightarrow a+b=-4\Rightarrow m=-2$.

Câu 1: **[2D1-5.10-2] (THPT Liên trường -Hải Phòng-Năm học 2022-2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=ax+2b-4$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Tính $P=a.b$.

A. $P=3$ **B.** $P=4$ **C.** $P=2$ **D.** $P=\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A,B, điều kiện cần: $a\neq 0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{3x+2}{x+2}=ax+2b-4\Rightarrow 3x+2=(x+2)(ax+2b-4)$$

$$\Leftrightarrow ax^2+(2a+2b-7)x+4b-10=0$$

Giả sử $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$ theo yêu cầu bài toán:

$$\begin{cases}x_1+x_2=0\\ y_1+y_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=0\\ a(x_1+x_2)+4b-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ 2a+2b-7=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ a=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

Thử lại với $a=\dfrac{3}{2},b=2\Rightarrow\dfrac{3}{2}x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\\ x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.(TM)$

Vậy $P=a.b=3$.

Câu 2: **[2D1-5.10-2] (THPT-Nguyễn Bỉnh Khiêm-Gia Lai-2022-2023-Lần 2)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=x+m$. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại hai điểm phân biệt?

A. $m<2$. **B.** $m=2$. **C.** $m>6$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<2\\ m>6\end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$x+m=\frac{2x+3}{x+2}\Leftrightarrow(x+m)(x+2)=2x+3(x\neq -2)\Leftrightarrow x^2+mx+2m-3=0\ (*)$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -2 tức là

$$\begin{cases}\Delta=m^2-4(2m-3)>0\\ (-2)^2+m(-2)+2m-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<2\\ m>6\end{array}\right.\\ 1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<2\\ m>6\end{array}\right.$$

Vậy $\left[\begin{array}{l} m<2 \\ m>6 \end{array}\right.$.

Câu 1: **[2D1-5.10-3] (Sở Thừa Thiên Huế - Năm 2022 - 2023)** Có bao nhiêu cặp số $(a;d)$ với a,d là cccủa hàm số các số nguyên sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+24}{x+d}$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm phân biệt A,B đồng thời đường thẳng đi qua hai điểm A,B đi qua giao hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+24}{x+d}$.

A. 32. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C

$(C):y=\dfrac{ax+24}{x+d}$ cắt Ox,Oy tại $A\left(\dfrac{-24}{a};0\right)$ và $B\left(0;\dfrac{24}{d}\right)$

Khi đó phương trình đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x}{\dfrac{-24}{a}}+\dfrac{y}{\dfrac{24}{d}}=1\Leftrightarrow ax-dy+24=0$

(C) có tiệm cận đứng: $x=-d$; tiệm cận ngang:

Giao điểm hai tiệm cân của (C) là $I(-d;a)$

Đường thẳng AB đi qua $I(-d;a)$ nên ta có:

$-ad-da+24=0\Leftrightarrow 2ad=24\Leftrightarrow ad=12$

12 có các ước nguyên là: $\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12\}$

Vậy: có 12 cặp số $(a;d)$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 2: **[2D1-5.10-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+x^2-5x-m+2=x^3-x^2-x-2\\x^3+x^2-5x-m+2=-x^3+x^2+x+2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2-4x+4=m\\2x^3-6x=m\end{array}\right.(1)$.

Xét hàm số $h(x)=2x^3-6x$. Ta có $h'(x)=6x^2-6=0\Leftrightarrow x\pm1$.

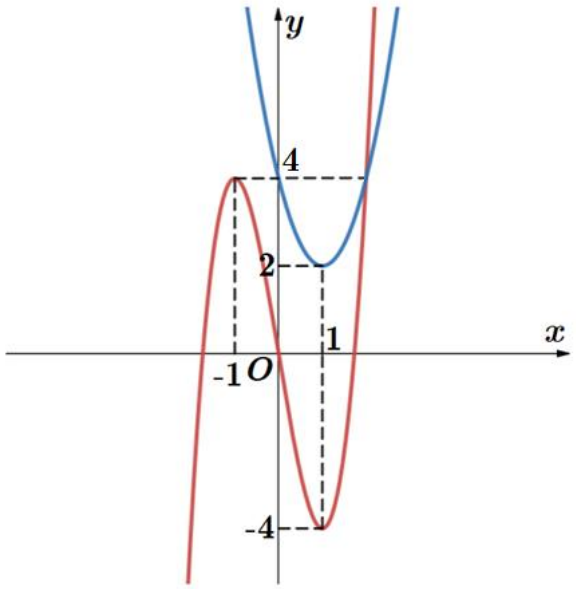
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

Xét hàm số $g(x)=2x^2-4x+4$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Phát họa đồ thị của hàm số $h(x)=2x^3-6x$ và $g(x)=2x^2-4x+4$ trên mặt phẳng tọa độ:



Từ hình vẽ ta thấy để (1) có 5 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2<m<4$.

Câu 3: **[2D1-5.10-3] (THPT YÊN LẠC - Năm 2023)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị thực m để đường thẳng $d: y=-2x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có diện tích $\sqrt{3}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là

$$\frac{2x+1}{x+1}=-2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2+(m-4)x+m-1=0 \quad (*) \\ x\neq -1 \end{cases}.$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 nên ta có

$$\begin{cases} \Delta=m^2+8>0 \\ 1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall m\in\mathbb{R}$$

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$, ta có $x_1+x_2=\dfrac{m-4}{2}; x_1.x_2=\dfrac{m-1}{-2}$.

Do đó $A(x_1;-2x_1+m)$, $B(x_2;-2x_2+m)$

+ $AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(-2\left(x_2-x_1\right)\right)^2}=\sqrt{5}\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{5}\sqrt{\left(\frac{m-4}{2}\right)^2+4\frac{m-1}{2}}=\sqrt{5}\sqrt{\frac{m^2+8}{4}}$

+ $h_O=d\left(O,d\right)=\frac{|m|}{\sqrt{5}}$

Ta có $S_{OAB}=\frac{1}{2}AB.h_O\Leftrightarrow 2\sqrt{3}=|m|\sqrt{\frac{m^2+8}{4}}$

$\Leftrightarrow m^4+8m^2-48=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-2.\end{array}\right.$

Câu 1: **[2D1-5.10-4] (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - Lần 01 - 2022 - 2023)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-100;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$?

A. 93. **B.** 102. **C.** 104. **D.** 103.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^4+2ax^2+8x-a^2+55$

$f'(x)=4x^3+4ax+8$

Để $y=|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$

TH1:

$$\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\in(-2;-1)(1)\\ f(-1)\le 0(2)\end{cases}$$

$f'(x)=4x^3+4ax+8\ge 0$

$\Leftrightarrow a\le\dfrac{-x^3-2}{x},\forall x\in(-2;-1)$

$\Leftrightarrow a\le \underset{(-2;-1)}{Min}\dfrac{-x^3-8}{x}=-3$

$f(-1)\le 0$

$\Leftrightarrow 1+2a-8-a^2+55\le 0$

$\Leftrightarrow -a^2+2a+48\le 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a\le -6\\ a\ge 8\end{array}\right.$

$a\le -6\Rightarrow a=\{-99;-98;...;-6\}$ có 94 giá trị

TH2:

$$\begin{cases} f'(x)\le 0,\forall x\in(-2;-1)(3)\\ f(-1)\ge 0(4)\end{cases}$$

$f'(x)=4x^3+4ax+8\le 0$

$\Leftrightarrow a\ge\dfrac{-x^3-2}{x},\forall x\in(-2;-1)$

$\Leftrightarrow a\ge \underset{(-2;-1)}{Max}\dfrac{-x^3-8}{x}=1$

$f(-1)\ge 0$

$\Leftrightarrow 1+2a-8-a^2+55\ge 0$

$\Leftrightarrow -a^2+2a+48\ge 0$

$\Leftrightarrow -6\le a\le 8$

$\Rightarrow 1\le a\le 8\Rightarrow a=\{1;2;...;8\}$ có 8 giá trị

Vậy có 102 giá trị thoả mãn

Câu 2: **[2D1-5.10-4] (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2022 - 2023)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{5}x^5-\dfrac{m}{2}x^4+\dfrac{4(m+3)}{3}x^3-(m+7)x^2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng một điểm cực đại?

A. 16. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=2x^4-2mx^3+4(m+3)x^2-2(m+7)x=2x\left[x^3-mx^2+2(m+3)x-m-7\right]$

Ta thấy phương trình $x^3-mx^2+2(m+3)x-m-7=0$ có nghiệm là $x=1$

Áp dụng sơ đồ Horner:

	1	$-m$	$2m+6$	$-m-7$
1	1	$1-m$	$m+7$	0

Khi đó ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow 2x(x-1)\left[x^2+(1-m)x+m+7\right]=0$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng một điểm cực đại khi $f(x)$ có một điểm cực trị dương.

TH1: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ có hai nghiệm phân biệt không dương

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(1-m)^2-4(m+7)>0\\ m-1\le 0\\ m+7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m-27>0\\ m\le 1\\ m\ge -7\end{cases}\Leftrightarrow -7\le m<-3\Rightarrow m\in\{-7;-6;-5;-4\}.$$

TH2: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$\Leftrightarrow(1-m)^2-4(m+7)\le 0\Leftrightarrow m^2-6m-27\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 9\Rightarrow m\in\{-3;-2;...;9\}$.

TH3: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ có nghiệm $x=1$.

$\Leftrightarrow 1^2+(1-m)1+m+7=0\Leftrightarrow 9=0$ (Vô lý).

Vậy $m\in\{-7;-6;...;8;9\}$.

Câu 3: [2D1-5.10-4] Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho góc AOB nhọn?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị

$\dfrac{x+1}{x-1}=2x+m\Leftrightarrow x+1=(2x+m)(x-1)\Leftrightarrow x+1=2x^2-2x+mx-m$

$\Leftrightarrow 2x^2+(m-3)x-m-1=0$

Đặt $g(x)=2x^2+(m-3)x-m-1$

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_A, x_B khác 1, nghĩa là

$\begin{cases}\Delta>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-3)^2+8(m+1)>0\\ 2+m-3-m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+9+8m+8>0\\ -2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m+17>0\\ -2\neq 0\end{cases}$ (đúng)

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases}S=x_A+x_B=\dfrac{3-m}{2}\\ P=x_Ax_B=-\dfrac{m+1}{2}\end{cases}$

Từ đó suy ra tọa độ điểm $A(x_A;2x_A+m)$, $B(x_B;2x_B+m)$

Ta có $OA=\sqrt{x_A^2+(2x_A+m)^2}$, $OB=\sqrt{x_B^2+(2x_B+m)^2}$,

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(2x_B-2x_A)^2}=\sqrt{5(x_B-x_A)^2}$

Áp dụng định lý cos trong ΔOAB ta có

$\cos AOB=\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB}$

Theo đề, góc AOB nhọn nên

$\cos AOB>0\Leftrightarrow\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB}>0\Leftrightarrow OA^2+OB^2>AB^2$

$\Leftrightarrow x_A^2+(2x_A+m)^2+x_B^2+(2x_B+m)^2>5(x_B-x_A)^2$

$\Leftrightarrow x_A^2+4x_A^2+4m(x_A+x_B)+x_B^2+4x_B^2+2m^2>5(x_A^2-2x_Ax_B+x_B^2)$

$\Leftrightarrow 4m(x_A+x_B)+2m^2>-10x_Ax_B$

$\Leftrightarrow 4mS+2m^2>-10P\Leftrightarrow 4m\left(\dfrac{3-m}{2}\right)+2m^2>\dfrac{10(m+1)}{2}$

$\Leftrightarrow 2m(3-m)+2m^2>5(m+1)\Leftrightarrow 6m-2m^2+2m^2>5m+5\Leftrightarrow m>5$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-10;10]$ nên suy ra $m\in\{6;7;8;9;10\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa đề.