

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; 5)$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in (-2; 5)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f(-2) < f(3)$. B. $f(-2) < f(5)$. C. $f(4) < f(5)$. D. $f(-1) < f(4)$.

Câu 2. Tính thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R .

- A. $V = 2\pi Rh$. B. $V = \pi Rh$. C. $V = R^2h$. D. $V = \pi R^2h$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực dương a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^a f(x) dx = -1$. C. $\int_a^a f(x) dx = f(a)$. D. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 1; 5)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 0; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 5)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 0; 1)$.

Câu 7. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $z = \sqrt{3} + 2i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = 2i$. D. $z = -2$.

Câu 8. Gọi (C) là parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

- A. $m = -4$. B. $m = 3$. C. $m = 6$. D. $m = 4$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		$+\infty$
		$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
			-3		

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có đúng 2 cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 hoặc 2.

Câu 10. Cho a, b là các số thực và $a \cdot b > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln|a| + \ln|b|$. B. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.
C. $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$. D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0$.
B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.
C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.
D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Câu 12. Cho khối đa diện đều có mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng ba cạnh. Khi đó số đỉnh của khối đa diện là

- A. Số lẻ.
B. Số tự nhiên lớn hơn 3.
C. Số chẵn.
D. Số tự nhiên chia hết cho 3.

Câu 13. Tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = 3a, AC = 5a, AA' = 2a$.

- A. $8a^3$.
B. $30a^3$.
C. $12a^3$.
D. $24a^3$.

Câu 14. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là

- A. $S_{xq} = \pi rl$.
B. $S_{xq} = 2\pi rl$.
C. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$.
D. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

Câu 15. Hình lăng trụ nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác.
B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành với hai đường chéo không bằng nhau.
C. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.
D. Hình lăng trụ có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.

Câu 16. Biết $\int_2^3 \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x + 1} dx = a \ln 7 + b \ln 3 + c \ln 2 + d$ (với a, b, c, d là các số nguyên). Tính giá trị của

biểu thức $T = a + 2b^2 + 3c^3 + 4d^4$.

- A. $T = 9$.
B. $T = 7$.
C. $T = 5$.
D. $T = 6$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3), B(-7; 4; 0)$. Khi đó, trọng tâm G của tam giác OAB là điểm nào?

- A. $G\left(-3; 3; \frac{3}{2}\right)$.
B. $G(-6; 6; 3)$.
C. $G(-2; 2; 1)$.
D. $G(-8; 2; 3)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 1)$ và $M(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

- A. 2.
B. $\frac{13}{7}$.
C. $\frac{15}{7}$.
D. 3.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i) \cdot \bar{z} + (1 + 2i) \cdot (1 - 2z) = 10 + 7i$. Tính mô đun của z .

- A. $\sqrt{5}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. 5.
D. 3.

Câu 20. Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$, thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -1$.
B. $S = -\frac{1}{2}$.
C. $S = \frac{1}{2}$.
D. $S = 1$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = a, AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nằm trên đường thẳng BC . Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. a .
B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
C. $\frac{2a}{3}$.
D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = \frac{3a}{4}$.
B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. $h = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.
D. $h = \frac{4a}{3}$.

Câu 23. Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A. $\{NNN, SSS, SSN, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.
B. $\{NN, NS, SN, SS\}$.

- C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

Câu 24. Gieo một đồng tiền xu cân đối đồng chất 3 lần. Gọi A_i là biến cố "mặt sấp xuất hiện ở lần gieo thứ i ", với $i = 1, 2, 3$. Khi biến cố $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$ là biến cố

- A. "Cả 3 lần gieo đều được mặt ngửa". B. "Mặt sấp xuất hiện không quá một lần".
C. "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần". D. "Cả 3 lần gieo đều được mặt sấp".

Câu 25. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Tìm công bội của dãy số (u_n) .

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = \sqrt{3}$. C. $q = 3$. D. $q = \frac{3}{2}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + cx + d, a \neq 0$ có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $2a + d$. B. $8a + d$. C. $d - 11a$. D. $d - 16a$.

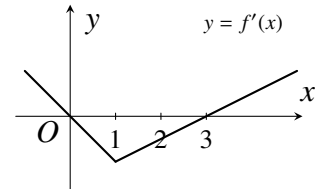
Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m > \sqrt{5}$. B. $m < 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

Câu 28.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên. Số nào bé nhất trong các số sau: $f(0), f(1), f(2), f(3)$?

- A. $f(3)$. B. $f(1)$. C. $f(0)$. D. $f(2)$.



Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y = \frac{2}{3}e^{3x} - me^x + 4x - 2018$.

- A. $m \geq -6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. D. $m \leq -5$.

Câu 30. Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 1 = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 17. B. 16. C. 14. D. 15.

Câu 31. Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau

$$4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$$

có nghiệm là $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó tổng $S = a + b$ bằng

- A. $S = 13$. B. $S = 11$. C. $S = 15$. D. $S = 9$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a; AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 75° .

Câu 33. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018^{\frac{S_1}{S_2}}$ bằng

- A. $2018^{\sqrt{2}}$. B. 2018. C. 2018^π . D. 1.

Câu 34. Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $x \cdot f'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan \alpha = 3$. Tính $F(\alpha) - 10\alpha^2 + 3\alpha$.

- A. $-\frac{1}{4} \ln 10$. B. $-\frac{1}{2} \ln 10$. C. $\frac{1}{2} \ln 10$. D. $\ln 10$.

Câu 35. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$$\int_1^3 f(-2x) dx = 3. \text{ Tính } I = \int_{-1}^6 f(x) dx.$$

- A. $I = 11$. B. $I = 14$. C. $I = 2$. D. $I = 5$.

Câu 36. Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là

- A. 3750000 đồng. B. 6750000 đồng. C. 33750000 đồng. D. 12750000 đồng.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC . Giá trị của $S = x + y + z$ là

- A. 5. B. 4. C. 7. D. 6.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (S') là mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời (S') tiếp xúc với mặt phẳng $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu $(S)'$. Tính tích $T = abc$.

- A. $T = -\frac{1}{8}$. B. $T = 1$. C. $T = \frac{1}{8}$. D. $T = -1$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -6)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{38}$. B. 8. C. 12. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 40. Gọi z_1, z_2, z_3 lần lượt là ba nghiệm phức của phương trình $2x^3 - 3x - 2 = 0$. Tính $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3$.

- A. $-\frac{3}{2}$. B. -1 . C. 3. D. 1.

Câu 41. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)| = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{27}{2}$. C. 0. D. $-\frac{19}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến của với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

- A. 4. B. 10. C. 0. D. 9.

Câu 43. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2(4a^3 + b^3)$ là

- A. $\frac{4}{\ln 2} - 4 \log_2 \left(\frac{4}{\ln 2} \right)$. B. $4(1 - \log_2 3)$. C. -4 . D. $4 \log_2 6$.

Câu 44. Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

- A. $1 \leq m \leq 16$. B. $0 \leq m \leq 2$. C. $3 \leq m \leq 8$. D. $4 \leq m \leq 8$.

Câu 45. Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của khối chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{6}{5}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx =$

$$\frac{e^2 - 1}{4} \text{ và } f(1) = 0. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $e - 2$.

B. $\frac{e^2}{4}$.

C. $\frac{e-1}{2}$.

D. $\frac{e}{2}$.

Câu 47.

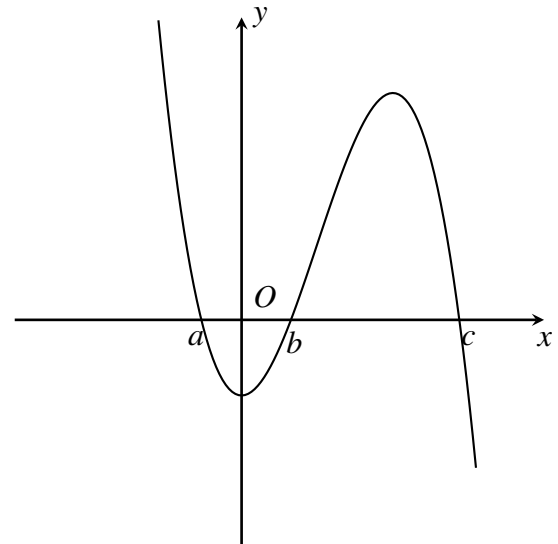
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Xét 4 mệnh đề sau:

(1): $f(c) < f(a) < f(b)$.

(2): $f(c) > f(b) > f(a)$.

(3): $f(a) > f(b) > f(c)$.

(4): $f(a) > f(b)$.



Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ bán kính 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. 8.

B. $\sqrt{15}$.

C. $8\sqrt{3}$.

D. 9.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C, N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỉ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{23}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 50. Trong mặt phẳng phức, xét hình bình hành tạo bởi các điểm $0, z, \frac{1}{z}$ và $z + \frac{1}{z}$. Biết z có phần thực dương và diện tích hình bình hành bằng $\frac{35}{37}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left| z + \frac{1}{z} \right|^2$.

A. $\frac{22}{9}$.

B. $\frac{53}{20}$.

C. $\frac{50}{27}$.

D. $\frac{60}{37}$.

----- HẾT -----

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^2 + x$. B. $y = x^4 + x^2$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Câu 2. Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là:

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{2}{3}Bh$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.
B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in (a; b)$.
C. $\int_a^b k dx = k(a - b), \forall k \in \mathbb{R}$.
D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5 = 0$ nhận vec-tơ nào trong các vec-tơ sau làm vec-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}(1; 2; -5)$. B. $\vec{n}(1; 2; 5)$. C. $\vec{n}(1; 2; 0)$. D. $\vec{n}(0; 1; 2)$.

Câu 7. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

- A. 6. B. -6. C. 4. D. -4.

Câu 8. Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = -2$. C. $T = -4$. D. $T = 9$.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - 8x$ trên $[1; 3]$ bằng

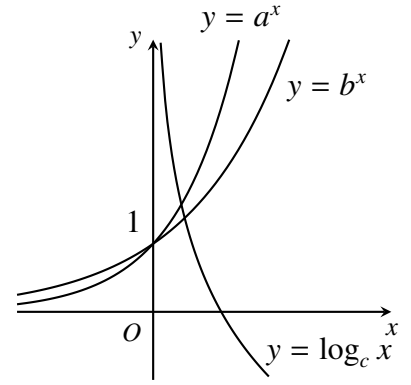
- A. -6. B. -8. C. $\frac{176}{27}$. D. -4.

Câu 10. Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $\frac{a+b}{ab}$. D. $a+b$.

Câu 11.

Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $c < b < a$.
- B. $a < c < b$.
- C. $c < a < b$.
- D. $a < b < c$.

Câu 12. Khối bát diện đều là một khối đa diện lồi loại

- A. $\{4; 3\}$.
- B. $\{3; 4\}$.
- C. $\{3; 5\}$.
- D. $\{5; 3\}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh SB, SD . Tỷ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$.
- B. $\frac{1}{4}$.
- C. $\frac{3}{8}$.
- D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 24\sqrt{2}\pi$.
- B. $S_{xq} = 24\sqrt{3}\pi$.
- C. $S_{xq} = 12\sqrt{2}\pi$.
- D. $S_{xq} = 12\sqrt{3}\pi$.

Câu 15. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R . Một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) và cách tâm I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là

- A. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.
- B. $\frac{3R}{2}$.
- C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\frac{R}{2}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, $f(-3) + f(3) = 0$. Tính giá trị của biểu thức $f(0) + f(4)$.

- A. $1 + \ln \frac{3}{5}$.
- B. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.
- C. $P = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.
- D. $\ln \frac{3}{5} + 2$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.

- A. $I(-1; 2; -1)$ và $R = 2$.
- B. $I(1; -2; 1)$ và $R = 4$.
- C. $I(1; -2; 1)$ và $R = 2$.
- D. $I(-1; 2; -1)$ và $R = 4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
- B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
- C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
- D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $|w| = 3\sqrt{2}$.
- B. $|w| = 2 + \sqrt{2}$.
- C. $|w| = 2$.
- D. $|w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{2 - 9i}{1 + 6i}$.

- A. $-\frac{21}{37}$.
- B. $-\frac{52}{37}$.
- C. $\frac{52}{37}$.
- D. $\frac{21}{37}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách d từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- C. $d = a$.
- D. $d = a\sqrt{3}$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau và bằng a , $\widehat{A'AB} = \widehat{BAD} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Tính khoảng cách h từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $h = \frac{\sqrt{6}}{9}$.
- B. $h = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
- C. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
- D. $h = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 33. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2H2K2-2] Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết rằng $AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $AC = BD = c$.

- A. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. B. $\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$ thỏa mãn $F(0) = m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |F(x)|$ có 7 điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 35. Cho $I = \int_0^m (2x - 1)e^{2x} dx$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để $I < m$ là khoảng $(a; b)$.

Tính $P = a - 3b$.

- A. $P = -3$. B. $P = -4$. C. $P = -2$. D. $P = -1$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2; 4; 8)$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là

- A. $(3; 6; 12)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 12 = 0$ và hai điểm $A(5; 10; 21)$, $B(1; 3; 16)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) . Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ bằng

- A. 13. B. 4. C. 3. D. 9.

Câu 39. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 3i + 4| = 3$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (12 - 5i)\bar{z} + 4i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 3$. B. $r = 13$. C. $r = 17$. D. $r = 39$.

Câu 40. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác 0 và $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

- A. $2M - m = 10$. B. $2M - m = \frac{3}{2}$. C. $2M - m = \frac{5}{2}$. D. $2M - m = 6$.

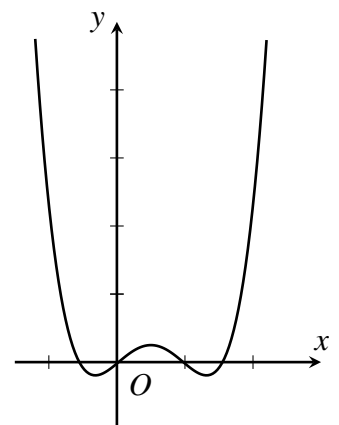
Câu 41. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |-x^4 + 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 2018?

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 6.

Câu 42.

Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho như hình vẽ bên. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox .

- A. 4. B. 2. C. 6. D. 0.



Câu 43. Cho hai hàm số

$$f(x) = \ln \left(x - 1009 + \sqrt{(x - 1009)^2 + 2018e} \right); h(x) = \ln \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4} + e} \right).$$

Giả sử $S = f(1) + f(2) + \dots + f(2017)$ và $T = h\left(\frac{1}{2018}\right) + h\left(\frac{2}{2018}\right) + h\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + h\left(\frac{2017}{2018}\right)$. Khi đó $\frac{S}{T}$ bằng

- A. $1 + \ln 2017$. B. $\ln 2018$. C. $1 + \ln 2018$. D. 2018 .

Câu 44. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0$ và $u_{n+1} = 2u_n + 10$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 10^{100} - 10$ bằng

- A. 225. B. 226. C. 327. D. 325.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2, SB = 3, SC = 4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên $[1; 4]$ và thỏa mãn hệ thức sau với mọi $x \in [1; 4]$

$$\begin{cases} f(1) = 2g(1) = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{g(x)} \\ g'(x) = -\frac{2}{x\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{f(x)}. \end{cases}$$

Tính $I = \int_1^4 [f(x)g(x)] dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 2 \ln 2$. C. $I = 4$. D. $I = 4 \ln 2$.

Câu 47. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 5$, và đường thẳng d có phương trình $y = 1$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi d và cung nhỏ AB của (C) . Quay hình (H) xung quanh đường thẳng d ta được một khối tròn xoay có thể tích V . Giá trị của V gần nhất với số nào sau đây?

- A. 12,4. B. 11,3. C. 33,5. D. 46,1.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. 8. D. 16.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2; 2; 1), K\left(-\frac{8}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right), O$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $d: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. B. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-6}{2}$.
C. $d: \frac{x+\frac{4}{9}}{1} = \frac{y-\frac{17}{9}}{-2} = \frac{z-\frac{19}{9}}{2}$. D. $d: \frac{x-\frac{8}{3}}{1} = \frac{y-\frac{2}{3}}{-2} = \frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

Câu 50. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $|z| > 4$. B. $|z| < 1$. C. $1 < |z| < 3$. D. $3 < |z| < 4$.

----- HẾT -----

Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Tính $I = \int_1^2 2x dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 3$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 4. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. B. $V = 4\pi R^2$. C. $V = \pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 5. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 1)$. Phương trình nào là phương trình mặt phẳng (MNP) .

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} - 1 = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} + 1 = 0$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} - \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{1} - \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 7. Cho số phức $z = a + bi$ khác 0, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

- A. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. B. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{b}{a^2 + b^2}$.

Câu 8. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị $A(0; 1)$, B , C thỏa mãn $BC = 4$.

- A. $m = \pm 4$. B. $m = \sqrt{2}$. C. $m = \pm \sqrt{2}$. D. $m = 4$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 10. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$. B. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$. C. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$. D. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 11. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

- A. $\frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$. B. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$. C. $\frac{2}{(2x + 1)} \log 2$. D. $\frac{2 \ln 2}{2x + 1}$.

Câu 12. Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6. B. 9. C. 10. D. 8.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối trụ (T) bằng

- A. 45π . B. 15π . C. 75π . D. 30π .

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

- A. $\frac{8}{3}\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 16. Tích phân $\int_0^1 3^{2x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{12}{\ln 3}$. B. $\frac{4}{\ln 3}$. C. $\frac{27}{\ln 9}$. D. $\frac{9}{\ln 9}$.

Câu 17. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2my + 4mz - 12m - 10 = 0$. Bán kính nhỏ nhất của (S) là

- A. $R = 6$. B. $R = 5$. C. $R = 4$. D. $R = 2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 1)$ và $M(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

- A. 2. B. $\frac{13}{7}$. C. $\frac{15}{7}$. D. 3.

Câu 19. Cho số phức $w = (2 + i)^2 - 3(2 - i)$. Giá trị của $|w|$ là

- A. $\sqrt{54}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{58}$. D. $\sqrt{43}$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm mô-đun của $\bar{z} + iz$.

- A. 4. B. 8. C. $8\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nằm trên đường thẳng BC . Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{2a}{3}$. B. a . C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết $SC = \frac{3a}{2}$. Tính khoảng cách h từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $h = \frac{a}{3}$. B. $h = a$. C. $h = \frac{3a}{4}$. D. $h = \frac{2a}{3}$.

Câu 23. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc hai lần. Xét biến cố A : “Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm” thì biến cố A là

- A. $A = \{(3; 3)\}$. B. $A = \{(1; 3); (2; 3); (3; 3); (4; 3); (5; 3); (6; 3)\}$.
C. $A = \{(3; 1); (3; 2); (3; 4); (3; 5); (3; 6)\}$. D. $A = \{(3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6)\}$.

Câu 24. Cho các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Khi đó có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số được thành lập từ các chữ số đã cho?

- A. 720. B. 120. C. 18. D. 216.

Câu 25. Cho cấp số nhân 3, 15, 75, x , 1875. Tìm x .

- A. $x = 125$. B. $x = 225$. C. $x = 80$. D. $x = 375$.

Câu 26. Một xưởng sản xuất những thùng hình hộp chữ nhật bằng nhôm không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích khối hộp bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

- A. 26 dm. B. 10 dm. C. $\frac{26}{3}$ dm. D. $\frac{19}{2}$ dm.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

- A. $m = -2$. B. $m \neq -2$. C. $m < -2$. D. $m > -2$.

Câu 28. Trên đường thẳng $y = 2x + 1$ có bao nhiêu điểm kẻ được đến đồ thị ($\mathcal{C}$) hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ đúng một tiếp tuyến?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 11x + \sin x$ và u, v là hai số thỏa mãn $u < v$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $f(u) < f(3v \cdot \log e)$. B. $f(u) = f(v)$. C. Cả ba đáp án đều sai. D. $f(u) > f(3v \cdot \log e)$.

Câu 30. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

- A. $m = \frac{5}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{13}{2}$. D. $m = 8$.

Câu 31. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x+1| - x - 2)(1 - 5x^2 - 5x)}{5x^2 - 5x} \geq 0$.

0. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- A. -12. B. -24. C. 6. D. 3.

Câu 32. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Tính thể tích khối chóp $A'.BCO$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $3a$. C. $a\sqrt{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 35. Tính tích phân $I = \int_0^{2019\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$.

- A. $I = 2019\sqrt{2}$. B. $I = 2\sqrt{2}$. C. $I = 0$. D. $I = 4038\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$, $y = 1-x$ và trục Ox . Diện tích S của hình (H) bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{5}{4}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - (4m-2)x + 2my + (4m+2)z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là

- A. 300π . B. 36π . C. 972π . D. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$, giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A. 38. B. 63. C. 62. D. 39.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 36$. Số mặt phẳng (P) chứa trục Ox và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

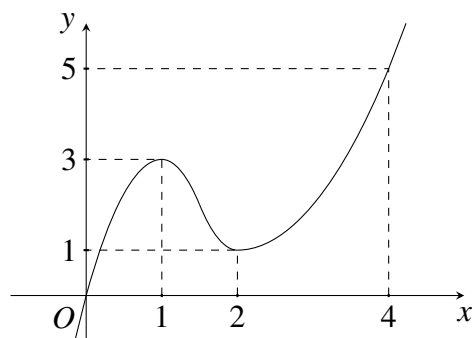
Câu 40. Cho hai số thực b, c với $c > 0$. Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

- A. $b^2 = 2c$. B. $b = c$. C. $b^2 = c$. D. $2b^2 = c$.

Câu 41.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $M = \max_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)\right)$, $m = \min_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)\right)$. Tính $S = M + m$.

- A. $S = 5$. B. $S = 3$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.



Câu 42. Xét các tam giác ABC cân tại A ngoại tiếp đường tròn có bán kính $r = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của diện tích tam giác ABC ?

- A. $S_{\min} = 4$. B. $S_{\min} = 2\pi$. C. $S_{\min} = 3\sqrt{2}$. D. $S_{\min} = 3\sqrt{3}$.

Câu 43. Ông An mua một chiếc điện thoại di động tại một cửa hàng với giá 18 500 000 đồng và đã trả trước 5 000 000 đồng ngay khi nhận điện thoại. Mỗi tháng, ông An phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi là m đồng. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là 3,4% /tháng và ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Số tiền m là

- A. 1 903 203 đồng. B. 1 680 347 đồng. C. 1 350 203 đồng. D. 1 388 824 đồng.

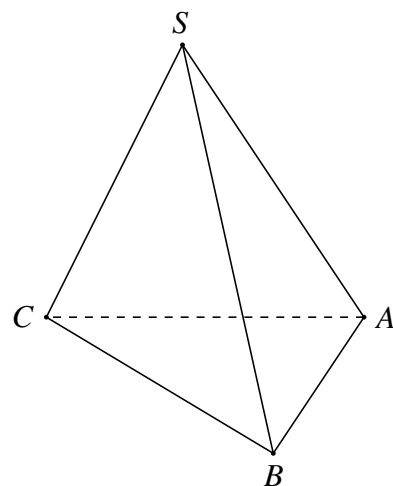
Câu 44. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

- A. Vô số. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 45.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$. Sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

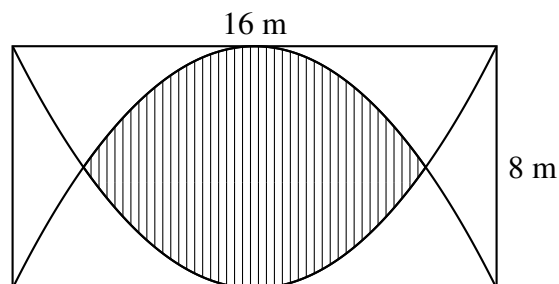


Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx = 1$ và

$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$ bằng

- A. 8. B. 80. C. 10. D. 1.

Câu 47. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m. Các nhà toán học dùng hai đường parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa hồng. Biết chi phí để trồng hoa hồng là 45000 đồng/m². Hỏi các nhà toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 3322000 đồng. B. 3476000 đồng. C. 2159000 đồng. D. 2715000 đồng.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 3; 0)$, $B(3; 0; 3)$, $C(0; 3; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O , vuông góc với (ABC) sao cho (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M và N . Khi $OAMN$ có thể tích nhỏ nhất, hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $x - z = 0$. B. $x + y - 2z = 0$. C. $y - z = 0$. D. $x + y + 2z = 0$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C, N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỉ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{2}{23}$. D. $\frac{3}{2}$.

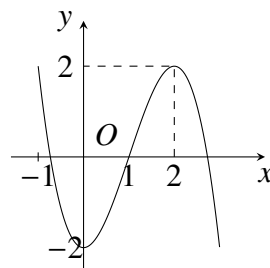
Câu 50. Xét số phức $S = \frac{1}{i} + \frac{2}{i^2} + \frac{3}{i^3} + \dots + \frac{1000}{i^{1000}}$. Tính tổng phần thực và phần ảo của S .

- A. -500. B. 500. C. 1000. D. 0.

----- HẾT -----

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. abc . B. $\frac{abc}{4}$. C. $\frac{abc}{3}$. D. $\frac{abc}{6}$.

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. D. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

Câu 4. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = \pi R^3$. B. $V = 4\pi R^2$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x - 2y + z - 12 = 0$. B. $3x + 2y + z - 8 = 0$. C. $x - 2y + 3z + 3 = 0$. D. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. D. $A(0; -2; 3)$.

Câu 7. Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $N(1; -2)$. B. $P(1; 2)$. C. $M(-1; 2)$. D. $Q(-1; -2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $B(-1; 4)$. B. $C(0; 2)$. C. $A(1; 0)$. D. $D(2; 4)$.

Câu 9. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$. C. 0 . D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 10. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$, mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log(a^{10}) = a$. B. $\log(10a) = 1 + \log a$.
C. $\log(10^a) = a$. D. $-\log\left(\frac{10}{a}\right) = \log a - 1$.

Câu 11. Cho hai hàm số $y = f(x) = \log_a x$ và $y = g(x) = a^x$. Xét các mệnh đề sau

- I. Đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.
II. Hàm số $f(x) + f(x)$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
III. Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.

IV. Chỉ có đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận.

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 12. [2H1B2-3] Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 13. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Gọi V_1 là thể tích của $MJIK$ và V_2 là thể tích của $MNPQ$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 14. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 12π . B. 8π . C. 10π . D. 6π .

Câu 15. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Diện tích của thiết diện được tạo thành là

- A. $S = 46(\text{cm}^2)$. B. $S = 56(\text{cm}^2)$. C. $S = 53(\text{cm}^2)$. D. $S = 55(\text{cm}^2)$.

Câu 16. Tích phân $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2 \right) dx$ bằng

- A. $I = \ln 2 + 1$. B. $I = \ln 2 - 1$. C. $I = \ln 2 + 2$. D. $I = \ln 2 + 3$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) có đường kính AB tại A có phương trình là

- A. $x + 3y + z - 5 = 0$. B. $x + 3y + z - 6 = 0$. C. $3x - y - z + 6 = 0$. D. $3x - y - z - 6 = 0$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 - 2i) + i\bar{z} = 15 + i$. Tìm mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = 2\sqrt{5}$. C. $|z| = 2\sqrt{3}$. D. $|z| = 5$.

Câu 20. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2 - 3i}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

- A. $(2; -3)$. B. $(3; -3)$. C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. D. $(3; -2)$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $d = a$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng 9. Các điểm M, N trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}, \frac{SN}{SA} = \frac{1}{2}$. Tính tổng khoảng cách từ M, N đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{21}{2}$. D. 6.

Câu 23. Gieo đồng tiền 2 lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 24. Một túi chứa 3 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn không có đủ cả ba màu.

- A. $\frac{45}{182}$. B. $\frac{1}{120}$. C. $\frac{1}{360}$. D. $\frac{137}{182}$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 2, q = \frac{1}{3}$. Tìm u_{10} ?

- A. $\frac{2}{3^{10}}$. B. $\frac{2}{3^9}$. C. $\frac{2}{3^8}$. D. $\frac{3}{2^9}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 9)(x - 4)^2$. Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau:

- I. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
II. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
III. Hàm số $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị.
IV. $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

Số phát biểu đúng là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $m(x + 3) = (x^2 - 2)(x^2 - 4)$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$ Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

- A. $x \in \mathbb{R}$. B. $x > 1$. C. $x \neq 1$. D. $x > 0$.

Câu 30. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2D2K5-5] Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $81^{2x - \sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

- A. $m \geq 1$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $m \geq -\frac{1}{8}$.

Câu 31. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x + 1| - x - 2)(1)}{5x^2 - 5}$

0. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- A. 3. B. -12. C. 6. D. -24.

Câu 32. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 5\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $V = 10\frac{\sqrt{7}}{3}$. C. $V = 5\frac{\sqrt{7}}{3}$. D. $V = 8\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Một hình lập phương có cạnh bằng $2a$ vừa nội tiếp hình trụ (T) , vừa nội tiếp mặt cầu (C) , hai đáy của hình lập phương nằm trên hai đáy của hình trụ. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}}$ giữa khối cầu và khối trụ giới hạn bởi (C) và (T) .

- A. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \sqrt{2}$. C. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \sqrt{3}$. D. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{2(\sqrt{x+1} + 3)}{x+5} + C$. Nguyên hàm của hàm số $f(2x)$ trên tập $\mathbb{R}^+$ là

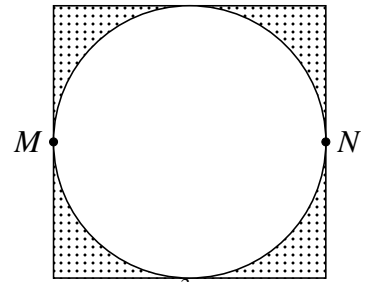
- A. $\frac{2x+3}{4(x^2+1)} + C$. B. $\frac{2x+3}{8(x^2+1)} + C$. C. $\frac{x+3}{2(x^2+4)} + C$. D. $\frac{x+3}{x^2+4} + C$.

Câu 35. Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$, với a, b là các số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $S = 5a + b$ bằng

A. 11. B. 17. C. 7. D. 12.

Câu 36.

Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh $3a$ (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục MN .



A. $V = 27\pi a^3$. B. $V = 9\pi a^3$. C. $V = \frac{9\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 38. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2; 1; 1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $3x + y + 3z - 10 = 0$. B. $x - y + z - 2 = 0$. C. $3x - y + 3z - 8 = 0$. D. $2x + y + z - 6 = 0$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1, d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t \\ z = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 40. Nếu $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $(a, b \in \mathbb{R})$ thì $a + b$ bằng

A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 41. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{3}{\pi}$. C. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2}{\pi}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho đường thẳng $d: y = mx - m - 3$ cắt đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ tại ba điểm phân biệt $A, B, I(1; -3)$ mà tiếp tuyến với (C) tại A và B vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của S .

A. -1. B. 1. C. 2. D. 5.

Câu 43. Cho hai số thực dương thay đổi a, b và thỏa mãn điều kiện $\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $\log_b a$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. $2(1 - \sqrt{2})$. B. $2(\sqrt{2} + 1)$. C. $2(\sqrt{2} - 1)$. D. $\sqrt{2} - 1$.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2 \left(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}\right)$ và $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$.

A. 177. B. 191. C. 192. D. 176.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

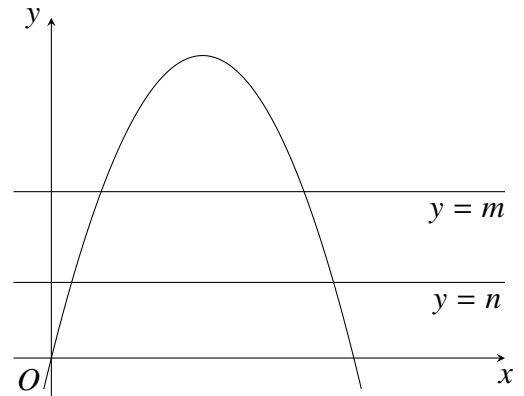
Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và là hàm số chẵn, biết $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx = 1$. Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. 2. B. 1. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 47.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$, $y = n$ chia hình (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau (ta có thể tham khảo hình vẽ). Tính giá trị biểu thức $T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3$.

A. $T = \frac{320}{9}$. B. $T = 405$. C. $T = \frac{75}{2}$. D. $T = \frac{512}{15}$.



Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

A. $B(0; 0; 1)$. B. $B(0; 0; 2)$. C. $B(0; 0; -1)$. D. $B(0; 0; -2)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, \\ z = -t \end{cases}$

($t \in \mathbb{R}$). Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $y + z + 1 = 0$. B. $x + 3y + 5z + 2 = 0$. C. $x - 2y - 3 = 0$. D. $3x - 2y - 4z - 8 = 0$.

Câu 50. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $3 < |z| < 4$. B. $1 < |z| < 3$. C. $|z| > 4$. D. $|z| < 1$.

----- HẾT -----

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^2 + x$. B. $y = x^3 + x$. C. $y = \frac{x+1}{x+3}$. D. $y = x^4 + x^2$.

Câu 2. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $\mathbb{R}$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, chỉ ra một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(P): 4x - y - 3z + 2 = 0$.

- A. $\vec{n} = (4; 0; -3)$. B. $\vec{n} = (4; -1; -3)$. C. $\vec{n} = (-1; -3; 2)$. D. $\vec{n} = (4; -3; 2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				3				$+\infty$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$
 $0 \quad \quad \quad 0$

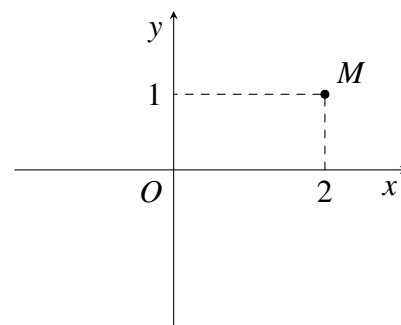
- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
C. Hàm số có ba điểm cực trị. D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Câu 7. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức có phần thực là

- A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. 3. D. 1.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$	
y			0				$+\infty$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow$
 $-\infty \quad \quad \quad -1$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Khi đó $M + m$ bằng

- A. 6.
- B. 0.
- C. $6 - 3\sqrt{2}$.
- D. $6 + 3\sqrt{2}$.

Câu 10. Tính $I = \int_1^2 2x \, dx$.

- A. $I = 2$.
- B. $I = 3$.
- C. $I = 1$.
- D. $I = 4$.

Câu 11. Cho hai số thực a, b khác 0 và hàm số $y = \ln(2018 + ax) + \ln(2018 + bx)$. Tính $P = ab$, biết $y'(1) = 1$.

- A. $P = 2018^2$.
- B. $P = 2018$.
- C. $P = 1$.
- D. $P = \frac{1}{2018}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc S lên mặt đáy trùng với trung điểm của cạnh BC , góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.
- B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.
- C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.
- D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 14. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $4a$.
- B. a .
- C. $3a$.
- D. $2a$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, đường thẳng SA vuông góc mặt phẳng ABC và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.
- B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.
- D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) \, dx = 2$; $\int_1^3 f(x) \, dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x) \, dx$.

- A. $I = 12$.
- B. $I = 4$.
- C. $I = 36$.
- D. $I = 8$.

Câu 17. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
- B. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.
- C. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
- D. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

- A. 10π .
- B. 25π .
- C. $2\sqrt{5}\pi$.
- D. 5π .

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7)$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

- A. $|z| = 3$.
- B. $|z| = \sqrt{3}$.
- C. $|z| = \sqrt{5}$.
- D. $|z| = 5$.

Câu 20. Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình $(1 + 2i)z - 8 - i = 0$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$.
- B. $S = -5$.
- C. $S = -1$.
- D. $S = 5$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{2}{3}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{2}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Kí hiệu h_1, h_2, h_3 lần lượt là khoảng cách từ M, N, P đến mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $h_1 < h_2 < h_3$. B. $h_1 < h_3 < h_2$. C. $h_1 > h_2 > h_3$. D. $h_1 > h_3 > h_2$.

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là

- A. $\Omega = \{SN, NS\}$. B. $\Omega = \{S, N\}$.
C. $\Omega = \{SS, SN, NN\}$. D. $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$.

Câu 24. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Hãy mô tả biến cố A : “Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm”.

- A. $A = \{(5; 5)\}$. B. $A = \{(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 6)\}$.
C. $A = \{(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6)\}$. D. $A = \{5\}$.

Câu 25. Dãy số nào trong các dãy số sau là cấp số nhân?

- A. $4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. B. $2; 4; 8; 16; 32; 63$. C. $1; 3; 9; 27; 54; 162$. D. $1; -2; 4; -8; 16; -32$.

Câu 26. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 30]$ để phương trình $x^4 - 6x^3 + mx^2 - 12x + 4 = 0$ có nghiệm.

- A. 15. B. 16. C. 17. D. 14.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 1} + x^2}{x(x-1)}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không tồn tại m . B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$?

- A. 8. B. 7. C. 4. D. 6.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$ Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

- A. $x > 0$. B. $x \in \mathbb{R}$. C. $x > 1$. D. $x \neq 1$.

Câu 30. Đặt $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}}, b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2 (3^{x-1}+1)}$. Giả sử $S = (a+b)^7 = \sum_{i=0}^7 C_7^i a^{7-i} b^i$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để số hạng thứ 6 trong khai triển bằng 84 là

- A. $x = 1$ hoặc $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$ hoặc $x = 4$. D. $x = 4$.

Câu 31. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên dương k thỏa mãn $\int_1^2 e^{kx} dx < \frac{2018 \cdot e^k - 2018}{k}$. Số phần tử của tập hợp S bằng

- A. 7. B. 6. C. Vô số. D. 8.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. 15. B. 20. C. 10. D. 5.

Câu 35. Biết rằng $\int_1^e x \ln x \, dx = ae^2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = a + b$.

- A. $T = 0$. B. $T = 10$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) \, dx$. B. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) \, dx$. C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) \, dx$. D. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 0)$. Giả sử B và C là các điểm thay đổi nằm trên các trục Ox và Oz . Gọi M là trung điểm của AC . Biết rằng khi B và C thay đổi nhưng nằm trên các trục Ox và Oz thì hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng AB luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $R = \frac{1}{4}$. C. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{1}{2}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Biết $b, c > 0$, $(ABC) \perp (P)$ và $d(O; (ABC)) = \frac{1}{3}$. Tính $T = b + c$.

- A. $T = \frac{5}{2}$. B. $T = 1$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = 2$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 7)$, $B(2; 5; -3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số nào?

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 41. Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2 000 cốc, còn từ mức giá 20 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất?

- A. 25 000 đồng. B. 29 000 đồng. C. 22 000 đồng. D. 31 000 đồng.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 7. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	+	+	-	-	
y	-1	$+\infty$	4	$+\infty$	-1

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 44. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho hai phương trình $2x^2 + 1 = 3^m$ và $m = 3^x - 2x^2 + x - 1$ có nghiệm chung là x_0 . Tính tổng các phần tử của S .

- A. 3. B. 1. C. 6. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

- A. $\frac{1}{8}V$. B. $\frac{1}{6}V$. C. $\frac{5}{48}V$. D. $\frac{7}{48}V$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 1$. Biết $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

- A. $1 < m < e$. B. $m > e$. C. $0 < m < e$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành. Biết rằng $S_1 = S_2$. Giá trị của m bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. $\frac{5}{4}$. D. 1.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 1; 0), B(-2; 0; 1), C(0; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 4 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $Q = a + b + 6c$.

- A. $Q = 2$. B. $Q = -2$. C. $Q = 1$. D. $Q = 0$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 4 = 0$ và các điểm $A(2; 1; 2), B(3; -2; 2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (P) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M thuộc một đường tròn (C) cố định. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C) .

- A. $\left(\frac{10}{3}; -3; \frac{14}{3}\right)$. B. $\left(\frac{74}{27}; -\frac{97}{27}; \frac{62}{27}\right)$. C. $\left(\frac{17}{21}; -\frac{71}{21}; \frac{17}{21}\right)$. D. $\left(\frac{32}{9}; -\frac{49}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

Câu 50. Tìm phần ảo của số phức z biết z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo.

- A. $\frac{5}{12}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{3}{17}$.

----- HẾT -----

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5	
		1			$-\infty$

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$.
C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 2. [Đề tham khảo 2019] Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $6a^3$. B. $8a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 4. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = a$. B. $R = 2a\sqrt{3}$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

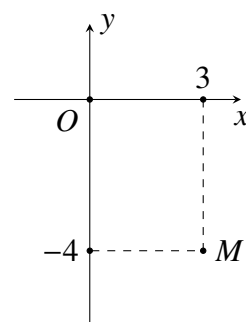
Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. Không tồn tại m . B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 7.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z .

- A. $z = -4 + 3i$. B. $z = 3 + 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = -3 + 4i$.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -2018(x - 1)(x + 2)^5(x - 3)^4$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 1$. Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a < b$, tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

- A. $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. B. $f(b)$. C. $f(a)$. D. $f(\sqrt{ab})$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 4$, $b^{\log_4 6} = 16$, $c^{\log_7 3} = 49$. Tính giá trị $T = a^{\log_2 5} + b^{\log_4 6} + 3c^{\log_7 3}$.

- A. $T = 3 - 2\sqrt{3}$. B. $T = 88$. C. $T = 5 + 2\sqrt{3}$. D. $T = 126$.

Câu 11. Hởi trong mặt phẳng Oxy , khi xuất phát từ điểm $A(0; 4)$ đi đến điểm $B(3; 4)$ ta gặp đồ thị nào đầu tiên trong các đồ thị của hàm số $y = 2^x$, $y = \pi^x$, $y = e^x$, $y = 3^x$?

- A. $y = \pi^x$. B. $y = e^x$. C. $y = 2^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $3a^3$. B. $\sqrt{6}a^3$. C. $3\sqrt{2}a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 13. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V .

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{5}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Câu 14. Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Thể tích khối nón (N) bằng

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, đường thẳng SA vuông góc mặt phẳng ABC và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 16. Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

- A. -3 . B. 3 . C. 5 . D. -9 .

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

- A. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$. B. $M(2; 3; 4)$. C. $M\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$. D. $M\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; -1; 3)$. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua các điểm lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ.

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$.

Câu 19. Mô đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

- A. $|z| = 10$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 6$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 20. Tính tổng $S = 1 + i^3 + i^6 + \dots + i^{2016}$.

- A. $S = i$. B. $S = -1$. C. $S = -i$. D. $S = 1$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB = a$, tất cả các cạnh còn lại bằng b . Tính khoảng cách h từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $h = \frac{a}{b}\sqrt{a^2 + b^2}$. B. $h = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 + b^2}$. C. $h = \frac{a}{b}\sqrt{a^2 + b^2}$. D. $h = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Câu 23. Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A. $\{NNN, SSS, SSN, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.
 B. $\{NN, NS, SN, SS\}$.
 C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
 D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

Câu 24. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính số phần tử của biến cố: “Tổng số chấm của hai lần gieo không quá 5”.

- A. 8. B. 11. C. 9. D. 10.

Câu 25. Dãy số (u_n) là cấp số nhân có 10 số hạng. Biết số hạng đầu $u_1 = 7$ và công bội $q = -3$. Tính số hạng cuối của cấp số nhân.

- A. $u_{10} = -19683$. B. $u_{10} = 137781$. C. $u_{10} = -137781$. D. $u_{10} = 59049$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) dx$. B. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

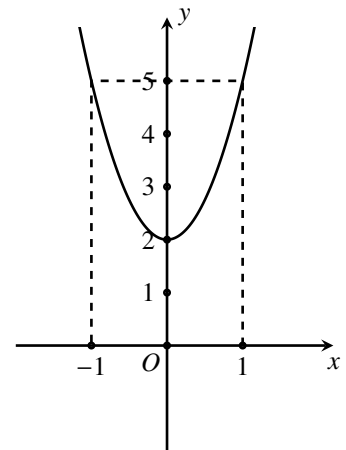
Câu 27. Cho đồ thị $(C) : y = \frac{3x+4}{x+1}$. Gọi M là một điểm thuộc (C) và d là tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) . Giá trị nhỏ nhất của d có thể đạt được bằng

- A. 1. B. 2. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 28.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (C) với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Biết đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $f(3) - f(1)$.

- A. 26. B. 24.
C. 30. D. 28.



Câu 29. Giả sử cứ sau một năm diện tích đất nông nghiệp của nước ta giảm a phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 10 năm nữa diện tích đất nông nghiệp của nước ta bằng bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

- A. $1 - \frac{a}{100}$. B. $\left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}$. C. $1 - \left(\frac{a}{100}\right)^{10}$. D. $(1 - a)^{10}$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2 \left(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}\right)$ và $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ bằng

- A. $n = 192$. B. $n = 191$. C. $n = 179$. D. $n = 177$.

Câu 31. Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(\sqrt{3x+1} + 6 \right) - 1 \geq \log_2 \left(7 - \sqrt{10-x} \right)$.

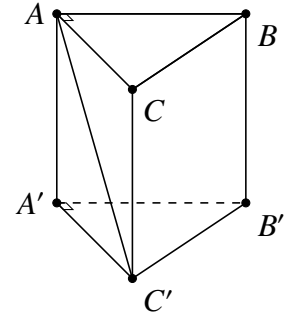
- A. $x \leq 1$. B. $x \leq \frac{369}{49}$. C. $1 \leq x \leq \frac{369}{49}$. D. $x \geq \frac{369}{49}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (-1; 2; 0)$. C. $\vec{n} = (2; 1; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Câu 33.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng



- A. $3\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $24\pi a^2$.

Câu 34. Cho $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = 0$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Câu 35. Cho $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó giá trị của a là

- A. $\frac{26}{27}$. B. $-\frac{26}{27}$. C. $-\frac{25}{27}$. D. $-\frac{27}{26}$.

Câu 36. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 10π . B. 8π . C. 12π . D. 6π .

Câu 37. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2)$, $B(-5; 6; 4)$, $C(0; 1; -2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{2}{3\sqrt{74}}$. B. $\frac{3}{2\sqrt{74}}$. C. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

Câu 38. Cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ đi qua hai điểm $B(1; 0; 2)$, $C(5; 2; 6)$ và cách $A(2; 5; 3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{a}{b + c + d}$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. -2 . D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t \\ z = t \end{cases}$ song song với mặt phẳng

$(P): x + 2y + z + 2 = 0$. Tính khoảng cách $d = d[\Delta, (P)]$ từ đường thẳng Δ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $d = \frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $d = 0$. D. $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Nếu $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $(a, b \in \mathbb{R})$ thì $a + b$ bằng

- A. 1. B. -2. C. -1. D. 2.

Câu 41. Tìm giá trị nhỏ nhất của A sao cho với mỗi tam thức bậc hai $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$ nghiệm đúng bất đẳng thức $f'(0) \leq A$.

- A. 8. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 - 3x + b$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu cặp (a, b) nguyên dương để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

- A. 1. B. vô số. C. 0. D. 4.

Câu 43. Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

- A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Câu 44. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. B. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$. D. $3 \leq m \leq 4$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = 2\sqrt{3}$, các cạnh còn lại bằng x . Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

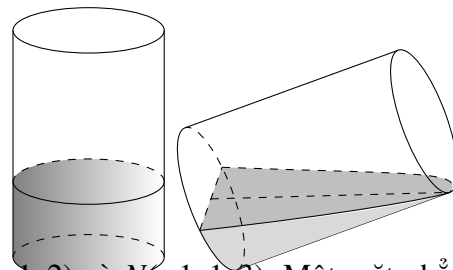
- A. $x = \sqrt{5}$. B. $x = 2\sqrt{2}$. C. $x = \sqrt{3}$. D. $x = 3$.

Câu 46. Giả sử hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, $y = f(x)$ có đạo hàm, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{2}{3}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1)f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $2616 < f^2(8) < 2617$. B. $2618 < f^2(8) < 2619$. C. $2613 < f^2(8) < 2614$. D. $2614 < f^2(8) < 2615$.

Câu 47. Bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.

- A. $15\pi \text{ cm}^3$. B. 70 cm^3 . C. 60 cm^3 . D. $45\pi \text{ cm}^3$.



Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng P đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (1; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (1; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 2; -3)$, $N(-4; 2; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , nhận $\vec{u} = (a; b; c)$ làm véc-tơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + z = 0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|, |b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau, khi đó $|a| + |b| + |c|$ bằng

- A. 13. B. 15. C. 16. D. 14.

Câu 50. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $|z| < 1$. B. $|z| > 4$. C. $3 < |z| < 4$. D. $1 < |z| < 3$.

----- HẾT -----

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên khoảng?

- A. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$. C. $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích tứ diện $OABC$ là

- A. $V = \frac{abc}{4}$. B. $V = \frac{abc}{3}$. C. $V = \frac{abc}{6}$. D. $V = \frac{abc}{12}$.

Câu 3. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Câu 4. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = \pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 5. Tính $I = \int_1^2 2x dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 3; 2)$, $B(-1; -2; 1)$ và $C(-2; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $x - 4y - 2z - 4 = 0$. B. $x + 4y - 2z - 4 = 0$. C. $x - 4y + 2z + 4 = 0$. D. $x - 4y - 2z + 4 = 0$.

Câu 7. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $z = \sqrt{3} + 2i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = 2i$. D. $z = -2$.

Câu 8. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2D1B2-1] Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$.

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 1 - x$. C. $y = 2x + 2$. D. $y = x + 1$.

Câu 9. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. 20. B. $\frac{65}{3}$. C. $\frac{52}{3}$. D. 6.

Câu 10. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$. B. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$.
C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b$. D. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.

Câu 11. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.
B. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(0; 0; 3)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích V của hình lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

- A. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$. B. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$. C. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$. D. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

Câu 15. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi \text{ cm}^2$ thì nó có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. 4 cm. B. 3 cm. C. 5 cm. D. $\sqrt{5}$ cm.

Câu 16. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{61}{3}$. B. $\frac{61}{9}$. C. 4. D. 61.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 3)$, $N(2; -3; 1)$, $P(3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(4; -4; 0)$. B. $Q(2; 6; 4)$. C. $Q(2; -6; 4)$. D. $Q(-4; -4; 0)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 4)$ và $B(5; -1; 0)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

- A. $x + y + z - 8 = 0$. B. $x - y - z - 6 = 0$. C. $x - y - z = 0$. D. $x - y - z + 6 = 0$.

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ với $(a, b \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $z \cdot \bar{z}$ là số thực. B. z^2 là số thực. C. $\bar{z} = a - bi$. D. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 20. Tính mô-đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{25}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách d giữa các đường thẳng SD và AB .

- A. $d = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$. B. $d = 2a$. C. $d = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$. D. $d = 4a$.

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là

- A. $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$. B. $\Omega = \{SN, NS\}$.
C. $\Omega = \{SS, SN, NN\}$. D. $\Omega = \{S, N\}$.

Câu 24. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc như nhau?

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{12}{36}$.

Câu 25. Dãy số nào trong các dãy số sau là cấp số nhân?

- A. 1; -2; 4; -8; 16; -32. B. $4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. C. 2; 4; 8; 16; 32; 63. D. 1; 3; 9; 27; 54; 162.

Câu 26. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là

- A. $m = -1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. B. $m = 1; m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $m = -1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

D. $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 27. Cho số thực a và hàm số $y = \sqrt{ax^2 + 2018x + 2019} - \sqrt{ax^2 + 2017x + 2018}$. Số tiệm cận nhiều nhất nếu có của đồ thị hàm số trên là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 28.

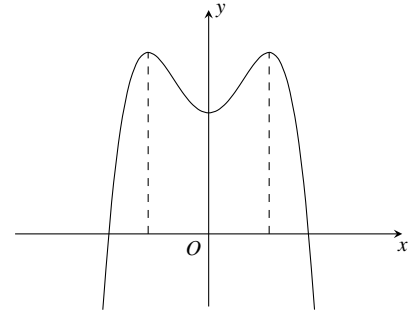
Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Câu 29. Cho hàm số $y = e^{-2x} \cdot \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' + 4y'' + 5y = 0$.

B. $y' - 4y'' + 5y = 0$.

C. $y'' + 4y' + 5y = 0$.

D. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

Câu 30. Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm khi

A. $m > \frac{1}{2}$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \leq 1$.

Câu 31. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $-2 + \log_5 156$.

B. $2 + \log_5 156$.

C. $-1 + \log_5 156$.

D. $-2 + \log_5 26$.

Câu 32.

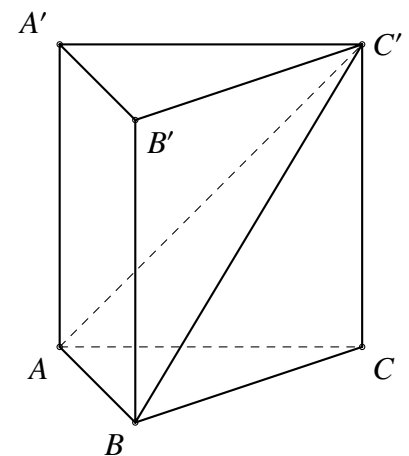
Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{9a^3 \sqrt{15}}{20}$.

B. $\frac{9a^3 \sqrt{15}}{10}$.

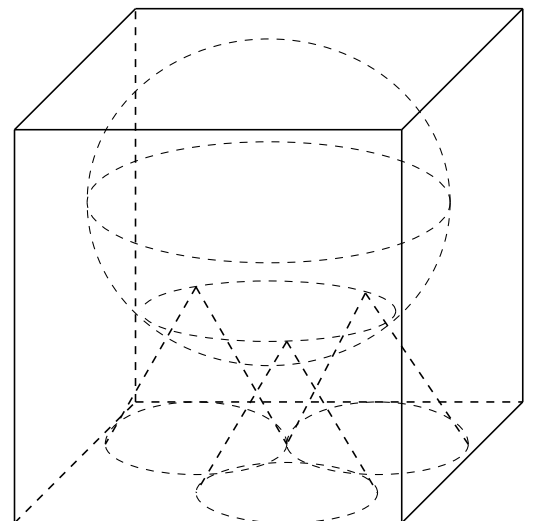
C. $\frac{3a^3 \sqrt{15}}{20}$.

D. $\frac{3a^3 \sqrt{15}}{10}$.



Câu 33.

Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3} \text{ cm}^3$. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



A. $1106,2 \text{ cm}^3$.

B. $1174,2 \text{ cm}^3$.

C. $885,2 \text{ cm}^3$.

D. $1209,2 \text{ cm}^3$.

Câu 34. Cho $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = -2$. D. $S = 0$.

Câu 35. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 46$. B. $P = 48$. C. $P = 42$. D. $P = 44$.

Câu 36. Cho một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng là 2 m, chiều dài gấp ba chiều rộng. Người ta chia mảnh vườn bằng cách dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai mút của cạnh dài đối diện. Tính tỉ số k diện tích phần mảnh vườn nằm ở miền trong hai parabol với diện tích phần đất còn lại?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2 + 3\sqrt{2}}{7}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4), B(1; -3; 1), C(2; 2; 3)$. Tìm đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy)

- A. $l = 2\sqrt{41}$. B. $l = 2\sqrt{13}$. C. $l = 2\sqrt{11}$. D. $l = 2\sqrt{26}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-1; 2; 4)$ và $I(-1; -3; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ điểm I đến (P) là nhỏ nhất.

- A. $(P) : 7x + 59y + 78z + 423 = 0$. B. $(P) : 16x + 6y - 15z + 64 = 0$.
C. $(P) : 16x + 6y - 15z - 64 = 0$. D. $(P) : 7x + 59y + 78z - 423 = 0$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình tham số của phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 .

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - 3t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 40. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = [(i - z_1)(i - z_2)]^{2018}$.

- A. -2^{1009} . B. 2^{1009} . C. -2^{2018} . D. 2^{2018} .

Câu 41. Tìm tất cả những giá trị của m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi x thuộc tập xác định $\sqrt[4]{2x} + \sqrt{2x} + 2\sqrt[4]{6-x} + 2\sqrt{6-x} > m$.

- A. $m < \sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$. B. $m < 2\sqrt[4]{6} + 2\sqrt{6}$. C. $m < 6 + 3\sqrt{2}$. D. $m > \sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2; 4), B(3; 9), C(4; 16)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D, E, F (D khác A và B ; E khác A và C ; F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D, E, F bằng 24. Tính $f(0)$.

- A. -2 . B. 2 . C. $\frac{24}{5}$. D. 0 .

Câu 43. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% trên một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 21 năm. B. 20 năm. C. 19 năm. D. 18 năm.

Câu 44. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$. B. $3 \leq m \leq 4$. C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$. D. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

Câu 45. Tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B , $BC = 4$, $AC = 4$, $AC \perp (BCD)$. M, N là các điểm lần lượt di động trên các tia BC, BD sao cho $\frac{BC}{BM} + \frac{BD}{BN} = 4$. Đặt d là khoảng cách từ C đến (AMN) . Tính giá trị lớn nhất của d .

- A. $\frac{4\sqrt{65}}{13}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{65}}{10}$.

Câu 46. Biết $\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{1 - x \tan x}{x^2 \cos x + x} dx = \ln \frac{\pi - a}{\pi - b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $P = a + b$.

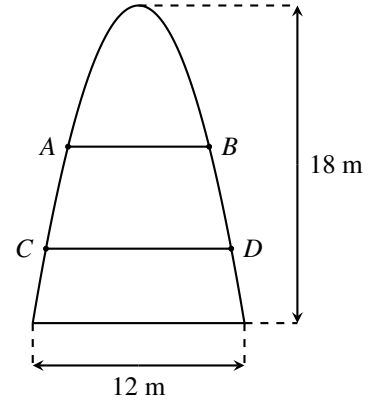
- A. $P = 4$. B. $P = -2$. C. $P = 2$. D. $P = -4$.

Câu 47.

Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên).

Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $\frac{3}{1 + 2\sqrt{2}}$.



Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4; 0; 0)$, $B\left(\frac{1}{4}; 0; 0\right)$, $C(1; 4; 0)$, $D(4; 4; 0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1) , N là điểm thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 6BC$ là

- A. $\frac{5\sqrt{265}}{2}$. B. $3\sqrt{265}$. C. $2\sqrt{265}$. D. $\frac{7\sqrt{265}}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$, $N(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P) , các điểm H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên Δ . Biết rằng khi $MH = NK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của d là

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=13+2t \\ z=-4+t \end{cases}$.

Câu 50. Tìm phần ảo của số phức z biết z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z-i}{\bar{z}+i}$ là số thuần ảo.

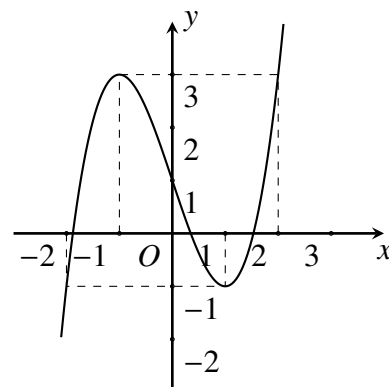
- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{3}{17}$. D. $-\frac{3}{2}$.

----- HẾT -----

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 1)$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^2\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 4. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

- A. $6\pi a^3$. B. $\frac{32\pi a^3}{3}$. C. $\frac{8\pi a^3}{3}$. D. $16\pi a^2$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(0; 0; 3)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$.

Câu 7. Cho số phức $z = a + bi$ khác 0, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

- A. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. B. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{b}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{a}{a^2 + b^2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến A .

- A. 4. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	2	0	$+\infty$

Câu 10. Cho $\log_2 5 = a$. Giá trị của $\log_8 25$ theo a bằng

- A. $3a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. D. $\frac{2}{3}a$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x$ với $x > 0$.

A. $y' = 2^x \left(\ln 2 + \frac{1}{x} \right)$.

B. $y' = 2^x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

D. $y' = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.

Câu 12. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 13. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 36. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) (trong đó (H_1) là đa diện có chứa đỉnh A). Tính thể tích của khối đa diện (H_1) .

A. 15.

B. 18.

C. 16.

D. 24.

Câu 14. Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

C. $V = 4\pi\sqrt{5}$.

D. $V = 4\pi$.

Câu 15. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 16. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. 12π .

B. 6π .

C. 10π .

D. 8π .

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm

A. $M(0; 2; 0)$.

B. $P(-1; 0; 1)$.

C. $N(-1; 2; 0)$.

D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 18. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M(3; 0; -1)$ và vuông góc với 2 mặt phẳng $x + 2y - z + 1 = 0$ và $2x - y + z - 2 = 0$ là

A. $x - 3y - 5z - 8 = 0$.

B. $x - 3y + 5z + 2 = 0$.

C. $x + 3y + 5z + 2 = 0$.

D. $x + 3y - 5z - 8 = 0$.

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(z + 1 + i)(\bar{z} - i) + 3i = 9$ và $|\bar{z}| > 2$. Tính $P = a + b$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -3.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1 + i)z_1 + 2z_2|$.

A. $T = 3$.

B. $T = 18$.

C. $T = 3\sqrt{2}$.

D. $T = 0$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc 60° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và SC .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d = \frac{a}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $4a, SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách h từ trọng tâm G của $\triangle ABC$ đến mặt phẳng (SBC) .

A. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = a\sqrt{3}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{9}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 23. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ?

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Câu 24. Bạn Nam muốn gọi điện cho cô chủ nhiệm nhưng quên mất hai chữ số cuối của số điện thoại, bạn chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Vì có chuyện gấp nên bạn bấm ngẫu nhiên hai chữ số bất kì trong các số từ 0 đến 9. Tính xác suất để bạn gọi đúng số của cô trong lần gọi đầu tiên.

- A. $\frac{1}{98}$. B. $\frac{1}{90}$. C. $\frac{1}{45}$. D. $\frac{1}{49}$.

Câu 25. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = 2$. B. $q = -\frac{1}{2}$. C. $q = -2$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Một xưởng sản xuất những thùng hình hộp chữ nhật bằng nhôm không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích khối hộp bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

- A. 26 dm. B. 10 dm. C. $\frac{26}{3}$ dm. D. $\frac{19}{2}$ dm.

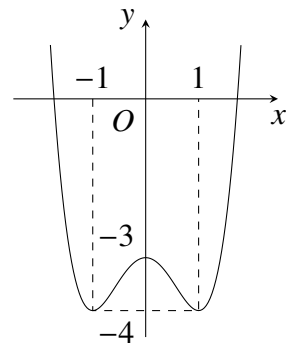
Câu 27. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 28.

Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. $a = 1, b = -3, c = 3$. B. $a = 1, b = 3, c = -3$.
C. $a = -\frac{1}{4}, b = 3, c = -3$. D. $a = 1, b = -2, c = -3$.



Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y = \frac{2}{3}e^{3x} - me^x + 4x - 2018$.

- A. $m \geq 6$. B. $m \leq 6$. C. $m \leq -5$. D. $m \geq -6$.

Câu 30. Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = \frac{1}{8}$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 31. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x+1| - x - 2)(1 - 5x^2)}{5x^2 - 5} \geq 0$.

0. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- A. -24. B. -12. C. 3. D. 6.

Câu 32. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = 2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x . Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

- A. $x = 3\sqrt{2}$. B. $x = \sqrt{6}$. C. $x = 2\sqrt{2}$. D. $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = 3, CD = 4, \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $32\sqrt{3}\pi$. B. $\frac{28\sqrt{7}\pi}{3}$. C. $\frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$. D. $\frac{127\sqrt{127}\pi}{6}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

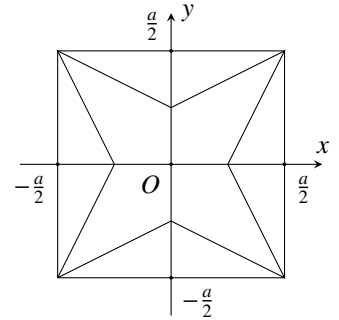
- A. $x - 2y + 3z + 3 = 0$. B. $3x + 2y + z - 8 = 0$. C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. D. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 35. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 3)^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $\log_2 [3F(1) - 2F(2)]$ bằng

A. -4. B. 10. C. 4. D. 2.

Câu 36.

Bên trong hình vuông cạnh a , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox .



A. $V = \frac{7\pi a^3}{24}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{24}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{48}$. D. $V = \frac{5\pi a^3}{96}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$, (C không trùng với O). Biết $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 9. B. 5. C. 4. D. 16.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$.

Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{7}{2}$. C. 7. D. 14.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm của cạnh MN . Tính độ dài đoạn MN .

A. $MN = 4\sqrt{33}$. B. $MN = 2\sqrt{26,5}$. C. $MN = 2\sqrt{33}$. D. $MN = 4\sqrt{16,5}$.

Câu 40. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = [(i - z_1)(i - z_2)]^{2018}$.

A. 2^{1009} . B. -2^{2018} . C. -2^{1009} . D. 2^{2018} .

Câu 41. Tập hợp nào sau đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3?

A. $(-6; -3) \cup (0; 2)$. B. $(-5; -2) \cup (0; 3)$. C. $(-4; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến của với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m - 2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

A. 9. B. 4. C. 10. D. 0.

Câu 43. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị

lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 44. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 1]$.

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$; $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 46. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x) dx = 10$. Tính $I = \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2^x + 1} dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 10$.

C. $I = \frac{10}{3}$.

D. $I = 20$.

Câu 47.

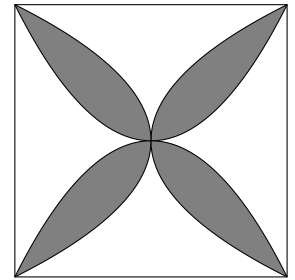
Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

A. 250 cm^2 .

B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. 800 cm^2 .

D. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.



Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm $M(1; -1; 1)$, $N(0; -1; 0)$ và cắt hình cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 5$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích $S = \pi$.

A. $2x + y - 2z + 1 = 0$, $3x + y - 3z + 1 = 0$.

B. $3x + y - 2z + 1 = 0$, $3x - y - 3z - 1 = 0$.

C. $2x + y - 2z + 1 = 0$, $2x - y - 2z - 1 = 0$.

D. $3x - y - 3z - 1 = 0$, $2x - y - 2z - 1 = 0$.

Câu 50. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z| > 4$.

B. $3 < |z| < 4$.

C. $|z| < 1$.

D. $1 < |z| < 3$.

----- HẾT -----

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$\frac{5}{2}$			0	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = b$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{ab^2}{12}$. B. $\frac{a^2b}{12}$. C. $\frac{a^2b}{4}$. D. $\frac{a^2b}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(1; 0; 0)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 5. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{3x+1} = a \ln 7 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó tổng $a + b$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 1 . C. $\frac{1}{3}$. D. -1 .

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 10 = 0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P) ?

- A. $(2; 1; 2)$. B. $(2; 2; 0)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(2; -2; 0)$.

Câu 7. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 5i$. Khi đó phần ảo của số phức z là

- A. -3 . B. 3 . C. -5 . D. 5 .

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B . Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

- A. $(-1; -3)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; -2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 9. Tìm M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$.

- A. $M = 40, m = -8$. B. $M = 40, m = -15$. C. $M = 15, m = -41$. D. $M = 40, m = -41$.

Câu 10. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

- A. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$. B. $P = 3 + a - \sqrt{b}$. C. $P = 3 + a - 2b$. D. $P = \frac{3a}{2b}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \log_3(2x + 1)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Khoảng đồng biến của hàm số là $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. Khoảng đồng biến của hàm số là $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 12. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V (đvtt) của khối chóp $S.ACD$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 14. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R . Tính thể tích của khối trụ.

- A. $\pi a R^2$. B. $a R^2$. C. $\frac{1}{3} \pi a R^2$. D. $2 \pi a R^2$.

Câu 15. Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{a \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 16. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{\pi}{4}$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.

Câu 17. Cho điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y - z - 1 = 0$. B. $x - y - z + 1 = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 19. Giả sử M là một điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z . Quỹ tích các điểm M thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + i| = 2$ là

- A. đường tròn tâm $I(-1; -1)$ và bán kính $R = 2$. B. đường tròn tâm $I(-1; 1)$ và bán kính $R = 2$.
C. đường tròn tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 2$. D. đường tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 20. [2D4B3-2] Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{2 - 9i}{1 + 6i}$.

- A. $\frac{52}{37}$. B. $-\frac{21}{37}$. C. $\frac{21}{37}$. D. $-\frac{52}{37}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$. B. $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$.
C. $d(SB, CD) = AD$. D. $d(SC, AD) = AB$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $4a$, $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách h từ trọng tâm G của $\triangle ABC$ đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = \frac{a \sqrt{3}}{3}$. B. $h = \frac{2a \sqrt{3}}{9}$. C. $h = a \sqrt{3}$. D. $h = \frac{2a \sqrt{3}}{3}$.

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là

- A. $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$. B. $\Omega = \{S, N\}$.
C. $\Omega = \{SS, SN, NN\}$. D. $\Omega = \{SN, NS\}$.

Câu 24. Có một hộp đựng 12 thẻ ghi số từ 1 đến 12. Xét phép thử: "Rút ngẫu nhiên một thẻ rồi rút tiếp một thẻ nữa". Tính số phần tử của không gian mẫu.

- A. 144. B. 23. C. 132. D. 66.

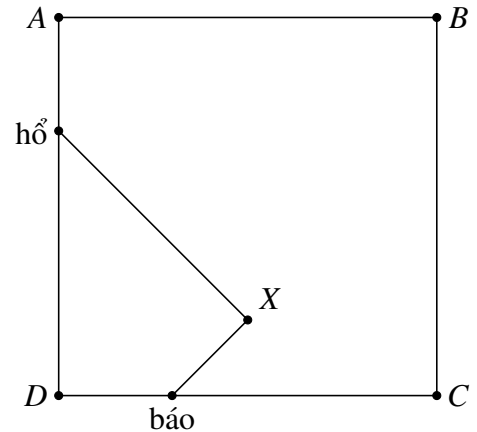
Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Số 13122 là giá trị của số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân này?

- A. Số hạng thứ 10. B. Số hạng thứ 9. C. Số hạng thứ 11. D. Số hạng thứ 8.

Câu 26.

Một sân khấu của rạp xiếc hình vuông có kích thước 10 m, người huấn luyện đứng ở X cách CD 2 m và cách AD 5 m như hình bên. Một con hổ đang chơi trò đuổi bắt một con báo, hổ xuất phát từ A chạy về D và báo xuất phát từ D chạy đến C . Do được huấn luyện kỹ nên trong suốt quá trình di chuyển, tổng khoảng cách từ D đến hai con vật không đổi. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất từ người huấn luyện đến hổ và báo là bao nhiêu?

- A. $\sqrt{58}$ m. B. 10 m. C. 7 m. D. 4,725 m.



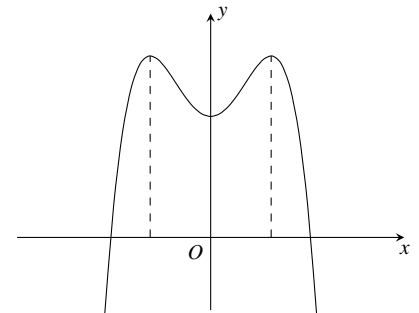
Câu 27. Cho số thực a và hàm số $y = \sqrt{ax^2 + 2018x + 2019} - \sqrt{ax^2 + 2017x + 2018}$. Số tiệm cận nhiều nhất nếu có của đồ thị hàm số trên là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 28.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.



Câu 29. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$ khi

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m > 0$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 2018e^x + x^2 - 2019x - 1$. Hỏi phương trình $|f(x) - 2018| = m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 31. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

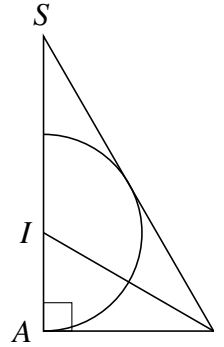
- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 32. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.

- A. $d = a\sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $d = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. D. $d = a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 33.

Cho tam giác SAB vuông tại A , $\widehat{ABS} = 60^\circ$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I . Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho $\triangle SAB$ và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối tròn xoay có thể tích tương ứng V_1, V_2 . Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $4V_1 = 9V_2$.
B. $V_1 = 3V_2$.
C. $9V_1 = 4V_2$.
D. $2V_1 = 3V_2$.

Câu 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0) = 2$. Hãy tính $F(-1)$.

- A. $\frac{15}{e} - 4$.
B. $\frac{10}{e}$.
C. $4 - \frac{10}{e}$.
D. $6 - \frac{15}{e}$.

Câu 35. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 12$, tính giá trị của tích phân $I = \int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. $I = 10$.
B. $I = 24$.
C. $I = 14$.
D. $I = 6$.

Câu 36. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \pi$ bằng

- A. 2.
B. 4.
C. 3.
D. 1.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

- A. 2.
B. 4.
C. 1.
D. 3.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -1$.
B. $m = -4$.
C. $m = -2$.
D. $m = -3$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm của cạnh MN . Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 2\sqrt{33}$.
B. $MN = 4\sqrt{33}$.
C. $MN = 4\sqrt{16,5}$.
D. $MN = 2\sqrt{26,5}$.

Câu 40. Gọi z_1, z_2, z_3 lần lượt là ba nghiệm phức của phương trình $2x^3 - 3x - 2 = 0$. Tính $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3$.

- A. -1.
B. 3.
C. $-\frac{3}{2}$.
D. 1.

Câu 41. Lúc 10 giờ sáng trên sa mạc, một nhà địa chất đang ở tại vị trí A , anh ta muốn đến vị trí B (bằng ô tô) trước 12 giờ trưa, với $AB = 70$ km. Nhưng trong sa mạc thì xe chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30 km/h. Cách vị trí A 10 km có một con đường nhựa chạy song song với đường thẳng nối từ A đến B . Trên đường nhựa thì xe có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h. Tìm thời gian ít nhất để nhà địa chất đến vị trí B .

- A. 1 giờ 56 phút.
B. 1 giờ 58 phút.
C. 1 giờ 54 phút.
D. 1 giờ 52 phút.

Câu 42. Với mỗi số thực $m \in (-1; 1)$, kí hiệu S_m là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x|$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất S của S_m thỏa

- A. $\frac{2}{3} < S \leq \frac{4}{3}$.
B. $S > 2$.
C. $0 < S \leq \frac{2}{3}$.
D. $\frac{4}{3} < S \leq 2$.

Câu 43. Bạn Châu nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6,8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

- A. 8.
B. 7.
C. 5.
D. 6.

Câu 44. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $4^a - 2^{a+1} + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b$.

- A. $\pi - 1$. B. $\frac{\pi}{2} - 1$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $3\pi - 1$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. a^3 . B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 46. Tính tổng $T = \frac{C_{2018}^0}{3} - \frac{C_{2018}^1}{4} + \frac{C_{2018}^2}{5} - \frac{C_{2018}^3}{6} + \dots - \frac{C_{2018}^{2017}}{2020} + \frac{C_{2018}^{2018}}{2021}$.

- A. $\frac{1}{4121202992}$. B. $\frac{1}{4121202989}$. C. $\frac{1}{4121202991}$. D. $\frac{1}{4121202990}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ (với m là tham số khác 0) có đồ thị là (C) . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của m thỏa mãn $S = 1$?

- A. Ba. B. Một. C. Hai. D. Không.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): (m - 1)x + y + mz - 1 = 0$ với m là tham số. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

- A. $-2 < m < 2$. B. $2 < m < 6$. C. $-6 < m < -2$. D. Không có m .

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 6; -2)$, $B(5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên mặt phẳng (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoàng độ của tâm đường tròn (ω) bằng

- A. 2. B. $\frac{9}{2}$. C. 10. D. -4.

Câu 50. Tìm phần ảo của số phức z biết z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo.

- A. $-\frac{3}{17}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

----- HẾT -----

Câu 1. Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 8x^2$.

- A. $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$. B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$. D. $(-2; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 2. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) dx$. B. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Câu 5. Tính $I = \int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = \frac{1}{8}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$. C. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$. D. $\vec{n}_3 = (-1; 3; -1)$.

Câu 7. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 . B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Nếu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [a; b]$.
B. Nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
C. Nếu hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$ tại $x_0 = b$ thì $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$.
D. Nếu $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_0)$ thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 9. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2D1B3-1] Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{8}{1+2x} + x$ trên đoạn $[1; 2]$ lần lượt là

- A. $\frac{13}{3}; \frac{7}{2}$. B. $\frac{11}{3}; \frac{18}{5}$. C. $\frac{11}{3}; \frac{7}{2}$. D. $\frac{18}{5}; \frac{3}{2}$.

Câu 10. Với $\log 2 = a$, giá trị của $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ bằng

- A. $4a - 1$. B. $4a + 1$. C. $\frac{2a - 1}{3}$. D. $\frac{4a - 1}{3}$.

Câu 11. Một người gửi tiền vào ngân hàng theo hình thức lãi kép và lãi suất cố định, sau 5 năm thì số tiền gấp 1,37 lần số tiền ban đầu. Hỏi sau 15 năm, số tiền sẽ gấp mấy lần ban đầu (làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

- A. 4,11. B. 1,88. C. 2,57. D. 2,74.

Câu 12. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$. B. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. C. $\pi a^2(1 + \sqrt{3})$. D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 15. Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{96}$. B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{144}$. C. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{124}$. D. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$.

Câu 16. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2\sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{d} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\vec{AB} = \vec{d}$.

A. $(-7; -4; 4)$. B. $(-1; -8; 2)$. C. $(1; 8; -2)$. D. $(7; 4; -4)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$?

A. $2x + 3y + 4z - 5 = 0$. B. $5x + 3y + 2z - 13 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 2 = 0$. D. $3x + 5y + 6z - 19 = 0$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số z thỏa mãn $|(1+2i)z - 10| = |(2+i)\bar{z} + 5|$ là

A. hai đường thẳng cắt nhau. B. hai đường thẳng song song.
C. một đường thẳng. D. một đường tròn.

Câu 20. Cho số phức $z = mi$ với $m \neq 0$ là tham số thực. Tìm phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$.

A. $\frac{1}{m}$. B. $\frac{1}{m}$. C. $-\frac{1}{m}$. D. $-\frac{1}{m}i$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng 9. Các điểm M, N trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}, \frac{SN}{SA} = \frac{1}{2}$. Tính tổng khoảng cách từ M, N đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{21}{2}$. D. 6.

Câu 23. Gieo đồng tiền 2 lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần là

A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 24. Gieo một con súc sắc ba lần. Tính xác suất cả ba lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ?

A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{216}$. D. $\frac{3}{27}$.

Câu 25. Cho cấp số nhân 3, 15, 75, x , 1875. Tìm x .

A. $x = 375$. B. $x = 225$. C. $x = 125$. D. $x = 80$.

Câu 26. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

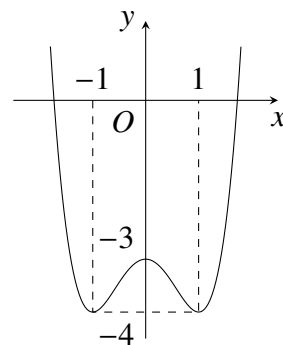
Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{9x^2 + 4}$ có tiệm cận ngang.

- A. $a = -3$.
- B. $a = \pm 3$.
- C. $a = -\frac{1}{3}$.
- D. $a = \pm \frac{1}{3}$.

Câu 28.

Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. $a = 1, b = 3, c = -3$.
- B. $a = 1, b = -2, c = -3$.
- C. $a = 1, b = -3, c = 3$.
- D. $a = -\frac{1}{4}, b = 3, c = -3$.



Câu 29. Tìm giá trị dương của k để $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2 + 1}}{x} = 9f'(2)$ với $f(x) = \ln(x^2 + 5)$.

- A. 5.
- B. 2.
- C. 12.
- D. 9.

Câu 30. Biết phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_3 x + 1 - m^2 = 0$, trong đó m là tham số, có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2$ và $x_1 + x_2 = 10$. Tính $x_2 - 3x_1$.

- A. 2.
- B. $\frac{10}{3}$.
- C. 4.
- D. 6.

Câu 31. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. $-1 + \log_5 156$.
- B. $2 + \log_5 156$.
- C. $-2 + \log_5 156$.
- D. $-2 + \log_5 26$.

Câu 32. Xét khối tứ diện $ABCD$, $AB = x$, các cạnh còn lại bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

- A. $x = \sqrt{14}$.
- B. $x = 3\sqrt{2}$.
- C. $x = \sqrt{6}$.
- D. $x = 2\sqrt{2}$.

Câu 33. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2H2K2-2] Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết rằng $AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $AC = BD = c$.

- A. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
- B. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$.
- C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
- D. $\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 34. Cho $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$.
- B. $S = 0$.
- C. $S = 2$.
- D. $S = -2$.

Câu 35. Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0; a]$ thỏa mãn $f(x)f(a - x) = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{1}{1 + f(x)} dx$.

A. $I = a$.

B. $I = \frac{a}{3}$.

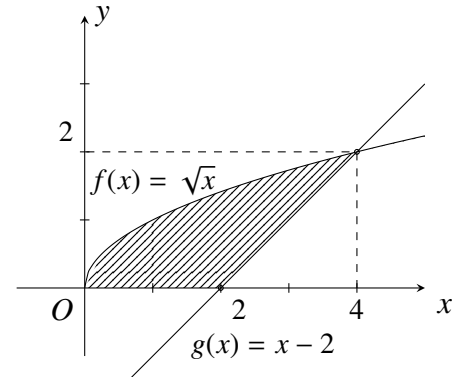
C. $I = \frac{2a}{3}$.

D. $I = \frac{a}{2}$.

Câu 36.

Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau.

- A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{11}{3}$.



Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(0; 1; -1)$. Hai điểm D , E thay đổi trên các đoạn OA , OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm I của đoạn DE có tọa độ là

- A. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$. B. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$. C. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$. D. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 0\right)$.

Câu 38. [Thi thử L5, Toán học tuổi trẻ, 2018][Phan Quốc Trí, dự án 12-EX6][2H3K2-7] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 81$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}.$$

- A. $2y - 2z - 1 = 0$. B. $2x - 2z + 1 = 0$. C. $2y - 2z + 1 = 0$. D. $2x - 2y + 1 = 0$.

Câu 40. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

- A. $T = 6$. B. $T = 2$. C. $T = 4$. D. $T = 8$.

Câu 41. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Người ta xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

- A. 74 triệu đồng. B. 77 triệu đồng. C. 76 triệu đồng. D. 75 triệu đồng.

Câu 42. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập S là

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 10.

Câu 43. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích Mm bằng

- A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$. B. $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$. C. $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$. D. $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$.

Câu 44. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$. B. $3 \leq m \leq 4$. C. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. D. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng V . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{27}{2}V$. B. $\frac{9}{4}V$. C. $\frac{27}{4}V$. D. $\frac{27}{8}V$.

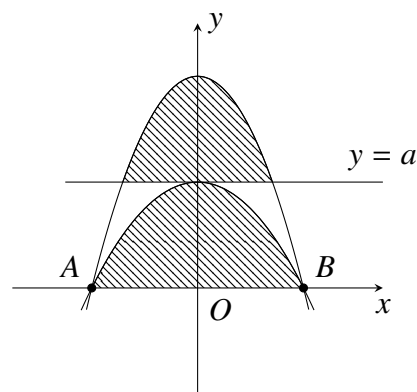
Câu 46. Biết $\int_0^\pi \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \frac{\pi^a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $P = 2a + b$.

- A. $P = 6$. B. $P = 8$. C. $P = 12$. D. $P = 10$.

Câu 47.

Cho parabol $(P_1) : y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d : y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d , S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 32$. B. $T = 64$. C. $T = 72$. D. $T = 99$.



Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

A. $B(0; 0; -2)$. B. $B(0; 0; 2)$. C. $B(0; 0; 1)$. D. $B(0; 0; -1)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. C. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. D. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$.

Câu 50. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z| < 1$. B. $|z| > 4$. C. $3 < |z| < 4$. D. $1 < |z| < 3$.

----- HẾT -----

ÔN TẬP TỐT NGHIỆP 2021-TOÁN 12

Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2TN01

1. D	2. D	3. A	4. A	5. A	6. B	7. C	8. C	9. B	10. A
11. A	12. C	13. D	14. A	15. A	16. C	17. C	18. A	19. A	20. A
21. B	22. B	23. D	24. C	25. B	26. D	27. D	28. A	29. C	30. D
31. A	32. A	33. B	34. C	35. B	36. B	37. B	38. C	39. A	40. C
41. D	42. B	43. B	44. B	45. C	46. A	47. C	48. D	49. D	50. C

Mã đề thi 2TN02

1. C	2. B	3. D	4. D	5. C	6. C	7. D	8. C	9. A	10. A
11. A	12. B	13. A	14. A	15. C	16. B	17. A	18. D	19. D	20. A
21. A	22. C	23. A	24. B	25. B	26. A	27. C	28. A	29. D	30. D
31. D	32. C	33. D	34. B	35. A	36. A	37. A	38. C	39. D	40. C
41. C	42. D	43. C	44. C	45. C	46. C	47. B	48. A	49. A	50. C

Mã đề thi 2TN03

1. C	2. B	3. B	4. D	5. A	6. A	7. A	8. D	9. D	10. C
11. B	12. B	13. D	14. A	15. C	16. A	17. D	18. A	19. C	20. C
21. C	22. B	23. B	24. D	25. D	26. D	27. B	28. D	29. D	30. C
31. C	32. B	33. D	34. B	35. D	36. B	37. B	38. C	39. D	40. D
41. D	42. D	43. D	44. D	45. D	46. C	47. D	48. B	49. D	50. C

Mã đề thi 2TN04

1. A	2. A	3. C	4. D	5. A	6. D	7. D	8. C	9. B	10. A
11. A	12. B	13. D	14. D	15. B	16. C	17. C	18. C	19. D	20. C
21. B	22. C	23. A	24. D	25. B	26. C	27. B	28. D	29. B	30. C
31. C	32. D	33. C	34. A	35. B	36. C	37. D	38. D	39. B	40. D
41. B	42. A	43. C	44. C	45. B	46. A	47. A	48. A	49. A	50. B

Mã đề thi 2TN05

1. B	2. D	3. B	4. B	5. B	6. C	7. B	8. C	9. C	10. B
11. A	12. C	13. C	14. D	15. A	16. D	17. C	18. D	19. C	20. C
21. A	22. C	23. D	24. C	25. D	26. D	27. A	28. A	29. C	30. A
31. A	32. B	33. C	34. B	35. C	36. D	37. A	38. B	39. C	40. B
41. B	42. A	43. B	44. A	45. C	46. C	47. C	48. B	49. B	50. C

Mã đề thi 2TN06

1. C	2. B	3. B	4. C	5. D	6. A	7. C	8. C	9. B	10. B
11. A	12. D	13. C	14. A	15. A	16. B	17. A	18. A	19. B	20. D
21. A	22. D	23. C	24. D	25. C	26. B	27. B	28. C	29. B	30. C
31. C	32. A	33. C	34. D	35. A	36. D	37. C	38. D	39. D	40. A
41. A	42. A	43. A	44. C	45. B	46. C	47. C	48. A	49. B	50. D

Mã đề thi 2TN07

1. A	2. C	3. C	4. D	5. B	6. C	7. C	8. D	9. A	10. D
11. C	12. C	13. C	14. A	15. C	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. D	22. A	23. A	24. B	25. A	26. D	27. B	28. D	29. C	30. D
31. A	32. A	33. D	34. B	35. B	36. D	37. D	38. B	39. B	40. A
41. B	42. C	43. C	44. C	45. A	46. A	47. C	48. A	49. C	50. B

Mã đề thi 2TN08

1. C	2. D	3. A	4. B	5. C	6. B	7. A	8. B	9. B	10. D
11. D	12. B	13. A	14. B	15. B	16. B	17. A	18. A	19. A	20. C
21. B	22. D	23. D	24. B	25. A	26. D	27. C	28. D	29. B	30. D
31. D	32. C	33. C	34. C	35. D	36. C	37. D	38. B	39. D	40. C
41. B	42. C	43. B	44. D	45. A	46. B	47. D	48. C	49. C	50. D

Mã đề thi 2TN09

1. C	2. D	3. D	4. B	5. A	6. D	7. D	8. A	9. D	10. A
11. A	12. B	13. C	14. A	15. A	16. D	17. A	18. C	19. D	20. B
21. D	22. A	23. A	24. C	25. B	26. A	27. A	28. A	29. D	30. B
31. D	32. D	33. C	34. A	35. B	36. A	37. A	38. D	39. C	40. B
41. A	42. A	43. C	44. D	45. C	46. D	47. C	48. B	49. A	50. C

Mã đề thi 2TN10

1. C	2. B	3. B	4. B	5. B	6. A	7. D	8. A	9. C	10. D
11. D	12. D	13. A	14. A	15. D	16. A	17. C	18. B	19. C	20. C
21. B	22. C	23. C	24. B	25. A	26. D	27. B	28. B	29. A	30. D
31. C	32. B	33. A	34. A	35. D	36. B	37. C	38. B	39. C	40. D
41. D	42. C	43. C	44. A	45. A	46. B	47. B	48. C	49. B	50. D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN01

Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021

Câu 1.

- Hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; 5)$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in (-2; 5)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 5)$.
- Do đó, từ $-1; 4 \in (-2; 5)$ và $-1 < 4$ suy ra $f(-1) < f(4)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 2. Khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R có thể tích là $V = \pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 3. Vì $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ xác định khi và chỉ khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 4. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 5. Theo tính chất cơ bản của tích phân thì $\int_a^a f(x) dx = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 6. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 7. Số phức thuần ảo là số phức có phần thực bằng 0 $\Rightarrow z = 2i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 8. $y' = x^3 - 2mx$

Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm $x = 0, x = \sqrt{2m}, x = -\sqrt{2m}$, với $m > 0$. Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $M(0; m^2), N(\sqrt{2m}; 0), P(-\sqrt{2m}; 0)$.

Giả sử phương trình parabol cần tìm có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = m^2 \\ a \cdot 2m + b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \\ a \cdot 2m - b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{m}{2} \\ b = 0 \\ c = m^2 \end{cases}.$$

Parabol có phương trình $y = mx^2 + m^2$, parabol đi qua điểm $A(2; 24)$ nên $m = 6$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 9. Từ bảng biến thiên, dễ dàng ta thấy chỉ có khẳng định “Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ ” là đúng.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 10. Vì a, b là các số thực nên $\ln a$ và $\ln b$ đều không xác định khi $a, b < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 11. Với $0 < a \neq 1, x > 0$ ta có $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ nên C sai.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 13.

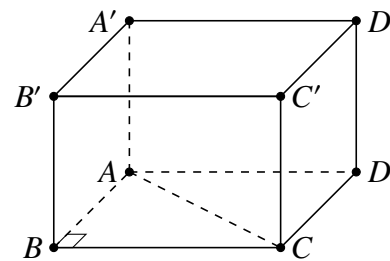
Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B , có

$$AC^2 = AB^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a.$$

Thể tích của hình hộp là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3a \cdot 4a \cdot 2a = 24a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 14. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là $S_{xq} = \pi rl$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 15. Lăng trụ đứng có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 16. Ta có $\int_2^3 \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x + 1} dx = \int_2^3 \left(1 - \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}\right) dx = \left(x - \ln|x^2 - x + 1|\right) \Big|_2^3 = 1 - \ln 7 + \ln 3$

$$\Rightarrow a = -1, b = \frac{1}{2}, c = 0, d = 1 \Rightarrow T = 5.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 17. Sử dụng công thức tính tọa độ trọng tâm tam giác, ta được kết quả $G(-2; 2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 18. Mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6z - 6 = 0$. Vậy

$$d(M; (ABC)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 19. Đặt $z = a + bi$. Ta có

$$\begin{aligned} & (1 - i) \cdot \bar{z} + \overline{(1 + 2i)} \cdot (1 - 2z) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & (1 - i)(a - bi) + (1 - 2i)(1 - 2(a + bi)) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & a - b - ai - bi + (1 - 2i)(1 - 2a - 2bi) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & a - b - ai - bi + 1 - 2a - 2(1 - 2a)i - 2bi - 4b = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & -3a - 5b + 1 + 3ai - 3bi - 2i = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -3a - 5b + 1 = 10 \\ 3a - 3b - 2 = 7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = 1 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |z| = |1 - 2i| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 20. Ta có

$$\begin{aligned} & (1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \\ \Leftrightarrow & (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i \\ \Leftrightarrow & (3a - b) + (a - b)i = 3 + 2i \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Do đó $S = a + b = -1$.

Chọn đáp án **A**

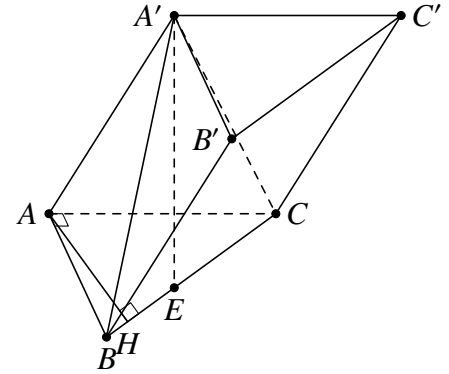
Câu 21.

Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AH \perp A'E$ ($A'E \perp (ABC)$) nên $AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d(A; (A'BC)) = AH$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

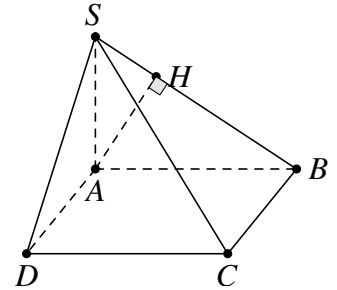
Câu 22.

Gọi H là hình chiếu của A lên $SB \Rightarrow SH \perp (SBC)$

$\Rightarrow h = d(A, (SBC)) = SH$.

$\triangle SAB$ vuông tại A , có: $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

Vậy $h = d(A, (SBC)) = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **B**

Câu 23. Không gian mẫu $\Omega = \{NNN, NNS, NSN, NSS, SNN, SNS, SSN, SSS\}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 24. Từ $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$ tức là hoặc mặt ngửa xuất hiện ở lần gieo thứ 1 hoặc mặt ngửa xuất hiện ở lần gieo thứ 2 hoặc mặt ngửa xuất hiện ở lần gieo thứ 3. Vậy mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần.

Chọn đáp án **C**

Câu 25. Ta có $u_1 = 3^{\frac{3}{2}}$.

Lại có $u_2 = 3^2$.

Khi đó $q = \frac{u_2}{u_1} = \sqrt{3}$

Chọn đáp án **B**

Câu 26. Ta có $y' = 3ax^2 + c$.

Với $a > 0$ ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. Suy ra không tồn tại $\min_{(-\infty; 0)} f(x)$.

Với $a < 0$ ta có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$ nên $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 3a(-2)^2 + c = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0$.

Khi đó $f(x) = ax^3 - 12ax + d$ xét trên đoạn $[1; 3]$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3a(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (loại)} \\ x = 2. \end{cases}$$

Suy ra

$$\max_{[1;3]} f(x) = \max \{f(1), f(2), f(3)\} = \max \{d - 11a, d - 16a, d - 9a\} = d - 16a.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 27. Ta có: đồ thị có hai tiệm cận ngang nếu hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ cùng tồn tại.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+3}{\sqrt{mx^2+5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+3}{|x|\sqrt{m-\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{m}$ tồn tại nếu $m > 0$.

Tương tự, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\sqrt{m}$ tồn tại nếu $m > 0$.

Chọn đáp án **D**

Câu 28. Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(0)$	$f(3)$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(3)$ là số bé nhất trong các số $f(0), f(1), f(2), f(3)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 29. Đặt $t = e^x, t > 0$ thì ta có $y = \frac{2}{3}t^3 - mt + 4 \ln t - 2018 = f(t)$. Ta có $f'(t) = 2t^2 - m + \frac{4}{t}, t > 0$.

Từ yêu cầu bài toán, ta có $y' \geq 0 \quad \forall t > 0 \Leftrightarrow 2t^2 + \frac{4}{t} \geq m \quad \forall t > 0$.

Ta có $2t^2 + \frac{4}{t} = 2t^2 + \frac{2}{t} + \frac{2}{t} \geq 3\sqrt[3]{8} = 6$. Đẳng thức xảy ra khi $t = 1$.

Từ đó ta có $m \leq 6$.

Chọn đáp án **C**

Câu 30. Phương trình đã cho tương đương $2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 1 = m$. (1)

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$, thu được phương trình $t^2 - 8t + 1 = m$. (2)

Chú ý rằng, với mỗi $t > 0$ thì sự tương ứng $t \leftrightarrow x$ là 1-1. Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 1$ trên $(0; +\infty)$

t	0	4	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	1	-15	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $-15 < m < 1$, tương ứng có $0 - (-14) + 1 = 15$ giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **D**

Câu 31. Đưa BPT ban đầu về $4^{1-\cos^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{4}{28^{\cos^2 x}} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m$.

Đặt $\cos^2 x = t, t \in [0; 1]$, BPT trở thành $\frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m$.

Xét $f(t) = \frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t, t \in [0; 1]$

$f'(t) = -\frac{4 \ln 28}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \cdot \ln \frac{5}{7} < 0, \forall t \in [0; 1] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $[0; 1]$, lại có $f(1) = \frac{6}{7}$.

Từ đó suy ra BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq f(1) = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{7} \Rightarrow S = 13$.

Chọn đáp án **A**

Câu 32.

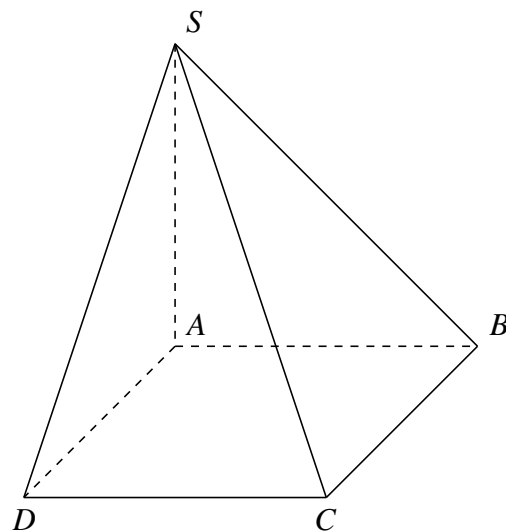
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^2}{3} \cdot SA = \frac{2a^3}{3} \Rightarrow SA = a$$

$\Rightarrow SA = AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông cân tại A .

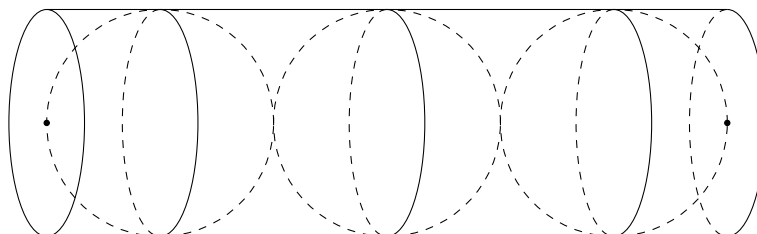
Có $SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SB, \widehat{ABCD}) = (\widehat{SBA}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

Câu 33.



Gọi r_1 là bán kính của quả bóng.

Gọi h, r_2 tương ứng là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề bài ta có: $h = 3 \cdot (2r_1) = 6r_1$ và $r_1 = r_2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2 = 2\pi r_2 h = 2\pi r_1 \cdot 6r_1 = 12\pi r_1^2$.

Tổng diện tích của ba quả bóng là: $S_1 = 3 \cdot 4\pi r_1^2 = 12\pi r_1^2$.

Khi đó $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi r_1^2}{12\pi r_1^2} = 1$. Từ đó $2018 \frac{S_1}{S_2} = 2018$.

Chọn đáp án **B**

Câu 34. Theo công thức tích phân từng phần ta có

$$\int x \cdot f'(x) dx = x \cdot f(x) - \int f(x) dx.$$

Cũng theo công thức tích phân từng phần lại có

$$\int f(x) dx = \int x \cdot (\tan x)' dx = x \cdot \tan x - \int \tan x dx = x \cdot \tan x + \ln |\cos x| + C.$$

Do đó

$$F(x) = \int x \cdot f'(x) dx = x \cdot f(x) - x \cdot \tan x - \ln |\cos x| + C.$$

Mà $F(0) = 0$ nên $F(x) = x \cdot f(x) - x \cdot \tan x - \ln |\cos x|$. Lại có $\tan \alpha = 3$ nên $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 10$. Từ đó $F(\alpha) - 10\alpha^2 + 3\alpha = -\ln \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \ln 10$.

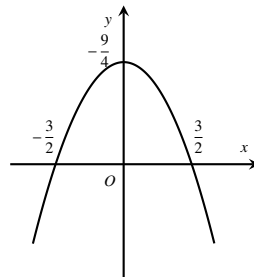
Chọn đáp án **C**

Câu 35. $\int_1^3 f(-2x) dx = 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \int_1^3 f(-2x) d(-2x) = 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \int_{-2}^{-6} f(t) dt = 3 \Leftrightarrow \int_{-6}^{-2} f(t) dt = 6.$

$$I = \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = 8 + \int_{-2}^{-6} f(-t) d(-t) = 8 + \int_{-6}^{-2} f(t) dt = 14.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 36. Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = \frac{9}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } (P): y = -x^2 + \frac{9}{4}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của cửa parabol là: $S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = \frac{9}{2} \text{ (m)}.$

Số tiền phải trả là $\frac{9}{2} \times 1500000 = 6750000$ (đồng).

Chọn đáp án **B**

Câu 37. $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3).$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1; -5; -2)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (-1; -5; -2).$$

$$\Rightarrow (ABC): -1(x-1) - 5(y-2) - 2(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 5y - 2z + 9 = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 2z - 9 = 0.$$

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases}$$

Mà $\overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{BH} = (x-2; y-1; z-1).$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ x + 5y + 2z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; 1) \Rightarrow x + y + z = 4.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 38. Phương trình mặt cầu (S') có dạng

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(x + y + z - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + mx + my + mz - 9 - 3m &= 0. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S') có tâm $I\left(-\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}; -\frac{m}{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9}$.

(S') tiếp xúc với (Q) nên

$$\begin{aligned} d(I, (Q)) = R &\Leftrightarrow \frac{\left|-\frac{m}{2} - 5\right|}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3m^2}{4} + 3m + 9} \\ &\Leftrightarrow |m + 10| = \sqrt{9m^2 + 36m + 108} \\ &\Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Vậy $T = abc = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 39. Giả sử A, B tồn tại. Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; 1 - a; -1 + a)$, $B \in d_2 \Rightarrow B(-2 + 3b; -1 + b; 2 + 2b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (2a - 1; 2 - a; a + 5)$, $\overrightarrow{MB} = (3b - 4; b; 2b + 8)$.

Vì M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} 2a - 1 = k(3b - 4) \\ 2 - a = kb \\ a + 5 = k(2b + 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3kb + 4k = 1 \\ a + kb = 2 \\ a - 2kb - 8k = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ kb = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy $A(3; 0; 0)$, $B(4; 1; 6)$ và $AB = \sqrt{(4 - 3)^2 + 1^2 + 6^2} = \sqrt{38}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 40. Do phương trình $2x^3 - 3x - 2 = 0$ có ba nghiệm phức z_1, z_2, z_3 nên theo định lý Vi-ét ta có:

- $z_1 + z_2 + z_3 = 0$.
- $z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1 = -\frac{3}{2}$.
- $z_1z_2z_3 = 1$.

Suy ra $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = (z_1 + z_2 + z_3)^3 - 3(z_1 + z_2 + z_3) \cdot (z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1) + 3z_1z_2z_3 = 3$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 41. Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2m - 1$. $f'(x) = 6x - 6 = 0$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên

x	-2	1	3
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$2m + 23$	$2m - 4$	$2m + 8$

Suy ra $2m - 4 \leq f(x) \leq 2m + 23 \Rightarrow \max_{[-2;3]} |f(x)| = \max\{|2m - 4|; |2m + 23|\}$.

- TH1: Nếu $|2m - 4| \geq |2m + 23| \Leftrightarrow m \leq -\frac{19}{4}$ thì $\max_{[-2;3]} |f(x)| = |2m - 4|$

$$\text{Do } m \leq -\frac{19}{4} \Rightarrow 2m \leq \frac{-19}{2} \Leftrightarrow 2m - 4 \leq -\frac{19}{2} - 4 = -\frac{27}{2} \Leftrightarrow |2m - 4| \geq \frac{27}{2}.$$

- TH2: Nếu $|2m - 4| \leq |2m + 23| \Leftrightarrow m \geq -\frac{19}{4} \Rightarrow \max_{[-2;3]} |f(x)| = |2m + 23|$. Do $m \geq -\frac{19}{4} \Rightarrow 2m + 23 \geq \frac{27}{2} \Leftrightarrow |2m + 23| \geq \frac{27}{2}$.

$$\Rightarrow \min_{[-2;3]} = \frac{27}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}$$

Chọn đáp án (D)

Câu 42. Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Với $x = m - 2$ thì $y = 1 - \frac{3}{m}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = m - 2$ là $d: y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m}$.

Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số lần lượt là $y = 1$ và $x = -2$.

Tọa độ A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - \frac{6}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = 1 - \frac{6}{m}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2m - 2 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 3m - 2.$$

$$\text{Vậy } x_2 + y_1 = 2m - \frac{6}{m} - 1 = -5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow m_1^2 + m_2^2 = 10.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 43. Ta có $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow ab^2 = 4$. Đặt $t = 4a^3 + b^3$, áp dụng BĐT Côsi ta có

$$t = 4a^3 + b^3 = 4a^3 + \frac{1}{2}b^3 + \frac{1}{2}b^3 \geq 3\sqrt[3]{4a^3 \cdot \frac{1}{2}b^3 \cdot \frac{1}{2}b^3} = 12.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} a, b > 0 \\ ab^2 = 4 \\ 4a^3 = \frac{1}{2}b^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Xét $g(t) = t - 4 \log_2 t$, $t \geq 12$. Khi đó $\min_{t \geq 12} P = \min_{t \geq 12} g(t)$. Ta có $g'(t) = 1 - 4 \frac{1}{t \ln 2}$, $g'(t) > 0 \Leftrightarrow t > \frac{4}{\ln 2} \Rightarrow g'(t) > 0, \forall t \geq 12$. Khi đó $\min_{t \geq 12} g(t) = g(12) = 12 - 4 \log_2 12 = 4(1 - \log_2 3)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 44.

- Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$. Khi đó

- $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 1 + t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 2m.$
- Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - 2, t \in [1; 2] \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2].$
- Vậy YCBT $\Leftrightarrow f(1) \leq 2m \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq 2m \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2.$

Chọn đáp án **B**

Câu 45.

Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (α) với BC và AC .

Khi đó thiết diện là hình thang $MNEF$.

Đặt $V = V_{S.ABC}, V_1 = V_{MNEFAB}, V_2 = V_{MNEFCS}.$

$V_2 = V_{SCEF} + V_{SFME} + V_{SMNE}.$

$$\frac{V_{SCEF}}{V} = \frac{CF}{CA} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}.$$

$$\frac{V_{SFME}}{V} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{V_{SFEA}}{V} = \frac{S_{FEA}}{S_{ABC}} = \frac{S_{FEA}}{S_{CEA}} \cdot \frac{S_{CEA}}{S_{ABC}} = \frac{FA}{CA} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{4}{9}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SFME}}{V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{27}.$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{2}{9}.$$

$$\frac{V_{SABE}}{V} = \frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABE}}{S_{CEA}} \cdot \frac{S_{CEA}}{S_{ABC}} = \frac{EB}{CE} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{SMNE} = \frac{2}{27}V \Rightarrow V_2 = \frac{2}{9}V + \frac{4}{27}V + \frac{2}{27}V = \frac{4}{9}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 46. Ta có

$$\frac{e^2 - 1}{4} = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = [xe^x f(x)] \Big|_0^1 - \int_0^1 xe^x f'(x) dx = - \int_0^1 xe^x f'(x) dx.$$

$$\Rightarrow 2 \int_0^1 xe^x f'(x) dx = -\frac{e^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = \frac{e^2 - 1}{4} \text{ và } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{e^2 - 1}{4}.$$

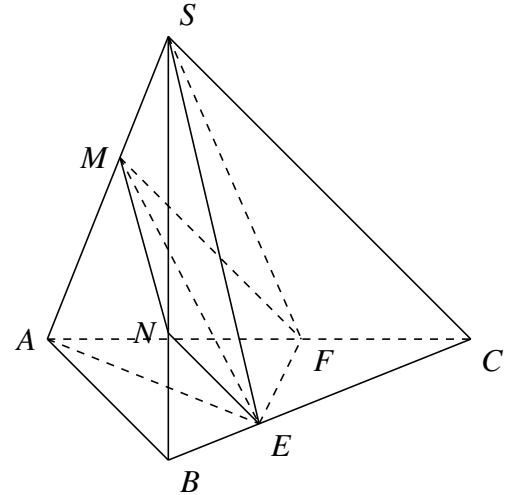
Khi đó

$$\begin{aligned} & \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 2 \int_0^1 xe^x f'(x) dx + \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = 0 \\ & \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x) + xe^x]^2 dx = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Vì } [f'(x) + xe^x]^2 \geq 0, \forall x \in [0; 1] \text{ và } f'(x) \text{ liên tục trên } [0; 1] \text{ nên } \int_0^1 [f'(x) + xe^x]^2 dx \geq 0.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$f'(x) + xe^x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -xe^x \Leftrightarrow f(x) = (1-x)e^x + C.$$



Lại có $f(1) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $f(x) = (1 - x)e^x$.

Do đó

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (1 - x)e^x dx = (2 - x)e^x \Big|_0^1 = e - 2.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 47. Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a		b		c	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+	0	-
y		$f(a)$ 						

Từ đó ta thấy mệnh đề (4) đúng.

Từ đồ thị ta có diện tích hình phẳng giới hạn các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$ nhỏ hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = b$, $x = c$.

$$\text{Do đó } \int_a^b (-f'(x)) dx < \int_b^c f'(x) dx \Leftrightarrow -f(x) \Big|_a^b < f(x) \Big|_b^c \Leftrightarrow -(f(b) - f(a)) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c).$$

Mà $f(a) > f(b) \Rightarrow f(a) > f(b) > f(c)$, hay mệnh đề (3) đúng.

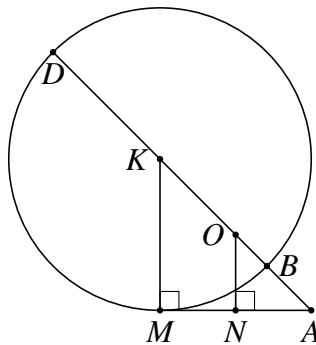
Chọn đáp án **C**

Câu 48. Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng IJ tại điểm S và J là trung điểm của SI suy ra $S(2; 1; 9)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu tại E, F , dễ thấy góc giữa EF và IJ bằng 30° . Gọi M là giao điểm của EF và mặt phẳng (Oxy) , (P) cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến Δ . Khi (P) thay đổi, điểm M tạo nên đường tròn (C) tâm $K(2; 1; 0)$, bán kính $R = 9 \tan 30^\circ = 3\sqrt{3}$ và Δ là tiếp tuyến của (C) .

Gọi N là hình chiếu vuông góc của O trên Δ . Ta có

$$d(O, (P)) = \frac{ON}{R} \cdot d(K, (P)) = \frac{ON \sqrt{3}}{2}$$

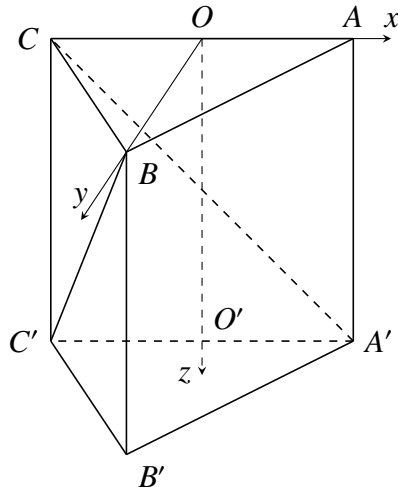
Suy ra $d(O, (P))$ lớn nhất, nhỏ nhất khi ON lớn nhất, nhỏ nhất tương ứng.



Dễ thấy ON lớn nhất bằng OD , ON nhỏ nhất bằng OB . Vậy $M + m = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = 9$.

Chọn đáp án **D**

Câu 49. Cách 1.



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$. Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0; 0; 0), A(1; 0; 0), B(0; \sqrt{3}; 0), O'(0; 0; 2)$. Khi đó $C(-1; 0; 0), A'(1; 0; 2), C'(-1; 0; 2)$. Suy ra phương trình của hai đường thẳng $A'C$ và BC' lần lượt là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{v\grave{a}} \quad \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = \sqrt{3}t' \\ z = 2 - 2t'. \end{cases}$$

Do đó ta có thể coi $M(t+1; 0; t+2)$ và $N(t'-1; \sqrt{3}t'; -2t'+2)$. Suy ra $\overrightarrow{NM}(t-t'+2; -\sqrt{3}t'; t+2t')$. Do MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên

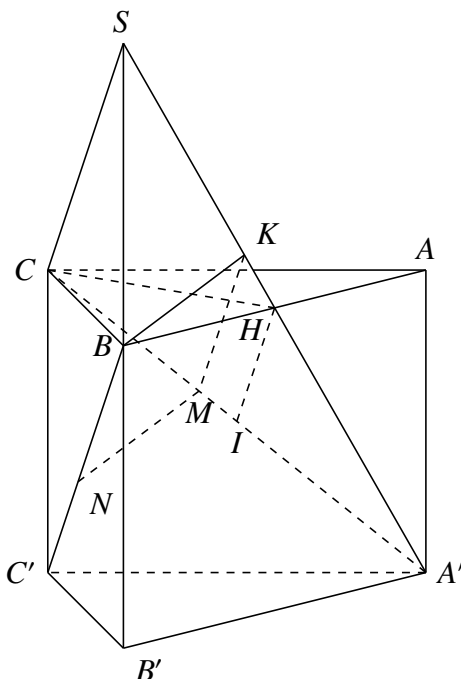
$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{C'B} = 0.$$

hay ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2t + t' + 2 = 0 \\ t + 8t' - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{6}{5} \\ t' = \frac{2}{5}. \end{cases}$$

Suy ra $N\left(-\frac{3}{5}; \frac{2\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5}\right)$, do đó $NB = \frac{6\sqrt{2}}{5}$, $NC' = \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Cách 2.



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, AC' . Suy ra $HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, tia $A'H$ cắt tia $B'B$ tại S , gọi K là hình chiếu của B trên SH . Dễ thấy $BK \perp (SCH)$. Gọi M là hình chiếu của K trên $A'C$, chú ý rằng $CH = HA'$ nên $HI \perp A'C$, do đó $KM \parallel HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(BC'MK)$ lấy điểm N trên BC' sao cho $BKMN$ là hình bình hành. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung cần tìm. Ta có

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{MK}{2HI} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{A'H} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{HS} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HS^2} \right).$$

Do $2HB = SB$ nên

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + SB^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + 4HB^2} \right) = \frac{3}{5}.$$

Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

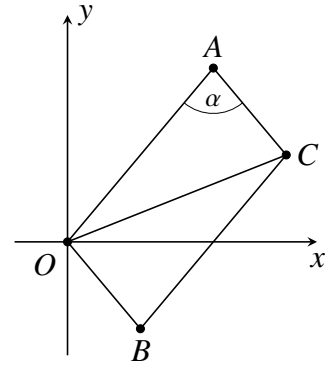
Chọn đáp án **D**

Câu 50.

Gọi O, A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $0, z, \frac{1}{z}, z + \frac{1}{z}$. Khi đó, diện tích hình bình hành $OACB$ là

$$S = OA \cdot OB \sin \alpha = |z| \cdot \left| \frac{1}{z} \right| \sin \alpha = \frac{35}{37} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{35}{37}.$$

Suy ra, $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{12}{37}$.



Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác OAC , ta có

$$\begin{aligned} \left| z + \frac{1}{z} \right|^2 &= OC^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos \alpha \\ &= |z|^2 + \left| \frac{1}{z} \right|^2 - 2|z| \left| \frac{1}{z} \right| \cos \alpha \geq 2 - 2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

- Nếu $\cos \alpha = \frac{12}{37}$ thì $\left| z + \frac{1}{z} \right|^2 \geq 2 - 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{50}{37}$.
- Nếu $\cos \alpha = -\frac{12}{37}$ thì $\left| z + \frac{1}{z} \right|^2 \geq 2 + 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{98}{37}$.

Suy ra, $\left| z + \frac{1}{z} \right|^2$ nhỏ nhất bằng $\frac{50}{37}$ khi $|z| = 1$ và $\cos \alpha = \frac{12}{37}$.

Chọn đáp án **C**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN02

Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021

Câu 2.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 3. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 5. Ta có $\int_a^b k dx = kx \Big|_a^b = kb - ka = k(b - a)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 6. Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1; 2; 0)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 7. $\bar{z} = -3 - 4i$ nên tung độ điểm M là -4 .

Chọn đáp án **(D)**

Câu 8. Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $f(0) = 2 \Leftrightarrow c = 2$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và $f(1) = -3$ nên

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2a + b = 0 \\ 1 + a + b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -6 \end{cases} \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \end{cases}.$$

Vậy $T = a + b + c = 3 - 9 + 2 = -4$.

Đề bài cho thừa giả thiết vì chỉ cần sử dụng $f(1) = -3 \Leftrightarrow 1 + a + b + c = -3 \Leftrightarrow a + b + c = -4$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 9.

$$y' = 3x^2 - 2x - 8, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Ta có $f(1) = -8, f(2) = -12, f(x) = -6$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - 8x$ trên $[1; 3]$ bằng -6 .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 10. Ta có $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a + b}$.

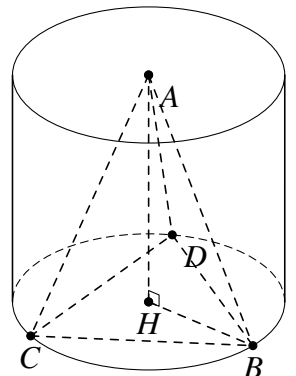
Chọn đáp án **(A)**

Câu 14.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD là $R = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.

Đường cao $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - 12} = 2\sqrt{6}$.

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 24\sqrt{2}\pi$.



Chọn đáp án **(A)**

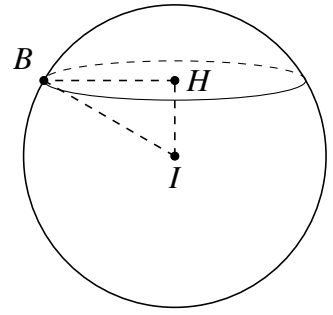
Câu 15.

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng cắt mặt cầu, B là một điểm bất kì trên đường tròn giao tuyến. Khi đó

$$HB^2 = IB^2 - IH^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3R^2}{4}.$$

Vậy bán kính đường tròn giao tuyến là $HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

**Câu 16.**

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \Rightarrow f(x) = \int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + C.$$

Theo giả thiết, ta có

$$f(-3) + f(3) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} + 2C = 0 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Vậy } f(0) + f(4) = \frac{1}{2} \ln 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5} + 2C = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 17. Mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 2$.

Chọn đáp án **A**

Câu 18. Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$. Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1^2 + (\sqrt{8})^2} = 3$. Do đó, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$, bán kính $R = 3$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **D**

Câu 19. Ta có $w = iz + \bar{z} = i(3+5i) + 3-5i = -2-2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 20.

$$z = \frac{2-9i}{1+6i} = \frac{(2-9i)(1-6i)}{(1+6i)(1-6i)} = -\frac{52}{37} - \frac{21}{37}i.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 21.

AB là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

$$AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)).$$

Dựng $AH \perp SB$ tại H .

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

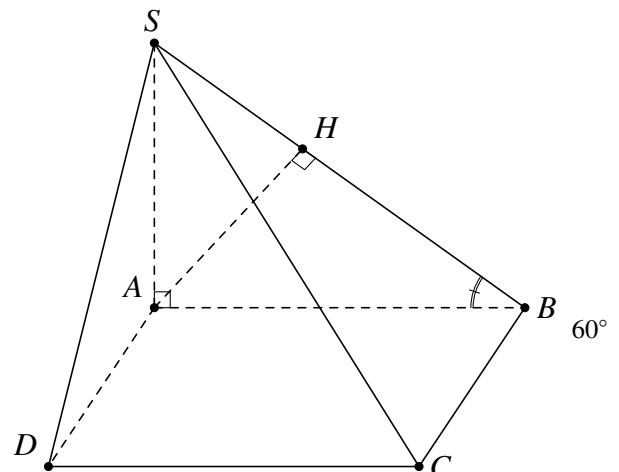
$$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$$

Xét $\triangle SBA$ vuông ở A ta có $SA = BA \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2}, \text{ thay số ta tính được } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

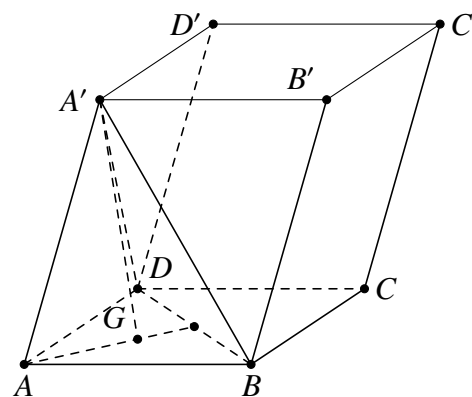


Câu 22.

Để thấy $A'ABD$ là tứ diện đều, cạnh a .

$$\text{Tam giác } BAD \text{ có } BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}; A'G^2 = A'B^2 - BG^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.$$

$$\text{Vậy } h = d(A', (ABCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 23. $\Omega = \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, suy ra không gian mẫu gồm 6 phần tử.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 12 \cdot 11 = 132$.

Chọn đáp án **B**

Câu 25. Dãy số (u_n) có $u_1 = 2, u_{n+1} = u_n \cdot \frac{1}{3}$ với $n \geq 1$

Chọn đáp án **B**

Câu 26. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án **A**

Câu 27. Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -1 \text{ nên đường thẳng } y = -1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ}$$

thị hàm số.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 1 \text{ nên đường thẳng } y = 1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị}$$

hàm số.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(1-x)(-x-1)}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{-x-1}}{\sqrt{1-x}} = 0 \text{ nên đường thẳng}$$

$x = -1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x = 1 \text{ là}$$

đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **C**

Câu 28. Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Do tiếp tuyến song song với trục hoành nên } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

Chọn đáp án **D**

Chọn đáp án **D**

Chọn đáp án **D**

Chọn đáp án **C**

Câu 33.

Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm AB, CD và MN . Ta có
 $\triangle ABC = \triangle BAD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow \triangle MCD$ cân tại $M \Rightarrow MN \perp CD$
 (1)

Tương tự $MN \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra MN là đường trung trực của AB và CD .

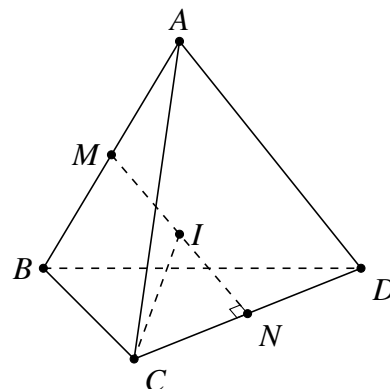
Do đó $IA = IB = IC = ID \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Dùng công thức độ dài đường trung tuyến ta có $MC^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$

$$MN = \sqrt{MC^2 - CN^2} = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}} \Rightarrow IN = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}$$

Suy ra bán kính $R = IC = \sqrt{IN^2 + CN^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Chọn đáp án **D**



Câu 34. Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 + C$.

Mà $F(0) = m \Rightarrow C = m$. Do đó, $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 + m$.

Ta lại có $F'(x) = f(x) = x^3 - x^2 - 6x$; $F'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm $y = F(x)$ là

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		$m - \frac{16}{3}$	m	$m - \frac{63}{4}$		$+\infty$

Hàm số $y = |F(x)|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi

$$m - \frac{16}{3} < 0 < m \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{3}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 35. Ta có: $I = \int_0^m (2x - 1)e^{2x} dx$. Đặt $u = 2x - 1 \Rightarrow du = 2 dx$; $dv = e^{2x} \Rightarrow v = \frac{1}{2}e^{2x}$.

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2}e^{2x}(2x - 1) \Big|_0^m - \int_0^m e^{2x} dx = e^{2m}(m - 1) + 1.$$

Ta có $I < m \Leftrightarrow e^{2m}(m - 1) + 1 < m \Leftrightarrow (m - 1)(e^{2m} - 1) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Vậy $m \in (0; 1)$ theo đó $P = 0 - 3 \cdot 1 = -3$

Chọn đáp án **A**

Câu 36. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Chọn đáp án **A**

Câu 37. Gọi $A(x_A; 0; 0), B(0; y_B; 0), C(0; 0; z_C)$. Do $G(2; 4; 8)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $x_A = 6, y_B = 12$ và $z_C = 24$. Suy ra $A(6; 0; 0), B(0; 12; 0), C(0; 0; 24)$.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$), trong đó $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu. Do (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O nên ta có hệ

$$\begin{cases} d = 0 \\ 36 - 12a + d = 0 \\ 144 - 24b + d = 0 \\ 576 - 48c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = 3 \\ b = 6 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow I(3; 6; 12).$$

Chọn đáp án **A**

Câu 38. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} =$

$$(2; 2; 1) \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 10 + 2t \\ z = 21 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ là $d(B, \Delta) = \frac{\|[\vec{AB}, \vec{u}]\|}{\|\vec{u}\|}$, với $\vec{AB} = (-4; -7; -5), \vec{u} = (2; 2; 1)$.

$$\text{Vậy } d(B, \Delta) = \frac{\|[\vec{AB}, \vec{u}]\|}{\|\vec{u}\|} = 3.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 39. Đặt $w = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có

$$w = (12 - 5i)\bar{z} + 4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{w - 4i}{12 - 5i}.$$

Bởi vậy

$$\begin{aligned} |z - 3i + 4| &= 3 \\ \Leftrightarrow |\bar{z} + 3i + 4| &= 3 \\ \Leftrightarrow \left| \frac{w - 4i}{12 - 5i} + 3i + 4 \right| &= 3 \\ \Leftrightarrow \left| \frac{w + 63 + 12i}{12 - 5i} \right| &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|w + 63 + 12i|}{|12 - 5i|} &= 3 \\ \Leftrightarrow |w + 63 + 12i| &= 13.3 \\ \Leftrightarrow |w + 63 + 12i| &= 39. \end{aligned}$$

Như vậy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-63; -12)$ và bán kính $r = 39$.

Chọn đáp án **D**

Câu 40. Đặt $w = \frac{i}{z}, |z| \geq 2 \Rightarrow |w| \leq \frac{1}{2}$. $P = \left| \frac{i}{z} + 1 \right| = |w + 1|$.

$$\text{Ta có } 1 - |w| \leq |w + 1| \leq 1 + |w| \Rightarrow \frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 2M - m = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 41. Ta có $y = |-x^4 + 8x^2 + m| = |(x^2 - 4)^2 - m - 16|$.

Đặt $(x^2 - 4)^2 = t$. Khi $x \in [-1; 3]$ thì $t \in [0; 25]$.

Khi đó ta có $y = f(t) = |t - m - 16|$. Ta có $\max_{[-1;3]} y = \max_{[0;25]} f(t) = \max \{|m + 16|, |9 - m|\}$.

- **Trường hợp 1:** $\begin{cases} |m + 16| > |9 - m| \\ |m + 16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2002.$
- **Trường hợp 2:** $\begin{cases} |m + 16| < |9 - m| \\ |9 - m| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2009.$
- **Trường hợp 3:** $\begin{cases} |m + 16| = |9 - m| \\ |m + 16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Vậy, có hai giá trị của m thỏa mãn đề bài là $m = -2009$ và $m = 2002$.

Chọn đáp án **C**

Câu 42. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox chính là số nghiệm của phương trình $[f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0$. (*)

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$). Do đó ta có phân tích $f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)$ ($a > 0$).

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3} + \frac{1}{x - x_4} \right) \cdot f(x)$, $\forall x \neq x_i$ và $f'(x_i) \neq 0, \forall i = \overline{1, 4}$.

Khi đó $\forall x \neq x_i, i = \overline{1, 4}$ ta có

$$\left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = \frac{f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2}{f^2(x)} = -\frac{1}{(x - x_1)^2} - \frac{1}{(x - x_2)^2} - \frac{1}{(x - x_3)^2} - \frac{1}{(x - x_4)^2} < 0.$$

Suy ra $f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 < 0, \forall x \neq x_i, i = \overline{1, 4}$. (1)

Mặt khác $\forall x = x_i, x_i = \overline{1, 4}$ ta có $f(x) = 0, f'(x) \neq 0$ nên $f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 < 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình (*) vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

Câu 43. Ta có nhận xét $f(x) + f(2018 - x) = 1 + \ln 2018$, suy ra

$$S = 1008(1 + \ln 2018) + f(1009) = \frac{2017}{2}(1 + \ln 2018).$$

Mặt khác $h(x) + h(1 - x) = 1$, suy ra $T = 1008 + h\left(\frac{1009}{2018}\right) = \frac{2017}{2}$. Do đó $\frac{S}{T} = 1 + \ln 2018$.

Chọn đáp án **C**

Câu 44. Xét $\log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow \log u_1 = 2 \Leftrightarrow u_1 = 100$.

Xét $u_{n+1} = 2u_n + 10 \Rightarrow u_{n+1} + 10 = 2u_n + 20 = 2(u_n + 10)$.

Đặt $v_n = u_n + 10$, khi đó $v_1 = u_1 + 10 = 110$ và $v_{n+1} = 2v_n = v_1 \cdot 2^{n-1} = 110 \cdot 2^{n-1}$ với mọi $n \geq 1$.

Khi đó $u_n = v_n - 10 = 110 \cdot 2^{n-1} - 10 > 10^{100} - 10 \Leftrightarrow 2^{n-1} > \frac{10^{99}}{11} \Leftrightarrow n > \log_2 \left(\frac{10^{99}}{11} \right) + 1$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của n là 327.

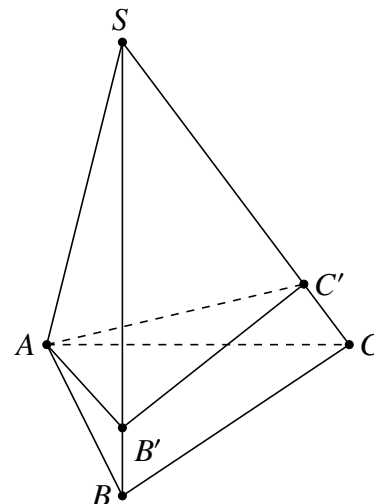
Chọn đáp án **C**

Câu 45.

Lần lượt lấy trên cạnh SB, SC các điểm B', C' sao cho $SA = SB' = SC' = 2$. Khi đó $S.AB'C'$ là tứ diện đều cạnh 2 có thể tích bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
Lại có

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{3}.$$

Nên $V_{S.ABC} = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **C**

Câu 46. Theo bài ra ta có

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{2}{x\sqrt{x}} = -\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow f(x)g(x) = -\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx = \frac{2}{\sqrt{x}} + C.$$

Kết hợp với giả thiết ta có

$$f(1)g(1) = 2 = \frac{2}{\sqrt{1}} + C \Rightarrow C = 0.$$

Từ đó suy ra

$$I = \int_1^4 [f(x)g(x)] dx = \int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 4.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 47.

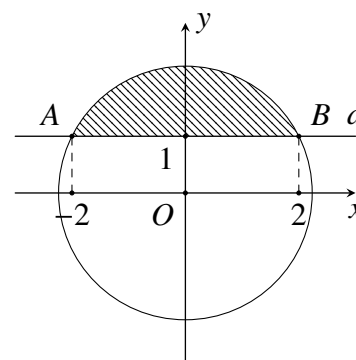
Tọa độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy giao điểm là $A(-2; 1)$ và $B(2; 1)$.

Phương trình nửa đường tròn phía trên trục Ox là $y = \sqrt{5 - x^2}$.

Gọi I là giao điểm của d và Oy , suy ra $I(0; 1)$. Tính tiền hệ trục tọa



độ theo $\vec{OI} = (0; 1)$ thành hệ trục XIY với $\begin{cases} x - 0 = X \\ y - 1 = Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = X \\ y = Y + 1 \end{cases}$, trục IX nằm trùng với đường thẳng

d . Khi đó hình phẳng quay quanh trục IX .

Đối với hệ trục XIY phương trình nửa đường tròn là $Y = \sqrt{5 - X^2} - 1$. Do đó, thể tích khối tròn xoay là

$$V = \pi \int_{-2}^2 (\sqrt{5 - X^2} - 1)^2 dX = \frac{44\pi}{3} - 10 \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 11,295.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 48. Gọi $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ là giao điểm của (α) với các tia Oy, Oz , trong đó $b, c > 0$.

Khi đó ta có $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$. Mà $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$. Mặt khác

$$\begin{aligned} d(O; (\alpha)) = \frac{4}{3} &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \\ &\Rightarrow 16 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \Leftrightarrow c = 2 \Rightarrow b = 4. \end{aligned}$$

Khi đó $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **A**

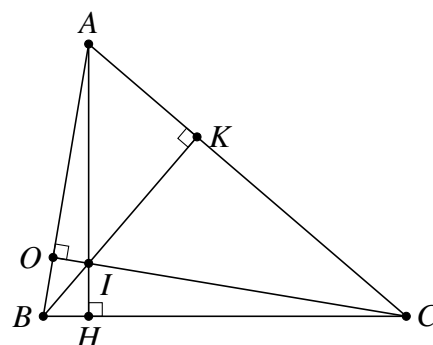
Câu 49.

Gọi I là trực tâm của tam giác OHK . Trước tiên ta chứng minh rằng trực tâm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OHK .

Các tứ giác $BOKC, BOIH, CKIH$ là các tứ giác nội tiếp nên

$$\widehat{OBI} = \widehat{OHI}; \widehat{OBK} = \widehat{OCK}; \widehat{KCI} = \widehat{KHI} \Rightarrow \widehat{OHI} = \widehat{KHI}$$

Suy ra HI là phân giác của góc OHK . Tương tự KI cũng là phân giác góc HKO .



Vậy I chính là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK .

Xét bài toán: Cho tam giác ABC , gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Gọi a, b, c là độ dài các cạnh. Khi đó ta có $a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0}$. (Xem chứng minh ở bài tập số 37 trang 30 sách bài tập hình học 10 nâng cao của NXB Giáo Dục).

Áp dụng bài toán trên cho $\triangle OKH$, ta được $KH \cdot \vec{IO} + KO \cdot \vec{IH} + OH \cdot \vec{IK} = \vec{0}$ (*).

Ta có $OH = 3, OK = 4, HK = 5$; Gọi điểm I có tọa độ là (a, b, c) .

$$\vec{IO} = (-a; -b; -c), \vec{IH} = (2 - a; 2 - b; 1 - c), \vec{IK} = \left(-\frac{8}{3} - a; \frac{4}{3} - b; \frac{8}{3} - c \right).$$

$$\text{Từ (*) ta có } \begin{cases} -5a + 4(2 - a) + 3\left(-\frac{8}{3} - a\right) = 0 \\ -5b + 4(2 - b) + 3\left(\frac{4}{3} - b\right) = 0 \\ -5c + 4(1 - c) + 3\left(\frac{8}{3} - c\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Do đó $I(0; 1; 1)$. Mặt khác, ta có $[\vec{OH}, \vec{OK}] = (4; -8; 8)$. Suy ra vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng ABC là $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } IH \text{ là } \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng AB có một vec-tơ chỉ phương là $[\vec{OI}, \vec{n}] = (4; 1; -1)$ (do $OI \perp AB$).

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x = 4t' \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases}$$

AB cắt IH tại A , suy ra $A(-4; -1; 1)$.

Vậy đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

$$d: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

Chọn đáp án 

Câu 50. Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}$, $\bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

$$\text{Từ } |z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*).$$

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \overline{\frac{z}{w^2}} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án 

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN03*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 2.** Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.Trong đó, đáy là hình vuông cạnh a nên $B = a^2$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$.Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.Chọn đáp án **(B)****Câu 3.** Ta có $I = \int_1^2 2x \, dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3$.Chọn đáp án **(B)****Câu 4.** Câu hỏi lý thuyết.Chọn đáp án **(D)****Câu 5.** Ta có $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] \, dx = 4 \int_0^2 f(x) \, dx - 3 \int_0^2 dx = 4 \cdot 3 - 3 \cdot x \Big|_0^2 = 6$.Chọn đáp án **(A)****Câu 6.** Mặt phẳng (MNP) có dạng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn nên có phương trình

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)****Câu 7.** Ta có $z^{-1} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i$.Phần ảo của số phức z^{-1} là $\frac{-b}{a^2+b^2}$.Chọn đáp án **(A)****Câu 9.** Tọa độ hình chiếu $K'(0;0;6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0;0;3)$.Chọn đáp án **(D)****Câu 10.** Theo giả thiết ta có $0 < \log_b a < 1 < \log_a b$, suy ra $\frac{1}{\log_b a} > 1 > \frac{1}{\log_a b}$.Chọn đáp án **(C)****Câu 11.** Ta có $y' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.Chọn đáp án **(B)****Câu 12.** Hình lăng trụ tứ giác có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất là hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.Chọn đáp án **(B)****Câu 13.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SA \perp (ABCD) \\ AB \perp BC. \end{cases}$$

$\Rightarrow SB \perp BC$ (Định lí ba đường vuông góc).

$\Rightarrow \widehat{SBA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Do đó, ta có $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Tam giác SAB vuông tại A có $\widehat{SBA} = 60^\circ$ nên

$$SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên có diện tích là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{3a^2}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 14. Ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow r = 3$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = 45\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 15.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy thì SO chính là trục của hình nón, do đó tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón sẽ nằm trên SO .

Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại S nên $OS = OA = OB$.

Vậy O là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón, suy ra bán kính $R = OA = a$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 16.

$$\int_0^1 3^{2x+1} dx = \frac{3^{2x+1}}{2 \ln 3} \Big|_0^1 = \frac{12}{\ln 3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 17. $P(m) = m^2 + m^2 + 4m^2 + 12m + 10 = 6m^2 + 12m + 10 = 6(m+1)^2 + 4 \geq 4 \forall m \in \mathbb{R}$.

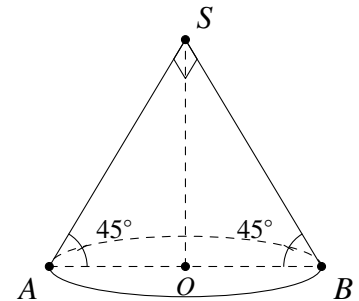
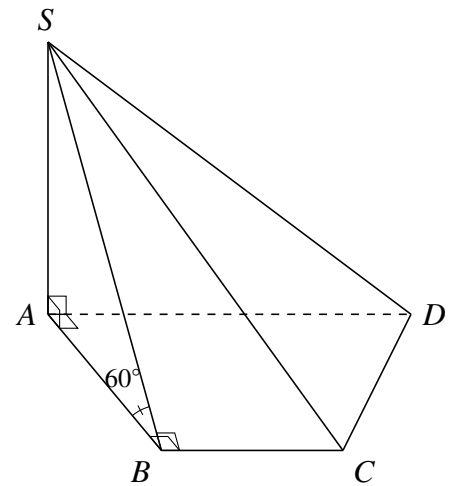
Vậy bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng 2 khi $m = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 18. Mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6z - 6 = 0$. Vậy

$$d(M; (ABC)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 19. Ta có $w = -3 + 7i$ nên $|w| = \sqrt{58}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 20. Ta có $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i \Rightarrow z = -4 + 4i \Rightarrow \bar{z} + iz = -8 - 8i$.

Suy ra $|\bar{z} + iz| = |-8 - 8i| = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

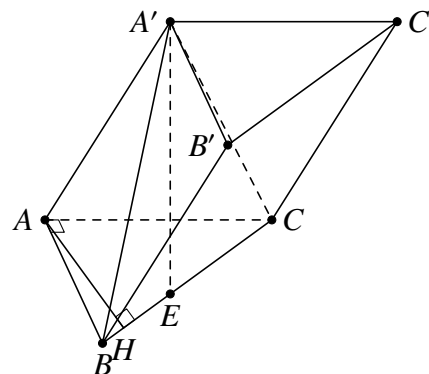
Câu 21.

Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AH \perp A'E$ ($A'E \perp (ABC)$) nên $AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d(A; (A'BC)) = AH$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 22.

Gọi H là hình chiếu của A lên AD

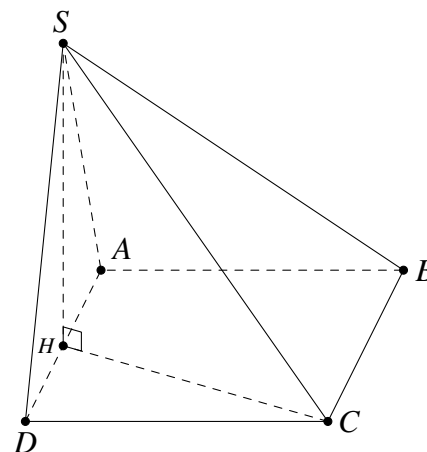
$\Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow h = d(S, (ABCD)) = SH$.

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , có $SC = \frac{3a}{2}$, $HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$,

Áp dụng định lý Pytago, ta được

$$SH^2 = SC^2 - HC^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow SH = a.$$

Vậy $h = d(S, (ABCD)) = SH = a$.



Chọn đáp án **B**

Câu 23. Ký hiệu $(i; j)$ là số chấm xuất hiện lần lượt ở lần một và lần hai khi gieo con súc sắc, trong đó $i, j \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Xét biến cố A : “Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm” thì $j = 3$ còn i là một số tự nhiên bất kỳ trong phạm vi từ 1 đến 6.

Chọn đáp án **B**

Câu 24. Các số tự nhiên có ba chữ số có thể tạo được từ sáu số đã cho là $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Chọn đáp án **D**

Câu 25. Ta có $u_1 = 3$ và $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{15}{3} = 5$. Từ đó $x = u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 5^3 = 375$.

Chọn đáp án **D**

Câu 26. Thể tích khối hộp là $V = xyz = 3x^2z = 18 \Rightarrow z = \frac{6}{x^2}$. (1)

Diện tích nhôm cần sử dụng để sản xuất khối hộp là $S = xy + 2(yz + zx)$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có $S = 3x^2 + \frac{48}{x}$ suy ra $S' = 6x - \frac{48}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập luận được S đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2, y = 6, z = \frac{3}{2}$, suy ra $x + y + z = \frac{19}{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 28. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị ($\mathcal{C}$) tại điểm có hoành độ $x_0 \neq 1$ có dạng

$$y = \frac{-4}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 3}{x_0 - 1}.$$

Tiếp tuyến đi qua điểm $A(a; 2a + 1)$ của đường thẳng $y = 2x + 1$ khi phương trình sau có nghiệm $x_0 \neq 1$

$$2a + 1 = \frac{-4}{(x_0 - 1)^2}(a - x_0) + \frac{x_0 + 3}{x_0 - 1}.$$

Biến đổi ta được phương trình

$$ax_0^2 - 2(a + 2)x_0 + 3a + 2 = 0 \quad (*).$$

Để qua điểm A kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị ($\mathcal{C}$) khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng một nghiệm x_0 khác 1.

- TH1: Xét $a = 0$, khi đó phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x_0 = -1$.
- TH2: Xét $a \neq 0$, phương trình (*) có nghiệm kép khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow -2a^2 + 2a + 4 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $a = -1, a = 2$. Hai nghiệm kép tương ứng là $x_0 = -1, x_0 = 2$.
- TH3: Xét phương trình (*) có nghiệm $x_0 = 1$, khi đó $a = 1$. Thử lại với $a = 1$, phương trình (*) có hai nghiệm $x_0 = 1, x_0 = 5$.

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

Câu 29. Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4x - 11 + \cos x = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{29}{3} + \cos x < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Từ $u < v \Rightarrow u < 3v \cdot \log e \Rightarrow f(u) > f(3v \cdot \log e)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 30. Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m + 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$.

Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^4 = 16$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 31. Điều kiện xác định $\begin{cases} 5^{x^2} - 5^{|x|} \neq 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \quad (*).$

Với điều kiện (*), ta xét phương trình

$$|2x + 1| - x - 2 = 0 \Leftrightarrow |2x + 1| = x + 2$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 2x + 1 = x + 2 \\ 2x + 1 = -x - 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Tương tự xét phương trình

$$1 - \log_3(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow x + 4 = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

và

$$\begin{aligned} 5^{x^2} - 5^{|x|} &= 0 \Leftrightarrow 5^{x^2} = 5^{|x|} \Leftrightarrow x^2 = |x| \\ &\Leftrightarrow x^4 = x^2 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có bảng xét dấu

x	-4	-1	0	1	$+\infty$
$ 2x + 1 - x - 2$	+	0	-	-	+
$1 - \log_3(x + 4)$	+	-	0	-	-
$5^{x^2} - 5^{ x }$	+	-	-	+	
VT	+	-	-	-	

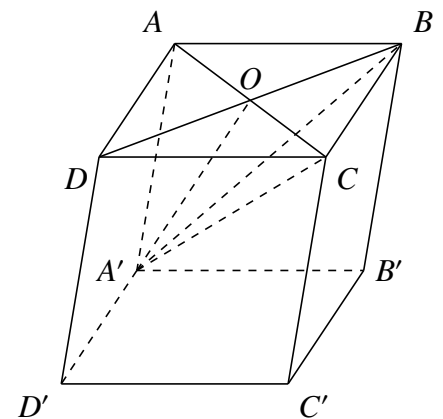
Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình là $-4 < x < -1$. Do đó nghiệm nguyên lớn nhất là -2 và bé nhất là -3 . Do đó $M \cdot m = (-2) \cdot (-3) = 6$.

Chọn đáp án **C**

Câu 32.

Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ xuất phát từ đỉnh A' . Ta có

$$V_{A'BCO} = \frac{1}{3}h \cdot S_{BCO} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{12}V = \frac{12}{12} = 1.$$



Chọn đáp án **B**

Câu 33.

Mà $\int_0^{\pi} \sin x \, dx = 2$. Suy ra $I = 4038 \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 36. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\sqrt{x+1} = 1-x$$

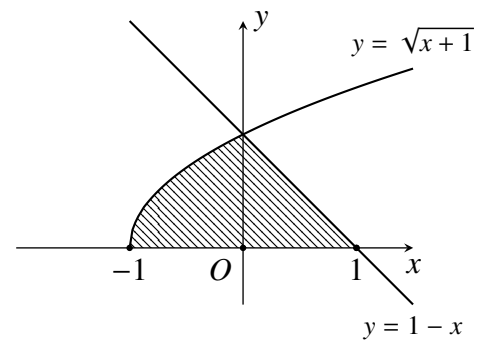
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 1-2x+x^2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0.$$

Đồ thị $y = \sqrt{x+1}$ cắt Ox tại điểm $x = -1$ và đồ thị $y = 1-x$ cắt Ox tại $x = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy } S &= \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} \, dx + \int_0^1 (1-x) \, dx \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{7}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

Câu 37. Khối cầu đã cho có bán kính là

$$R = \sqrt{(2m-1)^2 + m^2 + (2m+1)^2 + 7} = \sqrt{9m^2 + 9} \geq 3.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = 0$. Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính khối cầu đã cho là 3. Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối cầu là $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 38. Gọi $M(a; b; c)$, do $M \in (P)$ nên $2a + 2b + c - 3 = 0$. (1)

Theo đề ta có

$$\begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 6b - 2c = 4 \\ -4a - 2b - 2c = 0. \end{cases}$$

Kết hợp với (1) và giải hệ ta được $a = 2, b = 3, c = -7$ nên $a^2 + b^2 + c^2 = 49$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 39. Gọi $I(-1; 4; -3)$ là tâm mặt cầu. Ta có $d(I; Ox) = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 < R = 6$.

Vậy mặt cầu cắt Ox tại hai điểm phân biệt. Khi đó không có mặt phẳng (P) chứa Ox và tiếp xúc với mặt cầu.

Chọn đáp án **(D)**

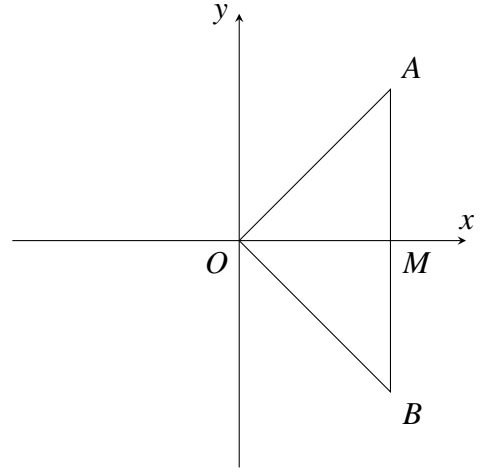
Câu 40.

Theo bài ra ta giả sử A, B là điểm biểu diễn lần lượt của $z_1 = x + yi$, $z_2 = x - yi$, suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
 Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$z_1 + z_2 = 2x = -2b \text{ và } z_1 z_2 = x^2 + y^2 = c.$$

Để tam giác OAB vuông khi và chỉ khi $OM = MA = MB \Leftrightarrow |x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 = b^2$.

Từ đó suy ra $2b^2 = c$.



Chọn đáp án **D**

Câu 41. Đặt $t = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - \sin^2 2x$, suy ra $1 \leq t \leq 2$.

Từ đó suy ra $M = \max_{[1;2]} f(t) = 3$ và $m = \min_{[1;2]} f(t) = 1$.

Vậy $M + m = 4$.

Chọn đáp án **D**

Câu 42. Ta có $2S = r(a + 2b) = a + 2b$, theo công thức Heron $2S = \frac{1}{2} \sqrt{(a + 2b)(2b - a)a^2} \Rightarrow 4(a + 2b) = (2b - a)a^2 \Rightarrow S = \frac{a^3}{a^2 - 4}$, khảo sát hàm số $S = \frac{a^3}{a^2 - 4}$ với $a > 2$, ta có $S_{\min} = 3\sqrt{3}$ khi $a = b = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 43. Đặt $r = 3,4\%$ là lãi suất hàng tháng và $a = 1 + r$.

Số tiền vay là $A = 13\,500\,000$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 1: $T_1 = A + Ar - m = A(1 + r) - m = Aa - m$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + T_1 r - m = T_1 a - m = Aa^2 - m(a + 1)$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 3: $T_3 = T_2 + T_2 r - m = T_2 a - m = Aa^3 - m(a^2 + a + 1)$.

...

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 12: $T_{12} = T_{11} + T_{11} r - m = T_{11} a - m = Aa^{12} - m(a^{11} + a^{10} + \dots + a + 1) = Aa^{12} - m \frac{a^{12} - 1}{a - 1}$.

Ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên: $T_{12} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{Aa^{12}(a - 1)}{a^{12} - 1} = 1\,388\,824$.

Chọn đáp án **D**

Câu 44. Ta có: $(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1}) = x^2 - x^2 + 1 = 1 \Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$.
 Do đó

$$\begin{aligned} & \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow & \frac{\ln^2(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln m} = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

- $\ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (không thỏa mãn).

$$\bullet \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0 \Leftrightarrow \ln m = \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} \quad (*).$$

Xét hàm số $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ ta có:

$$g'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} > 0, \forall x > 2.$$

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$\Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) > \ln(2 + \sqrt{3}) \Rightarrow \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}.$$

Phương trình (*) có nghiệm trên khoảng $(2; +\infty)$ khi

$$\ln m < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})} \Leftrightarrow m < e^{\frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}} \approx 2,33.$$

Kết hợp với yêu cầu của bài toán ta suy ra $m = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 45.

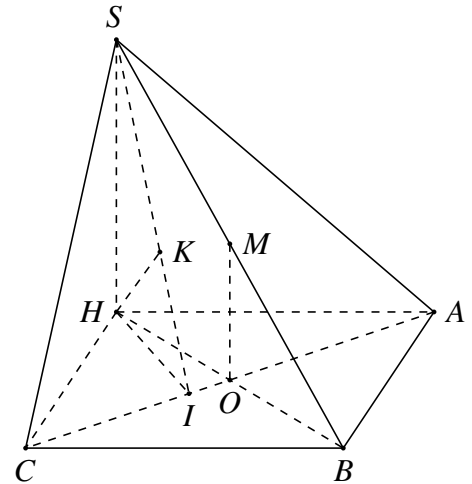
Gọi M là trung điểm SB , ta có $MC = MB = MA = \frac{SB}{2}$.

Gọi O là trung điểm AC , ta có $OA = OC = OB$.

Suy ra OM là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $MO \perp (ABC)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , suy ra H đối xứng với B qua O .

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của H lên AC, SI . Ta có $d(H, (SAC)) = HK$.



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin(SB, (SAC)) &= \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(H, (SAC))}{SB} = \frac{HK}{SB}. \\ \Rightarrow \frac{SB^2}{HK^2} &= 11. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } (SH^2 + AB^2 + BC^2) = 11 \left(\frac{SH^2 \cdot \frac{2a^2}{3}}{SH^2 + \frac{2a^2}{3}} \right)$$

$$\Leftrightarrow SH^2 + 3a^2 = 11 \frac{2a^2 \cdot SH^2}{3SH^2 + 2a^2}$$

$$\Leftrightarrow 3SH^4 - 11a^2SH^2 + 6a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} SH = a\sqrt{3}, \text{ nhận vì thỏa điều kiện } SB > 2a \\ SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ loại vì không thỏa điều kiện } SB > 2a. \end{cases}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}SH \cdot BA \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 46. Xét $\int_0^1 [f(x) + (ax + b)]^2 dx = \int_0^1 [f(x)]^2 dx + 2 \int_0^1 [f(x) \cdot (ax + b)] dx + \int_0^1 (ax + b)^2 dx$

$$= 4 + 2a \int_0^1 xf(x) dx + 2b \int_0^1 f(x) dx + \frac{1}{3a}(ax + b) \Big|_0^1 = 4 + 2(a + b) + \frac{a^2}{3} + ab + b^2.$$

Cần xác định a, b sao cho $\frac{a^2}{3} + (2 + b)a + b^2 + 2b + 4 = 0. \quad (1)$

Có $\Delta_{(a)} = b^3 + 4b + 4 - \frac{4}{3}(b^2 + 2b + 4) = -\frac{(b - 2)^2}{3} \leq 0$ nên $(1) \Leftrightarrow b = 2$ và $a = -6$.

Ta có $\int_0^1 [f(x) - 6x + 2] dx = 0$ nên $f(x) = 6x - 2$.

Vậy $\int_0^1 [f(x)]^3 dx = \int_0^1 (6x - 2)^3 dx = 10$.

Chọn đáp án **C**

Câu 47. Chọn hệ trục tọa độ có gốc là tâm hình chữ nhật, các trục tọa độ song song với các cạnh của hình chữ nhật khi đó các phương trình của parabol là $y = -\frac{x^2}{8} + 4$ và $y = \frac{x^2}{8} - 4$. Diện tích phần trồng hoa là

$$S = \int_{-4\sqrt{2}}^{4\sqrt{2}} \left(-\frac{x^2}{8} + 4 - \frac{x^2}{8} + 4 \right) dx \approx 60,34 \text{ m}^2.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 48. Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -3; 3), \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-9; -9; -9)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình của đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$ và của đường thẳng $AC: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

(P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N nên $M(3; 3 - m; m), N(3 - n; 3; n)$, với $m, n \in [0; 3]$

Ta có $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (3n - 3m - mn; 3m - 3n - mn; 3m + 3n - mn)$.

Do $(OMN) \perp (ABC)$ nên $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 3m + 3n - 3mn = 0 \Leftrightarrow mn = m + n$.

Suy ra $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (2n - 4m; 2m - 4n; 2m + 2n)$.

Do $\overrightarrow{OA} = (3; 3; 0)$ nên $V_{OAMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \overrightarrow{OA}| = \frac{1}{6} |6n - 12m + 6m - 12n| = m + n = V$.

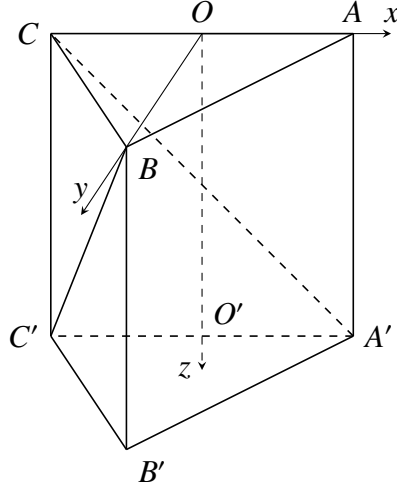
Ta có $m + n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{m+n} \Rightarrow \sqrt{m+n} \geq 2 \Rightarrow V = m + n \geq 4$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = n = 2$.

Vậy mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (-4; -4; 8)$ và đi qua O nên có phương trình $x + y - 2z = 0$.

Chọn đáp án **B**

Câu 49. Cách 1.



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$. Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0; 0; 0), A(1; 0; 0), B(0; \sqrt{3}; 0), O'(0; 0; 2)$. Khi đó $C(-1; 0; 0), A'(1; 0; 2), C'(-1; 0; 2)$. Suy ra phương trình của hai đường thẳng $A'C$ và BC' lần lượt là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = \sqrt{3}t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}.$$

Do đó ta có thể coi $M(t+1; 0; t+2)$ và $N(t'-1; \sqrt{3}t'; -2t'+2)$. Suy ra $\overrightarrow{NM}(t-t'+2; -\sqrt{3}t'; t+2t')$. Do MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên

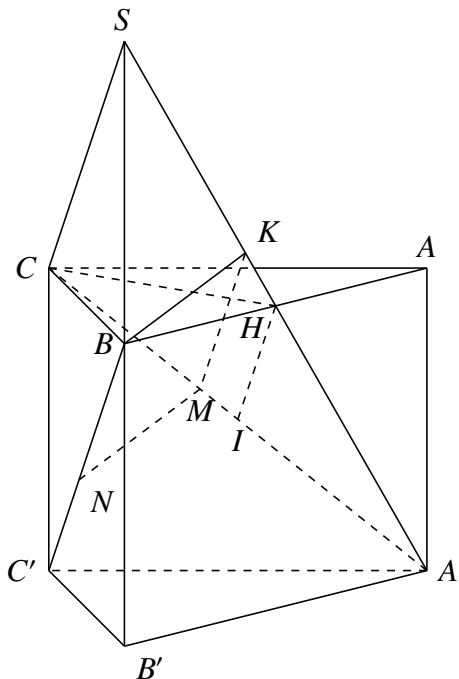
$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{C'B} = 0.$$

hay ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2t + t' + 2 = 0 \\ t + 8t' - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{6}{5} \\ t' = \frac{2}{5} \end{cases}.$$

Suy ra $N\left(-\frac{3}{5}; \frac{2\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5}\right)$, do đó $NB = \frac{6\sqrt{2}}{5}, NC' = \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Cách 2.



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, AC' . Suy ra $HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, tia $A'H$ cắt tia $B'B$ tại S , gọi K là hình chiếu của B trên SH . Dễ thấy $BK \perp (SCH)$. Gọi M là hình chiếu của K trên $A'C$, chú ý rằng $CH = HA'$ nên $HI \perp A'C$, do đó $KM \parallel HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(BC'MK)$ lấy điểm N trên BC' sao cho $BKMN$ là hình bình hành. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung cần tìm. Ta có

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{MK}{2HI} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{A'H} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{HS} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HS^2} \right).$$

Do $2HB = SB$ nên

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + SB^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + 4HB^2} \right) = \frac{3}{5}.$$

Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 50. Ta có $\frac{4k+1}{i^{4k+1}} + \frac{4k+2}{i^{4k+2}} + \frac{4k+3}{i^{4k+3}} + \frac{4k+4}{i^{4k+4}} = (4k+1)(-i) + (4k+2)(-1) + (4k+3)(i) + (4k+4)(1) = 2 + 2i$.

Do đó $S = 250 \cdot (2 + 2i) = 500 + 500i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo là 1000.

Chọn đáp án **C**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN04*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021*

Câu 1. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 2. Áp dụng công thức thể tích khối hộp chữ nhật ta có thể tích của khối hộp đã cho bằng abc .

Chọn đáp án **A**

Câu 3. Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$ là hàm số lũy thừa có số mũ -2 là số nguyên âm nên hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ là tập xác định của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **C**

Câu 4. Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án **D**

Câu 5. Mặt phẳng vuông góc với Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng là: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **A**

Câu 6. Điểm nằm trên mặt phẳng Oyz thì có hoành độ bằng 0.

Chọn đáp án **D**

Câu 7. $\bar{z} = -1 - 2i \Rightarrow \bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm $(-1; -2)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 8. $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1, y'' = 6x, y''(1) = 6 > 0, y''(-1) = -6 < 0$ nên $A(1; 0)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **C**

Câu 9. Ta có $y' = -\frac{3}{x^4} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^4}, y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3}{x^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} > 0 \\ x = -\sqrt{3} < 0. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	0

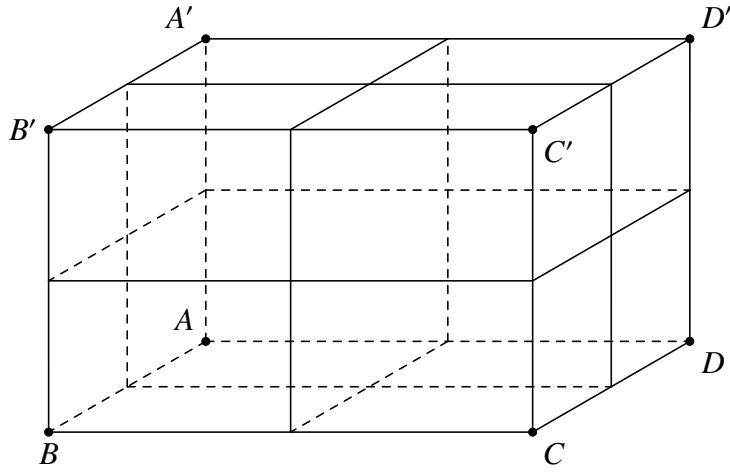
Như vậy $\min_{x>0} y = y(\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 10. Ta có $\log(a^{10}) \neq a, \forall a \neq 10$.

Chọn đáp án **A**

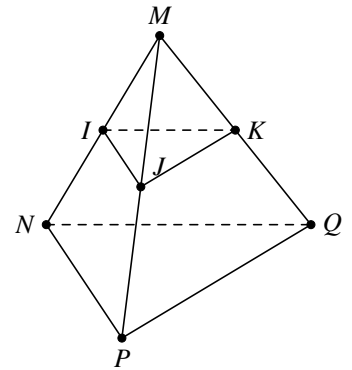
Câu 12.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 13.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 14. Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16. Ta có $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2 \right) dx = \left(\ln|x| + 2x \right) \Big|_1^2 = \ln 2 + 4 - 2 = \ln 2 + 2$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 17. Ta có $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$ nên $\vec{b} = (1; 0; -3)$. Suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 4 \cdot (-3) = -10$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 18.

- Ta có mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ và có VTPT $\vec{n}_P = \vec{AB} = (3; -1; -1)$.
- Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $3x - y - z + 6 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 19. Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$z(1 - 2i) + i\bar{z} = 15 + i \Leftrightarrow (x + 3y) + (y - x)i = 15 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4. \end{cases}$$

Vậy $|z| = 5$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 20. $z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

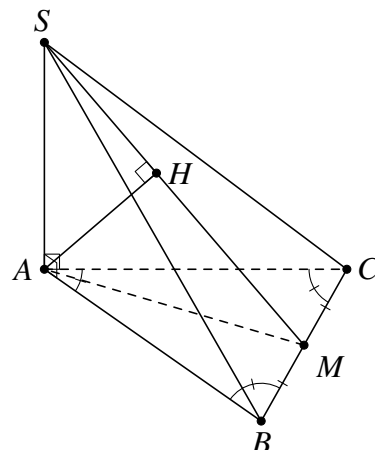
Chọn đáp án **C**

Câu 21.

Gọi M là trung điểm BC . Kẻ $AH \perp SM$, do $BC \perp AM$ (AM là trung tuyến của tam giác đều) và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$. Do đó $AH \perp (SBC)$. Khi đó

$$d(A; (SBC)) = AH$$

Mà $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2}$ nên $AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.



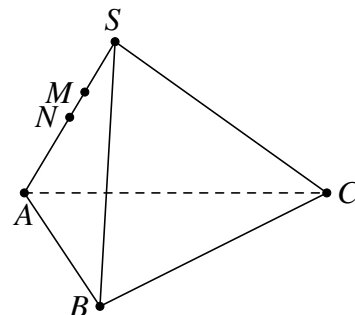
Chọn đáp án **B**

Câu 22.

Ta có $\frac{d(M, (ABC))}{d(S, (ABC))} = \frac{MA}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(M, (ABC)) = 6$.

Lại có $\frac{d(N, (ABC))}{d(S, (ABC))} = \frac{NA}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(N, (ABC)) = \frac{9}{2}$.

Vậy $d(M, (ABC)) + d(N, (ABC)) = 6 + \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$.



Chọn đáp án **C**

Câu 23. Không gian mẫu $\Omega = \{NN, NS, SN, SS\}$.

Gọi A là biến cố mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần. Khi đó $A = \{NN, NS, SN\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Gọi A là biến cố “3 viên bi được chọn không có đủ cả ba màu”.

Biến cố đối của A là $\bar{A}$: “3 viên bi được chọn có đủ cả ba màu”.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{14}^3$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$: $n(\bar{A}) = 3 \cdot 5 \cdot 6 = 90$.

Xác suất của $\bar{A}$: $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{90}{C_{14}^3} = \frac{45}{182}$.

Xác suất cần tìm $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{45}{182} = \frac{137}{182}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 25. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2, q = \frac{1}{3} \Rightarrow u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 2 \cdot \frac{1}{3^9}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 26. Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2) = 2x^5(x^2 - 9)(x^2 - 4)^2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$	-3	-2	0	2	3	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$									

$f(9)$

$f(0)$

$f(9)$

$+\infty$

$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$, có 3 điểm cực trị và $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

Vậy có 3 phát biểu đúng là *I*, *II* và *IV*.

Chọn đáp án **C**

Câu 27. Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là một tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là một tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là một tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án **B**

Câu 28. Dễ thấy $x = -3$ không phải nghiệm của phương trình đã cho.

$$\text{Với } x \neq -3 \text{ ta có } m = \frac{x^4 - 6x^2 + 8}{x + 3} = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x + 3}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x + 3}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3(x - 1)^2 - \frac{35}{(x + 3)^2} = \frac{3(x^2 + 2x - 3)^2 - 35}{(x + 3)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = \sqrt{\frac{35}{3}} \\ x^2 + 2x - 3 = -\sqrt{\frac{35}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_3 = -1 + \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_4 = -1 + \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \end{cases}.$$

$$f(x_1) \approx -161,7; f(x_2) \approx -0,8; f(x_3) \approx 2,8; f(x_4) \approx -0,2.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	-3	x_2	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(x_1)$	$+\infty$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	$+\infty$

Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $f(x_4) < m < f(x_3)$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của $m \in \{0, 1, 2\}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

Câu 29. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+4} \ln(x^2-2x+4)$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow (4x-4) \ln(x^2-2x+4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x^2-2x+4) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+4 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

Chọn đáp án **B**

Câu 30. Điều kiện: $x \geq 0$.

$$\text{Đặt } f(x) = 81^{2x-\sqrt{x}}. \text{ Ta có } f'(x) = \frac{4\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}} \ln 81 \cdot 81^{2x-\sqrt{x}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{16}.$$

x	0	$\frac{1}{16}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$

$$\text{Phương trình đã cho có nghiệm khi } m \geq \min_{x \in [0; +\infty)} 81^{2x-\sqrt{x}} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **C**

$$\text{Câu 31. Điều kiện xác định } \begin{cases} 5^{x^2} - 5^{|x|} \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} (*)$$

Với điều kiện (*), ta xét phương trình

$$|2x + 1| - x - 2 = 0 \Leftrightarrow |2x + 1| = x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 2x + 1 = x + 2 \\ 2x + 1 = -x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tương tự xét phương trình

$$1 - \log_3(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow x + 4 = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

và

$$5^{x^2} - 5^{|x|} = 0 \Leftrightarrow 5^{x^2} = 5^{|x|} \Leftrightarrow x^2 = |x|$$

$$\Leftrightarrow x^4 = x^2 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu

x	-4	-1	0	1	$+\infty$
$ 2x + 1 - x - 2$	+	0	-	-	+
$1 - \log_3(x + 4)$	+	-	0	-	-
$5^{x^2} - 5^{ x }$	+	-	-	+	
VT	+	-	-	-	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình là $-4 < x < -1$. Do đó nghiệm nguyên lớn nhất là -2 và bé nhất là -3 . Do đó $M \cdot m = (-2) \cdot (-3) = 6$.

Chọn đáp án 

Câu 32.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB ; lấy O là giao điểm giữa CN và AM .

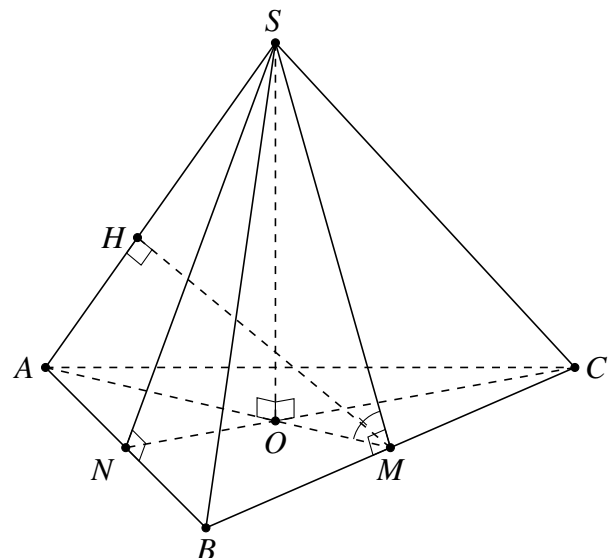
Từ đó ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$, suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SO$.

Tương tự ta chứng minh được $AB \perp SO$, kết hợp chứng minh trên suy ra $SO \perp (ABC)$.

Gọi a là độ dài cạnh đáy, suy ra $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SOM vuông tại O , có

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$



Trong tam giác vuông SOA , có $SA^2 = AO^2 + SO^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Trong tam giác SAM , kẻ $MH \perp SA$ tại H , kết hợp chứng minh trên suy ra $MH \perp BC$, suy ra $MH = \frac{6\sqrt{7}}{7}$.

Từ đó ta có $SO \cdot AM = MH \cdot SA \Leftrightarrow \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 33.

Vì hình trụ (T) ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng $2a$ nên hình trụ (T) có bán kính bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $2a$.

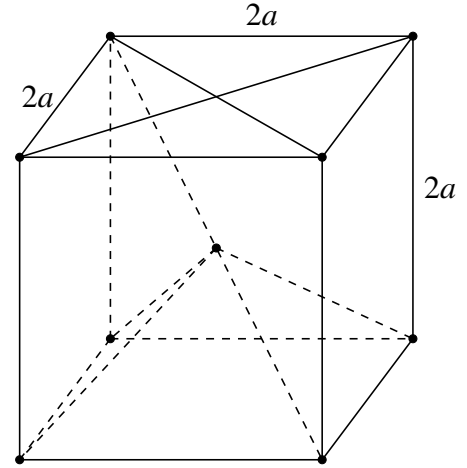
Thể tích của khối trụ (T) là $V_{(T)} = \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot 2a = 4\pi a^3$.

Vì mặt cầu (C) ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng $2a$ nên mặt cầu (C) có bán kính bằng $\frac{\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2 + (2a)^2}}{2} = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối cầu (C) là $V_{(C)} = \frac{4}{3}\pi \cdot (a\sqrt{3})^3 = 4\sqrt{3}\pi a^3$.

Do đó $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{4\pi a^3} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 34. Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = 2 dt$.

Khi đó $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx = \int 2f(t) dt$.

Mà $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{2(\sqrt{x+1}+3)}{x+5} + C$ nên $\int 2f(t) dt = \frac{2(t+3)}{t^2+4} + C$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \int f(t) dt &= \frac{t+3}{t^2+4} + C \\ \Leftrightarrow \int f(2t) dt &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2t+3}{4t^2+4} + C \\ \Leftrightarrow \int f(2x) dx &= \frac{2x+3}{4(x^2+1)} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 35. Đặt $x = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Suy ra $dx = 2 \cos t dt$.

Với $x = 0$ thì $t = 0$ và với $x = 1$ thì $t = \frac{\pi}{6}$.

Như vậy,

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} &= \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{(4-4 \sin^2 t)\sqrt{4-4 \sin^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{4 \cos^2 t \sqrt{4 \cos^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{4 \cos^2 t} \\ &= \frac{1}{4} \tan t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}. \end{aligned}$$

Khi đó $a = 1, b = 12$. Vậy $S = 5 \cdot 1 + 12 = 17$.

Chọn đáp án **(B)**

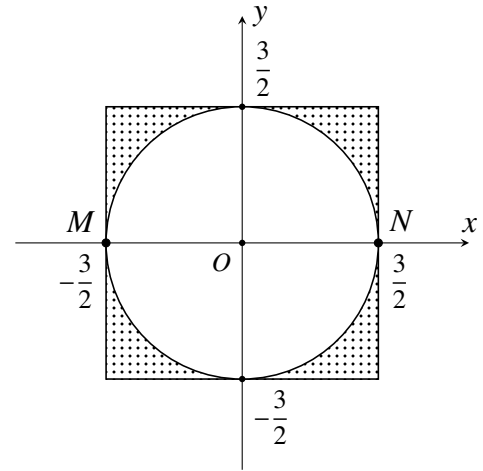
Câu 36.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó, đường tròn tâm O , bán kính $R = \frac{3}{2}$ có phương trình là

$$x^2 + y^2 = \frac{9}{4}.$$

Từ đồ thị suy ra thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$V = 2\pi a^3 \int_0^{\frac{3}{2}} \left[\frac{9}{4} - \left(\frac{9}{4} - x^2 \right) \right] dx = \frac{9\pi a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)**

Câu 37. Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 38. Nếu OA, OB, OC đôi một vuông góc thì ta dễ dàng nhận thấy H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH \perp (ABC)$.

Từ đó suy ra (P) đi qua điểm H và nhận véc-tơ $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $2(x - 2) + 1(y - 1) + 1(z - 1) = 0$ hay $(P): 2x + y + z - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 39. Giả sử $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(a; a - 4; -a + 3)$ và $\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(1 - 2b; -3 + b; 4 - 5b)$.

Ta có $\Delta \perp (Oxz) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \vec{n}$ với $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Oxz)

$$\Rightarrow \frac{a - 1 + 2b}{0} = \frac{a - b - 1}{1} = \frac{-a + 5b - 1}{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 1 = 0 \\ -a + 5b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{7} \\ b = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } A\left(\frac{3}{7}; -\frac{25}{7}; \frac{18}{7}\right) \text{ và } B\left(\frac{3}{7}; -\frac{19}{7}; \frac{18}{7}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(0; \frac{6}{7}; 0\right) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 40. $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có:

$$i^2 + a.i + b = 0 \Leftrightarrow ai + b = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 41. Ta có $f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$.

Xét hàm số $g(x) = x \cos x - \sin x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ta có $g'(x) = -x \sin x < 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Suy ra $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \Rightarrow g(x) \leq g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} - \frac{1}{2} < 0$.

Từ đó suy ra $f'(x) < 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. Dẫn tới $\max_{x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{\pi}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 42. $y = 2x^3 - 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $2x^3 - 3x^2 - 2 = mx - m - 3$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - mx + m + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(2x^2 - x - m - 1) = 0 \quad (1).$$

Từ giả thiết và yêu cầu bài toán, suy ra hoành độ của A, B là nghiệm của phương trình $2x^2 - x - m - 1 = 0 \quad (2)$

$$\text{hay phương trình } 2x^2 - x - m - 1 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 8(m + 1) > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{8} \\ m \neq 0. \end{cases}$$

(*)

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B . Khi đó x_1 và x_2 là nghiệm của phương trình (2).

Vì tiếp tuyến với (C) tại A và B vuông góc với nhau nên ta có:

$$6x_1(x_1 - 1) \cdot 6x_2(x_2 - 1) = -1 \Leftrightarrow 36x_1x_2(x_1 - 1)(x_2 - 1) = -1$$

$$\Leftrightarrow 36x_1x_2[x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1] = -1$$

$$36 \cdot \frac{-m-1}{2} \left(\frac{-m-1}{2} - \frac{1}{2} + 1 \right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(m+1)m = -1 \Leftrightarrow 9m^2 + 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{6} \text{ (thỏa điều kiện (*))} \\ m = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6} \text{ (thỏa điều kiện (*))}. \end{cases}$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng -1 .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 43. Đặt $x = \ln a, y = \ln b$, ta có $\log_b a = \frac{x}{y}$ và

$$\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a} \Leftrightarrow x(1 - y) = y\sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = x + \sqrt{4 - x^2}$$

Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}, f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$. Ta có $f(2) = 2, f(-2) = -2$,

$f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$, suy ra $M = 2\sqrt{2}, m = -2$ và $M + m = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 44. Do $u_n = 3u_{n-1}$, suy ra dãy số là cấp số nhân với công bội $q = 3$, suy ra $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Đặt $t = \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1} \geq 0$, ta có phương trình

$$t^2 - 1 = 2(1 + t) \Leftrightarrow (t + 1)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 3.$$

$$\text{Từ đó ta có } \log u_5 - 2 \log u_2 = 8 \Leftrightarrow \frac{u_5}{u_2^2} = 10^8 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot 3^4}{u_1^2 \cdot 3^2} = 10^8 \Leftrightarrow u_1 = \frac{9}{10^8}.$$

$$\text{Suy ra } u_n = \frac{9}{10^8} \cdot 3^{n-1} < 7^{100} \Leftrightarrow 3^{n-1} < \frac{10^8}{9} \cdot 7^{100} \Leftrightarrow n < 192,9.$$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 192.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 45.

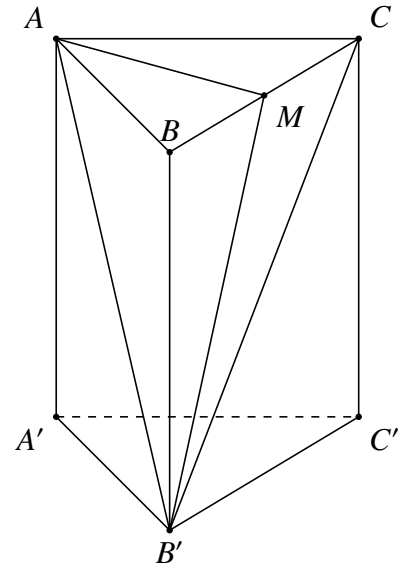
Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp (BCC'B')$ nên $\triangle MB'C$ là hình chiếu của $\triangle AB'C$ trên $(BCC'B')$. Đặt $AA' = x$ ta có

$$S_{MB'C} = \frac{1}{4} \cdot x \cdot BC = \frac{ax\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có $AB' = \sqrt{x^2 + 3a^2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Vì $AC \perp (ABB'A')$ nên $AC \perp AB'$ suy ra

$$S_{AB'C} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 + 3a^2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{S_{MB'C}}{S_{AB'C}} = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 3a^2}} \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$



Từ đó thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích đa diện cần tính bằng $\frac{2}{3}V = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 46. Ta có $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx = \int_{-1}^0 \frac{f(x)}{1+e^x} dx + \int_0^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx.$

$$\text{Đặt } I = \int_{-1}^0 \frac{f(x)}{1+e^x} dx.$$

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Với $x = -1 \Rightarrow t = 1$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

$$I = - \int_1^0 \frac{f(-t)}{1+e^{-t}} dt = \int_0^1 \frac{e^t f(t)}{1+e^t} dt = \int_0^1 \frac{e^x f(x)}{1+e^x} dx$$

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx = \int_{-1}^0 \frac{f(x)}{1+e^x} dx + \int_0^1 \frac{e^t f(t)}{1+e^t} dt = \int_0^1 \frac{(e^x + 1)f(x)}{1+e^x} dx = \int_0^1 f(x) dx \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 1.$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 47. Hoành độ giao điểm giữa parabol và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$-x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } (H) \text{ là } S = \int_0^4 |-x^2 + 4x| dx = \frac{32}{3}.$$

Ta có

$$-x^2 + 4x = y \Leftrightarrow x^2 - 4x + y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{4-y} \\ x = 2 + \sqrt{4-y} \end{cases} (y < 4).$$

Suy ra diện tích hình giới hạn bởi $y = n$, $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành là

$$S_1 = \int_0^n \left| (2 + \sqrt{4-y}) - (2 - \sqrt{4-y}) \right| dy = \int_0^n 2\sqrt{4-y} dy = -\frac{4\sqrt{(4-y)^3}}{3} \Big|_0^n = \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3}.$$

Tương tự ta có diện tích hình giới hạn bởi $y = m$, $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành là

$$S_2 = \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3}.$$

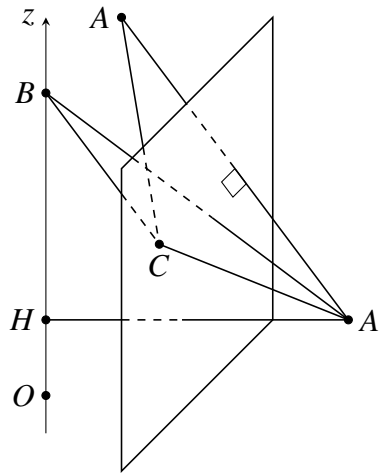
Để hai đường thẳng $y = n$, $y = m$ chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} S_1 = \frac{32}{9} \\ S_2 = \frac{64}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3} = \frac{32}{9} \\ \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3} = \frac{64}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3} = \frac{64}{9} \\ \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3} = \frac{32}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4-n)^3 = \frac{256}{9} \\ (4-m)^3 = \frac{64}{9} \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $T = (4-m)^3 + (4-n)^3 = \frac{320}{9}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 48.



Kiểm tra thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với bờ là mặt phẳng (P) , trục Oz song song với mặt phẳng (P) .

Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Ta có các đánh giá:

+ $AB \geq AB_0$ với B_0 là hình chiếu của A lên trục Oz và AB_0 có độ dài không đổi.

+ $BC + CA = BC + CA' \geq A'B \geq A'H$, $A'H$ có độ dài không đổi.

Từ đó suy ra

$$AB + BC + CA \geq AB_0 + A'H.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi B trùng $B_0(0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 49. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Suy ra $t_H = -\frac{\vec{u} \cdot \vec{IM}_0}{\vec{u}^2} = 1 \Rightarrow H(3; 0; -1)$. Ta có $r_{\min} = d(I, (P)) = IH$.

Suy ra (P) đi qua H và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{IH} = (0; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $y + z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A**

Câu 50. Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}$, $\bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

Từ $|z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*)$.

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2} = \frac{\bar{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **B**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN05*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 2.**

Chọn đáp án (D)

Câu 4. Từ phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) : $4x - y - 3z + 2 = 0$ ta có $\vec{n} = (4; -1; -3)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 5. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án (B)

Câu 6. Ta có $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 7. Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 + i$. Do đó, phần thực của z là 2.

Chọn đáp án (B)

Câu 8. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Dấu của y' đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x = 0$ (tính từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
- Dấu của y' đổi từ âm sang dương khi qua điểm $x = 1$ (tính từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

Chọn đáp án (C)

Câu 9. Tập xác định $\mathcal{D} = [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$ Ta có $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{18-x^2}}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$.Ta có $y(-3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}, y(3) = 6, y(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$.Vậy $m = 3\sqrt{2}, M = 6 \Rightarrow M + m = 6 + 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 10. Ta có $I = \int_1^2 2x dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3$.

Chọn đáp án (B)

Câu 11. Ta có $y' = \frac{a}{2018+ax} + \frac{b}{2018+bx} \Rightarrow y'(1) = \frac{a}{2018+a} + \frac{b}{2018+b} = 1 \Rightarrow ab = 2018^2$.

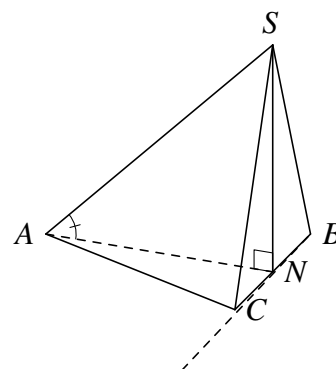
Chọn đáp án (A)

Câu 12. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án (C)

Câu 13.Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SN = AN \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án (C)

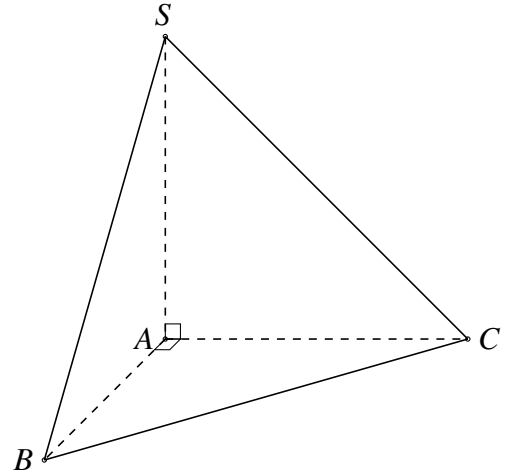


Câu 14. Ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi \times r} = \frac{4\pi a^2}{2\pi \times a} = 2a$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 15.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$. Vậy $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 16. Ta có $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 6 = 8$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 17. Ta có $R = d(O, (P)) = \frac{|-6|}{\sqrt{1+2^2+2^2}} = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 18.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$.

Vì $d(I, (P)) < R$ nên (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) .

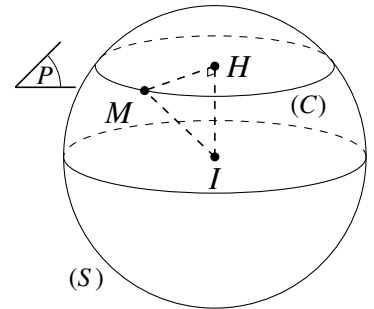
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $(P) \Rightarrow H$ là tâm của (C) .

Lấy $M \in (C) \Rightarrow M \in (S)$. Khi đó $\triangle IHM$ vuông tại H .

$\Rightarrow MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

Suy ra diện tích hình tròn (C) bằng 5π .

Chọn đáp án **(D)**



Câu 19. Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có: $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7) \Leftrightarrow (x + yi) + 4(x - yi) = 7 + i(x + yi - 7)$

$\Leftrightarrow 5x - 3yi = 7 - y + (x - 7)i \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7 - y \\ -3y = x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 7 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 20. Vì $(1 + 2i)z - 8 - i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{8 + i}{1 + 2i} = \frac{(8 + i)(1 - 2i)}{1 + 4} = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i$ nên $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Vậy $S = a + b = -1$.

Chọn đáp án **(C)**

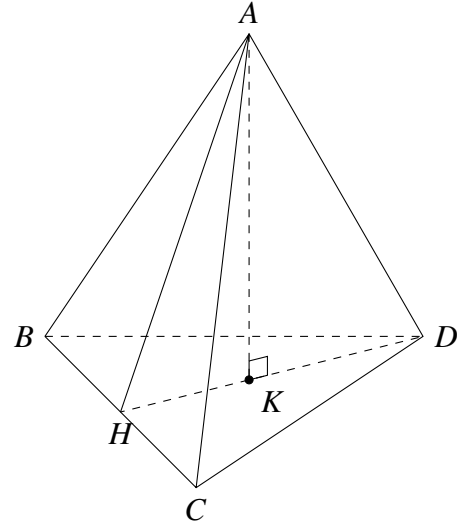
Câu 21.

Gọi H là trung điểm BC , K là trọng tâm tam giác BCD . Tứ diện $ABCD$ đều nên $AK \perp (BCD)$.

$$DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông ADK : $AK^2 = AD^2 - DK^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$. Vậy

$$d(A; (BCD)) = AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 22.

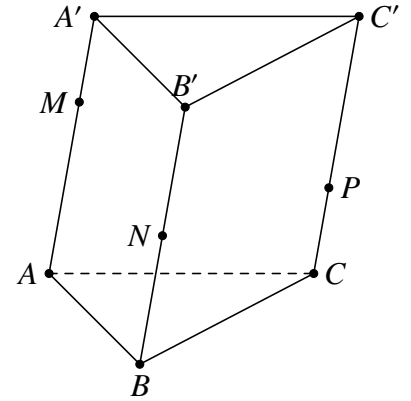
Gọi h là khoảng cách từ A', B', C' đến mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Ta có } \frac{d(M, (ABC))}{d(A', (ABC))} = \frac{MA}{A'A} = \frac{2}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{2}{3}h,$$

$$\frac{d(N, (ABC))}{d(B', (ABC))} = \frac{NB}{B'B} = \frac{1}{2} \Rightarrow h_2 = \frac{1}{2}h,$$

$$\frac{d(P, (ABC))}{d(C', (ABC))} = \frac{PC}{C'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_3 = \frac{1}{3}h.$$

Vậy $h_1 > h_2 > h_3$.



Chọn đáp án **C**

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 24. Biện cố “Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm” gồm các phần tử là:

$(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6)$.

Chọn đáp án **C**

Câu 25.

Vì $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = \frac{32}{16} \neq \frac{63}{32}$ nên dãy số ở phương án A không là cấp số nhân.

Vì $\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} \neq \frac{54}{27}$ nên dãy số ở phương án C không là cấp số nhân.

Vì $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1} = \frac{1}{4} \neq \frac{16}{4}$ nên dãy số ở phương án D không là cấp số nhân.

Vì $\frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \frac{-32}{16} = -2$ nên dãy số ở phương án B là cấp số nhân.

Chọn đáp án **D**

Câu 26. Để thấy $x = 0$ không thỏa mãn phương trình. Khi đó, ta có

$$x^4 - 6x^3 + mx^2 - 12x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} - 6\left(x + \frac{2}{x}\right) + m = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{2}{x}\right) + m - 4 = 0.$$

Nhận xét x và $\frac{2}{x}$ cùng dấu nên $\left|x + \frac{2}{x}\right| = |x| + \left|\frac{2}{x}\right| \geq 2\sqrt{2}$. Đặt $t = x + \frac{2}{x} \Rightarrow |t| \geq 2\sqrt{2}$.

Ta có phương trình $t^2 - 6t + m - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t = -m + 4$.

Xét $f(t) = t^2 - 6t$ trên miền $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 6$. Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$. Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	3	$+\infty$
$f'(t)$		-		0	+
$f(t)$	$+\infty$	$8 + 12\sqrt{2}$	$8 - 12\sqrt{2}$	-9	$+\infty$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-m + 4 \geq -9 \Leftrightarrow m \leq 13$. Vì $m \in [0; 30]$ nên có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

Câu 27. Ta xét hai trường hợp

- Nếu $m \geq 0$, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + 1} + x^2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{m}{x^2} + \frac{1}{x^4}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 1$.

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + 1} + x^2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{m}{x^2} + \frac{1}{x^4}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 1.$$

Do đó hàm số luôn có một tiệm cận ngang là $y = 1$ khi $m \geq 0$.

- Nếu $m < 0$ khi đó hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \left[-\frac{1}{\sqrt{m}}; \frac{1}{\sqrt{m}}\right] \setminus \{0; 1\}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy không có giá trị m nào thỏa bài toán.

Chọn đáp án **A**

Câu 28. Ta có $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{x+1} = \frac{m}{4}$.

Đặt $y = f(x) = x + \frac{4}{x+1}$ ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ như sau:

x	0	1	4
y'	-	0	+
y	4	3	$\frac{24}{5}$

Từ đó ta thấy phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 3 \leq \frac{m}{4} \leq \frac{24}{5} \Leftrightarrow 12 \leq m \leq 19,2$.

Vậy ta có 8 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

Câu 29. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+4} \ln(x^2-2x+4)$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow (4x-4) \ln(x^2-2x+4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x^2-2x+4) > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x-1 < 0 \\ \ln(x^2-2x+4) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+4 > 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+3 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+3 < 0 \end{cases} \quad (\text{Vô nghiệm}) \Leftrightarrow x > 1$$

Chọn đáp án **C**

Câu 30. Ta có $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}} = \sqrt{9^{x-1}+7}$, $b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2(3^{x-1}+1)} = (3^{x-1}+1)^{\frac{-1}{5}}$.

Số hạng thứ 6 trong khai triển trên là $C_7^5 a^2 b^5 = \frac{21(9^{x-1}+7)}{3^{x-1}+1}$. Khi đó ta có

$$\frac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1} = 4 \Leftrightarrow 9^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x-1} = 1 \\ 3^{x-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

Câu 31. Ta có $\int_1^2 e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} \Big|_1^2 = \frac{e^{2k} - e^k}{k}$.

Khi đó bất phương trình tương đương

$$e^{2k} - 2019 \cdot e^k + 2018 < 0 \Leftrightarrow 1 < e^k < 2018 \Leftrightarrow 0 < k < \ln 2018.$$

Vì k nguyên dương nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 32. Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 33. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **C**

Câu 34. Với $x \in [1; 2]$ ta có

$$f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C.$$

Do $f(1) = 4$ nên $C = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2$.

Vậy $f(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 = 20$.

Chọn đáp án **B**

Câu 35. $\int_1^e x \ln x \, dx = \frac{1}{2} \int_1^e \ln x \, dx^2 = \frac{1}{2} \left(x^2 \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \, dx \right) = \frac{1}{2} \left(e^2 - \frac{1}{2} x^2 \Big|_1^e \right) = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$. Vậy $T = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 36. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx$.

Chọn đáp án **D**

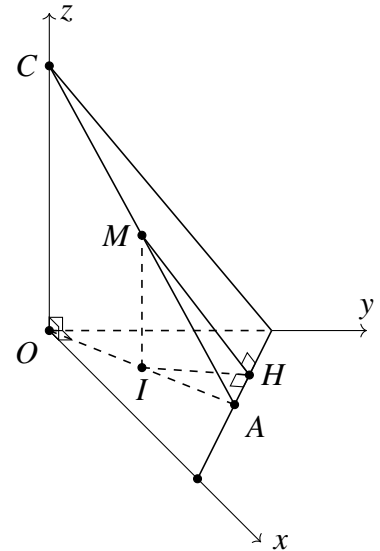
Câu 37.

Gọi I là trung điểm của OA , ta có $IM \parallel OC \Rightarrow IM \perp (Oxy)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp MH \\ AB \perp IM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (IMH) \Rightarrow AB \perp IH$.

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (C) cố định có đường kính IA và nằm trong mặt phẳng (Oxy) .

Vậy bán kính của đường tròn (C) là $R = \frac{OA}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **A**

Câu 38. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

Khoảng cách từ O đến (ABC) là $\frac{|-1|}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 8$. (1)

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (0; 1; -1)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$. Vì $(ABC) \perp (P)$ nên $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$. (2)

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{2}{b^2} = 8 \Leftrightarrow b^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$ (do $b > 0$), suy ra $c = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 1$.

Chọn đáp án **B**

Câu 39. Ta có $\vec{AB} = (1; 6; -10)$, phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 6t \\ z = 7 - 10t \end{cases}$

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) , suy ra $x = 0 \Rightarrow t = -1$.

Do đó tọa độ điểm $M(0; -7; 17)$. Suy ra $\vec{MA} = (1; 6; -10)$, $\vec{MB} = (2; 12; -20) \Rightarrow \vec{MA} = \frac{1}{2} \vec{MB}$.

Vậy điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 40. Gọi số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$

$|z - 2 + 3i| = 5 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 25$

Mặt khác $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số thuần ảo nên $a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm b$

(1)

Với $a = b$ thế vào phương trình (1) ta được: $(a - 2)^2 + (a + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -3 \end{cases}$

Với $a = -b$ thế vào phương trình (1) ta được $(a - 2)^2 + (-a + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 6 \end{cases}$.

Vậy có 4 số phức thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 41. Gọi x là giá bán mỗi cốc cà phê.

Khi đó, số lượng cốc bán được là $2000 - \frac{x - 20000}{1000} \cdot 100$.

Lợi nhuận

$$f(x) = \left[2000 - \frac{x - 20000}{1000} \cdot 100 \right] (x - 18000) = -\frac{1}{10}x^2 + 5800x - 72000000 \geq f\left(-\frac{5800}{2 \cdot \frac{-1}{10}}\right) = f(29000).$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 42. Xét hàm $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a \Rightarrow g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				$1 + a$				$+\infty$
			a				a		

Xét hàm $f(x) = |g(x)|$

TH1. Đồ thị hàm số $g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox khi $a \geq 0$.

Khi đó đồ thị hàm $y = f(x)$ giống đồ thị hàm $g(x)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \max_{[0;2]} f(x) = f(1) = 1 + a = M \\ \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = f(0) = a = m. \end{cases}$$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow 1 + a \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1$.

Kết hợp điều kiện $a \geq 1$.

TH2. Đồ thị hàm $f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành khi $1 + a \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -1$. Khi đó đồ thị hàm $f(x)$ thu được bằng cách đối xứng đồ thị của hàm $g(x)$ qua trục hoành.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} M = -a \\ m = -a - 1 \end{cases}. \text{ Theo đề bài } M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2a - 2 \Leftrightarrow a \leq -2.$$

Kết hợp với điều kiện $a \leq -2$.

TH3. Nếu $\frac{a + (1 + a)}{2} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó $\begin{cases} M = 1 + a \\ m = 0. \end{cases}$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \leq -1$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

TH4. Nếu $\frac{a + (1 + a)}{2} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{1}{2}$. Khi đó $\begin{cases} M = -a \\ m = 0. \end{cases}$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \geq 0$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

Từ 4 trường hợp trên ta được $\begin{cases} a \geq 1 \\ a \leq -2 \end{cases} \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của a thuộc $[-4; 4]$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 43. Trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ta xét phương trình $\sin x = m$ (1).

- Phương trình (1) có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.
- $0 \leq m < \frac{1}{2}$ hoặc $m = 1$: phương trình (1) có 1 nghiệm.
- $\frac{1}{2} \leq m < 1$: phương trình (1) có 2 nghiệm.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin x} \leq 2$.

Đặt $t = 2^{\sin x}$, $t \in [1; 2]$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = 3$ có hai nghiệm thỏa:

- $1 < t < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < 2^{\sin x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 1 nghiệm.
- $\sqrt{2} < t < 2 \Leftrightarrow \sqrt{2} < 2^{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 44. Từ $2x^2 + 1 = 3^m$ suy ra $m = \log_3(2x^2 + 1)$. Từ đó ta có

$$\begin{aligned} \log_3(2x^2 + 1) + 2x^2 + 1 &= 3^x + x \\ \Leftrightarrow 3^{\log_3(2x^2 + 1)} + \log_3(2x^2 + 1) &= 3^x + x \quad (1). \end{aligned}$$

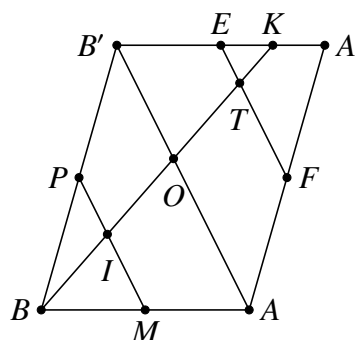
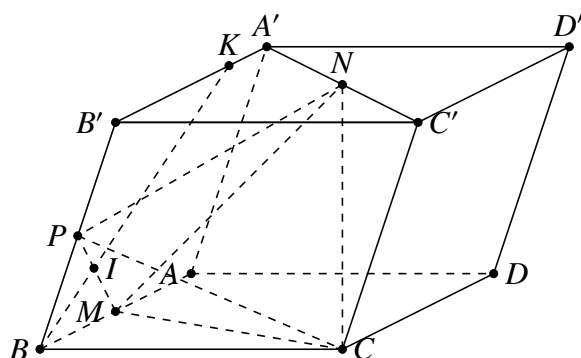
Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$ có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó từ (1) suy ra $3^x = 2x^2 + 1$.

Xét hàm số $g(x) = 3^x - 2x^2 - 1$ có $g'''(x) > 0$ nên phương trình $g(x) = 0$ có không quá 3 nghiệm, nhằm được nghiệm $x = 0, x = 1, x = 2$. Tương ứng $m = 0, m = 1, m = 2$.

Tổng cần tìm là $0 + 1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 45.



Dựng $NK \parallel CM, K \in A'B'$ suy ra $NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

Ta có

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d(N, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{d(K, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A, T = BK \cap EF, O = BK \cap AB'$.

Ta có $BI = IO = OT = 2KT$. Suy ra $\frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}$.

Do đó $V_{CMNP} = \frac{5}{2} V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{5}{48} V$.

Chọn đáp án **C**

Câu 46. Từ $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$ lấy nguyên hàm hai vế ta được $\ln f(x) = 2x - x^2 + C$, với C là hằng số. Mà

$f(0) = 1 \Rightarrow C = 0$. Suy ra $f(x) = e^{2x-x^2}$.

Đạo hàm $f'(x) = (2 - 2x) \cdot e^{2x-x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Lập bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	e	0

Từ bảng biến thiên suy ra với $0 < m < e$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

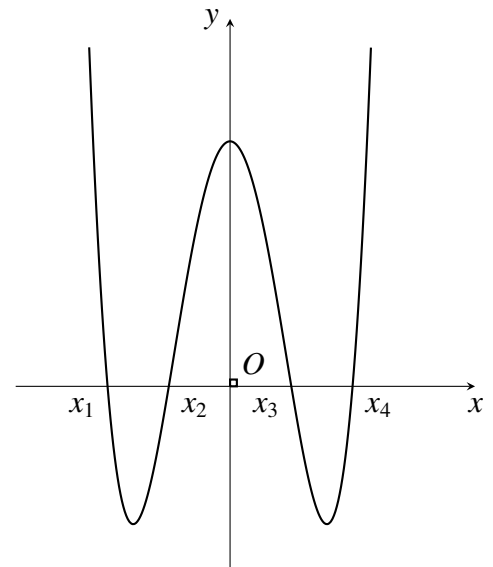
Chọn đáp án **C**

Câu 47.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^4 - 3x^2 + m = 0$ (1). Đặt $t = x^2, t \geq 0$, ta được phương trình $t^2 - 3t + m = 0$ (2). Ta có (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có

hai nghiệm cùng dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}$.

$\frac{9}{4}$.



Gọi các nghiệm của phương trình (1) là $x_1 < x_2 < x_3 < x_4, x_1, x_2, x_3, x_4 \neq 0$. Do đồ thị (C) nhận trục tung là trục đối xứng nên ta có

$$S_1 = 2 \int_{x_2}^0 (x^4 - 3x^2 + m) dx \quad \text{và} \quad S_2 = 2 \int_{x_1}^{x_2} (-x^4 + 3x^2 - m) dx.$$

Vì $S_1 = S_2$ nên

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} (-x^4 + 3x^2 - m) dx &= \int_{x_2}^0 (x^4 - 3x^2 + m) dx \Leftrightarrow \left(-\frac{x_2^5}{5} + x_2^3 - mx_2\right) - \left(-\frac{x_1^5}{5} + x_1^3 - mx_1\right) \\ &= -\left(\frac{x_2^5}{5} - x_2^3 + mx_2\right) \Leftrightarrow \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = 0 \\ x_1^4 - 3x_1^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + (3x_1^2 - x_1^4)x_1 = 0 \\ m = 3x_1^2 - x_1^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 = \frac{5}{2} \\ m = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

Câu 48. Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$ ta có $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. Lại có

$$\begin{aligned} A &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} \\ &= 3MG^2 + \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}. \end{aligned}$$

Vì $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$ là một hằng số nên S nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của G lên (P) .

Từ đó ta tìm được $M\left(-\frac{11}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{1}{9}\right)$ và $Q = a + b + 6c = -2$.

Chọn đáp án **B**

Câu 49. • Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) : $2x + 2y - z + 4 = 0$. Ta có $2a + 2b - c + 4 = 0$ (1).

• $\overrightarrow{AM} = (a - 2; b - 1; c - 2)$ và $\overrightarrow{BM} = (a - 3; b + 3; c - 2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

MA, MB tạo với mặt phẳng (P) các góc bằng nhau

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow |\cos(\overrightarrow{AM}, \vec{n})| &= |\cos(\overrightarrow{BM}, \vec{n})| \\ \Leftrightarrow \frac{|2(a - 2) + 2(b - 1) - (c - 2)|}{3\sqrt{(a - 2)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2}} &= \frac{|2(a - 3) + 2(b + 2) - (c - 2)|}{3\sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2 + (c - 2)^2}} \\ \Leftrightarrow \frac{|2a + 2b - c - 4|}{3\sqrt{(a - 2)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2}} &= \frac{|2a + 2b - c|}{3\sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2 + (c - 2)^2}} \\ \Leftrightarrow \frac{8}{3\sqrt{(a - 2)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2}} &= \frac{4}{3\sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2 + (c - 2)^2}} \\ \Leftrightarrow 4((a - 3)^2 + (b + 2)^2 + (c - 2)^2) &= (a - 2)^2 + (b - 1)^2 + (c - 2)^2 \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - \frac{20}{3}a + 6b - 4c + \frac{59}{3} &= 0. \end{aligned}$$

Do đó, điểm M thuộc mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x + 6y - 4z + \frac{59}{3} = 0$ tâm $I\left(\frac{10}{3}; -3; 2\right)$.

• Đường tròn (C) là giao mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) nên tâm của (C) là hình chiếu H của I trên mặt phẳng (P) .

• Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) . Ta có Δ :
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Suy ra $H\left(\frac{10}{3} + 2t; -2 + 2t; 2 - t\right)$. Mặt khác $H \in (P) \Leftrightarrow \frac{8}{3} + 9t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{27}$.

• Vậy $H\left(\frac{74}{27}; -\frac{97}{27}; \frac{62}{27}\right)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 50. Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = (a + 2)^2 + (4 - b)^2 \Leftrightarrow b - a = 4 \Leftrightarrow b = a + 4$.

Đồng thời $\frac{z - i}{\bar{z} + i} = \frac{a + (b - 1)i}{a + (1 - b)i} = \frac{[a + (b - 1)i]^2}{a^2 + (b - 1)^2} = \frac{a^2 - (b - 1)^2 + 2a(b - 1)i}{a^2 + (b - 1)^2}$

Khi đó số phức $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo khi $a^2 - (b - 1)^2 = 0$, thay $b = a + 4$ vào ta được

$$a^2 - (a + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án 

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN06*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 1.** Nhìn bảng biến thiên thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.Chọn đáp án **(C)****Câu 2.** Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.Chọn đáp án **(B)****Câu 3.** Hàm số đã cho xác định khi $2x - 1 > 0$ hay $x > \frac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^x$ là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.Chọn đáp án **(B)****Câu 4.** Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có tâm là tâm của khối lập phương và đường kính là đường chéo của hình lập phương.Ta có độ dài đường chéo hình lập phương là $d = \sqrt{4a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow R = a\sqrt{3}$.Chọn đáp án **(C)****Câu 5.** Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.Chọn đáp án **(D)****Câu 6.** Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) khi và chỉ khi

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Hệ này vô nghiệm nên không có giá trị của m thỏa mãn.Chọn đáp án **(A)****Câu 7.** Điểm M có tọa độ là $M(3; -4) \Rightarrow$ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.Chọn đáp án **(C)****Câu 8.** Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$. Bảng xét dấu của y' như sau:

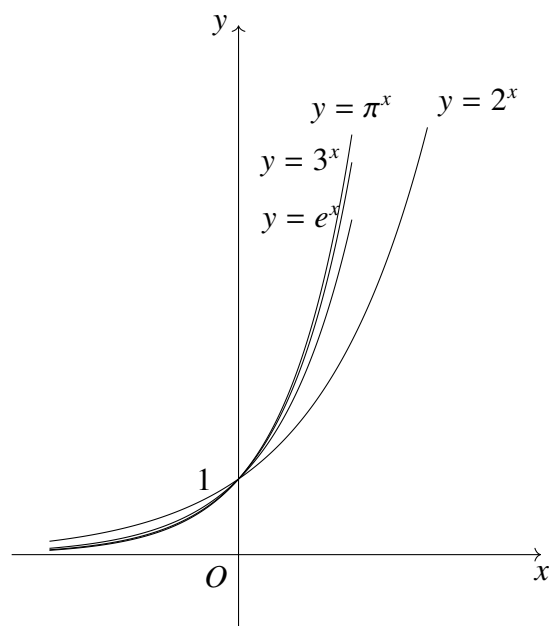
x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)****Câu 9.** Vì $f'(x) = -x^2 - 1 < 0 \forall x \in [a; b]$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$. Do đó, $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$.Chọn đáp án **(B)****Câu 10.** $\begin{cases} a^{\log_2 5} = 4 \\ b^{\log_4 6} = 16 \\ c^{\log_7 3} = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^{\log_2 5} = 4^{\log_2 5} \\ b^{\log_4 6} = 16^{\log_4 6} \\ c^{\log_7 3} = 49^{\log_7 3} \end{cases} \Rightarrow T = 5^2 + 6^2 + 3 \cdot 3^2 = 88$.Chọn đáp án **(B)**

Câu 11.

4 hàm số đã cho là các hàm số mũ, trong đó hàm số $y = \pi^x$ cơ số là π lớn nhất nên hàm số tăng nhanh nhất, dốc cao nhất.



Chọn đáp án **A**

Câu 13.

Chọn đáp án **C**

Câu 14.

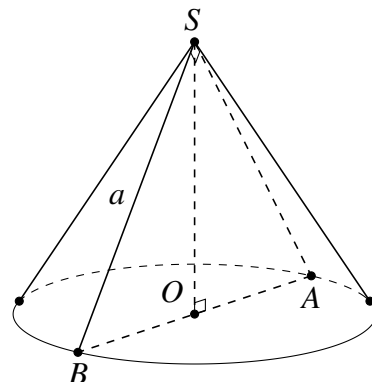
Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Tam giác SAB vuông tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$.

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$

và $r = SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

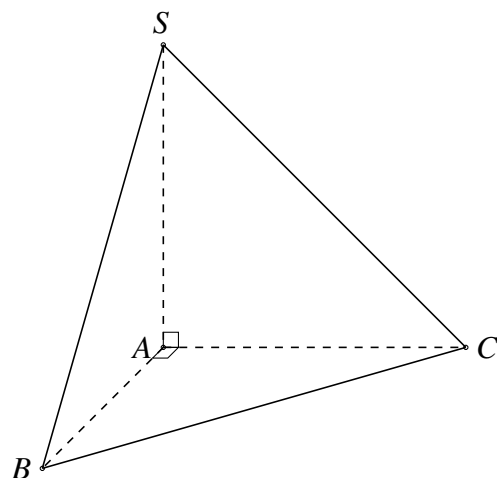
Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **A**

Câu 15.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$. Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **A**

Câu 16. $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_{-2}^1 dx = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 17. Gọi $M(x; y)$, theo bài ra ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 3(x-2; y-1; z-1) &= 2(-2; 1; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = -4 \\ 3y-3 = 2 \\ 3z-3 = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \\ z = \frac{7}{3} \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 18. Ta có hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_x(-2; 0; 0), M_y(0; -1; 0), M_z(0; 0; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua M_x, M_y, M_z là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 19. Ta có $z = (1+2i)(2-i) = 4+3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 20. Ta có $1, i^3, i^6, \dots, i^{2016}$ là một cấp số nhân có 673 số hạng với $u_1 = 1$ và $q = i^3$ nên

$$S = \frac{1 - (i^3)^{673}}{1 - i^3} = \frac{1 - i^3 \cdot (-i)^{672}}{1 + i} = \frac{1 - i^3}{1 + i} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)**

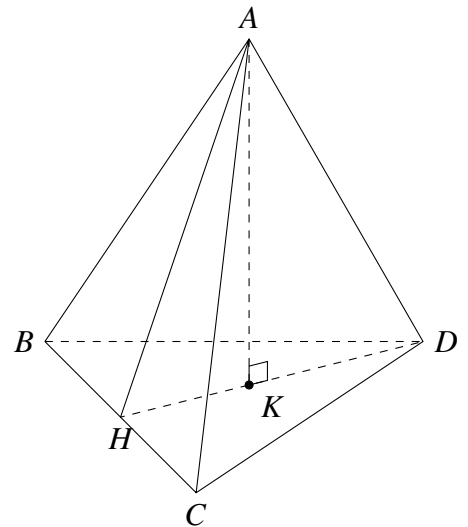
Câu 21.

Gọi H là trung điểm BC , K là trọng tâm tam giác BCD . Tứ diện $ABCD$ đều nên $AK \perp (BCD)$.

$$DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông ADK : $AK^2 = AD^2 - DK^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$. Vậy

$$d(A; (BCD)) = AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 22.

Gọi O, I là trung điểm AC, SB

$$\Rightarrow SB \perp (AIC) \Rightarrow SB \perp OI \Rightarrow SB \perp SD.$$

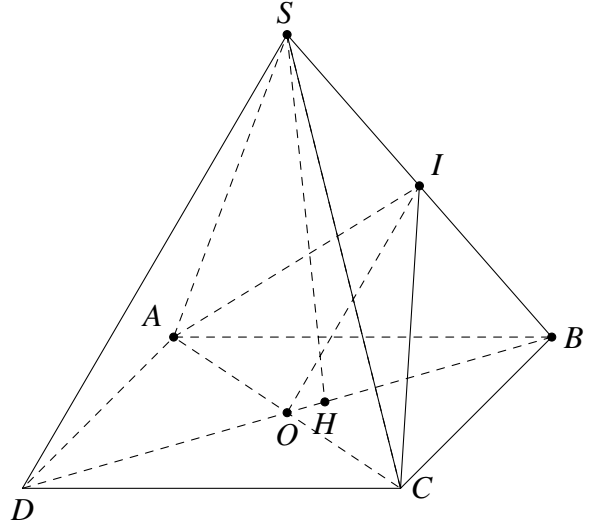
Gọi H là hình chiếu của S lên BD

$$\Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow h = d(S, (ABCD)) = SH.$$

Xét $\triangle SBD$, vuông tại S có đường cao SH

$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 \cdot b^2}.$$

$$\text{Vậy } h = d(S, (ABCD)) = SH = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 23. Không gian mẫu $\Omega = \{NNN, NNS, NSN, NSS, SNN, SNS, SSN, SSS\}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 24. Các trường hợp thuận lợi để biến cố xảy ra là: $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 4), (4, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2)$.

Vậy có 10 phần tử.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 25. Ta có $u_{10} = u_1 \cdot q^{10-1} = 7 \cdot (-3)^9 = -137781$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 26. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 27. Dễ thấy (C) có hai đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 3$. Giả sử $M\left(x; \frac{3x+4}{x+1}\right)$, ta có

$$\begin{aligned} d &= |x+1| + \left| \frac{3x+4}{x+1} - 3 \right| \\ &= |x+1| + \left| \frac{1}{x+1} \right| \\ &\geq 2. \end{aligned}$$

Suy ra $d_{\min} = 2$ khi $x = 0$ hoặc $x = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 28. Vì đồ thị (C) đi qua $O(0; 0)$ nên $d = 0$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c. \text{ Từ đồ thị suy ra } \begin{cases} f'(0) = 2 \\ f'(1) = 5 \\ f'(-1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ 3a + 2b + c = 5 \\ 3a - 2b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2. \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = x^3 + 2x$. Ta có $f(3) = 33, f(1) = 3 \Rightarrow f(3) - f(1) = 30$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 29. – Giả sử diện tích đất nông nghiệp hiện nay của nước ta là S .

– Sau 10 năm nữa, diện tích còn lại sẽ là $S \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}$.

– Suy ra, tỷ lệ cần tìm bằng $\frac{S \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}}{S} = \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 30. Vì $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 3$. Do đó $u_5 = 3^3 u_2$. Do vậy,

$$\log u_5 - 2 \log u_2 = 2 \left(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}\right) \Leftrightarrow 25 \log u_2 = 2 \sqrt{25 \log u_2 + 1} + 2$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{25 \log u_2 + 1} + 1\right)^2 - 2 \cdot \left(\sqrt{25 \log u_2 + 1} + 1\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{25 \log u_2 + 1} = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ \sqrt{25 \log u_2 + 1} = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Với $\sqrt{25 \log u_2 + 1} = 1 \Leftrightarrow \log u_2 = 0 \Leftrightarrow u_2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{3}$. Do đó $u_n = \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}$.

Khi đó

$$u_n < 7^{100} \Leftrightarrow 3^{n-2} < 7^{100} \Leftrightarrow n - 2 < 100 \cdot \log_3 7 \Leftrightarrow n < 2 + 100 \cdot \log_3 7 \approx 179,124.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31. Điều kiện $-\frac{1}{3} \leq x \leq 10$.

$$\begin{aligned} \log_2 (\sqrt{3x+1} + 6) - 1 &\geq \log_2 (7 - \sqrt{10-x}) \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} + 6 \geq 14 - 2\sqrt{10-x} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} \geq 8 - 2\sqrt{10-x} \\ &\Leftrightarrow 3x+1 \geq 64 - 32\sqrt{10-x} + 4(10-x) \left(\text{vì } -\frac{1}{3} \leq x \leq 10 \right) \\ &\Leftrightarrow 32\sqrt{10-x} \geq 103 - 7x \\ &\Leftrightarrow 1024(10-x) \geq 10609 - 1442x + 49x^2 \left(\text{vì } -\frac{1}{3} \leq x \leq 10 \right) \\ &\Leftrightarrow 49x^2 - 418x + 369 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{369}{49}. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $-\frac{1}{3} \leq x \leq 10$ ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $1 \leq x \leq \frac{369}{49}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 32.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 33.

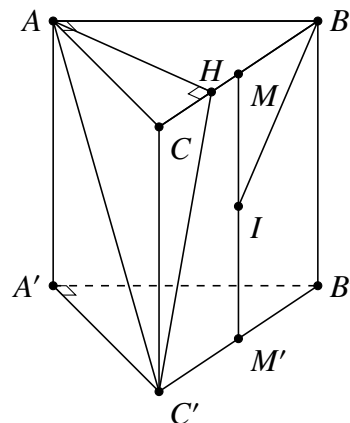
Gọi H là hình chiếu của A lên $BC \Rightarrow AH \perp BC$, ta chứng minh được $AH \perp (BCC'B')$.

Suy ra góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AC'H} = 30^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } AC = a, AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle AC'H \text{ có } AC' = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } CC' = a\sqrt{2} \Rightarrow BC' = a\sqrt{6}.$$



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Gọi I là trung điểm của MM' .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho và bán kính $R = IB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

Câu 34. Xét $I = \int f(x) dx = \int \frac{1 + \ln x}{x^2} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = 1 + \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$. Khi đó

$$I = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) - \frac{1}{x} + C = -\frac{1}{x}(\ln x + 2) + C \Rightarrow a = -1; b = 2.$$

Vậy $S = a + b = 1$.

Chọn đáp án **D**

Câu 35. Nhân cả tử và mẫu với lượng liên hợp của $3x + \sqrt{9x^2 - 1}$ ta được

$$I = \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = \int_{\frac{1}{3}}^1 x(3x - \sqrt{9x^2 - 1}) dx = 3 \int_{\frac{1}{3}}^1 x^2 dx - \int_{\frac{1}{3}}^1 x\sqrt{9x^2 - 1} dx$$

Đặt $u = 9x^2 - 1 \Rightarrow du = 18x dx$ và đổi cận, ta được

$$I = x^3 \Big|_{\frac{1}{3}}^1 - \frac{1}{18} \int_{\frac{1}{3}}^1 \sqrt{9x^2 - 1} \cdot 18x dx = x^3 \Big|_{\frac{1}{3}}^1 - \frac{1}{18} \int_0^8 \sqrt{u} du = \frac{26}{27} + \left(-\frac{u^{\frac{3}{2}}}{27}\right) \Big|_0^8 = \frac{26}{27} - \frac{16\sqrt{2}}{27}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 36. Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án **D**

Câu 37.

Gọi D là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$, ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Lại có $AB = 2\sqrt{26}$ và $AC = \sqrt{26}$ nên $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$.

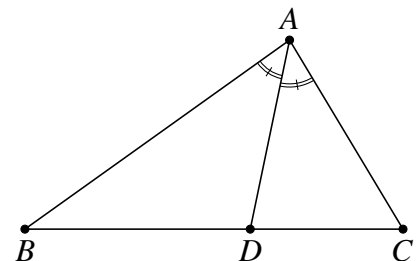
Gọi $D(x; y; z)$.

$$\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - x = -2(-x) \\ 6 - y = -2(1 - y) \\ 4 - z = -2(-2 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0. \end{cases}$$

Vậy $D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{AD} = \left(-\frac{8}{3}; \frac{14}{3}; -2\right)$. Do đó $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 38.

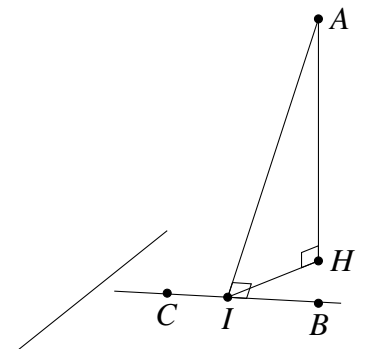
Phương trình đường thẳng BC : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Gọi I là hình chiếu của A trên BC suy ra $I(3; 1; 4)$.

Kẻ $AH \perp (P)$, ta có AH đạt giá trị lớn nhất khi H trùng I hay $AI \perp (P)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $x - 4y + z - 3 = 0$.

Vậy $T = \frac{a}{b+c+d} = -\frac{1}{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 39. Lấy điểm $I(3; -2; 0) \in \Delta$.

Ta có: $d[\Delta, (P)] = d(I, (P)) = \frac{|3 + 2 \cdot (-2) + 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 40. $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có:

$i^2 + a \cdot i + b = 0 \Leftrightarrow ai + b = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 41. Giả sử tồn tại tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Đặt $M = \max_{[0;1]} |f(x)|$. Theo giả thiết, suy ra $M \leq 1$.

Khi đó, ta có $f(1) = a + b + c, f(0) = c, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c$ và

$$8 \geq 8M \geq |f(1)| + 4\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right| + 3|f(0)| \geq \left|f(1) - 4f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(0)\right| = |b|.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} |f(1)| = \left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right| = |f(0)| = 1 \\ f(1); -f\left(\frac{1}{2}\right); f(0) \text{ từng đôi một có tích không âm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = f(0) = 1(1) \\ f(1) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = f(0) = -1(2) \end{cases}$$

Xét (1), ta có $\begin{cases} a + b + c = 1 \\ -\frac{a}{4} - \frac{b}{2} - c = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -8 \\ c = 1. \end{cases}$

Vậy, $f(x) = 8x^2 - 8x + 1$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$. Do đó, $A \geq f'(0) = -8$.

Xét (2), ta có $\begin{cases} a + b + c = -1 \\ -\frac{a}{4} - \frac{b}{2} - c = -1 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 8 \\ c = -1. \end{cases}$

Vậy, $f(x) = -8x^2 + 8x - 1$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$. Do đó, $A \geq f'(0) = 8$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 42. Cách 1:

Với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ta có

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 - 3x + b &= 0 \\ \Leftrightarrow -x^3 + 3x &= ax^2 + b. \end{aligned} \quad (1)$$

Xét $f(x) = -x^3 + 3x$, $f'(x) = -3x^2 + 3$.

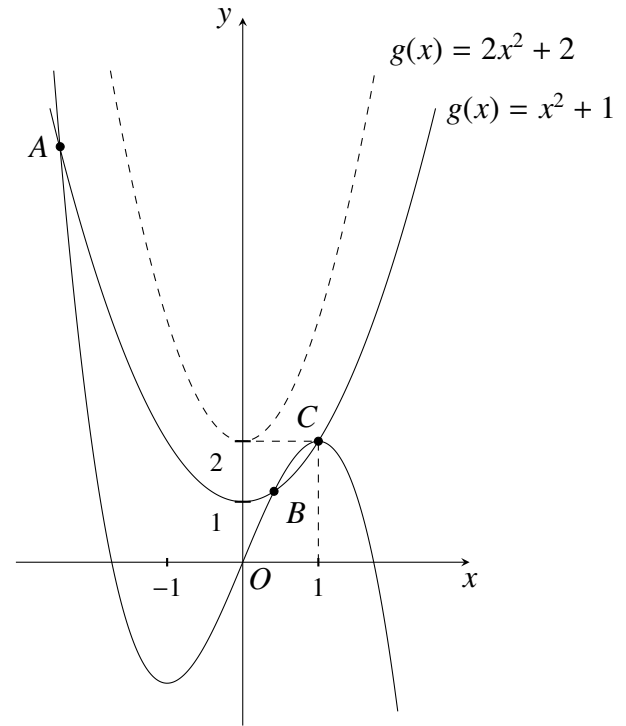
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = 2. \end{cases}$

Xét $g(x) = ax^2 + b$.

Ta có $\begin{cases} \min_{[0;+\infty)} g(x) = g(0) = b. \\ \max_{[0;+\infty)} f(x) = f(1) = 2. \end{cases}$

Phương trình (1) có 3 nghiệm tương đương đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ có 3 điểm chung.

Do vậy, ta được $0 < b < 2 \Rightarrow b = 1$.



Với $b = 1$ và $x \neq 0$ từ (1) ta được $a = \frac{-x^3 + 3x - 1}{x^2}$.

Xét $h(x) = -x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. Ta có $h'(x) = -1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} = \frac{-x^3 - 3x + 2}{x^3}$.

Ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\left(\sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}}\right) \approx 0,596$.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	0	0,596	$+\infty$
$h'(x)$	-		+ 0 -	
$h(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$		$h(0,596) \approx 1,62$ ↗ $-\infty$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $a = 1$ thì phương trình (2) có 3 nghiệm.

Vậy để phương trình (1) có 3 nghiệm thì $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1. \end{cases}$

Cách 2:

Gọi x_1, x_2, x_3 là các nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 - 3x + b = 0$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -3. \\ x_1x_2x_3 = -b \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)^2 &\geq 3x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3) \\ \Rightarrow ab &\leq 3 \\ \Rightarrow (a, b) &\in \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (2, 1); (3, 1)\}. \end{aligned}$$

Thử lại, ta thấy chỉ có $(1, 1)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

Câu 43. Ta có $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b} = \sqrt{\log_3 2} \sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 3} \sqrt{\log_3 b}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $P^2 \leq (\log_3 2 + \log_2 3)(\log_2 a + \log_3 b) = \log_3 2 + \log_2 3$. Suy ra $P \leq \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.
Chọn đáp án **(A)**

Câu 44. Ta có

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2$ hay $t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	$2\sqrt{2}$	3

Mà phương trình trên tương đương với $f(t) = m$.
Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in [2\sqrt{2}; 3]$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 45.

Gọi I là trung điểm của AB và H là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (ABC) .

Vì $DC = DB = DA$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

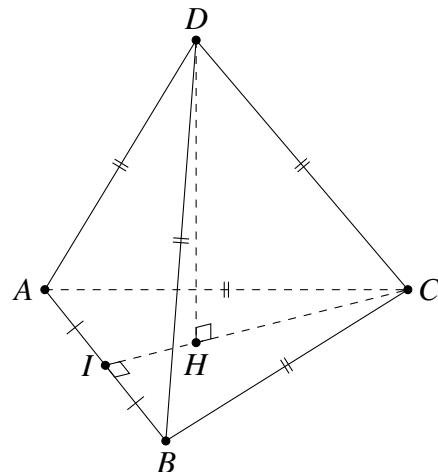
Mặt khác $CA = CB$ nên CI là đường trung tuyến cũng là đường trung trực hay $H \in CI$.

Khi đó

$$CI^2 = AC^2 - AI^2 = x^2 - 3 \Rightarrow CI = \sqrt{x^2 - 3}.$$

Diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CI \cdot AB = \sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 - 3}.$$



$$\text{Mặt khác, } S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot CB}{4R} = \frac{x^2 \cdot 2\sqrt{3}}{4R} \text{ nên } R = \frac{x^2 \cdot 2\sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 - 3}} = \frac{x^2}{2\sqrt{x^2 - 3}} = CH.$$

$$DH^2 = DC^2 - CH^2 = x^2 - \frac{x^4}{4x^2 - 12} = \frac{4x^4 - 12x^2 - x^4}{4(x^2 - 3)} = \frac{3x^4 - 12x^2}{4(x^2 - 3)}.$$

Ta có

$$V^2 = 8 = \frac{1}{9} \cdot 3(x^2 - 3) \cdot \frac{3x^4 - 12x^2}{4(x^2 - 3)} \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 8 \\ x^2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 46. Do $f(x)$ đồng biến nên $f'(x) \geq 0$, với $x > 0$. Từ giả thiết ta có

$$\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x+1} \Rightarrow \frac{df}{2\sqrt{f}} = \frac{\sqrt{x+1}}{2} dx$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được

$$\sqrt{f(x)} = \frac{(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + C.$$

Do $f(3) = \frac{2}{3}$ nên $C = \frac{-8 + \sqrt{6}}{3}$. Suy ra

$$f^2(x) = \left[\frac{(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{-8 + \sqrt{6}}{3} \right]^4.$$

Do đó $f^2(8) \approx 2613,26$. Vậy $2613 < f^2(8) < 2614$.

Chọn đáp án **C**

Câu 47.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, các kí hiệu như hình vẽ.

Gọi $S(x)$ là thiết diện của mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x , với $-3 \leq x \leq 3$.

Theo hình vẽ ta thấy thiết diện này là tam giác ABC vuông tại B .

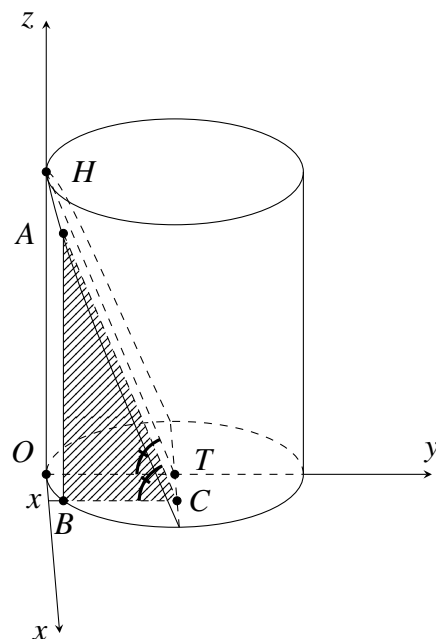
Ta có $BC = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{9 - x^2}$.

Mặt khác

$$AB = BC \tan \widehat{ACB} = BC \tan \widehat{OTH} = BC \cdot \frac{h}{R} = \frac{10}{3} \sqrt{9 - x^2}.$$

Diện tích tam giác ABC là

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \sqrt{9 - x^2} \cdot \sqrt{9 - x^2} \\ &= \frac{5}{3} (9 - x^2). \end{aligned}$$



Thể tích lượng nước trong cốc là $V = \frac{5}{3} \int_{-3}^3 (9 - x^2) dx = \frac{5}{3} \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^3 = 30 - (-30) = 60 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **C**

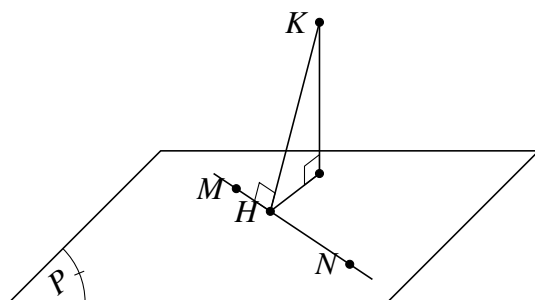
Câu 48.

Ta có: $\vec{MN} = (-1; 2; 1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm MN .

Phương trình đường thẳng d đi qua $M(0; -1; 2)$ và nhận $\vec{MN} =$

$$(-1; 2; 1) \text{ làm véc-tơ chỉ phương là: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$



Gọi H là hình chiếu của K lên đường thẳng d .

Ta có: $d(K, (P)) \leq KH$. Do đó $d(K, (P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $d(K, (P)) = KH$.

Ta có $H \in d \Rightarrow H(-t; -1 + 2t; 2 + t)$;

$$\vec{KH} = (-t; -1 + 2t; t).$$

$$\text{Ta có: } KH \perp MN \Leftrightarrow \vec{KH} \cdot \vec{MN} = 0 \Leftrightarrow (-1) \cdot (-t) + 2(-1 + 2t) + 1 \cdot t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Lúc đó } \vec{KH} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \vec{n}, \text{ với } \vec{n} = (1; 1; -1).$$

$\vec{KH}$ là véc-tơ pháp tuyến của $\text{mp}(P)$ nên $\vec{n}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của $\text{mp}(P)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 49. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với $(P) \Rightarrow (\alpha) : 2x + y + z - 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của N lên $(\alpha) \Rightarrow H(-8, 10, 9)$.

Để khoảng cách từ N đến Δ là nhỏ nhất thì Δ phải đi qua H .

Khi đó vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{MH} = (-10; 8; 12)$. Vậy $a = -5, b = 4, c = 6$.

Chọn đáp án **B**

Câu 50. Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}, \bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

$$\text{Từ } |z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*).$$

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2} = \frac{\bar{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **D**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN07*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 1.** Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases}$ Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.Chọn đáp án **(A)****Câu 2.** Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6}$.Chọn đáp án **(C)****Câu 3.** Điều kiện: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.Chọn đáp án **(C)****Câu 4.** Câu hỏi lý thuyết.Chọn đáp án **(D)****Câu 5.** Ta có $I = \int_1^2 2x \, dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3$.Chọn đáp án **(B)****Câu 6.** Mặt phẳng cần tìm vuông góc với BC nên nhận $\vec{CB} = (1; -4; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.Mặt phẳng đi qua A , nhận $(1; -4; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x - 4y + 2z + 4 = 0$.Chọn đáp án **(C)****Câu 7.** Số phức thuần ảo là số phức có phần thực bằng 0 $\Rightarrow z = 2i$ là số thuần ảo.Chọn đáp án **(C)****Câu 8.** Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. $y' = \frac{2(x^2 + x - 2)}{(2x + 1)^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$			
				$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $A(-2; -1)$, $B(1; 2)$ là $y = x + 1$.**Cách khác:** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $y = \frac{(x^2 + 2x + 3)'}{(2x + 1)'} = x + 1$.Chọn đáp án **(D)**

Câu 9. $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$ vì $x \in [1; 3]$.

Ta có bảng biến thiên:

x	1	2	3
y'	-	0	+
y	5	4	$\frac{13}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 4 và 5.

Chọn đáp án **A**

Câu 10. Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 \log_2 2 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 11. Ta có $2^x + 2^{2-x} \geq 2 \sqrt{2^x \cdot 2^{2-x}} = 4$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$. Suy ra **A** đúng.

Hàm số $y = 2^{3-x}$ có đạo hàm $y' = -\ln 2 \cdot 2^{3-x} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy **B** đúng.

Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ có đạo hàm $y' = \frac{2x}{\ln 2 \cdot (x^2 + 1)} < 0, \forall x < 0$. Do đó Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. Vậy **C** sai.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có đạo hàm $y' = -\frac{2x}{\ln 2 \cdot (x^2 + 1)} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, y'' = \frac{2x^2 - 2}{\ln 2 \cdot (x^2 + 1)^2} \Rightarrow y''(0) = \frac{-2}{\ln 2} < 0$. Do đó $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$. Vậy **D** đúng.

Chọn đáp án **C**

Câu 12. Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **C**

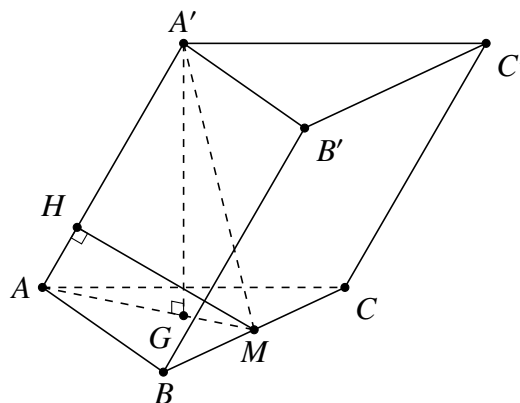
Câu 13.

Gọi M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của M trên AA' . Suy ra MH là khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC . Ta có $AM = a\sqrt{3}$ và

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Do } A'G \cdot AM = MH \cdot AA' \text{ và}$$

$$AA'^2 = AG^2 + A'G^2 \Rightarrow A'G = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích } ABC.A'B'C' \text{ là } V = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 14. Ta có diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l$, diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = 2\pi R^2$.

Khi đó $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi \cdot R \cdot l + 2\pi \cdot R^2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 15. Ký hiệu S, R lần lượt là diện tích và bán kính của mặt cầu. Ta có

$$S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{4\pi}} = 5 \text{ cm}.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 16.

$$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \int_1^2 (x^2 + 6x + 9) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 9x \right) \Big|_1^2 = \frac{61}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 17. Giả sử $Q(x; y; z)$. Ta có $\vec{PQ} = (x-3; y-1; z-2)$, $\vec{NM} = (-1; 5; 2)$.

$MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \vec{QP} = \vec{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = -1 \\ y-1 = 5 \\ z-2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \\ z = 4 \end{cases}$. Vậy $Q(2; 6; 4)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 18. Ta có $\vec{AB} = (4; -4; -4)$ và trung điểm của AB là $I(3; 1; 2)$. Vậy mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là $4(x-3) - 4(y-1) - 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - z = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 19. Ta có $z^2 = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow z^2$ không phải là số thực khi $ab \neq 0$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 20. Ta có $\frac{1}{z} = \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{(1+2i)^2}{(1-2i)^2 \cdot (1+2i)^2} = \frac{-3+4i}{25}$.

Nên $\left| \frac{1}{z} \right| = \left| \frac{-3+4i}{25} \right| = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

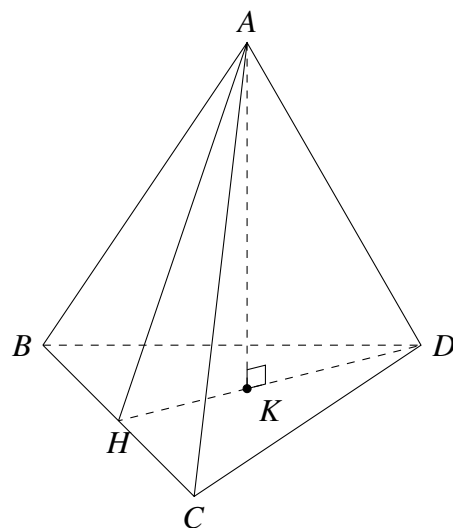
Câu 21.

Gọi H là trung điểm BC , K là trọng tâm tam giác BCD . Tứ diện $ABCD$ đều nên $AK \perp (BCD)$.

$$DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông ADK : $AK^2 = AD^2 - DK^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$. Vậy

$$d(A; (BCD)) = AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 22. Do $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SDC) \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SDC)) = d(A, (SDC)) = \frac{4}{3}d(H, (SDC))$.

Kẻ $HM \perp DC$ tại M , kẻ $HK \perp SM$ tại K .

$$\begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp HM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow CD \perp HK.$$

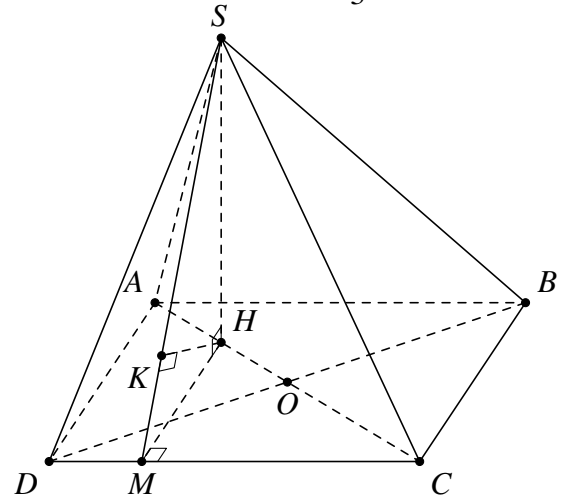
$$\begin{cases} HK \perp SM \\ HK \perp CD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK.$$

Xét tam giác SAH vuông ở H , ta tính được $SH = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SHM vuông ở H có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2}$.

$$\text{Thay số ta tìm được } HK = \frac{3a\sqrt{22}}{11}.$$

$$\text{Do đó } d(AB, SD) = \frac{4}{3} \cdot HK = \frac{4a\sqrt{22}}{11}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 24. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất có kgm $\Omega = 6^2$.

Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc như nhau.

Trường hợp thuận lợi: $A = (\{1; 1\}, \{2; 2\}, \{3; 3\}, \{4; 4\}, \{5; 5\}, \{6; 6\})$.

Vậy xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc như nhau là $\frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 25.

Vì $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = \frac{32}{16} \neq \frac{63}{32}$ nên dãy số ở phương án A không là cấp số nhân.

Vì $\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} \neq \frac{54}{27}$ nên dãy số ở phương án C không là cấp số nhân.

Vì $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \neq \frac{1}{\frac{1}{4}}$ nên dãy số ở phương án D không là cấp số nhân.

Vì $\frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \frac{-32}{16} = -2$ nên dãy số ở phương án B là cấp số nhân.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 26. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra $m > 0$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{m} \end{cases}$ và đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0; -m)$, $B(-\sqrt{m}; -m^2 - m)$; $C(\sqrt{m}; -m^2 - m)$.

Để thấy tam giác ABC cân tại A và các điểm B, C đối xứng qua Oy . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta suy ra $I \in Oy$.

Giả sử $I(0; a)$, khi đó $IA = IB = IC = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} |c + m| = 1 \\ \sqrt{m + (m^2 + m + c)^2} = 1 \end{cases} \quad (1) \quad (2).$

Trường hợp 1: $c + m = 1$, thay vào (2) ta được $m + (m^2 + 1)^2 = 1 \Rightarrow m^4 + 2m^2 + m = 0$. Phương trình này không có nghiệm $m > 0$.

Trường hợp 2: $c + m = -1$, thay vào (2) ta được $m + (m^2 - 1)^2 = 1 \Rightarrow m^4 - 2m^2 + m = 0$. Phương trình này có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $m > 0$ là $m = 1$; $m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 27. Để thấy nếu $a < 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a = 0$, $y = \frac{x+1}{\sqrt{2018x+2019} + \sqrt{2017x+2018}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - ax) = +\infty$ hoặc $-\infty$ khi $a \neq 0$ cho nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a > 0$, $y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+2018x+2019} + \sqrt{ax^2+2017x+2018}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2\sqrt{a}}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2\sqrt{a}}$ suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 29. Ta có

$$y' = -2e^{-2x} \cos x - e^{-2x} \sin x = e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x).$$

$$y'' = -2e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x) + e^{-2x}(2 \sin x - \cos x) = e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x).$$

$$\Rightarrow y'' + 4y' = e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x - 8 \cos x - 4 \sin x) = -5e^{-2x} \cos x = -5y.$$

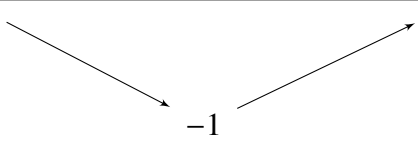
Vậy mệnh đề đúng là $y'' + 4y' + 5y = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 30. Ta có $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} = -m$.

Đặt $t = 2^{x+1}$, $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2t = -m$ (1).

Xét hàm số $y = f(t) = t^2 - 2t$ có $y' = f'(t) = 2t - 2$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		- 0 +	
$f(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 31. Điều kiện $\begin{cases} 5^x - 1 > 0 \\ 5^{x+1} - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Khi đó,

$$\begin{aligned} \log_5(5^x - 1) \log_{25}(5^{x+1} - 5) &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_5(5^x - 1) [1 + \log_5(5^x - 1)] &\leq 2 \\ \Leftrightarrow \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -2 \leq \log_5(5^x - 1) &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 &\leq 5 \\ \Leftrightarrow \frac{26}{25} \leq 5^x &\leq 6 \\ \Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x &\leq \log_5 6. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left[\log_5 \frac{26}{25}; \log_5 6 \right]$.

Suy ra $a = \log_5 \frac{26}{25}$, $b = \log_5 6$.

Vậy $a + b = \log_5 \frac{26}{25} + \log_5 6 = \log_5 26 - 2 + \log_5 6 = -2 + \log_5 156$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 32.

Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của C lên $C'M$ thì $CH \perp (ABC')$. Theo giả thiết, suy ra $CH = a$.

Gọi N là hình chiếu của C lên BC' , khi đó $BC' \perp (CHN)$ nên $BC' \perp NH$. Suy ra góc giữa (ABC') và (BCC') bằng góc $\widehat{CNH}$, suy ra $\widehat{CNH} = \alpha$.

Đặt $AB = AC = BC = x \Rightarrow CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác CHN vuông tại H

$$CN = \frac{CH}{\sin \alpha} = a \div \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Trong $\triangle C'CB$ và $\triangle C'CM$ cùng vuông tại C ta có

$$\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2}, \quad \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} \Leftrightarrow \frac{8}{9a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{4}{3x^2} \Leftrightarrow \frac{1}{3x^2} = \frac{1}{9a^2} \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$

Khi đó $CM = \frac{3a}{2}$. Trong $\triangle C'CM$ vuông tại C ta có

$$\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{4}{9a^2} = \frac{5}{9a^2} \Rightarrow CC' = \frac{3a\sqrt{5}}{5}.$$

Diện tích $\triangle ABC$ đều cạnh $a\sqrt{3}$ là $S_{ABC} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Vật thể tích khối lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a\sqrt{5}}{5} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 33. Gọi R là bán kính đáy của khối nón

Thiết diện qua trục của khối nón là tam giác vuông cân nên chiều cao của khối nón là $h = R \tan 45^\circ = R$.

Lượng nước tràn ra bằng tổng thể tích 3 khối nón và khối cầu

$$3\left(\frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot R\right) + \frac{4}{3}\pi \left(\frac{4R}{3}\right)^3 = \frac{337\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{337\pi R^3}{81} = \frac{336\pi}{3} \Leftrightarrow R = 3.$$

Các tâm O_1, O_2, O_3 của 3 khối nón lập thành tam giác đều có cạnh là $2R$. Đáy bể là hình chữ nhật có

- Chiều dài: $4R$
- Chiều rộng: $2R + O_3H = 2R + 2R \sin 60^\circ = (2 + \sqrt{3})R$

Các đỉnh S_1, S_2, S_3 của 3 khối nón lập thành tam giác đều có cạnh $2R$. Gọi I là tâm khối cầu. Hình chiếu H của I xuống mặt phẳng $(S_1S_2S_3)$ là trọng tâm của $\triangle S_1S_2S_3$.

$$IH = \sqrt{\left(\frac{4R}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{2R}{3}$$

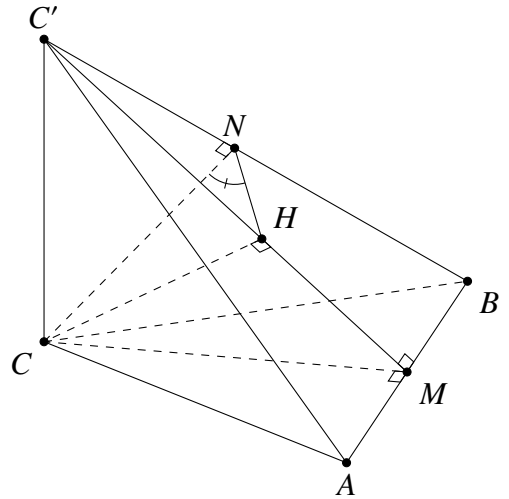
Chiều cao của bể

$$R + \frac{2R}{3} + \frac{4R}{3} = 3R$$

Thể tích nước ban đầu trong bể

$$4R(2 + \sqrt{3})R \cdot 3R = 12(2 + \sqrt{3})R^3 \approx 1209,2\text{cm}^3.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 34. Xét $I = \int f(x) dx = \int \frac{1 + \ln x}{x^2} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = 1 + \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$. Khi đó

$$I = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) - \frac{1}{x} + C = -\frac{1}{x}(\ln x + 2) + C \Rightarrow a = -1; b = 2.$$

Vậy $S = a + b = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 35. Ta có $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x+x}\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x}\sqrt{x+1}} &= \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx \\ &= \int_1^2 \frac{2}{2\sqrt{x}} dx - \int_1^2 \frac{2}{2\sqrt{x+1}} d(x+1) = \left(2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1} \right) \Big|_1^2 \\ &= (2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - (2 - 2\sqrt{2}) = \sqrt{32} - \sqrt{12} - 2 = \sqrt{32} - \sqrt{12} - \sqrt{4}. \end{aligned}$$

Do đó $a = 32, b = 12, c = 4$. Vậy $P = a + b + c = 48$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 36.

Giả sử mảnh vườn được gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên. Khi đó phương trình hai parabol có đỉnh là trung điểm AB, CD lần lượt là $y = \frac{2}{9}x^2$ và $y = -\frac{2}{9}x^2 + 2$. Xét phương trình

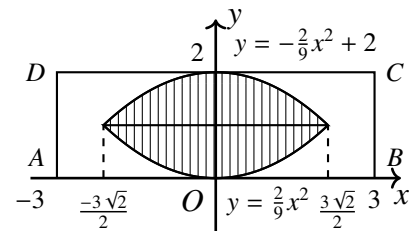
$$\frac{2}{9}x^2 = -\frac{2}{9}x^2 + 2 \Rightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Miền diện tích giới hạn bởi các parabol (như hình vẽ) có diện tích là

$$S = \int_{-\frac{3\sqrt{2}}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \left| -\frac{2}{9}x^2 + 2 - \frac{2}{9}x^2 \right| dx = \int_{-\frac{3\sqrt{2}}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \left(2 - \frac{4}{9}x^2 \right) dx = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 12 \Leftrightarrow k = \frac{4\sqrt{2}}{12 - 4\sqrt{2}} = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 38. Ta có $\vec{IA} = (3; 2; 4), \vec{IB} = (0; 5; 2)$.

Khoảng cách từ I đến (P) nhỏ nhất khi $I \in (P)$.

Gọi $\vec{n}$ là một VTPT của (P) , suy ra $\vec{n} = [\vec{IA}, \vec{IB}] = (-16; -6; 15)$.

Phương trình (P) : $16(x-2) + 6(y+1) - 15(z-6) = 0 \Leftrightarrow 16x + 6y - 15z + 64 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 39. Ta có $d_1 \cap d_2 = I(1; -1; 0)$.

Trên d_1 ta lấy điểm $A(3; 3; -2)$, trên d_2 lấy điểm B sao cho $IA = IB$ và $\triangle IAB$ cân tại I có đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác.

$$\text{Gọi } B(2+u; -2-u; 2+2u). \text{ Ta có } IA = IB \Leftrightarrow 6(u+1)^2 = 24 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -3 \end{cases}.$$

Vậy $B(3; -3; 4)$ hoặc $B(-1; 1; -4)$.

Chọn điểm $B(-1; 1; 4)$ để $\widehat{BIA}$ nhọn, gọi $M(1; 2; -3)$ là trung điểm của AB suy ra IM là đường phân giác cần tìm.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 40. Áp dụng định lý Vi-et ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 \cdot z_2 = 2. \end{cases}$

Mặt khác, ta có

$$w = [i^2 - i(z_1 + z_2) + z_1 z_2]^{2018} = (1 - i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = -2^{1009} \cdot i \cdot (i^2)^{504} = -2^{1009} \cdot i.$$

Vậy phần ảo của w là -2^{1009} .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 41. Điều kiện: $0 \leq x \leq 6$.

Đặt vế trái của bất phương trình là $f(x)$, $x \in [0; 6]$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt[4]{(2x)^3}} + \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right), \quad x \in (0; 6). \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } u(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right), \quad v(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right).$$

Ta thấy $u(2) = v(2) = 0 \Rightarrow f'(2) = 0$. Hơn nữa $u(x), v(x)$ cùng dương trên khoảng $(0; 2)$ và cùng âm trên khoảng $(2; 6)$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	2	6		
y'		+	0	-	
y	$2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$	$3\sqrt{2} + 6$	$\sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$		

Suy ra các giá trị cần tìm của m là $m < 2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 42. Giải sử $f(x) = a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2$ ($a \neq 0$). Ta có

$$AB : y = 5x - 6; AC : y = 6x - 8; BC : y = 7x - 12.$$

Hoành độ điểm D là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 5x - 6 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-2)(x-3) \\ \Rightarrow a(x-4) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 4. \end{aligned}$$

Hoành độ điểm E là nghiệm của phương trình

$$a(x-2)(x-3)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$$

$$\Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) = -(x-2)(x-4)$$

$$\Rightarrow a(x-3) = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 3.$$

Hoành độ điểm F là nghiệm của phương trình:

$$a(x-2)(x-3)(x-4) = -x^2 + 7x - 12$$

$$\Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) = -(x-3)(x-4)$$

$$\Rightarrow a(x-2) = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 2.$$

Theo giả thiết ta có

$$-\frac{1}{a} + 2 - \frac{1}{a} + 3 + -\frac{1}{a} + 4 = 24 \Leftrightarrow -\frac{3}{a} = 15 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Do đó } f(0) = a(-2)(-3)(-4) = \frac{24}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 43. Gọi n là số năm cần tìm. Ta có $100(1+6\%)^n \geq 300 \Rightarrow (1+6\%)^n \geq 3 \Rightarrow n \geq \log_{(1+6\%)}(3) \approx 18,85$.

Chọn đáp án **C**

Câu 44. Ta có

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2$ hay $t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	$2\sqrt{2}$	3

Mà phương trình trên tương đương với $f(t) = m$.

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in [2\sqrt{2}; 3]$.

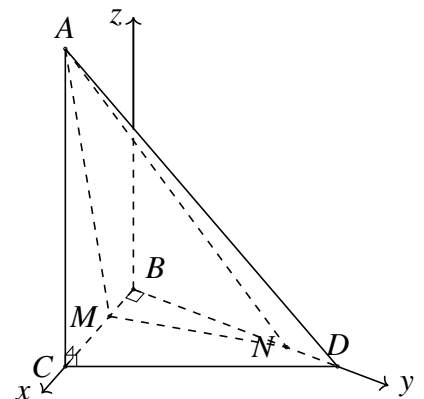
Chọn đáp án **C**

Câu 45.

Dựng hệ trục tọa độ $Bxyz$ sao cho $B = (0; 0; 0)$, $C(4; 0; 0)$, $D(0; 4; 0)$, $A(4; 0; 4)$. Giả sử $M(m; 0; 0)$ và $N(0; n; 0)$ ($m, n > 0$). Theo giả thiết ta có $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 1 \Rightarrow MN$ luôn đi qua điểm $I(1; 1; 0)$. Do đó $d \leq d(C, AI)$.

Giá trị lớn nhất của d là $d(C, AI)$. Ta có $\vec{AI} = (-3; 1; -4)$, $\vec{AC} = (-4; 4; -4)$

$$\Rightarrow d(C, AI) = \frac{|\vec{AI}, \vec{AC}|}{AI} = \frac{4\sqrt{65}}{13}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 46. Ta có $\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{1 - x \tan x}{x^2 \cos x + x} dx = \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{\cos x - x \sin x}{x^2 \cos^2 x + x \cos x} dx.$

Đặt $t = x \cos x \Rightarrow dt = (\cos x - x \sin x) dx$

Đổi cận $x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{3}; x = \pi \Rightarrow t = -\pi.$

$$I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{-\pi} \frac{dt}{t^2 + t} = \ln \left| \frac{t}{t+1} \right| \Bigg|_{-\frac{\pi}{3}}^{-\pi} = \ln \frac{\pi-3}{\pi-1} \Rightarrow P = a + b = 4.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 47.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

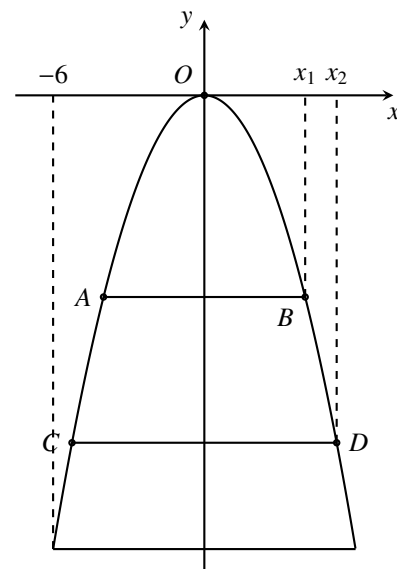
Phương trình parabol (P) có dạng $y = ax^2$.

Parabol (P) đi qua điểm $(-6; -18)$ nên suy ra

$$a \cdot (-6)^2 = -18 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $(P) : y = -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}.$



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x_1^2 \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{1}{2}x_1^2 x \right) \Bigg|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với đường thẳng $CD: y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{1}{2}x_2^2 x \right) \Bigg|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3.$$

Từ giả thiết ta có

$$S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 48.

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính bằng 1; mặt cầu (S_2) có tâm $I(0; 4; 0)$ bán kính bằng 2.

Ta có 4 điểm O, A, D, I là 4 đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4 và

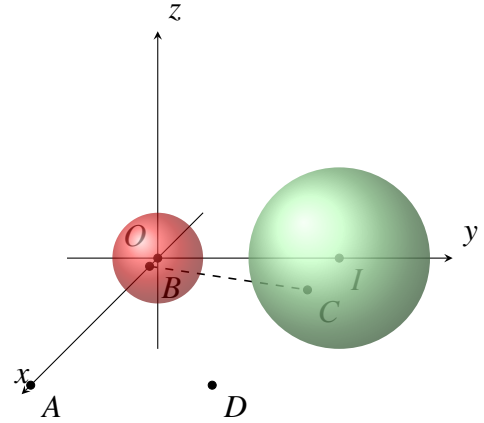
$$OB = \frac{1}{4}, IC = 1.$$

Ta có $\triangle OMA \sim \triangle OBM$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{MA}{BM} = \frac{OM}{OB} \Rightarrow MA = 4MB.$$

Ta có $\triangle IND \sim \triangle ICN$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{ND}{CN} = \frac{IN}{IC} = 2 \Rightarrow ND = 2NC.$$



$$Q = 4MB + 4NC + 4MN + 6BC$$

$$= 4(BM + MN + NC) + 6BC$$

$$\geq 4BC + 6BC = 10BC = 10 \cdot \frac{\sqrt{265}}{4} = \frac{5\sqrt{265}}{2}$$

Vậy Q nhỏ nhất là bằng $\frac{5\sqrt{265}}{2}$, dấu “=” xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.

Chọn đáp án (A)

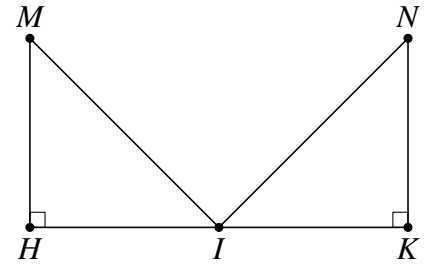
Câu 49.

Gọi I là trung điểm của HK .

Ta có $\triangle MHI = \triangle NKI \Rightarrow IM = IN$.

$\Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của MN .

Do I thuộc (P) nên I thuộc d là giao tuyến của (P) và (Q) .



Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm $E(2; 3; 4)$ của MN , có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 2)$ là

$$2(x - 2) + 2(y - 3) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 9 = 0.$$

Tọa độ của I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 2y + 3z - 14 = 0 \\ x + y + z - 9 = 0. \end{cases}$

Cho $x = 0$ và giải hệ ta được $y = 13, z = -4$ suy ra $I(0; 13; -4)$. Đường thẳng d đi qua $I(0; 13; -4)$ và có

véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C)

Câu 50. Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = (a + 2)^2 + (4 - b)^2 \Leftrightarrow b - a = 4 \Leftrightarrow b = a + 4$.

$$\text{Đồng thời } \frac{z - i}{\bar{z} + i} = \frac{a + (b - 1)i}{a + (1 - b)i} = \frac{[a + (b - 1)i]^2}{a^2 + (b - 1)^2} = \frac{a^2 - (b - 1)^2 + 2a(b - 1)i}{a^2 + (b - 1)^2 i}$$

Khi đó số phức $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo khi $a^2 - (b - 1)^2 = 0$, thay $b = a + 4$ vào ta được

$$a^2 - (a + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án (B)

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN08*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 1.** Trên khoảng $(-\infty; -1)$ đồ thị hàm số "đi lên" từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.Chọn đáp án **(C)****Câu 2.** Chiều cao hình chóp là $SA = a\sqrt{3}$.Diện tích hình vuông $ABCD$ cạnh a là $S_{ABCD} = a^2$.Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.Chọn đáp án **(D)****Câu 3.** Điều kiện: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.Chọn đáp án **(A)****Câu 4.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$.Chọn đáp án **(B)****Câu 5.** Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.Chọn đáp án **(C)****Câu 6.** Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.Chọn đáp án **(B)****Câu 7.** Ta có $z^{-1} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i$.Phần ảo của số phức z^{-1} là $\frac{-b}{a^2+b^2}$.Chọn đáp án **(A)****Câu 8.** Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta lại có $y'' = 6x - 6$, và $y''(0) = -6 < 0$ nên $A(0; -2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.Do đó, $OA = |\vec{OA}| = 2$.Chọn đáp án **(B)****Câu 9.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 3$.Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.Chọn đáp án **(B)****Câu 10.** Ta có $\log_8 25 = \log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3} \log_2 5 = \frac{2}{3}a$.Chọn đáp án **(D)****Câu 11.** Ta có $y' = 2^x \ln 2 \cdot \ln x + 2^x \cdot \frac{1}{x} = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.Chọn đáp án **(D)**

Câu 12. Có 3 loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là tam giác đều: Tứ diện đều; Bát diện đều; Nhị thập diện đều (khối 20 mặt đều).

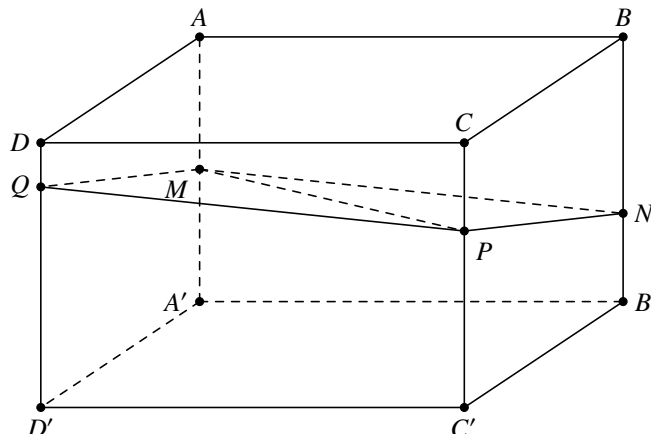
Chọn đáp án **(B)**

Câu 13.

Gọi V là thể tích khối trụ. Mặt phẳng (MNP) cắt DD' tại Q . Ta có

$$\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} = \frac{BN}{BB'} + \frac{DQ}{DD'}.$$

Suy ra $\frac{DQ}{DD'} = \frac{1}{6}$. Suy ra thể tích khối (H_1) là $V_{H_1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} V = \frac{5}{12} \cdot 36 = 15$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 14. Giả sử r, l, h lần lượt là bán kính đáy, đường sinh và chiều cao của khối nón đó. Theo giả thiết diện tích đáy là

$$\pi r^2 = S_{tp} - S_{xq} = 4\pi \Rightarrow r = 2.$$

Mà $\pi r l = S_{xq} = 6\pi$ nên $l = 3$. Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5}$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4\pi \sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 15. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 16. Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 17. Hình chiếu của $A(-1; 2; 1)$ lên trục Oy là $M(0; 2; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 18. • Hai mặt phẳng đã cho có các véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.

• Mặt phẳng (P) cần tìm có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = (1; -3; -5)$.

• Ta có $(P): (x - 3) - 3y - 5(z + 1) = 0$. Suy ra $(P): x - 3y - 5z - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 19. Ta có $(z + 1 + i)(\bar{z} - i) + 3i = 9 \Leftrightarrow z\bar{z} + i(\bar{z} - z) + \bar{z} - i + 1 + 3i = 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b + a - bi + 1 + 2i = 9$. Do đó $b = 2$ và $a^2 + a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = -1$. Do $|\bar{z}| > 2$ nên ta chọn $a = -1$. Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 20. $(1 + i)z_1 + 2z_2 = (1 + i)(2 + i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i \Rightarrow |(1 + i)z_1 + 2z_2| = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

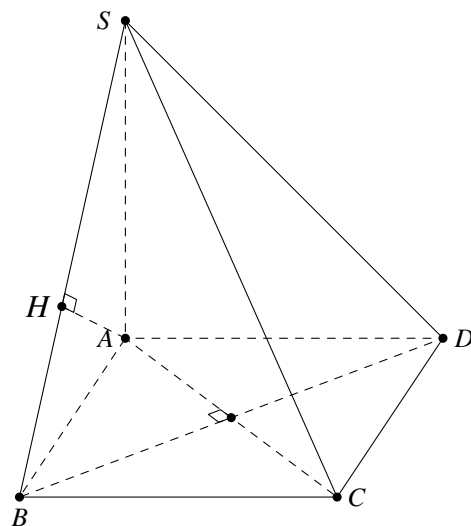
Câu 21.

$$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH.$$

$$\text{Do } AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = \frac{a}{2}, \tan \widehat{SBA} = \sqrt{3} = \frac{SA}{AB}$$

$$\Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

Câu 22.

Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAE)$

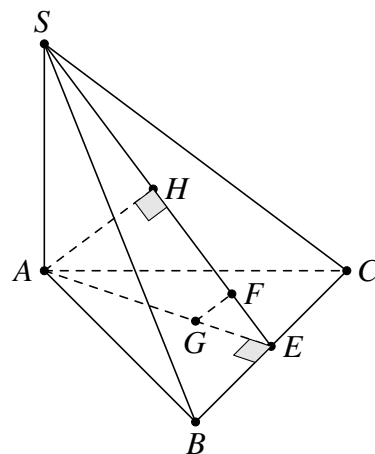
$$\Rightarrow (SBC) \perp (SAE).$$

Gọi F là hình chiếu của G trên SE , H là hình chiếu của A trên SE .

$$\text{Vì } GE = \frac{1}{3}AE \Leftrightarrow GF = \frac{1}{3}AH \Leftrightarrow h = d(G, (SBC)) = \frac{AH}{3}.$$

Xét $\triangle SAE$ vuông tại A , $SA = 2a$. $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh $4a \Rightarrow AE = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{3a^2} \Leftrightarrow AH = a\sqrt{3} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 23. Gọi Ω là không gian mẫu. A là biến cố : "Chọn 2 người nữ".

$$\text{Ta có: } n(\Omega) = C_{10}^2, n(A) = C_3^2. \text{ Từ đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 24. $n(\Omega) = 90$ (vì hai chữ số khác nhau); suy ra xác suất để bạn Nam gọi đúng số là $\frac{1}{90}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 25. $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 26. Thể tích khối hộp là $V = xyz = 3x^2z = 18 \Rightarrow z = \frac{6}{x^2}$. (1)

Diện tích nhôm cần sử dụng để sản xuất khối hộp là $S = xy + 2(yz + zx)$. (2)

$$\text{Thay (1) vào (2) ta có } S = 3x^2 + \frac{48}{x} \text{ suy ra } S' = 6x - \frac{48}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Lập luận được S đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2, y = 6, z = \frac{3}{2}$, suy ra $x + y + z = \frac{19}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 27. Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m} = \frac{m+1}{2}$, suy ra $y = \frac{m+1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Theo bài ra ta có $y = \frac{m+1}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **C**

Câu 28.

- Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$.
- Từ hình vẽ, suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị có tọa độ là $(-1; -4)$, $(0; -3)$, $(1; -4)$.
- Khi đó:
$$\begin{cases} y(0) = -3 \\ y(-1) = y(1) = -4 \\ y'(-1) = y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = -4 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 29. Đặt $t = e^x$, $t > 0$ thì ta có $y = \frac{2}{3}t^3 - mt + 4 \ln t - 2018 = f(t)$. Ta có $f'(t) = 2t^2 - m + \frac{4}{t}$, $t > 0$.

Từ yêu cầu bài toán, ta có $y' \geq 0 \quad \forall t > 0 \Leftrightarrow 2t^2 + \frac{4}{t} \geq m \quad \forall t > 0$.

Ta có $2t^2 + \frac{4}{t} = 2t^2 + \frac{2}{t} + \frac{2}{t} \geq 3\sqrt[3]{8} = 6$. Đẳng thức xảy ra khi $t = 1$.

Từ đó ta có $m \leq 6$.

Chọn đáp án **B**

Câu 30. Giả sử phương trình có nghiệm x_0 của phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình. Do phương trình có nghiệm duy nhất nên $2 - x_0 = x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1$ thay vào phương trình đã cho ta có $2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thử lại với $m = -3$ ta có phương trình: $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2|x-1|} + 2^{|x-1|} - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^{|x-1|} > 0$ ta có $2t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$ (nhận) hoặc $t = \frac{-3}{2}$ (loại).

Với $2^{|x-1|} = 1 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $m = -3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

Câu 31. Điều kiện xác định $\begin{cases} 5^{x^2} - 5^{|x|} \neq 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \quad (*)$.

Với điều kiện (*), ta xét phương trình

$$|2x + 1| - x - 2 = 0 \Leftrightarrow |2x + 1| = x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ \begin{cases} 2x + 1 = x + 2 \\ 2x + 1 = -x - 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tương tự xét phương trình

$$1 - \log_3(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow x + 4 = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

và

$$\begin{aligned} 5^{x^2} - 5^{|x|} &= 0 \Leftrightarrow 5^{x^2} = 5^{|x|} \Leftrightarrow x^2 = |x| \\ &\Leftrightarrow x^4 = x^2 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có bảng xét dấu

x	-4	-1	0	1	$+\infty$
$ 2x + 1 - x - 2$	+	0	-	-	+
$1 - \log_3(x + 4)$	+	-	0	-	-
$5^{x^2} - 5^{ x }$	+	-	-	+	
VT	+	-	-	-	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình là $-4 < x < -1$. Do đó nghiệm nguyên lớn nhất là -2 và bé nhất là -3 . Do đó $M \cdot m = (-2) \cdot (-3) = 6$.

Chọn đáp án **D**

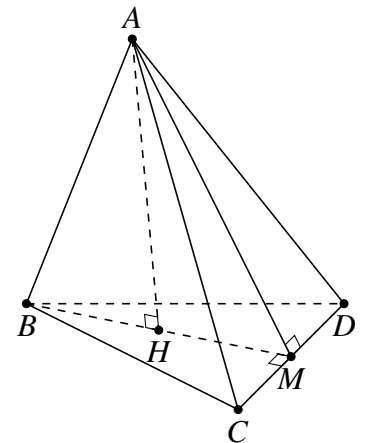
Câu 32.

Gọi M là trung điểm CD và H là hình chiếu của A trên (BCD) . Do $(ABM) \perp CD$ nên H thuộc BM . Ta có

$$AH = \frac{2S_{ABM}}{BM} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{3x^2}{4} - 3}}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3x^2 - 12}}{x}.$$

Do $S_{BCD} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ và $V = 2\sqrt{2}$ nên

$$x\sqrt{x^2 - 4} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 33.

Dựng hình chữ nhật $BCDE$. Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DE \end{cases} \Rightarrow CD \perp AE \quad (1);$$

$$\begin{cases} DE \perp AB \\ BE \perp DE \end{cases} \Rightarrow DE \perp AE \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $AE \perp (CDE)$.

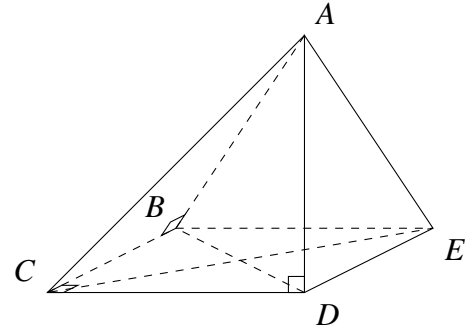
Suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCDE$. Mặt cầu này có đường kính là AC .

Lại có $(AD, BC) = \widehat{ADE} = 60^\circ \Rightarrow AD = 6 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$.

Do đó bán kính của mặt cầu này là $R = \frac{1}{2}AC = \sqrt{13}$. Từ đó có thể

tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 34. Mặt phẳng vuông góc với Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng là: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 35. Ta có:

$$3F(1) - 2F(2) = 3[F(1) - F(2)] + F(2) - F(0) + F(0) = 3 \int_2^1 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx + \frac{1}{3} = 4.$$

$$\Rightarrow \log_2 [3F(1) - 2F(2)] = \log_2 4 = 2.$$

Chọn đáp án **D**

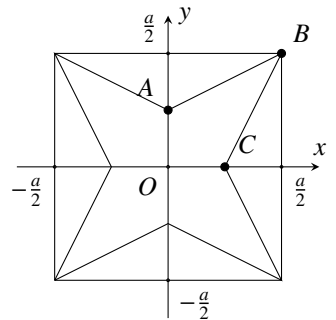
Câu 36.

Ta có $AB: y = \frac{1}{2}x + \frac{a}{4}$, $BC: y = 2x - \frac{a}{2}$.

Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao quanh trục Ox là

$$V = 2 \left[\pi \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\frac{1}{2}x + \frac{a}{4} \right)^2 dx - \pi \int_{\frac{a}{4}}^{\frac{a}{2}} \left(2x - \frac{a}{2} \right)^2 dx \right]$$

$$= 2\pi \left(\frac{7a^3}{96} - \frac{19a^3}{48} \right) = \frac{5\pi a^3}{48}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 37.

Gọi M là trung điểm của BC . Vì B, C thuộc trục Oz nên $M(0; 0; m)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A_1A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A_1AM) \Rightarrow BC \perp A_1M$.

Mặt khác $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; m-1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A_1M} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

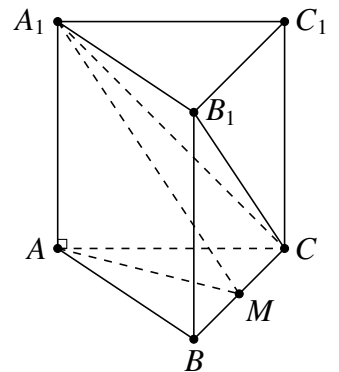
$\Rightarrow M(0; 0; 1)$. Gọi $C(0; 0; z)$ và $AB = x > 0$. Vì ABC là tam giác đều cạnh

bằng x nên $AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{A_1M} = (-\sqrt{3}; 1; 0) \Rightarrow A_1M = 2$.

Xét tam giác A_1AM vuông tại $A \Rightarrow A_1M^2 = A_1A^2 + AM^2 \Leftrightarrow 2^2 = 1^2 + \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; z-1) \Rightarrow A_1C^2 = 4 + (z-1)^2$.



Xét tam giác A_1AC vuông tại A

$$\Rightarrow A_1C^2 = A_1A^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4 + (z-1)^2 = 1 + 4 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = 0. \end{cases}$$

Với $z = 0 \Rightarrow C(0; 0; 0) \equiv O \Rightarrow C(0; 0; 0)$ (loại).

Với $z = 2 \Rightarrow C(0; 0; 2)$ (thỏa mãn).

Suy ra $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$.

Vì $\vec{u} = (a; b; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của A_1C nên $\frac{a}{-\sqrt{3}} = \frac{b}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2\sqrt{3} \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $T = (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 38. Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right) \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{\frac{72}{7}}$. Mà (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I, (ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 39. Vì $N = \Delta \cap d$ nên $N \in d$, do đó $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$ Mà $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN nên

$$\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 - 2t \\ y_M = 5 - t \\ z_M = 3 + t \end{cases}.$$

Vì $M = \Delta \cap (P)$ nên $M \in (P)$, do đó $2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3)$. Vậy $M = 2\sqrt{66} = 4\sqrt{16,5}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 40. Áp dụng định lý Vi-et ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 \cdot z_2 = 2. \end{cases}$

Mặt khác, ta có

$$w = [i^2 - i(z_1 + z_2) + z_1 z_2]^{2018} = (1 - i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = -2^{1009} \cdot i \cdot (i^2)^{504} = -2^{1009} \cdot i.$$

Vậy phần ảo của w là -2^{1009} .

Chọn đáp án **(C)**

Câu 41. Xét hàm số $y = x^2 - 2x + m$ có $\Delta' = 1 - m$.

Trường hợp $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $x^2 - 2x + m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow |x^2 - 2x + m| = x^2 - 2x + m$.

Hàm số $y = x^2 - 2x + m$ là một parabol có bề lõm hướng lên nên chỉ có thể đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1$ hoặc $x = 2$.

Ta có $y(-1) = m + 3$, $y(2) = m$. Vì $m + 3 > m$ khi $m \geq 1$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y(-1) = m + 3 = 5 \Leftrightarrow m = 2$.

Trường hợp $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{1 - m}$	1	$1 + \sqrt{1 - m}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$-m + 1$				$+\infty$
			0		0			

Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m = -4$ thì hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 42. Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Với $x = m - 2$ thì $y = 1 - \frac{3}{m}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = m - 2$ là $d: y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m}$.

Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số lần lượt là $y = 1$ và $x = -2$.

Tọa độ A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - \frac{6}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = 1 - \frac{6}{m}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2m - 2 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 3m - 2.$$

$$\text{Vậy } x_2 + y_1 = 2m - \frac{6}{m} - 1 = -5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow m_1^2 + m_2^2 = 10.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 43. Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 3(x+y) + \log_{\sqrt{3}}(3(x+y)) &= (x^2+y^2+xy+2) + \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2). \end{aligned}$$

$$\text{Hay } f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2) \text{ với } f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t \text{ có } f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0.$$

Do vậy

$$\begin{aligned} 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Leftrightarrow (4x^2+4xy+y^2) + 3(y^2-2y+1) - 6(2x+y) + 5 &= 0 \\ \Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 &= -3(y-1)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } 1 \leq 2x+y \leq 5. \text{ Do đó } P = 1 + \frac{2x+y-5}{x+y+6} \leq 1.$$

Vậy $P_{\max} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 44. Ta có

$$4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m \Leftrightarrow 2^{2x} + \frac{1}{2^{2x}} = (m+1) \cdot \left(2^x - \frac{1}{2^x}\right) + 4 - 2m. \quad (*)$$

Đặt $t = 2^x$. Vì $0 \leq x \leq 1$ nên $1 \leq t \leq 2$.

Xét $f(t) = t - \frac{1}{t}$, ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$ với mọi $t \in [1; 2]$. Do đó $0 \leq f(t) \leq \frac{1}{2}$.

$$\text{Đặt } a = t - \frac{1}{t} \Rightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có dạng } a^2 + 2 = (m+1)a + 4 - 2m \Leftrightarrow \frac{a^2 - a - 2}{a - 2} = m.$$

Xét $f(a) = \frac{a^2 - a - 2}{a - 2} = a + 1$, ta có $f'(a) = 1 > 0$. Ta có bảng biến thiên

a	0	$\frac{1}{2}$
$f'(a)$		+
$f(a)$	1	$\frac{3}{2}$

Để phương trình (*) có nghiệm trong đoạn $[0; 1]$ thì $1 \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 45.

Cách 1:

Trên tia SB lấy điểm B' sao cho $SB' = 4a$. Tương tự trên tia SA lấy điểm A' sao cho $SA' = 4a$.

Do $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA' = SB' = SC$ nên dễ dàng nhận thấy $S.A'B'C$ là một tứ diện đều cạnh $4a \Rightarrow V_{S.A'B'C} = \frac{\sqrt{2}}{12}(4a)^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$.

(Công thức thể tích tứ diện đều cạnh x : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}x^3$)

Sử dụng tỉ lệ thể tích tứ diện:

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{a}{4a} \cdot \frac{2a}{4a} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.A'B'C} = \frac{1}{8} \cdot \frac{16\sqrt{2}}{3}a^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Cách 2:

Sử dụng công thức:

Nếu hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$, $\widehat{ASC} = x$, $\widehat{BSC} = y$, $\widehat{CSA} = z$ thì:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6}abc \sqrt{1 + 2 \cos x \cos y \cos z - \cos^2 x - \cos^2 y - \cos^2 z}.$$

Áp dụng cho bài này với $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, ta được $V_{S.ABC} = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 46. Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận $x = -2 \Rightarrow t = 2$, $x = 2 \Rightarrow t = -2$.

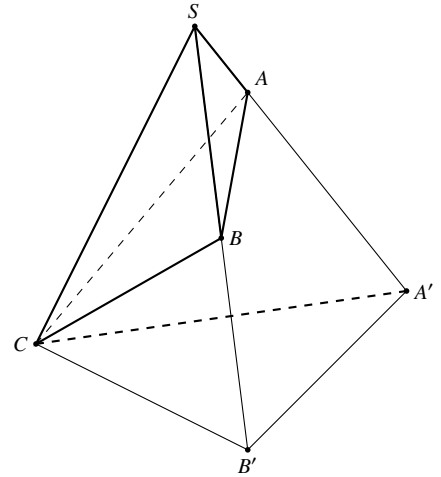
$$I = \int_{-2}^2 \frac{f(t)}{2^{-t} + 1} dt = \int_{-2}^2 \frac{2^t}{2^t + 1} f(t) dt = \int_{-2}^2 \frac{2^x}{2^x + 1} f(x) dx$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2^x + 1} dx + \int_{-2}^2 \frac{2^x}{2^x + 1} f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + 10$$

Mặt khác do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-x) = f(x)$.

$$\text{Xét } J = \int_{-2}^0 f(x) dx, \text{ đặt } t = -x \Rightarrow dt = -dx$$

$$\Rightarrow J = \int_0^2 f(-t) dt = \int_0^2 f(-x) dx = \int_0^2 f(x) dx = 10 \Rightarrow 2I = 20 \Rightarrow I = 10.$$



Chọn đáp án **(B)**

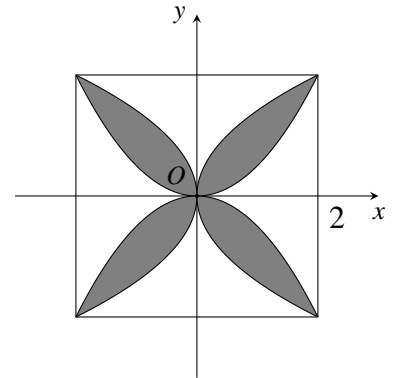
Câu 47.

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng 10 cm = 1 dm), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình là $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$,

$$x = -\frac{y^2}{2}, x = \frac{y^2}{2}.$$

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng



$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{x^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Vậy diện tích một cánh hoa là $\frac{4}{3} \text{ dm}^2 = \frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 48.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó ta có

$$A(0; 0; 0), \quad B(a; 0; 0), \quad D(0; 2a; 0),$$

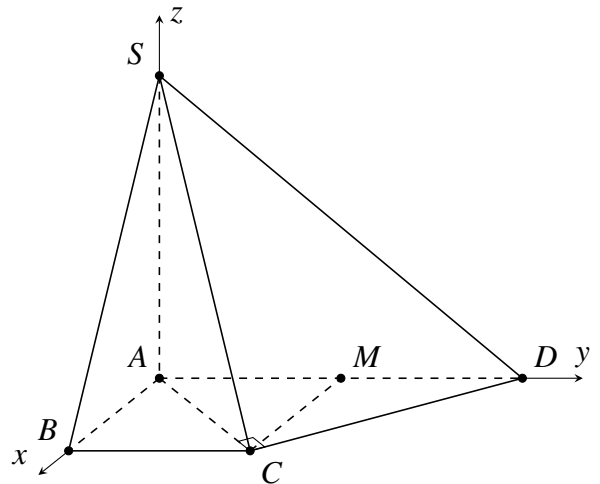
$$S(0; 0; a\sqrt{5}), \quad M(0; a; 0), \quad C(a; a; 0)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} = (0; a; 0), \quad \overrightarrow{SB} = (a; 0; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{SB}] = (-a^2\sqrt{5}; 0; -a^2).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CD} = (-a; a; 0), \quad \overrightarrow{SC} = (a; a; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SCD)} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{SC}] = (-a^2\sqrt{5}; -a^2\sqrt{5}; -2a^2).$$



$$\text{Ta có } \cos[(SBC), (SCD)] = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SCD)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| \cdot |\vec{n}_{(SCD)}|} = \frac{|5a^4 + 2a^4|}{a^2\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 49. Mặt cầu có tâm $I(-2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$, $S = \pi \Rightarrow r = 1$, ta có

$$R^2 = r^2 + d^2(I, (\alpha)) \Rightarrow d(I, (\alpha)) = \sqrt{5 - 1} = 2.$$

Phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x = t \\ y = -1, \\ z = t \end{cases}$ để thấy MN là giao tuyến của hai mặt phẳng $x - z = 0$ và

$y + 1 = 0$, khi đó $(\alpha): a(x - z) + b(y + 1) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$

$$d(I, (\alpha)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3a|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = -2 \end{cases}$$

Với $\frac{a}{b} = 2$, chọn $a = 2, b = 1$, phương trình (α): $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Với $\frac{a}{b} = -2$, chọn $a = 2, b = -1$, phương trình (α): $2x - y - 2z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 50. Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}, \bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

Từ $|z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*)$.

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2} = \frac{\bar{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **D**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN09

Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021

Câu 1. Dựa vào bảng biến thiên khoảng nghịch biến là $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 2. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}b \cdot a^2 = \frac{a^2b}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 3. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 5. Áp dụng công thức $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{3x+1} = \frac{1}{3} \ln|3x+1| \Big|_1^2 = \frac{1}{3} \ln 7 - \frac{2}{3} \ln 2$. Do đó $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{2}{3} \Rightarrow a+b = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 6. • Thay tọa độ các điểm đã cho vào phương trình mặt phẳng (P) ta có điểm $(2; -2; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(D)**

Câu 7. Ta có $z = 3 + 5i \Rightarrow$ phần ảo của số phức z là 5.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 8. Ta có $y' = \frac{2x^2 + 4x + 1}{(x+1)^2}$.

Ta được $x_A + x_B = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow x_I = -1$. (1)

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A, B là $y = 4x + 1$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $y_I = 4 \cdot x_I + 1 = -3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 9. • $y' = 3x^2 - 6x - 9$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$

• Lại có $y(-4) = -41$, $y(-1) = 40$, $y(3) = 8$, $y(4) = 15$. Vậy $M = 40$, $m = -41$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 10. Ta có

$$\log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = \log_2(5 \cdot 8) - \frac{1}{2} \log_2 9 = \log_2 5 + \log_2 8 - \frac{1}{2} \log_2 9 = a + 3 - \frac{1}{2}b.$$

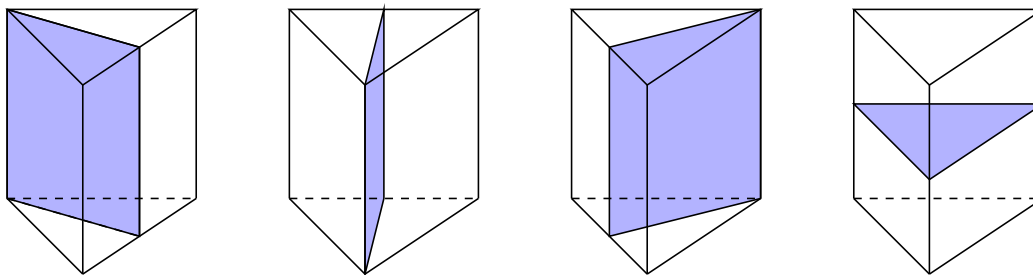
Chọn đáp án **(A)**

Câu 11. Tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ta có $y' = \frac{2}{2x+1} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng xác định.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 12. Các mặt phẳng đối xứng của hình lăng trụ là:

- Mặt phẳng trung trực của các cạnh đáy: 3 mặt phẳng.
- Mặt phẳng trung trực của cạnh bên: 1 mặt phẳng.



Vậy hình đã cho có tất cả 4 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(B)**

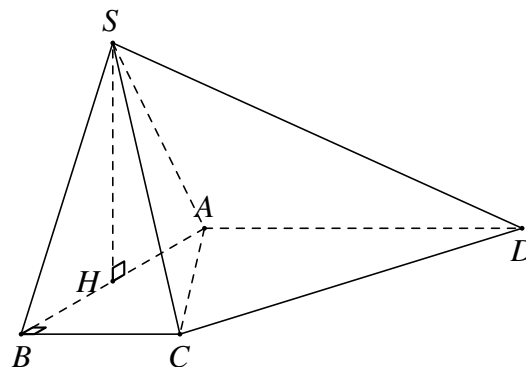
Câu 13.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (vì tam giác SAB đều) và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình thang $ABCD$ là $\frac{3a^2}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2}{2} \Rightarrow$ diện tích tam giác

$$ACD = a^2 \Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(C)**

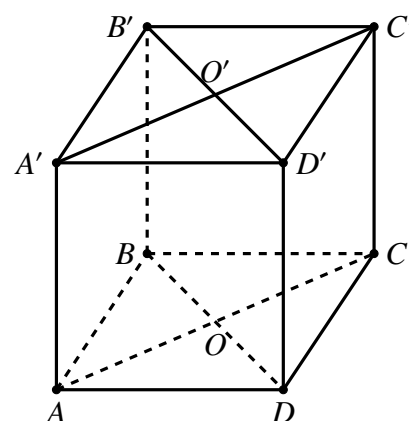
Câu 14. Thể tích khối trụ là $V = \pi aR^2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 15.

Hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương cạnh bằng a nên bán kính bằng một nửa độ dài đường chéo của hình vuông nên

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 16. Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Khi $x = -\frac{\pi}{2}$ thì $t = \frac{\pi}{2}$ và khi $x = \frac{\pi}{2}$ thì $t = -\frac{\pi}{2}$.

$$\text{Suy ra } I = - \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin t}{1+t^2} dt = - \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{\sin t}{1+t^2} dt = -I, \text{ dẫn tới } I = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 17. Giả sử $(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

$$\begin{cases} A(2; 0; 0) \in (S) \\ B(0; 2; 0) \in (S) \\ C(0; 0; 2) \in (S) \\ D(2; 2; 2) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2a + d = 0 \\ 4 + 2b + d = 0 \\ 4 + 2c + d = 0 \\ 12 + 2a + 2b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \\ c = -2 \\ d = 0. \end{cases}$$

(S) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 18. Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I(2; 1; 2)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có dạng $2x - 2y - 2 = 0$ hay $x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 19. Gọi $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết ta có $(a - 1)^2 + (b + 1)^2 = 4$.

Vậy quỹ tích các điểm M là đường tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **D**

Câu 20.

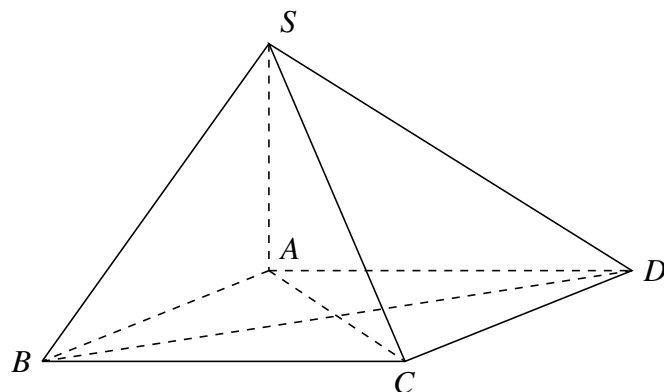
$$z = \frac{2 - 9i}{1 + 6i} = \frac{(2 - 9i)(1 - 6i)}{(1 + 6i)(1 - 6i)} = -\frac{52}{37} - \frac{21}{37}i.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 21.

- Do $AB \parallel (SCD)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.
- Do AC cắt BD tại trung điểm của AC nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$.
- Do $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = AD$.
- Có $AB = CD$, $CD \perp SD$, CD không vuông góc với AC . Suy ra CD không là khoảng cách giữa SC và AD .

Vậy $d(SC, AD) = AB$ là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **D**

Câu 22.

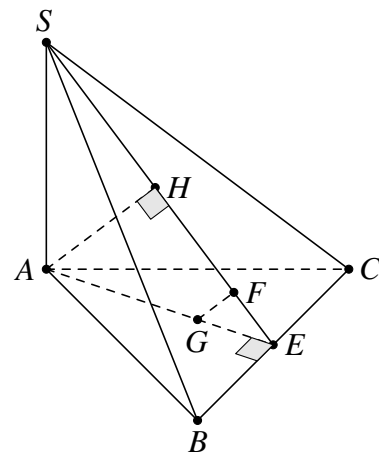
Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow (SBC) \perp (SAE)$.

Gọi F là hình chiếu của G trên SE , H là hình chiếu của A trên SE .

$$\text{Vì } GE = \frac{1}{3}AE \Leftrightarrow GF = \frac{1}{3}AH \Leftrightarrow h = d(G, (SBC)) = \frac{AH}{3}.$$

Xét $\triangle SAE$ vuông tại A , $SA = 2a$. $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh $4a \Rightarrow AE = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{3a^2} \Leftrightarrow AH = a\sqrt{3} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 23. Không gian mẫu của phép thử gieo đồng xu hai lần là $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 12 \cdot 11 = 132$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 25. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 13122 = 2 \cdot (-3)^{n-1} \Rightarrow n = 9$.

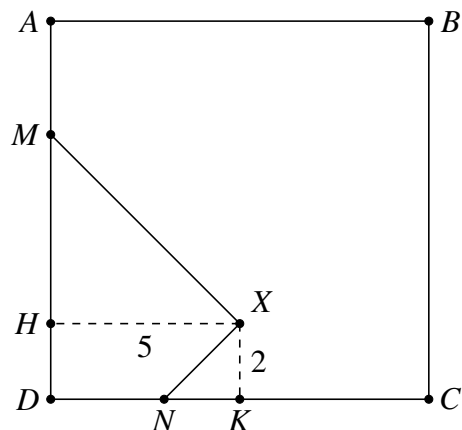
Chọn đáp án **(B)**

Câu 26.

Đặt $DM = x, DN = y$ suy ra $x + y = 10$ và $x, y > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} MX + NX &= \sqrt{MH^2 + HX^2} + \sqrt{XK^2 + NK^2} \\ &= \sqrt{(x-2)^2 + 25} + \sqrt{(5-y)^2 + 4} \\ &= \sqrt{(x-2)^2 + 25} + \sqrt{(x-5)^2 + 4} \\ &\geq \sqrt{(x-2+5-x)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{58}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 27. Để thấy nếu $a < 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a = 0, y = \frac{x+1}{\sqrt{2018x+2019} + \sqrt{2017x+2018}}, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - ax) = +\infty$ hoặc $-\infty$ khi $a \neq 0$ cho nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a > 0, y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+2018x+2019} + \sqrt{ax^2+2017x+2018}}, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2\sqrt{a}}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2\sqrt{a}}$ suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 29. Điều kiện xác định: $4^x - 2^x + m > 0 \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x$.

Xét hàm số $f(x) = -4^x + 2^x$ có $f'(x) = -4^x \cdot 2 \ln 2 + 2^x \ln 2 = 2^x \ln 2 \cdot (-2^{x+1} + 1)$.

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2^{x+1} + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Suy ra, hàm số $f(x) = -(2^x)^2 + 2^x$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Suy ra, để $m > -4^x + 2^x$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $m > \max f(x) = -4^{-1} + 2^{-1} = \frac{1}{4}$.

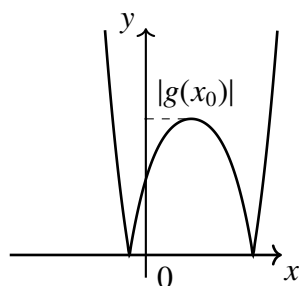
Chọn đáp án **(D)**

Câu 30. Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2018 = 2018e^x + x^2 - 2019x - 2019$.

Ta có $g'(x) = 2018e^x + 2x - 2019$ và $g''(x) = 2018e^x + 2 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có $g'(x) < 0, g'(1) > 0$ do đó $g'(x)$ có một nghiệm duy nhất $x_0 \in (0; 1)$. Kết hợp với $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$, suy ra $g(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$g(x_0)$	$+\infty$

Nếu $g(x_0) < 0$ thì đồ thị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$ có dạng như hình vẽ



Vậy phương trình nhiều nhất có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 31. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$2^{2x^2-15x+100} + 2x^2 - 15x + 100 < 2^{x^2+10x-50} + x^2 + 10x - 50 \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Mà bất phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned} f(2x^2 - 15x + 100) &< f(x^2 + 10x - 50) \\ \Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 &< 0 \\ \Leftrightarrow 10 < x < 15. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 32.

Vì $AA' \parallel BB'$ nên $AA' \parallel (BB'C'B)$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$ bằng $d(A, (BB'C'))$.

Ta có $AH = \frac{1}{2}BC = a$ và $A'H = \sqrt{7a^2 - a^2} = a\sqrt{6}$.

Khi đó

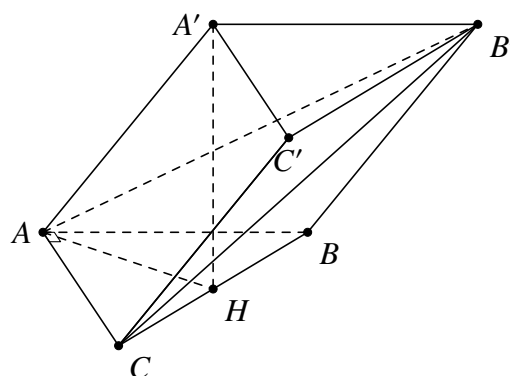
$$V_{B'ABC} = \frac{1}{3}A'H \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Xét $\triangle A'B'H$

$$B'H = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = \sqrt{6a^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

Ta có $\triangle BB'C$ có $B'H = a\sqrt{7}$, $BB' = a\sqrt{7}$, $HB = a$.

Dùng công thức Hê-rông ta tính được $S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.



Suy ra $S_{BB'C} = 2 \cdot S_{BB'H} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Ta có

$$V_{A.BB'C} = \frac{1}{3} d(A, (BB'C)) \cdot S_{BB'C} \Leftrightarrow d(A, (BB'C)) = \frac{3V_{A.BB'C}}{S_{BB'C}} = \frac{\frac{3a^3 \sqrt{2}}{2}}{\frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}} = \frac{a \sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d = \frac{a \sqrt{6}}{3} = a \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 34. Xét $I = \int f(x) dx = \int e^{\sqrt[3]{x}} dx$.

Đặt $t = \sqrt[3]{x}$ suy ra $t^3 = x$ nên $3t^2 dt = dx$ khi đó $I = \int 3t^2 e^t dt$.

Theo công thức tích phân từng phần

$$I = 3t^2 e^t - 3 \int 2te^t dt = 3t^2 e^t - 3 \left(2te^t - \int 2e^t dt \right) = 3t^2 e^t - 3(2te^t - 2e^t) + C$$

Suy ra $I = \int f(x) dx = 3\sqrt[3]{x^2} \cdot e^{\sqrt[3]{x}} - 3(2\sqrt[3]{x} \cdot e^{\sqrt[3]{x}} - 2e^{\sqrt[3]{x}}) + C$

hay $F(x) = 3\sqrt[3]{x^2} \cdot e^{\sqrt[3]{x}} - 3(2\sqrt[3]{x} \cdot e^{\sqrt[3]{x}} - 2e^{\sqrt[3]{x}}) + C$.

Do $F(0) = 2$ suy ra $6 + C = 2 \Leftrightarrow C = -4$. Khi đó $F(-1) = \frac{3}{e} - 3\left(-\frac{2}{e} - \frac{2}{e}\right) - 4 = \frac{15}{e} - 4$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 35. Đặt $u = \frac{x}{2} \Rightarrow du = \frac{dx}{2} \Rightarrow dx = 2du$.

Đổi cận

- Với $x = 2$ suy ra $u = 1$.
- Với $x = 6$ suy ra $u = 3$.

Suy ra $I = 2 \int_1^3 f(u) du = 24$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 36. Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục hoành là nghiệm phương trình $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Xét trên $[0; \pi]$ suy ra $x = \frac{\pi}{2}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 37. Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{S_{OBC}}{\cos((OBC), (ABC))} = \frac{OA}{d(O, (ABC))} \cdot S_{OBC} = \frac{|abc|}{2d(O, (ABC))}.$$

Thể tích tứ diện $OABC$ là: $V = \frac{|abc|}{6}$

Theo bài ra, ta có:

$$\frac{|abc|}{2d(O, (ABC))} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|abc|}{6} \Rightarrow d(O, (ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm O bán kính bằng 2.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 38. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{17 - m}$ ($m < 17$). Bán kính của đường tròn giao tuyến là $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$. Do đó khoảng cách từ I đến mặt phẳng (β) thỏa mãn

$$[d(I, (\beta))]^2 = R^2 - 4^2 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 3 - 8]^2}{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 17 - m - 16 \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 39. Vì $N = \Delta \cap d$ nên $N \in d$, do đó $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$ Mà $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN nên

$$\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 - 2t \\ y_M = 5 - t \\ z_M = 3 + t \end{cases}.$$

Vì $M = \Delta \cap (P)$ nên $M \in (P)$, do đó $2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3)$. Vậy $M = 2\sqrt{66} = 4\sqrt{16,5}$.

Chọn đáp án **(C)**

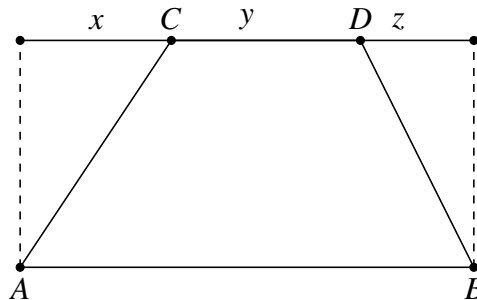
Câu 40. Do phương trình $2x^3 - 3x - 2 = 0$ có ba nghiệm phức z_1, z_2, z_3 nên theo định lý Vi-ét ta có:

- $z_1 + z_2 + z_3 = 0$.
- $z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1 = -\frac{3}{2}$.
- $z_1z_2z_3 = 1$.

Suy ra $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = (z_1 + z_2 + z_3)^3 - 3(z_1 + z_2 + z_3) \cdot (z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1) + 3z_1z_2z_3 = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 41.



Gọi các giả thiết như trên hình vẽ. Ta có

$$AC = \sqrt{x^2 + 100}; DB = \sqrt{z^2 + 100}.$$

Từ đó tổng thời gian đi là $P = \frac{AC + DB}{30} + \frac{y}{50}$.

Sử dụng bất đẳng thức khoảng cách ta có

$$AC + BD = \sqrt{x^2 + 100} + \sqrt{z^2 + 100} \geq \sqrt{(x + z)^2 + (10 + 10)^2} = \sqrt{(70 - y)^2 + 400}.$$

Từ đó $P \geq \frac{\sqrt{(70-y)^2 + 400}}{30} + \frac{y}{50} = f(y)$ với $0 \leq y \leq 70$.

Ta có $f'(y) = \frac{y-70}{30\sqrt{(70-y)^2 + 400}} + \frac{1}{50}$.

$$\begin{aligned} f'(y) = 0 &\Leftrightarrow 50(70-y) = 30\sqrt{(70-y)^2 + 400} \\ &\Leftrightarrow 25(70-y)^2 = 9((70-y)^2 + 400) \\ &\Leftrightarrow (70-y)^2 = 225 \Leftrightarrow 70-y = 15 \Leftrightarrow y = 55 \end{aligned}$$

Ta có $f(0) = \frac{10\sqrt{53}}{30}$; $f(70) = \frac{31}{15}$; $f(55) = \frac{29}{15}$. Trong đó $f(55)$ là bé nhất nên

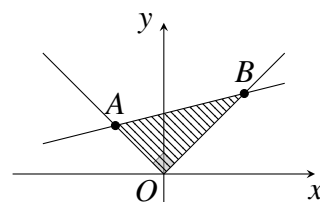
$\min_{[0;70]} f(y) = f(55) = \frac{29}{15} \Rightarrow \min P = 1 \text{ giờ } 56 \text{ phút.}$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 42.

Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = mx + 1$ và $y = |x|$.

Ta được $A\left(\frac{-1}{m+1}; \frac{1}{m+1}\right), B\left(\frac{1}{1-m}; \frac{1}{1-m}\right)$.



Ta có

$$\begin{aligned} S_m &= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1+m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1-m} \\ &= \frac{1}{(1+m) \cdot (1-m)} \\ &\geq \frac{1}{\frac{1}{4} [(1+m) + (1-m)]^2} \\ &\geq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 43. Số tiền bạn Châu nhận được sau n năm là: $T_n = 7 \cdot (1,068)^n$ (triệu đồng).

Xét phương trình:

$$7 \cdot (1,068)^n = 10 \Leftrightarrow (1,068)^n = \frac{10}{7} \Leftrightarrow n = \log_{1,068} \frac{10}{7} \approx 5,42.$$

Sau 5 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_5 = 7 \cdot (1,068)^5 \approx 9,726$ (triệu đồng).

Sau 6 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_6 = 7 \cdot (1,068)^6 \approx 10,388$ (triệu đồng).

Như vậy, sau 5 năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 44. Vì $a > 0$ nên $2^a - 1 > 0$.

Mặt khác $\sin(2^a + b - 1) \geq -1 \forall a, b > 0$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó, } 4^a - 2^{a+1} + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 2 &= (2^a - 1)^2 + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 1 \\ &\geq (2^a - 1)^2 - 2(2^a - 1) + 1 \\ &= (2^a - 2)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

$$\text{Cho nên } 4^a - 2^{a+1} + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a - 2 = 0 \\ \sin(2^a + b - 1) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 - \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Biểu thức $S = a + 2b$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi b là số dương nhỏ nhất thỏa mãn bài toán. Vì thế $b = -1 + \frac{3\pi}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S = a + 2b$ là $3\pi - 1$ khi $a = 1, b = -1 + \frac{3\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 45. Vì $CC' \parallel (ABB'A')$ nên $d(CC', AB') = d(C, (ABB'A')) = CA = a$.

Do đó $BC = CC' = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích lăng trụ là $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 46. Ta có $x^2(1-x)^{2018} = x^2 \cdot \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k (-1)^k = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2} (-1)^k$.

$$\text{Do đó } \int_0^1 x^2(1-x)^{2018} dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2} (-1)^k dx.$$

$$\text{Mặt khác } \int_0^1 \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2} (-1)^k dx = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k \frac{x^{k+3}}{k+3} (-1)^k \Big|_0^1 = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k \cdot \frac{(-1)^k}{k+3} = T.$$

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$ và $x = 1 \Rightarrow t = 0$. Khi đó

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2(1-x)^{2018} dx &= \int_1^0 t^{2018} (1-t)^2 (-dt) \\ &= \int_0^1 t^{2018} (t^2 - 2t + 1) dt \\ &= \left(\frac{t^{2021}}{2021} - 2 \cdot \frac{t^{2020}}{2020} + \frac{t^{2019}}{2019} \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2021} - \frac{2}{2020} + \frac{1}{2019} \\ &= \frac{1}{1010 \cdot 2019 \cdot 2021} = \frac{1}{4121202990}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 47.

- Ta có $y' = \frac{m^2 + 1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$, nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định với mọi m .
- (C) cắt trục hoành tại $A(m^2; 0)$ và cắt trục tung $B(0; -m^2)$.
- $S = - \int_0^{m^2} \frac{x - m^2}{x+1} dx = (m^2 + 1) \ln(m^2 + 1) - m^2$.
- $S = 1 \Leftrightarrow (m^2 + 1) \cdot [\ln(m^2 + 1) - 1] = 0 \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{e - 1}$.

Chọn đáp án **C**

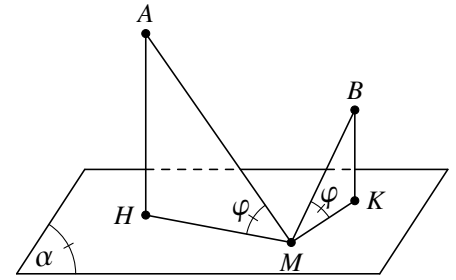
Câu 49.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (α) .

Gọi φ là góc tạo bởi MA, MB với mặt phẳng (α) .

Ta tính được $AH = 6, BK = 3$.

$$\text{Khi đó, } \sin \varphi = \frac{AH}{MA} = \frac{BK}{MB} \Leftrightarrow \frac{6}{MA} = \frac{3}{MB} \\ \Leftrightarrow MA = 2MB.$$



Gọi $M(x; y; z)$. Ta có

$$MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \\ \Leftrightarrow (x - 10)^2 + (y - 6)^2 + (z + 2)^2 = 4[(x - 5)^2 + (y - 10)^2 + (z + 9)^2] \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 20x - 68y + 68z + 684 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0.$$

Suy ra M thuộc mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$.

Mặt khác, M thuộc mặt phẳng (α) . Vậy M thuộc đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu (S) với mặt phẳng (α) .

Tâm O của đường tròn này là hình chiếu vuông góc của I trên (α) .

Phương trình đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (α) là

$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t. \end{cases}$$

Ta có $O \in \Delta$ nên $O\left(\frac{10}{3} + 2t; \frac{34}{3} + 2t; -\frac{34}{3} + t\right)$.

Và $O \in (\alpha)$ nên $2\left(\frac{10}{3} + 2t\right) + 2\left(\frac{34}{3} + 2t\right) - \frac{34}{3} + t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$.

Vậy $O(2; 10; -12)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 50. Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = (a + 2)^2 + (4 - b)^2 \Leftrightarrow b - a = 4 \Leftrightarrow b = a + 4$.

Đồng thời $\frac{z - i}{\bar{z} + i} = \frac{a + (b - 1)i}{a + (1 - b)i} = \frac{[a + (b - 1)i]^2}{a^2 + (b - 1)^2} = \frac{a^2 - (b - 1)^2 + 2a(b - 1)i}{a^2 + (b - 1)^2}$

Khi đó số phức $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo khi $a^2 - (b - 1)^2 = 0$, thay $b = a + 4$ vào ta được

$$a^2 - (a + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 2TN10*Biên dịch: Ngày 24 tháng 2 năm 2021***Câu 1.** $y' = -4x^4 + 16x$. $y' = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2; 0; 2\}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$					$-\infty$		

Vậy hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.Chọn đáp án **(C)****Câu 2.** Câu hỏi lý thuyết cơ bản.Chọn đáp án **(B)****Câu 4.** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.Chọn đáp án **(B)****Câu 5.** $I = \int_0^{\ln 2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^{\ln 2} = \frac{3}{2}$.Chọn đáp án **(B)****Câu 6.** Hệ số của x, y, z tương ứng là $2, -1, 3$ nên véc-tơ $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.Chọn đáp án **(A)****Câu 7.** Ta có $\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i$.Từ đó suy ra phần thực của z bằng 3, phần ảo của z bằng 2.Chọn đáp án **(D)****Câu 8.** Theo định nghĩa ta có: Nếu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [a; b]$. Vậy đây là mệnh đề đúng.Chọn đáp án **(A)****Câu 9.** Trên đoạn $[1; 2]$ ta có $f'(x) = 1 - \frac{16}{(1+2x)^2}$. Khi đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{5}{2} \notin (1; 2) \end{cases}.$$

Ta có $f(1) = \frac{11}{3}; f(2) = \frac{18}{5}; f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2}$. Suy ra $\min_{x \in [1; 2]} f(x) = \frac{7}{2}$ và $\max_{x \in [1; 2]} f(x) = \frac{11}{3}$.Chọn đáp án **(C)****Câu 10.** Ta có $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{4a - 1}{3}$.Chọn đáp án **(D)**

Câu 11. Số tiền không thay đổi, lãi suất không thay đổi nên thời gian tăng gấp 3 thì số tiền tăng lên $(1,37)^3 = 2,74$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 12. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

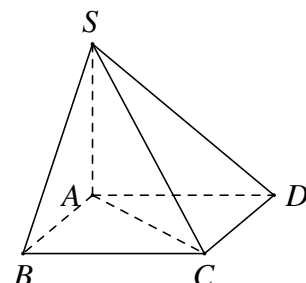
Chọn đáp án **(D)**

Câu 13.

Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2}{2}$.

Thể tích V của hình chóp $S.ABC$ là

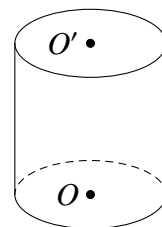
$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

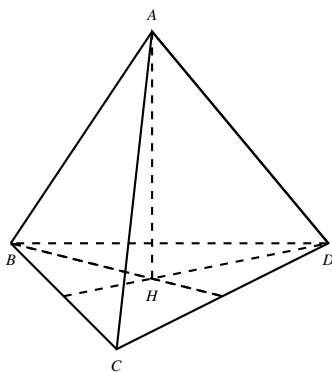
Câu 14.

Ta có $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} + 2 \cdot \pi a^2 = 2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 15.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD))$$

$$\text{Ta có } V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}.$$

$$\text{Mà } V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD} \text{ vì } S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}.$$

$$\text{Do } BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ nên } V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Vậy } r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16. Ta có $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2 \sqrt{\cos^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2 \cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 17. Gọi $B(x; y; z)$, suy ra $\vec{AB} = (x - 4; y - 6; z + 3)$.

$$\vec{AB} = \vec{d} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -3 \\ y - 6 = 2 \\ z + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy $B(1; 8; -2)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 18. Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\vec{AB} = (1; -1; -1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = [\vec{n}_P, \vec{AB}] = (5; 3; 2)$.

Mặt phẳng (Q) qua $B(2; 1; 0)$ có phương trình $(Q): 5(x - 2) + 3(y - 1) + 2(z - 0) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x + 3y + 2z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 19. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} |(1 + 2i)z - 10| &= |(2 + i)\bar{z} + 5| \\ \Leftrightarrow |(1 + 2i)(x + yi) - 10| &= |(2 + i)(x - yi) + 5| \\ \Leftrightarrow |x - 2y - 10 + (2x + y)i| &= |(2x + y) + (x - 2y + 5)i| \\ \Leftrightarrow (x - 2y - 10)^2 + (2x + y)^2 &= (2x + y)^2 + (x - 2y + 5)^2 \\ \Leftrightarrow 2x - 4y - 5 &= 0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn cho số z là đường thẳng $2x - 4y - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

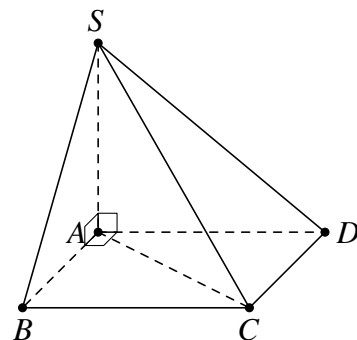
Câu 20. Ta có $\frac{1}{z} = \frac{1}{mi} = -\frac{i}{m} \Rightarrow$ phần ảo của $\frac{1}{z}$ là $-\frac{1}{m}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 21.

Ta có $CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD, SB) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB))$.

$DA \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = DA = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.



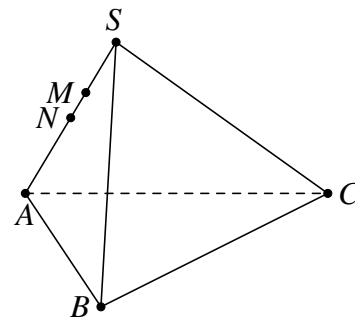
Chọn đáp án **(B)**

Câu 22.

Ta có $\frac{d(M, (ABC))}{d(S, (ABC))} = \frac{MA}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(M, (ABC)) = 6.$

Lại có $\frac{d(N, (ABC))}{d(S, (ABC))} = \frac{NA}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(N, (ABC)) = \frac{9}{2}.$

Vậy $d(M, (ABC)) + d(N, (ABC)) = 6 + \frac{9}{2} = \frac{21}{2}.$



Chọn đáp án **(C)**

Câu 23. Không gian mẫu $\Omega = \{NN, NS, SN, SS\}.$

Gọi A là biến cố mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần. Khi đó $A = \{NN, NS, SN\} \Rightarrow n(A) = 3.$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 24. Xác suất để lần gieo thứ nhất là mặt lẻ là $\frac{1}{2}$

Xác suất để lần gieo thứ hai là mặt lẻ là $\frac{1}{2}$

Xác suất để lần gieo thứ ba là mặt lẻ là $\frac{1}{2}.$

Suy ra xác suất cả ba lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 25. Ta có $u_1 = 3$ và $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{15}{3} = 5.$ Từ đó $x = u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 5^3 = 375.$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 26. Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 27. Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}}.$ Để giới hạn này tồn tại hữu hạn thì $a^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 3.$

Thử lại:

- Với $a = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}} = 0.$ Tiệm cận ngang $y = 0.$

- Với $a = -3$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}} = 0.$ Tiệm cận ngang $y = 0$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 28.

• Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b).$

• Từ hình vẽ, suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị có tọa độ là $(-1; -4), (0; -3), (1; -4).$

• Khi đó: $\begin{cases} y(0) = -3 \\ y(-1) = y(1) = -4 \\ y'(-1) = y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = -4 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x} = 9f'(2) \Leftrightarrow \sqrt{3k+1} = 4 \Leftrightarrow k = 5.$

Chọn đáp án **A**

Câu 30. Điều kiện $x > 0.$

Ta có

$$\log_3^2 x - 2 \log_3 x + 1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 - m \\ \log_3 x = 1 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^{1-m} \\ x = 3^{1+m} \end{cases}.$$

Theo đề bài, ta có

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 = 10 &\Leftrightarrow 3^{1-m} + 3^{1+m} = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2m} - 10 \cdot 3^m + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^m = 3 \\ 3^m = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $x_1 < x_2$ suy ra $x_1 = \frac{1}{3}$ và $x_2 = 9.$

Vậy $x_2 - 3x_1 = 6.$

Chọn đáp án **D**

Câu 31. Điều kiện $\begin{cases} 5^x - 1 > 0 \\ 5^{x+1} - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0.$

Khi đó,

$$\begin{aligned} &\log_5 (5^x - 1) \log_{25} (5^{x+1} - 5) \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \log_5 (5^x - 1) [1 + \log_5 (5^x - 1)] \leq 2 \\ &\Leftrightarrow \log_5^2 (5^x - 1) + \log_5 (5^x - 1) - 2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -2 \leq \log_5 (5^x - 1) \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 \leq 5 \\ &\Leftrightarrow \frac{26}{25} \leq 5^x \leq 6 \\ &\Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x \leq \log_5 6. \end{aligned}$$

Đổi chiếu với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left[\log_5 \frac{26}{25}; \log_5 6 \right].$

Suy ra $a = \log_5 \frac{26}{25}, b = \log_5 6.$

Vậy $a + b = \log_5 \frac{26}{25} + \log_5 6 = \log_5 26 - 2 + \log_5 6 = -2 + \log_5 156.$

Chọn đáp án **C**

Câu 32.

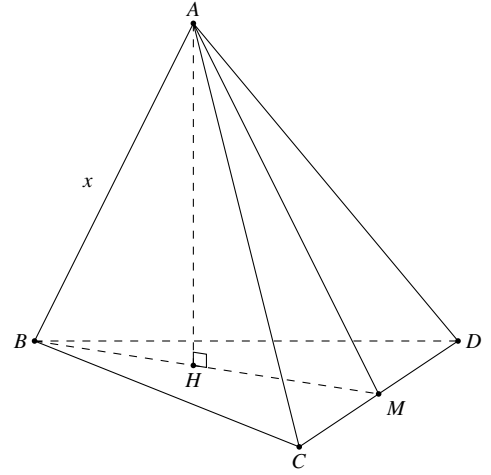
Gọi M là trung điểm CD . Do ACD và BCD là những tam giác đều, ta dễ dàng chứng minh được $CD \perp (ABM)$.
 Trong (ABM) , vẽ $AH \perp BM$ tại H , suy ra $AH \perp (BCD)$.
 Ta có

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH.S_{BCD} = \frac{1}{3}AH.\frac{\sqrt{3}}{4}.(2\sqrt{3})^2 = \sqrt{3}AH.$$

Vậy để thể tích khối tứ diện $ABCD$ là lớn nhất thì AH phải lớn nhất. Mặt khác, $AH \leq AM = 3$ và dấu bằng xảy ra khi $H \equiv M$.
 Nếu $H \equiv M$ thì khi đó,

$$x = AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 33.

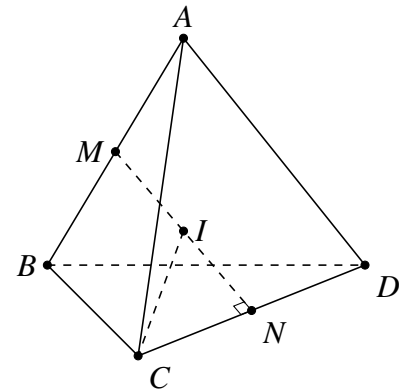
Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm AB, CD và MN . Ta có
 $\triangle ABC = \triangle BAD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow \triangle MCD$ cân tại $M \Rightarrow MN \perp CD$
 (1)

Tương tự $MN \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra MN là đường trung trực của AB và CD .

Do đó $IA = IB = IC = ID \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Dùng công thức độ dài đường trung tuyến ta có $MC^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$



$$MN = \sqrt{MC^2 - CN^2} = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}} \Rightarrow IN = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}$$

$$\text{Suy ra bán kính } R = IC = \sqrt{IN^2 + CN^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 34. Xét $I = \int f(x) dx = \int \frac{1 + \ln x}{x^2} dx.$

Đặt $\begin{cases} u = 1 + \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$. Khi đó

$$I = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}(1 + \ln x) - \frac{1}{x} + C = -\frac{1}{x}(\ln x + 2) + C \Rightarrow a = -1; b = 2.$$

Vậy $S = a + b = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 35. Đặt $t = a - x \Rightarrow dx = -dt.$

$$\Rightarrow I = \int_0^a \frac{1}{1 + f(a-t)} dt = \int_0^a \frac{1}{1 + \frac{1}{f(x)}} dx = \int_0^a \frac{f(x)}{1 + f(x)} dx.$$

$$\Rightarrow 2I = \int_0^a dx = a \Rightarrow I = \frac{a}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 36. Dựa vào hình vẽ, ta có

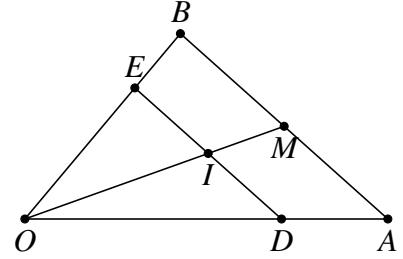
$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 \left(\sqrt{x} - x + 2 \right) dx = \left. \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \right|_0^2 + \left. \left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \right|_2^4 = \frac{10}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 37.

Theo đề bài ta có $OA = OB = \sqrt{2}$ và

$$\begin{aligned} S_{ODE} &= \frac{1}{2} S_{OAB} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OE \cdot \sin \widehat{DOE} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} \\ \Leftrightarrow OD \cdot OE &= \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1. \end{aligned}$$



Mặt khác

$$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} \geq 2OD \cdot OE - 2OD \cdot OE \cdot \cos \widehat{AOB} = 2(1 - \cos \widehat{AOB}).$$

Suy ra DE nhỏ nhất khi $OD = OE = 1$.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

$$\text{Khi đó, } \vec{OI} = \frac{OI}{OM} \cdot \vec{OM} = \frac{OD}{OA} \cdot \vec{OM} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right). \text{ Suy ra } I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 38. Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $abc \neq 0$. Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có: $\vec{AH} = (1 - a; 2; -2)$, $\vec{BH} = (1; 2 - b; -2)$, $\vec{BC} = (0; -b; c)$, $\vec{AC} = (-a; 0; c)$.

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{-2}{c} = 1 \\ -2b - 2c = 0 \\ -a - 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = \frac{9}{2} \\ c = -\frac{9}{2} \end{cases}.$$

Vậy phương trình của (α) : $\frac{x}{9} + \frac{2y}{9} - \frac{2z}{9} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Bán kính mặt cầu là $R = d(O, (\alpha)) = 3$.

Phương trình mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 39. d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(2; 0; 0)$. Đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$ và đi qua điểm $B(0; 1; 2)$. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$, trung điểm của AB là $I\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 suy ra (P) đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $(0; 1; -1)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $y - \frac{1}{2} - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 40. $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$.

Đặt $X = z^2$. Khi đó phương trình trở thành $X^2 + 3X + 4 = 0$

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} S = X_1 + X_2 = -3 \\ P = X_1 \cdot X_2 = 4 \end{cases}$

Ta có: $\overline{X_1} = X_2$.

$$P = X_1 \cdot X_2 = X_1 \cdot \overline{X_1} = |X_1|^2 = |z^2|^2 = 4 \Rightarrow |z^2| = 2.$$

Do đó $T = 4 \cdot |z^2| = 4 \cdot 2 = 8$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 41. Gọi x, y, z ($x, y, z > 0$) lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hồ nước.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} x = 2y \\ V = xyz = \frac{500}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ z = \frac{250}{3y^2} \end{cases}.$$

Diện tích xây dựng của hồ nước là $S = xy + 2xz + 2yz = 2y^2 + 6yz = 2y^2 + \frac{500}{y}$.

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(y) = 2y^2 + \frac{500}{y}$ với $y > 0$.

Ta có $f'(y) = 4y - \frac{500}{y^2} = \frac{4(y^3 - 125)}{y^2}$; $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y^3 - 125 = 0 \Leftrightarrow y = 5$.

Bảng biến thiên

y	0	5	$+\infty$	
$f'(y)$		-	0	+
$f(y)$	$+\infty$		150	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $y = 5$.

Suy ra kích thước của hồ là $x = 10$ m; $y = 5$ m, $z = \frac{10}{3}$ m. Tiền thuê nhân công là 75 triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ khác phía so với Ox .

Các giá trị cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ là $f(0) = m$ và $f(2) = m - 4$.

Hai điểm cực trị khác phía so với $Ox \Leftrightarrow f(0) \cdot f(2) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Do đó, $S = \{1; 2; 3\}$ nên tổng các phần tử của S là 6.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 43. Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - (\ln x + 1) < \frac{x}{\sqrt{x^2}} - (\ln x + 1) < -\ln x < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Do đó, hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$ nghịch biến trên $[1; 2]$.

Vậy $Mm = y(1) \cdot y(2) = 2(\sqrt{7} - 2 \ln 2) = 2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 44. Ta có

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2$ hay $t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

Có $f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	$2\sqrt{2}$	3

Mà phương trình trên tương đương với $f(t) = m$.
Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in [2\sqrt{2}; 3]$.

Chọn đáp án **A**

Câu 45.

Thể tích $V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ}$.

Gọi E, F, I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Ta có $PQ \parallel IJ$ và $PQ = \frac{2}{3} IJ$.

Hai hình bình hành $MNPQ$ và $EFIJ$ đồng dạng với tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

Suy ra, $\frac{S_{MNPQ}}{S_{EFIJ}} = k^2 \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{4}{9} S_{EFIJ}$.

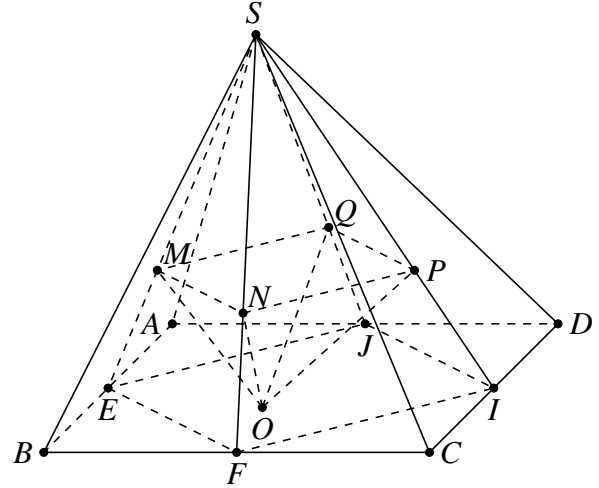
mà $S_{EFIJ} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2}{9} S_{ABCD}$.

Mặt khác, do $(MNPQ) \parallel (ABCD)$ nên

$$d(O, (MNPQ)) = d(P, (ABCD)) = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)).$$

Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3 d(O, (MNPQ)) \cdot \frac{9}{2} S_{MNPQ} \\ &= \frac{27}{2} \cdot \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{27}{2} V. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

Câu 46. Đặt $f(x) = \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x}$.

Đặt $t = \pi - x$.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi x f(x) dx &= - \int_\pi^0 (\pi - t) f(\pi - t) dt \\ &= \int_0^\pi (\pi - t) f(\pi - t) dt = \int_0^\pi (\pi - x) f(\pi - x) dx = \int_0^\pi (\pi - x) f(x) dx \\ &= \int_0^\pi \pi f(x) dx - \int_0^\pi x f(x) dx. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \int_0^\pi x f(x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(x) dx.$$

Xét $I_1 = \int_0^{\pi} f(x) dx$. Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x$.

$$\begin{aligned} I_1 &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - t\right) dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} t}{\cos^{2018} t + \sin^{2018} t} dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} t}{\cos^{2018} t + \sin^{2018} t} dt \\ &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} x}{\cos^{2018} x + \sin^{2018} x} dx. \end{aligned}$$

Xét $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} x}{\cos^{2018} x + \sin^{2018} x} dx$.

Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x$.

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} \left(\frac{\pi}{2} - t\right)}{\cos^{2018} \left(\frac{\pi}{2} - t\right) + \sin^{2018} \left(\frac{\pi}{2} - t\right)} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} t}{\cos^{2018} t + \sin^{2018} t} dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} x}{\cos^{2018} x + \sin^{2018} x} dx. \end{aligned}$$

Khi đó $I_1 = 2I_2 = I_2 + I_2 = \int_0^{\pi} dx = \frac{\pi}{2}$. Suy ra $\int_0^{\pi} xf(x) dx = \frac{\pi}{2} I_1 = \frac{\pi^2}{4}$.

Suy ra $a = 2; b = 4$. Do đó $2a + b = 8$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 47. Đường thẳng $y = a$ cắt (P_1) tại hai điểm có hoành độ $-\sqrt{4-a}$ và $\sqrt{4-a}$. Vậy

$$S_1 = \int_{-\sqrt{4-a}}^{\sqrt{4-a}} (-x^2 + 4 - a) dx = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{4-a} \cdot (4-a).$$

Parabol (P_2) có dạng $y = m(x^2 - 4)$. Chú ý vì nó còn đi qua điểm $(0; a)$ nên $m = -\frac{a}{4}$. Vậy $(P_2) : y = -\frac{a}{4}x^2 + a$. Từ đó suy ra

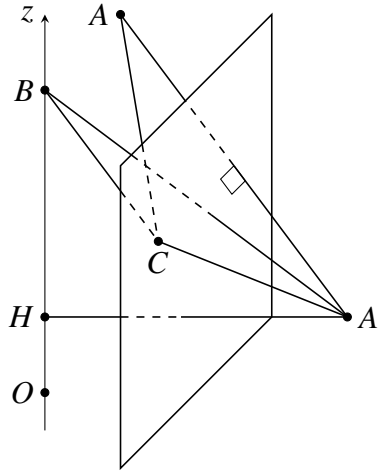
$$S_2 = \int_{-2}^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a\right) dx = \frac{8a}{3}.$$

Từ đó ta có

$$\frac{16(4-a)^3}{9} = \frac{64a^2}{9} \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 48.



Kiểm tra thấy hai điểm A, B nằm cùng phía so với bờ là mặt phẳng (P) , trục Oz song song với mặt phẳng (P) .

Lấy điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Ta có các đánh giá:

+ $AB \geq AB_0$ với B_0 là hình chiếu của A lên trục Oz và AB_0 có độ dài không đổi.

+ $BC + CA = BC + CA' \geq A'B \geq A'H$, $A'H$ có độ dài không đổi.

Từ đó suy ra

$$AB + BC + CA \geq AB_0 + A'H.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi B trùng $B_0(0; 0; 1)$.

Chọn đáp án .

Câu 49.

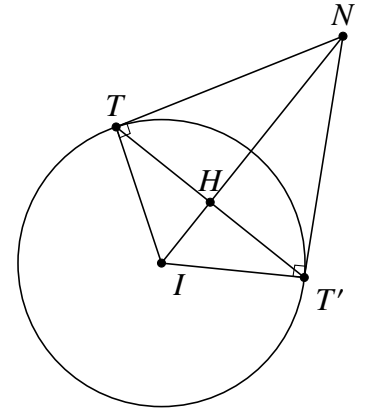
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 1$.

$$\begin{cases} IT \perp (P) \Rightarrow IT \perp d \\ IT' \perp (P') \Rightarrow IT' \perp d \Rightarrow d \perp (ITT'). \end{cases}$$

Gọi $N = d \cap (ITT') \Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d .

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow N(t; 2+t; -t) \text{ và } \overrightarrow{IN} = (t-1; 2+t; -t+1).$$



$$\overrightarrow{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow N(0; 2; 0) \Rightarrow \begin{cases} IN = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN} = (-1; 2; 1). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } IN : \begin{cases} x = -u \\ y = 2 + 2u \\ z = u \end{cases} \Rightarrow H(-u; 2+2u; u) \quad u \in \mathbb{R}$$

$$\text{và } \overrightarrow{IH} = (-u-1; 2+2u; u+1).$$

$$IH = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow IH^2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (-u-1)^2 + (2u+2)^2 + (u+1)^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right) \\ u = -\frac{7}{6} \Rightarrow H\left(\frac{7}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right). \end{cases}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{IH} \text{ cùng hướng với } \overrightarrow{IN} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right).$$

Chọn đáp án **B**

Câu 50. Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}$, $\bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

Từ $|z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*)$.

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \overline{\frac{z}{w^2}} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **D**