

(Đề có 6 trang)

Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)

Họ tên : ..... Số báo danh : .....

Mã đề 001

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |           |          |          |           |           |
|------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | <b>-2</b> | <b>0</b> | <b>2</b> | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | +         | <b>0</b> | -        | <b>0</b>  | -         |
| $y$  |           |           | <b>3</b> |          | <b>3</b>  |           |
|      | $-\infty$ |           |          | <b>1</b> |           | $-\infty$ |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. 0                      B. 3                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của véc tơ  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} - 3\vec{k}$  là:

- A.  $(-1; 2; -3)$ .                      B.  $(2; -1; -3)$ .                      C.  $(2; -3; -1)$ .                      D.  $(-3; 2; -1)$ .

**Câu 3:** Cho khối cầu có bán kính  $r = 2$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.  $\frac{32\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{256\pi}{3}$ .                      C.  $256\pi$                       D.  $64\pi$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên.

|         |    |    |   |   |   |   |   |
|---------|----|----|---|---|---|---|---|
| $x$     | -3 | -2 | 0 | 1 | 3 |   |   |
| $f'(x)$ | -  | 0  | + | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$  | 1  |    |   | 0 |   |   | 8 |
|         |    |    |   |   |   |   |   |

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-3; 3]$  bằng

- A. 1.                      B. 0.                      C. 8.                      D. 3.

**Câu 5:** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , biểu thức  $D = \log_a a$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B. 3.                      C.  $-\frac{1}{3}$ .                      D. -3.

**Câu 6:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7.                      B. 1.                      C.  $7!$ .                      D. 49.

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $2$ |           |     |     | $+\infty$ |
|         |           |      |     |     |           |     |     |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-3;0)$

B.  $(-5;2)$

C.  $(-5;+\infty)$

D.  $(2;4)$

**Câu 8:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-2}{4-x}$  là:

A.  $y = 2$ .

B.  $x = -3$ .

C.  $y = \frac{3}{4}$ .

D.  $y = -3$ .

**Câu 9:** Từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh bất kỳ?

A.  $A_{13}^3$ .

B. 13.

C.  $C_{13}^2$ .

D.  $C_5^2 + C_8^2$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oyz)$  là

A.  $\vec{j} = (0;1;0)$ .

B.  $\vec{k} = (0;0;1)$ .

C.  $\vec{i} = (1;0;0)$ .

D.  $\vec{n} = (0;1;1)$ .

**Câu 11:** Phương trình  $\log_5(2x-3) = 1$  có nghiệm là

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 4$ .

D.  $x = 5$ .

**Câu 12:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $4a$  và chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A.  $24\pi a^2$ .

B.  $20\pi a^2$ .

C.  $40\pi a^2$ .

D.  $12\pi a^2$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b]$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$ .

B.  $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$ .

C.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .

D.  $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, k \in \mathbb{R}$ .

**Câu 14:** Hàm số  $y = (x-1)^{-4}$  có tập xác định là

A.  $(-\infty;1)$ .

B.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

C.  $\mathbb{R}$ .

D.  $(1;+\infty)$ .

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$  có bán kính  $R$  là

A.  $R = 6$ .

B.  $R = 9$ .

C.  $R = 3$ .

D.  $R = 18$ .

**Câu 16:** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có  $\int_{-1}^5 f(x) dx = -1; \int_{-1}^5 g(x) dx = 3$ . Tính

$$\int_{-1}^5 [f(x) + 2g(x)] dx$$

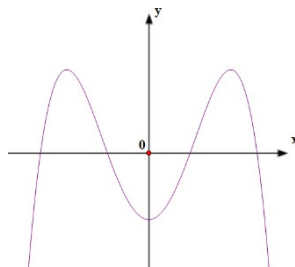
A. 5.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

**Câu 17:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

B.  $y = x^4 - 3x^2 - 1$

C.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$

D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

**Câu 18:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$  là

A.  $20x^3 - 12x + C$ .

B.  $20x^5 - 12x^3 + x + C$ .

C.  $\frac{x^4}{4} + 2x^3 - 2x + C$ .

D.  $x^5 - 2x^3 + x + C$ .

**Câu 19:** Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường cao  $h$ , bán kính đường tròn đáy  $R$ .

A.  $S_{xq} = 2\pi R h$ .

B.  $S_{xq} = \pi^2 R h$ .

C.  $S_{xq} = 2R h$ .

D.  $S_{xq} = 2\pi h$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp đã

cho bằng

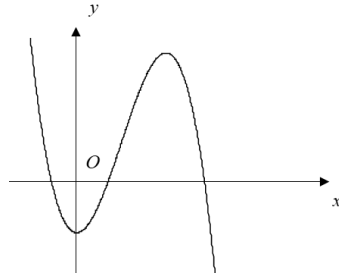
- A.  $4a^3$ .                      B.  $\frac{16}{3}a^3$ .                      C.  $16a^3$ .                      D.  $\frac{4}{3}a^3$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;9]$  thỏa mãn  $\int_0^9 f(x)dx = 8$ ,  $\int_4^7 f(x)dx = 3$ . Khi đó giá

trị của  $P = \int_0^4 f(x)dx + \int_7^9 f(x)dx$  là

- A.  $P = 20$ .                      B.  $P = 9$ .                      C.  $P = 5$ .                      D.  $P = 11$ .

**Câu 22:** Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



- A. 1.                              B. 3.                              C. 4.                              D. 2.

**Câu 23:** Họ nguyên hàm  $\int x \cos x dx$  là

- A.  $-\cos x + x \sin x + C$ .    B.  $-\cos x - x \sin x + C$ .    C.  $\cos x - x \sin x + C$ .    D.  $\cos x + x \sin x + C$ .

**Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2;-5;1)$  và song song với mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là:

- A.  $x - 2 = 0$ .                      B.  $x + z - 3 = 0$ .                      C.  $y + 5 = 0$ .                      D.  $x + y + 3 = 0$ .

**Câu 25:** Số nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + 1$  là:

- A. 0.                              B. 3.                              C. 2.                              D. 1.

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;0)$  và  $B(5;1;-2)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

- A.  $2x - y - z - 5 = 0$ .    B.  $3x + 2y - z - 14 = 0$ .    C.  $2x - y - z + 5 = 0$ .    D.  $x + 2y + 2z - 3 = 0$ .

**Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;2;1)$  và đi qua điểm  $A(0;4;-1)$  là

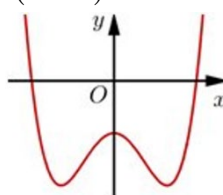
A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .                      B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ .

C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .                      D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .

**Câu 28:** Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là

- A.  $\frac{3}{14}$ .                              B.  $\frac{3}{7}$ .                              C.  $\frac{3}{5}$ .                              D.  $\frac{3}{11}$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của  $a, b, c$ .



- A.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .    B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .    C.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .    D.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .

**Câu 30:** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$  là

- A. 4                      B. 1                      C. 3                      D. 2

**Câu 31:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 \leq 0$  là  $S = [a; b]$ . Tính  $2a + b$ .

- A. 8.                      B. -8.                      C. 7.                      D. 16.

**Câu 32:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$ ; công sai  $d = 2$ . Số hạng thứ 3 của cấp số cộng đã cho là

- A.  $u_3 = 4$ .                      B.  $u_3 = 5$ .                      C.  $u_3 = 3$ .                      D.  $u_3 = 7$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1)$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 1.

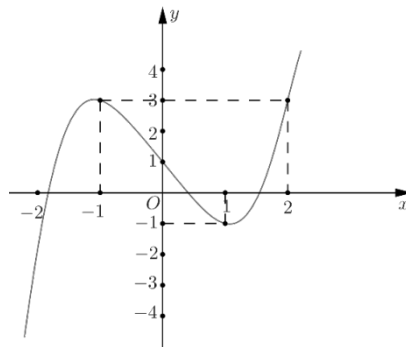
**Câu 34:** Khối chóp tam giác có thể tích là:  $\frac{2a^3}{3}$  và chiều cao  $a\sqrt{3}$ . Tìm diện tích đáy của khối chóp tam giác đó.

- A.  $\sqrt{3}a^2$ .                      B.  $2\sqrt{3}a^2$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{3}a^2}{9}$ .

**Câu 35:** Cho số thực  $x$  thỏa mãn:  $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = 5 - 5^x$ .

- A.  $T = -1$ .                      B.  $T = \frac{5}{6}$ .                      C.  $T = 5$ .                      D.  $T = 6$ .

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x)$  là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số  $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ . Với giá trị nào của  $m$  thì giá trị nhỏ nhất của  $g(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  bằng 2022.

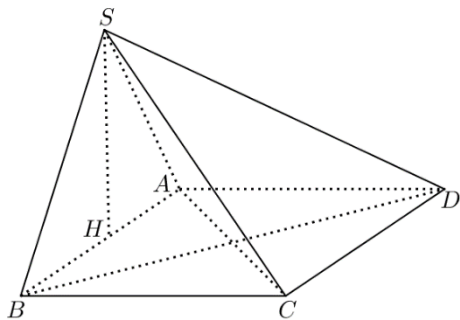


- A. 2023.                      B. 2000.                      C. 2021.                      D. 2022.

**Câu 37:** Cho  $a$  là số thực dương sao cho  $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a \in (14; 16]$ .                      B.  $a \in (12; 14]$ .                      C.  $a \in (16; 18]$ .                      D.  $a \in (10; 12]$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và  $(SAB) \perp (ABCD)$  (tham khảo hình vẽ).



Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$

A.  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{7}}{7}$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ .

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$  và  $A(2;2;0)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  biết  $B$  thuộc mặt cầu  $(S)$ , có hoành độ dương và tam giác  $OAB$  đều.

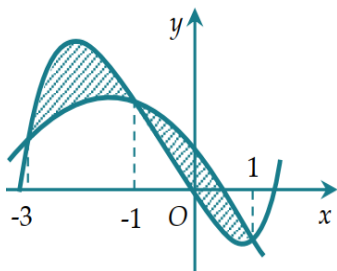
A.  $x - y - z = 0$ .

B.  $x - y - 2z = 0$

C.  $x - y + z = 0$

D.  $x - y + 2z = 0$

**Câu 40:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 1$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-3; -1; 1$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



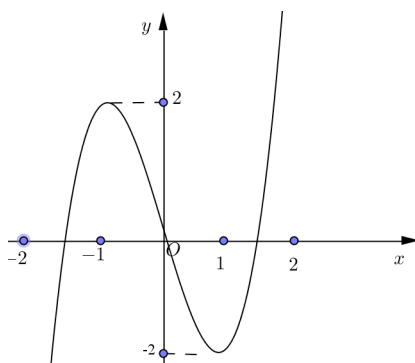
A. 8.

B. 5.

C.  $\frac{9}{2}$ .

D. 4.

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hình vẽ



Phương trình  $f(f(x)) = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 3.

**Câu 42:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x$  với mọi

$x > 0$ . Tính  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ .

A.  $\frac{7}{4}$ .

B.  $\frac{7}{12}$ .

C.  $\frac{9}{4}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 43:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0$  (trong đó  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để mặt cầu  $(S)$  có diện tích bằng  $28\pi$ .

A.  $m = \pm 1$ .

B.  $m = \pm 2$ .

C.  $m = \pm 7$ .

D.  $m = \pm 3$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ;  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $M; N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Khi đó góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(AMN)$  bằng:

A.  $45^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

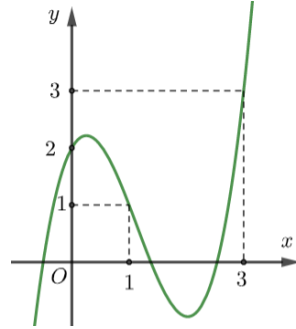
C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 45:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $AB = 3a$  và  $AC = 4a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ , biết khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(B'AC)$  bằng  $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- A.  $4a^3$ . B.  $27a^3$ . C.  $7a^3$ . D.  $9a^3$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Trên  $[-2; 4]$ , gọi  $x_0$  là điểm mà tại đó hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$  đạt giá trị lớn nhất. Khi đó  $x_0$  thuộc khoảng nào?



- A.  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ . B.  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ . C.  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ . D.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 47:** Trong không gian cho hai điểm  $I(2; 3; 3)$  và  $J(4; -1; 1)$ . Xét khối trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $IJ$  và có hai tâm nằm trên đường thẳng  $IJ$ . Khi có thể tích  $(T)$  lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của  $(T)$  có phương trình dạng  $x + by + cz + d_1 = 0$  và  $x + by + cz + d_2 = 0$ . Giá trị của  $d_1^2 + d_2^2$  bằng:

- A. 61. B. 25. C. 14. D. 26.

**Câu 48:** Trong hệ Oxyz cho hai mặt cầu  $(S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$  và  $(S_2): (x-10)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 400$  và mặt phẳng  $(P): 4x - 3y + mz + 22 = 0$ . Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  cắt 2 mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  theo giao tuyến là 2 đường tròn không có tiếp tuyến chung?

- A. Vô số. B. 5. C. 11. D. 6.

**Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0; 2]$ . Biết  $f(0) = 1$  và

$$f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x} \text{ với mọi } x \in [0; 2]. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx.$$

- A.  $I = -\frac{14}{3}$ . B.  $I = -\frac{32}{5}$ . C.  $I = -\frac{16}{5}$ . D.  $I = -\frac{16}{3}$ .

**Câu 50:** Cho phương trình  $\ln(x+m) - e^x + m = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in [-2022; 2022]$  để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 2022. B. 2021. C. 2019. D. 4042.

----- HẾT -----

**Phần đáp án câu trắc nghiệm:**

| Mã đề<br>Câu | 001 | 002 | 003 | 004 | 005 | 006 | 007 | 008 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1            | C   | A   | A   | A   | B   | A   | B   | C   |
| 2            | A   | A   | C   | C   | C   | B   | D   | C   |
| 3            | A   | B   | B   | D   | D   | C   | B   | B   |
| 4            | C   | B   | A   | D   | C   | D   | C   | C   |
| 5            | A   | C   | B   | D   | A   | C   | A   | D   |
| 6            | C   | C   | D   | B   | A   | C   | A   | B   |
| 7            | A   | A   | B   | C   | A   | C   | C   | C   |
| 8            | D   | C   | B   | A   | D   | C   | D   | D   |
| 9            | C   | D   | A   | B   | D   | C   | B   | D   |
| 10           | C   | C   | B   | B   | B   | A   | D   | B   |
| 11           | C   | B   | B   | C   | A   | A   | A   | C   |
| 12           | D   | C   | D   | D   | D   | C   | C   | A   |
| 13           | A   | B   | D   | B   | C   | B   | D   | A   |
| 14           | B   | D   | B   | C   | C   | C   | D   | C   |
| 15           | C   | D   | D   | C   | B   | A   | B   | C   |
| 16           | A   | D   | D   | C   | D   | A   | D   | B   |
| 17           | A   | A   | B   | B   | C   | C   | C   | C   |
| 18           | D   | C   | A   | D   | B   | D   | B   | A   |
| 19           | A   | D   | D   | A   | A   | A   | C   | B   |
| 20           | D   | A   | B   | A   | D   | C   | D   | B   |
| 21           | C   | A   | C   | A   | A   | A   | B   | C   |
| 22           | D   | D   | D   | A   | A   | A   | C   | A   |
| 23           | D   | D   | C   | D   | C   | A   | D   | D   |
| 24           | C   | B   | D   | D   | C   | C   | C   | D   |
| 25           | D   | C   | B   | C   | A   | B   | D   | C   |
| 26           | A   | D   | C   | B   | A   | C   | B   | B   |
| 27           | A   | D   | B   | D   | C   | D   | A   | D   |
| 28           | D   | A   | B   | A   | D   | B   | D   | A   |
| 29           | A   | C   | A   | D   | C   | A   | B   | B   |
| 30           | D   | D   | A   | D   | D   | B   | D   | B   |
| 31           | D   | C   | D   | B   | D   | A   | D   | D   |
| 32           | B   | D   | B   | D   | A   | B   | B   | B   |
| 33           | D   | B   | C   | A   | A   | A   | B   | C   |
| 34           | C   | C   | B   | A   | A   | D   | D   | C   |
| 35           | A   | C   | A   | B   | D   | D   | B   | B   |
| 36           | A   | B   | C   | B   | B   | A   | B   | D   |
| 37           | C   | B   | D   | D   | B   | D   | A   | B   |
| 38           | A   | C   | D   | B   | B   | B   | D   | C   |
| 39           | A   | A   | D   | C   | A   | A   | C   | B   |
| 40           | D   | C   | D   | C   | D   | A   | B   | D   |
| 41           | C   | B   | C   | D   | A   | A   | C   | D   |

|           |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>42</b> | <b>D</b> | <b>B</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>C</b> |
| <b>43</b> | <b>A</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>D</b> |
| <b>44</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>D</b> |
| <b>45</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>D</b> |
| <b>46</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>A</b> |
| <b>47</b> | <b>D</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>C</b> | <b>D</b> |
| <b>48</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>D</b> |
| <b>49</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>D</b> | <b>B</b> |
| <b>50</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>D</b> |

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

## BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.C  | 2.A  | 3.A  | 4.C  | 5.A  | 6.C  | 7.A  | 8.D  | 9.C  | 10.C |
| 11.C | 12.B | 13.A | 14.B | 15.C | 16.A | 17.A | 18.D | 19.A | 20.D |
| 21.C | 22.D | 23.D | 24.C | 25.D | 26.A | 27.A | 28.D | 29.A | 30.D |
| 31.D | 32.B | 33.B | 34.C | 35.A | 36.A | 37.C | 38.A | 39.A | 40.D |
| 41.C | 42.D | 43.A | 44.B | 45.B | 46.B | 47.D | 48.D | 49.C | 50.A |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |           |     |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$       | $2$ | $+\infty$ |     |           |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$       | $-$ | $0$       | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  |           |      | $3$       |     | $3$       |     |           |     |
|      |           |      | $-\infty$ |     | $1$       |     | $-\infty$ |     |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. 0                      B. 3                      **C. 1**                      D. 2

Lời giải

**Chọn C**

Vì dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$  và  $y'$  chỉ đổi dấu 1 lần từ âm sang dương qua 1 điểm nên hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của véc tơ  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} - 3\vec{k}$  là:

- A.  $(-1; 2; -3)$ .**                      B.  $(2; -1; -3)$ .                      C.  $(2; -3; -1)$ .                      D.  $(-3; 2; -1)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

Theo định nghĩa tọa độ của vectơ ta được  $\vec{a} = (-1; 2; -3)$ .

**Câu 3:** Cho khối cầu có bán kính  $r = 2$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.  $\frac{32\pi}{3}$ .**                      B.  $\frac{256\pi}{3}$ .                      C.  $256\pi$                       D.  $64\pi$ .

Lời giải

**Chọn A**



**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên  $f'(x) > 0$  trên khoảng  $(-3; 0)$ .

$\Rightarrow$  Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-3; 0)$ .

**Câu 8:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-2}{4-x}$  là:

A.  $y = 2$ .

B.  $x = -3$ .

C.  $y = \frac{3}{4}$ .

**D.  $y = -3$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{4-x} = -3, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{4-x} = -3$$

$\Rightarrow y = -3$  là tiệm cận ngang.

**Câu 9:** Từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh bất kỳ?

A.  $A_{13}^3$ .

B. 13.

**C.  $C_{13}^2$ .**

D.  $C_5^2 + C_8^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mỗi cách chọn ra hai học sinh bất kỳ từ 13 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 13 phần tử.

Vậy có  $C_{13}^2$  cách chọn hai học sinh từ nhóm trên.

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oyz)$  là

A.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .

B.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

**C.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .**

D.  $\vec{n} = (0; 1; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có VTPT của mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .

**Câu 11:** Phương trình  $\log_5(2x-3) = 1$  có nghiệm là

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 3$ .

**C.  $x = 4$ .**

D.  $x = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện  $x > \frac{3}{2}$ .

Ta có :  $\log_5(2x-3) = 1 \Leftrightarrow 2x-3 = 5 \Leftrightarrow x = 4$  (thỏa mãn điều kiện).

**Câu 12:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $4a$  và chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A.  $24\pi a^2$ .

**B.  $20\pi a^2$ .**

C.  $40\pi a^2$ .

D.  $12\pi a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$l^2 = r^2 + h^2 \Leftrightarrow l^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2 \Leftrightarrow l = 5a.$$

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2.$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

**B.**  $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx.$

**C.**  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

**D.**  $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, k \in \mathbb{R}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14:** Hàm số  $y = (x-1)^{-4}$  có tập xác định là

**A.**  $(-\infty; 1).$

**B.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}.$

**C.**  $\mathbb{R}.$

**D.**  $(1; +\infty).$

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện:  $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$  có bán kính  $R$  là

**A.**  $R = 6.$

**B.**  $R = 9.$

**C.**  $R = 3.$

**D.**  $R = 18.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Bán kính mặt cầu là  $R = \sqrt{9} = 3.$

**Câu 16:** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có  $\int_{-1}^5 f(x) dx = -1; \int_{-1}^5 g(x) dx = 3.$

Tính  $\int_{-1}^5 [f(x) + 2g(x)] dx$

**A.**  $5.$

**B.**  $-1.$

**C.**  $2.$

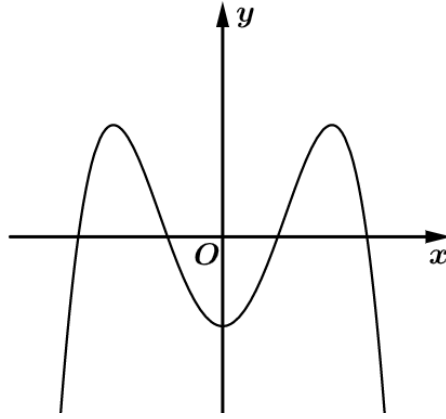
**D.**  $1.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\int_{-1}^5 [f(x) + 2g(x)] dx = \int_{-1}^5 f(x) dx + 2 \int_{-1}^5 g(x) dx = -1 + 2 \cdot 3 = 5.$

**Câu 17:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.**  $y = -x^4 + 3x^2 - 1.$     **B.**  $y = x^4 - 3x^2 - 1.$     **C.**  $y = x^3 - 3x^2 - 1.$     **D.**  $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a < 0$ )

**Câu 18:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$  là

- A.**  $20x^3 - 12x + C.$     **B.**  $20x^5 - 12x^3 + x + C.$   
**C.**  $\frac{x^4}{4} + 2x^3 - 2x + C.$     **D.**  $x^5 - 2x^3 + x + C.$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int f(x)dx = \int (5x^4 - 6x^2 + 1)dx = 5 \cdot \frac{x^5}{5} - 6 \cdot \frac{x^3}{3} + x + C = x^5 - 2x^3 + x + C.$

**Câu 19:** Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường cao  $h$ , bán kính đường tròn đáy  $R$ .

- A.**  $S_{xq} = 2\pi Rh.$     **B.**  $S_{xq} = \pi^2 Rh.$     **C.**  $S_{xq} = 2Rh.$     **D.**  $S_{xq} = 2\pi h.$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 20:** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh  $a$  và chiều cao bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.**  $4a^3.$     **B.**  $\frac{16}{3}a^3.$     **C.**  $16a^3.$     **D.**  $\frac{4}{3}a^3.$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có Thể tích của khối chóp là  $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4a^3}{3}.$

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;9]$  thỏa mãn  $\int_0^9 f(x)dx = 8, \int_4^7 f(x)dx = 3$ . Khi đó

giá trị của  $P = \int_0^4 f(x)dx + \int_7^9 f(x)dx$  là

- A.**  $P = 20.$     **B.**  $P = 9.$     **C.**  $P = 5.$     **D.**  $P = 11.$

### Lời giải

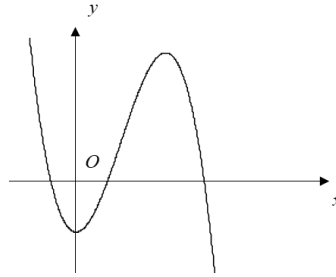
#### Chọn C

Ta có

$$\int_0^9 f(x) dx = 8 \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_4^7 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = 8$$

$$\Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = 8 - \int_4^7 f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = 8 - 3 = 5.$$

**Câu 22:** Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. 1.

B. 3.

C. 4.

**D. 2.**

Lời giải:

#### Chọn D

Quan sát đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu hai lần từ dương sang âm nên hàm số bậc bốn  $f(x)$  có hai điểm cực đại.

**Câu 23:** Họ nguyên hàm  $\int x \cos x dx$  là

A.  $-\cos x + x \sin x + C$ .

B.  $-\cos x - x \sin x + C$ .

C.  $\cos x - x \sin x + C$ .

**D.  $\cos x + x \sin x + C$ .**

Lời giải:

#### Chọn D

Nguyên hàm từng phần

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

**Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; -5; 1)$  và song song với mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là:

A.  $x - 2 = 0$ .

B.  $x + z - 3 = 0$ .

**C.  $y + 5 = 0$ .**

D.  $x + y + 3 = 0$ .

Lời giải:

#### Chọn C

Mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Oxz)$  và đi qua điểm  $M(2;-5;1)$  nên  
 $(P): y = -5 \Leftrightarrow y + 5 = 0$ .

**Câu 25:** Số nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + 1$  là:

A. 0

B. 3.

C. 2.

**D. 1.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{6} \\ x > \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}.$$

$$\log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 6) = \log_2 2(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 6 = 2(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} + 1 (Tm) \\ x = 1 - \sqrt{3} (l) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{3}. \text{ Vậy số nghiệm của phương trình là một.}$$

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;0)$  và  $B(5;1;-2)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn

thẳng  $AB$  có phương trình là

**A.  $2x - y - z - 5 = 0$ .**    B.  $3x + 2y - z - 14 = 0$ .

C.  $2x - y - z + 5 = 0$ .    D.  $x + 2y + 2z - 3 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên ta có tọa độ điểm

$$M(3;2;-1); \overrightarrow{AB}(4;-2;-2)$$

là vec to pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

+ Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng  $AB$  có dạng:

$$4(x-3) - 2(y-2) - 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 2z - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0.$$

**Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;2;1)$  và đi qua điểm  $A(0;4;-1)$  là

**A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .**

B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ .

C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .

D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Gọi phương trình mặt cầu (S) cần tìm có dạng:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

+ Theo bài ra mặt cầu (S) có tâm  $I(-1; 2; 1)$  có dạng:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = R^2$ .

và đi qua điểm  $A(0; 4; -1)$  nên ta có  $(0+1)^2 + (4-2)^2 + (-1-1)^2 = R^2 \Leftrightarrow R^2 = 9$

+ Vậy phương trình mặt cầu (S) là:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .

**Câu 28:** Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là

A.  $\frac{3}{14}$ .

B.  $\frac{3}{7}$ .

C.  $\frac{3}{5}$ .

**D.  $\frac{3}{11}$ .**

**Lời giải**

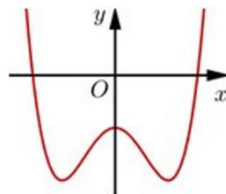
**Chọn D**

Phép thử: Lấy ngẫu nhiên ba quả cầu, ta có  $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$

Biến cố A: Lấy được ba quả cầu khác màu,  $n(A) = 5.4.3 = 60$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{11}$$

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của  $a, b, c$ .



**A.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .**

B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

C.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

D.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

Hệ số  $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm  $\Rightarrow c < 0$ .

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị  $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$ .

Vậy  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

**Câu 30:** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$  là

A. 4

B. 1

C. 3

**D. 2**

### Lời giải

#### Chọn D

ĐKXĐ:  $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow$  TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

$$\text{Ta có: } y = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là đường TCD của đồ thị hàm số}$$

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

**Câu 31:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 \leq 0$  là  $S = [a; b]$ . Tính  $2a + b$ .

A. 8

B. -8

C. 7

**D. 16**

### Lời giải

#### Chọn D

Điều kiện  $x > 0$ .

Đặt  $t = \log_2 x$  thì bất phương trình trở thành  $t^2 - 5t + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 3$ .

Thay  $t = \log_2 x$  ta được  $2 \leq \log_2 x \leq 3 \Leftrightarrow 2^2 \leq x \leq 2^3 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 8$

Khi đó tập nghiệm là  $S = [2; 3]$ .

Vậy  $2a + b = 2.4 + 8 = 16$ .

**Câu 32:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$ ; công sai  $d = 2$ . Số hạng thứ 3 của cấp số cộng đã cho là

A.  $u_3 = 4$

**B.  $u_3 = 5$**

C.  $u_3 = 3$

D.  $u_3 = 7$

### Lời giải

#### Chọn B

Ta có số hạng tổng quát của cấp số cộng là  $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1).2 = 2n-1, \forall n \in \mathbb{N}$ .

Khi đó, số hạng thứ 3 của cấp số cộng là  $u_3 = 2.3 - 1 = 5$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2

**B. 3**

C. 0

D. 1

### Lời giải

#### Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (kép)} \\ x = \frac{1}{2} \text{ (kép)} \\ x = -1 \end{cases}$$

Vì phương trình  $f'(x) = 0$  có 1 nghiệm bội lẻ nên hàm số đã cho có 1 cực trị.

**Câu 34:** Khối chóp tam giác có thể tích là:  $\frac{2a^3}{3}$  và chiều cao  $a\sqrt{3}$ . Tìm diện tích đáy của khối chóp tam giác đó.

- A.  $\sqrt{3}a^2$ .      B.  $2\sqrt{3}a^2$ .      C.  $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}a^2}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} \text{ đường cao. } S_{\text{đáy}} \Rightarrow S_{\text{đáy}} = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^2.$$

**Câu 35:** Cho số thực  $x$  thỏa mãn:  $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = 5 - 5^x$ .

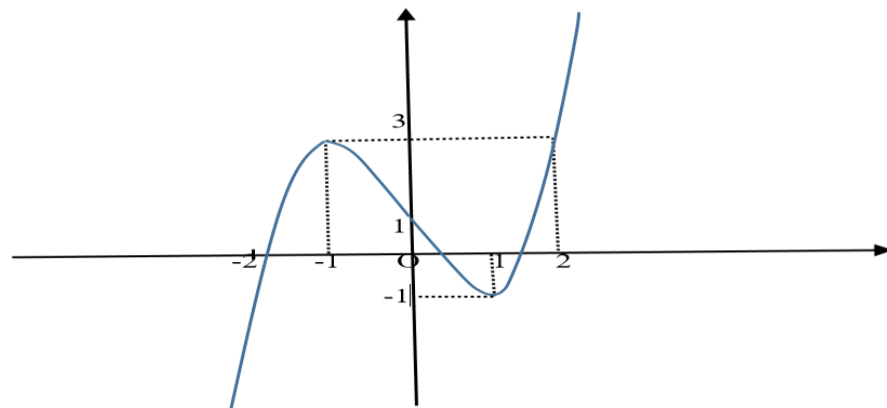
- A.  $T = -1$ .      B.  $T = \frac{5}{6}$ .      C.  $T = \frac{5}{6}$ .      D.  $T = \frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } 25^x - 5^{1+x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 5 \cdot 5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 6 \\ 5^x = -1 \text{ (VN)} \end{cases} \Rightarrow 5 - 5^x = 5 - 6 = -1.$$

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x)$  là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số  $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ . Với giá trị nào của  $m$  thì giá trị nhỏ nhất của  $g(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  bằng 2022.



- A. 2023.      B. 2000.      C. 2021.      D. 2022.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$+) g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m \Rightarrow g'(x) = (6x+1) f'(2x^3 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+1=0 \\ f'(2x^3 + x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$+) 6x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}.$$

$$+) f'(2x^3 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + x - 1 = -1 \\ 2x^3 + x - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a (0 < a < 1) \end{cases}$$

+) Bảng biến thiên:

| x       | $-\infty$ | 0 | a | 1 | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|---|---|-----------|
| $g'(x)$ |           | 0 | + | 0 | -         |
| $g(x)$  |           |   |   |   |           |

$$+) \min_{[0;1]} g(x) = m - 1 = 2022 \Leftrightarrow m = 2023.$$

**Câu 37:** Cho  $a$  là số thực dương sao cho  $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $a \in (14; 16]$ .

**B.**  $a \in (12; 14]$ .

**C.**  $a \in (16; 18]$ .

**D.**  $a \in (10; 12]$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} 3^x + a^x &\geq 6^x + 9^x \\ \Leftrightarrow a^x - 18^x &\geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x \\ \Leftrightarrow a^x - 18^x &\geq 3^x(2^x - 1) - 9^x(2^x - 1) \\ \Leftrightarrow a^x - 18^x &\geq (2^x - 1)(3^x - 9^x) \\ \Leftrightarrow a^x - 18^x &\geq -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \quad (*) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } (2^x - 1)(3^x - 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó, (\*) đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

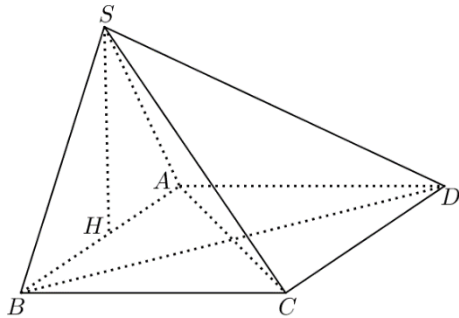
$$\Leftrightarrow a^x \geq 18^x, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{18} = 1 \Leftrightarrow a = 18.$$

Vậy  $a \in (16; 18]$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và  $(SAB) \perp (ABCD)$  (tham khảo hình vẽ).



Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$

**A.**  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

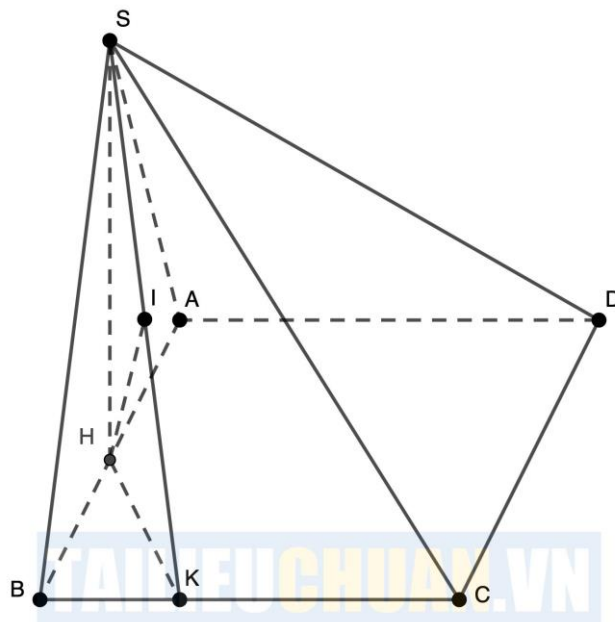
**B.**  $\frac{a\sqrt{7}}{7}$ .

**C.**  $\frac{a}{2}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $H$  là trung điểm  $AB \Rightarrow SH$  vừa là trung tuyến vừa là đường cao của  $\triangle SAB$   
 $\Rightarrow SH \perp AB$ .

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

Trong  $(ABCD)$ : kẻ  $HK \perp BC$  tại  $K$ .

Trong  $(SHK)$ : kẻ  $HI \perp SK$  tại  $I$ .

$$\begin{cases} HK \perp BC \\ SH \perp BC (SH \perp (ABCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow HI \perp BC.$$

$$\begin{cases} HI \perp BC \\ HI \perp SK \end{cases}$$

$$\Rightarrow HI \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow d[H, (SBC)] = HI.$$

$$\Delta BKH \text{ vuông tại } K \text{ có: } HK = \sin ABC \cdot HB = \sin 60^\circ \cdot \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$\Delta SHK$  vuông tại  $H$  có  $HI$  là đường cao:

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{10} \Rightarrow d[H, (SBC)] = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

Ta có:  $AH \cap (SBC) = B$

$$\Rightarrow \frac{d[A, (SBC)]}{d[H, (SBC)]} = \frac{AB}{BH} = 2$$

$$\Rightarrow d[A, (SBC)] = 2 \cdot d[H, (SBC)] = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$  và  $A(2; 2; 0)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  biết  $B$  thuộc mặt cầu  $(S)$ , có hoành độ dương và tam giác  $OAB$  đều.

**A.**  $x - y - z = 0$ .

**B.**  $x - y - 2z = 0$

**C.**  $x - y + z = 0$

**D.**  $x - y + 2z = 0$

**Lời giải**

Đặt  $B(x; y; z)$ . Ta có:  $OA^2 = 8$ ,  $\Delta OAB$  đều  $\Rightarrow OA^2 = OB^2 = AB^2 = 8$  và  $B \in (S)$  nên ta có hệ phương trình

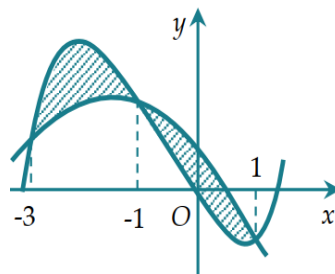
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 & (2) \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 8 & (3) \end{cases} \quad . \text{Thế (2) vào (1), (3) ta có: } \begin{cases} x+y+z=4 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=2 \\ y=2-x \end{cases}.$$

$$\text{Thế vào (2) ta có: } x^2 + (2-x)^2 + 2^2 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (L)} \\ x=2 \text{ (N)} \end{cases} \Rightarrow B(2;0;2)$$

Khi đó ta có:  $(OAB): x - y - z = 0$ .

**Chọn A**

**Câu 40:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 1$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. 8.

B. 5.

C.  $\frac{9}{2}$ .

**D. 4.**

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2} = dx^2 + ex + 1 \Leftrightarrow a(x+3)(x+1)(x-1) = 0.$$

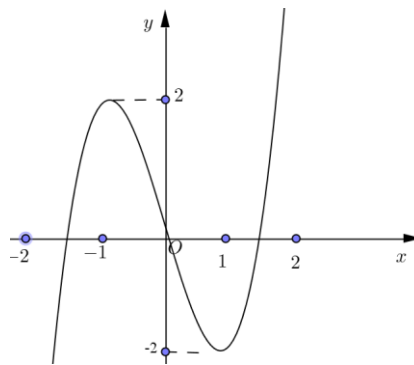
$$\text{Ta có: } ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = a(x+3)(x+1)(x-1)$$

Cho  $x=0$  ta có:  $-3a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ . Khi đó: diện tích cần tìm là:

$$S = \int_{-3}^1 \left| \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1) \right| dx = 4.$$

**Chọn D**

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hình vẽ



Phương trình  $f(f(x)) = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5

B. 7

C. 9

D. 3

Lời giải

Chọn C

$$f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1, x_1 \in (-2; -1) \\ f(x) = x_2, x_2 \in (0; 1) \\ f(x) = x_3, x_3 \in (1; 2) \end{cases}.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

+)  $f(x) = x_1, x_1 \in (-2; -1)$  cho ta 3 nghiệm phân biệt.

+)  $f(x) = x_2, x_2 \in (0; 1)$  cho ta 3 nghiệm phân biệt.

+)  $f(x) = x_3, x_3 \in (1; 2)$  cho ta 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

**Câu 42:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x$  với mọi

$x > 0$ . Tính  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ .

A.  $\frac{7}{4}$

B.  $\frac{7}{12}$

C.  $\frac{9}{4}$

D.  $\frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } 2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x \quad (1)$$

$$\text{Thay } x = \frac{1}{x} \text{ ta có: } (1) \Leftrightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x} \cdot f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow x \left[ 2f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x} \cdot f(x) \right] = x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow 2xf\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = 1 \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác: } (1) \Leftrightarrow 2 \left[ 2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) \right] = 2x$$

$$\Leftrightarrow 4f(x) + 2xf\left(\frac{1}{x}\right) = 2x \quad (3)$$

Lấy (3) trừ (2) ta được:  $f(x) = \frac{1}{3}(2x-1)$

$$\text{Do đó: } \int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_{\frac{1}{2}}^2 (2x-1) dx = \frac{1}{3} \left( x^2 - x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{3}{4}.$$

**Câu 43:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0$  (trong đó  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để mặt cầu  $(S)$  có diện tích bằng  $28\pi$ .

**A.**  $m = \pm 1$

**B.**  $m = \pm 2$

**C.**  $m = \pm 7$

**D.**  $m = \pm 3$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+m)^2 + (z-2)^2 = m^2 + 6$ .

$$S = 28\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 28\pi \Leftrightarrow m^2 + 6 = 7 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ;  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $M$ ;  $N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Khi đó góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(AMN)$  bằng

**A.**  $45^\circ$

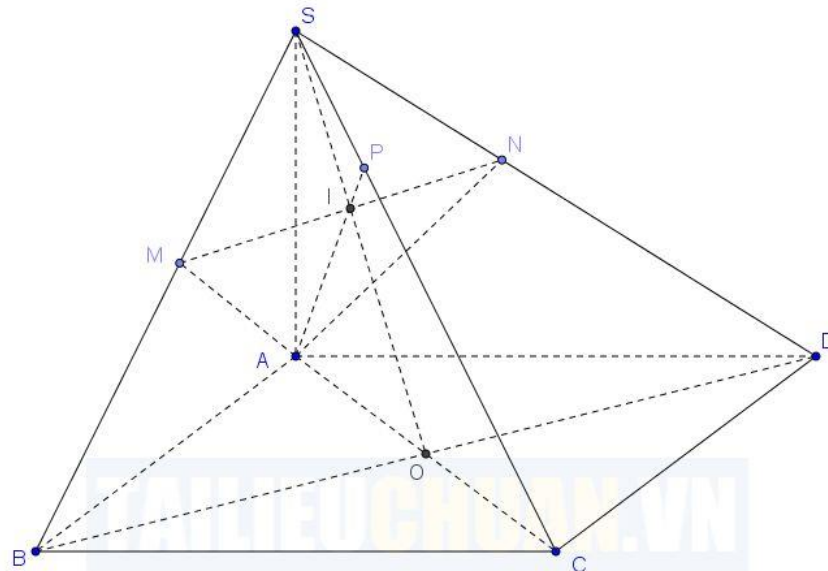
**B.**  $60^\circ$

**C.**  $30^\circ$

**D.**  $90^\circ$

**Lời giải**

**Chọn B**



**Cách 1:**

Gọi  $AC \cap BD = O$ ,  $SO \cap MN = I$ ,  $AI \cap SC = P$ .

$AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$  và  $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$ , do đó:  $SC \perp (AMN)$  hay  $SC \perp (AMPN)$ .

Suy ra:  $(SB, (AMN)) = (SM, (AMPN)) = \angle SMP$ .

$$\text{Ta có: } SM = \frac{SA^2}{SB} = \frac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}; \quad SP = \frac{SA^2}{SC} = \frac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a.$$

$$\text{Nên } \sin SMP = \frac{SP}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SMP = 60^\circ.$$

**Cách 2:**

$$\text{Ta có } AM = AN = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ và } \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel BD; \frac{MN}{BD} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra } MN = \frac{2}{3}BD = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác } AMN : S_{\triangle AMN} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{9}$$

$$V_{S.AMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABD} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{2\sqrt{2} \cdot a^3}{27}$$

$$\Rightarrow d(S; (AMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\triangle AMN}} = a$$

$$\text{Do đó } \sin(SB, AMN) = \frac{d(S; (AMN))}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (SB, AMN) = 60^\circ.$$

**Câu 45:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BAC = 60^\circ$ ,  $AB = 3a$  và  $AC = 4a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ , biết khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(B'AC)$  bằng  $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

**A.**  $4a^3$

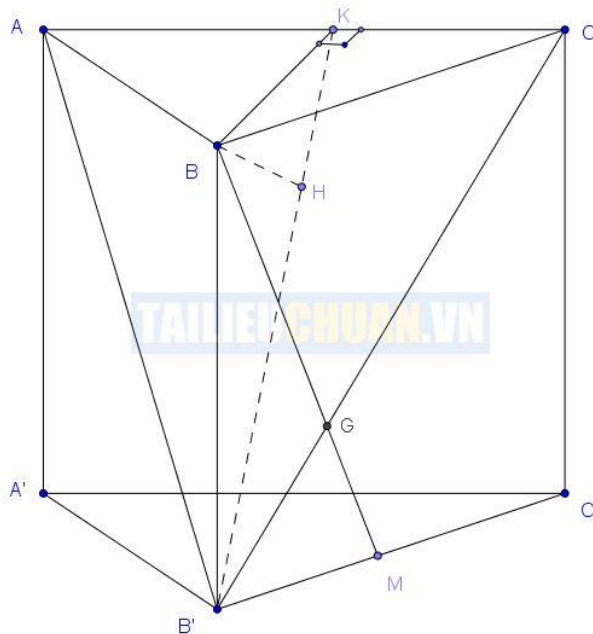
**B.**  $27a^3$

**C.**  $7a^3$

**D.**  $9a^3$

**Lời giải**

**Chọn B**



$$\text{Gọi } B'C \cap BM = G, \text{ ta có: } \frac{d(M; (B'AC))}{d(B; (B'AC))} = \frac{MG}{BG} = \frac{B'M}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B; (B'AC)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}.$$

Kẻ  $BK \perp AC$ , mà  $AC \perp BB'$  nên  $AC \perp (BB'K) \Rightarrow (B'AC) \perp (BB'K)$ .

$(B'AC) \cap (BB'K) = B'K$ , trong mp  $(B'BK)$  kẻ  $BH \perp B'K$ , khi đó:  $BH \perp (B'AC)$ .

Do đó:  $d(B; (B'AC)) = BH = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$ .

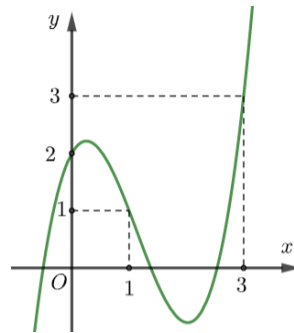
$\Delta AKB$  vuông tại  $K$  nên  $BK = AB \cdot \sin 60^\circ = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$ .

Mặt khác:  $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BB'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{3a\sqrt{15}}{5}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{BB'^2} \Leftrightarrow BB' = 3a\sqrt{3}$ .

Vậy  $V = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = 3a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a \cdot \sin 60^\circ = 27a^3$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

Trên  $[-2; 4]$ , gọi  $x_0$  là điểm mà tại đó hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$  đạt giá trị lớn nhất. Khi đó  $x_0$  thuộc khoảng nào?



A.  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$

B.  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

C.  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$

D.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$

**Lời giải**

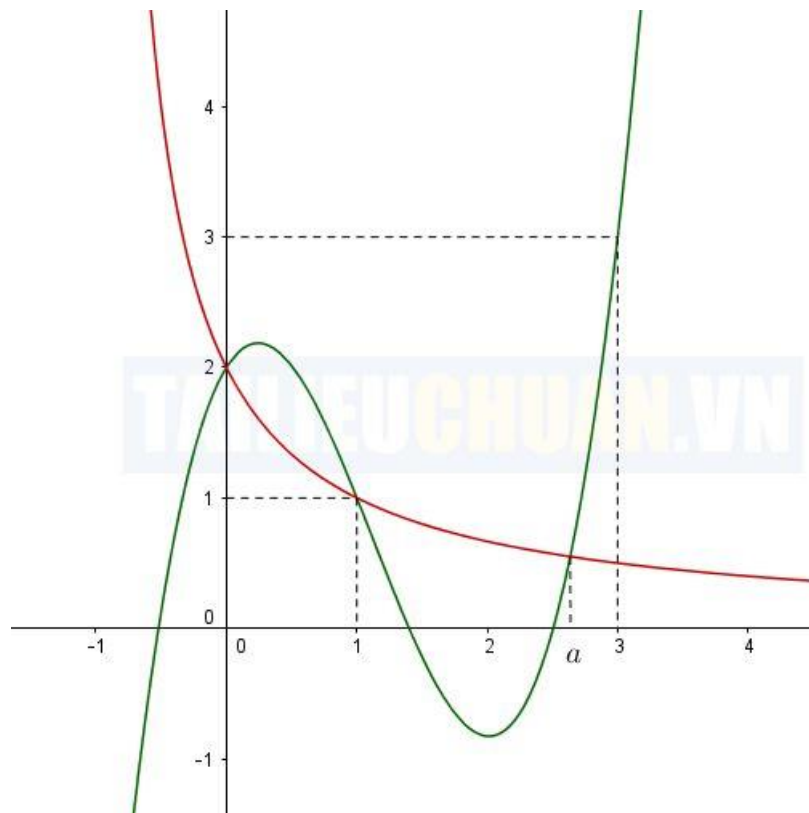
**Chọn B**

Ta có:  $g'(x) = \frac{1}{2} f'\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \frac{2x+8}{x^2+8x+16} = \frac{1}{2} f'\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \frac{2}{x+4}$ .

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{4}{x+4}$  (1)

Đặt  $t = \frac{x}{2} + 1$ , ( $t \in [0; 3]$ ) ; khi đó: (1)  $\Leftrightarrow f'(t) = \frac{2}{t+1}$ .

Ta có đồ thị biểu diễn sự tương giao của hai đồ thị là:



Dựa vào đồ thị ta có GTLN của  $g(x)$  là tại  $g(1)$  hoặc  $g(3)$ .

$$\text{Ta thấy: } \int_1^a \left[ \frac{2}{t+1} - f'(t) \right] dt > \int_a^3 \left[ f'(t) - \frac{2}{t+1} \right] dt$$

$$\Leftrightarrow (2\ln|t+1| - f(t)) \Big|_1^a > (f(t) - 2\ln|t+1|) \Big|_a^3$$

$$\Leftrightarrow 2\ln(a+1) - f(a) - 2\ln 2 + f(1) > f(3) - 4\ln 2 - f(a) + 2\ln(a+1)$$

$$\Leftrightarrow f(1) - f(3) + 2\ln 2 > 0 \quad (*)$$

Xét  $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$ , khi đó:

$$+) \quad g(1) = f(1) - 4\ln 2.$$

$$+) \quad g(3) = f(3) - 8\ln 2.$$

$$\Rightarrow g(1) - g(3) = f(1) - f(3) + 4\ln 2, \text{ từ } (*) \text{ ta suy ra } \Rightarrow g(1) - g(3) > 0 \Leftrightarrow g(1) > g(3).$$

Vậy hàm số đã cho đạt GTLN tại  $t=1 \Rightarrow x=0$ .

**Câu 47:** Trong không gian cho hai điểm  $I(2;3;3)$  và  $J(4;-1;1)$ . Xét khối trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $IJ$  và có hai tâm nằm trên đường thẳng  $IJ$ . Khi có thể tích  $(T)$  lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của  $(T)$  có phương trình dạng  $x+by+cz+d_1=0$  và  $x+by+cz+d_2=0$ . Giá trị của  $d_1^2 + d_2^2$  bằng:

**A.** 61.

**B.** 25.

**C.** 14.

**D.** 26.

### Lời giải

#### Chọn D

Gọi mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $IJ$  suy ra mặt cầu  $(S)$  có tâm  $K$  là trung điểm của  $IJ$

$$\text{và bán kính } R = \frac{IJ}{2}$$

$$\text{Ta có } K(3;1;2), R = \sqrt{6}$$

$$\text{Xét khối trụ } (T) \text{ có chiều cao } 2h \text{ thì bán kính } R = \sqrt{6-h^2}$$

$$\text{Khi đó thể tích khối trụ } (T) \text{ là } V = \pi R^2 \cdot 2h = 2\pi \cdot h \cdot (6-h^2) \quad (0 < h < \sqrt{6})$$

$$\text{Ta có } V' = 12\pi - 6\pi h^2; V' = 0 \Leftrightarrow h = \sqrt{2}$$

Bảng biến thiên

|      |   |                |           |   |
|------|---|----------------|-----------|---|
| $h$  | 0 | $\sqrt{2}$     | $+\infty$ |   |
| $V'$ |   | +              | 0         | - |
| $V$  | 0 | $8\pi\sqrt{2}$ | $-\infty$ |   |

$$\text{Vậy } V_{\max} = 8\pi\sqrt{2} \text{ khi } h = \sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } \vec{IJ} = (2; -4; -2) = 2(1; -2; -1)$$

Suy ra phương trình 2 mặt phẳng lần lượt là  $(P): x - 2y - z + d_1 = 0$  và

$$(Q): x - 2y - z + d_2 = 0$$

$$\text{Vì } d(K, (P)) = h = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|3 - 2 \cdot 1 - 2 + d_1|}{\sqrt{6}} = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 1 + 2\sqrt{3} \\ d_1 = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Vì vai trò của } (P), (Q) \text{ là như nhau nên } d_1 = 1 + 2\sqrt{3} \Rightarrow d_2 = 1 - 2\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } d_1^2 + d_2^2 = (1 - 2\sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{3})^2 = 26.$$

**Câu 48:** Trong hệ trục  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$  và  $(S_2): (x-10)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 400$  và mặt phẳng  $(P): 4x - 3y + mz + 22 = 0$ . Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  cắt 2 mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung?

A. Vô số.

B. 5.

C. 11.

D. 6.

### Lời giải

#### Chọn D

Mặt cầu  $(S_1)$  có tâm  $I_1(1; -3; 2), R_1 = 7$ ; Mặt cầu  $(S_2)$  có tâm  $I_2(10; 9; 2), R_2 = 20$ ;

Ta có  $I_1I_2 = 15$ , mà mặt phẳng  $(P)$  có vec to pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -3; m)$

Do  $\overrightarrow{I_1 I_2} \cdot \vec{n} = 0$  nên  $I_1 I_2$  song song hoặc nằm trong (P).

Bán kính đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu là

$$S = \sqrt{p(p-15)(p-21)(p-20)} = \frac{1}{2}15.R, p = 21$$

$$\rightarrow R = 28/5$$

Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến là  $3x+4y+30=0$  (Q)

$$d(I_1; Q) = 21/5; d(I_2; Q) = 96/5 \Rightarrow d(I_1; Q) + I_1 I_2 = d(I_2; Q)$$

Mặt phẳng (P) cắt 2 mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung, trong đó đường tròn nhỏ ở trong đường tròn lớn khi

$$28/5 < d(I_1; (P)) < 7 \Leftrightarrow 28/5 < \frac{|2m+35|}{\sqrt{m^2+25}} < 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 45m^2 - 140m > 0 \\ \frac{684}{25}m^2 - 140m - 441 < 0 \end{cases}$$

Do m nguyên nên m là: -2; -1; 4; 5; 6; 7. Vậy có 6 giá trị m.

**Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0; 2]$ . Biết  $f(0) = 1$  và

$$f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x} \text{ với mọi } x \in [0; 2]. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$$

**A.**  $I = -\frac{14}{3}.$

**B.**  $I = -\frac{32}{5}.$

**C.**  $I = -\frac{16}{5}.$

**D.**  $I = -\frac{16}{3}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0; 2]$  và

$$f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x} \text{ nên thay } x = 0, \text{ ta có: } f(0).f(2) = 1 \text{ mà } f(0) = 1 \Rightarrow f(2) = 1.$$

Đặt:

$$\begin{cases} u = x^3 - 3x^2 \\ dv = \frac{f'(x)}{f(x)} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (3x^2 - 6x) dx \\ v = \ln |f(x)| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (3x^2 - 6x) dx \\ v = \ln f(x) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } I = (x^3 - 3x^2) \ln f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(x) dx = - \int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(x) dx \quad (1)$$

$$\text{Đặt } x = 2 - t \Rightarrow dx = -dt.$$

$$\text{Khi } x = 0 \rightarrow t = 2 \text{ và } x = 2 \rightarrow t = 0.$$

$$\text{Khi đó, } J = - \int_2^0 (3t^2 - 6t) \ln f(2-t) (-dt) = - \int_0^2 (3t^2 - 6t) \ln f(2-t) dt.$$

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên  $I = -\int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(2-x) dx$  (2)

Từ (1) và (2), ta cộng vế theo vế, ta được:  $2I = -\int_0^2 (3x^2 - 6x) [\ln f(x) + \ln f(2-x)] dx$ .

$$\text{Hay } I = -\frac{1}{2} \int_0^2 (3x^2 - 6x)(2x^2 - 4x) dx = -\frac{16}{5}$$

**Câu 50:** Cho phương trình  $\ln(x+m) - e^x + m = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in [-2022; 2022]$  để phương trình đã cho có nghiệm?

**A.** 2022.

**B.** 2021.

**C.** 2019.

**D.** 4042.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: điều kiện:  $x+m > 0$

$$\ln(x+m) = e^x - m = t \Leftrightarrow \begin{cases} x+m = e^t \\ t+m = e^x \end{cases} \Leftrightarrow e^t + t = e^x + x$$

Xét hàm số:  $f(t) = e^t + t \Rightarrow f'(t) = e^t + 1 > 0$  ( $\forall t \in \mathbb{R}$ )

Nên ta có:  $f(t) = f(x) \Leftrightarrow t = x$

Phương trình  $e^x - m = x \Leftrightarrow e^x - x = m$  có nghiệm khi và chỉ khi  $m \geq 1$

Vậy có: 2022 giá trị  $m$ .

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_