SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT ĐINH TIÊN HOÀNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I NĂM HỌC 2026 - 2027
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)
(Đề thi có 04 trang)

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề 1203

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn điều kiện tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành . Tính tổng $a+b+c$:

A. 13. **B.** 9. **C.** 10 **D.** 12 .

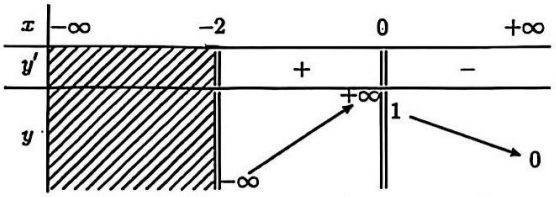
Câu 2. In the coordinate space $Oxyz$, given the point $M(3;-2;0); N(2;4;1)$. The coordinates of the vector $\overrightarrow{MN}$ are:

A. $(1;-6;-1)$. **B.** $(-1;6;1)$. **C.** $(1;0;6)$. **D.** $(-1;6;-1)$.

Câu 3. Một vật chuyển động thẳng có phương trình vị trí là $S(t)=\frac{1}{3}t^3-3t^2+5t+2$ với $t\geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

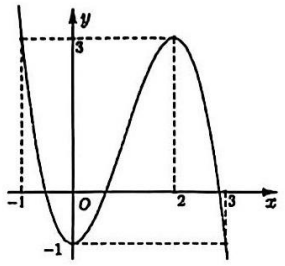
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và đồ thị được cho bởi hình bên dưới.



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{2x^2-x+2}{x-1}$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=a$ và một tiệm cận xiên $y=cx+d$. Giá trị của $a+2c-3d$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 5.

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{4-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

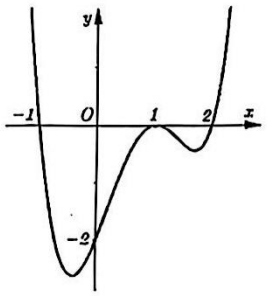
A. $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

Câu 10. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $g(t)=\dfrac{3t^2+2t+3}{t^2+1}$. Sau khi tiêm thuốc mấy giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 1. **B.** 0,5 **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 12. The minimum value of the function $f(x)=x^3-7x^2+11x-2$ on the interval $[0;2]$ is equal to :

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 11.

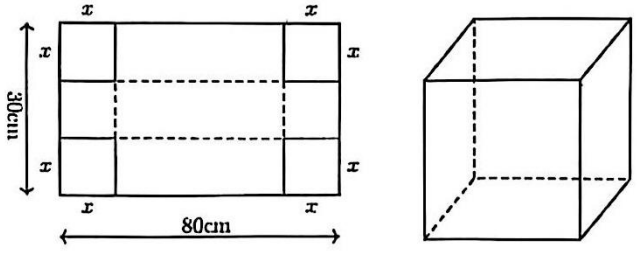
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC.

a) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$ **b)** $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}$.

c) $\overrightarrow{GO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA'}$ với $3x+6y+2z=2$ **d)** $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{DD'}=2a^2\sqrt{2}$.

Câu 2. Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30cm và chiều dài 80cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5\le x\le 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như hình. Gọi $V(x)$ là thể tích được biểu diễn theo x của chiếc hộp.



a) Đáy chiếc hộp có kích thước được biểu diễn theo x lần lượt là $80-x$ và $30-x$.

b) Thể tích chiếc hộp là $V(x)=x(30-2x)(80-2x)$.

c) Để thể tích khối hộp tạo thành lớn nhất thì diện tích hình vuông bị cắt bỏ ở mỗi góc bằng $44,4\,\text{cm}^2$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Thể tích lớn nhất của chiếc hộp là $7407\ \text{cm}^3$ (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Gọi A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $C(1;4)$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $y=2x-1$.

b) Diện tích tam giác ABC là 5 (đơn vị diện tích)

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại $x=2$

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=ax+b$ với $a-2b=-5$.

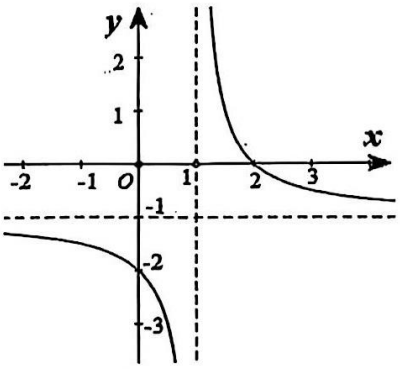
b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=2$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-3;\dfrac{1}{2}\right]$ bằng $-\dfrac{1}{4}$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

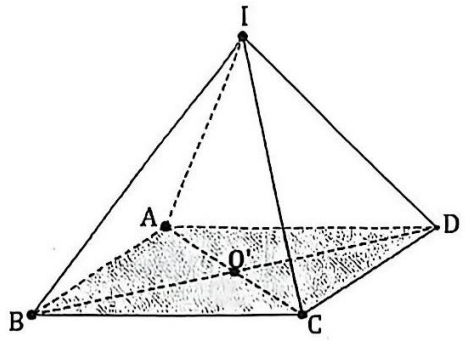
Câu 1: Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ (với $a,b,c\in\mathbb{R}$).



Khi đó giá trị của biểu thức $2a+15b-10c$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Một xưởng sản xuất nón có giá bán mỗi chiếc nón là 50 nghìn đồng, hàm chi phí sản xuất cho x chiếc nón là $C(x)=0,01x^2+20x+1000$ (nghìn đồng). Hãy xác định số lượng nón cần sản xuất để xưởng đạt lợi nhuận tối đa.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và coi mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA,IB,IC,ID gắn cố định tại điểm $I(0;0;9)$ như hình vẽ. Biết điểm $O'(0;0;5)$, $A(-\sqrt{2};\sqrt{2};5)$, điểm $D(a;b;c)$ với $a>0,c>5$ và góc $\widehat{O'ID}$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$ lần lượt là lực căng của dây IB,IC,ID,IA, biết $|\vec{F_1}|=50N$ và $|\vec{F_2}|=45N$.

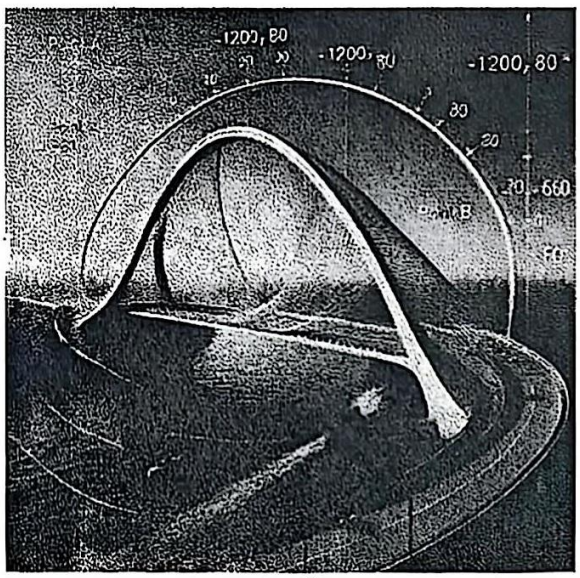


Tính khối lượng $m(\text{kg})$ của tấm bảng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) (cho gia tốc trọng trường $g = 9,8m/s^2$) và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = mg$)

Câu 4. Số lượng vi khuẩn trong một môi trường nuôi cấy có thể được mô hình hóa bởi hàm số $N(t) = -0,001t^3 + 0,1t^2 - 0,5t + 10$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ và N là số lượng vi khuẩn tính bằng nghìn con. Tính tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn tại thời điểm 8 giờ theo đơn vị nghìn con/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ có giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $C = 2a + 3b$ là bao nhiêu?

Câu 6. Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có toạ độ lần lượt là $A(-1200;80)$; $B(1200;60)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Hàm bậc ba mô phỏng đường cong của cây cầu là $y = f(x)$, tính gần đúng giá trị $f(200)$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



---------- **HẾT** ----------

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được thực hiện bởi AI & TOANMATH.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;2;3)$, $\overrightarrow{QP}=(7-a;7-b;5-c)$. Suy ra $a=6$, $b=5$, $c=2$. Vậy $a+b+c=13$. Chọn A.

Câu 2. $\overrightarrow{MN}=(2-3;4-(-2);1-0)=(-1;6;1)$. Chọn B.

Câu 3. Vận tốc $v(t)=S'(t)=t^2-6t+5$. Vận tốc tăng khi $v'(t)=2t-6>0\Leftrightarrow t>3$. Vậy vận tốc tăng trong khoảng $(3;+\infty)$. Chọn C và D.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng; $\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng; $\lim\limits_{x\to +\infty} y=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang. Vậy có 3 đường tiệm cận đứng và ngang. Chọn C.

Câu 5. Từ đồ thị, hàm số đồng biến trên $(0;2)$ và nghịch biến trên $(2;+\infty)$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=2$. Chọn C.

Câu 6. $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)=(x+2)(x+1)^2(x-1)$. $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-2$ và $x=1$, không đổi dấu khi qua $x=-1$ (nghiệm kép). Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. Chọn B.

Câu 7. $y=\dfrac{2x^2-x+2}{x-1}=2x+1+\dfrac{3}{x-1}$. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận xiên $y=2x+1$ nên $a=1$, $c=2$, $d=1$. Vậy $a+2c-3d=1+4-3=2$. Chọn B.

Câu 8. $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x+3}{4-x}=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x+3}{4-x}=+\infty$) nên tiệm cận đứng của đồ thị là $x=4$. Chọn C.

Câu 9. O là trung điểm của AC' và theo quy tắc hình hộp $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$ nên $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC'}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. Chọn B.

Câu 10. Xét $t\ge 0$. $g'(t)=\dfrac{(6t+2)(t^2+1)-2t(3t^2+2t+3)}{(t^2+1)^2}=\dfrac{-2t^2+2}{(t^2+1)^2}$. $g'(t)=0\Leftrightarrow t=1$ (do $t\ge 0$). $g'(t)>0$ khi $0<t<1$, $g'(t)<0$ khi $t>1$ nên $g(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t=1$. Vậy sau 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu cao nhất. Chọn A.

Câu 11. Quan sát đồ thị, trên khoảng $(0;1)$ đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. Chọn D.

Câu 12. $f'(x)=3x^2-14x+11$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\dfrac{11}{3}$. Trên đoạn $[0;2]$ chỉ có $x=1$. Ta có $f(0)=-2$, $f(1)=3$, $f(2)=0$. Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x)=-2$. Chọn A.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

a) Sai. Vì $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$ nên $\left(\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{A'C'}\right)$. Tam giác $A'C'D$ đều (các cạnh là đường chéo các mặt của hình lập phương) nên $\left(\overrightarrow{A'D},\overrightarrow{A'C'}\right)=60^\circ$, suy ra $\left(\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{A'C'}\right)=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.

b) Sai. $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}$, mà $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{DA}\neq\overrightarrow{DA}$.

c) Đúng. G là trọng tâm tam giác ADC nên
$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$. O là trung điểm của BC' nên
$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC'}\right)=\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Suy ra
$\overrightarrow{GO}=\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Do đó $x=\frac{2}{3}$, $y=-\frac{1}{6}$, $z=\frac{1}{2}$ và
$3x+6y+2z=2-1+1=2.$

d) Sai. $\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AA'}$ nên $\overrightarrow{AB'}\cdot\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AB'}\cdot\overrightarrow{AA'}=AB'\cdot AA'\cdot\cos\widehat{B'AA'}=2a\sqrt{2}\cdot 2a\cdot\cos 45^\circ=4a^2$.

Câu 2.

a) Sai. Đáy chiếc hộp là hình chữ nhật có kích thước $80-2x$ và $30-2x$.

b) Đúng. Chiều cao hộp là x nên $V(x)=x(30-2x)(80-2x)$.

c) Đúng. $V(x)=4x^3-220x^2+2400x$, $V'(x)=12x^2-440x+2400$;
$V'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-110x+600=0\Leftrightarrow x=\frac{20}{3}$ hoặc $x=30$. Trên đoạn $[5;10]$: $V(5)=7000$,
$V\left(\frac{20}{3}\right)=\frac{200000}{27}$, $V(10)=6000$. Thể tích lớn nhất khi $x=\frac{20}{3}$, khi đó diện tích hình vuông bị cắt ở mỗi góc là $x^2=\frac{400}{9}\approx 44,4\text{ cm}^2$.

d) Đúng. Thể tích lớn nhất của hộp là $\frac{200000}{27}\approx 7407\text{ cm}^3$.

Câu 3. $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. $y'>0$ trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, $y'<0$ trên $(0;2)$. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=2$. Hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3)$.

a) Sai. Đường thẳng AB đi qua $A(0;1)$, $B(2;-3)$ có phương trình $y=-2x+1$.

b) Đúng. $AB:2x+y-1=0$, $AB=\sqrt{2^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$, $d(C,AB)=\frac{|2\cdot 1+4-1|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$. Vậy
$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5$.

c) Đúng. $y' > 0$ với mọi $x \in (2;+\infty)$.

d) Sai. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 4. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y = x + 3 + \dfrac{1}{x-1}$, $y' = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. $y' > 0$ trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; $y' < 0$ trên $(0;1)$ và $(1;2)$.

a) Đúng. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y - (x+3)\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x-1} = 0$ nên tiệm cận xiên là $y = x + 3$, suy ra $a = 1$, $b = 3$, $a - 2b = -5$.

b) Sai. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = y(2) = 6$.

c) Đúng. Trên đoạn $\left[-3;\dfrac{1}{2}\right]$ có $y' = 0$ tại $x = 0$. $y(-3) = -\dfrac{1}{4}$, $y(0) = 2$, $y\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất là $-\dfrac{1}{4}$.

d) Đúng. Theo xét dấu y' ở trên.

<u>PHẦN III</u>. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Từ đồ thị: tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$, đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(2;0)$. Tiệm cận đứng $x = -c = 1 \Rightarrow c = -1$. Tiệm cận ngang $y = a = -1$. Đồ thị đi qua $(2;0)$ nên $2a + b = 0 \Rightarrow b = 2$. Vậy $2a + 15b - 10c = -2 + 30 + 10 = 38$. Đáp số: 38.

Câu 2. Lợi nhuận khi sản xuất và bán x chiếc nón là $L(x) = 50x - C(x) = -0,01x^2 + 30x - 1000$ (nghìn đồng). $L'(x) = -0,02x + 30$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1500$. $L'(x) > 0$ khi $x < 1500$, $L'(x) < 0$ khi $x > 1500$ nên $L(x)$ lớn nhất khi $x = 1500$. Đáp số: 1500.

Câu 3. $\overrightarrow{O'I} = (0;0;4)$, $\overrightarrow{O'A} = \left(-\sqrt{2};\sqrt{2};0\right)$, $O'A = 2$. Vì $ABCD$ là hình vuông tâm O' nên $O'D = O'A = 2$, $O'D \perp O'A$ và $C\left(\sqrt{2};-\sqrt{2};5\right)$ (đối xứng với A qua O').

Trong tam giác $IO'D$ có $O'D = 2 < O'I = 4$ nên $\widehat{O'ID} < \widehat{O'DI}$, suy ra $\widehat{O'ID}$ là góc nhọn.

Gọi H là hình chiếu của O' trên ID. Ta có $\sin\widehat{O'ID} = \dfrac{O'H}{O'I} \le \dfrac{O'D}{O'I} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$, nên $\widehat{O'ID} \le 30^\circ$. Góc $\widehat{O'ID}$ lớn nhất bằng 30° khi $H \equiv D$, tức $O'D \perp ID$, khi đó $\widehat{IO'D} = 60^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{O'D} = (a;b;c-5)$:

+ $\overrightarrow{O'D} \cdot \overrightarrow{O'I} = O'D \cdot O'I \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow 4(c-5) = 4 \Rightarrow c = 6$.

+ $\overrightarrow{O'D} \cdot \overrightarrow{O'A} = 0 \Rightarrow -\sqrt{2}a + \sqrt{2}b = 0 \Rightarrow b = a$.

+ $O'D^2 = 4 \Rightarrow 2a^2 + 1 = 4 \Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (do $a > 0$).

Suy ra $D\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};\dfrac{\sqrt{6}}{2};6\right)$ và $B\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2};-\dfrac{\sqrt{6}}{2};4\right)$ (đối xứng với D qua O').

Các lực căng hướng dọc theo dây về phía I: $\overrightarrow{BI} = \left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};\dfrac{\sqrt{6}}{2};5\right)$, $BI = 2\sqrt{7}$; $\overrightarrow{CI} = \left(-\sqrt{2};\sqrt{2};4\right)$,

$CI = 2\sqrt{5}$; $\overrightarrow{DI} = \left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2};-\dfrac{\sqrt{6}}{2};3\right)$; $\overrightarrow{AI} = \left(\sqrt{2};-\sqrt{2};4\right)$.

Đặt $\overrightarrow{F_1} = p\overrightarrow{BI}$, $\overrightarrow{F_2} = q\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{F_3} = r\overrightarrow{DI}$, $\overrightarrow{F_4} = s\overrightarrow{AI}$ với $p = \dfrac{50}{2\sqrt{7}} = \dfrac{25}{\sqrt{7}}$, $q = \dfrac{45}{2\sqrt{5}} = \dfrac{9\sqrt{5}}{2}$, $r > 0$, $s > 0$.

Tấm bảng cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} + \vec{P} = \vec{0}$ với $\vec{P} = (0;0;-mg)$.

Xét hai thành phần theo Ox, Oy ta có $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{6}}{2}(p-r) + \sqrt{2}(s-q) = 0 \\ \dfrac{\sqrt{6}}{2}(p-r) - \sqrt{2}(s-q) = 0 \end{cases}$. Cộng hai phương trình được

$r = p$, thay lại được $s = q$.

Vì O' là trung điểm của BD và của AC nên $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{O'I}$. Suy ra
$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = p\left(\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DI}\right) + q\left(\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{AI}\right) = 2(p+q)\overrightarrow{O'I} = \left(0;0;8(p+q)\right)$.

Do đó $mg = 8(p+q) = \dfrac{200}{\sqrt{7}} + 36\sqrt{5}$, suy ra $m = \dfrac{1}{9{,}8}\left(\dfrac{200}{\sqrt{7}} + 36\sqrt{5}\right) \approx 15{,}9$ (kg). Đáp số: $15{,}9$.

Câu 4. Tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn là $N'(t) = -0{,}003t^2 + 0{,}2t - 0{,}5$. Tại $t = 8$:
$N'(8) = -0{,}003 \cdot 64 + 0{,}2 \cdot 8 - 0{,}5 = 0{,}908 \approx 0{,}9$ (nghìn con/giờ). Đáp số: $0{,}9$.

Câu 5. $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2x - 5}{x - 2} = 3x + 4 + \dfrac{3}{x-2}$. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận xiên $y = 3x + 4$. Giao điểm của hai tiệm cận là $I(2;10)$ nên $a = 2$, $b = 10$. Vậy $C = 2a + 3b = 4 + 30 = 34$.
Đáp số: 34.

Câu 6. Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Điểm giữa cầu có độ cao 200 feet nên $f(0) = 200 \Rightarrow d = 200$.

Tiếp tuyến tại $x = 0$ là $y = f'(0)x + 200 = cx + 200$, đi qua điểm $(-1000;0)$ nên

$-1000c + 200 = 0 \Rightarrow c = \dfrac{1}{5}$.

$f(1200) = 60 \Rightarrow 1200^3 a + 1200^2 b + 240 + 200 = 60 \Rightarrow 1200^3 a + 1200^2 b = -380$.

$f(-1200)=80 \Rightarrow -1200^3 a+1200^2 b-240+200=80 \Rightarrow -1200^3 a+1200^2 b=120$.

Giải hệ được $b=\dfrac{-260}{2\cdot 1200^2}=-\dfrac{13}{144000}$, $a=\dfrac{-500}{2\cdot 1200^3}=-\dfrac{1}{6912000}$.

Do đó $f(200)=-\dfrac{200^3}{6912000}-\dfrac{13\cdot 200^2}{144000}+\dfrac{200}{5}+200=-\dfrac{125}{108}-\dfrac{65}{18}+240=\dfrac{25405}{108}\approx 235$. Đáp số: 235.

---------- HẾT ----------