**Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

**A.** $y=5$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{x-1}=0 \Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{x-1}=0 \Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Biết đường thẳng $y=-\dfrac{9}{4}x-\dfrac{1}{24}$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-2x$ tại một điểm duy nhất; ký hiệu $(x_0;\,y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm $y_0$.

**A.** $y_0=\dfrac{13}{12}$. **B.** $y_0=\dfrac{12}{13}$. **C.** $y_0=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y_0=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$-\frac{9}{4}x-\frac{1}{24}=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x \Leftrightarrow \frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{1}{4}x+\frac{1}{24}=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}.$$

Do đó, $y_0=y\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{13}{12}$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+3x+2}$ là:

Đề nghị sửa lời dẫn

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+3x+2}$ là đường thẳng :

**A.** $x=-2$.
**B.** Không có tiệm cận đứng.
**C.** $x=-1$; $x=-2$.
**D.** $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

* TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;-2\}$.

* Ta có: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+3x+2}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-x-2}{x+2}=0$; $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+3x+2}=\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng duy nhất là đường thẳng $x=-2$.

**Câu 5: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2+bz+c=0\ (a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$. Chọn kết luận **sai**.

**A.** Nếu $b=0$ thì phương trình có hai nghiệm mà tổng bằng $0$.
**B.** Nếu $\Delta=b^2-4ac<0$ thì phương trình có hai nghiệm mà môđun bằng nhau.
**C.** Phương trình luôn có hai nghiệm phức là liên hợp của nhau.
**D.** Phương trình luôn có nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn C**

Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2+bz+c=0$ luôn có nghiệm: $\Delta=b^2-4ac$.

$\Delta>0$ có hai nghiệm thực là $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.

$\Delta<0$ có hai nghiệm phức là $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

$\Delta=0$ có nghiệm kép là $x_1=x_2=\dfrac{-b}{2a}$.

Khi $b=0$ thì phương trình chắc chắn có hai nghiệm mà tổng bằng $0$.

$\Delta=b^2-4ac<0$ thì hai nghiệm có mô đun bằng nhau.

Nhưng nếu $\Delta>0$ phương trình có hai nghiệm thực nên không chắc đã liên hợp.

**Câu 6: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

**A.** $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq0$ thì $x_0$ là điểm cực trị của hàm số.

**B.** $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì $x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x_0$ thì $y'(x_0)=0$.

**D.** $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì $x_0$ không là điểm cực trị của hàm số.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định lý về quy tắc tìm cực trị A, C và B đúng.

**D.** sai vì xét hàm số $y=x^4$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $y'(0)=0$ và $y''(0)=0$ nhưng $x_0=0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 7:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

**A.** $-20$. **B.** $7$. **C.** $-25$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x-9$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $7$ | $\searrow$ | $-25$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy giá trị cực tiểu là $y_{CT}=-25$.

**Câu 8:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\left(4-x^2\right)^2+1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là:

**A.** $10$. **B.** $12$. **C.** $14$. **D.** $17$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=4x^3-16x$, cho $y'=0\Rightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\notin[-1;1]\\x=2\notin[-1;1]\\x=0\in[-1;1]\end{array}\right.$.

Khi đó: $f(-1)=10$, $f(1)=10$, $f(0)=17$.

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=f(0)=17$.

**Câu 9:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}>0$, $\forall x\in(5;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

**Câu 10:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2017}{x-2}$ có đồ thị $(H)$. Số đường tiệm cận của $(H)$ là?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị $(H)$ có tiệm cận đứng là $x=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2017}{x-2}=0\Rightarrow(H)$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy số đường tiệm cận của $(H)$ là $2$

**Câu 11: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4+4x^2$ có đồ thị $(C)$. Tìm số giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục hoành.

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục hoành: $x^4+4x^2=0\Leftrightarrow x=0$.

Vậy đồ thị $(C)$ và trục hoành có $1$ giao điểm.

**Câu 12: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$.

**A.** $y=2$. **B.** $y=4$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-4x+1}{2x-1}=-2$. Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

**Câu 13: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

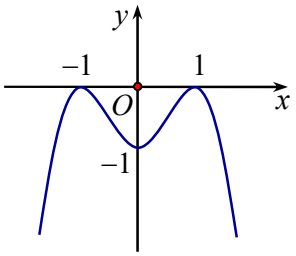
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=x^3$.

Hàm số nghịch biến $\Rightarrow y'=x^3<0\Leftrightarrow x<0$.

**Câu 14: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+x^2-1$. **C.** $y=-x^4+3x^2-3$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(0;-1) \Rightarrow$ Loại C và D

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(1;0) \Rightarrow$ Loại B

**Câu 15: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị $(C)$. Tìm tọa độ giao điểm $I$ của hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$.

**A.** $I(-2;2)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-2;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Tiệm cận đứng $x=-2$ vì $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{2x-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{2x-1}{x+2}=-\infty$

Tiệm cận ngang $y=2$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+2}=2$.

Vậy $I(-2;2)$.

**Câu 16: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Phát biểu nào sau đây là sai?

**A.** Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x_0$.

**B.** Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x_0$.

**C.** Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua điểm $x_0$ và $f(x)$ liên tục tại $x_0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0$ khi và chỉ khi $x_0$ là nghiệm của đạo hàm.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=x^3 \longrightarrow y'=x^2 \to y'=0 \Leftrightarrow x=0$

Hàm số $y$ không đạt cực trị tại điểm $x=0$.

**Câu 17: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

**A.** $x=2$ và $y=1$. **B.** $x=1$ và $y=-3$. **C.** $x=-1$ và $y=2$. **D.** $x=1$ và $y=2$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$.

Do đó đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Và $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$.

Do đó đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

**Câu 18: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là:

**A.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\notin[2;4] \\ x=-1\notin[2;4] \end{array}\right.$ mà $\left\{\begin{array}{l} f(2)=7 \\ f(4)=57 \end{array}\right. \Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y=7$.

**Câu 19: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{1-2x}{1+x}$. **B.** $y=\dfrac{1}{4-x^2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{5x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x^2-x+9}$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{4-x^2}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-}=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=\pm 2$.

và $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{4-x^2}=0$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4-x^2}$ có ba đường tiệm cận.

**Câu 20: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

**Chọn D**

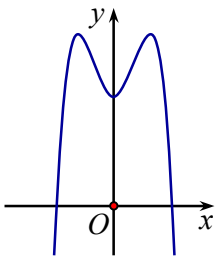
Ta có $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án **D.**

**Câu 21: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây.




**A.** $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+2x^2+4$. **D.** $y=-x^4+3x^2+4$.

Lời giải

**Chọn D**

Qua hình dáng đồ thị dễ thấy hàm số cần chọn là hàm bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, $(a\neq 0)$ và $\begin{cases}a<0\\a.b<0\end{cases}$ suy ra chỉ có đáp án D thỏa các yêu cầu.

**Câu 22: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^3+1$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\tan x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1: Xét hàm số $y=x^3+1$ ta có:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2\geq 0\ \forall x$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

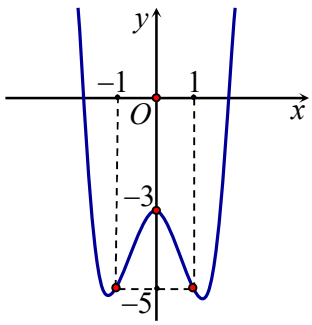
Cách 2:

Do hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại ý C; D vì hai hàm số này không có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Loại ý A vì đây là hàm trùng phương.

Vậy chọn ý **B.**

**Câu 23: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của $m$ thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?




**A.** $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $x^4-3x^2+m=0\Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Khi đó Dựa vào đồ thị để phương trình đã cho có ba nghiệm thì $-m-3=-3\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 24: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$ của hàm số $y=(1-x)(x+2)^2$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai:**

**A.** $(C)$ có hai điểm cực trị. **B.** $(C)$ có một điểm uốn.

**C.** $(C)$ có một tâm đối xứng. **D.** $(C)$ có một trục đối xứng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ luôn luôn có một điểm uốn và một tâm đối xứng, loại B và **C.**

$y=(1-x)(x+2)^2=-x^3-3x^2+4\Rightarrow y'=-3x^2-6x=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$ ( có hai nghiệm phân biệt).

Vậy $(C)$ có hai điểm cực trị nên loại **A. Chọn D**

**Câu 25:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^3+1$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\tan x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1: Xét hàm số $y=x^3+1$ ta có:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2\geq 0\ \forall x$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

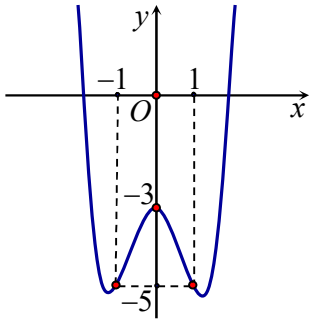
Cách 2:

Do hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại ý C; D vì hai hàm số này không có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Loại ý A vì đây là hàm trùng phương.

Vậy chọn ý **B.**

**Câu 26:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của $m$ thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?




**A.** $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $x^4-3x^2+m=0\Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Khi đó Dựa vào đồ thị để phương trình đã cho có ba nghiệm thì $-m-3=-3\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 27:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$ của hàm số $y=(1-x)(x+2)^2$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai:**

**A.** $(C)$ có hai điểm cực trị. **B.** $(C)$ có một điểm uốn.

**C.** $(C)$ có một tâm đối xứng. **D.** $(C)$ có một trục đối xứng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ luôn luôn có một điểm uốn và một tâm đối xứng, loại B và **C.**

$y=\left(1-x\right)\left(x+2\right)^2=-x^3-3x^2+4\Rightarrow y'=-3x^2-6x=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$ ( có hai nghiệm phân biệt).

Vậy $\left(C\right)$ có hai điểm cực trị nên loại **A. Chọn D**

**Câu 28:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên đoạn $\left[a;b\right]$. Điều kiện đủ để hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[a;b\right]$ là

**A.** $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $f'\left(x\right)<0$ với mọi $x\in\left(a;b\right)$.

**B.** $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(a;b\right)$ và $f'\left(x\right)>0$ với mọi $x\in\left[a;b\right]$.

**C.** $f'\left(x\right)\leq 0$ với mọi $x\in\left[a;b\right]$.

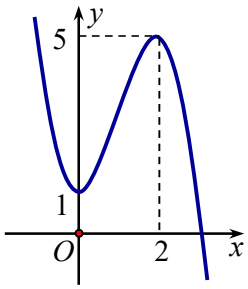
**D.** $f'\left(x\right)\geq 0$ với mọi $x\in\left[a;b\right]$.

Lời giải

**Chọn A**

Theo định lý của sách giáo khoa điều kiện đủ để hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên đoạn $\left[a;b\right]$ là hàm số có đạo hàm trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $f'\left(x\right)\leq 0$ với mọi $x\in\left[a;b\right]$, dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\left[a;b\right]$.

**Câu 29:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+2x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

Lời giải

**Chọn C**

Nhận dạng: đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$.

Quan sát đồ thị ta thấy $a<0$, với $x=0\Rightarrow y=1$. Vậy đó là đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+1$.

**Câu 30:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $y_{CT}=0$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$. **C.** $y_{CD}=5$. **D.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=1$, $y_{CD}=5$; đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=4$; hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

**Câu 31:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, có đúng một cực trị?

**A.** $y=x^3-3x^2+x$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^3-4x+5$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ luôn có hai hoặc không có cực trị.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $ad-bc\neq 0$ không có cực trị.

**Câu 32:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

**A.** $x=\dfrac{1}{2}$, $y=-1$. **B.** $x=1$, $y=-2$. **C.** $x=-1$, $y=2$. **D.** $x=-1$, $y=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$ và đường tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$.

Trình bày lại

Ta có :

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$ , $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số

**Câu 33:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=x^2-3x-1$ và $y=x^3-1$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-1=x^2-3x-1\Leftrightarrow x^3-x^2+3x=0$

$\Leftrightarrow x\left(x^2-x+3\right)=0\Leftrightarrow x\left[\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}\right]=0\Leftrightarrow x=0$.

Vậy đồ thị hai hàm số có 1 điểm chung.

**Câu 34: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì $\lim\limits_{x\to\mp\infty}\dfrac{2x-1}{x-3}=\lim\limits_{x\to\mp\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{3}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{2x-1}{x-3}=-\infty$ nên đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có $2$ đường tiệm cận

**Câu 35: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{3x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là:

**A.** $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{3x+2}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

**Câu 36: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và $y_{CD}=y(2)=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$ và $y_{CT}=y(4)=-2$.

**Câu 37: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+3x$ là

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 38:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
**B.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
**C.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x=-2$ và $x=2$.
**D.** Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

**Câu 39:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0; ad-bc\neq 0)$ luôn có hai đường tiệm cận.

**Câu 40:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{-x+2}$ là:

**A.** $x=-2;\ y=-2$. **B.** $x=2;\ y=-2$. **C.** $x=-2;\ y=2$. **D.** $x=2;\ y=2$.

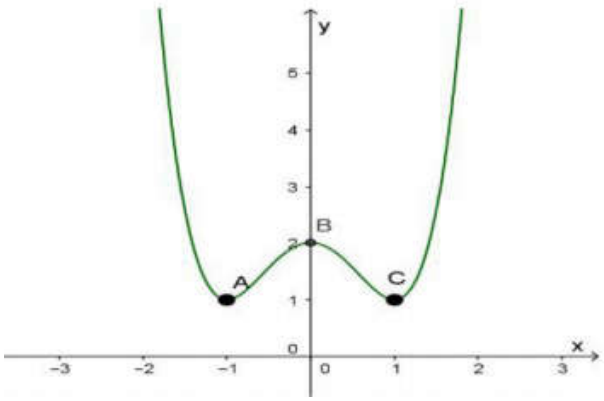
**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1-2x}{-x+2}$ có đường tiệm cận ngang $y=2$ và tiệm cận đứng $x=2$.

**Câu 41:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (như hình dưới). Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng :




**A.** $(-\infty;-1),(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1),(-1;0)$. **C.** $(-1;0),(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0),(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$h. Hàm số đồng biến vì đồ thị đi lên theo chiều từ trái sang phải.

**Câu 42: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x^2+3x-4$ có bao nhiêu cực trị?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

**Câu 43: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có đồ thị $(H)$. Tiếp tuyến của $(H)$ tại giao điểm của $(H)$ với trục hoành có phương trình là:

**A.** $y=3x$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=3x-3$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}(x-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(H)$ và trục hoành $\dfrac{x-1}{x+2}=0\Leftrightarrow x=1$.

Giao điểm của $(H)$ và trục hoành là $M(1;0)$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}, \forall x\neq -2$.

Phương trình tiếp tuyến của $(H)$ tại $M(1;0)$ là $y=y'(1).(x-1)=\dfrac{1}{3}(x-1)$.

**Câu 44: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+2}$. **D.** $y=\dfrac{3}{x^4+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{\sqrt{x}}=+\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 45: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Lời giải**

Chọn B

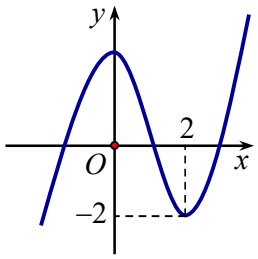
TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=3x^2-6x$, Cho $3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 46: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $2$.
**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.
**D.** Hàm số có ba điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có $2$ cực trị.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại bằng $2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $B(1;-1)$ và giá trị cực tiểu bằng $-2$.

**Câu 47: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm giá trị cực đại $y_{CD}$ của hàm số $y=x^3-12x-1$

**A.** $y_{CD}=-17$. **B.** $y_{CD}=-2$. **C.** $y_{CD}=45$. **D.** $y_{CD}=15$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=3x^2-12$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \Rightarrow y=15 \\ x=2 \Rightarrow y=-17 \end{array}\right.$.

Ta lại có: $y''=6x \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y''(-2)=-12<0 \\ y''(2)=12>0 \end{array}\right.$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và giá trị cực đại của hàm số bằng $y_{CD}=15$.

**Câu 48: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\log_2(x^2+1)$. **B.** $y=e^x$. **C.** $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\pi}{x^2-x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x}{x-1}=\infty \Rightarrow$ hàm số có tiệm cận đứng $x=1$

**Câu 49:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và khoảng $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-2}{(x+1)^2}<0$ với $\forall x\neq 1$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 50:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=x_0$ thì $f''(x_0)<0$.

**B.** Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

**C.** Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại $x=x_0$.

**D.** Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0$ và đạt cực đại tại $x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

Lời giải

**Chọn D**

Theo SGK Giải tích 12.

**Câu 51:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

**B.** Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

**C.** Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

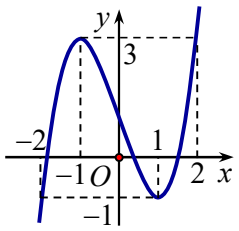
**D.** Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận, ta chọn đáp **C.**

**Câu 52:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đường cong trên không có dạng đồ thị hàm bậc bốn nên loại phương án B.

Đồ thị hàm số có dạng "đi lên – đi xuống – đi lên" nên hệ số $a>0$. Vậy loại phương án A.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x=1$ và $x=-1$ nên phương án C đúng.

**Câu 53: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** $-\dfrac{50}{27}$. **B.** $-2$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-4x+1\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=\dfrac{1}{3}\in[0;2] \end{array}\right.$.

Do $f(0)=-2$, $f(1)=-2$, $f(2)=0$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{50}{27}$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng $0$.

**Câu 54: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}+2x^2-1$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=x^3+4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x^3+4x=0\Leftrightarrow x\left(x^2+4\right)=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 55: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đây là đúng?

**A.** Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x_0$.

**B.** Nếu $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ thì hàm số không đạt cực trị tại $x_0$.

**C.** Nếu đạo hàm đổi dấu khi $x$ qua $x_0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x_0$.

**D.** Nếu hàm số đạt cực trị tại $x_0$ thì đạo hàm đổi dấu khi $x$ qua $x_0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta xét từng đáp án:

Đáp án A: Nếu $f'(x_0)=0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi $x$ chạy qua $x_0$ thì hàm số vẫn không đạt cực trị tại $x_0$ nên đáp án A sai.

Đáp án B: Với điều kiện $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ thì không đủ cơ sở để khẳng định được hàm số có đạt cực trị hay không nên đáp án B sai.

Đáp án C: Nếu đạo hàm đổi dấu khi $x$ chạy qua $x_0$ thì chỉ suy ra được hàm số đạt cực trị tại $x_0$ chứ chưa suy ra được hàm số đạt cực tiểu tại $x_0$.

Đáp án D: Đúng.

**Câu 56: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có các đường tiệm cận là

**A.** $x=1$ và $y=-1$. **B.** $x=1$ và $y=1$. **C.** $x=-1$ và $y=1$. **D.** $x=-1$ và $y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đkxđ: $x\neq -1$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$. Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=1$

Khi $x\to(-1)^+$ thì $x+1>0$ và Khi $x\to(-1)^-$ thì $x+1<0$ nên ta có

$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{x-2}{x+1}=-\infty,\ \lim_{x\to(-1)^-} y=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{x-2}{x+1}=+\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=-1$

**Câu 57: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Số cực trị của hàm số $y=x^4+2x^2-3$ là

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3+4x=4x(x^2+1)$.

$y'=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=-3$.

$y''=12x^2+4$.

$y''(0)=4>0\ \Rightarrow$ Hàm số có một cực tiểu.

Vậy hàm số có một cực trị.

**Câu 58: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+2x-1$ và đồ thị hàm số $y=3x^2-2x-1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $-x^3+3x^2+2x-1=3x^2-2x-1$

$\Leftrightarrow -x^3+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Ta được đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

**Câu 59: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x-2}$

**A.** $2y-1=0$. **B.** $2x-1=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $y-2=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{1-\dfrac{2}{x}}=2$.

Vậy đường thẳng $y-2=0$ tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 60: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

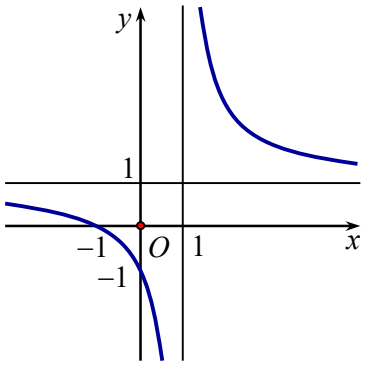
Xét hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3$ với tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=x^3-4x$ và $y'=0\Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$, ta thu được bảng xét dấu như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có được kết luận về tính biến thiên như ở đáp án B.

**Câu 61: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?




**A.** $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\hookrightarrow$ $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $\Rightarrow$ loại C.

$\hookrightarrow$ Đồ thị hàm số cắt $Oy$ tại $y=-1\Rightarrow$ loại A, B.

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Câu 62: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3+3x-5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+3$

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-7$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 63: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | | $-$ | |
| $y$ | $-1$ | $\searrow$ | $-\infty$ \| $2$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ |

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là:

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Qua bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang: $y=-1$ và $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-2$.

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $3$.

**Câu 64:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\sin x-x$. **B.** $y=-x^3+3x^2$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\sin x-x$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=\cos x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 65:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=1+\sqrt{4x-x^2}$

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải:**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{\left(4x-x^2\right)'}{2\sqrt{4x-x^2}}=\dfrac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}$

$y'=0\Leftrightarrow x=2$

TXĐ: $4x-x^2\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le 4$

Nên $D=[0;4]$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $1$ |

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất $y=3$ tại $x=2$

**Câu 66:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$.

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải:**

**Chọn D**

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

Cách 1:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-\infty$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Cách 2: $y'' = 12x^2 - 4$

$y''(0) = -4 \Rightarrow$ điểm cực đại.

$y''(1) = 8$

$y''(-1) = 8$

**Câu 67:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $y = x^3 - 3x^2 + 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 3x$.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Nhìn vào BBT loại đáp án B và C.

A. $y' = 3x^2 - 6x + 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy A đúng.

**Câu 68:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^3(x-26)^2(x-10)$. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

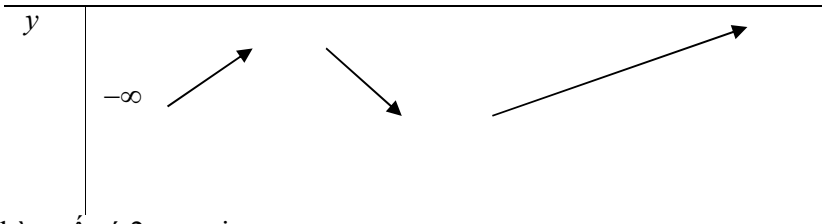
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-26)^2(x-10) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 10 \\ x = 26 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $10$ | | $26$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |




$\Rightarrow$ Vậy hàm số có 2 cực trị.

**Câu 69: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{4-x}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Đồ thị hàm số trên không có điểm cực trị.

**B.** Giao hai tiệm cận là điểm $I(-2;4)$.

**C.** Đồ thị hàm số trên có tiệm cận ngang $x=4$.

**D.** Đồ thị hàm số trên có tiệm cận đứng $y=-2$.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{5}{(-x+4)^2}>0$.

Câu A: đúng vì $y'=0$ vô nghiệm.

Câu B: sai vì giao điểm hai tiệm là điểm $I(4;-2)$.

Câu C: sai vì tiệm cận ngang $y=-2$.

Câu D: Đồ thị hàm số trên có tiệm cận đứng $x=4$.

**Câu 70: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-4x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

**A.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

**B.** Đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.

**C.** Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

**D.** Các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác cân.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho có $y'=4x^3-8x$. Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số có ba điểm cực trị.

**[phương pháp trắc nghiệm]**

Hàm số bậc bốn có hệ số $a$ và $b$ trái dấu thì hàm số đó có ba điểm cực trị.

**Câu 71: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Tìm khẳng định đúng.

**A.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.

**B.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(1;-1)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số không có cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3$. Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 72: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=4x-1$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm chung?

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2-1=4x-1$

$$\Leftrightarrow x^3-3x^2-4x=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=4\end{array}\right.$$

Với $x=-1\Rightarrow y=-5\Rightarrow A(-1;-5)$.

Với $x=0\Rightarrow y=-1\Rightarrow B(0;-1)$.

Với $x=4\Rightarrow y=15\Rightarrow C(4;15)$.

Vậy có $3$ điểm chung.

**Câu 73: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\tan x$. **B.** $y=x^4+x^2+1$. **C.** $y=x^3+1$. **D.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Các hàm số ở các phương án A và D không thỏa vì có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$.

Hàm số ở phương án B là hàm số bậc bốn trùng phương nên có ít nhất một cực trị do đó không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=x^3+1$, ta có $y'=3x^2\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 74: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+1}$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

**Câu 75: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và các mệnh đề sau:

$(1)$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

$(2)$ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

$(3)$ Hàm số có $y_{CĐ}+3y_{CT}=0$.

$(4)$ Hàm số có bảng biến thiên và đồ thị như hình vẽ:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-12x+9$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

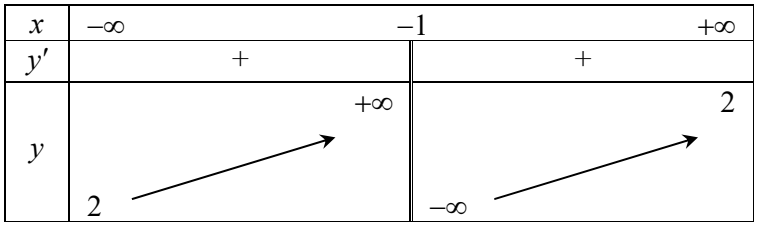
| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên, ta có các mệnh đề $(1)$, $(2)$, $(3)$ đều đúng và $(4)$ sai vì đây là bbt chứ không phải đồ thị của hàm số

**Câu 76: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên:

**Đề nghị sửa lời dẫn**

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ (ĐK: $c\neq 0, a-bc\neq 0$) có bảng biến thiên:




Xét các mệnh đề:

$(1)$ $c=1$.

$(2)$ $a=2$.

$(3)$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

$(4)$ Nếu $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ thì $b=1$.

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{c}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Tiệm cận đứng: $x=-\dfrac{1}{c}=-1\Rightarrow c=1$. Mệnh đề $(1)$ đúng.

Tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{a}{1}=2\Rightarrow a=2$. Mệnh đề $(2)$ đúng.

Hàm số đồng biến, hay nghịch biến chỉ xét trên khoảng. Mệnh đề $(3)$ sai.

Nếu $y'=\dfrac{a-bc}{(cx+1)^2}=\dfrac{1}{(x+1)^2}\Rightarrow\begin{cases}c=1\\a=2\end{cases}$ thì $b=1$.

Vậy, ta có các mệnh đề $(1)$, $(2)$ và $(4)$ đúng.

**Câu 77:** **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-2)^2}>0,\ \forall x\neq 2$. Suy ra hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 78: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=x^3+x+2$ có đồ thị $(C)$. Số giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $y=2$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+x+2=2 \Leftrightarrow x\left(x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy $(C)$ và đường thẳng $y=2$ có 1 điểm chung.

**Câu 79: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x\ln x$. Chọn khẳng định sai trong số các khẳng định sau:

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{\mathrm{e}};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số có đạo hàm $y'=1+\ln x$. **D.** Hàm số có tập xác định là $D=(0;+\infty)$.

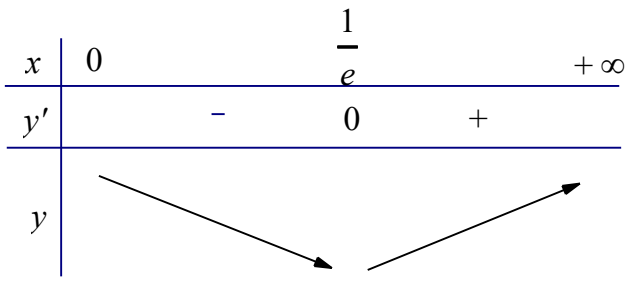
**Lời giải**

**Chọn A**

$y=x\ln x$. TXĐ: $D=(0;+\infty)$.

$y'=\ln x+1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Ta có BBT:




Dựa vào BBT suy ra đáp án A sai.

**Câu 80: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên $[-2;2]$.

**A.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=17$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=-15$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=15$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số liên tục và xác định trên $[-2;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9$. Do đó $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \in [-2;2] \\ x=3 \notin [-2;2] \end{array}\right.$.

Khi đó $f(-1)=15$; $f(-2)=8$; $f(2)=-12$. Vậy $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=15$.

**Câu 81: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.
**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $x=2$, giá trị cực đại $y_{CĐ}=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$, giá trị cực đại $y_{CT}=-2$.

**Câu 82: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}<0;\forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

**Câu 83: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3+3x-5$ đồng biến trên những khoảng nào?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=-3x^2+3$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | $-\infty$ |

Từ BBT $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

**Câu 84: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

**A.** Hàm số có $2$ điểm cực đại và $1$ điểm cực tiểu.
**B.** Hàm số có đúng một điểm cực trị.
**C.** Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
**D.** Hàm số có $2$ điểm cực tiểu và $1$ điểm cực đại.

**Lời giải**

**Chọn D**

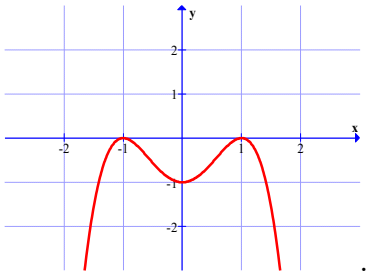
Hàm số $y=x^4-3x^2+2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$; $y'=4x^3-6x=2x\left(2x^2-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}\end{array}\right.$.

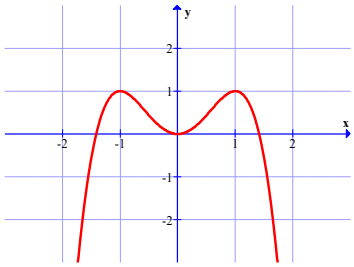
Bảng biến thiên:

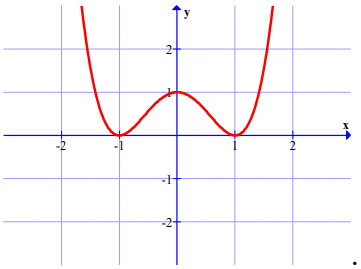
| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ | | $0$ | | $\sqrt{\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $y_1$ | $\nearrow$ | $y_2$ | $\searrow$ | $y_3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

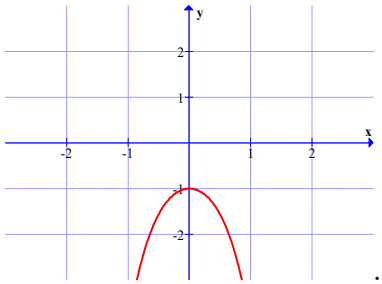
Vậy hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại.

**Câu 85: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ là đồ thị nào sau đây?

**A.** 


**B.** 


**C.** 


**D.** 


**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=-x^4+2x^2$ có:

$a=-1<0\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

$c=0$ nên đồ thị đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow$ loại đáp án A và **B.**

Vậy chọn đáp án **B.**

**Câu 86: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có đạo hàm tới cấp hai trên $\left(a;b\right)$; $x_0\in\left(a;b\right)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Nếu $\begin{cases}f'\left(x_0\right)=0\\f''\left(x_0\right)<0\end{cases}$ thì $x_0$ là một điểm cực tiểu của hàm số.

**B.** Nếu $\begin{cases}f'\left(x_0\right)=0\\f''\left(x_0\right)\neq 0\end{cases}$ thì $x_0$ là một điểm cực trị của hàm số.

**C.** Nếu $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases}$ thì $x_0$ là một điểm cực đại của hàm số.

**D.** A, B, C đều sai.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 87:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ bằng:

**A.** $2$. **B.** $-1$. **C.** $-2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$:

$$x+1=\frac{2x+4}{x-1},(x\neq 1)\Leftrightarrow x^2-2x-5=0 \quad (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{6} \\ x=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$$

Tọa độ giao điểm là $M\left(1+\sqrt{6};2+\sqrt{6}\right)$, $N\left(1-\sqrt{6};2-\sqrt{6}\right)$.

Khi đó tọa độ trung điểm $I$ của $MN$ là $I(1;2)$.

Ghi chú: Phương pháp trắc nghiệm.

Phương trình $(1)$ có $ac<0$ nên có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ thỏa $S=x_1+x_2=2$.

Khi đó $x_I=\dfrac{x_1+x_2}{2}=1$

**Câu 88:** **[2D1 – 2] (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn  lần lượt là:**

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Tập xác định  .**

**  ;    .**

**  ;  ;  .**

**Vậy  ;  .**

**Câu 89:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $y=-x^4+3x^2-2x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

**C.** $y=-x^3+x^2-2x+1$. **D.** $y=x^3+3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Loại A và B vì hàm bậc bốn và hàm bậc nhất trên bậc nhất không bao giờ đồng biến hay nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Xét hàm $y=-x^3+x^2-2x+1$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+2x-2=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}\right)=-3\left[\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{5}{9}\right]<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Xét hàm $y=x^3+3$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2\geq 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 90: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ đồng biến trên khoảng:

**A.** $(0;2)$.

**B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** $(1;+\infty)$.

**D.** $(0;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 91: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng $0$.

**B.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng $-1$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

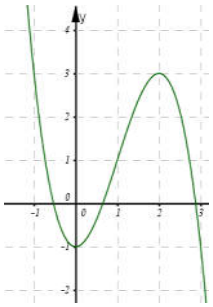
**D.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

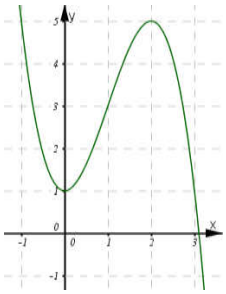
**Lời giải**

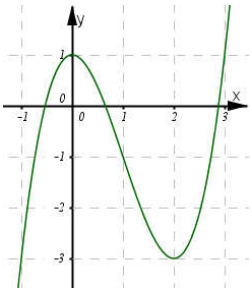
**Chọn B**

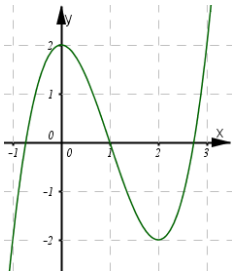
Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng $-1$ là sai.

**Câu 92: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có đồ thị nào sau đây?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

**A.** Hình 3. **B.** Hình 2. **C.** Hình 1. **D.** Hình 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do đây là hàm số bậc ba có $a=-1<0$ nên loại đáp án A,**D.**

Mặt khác $d=-1<0$ nên loại đáp án B **Chọn C**

**Câu 93: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=3x^3-6x^2+8x-5$ cắt trục tung tại điểm nào?

**A.** Điểm $(0;-5)$. **B.** Điểm $(0;5)$. **C.** Điểm $(1;0)$. **D.** Điểm $(-1;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $x=0\Rightarrow y=-5$ nên đồ thị hàm số $y=3x^3-6x^2+8x-5$ cắt trục tung tại điểm $(0;-5)$.

**Câu 94: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **B.** $y=x^4+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có hàm số $y=x+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 95: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ là:

**A.** Trục hoành. **B.** Đường thẳng $x=-1$.

**C.** Đường thẳng $x=2$. **D.** Trục tung.

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

**Câu 96: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+x+1$ có bao nhiêu điểm uốn?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2+2x+1;\ y''=6x+2$

Cho $y''=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 điểm uốn.

**Câu 97:** **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{x}$?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện $x\neq 0$.

Ta có $y'=-\frac{1}{x^2}<0$ với mọi $x\neq 0$. Vậy hàm số không có cực trị.

**Câu 98:** **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 99:** **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số đạt cực đại tại điểm

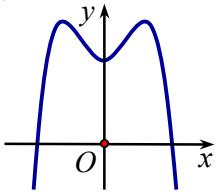
**A.** $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Qua bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

**Câu 100:** **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^4+2x^2+2$.

**B.** $y=x^4-2x^2+2$.

**C.** $y=x^3-3x^2+2$.

**D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

**Lời giải**

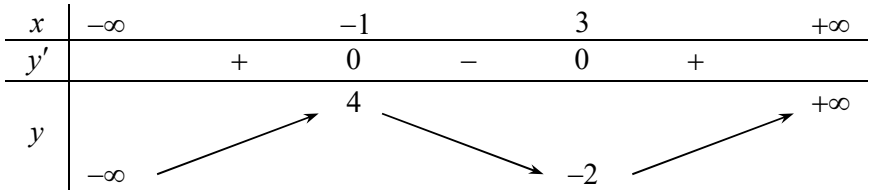
**Chọn A**

Đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$.

Nhìn dạng đồ thị suy ra: $a<0$.

Đồ thị có ba điểm cực trị nên $a.b<0$ suy ra: $b>0$.

**Câu 101: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f(x)-2=0\Leftrightarrow f(x)=2$.

Do $2\in(-2;4)$ nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 102: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

**A.** 50. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 122.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ xác định và liên tục trên $[-2;3]$.

Ta có: $f'(x)=4x^3-8x$.

Do đó: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Mà: $f(0)=5$, $f(\sqrt{2})=f(-\sqrt{2})=1$, $f(-2)=5$, $f(3)=50$.

Suy ra: $\max\limits_{[-2;3]}f(x)=f(3)=50$.

**Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

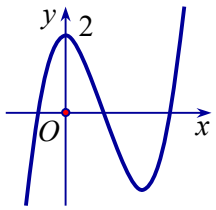
**A.** $y=x^3+1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=x^5+x^3-10$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

**Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^3+2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm đa thức bậc 3 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$.

Do đó, chỉ có đồ thị ở đáp án **A.** là thỏa mãn.

**Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Tính đạo hàm cấp một của hàm số $y=\log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**A.** $\dfrac{2}{(2x+1)\ln x}$. **B.** $\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{2\ln 2}{2x+1}$. **D.** $\dfrac{2}{(x+1)\ln 2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

$y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

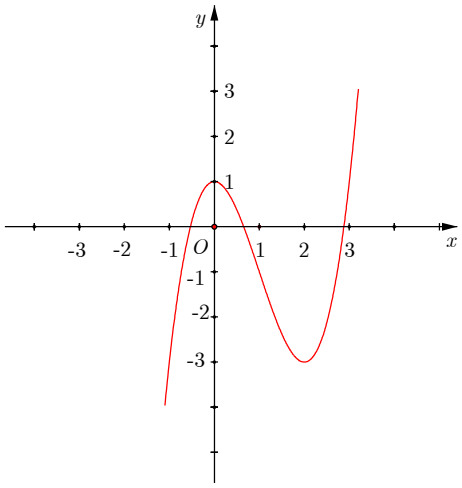
**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 3 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

**Câu 5:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị như hình vẽ là của hàm số




**A.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

**B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

**C.** $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

**D.** $y = 3x^2 + 2x + 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

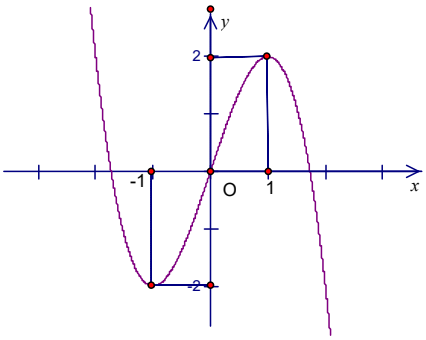
Do $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên loại hai đáp án A, D.

Xét đáp án C, $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ suy ra $y' = -x^2 + 2x$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Đồ thị của hàm số có hai cực trị là $(0;1)$ và $\left(2; \frac{7}{3}\right)$.Vậy chọn B

Không thỏa mãn vì đồ thị hàm số (trên hình vẽ) có hai điểm cực trị là $(0;2)$ và $(2;-3)$.

**Câu 6:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số.




**A.** $y = x^2 - 2x$

**B.** $y = -x^3 + 3x$.

**C.** $y = x^3 - 3x$.

**D.** $y = -x^2 + 2x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy đồ thị hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nên loại A, D.

Hệ số $a < 0$ nên chọn B.

**Câu 7: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x=1$ và $x=-1$.

**B.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

**Câu 8: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{3}{(-x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 9: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $K$ và có đồ thị là đường cong $(C)$. Viết phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$.

**A.** $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. **B.** $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.

**C.** $y=f(a)(x-a)+f'(a)$. **D.** $y=f'(a)(x-a)-f(a)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại điểm $M(a;f(a))$ có dạng

$y-f(a)=f'(a)(x-a)\Leftrightarrow y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

**Câu 10: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 11: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm hệ số $k$ của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2;2)$.

**A.** $k=\dfrac{1}{9}$. **B.** $k=1$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

Suy ra $k=y'(-2)=1$.

**Câu 12: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định?

**A.** $y=x^4-x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2$. **C.** $y=2x-\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

* Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

* Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}<0$, $\forall x\neq 2$ suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số.

**Câu 13: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng $R$ và chiều cao bằng $h$ là:

**A.** $V=\pi Rh$. **B.** $V=\pi R^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** $V=\pi Rh^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 14: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x-1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$; nghịch biến trên $(-1;3)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$, nghịch biến trên $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3)$, $(1;+\infty)$; nghịch biến trên $(-3;1)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$, nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x+9$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $26$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy: Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

**Câu 15: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{4-x}$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Ta có $y=\dfrac{2x-3}{-x+4}\Rightarrow y'=\dfrac{5}{(-x+4)^2}>0,\ \forall x\neq 4$.

Do đó hàm số hàm số đồng biến trên các khoảng $(4;+\infty)$ và $(-\infty;4)$.

**Câu 16: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $\dfrac{19}{12}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

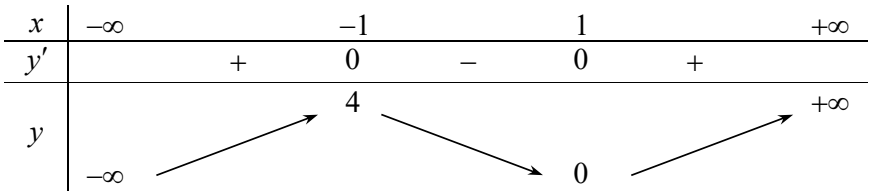
**C.** Hàm số có ba điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 17: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Tìm giá trị cực đại $y_{CD}$ và giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số đã cho.

**A.** $y_{CD}=4$ và $y_{CT}=-1$.

**B.** $y_{CD}=1$ và $y_{CT}=0$.

**C.** $y_{CD}=-1$ và $y_{CT}=1$.

**D.** $y_{CD}=4$ và $y_{CT}=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Qua bảng biến thiên ta thấy $y_{CD}=4$ và $y_{CT}=0$.

**Câu 18: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$.

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 19: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

**A.** $m=\dfrac{51}{4}$.

**B.** $m=\dfrac{49}{4}$.

**C.** $m=13$.

**D.** $m=\dfrac{51}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

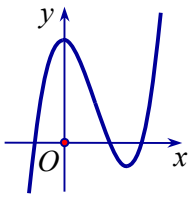
Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[-2;3]$.

Ta có $y'=4x^3-2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\in-[-2;3] \\ x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in-[-2;3] \\ x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in[-2;3] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-2)=25$, $y(0)=13$, $y(3)=85$, $y\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{51}{4}$, $y\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{51}{4}$.

Vậy $m=\min\limits_{[-2;3]} y=y\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{51}{4}$.

**Câu 20: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong ở hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đây là đồ thị của hàm bậc ba với hệ số $a>0$.

**Câu 21: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow x=1$

**Câu 22: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta thấy kết luận hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$ là kết luận SAI

**Câu 23: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ là

**A.** $y=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+1}{1-x}=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

**Câu 24: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$ là:

**A.** $(1;0)$. **B.** $\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{32}{27}\right)$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y' = 3x^2 - 10x + 7$, $y''(x) = 6x - 10$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1, y = 0 \\ x = \frac{7}{3}, y = -\frac{32}{27} \end{array}\right.$.

Vì $\left\{\begin{array}{l} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -4 < 0 \end{array}\right.$ nên điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;0)$.

**Câu 25:** **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm khoảng nghịch biến của số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

**A.** $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$

**C.** $(-\infty;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 + 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | $-\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 26:** **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số cực trị điểm của $f(x)$.

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

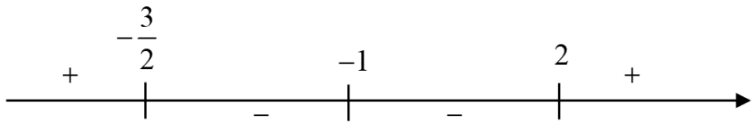
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-2)^3(2x+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Xét dấu $f'(x)$




Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

**Câu 27: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$. **B.** Hàm số có cực trị.

**C.** Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}=+\infty$ nên hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=2$.

**Câu 28: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-3;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu $y'$:

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $CĐ$ | ↘ | $CT$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 29: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4$. **C.** $y=-x^3+x$. **D.** $y=|x|$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$ với $x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

**Câu 30: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$.

**A.** $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **D.** $(-2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện: $x \neq -2$.

**Câu 31:** **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

**A.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y = x^4 + 2x^2 - 3 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x = 4x\left(x^2+1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vì hệ số $a > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 32:** **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x+1}$?

**A.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $y = \dfrac{1}{2}$. **C.** $y = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

**Câu 33:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm

**A.** $N(-1;7)$. **B.** $P(7;-1)$. **C.** $Q(3;1)$. **D.** $M(1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

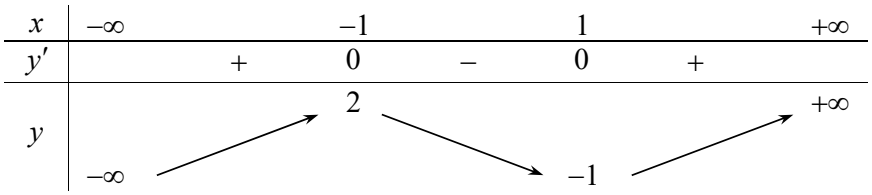
Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $7$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, điểm $N(-1;7)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

**Câu 34:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên dưới đây:




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$.

**Câu 35: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

**A.** $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $y=5$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5}{2x-1}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 36: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm

**A.** $N(1;3)$. **B.** $M(1;-3)$. **C.** $P(7;-1)$. **D.** $Q(3;1)$.

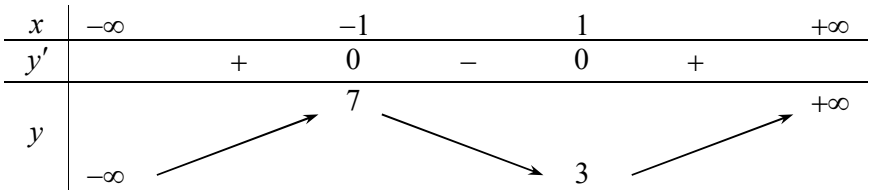
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-3$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên




Dựa vào bảng biến thiên, điểm $N(1;3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

**Câu 37: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=x^4+2x^2+3$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+2}$. **C.** $y=x^3+3x+2$. **D.** $y=2x^2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=x^3+3x+2$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 38: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2-1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình $x^4-5x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=\dfrac{5-\sqrt{29}}{2} \\ x^2=\dfrac{5+\sqrt{29}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{29}}{2}} \\ x=-\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{29}}{2}} \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2-1$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

**Câu 39: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ | $\nearrow$ | $1$ |
| | | | $-\infty$ | | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 40: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+2}$ là

**A.** $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-4}{x+2}=2$.

Vậy đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 41: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**C.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $-4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$.

Do đó $y'>0$ với mọi $x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ và $y'<0$ với mọi $x\in(0;2)$.

**Câu 42: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ trên $[0;3]$ là

**A.** $2$. **B.** $-61$. **C.** $3$. **D.** $61$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=-4x^3+4x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \notin (0;3) \\ x=1 \in (0;3) \\ x=-1 \notin (0;3) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow y(0)=2;\ y(1)=3;\ y(3)=-61$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $3$.

**Câu 43: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là:

**A.** $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} y=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{x+1}{1-2x}=-\infty$ (Vì $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}(x+1)=\dfrac{3}{2}>0$ và $x\to\left(\dfrac{1}{2}\right)^+ \Rightarrow 1-2x<0$).

Và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} y=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{x+1}{1-2x}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 44: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;-\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$.

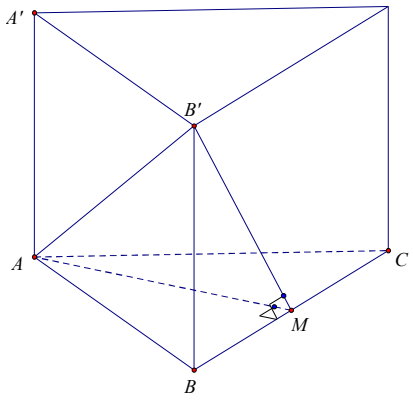
Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

**Câu 45:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a$. Đường thẳng $AB'$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo $a$.

**A.** $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $BC$. Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên ta có $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow (AB',(BCC'B')) = \widehat{AB'M} = 30°$.

Xét tam giác vuông $AB'M$ ta có $\tan 30° = \frac{AM}{AB'} \Leftrightarrow AB' = \frac{AM}{\tan 30°} \Leftrightarrow AB' = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác vuông $B'BM$ ta có $BB' = \sqrt{B'M^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60°.BB' = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

**Câu 46:** **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

**D.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT suy ra Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 47: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x+2$ có giá trị cực đại bằng

**A.** $0$. **B.** $20$. **C.** $-1$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=3x^2-3$. Xét $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=0 \\ x=-1\Rightarrow y=4 \end{array}\right.$.

Và: $y''=6x\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y''(1)=6>0 \\ y''(-1)=-6<0 \end{array}\right.$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=-1$. Vậy $y_{CD}=4$.

**Câu 48: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1;4]$.

**A.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\dfrac{2}{3}$. **C.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=1$. **D.** Không tồn tại.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định $[1;4]$.

Có $f'(x)=\dfrac{2}{(x+2)^2}>0,\forall x\in[1;4]$ nên hàm số đồng biến trên $[1;4]$.

Do đó $\max\limits_{[1;4]} f(x)=f(4)=\dfrac{4}{4+2}=\dfrac{2}{3}$.

**Câu 49: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

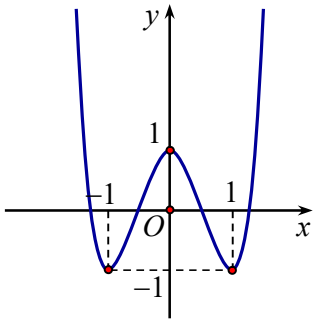
**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

**Câu 50: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



**A.** $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a>0$ và đi qua điểm $(0;1)$ $\Rightarrow$ loại A, C, D.

Vậy đó là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$.

**Câu 51:** **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì hàm số $y=x^3+4x+1$ có $y'=3x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x+1$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

**Câu 52:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch trên từng khoảng xác định.
**B.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\neq -2$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 53:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{2-x}{9-x^2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đáp án **A:** $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-x}{9-x^2}=0$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

Đáp án **B:** $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}=-\dfrac{1}{5}$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{5}$.

Đáp án **C:** $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}=\infty$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang

Đáp án **D:** $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=1$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=1$.

**Câu 54:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $2$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 55: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{2x-6}{x^2-4x+3}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x = 1; x = 3$ và $y = 0$.

**B.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = 1; x = 3$ và không có tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x = -1; x = -3$ và $y = 0$.

**D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

$y = \dfrac{2x-6}{x^2-4x+3} = \dfrac{2(x-3)}{(x-3)(x-1)} = \dfrac{2}{x-1}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Theo em nên trình bày như sau

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2x-6}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2}{x-1} = 1$ nên đường thẳng $x = 3$ không là đường tiệm cận đứng.

**Câu 56: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$ của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

**A.** $(C)$ không có điểm cực trị.

**B.** $(C)$ có hai điểm cực trị.

**C.** $(C)$ có ba điểm cực trị.

**D.** $(C)$ có một điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=-3x^2+6x-5=-3(x-1)^2-2<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

**Câu 57: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty$ nên $x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -3^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=-\infty$ nên $x=-3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

**Câu 58: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

**A.** $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **B.** $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $f'(x)=\dfrac{4}{(-x+1)^2}>0,\ \forall x\neq 1$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 59: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=-3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\y=5\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

**Câu 60: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

**A.** Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số nghịch biến trên $(a;b)$.

**B.** Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

**C.** Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in(a;b)$.

**D.** Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\ge 0$ với mọi $x\in(a;b)$.

**Câu 61: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng $K$ và $x_0\in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.** Nếu $f''(x)>0$ thì $x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

**B.** Nếu $f''(x)=0$ thì $x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

**C.** Nếu $x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$.

**D.** Nếu $x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f''(x_0)=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mệnh đề đúng là: "Nếu $x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$".

**Câu 62: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào sau đây?

**A.** $y=-x^4+2x^2$.

**B.** $y=x^4-2x^2$.

**C.** $y=-x^2+2x$.

**D.** $y=x^3+2x^2-x-1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a<0$.

**Câu 63: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x+3}$. Tìm khẳng định đúng:

**A.** Hàm số xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

**D.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=\dfrac{5}{(x+3)^2}>0$, với $x\neq -3$. Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

**Câu 64: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

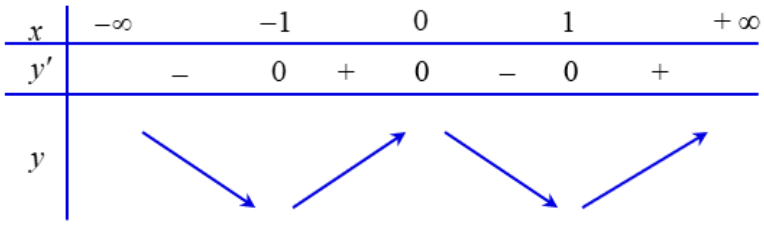
**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3-4x$.

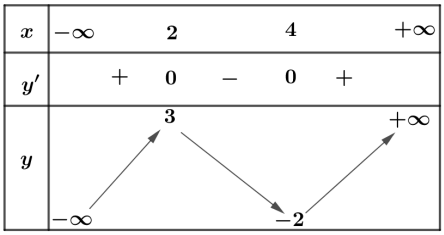
$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 65: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

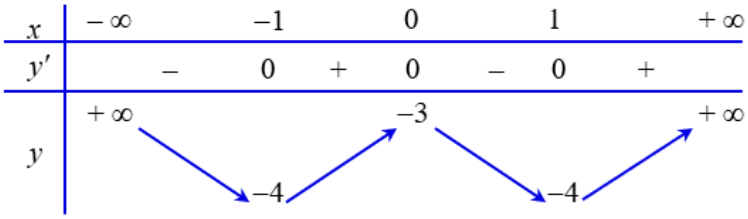
**Câu 66: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.




**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 67: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Hàm số $y=2x^4+4x^2-3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=8x^3+8x=8x\left(x^2+1\right)$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

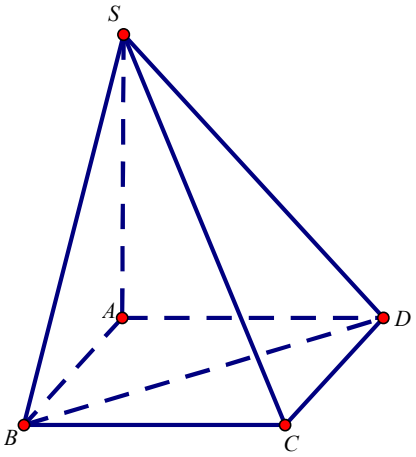
Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

**Câu 68: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với đáy và có độ dài bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ là:

**A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**




Ta có: $S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{a^2}{2}$. Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta BCD}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{3}$.

**Câu 69: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Tìm mệnh đề đúng

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Có: $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$; $x=2$.

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy mệnh đề đúng là: A.

**Câu 70: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{3-2x}$. Tìm phát biểu đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số

**A.** $x=\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng.
**B.** $x=1$ là đường tiệm cận ngang.
**C.** $y=\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng.
**D.** $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

**Lời giải**

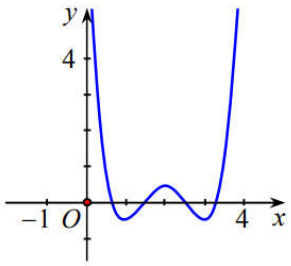
**Chọn A**

đồ thị hàm số có: +) đường tiệm cận đứng là: $x=\frac{3}{2}$.

+) đường tiệm cận ngang là: $y=1$.

Vậy phát biểu đúng là: A

**Câu 71: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$




**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

**Câu 72: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x$ đạt cực tiểu tại $x$ bằng ?

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 73: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Xét các phát biểu sau đây:

**i)** Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.

**ii)** Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**iii)** Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$.

**iv)** Tiệm cận đứng là $y=1$ và tiệm cận ngang là $x=-1$.

Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-2}{x+1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó, đồ thị hàm số nhận giao điểm của hai tiệm cận $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng. (đúng)

Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ là khẳng định sai vì hàm số chỉ đồng biến trên từng khoảng của tập xác định.

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$ là khẳng định sai vì điểm $A(0;-2)$ không nằm trên trục hoành.

Tiệm cận đứng là $y=1$ và tiệm cận ngang là $x=-1$ là khẳng định sai. (theo kết quả trên).

**Câu 74: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây ?

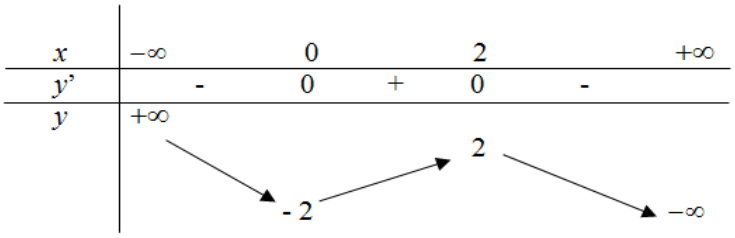
**A.** $y=\dfrac{1+x^2}{1+x}$. **B.** $y=\dfrac{2x^2+3x+2}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-x}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+x}{1-x}=-1$. Suy ra $y=-1$ là TCN của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+x}{1-x}$.

**Câu 75: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây ?




**A.** $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

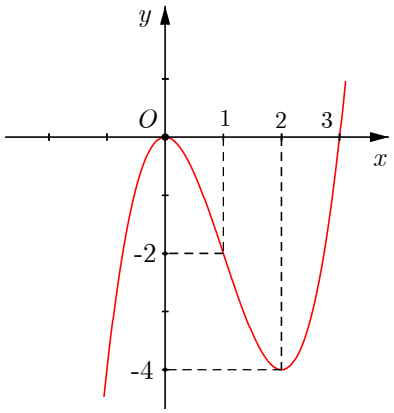
Từ BBT suy ra hệ số của $x^3$ phải âm (vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$). Loại A.

Tại $x=0$ thì $y=-2$ suy ra loại C.

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại D.

C thỏa mãn.

**Câu 76: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới ?




**A.** $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3+3x^2$. **C.** $y=x^3+3x$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;-2)$ nên loại B và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2;-4)$ nên loại A và D đúng.

**Câu 77: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

**A.** Đường thẳng $y=1$. **B.** Đường thẳng $x=1$.

**C.** Đường thẳng $y=2$. **D.** Đường thẳng $x=2$.

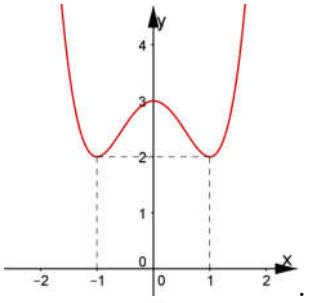
**Lời giải**

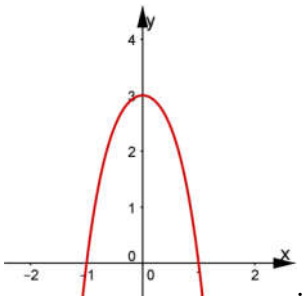
**Chọn B**

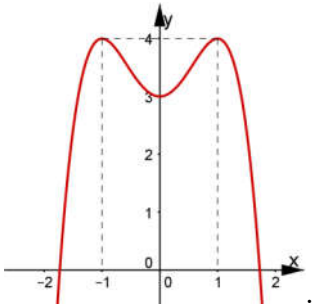
Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$.

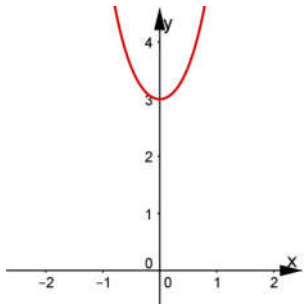
Vậy $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 78: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+3$.

**A.**



**B.**



**C.**



**D.**



**Lời giải**

**Chọn C**

* Vì hệ số $a=-1<0$ nên loại **A, D.**

Ta có: $y'=-4x^3+4x$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=0\end{array}\right.$$

Do đó hàm số có ba cực trị.

**Câu 79: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

**B.** Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$.

$\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**Câu 80: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $3$.

**C.** Hàm số có một điểm cực trị.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có đạo hàm cấp $1$ và $y'=0$ tại $x=-1$ và không xác định tại $x=0$, đồng thời $y'$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-1$ và $x=0$.

Do đó hàm số có hai điểm cực trị là $x=-1$ và $x=0$.

**Câu 81: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{3x+2}{-2x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

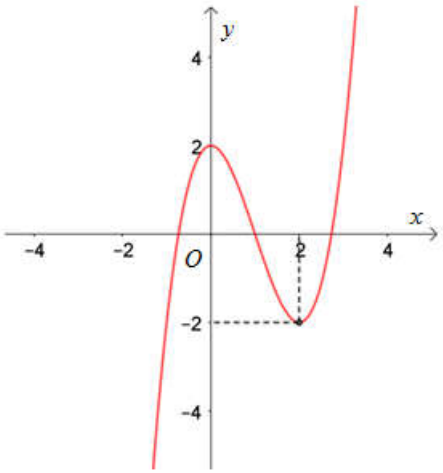
**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{3x+2}{-2x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{3x+2}{-2x+1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+2}{-2x+1}=\dfrac{-3}{2}$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=\dfrac{-3}{2}$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ đường tiệm cận.

**Câu 82: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Đây là đồ thị của hàm số nào ?




**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-x^3+3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số cần tìm là hàm bậc ba và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên hệ số trước $x^3$ trong hàm số phải là số dương.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ nên ta có hàm số cần tìm là $y=x^3-3x^2+2$.

**Câu 83: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có tính chất $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$. Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

**A.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

**B.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

**C.** Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

**D.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$ nên ta có:

□□Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

□□Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

□□Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

**Câu 84: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^3-3x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=-3x^2-6x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=-3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

**Câu 85: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;3]$ cho trong hình bên. Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $0$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $4$ |

**A.** $M=f(-1)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(2)$. **D.** $M=f(0)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

**Câu 86: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=(x-3)\mathrm{e}^x$.

**A.** $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $f(x)=(x-3)e^x \Rightarrow f'(x)=\mathrm{e}^x+(x-3)\mathrm{e}^x$, $(x-2)\mathrm{e}^x=0 \Leftrightarrow x=2$,

$f''(x)=\mathrm{e}^x+(x-2)\mathrm{e}^x=(x-1)\mathrm{e}^x$; $f''(2)=\mathrm{e}^2>0$ nên $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 87: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $f(x)=x^4-2x^2-4$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

**C.** $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f(x)=x^2-4x+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ ta có $f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. $\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 88: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm điểm $M$ có hoành độ âm trên đồ thị $(C):y=\dfrac{1}{3}x^3-x+\dfrac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại $M$ vuông góc với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$.

**A.** $M(-2;-4)$. **B.** $M\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $M\left(2;\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $M(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{1}{3}x_0^3-x_0+\dfrac{2}{3}\right)$.

Do tiếp tuyến tại $M$ vuông góc với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$ nên ta có hệ số góc của tiếp tuyến tại $M$ là $k=3$.

Ta có $y'=x^2-1$. Theo đề bài ta có phương trình $x^2-1=3\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Theo đề bài điểm $M$ có hoành độ âm nên $M(-2;0)$.

**Câu 89: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là:

**A.** $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{2x-3}{x+1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+}f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{2x-3}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 90: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-4x+1$ và đường thẳng $y=2$.

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3+2x^2-4x+1=2\Leftrightarrow x^3+2x^2-4x-1=0$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+2x^2-4x-1$ ta có: $f'(x)=3x^2+4x-4$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Mà $f(-2).f\left(\dfrac{2}{3}\right)=7.\left(-\dfrac{67}{27}\right)<0$ suy ra đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

***Cách khác:*** Dùng Casio giải phương trình bậc ba, máy cho ra kết quả 3 nghiệm phân biệt .

**Câu 91: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

**A.** $\max\limits_{[1;3]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y = 5$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y = 6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y = 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên tập $D = [1;3]$.

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \ (L) \end{array}\right.$.

$f(1) = 5$, $f(1) = 4$, $f(3) = \frac{13}{3}$. Do hàm số liên tục trên đoạn $[1;3]$ nên $\max\limits_{[1;3]} y = 5$.

**Câu 92: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$.

**A.** 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{1,2\}$.

$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)}$ hay $y = \frac{x-3}{x-1}$.

$\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} y = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x-3}{x-1} = +\infty$ $\Rightarrow$ Đồ thị có một đường tiệm cận đứng $x = 1$.

**Câu 93: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

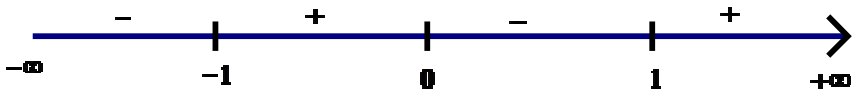
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

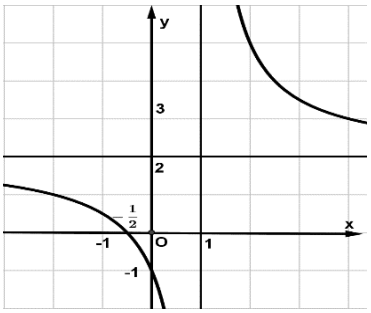
$y = x^4 - 2x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \rightarrow$ Chọn A

**Câu 94: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $y'=0,\ \forall x\le 1$.  **B.** $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

**C.** $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt  **D.** $y'=0$ vô nghiệm.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Nhìn vào đồ thị hàm số giảm trong các khoảng $(-\infty;1),\ (1;+\infty)$ và nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng nên $y'=0$ vô nghiệm.

**Câu 95: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đạo hàm $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0\ \forall x\in D$ nên khẳng định A đúng.

**Câu 96: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

**A.** $x=2$ và $y=1$.  **B.** $x=-2$ và $y=1$.  **C.** $x=-2$ và $y=-3$.  **D.** $x=-2$ và $y=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

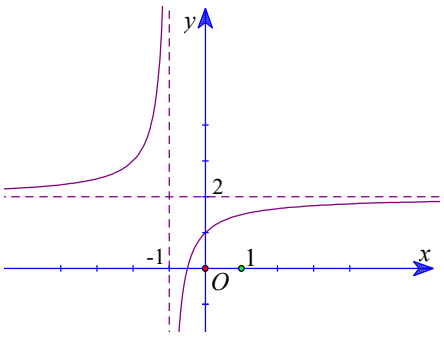
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-3x+1}{x+2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-3+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}}=-3\Rightarrow y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Mặt khác: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-2^+}y=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{-3x+1}{x+2}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-2^-}y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{-3x+1}{x+2}=+\infty\end{cases}\Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy các đường tiệm cận đứng và tiệm cân ngang của đồ thị hàm số là: $x=-2$ và $y=-3$.

**Câu 97: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?




**A.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$ nên chọn phương án B.

**Câu 98: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | $3$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |
| | $-\infty$ | | | | | | |

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Giá trị cực đại của hàm số là $y=3$ tại $x=2$.

**Câu 99: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là:

**A.** $(0;-1),(2;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0),(2;1)$.

**Lời giải**

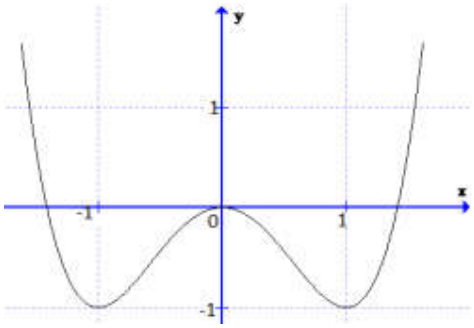
**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm $x-1=\dfrac{2x-1}{x+1}$ $(x\neq -1)$.

$\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-1 \\ x=2\Rightarrow y=1 \end{array}\right.$.

Vậy toạ độ giao điểm là $(0;-1)$ và $(2;1)$.

**Câu 100: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.**




Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

**A. Hàm số luôn đồng biến trên** $\mathbb{R}$**.**

B. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

**Câu 101:** **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $2$ |

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**B.** Hàm số không có cực đại.

**C.** Hàm số có bốn điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và $y'$ đổi dấu qua các nghiệm này. Do đó các mệnh đề "Hàm số không có cực đại" và "Hàm số có bốn điểm cực trị" bị LOẠI.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và có giá trị cực tiểu bằng $y_{CT}=y(2)=-6$.

**Câu 102:** **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ ?

**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x+3}$.  **B.** $y=\dfrac{-3x-1}{x-2}$.  **C.** $y=-2x^3-5x$.  **D.** $y=x^3+2x$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=x^3+2x$ có $y'=3x^2+2>0$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ nên hàm số này đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 103:** **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)**Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \| $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ |

**A.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

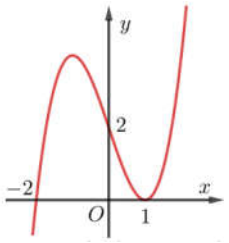
Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$, đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, do đó đáp án **A** sai.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Hơn nữa, $y'=\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$; do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Chọn đáp án. **B.**

**Câu 104:** **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Đường cong ở hình vẽ là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=(x-1)(x-2)^2$. **B.** $y=(x+1)^2(x+2)$.

**C.** $y=(x-1)(x+2)^2$. **D.** $y=(x-1)^2(x+2)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại $x=1$ và cắt trục hoành tại $x=-2$ nên phương trình $y=0$ có nghiệm kép $x=1$ và có nghiệm đơn $x=-2$.

**Câu 105:** **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

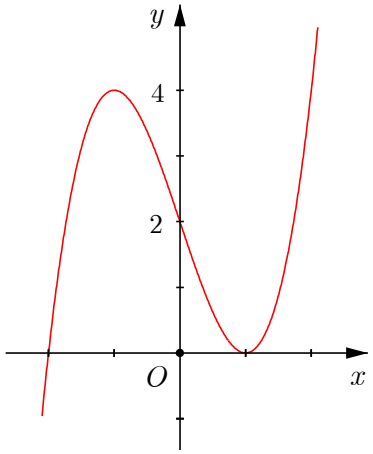
**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{3}{(-x+1)^2}>0$ với mọi $x\neq 1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 106:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Xác định đồ thị sau của hàm số nào ?




**A.** $y=x^3+3x+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$ nên loại A, B, D và C đúng.

**Câu 107:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

**A.** $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x-2}{x+1}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là $x=-1$.

**Câu 108:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho khối tứ diện $ABCD$ có $AB$, $AC$, $AD$ đôi một vuông góc và $AB=AC=2a$, $AD=3a$. Thể tích $V$ của khối tứ diện đó là:

**A.** $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=4a^3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng công thức thể tích của tam diện vuông ta có: $V=\dfrac{1}{6}AB.AC.AD=\dfrac{1}{6}.2a.2a.3a=2a^3$.

**Câu 109: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng:

**A.** $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

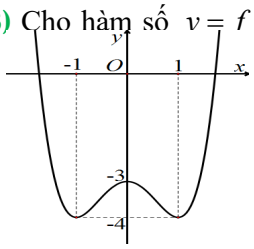
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{2-x}=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{2-x}=-1$.

Vậy đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 110: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $v=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên




Hàm số đạt cực đại tại điểm

**A.** $x=0$ **B.** $x=1$

**C.** $x=-3$ **D.** $x=-1$

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên

| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |
| $f(x)$ | | ↘ | -4 | ↗ | -3 | ↘ | -4 | ↗ | |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 111: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | + | 0 | + | 0 | − | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↗ | 5 | ↘ | $-\infty$ |

Số mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây ?

I. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên trên ta được hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(-3;-2)$ và không đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

Như vậy I đúng, II sai, III đúng, IV đúng.

**Câu 112: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ +\infty)$?

**A.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3+x+1$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-9x$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=-x^3+3x^2-9x$ có $y'=-3x^2+6x-9=-3(x-1)^2-6<0,\ \forall x\in(-\infty;\ +\infty)$ nên nghịch biến trên $(-\infty;\ +\infty)$.

**Câu 113: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

**A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

**B.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

**Hướng dẫn giải**

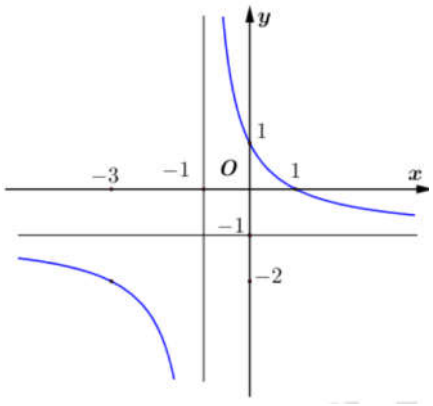
**Chọn A**

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

**Câu 114: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Dựa vào hình vẽ:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. Vậy loại phương án **C.**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=1$. Vậy loại phương án **A, D.**

Vậy ta chọn phương án **B.**

**Câu 115:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-4x^2-2$ có đồ thị $(C)$ và đồ thị $(P)$: $y=1-x^2$. Số giao điểm của $(P)$ và đồ thị $(C)$ là

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(P)$ và $(C)$: $x^4-4x^2-2=1-x^2 \Leftrightarrow x^4-3x^2-3=0,(1)$.

Đặt $t=x^2$ ta được phương trình trung gian: $t^2-3t-3=0,(2)$.

Vì $(2)$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên $(1)$ sẽ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy số giao điểm của $(P)$ và đồ thị $(C)$ là 2 giao điểm.

**Câu 116:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là:

**A.** $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{13}{2}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-6$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{25}{4}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2;4]$.

Ta có: $y'=1-\dfrac{9}{x^2}$. Cho $y'=0$ ta được $\left[\begin{array}{l} x=-3\notin[2;4] \\ x=3\in[2;4] \end{array}\right.$

Khi đó: $f(2)=\dfrac{13}{2}$, $f(3)=6$, $f(4)=\dfrac{25}{4}$.

Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

**Câu 117:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $3$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

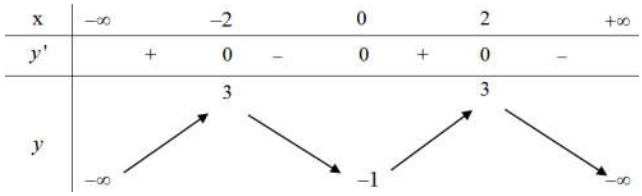
**A.** $(-\infty;5)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 118: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây




Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

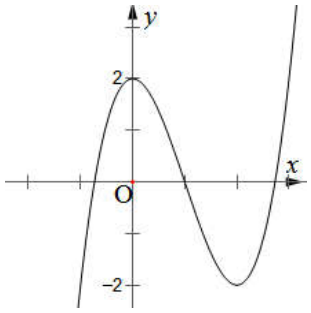
**A.** 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

**Câu 119: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên cạnh là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?




**A.** $y=x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$, do đó loại đáp án D.

Từ đồ thị, ta có $y'=0$ có hai nghiệm là $0$ và $2$. Như vậy ta chọn đáp án B.

**Câu 120: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{-x+1}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

**B.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x=-2$.

**C.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $y=1$.

**D.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-3}{-x+1}=+\infty$. Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$.

**Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ lần lượt là

**A.** $x=2;\ y=-1$. **B.** $x=-2;\ y=1$. **C.** $x=1;\ y=2$. **D.** $x=2;\ y=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$ nên $x=2$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Và: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ nên $y=1$ là phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

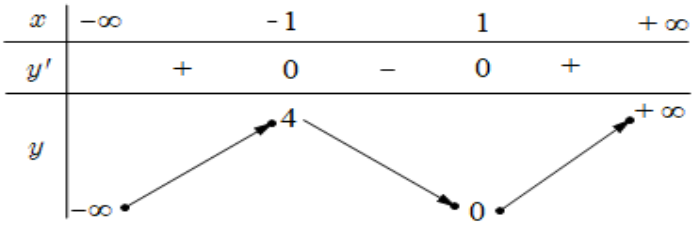
**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

**A.** $x=2;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=2$. **C.** $x=2;\ y=1$. **D.** $x=-1;\ y=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác đinh $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=2$, suy ra đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^+}y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-}y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đường thẳng $(d): y = x - 1$ và đường cong $(C): y = \dfrac{2x-1}{x+5}$. Hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ bằng

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $-1$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x - 1 = \dfrac{2x-1}{x+5} \Leftrightarrow x^2 + 5x - x - 5 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1+\sqrt{5} \\ x_2 = 1-\sqrt{5} \end{array}\right. \Rightarrow x_I = \dfrac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = 1.$

**Câu 5: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào NGHỊCH BIẾN trên tập xác định của nó.

**A.** $y = 5^{x-2}$. **B.** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-x}$. **C.** $y = \log_2(x-1)$. **D.** $y = \left(\dfrac{5}{3}\right)^{2-x}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y = \left(\dfrac{5}{3}\right)^{2-x} = \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 . \left(\dfrac{3}{5}\right)^x$, suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $+\infty$ / $-\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(0;1)$.

**Câu 7: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $1$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ |

Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Hàm số có $3$ cực tiểu.

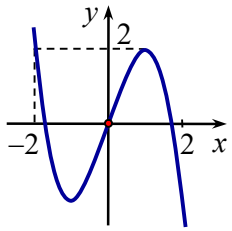
**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu là $0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tạo $x = 4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án **A.**

**Câu 8: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây




**A.** $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = 1 + 3x - x^3$. **D.** $y = 3x - x^3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số cần tìm là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a < 0$.

Lại có đồ thị có điểm cực đại là điểm $A(1;2)$ nên hàm số cần tìm là $y = 3x - x^3$.

**Câu 9: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

**Câu 10: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $-\infty$ |

Ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

**Câu 11:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. Khi đó, điểm $I$ nằm trên đường thẳng có phương trình:

**A.** $x+y+4=0$. **B.** $2x-y+4=0$. **C.** $x-y+4=0$. **D.** $2x-y+2=0$

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=-1$, tiệm cận ngang là $y=2$, do đó $I(-1;2)$, thay vào các phương trình thì $I$ thuộc đường thẳng $2x-y+4=0$.

**Câu 12:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $m$ là

**A.** $m=\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $D=[-1;1]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-7}{(x-2)^2}$; $f'(x)<0,\forall x\in D\Rightarrow f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $D$.

Vậy $m=f(1)=-4$.

**Câu 13:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có đúng một cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $1$.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$ và giá trị nhỏ nhất bằng $1$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

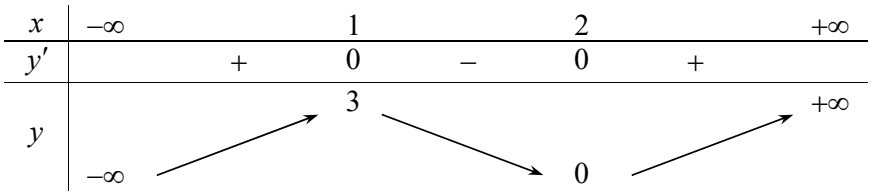
Dựa vào BBT. Hàm số có hai cực trị $\Rightarrow A$ sai.

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1\Rightarrow B$ sai.

Hàm số không có GTNN, GTLN $\Rightarrow C$ sai.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 14:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.




Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

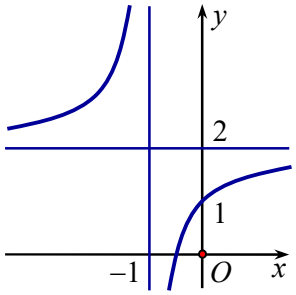
**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;3)$ hàm số sẽ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và $(2;3)$.

**Câu 15:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



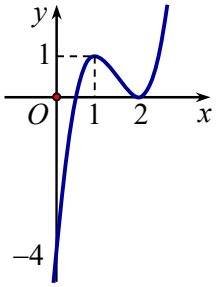

**A.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị thấy có đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=2$ nên chọn phương án **D.**

**Câu 16:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Đương cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-2x^3+9x^2-12x-4$. **B.** $y=x^3-3x-4$.

**C.** $y=x^4-3x^2-4$ **D.** $y=2x^3-9x^2+12x-4$

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị đã cho có dạng hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên loại C và A.

Hàm số đạt cực trị tại $x=2$ nên loại B.

**Câu 17: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{x}$ là

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y=\frac{1}{x}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=-\frac{1}{x^2}<0,\ \forall x\in D$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Vậy hàm số $y=\frac{1}{x}$ không có cực trị.

**Câu 18: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+4x^2-3$ là

**A.** Đường thẳng $x=2$. **B.** Đường thẳng $x=-1$.

**C.** Trục hoành. **D.** Trục tung.

**Lời giải**

**Chọn D**

* Do hàm số là hàm chẵn nên trục đối xứng của đồ thị hàm số là trục tung.

**Câu 19: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

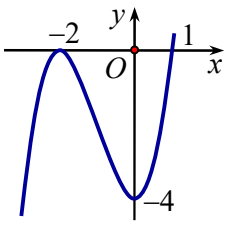
**A.** $y=x^2+1$. **B.** $y=\frac{x}{x+1}$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x^4+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x+1$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 20: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2-4$. **B.** $y=x^3-3x^2+4$. **C.** $y=-x^3-3x^2-4$. **D.** $y=x^3+3x^2-4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a>0$, $d<0$

Và $y'=0$ có hai nghiệm $x=\{-2;1\}$. Ta thấy có hàm số $y=x^3+3x-4$ thỏa mãn.

**Câu 21: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-12x-1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;4)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^2-x-12;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $CĐ$ | ↘ | $CT$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

**Câu 22: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

**A.** $y=-x^4+x^2+3$.

**B.** $y=x^4+x^2+3$.

**C.** $y=-x^4-x^2+3$.

**D.** $y=x^4-x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại B, C.

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cục đại nên hệ số $x^4$ có giá trị âm.

**Câu 23: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ có đồ thị là $(C)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $(C)$ có tiệm cận ngang là $y=2$.

**B.** $(C)$ chỉ có một tiệm cận.

**C.** $(C)$ có tiệm cận ngang là $x=2$.

**D.** $(C)$ có tiệm cận đứng là $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{x+1}=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-3}{x+1}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang của $(C)$.

**Câu 24: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Xét hàm số $y=\frac{2-x}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$. Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 25: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

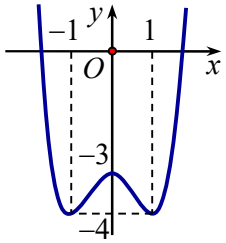
**D.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 26: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số có bề lõm quay lên trên nên $a>0$ và đồ thị có $3$ cực trị nên $b<0$.

**Câu 27: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $y$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ |

**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên hàm số phải là $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

**Câu 28: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Khi đó số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm đổi dấu ba lần tại $x_1;\ x_2;\ x_3$ nên hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

**Câu 29: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+5}$. Khi đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

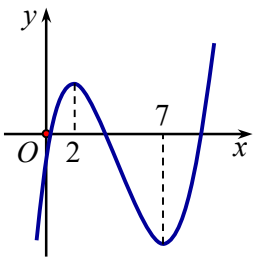
**A.** $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-5$. **D.** $x=-5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{5}{x}}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{5}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

**Câu 30: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Trên khoảng $(3;6)$ đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến.

**Câu 31: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

$y''=6x$, $y(1)=6>0$ nên hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x=-1$, $y_{CT}=4$.

**Câu 32: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$.

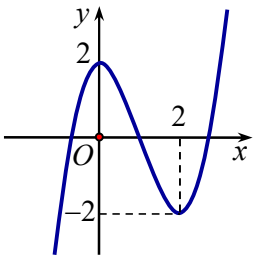
**A.** $x=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=2$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+2}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 33: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $2$.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

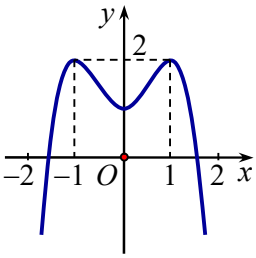
**D.** Hàm số có ba cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Câu 34: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=-x^4+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị, hàm số có 3 cực trị (loại A, C) và đi qua điểm $(0;1)$ nên $y=-x^4+2x^2+1$.

**Câu 35: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.** $y=x^3+x-5$. **B.** $y=x^4+3x^2+4$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

**Câu 36: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

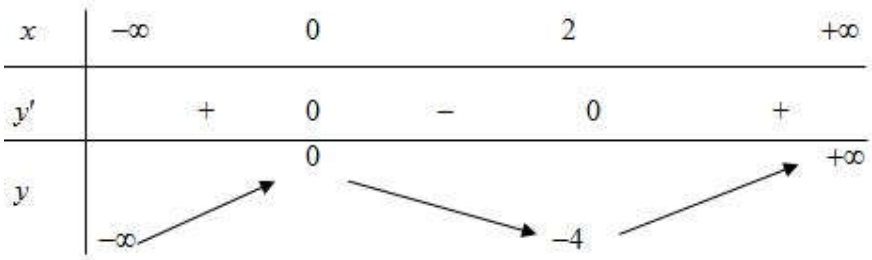
**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

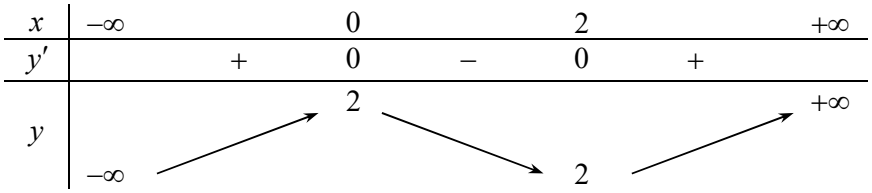
Xét hàm số $y=x^3-3x^2\Rightarrow y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

**Câu 37: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ




**A.** $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y(0)=2$ nên chỉ có hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là thỏa mãn.

**Câu 38: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây không cắt trục hoành?

**A.** $y=-x^3-2x^2-4x+5$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

**C.** $y=x^4+2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+4x^2-3$.

Bài giải

**Chọn C**

• $y=-x^3-2x^2-4x+5$ là hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành ít nhất tại 1 điểm.

• $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm $M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

• Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4+2x^2+3=0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2+3$ không cắt trục hoành.

**Câu 39: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x+3$ nghịch biến trên khoảng:

**A.** $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

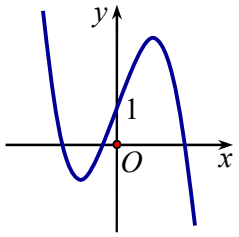
**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Trên khoảng $(-1;1)$, $y'<0$ nên hàm số nghịch biến. Vì $(0;1)\subset(-1;1)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**Câu 40: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.




**A.** $y=x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^3-2x^2+x-2$.

**C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x^2+3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a<0$, do đó loại đáp án A và D.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $d=1$, do đó loại đáp án B.

**Câu 41: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sao đây?

**A.** $y=\dfrac{1+3x}{1+x}$. **B.** $y=\dfrac{3x^2+3}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-3x}{2+x}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-2}$.

**Lời giải**

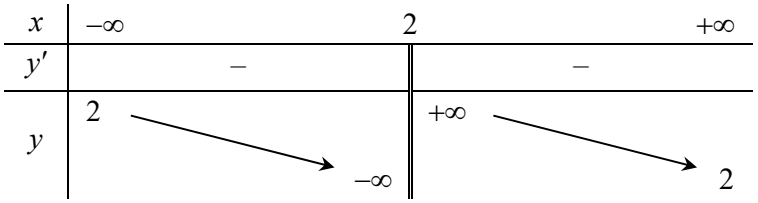
**Chọn A**

Ta có đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+3x}{1+x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$;

đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-3x}{2+x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-3$;

đồ thị các hàm số $y=\dfrac{3x^2+3}{2-x}$, $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-2}$ không có tiệm cận ngang.

**Câu 42:** **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 43:** **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^2-4x+3$ có điểm cực tiểu là

**A.** $x=4$.

**B.** $x=0$.

**C.** $y=-1$.

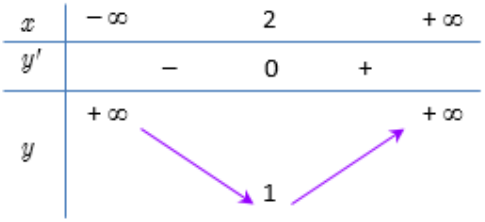
**D.** $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

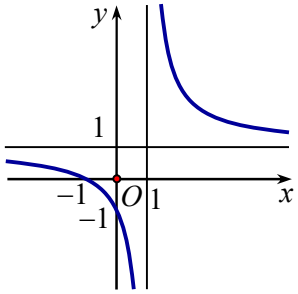
Ta có: $y'=2x-4$, $y'=0\Leftrightarrow x=2$.




Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Cách 2:** Đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ là Parabol có đỉnh là $(2;1)$ và có $a=1>0$ nên $x=2$ là điểm cực tiểu.

**Câu 44:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$.

**B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**C.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$.

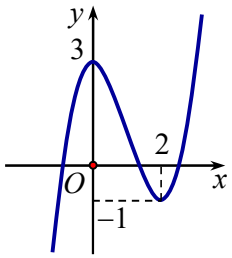
**D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$ và tiệm cận đứng là $x=1$ đồng thời đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên chọn đáp án **B.**

**Câu 45: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Điểm cực đại của hàm số là $3$.

**B.** Giá trị cực đại của hàm số là $0$.

**C.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $-1$.

**D.** Điểm cực tiểu của hàm số là $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng $-1$.

**Câu 46: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-2 \\ x=-2\Rightarrow y=2 \end{array}\right.$.

BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

**Câu 47: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-4x+1$.

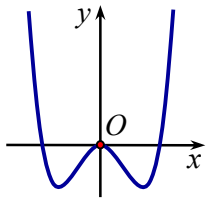
$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{3}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**Câu 48:** **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Dựa vào đồ thị ta thấy

❍ Đồ thị có 3 điểm cực trị và đi qua gốc tọa độ $O$ nên loại đáp án B, C.

❍ Nhánh cuối là một đường đi lên nên $a>0$ $\Rightarrow$ chọn đáp án A.

**Cách 2:** Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)\Rightarrow$ Loại B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty\Rightarrow$ hệ số $a>0\Rightarrow$ Loại D.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0$. Chọn A

**Câu 49:** **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

**Câu 50: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Với các số thực $x$, $y$ dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.

**B.** $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

**C.** $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2\log_2 x - \log_2 y$.

**D.** $\log_2(xy) = \log_2 x.\log_2 y$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = \log_2 x^2 - \log_2 y = 2\log_2 x - \log_2 y$.

**Câu 51: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3$; $y = 3$.

**C.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = -3$; $x = 3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3$ nên đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang là $y = 3$.

**Câu 52: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $y' = \frac{-6}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D$ do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

**Câu 53: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

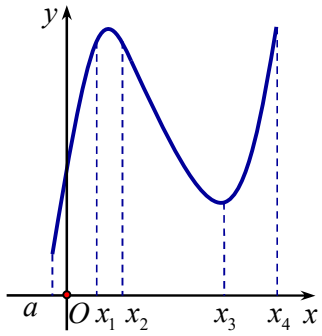
TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, ta có hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$.

**Câu 54: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trong khoảng $(a;b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là **sai**?




**A.** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a;b)$.

**B.** $f'(x_1)>0$.

**C.** $f'(x_2)>0$.

**D.** $f'(x_3)=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x'$, $x'\in(x_1;x_2)$, đạt cực tiểu tại $x_3$, và hàm số đồng biến trên các khoảng $(a;x')$, $(x_3;b)$, hàm số nghịch biến trên $(x';x_3)$; đồ thị hàm số không bị "gãy" trên $(a;b)$.

Vì $x_2\in(x';x_3)$ nên $f'(x_2)<0$, do đó mệnh đề C sai.

**Câu 55: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $f(x)=3^x$. **B.** $g(x)=\log_3 x$. **C.** $h(x)=\dfrac{1}{1+x}$. **D.** $k(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $g(x)=\log_3 x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

**Câu 56:** **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $3$ | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 57:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

**A.** $x=-5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

**Câu 58:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $0$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

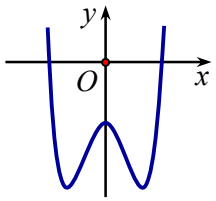
**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

**Câu 59:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^4+8x^2-2$. **B.** $y=x^4-8x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a>0$.

**Câu 60:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Số tiệm cận của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

**Câu 61:** **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

**A.** $x=1;y=2$. **B.** $x=2;y=1$. **C.** $x=2;y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2;y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: + $\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty;\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty\Rightarrow$ Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1\Rightarrow$ Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$

**Câu 62:** **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=-4x^3+4x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1. \\ x=1 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 63: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

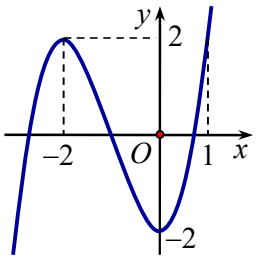
**A.** $(-3;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào BBT.

**Câu 64: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=2x^3+6x^2-2$ **B.** $y=x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(-2;2);B(0;-2)$.

Vậy chọn đáp án **B.**

**Câu 65: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

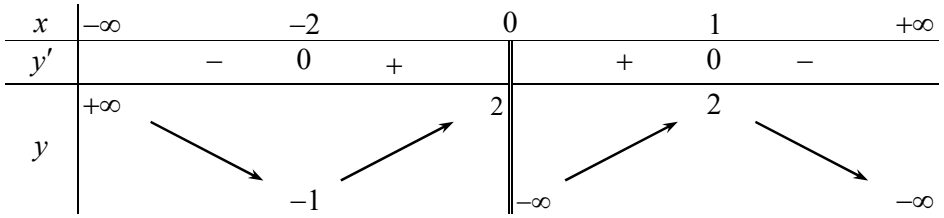
Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x^2+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x+1}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

**Câu 66: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là sai?



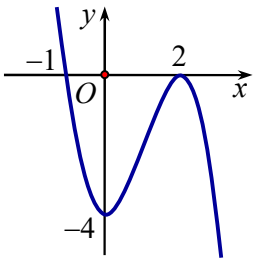

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $x=1$.
**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $-1$.
**C.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $2$.
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT, hàm số không đạt cực trị tại $x=0$.

**Câu 67: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số.




Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây:

**A.** $y=-x^3-4$. **B.** $y=x^3-3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+3x-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

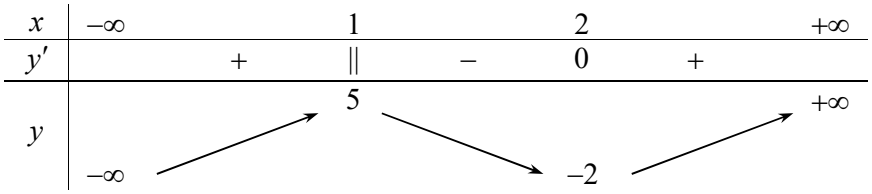
**Lời giải**

**Chọn D**

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai cực trị và hệ số của $x^3$ âm loại A và **B.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0;-4)$ loại **C.**

**Câu 68: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau




Điểm cực đại của hàm số là

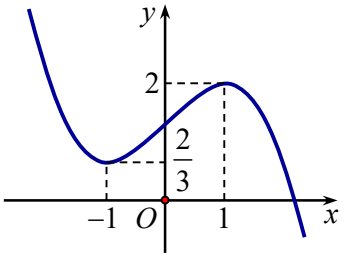
**A.** $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tại $x=1$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ nên hàm số có điểm cực đại là $x=1$.

**Câu 69:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.




**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=f(x+2018)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

**Câu 70:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $[-2;1]$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-4x-7$, $y'=0 \Leftrightarrow x=-1$ (nhận) hoặc $x=\frac{7}{3}$ (loại).

$y(-2)=-1$, $y(1)=-7$, $y(-1)=5$. Vậy $\max\limits_{x\in[-2;1]} y=y(-1)=5$.

**Câu 71:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4+4x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

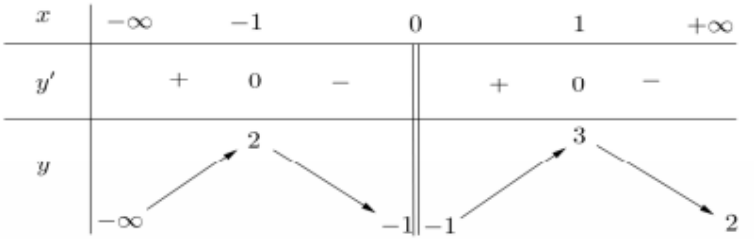
**Chọn B**

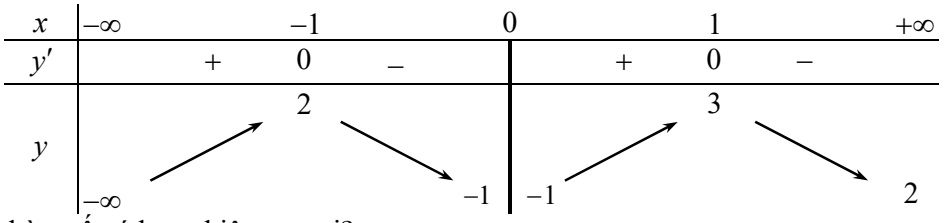
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3+8x=4x(x^2+2)$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$; $y'<0 \Leftrightarrow x<0$ và $y'>0 \Leftrightarrow x>0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

**Câu 72:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên




Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

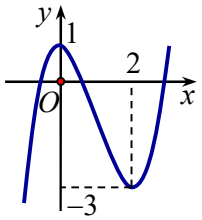
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có 2 cực trị.

**Câu 73:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị trong hình bên. Hỏi phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có bao nhiêu nghiệm?




**A.** Phương trình không có nghiệm. **B.** Phương trình có đúng một nghiệm.

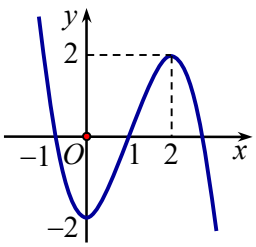
**C.** Phương trình có đúng hai nghiệm. **D.** Phương trình có đúng ba nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có đúng ba nghiệm.

**Câu 74:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



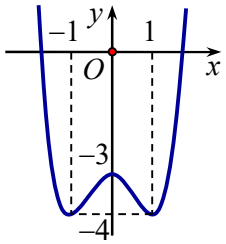

**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào hình vẽ ta thấy trên khoảng $x \in (0;2)$ thì đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 75: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm $m$ để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.




**A.** $m > -4$. **B.** $-4 < m < -3$. **C.** $-4 \le m < -3$. **D.** $-4 < m \le -3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.

Vậy phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $d$ cắt $(C)$ tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m < -3$.

**Câu 76: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f$ có đạo hàm trên khoảng $I$. Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu $f'(x) \ge 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên $I$) thì hàm số đồng biến trên $I$.

(II). Nếu $f'(x) \le 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên $I$) thì hàm số nghịch biến trên $I$.

(III). Nếu $f'(x) \le 0, \forall x \in I$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $I$.

(IV). Nếu $f'(x) \le 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên $I$ thì hàm số $f$ không thể nghịch biến trên khoảng $I$.

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

**A.** I và II đúng, còn III và IV sai. **B.** I, II và III đúng, còn IV sai.

**C.** I, II và IV đúng, còn III sai. **D.** I, II, III và IV đúng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Các mệnh đề I, II đúng còn các mệnh đề III, IV sai.

Mệnh đề III sai vì thiếu điều kiện dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên $I$.

Mệnh đề IV sai vì ta xét hàm số $f(x) = \cos 2x - 2x + 3$ có $f'(x) = -2(1 + \sin 2x) \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = -2(1 + \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ tức là $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác hàm số $f(x)=\cos 2x-2x+3$ liên tục trên $\left[-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right]$ và $f'(x)<0$, $\forall x\in\left(-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right)$ do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right]$, $(k\in\mathbb{Z})$. Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 77: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Nếu hàm số đạt cực trị tại $x_0$ thì hàm số không có đạo hàm tại $x_0$ hoặc $f'(x_0)=0$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0$ thì nó không có đạo hàm tại $x_0$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0$ thì $f''(x_0)>0$ hoặc $f''(x_0)<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 78: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số không có cực trị.

**B.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại điểm $I(1;-2)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\frac{1}{(1-x)^2}>0,\forall x\in D\Rightarrow$ A và D đúng

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=-2\Rightarrow$ **B.** đúng.

**Câu 79: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**B.** Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**C.** $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

**D.** $x_0=2$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

**Lời giải**

**Chọn A**

A sai vì phát biểu đúng là: "$M\left(0;-3\right)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số".

**Câu 80: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4-8x^3+1$. Chọn mệnh đề đúng.

**A.** Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực đại.
**B.** Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu.
**C.** Nhận điểm $x=0$ làm điểm cực đại.
**D.** Nhận điểm $x=0$ làm điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'\left(x\right)=4x^3-24x^2=4x^2\left(x-6\right)$ ; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $6$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\searrow$ | $CT$ | $\nearrow$ | |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu.

**Câu 81: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình dưới:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $y=x^3+3x^2+1$. **B.** $y=2x^3+6x^2+1$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$ nên hệ số của số hàn chứa $x^3$ là số âm nên chọn D.

**Câu 82: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+x^2+x+2018$.

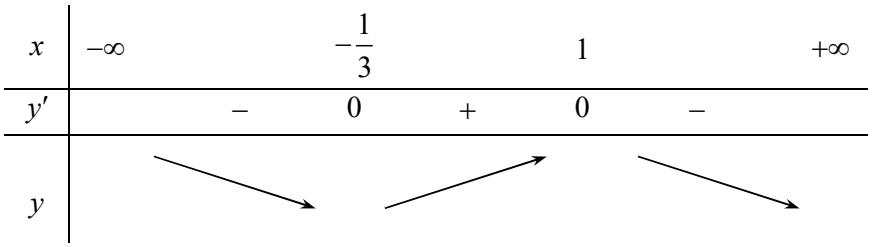
**A.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.
**B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.
**C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.
**D.** $\left(1;+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

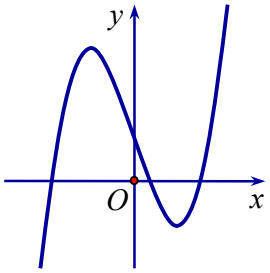
$y'=-3x^2+2x+1$ ; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $y'$




Từ bảng xét dấu $y'$ ta thấy hàm đã cho đồng biến trên $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

**Câu 83:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đây là đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a$ dương nên loại đáp án B, D.

Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nên loại A.

**Câu 84:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ bằng

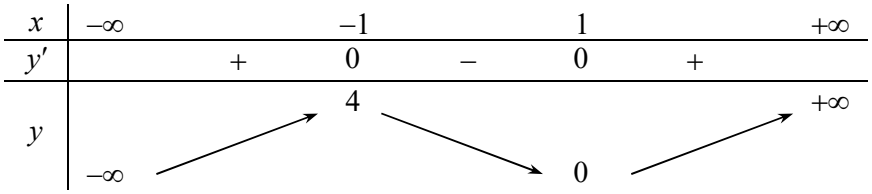
**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

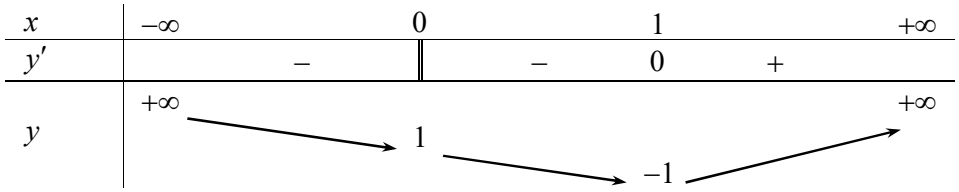
Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số bằng $4$.

**Câu 85:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$.

**B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**C.** Hàm số có đúng một điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đạo hàm của hàm số không đổi dấu tại $x=0$ nên hàm số không đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 86:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x-2$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-x^2+1 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $y_{CT}$ | $\nearrow$ | $y_{CD}$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 87:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận?

**A.** $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^2+1}{x^2+2}$. **D.** $y=\frac{x}{x^2-1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

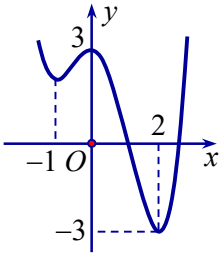
Hàm số $y=x^4-3x^2+2$ là hàm số bậc bốn trùng phương nên đồ thị không có tiệm cận.

Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có một tiệm cận đứng $x=-1$ và một tiệm cận ngang $y=2$.

Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+1}{x^2+2}$ có một tiệm cận ngang $y=1$.

Đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x^2-1}$ có hai tiệm cận đứng $x=\pm 1$ và một tiệm cận ngang $y=0$.

**Câu 88:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?




**A.** Đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

**C.** Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy trong khoảng $(-1;0)$ thì đồ thị là một đường đi lên nên hàm số đồng biến trân khoảng $(-1;0)$.

**Câu 89: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+5}{-x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có $y'=\dfrac{-7}{(x-3)^2}<0$ với $z=\sqrt{5}$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định.

**Câu 90: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{1+x}$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{1+x}=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x}{1+x}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1-x}{1+x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-x}{1+x}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

**Câu 91: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5$

**A.** có hệ số góc dương. **B.** song song với trục hoành.
**C.** có hệ số góc bằng $-1$. **D.** song song với đường thẳng $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=x^2-4x+3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;-5)$.

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực tiểu có phương trình là $y=-5$.

Chú ý: Gọi $x_0$ là điểm cực trị của hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực trị của đồ thị hàm số có hệ số góc là $k=y'(x_0)=0$ nên tiếp tuyến luôn song song (hoặc trùng) với trục hoành.

**Câu 92: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ là

**A.** $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3x+2}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3x+2}{x-1}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

**Câu 93: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng

**A.** Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $1$.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 94: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

**A.** $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-2}{x-1}=+\infty$ do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 95: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$ là

**A.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=-6$. **B.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=\dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[1;3]}f(x)=5$.

**Lời giải**

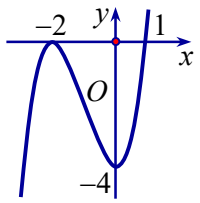
**Chọn B**

Ta có $f'(x)=3x^2-16x+16\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-16x+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

$f(1)=0$, $f(3)=-6$, $f(4)=-9$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]}f(x)=\dfrac{13}{27}$.

**Câu 96: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$, cực tiểu tại $x=0$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ nên nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 97: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2-4}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{3}{2};4\right]$ là

**A.** $-2$. **B.** $-4$. **C.** $-\dfrac{25}{6}$. **D.** $-5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\dfrac{3}{2};4\right]$. Ta có $y'=\dfrac{-x^2+4}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in\left[\dfrac{3}{2};4\right]\\x=-2\notin\left[\dfrac{3}{2};4\right]\end{array}\right.$.

Khi đó $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{25}{6}$, $f(2)=-4$, $f(4)=-5$. Vậy $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};4\right]}f(x)=f(2)=-4$.

**Câu 98: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x+4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Bảng biến thiên của hàm số bậc ba có hệ số $a<0$.

**Câu 99:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $(1;-4)$. **B.** $x=0$. **C.** $(-1;-4)$. **D.** $(0;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta có $(0;-3)$ là điểm cực đai của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

**Câu 100:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2+\dfrac{3}{1-x}$ là

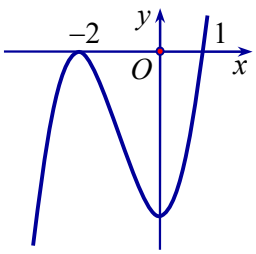
**A.** $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2+\dfrac{3}{1-x}\right)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2+\dfrac{3}{1-x}\right)=2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

**Câu 101:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Dựa đồ thị ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại một điểm nên phương trình có một nghiệm.

**Câu 102:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

**A.** $(-1;2)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điểm $A(-1;2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$.

**Câu 103:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Gọi $x_1$ là điểm cực đại, $x_2$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+2$. Tính $x_1+2x_2$.

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $-1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=-3x^2+3$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=-1 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, điểm cực đại là $x_1=-1$ và điểm cực đại là $x_2=1$ nên $x_1+2x_2=1$.

**Câu 104:** **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

**A.** $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 105:** **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

**A.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^3}{x^2+2}$. **C.** $y=\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

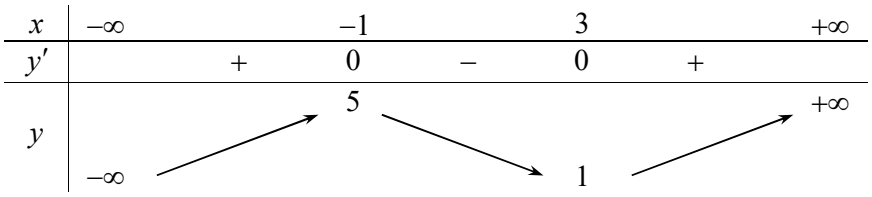
Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+2}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

**Câu 106:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $-1$.

**Câu 107:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng




**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 108:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2-1$. Với các số thực dương $a$, $b$ thỏa mãn $a<b$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng

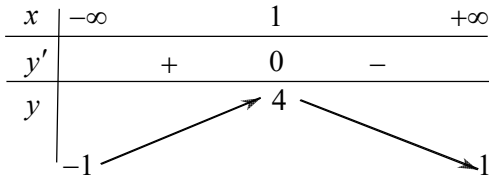
**A.** $f(a)$. **B.** $f(b)$. **C.** $f\left(\sqrt{ab}\right)$. **D.** $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do $f'(x)=-x^2-1<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f(x)$ luôn nghịch biến và liên tục trên $\mathbb{R}$. Vậy $\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)$.

**Câu 109:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phát biểu nào sau đây là đúng?



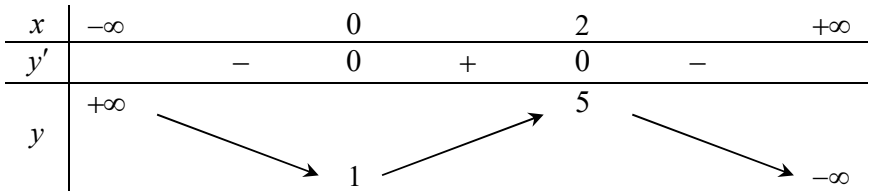

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** Hàm số có $3$ cực trị.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 110:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hàm số đạt cực đại tại điểm

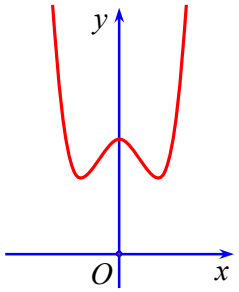
**A.** $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

**Câu 111: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-4x^4+x^2+4$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương có $a>0$ và có $3$ cực trị.

**Câu 112: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ đi qua điểm $x_1=-2$ và $x_2=3$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

**Câu 113: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-4$ có đồ thị $(C_1)$ và hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có đồ thị $(C_2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $(C_1)$ và $(C_2)$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ. **B.** $(C_1)$ và $(C_2)$ trùng nhau.

**C.** $(C_1)$ và $(C_2)$ đối xứng nhau qua $Oy$. **D.** $(C_1)$ và $(C_2)$ đối xứng nhau qua $Ox$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét $y=f(x)=x^3+3x^2-4$ và $y=g(x)=-x^3+3x^2-4$ đều xác định trên $\mathbb{R}$.

Với mọi $x\in\mathbb{R}$ ta luôn có $f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2-4=-x^3+3x^2-4=g(x)$

Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ đối xứng nhau qua $Oy$, tức $(C_1)$ và $(C_2)$ đối xứng nhau qua $Oy$.

**Câu 114: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |

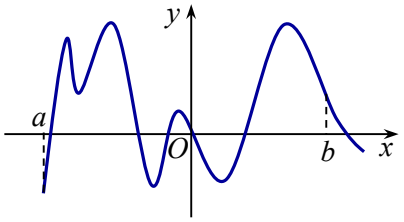
**A.** $(-2;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

**Câu 115: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?




**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $7$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có $3$ điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$

**Câu 116: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$. Giá trị lớn nhất $M$ và giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là?

**A.** $M=28$, $m=-4$. **B.** $M=77$, $m=1$. **C.** $M=77$, $m=-4$. **D.** $M=28$, $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[0;4]$. Ta có $y'=3x^2+6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;4] \\ x=-3\notin[0;4] \end{array}\right.$

Tính $y(0)=1$, $y(4)=77$, $y(1)=-4 \Rightarrow M=77$, $m=-4$.

**Câu 117: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây?

**A.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là $x=3$.

**Câu 118: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 119: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-8x^2+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

**A.** 12. **B.** $-4$. **C.** $-13$. **D.** 3.

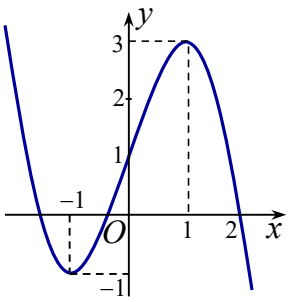
**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số xác định và liên tục trên $[-1;3]$. Ta có $y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\notin[-1;3]\end{array}\right.$.

Khi đó $y(-1)=-4$, $y(0)=3$, $y(2)=-13$, $y(3)=12\Rightarrow\min\limits_{[-1;3]}y=y(2)=-13$.

**Câu 120: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Hàm số có giá trị cực đại bằng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đạt cực đại tại $x=1\Rightarrow$ hàm số có giá trị cực đại bằng $y(1)=3$.

**Câu 121: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x^2+1}$. **C.** $y=x^4-3x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đa thức không có tiệm cận nên loại các đáp án **A.** và **C.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\pm\infty$. Loại đáp án **D.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x^2+1}$ có tiệm cận ngang là $y=0$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$. Chọn đáp án **B.**

**Câu 122:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

**A.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+2}{3x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to(1)^+} y=\lim\limits_{x\to(1)^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(1)^-} y=\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

**Câu 123:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=x^3-3x+2$ đạt cực đại đại tại điểm

**A.** $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

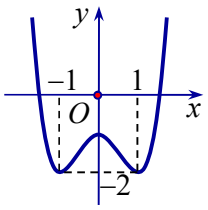
Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại $x=-1$.

**Câu 124:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D dưới đây. Đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-3x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=2x^4-2x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a>0$ nên loại đáp án **C.**

Mặt khác hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=-1$ nên Chọn B

**Câu 125:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới dây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-32$ | ↗ | $+\infty$ |

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 126: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Tính $T=M+m$.

**A.** $T=32$. **B.** $T=16$. **C.** $T=37$. **D.** $T=25$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Ta có $f'(x)=2x+\dfrac{16}{x^2}$.

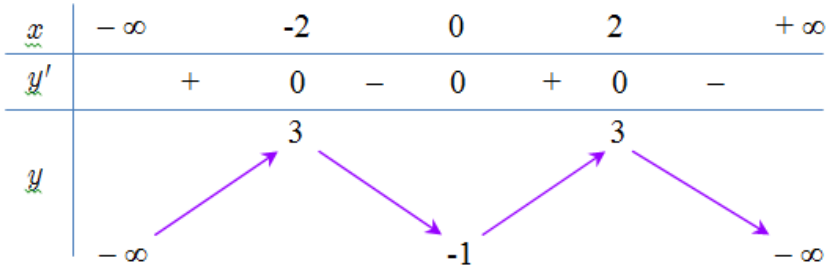
$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x+\dfrac{16}{x^2}=0 \Leftrightarrow 2x^3+16=0 \Leftrightarrow x^3=-8 \Leftrightarrow x=-2$

Ta có $f(-4)=20$; $f(-1)=17$; $f(-2)=12$.

Do đó $\begin{cases}M=20\\ m=12\end{cases}$.

Vậy $T=M+m=20+12=32$.

**Câu 127: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;3)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 128: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là

**A.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-3$. **B.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=1$.

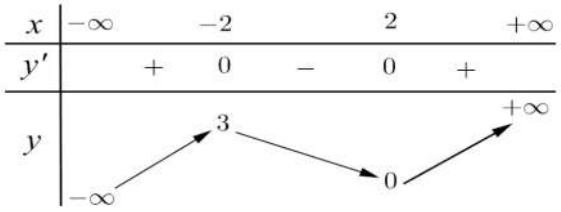
**Lời giải**

**Chọn C**

Xét trên đoạn $[0;3]$, ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in[0;3]$.

Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(0;3)$, do đó: $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(0) = -1$.

**Câu 129: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

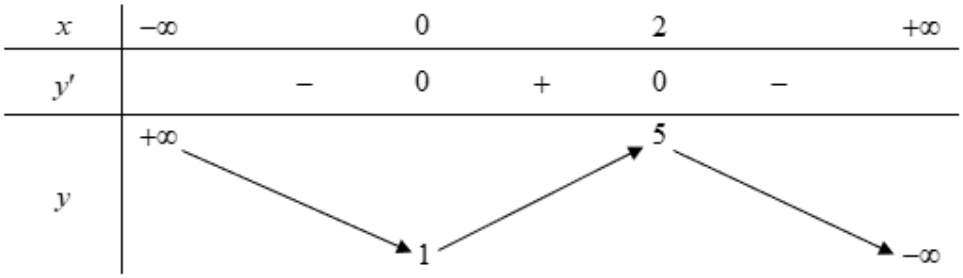
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy $f(x) = 2$ có 3 nghiệm $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có 3 tiệm cận đứng.

**Câu 130: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hàm số $y = 2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm

**A.** $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 5$.

**Lời giải**

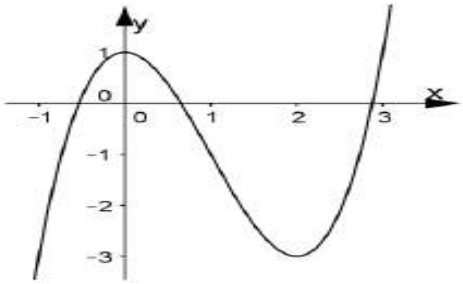
**Chọn B**

Ta có: $y = 2f(x)+1 \Rightarrow y' = 2f'(x)$.

Suy ra: Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ cũng chính là điểm cực tiểu của hàm số $y = 2f(x)+1$.

Vậy: Hàm số $y = 2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

**Câu 131: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.** $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=x^3-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y(0)=1$. Loại C. Vì $y(2)=-3$ nên chọn A.

**Câu 132:** **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-3;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 133:** **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

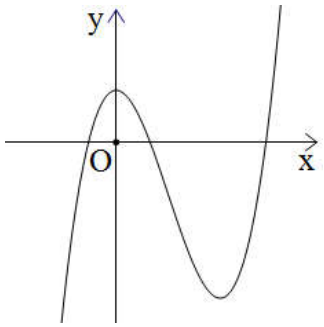
**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ có $2$ điểm cực trị.

**Câu 134:** **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$.

**C.** $y=x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$. Đồng thời $y'=0$ có nghiệm $x_1=0$ và nghiệm $x_2>0$.

Do đó, ta có hàm số thỏa mãn là $y=x^3-3x^2+1$.

**Câu 135: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng:

**A.** $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^{+}}\dfrac{2x-3}{2x+1}=-\infty\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 136: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y=\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{x+2}$. Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x+2}$ có 2 đường tiệm cận là $x=-2$ và $y=0$.

**Câu 137: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=f(x)=\dfrac{-2}{-x+1}$ có tính chất

**A.** Đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Nghịch biến trên từng khoảng xác định. **D.** Đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=f'(x)=\dfrac{-2}{(-x+1)^2}<0\ \ \forall x\neq 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 138: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $\dfrac{8}{3}$ | ↗ | $+\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

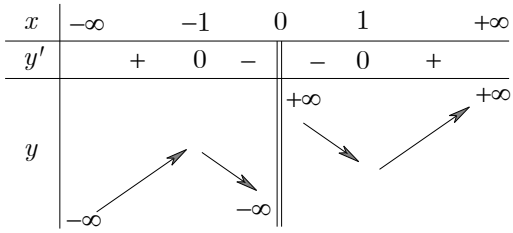
**A.** 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là 4.

**Câu 139: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



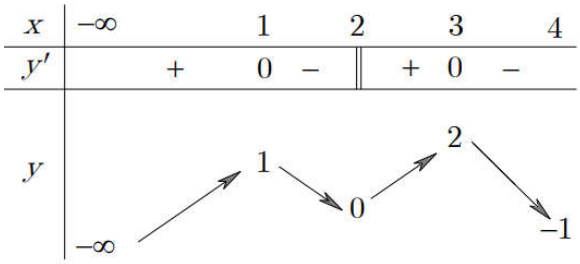

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Trong khoảng $(-1;0)$ đạo hàm $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 140:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



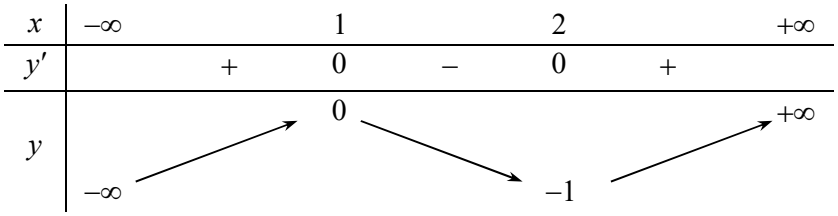

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT, hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

**Câu 141:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Hàm số có giá trị cực đại bằng

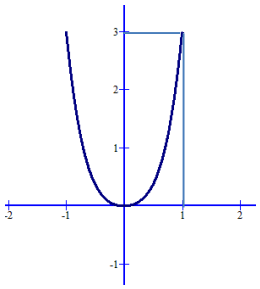
**A.** 2. **B.** 1. **C.** −1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

**Câu 142:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



**A.** $y=x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=3x^4-x^2+1$. **D.** $y=2x^4+x^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường cong trên đi qua điểm $(0;0)$ và $(1;3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=2x^4+x^2$ thỏa yêu cầu.

**Câu 143:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**A.** $y=\sqrt{1-x^2}$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x}$. **D.** $y=-x^3+3x$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta thấy hàm số $y=-x^3+3x$ có $y'=-3x^2+3>0$, $\forall x\in(-1;1)$ nên đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Tập nghiệm của của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1-2x}{x}>0$ là

.

**A.** $S=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

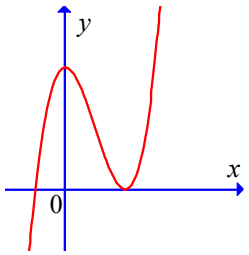
Xét bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1-2x}{x}>0$ điều kiện $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

Ta có : $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1-2x}{x}>0=\log_{\frac{1}{3}}1\Rightarrow\dfrac{1-2x}{x}<1$ ( vì $0<\dfrac{1}{3}<1$ )

$\Leftrightarrow\dfrac{1-2x}{x}-1<0\Leftrightarrow\dfrac{1-3x}{x}<0$

Mặt khác $x\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow\dfrac{1}{2}>x>\dfrac{1}{3}$.

**Câu 2: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Đường cong như hình vẽ bên dưới là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-(x+1)(x-2)^2$.

**C.** $y=x^3-3x^2+4$. **D.** $y=(x-3)^3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Loại **A** do đồ thị không phải dạng đồ thị hàm trùng phương.

Loại **B** do $a<0$.

Xét $y=(x-3)^3$ có $y'=3(x-3)^2$; $y'=0\Leftrightarrow x=3$ (nghiệm kép), do đó loại **D**.

Vậy chọn **C.**

**Câu 3: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $(2;14)$. **B.** $(3;8)$. **C.** $(12;20)$. **D.** $(-7;8)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

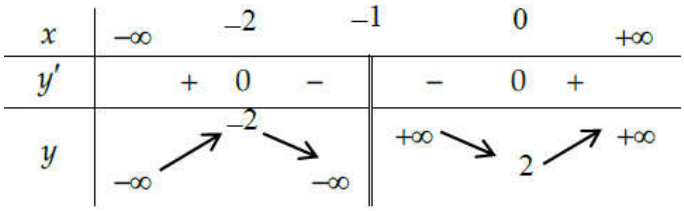
Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $y'=6x^2+6x-12$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$.

$y(-1)=15;\ y(2)=6;\ y(1)=-5.$

Suy ra $\max\limits_{[-1;2]} y=15\in(12;20)$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

**A.** Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

**B.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

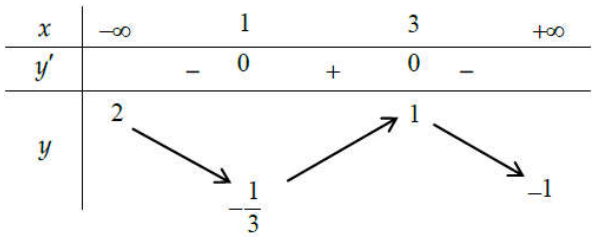
**D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số không xác định tại $x=-1\in(-2;0)$ nên hàm số không nghịch biến trên $(-2;0)$.

**Câu 5: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $3$.

**B.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $1$, nhỏ nhất bằng $-\dfrac{1}{3}$.

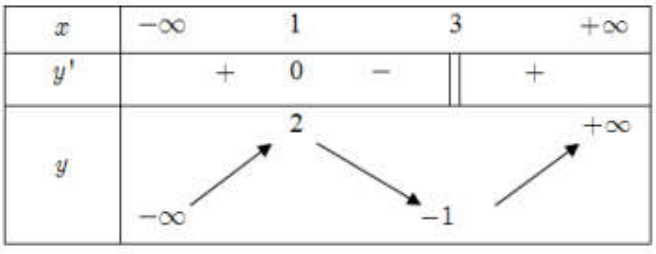
**D.** Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có hai điểm cực trị là $x=1$ và $x=3$.

**Câu 6: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$.

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $1$. **D.** $2$.

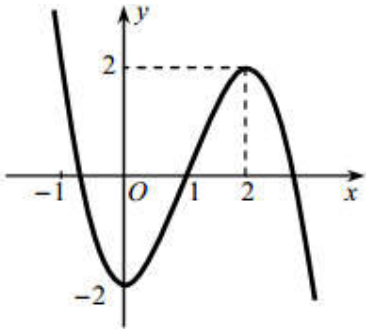
**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $2$ điểm.

Vậy phương trình $f(x)+1=0$ có $2$ nghiệm.

**Câu 7:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 8:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ \| $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ |

**A.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$ nên ta loại các đáp án **A** và **C.**

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án **D.**

**Câu 9:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{-3x+2}$ là?

**A.** $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x-1}{-3x+2} = -\dfrac{1}{3}$ nên đường thẳng $y = -\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang.

**Câu 10:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $5$. **C.** $8$. **D.** $6$.

**Lời giải**

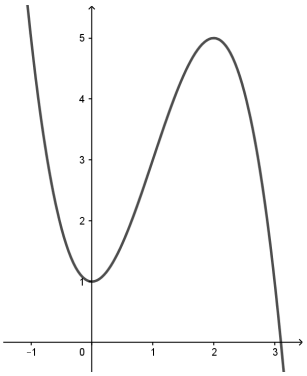
**Chọn A**

Hàm số xác định trên tập $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3)$. Ta có $AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$.

**Câu 11:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?




**A.** $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào hình dạng đồ thì, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a < 0$. Nên loại A, **B.**

Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = 0$ và $x_2 > 0$.

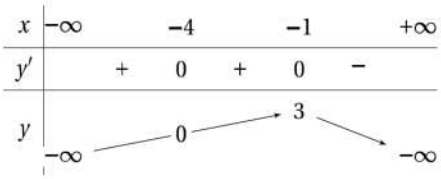
+ Xét $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \end{array}\right.$. Loại D.

+ Xét $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$. Chọn C

**Câu 12:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.




Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.  **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.  **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D .**

Ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$.

**Câu 13: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là:

**A.** 3.  **B.** 1.  **C.** 2.  **D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

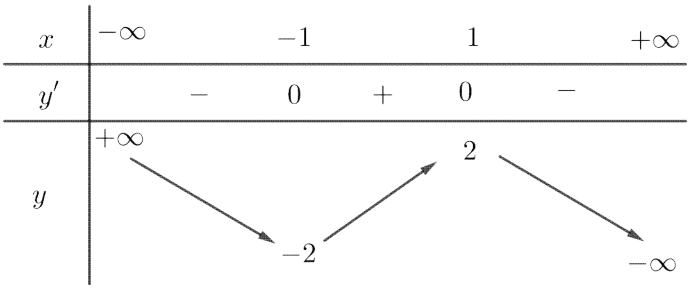
**Chọn A**

Ta có:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.
- $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} y=-\infty\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.
- $\begin{cases}\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là 3.

**Câu 14: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:




Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-2$ và giá trị cực đại bằng 2.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**D.** Hàm số có đúng một cực trị.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-2$ và giá trị cực đại bằng $2$.

**Câu 15:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$ là

**A.** $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** $(-2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

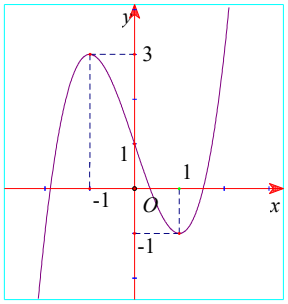
Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -4 \\ x = 2 \Rightarrow y = -20 \\ x = -2 \Rightarrow y = -20 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-20$ | ↗ | $-4$ | ↘ | $-20$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 16:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 + 3x + 1$.

**C.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị ta có hệ số $a > 0$ nên loại đáp án **C** và **D.**

Do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên ta loại đáp án **B.**

**Câu 17:** **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có điểm cực đại là:

**A.** $(-1;4)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(1;4)$.

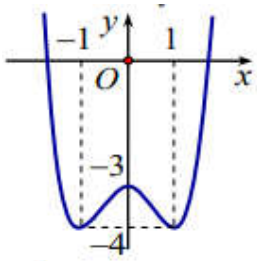
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Với $x = 1$ thì $y = 0$; Với $x = -1$ thì $y = 4$. Suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;4)$.

**Câu 18:** **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây




**A.** $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số có ba cực trị, bề lõm hướng lên và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-3$.

**Câu 19: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng

**A.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

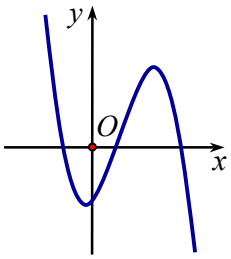
**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=8x^3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y'>0 \Leftrightarrow x>0$; $y'<0 \Leftrightarrow x<0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

**Câu 20: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



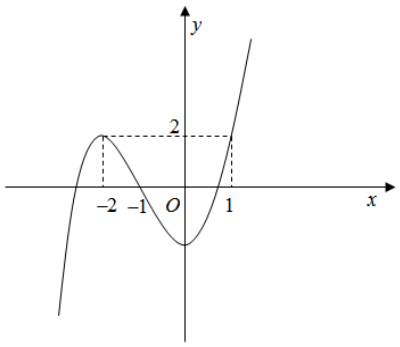

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dễ thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 21: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai** ?




**A.** $y'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$. **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$.

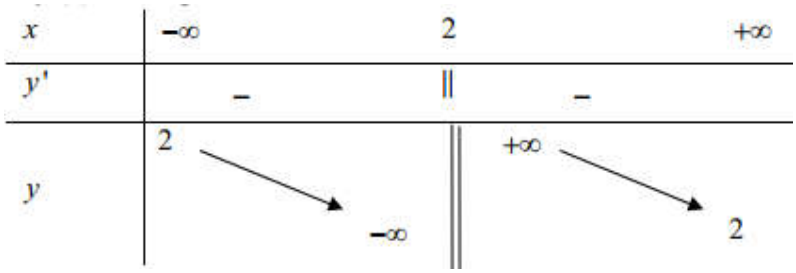
**C.** $y' < 0, \forall x \in (-2;0)$. **D.** Đồ thị có đúng hai điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

**Câu 22: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Hàm số $y = f(x)$ có bảng biên thiên như sau.




Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$; $(2;+\infty)$.

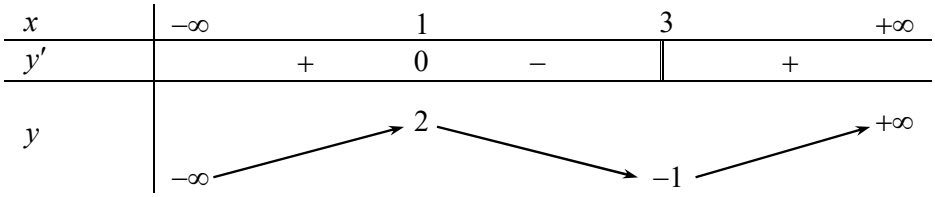
**C.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$; $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$; $(2;+\infty)$.

**Câu 23: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có đúng một cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $1$.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $3$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Vì $y'$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi $x$ đi qua điểm $x = 1$ nên hàm số đạt cực đạt tại $x = 1$.

Và $y'$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi $x$ đi qua điểm $x = 3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

**Câu 24: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 25: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{3-x}$?

**A.** $y = 2; x = 3$. **B.** $y = 2; x = -3$. **C.** $y = 3; x = -2$. **D.** $y = -2; x = 3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-1}{3-x} = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x \to 3^-} y = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2x-1}{3-x} = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x \to 3^+} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x-1}{3-x} = -\infty \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng.

**Câu 26: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

**A.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -3$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -5$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 2$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

$f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x}$, $x \in (0;+\infty)$. Khi đó $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2-1}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khi đó ta có $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f(1) = -3$.

**Câu 27: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Hàm số $y = x^3 - 3x$ đồng biến trong các khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2018;-2)$. **D.** $(-1;0)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Nhận xét: $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có $y'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>1 \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2018;-2)$.

**Câu 28: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-\infty$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào trong các điểm sau?

**A.** $x=5$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

**Câu 29: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-m}$ đi qua $A(1;-3)$.

**A.** $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-m}$ đi qua $A(1;-3)$ nên $-3=\dfrac{m+1}{1-m} \Rightarrow 3m-3=m+1 \Leftrightarrow m=2$.

**Câu 30: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ và đường thẳng $y=x$ là.

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

**Lời giải**

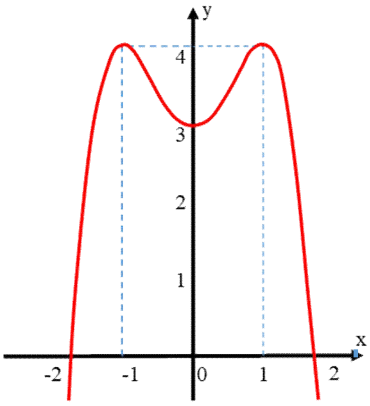
**Chọn A**

Nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+3=x$ là hoành độ của các giao điểm của hai đồ thị hàm số.

$$x^3-3x^2+3=x \Leftrightarrow x^3-3x^2-x+3=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \\ x=1 \end{array}\right. .$$

Vậy tổng hoành độ các giao điểm là $S=-1+3+1=3$.

**Câu 31: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Đường cong bên là điểm biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây




**A.** $y=-x^4+4x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=-x^3+3x+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhìn vào đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ $\rightarrow$ loại C

Đồ thị có 2 cực đại và một cực tiểu nên hệ số $a<0$ $\rightarrow$ loại B

Đồ thị hàm số điểm cực trị là $(1;0)$ $\Leftrightarrow y'_{(1)}=0$

Đáp án A: $y'_{(1)}=-4.(1)^3+8.1=4\neq 0$ $\rightarrow$ Loại

Đáp án D: $y'_{(1)}=-4.(1)^3+4.1=0$ $\rightarrow$ Thỏa mãn

**Câu 32: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-3;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhìn vào BBT ta thấy, giá trị của hàm số $y$ sẽ giảm (mũi tên đi xuống) khi $x$ tăng trong khoảng $(0;1)$ $\rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**Câu 33:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ là

**A.** $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 34:** Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3+3x^2+4$ là

**A.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

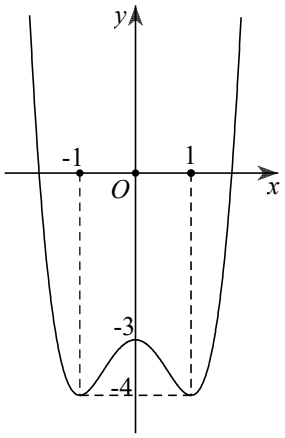
**Câu 35:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

**A.** $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

**Câu 36:** Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-3$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 37:** Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

**Câu 38:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ là

**A.** $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=\sqrt{-x^2+2x}=\sqrt{-(x-1)^2+1}\le 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y_{\max}=1$.

**Câu 39:** Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3+3x^2+4$ là

**A.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+6x$; $y'<0\Leftrightarrow 3x^2+6x<0\Leftrightarrow -2<x<0$.

**Câu 40:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

**A.** $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 41:** Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-3$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

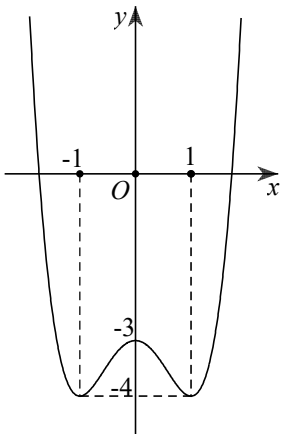
Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $-\infty$ |

Vậy: Hàm số có $3$ điểm cực trị.

**Câu 42:** Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **C.** $y = -x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

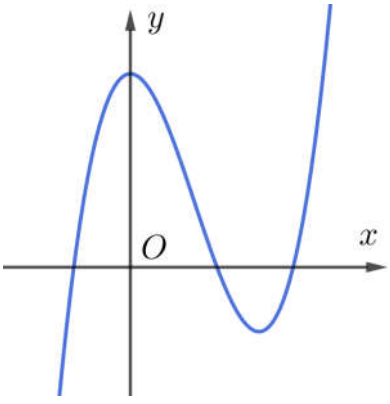
Theo hình vẽ, đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$, loại đáp án C, D.

Đồ thị hàm số có $3$ cực trị nên $ab < 0$, loại đáp án A.

**Câu 43:** Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{3x-2}$.

**A.** $x = \dfrac{1}{3}$. **B.** $x = \dfrac{2}{3}$. **C.** $y = \dfrac{2}{3}$. **D.** $y = \dfrac{1}{3}$.

**Câu 44:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên một khoảng $K$ như hình vẽ bên. Trên $K$, hàm số có bao nhiêu cực trị?



**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 45:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

**B.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)>0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$.

**C.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)\geq 0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$.

**D.** Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

**Câu 46:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.** $y=x-\sin^2 x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=-x^3$.

**Câu 47:** Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{3x-2}$.

**A.** $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

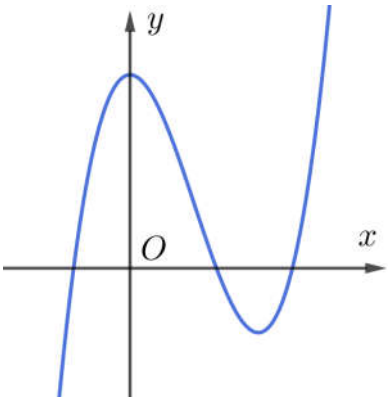
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{3x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{3}{x}}{3-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{3}$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{3x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{3}{x}}{3-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{3}$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{3}$.

**Nhớ nhanh:**

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có một tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}$ và một tiệm cận đứng là $x=\dfrac{-d}{c}$.

**Câu 48:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng $K$ như hình vẽ bên. Trên $K$, hàm số có bao nhiêu cực trị?




**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trên $K$, hàm số có 2 cực trị.

**Câu 49:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

**B.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)>0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$.

**C.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)\geq 0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$.

**D.** Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x$ thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Lý thuyết SGK.

**Câu 50:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.** $y = x - \sin^2 x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = -x^3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

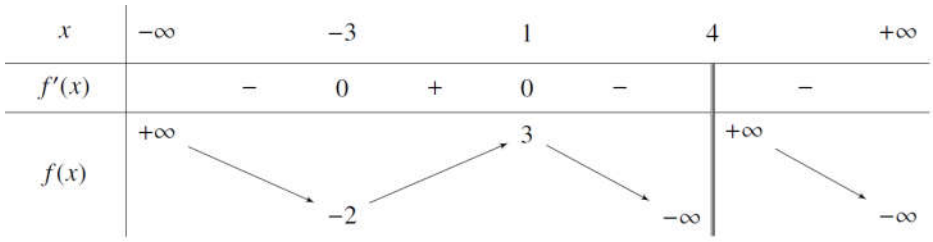
Hàm $y = x - \sin^2 x$ có $y' = 1 - 2\sin x \cos x = 1 - \sin 2x \geq 0$ và $y' = 0$ tại các điểm rời nhau nên đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Hàm $y = \cot x$ có $y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} < 0$ trên tập xác định nên không thỏa.

Hàm $y = \sin x$ có $y' = \cos x < 0$ trên một số khoảng nằm trong tập xác định nên không thỏa.

Hàm $y = -x^3$ có $y' = -3x^2 \leq 0$ trên tập xác định nên không thỏa.

**Câu 51:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm



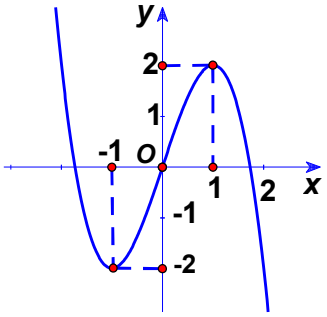

A. $x = 3$. B. $x = -3$. **C.** $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

**Câu 52:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.




A. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$. B. Hàm số tăng trên khoảng $(-2;2)$.

**C.** Hàm số tăng trên khoảng $(-1;1)$. D. Hàm số tăng trên khoảng $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số tăng trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 53:** Tìm phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

**A.** $x = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $x = 1$.

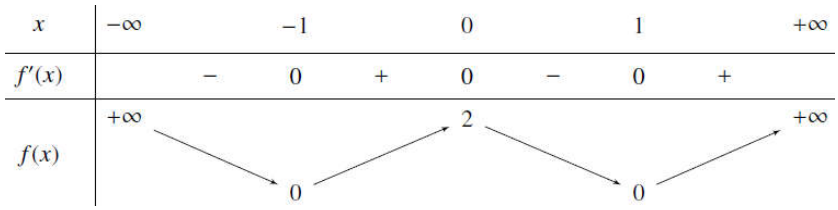
Lời giải

Chọn A

* TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

* Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 54:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ




Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 3. **B.** 4. C. 2. D. 5.

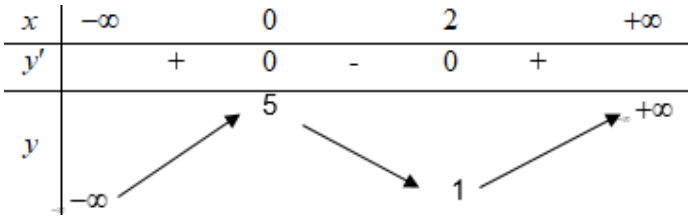
Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có 4 nghiệm.

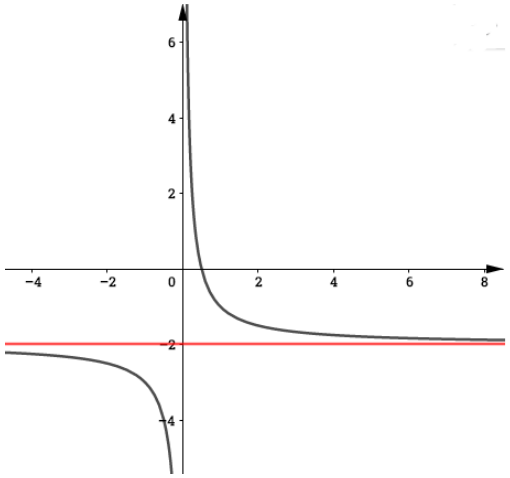
**Câu 55:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.




Giá trị cực đại của hàm số là

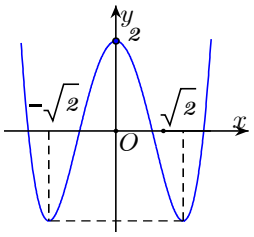
**A.** $y=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=5$.

**Câu 56:** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây




**A.** $y=\dfrac{-x+1}{2x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x}$.

**Câu 57:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(\sqrt{2};+\infty)$.

**C.** $(0;\sqrt{2})$. **D.** $(-2;2)$.

**Câu 58:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số là

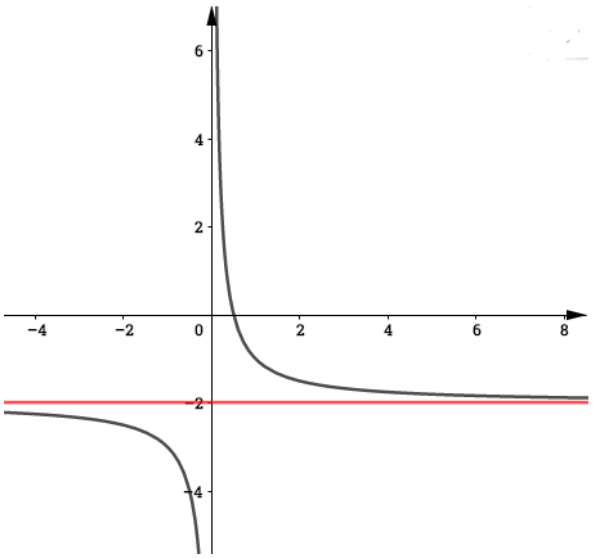
**A.** $y=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y=5$.

**Câu 59:** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây




**A.** $y=\dfrac{-x+1}{2x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x}$.

**Lời giải**

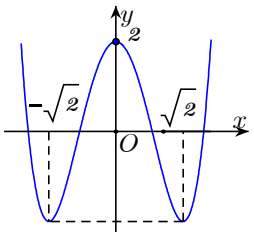
**Chọn D**

Ta thấy đây là đồ thị hàm số phân thức bậc nhất chia bậc nhất có tiệm cận đứng $x=0$ và tiệm cận ngang $y=-2$

**Tổng quát:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{-d}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$

Nhìn vào bốn đáp án dễ thấy đáp án đúng là **D**.

**Câu 60:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(\sqrt{2};+\infty)$.

**C.** $\left(0;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 61:** Cho hàm số $y=\dfrac{2}{x-2}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**A.** $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=0$.

**Câu 62:** Cho hàm số $y=x^4-3x^2-5$ có đồ thị $(C)$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị $(C)$?

**A.** $C\left(-1;-3\right)$. **B.** $B\left(2;-1\right)$. **C.** $A\left(1;3\right)$. **D.** $D\left(-2;-9\right)$.

**Câu 63:** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. Mệnh đề sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\left(-2;+\infty\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

**Câu 64:** Cho hàm số $y=-\dfrac{2}{3}x^3+x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B\left(0;1\right)$.

**B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$.

**C.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B\left(0;1\right)$.

**D.** Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$.

**Câu 65:** Cho hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{2}x^2+1$. Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\dfrac{11}{10}\right)$.

Tìm $M$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=\dfrac{129}{250}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 66:** Cho hàm số $y=\dfrac{2}{x-2}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**A.** $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x-2}=0$ Suy ra: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=0$.

**Câu 67:** Cho hàm số $y=x^4-3x^2-5$ có đồ thị $(C)$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị $(C)$?

**A.** $C\left(-1;-3\right)$. **B.** $B\left(2;-1\right)$. **C.** $A\left(1;3\right)$. **D.** $D\left(-2;-9\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của $(C)$, chỉ có phương án B thỏa mãn.

**Câu 68:** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. Mệnh đề sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=\dfrac{3}{(2x+1)^2}>0$ với mọi $x\neq-\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**Câu 69:** Cho hàm số $y=-\dfrac{2}{3}x^3+x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

**B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$.

**C.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

**D.** Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y=-\dfrac{2}{3}x^3+x^2+1$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-2x^2+2x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1\\x=1\Rightarrow y=\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $\dfrac{4}{3}$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

**Câu 70:** Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\frac{11}{10}\right)$.

Tìm $M$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=\frac{129}{250}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-25$ | | $0$ | | $1$ | | $\frac{11}{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\frac{33123}{2}$ | ↗ | $1$ | ↘ | $\frac{1}{2}$ | ↗ | $\frac{129}{250}$ |

Từ bảng biến thiên ta có $M=1$.

**Câu 71:** Đồ thị của hàm số $y=\frac{2x+1}{2x-2}$ có đường tiệm cận ngang là:

**A.** $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

**Câu 72:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $3$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Câu 73:** Hàm số $y=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x-2$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(2;3)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(5;+\infty)$.

**Câu 74:** Đồ thị của hàm số $y=\frac{2x+1}{2x-2}$ có đường tiệm cận ngang là:

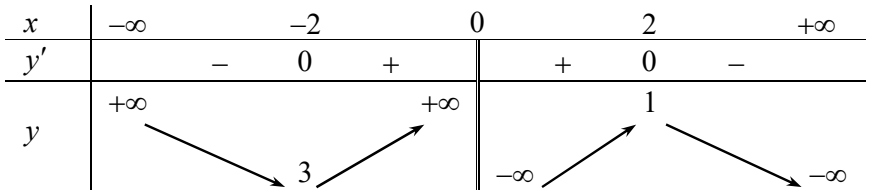
**A.** $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{2x-2}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 75:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.




Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định trên khoảng $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ và có đạo hàm $y'>0$ với $x\in(-2;0)\cup(0;2)$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 76:** Hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+5x-2$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(2;3)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(5;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-6x+5$

$y'<0\Leftrightarrow x^2-6x+5<0\Leftrightarrow 1<x<5$.

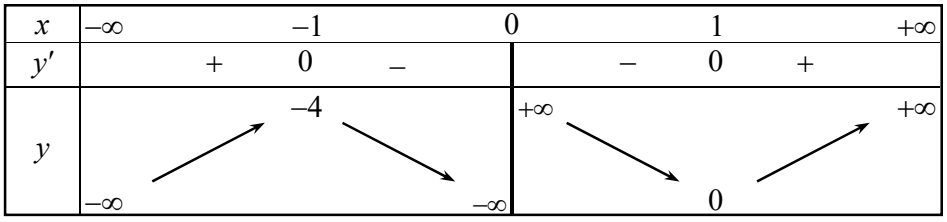
$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$ $\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**Câu 77:** Hàm số $y=2x^3-9x^2+12x+2017$ nghịch biến trên khoảng:

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(2021;2022)$. **D.** $(1;2)$.

**Câu 78:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

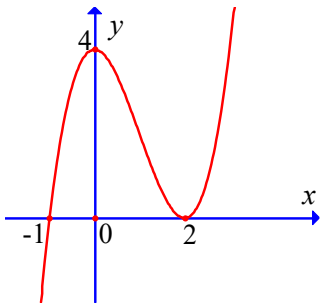
Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 79:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.




Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

**C.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 80:** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

**B.** $a^3\sqrt{3}$.

**C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

**D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

**Câu 81:** Hàm số $y=2x^3-9x^2+12x+2017$ nghịch biến trên khoảng:

**A.** $(-\infty;1)$.

**B.** $(2;+\infty)$.

**C.** $(2021;2022)$.

**D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=6x^2-18x+12$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $2022$ | ↘ | $2021$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=2x^3-9x^2+12x+2017$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 82:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-4$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

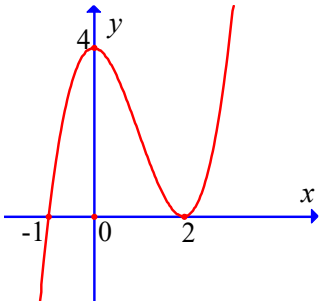
**Lời giải**

**Chọn D**

Nhìn vào bảng biến thiên, **chọn đáp án D.**

Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x=0$.

**Câu 83:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.




Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

**C.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$. Do đó chọn **B**.

**Câu 84:** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

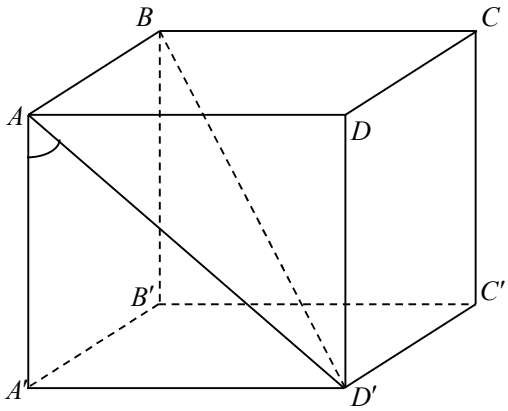
**B.** $a^3\sqrt{3}$.

**C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

**D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

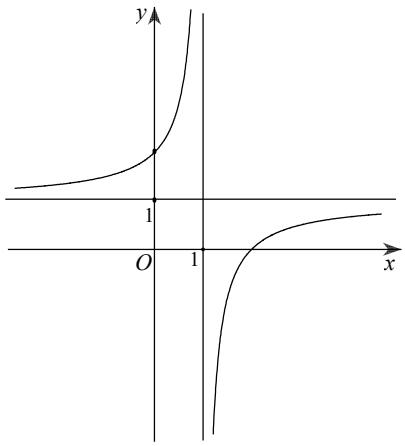
**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có $(ADD'A')\perp(AB)$ nên góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $AD'$ và $AA'$ hay $\widehat{A'AD'}=30°$. Suy ra $AA'=\frac{A'D'}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$. Vậy thể tích hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'}=a^3\sqrt{3}$.

**Câu 85:** Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

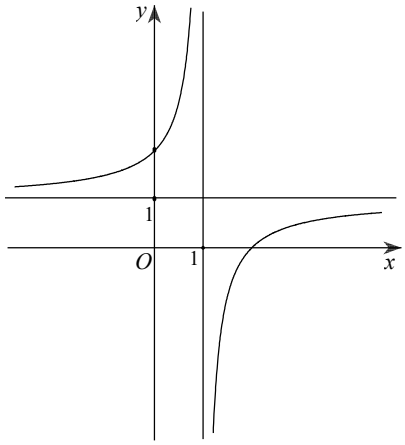
(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 86:** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

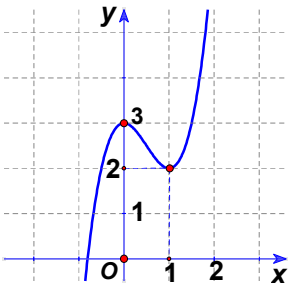
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 87:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới:




Mệnh đề nào sau đây **sai**?

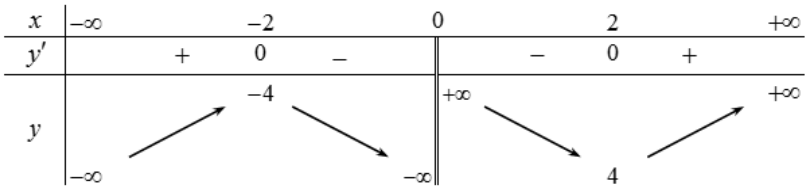
**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.  **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.  **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Câu 88:** Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4+4x-6$ là

**A.** $(-1;+\infty)$.  **B.** $(-\infty;-9)$.  **C.** $(-9;+\infty)$.  **D.** $(-\infty;-1)$.

**Câu 89:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

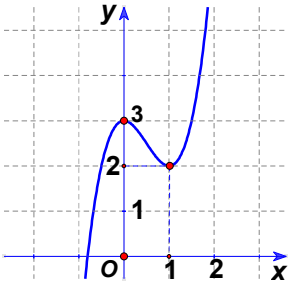



**A.** $4$.  **B.** $-4$.  **C.** $-2$.  **D.** $2$.

**Câu 90:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{(x-2)(x^2+1)}$ là

**A.** $x=-2$.  **B.** $x=0$.  **C.** $x=2$.  **D.** $x=-1$.

**Câu 91:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới:




Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.  **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.  **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 92:** Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4+4x-6$ là

**A.** $(-1;+\infty)$.  **B.** $(-\infty;-9)$.  **C.** $(-9;+\infty)$.  **D.** $(-\infty;-1)$.

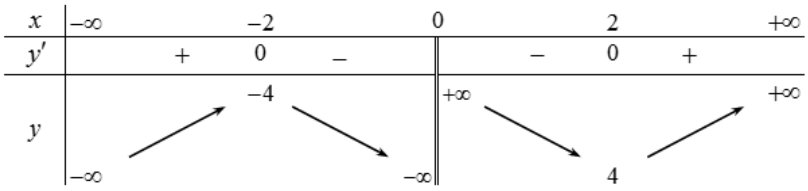
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = 4x^3 + 4$, $y' > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy khoảng đồng biến của hàm số là $(-1; +\infty)$.

**Câu 93:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là




**A.** 4. **B.** −4. **C.** −2. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT, giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 4$.

**Câu 94:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2}{(x-2)(x^2+1)}$ là

**A.** $x = -2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có ngay đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2}{(x-2)(x^2+1)}$ là $x = 2$.

**Câu 95:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Câu 96:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có 4 điểm $x_0$ mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua điểm $x_0$.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

**Câu 97:** Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ lần lượt là $M$, $m$. Tính $S=M+m$.

**A.** $S=6$. **B.** $S=4$. **C.** $S=7$. **D.** $S=3$.

**Câu 98:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

**A.** $x=4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

**Câu 99:** Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ lần lượt là $M$, $m$. Tính $S=M+m$.

**A.** $S=6$. **B.** $S=4$. **C.** $S=7$. **D.** $S=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=\dfrac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+6)}{(x-1)^2}=\dfrac{(2x^2-5x+3)-(x^2-3x+6)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\in[2;4] \\ x=-1\in[2;4] \end{array}\right.$

Ta có $f(2)=4$ ; $f(3)=3$ ; $f(4)=\dfrac{10}{3}$.

Vậy ta có $M=f(2)=4$ và $m=f(3)=3 \Leftrightarrow M+m=4+3=7$.

**Câu 100:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

**A.** $x=4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 101:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $[-1;1]$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ |
| $y$ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ |

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$.

**B.** Hàm số có đúng một cực trị.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $1$.

**Câu 102:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $[-1;1]$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ |
| $y$ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ |

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$.

**B.** Hàm số có đúng một cực trị.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $1$.

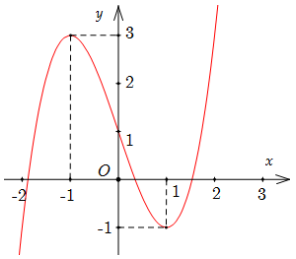
**Lời giải**

**Chọn B**

A sai do hàm số có giá trị lớn nhất bằng $1$.

C, D sai do hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại $y=1$.

**Câu 103:** Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là




**A.** $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

**Câu 104:** Tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ luôn đồng biến trên tập xác định là

**A.** $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\ge 3$.

**Câu 105:** . Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{5}{3}$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 106:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ $x=-3$

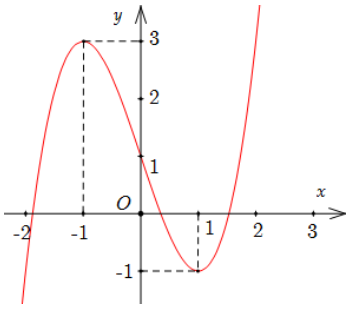
**Câu 107:** Một đoàn tàu đang chuyển động với vận tốc $v_0=72$ km/h thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều, sau $10$ giây đạt vận tốc $v_1=54$ km/h. Tàu đạt vận tốc $v=36$ km/h tại thời điểm nào tính từ lúc bắt đầu hãm phanh.

**A.** 30s. **B.** 20s. **C.** 40s. **D.** 50s.

**Câu 108:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ trên $[0;3]$ là

**A.** $-2$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $-1$.

**Câu 109:** Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là




**A.** $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhìn đồ thị lại biết hàm số có tính chất $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên chọn A hoặc D.

Đồ thị hàm số đi qua $(1;-1)$ nên chọn A (hoặc đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên chọn A).

**Câu 110:** Tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ luôn đồng biến trên tập xác định là

**A.** $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\ge 3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=3x^2-6x+m\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3>0 \\ \Delta'=9-3m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3$.

**Câu 111:** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{5}{3}$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2x-3$.

$y'<0 \Leftrightarrow x^2-2x-3<0 \Leftrightarrow -1<x<3$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Câu 112:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ $x=-3$

**A.** $y=-3x-5$. **B.** $y=-3x+13$. **C.** $y=3x+13$. **D.** $y=3x+5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$.

Tại $x_0=-3\Rightarrow y_0=4$ và $y'(-3)=3$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=3(x+3)+4\Leftrightarrow y=3x+13$.

**Câu 113:** Một đoàn tàu đang chuyển động với vận tốc $v_0=72$ km/h thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều, sau $10$ giây đạt vận tốc $v_1=54$ km/h. Tàu đạt vận tốc $v=36$ km/h tại thời điểm nào tính từ lúc bắt đầu hãm phanh.

**A.** $30\text{s}$. **B.** $20\text{s}$. **C.** $40\text{s}$. **D.** $50\text{s}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:** Gọi $a$ là gia tốc của chuyển động chậm dần đều nên $a$ là hằng số thực âm.

Ta có: $v=\int a\,\mathrm{d}t=at+C$

Ta có: $\begin{cases}v(0)=72\,\text{km/h}\\ \text{v}(10)=54\,\text{km/h}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=72\\ 10a+C=54\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=72\\ a=-\dfrac{9}{5}\end{cases}$

Do đó: $v=-\dfrac{9}{5}t+72$.

Vậy $v=36\Leftrightarrow 72-\dfrac{9}{5}t=36\Leftrightarrow t=20\text{s}$.

**Cách 2:** Gọi $a$ là gia tốc của chuyển động chậm dần đều nên $a<0$. Vận tốc của đoàn tàu được tính theo công thức $v(t)=v_0+at=72+at$.

Do $v(10)=54\Rightarrow a=-\dfrac{9}{5}$ nên ta có $v(t)=72-\dfrac{9}{5}t$.

$v=36\Leftrightarrow 72-\dfrac{9}{5}t=36\Leftrightarrow t=20\text{s}$.

**Câu 114:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ trên $[0;3]$ là

**A.** $-2$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x^3-3x^2+3$ xác định và liên tục trên $[0;3]$.

$y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$, $f(0)=3$, $f(2)=-1$, $f(3)=3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $3$.

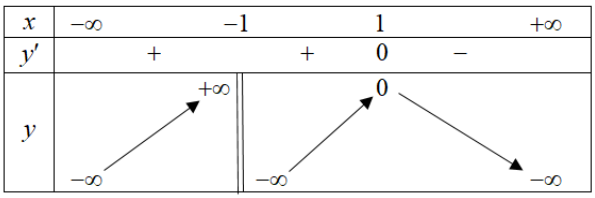
**Câu 115:** Hàm số $y=-x^4+4$ có điểm cực đại là

**A.** $4$. **B.** $0$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

**Câu 116:** Trong mặt phẳng $Oxy$, hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ đồ thị là $(C)$. Giao điểm của hai tiệm cận của $(C)$ có tọa độ là

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

**Câu 117:** Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:




Khẳng định nào sau đây sai?

**A.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

**C.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**D.** $f(x)$ có cực đại bằng $0$.

**Câu 118:** Hàm số $y=-x^4+4$ có điểm cực đại là

**A.** $4$.

**B.** $0$.

**C.** $-\sqrt{2}$.

**D.** $\sqrt{2}$.

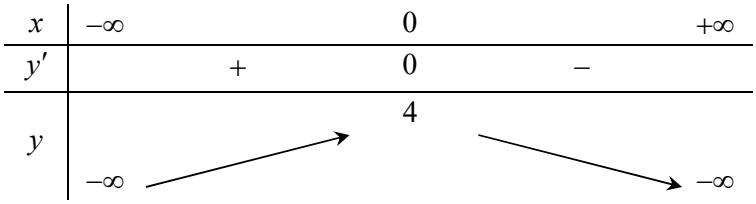
**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-4x^3$ ; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên




Vậy hàm số có điểm cực đại là $x=0$

**Câu 119:** Trong mặt phẳng $Oxy$, hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ đồ thị là $(C)$. Giao điểm của hai tiệm cận của $(C)$ có tọa độ là

**A.** $(-1;0)$.

**B.** $(1;-1)$.

**C.** $(-1;1)$.

**D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

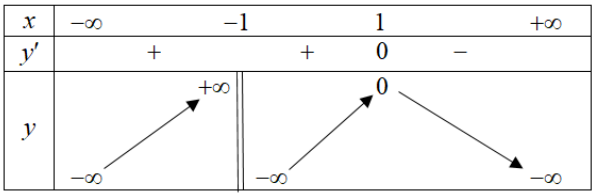
**Chọn C**

Tiệm cận ngang là: $y=1$.

Tiệm cận đứng là: là $x=-1$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của $(C)$ là $(-1;1)$.

**Câu 120:** Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:




Khẳng định nào sau đây sai?

**A.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

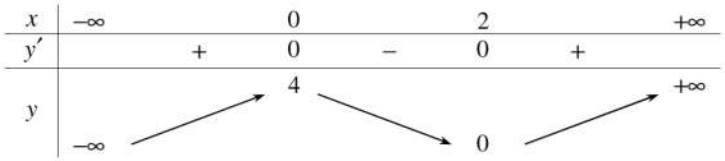
**C.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**D.** $f(x)$ có cực đại bằng $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 121:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

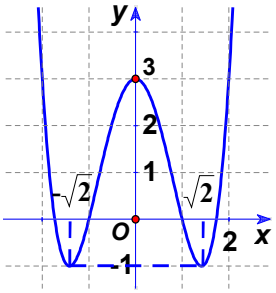
**A.** Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 122:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm



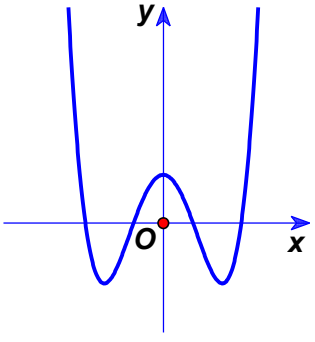

**A.** $x=\pm\sqrt{2}$.

**B.** $x=\pm 2$.

**C.** $x=-1$.

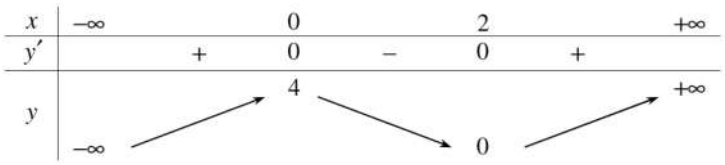
**D.** $x=3$.

**Câu 123:** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?



**A.** $y=x^4+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Câu 124:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

**A.** Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

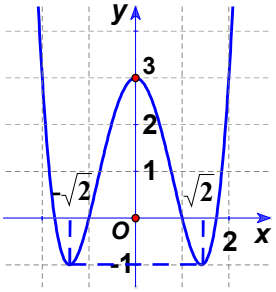
**D.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 125:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm



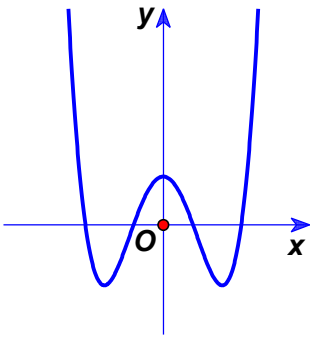

**A.** $x=\pm\sqrt{2}$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=\pm\sqrt{2}$.

**Câu 126:** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy đường cong hình bên là đồ thị hàm số bậc 4 với $a>0$.

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow a.b<0 \Rightarrow b<0$.

Suy ra đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$.

**Câu 127:** Biết đồ thị của một trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** như hình vẽ. Đó là hàm số nào?

**A.** $y=-x^3+3x$. **B.** $y=-x^4-3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

**Câu 128:** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ song song với trục hoành là

**A.** không. **B.** ba. **C.** hai. **D.** một.

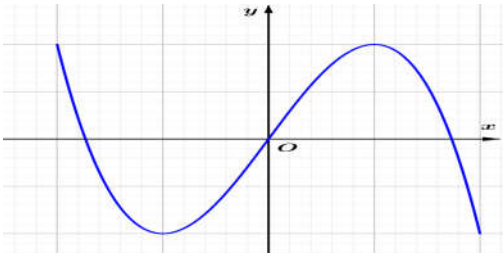
**Câu 129:** Các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=x-m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $m>-5$.

**C.** $m<-1$. **D.** $m<-5$ hoặc $m>-1$.

**Câu 130:** Biết đồ thị của một trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** như hình vẽ. Đó là hàm số nào?

**A.** $y=-x^3+3x$. **B.** $y=-x^4-3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.




**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Đồ thị trong hình vẽ có 2 điểm cực trị nên ta loại **B** và **C**.

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a<0$ ta chọn phương án **A**.

**Câu 131:** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ song song với trục hoành là

**A.** không. **B.** ba. **C.** hai. **D.** một.

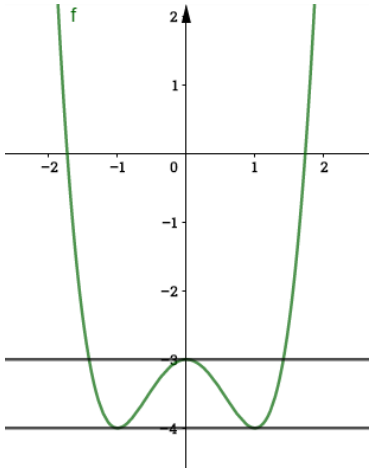
**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Tiếp tuyến song song với trục hoành thì sẽ có hệ số góc bằng $0 \Rightarrow$ tiếp điểm là cực trị hàm số

Ta có $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right. \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 3 cực trị

( Ở đây có thể nhớ nhanh hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 cực trị khi $ab<0$ )



Hàm số trùng phương có hai cực trị đối xứng qua $Oy$ $\rightarrow$ một tiếp tuyến

Hàm số trùng phương có một cực trị khác thuộc $Oy$ $\rightarrow$ một tiếp tuyến nữa

Vậy có hai tuyến song song với trục hoành.

**Câu 132:** Các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là

**A.** $-5 < m < -1$.

**B.** $m > -5$.

**C.** $m < -1$.

**D.** $m < -5$ hoặc $m > -1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+1}{x+1} = x - m \Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(x-m) \Leftrightarrow x^2 - x(1+m) - m - 1 = 0 \quad (*)$$

Đường thẳng $d: y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 + (m+1) - (m+1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - 4(-m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -5 \\ m > -1 \end{array}\right.$$

**Câu 133:** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số $y = -x^3 + 3x$.

**B.** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

**C.** Hàm số $y = x^3 - 3x$.

**D.** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

**Câu 134:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

**A.** $-2$.

**B.** $1$.

**C.** $2$.

**D.** $-1$.

**Câu 135:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-1; +\infty)$.

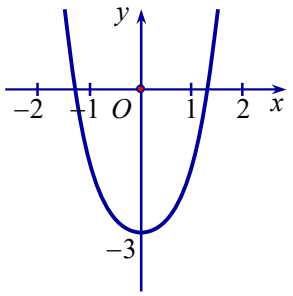
**B.** $(-1; 1)$.

**C.** $(-\infty; 1)$.

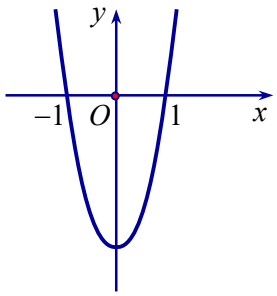
**D.** $(-\infty; -1)$.

**Câu 136:** Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$?

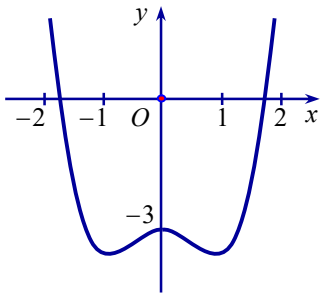
**A.**



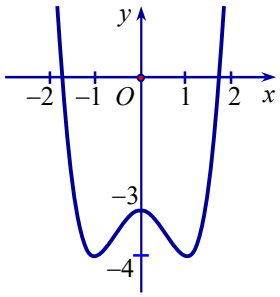

**B.**




**C.**




**D.**




**Câu 137:** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số $y=-x^3+3x$.

**B.** Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$.

**C.** Hàm số $y=x^3-3x$.

**D.** Hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$ và $y'=0$ có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=1$.

Vậy hàm số đã cho là $y=x^3-3x$.

**Câu 138:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

**A.** $-2$.

**B.** $1$.

**C.** $2$.

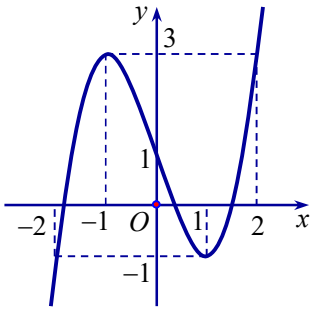
**D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định nghĩa về cực trị thì hàm số có hai cực trị.

**Câu 139:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

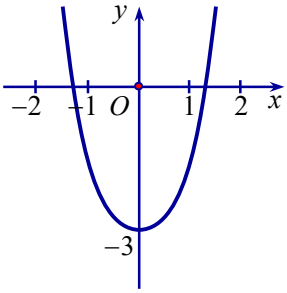
**Lời giải**

**Chọn D**

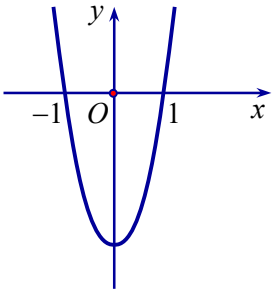
Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 140:** Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=x^4+2x^2-3$?

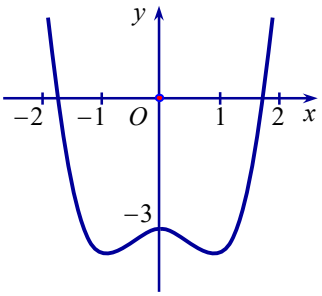
**A.**



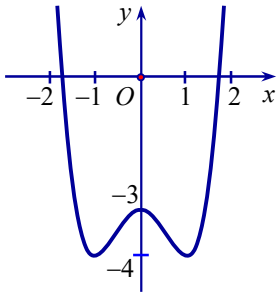

**B.**




**C.**




**D.**




**Lời giải**

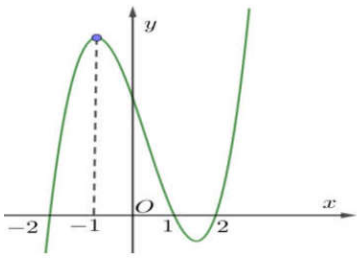
**Chọn B**

Đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-3$

➲ có 1 điểm cực trị vì $ab>0 \Rightarrow$ loại C, D.

➲ cắt trục hoành tại hai điểm $x=\pm 1$ nên Chọn B

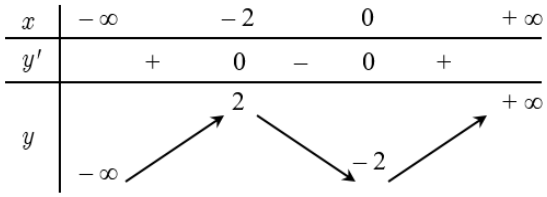
**Câu 141:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình dưới đây




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Câu 142:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:



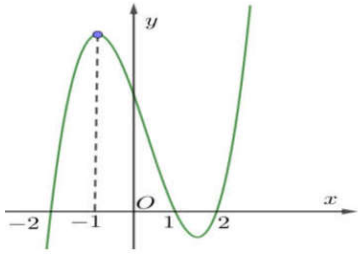

Tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $f(x)=m$ có đúng một nghiệm là

**A.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[-2;2]$.

**Câu 143:** Điểm cực đại của hàm số $y=x^3-3x+1$ là

**A.** $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

**Câu 144:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình dưới đây




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

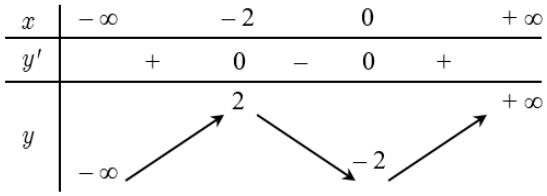
**A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Nhìn hình vẽ ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 145:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:




Tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $f(x)=m$ có đúng một nghiệm là

**A.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[-2;2]$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

**Câu 146:** Điểm cực đại của hàm số $y=x^3-3x+1$ là

**A.** $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng xét dấu của $y'$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.

**Câu 147:** Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Câu 148:** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ là

**A.** $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

**Câu 149:** Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Lập bảng biến thiên ta được hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

**Câu 150:** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ là

**A.** $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

**Lời giải**

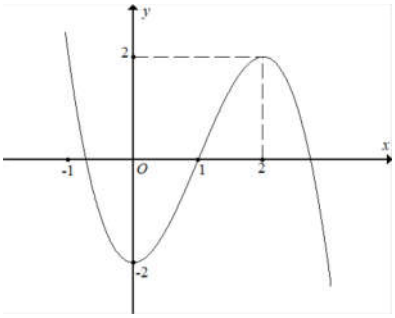
**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x \to (-2)^-} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

**Câu 151:** Cho hàm số $y = \dfrac{2018}{x-2}$ có đồ thị $(H)$. Số đường tiệm cận của $(H)$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 152:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(0;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Câu 153:** Tìm điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$

**A.** $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

**Câu 154:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{-3x+2}$ là.

**A.** $y=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $y=\frac{2}{3}$. **D.** $x=-\frac{1}{3}$.

**Câu 155:** Đồ thị hàm số $y=-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 156:** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là:

**A.** Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 157:** Cho hàm số $y=\frac{2018}{x-2}$ có đồ thị $(H)$. Số đường tiệm cận của $(H)$ là

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

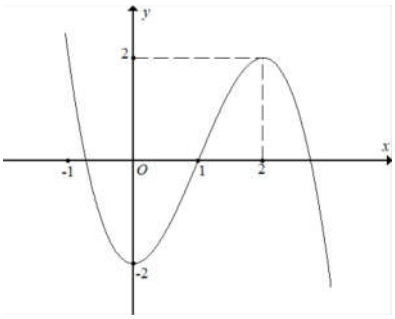
$D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của $(H)$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của $(H)$.

Vậy $(H)$ có hai đường tiệm cận.

**Câu 158:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(0;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 159:** Tìm điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$

**A.** $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^2-4x+3$.

$y''=2x-4$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$; $y''(1)=-2<0$.

$y''(3)=2>0$. Vậy điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ là $x=3$.

**Câu 160:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{-3x+2}$ là.

**A.** $y=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $y=\frac{2}{3}$. **D.** $x=-\frac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x-1}{-3x+2}=-\frac{1}{3}$. Vậy $y=-\frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 161:** Đồ thị hàm số $y=-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành:

$-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-1\\x^2=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm nên đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm.

**Câu 162:** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là:

**A.** Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Vậy hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định, tức là $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**Câu 163:** Tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$ là

**A.** Tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=-1$.

**B.** Tiệm cận ngang $x=-1$, tiệm cận đứng $y=\dfrac{1}{2}$.

**C.** Tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=1$.

**D.** Tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=-1$.

**Câu 164:** Tính thể tích $V$ của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$.

**A.** $V=abc$. **B.** $V=\dfrac{abc}{3}$. **C.** $V=\dfrac{abc}{2}$. **D.** $V=\dfrac{abc}{6}$.

**Câu 165:** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

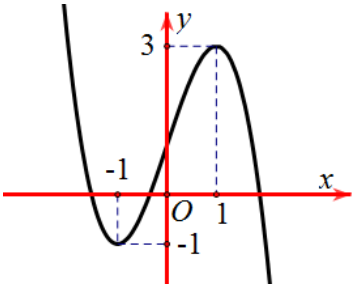
**A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**D.** Hàm số đồng biến với mọi $x\neq 1$.

**Câu 166:** Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

**Câu 167:** Tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$ là

**A.** Tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=-1$.

**B.** Tiệm cận ngang $x=-1$, tiệm cận đứng $y=\dfrac{1}{2}$.

**C.** Tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=1$.

**D.** Tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận đứng $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-1}{2x+2}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-1}{2x+2}=+\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{2x+2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 168:** Tính thể tích $V$ của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$.

**A.** $V=abc$. **B.** $V=\dfrac{abc}{3}$. **C.** $V=\dfrac{abc}{2}$. **D.** $V=\dfrac{abc}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng và có đáy là hình chữ nhật.

Vậy $V=h.S=AA'.AB.AD=abc$.

**Câu 169:** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

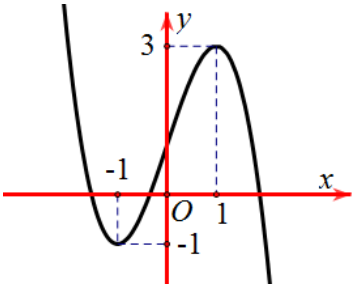
**D.** Hàm số đồng biến với mọi $x\neq 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\in(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 170:** Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc ba, $a<0$ và có hai điểm cực trị $(-1;-1)$ và $(1;3)$.

**Câu 171:** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

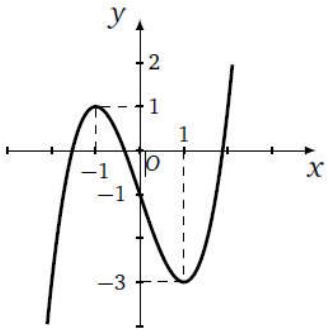
**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**Câu 172:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là




**A.** $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $M(-1;1)$. **D.** $M(1;-3)$.

**Câu 173:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ \| $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in[-2;2)$.

**Câu 174:** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là $y_1$ và $y_2$. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $3y_1-y_2=-1$. **B.** $3y_1-y_2=5$. **C.** $3y_1-y_2=1$. **D.** $3y_1-y_2=-5$.

**Câu 175:** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

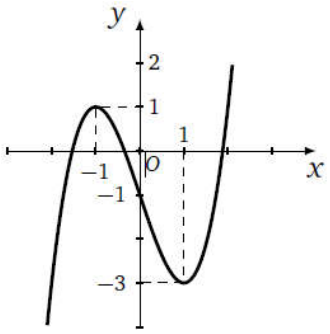
Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $f'(x)=x^3-4x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$.

BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, ta có **A**, **C**, **D** đúng nên **B** sai.

**Câu 176:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là




**A.** $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $M(-1;1)$. **D.** $M(1;-3)$.

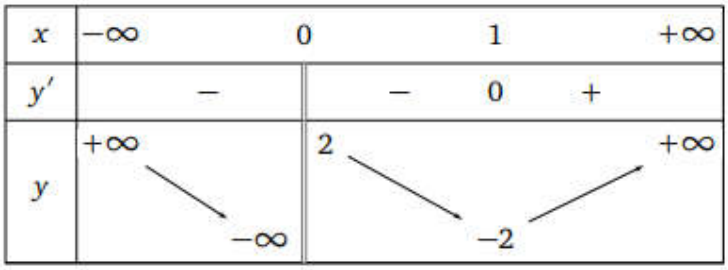
**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy, $f'(x)$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" khi đi qua $x=1$ và $f(1)=-3$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-3)$.

**Câu 177:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?




**A.** $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in[-2;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên suy ra $m\in(-2;2)$.

**Câu 178:** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là $y_1$ và $y_2$. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $3y_1-y_2=-1$. **B.** $3y_1-y_2=5$. **C.** $3y_1-y_2=1$. **D.** $3y_1-y_2=-5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

$y_1=y_{CD}=y(\pm1)=2$, $y_2=y_{CT}=y(0)=1$.

Vậy $3y_1-y_2=5$.

**Câu 179:** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3-x}$.

**A.** $y=-2$. **B.** $y=\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=3$.

**Câu 180:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng $K$ và $x_0\in K$. Tìm mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau:

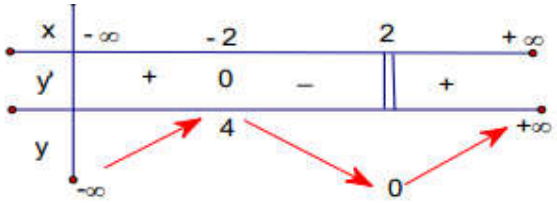
**A.** Nếu hàm số đạt cực đại tại $x_0$ thì $f''(x_0)<0$.

**B.** Nếu hàm số đạt cực đại tại $x_0$ thì tồn tại $a<x_0$ để $f'(a)>0$.

**C.** Nếu hàm số đạt cực trị tại $x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

**D.** Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x_0$.

**Câu 181:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2$.

**B.** Hàm số có GTLN bằng $4$ và GTNN bằng $0$.

**C.** Hàm số có đúng một cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Câu 182:** Tìm GTLN của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

**A.** 2. **B.** 20. **C.** 18. **D.** $-2$.

**Câu 183:** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3-x}$.

**A.** $y=-2$. **B.** $y=\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{3-x}=-2$ nên $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 184:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng $K$ và $x_0\in K$. Tìm mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau:

**A.** Nếu hàm số đạt cực đại tại $x_0$ thì $f''(x_0)<0$.

**B.** Nếu hàm số đạt cực đại tại $x_0$ thì tồn tại $a<x_0$ để $f'(a)>0$.

**C.** Nếu hàm số đạt cực trị tại $x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

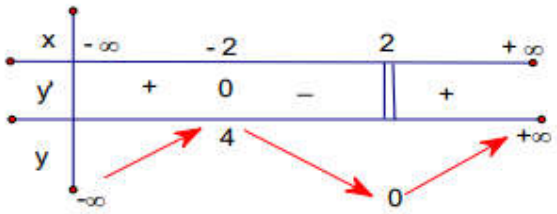
**D.** Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x_0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Định lí 2 trang 16 SGK, Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì $x_0$ là điểm cực đại, chiều ngược lại của định lí không đúng. Ví dụ hàm số $y=-x^4$ đạt cực đại tại $x_0=0$ nhưng $f''(0)=0$.

**Câu 185:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2$.

**B.** Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

**C.** Hàm số có đúng một cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đáp án A sai vì giá trị cực đại bằng 2.

Đáp án B sai vì không có GTNN và GTLN

Đáp án C sai vì có hai cực trị do $f'(x)=0$ hoặc không xác định tại $x_0$ và qua $x_0$ đổi dấu

**Câu 186:** Tìm GTLN của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

**A.** 2. **B.** 20. **C.** 18. **D.** $-2$.

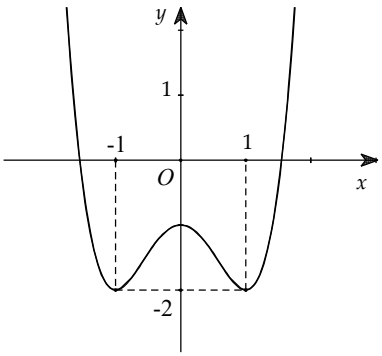
**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 2$; $f(2) = -2$; $f(4) = 18$.

**Câu 187:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau




Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Câu 188:** Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

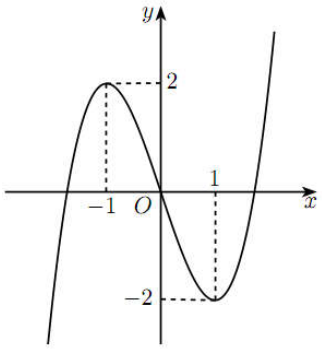
**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -4$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

**Câu 189:** Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

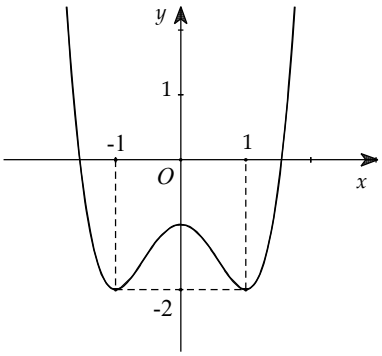
**Câu 190:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:




Khi đó $y = f(x)$ là hàm số nào sau đây?

**A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 + x^2 - 4$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

**Câu 191:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị của hàm số ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

**Câu 192:** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-4$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

**Câu 193:** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

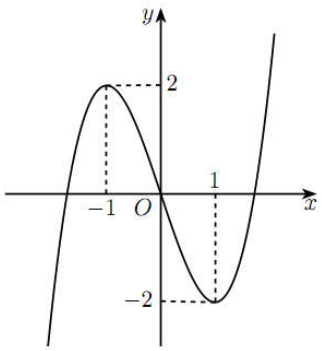
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{2x+1}=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^{+}}\dfrac{x-1}{2x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^{-}}\dfrac{x-1}{2x+1}=+\infty$.

Theo định nghĩa đồ thị của hàm số có hai đường tiệm cận là $x=-\dfrac{1}{2}$ và $y=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 194:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:




Khi đó $y=f(x)$ là hàm số nào sau đây?

**A.** $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3+x^2-4$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại phương án C, D.

Từ dáng điệu hàm số suy ra hệ số của $x^3$ phải dương nên loại thêm phương án B.

**Câu 195:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2$.

**B.** Hàm số có GTLN bằng $4$ và GTNN bằng $0$.

**C.** Hàm số có đúng một cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Câu 196:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2$.

**B.** Hàm số có GTLN bằng $4$ và GTNN bằng $0$.

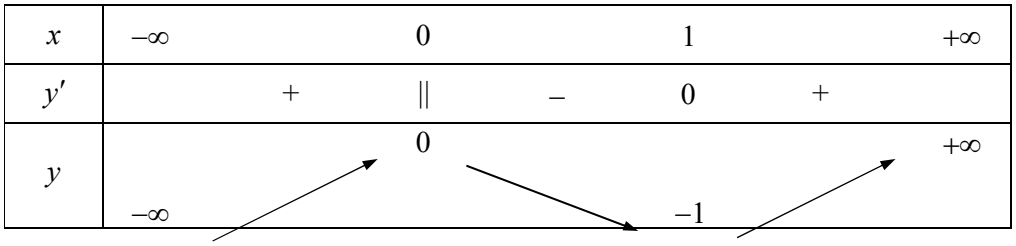
**C.** Hàm số có đúng một cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 197:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây **sai**?

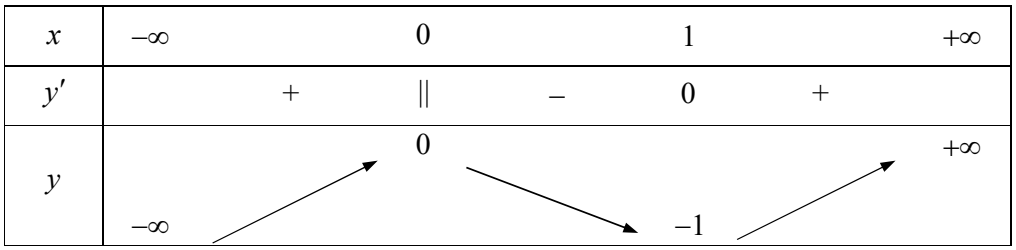
**A.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**B.** Hàm số có đúng $2$ cực trị.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 198:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**B.** Hàm số có đúng $2$ cực trị.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1$.

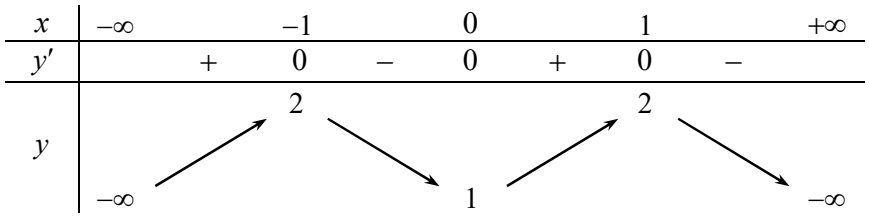
**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

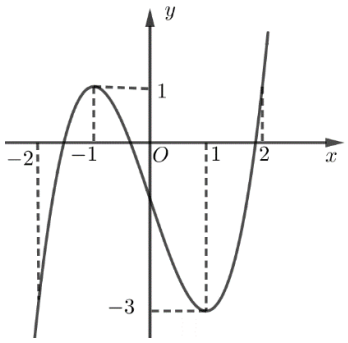
**Câu 199:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Câu 200:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



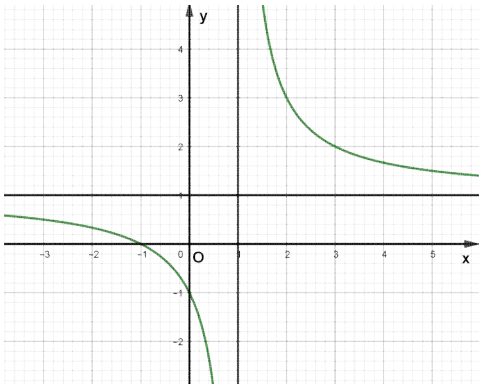

Hàm số đạt cực đại tại điểm

**A.** $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

**Câu 201:** Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$.

**Câu 202:** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

**Câu 203:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

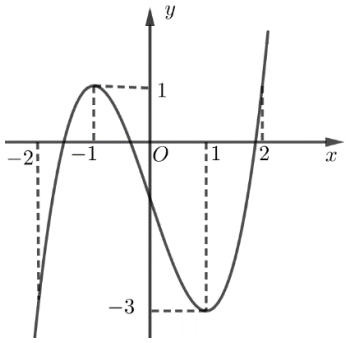
**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 204:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau




Hàm số đạt cực đại tại điểm

**A.** $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta có hàm số đạt cực đai tai điểm $x=-1$.

**Câu 205:** Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

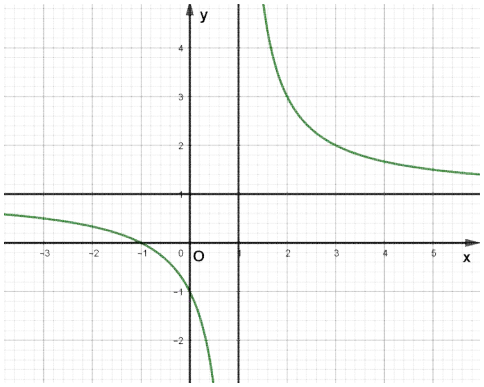
**A.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}=\dfrac{(x+2)(x+1)}{x+1}=x+2$. Suy ra hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ không có tiệm cận đứng.

**Câu 206:** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

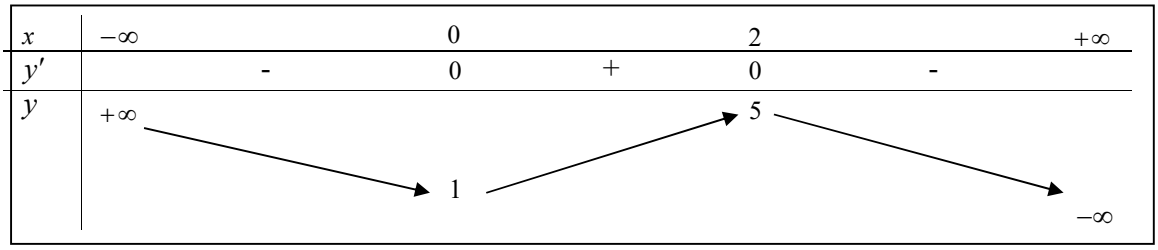
**Lời giải**

**Chọn B**

Căn cứ vào đồ thị ta xác định được $y'<0$ .

Chỉ duy nhất hàm số ở câu B thỏa mãn nên đáp án đúng là B.

**Câu 207:** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

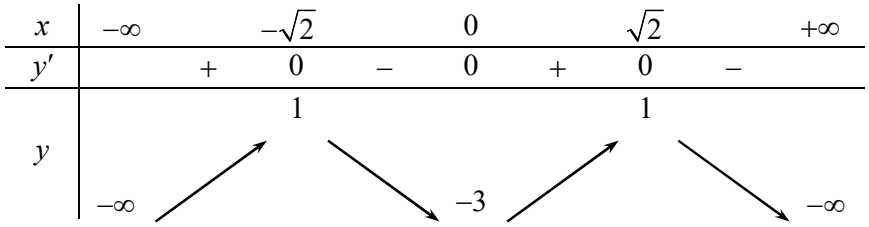



**A.** $(1;5)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Câu 208:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

**A.** $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

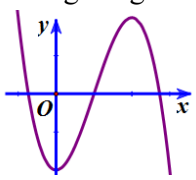
**Câu 209:** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau




Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

**A.** $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2}$.

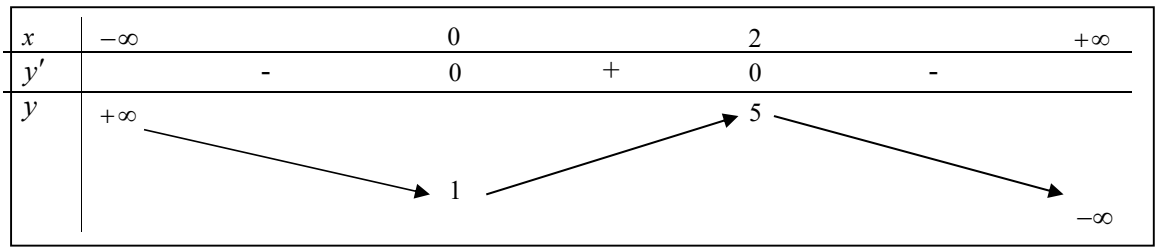
**Câu 210:** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^4+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.

**C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2+1$.

**Câu 211:** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(1;5)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 212:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

**A.** $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

**Câu 213:** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

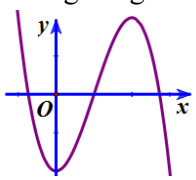
Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

**A.** $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 214:** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^4+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.

**C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2+1$.

**Lời giải**

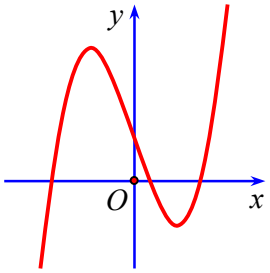
**Chọn C**

Đồ thị hàm bậc 3 có $a<0$.

**Câu 215:** Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 216:** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^2-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-3x+1$.

**Câu 217:** Hàm số $y=x^4$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Câu 218:** Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

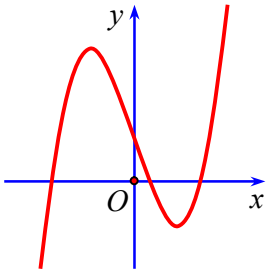
**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\in D$ nên hàm số đã cho không có cực trị.

**Câu 219:** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^2-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho là hàm số bậc ba.

Vậy ta chọn hàm số $y=x^3-3x+1$.

**Câu 220:** Hàm số $y=x^4$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trong khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 221:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

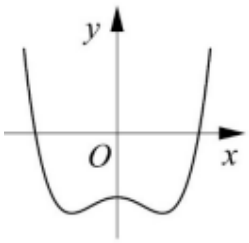
**A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $3$. **D.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $0$.

**Câu 222:** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-3}$

**A.** $x=2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

**Câu 223:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^3-x^2-1$. **B.** $y=-3x^3+x^2-1$. **C.** $y=2x^4-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

**Câu 224:** Tìm giá trị $m$ nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

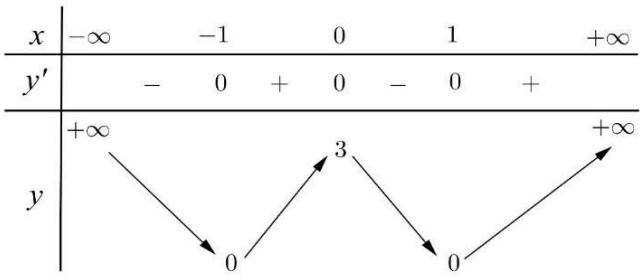
**A.** $m=-2$. **B.** $m=11$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

**Câu 225:** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+4)$ có đồ thị $(C)$. Mệnh đề nào dưới dây đúng?

**A.** $(C)$ cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm.

**C.** $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm. **D.** $(C)$ không cắt trục hoành.

**Câu 226:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.




Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

**A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $3$. **D.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta có: hàm số có giá trị cực đại bằng $3$ nên D sai.

**Câu 227:** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-3}$

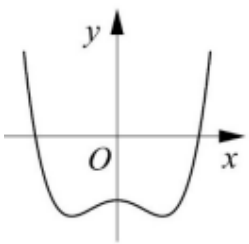
**A.** $x=2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-5}{x-3}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-5}{x-3}=-\infty \Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 228:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



**A.** $y=x^3-x^2-1$. **B.** $y=-3x^3+x^2-1$. **C.** $y=2x^4-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có $3$ cực trị nên loại **A**, **B** và ham số có $a>0$ nên loại **D**, chọn **C.**

**Câu 229:** Tìm giá trị $m$ nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $m=-2$. **B.** $m=11$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$, $y'=f'(x)=3x^2-14x+11$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ (n)\\ x=\dfrac{11}{3}\ (l)\end{array}\right.$.

Ta có $f(1)=3$, $f(0)=-2$, $f(2)=0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m=-2$.

**Câu 230:** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+4)$ có đồ thị $(C)$. Mệnh đề nào dưới dây đúng?

**A.** $(C)$ cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm.

**C.** $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm. **D.** $(C)$ không cắt trục hoành.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và trục hoành

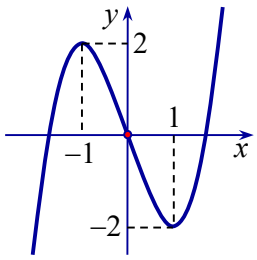
$$(x-2)(x^2+4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ x^2+4=0\end{array}\right.\Rightarrow x=2.$$

Do phương trình hoành độ giao điểm có một nghiệm nên đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

**Câu 231:** Hàm số $y=x^2+4x+9$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 232:** Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây.




**A.** $f(x)=-x^3+3x$.

**B.** $f(x)=x^3-3x$.

**C.** $f(x)=x^3-3x+1$.

**D.** $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

**Câu 233:** Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Câu 234:** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^4+18x^2-1$ là

**A.** $(-3;80)$ và $(3;80)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

**Câu 235:** Hàm số $y=x^2+4x+9$ đồng biến trên khoảng

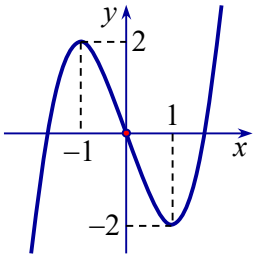
**A.** $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số bậc hai $y=x^2+4x+9$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

**Câu 236:** Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây.




**A.** $f(x)=-x^3+3x$. **B.** $f(x)=x^3-3x$. **C.** $f(x)=x^3-3x+1$. **D.** $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị đi qua gốc tọa độ và có điểm cực đại $(-1;2)$ và điểm cực tiểu $(1;-2)$.

**Câu 237:** Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+3}{x^2-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ngoài ra $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x+3}{x^2-1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

**Câu 238:** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^4+18x^2-1$ là

**A.** $(-3;80)$ và $(3;80)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

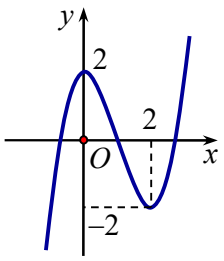
Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=-4x^3+36x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-1\\ x=\pm 3\Rightarrow y=80\end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $80$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $80$ | ↘ | $-\infty$ |

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;-1)$.

**Câu 239:** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(0;+\infty)$.
**B.** $(0;2)$.
**C.** $(-\infty;2)$.
**D.** $(-2;2)$.

**Câu 240:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

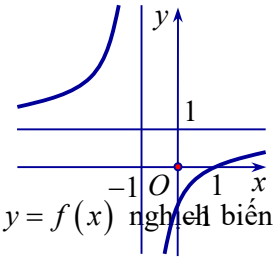
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $y=2$.
**B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.
**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$
**D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Câu 241:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

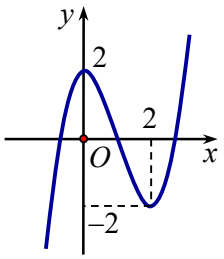
**A.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$.
**B.** $y=-x^3+3x^2+3x+1$.
**C.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$.
**D.** $y=x^4+x^2$.

**Câu 242:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.
**B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.
**C.** $y=\dfrac{x+4}{x+1}$.
**D.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$.

**Câu 243:** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(0;+\infty)$.
**B.** $(0;2)$.
**C.** $(-\infty;2)$.
**D.** $(-2;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 244:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $y=2$.
**B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$ **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

**Câu 245:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3x+1$.

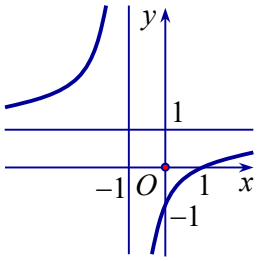
**C.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^4+x^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận nganglà đường thẳng $y=3$.

**Câu 246:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+4}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=1$ nên ta chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Câu 247:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $3$ | ↗ | $7$ | ↘ | $-\infty$ |

Giá trị cực tiểu $y_0$ của hàm số là

**A.** $y_0=0$. **B.** $y_0=2$. **C.** $y_0=7$. **D.** $y_0=3$.

**Câu 248:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $3$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Chọn khẳng định **sai**.

**A.** Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$.
**B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.
**C.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.
**D.** $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

**Câu 249:** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị
**A.** $y=x^3-6x^2+9x-5$.
**B.** $y=-x^4-3x^2+4$.
**C.** $y=x^3-3x^2+3x-5$.
**D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

**Câu 250:** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x}$ và đồ thị hàm số $y=x^2+x+1$ có hai điểm chung, kí hiệu $(x_1,y_1)$, $(x_2,y_2)$ là tọa độ hai điểm đó. Tìm $y_1+y_2$.
**A.** $y_1+y_2=4$.
**B.** $y_1+y_2=6$.
**C.** $y_1+y_2=2$.
**D.** $y_1+y_2=0$.

**Câu 251:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $7$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Giá trị cực tiểu $y_0$ của hàm số là
**A.** $y_0=0$.
**B.** $y_0=2$.
**C.** $y_0=7$.
**D.** $y_0=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giá trị cực tiểu $y_0$ của hàm số là $y_{CT}=y(0)=3$

**Câu 252:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Chọn khẳng định sai.
**A.** Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$.
**B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.
**C.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.
**D.** $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$. Suy ra A sai.

**Câu 253:** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị
**A.** $y=x^3-6x^2+9x-5$.
**B.** $y=-x^4-3x^2+4$.
**C.** $y=x^3-3x^2+3x-5$.
**D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số bậc ba $y=x^3-6x^2+9x-5$, $y'=3x^2-12x+9$, $y'=0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc ba $y=x^3-3x^2+3x-5$, $y'=3x^2-6x+3$, $y'=0$ có nghiệm kép nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y=-x^4-3x^2+4$, $y'=-4x^3-6x$, $y'=0$ có một nghiệm nên đồ thị hàm số có một điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y=2x^4-4x^2+1$, $y'=8x^3-8x$, $y'=0$ có ba nghiệm nên đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

**Câu 254:** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x}$ và đồ thị hàm số $y=x^2+x+1$ có hai điểm chung, kí hiệu $(x_1,y_1)$, $(x_2,y_2)$ là tọa độ hai điểm đó. Tìm $y_1+y_2$.

**A.** $y_1+y_2=4$. **B.** $y_1+y_2=6$. **C.** $y_1+y_2=2$. **D.** $y_1+y_2=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2x+1}{x}=x^2+x+1 \overset{x\neq 0}{\Leftrightarrow} x^3+x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=3 \\ x=-1\Rightarrow y=1 \end{array}\right.$$

Do đó $y_1+y_2=4$.

**Câu 255:** Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $5$ | | $8$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

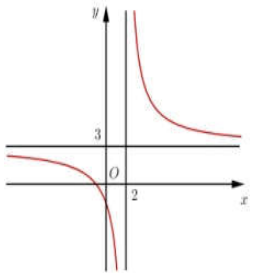
**A.** Hàm số có đúng một cực trị.

**B.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $2$.

**C.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $0$ và giá trị lớn nhất bằng $2$.

**D.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $5$.

**Câu 256:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực.

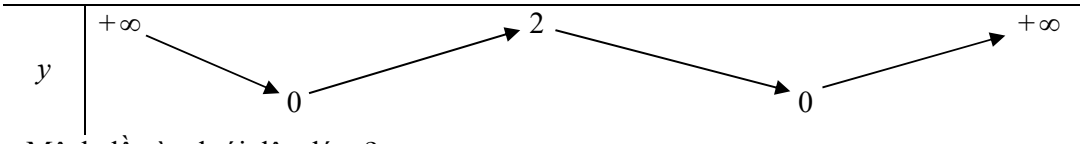



Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

**A.** $y'>0$, $\forall x\neq 2$. **B.** $y'>0$, $\forall x\neq 3$. **C.** $y'<0$, $\forall x\neq 2$. **D.** $y'<0$, $\forall x\neq 3$.

**Câu 257:** Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $5$ | | $8$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số có đúng một cực trị.

**B.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $2$.

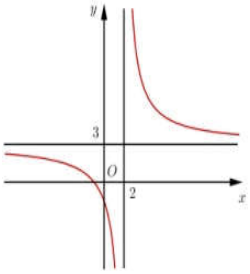
**C.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $0$ và giá trị lớn nhất bằng $2$.

**D.** Giá trị cực đại của hàm số bằng $5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 258:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

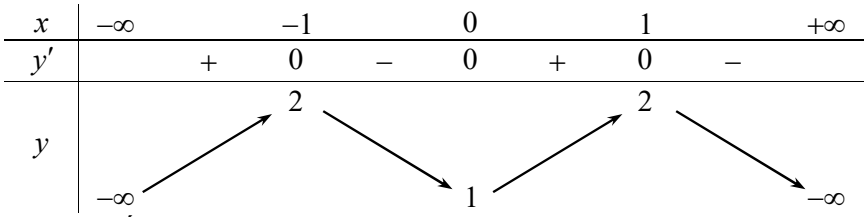
**A.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 3$. **C.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số giảm trên từng khoảng xác định nên $y'<0$ với $\forall x\neq 2$.

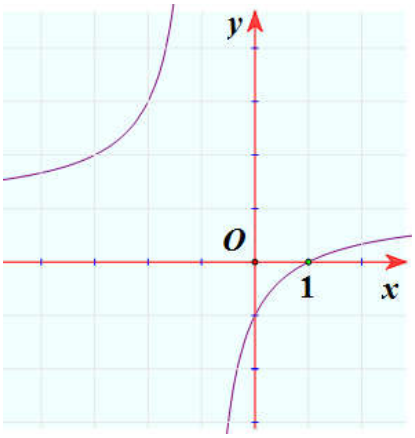
**Câu 259:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Giá trị cực tiểu của hàm số là

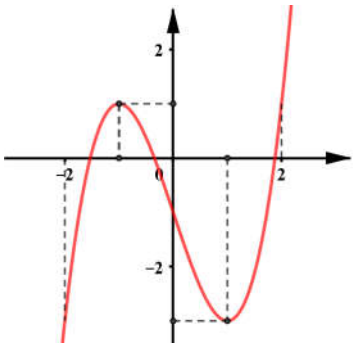
**A.** $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

**Câu 260:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Câu 261:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;2)$.

**B.** $(-2;-1)$.

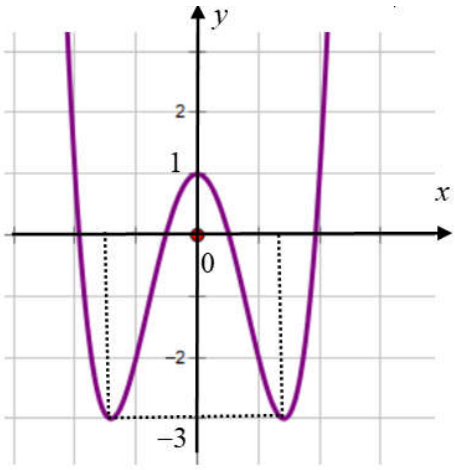
**C.** $(-2;1)$.

**D.** $(-1;1)$.

**Câu 262:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

**Câu 263:** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên




Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 264:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** 4. **B.** $-5$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

**Câu 265:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Giá trị cực tiểu của hàm số là

**A.** $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

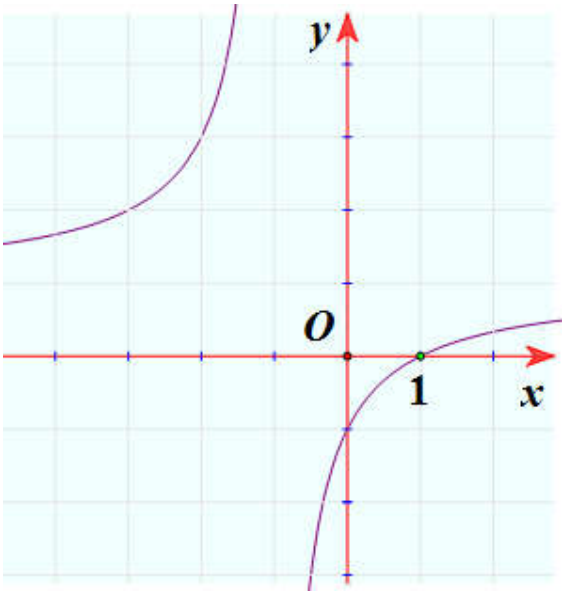
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Khi đó giá trị cực tiểu $y=1$.

**Câu 266:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



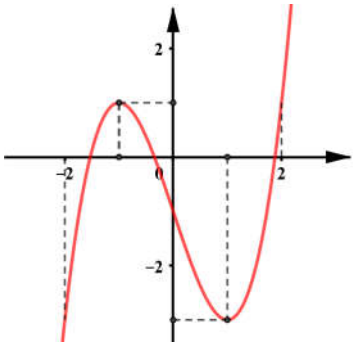

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên chọn A.

**Câu 267:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;2)$.

**B.** $(-2;-1)$.

**C.** $(-2;1)$.

**D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị nhận thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 268:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang ?

**A.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

**Lời giải.**

**Chọn B**

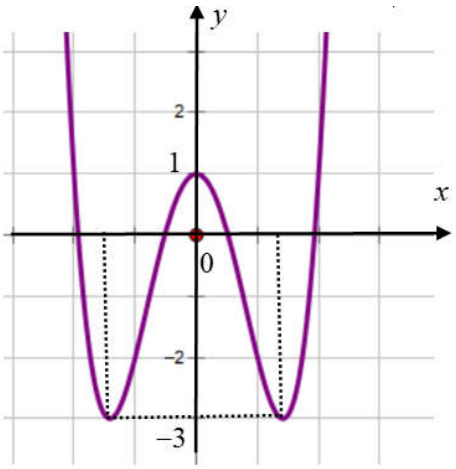
❍ Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ có TXĐ $D=[-2;2]\setminus\{0\}$ nên nó không có TCN.

❍ Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ có TXĐ $D=[1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên nó có TCN $y=0$.

❍ Hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$ và bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên nó không có TCN.

❍ Hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ có TXĐ $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên nó không có TCN.

**Câu 269:** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên




Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

$f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-3\ (*)$.

Số nghiệm phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-3$.

Dựa vào đồ thị thấy có 2 giao điểm suy ra phương trình $(*)$ có 2 nghiệm.

**Câu 270:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** 4. **B.** $-5$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

**Lời giải**

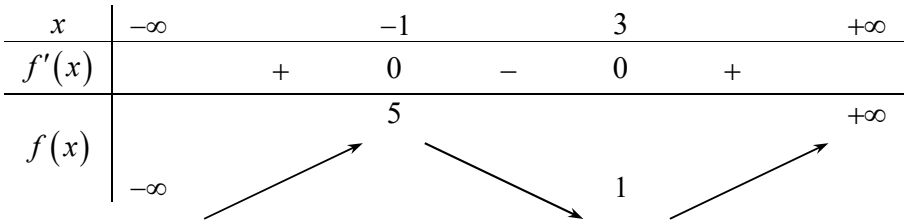
**Chọn C**

$f'(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}; f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

$f(0)=4; f(1)=3; f(2)=\dfrac{10}{3}$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)=3$.

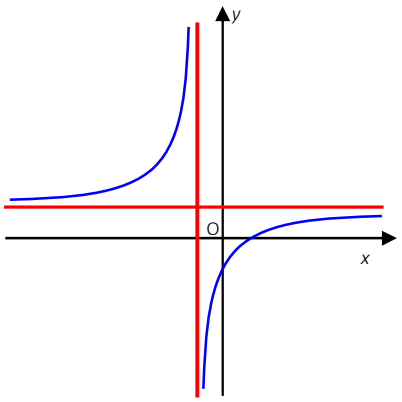
**Câu 271:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:




Phương trình $f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

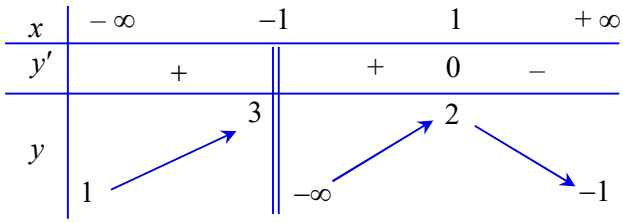
**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 272:** Hình bên là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Câu 273:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên




Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.

**B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.

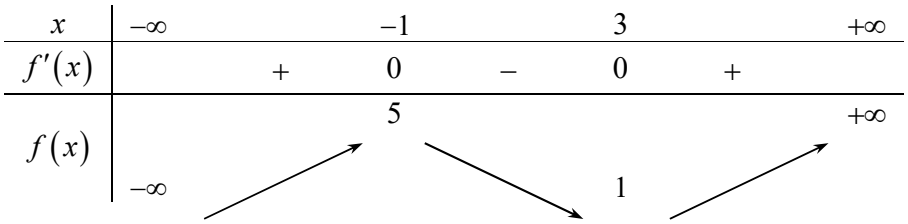
**C.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

**D.** Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

**Câu 274:** Cho hàm số $y=-x^4+2017x^2-2018$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 275:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



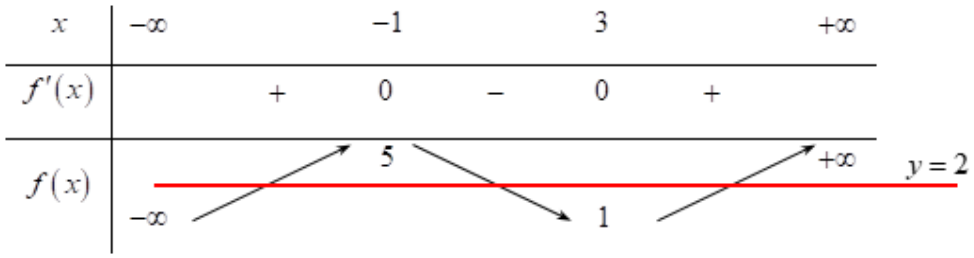

Phương trình $f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

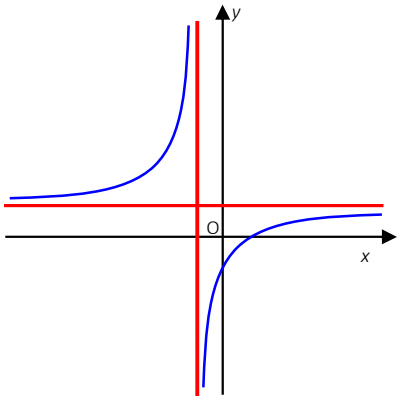
**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ có số nghiệm là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và $y=2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm




**Câu 276:** Hình bên là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

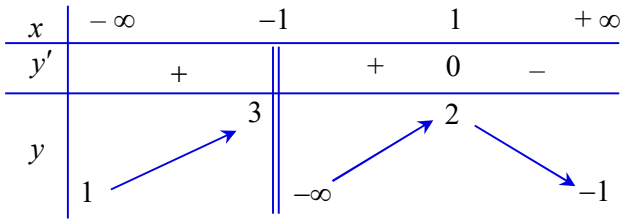
Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị hàm $y=\dfrac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow$ loại **B, D.**

Từ trái sang phải, hàm số đi lên $\Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét đáp án **A,** ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét đáp án **C,** ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0 \Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ nghịch biến $\rightarrow$ loại **C.**

**Câu 277:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên




Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.

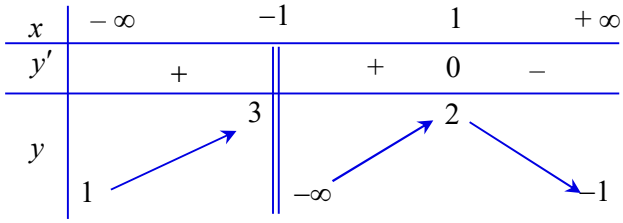
**B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

**D.** Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

* Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

* Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.

* $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.

* $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

**Câu 278:** Cho hàm số $y=-x^4+2017x^2-2018$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

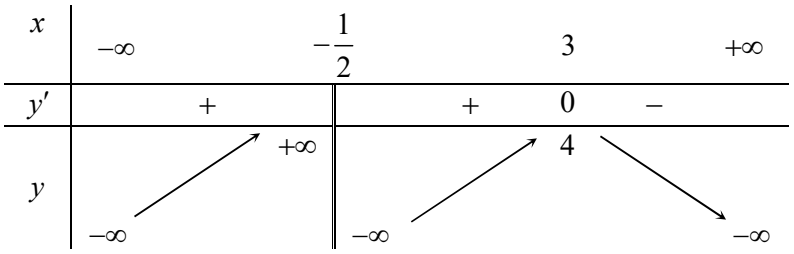
**Chọn D**

Hàm số đã cho là hàm trùng phương có $ab<0$ nên đồ thị của nó có 3 điểm cực trị.

**Câu 279:** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

**A.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$.

**Câu 280:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

**Câu 281:** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

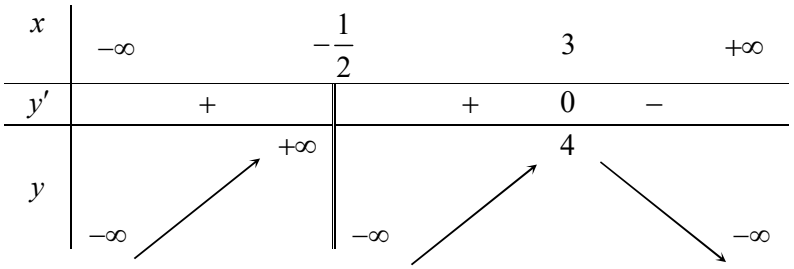
**A.** $y=\frac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\frac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y=\frac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{-2x+3}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số $y=\frac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0;-4)$.

**Câu 282:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(3;+\infty)$.

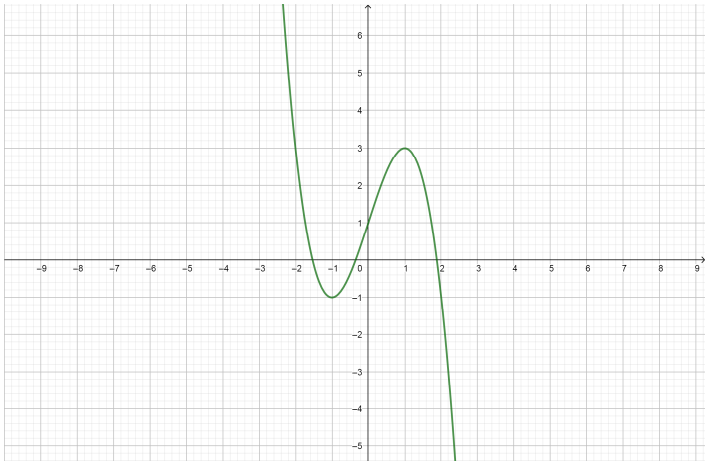
**Câu 283:** Tìm số đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$.

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 284:** Tìm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (với $m$ là tham số thực).

**A.** $0$. **B.** $m$. **C.** $2$. **D.** $-4+m$.

**Câu 285:** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



**A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

**C.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 1$.

**Câu 286:** Tìm số đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x-2}{x+1} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim\limits_{x \to (-1)^-} \dfrac{x-2}{x+1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to (-1)^+} \dfrac{x-2}{x+1} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**Câu 287:** Tìm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (với $m$ là tham số thực).

**A.** $0$. **B.** $m$. **C.** $2$. **D.** $-4+m$.

**Lời giải**

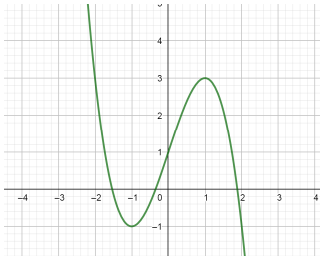
**Chọn B**

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Mà $y'' = 6x - 6$ và $y''(0) = -6 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy cực đại của hàm số bằng $y(0) = m$.

**Câu 288:** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



**A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

**C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $x^3$ âm và có hai điểm cực trị. Theo đáp án **chọn B**

**Câu 289:** Xét các mệnh đề sau

I. Hàm số $y=-(x-1)^3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

II. Hàm số $y=\ln(x-1)-\dfrac{x}{x-1}$ đồng biến trên tập xác định của nó.

III. Hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 290:** Xét các mệnh đề sau

I. Hàm số $y=-(x-1)^3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

II. Hàm số $y=\ln(x-1)-\dfrac{x}{x-1}$ đồng biến trên tập xác định của nó.

III. Hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=-(x-1)^3 \Rightarrow y'=-3(x-1)^2\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên khẳng định I đúng.

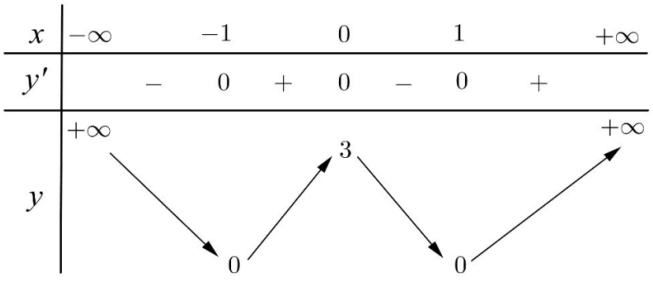
Hàm số $y=\ln(x-1)-\dfrac{x}{x-1}$ có tập xác định $D=(1;+\infty)$ và $y'=\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)^2}>0$ với mọi $x\in D$. Vậy khẳng định II đúng.

Hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}>0$ với mọi $x\in D$. Vậy khẳng định III đúng.

**Câu 291:** Tìm tìm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$.

**A.** $x=3$. **B.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

**Câu 292:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số có giá trị cực tiểu bằng.

**A.** $3$. **B.** $-1$ **C.** $1$. **D.** $0$.

**Câu 293:** Tìm tìm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$.

**A.** $x=3$. **B.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

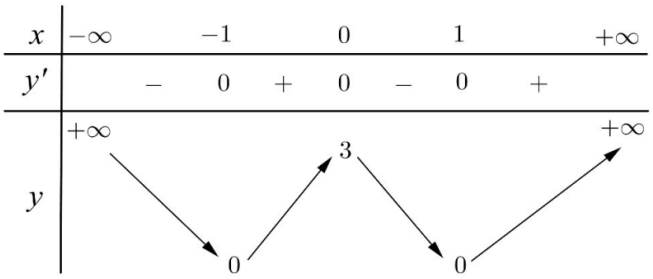
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x+1}{x-2}=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x+1}{x-2}=-\infty$

Nên tiệm cận ngang của hàm số trên là đường thẳng: $x=2$.

**Câu 294:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây




Hàm số có giá trị cực tiểu bằng.

**A.** $3$. **B.** $-1$ **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát bảng biến thiên ta có: hàm số có giá trị cực tiểu bằng $0$.

**Câu 295:** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+x^2-5$ đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $K(-5;0)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $P(0;-5)$. **D.** $N(1;-3)$.

**Câu 296:** Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x-\dfrac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của $AB$ là?

**A.** $\left(0;\dfrac{-2}{3}\right)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

**Câu 297:** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+x^2-5$ đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $K(-5;0)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $P(0;-5)$. **D.** $N(1;-3)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=-x^3+x^2-5$, ta có: $x=0\Rightarrow y=-5$.

Vậy điểm $P(0;-5)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số.

**Câu 298:** Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x-\frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của $AB$ là?

**A.** $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-x^2+1$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Tọa độ hai điểm cực trị là $A(1;0)$, $B\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$. Vậy tọa độ trung điểm $AB$ là $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$.

**Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm ?

**A.** $Q(3;\ 1)$. **B.** $M(1;\ 3)$. **C.** $P(7;-1)$. **D.** $N(-1;\ 7)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

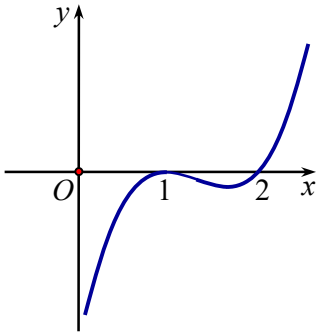
Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'' = 6x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y''(1) = 6 > 0 \\ x = -1 \Rightarrow y''(-1) = -6 < 0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow$ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là $M(1;\ 3)$.

**Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải.

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x) > 0$ khi $x \in (2;+\infty) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

**Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $+\infty$ | | $\searrow$ | $+\infty$ |
| | | | | | $-4$ | $\nearrow$ | |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

**A.** $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

**Lời giải.**

**Chọn A**

Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đường $y = f(x)$ và $y = m$: là đường thẳng song song với trục $Ox$ cắt $Oy$ tại điểm có tung độ $m$.

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên có $m\in(-4;2)$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Đường thẳng $y=2x-1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x-1$ và đồ thị

$(C): y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$

$\dfrac{x^2-x-1}{x+1}=2x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x^2-x-1=(2x-1)(x+1)\end{cases}$ (2)

Ta có $(2)\Leftrightarrow x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$ ( thỏa mãn điều kiện $x\neq -1$ )

Suy ra $d$ và $(C)$ có hai điểm chung.

**Câu 5: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;\ 3]$ bằng.

**A.** $\dfrac{52}{3}$. **B.** 20. **C.** 6. **D.** $\dfrac{65}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}; y'=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in[1;\ 3]\\ x=-2\notin[1;\ 3]\end{array}\right.$

Ta có: $f(1)=5; f(2)=4; f(3)=\dfrac{13}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=5;\ \min\limits_{[1;3]} y=4\Rightarrow \max\limits_{[1;3]} y.\min\limits_{[1;3]} y=20$

**Câu 6: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x-2$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

**A.** $2x-y=0$ **B.** $2x-y-4=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x-y-3=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $M$ là tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số. Theo giả thiết: $M(1;-2)$

Gọi $k$ là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại $M$.

Ta có $y'=2x-1$, $k=y'(1)=1$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=1(x-1)-2\Leftrightarrow x-y-3=0$

**Câu 7: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$?

**A.** $y(-1)=7$. **B.** $y(-1)=11$ **C.** $y(-1)=-11$ **D.** $y(-1)=-35$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Theo bài cho ta có: $\begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ a+b+c+d=-7 \\ 8a+4b+2c+d=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ 7a+3b+c=-1 \\ d=-7-a-b-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-9 \\ c=12 \\ d=-12 \end{cases}$

Suy ra: $y=2x^3-9x^2+12x-12$. Do đó, $y(-1)=-35$.

**Câu 8: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=-x^3+2x^2-7x$. **B.** $y=-4x+\cos x$. **C.** $y=-\dfrac{1}{x^2+1}$. **D.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$.

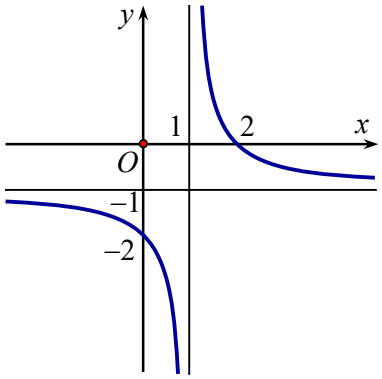
**Lời giải**

**Chọn C**

Với $y=-\dfrac{1}{x^2+1}$ ta có $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$

$y'>0$ khi $x>0$ và $y'<0$ khi $x<0$ nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$

**Câu 9: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.




Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị ta thấy : Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$.Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có : $\begin{cases} \dfrac{a}{-1}=1 \\ \dfrac{b}{a}>1 \end{cases} \Leftrightarrow b<a=-1<0$.

**Câu 10:** **(THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Khi đó $a+b$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** $-4$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-6x+2a$; $y''=6x-6$

Để đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2;-2)$ cần có:

$$\begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=0 \\ 6.2-6>0 \\ 4a+b-4=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}.$$ Vậy $a+b=2$.

**Câu 11:** **(THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang ?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định : $\begin{cases} x^2-4x\ge 0 \\ x^2-3x\ge 0 \\ \sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \ \vee x\ge 4 \\ x\le 0 \ \vee x\ge 3 \\ x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x<0 \ \vee x\ge 4$.

Nên tập xác định : $D=(-\infty;\ 0)\cup[4;\ +\infty)$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1-\frac{4}{x}}+x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{-x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{-1}=-2 \Rightarrow$$ đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{4}{x}}-x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{4}{x}}-\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{-1}=2 \Rightarrow$$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

**Câu 12:** **(THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

**A.** 2. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=6x^2-12x=6x(x-2)$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=2 \end{array}\right.$. Khi đó : $y_1=y(0)=1-m$ và $y_1=y(2)=-7-m$

Để hai giá trị cực trị trái dấu cần có : $y_1.y_2<0 \Leftrightarrow (1-m)(-m-7)<0 \Leftrightarrow -7<m<1$.

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$.

**Câu 13: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập $D=(-\infty;-1]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. Tính giá trị $T$ của $m.M$.

**A.** $T=\dfrac{1}{9}$ **B.** $T=\dfrac{3}{2}$ **C.** $T=0$ **D.** $T=-\dfrac{3}{2}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$. Tập xác định $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)\setminus\{2\}$ .

$$y'=\frac{\dfrac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}}-\sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2}=\frac{-2x+1}{\sqrt{x^2-1}(x-2)^2}$$

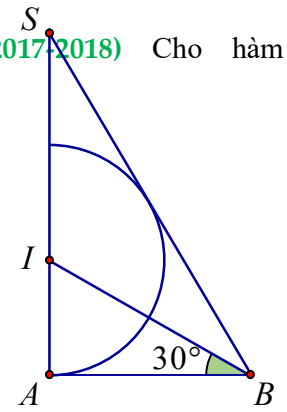
$y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | | $\frac{3}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $0$ | | $0$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | $-1$ | | | | | ↘ | $-\sqrt{5}$ |

Từ bảng biến thiên suy ra $M=0;\ m=-\sqrt{5}$

Vậy $M.m=0$

**Câu 14: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x+\sin 2x+2017$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.




**A.** $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

**C.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=1+2\cos 2x$, $y'=0 \Leftrightarrow 1+2\cos 2x=0 \Rightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Lại có $y''=-4\sin 2x$,

$y''\left(\frac{\pi}{3}+k\pi\right)=-4\sin\left(2\left(\frac{\pi}{3}+k\pi\right)\right)=-2\sqrt{3}<0$ nên $x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ là các điểm cực đại ;

$y''\left(-\frac{\pi}{3}+k\pi\right)=-4\sin\left(2\left(-\frac{\pi}{3}+k\pi\right)\right)=2\sqrt{3}>0$ nên $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ là các điểm cực tiểu.

**Câu 15:** **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2x-1+\sqrt{4x^2-4}$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

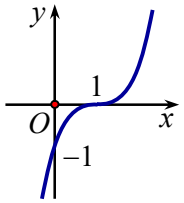
**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-1+\sqrt{4x^2-4}\right)=+\infty$;

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\left(2x-1+\sqrt{4x^2-4}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{(2x-1)^2-\left(4x^2-4\right)}{2x-1-\sqrt{4x^2-4}}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x+5}{2x-1-\sqrt{4x^2-4}}=\frac{-4}{2+2}=-1.$$

Nên đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

**Câu 16:** **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ. Hỏi $(C)$ là đồ thị của hàm số nào ?



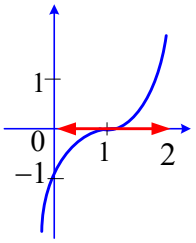

**A.** $y=x^3+1$. **B.** $y=(x-1)^3$. **C.** $y=(x+1)^3$. **D.** $y=x^3-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$.

$a>0$; $x=0\Rightarrow y=-1$; $y=0\Rightarrow x=1$ suy ra đáp án **B** hoặc **D.**




Mặt khác $y=(x-1)^3\Rightarrow y'=3(x-1)^2=0\Rightarrow x=1$; nên tiếp tuyến tại $M(1;0)$ trùng với trục $Ox$.

**Câu 17: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2} + m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của $m$ là

**A.** $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = 2\sqrt{2}$. **C.** $m = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m = -\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D = [-2;\ 2]$

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$$f(2) = 2 + m;\ f(-2) = -2 + m;\ f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2} + m$$

Nên giá trị lớn nhất là: $2\sqrt{2} + m = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \sqrt{2}$.

**Câu 18: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \ne 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

**C.** Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số luôn có cực trị.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} x^3 \left( a + \dfrac{b}{x} + \dfrac{c}{x^2} + \dfrac{d}{x^3} \right) = \begin{cases} \pm\infty & \text{khi } a > 0 \\ \mp\infty & \text{khi } a < 0 \end{cases}$

Khi đó

↳ Mệnh đề A sai khi $a > 0$.

↳ Mệnh đề B đúng.

↳ Mệnh đề C sai khi $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$.

↳ Mệnh đề D sai khi $b^2 - 3ac \le 0$.

**Câu 19: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x + 4}{x - m}$ có tiệm cận đứng.

**A.** $m \ne -2$. **B.** $m > -2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m < -2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

YCBT $\Leftrightarrow$ Phương trình $x - m = 0$ có nghiệm khác $-2 \Rightarrow m \ne -2$.

**Câu 20: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m > 1$. **B.** $m \le -1$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m \ge -1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=m-\cos x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\ge \sin x,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\ge 1$.

**Câu 21: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3-3x+2m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m\in(-2;2)$. **B.** $m\in(-1;1)$.

**C.** $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $x^3-3x+2m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x=2m \quad (*)$

Xét hàm số $y=-x^3+3x$ có đồ thị là $(C)$ và đường thẳng $d: y=2m$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ phụ thuộc vào số giao điểm của đồ thị hàm số $(C)$ và đường thẳng $d$

Ta có: $y'=-3x^2+3$, cho $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Nhìn bảng biến thiên suy ra:

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi $-2<2m<2 \Leftrightarrow -1<m<1$.

**Câu 22: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

**A.** $y=x^4+5x^2-1$. **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1$.

**C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=-\left(x^2-1\right)^2-1\le -1,\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó đồ thị của hàm số này nằm dưới $Ox$.

Nhận xét có thể lập bảng biến thiên và kết luận.

**Câu 23: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét $y=x^3-3x^2+2$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Khi $x = 0 \Rightarrow y = 2; x = 2 \Rightarrow y = -2$

Hàm số này thỏa mãn các tính chất trên bảng biến thiên.

**Câu 24: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đạo hàm: $y' = -4x^3 + 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 2 \\ y = 2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Dựa vào BBT chọn đáp án **B.**

**Câu 25: [2D1- 1] (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây.**

□□

**Hàm số đó là hàm số nào?**

**A.** □

**B.** □

**C.** □

**D.** □

**Lời giải**

**Chọn B**

**Nhận xét : Nhìn vào đồ thị ta thấy □ nên loại B**

**Đồ thi hàm số đi qua điểm □. Thay vào từng đáp án ta chọn đáp án B.**

**Câu 26: [2D1 - 4] (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số □ có đạo hàm là hàm số □ với đồ thị như hình vẽ bên.**

□□

**Biết rằng đồ thị hàm số □ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?**

A.  B.  C.  D.

Lời giải

Chọn A

Ta có

Đồ thị hàm số  đi qua các điểm , và  nên ta có

 và .

Gọi tiếp điểm của đồ thị hàm số  và trục hoành là  với

Tiếp tuyến có hệ số góc

. Vì .

 thuộc đồ thị hàm số

Khi đó  Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là .

**Câu 27:** [2D1- 1] (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

A.  B.  C. . D.

Lời giải

Chọn B

 với mọi  và .

Do đó hàm số không có điểm cực trị.

**Câu 28:** (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ là

**A.** $y = 2x + 4$. **B.** $y = -x + 2$. **C.** $y = 2x - 4$. **D.** $y = -2x + 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$, cho $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $(1;2)$, $(3;-2)$.

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 4$.

**Câu 29:** (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2 (x-1)^3 (2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1)^3(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 30: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số là $D=[0;2]$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ với $0<x<2$.

Ta có $y'=0 \Leftrightarrow x=1 \in (0;2)$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 31: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

**A.** $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Đạo hàm $y'=6x^2+6x-12$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \in [-1;2] \\ x=-2 \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $y(-1)=15$, $y(1)=-5$, $y(2)=6$.

Do đó $M=15$.

**Câu 32: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^3+\dfrac{3}{x}$ trên $(0;+\infty)$.

**A.** $m=4\sqrt[4]{3}$. **B.** $m=2\sqrt{3}$. **C.** $m=4$ **D.** $m=2$

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$.

Xét $y'=3x^2-\dfrac{3}{x^2}=\dfrac{3x^4-3}{x^2}$;

$y'=0\Rightarrow\begin{cases}3x^4-3=0\\x\in(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm1\\x\in(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Ta có $\begin{cases}y(1)=4\\\lim\limits_{x\to0^+}y=+\infty\\\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\end{cases}\Rightarrow m=\min\limits_{(0;+\infty)}y=4$ tại $x=1$.

**Câu 33: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

Ta có

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to1^+}y=\dfrac{-1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to1^-}y=\dfrac{-1}{2}$ nên đường thẳng $x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng

**Câu 34: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(8-2m)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

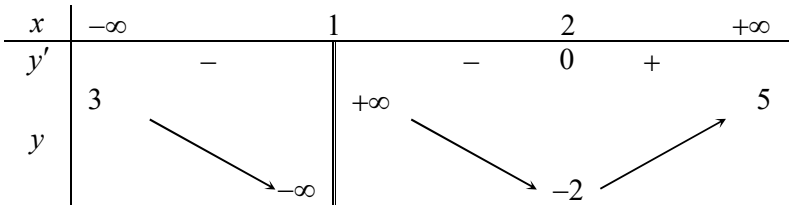
Ta có $y'=x^2-2mx+(8-2m)$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge0,\forall x\in\mathbb{R}$

( Dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$ )

ĐK: $\Delta\le0\Rightarrow m^2+2m-8\le0\Leftrightarrow-4\le m\le2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $m$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m=2$.

**Câu 35: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?




**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy:

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3 \\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận: có một tiệm cận đứng $x=1$ và hai tiệm cận ngang $y=3$ và $y=5$.

**Câu 36:** **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $3\sin x+m\cos x=5$ vô nghiệm.

**A.** $m>4$. **B.** $m<-4$. **C.** $|m|\ge 4$. **D.** $-4<m<4$.

**Lời giải**

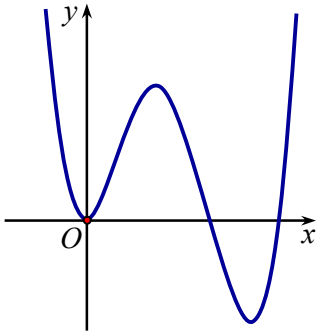
**Chọn D**

Ta có phương trình $a\sin x+b\cos x+c=0$ có nghiệm khi $a^2+b^2\ge c^2$. Vậy để phương trình vô nghiệm thì $a^2+b^2<c^2$.

Xét phương trình $3\sin x+m\cos x=5$ vô nghiệm khi $3^2+m^2<5^2\Leftrightarrow m^2<16\Leftrightarrow |m|<4$

Vậy $-4<m<4$.

**Câu 37:** **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?




**A.** Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $\exists x_1<x_2$ để $f'(x_1)=f'(x_2)=0$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

KL: Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Câu 38:** **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $A$ và $B$ là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Tính diện tích S của tam giác $OAB$ ($O$ là gốc tọa độ)

**A.** $S=2$. **B.** $S=4$. **C.** $S=1$. **D.** $S=3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=x^4-2x^2-1\Rightarrow y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Lại có $y''=12x^2-4\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y''(0)<0\\y''(\pm1)>0\end{array}\right.$

Do đó $x=0$ là điểm cực đại và $x=\pm1$ là điểm cực tiểu.

Với $x=\pm1\Rightarrow y=-2\Rightarrow A(1;-2),\ B(-1;-2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;0)\Rightarrow AB=|-2|=2.$

Đường thẳng $AB: y=-2\Rightarrow d(O;AB)=2\Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}AB.d(O;AB)=2.$

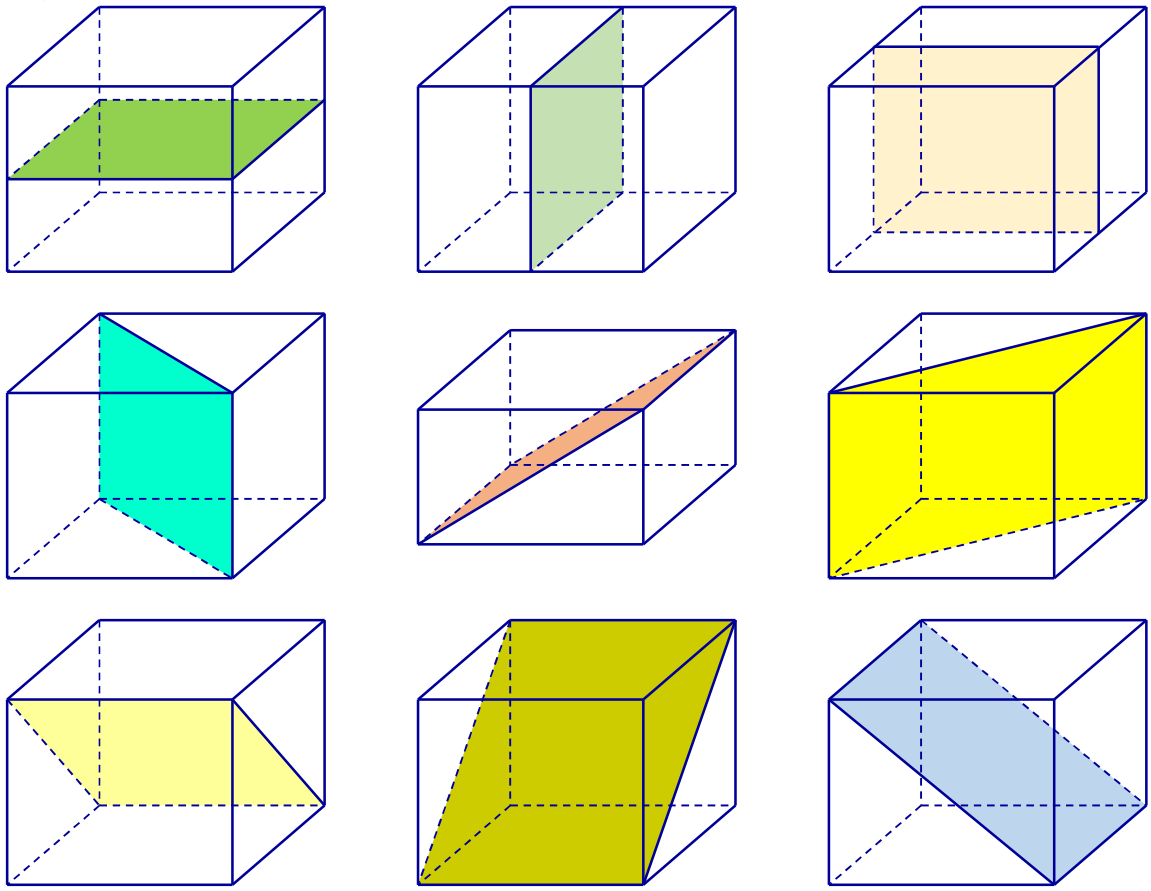
**Câu 39:**

**(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

**A.** $5$. **B.** $9$. **C.** $7$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B**



Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là trung điểm của $AB$, $BC$, $CD$, $DA$.

Gọi $M'$, $N'$, $P'$, $Q'$ lần lượt là trung điểm của $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$.

Và $R$, $S$, $T$, $U$ lần lượt là trung điểm của $AA'$, $BB'$, $CC'$, $DD'$.

Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có 9 mặt phẳng đối xứng như sau

a) 3 mặt phẳng đối xứng chia chia nó thành 2 khối hộp chữ nhật là các mặt phẳng $MPP'M'$, $NQQ'N'$, $RSTU$.

b) 6 mặt phẳng đối xứng chia nó thành 2 khối lăng trụ tam giác là: $ACC'A'$, $BDD'B'$, $AB'C'D$, $A'BCD'$, $ABC'D'$, $A'B'CD$.

**Câu 40:** **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được ba đồ vật?

**A.** $3!C_8^2C_6^3$. **B.** $C_8^2C_6^3$. **C.** $A_8^2A_6^3$. **D.** $3C_8^2C_6^3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Việc chia đồ vật trong bài toán được tiến hành theo các bước sau

- Bước 1: Chia $8$ đồ vật thành $3$ nhóm đồ vật nhỏ ( một nhóm có $2$ vật , hai nhóm còn lại mỗi nhóm có $3$ đồ vật ) , có $C_8^2C_6^3C_3^3 = C_8^2C_6^3$ cách
- Bước $2$ : Chia $3$ nhóm đồ ở bước 1 cho $3$ người ,có $3!$ cách

Vậy có $3!C_8^2C_6^3$ cách.

**Câu 41: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t)=-t^3+6t^2$ với $t$ là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian $t$. Tính thời điểm $t$ tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $t=3$. **B.** $t=4$. **C.** $t=1$. **D.** $t=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $v(t)=s'(t)=-3t^2+12t$ có đồ thị là Parabol, do đó $v(t)_{\max} \Leftrightarrow t=\dfrac{-12}{-6}=2$.

**Câu 42: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Khi đó $M-m$ bằng

**A.** 9. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số có tập xác định là $D=\left(-\infty;\dfrac{5}{4}\right]$, $[-1;1]\subset D$

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Ta có $y'=\dfrac{-2}{\sqrt{5-4x}}<0 \ \ \forall x\in[-1;1]$.

$y(1)=1,\ y(-1)=3 \Rightarrow M=3, m=1 \Rightarrow M-m=2$.

**Câu 43: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=x^2+x$. **B.** $y=x^4+x^2$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy hàm số $y=x^2+x$ là hàm số bậc hai do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra loại đáp án **A.**

Hàm số $y=x^4+x^2$ là hàm số trùng phương luôn có điểm cực trị do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra loại đáp án **B.**

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ nên loại đáp án **D.**

Vậy đáp án đúng là **C.**

*Cách khác:* Hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$ do đó hàm số luôn đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

**Câu 44: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-4$ |

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

**C.** Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

**Câu 45: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Xét hàm số $y=x+1-\dfrac{3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1;1)$.

**B.** Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$.

**C.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=1+\dfrac{3}{(x+2)^2}>0$ suy ra hàm số luôn đồng biến

Do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

**Câu 46: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4\sin x-5$.

**A.** $-20$. **B.** $-8$. **C.** $-9$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=\sin x, t\in[-1;1]$. Xét $f(t)=t^2-4t-5, t\in[-1;1]$.

$f'(t)=2t-4=0\Leftrightarrow t=2\notin[-1;1]$.

$f(1)=-8, f(-1)=0$.

Ta thấy $\min\limits_{[-1;1]} f(t)=f(1)=-8$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-8$.

**Câu 47: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}$

**A.** $T=[1;\ 9]$. **B.** $T=[2\sqrt{2};\ 4]$. **C.** $T=(1;\ 9)$. **D.** $T=[0;\ 2\sqrt{2}]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=[1;\ 9]$

$y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{9-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{9-x}=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge1\\9-x=x-1\end{cases}\Leftrightarrow x=5$.

$f(1)=f(9)=2\sqrt{2}$; $f(5)=4$

Vậy tập giá trị là $T=[2\sqrt{2};\ 4]$.

**Câu 48:** **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$ ?

**A.** $N(1;12)$. **B.** $M(1;-12)$. **C.** $P(1;0)$ **D.** $Q(0;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+6x+9$

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x+9=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Do đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1;-4)$ và $B(3;28)$.

Suy ra đường thẳng $AB$ có phương trình $8x-y+4=0$.

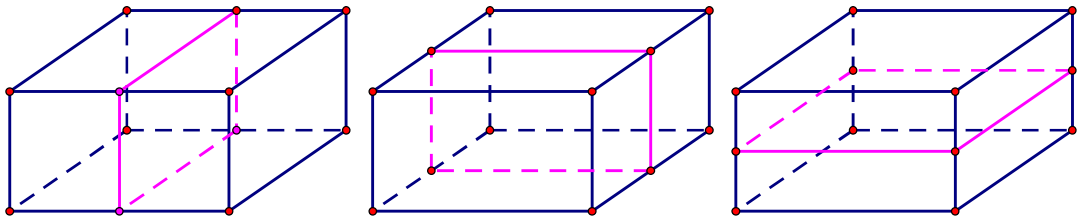
Thay $N(1;12)$ vào phương trình $AB$ ta có $8.1-12+4=0$. Vậy $N$ thuộc $AB$.

**Câu 49:** **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

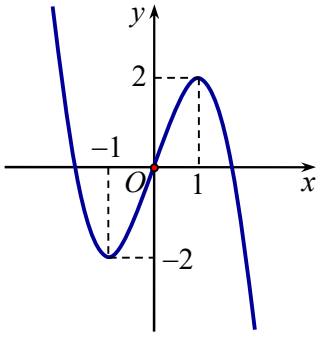
**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**



**Câu 50:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Lời giải

**Chọn C**

Vì $\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}=+\infty \end{array}\right.\Rightarrow$ Loại B và D.

Vì đồ thị hàm số đi qua gốc toạ độ nên Chọn C

**Câu 51: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Trên đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\dfrac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $10$. **D.** $6$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có $y=\dfrac{x+10}{x+1}=1+\dfrac{9}{x+1}$.

Điểm trên đồ thị hàm số có tọa độ nguyên nghĩa là $x\in\mathbb{Z};y\in\mathbb{Z}$.

Để $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow 9\vdots(x+1)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=\pm1\\x+1=\pm3\\x+1=\pm9\end{array}\right.$.

Vậy trên đồ thị hàm số có 6 điểm có tọa độ nguyên.

**Câu 52: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

**A.** $y=\sin|2016x|+\cos 2017x$. **B.** $y=2016\cos x+2017\sin x$.

**C.** $y=\cot 2015x-2016\sin x$. **D.** $y=\tan 2016x+\cot 2017x$.

Lời giải

**Chọn A**

Xét hàm số $y=f(x)=\sin|2016x|+\cos 2017x$. Tập xác định. $D=\mathbb{R}$..

Với mọi $x\in D$, ta có $-x\in D$.

Ta có $f(-x)=\sin|-2016x|+\cos(-2017x)=\sin|2016x|+\cos 2017x=f(x)$.

Vậy $f(x)$ là hàm số chẵn.

**Câu 53: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+mx+m$ ($m$ là tham số) luôn đi qua một điểm $M$ cố định có tọa độ là

**A.** $M(-1;-4)$. **B.** $M(1;-4)$. **C.** $M(-1;2)$. **D.** $M(1;-2)$.

Lời giải

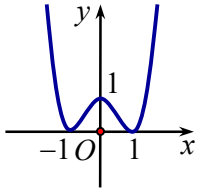
**Chọn A**

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ đồ thị luôn đi qua $\forall m$.

$\Rightarrow y_0=x_0^3-3x_0^2+mx_0+m\ \ \forall m\Rightarrow m(x_0+1)+x_0^3-3x_0^2-y_0=0\ \ \forall m$

$\Rightarrow\begin{cases}x_0+1=0\\x_0^3-3x_0^2-y_0=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_0=-1\\y_0=x_0^3-3x_0^2=-4\end{cases}\Rightarrow M(-1;-4)$.

**Câu 54: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** $a>0,\ b<0,\ c=1$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c=1$.

**C.** $a<0, b>0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

Lời giải

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án **C.**

+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án **D.**

+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

**Câu 55: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Khoảng cách giữa $A$ và $B$ là

**A.** $AB=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $AB=\dfrac{5}{2}$. **C.** $AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. **D.** $AB=\dfrac{2}{5}$.

Lời giải

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d$

$$\frac{2x-1}{x+1}=2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ 2x^2-3x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow y=1 \\ x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow y=-4 \end{array}\right. \Rightarrow A(2;1),\ B\left(-\frac{1}{2};-4\right)$$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-\dfrac{5}{2};-5\right)$. Suy ra $AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn $AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 56: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

**A.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac\geq 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a=b=c=0 \\ a<0; b^2-3ac<0 \end{array}\right.$.

**C.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac\leq 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a<0; b^2-3ac\leq 0 \end{array}\right.$.

Lời giải

**Chọn C**

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y'=3ax^2+2bx+c\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

Trường hợp 1: $a=b=0, c>0$

Trường hợp 1: $a\neq 0$, giải $\Delta'=b^2-3ac$

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$

**Câu 57: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ có hai điểm cực trị $A$, $B$. Khi đó phương trình đường thẳng $AB$ là

**A.** $y=-2x+1$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải

**Chọn A**

Thực hiện phép chia $y$ cho $y'$ ta được: $y=y'.\left(\dfrac{1}{3}x\right)+(-2x+1)$.

Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$.

Ta có: $\begin{cases} y_1 = y(x_1) = y'(x_1).\left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1+1) = -2x_1+1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2).\left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2+1) = -2x_2+1 \end{cases}$.

Ta thấy, toạ độ hai điểm cực trị $A$ và $B$ thoả mãn phương trình $y=-2x+1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y=-2x+1$.

**Câu 58:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)=2\sin x+\sin 2x$ trên đoạn $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ có giá trị lớn nhất là $M$, giá trị nhỏ nhất là $m$. Khi đó $M.m$ bằng

**A.** $-3\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

**Chọn A**

$f(x)=2\sin x+\sin 2x$, $x\in\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

$f'(x)=2\cos x+2\cos 2x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=-\cos x$.

$\Leftrightarrow \cos 2x=\cos(\pi-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\pi-x+k2\pi \\ 2x=-\pi+x+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=-\pi+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ nên $\Rightarrow x\in\left\{\frac{\pi}{3};\pi\right\}$.

$f(0)=0$ ; $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$; $f(\pi)=0$; $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-2$.

Vậy: $\begin{cases} m=\min\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]} f(x)=-2 \Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{2} \\ M=\max\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]} f(x)=\frac{3\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow M.n=-3\sqrt{3}$.

**Câu 59:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

**A.** $y=-3x-7$. **B.** $y=-3x+7$. **C.** $y=-3x+1$. **D.** $y=-3x-1$.

Lời giải

**Chọn D**

✓ Đạo hàm $y'=3x^2-6x$.

✓ Theo đề ta có phương trình $3x^2-6x=-3 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=-4$.

✓ Phương trình tiếp tuyến: $y=-3(x-1)-4 \Leftrightarrow y=-3x-1$.

**Câu 60:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Gọi $M$, $n$ lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2-2n$ bằng

**A.** 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

**Chọn A**

✓ Đạo hàm $y'=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0\Rightarrow x^2+4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y(-1)=1=m\\y(-3)=-3=M\end{array}\right.$.

✓ Bảng biến thiên:

✓ Khi đó $M^2-2n=(-3)^2-2.1=7$.

**Câu 61: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt thì tất cả các giá trị tham số $m$ thỏa mãn là

**A.** $m>1$. **B.** $-3\le m\le 1$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m<-3$.

Lời giải

**Chọn C**

✓ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

✓ Đạo hàm: $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

✓ Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

✓ Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ đường thẳng $y=m$ cắt các đường mũi tên tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<1$.

**Câu 62: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi:

**A.** $m>0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\ne 0$.

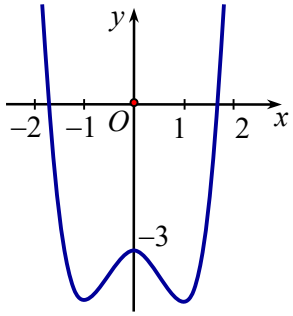
Lời giải

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-6x+m,\ y''=6x-6$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ thì $\left\{\begin{array}{l}y'(2)=0\\y''(2)>0\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}m=0\\6>0\end{array}\right.\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 63: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào dưới đây.




**A.** $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

**Chọn D**

Từ đồ thị ta có:

Hàm số có $3$ điểm cực trị nên loại A, B.

Hàm số có $x=1$ là điểm cực trị nên Chọn D

**Câu 64: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$.

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

Lời giải

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

**Câu 65: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-x^2+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số có $1$ điểm cực đại và $2$ điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số có $2$ điểm cực đại và $1$ điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có $1$ điểm cực trị.

**D.** Hàm số có $2$ điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-2x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | $0$ | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy: hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Nhận xét: Có thể giải nhanh bài toán như sau

Hàm số đã cho là hàm trùng phương có $a>0, b<0$ nên có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

**Câu 66: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị $(C)$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(C)$ cắt trục hoành tại $3$ điểm phân biệt. **B.** $(C)$ không cắt trục hoành.

**C.** $(C)$ cắt trục hoành tại $2$ điểm phân biệt. **D.** $(C)$ cắt trục hoành tại $1$ điểm.

Lời giải

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ với trục $Ox$:

$x(1-x)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right. \Rightarrow (C)$ cắt $Ox$ tại hai điểm phân biệt.

**Câu 67:** **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x(x^2-1)(x+2)^{2018}$.

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $1$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có $3$ nghiệm phân biệt là $x=0, x=1, x=-1$ và $f'(x)$ liên tục đổi dấu qua $3$ nghiệm đó nên hàm số có $3$ điểm cực trị.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

**Câu 68:** **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{-2x+3}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $y=x-3$.

**A.** $y=-x+3$ và $y=-x-1$. **B.** $y=-x-3$ và $y=-x+1$.

**C.** $y=x-3$ và $y=x+1$. **D.** $y=-x+3$ và $y=-x+1$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có $y=\dfrac{-2x+3}{x-1} \Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2} \quad \forall x\neq 1$

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=x-3$ và đồ thị $(C): y=\dfrac{-2x+3}{x-1}$ là nghiệm phương trình: $\dfrac{-2x+3}{x-1}=x-3 \ (1) \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Với $x=0 \Rightarrow y=-3$, $y'(0)=-1$, phương trình tiếp tuyến tại giao điểm $A(0;-3)$ là $y=-x-3$

Với $x=2 \Rightarrow y=-1$, $y'(2)=-1$, phương trình tiếp tuyến tại giao điểm $B(2;-1)$ là $y=-x+1$.

**Câu 69:** **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\dfrac{1}{x}$ trên $[1;3]$

**A.** $9$. **B.** $2$. **C.** $\sqrt{28}$. **D.** $0$.

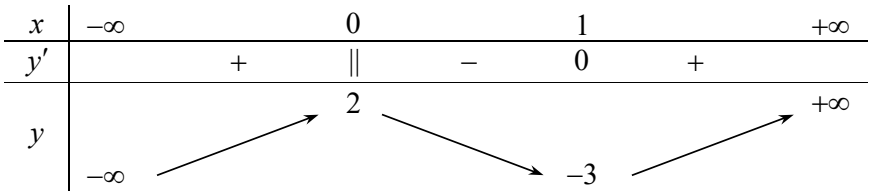
Lời giải

**Chọn D**

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$y'=1+\dfrac{1}{x^2}>0$ nên hàm số tăng trên từng khoảng xác định $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$; do đó tăng trên $[1;3]$. Vậy $\min\limits_{[1;3]} y=y(1)=0$.

**Câu 70:** **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.

**B.** Hàm số có một điểm cực trị.

**C.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

Lời giải

**Chọn C**

Tại $x=0$ và $x=1$ ta có $y'$ đổi dấu và $y$ tồn tại nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 71: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=3$. Khi đó đồ thị hàm số $y=2f(x)-4$ có một tiệm cận ngang là

**A.** $y=3$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B**

Chẳng hạn: hàm số $y=\dfrac{3x}{x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=3$ thì hàm số

$y=2f(x)-4=2.\dfrac{3x}{x-1}-4=\dfrac{2x+4}{x-1}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=2$.

**Câu 72: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-4x}{x-2}$ tại điểm có tung độ $y=-1$ là

**A.** $-10$. **B.** $\dfrac{9}{5}$. **C.** $-\dfrac{5}{9}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có: $y'=\dfrac{5}{(x-2)^2}$

Theo giả thiết: $y_0=-1\Leftrightarrow\dfrac{3-4x_0}{x_0-2}=-1\Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{3}$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là: $y'(x_0)=y'\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{9}{5}$.

**Câu 73: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2+m-1)x+1$ đạt cực trị tại 2 điểm $x_1;x_2$ thỏa mãn $|x_1+x_2|=4$.

**A.** $m=2$. **B.** Không tồn tại $m$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2+m-1$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - \left(m^2 + m - 1\right) > 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Do $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2m$

Theo giả thiết: $\left|x_1 + x_2\right| = 4 \Leftrightarrow \left|2m\right| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right.$. So điều kiện, ta nhận $m = -2$.

**Câu 74:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \dfrac{-1 - \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hai hàm số có ba giao điểm.

**Câu 75:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O$ làm trực tâm.

**A.** $m = 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** Không tồn tại $m$.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 0$.

Với $m > 0$ có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = 0 \Rightarrow y_A = 1 - m \Rightarrow A\left(0; 1 - m\right) \\ x_B = -\sqrt{m} \Rightarrow y_B = -m^2 - m + 1 \Rightarrow B\left(-\sqrt{m}; -m^2 - m + 1\right) \\ x_C = \sqrt{m} \Rightarrow y_C = -m^2 - m + 1 \Rightarrow C\left(\sqrt{m}; -m^2 - m + 1\right) \end{array}\right.$

$\Delta ABC$ nhận gốc tọa độ $O$ làm trực tâm $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} OA \perp BC \\ OB \perp AC \end{array}\right.$ $(*)$

$OA \perp BC$ luôn đúng nên $(*) \Leftrightarrow OB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0$. Ta có

$\overrightarrow{OB} = \left(-\sqrt{m}; -m^2 - m + 1\right), \overrightarrow{AC} = \left(\sqrt{m}; -m^2\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m^4 + m^3 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m\left(m + 1\right)^2\left(m - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right.$

Do $m > 0$ nên $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

**Câu 76:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** **Cho** hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $6$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có: $y=f\left(\left|x\right|\right)=\begin{cases}f\left(x\right) & \text{khi} \quad x\ge 0\\ f\left(-x\right) & \text{khi} \quad x<0\end{cases}$ nên bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ là:

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $f(0)$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Suy ra hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có ba nhiêu điểm cực trị.

**Câu 77: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5x^2+x+1}}{\sqrt{2x-1}-x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

**Chọn D**

Điều kiện $\begin{cases}5x^2+x+1\ge 0\\ 2x-1\ge 0\\ \sqrt{2x-1}-x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ 2x-1\ne x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}.\\ x\ne 1\end{cases}$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{5x^2+x+1}}{\sqrt{2x-1}-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{5+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{\sqrt{\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}}-1}=-\sqrt{5}$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=-\sqrt{5}$.

Do $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{5x^2+x+1}}{\sqrt{2x-1}-x}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{5x^2+x+1}}{\sqrt{2x-1}-x}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

**Câu 78: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=2\cos^3 x-\cos 2x$ trên đoạn $D=\left[-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right]$.

**A.** $\max\limits_{x\in D}f\left(x\right)=1;\min\limits_{x\in D}f\left(x\right)=\dfrac{19}{27}$.

**B.** $\max\limits_{x\in D}f\left(x\right)=\dfrac{3}{4};\min\limits_{x\in D}f\left(x\right)=-3$.

**C.** $\max\limits_{x\in D}f\left(x\right)=1;\min\limits_{x\in D}f\left(x\right)=-3$.

**D.** $\max\limits_{x\in D}f\left(x\right)=\dfrac{3}{4};\min\limits_{x\in D}f\left(x\right)=\dfrac{19}{27}$.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có $f(x)=2\cos^3 x-\cos 2x=2\cos^3 x-2\cos^2 x+1$.

Đặt $\cos x=t, x\in\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]\Rightarrow t\in\left[\frac{1}{2};1\right]$.

Hàm số trở thành $y=2t^3-2t^2+1$, có $y'=6t^2-4t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Ta có $y(1)=1;\ y\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{19}{27};y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$. Do đó $\max\limits_{x\in D}f(x)=1;\min\limits_{x\in D}f(x)=\frac{19}{27}$.

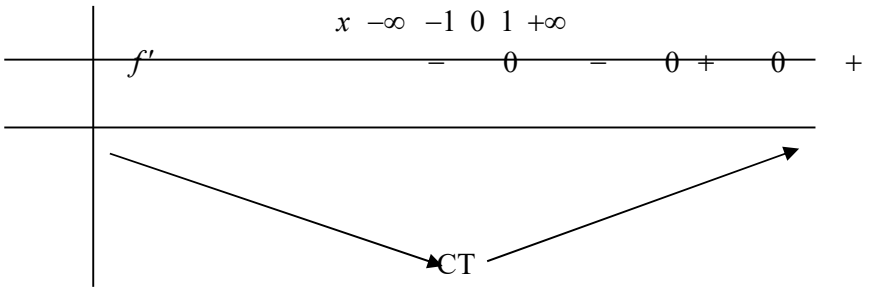
**Câu 79:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+1)^2$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** Có đúng 3 điểm cực trị.
**B.** Không có điểm cực trị.
**C.** Có đúng 1 điểm cực trị.
**D.** Có đúng 2 điểm cực trị.

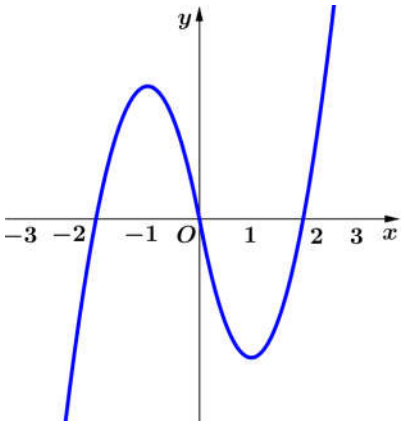
Lời giải

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=0\Rightarrow x=0;x=-1;x=1$.




**Câu 80:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**B.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**C.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

**D.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

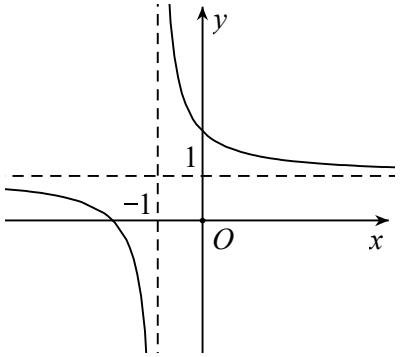
**Chọn D**

Dựa vào đồ thị của hàm $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $y_{CT}$ | $\nearrow$ | $y_{CĐ}$ | $\searrow$ | $y_{CT}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 81:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

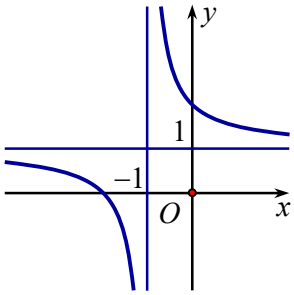



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

**A.** $b<0<a$. **B.** $0<a<b$. **C.** $a<b<0$. **D.** $0<b<a$.

Lời giải

**Chọn B**




$y'=\dfrac{a-b}{(x+1)^2}$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định và có đường tiệm cận ngang $y=1$.

Suy ra: $\begin{cases} y'<0 \\ \lim\limits_{x\to\pm y} =1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b<0 \\ a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b>1 \end{cases}$. Vậy $0<a<b$.

**Câu 82:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y=2x-\dfrac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$.

**A.** $x=2\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=-\frac{11}{4};x=2$. **C.** $x=1;x=2;x=3$. **D.** $x=-\frac{11}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\frac{x^2-1}{x+2}=2x-\frac{13}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-2\\-4x^2-3x+22=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-2\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\frac{11}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\frac{11}{4}\end{array}\right.$$

**Câu 83: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$.

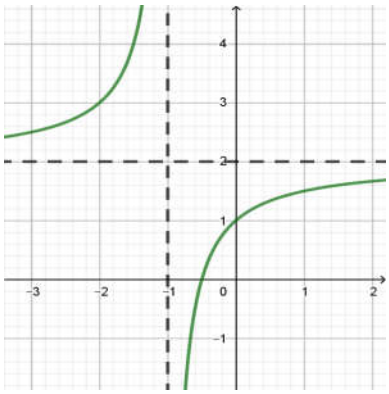
**A.** $1$. **B.** $-2$. **C.** $0$. **D.** $-5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\frac{3}{(-x+1)^2}>0\ \forall x\neq1\Rightarrow\min\limits_{[2;3]}y=y(2)=-5$.

**Câu 84: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị trên, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, tiệm cận ngang đường thẳng $y=2$ .và đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Xét hàm số: $y=\frac{2x+1}{x+1}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Tiệm cận đứng: $x=-1$.

Tiệm cận ngang: $y=2$.

**Câu 85: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;\frac{3}{5}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\frac{1}{5}$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\frac{1}{5}\Rightarrow y=-\frac{1}{5}$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=+\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to\frac{3}{5}^+}\frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\infty\Rightarrow x=\frac{3}{5}$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

**Câu 86: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f'(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

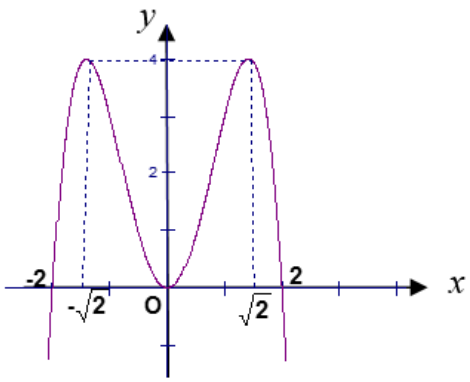
$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to-1^-}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^+}y=+\infty$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-3$ | ↘ | $-\infty$ / $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 87: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2$. **D.** $y=x^4-3x^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0 \Rightarrow$ Loại đáp án **D.**

Đáp án **B** loại vì: $y'=-4x^3-4x=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị.

Đáp án **A**: $y'=-4x^3+8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lần lượt là: $O(0;0)$, $A\left(\sqrt{2};4\right)$, $B\left(-\sqrt{2};4\right)$. Vậy chọn đáp án **A.**

**Câu 88: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y=(1-m)x^4-mx^2+2m-1$. Tìm $m$ để đồ thị hàm số có đúng một cực trị

**A.** $m<0$. **B.** $m<0$ hoặc $m>1$.

**C.** $m\le 0$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $m>1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có đúng một cực trị khi và chỉ khi $ab\ge 0 \Leftrightarrow -m(1-m)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

**Câu 89: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y=2x-\frac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-1}{x+2}$.

**A.** $x=2\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=-\frac{11}{4}; x=2$. **C.** $x=1; x=2; x=3$. **D.** $x=-\frac{11}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của pt:

$$\frac{x^2-1}{x+2}=2x-\frac{13}{4} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne -2 \\ -4x^2-3x+22=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{11}{4} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{11}{4} \end{array}\right.$$

**Câu 90: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$.

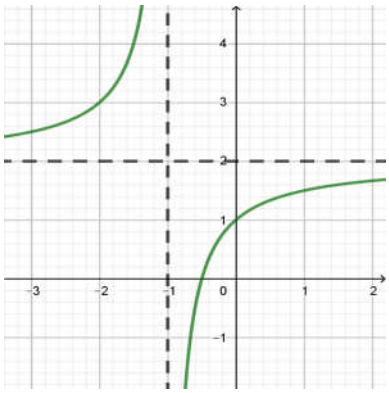
**A.** 1. **B.** $-2$. **C.** 0. **D.** $-5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\frac{3}{(-x+1)^2}>0 \ \forall x\ne 1 \Rightarrow \min\limits_{[2;3]} y=y(2)=-5$.

**Câu 91: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị trên, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ .và hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Xét hàm số: $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Tiệm cận ngang là đường thẳng: $y=2$.

**Câu 92:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;\dfrac{3}{5}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\dfrac{1}{5}$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\dfrac{1}{5}\Rightarrow$ đường thẳng $y=-\dfrac{1}{5}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=+\infty\Rightarrow$ đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\frac{3}{5}^+}\dfrac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}=-\infty\Rightarrow$ đường thẳng $x=\dfrac{3}{5}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

**Câu 93:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

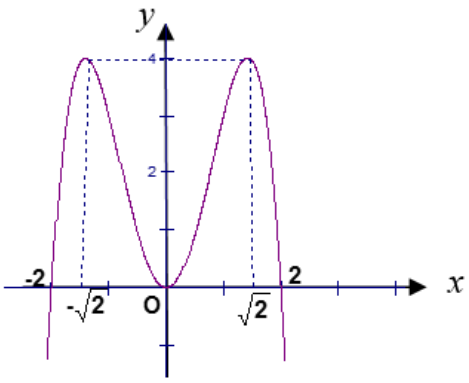
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-3$ | ↘ | $-\infty$ / $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 94:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=-\dfrac{1}{4}x^4+3x^2$. **D.** $y=x^4-3x^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0 \Rightarrow$ Loại đáp án **D.**

Đáp án **B** loại vì: $y'=-4x^3-4x=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị.

Đáp án **A**: $y'=-4x^3+8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lần lượt là:

$O(0;0)$, $A\left(\sqrt{2};4\right)$, $B\left(-\sqrt{2};4\right)$. Vậy chọn đáp án **A.**

**Câu 95:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y=(1-m)x^4-mx^2+2m-1$. Tìm $m$ để đồ thị hàm số có đúng một cực trị

**A.** $m<0$. **B.** $m<0$ hoặc $m>1$.

**C.** $m\le 0$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $m>1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có đúng một cực trị khi và chỉ khi $ab\ge 0 \Leftrightarrow -m(1-m)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

**Câu 96: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2018x+2017}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $2$.

Lời giải

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2017\}$

Vì $\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x-1)(x-2017)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x-2017}=-\dfrac{1}{2016}$ nên đường thẳng $x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to 2017^+}\dfrac{1}{x-2017}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2017^-}\dfrac{1}{x-2017}=-\infty$ nên đường thẳng $x=2017$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

**Câu 97: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Cả ba câu A, B, D đều đúng.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

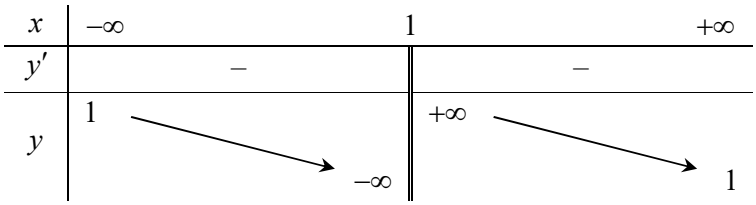
Lời giải

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

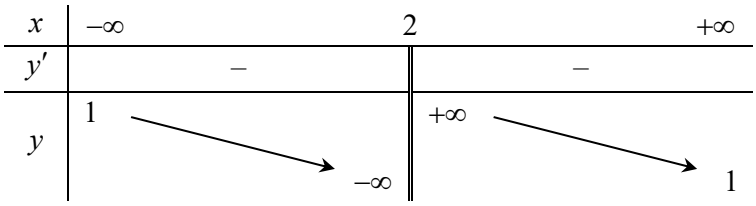
$y'=-\dfrac{2}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$

BBT:




Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 98:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$.

Lời giải

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$, tiệm cận ngang đường thẳng $y=1$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Xét hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x-2}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

$y'=-\dfrac{3}{(x-2)^2}<0,\forall x\in D$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Tiệm cận đứng: $x=2$.

Tiệm cận ngang: $y=1$.

**Câu 99:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3x+4$ trên đoạn $[0;4]$ là

**A.** 4. **B.** 64. **C.** 5. **D.** 32.

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Hàm số liên tục trên $[0;4]$

$y'=3x^2-6x+3$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+3=0\Leftrightarrow x=1$

$y(0)=4$, $y(1)=5$, $y(4)=32$

Vậy $\max\limits_{[0;4]}y=y(4)=32$.

**Câu 100: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=(x-1)\left[x^2-(2m+1)x+m\right]$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt:

**A.** $0\le m\le 2$. **B.** $-\frac{1}{2}\ne m<0$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\ne 0$.

Giải:

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành:

$$(x-1)\left[x^2-(2m+1)x+m\right]=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x^2-(2m+1)x+m=0\end{bmatrix}\qquad(1)$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Khi đó:

$$\begin{cases}\Delta'=(2m+1)^2-4m=4m^2+1>0\qquad(\forall m\in\mathbb{R})\\1-(2m+1)+m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ne 0.$$

**Câu 101: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Số cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^3-6x+3$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có $y'=6x^2-6$ và $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ số cực trị của hàm số là 2

**Câu 102: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-mx^2+3(m+1)x-1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ với $m$ bằng:

**A.** $m=-1$. **B.** $m>-3$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-6$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có: $\begin{cases}y'=3x^2-2mx+3m+3\\y''=6x-2m\end{cases}$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+6=0\\6-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-6\\m<3\end{cases}\Leftrightarrow m=-6$.

**Câu 103: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Số cực trị của hàm số $y=x^3-3x+3$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

**Chọn B**

$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=1\end{bmatrix}$ (2 nghiệm đơn). Vậy hàm số có hai cực trị .

**Câu 104: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị $(C_m):y=x^3-3(m+1)x^2+mx+3$ cắt đường thẳng $y=-x+3$ tại ba điểm phân biệt.

**A.** $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{5}{9}$. **B.** $m<-3$ hoặc $m>0$.

**C.** $-1<m<-\dfrac{5}{9}$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

**Chọn A**

Số giao điểm của $(C_m)$ và đường thẳng $y=-x+3$ bằng số nghiệm của phương trình tương giao: $x^3-3(m+1)x^2+mx+3=-x+3 \Leftrightarrow x^3-3(m+1)x^2+(m+1)x=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3(m+1)x+(m+1)=0 \ (1) \end{array}\right.$$

Vậy để $(C_m)$ cắt đường thẳng $y=-x+3$ tại ba điểm phân biệt điều kiện là phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt đều khác $0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta=9(m+1)^2-4(m+1)>0 \\ m+1\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1>\dfrac{4}{9} \\ m+1<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-\dfrac{5}{9} \\ m<-1 \end{array}\right.$

**Câu 105:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+3$ trên đoạn $[-3;\ 3]$ là

**A.** $-15$. **B.** $-20$. **C.** $-5$. **D.** $-10$.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-3=0 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-3;\ 3] \\ x=-1\in[-3;\ 3] \end{array}\right.$.

$$\left.\begin{array}{l} y(-3)=-15 \\ y(-1)=5 \\ y(1)=1 \\ y(3)=21 \end{array}\right\} \Rightarrow \min_{[-3;\ 3]} y=-15.$$

**Câu 106:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ $(C)$. Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1;\ y_1)$, $B(x_2;\ y_2)$. Khi đó $y_1+y_2$ bằng

**A.** $4$. **B.** $8$. **C.** $2$. **D.** $6$.

Lời giải

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $y=2x-1$ là

$$\frac{x+1}{x-2}=2x-1 \Leftrightarrow 2x^2-6x+1=0 \ (x\neq 2)$$

Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của phương trình

Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1+x_2=3$

Tọa độ hai điểm $A(x_1;2x_1-1)$, $B(x_2;2x_2-1)$.

Khi đó $y_1+y_2=2(x_1+x_2)-2=4$

**Câu 107:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=x^4+bx^2+c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0;-1)$ thì $b$ và $c$ thỏa mãn điều kiện nào?

**A.** $b\ge 0$ và $c=-1$. **B.** $b<0$ và $c=-1$. **C.** $b\ge 0$ và $c>0$. **D.** $b>0$ và $c$ tùy ý.

Lời giải

**Chọn A**

TXD $\mathbb{R}$

$y'=4x^4+2bx=2x\left(2x^2+b\right)$.

Hàm số có duy nhất một điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0\Leftrightarrow 2x\left(2x^2+b\right)=0$ có duy nhất một nghiệm

Tức là $x^2=-\dfrac{b}{2}\le 0\Leftrightarrow b\ge 0$.

Mặt khác điểm cực trị của đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên ta có $c=-1$.

**Câu 108:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

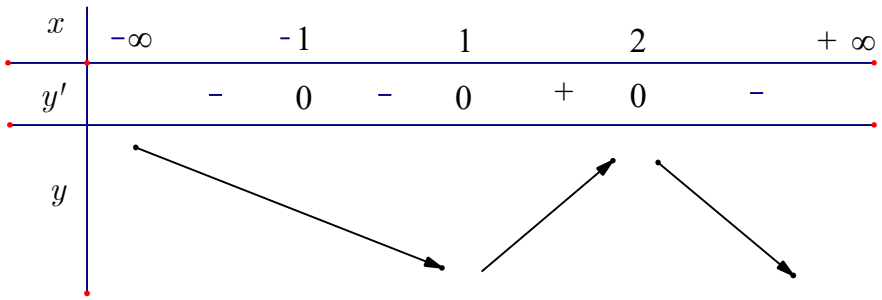
**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

BBT:




Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 109:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $M$, $n$ theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m$.

**A.** $P=1$. **B.** $P=-5$. **C.** $P=-\dfrac{13}{3}$. **D.** $P=-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-2;0]\\x=3\notin[-2;0]\end{array}\right.$. $y(-2)=-\dfrac{7}{3}, y(-1)=-2$, $y(0)=-3$.

$$\Rightarrow \begin{cases} M = \max\limits_{[-2;0]} y = -2 \\ m = \min\limits_{[-2;0]} y = -3 \end{cases} \Rightarrow P = M + m = -5.$$

**Câu 110:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $y = -x^3 - 3x$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ ta loại B, **C.**

Với $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ y' = 3x^2 + 3 = 0 (PTVN) \end{cases}$ thì hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 111:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$

**A.** không tồn tại. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 1$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = -1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

$y' = 2x - \dfrac{2}{x^2}$

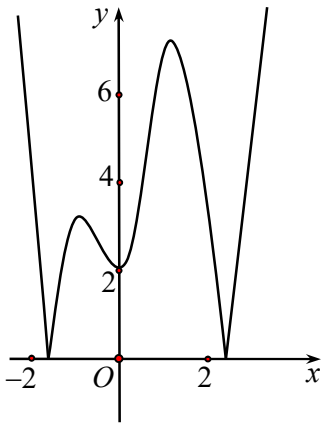
$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên

| x | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y' | ‖ | - | 0 | + | |
| y | ‖ $+\infty$ | ↘ | 3 | ↗ | $+\infty$ |

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3$.

**Câu 112:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm $y = f(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là:




**A.** 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

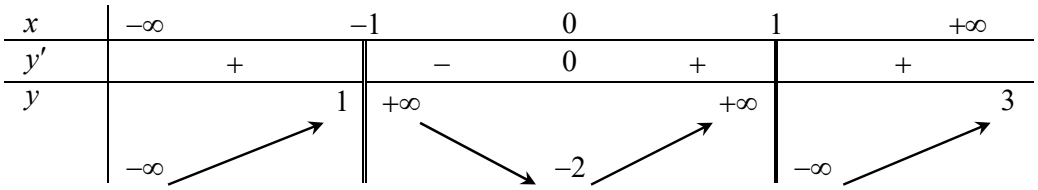
**Giải:**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị.

Chú ý, tại các điểm mà đồ thị có dạng "nhọn" thì đó vẫn là điểm cực trị của đồ thị hàm số.

**Câu 113:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:




**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

**Giải:**

**Chọn A**

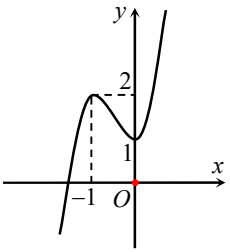
Từ bảng biến thiên, ta được:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ suy ra đồ thị hàm số có TCN $y=3$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=1; x=-1$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận.

**Câu 114:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?




**A.** $y=x^3+\frac{3}{2}x^2+1$. **B.** $y=-x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. **C.** $y=-2x^3-3x^2+1$. **D.** $y=2x^3+3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

↳ $a>0 \Rightarrow$ loại B, C.

↳ Khi $x=-1$ thì $y=2 \Rightarrow$ Chọn D

**Câu 115:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2+3x+1$, với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** $7$. **B.** $6$. **C.** Vô số. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-2(m+1)x+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ( Dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$ )

ĐK: $(m+1)^2-9 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$

Suy ra có $7$ giá trị nguyên của $m$.

**Câu 116:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

**A.** $m \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty) \setminus \left\{\dfrac{5}{2}\right\}$. **B.** $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

**C.** $m \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. **D.** $m \neq \dfrac{5}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-mx+1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=m^2-4>0 \\ 2^2-2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases}$.

**Câu 117:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=-2x+m$. Tìm giá trị của $m$ để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt, đồng thời trung điểm của đoạn thẳng $AB$ có hoành độ bằng $\dfrac{5}{2}$.

**A.** $m=-9$. **B.** $m=9$. **C.** $m=8$. **D.** $m=10$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x+1}{x-1}=-2x+m \Leftrightarrow 2x^2-(m+1)x+m+1=0, (x \neq 1)$.

Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $2x^2-(m+1)x+m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

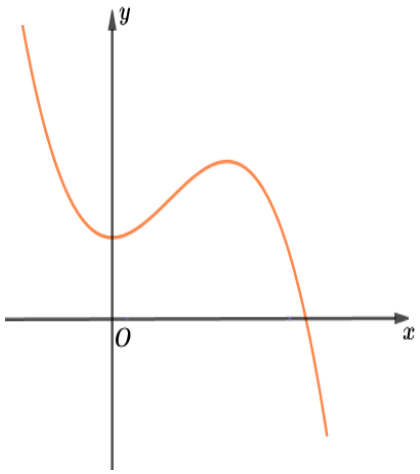
ĐK: $\begin{cases}\Delta=m^2-6m-7>0\\ 2.1-(m+1).1+m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>7\end{array}\right.$ (*).

Khi đó, gọi $x_1,x_2$ lần lượt là hoành độ của điểm $A$ và $B$. Theo Viet : $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m+1}{2}\\ x_1x_2=\dfrac{m+1}{2}\end{cases}$

Tọa độ $A(x_1;-2x_1+m), B(x_2;-2x_2+m)$.Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng $AB$ là $I\left(\dfrac{x_1+x_2}{2};-x_1-x_2+m\right)$

Ta cần có $\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow\dfrac{m+1}{4}=\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow m=9$ (thỏa (*)).

**Câu 118:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?




**A.** $a<0, b>0, c=0, d>0$.
**B.** $a<0, b<0, c=0, d>0$.
**C.** $a>0, b<0, c>0, d>0$..
**D.** $a<0, b>0, c>0, d>0$..

**Lời giải**

**Chọn A**

$y=ax^3+bx^2+cx+d$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Cho $x=0$, ta có $f(0)=d>0$. Từ hình dáng đồ thị ta thấy $a<0$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu, suy ra $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt, từ đồ thị có hoành độ hai điểm cực trị không âm do đó $\begin{cases} a<0 \\ x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{3a}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \\ c=0 \end{cases}$

**Câu 119:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $6$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $2$.
**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $1$.
**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(6;+\infty)$.
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT}=1$ đạt tại $x_{CT}=6$.

Đáp án A sai vì hàm số có giá trị cực đại bằng $6$.

Đáp án C sai vì hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(6;+\infty)$, không được dùng dấu $\cup$.

Đáp án D sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=6$.

**Câu 120:**

**(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

**B.** Hàm số $y=x^3+3x+5$.

**C.** Hàm số $y=x^4+2x^2+3$.

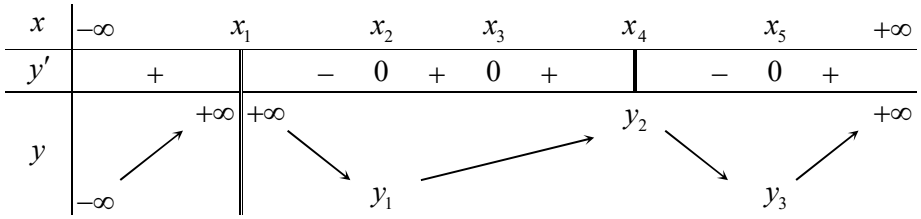
**D.** Hàm số $y=\tan x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=x^3+3x+5$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và có $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 121:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 4.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 5.

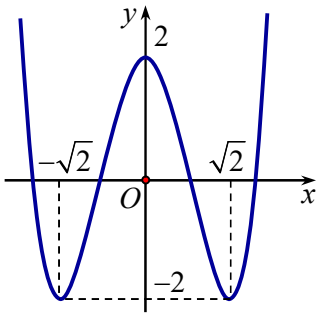
**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{x_1\}$.

Theo định lí về điều kiện đủ để hàm số có cực trị và dựa vào bảng biến thiên ta có các điểm cực trị của hàm số là: $x_2$; $x_4$; $x_5$.

**Câu 122:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình sau đây là đồ thị một hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?




**A.** $y=-x^4+4x^2+2$.

**B.** $y=x^4-4x^2-2$.

**C.** $y=x^4-4x^2+2$.

**D.** $y=x^4+4x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2$ nên loại phương án B, từ đồ thị suy ra hàm số có ba điểm cực trị và hệ số $a>0$ nên loại hai phương án A và **D.**

**Câu 123:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

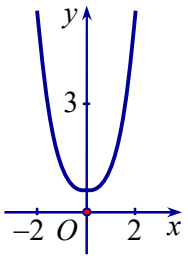
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=(-3;3)$. $\lim\limits_{x\to -3^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng: $x=-3;\ x=3$.

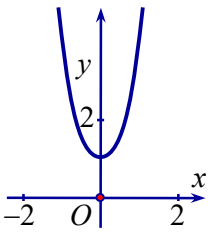
**Câu 124:** **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Hình vẽ sau là đồ thị của hàm nào dưới đây?



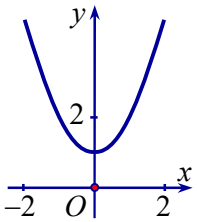

**A.** $y=x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^2+2|x|+1$. **D.** $y=|x^3|+1$.

**Lời giải**

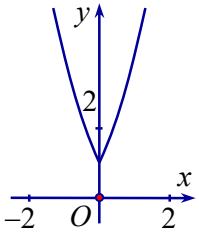
**Chọn D**



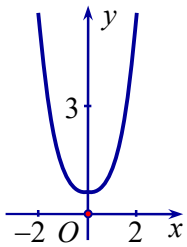

$y=x^4+2x^2+1$




$y=x^2+1$




$y=x^2+2|x|+1$




$y=|x^3|+1$

**Câu 125:** **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x+2017$ không có cực trị.

**B.** Hàm số $y=|x|$ có cực trị.

**C.** Hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$ không có cực trị.

**D.** Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ có đồng biến, nghịch biến trong từng khoảng nhưng không có cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

- $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x+2017\Rightarrow y'=x^2-2x+1$; $y'=0\Rightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$ (hàm số không có cực trị). Vậy A đúng.
- $y=|x|=\begin{cases}-x, & x<0\\ x, & x\ge 0\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}-1, & x<0\\ 1, & x\ge 0\end{cases}$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số $y=|x|$ có một cực trị. Vậy B đúng.

• Ta có: $y=\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y'=\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

$y'$ không xác định tại $x=0$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Theo bảng biến thiên hàm số có một cực trị. Vậy C sai.

• $y=\frac{1}{x^2} \Rightarrow y'=-\frac{2}{x^3}$ đồng biến khi $x<0$, nghịch biến khi $x>0$ nhưng không có cực trị. Vậy D đúng.

**Câu 126:** **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Tìm số thực $k$ để đồ thị của hàm số $y=x^4-2kx^2+k$ có ba điểm cực trị tạo thành một

tam giác nhận điểm $G\left(0;\frac{1}{3}\right)$ làm trọng tâm?

**A.** $k=1,\ k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=-1, k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=\frac{1}{2},\ k=1$. **D.** $k=-1, k=\frac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y=x^4-2kx^2+k \Rightarrow y'=4x^3-4kx=4x\left(x^2-k\right);\ y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=k \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $k>0$, ta gọi hoành độ lần lượt của ba điểm cực trị là

$x_1=-\sqrt{k},\ x_2=0,\ x_3=\sqrt{k}$ và tọa độ ba điểm là $A\left(-\sqrt{k};-k^2+k\right),\ B\left(0;k\right),\ C\left(\sqrt{k};-k^2+k\right)$.

Để $G\left(0;\frac{1}{3}\right)$ là trọng tâm của $\Delta ABC$ thì ta phải có:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{-\sqrt{k}+0+\sqrt{k}}{3}=0 \\ \frac{-k^2+k+k+-k^2+k}{3}=\frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow -2k^2+3k-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=1 \\ k=\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

**Câu 127: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Xét đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Đồ thị cắt tiệm cận tại một điểm. **B.** Hàm số giảm trong khoảng $(1;2)$.

**C.** Đồ thị $(C)$ có $3$ đường tiệm cận. **D.** Hàm số có một cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt{\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)^2}=1$, suy ra tiệm cận ngang là đường thẳng: $y-1=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} y=\lim\limits_{x\to 1^{\pm}}\sqrt{\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)^2}=+\infty$, suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng: $x-1=0$.

Do đó đồ thị có đúng $2$ đường tiệm cận. Suy ra đáp án **sai** là **C.**

**Câu 128: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $\max\limits_{[0;2]} y=0.$ **B.** $\max\limits_{[0;2]} y=3.$ **C.** $\max\limits_{[0;2]} y=7.$ **D.** $\max\limits_{[0;2]} y=5.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[0;2]$

$$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=-1\notin[0;2]\end{array}\right.$$

$$y(0)=5,\ y(1)=3,\ y(2)=7\Rightarrow\max_{[0;2]} y=7.$$

**Câu 129: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của chúng.

**A.** $m>1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\geq 1$. **D.** $m\geq -1$.

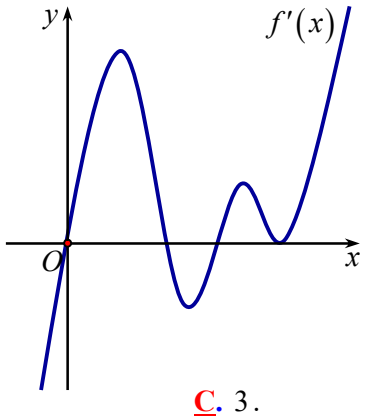
**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$$y'=\frac{1+m}{(x+1)^2}>0\Leftrightarrow m>-1.$$

**Câu 130: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đã cho có mấy điểm cực trị?




**A.** 4 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1 .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $x_4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | | |

Nhìn bảng biến thiên suy ra hàm số $y=f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị.

**Câu 131:** **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**C.** $f(-5)>f(-4)$.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

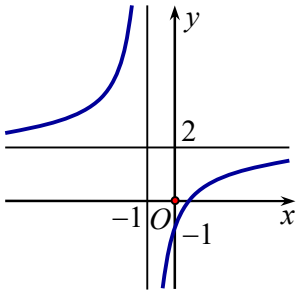
**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. Có $x_1=-5$, $x_2=-4$

$x_1;x_2\in(-\infty;0)$ và $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ hay $f(-5)>f(-4)$.

***Câu 132:*** **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)\Rightarrow$ loại đáp án B và **D.**

**Câu 133: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3(m-1)^2x$. Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x=1$ khi

**A.** $m=1$. **B.** $m=0;m=4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=0;m=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6(m+1)x+3(m-1)^2$

* ĐK cần $(\Rightarrow)$: Hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x=1$ thì

$$y'(1)=0\Leftrightarrow 3-6(m+1)+3(m-1)^2=0\Leftrightarrow 3m^2-12m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=4\end{array}\right.$$

* ĐK đủ $(\Leftarrow)$

+ Với $m=0$, $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$ nên hàm số không có điểm cực trị. Vậy loại $m=0$.

+ Với $m=4$, $y'=3x^2-30x+27$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=9\end{array}\right.$ nên hàm số đạt cực trị tại điểm có hoành độ $x=1$. Vậy nhận $m=4$.

**Câu 134: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-6x^2+3$ có đồ thị là $(C)$. Parabol $(P):y=-x^2-1$ cắt đồ thị $(C)$ tại bốn điểm phân biệt. Tổng bình phương các hoành độ giao điểm của $(P)$ và $(C)$ bằng

**A.** 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình $x^4-6x^2+3=-x^2-1$

$$\Leftrightarrow x^4-5x^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=4\end{array}\right.\Rightarrow x_1=-1;x_2=1;x_3=-2;x_4=2.$$

Vậy tổng bình phương các hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=10$.

**Câu 135: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^4 x+\cos^2 x+2$.

**A.** $\min y=3$. **B.** $\min y=\frac{11}{4}$. **C.** $\min y=-3$. **D.** $\min y=\frac{11}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=\sin^4 x+\cos^2 x+2=\sin^4 x-\sin^2 x+3$.

Đặt $t=\sin^2 x$, $t\in[0;1]$.

$y=f(t)=t^2-t+3$, $t\in[0;1]$.

$f'(t)=2t-1$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}\in[0;1]$.

$f(0)=f(1)=3$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{4}$.

Vậy $\min y=\frac{11}{4}$.

**Câu 136: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-5$. Kết luận nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến với mọi $x$.

**C.** Hàm số đồng biến với mọi $x$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4x^3-4x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 137: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(2x-1)x^2(1-x)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số đã cho không có cực trị. **B.** Hàm số đã cho có đúng một cực trị.

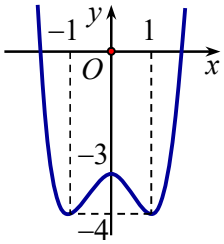
**C.** Hàm số đã cho có hai cực trị. **D.** Hàm số đã cho có ba cực trị.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x=\frac{1}{2}$ nên hàm số đã cho có đúng một cực trị.

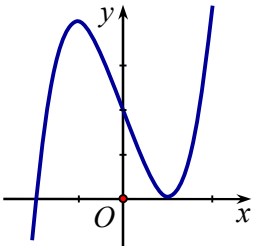
**Câu 138:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.




Hỏi đó là hàm số nào?

**A.** $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^3+x^2-2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

**Câu 139:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=x^2-3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=-x^3-3x+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

HD: Từ dạng tổng quát của đồ thị hàm số ta loại được A, C, **B.**

**Câu 140:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**B.** Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**A.** Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và đạo hàm $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**Câu 141:** **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2x}}{x-1}$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

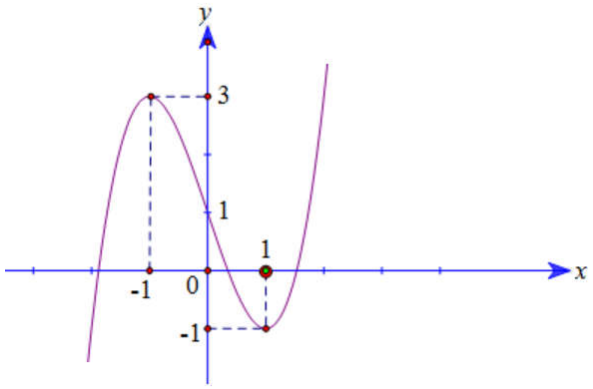
**Chọn A**

Hàm số có tập xác định $D=[0;2]$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=1$.

**Câu 142: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

**A.** $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x^2-1$.




**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số có dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

+) $a>0\Rightarrow$ Loại B, **D.**

+) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $A(-1;3)$ và $B(1;-1)$.

**Câu 143: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{x+1}{2-x}=\dfrac{x+1}{-x+2}=\dfrac{3}{(-x+2)^2}>0,\ \forall x\neq 2.$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 144: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)**Trong các hàm số sau, hàm số nào không đồng biến trên tập số thực?

**A.** $y=4x-3\sin x+\cos x.$ **B.** $y=3x^3-x^2+2x-7.$

**C.** $y=4x-\dfrac{3}{x}.$ **D.** $y=x^3+x.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét A: $y'=4-3\cos x-\sin x\ =4-\sqrt{10}\cos(x-\alpha)\ \geq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ với $\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{10}}\\ \sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\end{cases}$.

Xét B: $y' = 6x^2 - 2x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét D: $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét C: $y' = 4 + \dfrac{3}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$ hay hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Nên C không thỏa mãn.

**Câu 145: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tìm giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

**A.** $y_{CT} = 4$. **B.** $y_{CT} = 1$. **C.** $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = -2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Cách 1:

$y = x^3 - 3x^2 + 2$

$y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

$y'' = 6x - 6$

$y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực đại.

$y''(2) = 6 > 0 \Rightarrow x = 2$ là điểm cực tiểu.

$y_{CT} = y(2) = -2$.

Cách 2:

$y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT ta có $y_{CT} = -2$.

**Câu 146: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau (với $a$, $b$, $c$, $d$ là các hằng số).

$(I)$: Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ luôn lớn hơn giá trị cực đại của nó.

$(II)$: Hàm số $y = ax^4 + bx + c$ $(a \neq 0)$ luôn có ít nhất 1 điểm cực trị.

$(III)$: Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ luôn lớn hơn mọi giá trị của hàm số đó trên tập xác định.

$(IV)$: Hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(c \neq 0;\ ad - bc \neq 0)$ không có cực trị.

Số mệnh đề đúng là:

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

* Mệnh đề $(I)$ sai, hàm $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ là một ví dụ.

* Mệnh đề $(II)$ đúng, vì $y'=4ax^3+b$.

* Mệnh đề $(III)$ sai, hàm $y=x^4-2x^2$ là một ví dụ.

* Mệnh đề $(VI)$ đúng.

Vậy số mệnh đề đúng là $2$.

**Câu 147:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị của tham số thực $m$ để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$.

**A.** $m<0$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m>1$. **D.** $m=5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{-x+1}{2x-1}=x+m\ (1)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-x+1=(x+m)(2x-1)\\2x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}g(x)=2x^2+2mx-m-1=0\\x\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Đường thẳng $d$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$

$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $\dfrac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m^2+2m+2>0\\g\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}.$$

**Câu 148:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

**A.** $y=0$. **B.** $y=-3x-2$. **C.** $y=x$. **D.** $y=-3x+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$. Phương trình tiếp tuyến tại $M$ có dạng:

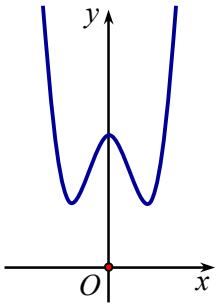
$y=k(x-x_0)+y_0$

Với $k=y'(x_0)=3x_0^2-6x_0=3(x_0^2-2x_0+1)-3=3(x_0-1)^2-3\geq -3$

Hệ số góc $k$ nhỏ nhất khi $x_0=1\Rightarrow y_0=-1$

Vậy PTTT có dạng: $y=-3(x-1)-1=-3x+2$.

**Câu 149:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ ($a$, $b$, $c$ là các hằng số thực; $a\neq 0$) có đồ thị $(C)$ như sau:




Xác định dấu của $a+c$ và $b$

**A.** $a+c>0$ và $b>0$. **B.** $a+c>0$ và $b<0$. **C.** $a+c<0$ và $b>0$. **D.** $a+c<0$ và $b<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

$y(0)>0 \Rightarrow c>0$.

$\Rightarrow a+c>0$ .

$y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow a.b<0 \Rightarrow b<0$.

**Câu 150:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)^2(x-3)^5}{\sqrt[3]{x-4}}$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |

Do $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua $1,3,4$ nên hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 151:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** $y=1+x-x^2$. **B.** $y=x^2+2$. **C.** $y=-x^4-x^2+2$. **D.** $y=-x^4+x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ chiều biến thiên của hàm số ta loại đáp án **B.**

Do hàm số chỉ có một cực trị nên ta loại đáp án **D.**

Khi $x=0$ thì $y=2$ nên ta chọn đáp án **C.**

**Câu 152:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Tìm trên đồ thị hàm số $y=x^3-9x+7$ hai điểm phân biệt mà chúng đối xứng với nhau qua trục tung.

**A.** $A(2;-3)$, $B(-2;-3)$. **B.** $A(3;7)$, $B(-3;7)$.

**C.** $A(4;4)$, $B(4;-4)$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn **B**

Gọi $M(x;y)$ thuộc đồ thị hàm số khi $y=x^3-9x+7$;

$M'(x';y')$ là điểm đối xứng với $M$ qua trục tung. Suy ra $\begin{cases}x'=-x\\y'=y\end{cases}\Rightarrow M'(-x;y)$

$M'(-x;y)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-9x+7$ khi và chỉ khi

$y=(-x)^3-9(-x)+7\Rightarrow y=-x^3+9x+7$.

Suy ra $-x^3+9x+7=x^3-9x+7\Leftrightarrow 2x^3-18x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=7\\x=3\Rightarrow y=7\\x=-3\Rightarrow y=7\end{array}\right.$.

Điểm $(0;7)$ thuộc trục tung nên không thoả mãn. Do đó đáp án đúng là **B.**

**Câu 153:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3+2x^2+4x}{x^4+8x^2+16}$. Tính $M+m$.

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

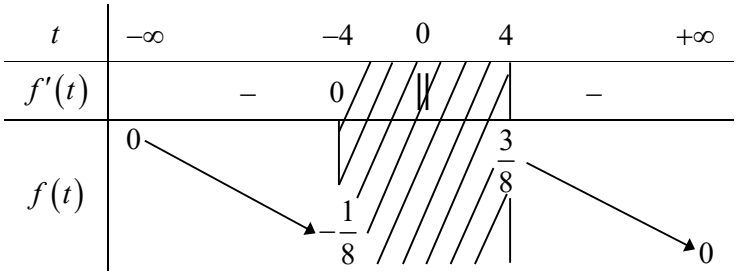
◆ Nếu $x=0\Rightarrow y=0$.

◆ Xét $x\neq 0$, khi đó ta có $y=\dfrac{x+\dfrac{4}{x}+2}{\left(x+\dfrac{4}{x}\right)^2}=\dfrac{1}{x+\dfrac{4}{x}}+\dfrac{2}{\left(x+\dfrac{4}{x}\right)^2}$.

Đặt $t=x+\dfrac{4}{x}$, $|t|\geq 4$. Khi đó ta có hàm số $f(t)=\dfrac{t+2}{t^2}$, với $|t|\geq 4$;

$f'(t)=\dfrac{-t-4}{t^3}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-4$.

Bảng biến thiên:




Do đó, suy ra $M=\frac{3}{8}$, $m=-\frac{1}{8}$.

Vậy $M+m=\frac{1}{4}$.

**Câu 154:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Trên đường thẳng $y=x+2$ có bao nhiêu điểm mà qua đó kẻ được đến đồ thị của hàm số $y=\frac{x+2}{x+3}$ đúng một tiếp tuyến.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $M(a;a+2)\in d: y=x+2$.

Phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(a;a+2)$ có hệ số góc $k$ là: $y=kx-ka+a+2$.

Từ $M$ kẻ được đúng một tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x+3}$

$\Leftrightarrow$ Hệ $(I):\begin{cases}\frac{x+2}{x+3}=kx-ka+a+2 & (1)\\ k=\frac{1}{(x+3)^2} & (2)\end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Thế $(2)$ vào $(1)$ ta được: $(a+1)x^2+2(3a+4)x+8a+12=0,(x\neq -3)$ (*).

◆ Nếu $a=-1$: Từ (*) ta có $2x+4=0\Leftrightarrow x=-2$ (thỏa mãn).

◆ Nếu $a\neq -1$:

+ Trường hợp 1: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm $x=-3$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=a^2+4a+4>0\\ 9(a+1)-6(3a+4)+8a+12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq -2\\ a=-3\end{cases}\Leftrightarrow a=-3$.

+ Trường hợp 2: Phương trình (*) có nghiệm nghiệm kép khác $-3$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=a^2+4a+4=0\\ 9(a+1)-6(3a+4)+8a+12\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\ a\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow a=-2$.

**Câu 155:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x+1}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

**B.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

**C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(2-x)^2}>0$ nên hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 156: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $3$

**Lời giải.**

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=-1$.

Do đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

**Câu 157: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Giá trị của tham số $m$ để phương trình $x^3-3x=2m+1$ có ba nghiệm phân biệt là:

**A.** $-\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-\dfrac{3}{2}\le m\le\dfrac{1}{2}$. **D.** $-2\le m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hai hàm số: $f(x)=x^3-3x$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $y=2m+1(d)$

$f(x)=x^3-3x$

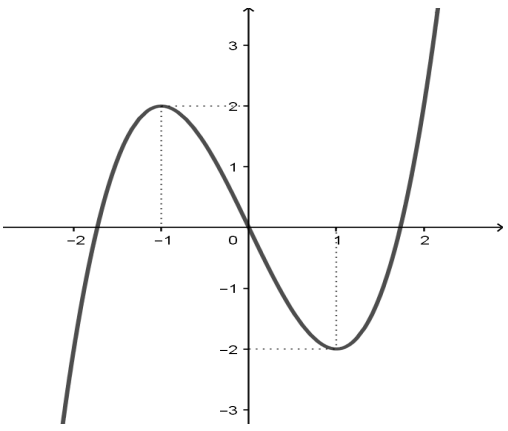
$f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Đồ thị:



$x^3-3x=2m+1(1)$ là phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $(d)$.

Số giao điểm của $(C)$ và $(d)$ chính là số nghiệm của phương trình $(1)$.

$\Rightarrow$ phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ và $(d)$ có ba giao điểm.

Dựa vào đồ thị của $(C)$ ta có: $(C)$ và $(d)$ có ba giao điểm

$\Leftrightarrow -2<2m+1<2 \Leftrightarrow -3<2m<1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}<m<\frac{1}{2}$

**Câu 158: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x+\sqrt{4x^2-3}}{2x+3}(C)$. Gọi $m$ là số tiệm cận của đồ thị hàm số $(C)$ và $n$ là giá trị của hàm số $(C)$ tại $x=1$ thì tích $m.n$ là:

**A.** $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

**Lời giải**

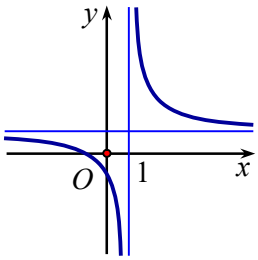
**Chọn A**

➢ Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{4x^2-3}}{2x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\sqrt{4-\frac{3}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}=\frac{3}{2}\Rightarrow y=\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị $(C)$. $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+\sqrt{4x^2-3}}{2x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\sqrt{4-\frac{3}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}=\frac{-1}{2}\Rightarrow y=\frac{-1}{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị $(C)$. $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+}\frac{x+\sqrt{4x^2-3}}{2x+3}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-}\frac{x+\sqrt{4x^2-3}}{2x+3}=-\infty\Rightarrow x=-\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị $(C)$ suy đồ thị $(C)$ của hàm số có 3 đường tiệm cận nên $m=3$.

➢ Với $x=1$ ta có $n=y(1)=\frac{2}{5}$. Vậy $m.n=\frac{6}{5}$.

**Câu 159: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$, với $a,b,c,d$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị hàm số ta có $x=1$ là tiệm cận đứng. Do đó hàm số có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Mặt khác đồ thị của hàm số đi xuống theo chiều từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Vậy ta có $y'<0, \forall x\neq 1$.

**Câu 160: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

**A.** $M=0$. **B.** $M=2$. **C.** $M=4$. **D.** $M=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$ và $x=2$.

Vì chỉ xét trên đoạn $[-1;1]$ nên ta có $y(-1)=-4$ ; $y(0)=0$; $y(1)=-2$. Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=0$ khi $x=0$.

**Câu 161: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không đồng biến trên $\mathbb{R}$ ?

**A.** $y=\sin x-3x$. **B.** $y=\cos x+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+5x-1$. **D.** $y=x^5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

- Xét A:

  Ta có $y'=\cos x-3$. Vì $\cos x\leq 1\Leftrightarrow \cos x-3\leq -2<0\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

  $\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Chọn A

- Xét B:

  Ta có $y'=-\sin x+2$. Vì $\sin x\leq 1\Leftrightarrow 1-\sin x\geq 0\Leftrightarrow 2-\sin x\geq 1>0\Leftrightarrow y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

  Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại B.

- Xét C:

  Ta có $y'=3x^2-2x+5>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại C.

- Xét D:

  Ta có $y'=5x^4\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại D.

**Câu 162: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ ($m$ là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $1\leq m<3$. **B.** $m>6$. **C.** $m<1$. **D.** $3<m\leq 6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Với $m=1\Rightarrow y=1$, $\forall x\in[0;1]$ thì $\min\limits_{[0;1]} y\neq 3$.

Suy ra $m\neq 1$. Khi đó $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$ không đổi dấu trên từng khoảng xác định.

TH 1: $y' > 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì $\min\limits_{[0;1]} y = y(0) \Rightarrow m = 3$ (loại).

TH 2: $y' < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì $\min\limits_{[0;1]} y = y(1) \Rightarrow m = 5$ ( thỏa mãn).

**Câu 163: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

**A.** $(1;3)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{1}{3}$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

**Câu 164: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có hai điểm cực trị $A$, $B$. Diện tích tam giác $OAB$ với $O(0;0)$ là gốc tọa độ bằng?

**A.** 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $S_{OAB} = \frac{1}{2} AB.d(O;AB)$ (1)

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A(1;0) \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(-1;4) \end{array}\right.$

$\Rightarrow \overrightarrow{BA} = (2;-4) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$ (2)

Đường thẳng $AB$ nhận $\overrightarrow{BA} = (2;-4)$ là một VTCP nên nhận $\vec{n} = (2;1)$ là một VTPT.

Kết hợp với $AB$ qua $A(1;0) \Rightarrow AB: 2(x-1) + 1.(y-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$.

$\Rightarrow d(O;AB) = \frac{|2.0 + 0 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta được $S_{OAB} = 2$.

**Câu 165: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**B.** Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

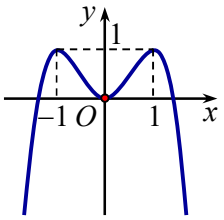
**D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1$ và $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 166:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $-x^4+2x^2=\log_2 m$ có bốn nghiệm thực phân biệt

**A.** $m\geq 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình $-x^4+2x^2=\log_2 m$ có bốn nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow 0<\log_2 m<1\Leftrightarrow 1<m<2$

**Câu 167:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **D.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x\Rightarrow y'=\left(\frac{2}{e}\right)^x\ln\frac{2}{e}<0\,\forall x\in\mathbb{R}.$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$

**Câu 168:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho các mệnh đề:

**Câu 169:** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0$ thì nó liên tục tại điểm $x_0$.

**Câu 170:** Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x_0$ thì nó có đạo hàm tại điểm $x_0$.

**Câu 171:** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

**Câu 172:** Hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[a;b]$ thì luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Số mệnh đề đúng là:

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Mệnh đề 1 và 3 là đúng.

Mệnh đề 2 sai. Ví dụ hàm số $y=|x|$ liên tục tại $x_0=0$ nhưng không có đạo hàm tại $x_0=0$.

**Câu 173:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+3$ trên $\left[-1;\frac{3}{2}\right]$.

**A.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=3$. **B.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=6$. **C.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=5$. **D.** $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in\left[-1;\frac{3}{2}\right] \\ x=1 \in\left[-1;\frac{3}{2}\right] \end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-1)=5$, $y(1)=1$, $y\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{15}{8}$.

Vậy $\max\limits_{x\in\left[-1;\frac{3}{2}\right]} y=y(-1)=5$.

**Câu 174:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\tan x$. **B.** $y=\frac{x}{x+1}$.

**C.** $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $y=x^3-2x^2-x+2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$. Nên loại **A.**

Hàm số $y=\frac{x}{x+1}$, $(x\neq -1)$ có $y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0$ với $\forall x\neq -1$ nên loại **B.**

Hàm số $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Xét $y'=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{1}{\left(x^2+1\right).\sqrt{x^2+1}}>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Nên hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 175:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên nửa khoảng $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$ và có bảng biến thiên dưới đây:

| $x$ | $\frac{3}{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $\frac{2}{7}$ | $\nearrow$ | $\frac{1}{3}$ | $\searrow$ | $0$ |

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $0$ và giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$.

**B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{2}{7}$ và giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

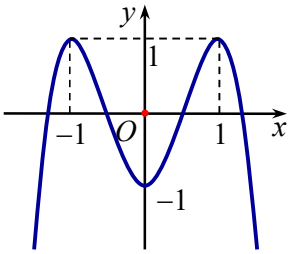
**D.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào BBT ta có: hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$ và không có giá trị nhỏ nhất.

**Câu 176:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số cho ở hình bên là của hàm số nào?




**A.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $a<0$ $\Rightarrow$ Loại đáp án **B.**

Đồ thị có 3 điểm cực trị lần lượt là: $(0;-1)$, $(-1;1)$ và $(1;1)$ $\Rightarrow$ Chọn đáp án **A.**

**Câu 177:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+15$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**B.** Hàm số có hai cực trị cùng dấu.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2+6x-9$, $y'=0$ có hai nghiệm $x=1$; $x=-3$

Bảng biến thiên :

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $42$ | ↘ | $10$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai cực trị cùng dấu.

**Câu 178: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình lần lượt là:

**A.** $x=\sqrt{2}, y=1$. **B.** $x=4, y=1$. **C.** $x=1, y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $x=2, y=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\sqrt{2}\right\}$.

- $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}(x+1)=\sqrt{2}+1$, $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}\left(x-\sqrt{2}\right)=0$ và $x-\sqrt{2}>0, \forall x>\sqrt{2}$, suy ra $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}(x+1)=\sqrt{2}+1$, $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}\left(x-\sqrt{2}\right)=0$ và $x-\sqrt{2}<0, \forall x<\sqrt{2}$, suy ra $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}=-\infty$.

Do đó $x=\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}$.

- $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{\sqrt{2}}{x}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{\sqrt{2}}{x}}=1$, suy ra $y=1$

là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}$.

**Câu 179: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)^4$, số điểm cực tiểu của hàm số $f$ là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ |

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số đã cho 1.

**Câu 180:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Đường thẳng $\Delta$ có phương trình $y=2x+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-x+3$ tại hai điểm $A$ và $B$ với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ trong đó $x_B<x_A$. Tìm $x_B+y_B$.

**A.** $x_B+y_B=-2$. **B.** $x_B+y_B=4$. **C.** $x_B+y_B=7$. **D.** $x_B+y_B=-5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x+3=2x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$.

Vì $x_B<x_A$ nên $x_B=-2\Rightarrow y_B=-3$.

Vậy $x_B+y_B=-5$.

**Câu 181:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

**A.** $y=x-4$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-2x+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Với $x=0\Rightarrow y=2$; $x=2\Rightarrow y=-2$.

Đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có dạng $y=ax+b$ đi qua $A(0;2)$;

$B(2;-2)$ nên ta có $\begin{cases}2=b\\-2=2a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\a=-2\end{cases}$.

Vậy $y=-2x+2$.

**Câu 182:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}}$

bằng

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=[0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=+\infty$.

Do đó $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}}=1$.

Do đó $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho hai đường tiệm cận.

**Câu 183: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{(m-1)x^3}{3}+(m-1)x^2+4x-1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x_1$, đạt cực đại tại $x_2$ đồng thời $x_1<x_2$ khi và chỉ khi:

**A.** $m<1$. **B.** $m>5$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<5 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Yêu cầu bài toán tương đương tìm $m$ để hàm số đã cho có hai cực trị.

$y'=(m-1)x^2+2(m-1)x+4$. Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt, khi đó:

$$\begin{cases} \Delta'=(m-1)^2-4(m-1)=m^2-6m+5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right. . \\ m-1\neq 0 \end{cases}$$

**Câu 184: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | ‖ $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ |
| | | | $-2$ | | | | |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $[-2;4]$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-2;4]$. **D.** $(-\infty;4]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ $(d)$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$ $(C)$.

$(d)$ cắt $(C)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m<4$.

**Câu 185: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho các mệnh đề sau

(I) Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ luôn lớn hơn giá trị cực tiểu của nó.

(II) Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (với $a\neq 0$, $b$, $c$ là các hằng số) luôn có ít nhất một cực trị.

(III) Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ luôn lớn hơn mọi giá trị của hàm số đó trên tập xác định.

(IV) Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ không có cực trị.

Số mệnh đề đúng là

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Mệnh đề (I), (III) sai. Chẳng hạn xét hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$.

Ta có $y'=\dfrac{(2x-2)(x+2)-(x^2-2x+1)}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-5\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-12$ | ↘ | $-\infty$ / $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số này có giá trị cực đại nhỏ hơn giá trị cực tiểu.

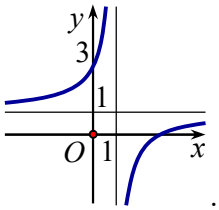
Giá trị cực đại bằng $-12$ nhỏ hơn giá trị của hàm số tại $x=1$ nên nói giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ luôn lớn hơn mọi giá trị của hàm số đó trên tập xác định là sai.

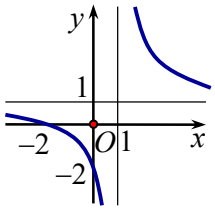
Khẳng định (II) đúng.

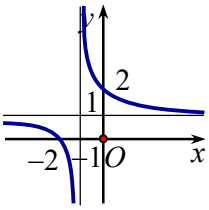
Do $ad-bc$ khác $0$ nên $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ luôn dương (hoặc luôn âm) trên từng khoảng xác định.

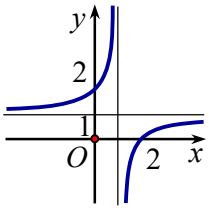
Vậy hàm số không có cực trị. Khẳng định (IV) đúng.

**Câu 186:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?

**A.** 


**B.** 


**C.** 


**D.** 


**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Vậy loại phương án A và phương án D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$ nên loại phương án C.

**Câu 187:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-2x^3-5x^2+7x-3$ có đồ thị $(C)$. Gọi $x_1$, $x_2$ là hoành độ các điểm $M$, $N$ trên $(C)$ mà tại đó tiếp tuyến của $(C)$ song song với đường thẳng $y=-5x+2017$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $-2$. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=-6x^2-10x+7$. Tiếp tuyến của $(C)$ song song với đường thẳng $y=-5x+2017$ nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình

$y'=-5 \Leftrightarrow -6x^2-10x+7=-5 \Leftrightarrow -6x^2-10x+12=0$.

Phương trình trên có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1.x_2=-2$.

**Câu 188:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng hàm số $y=x^3-2x^2+mx+3$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Giá trị của $m$ bằng

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3x^2-4x+m$

Điều kiện cần: Do hàm số đạt cực tiểu tài $x=1 \Rightarrow y'(1)=0 \Leftrightarrow 3-4+m=0 \Leftrightarrow m=1$.

Điều kiện đủ: Với $m=1$ thì $y'=3x^2-4x+1 \Rightarrow y''=6x-4$

$\Rightarrow y''(1)=2>0$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 189:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=-2x^3+3x^2-3x$ và $0 \le a<b$. Mệnh đề nào sau đây sai ?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **B.** $f(a)>f(b)$.

**C.** $f(b)<0$. **D.** $f(a)<f(b)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=-6x^2+6x-3<0 \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra :

+) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

+) Với $a<b$ thì $f(a)>f(b)$

+) Với $0<b$ thì $f(0)>f(b) \Leftrightarrow f(b)<0$

Vậy đáp án D sai.

**Câu 190:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số nhận $y=0$ làm tiệm cận ngang, vì $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x-1}=0$.

Đồ thị hàm số nhận $x=1$ làm tiệm cận đứng, vì $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{x-1}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

**Câu 191: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi

**A.** $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m$ tuỳ ý. **D.** $m\in\varnothing$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\quad(*)\end{array}\right.$.

Hàm số có đúng một cực trị $\Leftrightarrow$ PT $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng $0\Leftrightarrow m\le 0$.

**Câu 192: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $(0;0)$ và $(1;1)$. Các hệ số $a,b,c,d$ lần lượt là

**A.** $-2;\ 0;\ 3;\ 0$. **B.** $-2;\ 3;\ 0;\ 0$. **C.** $-2;\ 0;\ 0;\ 3$. **D.** $0;\ 0;\ -2;\ 3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=3ax^2+2bx+c=0\ (*)$.

Đồ thị của hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $(0;0)$ và $(1;1)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y'(0)=0\\y'(1)=0\\y(0)=0\\y(1)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b+c=0\\d=0\\a+b+c+d=1\end{cases}\begin{cases}a=-2\\b=3\\c=d=0\end{cases}.$$

Vậy các hệ số $a,b,c,d$ lần lượt là $-2;\ 3;\ 0;\ 0$.

**Câu 193: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=x^4-x^3+2x$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=x\sqrt{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

+) Loại đáp án A: $y=x^4-x^3+2x$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=4x^3-3x^2+2=0\ (*)$.

Phương trình $(*)$ luôn có một nghiệm nên hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+) Loại đáp án B: $y=\sin x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$, nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$ nên hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+) Loại đáp án C: $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\ne -1\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

+) Chọn đáp án D: $y = x\sqrt{x^2+1}$. TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = \sqrt{x^2+1} + \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 194: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{mx^3 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi

**A.** $m \neq 2$ và $m \neq \dfrac{1}{4}$. **B.** $m \neq 0$ và $m \neq 2$. **C.** $m \neq 1$ và $m \neq 2$. **D.** $m \neq 0$.

**Lời giải**

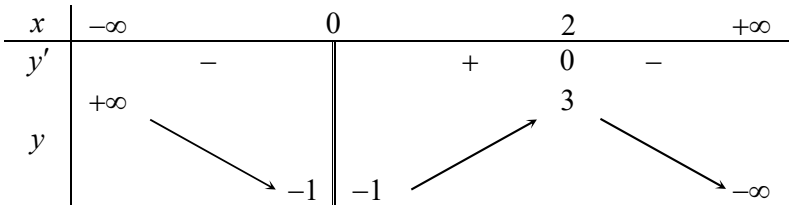
**Chọn A**

Đkxđ: $x \neq 1;\ x \neq 2$

Để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng thì $x = 1$ và $x = 2$ không phải là nghiệm của phương trình $g(x) = mx^3 - 2 = 0$.

Khi đó: $\begin{cases} g(1) \neq 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ 8m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \dfrac{1}{4} \end{cases}$.

**Câu 195: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.




Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

✓ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

✓ $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -1$ và $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 0.

**Câu 196: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A\left(-1; -\dfrac{4}{3}\right)$ của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ là

**A.** $y = -x - \dfrac{7}{3}$. **B.** $y = x - \dfrac{7}{3}$. **C.** $y = -x + \dfrac{7}{3}$. **D.** $y = \dfrac{7}{3}x$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đạo hàm $y' = x^2 + 2x \Rightarrow y'(-1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$: $y=-1(x+1)-\frac{4}{3}\Leftrightarrow y=-x-\frac{7}{3}$.

**Câu 197:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-12x+20$ là

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(2;-4)$. **C.** $(2;36)$. **D.** $(-2;36)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm cấp một: $y'=3x^2-12$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

Đạo hàm cấp hai: $y''=6x$. Ta có:

$y''(2)=12>0$ nên $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

$y''(-2)=-12<0$ nên $x=-2$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(-2;36)$.

**Câu 198:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\frac{x-m}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó là:

**A.** $m\le 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ge 1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\frac{m-1}{(x-1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow m-1<0\Leftrightarrow m<1$.

**Câu 199:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos^4 x+\sqrt{2}\sin^2 x+2$ bằng

**A.** $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $3$. **D.** $3+\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f(t)=t^2-\sqrt{2}t+2+\sqrt{2}$, với $t=\cos^2 x$; $t\in[0;1]$.

$f'(t)=2t-\sqrt{2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Khi đó $f(0)=2+\sqrt{2}$; $f(1)=3$; $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$

Vậy $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\max\limits_{\mathbb{R}} f(t)=f(0)=2+\sqrt{2}$.

**Câu 200:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 7. Giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** $m=\pm 3$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=\pm\sqrt{7}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=3x^2+m^2+1>0,\ \forall x \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $[0;\ 2]$.

Do đó $\min\limits_{[0;\ 2]} y=f(0)\Leftrightarrow m^2-2=7\Leftrightarrow m=\pm 3$.

**Câu 201:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ đạt được tại $x_0$. Giá trị $x_0$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Lời giải.**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=6x^2+6x-12$.

$y'=0\Leftrightarrow 6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-1)=15$; $y(1)=-5$; $y(2)=6\Rightarrow \min\limits_{[-1;2]} y=y(1)\Rightarrow x_0=1$.

**Câu 202:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x-4\sqrt{6-x}$ trên đoạn $[-3;6]$. Tổng $M+m$ có giá trị là

**A.** $-6$. **B.** $-12$. **C.** $-4$. **D.** 18.

**Lời giải.**

**Chọn A**

Xét hàm số trên $[-3;6]$.

Ta có: $f'(x)=2+\frac{2}{\sqrt{6-x}}>0,\forall x\in[3;6)\ \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[-3;6]$.

Khi đó: $\max\limits_{[-3;6]} f(x)=f(6)=12$ và $\min\limits_{[-3;6]} f(x)=f(-3)=-18$.

Vậy $M+m=-6$.

**Câu 203:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải.**

**Chọn D**

TXĐ: $D=[-3;+\infty)\setminus\{\pm 1\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

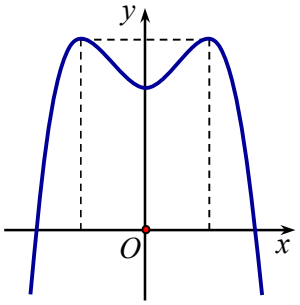
$$\lim_{x\to 1} y=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+3}\right)}=\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 204:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c<0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **D.** $a<0;\ b<0;\ c<0$.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có dạng đồ thị của hàm số bậc bốn hệ số $a$ âm, giao điểm của đồ thị với trục tung nằm trên điểm $O$ nên hệ số $c$ dương. Đồ thị hàm số có ba cực trị nên hệ số $b$ trái dấu với hệ số $a$, hay hệ số $b$ dương.

**Câu 205:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận?

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét: $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$.

Có $\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt{x^2+x+1}=1>0;\ \lim\limits_{x\to 0^-} x=0$ và $x<0\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=-\infty$.

Vậy $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x}=1.$$

Vậy $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Tương tự có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

**Câu 206: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

**A.** $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $m \neq 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4mx$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1 \Rightarrow y'(-1) = 0 \Leftrightarrow -4 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ hàm số có dạng: $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

$y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

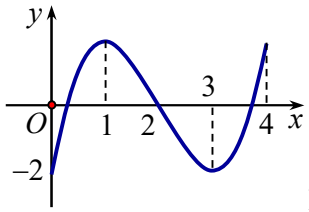
Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

**Câu 207: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.




**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số ta suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$

**Câu 208: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tập hợp các giá trị của $m$ để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{(mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4m + 1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

**A.** $(-\infty;-1) \cup \{0\} \cup (1;+\infty)$. **B.** $\varnothing$.

**C.** $\{0\} \cup (1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

**Gốc: C.** $\{0\}$. **D.** $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1.** Ta luôn có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4m+1\right)}=0,\forall m$ nên hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang.

+ Với $m=0$ hàm số trở thành $y=\dfrac{2x-1}{\left(1-2x\right)\left(4x^2+1\right)}=\dfrac{-1}{4x^2+1}$ Hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$ nên $m=0$ thỏa mãn.

+ Với $m\neq 0$ để hàm số có đúng một đường tiệm cận thì xảy ra các trường hợp sau:

**Trường hợp 1.** Hai phương trình $mx^2-2x+1=0\ \ (1)$ và $4x^2+4m+1=0\ \ (2)$ đều vô nghiệm

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_1=1-m<0\\4m+1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>1\\m>-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow m>1.$$

**Trường hợp 2:** Phương trình $(1)$ vô nghiệm, Phương trình $(2)$ có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{2}$.

Thay $x=\dfrac{1}{2}$ vào $(2)$ suy ra $m=-\dfrac{1}{2}$, khi đó phương trình $(1)$ lại có hai nghiệm, nên $m=\dfrac{1}{2}$ không thỏa mãn.

**Trường hợp 3:** Phương trình $(2)$ vô nghiệm, Phương trình $(1)$ có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{2}$.

Thay $x=\dfrac{1}{2}$ vào $(1)$ suy ra $m=0$ (loại)

Vậy $m=0$ hoặc $m>1$ là các giá trị cần tìm.

**Cách 2.**

Ta có, với $m=0$ hàm số trở thành $y=\dfrac{2x-1}{\left(1-2x\right)\left(4x^2+1\right)}=\dfrac{-1}{4x^2+1}$. Hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$ nên $m=0$ thỏa mãn. Suy ra các phương án **B. D.** sai.

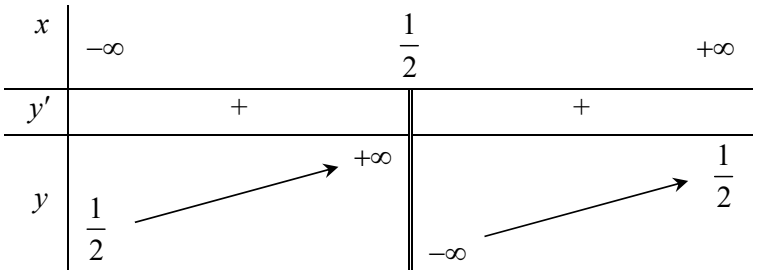
Với $m=-2$ hàm số trở thành $y=\dfrac{2x-1}{\left(-2x^2-2x+1\right)\left(4x^2-7\right)}$, ta có

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{\left(-2x^2-2x+1\right)\left(4x^2-7\right)}=0$ nên hàm số luôn nhận $y=0$ là tiệm cận ngang.

Lại có $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} y=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^+}\dfrac{2x-1}{\left(-2x^2-2x+1\right)\left(4x^2-7\right)}=-\infty$ nên hàm số luôn nhận $x=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ làm tiệm cận đứng.

Vậy mới $m=-2$ đồ thị hàm số đã cho luôn có ít nhất hai tiệm cận nên $m=-2$ không thỏa mãn nên A. sai. Vậy C. Đúng.

**Câu 209:** **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên




Hỏi hàm số đó là hàm nào?

**A.** $y=\dfrac{-x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Lời giải

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó loại đáp án A, B, **C.**

**Câu 210: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

**A.** $y=\sqrt{x}$. **B.** $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$. **C.** $y=-x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$ ta có:

$y'=x^2-2x+3>0\ \ \forall x$.

Loại A và D nên chọn C.

**Câu 211: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^4-2x^2+3$. Tìm khẳng định **sai**?

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $f(x)=\sqrt{2-3x^2}$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do đây là hàm trùng phương và có $a<0;b<0$ nên hàm số chỉ có một điểm cực đại tại $x=0$; đồng biến trên khoảng $f(x)=\sqrt{2-3x^2}$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 212: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ tại 4 điểm phân biệt.

**A.** $2<m<3$. **B.** $m>2$. **C.** $1<m<2$. **D.** $m<2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2+2$ có:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Có $f'(x)=4x^3-4x$. $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta xác định được điều kiện để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ tại 4 điểm phân biệt là $1<m<2$.

**Câu 213: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+8}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Cực đại của hàm số bằng $\dfrac{1}{4}$.

**B.** Cực đại của hàm số bằng $-\dfrac{1}{8}$.

**C.** Cực đại của hàm số bằng $2$.

**D.** Cực đại của hàm số bằng $-4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=\dfrac{-x^2-2x+8}{\left(x^2+8\right)^2}, \forall x\in\mathbb{R}$; $y'=0\Leftrightarrow -x^2-2x+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | $\searrow$ | $-\dfrac{1}{8}$ | $\nearrow$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\searrow$ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=\dfrac{1}{4}$.

**Câu 214: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $f'(x)\geq 0, \forall x\in(a;b)$.

**B.** $f'(x)\leq 0, \forall x\in(a;b)$.

**C.** $f'(x)\neq 0, \forall x\in(a;b)$.

**D.** $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a;b)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đơn điệu trên khoảng $K$ thì đạo hàm không đổi dấu trên khoảng đó.

**Câu 215: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(0;1)$.

**B.** $(1;2)$.

**C.** $(0;2)$.

**D.** $(1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = -6x^2 + 18x - 12$ nên $y' = 0$ có hai nghiệm $x = 2$ và $x = 1$.

Lập BBT ta được hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 216: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$. Tích các giá trị cực trị của hàm số là

**A.** $-3$. **B.** $-135$. **C.** $-120$. **D.** $-125$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$; $\lim\limits_{x \to \pm\infty} = \pm\infty$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-27$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT ta có: $y_{CD} = 5$, $y_{CT} = -27 \Rightarrow y_{CD}.y_{CT} = -135$.

**Câu 217: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Biết hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m+2)x - 1$ đạt cực trị tại $x = 1$ ($m$ là tham số thực). Khi đó điểm cực trị của hàm số khác 1 là

**A.** $-1$. **B.** $-2$. **C.** $3$. **D.** Đáp số khác.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y' = x^2 - 2(m+1)x + m + 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow -m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ ta có: $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$ và $y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Suy ra điểm cực trị còn lại là $x = 3$.

**Câu 218: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2 + mx + m}$. Số giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)=x^2+mx+m=0$ có nghiệm duy nhất khác $2$ hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng $2$.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\Delta=0\\ f(2)\neq 0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m^2-4m=0\\ 3m+4\neq 0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=4\end{array}\right.\\ m\neq -\dfrac{4}{3}\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=4\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{cases}\Delta>0\\ f(2)=0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m^2-4m>0\\ 3m+4=0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>4\\ m<0\end{array}\right.\\ m=-\dfrac{4}{3}\end{cases}\right.$$

Vậy có hai giá trị $m$ cần tìm.

**Câu 219: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Giá trị tham số $m$ để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2+2m-1$ tại điểm có hoành độ $-1$ vuông góc với đường thẳng $x+4y-12=0$ là

**A.** $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-5$. **D.** Đáp án khác.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=4x^3+2(m+1)x$.

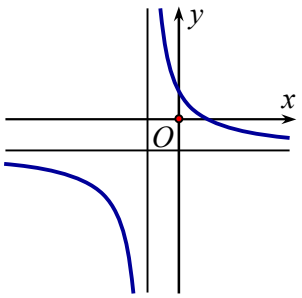
$A(-1;3m+1)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $A$ là: $y'(-1)=-2m-6$.

Vì tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: x+4y-12=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{4}x+3$ nên:

$y'(-1).\left(-\dfrac{1}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow -2m-6=4 \Leftrightarrow m=-5$.

**Câu 220: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ ($a$, $c$, $d$: hằng số thực ) như hình vẽ.




Khẳng định nào đúng

**A.** $d>0, a>0, c<0$. **B.** $d>0, a<0, c>0$. **C.** $d<0, a>0, c<0$. **D.** $d<0, a<0, c>0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

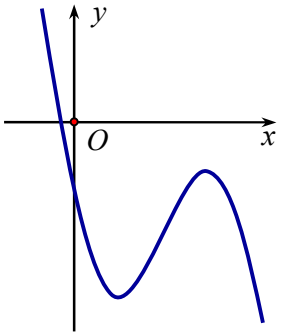
Ta có $x=0 \Rightarrow y=-\dfrac{1}{d}>0 \Rightarrow d<0$.

$y=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{a}>0\Rightarrow a>0$.

Hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}<0\Rightarrow c<0$.

Vậy $d<0, a>0, c<0$.

**Câu 221: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a$, $b$, $c$, $d$ là các hằng số thực và $a\neq 0$) như hình vẽ.




Khẳng định nào đúng

**A.** $b>0, c>0$. **B.** $b>0, c<0$. **C.** $b<0, c>0$. **D.** $b<0, c<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Nhận thấy $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm dương phân biệt nên $\begin{cases} P=\dfrac{c}{3a}>0 \\ S=-\dfrac{2b}{3a}>0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} c<0 \\ b>0 \end{cases}$.

**Câu 222: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Giả sử tồn tại hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | ↘ | | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | | ↗ | $3$ |
| | | | $-3$ | | | | | | | | $1$ | | |

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $f(x)=m$ có $4$ nghiệm thực phân biệt là

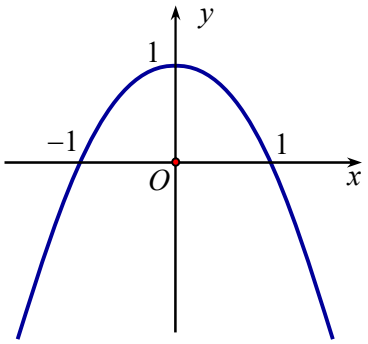
**A.** $(-3;1]\cup\{2\}$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-3;1)\cup\{2\}$. **D.** $(-3;1]$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta thấy $m\in(-3;1]\cup\{2\}$ thỏa mãn yêu cầu.

**Câu 223: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ.




Chọn khẳng định đúng

**A.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

**B.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**C.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**D.** $f(x)$ có ba điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**Câu 224: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Có hai giá trị $m_1$, $m_2$ của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ tiếp xúc với đường thẳng $y=x+m$. Tìm $T=m_1+m_2$.

**A.** $T=5$. **B.** $T=6$. **C.** $T=7$. **D.** $T=8$.

**Lời giải.**

**Chọn D**

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ tiếp xúc với đường thẳng $y=x+m$ thì hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{x+3}=x+m\ (1)\\ \dfrac{1}{(x+3)^2}=1\quad (2)\end{cases}$$

Từ phương trình $(2)$ ta được $(x+3)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+3=1\\ x+3=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-4\end{array}\right.$.

Từ $(1)$ ta được $m=\dfrac{x+2}{x+3}-x\ (3)$, lần lượt thay các giá trị $x$ vừa tìm được vào $(3)$ suy ra $m=2, m=6$. Vậy $T=8$.

**Câu 225: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để trên đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+m-1$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua điểm $I(0;1)$.

**A.** $m>2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số đã cho, ta được $y_0=x_0{}^3-x_0{}^2+m-1\quad(1)$.

Khi đó nếu $N\left(x_N;y_N\right)$ là điểm đối xứng với $M$ qua $I$ thì

$$\begin{cases}\dfrac{x_0+x_N}{2}=0\\ \dfrac{y_0+y_N}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=-x_0\\ y_0=2-y_0\end{cases}\Rightarrow N\left(-x_0;2-y_0\right).$$

Để $N$ cũng thuộc đồ thị hàm số đã cho thì ta có phương trình $2-y_0=-x_0{}^3-x_0{}^2+m-1\ (2)$.

Lấy $(1)$ cộng $(2)$ vế theo vế và biến đổi ta được phương trình $x_0{}^2=m-2$, phương trình này có nghiệm khi và chỉ khi $m\ge 2$.

Hơn nữa để $M\ne N\Rightarrow x_0\ne -x_0\Leftrightarrow x_0\ne 0$, ta chọn $m>2$.

**Câu 226:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $D=\left(0;+\infty\right)$ và $\lim\limits_{x\to 0^+}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận đứng và có tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng và có tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do $x=0^+$ là một đầu mút của ập xác định và $\lim\limits_{x\to 0^+}y=-\infty$ nên đường thẳng $x=0$ ( hay là trục $Oy$ ) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $D=\left(0;+\infty\right)$, ta kiểm tra được giới hạn của hàm số tại $+\infty$ (không có giới hạn tại $-\infty$). Theo giả thiết, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 227:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Xác định khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^4+2x^2-3$.

**A.** $\left(-3;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;3\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

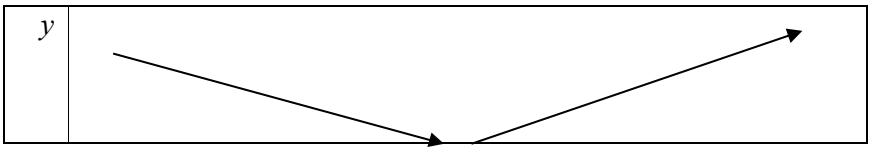
**Chọn D**

Ta có $y'=3x^4+6x^2$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |




Vậy chọn đáp án **D.**

**Câu 228:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tính tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^3+3x^2+18$.

**A.** $38$. **B.** $37$. **C.** $40$. **D.** $39$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có $y'=-6x^2+6x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$$

Tính tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số là $S=y(0)+y(1)=18+19=37.$

**Câu 229:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-2x^4+4x^2+5$ trên đoạn $[-2;1]$.

**A.** $-11$. **B.** $-16$. **C.** $2$. **D.** $5$.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có $y'=-8x^3+8x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in(-2;1)\\x=-1\in(-2;1)\\x=1\notin(-2;1)\end{array}\right.$$

$\Rightarrow y(0)=5; y(-1)=7; y(1)=7; y(-2)=-11.$

**Câu 230:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ / $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ |

**A.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{1+x}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định và có 2 đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là $x=-1$ và $y=2$.

$y=\dfrac{2x+3}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\Rightarrow$ Loại đáp án A.

$y=\dfrac{2x+1}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\ \Rightarrow$ Chọn đáp án B.

**Câu 231: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)>0,\forall\in\mathbb{R}$. Tìm tập tất cả các giá trị thực của $x$ để $f\left(\dfrac{1}{x}\right)>f(1)$.

**A.** $(-\infty;0)\cup(0;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;1)$

**Lời giải**

**Chọn B**

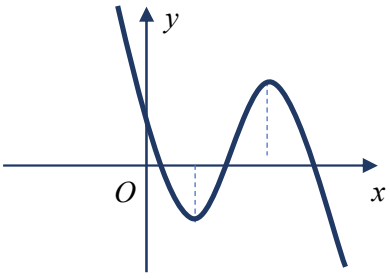
Hàm số $f'(x)>0,\forall\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)>f(1)$ suy ra $\dfrac{1}{x}>1\Leftrightarrow\dfrac{1-x}{x}>0\Leftrightarrow 0<x<1$.

**Câu 232: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0;b<0;c<0;d>0;b^2>3ac.$ **B.** $a<0;b<0;c>0;d>0;b^2>3ac.$

**C.** $a<0;b>0;c<0;d>0;b^2>3ac.$ **D.** $a<0;b>0;c>0;d>0;b^2>3ac.$




**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3ax^2+2bx+c$.

$\Delta'=b^2-3ac$.

$S=x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ nên $a<0$.$(1)$

Nhìn vào ĐTHS khi $x=0$ thì $y=d>0$.$(4)$

Phương trình có hai cực trị dương nghiệm nên $\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2-3ac>0(5)\\-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow b>0(2).\\\dfrac{c}{a}>0\Rightarrow c<0(3)\end{cases}$

**Câu 233: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{7x+6}{x-2}$ và đường thẳng $y=x+2$. Khi đó tung độ trung điểm $I$ của đoạn $MN$ bằng bao nhiêu?

**A.** $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $-\frac{7}{2}$.

**Lời giải:**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{7x+6}{x-2} = x+2 \Leftrightarrow 7x+6 = x^2-4 \Leftrightarrow x^2-7x-10=0 \Rightarrow x_1+x_2=7$

Tung độ giao điểm $I$ : $y_I = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{x_1+2+x_2+2}{2} = \frac{x_1+x_2}{2}+2 = \frac{7}{2}+2 = \frac{11}{2}$.

**Câu 234:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các khẳng định sau về hàm số $y=-2x^4+4x^2-1$, khẳng định nào là **SAI**?

**A.** Đồ thị của hàm số cắt trục $Ox$ tại $4$ điểm phân biệt.

**B.** Hàm số có $3$ điểm cực trị.

**C.** Hàm số có $2$ điểm cực tiểu và $1$ điểm cực đại.

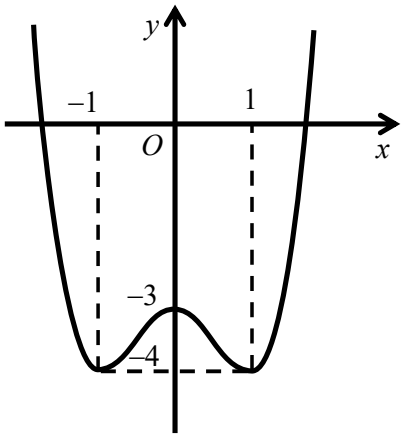
**D.** Đồ thị hàm số nhận trục $Oy$ làm trục đối xứng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $a=-2<0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số có $2$ điểm cực đại và $1$ điểm cực tiểu.

**Câu 235:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)-m=0$ có đúng hai nghiệm và giá trị tuyệt đối của hai nghiệm này đều lớn hơn 1?




**A.** $m>-4$. **B.** $-4<m<-3$. **C.** $m>-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nghiệm của phương trình $f(x)-m=0$ là hoành độ giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $\Delta: y=m$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm. Để phương trình $f(x)-m=0$ có đúng hai nghiệm và giá trị tuyệt đối của hai nghiệm này đều lớn hơn 1 điều kiện là đường thẳng $\Delta: y=m$ cắt đồ thị $(C): y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x\notin[-1;\ 1] \Leftrightarrow$ điều kiện là $m>-4$.

**Câu 236:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+m$. Tìm $m$ biết giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-1;1]$ bằng 0.

**A.** $m=2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=6$.

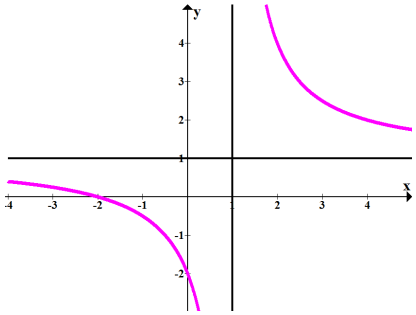
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=-3x^2-6x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in(-1;\ 1) \\ x=-2\notin(-1;\ 1) \end{array}\right.$

$\begin{cases} f(0)=m \\ f(1)=m-4 \\ f(-1)=m-2 \end{cases} \Rightarrow \min\limits_{[-1;\ 1]} f(x)=m-4=0 \Leftrightarrow m=4$.

**Câu 237:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{1-x}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại $x=2$, cắt trục $Oy$ tại $x=-2$ nên đáp án là A.

**Câu 238:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2018-x^2}}{x(x-2018)}$ là

**A.** $2$. **B.** $0$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Điều kiện $\begin{cases} -\sqrt{2018}\le x\le\sqrt{2018} \\ x\neq 0 \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{2018-x^2}}{x(x-2018)}=-\infty$

Suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì không tồn tại giới hạn tại vô cực,.

**Câu 239:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Biết rằng các số thực $a$, $b$ thay đổi sao cho hàm số luôn $f(x)=-x^3+(x+a)^3+(x+b)^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+b^2-4a-4b+2$.

**A.** $-4$. **B.** $-2$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=-3x^2+3(x+a)^2+3(x+b)^2$

Do hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có

$f'(-2)\geq 0 \Leftrightarrow 3(-4+a^2-4a+4+b^2-4b+4)\geq 0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2-4a-4b+2\geq -2$.

**Câu 240: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Tâm đối xứng $I$ của đồ thị hàm số $y=-\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

**A.** $I(1;-2)$. **B.** $I(-1;-2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(-\dfrac{2x-1}{x+1}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(-\dfrac{2x-1}{x+1}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-\dfrac{2x-1}{x+1}\right)=-2$ nên đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng. Do đó ta có $I(-1;-2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 241: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

**A.** Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0$ thì đạo hàm tại đó không tồn tại hoặc $f'(x_0)=0$.

**B.** Hàm số $f(x)$ có $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $[a;b)$.

**C.** Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

**D.** Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì tồn tại $c\in(a;b)$ sao cho $f(c)=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Khẳng định của đáp án **B** là sai vì hàm số chưa đề cập đến việc hàm số có xác định tại $x=a$ nên chưa thể khẳng định hàm số đồng biến trên $[a;b)$.

**Câu 242: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $f(x)=(m^2-4)x^3+3(m-2)x^2+3x-4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m\geq 2$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định : $D=\mathbb{R}$

Ta có: $f'(x)=3(m^2-4)x^2+6(m-2)x+3$

* Với $m=2$ ta có: $f'(x)=3>0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow m=2$ thỏa mãn đề bài.

* Với $m=-2$ ta có: $f'(x)=-24x+3 \Rightarrow m=-2$ không thỏa mãn đề bài.

* Với $m \neq \pm 2$ ta có: $f'(x)$ là một tam thức bậc hai . Từ đó để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là $\begin{cases} m^2-4>0 \\ (m-2)^2-(m^2-4)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ -4m+8\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>2$ .

Kết hợp các trường hợp ta được $m \ge 2$.

**Câu 243:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ trên đoạn $[1;\,4]$ là

**A.** $2$. **B.** $\dfrac{17}{2}$. **C.** $\dfrac{17}{4}$. **D.** $\dfrac{28}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;\,4]$.

* Ta có $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[1;\,4] \\ x=-1\notin[1;\,4] \end{array}\right.$.

* $f(1)=2$; $f(4)=\dfrac{17}{4}$. Suy ra $m=\min\limits_{[1;\,4]} f(x)=f(1)=2$; $M=\max\limits_{[1;\,4]} f(x)=f(4)=\dfrac{17}{4}$.

* Vậy $m.M=\dfrac{17}{2}$.

**Câu 244:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+2$ tại điểm uốn của $(C)$.

**A.** $y=3x+3$. **B.** $y=3(1-x)$. **C.** $y=1-3x$. **D.** $y=-3(1-x)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x$; $y''=6x-6$. Khi đó $y''=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=0$.

Điểm uốn của $(C)$ là $I(1;0)$ ; $y'(1)=3-6=-3$.

Phương trình tiếp tuyến với $(C)$ tại $I(1;0)$ là $y=y'(1)(x-1)+0$ hay $y=3(1-x)$.

**Câu 245:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x-1)^2=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-2)$ | ↘ | $f(0)$ | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

**Câu 246: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $-5$. **C.** $5$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0$, $\forall x\in[0;2]$. Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên $[0;2]$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ là: $y(0)=\dfrac{1}{3}$.

**Câu 247: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C):y=x^4-2x^2$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** $(C)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt. **B.** $(C)$ cắt trục $Oy$ tại hai điểm phân biệt.

**C.** $(C)$ tiếp xúc với trục $Ox$. **D.** $(C)$ nhận $Oy$ làm trục đối xứng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm trùng phương $(C):y=x^4-2x^2$ luôn cắt trục $Oy$ tại một điểm.

Mặt khác, phương trình $x^4-2x^2=0$ có ba nghiệm phân biệt $x=0$, $x=\pm2$ nên $(C)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt.

Hệ phương trình $\begin{cases}y'=4x^3-4x=0\\y=x^4-2x^2=0\end{cases}$ có nghiệm $x=0$ suy ra $(C)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=0$.

Hàm số $y=x^4-2x^2$ là hàm số chẵn nên có đồ thị đối xứng qua trục tung.

**Câu 248: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$: $y=\dfrac{x}{x-1}$. Tìm điều kiện của $m$ để đường thẳng $d$: $y=-x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt.

**A.** $1<m<4$. **B.** $m<0$ hoặc $m>2$. **C.** $m<0$ hoặc $m>4$. **D.** $m<1$ hoặc $m>4$.

Lời giải

**Chọn C**

- Hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=-x+m$ và $(C)$ là nghiệm của phương trình:

$\dfrac{x}{x-1}=-x+m \quad (1)$

- Với $x\neq 1$ phương trình $(1)\Leftrightarrow x=(x-1)(-x+m)\Leftrightarrow x^2-mx+m=0\ (1')$.

- Đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(1')$ có 2 nghiệm phân biệt khác $1\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=m^2-4m>0\\ 1^2-m.1+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>4\\ m<0\end{array}\right.$.

**Câu 249:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm điều kiện của m để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**A.** $m<1$ hoặc $m>2$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $-1<m<2$. **D.** $1\leq m<2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

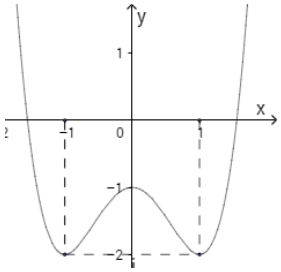
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-m-2}{(x-m)^2}$

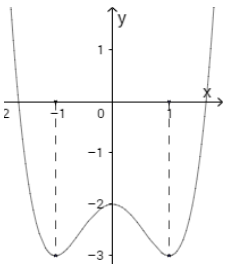
Điều kiện để hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)\Leftrightarrow y'>0\ \forall x\in(-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-m-2<0\\ -m\leq -1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-1<m<2\\ m\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m<2$.

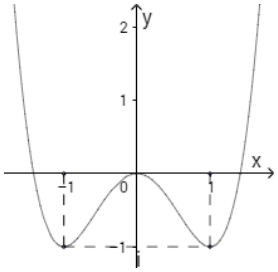
**Câu 250:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



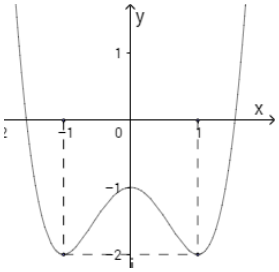

Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)+1$ ?.



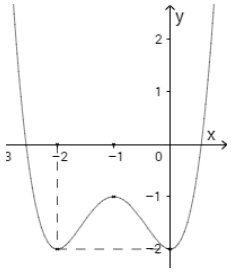

$(I)$




$(II)$




$(III)$




$(IV)$

**A.** $(III)$. **B.** $(II)$. **C.** $(IV)$. **D.** $(I)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Khi đó $M'\left(x;f\left(x\right)+1\right)$ là ảnh của $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ qua phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}=\overrightarrow{MM'}=\left(0;1\right)$.

Vậy đồ thị của hàm số $f\left(x\right)$ là hình $\left(II\right)$. Do đó đáp án đúng là **B.**

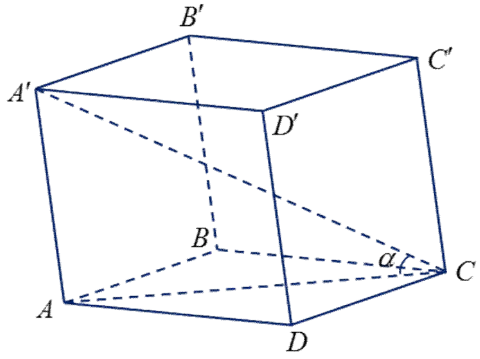
Chú ý: Hình vẽ có sự sắp xếp lại cho hợp lý so với đề gốc nhưng vẫn đảm bảo nội dung bài toán.

**Câu 251:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng $2$ đồng thời góc tạo bởi $A'C$ và đáy $\left(ABCD\right)$ bằng $30°$.

**A.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=24\sqrt{6}$. **C.** $V=8\sqrt{6}$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có góc tạo bởi $A'C$ và mặt đáy $\left(ABCD\right)$ là góc $\widehat{A'CA}=30°$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{2}$, $AA'=AC.\tan 30°=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=AA'.S_{ABCD}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$.

**Câu 252:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm cặp điểm thuộc đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ

**A.** $\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và $\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(\sqrt{3};-\sqrt{2}\right)$ và $\left(-\sqrt{3};\sqrt{2}\right)$.

**C.** $\left(\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$ và $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(2;-2\right)$ và $\left(-2;2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Cách 1. $M\left(x,\dfrac{x+2}{x+1}\right)$ thuộc đồ thị $\left(C\right)$. $M'\left(-x;-\dfrac{x+2}{x+1}\right)$ là điểm đối xứng của $M$ qua gốc tọa độ.

$M'\in\left(C\right)\Leftrightarrow-\dfrac{x+2}{x+1}=\dfrac{-x+2}{-x+1}\Leftrightarrow\left(x+2\right)\left(-x+1\right)=-\left(x+1\right)\left(-x+2\right)\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Vậy $M\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và $M'\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Trình bày lại :

**Chọn A**

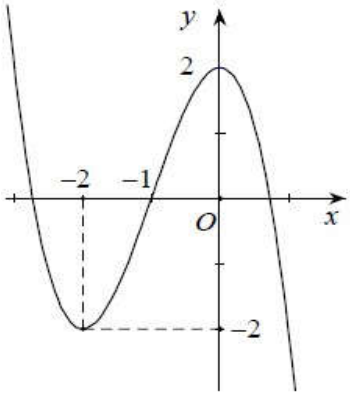
Cách 1. $M\left(x_1,\dfrac{x_1+2}{x_1+1}\right)$ thuộc đồ thị $(C)$. $M'\left(x_2;\dfrac{x_2+2}{x_2+1}\right)$ là điểm đối xứng của $M$ qua gốc tọa độ.(Giả sử $x_1>0$)

Ta có $\begin{cases}x_1=-x_2\\ \dfrac{x_1+2}{x_1+1}=-\dfrac{x_2+2}{x_2+1}\end{cases}\Rightarrow \dfrac{x_1+2}{x_1+1}=-\dfrac{-x_1+2}{-x_1+1}\Rightarrow x_1=\sqrt{2}$.

Vậy $M\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và $M'\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Cách 2. Nhận xét các cặp điểm này đều đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Dùng máy tính kiểm tra từng cặp xem chúng có thuộc đồ thị $(C)$ không.

**Câu 253:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+2$ có đồ thị như hình vẽ bên




Tìm tập hợp $S$ tất cả các giá của tham số thực $m$ sao cho phương trình $-x^3-3x^2+2=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $S=\varnothing$. **B.** $S=[-2;2]$. **C.** $S=(-2;1)$. **D.** $S=(-2;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số nghiệm của phương trình $-x^3-3x^2+2=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3-3x^2+2$ và đường thẳng $y=m$. Để phương trình đã cho có $3$ nghiệm phân biệt điều kiện là $-2<m<2\Leftrightarrow m\in(-2;2)$.

**Câu 254:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập hợp $S$ tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+mx^2+(2m+3)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $[-1;3]$.

**C.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2+2mx+2m+3$.

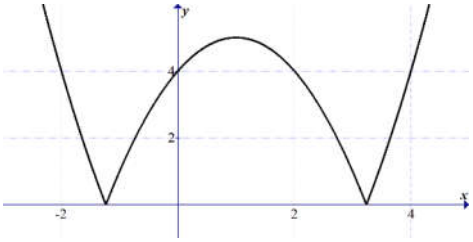
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0$ chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow x^2+2mx+2m+3\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-2m-3\le 0\Leftrightarrow -1\le m\le 3$.

Vậy $m \in S = [-1;3]$.

**Câu 255:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1-\sqrt{5}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $5$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số có ba điểm cực trị.

**Câu 256:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $3$ | ↗ | $+\infty$ $\|\|$ $-\infty$ | ↗ | $3$ |

**A.** Phương trình $f(x) - 5 = 0$ có hai nghiệm thực.

**B.** Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**D.** $\max\limits_{x\in[3;10]} f(x) = f(10)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT ta suy ra được

• Đường thẳng $y = 5$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại duy nhất một điểm. Do đó phương trình $f(x) - 5 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

• Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

• Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

• Hàm số xác định, liên tục trên $[3;10]$ và đồng biến trên $[3;10]$ nên $\max\limits_{[3;10]} f(x) = f(10)$.

**Câu 257:** **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có đúng một cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

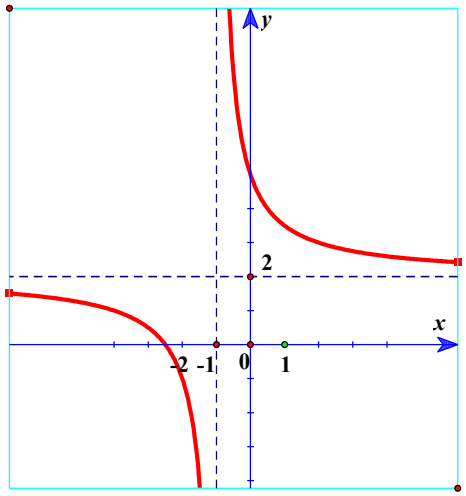
**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào điều kiện cần và đủ để hàm số có cực trị.

**Câu 258:** **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A$, $B$, $C$, $D$ dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Đồ thị hàm số trên hình vẽ đi xuống từ trái qua phải nên hàm số tương ứng là hàm số nghịch biến. Do đó loại đáp án A, B.

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn $3$ nên hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

**Câu 259: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$ ?

**A.** $y=-x^4+2x^2-2$.

**B.** $y=x^4-3x^2+5$.

**C.** $y=-x^3+x^2-2x-1$.

**D.** $y=-x^3-3x^2+4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta loại ngay được hai hàm số ở các phương án A. và B.

Với hàm số ở D. Ta có $y'=-3x^2-6x$, $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=0$ và $x=-2$ nên không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$. Vậy đáp án là C.

**Câu 260: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{bx+1}$ có đồ thị $(C)$. Nếu $(C)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{1}{3}$ thì các giá trị của $a$ và $b$ lần lượt là

**A.** $-\dfrac{1}{2}$ và $-\dfrac{1}{6}$.

**B.** $-3$ và $-6$.

**C.** $-\dfrac{1}{6}$ và $-\dfrac{1}{2}$.

**D.** $-6$ và $-3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $\begin{cases} x\neq -\dfrac{1}{b} \\ b\neq 0 \end{cases}$.

Ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình $x=-\dfrac{1}{b}$, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình $y=\dfrac{a}{b}$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\begin{cases} -\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{a}{b}=2 \\ a.\left(-\dfrac{1}{b}\right)+b\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3 \\ a=-6 \end{cases}$.

**Câu 261: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $f(x)=x^4+x^3-mx^2$ có 3 điểm cực trị?

**A.** $m\in(0;+\infty)$.

**B.** $m\in\left(-\dfrac{9}{2};+\infty\right)\setminus\{0\}$.

**C.** $m\in(-\infty;0)$.

**D.** $m\in\left(-\dfrac{9}{32};+\infty\right)\setminus\{0\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=4x^3+3x^2-2mx=x\left(4x^2+3x-2m\right)$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 4x^2+3x-2m=0\ (1) \end{array}\right.$.

Do $y'=f'(x)$ là hàm bậc ba nên hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $0$.

Ta có $\begin{cases} \Delta_{(1)}=3^2-4.4.(-2m)=9+32m>0 \\ 4.0^2+3.0-2m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{9}{32} \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-\dfrac{9}{32};+\infty\right)\backslash\{0\}$.

**Câu 262: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=x^3+6mx^2+6x-6$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

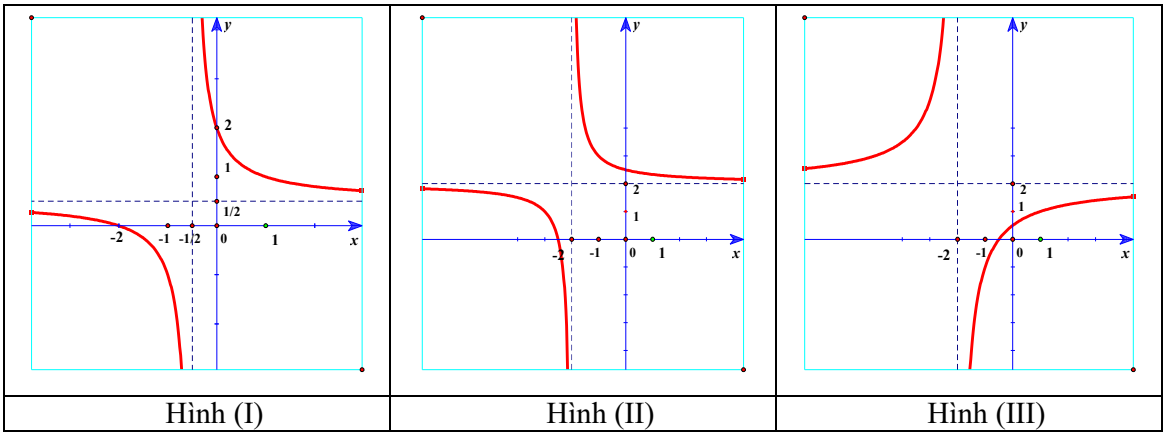
$y'=3x^2+12mx+6$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ (12m)^2-4.3.6\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 144m^2-72\leq 0 \Leftrightarrow -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leq m\leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Do đó giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu là $m=0$.

**Câu 263: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ với $m$ là tham số. Các hình nào dưới đây không thể là đồ thị của hàm số đã cho với mọi $m\in\mathbb{R}$?




| Hình (I) | Hình (II) | Hình (III) |
|---|---|---|

**A.** Hình (III). **B.** Hình (II). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (I).

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}$.

Đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại $x=-\dfrac{1}{m}$, cắt trục $Oy$ tại $x=\dfrac{1}{m}$.

Đồ thị hàm số có TCĐ $x=-m$, có TCN $y=m$.

Ở đồ thị hình (II) ta có TCĐ $x=-2\Rightarrow m=2$ mà đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ $x=-\dfrac{5}{2}$.

**Câu 264: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Đồ thị các hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ và $y=x^2-1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{4x+4}{x-1}=x^2-1\ \left(x\neq 1\right)$

$\Leftrightarrow 4x+4=\left(x-1\right)\left(x^2-1\right)\Leftrightarrow x^3-x^2-5x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

**Câu 265: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{1}{x}$ khi $x>0$.

**A.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $0$. **D.** $-\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\left(0;+\infty\right)$.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{x^4}+\dfrac{1}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow\dfrac{-3}{x^4}+\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow x=\sqrt{3}\in\left(0;+\infty\right)$.

Có $\lim\limits_{x\to 0^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên $\left(0;+\infty\right)$, ta được:

| $x$ | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\dfrac{-2\sqrt{3}}{9}$ | $\nearrow$ | $0$ |

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left(0;+\infty\right)$ bằng $-\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

**Câu 266: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\left|x\right|-1}$.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có:

$\hookrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}.\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}}}{1-\dfrac{1}{x}}=0$

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\hookrightarrow \lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to1^+}\sqrt{x+1}=\sqrt{2}>0$ ; $\lim\limits_{x\to1^+}(|x|-1)=\lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0$.

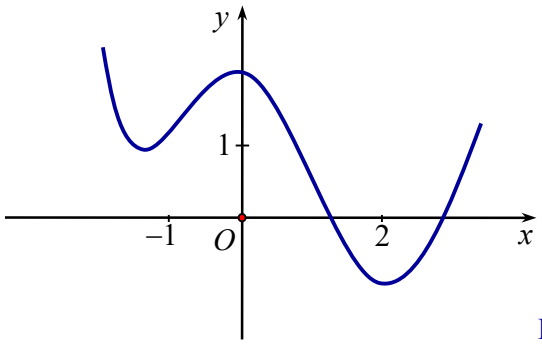
$\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\hookrightarrow \lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{-x-1}=-\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}=-\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

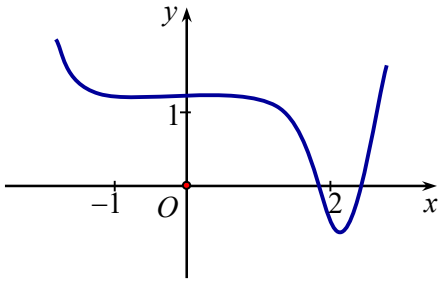
Vậy đồ thị hàm có 3 đường tiệm cận.

**Câu 267:** **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $g'(0)=0$, $g''(x)<0,\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

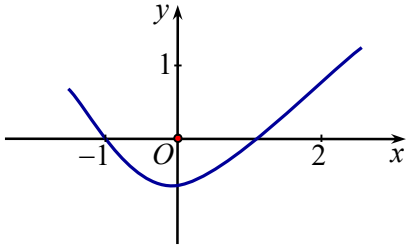
**A.**



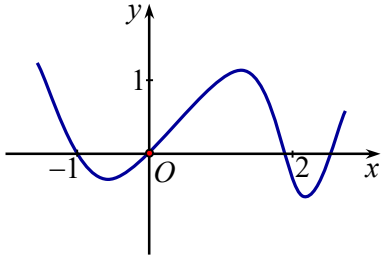

**B.**




**C.**




**D.**




**Lời giải**

**Chọn A**

Vì $\begin{cases} g''(x)<0,\forall x\in(-1;2) \\ 0\in(-1;2) \end{cases} \Rightarrow g''(0)<0$

Mà $\begin{cases} g'(0)=0 \\ g''(0)<0 \end{cases}$ nên $x=0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x)$.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy phương án A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 268:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q):2x-y+3=0$, với $m$ là tham số thực. Để $(P)$ và $(Q)$ vuông góc với nhau thì giá trị thực của $m$ bằng bao nhiêu?

**A.** $m=-5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng $(P)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;m+1;-2)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;0)$.

Để $(P)$ và $(Q)$ vuông góc với nhau thì ta có

$\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 1.2+(m+1).(-1)+(-2).0=0$

$\Leftrightarrow 1-m=0\Leftrightarrow m=1$.

**Câu 269:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x+2018$ không có cực trị.

**A.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 2$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $-1\le m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m+2$

Để hàm số đã cho không có cực trị khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép hay $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m^2-(m+2)\le 0\Leftrightarrow -1\le m\le 2$.

**Câu 270:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=-x\sqrt{2}+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=-x\sqrt{2}+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y'=x^2-3$ nên hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^2+1$ có $y'=2x$ nên hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+3x+1$ có: $y'=3x^2+3\ge 0\ \forall x$.

Vậy chọn phương án **D.**

**Câu 271:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x^2-1)(x-\sqrt{3})^2$. Số điểm cực trị của hàm số này là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'(x)=\left(x^2-1\right)\left(x-\sqrt{3}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

Bảng xét dấu $y'$

| $x$ | | $-1$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ |

Do đó số điểm cực trị của hàm số là $2$.

**Câu 272: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1+\dfrac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

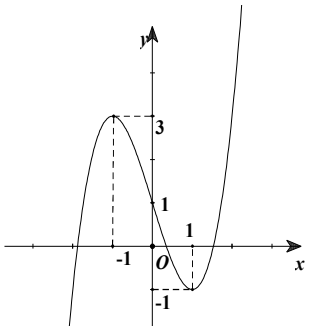
**A.** $x=-2$. **B.** $y=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{2x+1}{x+2}\right)=1+2=3$ nên đồ thị hàm số có TCN: $y=3$.

**Câu 273: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị như hình vẽ là của đồ thị hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3-3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số trên hình vẽ suy ra hệ số $a>0$ nên loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=1$ nên đáp án đúng là B.

**Câu 274: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $I=\lim\dfrac{3n^3-2n+1}{4n^4+2n+1}$.

**A.** $I=0$. **B.** $I=\dfrac{7}{2}$. **C.** $I=\dfrac{3}{4}$. **D.** $I=+\infty$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $I=\lim\dfrac{3n^3-2n+1}{4n^4+2n+1}=\lim\dfrac{\dfrac{3}{n}-\dfrac{2}{n^3}+\dfrac{1}{n^4}}{4+\dfrac{2}{n^3}+\dfrac{1}{n^4}}=\dfrac{0}{4}=0.$

**Câu 275: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Tìm các giá trị của $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2-(6m+9)x-12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

**A.** $-3\neq m<-\frac{3}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m<-\frac{3}{2}$. **D.** $-3<m<-\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $\mathbb{R}$. Ta có $y'=x^2+2mx-(6m+9)$.

Để hàm số có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2>0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m^2+6m+9>0\\-6m-9>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-3\\m<-\frac{3}{2}\end{cases}.$$

**Câu 276: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x-2$ có hai điểm cực trị là $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$. Khẳng định nào sau đây không đúng?

**A.** $y_1y_2=-4$. **B.** $AB=4\sqrt{2}$. **C.** $y_1=-y_2$. **D.** $|x_1-x_2|=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-12x+9\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Với $x=1\Rightarrow y=2$.

Với $x=3\Rightarrow y=-2$.

Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1;2)$ và $B(3;-2)$.

Từ đó suy ra các khẳng định A, C, D đúng. Khẳng định B không đúng.

Thật vậy $AB=\sqrt{(3-1)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{5}$.

**Câu 277: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ với $Ox$ là

**A.** $4x+y-15=0$. **B.** $9x+4y+3=0$. **C.** $9x+8y+3=0$. **D.** $4x+y+1=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tọa độ giao điểm của $(C)$ với $Ox$ là: $\begin{cases}y=\frac{3x+1}{x-1}\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\y=0\end{cases}$.

Ta có: $y'=\frac{-4}{(x-1)^2}$, $y'\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{-4}{\left(-\frac{1}{3}-1\right)^2}=-\frac{9}{4}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y-0=-\frac{9}{4}\left(x+\frac{1}{3}\right)\Leftrightarrow y=-\frac{9}{4}x-\frac{3}{4}\Leftrightarrow 9x+4y+3=0$.

**Câu 278: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai số thực $x$, $y$ thỏa mãn $x\ge 0$, $y\ge 1$; $x+y=3$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^3+2y^2+3x^2+4xy-5x$ lần lượt bằng:

**A.** $20$ và $15$. **B.** $20$ và $18$. **C.** $18$ và $15$. **D.** $15$ và $13$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=3-x\Rightarrow P=x^3+2(3-x)^2+3x^2+4x(3-x)-5x=x^3+x^2-5x+18$.

Đặt $f(x)=x^3+x^2-5x+18$.

Với $y\le 1\Rightarrow x=3-y\le 2\Rightarrow x\in[0;\ 2]$.

Hàm số $f(x)$ đã xác định và liên tục trên $[0;\ 2]$.

Ta có $\begin{cases}x\in(0;\ 2)\\ f'(x)=3x^2+2x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Tính được $f(0)=18$; $f(2)=20$; $f(1)=15$.

Do đó $\max\limits_{[0;\ 2]}f(x)=f(2)=20$ và $\min\limits_{[0;\ 2]}f(x)=f(1)=15$.

**Câu 279: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\frac{1}{3}(m^2-1)x^3+(m+1)x^2+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

**A.** $m\in\varnothing$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 2\end{array}\right.$. **D.** $m\le -1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

* Ta có: $y'=(m^2-1)x^2+2(m+1)x+3$

* Với $m=1\Rightarrow y'=4x+3$ nên $m=1$ không thỏa mãn đề bài.

* Với $m=-1\Rightarrow y'=3$ nên $m=-1$ thỏa mãn đề bài.

* Với $m\ne\pm 1\Rightarrow y'$ là một tam thức bậc hai, để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là

$y'\ge 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1>0\\ -2m^2+2m+4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m<-1\end{array}\right.$.

Kết hợp các trường hợp ta được: $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -1\end{array}\right.$.

**Câu 280: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Với giá trị nào của $m$ thì đồ thị hàm số $y=mx+\sqrt{x^2+x+1}$ có tiệm cận ngang?

**A.** $m \neq \pm 1$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m \neq \pm 2$. **D.** $m = \pm 2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$$I_1 = \lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to+\infty} x\left(m+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right) = \begin{cases}\pm\infty & \text{khi} \quad m \neq -1\\ 0 & \text{khi} \quad m=-1\end{cases}$$

Và $I_2 = \lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to-\infty} x\left(m-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right) = \begin{cases}\pm\infty & \text{khi} \quad m \neq 1\\ 0 & \text{khi} \quad m=1\end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì một trong hai giới hạn $I_1$ hoặc $I_2$ có giá trị $y_0 \in \mathbb{R}$.

Suy ra $m=-1$ hoặc $m=1$.

Trình bày lại

**Chọn B**

Với $m>0$ :

$$L_1 = \lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to+\infty} x\left(m+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right) = +\infty$$

$$L_2 = \lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{m^2x^2-x^2-x-1}{\left(mx-\sqrt{x^2+x+1}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{\left(m^2-1\right)x^2-x-1}{\left(mx-\sqrt{x^2+x+1}\right)}.$$

Để có tiệm cận ngang thì điều kiện cần là : $\begin{cases}m^2-1=0\\ m>0\end{cases} \Rightarrow m=1$.

Khi đó : $L_2 = \lim_{x\to-\infty}\frac{-x-1}{\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\left(1+\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2}}\right)} = -\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=\frac{-1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Với $m<0$ :

$$L_3 = \lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to-\infty} x\left(m-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right) = +\infty$$

$$L_4 = \lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\left(mx+\sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{m^2x^2-x^2-x-1}{\left(mx-\sqrt{x^2+x+1}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(m^2-1\right)x^2-x-1}{\left(mx-\sqrt{x^2+x+1}\right)}.$$

Để có tiệm cận ngang thì điều kiện cần là : $\begin{cases}m^2-1=0\\ m<0\end{cases} \Rightarrow m=-1$.

Khi đó : $L_4 = \lim_{x\to+\infty}\frac{-x-1}{\left(-x-\sqrt{x^2+x+1}\right)} == \lim_{x\to+\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\left(-1-\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2}}\right)} = \frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

KL: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $m=\pm 1$

**Câu 281: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(1;3)$?

**A.** $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$.

**B.** $y=\frac{x^2+x-1}{x-1}$.

**C.** $y=2x^3-4x^2+6x+10$.

**D.** $y=\frac{2x+5}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3\Rightarrow y'=x-2=0\Leftrightarrow x=2$ nên $x<2$ thì hàm số nghịch biến, loại **A.**

$y=\frac{x^2+x-1}{x-1}=x+\frac{2x-1}{x-1}\Rightarrow y'=1-\frac{1}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$ và đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, loại **B.**

$y=2x^3-4x^2+6x+10\Rightarrow y'=6x^2-8x+6>0\ \forall x$ nên trên $(1;3)$ hàm số luôn đồng biến, loại **C.**

$y=\frac{2x+5}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-7}{(x-1)^2}<0\ \forall x\neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

**Câu 282: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x-2017$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$; đạt cực đại tại $x=1$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=1$.

**D.** Đồ thị hàm số cắt $Ox$ tại ba điểm.

**Lời giải**:

**Chọn C**

TXĐ $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2+6x-9$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-1990$ | ↘ | $-2022$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 283: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$: $y=-x^3-x-1$ và đường thẳng $d: y=-x+m^2$, $m$ là tham số. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Với $\forall m$, đồ thị $(C)$ luôn cắt $d$ tại 3 điểm phân biệt.

**B.** Với $\forall m$, đồ thị $(C)$ luôn cắt $d$ tại 2 điểm phân biệt.

**C.** Với $\forall m$, đồ thị $(C)$ luôn cắt $d$ tại đúng 1 điểm duy nhất có hoành độ âm.

**D.** Với $\forall m$, đồ thị $(C)$ luôn cắt $d$ tại đúng 1 điểm duy nhất.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d$ là nghiệm của phương trình: $-x^3-x-1=-x+m^2 \Leftrightarrow x^3=-m^2-1<0$.

Do đó với $\forall m$, đồ thị $(C)$ luôn cắt $d$ tại đúng 1 điểm duy nhất có hoành độ âm.

**Câu 284: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ có số đường tiệm cận là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=-\infty$ nên hai đường thẳng $x=-1$ và $x=1$ là hai đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=-2$ nên hai đường thẳng $y=-2$ và $y=2$ là hai đường tiệm cận ngang.

**Câu 285: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^4+2x^3-2017$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3+6x^2=2x^2(2x+3)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

Do $y'$ chỉ đổi dấu khi đi qua $x=-\dfrac{3}{2}$ nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

**Câu 286: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3+6x^2-9x+4$ có đồ thị $(C)$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua giao điểm của $(C)$ với trục tung. Để $d$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt thì $d$ có hệ số góc $k$ thỏa mãn:

**A.** $\begin{cases}k>0\\k\neq 9\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}k<0\\k\neq -9\end{cases}$. **C.** $-9<k<0$. **D.** $k<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $x=0\Rightarrow y=4$. Suy ra đồ thị $(C)$ cắt trục tung tại điểm $M(0;4)$.

Phương trình đường thẳng $(d)$ có dạng $y=kx+4$.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và đồ thị $(C)$ là nghiệm của phương trình:

$$-x^3+6x^2-9x+4=kx+4\Leftrightarrow x\left(x^2-6x+k+9\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-6x+k+9=0\end{array}\right.$$

Đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-6x+k+9=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=-k>0\\ 0^2-6.0+k+9\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k<0\\ k\neq -9\end{cases}$.

**Câu 287:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;1)$, tiếp tuyến tại $A$ có hệ số góc $-3$. Khi đó giá trị $a$, $b$ thỏa mãn điều kiện sau:

**A.** $a+b=0$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\dfrac{-a-b}{(x-1)^2}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $A(0;1)$ nên: $1=\dfrac{b}{-1}\Rightarrow b=-1$.

Vì tiếp tuyến tại $A$ có hệ số góc bằng $-3$ nên: $y'(0)=-3\Leftrightarrow \dfrac{-a-b}{(-1)^2}=-3\Rightarrow a=4$.

Vậy $a+b=3$.

**Câu 288:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f(x)=x^7-18x^5+49x^3-36x\Rightarrow f(x)'=7x^6-90x^4+147x^2-36$

Đặt $x^2=t$ và xét hàm số $g(t)=7t^3-90t^2+147t-36$

Ta có $y=g(t)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(0)=-36$, $g(1)=28$, $g(2)=-46$, $g(11)=8$, suy ra $g(0).g(1)<0$, $g(1).g(2)<0$, $g(2).g(11)<0$ nên phương trình $g(t)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt. Do đó, phương trình $f'(x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt, nên hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 6 điểm phân biệt.

**Câu 289:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+1}{m-x}$ ($m$ là tham số) thỏa mãn trên đoạn $\max\limits_{[2;3]} y=-\dfrac{1}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $m\in[0;1]$. **B.** $m\in[1;2]$. **C.** $m\in(0;6)$. **D.** $m\in(-3;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{2m^2+1}{(m-x)^2}>0$ với mọi $x$ khác $m$. Vậy hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Trường hợp 1: Nếu $m>3$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=3$. Khi đó, ta có

$y(3)=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow m=0$ (loại).

Trường hợp 2: Nếu $m<2$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=3$. Khi đó, ta có

$y(3)=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{6m+1}{m-3}=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn).

Vậy $m=0$.

Trường hợp 3: Nếu $2\le m\le 3$ thì hàm số không có giá trị lớn nhất.

**Câu 290:** **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x+2|$ trên đoạn $[-3;3]$.

**A.** $0$. **B.** $-1$. **C.** $1$. **D.** $-5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $x+2=0\Leftrightarrow x=-2\in[-3;3]$.

Suy ra $\min\limits_{[-3;3]}y=y(2)=0$.

**Câu 291:** **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$?

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số vì $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$.

Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 292: [2D1–2] (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là:**

**A. Hai đường thẳng  .** **B. Đường thẳng  .**

**C. Đường thẳng  .** **D. Đường thẳng  .**

**Lời giải**

**Chọn D**

**TXĐ:  .**

**  đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.**

**  đường thẳng  không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.**

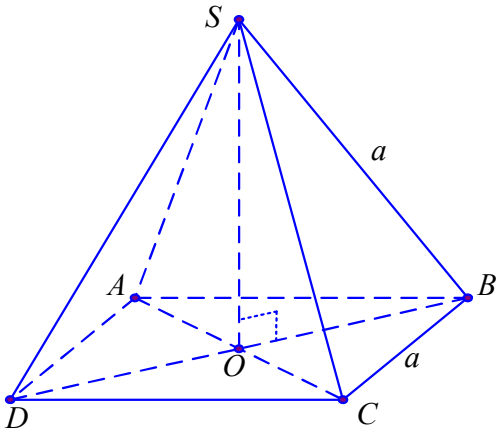
**Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng là  .**

**Câu 293: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Khối chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng $a$ có thể tích là:

**A.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi $O$ là tâm của hình vuông $ABCD$.

Theo bài ra ta có $\Delta SAC$ và $\Delta SBD$ cân tại $S$ nên $SO\perp(ABCD)$.

Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $a$ nên $BD=a\sqrt{2}$, $OB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $SOB$ vuông tại $O$ nên $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

**Câu 294: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ có một đường tiệm cận đứng $x=-1$.

**Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm $y=f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=0$. **C.** $M=10$. **D.** $M=9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=f'(x)=4x^3-4x=4x(x^2-1)$. $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Với $x\in(0;2)$ ta chỉ chọn được nghiệm $x=1$.

$f(0)=1;\ f(1)=0;\ f(2)=9\ \Rightarrow M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=9$.

**Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây là sai?

**A.** Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

**C.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;2)$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số là $y=2$.

Lời giải

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ do đó mệnh đề A sai.

**Câu 3: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Đường tiệm ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x-2}$ là

**A.** $x-3=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y-3=0$. **D.** $x-2=0$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-6}{x-2}=2\ \Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 4: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x+\dfrac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y=2x$.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x+\dfrac{2}{x-1}=2x\ \Leftrightarrow x^2-x-2=0\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

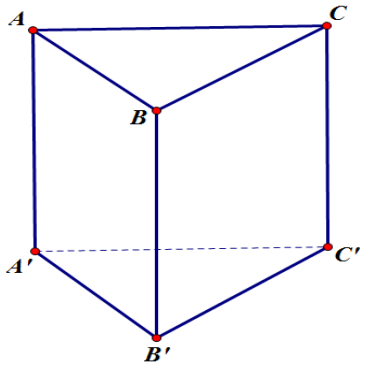
Vậy có 2 giao điểm.

**Câu 5: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

**A.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $h=a \Rightarrow V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 6: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | $-$ | $\|\|$ | $-$ |
| $y$ | $2$ ↘ | $-\infty$ $\|\|$ $+\infty$ | ↘ $2$ |

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

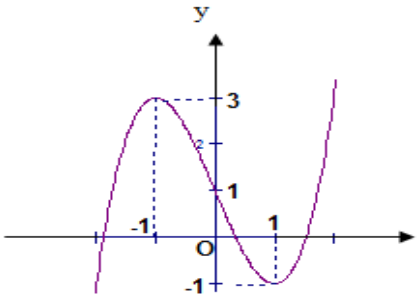
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có : Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là : $x=2$ và tiệm cận ngang $y=2$ . Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

Nên chọn đáp án A : $y=\dfrac{2x-1}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

**Câu 7: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?




**A.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.

**C.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$ và điểm cực đại là $(-1;3)$.

**Câu 8: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Gọi *(H)* là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc *(H)* có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0<0$ khi đó $x_0+y_0$ bằng?

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định . $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Dễ có tiệm cận đứng $d_1: x=-1$ và tiệm cận ngang $d_2: y=2$.

Ta có $d(M,d_1)+d(M,d_2)=|x_0+1|+\left|\dfrac{2x_0+3}{x_0+1}-1\right|=|x_0+1|+\left|\dfrac{1}{x_0+1}\right|\geq 2$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $|x_0+1|=\left|\dfrac{1}{x_0+1}\right|\Leftrightarrow x_0=0\vee x_0=-2$. Vì $x_0<0$ nên $x_0=-2\Rightarrow y_0=1\Rightarrow x_0+y_0=-1$.

**Câu 9: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s=-t^3+6t^2+17t$, với $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây đầu tiên, vận tốc $v(m/s)$ của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng

**A.** $29m/s$. **B.** $26m/s$. **C.** $17m/s$. **D.** $36m/s$.

**Lời giải**

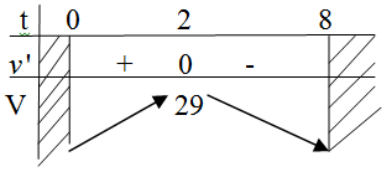
**Chọn A**

Có: $v=s'=-3t^2+12t+17$

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của $v=-3t^2+12t+17$ trên khoảng $(0;8)$

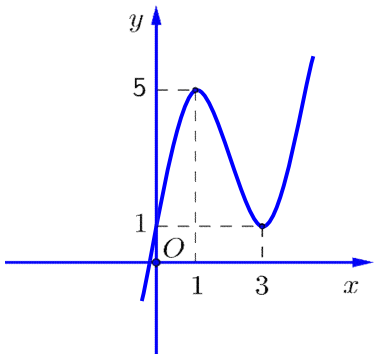
$v'=-6t^2+12, v'=0\Rightarrow t=2$

BBT:




Vậy vận tốc lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên là: $29m/s$.

**Câu 10: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.  **B.** $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.  **D.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

Dựa vào đồ thị ta thấy nhánh cuối cùng bên phải hướng lên trên suy ra $a>0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $x=1\Rightarrow d=1>0$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1=1>0, x_2=3>0\Rightarrow x_1+x_2>0\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b<0$.

$x_1x_2>0\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c>0$.

Vậy $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.

**Câu 11:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y$ | $-2$ | $\searrow$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ |
| | | $-\infty$ | | | |

**A.** $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$.  **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$.  **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$.  **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo bảng biến thiên thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$ nên loại A, D.

Lại có $y'<0,\ \forall x\neq -2$ nên loại B.

**Câu 12:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^2-4x+4$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.** $(-\infty;2)$.  **B.** $(-\infty;+\infty)$.  **C.** $(2;+\infty)$.  **D.** $(-2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

*Hoành độ đỉnh của parabol $x=-\dfrac{b}{2a}=2$, mà hệ số $a=1>0$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

**Câu 13: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}$ (với $m$ là tham số) là

**A.** $y=\dfrac{4m+1}{4}$. **B.** $y=\dfrac{4m-1}{4}$. **C.** $y=\dfrac{2m+1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{2m-1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(2x+m\right)^2-\left(4x^2+x+1\right)}{2x+m+\sqrt{4x^2+x+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(4m-1\right)x+m^2-1}{2x+m+\sqrt{4x^2+x+1}}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(4m-1\right)+\dfrac{m^2-1}{x}}{2+\dfrac{m}{x}+\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}=\frac{4m-1}{4}.$$

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+m+x\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\right)$

$$=\lim_{x\to-\infty}x\left(2+\frac{m}{x}+\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)=-\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{4m-1}{4}$.

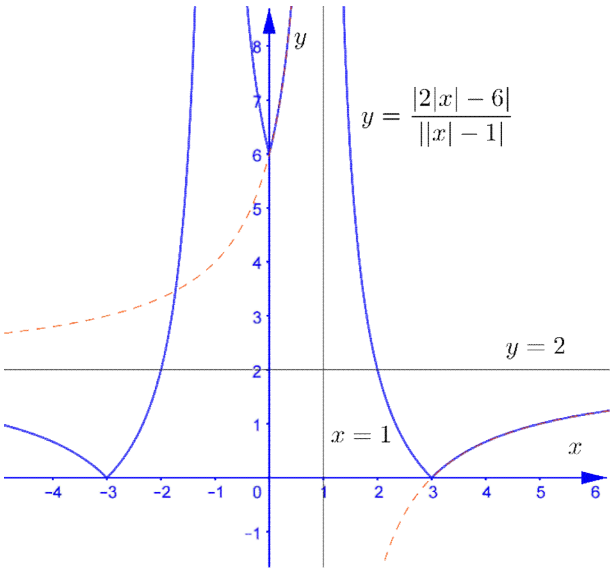
**Câu 14: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $\left|2|x|-6\right|=m\left||x|-1\right|$ có 4 nghiệm phân biệt.

**A.** $m\in\left(0;1\right)\cup\left(4;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(0;1\right)\cup\left(6;+\infty\right)$.

**C.** $m\in\left(0;2\right)\cup\left(6;+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(0;3\right)\cup\left(5;+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**




**Cách 1:**

Ta có $\left|2|x|-6\right|=m\left||x|-1\right| \Rightarrow \left|\dfrac{2|x|-6}{|x|-1}\right|=m$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ tại 4 điểm phân biệt .

Vẽ đồ thị hàm số ta dựa vào đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x-1}$.

+ Trước hết vẽ đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-6}{x-1}\right|$ bằng cách từ đồ thị $y=\dfrac{2x-6}{x-1}$ bỏ phần phía dưới trục hoành, lấy đối xứng phần bị bỏ qua trục hoành.

+ Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ bằng cách từ đồ thị $y=\left|\dfrac{2x-6}{x-1}\right|$ ta lấy đối xứng qua trục tung.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ trong hình vẽ ta thấy để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ tại $4$ điểm phân biệt thì $m>6$ hoặc $0<m<2$.

Vậy $m\in(0;2)\cup(6;+\infty)$.

**Cách 2:**

Đặt $t=|x|\geq 0$ ta có pt: $\left|2t-6\right|=m|t-1| \Leftrightarrow m=\left|\dfrac{2t-6}{t-1}\right|, t\geq 0$ và $t\neq 1$.

Nhận xét:

Ứng với mỗi $t=0 \rightarrow$ có 1 nghiệm $x$

Ứng với mỗi $t>0 \rightarrow$ có 2 nghiệm $x$

Do đó để pt ban đầu có 4 nghiệm ta cần tìm $m$ để pt$(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $t\geq 0$ và $t\neq 1$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{2t-6}{t-1}$ với $t\geq 0$ và $t\neq 1$ sau đó biến đổi để được đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2t-6}{t-1}\right|$

(Vẽ cho em nhé đại ca)

Nhìn vào đồ thị ta thấy các giá trị $m$ thỏa mãn ycbt là: $\left[\begin{array}{l} m>6 \\ 0<m<2 \end{array}\right.$.

**Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **sai**?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số có 3 điểm cực trị.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 16: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+ax+b$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có đồ thị $(C)$. Biết đồ thị $(C)$ có điểm cực trị là $A(1;3)$. Tính giá trị của $P=4a-b$.

**A.** $P=3$. **B.** $P=2$. **C.** $P=4$. **D.** $P=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để đồ thị $(C)$ có điểm cực trị $A(1;3)$ điều kiện là:

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.1^2-4.1+a=0 \\ 1^3-2.1^2+a.1+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow P=4a-b=1.$$

**Câu 17: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+3}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Tìm tọa độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $AB$.

**A.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{7}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{13}{4}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{1}{8};-\dfrac{13}{4}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{11}{4}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm là $\dfrac{2x+3}{x+3}=2x-3 \Leftrightarrow 2x^2+x-12=0\,(1)\,(x\neq -3)$.

Gọi $x_1$, $x_2$ là hoành độ của $A$ và $B$. Theo định lí Viet suy ra: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{1}{2} \\ x_1.x_2=-6 \end{cases}$.

Ta có: $x_I=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-1}{4}$. Suy ra $y_I=2x_I-3=-\dfrac{7}{2}$.

Vậy $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{7}{2}\right)$.

**Câu 18: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $f(-3)>f(-2)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0) \Rightarrow f(-3)>f(-2)$.

**Câu 19: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Tìm khoảng đồng biến của hàm số

$y=-x^3+3x^2-1$.

**A.** $(0;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$y'>0\Leftrightarrow 0<x<2$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 20: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có ba điểm cực trị.

**A.** $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$. **B.** $m\in(-1;0)$.

**C.** $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(m+1)m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>0\end{array}\right.$. Vậy $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

**Câu 21: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2m^2-m}{x-3}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng $-2$.

**A.** $m=1$ hoặc $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=3$ hoặc $m=-\dfrac{5}{2}$.

**C.** $m=-1$ hoặc $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=2$ hoặc $m=-\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

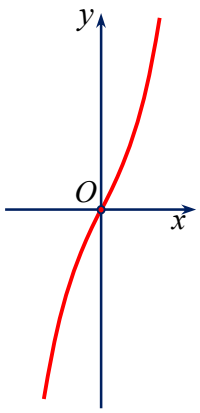
$y=\dfrac{x+2m^2-m}{x-3}\Rightarrow y'=\dfrac{-3-2m^2+m}{(x-3)^2}<0$

$\Rightarrow y_{\min}=y_{(1)}=\dfrac{2m^2-m+1}{-2}$

$\Rightarrow y_{\min}=-2\Leftrightarrow\dfrac{2m^2-m+1}{-2}=-2\Leftrightarrow 2m^2-m+1=4$

$\Leftrightarrow 2m^2-m-3-0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

**Câu 22: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị $(C)$. Biết rằng $(C)$ không cắt trục $Ox$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?




**A.** $y=-4x^4-x^2-1$. **B.** $y=2x^4-x^2+2$. **C.** $y=x^4+x^2-2$. **D.** $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4ax^3+2bx$, $y''=12ax^2+2b$.

Vì hàm số $y=f'(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y''>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$, do đó $a>0$ và $b>0$.

Lại do đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cắt trục $Ox$ nên suy ra hàm số cần tìm là $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$ (hàm số $y=x^4+x^2-2$ cắt trục $Ox$ tại hai điểm phân biệt do $ac<0$).

Vậy hàm số cần tìm là $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$.

**Câu 23:** **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số: $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ có:

TXĐ: $D=[-2;4]$.

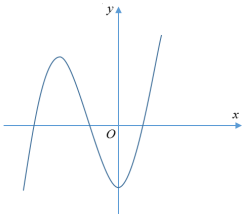
$y'=\frac{(8+2x-x^2)'}{2\sqrt{8+2x-x^2}}=\frac{2-2x}{2\sqrt{8+2x-x^2}}=\frac{1-x}{\sqrt{8+2x-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng biến thiên:

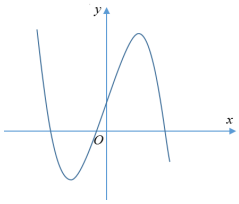
| $x$ | $-2$ | | $1$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | ↗ | $3$ | ↘ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

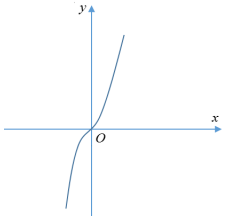
**Câu 24:** **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và các hình vẽ dưới đây.



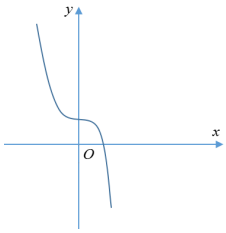

**Hình (I)**




**Hình (II)**




**Hình (III)**




**Hình (IV)**

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là hình **(IV)** khi $a<0$ và $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

**B.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là hình **(III)** khi $a>0$ và $f'(x)=0$ vô nghiệm.

**C.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là hình **(I)** khi $a<0$ và $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

**D.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là hình **(II)** khi $a<0$ và $f'(x)=0$ có nghiệm kép.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 25: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-5$ và trục hoành.

**A.** $4$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình $x^4-3x^2-5=0(1)$. Đặt $t=x^2$, $t\ge 0$ ta được phương trình $t^2-3t-5=0$ $(2)$. Ta thấy $t_1.t_2=-5<0$ nên phương trình $(2)$ có 2 nghiệm trái dấu. Vậy phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại $2$ điểm phân biệt.

**Câu 26: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

**A.** $m\in(1;2)$. **B.** $m\in[2;+\infty)$. **C.** $m\in(2;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{m-2}{(x-1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó thì

$y'>0\Leftrightarrow\dfrac{m-2}{(x-1)^2}>0\ \ \forall x\in D\Leftrightarrow m>2$ suy ra $m\in(2;+\infty)$.

**Câu 27: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2}$.

**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=1$ suy ra đồ thị hàm số có đường thẳng $y=1$ tiệm cận ngang.

Ta có $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2}=\dfrac{(x+1)(x-5)}{(x-1)(x-2)}$.

suy ra $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường thẳng $x=1$ và $x=2$ là tiệm cận đứng. Vậy hàm số có ba tiệm cận.

**Câu 28: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.

**B.** Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

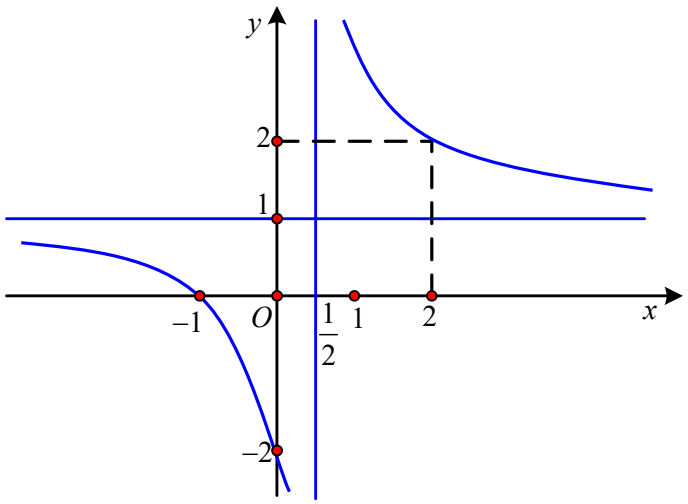
* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ nên A sai vì dấu bằng không xảy ra.

* Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng là $x=-1$ nên B sai.

* Đồ thị hàm số gồm có hai nhánh ở hai bên đường tiệm cận đứng và mỗi nhánh có một điểm chung với trục hoành nên C đúng.

* Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$ nên D sai.

**Câu 29: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.




Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

**A.** $\max\limits_{[1;2]} f(x)=2$.

**B.** $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=0$.

**C.** $\max\limits_{[-3;0]} f(x)=f(-3)$.

**D.** $\max\limits_{[3;4]} f(x)=f(4)$.

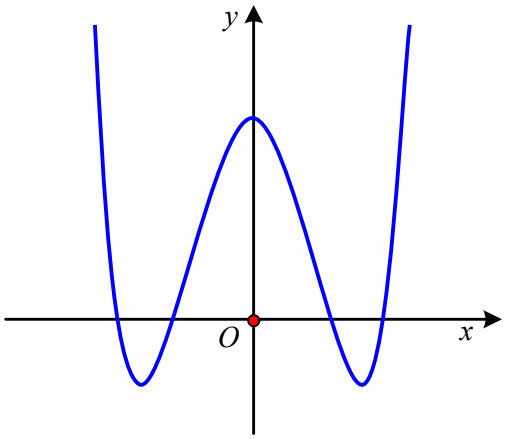
**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải trên $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Trên $[1;2]$ hàm số liên tục và $f(1)>f(2)=2$ nên loại **A.** Trên $[-2;1]$ hàm số gián đoạn tại $x=\frac{1}{2}$ nên loại **B.** Trên $[3;4]$ hàm số liên tục và $f(3)>f(4)$ nên loại **D.** Trên đoạn $[-3;0]$ hàm số liên tục và $f(-3)>f(0)$ nên $\max\limits_{[-3;0]} f(x)=f(-3)$.

**Câu 30:** **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4+4x^2+3$.

**B.** $y=-x^4+4x^2+3$.

**C.** $y=x^4-4x^2+3$.

**D.** $y=x^3-4x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát đồ thị hàm số ta có đây là đồ thị của hàm số bậc bốn: $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$ và $a>0$ nên loại **B** và **D**. Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b<0$. Do đó loại **A.**

**Câu 31: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Gọi $A$, $B$ là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y=-x-1$. Tính $AB$.

**A.** $AB=4$. **B.** $AB=\sqrt{2}$. **C.** $AB=2\sqrt{2}$. **D.** $AB=4\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

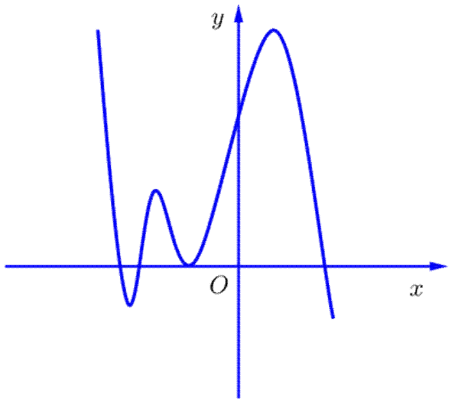
Tọa độ các điểm $A$, $B$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ \dfrac{2x+1}{x+1}=-x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ x^2+4x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ x=-2\pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\left(-2-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right) \\ B\left(-2+\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right) \end{cases}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\left(2\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right) \Rightarrow AB=4$.

**Câu 32: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ là đường cong ở

hình bên. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?




**A.** 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị $y=f'\left(x\right)$ ta thấy phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'\left(x\right)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 33: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=mx^3+x^2+\left(m^2-6\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y' = 3mx^2 + 2x + m^2 - 6$ và $y'' = 6mx + 2$

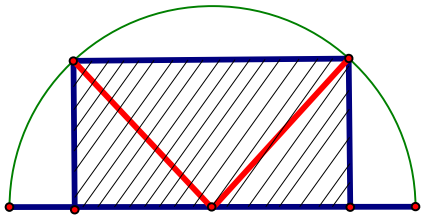
Để hàm số $y = mx^3 + x^2 + \left(m^2 - 6\right)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -4 \end{array}\right. \\ m > -\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại: với $m = 1$ ta có: $y = x^3 + x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2x - 5$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -\dfrac{5}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$. Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

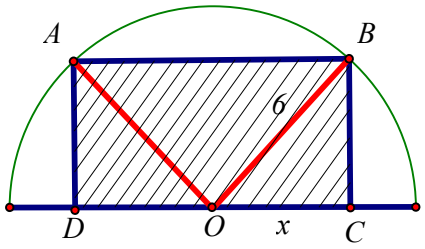
**Câu 34: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\,\text{cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



**A.** $S_{\max} = 36\pi\,\text{cm}^2$. **B.** $S_{\max} = 36\,\text{cm}^2$. **C.** $S_{\max} = 96\pi\,\text{cm}^2$. **D.** $S_{\max} = 18\,\text{cm}^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là $ABCD$ có $OC = x\ (0 < x < 6)$, $OB = 6$.

Khi đó diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = AB.BC = 2x\sqrt{36 - x^2} = f(x)$.

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = 2x\sqrt{36 - x^2}$ trên $(0;6)$.

$$f'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 72}{\sqrt{36 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3\sqrt{2} \in (0;6) \\ x = -3\sqrt{2} \notin (0;6) \end{array}\right.$$

BBT

| $x$ | $0$ | | $3\sqrt{2}$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $36$ | ↘ | $0$ |

Ta có: $\max\limits_{(0;6)} f(x)=36$.

Vậy $S_{\max}=36\,\text{cm}^2$.

**Câu 35: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong $(C)$ và các giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của $(C)$.

**B.** Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của $(C)$.

**C.** Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của $(C)$.

**D.** Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của $(C)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2\\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2\end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của $(C)$.

**Câu 36: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^4+6x^2+1$ có đồ thị $(C)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Điểm $A\left(\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực tiểu của $(C)$. **B.** Điểm $A\left(-\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực đại của $(C)$.

**C.** Điểm $A\left(-\sqrt{3};28\right)$ là điểm cực đại của $(C)$. **D.** Điểm $A(0;1)$ là điểm cực đại của $(C)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=-x^4+6x^2+1\Rightarrow y'=-4x^3+12x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương và hệ số $a=-1<0$ nên có $y_{CT}=y(0)=1$ và $y_{CĐ}=y\left(\pm\sqrt{3}\right)=10$.

Vậy mệnh đề đúng là **B.**

**Câu 37: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Vòng quay mặt trời – Sun Wheel tại Công viên Châu Á, Đà Nẵng có đường kính $100$ m, quay hết một vòng trong khoảng thời gian $15$ phút. Lúc bắt đầu quay, một người ở cabin thấp nhất( độ cao $0$ m). Hỏi người đó đạt được độ cao $85$ m lần đầu tiên sau bao nhiêu giây ( làm tròn đến $1/10$ giây)?

**A.** $336{,}1$ s. **B.** $382{,}5$ s. **C.** $380{,}1$ s. **D.** $350{,}5$ s.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét trong thời gian một vòng quay của cabin đang ở vị trí thấp nhất.

Ta có thời gian để cabin đạt vị trí cao nhất $100$ m là $\frac{15}{2}.60=450$ s.

Suy ra $f(x)=\frac{450}{100}x=\frac{9}{2}x$ là thời gian để cabin đạt đến độ cao $x$ m, $(0\le x\le 100)$.

Nên cabin đạt độ cao $85$ m lần đầu tiên sau $f(85)=\frac{9}{2}.85=382,5$ s.

**Câu 38: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Số điểm cực trị của hàm số $y=x+\sqrt{2x^2+1}$ là

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$$y'=1+\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}=\frac{\sqrt{2x^2+1}+2x}{\sqrt{2x^2+1}}.$$

$$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+1}=-2x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\2x^2+1=4x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}(nhan)\\x=\frac{\sqrt{2}}{2}(loai)\end{array}\right.\end{cases}.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy: Hàm số đã cho có 1 cực trị.

**Câu 39: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có ba đường tiệm cận?

**A.** $y=\frac{1-2x}{1+x}$. **B.** $y=\frac{1}{4-x^2}$. **C.** $y=\frac{x+3}{5x-1}$. **D.** $y=\frac{x}{x^2-x+9}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

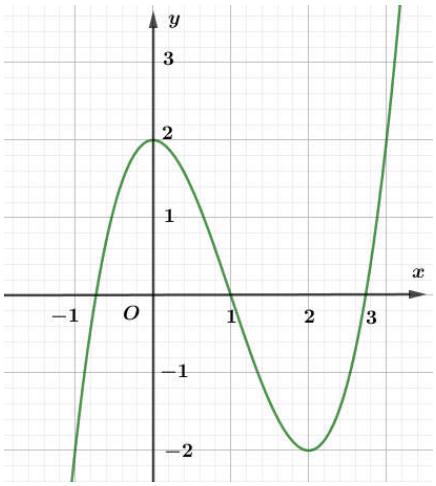
Xét hàm số $y=\frac{1}{4-x^2}$ có $\lim\limits_{x\to\pm 2}\frac{1}{4-x^2}=\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{4-x^2}=0$ vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là $x=\pm 2$ và $y=0$.

Vì $\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{1-2x}{1+x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-2x}{1+x}=-2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $y=-2$ và $x=-1$. Đáp án $A$ loại.

Tương tự hàm số $y=\frac{x+3}{5x-1}$ có hai đường tiệm cận là $x=\frac{1}{5}$ và $y=\frac{1}{5}$. Đáp án $C$ loại.

Xét hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-x+9}$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2-x+9}=0$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận $y=0$. Đáp án $D$ loại.

**Câu 40:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử hàm số cần tìm có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên suy ra $a>0$. Vậy loại đáp án **A.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0;2)$ nên suy ra $d=2$. Vậy loại đáp án **C.**

Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm có tọa độ là $(0;2)$ nên phương trình $y'=0$ phải có nghiệm $x=0$. Ta thấy chỉ có hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

**Câu 41:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $\max\limits_{[0;1]}y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;1]}y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{[0;1]}y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]}y=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=\dfrac{3}{2x+1}>0\,\forall x\neq-\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ đồng biến trên $[0;1]$

$\Rightarrow\max\limits_{[0;1]}y=y(1)=0$.

**Câu 42:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ có đồ thị $(C)$. Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ mà có hệ số góc lớn nhất là

**A.** $y=-3x-1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=3x-1$. **D.** $y=3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=-3x^2+6x$

Gọi $M(x_0;\,y_0)$ là tọa độ tiếp điểm, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ tại $M(x_0;\,y_0)$ là:

$y'(x_0)=-3{x_0}^2+6x_0=-3\left({x_0}^2-2x_0+1-1\right)=-3(x_0-1)^2+3\le 3,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến của $(C)$ là 3 khi và chỉ khi $x_0=1\Rightarrow y_0=4$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=3(x-1)+4\Leftrightarrow y=3x+1$.

**Câu 43: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-x^3-3x^2+1$ có điểm cực đại là:

**A.** $x=0$. **B.** $(-2;-19)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=-x^3-3x^2+1$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$; $y'=-3x^2-6x$ và $y''=-6x-6$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow -3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$. Khi đó: $y''(0)=-6<0$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;1)$.

**Câu 44: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

**A.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\\begin{cases}m<-2\\m\ne-\dfrac{5}{2}\end{cases}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>2\\m\ne\dfrac{5}{2}\end{cases}\\m<-2\end{array}\right.$.

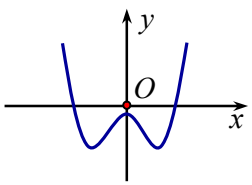
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-mx+1}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có đúng 3 đường tiệm cận khi phương trình $x^2-mx+1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2 hay $\begin{cases}\Delta>0\\2^2-2m+1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4>0\\m\ne\dfrac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.\\m\ne\dfrac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>2\\m\ne\dfrac{5}{2}\end{cases}\\m<-2\end{array}\right.$.

**Câu 45: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a\ne 0)$ được cho dạng như hình vẽ, ta có:




**A.** $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a>0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b>0;c<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Vẽ lại đồ thị bài này nhé,chưa chạm gốc tọa độ ở điểm cực đại**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

- $a>0 \Rightarrow$ loại D.
- Đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị nên $b<0 \Rightarrow$ loại B.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c<0 \Rightarrow$ Chọn C

**Câu 46: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $-3$ | ↗ | $1$ | $+\infty$ ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ | $-\infty$ ↗ | $3$ |

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3 \Rightarrow y=-3$ là TCN.

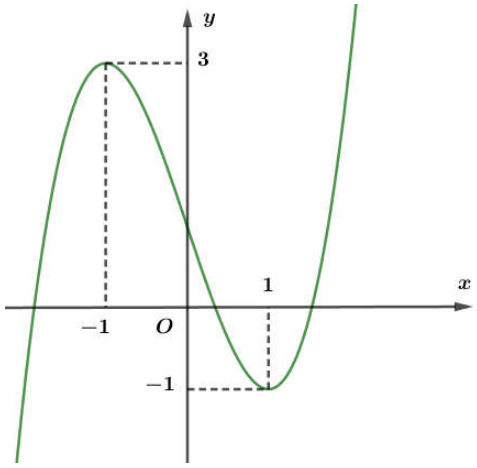
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là TCĐ.

Hàm số có 2 TCĐ: $x=\pm1$, 2 TCN: $y=\pm3$.

**Câu 47: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án **A, B, C, D.** Đó là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3-6x+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Giả sử hàm số cần tìm là $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq0$.

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$. Suy ra: $a>0$. Vậy loại đáp án **A.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-1)$ và $B(-1;3)$.

Xét hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ có $y(1)=0$. Vậy loại đáp án **B.**

Xét hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y(1)=-1$ và $y(-1)=3$. Vậy nhận đáp án **C.**

Xét hàm số $y=2x^3-6x+1$ có $y(1)=-3$. Vậy loại đáp án **D.**

**Câu 48: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

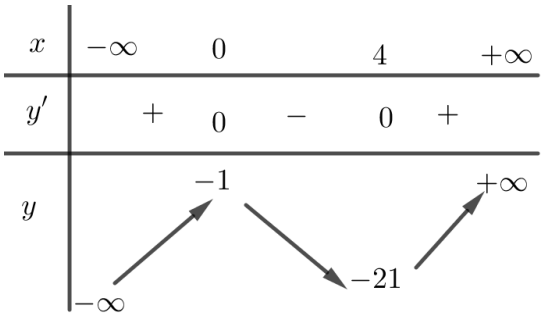
**A.** $(1;4)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=x^2-4x$. Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên




Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

**Câu 49: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Một chất điểm chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{t^2-2t}\ (\mathrm{m/s})$ ($t$: giây là thời gian chuyển động). Hỏi trong khoảng thời gian $10$ giây đầu tiên, vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là bao nhiêu?

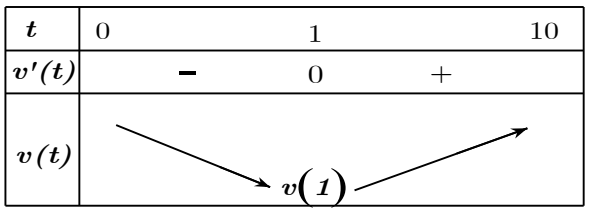
**A.** $v=\mathrm{e}+1\ (\mathrm{m/s})$. **B.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^2}\ (\mathrm{m/s})$. **C.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}\ (\mathrm{m/s})$. **D.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^4}\ (\mathrm{m/s})$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $v'(t)=(2t-2)\mathrm{e}^{t^2-2t}=0\Leftrightarrow 2t-2=0\Leftrightarrow t=1$

Bảng biến thiên:




Vậy vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là: $v(1)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{1^2-2.1}=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}$.

**Câu 50: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=mx^2-4x+m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đạo hàm $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)$.

**A.** $m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 1,\ m\ne 0$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $-2\le m\le 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f'(x)=2mx-4$; $f'(x)=2mx-4<0$. (1)

TH1) $m=0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow -4<0$ (đúng với $\forall x$) nên cũng thỏa $\forall x\in(-1;2)$.

TH2) $m>0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x<\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{2}{m}\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\ge 2\Leftrightarrow m\le 1$.

TH3) $m<0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x>\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(\dfrac{2}{m};+\infty\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\le -1\Leftrightarrow m\ge -2$.

Vậy, $-2\le m\le 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 51: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-7$.

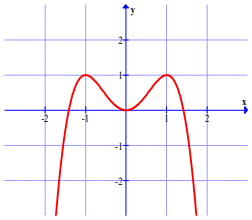
**Lời giải**

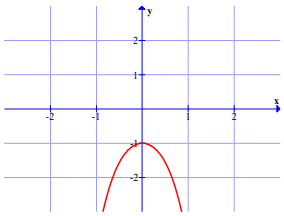
**Chọn A**

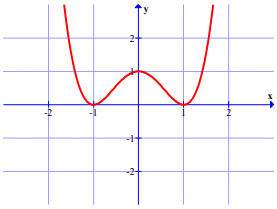
Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4$, $y''=2x-2m$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ điều kiện là

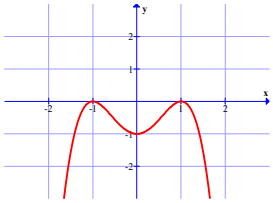
$$\begin{cases}y'(3)=0\\ y''(3)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\ 6x-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=5\end{array}\right.\\ m<3\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

**Câu 52: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ có dạng:


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

**A.** Hình 3. **B.** Hình 4. **C.** Hình 1. **D.** Hình2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ có hệ số $a<0$ và $b>0$ nên đồ thị hàm số có hai cực đại một cực tiểu.

Lại có $y=-\left(x^2-1\right)^2\le 0,\forall x$ nên đồ thị hàm số không nằm phía trên trục $Ox$.

Từ hai đặc điểm đó ta thấy chỉ có hình 4 thỏa mãn.

**Câu 53: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2+(m+1)x+5$.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $m<-3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=x^2+4x+m+1$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ $x^2+4x+m+1\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ $\Delta'=4-m-1\leq 0$

$\Leftrightarrow$ $m\geq 3$.

**Câu 54: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $(-2;2)$ là

**A.** $\min\limits_{(-2;2)} y=2$, không có giá trị lớn nhất. **B.** $\max\limits_{(-2;2)} y=11$, $\min\limits_{(-2;2)} y=2$.

**C.** $\max\limits_{(-2;2)} y=3$, $\min\limits_{(-2;2)} y=-2$. **D.** $\max\limits_{(-2;2)} y=3$, $\min\limits_{(-2;2)} y=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số liên tục và xác định trên $(-2;2)$.

Ta có $y'=4x^3-4x$. Cho $y'=0$ $\Leftrightarrow$ $4x^3-4x=0$ $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | |

Vậy $\min\limits_{(-2;2)} y=2$ và hàm số không có giá trị lớn nhất.

**Câu 55: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

**Câu 56: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(m^2-4)x$ đạt cực đại tại $x=1$?

**A.** $m=3$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=x^2+2mx+(m^2-4)$

$f''(x)=2x+2m$.

$f'(1)=m^2+2m-3$; $f''(1)=2m+2$.

Do là hàm bậc ba nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(1)=0\\f''(1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m-3=0\\2m+2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1(L)\\m=-3(TM)\end{array}\right.\Rightarrow m=-3.\\m<-1\end{cases}$$

**Câu 57: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**B.** Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**D.** Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

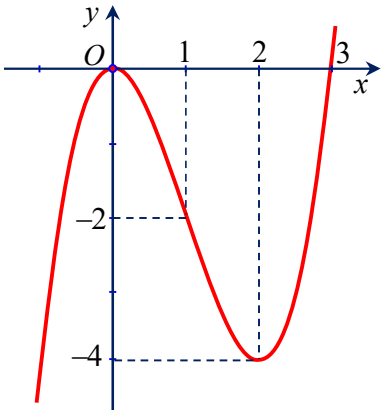
**Lời giải**

**Chọn A**

* Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

* Ta có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0$ với mọi $x\neq-2$ suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 58: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới:




**A.** $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^3+3x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $a>0$.

Đồ thị hàm số giao với trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x=0$ và $x=3$ suy ra đồ thị có hàm số là $y=x^3-3x^2$.

**Câu 59: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là

**A.** $0$. **B.** $2017$. **C.** $1$. **D.** $2016$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=2017(x-1)^{2016}\geq 0,\forall x$ nên hàm số không có cực trị.

**Câu 60: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Tính độ dài đoạn thẳng $AB$.

**A.** $AB=\sqrt{34}$. **B.** $AB=8$. **C.** $AB=6$. **D.** $AB=\sqrt{17}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+3}{x-1}=x+1\Leftrightarrow x^2-x-4=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$.

Khi đó $A\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{2};\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{1-\sqrt{17}}{2};\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$

Vậy $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{17};-\sqrt{17}\right)\Rightarrow AB=\sqrt{34}$.

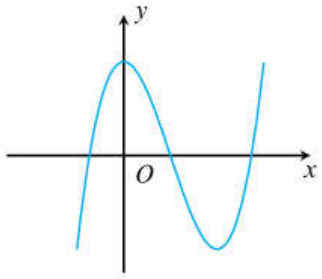
**Cách 2:** Ta thấy pt có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$.

Theo Viet: $\begin{cases}x_1+x_2=-1\\x_1x_2=-4\end{cases}$

Khi đó: $A(x_1;x_1+1)$, $B(x_2;x_2+1)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{2(x_1-x_2)^2}=\sqrt{2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{34}$

**Câu 61: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy ngay đây là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a>0$, do đó loại A và **C.**

Hàm số có điểm cực trị $x=0$.

Xét hàm số $y=x^3-3x+2$, ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$. Suy ra hàm số này không thỏa mãn.

Vậy ta chọn hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

**Câu 62: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $\frac{-1}{4}\le m<0$. **B.** $m\le -\frac{1}{4}$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$y'=mx^2-2(m+1)x+(m-2)$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=0$ ta có $y'=-2x-2$ (không thỏa mãn)

TH2: $m\ne 0$ ta có $y'\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ (m+1)^2-m(m-2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ 1+4m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le -\frac{1}{4}$.

**Câu 63: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

**A.** $(3;1)$. **B.** $x=3$. **C.** $\left(1;\frac{7}{3}\right)$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=x^2-4x+3$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{7}{3}$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ là $(3;1)$.

**Câu 64: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

**A.** $m>1$. **B.** $m\ne 0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1$ và $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y=\frac{2x^2-3x+m}{x-m}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Hàm số không có tiệm cận đứng khi $x=m$ là nghiệm của phương trình $2x^2-3x+m=0$.

$\Leftrightarrow 2m^2-3m+m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=1\end{array}\right.$.

**Câu 65: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ \| $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

**A.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng $-2$.

**B.** Phương trình $y=f(x)$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m>-2$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Trên khoảng $(-\infty;3)$ hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại $x=-1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ là sai.

**Câu 66: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{3x-2}{x-1}=x+2\ \ (x\neq 1)$

$\Leftrightarrow 3x-2=(x+2)(x-1)$ vì $x=1$ không thỏa phương trình

$\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

**Câu 67: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

**A.** $\min\limits_{[0;3]}y=1;\max\limits_{[0;3]}y=\dfrac{5}{2}$.

**B.** $\min\limits_{[0;3]}y=-2-2\sqrt{2};\max\limits_{[0;3]}y=\dfrac{5}{2}$.

**C.** $\min\limits_{[0;3]}y=-2+2\sqrt{2};\max\limits_{[0;3]}y=\dfrac{5}{2}$.

**D.** $\min\limits_{[0;3]}y=1;\max\limits_{[0;3]}y=\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

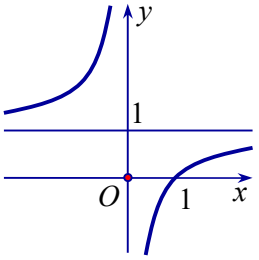
**Chọn C**

Có: $y'=\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+\sqrt{2}\in[0;3]\\x=-1-\sqrt{2}\notin[0;3]\end{array}\right.$.

Tính: $y(0)=1$; $y\left(-1+\sqrt{2}\right)=-2+2\sqrt{2}$; $y(3)=\dfrac{5}{2}$.

Vậy: $\min\limits_{[0;3]} y=-2+2\sqrt{2}; \max\limits_{[0;3]} y=\dfrac{5}{2}$.

**Câu 68:** **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{x+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

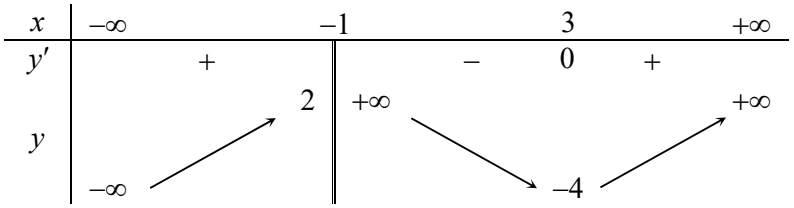
**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang nên ta loại đáp án B và **C.**

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=1$ thì $y=0$ nên đáp án D thỏa mãn.

**Câu 69:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho phương trinh $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.




**A.** $[-4;2)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-4;2]$.

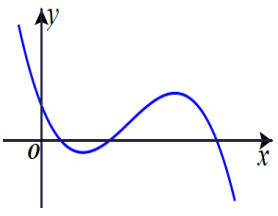
**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m\in(-4;2)$.

**Câu 70:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a<0$, $b>0$, $c>0$, $d>0$. **B.** $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d>0$.

**C.** $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Cách 1. Dựa vào hình dáng của đồ thị ta có $a<0$; giao của đồ thị với trục tung tại $(0;d)$ nên $d>0$.

Vì đồ thị hàm số giao với $Ox$ tại ba điểm có hoành độ dương nên $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}>0 \\ x_1.x_2+x_2x_3+x_3x_1=\dfrac{c}{a}>0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases}$ do đó chỉ có phương án **D.** thỏa mãn.

Cách 2. Dựa vào hình dáng của đồ thị ta có $a<0$; giao của đồ thị với trục tung tại $(0;d)$ nên $d>0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số có hai điểm cực trị dương nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Do đó, $\begin{cases} -\dfrac{b}{a}>0 \\ \dfrac{c}{a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases}$. Đáp án **D.**

**Câu 71: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=2x-1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện $x\neq -1$.

Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình $2x-1=\dfrac{x^2-x-1}{x+1} \Leftrightarrow \dfrac{x^2+2x}{x+1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vì phương trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm phân biệt nên đường thẳng $y=2x-1$ có hai điểm chung với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

**Câu 72: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

**A.** 20. **B.** $\dfrac{65}{3}$. **C.** $\dfrac{52}{3}$. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[1;3]$.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{4}{x^2}$; $f'(x)=0 \Rightarrow x=2$.

$f(1)=5;\ f(2)=4;\ f(3)=\dfrac{13}{3}$.

$M=\max\limits_{[1;3]} f(x)=5,\ m=\min\limits_{[1;3]} f(x)=4$. Tích bằng $Mn=20$.

**Câu 73: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Biết $m_0$ là giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(-15;-7)$. **C.** $m_0\in(-7;-1)$. **D.** $m_0\in(7;10)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x+m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=9-3m>0 \Leftrightarrow m<3$.

Hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=\dfrac{m}{3} \end{cases}$.

Ta có $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=13$.

Thay hệ thức Vi-ét vào, ta được $4-m=13 \Leftrightarrow m=-9$.

**Câu 74: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

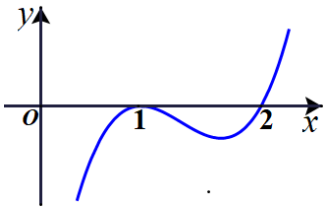
**A.** $m\le\dfrac{1}{3}$. **B.** $m\le\dfrac{4}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{1}{3}$. **D.** $m\ge\dfrac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2+2x+m$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 3>0 \\ \Delta'=1-3m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{3}$.

**Câu 75: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)>0,\ \forall x>2$ vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 76: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

**A.** $y(-1)=11$. **B.** $y(-1)=7$. **C.** $y(-1)=-11$. **D.** $y(-1)=-35$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Vì $A(1;-7)$, $B(2;-8)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ a+b+c+d=-7 \end{cases}$ và $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y(2)=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=-8 \end{cases}$.

Suy ra $a=2$, $b=-9$, $c=12$, $d=-12$. Do đó $y(-1)=-a+b-c+d=-35$.

**Câu 77: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+4x-1}{x^2+2x-3}$ có mấy đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Lại có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 78: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-3x+2)\sin x}{x^3-4x}$ là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Lại có

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2-3x+2)\sin x}{x^3-4x}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{(x^2-3x+2)}{x^2-4}\cdot\frac{\sin x}{x}\right]=-\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-3x+2)\sin x}{x^3-4x}=\lim_{x\to 2}\left[\frac{(x-2)(x-1)}{(x+2)(x-2)}\cdot\frac{\sin x}{x}\right]=\lim_{x\to 2}\left[\frac{(x-1)}{(x+2)}\cdot\frac{\sin x}{x}\right]=\frac{\sin 2}{8}$$

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{(x^2-3x+2)\sin x}{x^3-4x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{(x^2-3x+2)\sin x}{x^3-4x}=-\infty$$

Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x=-2$

**Câu 79: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ trên đoạn $[0;2018]$ là:

**A.** $-5$. **B.** $0$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$, $x\in[0;2018]$.

$y'=x^2+4x-5$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2018]\\x=-5\notin[0;2018]\end{array}\right.$.

Ta có $y(0)=1$, $y(1)=-\frac{5}{3}$, $y(2018)=2747451170$.

Vậy $\min\limits_{[0;2018]}y=y(1)=-\frac{5}{3}$.

**Câu 80: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2-1$. Điểm cực tiểu của hàm số là:

**A.** $x=1$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

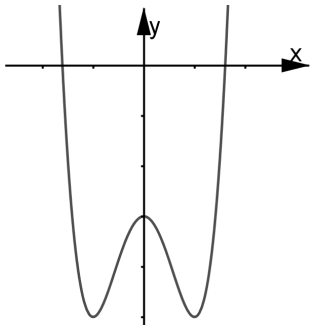
$y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 81: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=2x^3-x^2-3$. **B.** $y=2x^4-4x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy đồ thị hàm số có $2$ cực tiểu và $1$ cực đại và bề lõm quay lên nên là hàm số trùng phương có $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

**Câu 82:** **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(3-x)$. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy $f'(x)=0$ có hai nghiệm $x=1$ và $x=3$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Điểm cực đại của hàm số là $x=3$.

**Câu 83:** **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=x^3-3x \Rightarrow y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=2 \\ x=1 \Rightarrow y=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Do đó đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 84:** **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm các giá trị của tham số $m$ để bất phương trình $\dfrac{x^2+3x+3}{x+1} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$.

**A.** $m \geq 3$. **B.** $m \leq \dfrac{7}{2}$. **C.** $m \geq \dfrac{7}{2}$. **D.** $m \leq 3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$. Bất phương trình $\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}\ge m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[0;1]$ khi và chỉ khi $m\le \min\limits_{[0;1]} f(x)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}\ge 0$ với mọi $x\in[0;1]\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0;1]$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} f(x)=f(0)=3$. Vậy $m\le 3$.

**Câu 85:** **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)}$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x\ne 0\\ -4\le x\le 4\end{cases}$.Do đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$

Do $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)}=+\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận.

**Câu 86:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Chọn khẳng định đúng

**A.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị hàm số không có tiệm đứng và tiệm cận ngang.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Vậy đồ thị hàm số chỉ có đúng một tiệm cận đứng.

**Câu 87:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{5-x^2}+x$ là

**A.** $\pi$. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{89}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

$y'=\frac{-x}{\sqrt{5-x^2}}+1=\frac{\sqrt{5-x^2}-x}{\sqrt{5-x^2}}$

$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{5-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\ x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Khi đó $y\left(-\sqrt{5}\right)=-\sqrt{5}$; $y\left(\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}$; $y\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)=\sqrt{10}$. Vậy $\max\limits_{x\in D}f(x)=f\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)=\sqrt{10}$.

**Câu 88:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Biết đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ có hoành độ lần lượt $x_A$, $x_B$. Khi đó $x_A+x_B$ là

**A.** $x_A+x_B=5$. **B.** $x_A+x_B=1$. **C.** $x_A+x_B=2$. **D.** $x_A+x_B=3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

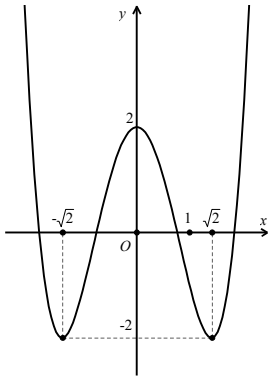
Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{2x+1}{x-1}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x^2-5x+1=0\ (1)\end{cases}$

Do đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ có hoành độ lần lượt $x_A$, $x_B$ nên phương trình $(1)$ có hai nghiệm $x_A$, $x_B$ phân biệt khác 1.

Theo định lý Viét $x_A+x_B=5$.

**Câu 89:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-4x^2-2$. **B.** $y=x^4-4x^2+2$. **C.** $y=x^4+4x^2+2$. **D.** $y=-x^4+4x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta suy ra hệ số $a>0$. Do đó loại D.

Đồ thị đi qua điểm $(0;2)$ nên loại A.

Hàm số ở đáp án C có $y=x^4+4x^2+2>0$ nên đồ thị ở C không cắt $Ox$.

Vậy đáp án đúng là B.

**Câu 90:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

**A.** $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^2-4x+3;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{7}{3}$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy $x=3$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 91:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$.

**A.** $x=-4$. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

**C.** $x=0$. **D.** $x=0$, $x=-4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=[-5;+\infty)\setminus\{-4;0\}$.

Ta có $x^2+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-4\end{array}\right.$.

Xét $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}=+\infty$ nên $x=0$ là một tiệm cận đứng.

Xét $\lim\limits_{x\to-4}\frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}=\lim\limits_{x\to-4}\frac{4+x}{\left(x^2+4x\right)\left(\sqrt{5+x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to-4}\frac{1}{x\left(\sqrt{5+x}+1\right)}=-\frac{1}{8}$ nên $x=-4$ không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có một tiệm cận đứng là $x=0$.

**Câu 92:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\sqrt{x+24}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+24}-\sqrt{x}}<\frac{27}{8}\cdot\frac{12+x-\sqrt{x^2+24x}}{12+x+\sqrt{x^2+24x}}$ là

**A.** $0\le x\le1$. **B.** $0\le x<1$. **C.** $0\le x$. **D.** $0\le x<\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x \in [0;+\infty)$

Với $x=1$ bất phương trình trở thành $\frac{3}{2}<\frac{3}{2}$. Suy ra phương án A và B sai.

Với $x=\frac{1}{2}$ bất phương trình trở thành $\frac{4}{3}<\frac{243}{128}$ là mệnh đề đúng. Suy ra phương án B đúng và D sai.

**Câu 93: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ bằng

**A.** $\sqrt{5}$. **B.** $5$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Vì $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1;2)$. Vậy $OI=\sqrt{5}$.

**Câu 94: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đến trục tung bằng

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-6x$

$$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Điểm cực tiểu của đồ thị là $(2;-2)$. Do đó khoảng cách cần tìm là $2$

**Câu 95: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+1$ bằng

**A.** $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{10\sqrt{6}}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y' = 3x^2 - 2$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ .Hàm số có hai điểm cực trị $A\left(\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{9-4\sqrt{6}}{9}\right)$,

$B\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{9+4\sqrt{6}}{9}\right)$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là

$$AB = \sqrt{4.\frac{2}{3} + \left(\frac{9+4\sqrt{6}}{9} - \frac{9-4\sqrt{6}}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{3} + \frac{128}{27}} = \frac{10\sqrt{6}}{9}.$$

**Câu 96:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin x + \cos 2x$ trên $[0;\pi]$ là

**A.** $\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$f(x) = \sin x + \cos 2x = \sin x + 1 - 2\sin^2 x$

Đặt $\sin x = t$ $(0 \le t \le 1)$

$f(t) = -2t^2 + t + 1$, $f'(t) = -4t + 1$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$

$f(0) = 1$, $f(1) = 0$, $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{8}$

Vậy $\max\limits_{[0;1]} f(x) = \frac{9}{8}$.

**Câu 97:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $y = -2x + m$ tiếp xúc với độ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

**A.** $m \in \{6;-1\}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 6$. **D.** $m \in \{7;-1\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng $d: y = -2x + m$ tiếp xúc với đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-1} = -2x + m \\ \frac{-2}{(x-1)^2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} = -2x + m \\ (x-1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} = -2x + m \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ m = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ m = 7 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \{-1;7\}$ thì đường thẳng $d$ tiếp xúc với $(C)$.

**Câu 98:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Điểm thuộc đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

**A.** $(2;1)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{array}\right.$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;2)$, $B(2;-2)$.

Gọi $I(x_I; x_I - 1) \in d$. Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow {x_I}^2 + (3 - x_I)^2 = (2 - x_I)^2 + (-x_I - 1)^2$

$\Leftrightarrow {x_I}^2 + 9 - 6x_I + {x_I}^2 = 4 - 4x_I + {x_I}^2 + {x_I}^2 + 2x_I + 1 \Leftrightarrow 4x_I = 4 \Leftrightarrow x_I = 1$.

$\Rightarrow I(1;0)$.

**Câu 99:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $a$ để hàm số $y = x^3 + 3\sqrt{3}ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

**A.** $a < -1$. **B.** $a < 0$. **C.** $-1 < a < 0$. **D.** $a > 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y' = 3x^2 + 3\sqrt{3}a$, $y'' = 6x$.

+ Điểm uốn: $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên điểm uốn là $O(0;0)$.

+ Vì đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng nên yêu cầu bài toán tương đương hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a < 0$.

**Câu 100:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $A$, $B$, $C$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $ABC$ bằng

**A.** 1. **B.** $\sqrt{2} + 1$. **C.** $\sqrt{2} - 1$. **D.** $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow A(0;4) \\ x = -1 \Rightarrow B(-1;3) \\ x = 1 \Rightarrow C(1;3) \end{array}\right.$.

$\overrightarrow{AB} = (-1;-1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$; $\overrightarrow{AC} = (1;-1) \Rightarrow AC = \sqrt{2}$; $\overrightarrow{BC} = (2;0) \Rightarrow BC = 2$.

Ta có $\Delta ABC$ vuông cân tại $A$ có $S = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}\right)^2 = 1$, $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \sqrt{2} + 1$.

Vậy $r = \frac{S}{p} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$.

**Câu 101:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: 2x - y - 1 = 0$. Biết $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$ và $N(x_2; y_2)$. Tính $y_1 + y_2$.

**A.** $-2$. **B.** $-4$. **C.** 2. **D.** 5.

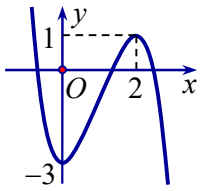
**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+1}{x-1}=2x-1\left(x\neq 1\right)$

$\Leftrightarrow 2x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\Rightarrow y_1=-1\\x_2=2\Rightarrow y_2=3\end{array}\right.$. Vậy $y_1+y_2=2$

**Câu 102:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $-3$; hoành độ điểm cực đại là $2$ và đi qua điểm $\left(1;-1\right)$ như hình vẽ.




Tỉ số $\frac{b}{a}$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $1$. **C.** $-3$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $-3$; hoành độ điểm cực đại là $2$ và đi qua điểm $\left(1;-1\right)$ nên ta có:

$$\begin{cases}d=-3\\y'\left(2\right)=0\\y\left(2\right)=1\\y\left(1\right)=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=-3\\12a+4b+c=0\\8a+4b+2c+d=1\\a+b+c+d=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=-3\\12a+4b+c=0\\8a+4b+2c=4\\a+b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=3\\c=0\\d=-3\end{cases}\Rightarrow\frac{b}{a}=-3.$$

**Câu 103:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3+\left(m+1\right)x^2+\left(m^2+4m+3\right)x-3$, ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của $m$ để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

**A.** $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>-1\\m<-5\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=2x^2+2\left(m+1\right)x+\left(m^2+4m+3\right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(m+1\right)^2-2\left(m^2+4m+3\right)>0\\-\left(m+1\right)>0\\\frac{m^2+4m+3}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\left(-5;-1\right)\\m<-1\\m\in\left(-\infty;-3\right)\cup\left(-1;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-5;-3\right).$$

**Câu 104:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện $x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0$. Suy ra đths có đường tiệm cận ngang $y=0$.

Xét $2x^2-5x+2=0\Leftrightarrow x=2\vee x=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{(2x-1)\sqrt{x-2}}=+\infty$. Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Do hàm số không xác định tại lân cận trái (phải) tại $x=\dfrac{1}{2}$ nên không có các giới hạn $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+} y$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-} y$.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ đường tiệm cận.

**Câu 105:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho các hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$; $y=x^4+2x^2+2$; $y=-x^3+x^2-3x+1$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ ?

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm số không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=x^4+2x^2+2$ có $y'=4x^3+4x=4x(x^2+1)$, $y'$ đổi dấu khi đi qua $x=0$ nên hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=-x^3+x^2-3x+1$ có $y'=-3x^2+2x-3$. Ta có $\Delta'=1-9=-8<0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $(-3).y'>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ hay $y'<0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

**Câu 106:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-6x^2-3$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A$ có hoành độ $x=1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm $B$ ($B$ khác $A$). Tọa độ điểm $B$ là

**A.** $B(-3;24)$. **B.** $B(-1;-8)$. **C.** $B(3;24)$. **D.** $B(0;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

+ $y'=f'(x)=4x^3-12x$

$\Rightarrow\begin{cases}y_A=1^4-6.1^2-3=-8\\ f'(x_A)=4.1^2-12.1=-8\end{cases}$

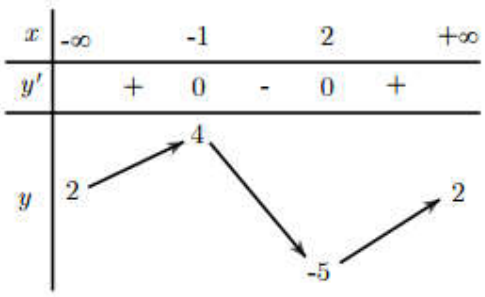
Gọi $(d)$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-8)$

$\Rightarrow(d):y=-8(x-1)-8=-8x$

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-6x^2-3=-8x\Leftrightarrow(x-1)^3(x+3)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-3\end{array}\right.\Rightarrow x_B=-3\Rightarrow y_B=(-3)^4-6.(-3)^2-3=24\Rightarrow B(-3;24)$.

**Câu 107: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau




Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại bằng $4$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-5;2)$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu bằng $-5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đường $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Giá trị cực đại $y_{CD}=4$, điểm cực đại $x_{CD}=-1$.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$; $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-1;2)$.

Vì vậy A, B, C sai.

Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu bằng $-5$.

**Câu 108: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có phương trình là:

**A.** $x=1;\ y=-2$. **B.** $x=-2;\ y=1$. **C.** $x=2;\ y=1$. **D.** $x=1;\ y=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

**Câu 109: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục $Ox$. Tìm tổng các phần tử của $S$.

**A.** $-2$. **B.** $5$. **C.** $-5$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $M\left(x_0;x_0^4-2x_0^2+m-2\right)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M$ có dạng: $k=4x_0^3-4x_0$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục $Ox$ thì $k=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=1\\x_0=-1\end{array}\right.$.

Tại $A(0;m-2)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_1)$: $y=m-2$.

Tại $B(1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_2)$: $y=m-3$.

Tại $C(-1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_3)$: $y=m-3$.

Theo đề, chỉ có đúng một tiếp tuyến song song với trục $Ox$ nên: $\left[\begin{array}{l}m-2=0\\m-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.$.

Vậy $S=\{2;3\}$ do đó ta chọn phương án. **B.**

**Câu 110:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Gọi $d$ là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $d$ song song với đường thẳng $y=3$.
**B.** $d$ song song với đường thẳng $x=3$.
**C.** $d$ có hệ số góc âm.
**D.** $d$ có hệ số góc dương.

**Lời giải**

**Chọn A**

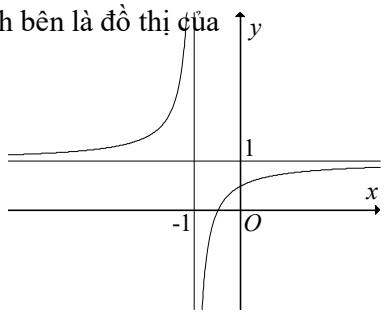
$y=x^4-3x^2+2\Rightarrow y'=4x^3-6x$, $y'=4x^3-6x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}\end{array}\right.$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là: $A(0;2)$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ có hệ số góc: $k=y'(0)=0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến $d$ là: $y=2$. Suy ra $d$ song song với đường thẳng $y=3$.

**Câu 111:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$.
**B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.
**C.** $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$.
**D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0\in(-1;0)$ nên loại phương án **A**, **B**, **D**.

**Câu 112:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)**Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(2-x)(x+3)$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.
**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$.
**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(2;+\infty)$.
**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

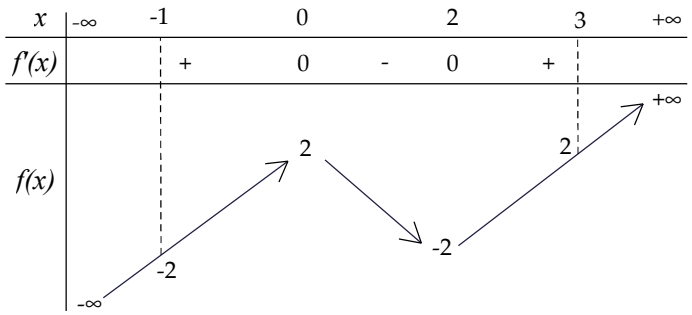
$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Dựa vào bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

**Câu 113: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.




Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)=f(m)$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $m\in(-2;2)$. **B.** $m\in(-1;3)\setminus\{0;2\}$. **C.** $m\in(-1;3)$. **D.** $m\in[-1;3]\setminus\{0;2\}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

+ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$, $f'(x)=0$ có hai nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ 12a+4b=0 \Leftrightarrow 3a+b=0 \ (1) \end{array}\right.$

Lại có: $\begin{cases} f(0)=2 \\ f(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow 8a+4b=-4 \Leftrightarrow 2a+b=-1 \ (2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $\begin{cases} b=-3 \\ a=1 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+2$

+ Để phương trình $f(x)=f(m)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<f(m)<2$

$\Leftrightarrow -2<m^3-3m^2+2<2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^3-3m^2<0 \\ m^3-3m^2+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(m-3)<0 \\ (m+1)(m-2)^2>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m\neq 0 \\ m<3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m\neq 2 \\ m>-1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow m\in(-1;3)\setminus\{0;2\}$.

**Câu 114: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại:

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 115: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x+1$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

**Câu 116: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-4x+5$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

**A.** $-3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2-4x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

$f(2)=-3$; $f(1)=0$; $f(3)=2$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $2$.

**Câu 117: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=[1;+\infty)$.

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\sqrt{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}\right)}{x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=1$.

Suy ra: $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 118: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số nguyên dương $m$ sao cho đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ và $AB\le 4$ ?

**A.** 7. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$\dfrac{2x-1}{x+1}=x+m \Leftrightarrow 2x-1=(x+m)(x+1) \Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m+1=0 \quad (1)$

( vì $x=-1$ không là nghiệm của phương trình)

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A$, $B \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và khác $(-1) \Leftrightarrow \Delta=(m-1)^2-4(m+1)>0 \Leftrightarrow m^2-6m-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3+2\sqrt{3} \\ m<3-2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (*)

Gọi $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$. Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1+x_2=1-m \\ x_1.x_2=m+1 \end{cases}$.

$AB\le 4 \Leftrightarrow \sqrt{2(x_1-x_2)^2}\le 4 \Leftrightarrow 2(x_1-x_2)^2\le 16 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 8$

$\Leftrightarrow (1-m)^2-4(m+1)\le 8 \Leftrightarrow m^2-6m-11\le 0 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{5}\le m\le 3+2\sqrt{5}$, kết hợp điều kiện (*) và $m$ nguyên dương nên có 1 giá trị $m$ thỏa mãn.

**Câu 119: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^4+2x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

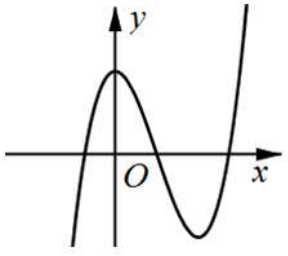
Ta có $y'=-4x^3+4x$; Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow -4x(x^2-1)=0 \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên ta có

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $6$ | ↘ | $5$ | ↗ | $6$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 120: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^3+3x^2+2$. **B.** $y=-x^3-3x^2+2$.

**C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên loại B, **D.**

Xét đáp án A: ta có $y'=3x^2+6x=3x(x+2)$. Lúc đó $y'<0\ \forall x\in(-2;0)$, điều này không phù hợp với đồ thị đã cho nên loại **A.**

**Câu 121: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$

**A.** $y=-x+3$. **B.** $y=-x-3$. **C.** $CH\perp MN$. **D.** $y=-x+1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

$y'=-\dfrac{4}{(x-1)^2}\Rightarrow y'_{(-1)}=-\dfrac{4}{(-1-1)^2}=-1$.

Do đó, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1;-2)$ và nhận $y'_{(-1)}=-1$ làm hệ số góc là: $y+2=-1(x+1)\Leftrightarrow y=-x-3$.

**Câu 122: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+2$ có hai điểm cực trị.

**A.** $m\le 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<-4$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x+m+1$. Hàm số có hai điểm cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Delta'>0\Leftrightarrow 9-3(m+1)>0\Leftrightarrow m<2$.

**Câu 123: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\dfrac{a}{b}$, trong đó $a$, $b$ là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$.

**A.** $P=13$. **B.** $P=0$. **C.** $P=5$. **D.** $P=40$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x+1-1}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+1}=\dfrac{3}{2}$.

Do đó, $a=3$, $b=2$ .Vậy $P=a^2+b^2=13$.

**Câu 124: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

**A.** $m\ne 0$ và $m\ne 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=0$ hoặc $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=3x^2-6mx+3(m^2-1)$, $f''(x)=6x-6m$.

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$ thì $f'(1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Với $m=2$, ta có $f''(1)=-6<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x_0=1$.

Với $m=0$, ta có $f''(1)=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_0=1$.

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

**Câu 125: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Tìm điều kiện của $a$, $b$ để hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+1$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

**A.** $a<0,\ b\le 0$. **B.** $a>0,\ b\ge 0$. **C.** $a>0,\ b<0$. **D.** $a<0,\ b>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

ập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right);\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$.

Hàm số có đúng một điểm cực trị là điểm cực tiểu khi và chỉ khi $\begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{b}{2a}\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0 \end{cases}$.

**Câu 126: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có chiều biến thiên khác với chiều biến thiên của các hàm số còn lại.

**A.** $h(x)=x^3+x-\sin x$. **B.** $k(x)=2x+1$.

**C.** $g(x)=x^3-6x^2+15x+3$. **D.** $f(x)=\dfrac{-x^2-2x+5}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$f'(x)=\dfrac{-x^2-2x-7}{(x+1)^2}<0\ \ \forall x\ne -1 \Rightarrow f(x)$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

$g'(x)=3x^2-12x+15>0\ \ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$k'(x)=2>0\ \ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow k(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$h'(x)=3x^2+1-\cos x=3x^2+2\sin^2\dfrac{x}{2}\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow h(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 127: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.

Khi đó số điểm cực trị của hàm số là:

**A.** 2. **B.** 1.

**C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị trên ta thấy đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại $x_0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $x_0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng trên số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1.

**Câu 128: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-1;1]$ là

**A.** $-5$. **B.** $4$. **C.** $-1$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=6x^2+6x$.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Có $y(-1)=0$, $y(1)=4$, $y(0)=-1$.

Do đó $\min\limits_{[-1;1]} y=-1$.

**Câu 129: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}+x^2}{x(x-1)}$ có hai đường tiệm cận ngang.

**A.** Không tồn tại $m$ **B.** $m<0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ khi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=a$ nên $mx^2+1\geq 0$ khi $x$ tiến dần đến $+\infty$, suy ra $m\geq 0$.

Lại có :

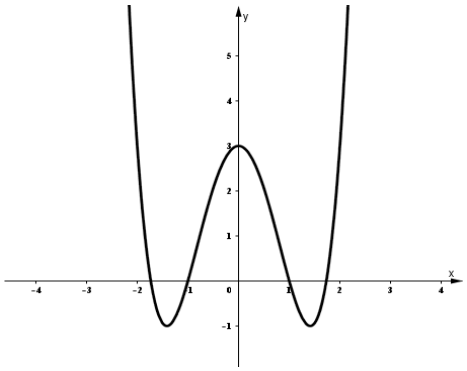
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{mx^2+1}+x^2}{x(x-1)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\dfrac{m}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}}+1}{1-\dfrac{1}{x}}=1.$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{mx^2+1}+x^2}{x(x-1)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{\dfrac{m}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}}+1}{1-\dfrac{1}{x}}=1.$$

Nên khi $m\geq 0$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang duy nhất $y=1$.

**Câu 130: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?

**A.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$. **B.** $y=\left(x^2+2\right)^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+4x^2+3$.



**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\left(x^2-2\right)^2-1=x^4-4x^2+3$.

Nhìn vào hình vẽ, ta có đồ thị ứng với hàm bậc bốn trùng phương có $a>0$ và $a$, $b$ trái dấu.

Chọn đáp án A.

**Câu 131: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Biết điểm $M\left(0;4\right)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f\left(3\right)$.

**A.** $f\left(3\right)=17$. **B.** $f\left(3\right)=49$. **C.** $f\left(3\right)=34$. **D.** $f\left(3\right)=13$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f'\left(x\right)=3x^2+2ax+b$ và $f''\left(x\right)=6x+2a$.

$M\left(0;4\right)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $\Rightarrow\begin{cases}f\left(0\right)=4\\f'\left(0\right)=0\\f''\left(0\right)<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=4\\b=0\\a<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\b=0\end{cases}$.

$\Rightarrow f\left(x\right)=x^3-2x^2+4$. Vậy $f\left(3\right)=13$.

**Câu 132: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Trong các hàm số $y=\dfrac{x-1}{3x+2}$; $y=5^x$; $y=x^3+3x^2+3x-1$; $y=\tan x+x$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{3x+2}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$ $\Rightarrow$ Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

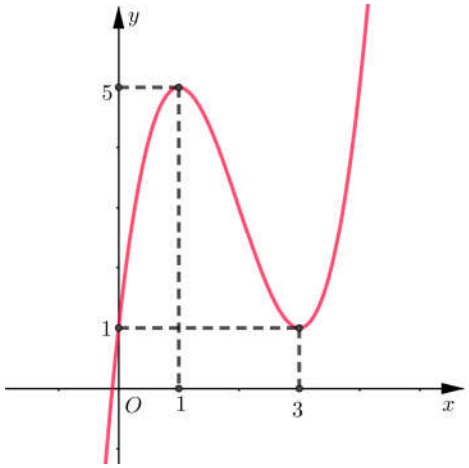
Hàm số $y=\tan x+x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ $\Rightarrow$ Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=5^x$ có $y'=5^x\ln 5>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+3x^2+3x-1$ có $y'=3x^2+6x+3=3\left(x+1\right)^2\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy có hai hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 133:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.




**A.** $m>5,\ 0<m<1$. **B.** $m<1$. **C.** $m=1,\ m=5$. **D.** $1<m<5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị $(C)$ của hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị $(C')$ của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

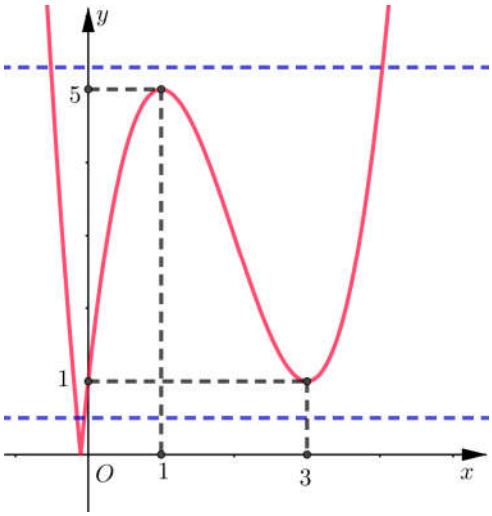
- Giữ nguyên phần đồ thị $(C)$ ở phía trên trục hoành.

- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị $(C)$ ở phía dưới trục hoành.

Khi đó, đồ thị $(C')$ là hợp của hai phần trên.

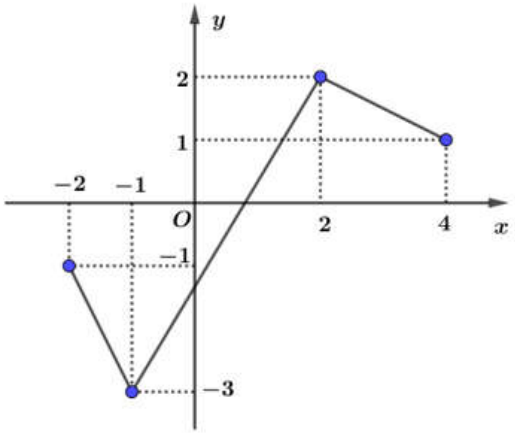
Ta có: $|f(x)|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C')$ và đường thẳng $(d):y=m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị $(C')$, ta có phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m>5\end{array}\right.$.



**Câu 134:**

**(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max\limits_{[-2;\,4]}|f(x)|$.




**A.** $|f(0)|$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có: $\max\limits_{[-2;\,4]} f(x)=2$ khi $x=2$ và $\min\limits_{[-2;\,4]} f(x)=-3$ khi $x=-1$.

Vậy $\max\limits_{[-2;\,4]}|f(x)|=3$ khi $x=-1$.

**Câu 135: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+7}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{x^2\left(1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{x^2\left(1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}=0$.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Xét $x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{(x-2)(x+2)}}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}(x-3)}=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 3^+}\frac{\sqrt{x^2-4}}{(x-2)(x-3)}=+\infty.$$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 3^-}\frac{\sqrt{x^2-4}}{(x-2)(x-3)}=-\infty.$$

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

**Câu 136:** **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2x$. Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;0)$ ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng qua điểm $A(-1;0)$ có dạng: $y=a(x+1)=ax+a\ \ (d)$.

Đường thẳng $(d)$ là tiếp tuyến khi hệ $\begin{cases}x^3-3x^2+2x=ax+a\\3x^2-6x+2=a\end{cases}$ có nghiệm. Dễ thấy hệ có ba nghiệm $(a;x)$ phân biệt nên có ba tiếp tuyến.

**Câu 137:** **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x+1)(5-x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.** $f(1)<f(4)<f(2)$. **B.** $f(1)<f(2)<f(4)$.

**C.** $f(2)<f(1)<f(4)$. **D.** $f(4)<f(2)<f(1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=(x^2-1)(x+1)(5-x)$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\x=-1\\x=5\end{cases}.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1;\ 5)$.

Do đó $\forall x\in(1;5)$ thì ta có $1<2<4\ \Rightarrow f(1)<f(2)<f(4)$.

**Câu 138:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$ là:

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** $\frac{31}{8}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 (loai) \\ x = 1 (t/m) \end{array}\right.$.

$y(0) = 5$; $y(1) = 3$; $y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{31}{8}$. Vậy $\max\limits_{\left[0;\frac{3}{2}\right]} y = y(0) = 5$.

**Câu 139:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ cắt trục $Ox$, $Oy$ lần lượt tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Tính diện tích $S$ của tam giác $OAB$.

**A.** $S = \frac{1}{12}$. **B.** $S = \frac{1}{6}$. **C.** 3. **D.** 6.

**Hướng dẫn giải**

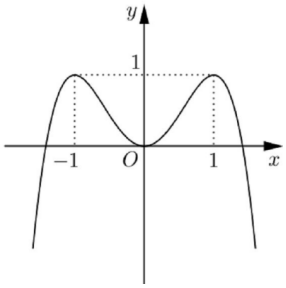
**Chọn A**

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ cắt trục $Ox$ tại $A\left(\frac{1}{2};0\right) \Rightarrow OA = \frac{1}{2}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ cắt trục $Oy$ tại $B\left(0;-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow OB = \frac{1}{3}$.

Do tam giác $OAB$ vuông tại $O$ nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{12}$.

**Câu 140:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \left(x^2 - \sqrt{2}\right)x^2(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:




**A.** 1. **B.** 2. **C.** $\frac{\pi}{4}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)$ có 4 nghiệm phân biệt là $\pm\sqrt[4]{2}$; 0; $-2$.

Tuy nhiên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $\pm\sqrt[4]{2}$ và $-2$ nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 141:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Biết đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại điểm $M$ có hoành độ $x_M$ bằng:

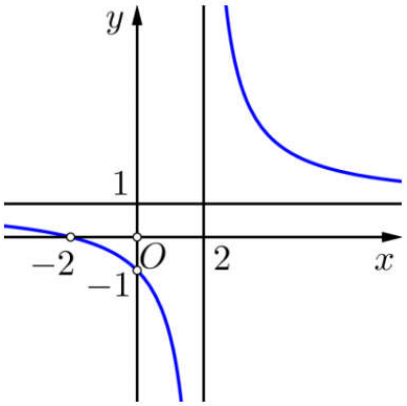
**A.** $x_M = 1 - \sqrt{2}$. **B.** $x_M = -2$. **C.** $x_M = 1$. **D.** $x_M = 1 + \sqrt{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị $(C)$ có phương trình $y = 2x - 2$ nên $x_M = 1$.

**Câu 142: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.




**A.** $P=-3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có: Tiệm cận đứng: $x=2\Rightarrow -\dfrac{c}{b}=2\Leftrightarrow 2b+c=0\ (1)$.

Tiệm cận ngang: $y=1\Rightarrow \dfrac{1}{b}=1\Leftrightarrow b=1\ (2)$.

Thế $(2)$ vào $(1)$ suy ra $c=-2$. Suy ra hàm số có dạng $y=\dfrac{x-a}{x-2}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ nên ta có: $0=\dfrac{-2-a}{-2-2}\Leftrightarrow a=-2$.

Vậy $P=-2+1-2=-3$.

**Câu 143: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^{x-1}>\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^{-x+3}$.

**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2]$.

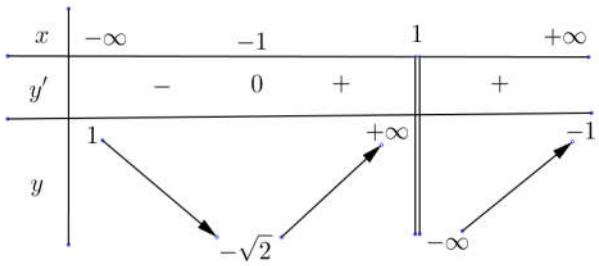
**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có: $\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^{x-1}>\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^{-x+3}\Leftrightarrow x-1<-x+3\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;2)$.

**Câu 144: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $\left(-\sqrt{2};-1\right]$. **B.** $\left(-\sqrt{2};-1\right)$. **C.** $(-1;1]$. **D.** $(-1;1)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<-1 \Leftrightarrow m\in\left(-\sqrt{2};-1\right)$.

**Câu 145: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{16-x^4}}$ là:

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Điều kiện: $16-x^4>0 \Leftrightarrow -2<x<2$.

Tập xác định $D=(-2;2)$.

Từ tập xác định $D$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{(2-x)(2+x)(4+x^2)}}=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{(2-x)(4+x^2)}}\to+\infty$ khi $x\to 2^-$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

Vậy tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 1.

**Câu 146: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{x^4}{2}-\dfrac{10x^3}{3}+2x^2+16x-15$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(2;4)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ Có $y'=\left(\dfrac{x^4}{2}-\dfrac{10x^3}{3}+2x^2+16x-15\right)'=2x^3-10x^2+4x+16=2(x+1)(x-2)(x-4)$.

Ta có $y'>0 \Leftrightarrow 2(x+1)(x-2)(x-4)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;2)\cup(4;+\infty)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;2)$ và $(4;+\infty)$.

Suy ra chọn đáp án C.

**Câu 147: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{7x-2}{x^2-4}$ là:

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y=\dfrac{7x-2}{x^2-4}=\dfrac{7x-2}{(x-2)(x+2)}\Rightarrow$ tiệm cận đứng $x=\pm 2$.

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{7}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x^2}}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{7}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x^2}}=0\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{7x-2}{x^2-4}$ là 3.

**Câu 148:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{-x+1}$. Tìm $f^{(30)}(x)$.

**A.** $f^{(30)}(x)=30!(1-x)^{-30}$. **B.** $f^{(30)}(x)=30!(1-x)^{-31}$.

**C.** $f^{(30)}(x)=-30!(1-x)^{-30}$. **D.** $f^{(30)}(x)=-30!(1-x)^{-31}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f(x)=\dfrac{x^2}{-x+1}=-x-1-\dfrac{1}{x-1}$.

$f'(x)=-1+\dfrac{1}{(x-1)^2}$; $f''(x)=-\dfrac{2}{(x-1)^3}$; $f'''(x)=\dfrac{2.3}{(x-1)^4}=\dfrac{3!}{(x-1)^4}$ .... .

Vậy $f^{(n)}(x)=(-1)^{n+1}\dfrac{n!}{(x-1)^{n+1}}\Rightarrow f^{(30)}(x)=-\dfrac{30!}{(x-1)^{31}}=30!(1-x)^{31}$.

**Câu 149:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng $a$.

**A.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$.

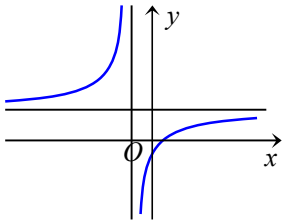
**Lời giải**

**Chọn A**

Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều có đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy của tứ diện có bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và đường sinh bằng $a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi Rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 150:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $bd<0,\ ab>0$. **B.** $ad<0,\ ab<0$. **C.** $ad>0,\ ab<0$. **D.** $bd>0,\ ad>0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d}<0\Leftrightarrow bd<0$ và đồ thị cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ dương nên $-\frac{b}{a}>0\Leftrightarrow ab<0\Rightarrow ab^2d>0\Leftrightarrow ad>0$ .

**Câu 151: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

**A.** $m>2$. **B.** $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$.
**C.** $m\le 2$. **D.** $m\le 0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=\cos x, 0<t<1$ ta có hàm số: $y=\frac{t-2}{t-m}(2), 0<t<1\Rightarrow y'=\frac{-m+2}{(t-m)^2}$.

Để hàm số ban đầu nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số (2) phải nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ do đó: $\begin{cases}-m+2<0\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>2\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>2$.

**Câu 152: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Hàm số $y=\frac{x+1}{2x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\frac{-3}{(2x-1)^2}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Vì vậy hàm số không có cực trị.

**Câu 153: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Với giá trị nào của tham số $m$ thì đồ thị hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ có cực đại, cực tiểu thỏa mãn $|x_{CĐ}+x_{CT}|=2$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 - m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có cực đại cực tiểu thì $2 - m \neq -1 \Leftrightarrow m \neq 3$.

Theo giả thiết ta có $|x_{CD} + x_{CT}| = 2 \Leftrightarrow |1 - m| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 - m = 2 \\ 1 - m = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \,(t/m) \\ m = 3 \,(loai) \end{array}\right.$.

Vậy $m = -1$.

**Câu 154:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$.

**A.** $\dfrac{37}{4}$. **B.** $\dfrac{29}{4}$. **C.** $8$. **D.** $6$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Hàm số đã xác định và liên tục trên $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$.

Ta có $\begin{cases} x \in \left(\dfrac{1}{2}; 2\right) \\ y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Tính được $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}$; $f(2) = 5$; $f(1) = 3$.

Do đó $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 5$; $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 3 \Rightarrow \max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y + \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 8$.

**Câu 155:** **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm của đường thẳng $y = 1 - 2x$ với đồ thị $(C)$ của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 4$.

**A.** $2$. **B.** $0$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

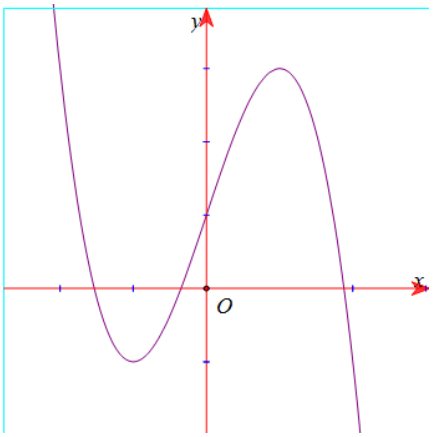
**Chọn D**

Ta có số giao điểm của đường thẳng $y = 1 - 2x$ với đồ thị $(C)$ của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 4$ bằng số nghiệm phương trình $x^3 - 2x^2 - 4x + 4 = 1 - 2x$

$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của đường thẳng $y = 1 - 2x$ với đồ thị $(C)$ của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 4$ bằng 3.

**Câu 156:** **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số nào?




**A.** $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị ta có hệ số $a<0$ nên ta loại đáp án **A** và **C**.

Khi $x=0$ thì đồ thị cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ dương nên $d>0$ nên ta loại đáp án **B**.

**Câu 157:** **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm số tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+10$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho là hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a>0$ nên có 3 điểm cực trị (1 cực đại, 2 cực tiểu) tuy nhiên, tiếp tuyến song song với trục hoành tại 2 điểm cực tiểu là trùng nhau nên có 2 tiếp tuyến thoả mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 158:** **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đường thẳng $y=2mx+m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

**A.** $m>1$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $2mx+m+1=\dfrac{2x-1}{2x+1}$, $\left(x\neq -\dfrac{1}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow f\left(x\right)=4mx^2+4mx+m+2=0\ \ (1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ -8m>0 \\ 2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<0.$$

**Câu 159: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**A.** $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-4$, $y''=2x-2m$.

Điều kiện cần để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$ là: $y'(3)=0\Leftrightarrow m^2-6m+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=5\end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

- Tại $m=1$ thì $y''(3)=2.3-2.1=4>0$, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$ (loại).
- Tại $m=5$ thì $y''(3)=2.3-2.5=-4<0$, hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$ (thỏa mãn).

Vậy với $m=5$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**Câu 160: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

**A.** 11. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[-1;2]$.

Ta có $f'(x)=6x^2+6x-12$; $\left\{\begin{array}{l}x\in(-1;2)\\f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1$.

Tính được $f(-1)=15$; $f(2)=6$; $f(1)=-5\Rightarrow\max\limits_{[-1;2]}f(x)=15$.

**Câu 161: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+x-2$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+1>0\quad\forall x\in\mathbb{R}$ vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 162: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác đinh: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

$y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{x-1}{x+2}$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-2^+}y=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-2^-}y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty\end{cases}\Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 163: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tất cả tham số thực của $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\dfrac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m\in(-3;-2)\cup(-2;1)$. **B.** $m\in(-3;1)$.

**C.** $m\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=(m+2)x^2+2x+\dfrac{1}{3}m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ m+2\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-\dfrac{1}{3}m^2-\dfrac{2}{3}m>0\\ m\neq-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<1\\ m\neq-2\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<-2$ hoặc $-2<m<1$.

**Câu 164: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để phương trình $x^3-6x^2+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** 31. **B.** 32. **C.** 21. **D.** 34

**Lời giải**

**Chọn A**

$x^3-6x^2+m=0\Leftrightarrow m=-x^3+6x^2\ (*)$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $32$ | ↘ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $0<m<32$.

Vậy có 31 giá trị nguyên của tham số $m$.

**Câu 165: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\sin x\,dx$ bằng cách đặt $t=\cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

**A.** $I=\int\limits_{0}^{1}t^4\mathrm{d}t$. **B.** $I=-\int\limits_{0}^{1}t^4\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}t^4\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}t^4\mathrm{d}t$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\,\mathrm{d}x\Rightarrow \sin x\,\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=0$.

Khi đó $I=\int\limits_{1}^{0}t^4\left(-\mathrm{d}t\right)=\int\limits_{0}^{1}t^4\,\mathrm{d}t$.

**Câu 166: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Kết quả của $m$ để hàm số sau $y=\dfrac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

**A.** $m\le 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m<2$. **D.** $m\ge 2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{2-m}{\left(x+2\right)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(-2;+\infty\right)$ thì $y'>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{\left(x+2\right)^2}>0\Leftrightarrow 2-m>0\Leftrightarrow m<2$.

**Câu 167: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\left[-3;3\right]\setminus\{-2\}$.

Do đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\left(x+2\right)\left(x-4\right)}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}$

Ta thấy $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}=-\dfrac{\sqrt{5}}{6}<0\\ \lim\limits_{x\to(-2)^-}\left(x+2\right)=0,x\to\left(-2\right)^-\Rightarrow x+2<0\end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}=+\infty$.

Hay $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=+\infty$.

+) $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8} = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{(x+2)(x-4)} = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}$

Ta thấy $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4} = -\dfrac{\sqrt{5}}{6} < 0 \\ \lim\limits_{x\to(-2)^+} (x+2) = 0, x \to (-2)^+ \Rightarrow x+2 > 0 \end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to(-2)^-} \dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2} = -\infty$.

Hay $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = -\infty$.

**Câu 168:** **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau ?

**A.** $\max\limits_{[0;2]} y = 3$, $\min\limits_{[0;2]} y = 2$.

**B.** $\max\limits_{[0;2]} y = 11$, $\min\limits_{[0;2]} y = 3$.

**C.** $\max\limits_{[0;2]} y = 11$, $\min\limits_{[0;2]} y = 2$.

**D.** $\max\limits_{[0;2]} y = 2$, $\min\limits_{[0;2]} y = 0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

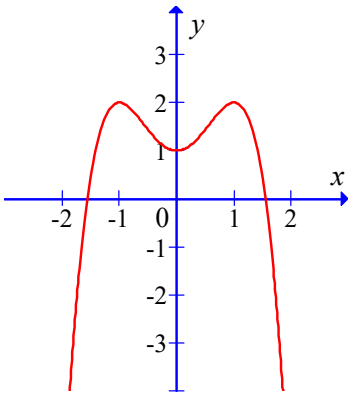
Hàm đã cho liên tục trên $[0;2]$.

$y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (0;2) \\ x = 1 \in (0;2) \\ x = -1 \notin (0;2) \end{array}\right.$.

$y(0) = 3$; $y(1) = 2$; $y(2) = 11$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y = 11$, $\min\limits_{[0;2]} y = 2$.

**Câu 169:** **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $m = f(x) + 1$ với $m < 2$ có bao nhiêu nghiệm ?




**A.** 3.

**B.** Vô nghiệm.

**C.** 4.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $m = f(x) + 1 \Leftrightarrow f(x) = m - 1$ $(1)$.

Số nghiệm của phương trình $(1)$ chính bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m - 1$.

Với $m<2 \Leftrightarrow m-1<1$: Khi đó đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 170: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

**A.** $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=4(m+1)x^3+4(m-2)x=4x\left((m+1)x^2+m-2\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (m+1)x^2+m-2=0 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{m+1}>0 \Leftrightarrow -1<m<2$.

**Câu 171: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+1$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-12x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Xét bảng sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

**Câu 172: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$. Tiếp tuyến tại điểm uốn của đồ thị hàm số có phương trình là:

**A.** $y=x+\dfrac{11}{3}$. **B.** $y=-x+\dfrac{11}{3}$. **C.** $y=x+\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=-x-\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=x^2-4x+3$, $y''=2x-4$

Cho $y''=0 \Leftrightarrow 2x-4=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=\dfrac{5}{3}$.

Điểm uốn của đồ thị hàm số là $I\left(2;\dfrac{5}{3}\right)$.

$\Rightarrow y'(2)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn $I\left(2;\frac{5}{3}\right)$ là: $y=-(x-2)+\frac{5}{3}=-x+\frac{11}{3}$.

**Câu 173: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2-5x+1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$ là:

**A.** $-3$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$.

Ta có $y'=\frac{x^2-1}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Khi đó $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}$, $f(1)=-3$, $f(3)=-\frac{5}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-3$.

**Câu 174: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tính khoảng cách $d$ giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$.

**A.** $d=2\sqrt{2}$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-8x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực tiểu là $A\left(-\sqrt{2};3\right)$ và $B\left(\sqrt{2};3\right)$ nên khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu là $d=AB=2\sqrt{2}$.

**Câu 175: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\frac{3}{2}$.

**C.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\frac{3}{2}$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x+1}{2x-1}=\frac{3}{2}$.

**Câu 176: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x^2-2$ đạt cực đại tại điểm.

**A.** $x=-6$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Lại có $y'' = 6x - 6;\ y''(0) = -6$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Cách 2: Vẽ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $+\infty$ |

**Câu 177: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$ là điểm ?

**A.** $I(2;13)$. **B.** $I(2;-13)$. **C.** $I(-2;-13)$. **D.** $I(-2;-33)$.

**Lời giải**

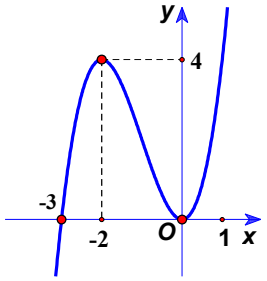
**Chọn B**

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow y'' = 6x - 12$.

Do đó $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -13$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$ là $I(2;-13)$.

**Câu 178: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có dạng như hình vẽ:




Hỏi đồ thị hàm số $y = \left|x^3 + 3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

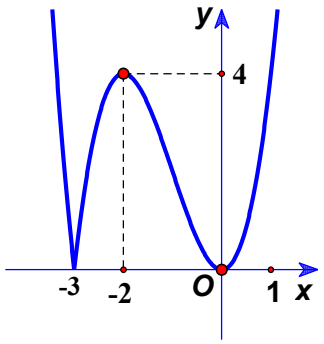
**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y = \left|x^3 + 3x^2\right| = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \end{cases} = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x \ge -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x < -3 \end{cases}$.

Nên ta lấy phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ khi $x < -3$.




Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 179:** **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số: $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

**A.** $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**B.** $(-2;0)$.

**C.** $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

**D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số xác định khi $x\neq -1$.

$y'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\Rightarrow y=-2\\x=0\Rightarrow y=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $+\infty$ ‖ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

**Câu 180:** **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số: $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

**A.** $m=5$.

**B.** $m=3$.

**C.** $m=\dfrac{17}{4}$.

**D.** $m=10$.

**Lời giải**

**Chọn B**

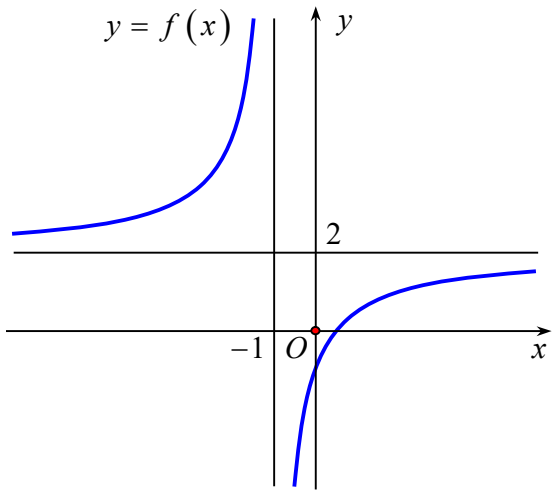
Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Ta có $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow 2x^3-2=0\Leftrightarrow x=1$.

$y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{17}{4}$; $y(1)=3$; $y(2)=5$.

Vậy $m=3$.

**Câu 181:** **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=\frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{-2x+1}{x+1}$.

**Lời giải**

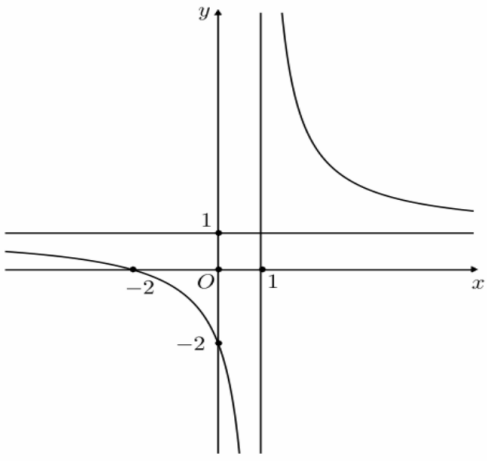
**Chọn C**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại được các hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$, $y=\frac{-2x+1}{x-1}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ nên loại được hàm số $y=\frac{-2x+1}{x+1}$.

Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

**Câu 182:** **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $a<0$; $b<0$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<b<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = a = 1 > 0$.

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2) \Rightarrow b = -2 < 0$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y' < 0 \Rightarrow -a + b < 0 \Rightarrow b < a$.

Vậy $b < 0 < a$.

**Câu 183: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

• $\lim\limits_{x \to 4^+} y = \lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \dfrac{5}{8}$; $\lim\limits_{x \to 4^-} y = \lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \dfrac{5}{8}$.

Suy ra $x = 4$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x \to -4^+} y = \lim\limits_{x \to -4^+} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -4^-} y = \lim\limits_{x \to -4^-} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = +\infty$.

Suy ra $x = -4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

**Câu 184: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{3x - 1}{x - 3}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;2]$ lần lượt là $M$ và $m$. Khi đó $S = m + M$ có giá trị là

**A.** $S = \dfrac{14}{3}$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = -\dfrac{14}{3}$. **D.** $S = \dfrac{3}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0$, $\forall x \in [0;2]$.

Suy ra:

• GTLN của hàm số là $\max\limits_{[0;2]} y = M = f(0) = \dfrac{1}{3}$.

• GTNN của hàm số là $\min\limits_{[0;2]} y = m = f(2) = -5$.

Suy ra $S = m + M = -5 + \dfrac{1}{3} = -\dfrac{14}{3}$.

**Câu 185: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có đúng 1 cực trị ?

**A.** $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - x$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y = x^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y = x - 4\ln x$.

**Lời giải**

**Chọn D**

+ Hàm số $y=x-4\ln x$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=1-\frac{4}{x}=\frac{x-4}{x}$, $y'=0\Leftrightarrow x=4$.

Vì $y'=0$ có một nghiệm và $y'$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số $y=x-4\ln x$ có đúng một cực trị.

+ Hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x$ có $y'=-(x-1)^2<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên không có cực trị.

+ Hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ có $y'=\frac{3}{(x+2)^2}>0\ \ \forall x\neq -2$ nên không có cực trị.

+Hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ có $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên không có cực trị.

**Câu 186: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Gọi $k_1,k_2,k_3$ lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ tại $x=2$ và thỏa mãn $k_1=k_2=2k_3\neq 0$ khi đó

**A.** $f(2)<\frac{1}{2}$. **B.** $f(2)\leq\frac{1}{2}$. **C.** $f(2)\geq\frac{1}{2}$. **D.** $f(2)>\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

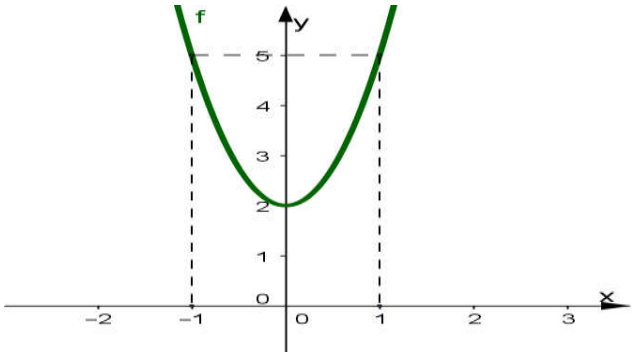
**Chọn B**

Theo đề bài ta có $k_1=k_2=f'(2)=g'(2)$. $k_3=\frac{f'(2)g(2)-g'(2)f(2)}{g^2(2)}$.

Theo đề bài ta có $k_1=k_2=2k_3\neq 0$ nên ta có phương trình $\frac{f'(2)[g(2)-f(2)]}{g^2(2)}=\frac{1}{2}f'(2)\Leftrightarrow g^2(2)-2g(2)+2f(2)=0$.

Do $g(2)$ là một giá trị thuộc tập giá trị của hàm số nên phương trình $g^2(2)-2g(2)+2f(2)=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'\geq 0\Leftrightarrow 1-2f(2)\geq 0\Leftrightarrow f(2)\leq\frac{1}{2}$.

**Câu 187: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c\in R,a\neq 0)$ có đồ thị $(C)$. Biết đồ thị $(C)$ đi qua $A(1;4)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ.




Giá trị $f(3)-2f(1)$ là

**A.** 30. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 27.

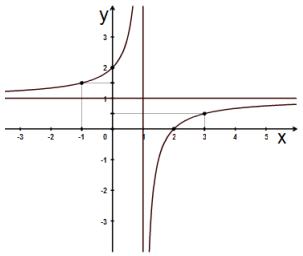
**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị của $y=f'(x)\Rightarrow f(x)=x^3+2x+d$. Do đồ thị $(C)$ đi qua $A(1;4)$ nên $d=1$ $\Rightarrow y=f(x)=x^3+2x+1$.

Vậy $f(3)-2f(1)=26$.

**Câu 188: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị cho trong hình sau. Tìm mệnh đề đúng.




**A.** $ad>bc$, $cd<ac$. **B.** $ad>bc$, $cd>ac$.

**C.** $ad<bc$, $cd<ac$. **D.** $ad<bc$, $cd>ac$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nên $ad-bc>0\Leftrightarrow ad>bc$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\dfrac{a}{c}\Rightarrow y=\dfrac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^+}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^-}y=+\infty$ $\Rightarrow x=-\dfrac{d}{c}$ là tiệm cận đứng.

Theo đồ thị ta có $\dfrac{a}{c}=1$, $-\dfrac{d}{c}=1\Rightarrow\dfrac{d}{c}=-1$.

Từ đó ta có $\dfrac{d}{c}<\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow c^2.\dfrac{d}{c}<c^2.\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow cd<ac$.

Vậy $ad>bc$, $cd<ac$.

**Câu 189: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\sqrt{5-4x-x^2}$. Tìm mệnh đề đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=[-5;1]$.

$y'=\dfrac{-4-2x}{2\sqrt{5-4x-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thên

| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | ↗ | | ↘ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**Câu 190: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Biết hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;m]$ bằng $\dfrac{4}{7}$. Tìm $m$?

**A.** $m=\dfrac{3}{7}$. **B.** $m=\dfrac{5}{2}$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=\dfrac{2}{7}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ trên đoạn $D=[0;m]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{5}{(x+1)^2}\Rightarrow f'(x)>0$, $\forall x\in D$. Do hàm số liên tục trên $D$ nên giá trị lớn nhất của hàm số là $f(m)$.

$f(m)=\dfrac{4}{7}\Leftrightarrow\dfrac{2m-3}{m+1}=\dfrac{4}{7}\Leftrightarrow 14m-21=4m+4\Leftrightarrow m=\dfrac{5}{2}$.

**Câu 191: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-2}$

**A.** $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3-2x}{x-2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3-2x}{x-2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-2}$ nhận đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

**Câu 192: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ có cực đại, cực tiểu.

**A.** $m>\dfrac{3}{2}$. **B.** $m<-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m<\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\le\dfrac{3}{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=3x^2-6x+2m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt, tức là

$\Delta'_{y'}>0\Leftrightarrow 9-6m>0\Leftrightarrow m<\dfrac{3}{2}$.

**Câu 193:** **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=2x^4+4x^2-8$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Hướng dẫn giải**

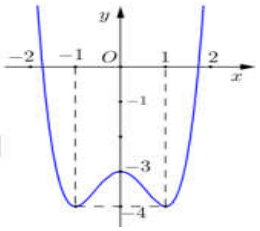
**Chọn D**

Ta có $y=2x^4+4x^2-8$, suy ra $y'=8x^3+8x \Leftrightarrow y'=8x\left(x^2+1\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vì $y'=0$ có một nghiệm và $y'$ đổi dấu từ âm sang dương khi $x$ qua $x=0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

***Câu 194:*** **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $S=\dfrac{\sqrt{210}}{2}$ có đúng hai nghiệm?




**A.** $m>-3$. **B.** $m=-4$.

**C.** $\left[\begin{array}{l} m>-3 \\ m=-4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<3 \\ m=4 \end{array}\right.$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $f(x)-m=0 \Leftrightarrow f(x)=m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$.

Dựa vào đồ thị, ta có phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m>-3 \end{array}\right.$.

**Câu 195:** **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị $(C)$. Đường thẳng $d: y=x+2$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm $A$, $B$, $C(0;2)$. Gọi $k_1, k_2$ lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của $(C)$ tại $A$ và $B$. Tính $k_1.k_2$.

**A.** 9. **B.** −27. **C.** −81. **D.** 81.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $y=3x^2-3$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d$ và đồ thị $(C)$ là :

$$x^3-3x+2=x+2 \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Vậy đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt: $A(-2;2)$, $B(2;4)$ và $C(0;2)$.

Gọi $k_1, k_2$ lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của $(C)$ tại $A$ và $B$, ta có:

$k_1=y'(-2)=9$, $k_2=y'(2)=9$. Vậy $k_1k_2=81$.

**Câu 196: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x+1}-\frac{3x}{2x-1}$.

**A.** $y=-\frac{3}{2}$. **B.** $y=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $y=\frac{1}{2}$.

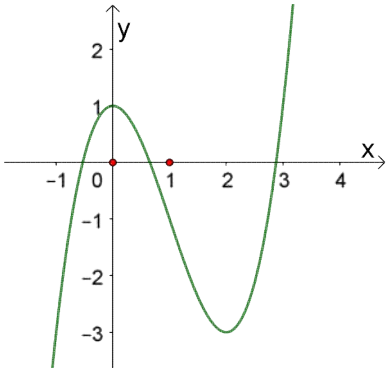
**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x+1}-\frac{3x}{2x-1}$.

**Câu 197: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây




Hỏi $f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

**A.** $f(x)=x^3+3x^2-4$. **B.** $f(x)=x^3-3x^2+1$.

**C.** $f(x)=x^3-3x+1$. **D.** $f(x)=-x^3+3x^2+1$.

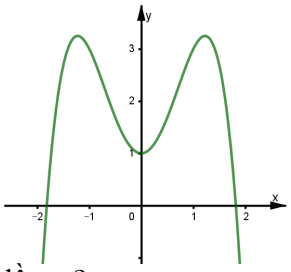
**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị tại $x=0$ và $x=2$, cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=1$ và có hệ số $a>0$.

Như vậy chỉ có hàm số ở phương án C thỏa mãn.

**Câu 198: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:




Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.

**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục $Oy$ tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 199: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$. Tính $M$, $m$.

**A.** $M=1,\ m=-1$. **B.** $M=2,\ m=-2$. **C.** $M=1,\ m=-2$. **D.** $M=2,\ m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=2\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Với $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ suy ra: $x=\frac{\pi}{2}$.

$y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-1,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=2,\ y\left(\frac{5\pi}{6}\right)=1$.

Vậy: $M=2$ và $m=-1$.

**Câu 200: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $-2$ | ↘ | $+\infty$ / $-\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ / $-\infty$ | ↗ | $-2$ |

**A.** $[-2;1]$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[-2;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta có khi $-2\le m<1$ thì đồ thị $f(x)=m$ và đường thẳng $y=m$ không có điểm chung hay phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.

**Câu 201: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2-1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

**A.** $m<-1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\le-1$. **D.** $m\le-1\vee m\ge1$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x$.

Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4(m+1)x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=(m+1) \end{array}\right.$.

Nếu $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$ thì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $x_1=-\sqrt{m+1}$; $x_2=0$; $x_3=\sqrt{m+1}$ khi đó ta có $y'$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ ki qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực đại $\Rightarrow m>-1$ không thỏa mãn.

Nếu $m+1\le 0 \Leftrightarrow m\le -1$ thì $y'=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$ khi đó ta có $y'$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu $\Rightarrow m\le -1$ thỏa mãn.

**Câu 202:** **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\sqrt{x^3+x}$.

**B.** $y=x^3-3x^2+3x+2$.

**C.** $y=x^2+2018$.

**D.** $y=\dfrac{x-2018}{x+2018}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét $y=x^3-3x^2+3x+2 \Rightarrow y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\ge 0$.

Vậy hàm số $y=x^3-3x^2+3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 203:** **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-24x-26$.

**A.** $(-2;26)$.

**B.** $(4;-10)$.

**C.** $(2;-54)$.

**D.** $(-4;54)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y=x^3+3x^2-24x-26 \Rightarrow y'=3x^2+6x-24$

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2+6x-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$.




Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow y=-54$.

**Câu 204:** **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=2018+\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-2}$.

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện $x^2-2x\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\left(2018+\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x-2}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(2018+\frac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}}{1-\dfrac{2}{x}}\right)=2019.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\left(2018+\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x-2}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(2018+\frac{-\sqrt{1-\frac{2}{x}}}{1-\frac{2}{x}}\right)=2017.$$

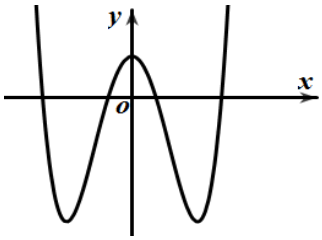
Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2019$; $y=2017$.

$$\lim_{x\to2^+} y=\lim_{x\to2^+}\left(2018+\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x-2}\right)=\lim_{x\to2^+}\left(2018+\frac{\sqrt{x}\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}^2}\right)=+\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng $3$.

**Câu 205:** **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

Nhánh sau cùng bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên ta có $a>0$ $\Rightarrow$**loại A.**

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên ta có $a.b<0$ $\Rightarrow$ **loại B.**

Đồ thị hàm số giao với $Oy$ tại điểm có tung độ dương nên ta **loại D.**

**Câu 206:** **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Hàm số $y=-3x^4-\left(3m^2-3m+1\right)x^2+5m^2-2m+2$ nghịch biến trong khoảng nào?

**A.** $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(-4;+\infty\right)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=-12x^3-2\left(3m^2-3m+1\right)x$.

$$y'=0\Leftrightarrow-12x^3-2\left(3m^2-3m+1\right)x=0\Leftrightarrow2x\left(-6x^2-\left(3m^2-3m+1\right)\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\frac{1}{6}\left(3m^2-3m+1\right)<0,\forall m\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0.$$

Vì $a=-3<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

**Câu 207: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$, tập giá trị của hàm số là:

**A.** $[2;4]$. **B.** $\left[\dfrac{15}{2};5\right]$. **C.** $[2;3]$. **D.** $[3;4]$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow -2x^2+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $3$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $3$ |

Từ bảng biến thiên ta có $2\le y\le 4$. Vậy tập giá trị của hàm số là $[2;4]$.

**Câu 208: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

| x | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y′ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| y | $+\infty$ | $\searrow$ | ‖ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |
| | | | $-1$ | | | | |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

**A.** $m\in(-\infty;-1]$. **B.** $m\in(-\infty;3]$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;3)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $m<3$.

Vậy tập hợp các giá trị cần tìm của $m$ là $(-\infty;3)$.

**Câu 209:** **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}$.

**A.** $x=-\dfrac{2}{3}$ và $x=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$ và $x=2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

$y=\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{2}{3};2\right\}$.

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-2}{(x-2)(3x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{(x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}=\infty\Rightarrow$ $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}=\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{3x-2}{(x-2)(3x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{1}{(x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}=-\dfrac{32}{9}\Rightarrow$ $x=\dfrac{2}{3}$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=2$.

**Câu 210:** **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số đó luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào ?

**A.** $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a<0;b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a>0;b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}a=b=c=0\\a<0;b^2-3ac<0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a>0;b^2-3ac\ge 0\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Với $a=b=0\Rightarrow y=cx+d$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $c>0$.

+) $y'=3ax^2+2bx+c$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b^2-3ac\le 0\end{cases}$.

**Câu 211:** **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có đúng ba đường tiệm cận ?

**A.** $y=\dfrac{x}{x^2-x+9}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1+x}$. **C.** $y=\dfrac{1}{4-x^2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{5x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tiệm cận đứng là $x=2$ và $x=-2$, tiệm cận ngang là $y=0$.

**Câu 212:** **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

**A.** $\min\limits_{[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=-3$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0$, $y(0)=-1$, $y(3)=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[0;3]} y=-1$.

**Câu 213:** **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x+m\ (1)$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $(1)$ trên $[0;1]$ bằng $4$.

**A.** $m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2+3>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $\max\limits_{[0;1]} y=y(1)\Leftrightarrow 4+m=4\Leftrightarrow m=0$.

**Câu 214:** **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ tại bốn điểm phân biệt ?

**A.** $-\dfrac{13}{4}<m<\dfrac{3}{4}$. **B.** $-\dfrac{13}{4}\le m\le\dfrac{3}{4}$. **C.** $m\le\dfrac{3}{4}$. **D.** $m\ge-\dfrac{13}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Có $y'=4x^3-16x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-13$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-13$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên trên, để để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ tại bốn điểm phân biệt thì $-13<4m<3\Leftrightarrow-\dfrac{13}{4}<m<\dfrac{3}{4}$.

Vậy giá trị cần tìm của $m$ là $-\dfrac{13}{4}<m<\dfrac{3}{4}$.

**Câu 215:** **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Ta có:

Hàm số đã cho không có tiệm cận xiên.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, nên đường thẳng có phương trình $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}=\dfrac{x-6}{x+1}\left(\forall x\in D\right)\Rightarrow \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên đường thẳng có phương trình $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

**Câu 216: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

**A.** $m=\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=x^3-3x^2-1$

Có : $y'=3x^2-6x$, $y=\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}\right)y'-2x-1$.

Do đó, đường thẳng $\Delta$ qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này có phương trình là $y=-2x-1$.

Để $d$ vuông góc với $\Delta$ thì $(3m+1).(-2)=-1\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{6}$.

Vậy giá trị cần tìm của $m$ là $m=-\dfrac{1}{6}$.

**Câu 217: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Giá trị của $M$ và $m$ lần lượt là:

**A.** $M=40;\ m=-41$. **B.** $M=15;\ m=-41$. **C.** $M=40;\ m=8$. **D.** $M=40;\ m=-8$.

**Lời giải**

**Chọn A**

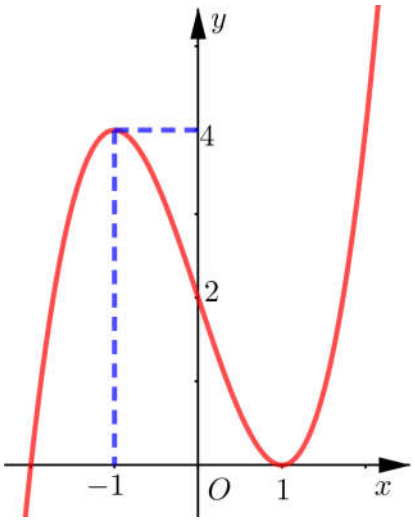
Xét hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-4;4]\\x=3\in[-4;4]\end{array}\right.$.

Ta có: $y(-4)=-41$; $y(-1)=40$; $y(3)=8$; $y(4)=15$.

Vậy: $M=40$; $m=-41$.

**Câu 218: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

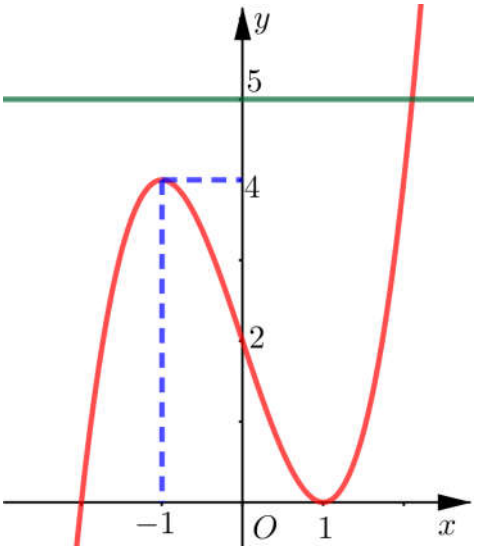



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)-5x$ là:

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Ta có: $y'=f'\left(x\right)-5$; $y=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=5$. Dấu đạo hàm sai $y'$

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'\left(x\right)=5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Nghĩa là phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất và $y'$ đổi dấu khi qua nghiệm này.

Vậy hàm số $y=f\left(x\right)-5x$ có một điểm cực trị.

**Câu 219:** **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-15$ trên đoạn $\left[-3;2\right]$.

**A.** $\max\limits_{[-3;2]} y=48$. **B.** $\max\limits_{[-3;2]} y=7$. **C.** $\max\limits_{[-3;2]} y=54$. **D.** $\max\limits_{[-3;2]} y=16$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y'=4x^3-4x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[-3;2\right]\\x=1\in\left[-3;2\right]\\x=-1\in\left[-3;2\right]\end{array}\right..$$

Tính: $y(2)=-7, y(1)=-16, y(0)=-15, y(-1)=-16, y(-3)=48$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là: $\max\limits_{[-3;2]} y=48$.

**Câu 220: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x+2}(C)$ Gọi $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là tọa độ giao điểm của $(C)$ với các trục tọa độ. Khi đó ta có $x_A+x_B+y_A+y_B$ bằng

**A.** $6$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số $(C)$ cắt trục $Ox$ tại điểm $A(4;0)$, cắt trục $Oy$ tại điểm $B(0;-2)$.

Khi đó $x_A+x_B+y_A+y_B=4+0+0+(-2)=2$.

**Câu 221: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

**A.** $(3;1)$. **B.** $x=3$. **C.** $\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{7}{3}$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;1)$.

**Câu 222: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

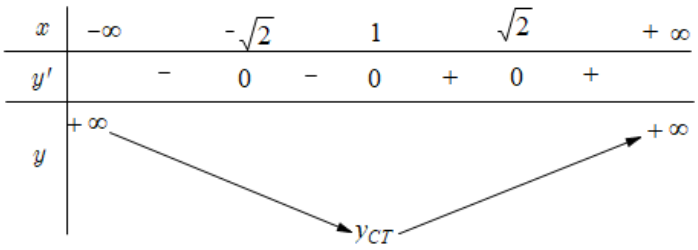
**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2)^2(x^2+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



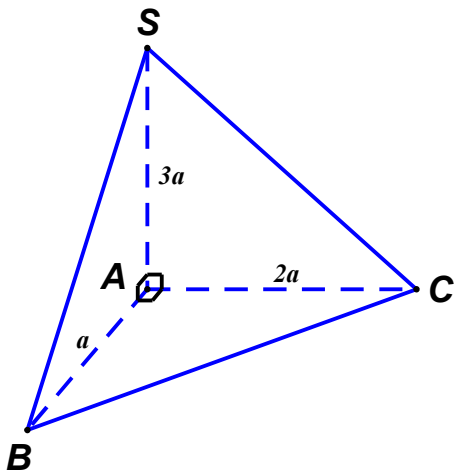

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

**Câu 223:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=a$, $AC=2a$, $SA$ vuông góc với đáy và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $6a^3$. **B.** $a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AC.SA=\frac{1}{6}a.2a.3a=a^3$.

**Câu 224:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ là

**A.** $3\ln\frac{3}{2}-1$. **B.** $5\ln\frac{3}{2}-1$. **C.** $3\ln\frac{5}{2}-1$. **D.** $2\ln\frac{3}{2}-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\frac{x+1}{x-2}=0\Leftrightarrow x=-1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$, trục $Ox$ và các đường thẳng $x=0$ (trục $Oy$), $x=-1$ là: $S=\int_{-1}^{0}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|\mathrm{d}x=3\ln\frac{3}{2}-1$.

**Câu 225:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$\begin{cases} f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R} \\ f'(x)=-\mathrm{e}^x.f^2(x), \forall x\in\mathbb{R}. \\ f(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Tính giá trị của $f(\ln 2)$.

**A.** $\ln 2+\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\ln^2 2+\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì $f(x)>0$, với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên từ $f'(x)=-\mathrm{e}^x.f^2(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra: $-\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}=\mathrm{e}^x,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{f(x)}=\mathrm{e}^x+C,\ \forall x\in\mathbb{R}\ (*)$.

Vì $f(0)=\dfrac{1}{2}$ nên từ $(*)$ suy ra $\dfrac{1}{f(0)}=\mathrm{e}^0+C\Rightarrow C=1$.

Do đó $\dfrac{1}{f(x)}=\mathrm{e}^x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}\ \Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^x+1},\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $f(\ln 2)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\ln 2}+1}=\dfrac{1}{3}$.

**Câu 226:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Số các giá trị nguyên của tham số $m$ trong đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y=mx^3+mx^2+(m+1)x-3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

**A.** $200$. **B.** $99$. **C.** $100$. **D.** $201$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trường hợp 1: $m=0$. Ta có:

$y=x-3$ có $y'=1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên trên $\mathbb{R}$.

Do đó loại $m=0$.

Trường hợp 2: $m\neq 0$. Ta có: $y'=3mx^2+2mx+m+1$, $\Delta'=-2m^2-3m=m(-2m-3)$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m(-2m-3)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -2m-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -\frac{3}{2}.$$

Vì $m$ là số nguyên thuộc đoạn $[-100;100]$ nên $m\in\{-2;-3;...;-99;-100\}$.

Vậy có $99$ giá trị $m$.

**Câu 227:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Tìm các số $a$, $b$ để hàm số $f(x)=a\sin(\pi x)+b$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$.

**A.** $a=\dfrac{\pi}{2}$, $b=2$. **B.** $a=-\dfrac{\pi}{2}$, $b=2$. **C.** $a=-\pi$, $b=2$. **D.** $a=\pi$, $b=2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

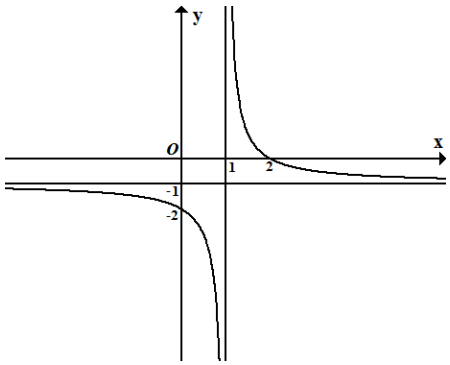
Ta có $f(1)=2$, suy ra $a\sin\pi+b=2\Rightarrow b=2$. Khi đó

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(a\sin(\pi x)+2\right)\mathrm{d}x=-\frac{a}{\pi}\cos(\pi x)\Big|_0^1+2x\Big|_0^1=\frac{2a}{\pi}+2.$$

Suy ra $\frac{2a}{\pi}+2=4\Leftrightarrow a=\pi$.

Vậy $a=\pi$, $b=2$.

**Câu 228: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?




**A.** $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=-7$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng nên $c=-1$.

Đồ thị hàm số có $y=-1$ là tiệm cận ngang nên $a=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-2$ nên $\frac{b}{c}=-2$ do đó $b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c=-1-3.2+2(-1)=-9$.

**Câu 229: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là $(C)$. Gọi $A,B$ là các điểm cực trị của $(C)$. Tính độ dài đoạn thẳng $AB$ ?

**A.** $AB=2\sqrt{5}$. **B.** $AB=5$. **C.** $AB=4$. **D.** $AB=5\sqrt{2}$.

**Lời giải**

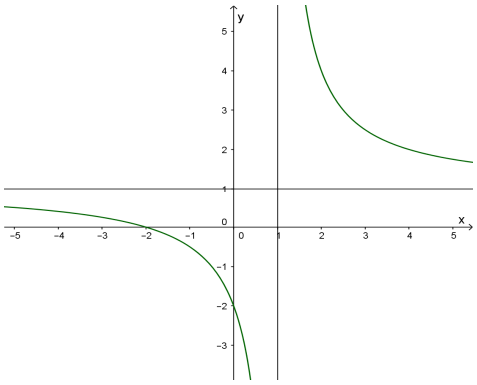
**Chọn A**

$y'=3x^2-6x$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\Rightarrow y=-2\\x=0\Rightarrow y=2\end{array}\right.$

Suy ra 2 điểm cực trị của đồ thị $(C)$ là $A(2;-2)$ và $B(0;2)$.

$AB=\sqrt{(0-2)^2+(2+2)^2}=2\sqrt{5}$

**Câu 230: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ sau đây là hình dạng đồ thị của hàm số nào



**A.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$. Chỉ có hàm số ở câu B mới thỏa được điều này.

**Câu 231: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt[3]{-x^3+3x^2}}{x-1}$ có phương trình

**A.** $y=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $x=-1$ **D.** $y=-1$ và $y=1$

**Lời giải**

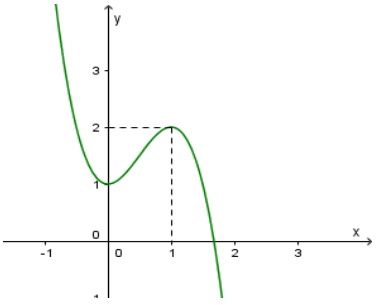
**Chọn B**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{-x^3+3x^2}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt[3]{\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{1-\dfrac{1}{x}}=-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{-x^3+3x^2}}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\sqrt[3]{\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{\left(-1+\dfrac{3}{x}\right)}}{1-\dfrac{1}{x}}=-1$

Suy ra $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 232: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.\left|f(x-1)\right|-3=0$ là:

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

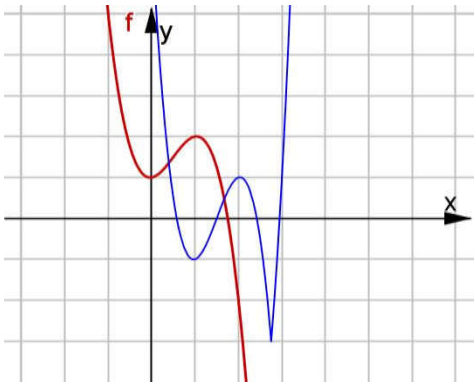
**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$. Ta thực hiện các thao tác sau:

- ✓ Tịnh tiến qua trái 1 đơn vị.
- ✓ Lấy đối xứng qua trục $Ox$.
- ✓ Tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

Ta được đồ thị hàm số $g(x)=2.|f(x-1)|-3$.




Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $2.|f(x-1)|-3=0$ có 4 nghiệm.

**Câu 233: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3+2ax^2+4bx-2018$, $(a,b\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x=-1$. Khi đó hiệu $a-b$ là

**A.** $-1$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $-\frac{3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2+4ax+4b$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=-1$ nên $y'(-1)=0\Rightarrow 3-4a+4b=0\Rightarrow a-b=\frac{3}{4}$.

**Câu 234: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ bằng

**A.** $\frac{-5}{2}$. **B.** 2. **C.** $-1$. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+4}{x-1}=x+1\Leftrightarrow x^2-2x-5=0\ (*)$

Vì $ac<0$ nên phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu.

$\Rightarrow d$ luôn cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $M$, $N$.

Khi đó: hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ là: $x_I=\frac{1}{2}(x_M+x_N)=\frac{-b}{2a}=1$

**Câu 235: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

**B.** $y'<0,\ \forall x\neq 1$.

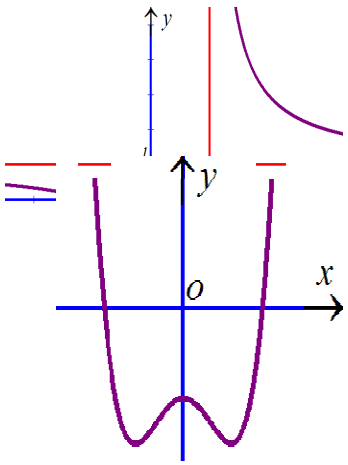
**C.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$.

**D.** $y'>0,\ \forall x\neq 1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nghịch biến và có tiệm cận đứng $x=2$ nên $y'<0,\ \forall x\neq 2$.




**Câu 236: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a$, $b$, $c$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

**B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

**C.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

**D.** $a>0,\ b<0,\ c>0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

**Câu 237: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | \|\| | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $5$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-1$ |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**B.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**C.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $5$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng $-2$ tại $x=-1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x=-1$ và $x=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=5$ và $y=-1$.

**Câu 238:** **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm4\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-4)^+} y=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{x+1}{x+4}=-\infty\Rightarrow x=-4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to4} y=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x+1}{x+4}=\dfrac{5}{8}\Rightarrow x=4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

**Câu 239:** **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ ($m$ là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

**A.** $-3<m<\dfrac{-1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1}{2}<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $1\le m<3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+m-2}{(-x+1)^2}<0$ với $\forall x\in[-4;-2]\Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ nghịch biến trên $[-4;-2]\Rightarrow\max\limits_{[-4;-2]} y=y(-4)=\dfrac{-m^2-4m-2}{5}$.

Theo đề bài ta có $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-m^2-4m-2}{5}=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 3m^2+12m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{-6+\sqrt{33}}{3}\\ m=\dfrac{-6-\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.$.

**Câu 240:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

**A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

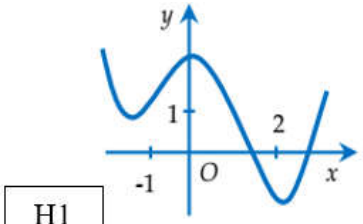
**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

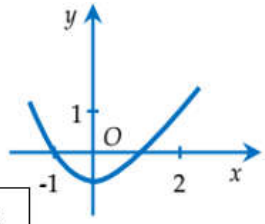
Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1)$.

Suy ra $y' > 0$, $\forall x \in (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

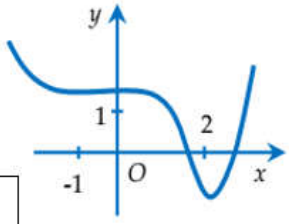
**Câu 241:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Một trong các đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$; $f''(x) < 0$, $\forall x \in (-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



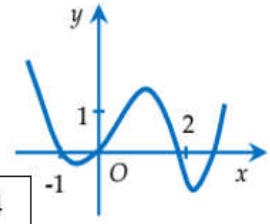

H1




H2




H3




H4

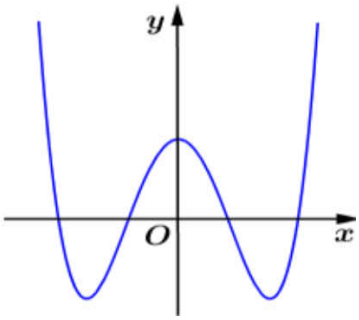
**A.** H3. **B.** H4. **C.** H2. **D.** H1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $f'(0) = 0$ và $f''(x) < 0$, $\forall x \in (-1;2)$ nên hàm số đạt cực đại và không đạt cực tiểu trong khoảng $(-1;2)$. Chọn đáp án **D.**

**Câu 242:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**




**A.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0, b < 0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

**Câu 243:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3+2x^2+mx+1$ có $2$ điểm cực trị thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$.

**A.** $m<2$. **B.** $-2<m<0$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $0<m<2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=mx^2+4x+m$.

Hàm số có $2$ điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có $2$ nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 4-m^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ -2<m<2 \end{cases} (1)$.

Căn cứ vào dạng của đồ thị hàm số bậc $3$, để hàm số có $2$ điểm cực trị thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$ thì $m>0$ $(2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra giá trị $m$ cần tìm là $0<m<2$.

**Câu 244:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2017}.(x-1)^{2018}.(x+1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^{2017}.(x-1)^{2018}.(x+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-1)$ | ↘ | $f(0)$ | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số chỉ có hai điểm cực trị.

**Câu 245:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng $3$. Tìm $m$.

**A.** $m=1;\ m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-1;\ m=-\frac{3}{2}$.

**C.** $m=1;\ m=-\frac{3}{2}$. **D.** $m=-1;\ m=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=-m$;
- $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\left[-m+\dfrac{2m^2+m+1}{2m+1-x}\right]$

Vì $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\left(2m^2+m+1\right)=2m^2+m+1>0$ và $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\left(2m+1-x\right)=0$ nên ta có $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $x=2m+1$ và $y=-m$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3 suy ra

$$|2m+1|.|m|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m^2+m=3\\2m^2+m=-3(PTVN)\end{array}\right.\Leftrightarrow 2m^2+m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\dfrac{-3}{2}\end{array}\right.$$

**Câu 246: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{8}{1+2x}+x$ trên đoạn $[1;2]$ lần lượt là

**A.** $\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{3};\dfrac{18}{5}$. **C.** $\dfrac{13}{3};\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{18}{5};\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;2]$

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{16}{(1+2x)^2}$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\in[1;2]\\x=-\dfrac{5}{2}\notin[1;2]\end{array}\right.$$

Khi đó $f(1)=\dfrac{11}{3};\ f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{7}{2};\ f(2)=\dfrac{18}{5}$.

Vậy $\max\limits_{[1;2]}f(x)=f(1)=\dfrac{11}{3};\ \min\limits_{[1;2]}f(x)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{7}{2}$.

**Câu 247: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{1+x}$. **C.** $y=2x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta đã biết đối với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất thì giao điểm hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị, đối với hàm bậc ba thì điểm uốn chính là tâm đối xứng của đồ thị.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu A: $I_A=(-3;2)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu B: $I_B=(-1;-1)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu C: $I_C=\left(\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu D: $I_D=(0;-2)$.

Ta có $OI_A=\sqrt{13}$ ; $OI_B=\sqrt{2}$ ; $OI_C=\sqrt{\frac{13}{2}}$ ; $OI_D=2$ ;

Suy ra $I_A$ cách gốc tọa độ $O$ một khoảng lớn nhất.

**Câu 248:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Trên đồ thị $(C):y=\frac{x-1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm $M$ mà tiếp tuyến với $(C)$ tại $M$ song song với đường thẳng $d:x+y=1$.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=\frac{-1}{(x-2)^2}$.

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với $(C)$ tại $M$ là: $y'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến song song với $d:y=-x+1$ nên:

$$y'(x_0)=-1\Leftrightarrow\frac{-1}{(x_0-2)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\Rightarrow y_0=0\Rightarrow M(1;0)\in d\\x_0=3\Rightarrow y_0=2\Rightarrow M(3;2)\notin d\end{array}\right.$$

Vậy có 1 điểm $M(3;2)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 249:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị $(C)$: $y=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

**A.** 1. **B.** $-1$. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Để đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đường cong $(C)$: $y=-2x^4+4x^2-1$ khi hệ sau có nghiệm.

$$\begin{cases}-2x^4+4x^2-1=m & (1)\\-8x^3+8x=0 & (2)\end{cases}$$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Với $x=0$ thay vào $(1)$ ta được $m=-1$.

Với $x=1$ thay vào $(1)$ ta được $m=1$.

Với $x=-1$ thay vào $(1)$ ta được $m=1$.

Do đó đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị $(C)$: $y=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt khi $m=1$. Hay tung độ tiếp điểm bằng 1.

**Câu 250:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{11}{3(3x+4)}\Rightarrow 3y=2-\dfrac{11}{3x+4}$.

Để $y\in\mathbb{Z}$ thì $\left[\begin{array}{l}3x+4=1\\3x+4=-1\\3x+4=11\\3x+4=-11\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\to y=-3\\x=-\dfrac{5}{3}(l)\\x=\dfrac{7}{3}(l)\\x=-5\to y=1\end{array}\right.$

**Câu 251:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang.

**A.** $y=\dfrac{1+2x^2}{x}$. **B.** $y=\dfrac{1+2x}{x}$. **C.** $y=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

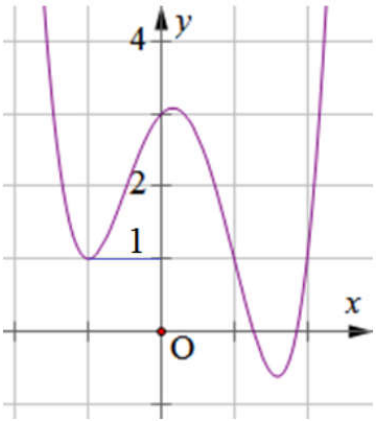
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x^2}{x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+2x^2}{x}=-\infty\Rightarrow y=\dfrac{1+2x^2}{x}$ không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x}{x}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+2x}{x}=2\Rightarrow y=\dfrac{1+2x}{x}$ có tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}=+\infty\Rightarrow y=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$ không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ không tồn tại.

**Câu 252:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?




**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có $3$ nghiệm phân biệt.

**Câu 253:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

**A.** $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

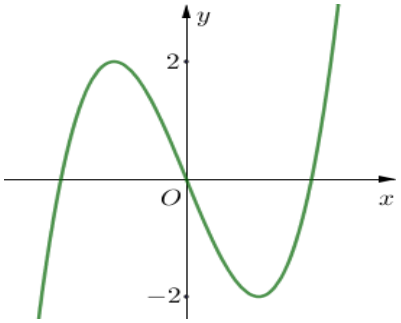
**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)=\dfrac{1}{(x+2)^2}>0 \quad \forall x\in[1;3]$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=\dfrac{4}{5}$.

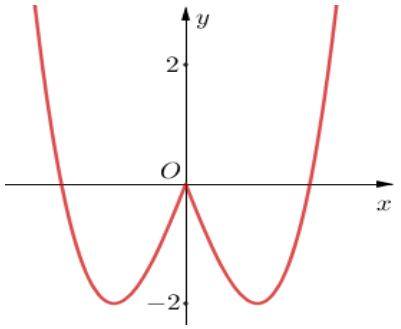
**Câu 254:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục $Oy$

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm trên phải trục $Oy$ qua $Oy$ ta được đồ thị hàm $y=f(|x|)$. Vậy hàm số $y=f(|x|)$ có $3$ cực trị.

**Câu 255:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Tồn tại bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

**Lời giải**

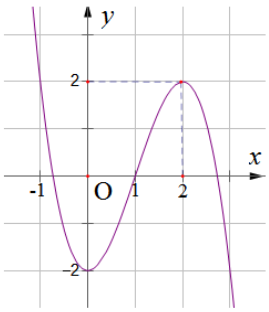
**Chọn C**

Ta có: $y=\dfrac{x-2}{x-m} \Rightarrow y'=\dfrac{-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2>0 \\ m>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m>-1 \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**Câu 256:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:




Đặt $g(x)=f(x)+x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)=f(x)+x$ cũng có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và

$g'(x)=f'(x)+1$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=-1$ có ba nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ và $x_3$ với $x_1<x_2<x_3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $g(x_1)$ | ↘ | $g(x_2)$ | ↗ | $g(x_3)$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Câu 257: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ mà khoảng cách từ mỗi điểm đó đến hai trục tọa độ bằng nhau?

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập hợp các điểm cách đều hai trục tọa độ là hai đường thẳng $y=\pm x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=x$ là:

$$\begin{cases}\dfrac{3x+1}{x-1}=x\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4x-1=0\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{5}\\ x=2-\sqrt{5}\end{array}\right.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=-x$ là:

$$\begin{cases}\dfrac{3x+1}{x-1}=-x\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2x+1=0\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x=-1.$$

Vậy có $3$ điểm trên đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ mà khoảng cách từ mỗi điểm đó đến hai trục tọa độ bằng nhau.

**Câu 258: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.

Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;-1)$ là

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-2)^2}$, $\forall x\neq 2$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $M\left(x_0;\dfrac{-x_0+1}{x_0-2}\right)$ với $x_0\neq 2$. Khi đó phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C)$ tại điểm $M$ là: $y=\dfrac{1}{(x_0-2)^2}.(x-x_0)+\dfrac{-x_0+1}{x_0-2}$.

Tiếp tuyến đi qua điểm $A(2;-1)$ nên ta có phương trình:

$$-1=\frac{1}{(x_0-2)^2}.(2-x_0)+\frac{-x_0+1}{x_0-2}\Leftrightarrow -1=\frac{-1}{x_0-2}+\frac{-x_0+1}{x_0-2}=\frac{-x_0}{x_0-2}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0\neq 2\\ -x_0=-x_0+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0\neq 2\\ 0=2\end{cases}\Rightarrow \text{Phương trình vô nghiệm.}$$

Vậy không có tiếp tuyến nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 259:** **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=10+t+9t^2-t^3$ trong đó $s$ tính bằng mét, $t$ tính bằng giây. Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất (tính từ thời điểm ban đầu) là

**A.** $t=6(\text{s})$. **B.** $t=3(\text{s})$. **C.** $t=2(\text{s})$. **D.** $t=5(\text{s})$.

**Lời giải**

**Chọn B**

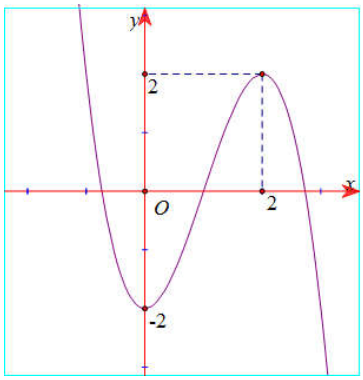
$v(t)=s'(t)=-3t^2+18t+1$.

Dễ thấy hàm số $v(t)$ là hàm bậc hai có đồ thị dạng parabol với hệ số $a=-3<0$.

Do đó $v_{\max}$ đạt tại đỉnh $I(3;28)$ của parabol.

Vậy Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất $t=3(\text{s})$.

**Câu 260:** **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+6x-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

**Lời giải**

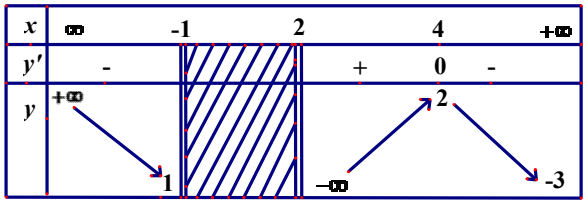
**Chọn D**

Từ đồ thị ta có hệ số $a<0$ nên loại đáp án **B.**

Mặt khác ta lại có khi $x=0$ thì $y=-2$ nên loại đáp án **A.**

Hàm số đạt cực trị tại $x=0$ và $x=2$ nên loại đáp án **C.**

**Câu 261:** **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Chọn mệnh đề ***sai*****?**

**A.** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

**B.** Hàm số có đúng $1$ điểm cực trị.

**C.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2$ tại $x$ bằng $4$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$ nên **A** đúng.

Hàm số có đúng $1$ điểm cực trị là điểm cực đại $x=2$ nên **B** đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;4)$ nên đồng biến trên $(2;3)$ do đó **D** đúng.

**Câu 262:** **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=-\frac{x^4}{4}+3x^2-2$ có mấy điểm cực tiểu?

**A.** $2$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-x^3+6x$. Ta có $y'=0\Leftrightarrow -x^3+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{6}$ | | $0$ | | $\sqrt{6}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số có $1$ **điểm cực tiểu**.

**Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

**A.** $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=3x^2-6x+m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow y'(2)=0 \Leftrightarrow m=0$.

Thử lại: với $m=0$ thì $y'=3x^2-6x \Rightarrow y''=6x-6 \Rightarrow y''(2)=6>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$; $(2;+\infty)$.

**Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

**A.** $\dfrac{3}{4}$. **B.** $-5$. **C.** $-\dfrac{7}{2}$. **D.** $-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{3}{(1-x)^2}>0 \forall x \in D$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng xác định, do đó hàm số cũng đồng biến trên $[2;3]$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2;3]$ bằng $y(2)=-5$.

**Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ tại 4 điểm phân biệt.

**A.** $-1<m<0$. **B.** $m<0$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

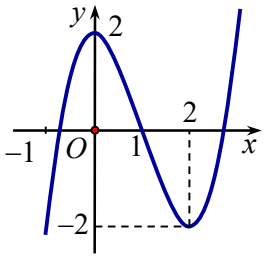
- Tập xác định $D=\mathbb{R}$.
- $y'=4x^3-4x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$.

- Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-\infty$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

- Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị $m$ cần tìm là $-1<m<0$.

**Câu 5: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^3+3x^2+2$.

**C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: $y(0)=2$ và $y(1)=0$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=0$.

Xét hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=6$. Vậy loại B.

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=4$. Vậy loại C.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có $y(0)=1$ và $y(1)=-1$. Vậy loại D.

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 6: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $-1<m<1$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $0<m<1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $y'=x^2-4mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$ và dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$

Điều kiện: $\Delta'=4m^2-4\le 0,\ \forall m\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

**Câu 7: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đường thẳng $(d):y=x+1$ và đường cong $(C):y=\frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ bằng

**A.** $-\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(C)$: $x+1=\dfrac{2x+4}{x-1}$, với $x\neq 1$.

$\Leftrightarrow x^2-2x-5=0$ $(*)$

Vì $(*)$ có $ac<0$ nên $(*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu

$\Rightarrow (d)$ luôn cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $M$, $N$.

Khi đó hoành độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ là $x_I=-\dfrac{b}{2a}=1$.

**Câu 8: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-5$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-\dfrac{8}{(x-3)^2}<0$ với $\forall x\in[0;2]$. $y(0)=\dfrac{1}{3}$, $y(2)=-5$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y=y(0)=\dfrac{1}{3}$.

**Câu 9: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ tại $4$ điểm phân biệt.

**A.** $2<m<3$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m<2$. **D.** $m>2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=4x^3-4x$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=2 \\ x=\pm 1\Rightarrow y=1 \end{array}\right.$.

Ta có BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, ycbt $\Leftrightarrow 1<m<2$.

**Câu 10: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m-1\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-m-1$; $y''=2x-2m$.

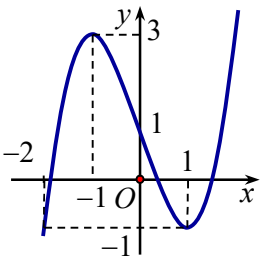
Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ suy ra $y'(1)=0 \Leftrightarrow m^2-3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Với $m=0$: $y''(1)=2>0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số

Với $m=3$: $y''(1)=-4<0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.

**Câu 11: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị loại câu A và câu **C.**

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$; $y(-1)=-2$ (loại).

Vậy **Chọn B**

**Câu 12: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x+m-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $-\frac{3}{4} \le m \le 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $-\frac{3}{4} < m < 1$. **D.** $m \le -\frac{3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-4mx+m+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'=4m^2-m-3 \le 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \le m \le 1$.

**Câu 13: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+2mx-3m+4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $3$. Tính tổng tất cả phần tử của *S*.

**A.** $9$. **B.** $-1$. **C.** $-8$. **D.** $8$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-mx+2m$, $y'=0 \Leftrightarrow x^2-mx+2m=0$ $(1)$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $3$ thì $(1)$ phải có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $|x_1-x_2|=3$. Điều này tương đương với

$\begin{cases}\Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2 - 8m > 0 \\ m^2 - 8m - 9 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = -1 \\ m = 9\end{array}\right.$.

Do đó, $S = \{-1; 9\}$.

Vậy tổng tất cả các phần tử của $S$ là $8$.

**Câu 14: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Tổng bình phương các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ với $AB = 2\sqrt{2}$ là

**A.** $84$. **B.** $5$. **C.** $50$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(C)$:

$\dfrac{-2x+1}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow -2x + 1 = (-x + m)(x + 1)$ (Do $x = -1$ không là nghiệm phương trình này)

$\Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + 1 - m = 0$ $(1)$.

$(1)$ phải có hai nghiệm phân biệt. Điều này tương đương với

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 > 0$ $(*)$.

Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của $(1)$. Giả sử $A(x_1; -x_1 + m)$, $B(x_2; -x_2 + m)$.

Khi đó, ta có:

$AB^2 = 2(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 = 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = 1 \\ m = -7\end{array}\right.$ (thỏa mãn $(*)$).

Vậy tổng bình phương các giá trị của tham số $m$ là $50$.

**Câu 15: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x}{x^2 - 2}$ có đồ thị là đường cong $(C)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $(C)$ có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

**B.** $(C)$ có hai tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

**C.** $(C)$ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

**D.** $(C)$ có hai tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$\lim\limits_{x \to (\sqrt{2})^+} y = \lim\limits_{x \to (\sqrt{2})^+} \dfrac{x}{x^2 - 2} = +\infty$ nên đường thẳng $x = \sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x \to (-\sqrt{2})^-} y = \lim\limits_{x \to (-\sqrt{2})^-} \dfrac{x}{x^2 - 2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -\sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{2}{x^2}} = 0$ nên đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang.

Vậy $(C)$ có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

**Câu 16:** **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $0$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-3$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $3$ |

Tìm $m$ để phương trình $f(x) = m$ có $4$ nghiệm phân biệt.

**A.** $-4 < m < 3$. **B.** $-3 < m < 3$. **C.** $-4 < m < 2$. **D.** $-3 < m < 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có $4$ nghiệm phân biệt khi $-3 < m < 2$.

**Câu 17:** **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất (max) và giá trị nhỏ nhất (min) của hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{3}{2};3\right]$.

**A.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{13}{6}$.

**B.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = 2$.

**C.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{16}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = 2$.

**D.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{5}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

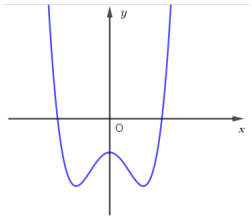
Ta có:

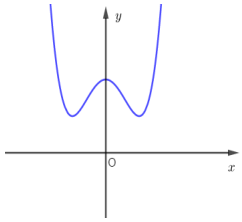
$$y' = 1 - \frac{1}{x^2},\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin \left[\dfrac{3}{2};3\right] \\ x = 1 \notin \left[\dfrac{3}{2};3\right] \end{array}\right.$$

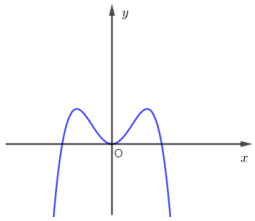
$$y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{13}{6},\ y(3) = \frac{10}{3}.$$

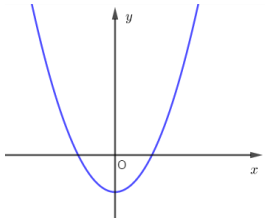
Suy ra $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \dfrac{13}{6}$.

**Câu 18:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây ?


(1)


(2)


(3)


(4)

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có $a=1>0$; $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$ và đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên hàm số có dạng đồ thị số 1.

**Câu 19:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $y=-x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm bậc ba.

* Nhánh đầu tiên của bảng biến thiên đi xuống nên ta loại các đáp án C và **D.**

* Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x=0$ và $x=2$ nên ta loại đáp án **A.**

* Đáp án đúng là **B.**

**Câu 20:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Biết đồ thị $(C_m)$ của hàm số $y=x^4-mx^2+m+2018$ luôn luôn đi qua hai điểm $M$ và $N$ cố định khi $m$ thay đổi. Tọa độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ là

**A.** $\mathrm{I}(1;2018)$. **B.** $I(0;1)$. **C.** $I(0;2018)$. **D.** $I(0;2019)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định của họ $(C_m)$. Khi đó

$y_0=x_0^4-mx_0^2+m+2018,\forall m$

$$\Leftrightarrow\left(-x_0^2+1\right)m+x_0^4-y_0+2018=0,\forall m\Leftrightarrow\begin{cases}-x_0^2+1=0\\x_0^4-y_0+2018=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x_0=1\\x_0=-1\end{array}\right.\\x_0^4-y_0+2018=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_0=1\\y_0=2019\end{cases}\\\begin{cases}x_0=-1\\y_0=2019\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}M(1;2019)\\N(-1;2019)\end{array}\right..$$

Suy ra tọa độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ có tọa độ là $I(0;2019)$.

**Câu 21:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm $y=\dfrac{5-x}{x+2}(C)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ sao cho tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: x+7y-5=0$.

**A.** $y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{23}{7}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{5}{7} \\ y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{23}{7} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{1}{7}x+-\dfrac{5}{7} \\ y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{23}{7} \end{array}\right.$. **D.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{23}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị hàm số $(C)$ và tiếp tuyến.

Khi đó $f'(x_0)=\dfrac{-7}{(x_0+2)^2}$ là hệ số góc của tiếp tuyến.

Đường thẳng $d: x+7y-5=0$ có hệ số góc $k=-\dfrac{1}{7}$.

Mà tiếp tuyến song song với đường thẳng $d$ nên

$$f'(x_0)=k \Leftrightarrow \frac{-7}{(x_0+2)^2}=\frac{-1}{7} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0+2=7 \\ x_0+2=-7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=5 \\ x_0=-9 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_0=0 \\ y_0=-\dfrac{14}{7}. \end{array}\right.$$

Suy ra $M_1(5;0)$; $M_2\left(-9;\dfrac{-14}{7}\right)$.

Tiếp tuyến tại $M_1(5;0)$ là $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{5}{7}$: loại vì trùng với $d$.

Tiếp tuyến tại $M_2\left(-9;\dfrac{-14}{7}\right)$ là $y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{23}{7}$ (t/m).

**Câu 22:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos x-\dfrac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;\pi]$.

**A.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{10}{3}$. **C.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt: $t=\cos x \Rightarrow t\in[-1;1] \Rightarrow y=2t-\dfrac{4}{3}t^3$.

$$y'=2-4t^2;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\in[-1;1] \\ x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;1] \end{array}\right.$$

Tính: $y(-1)=\dfrac{-2}{3}$, $y\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{-2\sqrt{2}}{3}$, $y\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $y(1)=\dfrac{2}{3}$.

Vậy: $\max\limits_{[0;\pi]} y = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 23:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \dfrac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

**A.** $m \le 1$. **B.** $m \le -3$. **C.** $m < -3$. **D.** $m < 1$.

**Lời giải**

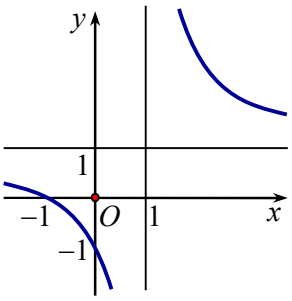
**Chọn D**

Với $m = 1$ thì hàm số là hàm hằng $(\forall x \ne -1)$ nên không nghịch biến.

Ta có $y' = \dfrac{m-1}{(x+1)^2}$, $\forall x \ne -1$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định khi và chỉ khi $y' < 0,\ x \ne -1 \Leftrightarrow m < 1$.

**Câu 24:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị của hàm số: ta được tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Nên ta loại được đáp án A và B.

Mà đồ thị của hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2,3)$ nên ta loại được đáp án **D.**

**Câu 25:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

**A.** $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$.

**C.** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có ba cực trị nên ta loại đáp án A và **D.**

Xét đáp án C

$y' = -4x^3 - 4x$

$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Đạo hàm có một nghiệm đơn nên đổi dấu một lần qua nghiệm $x = 0$ nên hàm số có 1 cực trị.

Loại đáp án C.

**Câu 26:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $1<m\le 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $1\le m<2$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3(m-1)x^2-6(m-1)x+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=0\\\begin{cases}m-1>0\\\Delta'\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\\begin{cases}m>1\\9(m-1)^2-9(m-1)\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\\begin{cases}m>1\\1\le m\le 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 1\le m\le 2$.

**Câu 27:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng $3$ là

**A.** $y=3x+13$. **B.** $y=3x-5$. **C.** $y=-3x-5$. **D.** $y=-3x+13$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

Ta có $x_0=3\Rightarrow y_0=4$ và $y'(x_0)=-3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng $3$ là $y=-3(x-3)+4\Leftrightarrow y=-3x+13$.

**Câu 28:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}=+\infty\Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

**Câu 29:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $\max\limits_{[0;2]}y=1$. **B.** $\max\limits_{[0;2]}y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;2]}y=-2$. **D.** $\max\limits_{[0;2]}y=-\dfrac{50}{27}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=x^3-2x^2+x-2$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $y'=3x^2-4x+1$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=\dfrac{1}{3}\in[0;2] \end{array}\right.$.

$y(0)=-2$; $y\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{50}{27}$; $y(1)=-2$; $y(2)=0$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]}=y(2)=0$.

**Câu 30:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

**A.** $m=-2,\ m\geq -1$. **B.** $m>0,\ m=-1$. **C.** $m=-2,\ m>-1$. **D.** $-2<m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$.

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có đúng hai nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$

**Câu 31:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty;1)$?

**A.** 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện $x\neq -m$.Do $x\in(-\infty;1)$ nên $m\in(-\infty;-1]$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số giảm trên khoảng $(-\infty;1)$ thì $y'<0$ với $x\in(-\infty;1) \Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Do $m$ nguyên và $m\in(-\infty;-1]$ nên $m=-1$.

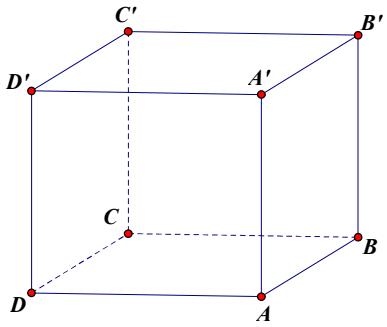
Vậy có 1 giá trị của $m$ thỏa mãn.

**Câu 32:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/$\text{m}^2$. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

**A.** 74 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 76 triệu đồng. **D.** 77 triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**




Giả sử khối hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB=x$, $AD=2x$ và $AA'=h$ $(x,h>0)$.

Ta có $V=x.2x.h \Leftrightarrow 2x^2h=\dfrac{500}{3} \Leftrightarrow h=\dfrac{250}{3x^2}$.

Diện tích cần xây là $S=2x^2+2\left(xh+2xh\right)=2x^2+6xh$.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $S=2x^2+\dfrac{500}{x}$ với $x>0$.

Ta có $2x^2+\dfrac{250}{x}+\dfrac{250}{x}\ge 3\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{250}{x}.\dfrac{250}{x}} \Leftrightarrow 2x^2+\dfrac{250}{x}+\dfrac{250}{x}\ge 150$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $2x^2=\dfrac{250}{x} \Leftrightarrow x=5$.

$S$ nhỏ nhất là 150 khi $x=5$.

Số tiền chi phí là $150.500000=75000000$ hay 75 triệu đồng.

**Câu 33:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$;

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$;

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$;

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

$y=-x^3+3x^2-1 \Rightarrow y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy đáp án A là đúng nhất.

**Câu 34:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ là

**A.** $-\frac{7}{2}$. **B.** $-\frac{13}{3}$. **C.** $1$. **D.** $-3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số xác định và liên tục trên $D=\left[-2;\frac{1}{2}\right]$.

Ta có $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in D \\ x=2\notin D \end{array}\right.$.

$f(-2)=-\frac{13}{3}$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{2}$, $f(0)=-3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $-3$.

**Câu 35:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $d$ là tiếp tuyến của hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng $-3$. Khi đó $d$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

**A.** $S=\frac{169}{6}$. **B.** $S=\frac{121}{6}$. **C.** $S=\frac{25}{6}$. **D.** $S=\frac{49}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3;4)$.

$f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$, $f'(-3)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3;4)$ là

$y=3.(x+3)+4$ hay $y=3x+13$.

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là $A(0;13)$, $B\left(-\frac{13}{3};0\right)$.

Tam giác $OAB$ tạo thành có diện tích là $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.13.\frac{13}{3}=\frac{169}{6}$.

Vậy $S=\frac{169}{6}$.

**Câu 36:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $2$.

**C.** Hàm số có đúng một cực trị.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

**Lời giải**

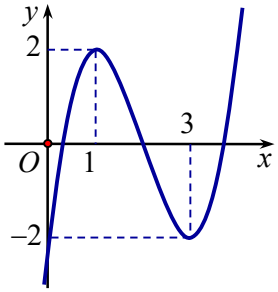
**Chọn A**

B sai vì giá trị cực tiểu bằng $-3$.

C sai vì hàm số có hai cực trị.

D sai vì hàm số không có GTLN và GTNN.

**Câu 37: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=-x^3+6x^2-9x+2$.

**B.** $y=x^3-6x^2+9x-2$.

**C.** $y=-x^3+6x^2+9x-2$.

**D.** $y=x^3-3x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra $a>0$, $d=-2$, đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1;2)$ và $(3;-2)$

nên ta có $\begin{cases}2=a+b+c-2\\-2=27a+9b+3c-2\\0=12a+2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-6\\c=9\end{cases}$.

Vậy $y=x^3-6x^2+9x-2$.

**Câu 38: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**A.** $m=\dfrac{3}{2}$.

**B.** $m=-\dfrac{3}{2}$.

**C.** $m=0$.

**D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=3mx^2-2(m^2+1)x+2$, $y''=6mx-2(m^2+1)$.

Để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y'_{(1)}=0\\y''_{(1)}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2m^2+3m=0\\-2m^2+6m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.$$

**Câu 39: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ (loại B).

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0 \Rightarrow y=x^4-2x^2-3$.

**Câu 40: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ ($m$, $n$ là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

**A.** 6. **B.** –6. **C.** 8. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}=2m-n$ suy ra $y=2m-n$ là đường tiệm cận ngang

Theo giả thiết đồ thị hàm số trên nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận nên ta có

$\begin{cases}2m-n=0\\ n-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=6\end{cases}$

Suy ra $m+n=9$.

**Câu 41: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện: $\begin{cases}1-x^2\ge 0\\ x^2+2x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 1\\ x\ne 0\\ x\ne -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 1\\ x\ne 0\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(0)^+} y=\lim\limits_{x\to(0)^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(0)^-} y=\lim\limits_{x\to(0)^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 42: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$. Gọi $M$ là giá trị lớn nhất và $m$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

**A.** $M=m+\dfrac{3}{2}$. **B.** $M=\dfrac{3}{2}m$. **C.** $M=m+1$. **D.** $M=m+\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $\sin x=t$, $(-1\le t\le 1)$ ta được $y=\dfrac{t+1}{t^2+t+1}$.

Xét hàm số $y=\dfrac{t+1}{t^2+t+1}$ trên đoạn $[-1;1]$ ta có $y'=\dfrac{-t^2-2t}{\left(t^2+t+1\right)^2}$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow -t^2-2t=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (t/m) \\ t=-2\ (loai) \end{array}\right.$.

Vì $y(-1)=0$; $y(0)=1$; $y(1)=\dfrac{2}{3}$ nên

$\max\limits_{[-1;1]} y=y(0)=1\Rightarrow M=1$; $\min\limits_{[-1;1]} y=y(-1)=0\Rightarrow m=0$.

Vậy $M=m+1$.

**Câu 43:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}}$ là

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $4x^2+x+1>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 TCN là $y=\dfrac{1}{2}$ và $y=-\dfrac{1}{2}$.

**Câu 44:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $N$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d:y=x+2$. Hoành độ trung điểm $I$ của đoạn $MN$ là

**A.** $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm $x+2=\dfrac{x+1}{x-2}\Leftrightarrow x^2-4-x-1=0\Leftrightarrow x^2-x-5=0$.

Theo Viet suy ra $x_M+x_N=-\dfrac{b}{a}=1$.

Suy ra $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 45:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** 22. **B.** 24. **C.** 15. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=6x^2+6x-12$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có $y(-1)=15$; $y(1)=-5$; $y(2)=6$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = 15$

**Câu 46: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$.

**A.** $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{-3}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = \dfrac{11}{(x+5)^2} > 0$ với $\forall x \in [-1;3]$.

Do $y(-1) = \dfrac{-3}{4}$, $y(3) = \dfrac{5}{8}$ nên $\max\limits_{[-1;3]} y = y(3) = \dfrac{5}{8}$.

**Câu 47: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + m^2 x - m - 1}{x+2}$ có tiệm cận đứng.

**A.** $\mathbb{R} \setminus \{1;-3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{1;-\dfrac{2}{3}\right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

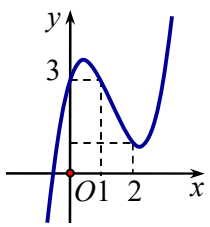
Thay $x = -2$ vào tử số ta được $3 - 2m^2 - m$. Ta có $3 - 2m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Với $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ thì $\lim\limits_{x \to -2} y = \infty$. Do đó đồ thị hàm số có TCĐ.

Với $m = 1$ ta có. $\lim\limits_{x \to -2^+} y = \lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x^2 + x - 2}{x+2} = \lim\limits_{x \to -2^+} (x-1) = -3$. Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Với $m = -\dfrac{3}{2}$ ta có $\lim\limits_{x \to -2^+} y = \lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}}{x+2} = \lim\limits_{x \to -2^+} \left(x + \dfrac{1}{4}\right) = -\dfrac{7}{4}$. Đồ thị hàm số không có TCĐ.

**Câu 48: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị cho ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong 4 hàm số cho trong 4 phương án A, B, C, D.




Đó là hàm số nào?

**A.** $y=2x^3+9x^2-11x+3$. **B.** $y=x^3-4x^2+3x+3$.

**C.** $y=2x^3-6x^2+4x+3$. **D.** $y=x^3-5x^2+4x+3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ở hình 3 ta thấy hàm số cần tìm đi qua các điểm $(0;3)$, $(1;3)$ và $(2;1)$ thay vào bốn phương án ta thấy phương án B là thỏa mãn.

**Câu 49: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=(m^2-1)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**A.** $m\le -1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $-1<m<0,5$. **D.** $-1,5<m\le 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trường hợp $m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai. Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có cực tiểu thì $m<0$, do đó $m=-1$ thỏa mãn,

Trường hợp $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne \pm 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} a<0 \\ ab>0 \end{cases}$, do đó ta có

$$\begin{cases} m^2-1<0 \\ (m^2-1).m\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<1 \\ m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 0.$$

Vậy với $-1\le m\le 0$ thì đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

**Câu 50: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên $[0;2]$ là

**A.** $y=\frac{13}{4}$. **B.** $y=29$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

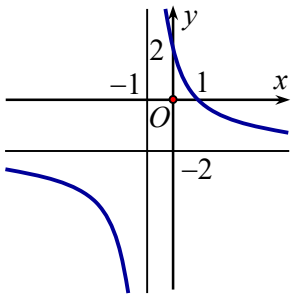
**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ có $D=[0;2]$; $y'=-4x^3+6x=-2x(2x^2-3)$.

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;2] \\ x=-\sqrt{\frac{3}{2}}\notin[0;2]\Rightarrow y(0)=1;\ y\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=\frac{13}{4}\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=\frac{13}{4}. \\ x=-\sqrt{\frac{3}{2}}\in[0;2] \end{array}\right.$$

**Câu 51: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau




**A.** $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số giảm, có tiệm cận ngang là $y=-2$, tiệm cận đứng là $x=-1$, giao với $Ox$ tại điểm $(1;0)$, giao với $Oy$ tại điểm $(0;2)$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$.

**Câu 52: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x+2$ là

**A.** 4. **B.** 1. **C.** $-1$. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

$y''=6x\Rightarrow y''(1)=6>0\Rightarrow x_{CT}=1\Rightarrow y_{CT}=0$.

**Câu 53: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{6-x^2}}{x^2+3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện: $\begin{cases}6-x^2\ge 0\\ x^2+3x-4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\\ x\ne 1\\ x\ne -4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\\ x\ne 1\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(1)^+}y=\lim\limits_{x\to(1)^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+3x-4}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(1)^-}y=\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+3x-4}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 54: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** Không có giá trị $m$ thỏa mãn. **B.** $m\ne 1$.

**C.** $m=1$. **D.** Luôn thỏa mãn với mọi $m$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m-1)$

Ta có: $\Delta' = (-3m)^2 - 3.3.(2m-1)$. Để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\Delta' \le 0$

$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \le 0 \Leftrightarrow 9(m-1)^2 \le 0 \Leftrightarrow m = 1$.

**Câu 55: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị $m$ để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $-1 < m < 3$. **B.** $-1 \le m \le 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m < -1$ hoặc $m > 3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình đã cho có ba nghiệm khi đồ thị $(C)$ hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ có ba điểm chung với đường thẳng $d: y = m$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên $d$ cắt $(C)$ tại ba điểm khi $-1 < m < 3$.

Vậy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-1 < m < 3$

**Câu 56: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập giá trị $T$ của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$.

**A.** $T = (3;5)$. **B.** $T = [3;5]$. **C.** $T = \left[\sqrt{2};2\right]$. **D.** $T = \left[0;\sqrt{2}\right]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D = [3;5]$. $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x-3}} - \dfrac{1}{2\sqrt{5-x}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 4$

$y(3) = \sqrt{2}$, $y(5) = \sqrt{2}$ $y(4) = 2$.

| $x$ | $3$ | | $4$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $\sqrt{2}$ | ↗ | $2$ | ↘ | $\sqrt{2}$ |

Dựa vào BBT ta có tập giá trị của hàm số là $T = \left[\sqrt{2};2\right]$.

**Câu 57: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Biết $\int_0^2 x.f(x^2)\,dx = 2$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x)\,dx$

**A.** $I = 2$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = \dfrac{1}{2}$. **D.** $I = 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét tích phân $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2$, ta có

Đặt $x^2=t\Rightarrow x\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: Khi $x=0$ thì $t=0$; Khi $x=2$ thì $t=4$.

Do đó $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\int_2^4 f\left(t\right)\mathrm{d}t=2\Leftrightarrow\int_2^4 f\left(t\right)\mathrm{d}t=4\Rightarrow\int_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ hay $I=4$.

**Câu 58:** **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm số giao điểm $n$ của đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-3\right|$ và đường thẳng $y=2$.

**A.** $n=8$. **B.** $n=2$. **C.** $n=6$. **D.** $n=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

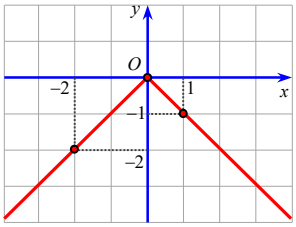
Phương trình hoành độ giao điểm $x^2\left|x^2-3\right|=2\ \ (1)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2\geq 3\\ x^2\left(x^2-3\right)=2\end{cases}\\ \begin{cases}x^2<3\\ x^2\left(3-x^2\right)=2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\\ x^2=1\\ x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}}\\ x=\pm 1\\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-3\right|$ và đường thẳng $y=2$ chính là số nghiệm của phương trình $(1)$.

Do đó $n=6$.

**Câu 59:** **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$ lần lượt là $f\left(-2\right)$, $f\left(0\right)$.

**B.** Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$ lần lượt là $f\left(-2\right)$, $f\left(1\right)$.

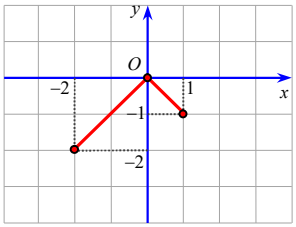
**C.** Hàm số không có cực trị.

**D.** Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$,




ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $f(-2)$ | ↗ | $f(0)$ | ↘ | $f(1)$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=f(0)$; $\min\limits_{[-2;1]} f(x)=f(-2)$.

**Câu 60:** **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị $m$ nguyên để phương trình $x^4-2x^2+4-m=0$ có bốn nghiệm thực.

**A.** $m\in\varnothing$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $x^4-2x^2+4-m=0(1)$.

Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)$ ta được phương trình $t^2-2t+4-m=0(2)$.

$(1)$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ -\dfrac{b}{a}>0\\ \dfrac{c}{a}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\ 2>0\\ 4-m>0\end{cases}\quad 3<m<4.$$

Vậy $m\in\varnothing$.

**Câu 61:** **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $n$ là số tự nhiên thỏa mãn $3C_n^0+4C_n^1+5C_n^2+...+(n+3)C_n^n=3840$. Tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển $(1+x-x^2+x^3)^n$ là

**A.** $4^{10}$. **B.** $4^9$. **C.** $2^{10}$. **D.** $2^9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$3C_n^0+4C_n^1+5C_n^2+...+(n+3)C_n^n=3840$

$\Leftrightarrow (0+3)C_n^0+(1+3)C_n^1+(2+3)C_n^2+...+(n+3)C_n^n=3840$

$\Leftrightarrow \left(C_n^1+2C_n^2+...+nC_n^n\right)+3\left(C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n\right)=3840$

$\Leftrightarrow n.2^{n-1}+3.2^n=3840\Leftrightarrow n=9$

Cho $x=1\Rightarrow (1+x-x^2+x^3)^9=(1+1-1^2+1^3)^9=2^9$.

**Câu 62: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y=2$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y=1$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y=-2$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y=0$.

**Lời giải**

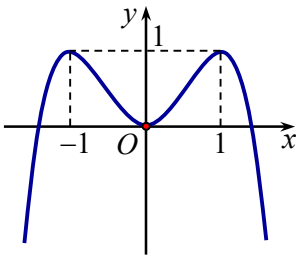
**Chọn A**

Hàm số $y=-x^3+3x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $y'=-3x^2+3$. Xét $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[0;2] \\ x=1\in[0;2] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(1)=-1+3=2$; $y(0)=0$ và $y(2)=-8+6=-2$. Vậy $\max\limits_{x\in[0;2]} y=2$.

**Câu 63: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ.




Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m>0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình $-x^4+2x^2=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0<m<1$.

**Câu 64: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Biết đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại điểm $M$ có hoành độ $x_M$ bằng

**A.** $x_M=2$. **B.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1$. **D.** $x_M=1+\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}=\dfrac{2x-4}{1}=2x-4$.

Điểm $M\in Ox\Rightarrow y_M=0\Rightarrow x_M=2$.

**Câu 65: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

**A.** $y=x^2+2x+1$ **B.** $y=x-\sin x$. **C.** $y=\dfrac{3x+2}{5x+7}$. **D.** $y=\ln(x+3)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hàm số $y=x-\sin x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=1-\cos x\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 66: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\sqrt[3]{\left(x^2-2x-3\right)^2}+2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $\mathbb{R}$

$y'=\dfrac{2}{3}\dfrac{2x-2}{\sqrt[3]{\left(x^2-2x-3\right)}}$

$y'=0\Leftrightarrow x=1$ và $y'$ không xác định tại $x=-1;\ x=3$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 67: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+2}{1-x}$ luôn có tiệm cận ngang.

**A.** $\forall m\in\mathbb{R}$. **B.** $\forall m\neq -2$. **C.** $\forall m\neq 2$. **D.** $\forall m\neq\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

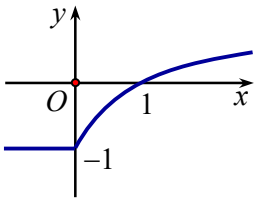
Để đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ phải tồn tại.

Nếu $m=-2$ thì $y=2$ khi đó đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Nếu $m\neq -2$ thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{mx+2}{1-x}=-m$, đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-m$.

Vậy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $\forall m\in\mathbb{R}.$.

**Câu 68: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



**A.** $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$.

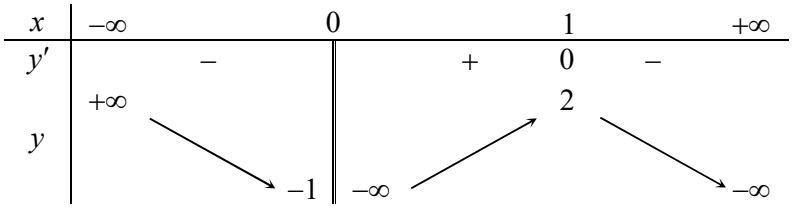
**Lời giải**

**Chọn A**

+) Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D=\mathbb{R}$ nên loại phương án B.

+) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại phương án C, D.

**Câu 69: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.




Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy $y'$ đổi dấu hai lần. Tuy nhiên tại $x=0$ thì hàm số không liên tục nên hàm số chỉ có một điểm cực trị.

**Câu 70: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Điểm nào dưới đây là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$?

**A.** $M(1;3)$. **B.** $Q(3;1)$. **C.** $N(-1;7)$. **D.** $P(7;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=3x^2-3$ và $y''=6x$.

Cho $y'=0\Rightarrow x=\pm 1$.

Tại $x=1\Rightarrow y''(1)=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. Hay đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;3)$.

**Câu 71: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x\geq -2\\ x\neq 2\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1-\sqrt{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x-1)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2} = +\infty$;

$\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{(x-1)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2} = -\infty$.

Nên đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng.

**Câu 72:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trên khoảng $(0;1)$ hàm số $y = x^3 + \dfrac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1:

Do $x\in(0;1)$ nên $x^3>0$ và $\dfrac{1}{x}>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cau-chy cho bốn số dương $x^3$, $\dfrac{1}{3x}$, $\dfrac{1}{3x}$, $\dfrac{1}{3x}$ ta có

$x^3+\dfrac{1}{3x}+\dfrac{1}{3x}+\dfrac{1}{3x} \ge 4\sqrt[4]{x^3.\dfrac{1}{3x}.\dfrac{1}{3x}.\dfrac{1}{3x}} \Leftrightarrow x^3+\dfrac{1}{x} \ge 4\sqrt[4]{\dfrac{1}{27}}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x^3=\dfrac{1}{3x} \Leftrightarrow x^4=\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

**Cách 2:** Ta có $y'=3x^2-\dfrac{1}{x^2}$;

Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-\dfrac{1}{x^2}=0 \Leftrightarrow 3x^4=1 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Do $x\in(0;1)$ nên $\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$

**Câu 73:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

*Với $m=1$ ta có: $y=-x+4$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

*Với $m=-1$ ta có: $y=-2x^2-x+4$ là hàm số bậc hai, không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

*Với $m\neq\pm1$ ta có $y'=3\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m-1\right)x-1$

Hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow y'=3\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m-1\right)x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\(m-1)^2+3\left(m^2-1\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\-\dfrac{1}{2}\le m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1\ \Rightarrow\ m=0.$$

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m.

**Câu 74: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

**A.** $m\le 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y=x^4+mx^2\Rightarrow y'=4x^3+2mx=2x(2x^2+m)$.

$$y'=0\Rightarrow 2x(2x^2+m)=0\Rightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x^2=\dfrac{-m}{2}\end{bmatrix}$$

• Nếu $m\ge 0$ ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

• Nếu $m<0$ ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $0$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ khi $m\ge 0$.

**Câu 75: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\left(-\infty;1\right]\backslash\{0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}+\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}}}{1}=0$.

Do đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=0$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\frac{1}{2}$$

Do đó, đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

**Câu 76:** (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Đồ thị hàm số $y=15x^4-3x^2-2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

**A.** 4 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 2 điểm.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số và trục hoành:

$15x^4-3x^2-2018=0\ (*)$.

Đặt $x^2=t$, $t\ge 0$. Phương trình $(*)$ trở thành: $15t^2-3t-2018=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{3+\sqrt{121089}}{30}>0\\ t=\dfrac{3-\sqrt{121089}}{30}<0\end{array}\right.$.

Suy ra: $x=\pm\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{121089}}{30}}$ nên $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

**Câu 77:** (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=-3x^2-2mx+4m+9$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in(-\infty;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-3<0\\ \Delta'=(-m)^2-(-3).(4m+9)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0\Leftrightarrow m\in[-9;-3].$$

Suy ra số giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ là 7.

**Câu 78:** (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên $[1;3]$ bằng

**A.** $-8$. **B.** $-6$. **C.** $\dfrac{176}{27}$. **D.** $-4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-2x-8$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in[1;3]\\ x=-\dfrac{4}{3}\notin[1;3]\end{array}\right.$.

$y(1)=-8$, $y(3)=-6$, $y(2)=-12$. Do đó $\max\limits_{x\in[1;3]}y=y(3)=-6$.

**Câu 79: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=3x^4-2mx^2+2m+m^4$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng $3$.

**A.** $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=12x^3-4mx=4x\left(3x^2-m\right)$.

Đề đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$, khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m+m^4\right)$, $B\left(\sqrt{\frac{m}{3}};m^4-\frac{m^2}{3}+2m\right)$, $C\left(-\sqrt{\frac{m}{3}};m^4-\frac{m^2}{3}+2m\right)$.

Tam giác $ABC$ cân tại $A$ nên có diện tích $S_{ABC}=\frac{1}{2}.BC.d\left(A;BC\right)=\frac{1}{2}.2\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}=\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}$.

Theo đề bài ta có $\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}=3\Leftrightarrow m=3$.

**Câu 80: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3\left(x+1\right)^2\left(2-x\right)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có $f'\left(x\right)=x^3\left(x+1\right)^2\left(2-x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=2\end{array}\right.$

Mặt khác $f'\left(x\right)$ đổi dấu khi đi qua $x=0$ và $x=2$ nên hàm số có $2$ điểm cực trị.

**Câu 81: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $0$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1$ hoặc $2$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**D.** Hàm số có đúng $2$ cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

A sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất.

B sai vì giá trị cực tiểu của hàm số là $-3$.

D sai vì hàm số có $3$ cực trị.

**Câu 82: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Trong bốn mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

$(I)$ Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0$ và đạt cực trị tại $x_0$ thì $f'(x_0)=0$.

$(II)$ Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0$.

$(III)$ Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x)>0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0$.

$(IV)$ Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0$ thì $f''(x_0)<0$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

$(I)$ đúng.

$(II)$ sai.

$(III)$ sai.

$(IV)$ sai.

**Câu 83: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Tìm giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Thấy ngay hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ luôn có ba điểm cực trị.

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x$ và $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m^2+1}\end{array}\right.$.

Suy ra giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=2-\left(m^2+1\right)^2\le 1$. Rõ ràng $\max y_{CT}=1$ khi $m=0$.

**Câu 84: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm $f(x)=-x^3+2x^2-11x+\sin x$ và $u$, $v$ là hai số thỏa mãn $u<v$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** $f(u)<f(3v.\log e)$. **B.** $f(u)>f(3v.\log e)$.

**C.** $f(u)=f(v)$. **D.** Cả 3 khẳng định trên đều sai.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-11x+\sin x$.

$$f'(x)=-3x^2+4x-11+\cos x=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{29}{3}+\cos x<0$$

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-11x+\sin x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Theo giả thiết ta có $u<v$ nên $f(u)<f(v)$ nên C sai.

Do $\log e>0$ và $u<v$ nên không so sánh được $u$ và $3v$.

Chọn $u=\frac{1}{2}$ và $v=-1$ ta có $\frac{1}{2}>-3.\log e$ nên $f(u)>f(3v.\log e)$ do đó A sai.

Chọn $u=1$ và $v=2$ ta có $1>6.\log e$ nên $f(u)<f(3v.\log e)$ do đó B sai.

**Câu 85: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-2}$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-2}=1\Rightarrow$ đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-2}=-1\Rightarrow$ đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-2}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-2}=-\infty\end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 86: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$, tìm giá trị của tham số $m$ để hàm số có hai cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}=3$.

**A.** $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

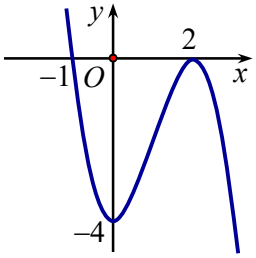
$f'(x)=3x^2-6x+m$.

Hàm số có hai cực trị $x_1,x_2$ khi $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Theo hệ thức Vi-et, $x_1+x_2=2$, $x_1.x_2=\dfrac{m}{3}$.

Ta có: $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}=3\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3\Leftrightarrow 2^2-2\dfrac{m}{3}=3\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

**Câu 87: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?




**A.** $y=x^3-3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+3x^2-4$. **C.** $y=x^3+3x^2-4$. **D.** $y=-x^3-3x^2-4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên $a<0$, đồ thị có hoành độ điểm cực đại là $x=2$ nên phải là đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$.

**Câu 88: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

**A.** $m=1$. **B.** $m=1$ và $m=0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ có đạo hàm $y'=\dfrac{2+m}{(x+1)^2}$ và $y_{(0)}=-m$; $y_{(1)}=\dfrac{2-m}{2}$.

Trên đoạn $[0;1]$.

Nếu $2+m>0\Leftrightarrow m>-2$, giá trị lớn nhất của hàm số là $\dfrac{2-m}{2}=1\Leftrightarrow m=0$(nhận).

Nếu $2+m<0\Leftrightarrow m<-2$, giá trị lớn nhất của hàm số là $-m=1\Leftrightarrow m=-1$ (loại).

**Câu 89: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu. **B.** Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
**C.** Hàm số đã cho không có giá trị cực đại. **D.** Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 90: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** 4. **B.** $-4$. **C.** 14. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$D=\mathbb{R}$. Hàm số liên tục trên $[-1;2]$

$f'(x)=3x^2+3>0\forall x\in\mathbb{R}$ vậy hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]}f(x)=f(-1)=-4$.

**Câu 91: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục $Ox$ và $Oy$ tại $A$ và $B$. Khi đó diện tích tam giác $OAB$ ($O$ là gốc tọa độ bằng)

**A.** 1. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục $Ox$ tại điểm $A(1;0)$.

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục $Oy$ tại điểm $B(0;-1)$.

Tam giác $OAB$ vuông tại $O$ nên $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{1}{2}.|1|.|-1|=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 92: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Số Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_0$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Gọi $x_0$ là giá trị thỏa mãn $f(x_0)=0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là $4$ nghiệm.

**Câu 93: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=(2m+3)\sin x+(2-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=(2m+3)\cos x+2-m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow(2m+3)\cos x+2-m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $2m+3\ne 0$ do đó ta có hai trường hợp sau:

TH1: $2m+3>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{3}{2}$ thì: $\cos x\ge\dfrac{m-2}{2m+3},\forall x\in\mathbb{R}$ mà $-1\le\cos x\le 1$ do đó: $\dfrac{m-2}{2m+3}\le -1$

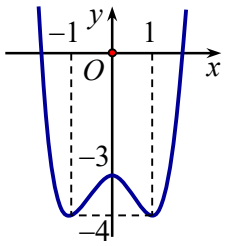
$\Leftrightarrow\dfrac{3m+1}{2m+3}\le 0\Leftrightarrow-\dfrac{3}{2}<m\le-\dfrac{1}{3}$, do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-1$.

TH2: $2m+3<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{3}{2}$ thì: $\cos x\le\dfrac{m-2}{2m+3},\forall x\in\mathbb{R}$ mà $-1\le\cos x\le 1$ do đó: $\dfrac{m-2}{2m+3}\ge 1$

$\Leftrightarrow\dfrac{-m-5}{2m+3}\ge 0\Leftrightarrow-5\le m<-\dfrac{3}{2}$ do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1\}$.

**Câu 94: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.




**A.** $2021\le m\le 2022$. **B.** $2021<m<2022$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2022 \\ m\le 2021 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2022 \\ m<2021 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x)+m-2018=0\Leftrightarrow f(x)=2018-m\ (1)$

Số nghiệm của phương trình $(1)$ là số giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)$ và đường thẳng $d:y=2018-m$ ( $d$ vuông góc với $Oy$ ).

Để phương trình $(1)$ có 4 nghiệm phân biệt thì $d$ cắt $(C)$ tại 4 điểm phân biệt $-4<2018-m<-3\Leftrightarrow 2021<m<2022$.

**Câu 95: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M-m$ bằng

**A.** $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $2$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in[3;5]$

Do đó: $M=\max\limits_{[3;5]}f(x)=f(3)=2$; $m=\min\limits_{[3;5]}f(x)=f(5)=\dfrac{3}{2}$

Suy ra $M-m=2-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 96: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x-\ln(1+x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

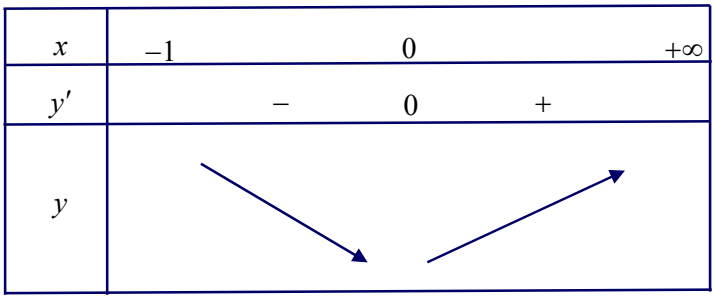
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

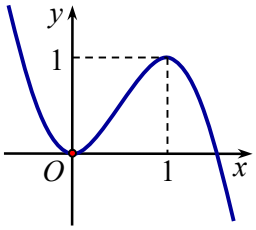
Tập xác định $D=(-1;+\infty)$

Ta có: $y=x-\ln(1+x)\Rightarrow y'=1-\dfrac{1}{x+1}$, $y'=0\Rightarrow x=0$.




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

**Câu 97:** **(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x)=x$.

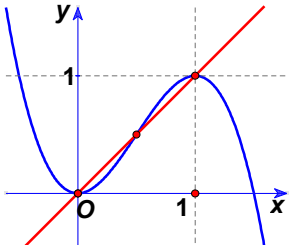



**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

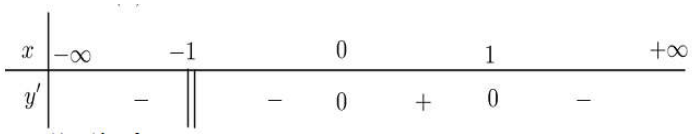
**Chọn D**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x$.




Dựa và hình vẽ suy ra phương trình $f(x)=x$ có $3$ nghiệm.

**Câu 98:** **(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:




Mệnh đề nào sau đây đúng

**A.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$.

**B.** $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

**C.** $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$.

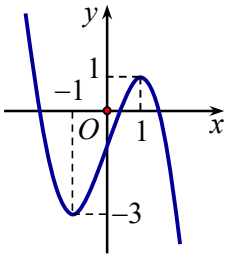
**D.** $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số có duy nhất một điểm cực trị và điểm đó là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Vậy trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ hay $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

**Câu 99:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



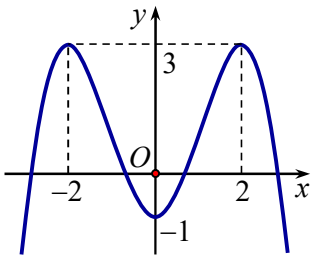

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị hàm số "đi lên" nên hàm số đồng biến.

**Câu 100:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=-x^4+8x^2-1$. **B.** $y=x^4-8x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-|x|^3+3x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đáp án B loại vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$.

Đáp án C loại vì: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x^3+3x^2-1\right)=+\infty$.

Đáp án A loại vì $f(-2)=15$.

Đáp án D đúng vì: đồ thị hàm số $y=-|x|^3+3x^2-1=\begin{cases}-x^3+3x^2-1 \text{ khi } x\geq 0\\ x^3+3x^2-1 \text{ khi } x<0\end{cases}$.

Vẽ đồ thị ta được đáp án **D.**

**Câu 101:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+x}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

+ $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}\dfrac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}=+\infty$, do đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$ và $x=1$.

+ $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ và $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ không tồn tại, do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

+ $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{x^2+x}=-1$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x+1}{x^2+x}=+\infty;$; $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x+1}{x^2+x}=-\infty$; không tồn tại, do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

+ $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại, $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{(x-2)\sqrt{x-3}}=+\infty$; do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=3$.

**Câu 102:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{19}{2}x^2+30x+m-20\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá $20$. Tổng các phần tử của $S$ bằng

**A.** $210$. **B.** $-195$. **C.** $105$. **D.** $300$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{19}{2}x^2+30x+m-20$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có $g'(x)=x^3-19x+30$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\notin[0;2]\\x=2\\x=3\notin[0;2]\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | | | | $g(0)$ | ↗ | $g(2)$ | | | | |

$g(0)=m-20$; $g(2)=m+6$.

Để $\max\limits_{[0;2]}\left|g(x)\right|\le20$ thì $\begin{cases}g(0)\le20\\g(2)\le20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|m-20|\le20\\|m+6|\le20\end{cases}\Leftrightarrow0\le m\le14$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2;...;14\}$.

Vậy tổng các phần tử của $S$ là $105$.

**Câu 103:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{2-x^2}-x$ bằng

**A.** $2-\sqrt{2}$. **B.** $2$. **C.** $2+\sqrt{2}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Ta có $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{2-x^2}}-1$. Suy ra $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{2-x^2}=-x\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x^2=1\end{cases}\Leftrightarrow x=-1$.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Mà $y\left(\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2},\ y\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2},\ y(-1)=2$.

Do đó $\max y=2$, $\min y=-\sqrt{2}$. Vậy $\max y+\min y=2-\sqrt{2}$.

**Câu 104:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x(x-1)}=+\infty$

(do $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x}=5+\sqrt{3}>0$, $\lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0$)

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

**Câu 105:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?.

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)^2(x-1)^3(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Từ bảng xét dấu ta có $f'(x)>0$ với $\forall x\in(1;2)$.

**Câu 106:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $\cos 2x+m|\sin x|-m=0$ có nghiệm?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\cos 2x+m|\sin x|-m=0 \Leftrightarrow \cos 2x+m|\sin x|-m=0 \Leftrightarrow 1-2\sin^2 x+m|\sin x|-m=0$ $(*)$.

Do $|\sin x|=1$ không thỏa mãn phương trình $(*)$ nên ta có $(*) \Leftrightarrow \dfrac{2\sin^2 x-1}{|\sin x|-1}=m$.

Đặt $|\sin x|=t\ (0\le t<1)$ ta được $\dfrac{2t^2-1}{t-1}=m$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2t^2-1}{t-1}$, $t\in[0;1)$. Ta có $f'(t)=\dfrac{2t^2-4t+1}{(t-1)^2}$.

Giải phương trình $f'(t)=0 \Leftrightarrow 2t^2-4t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\ (t/m) \\ t=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\ (loai)\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $t$ | $0$ | | $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $1$ | ↗ | $4-2\sqrt{2}$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có phương trình có nghiệm khi $m\le 4-2\sqrt{2}$.

Do $m$ nhận giá trị nguyên dương nên $m=1$. Vậy có 1 giá trị của $m$ thỏa mãn.

**Câu 107:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thi $(C)$ và điểm $I(1;2)$. Điểm $M(a;b)$, $a>0$ sao cho tiếp tuyến tại $M$ của $(C)$ vuông góc với đường thẳng $IM$. Giá trị của $a+b$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình tiếp tuyến tại $M$ có dạng: $y=f'(a)(x-a)+b \Leftrightarrow f'(a)x-y-f'(a).a+b=0$

Vậy vec tơ chỉ phương của đường thẳng tiếp tuyến là $\vec{u}=(1;f'(a))$

Mặt khác ta có: $\overrightarrow{IM}=(a-1;b-2)$

Để tiếp tuyến tại $M$ của $(C)$ vuông góc với đường thẳng $IM$ thì:

$\overrightarrow{IM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow (a-1).1+(b-2)f'(a)=0$, với $b=\dfrac{2a-1}{a-1}$ và $f'(a)=\dfrac{-1}{(a-1)^2}$

Suy ra $(a-1)+\left(\dfrac{2a-1}{a-1}-2\right)\dfrac{-1}{(a-1)^2}=0 \Leftrightarrow a-1-\dfrac{1}{(a-1)^3}=0 \Leftrightarrow (a-1)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a=2 & (n) \\ a=0 & (l)\end{array}\right.$

Với $a=2$ suy ra $b=3$. Vậy $a+b=5$.

**Câu 108:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=3x+m(\sin x+\cos x+m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = 3 + m(\cos x - \sin x)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3 + m\cos x - m\sin x \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|m\cos x - m\sin x| \leq \sqrt{(m^2 + m^2)(\sin^2 x + \cos x)} = \sqrt{2m^2}$

Suy ra: $3 - \sqrt{2m^2} \leq 3 + m\cos x - m\sin x \leq 3 + \sqrt{2m^2}$

Do đó $y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \min y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{2m^2} \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của $m$.

**Câu 109:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Số điểm cực trị của hàm số $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{5x-2}{3\sqrt[3]{x}}$. Ta thấy $y'$ bằng 0 tại $x = \frac{2}{5}$ và không xác định tại $x = 0$ đồng thời $y'$ đổi dấu khi biến số đi qua hai điểm đó nên hàm số có hai cực trị.

**Câu 110:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ $(h > 0)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x_0$.

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm $x_0$ thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ $(h > 0)$ sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

**A.** Cả (I) và (II) cùng sai. **B.** Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.

**C.** Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) cùng đúng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có mệnh đề (I) đúng và mệnh đề (II) sai (câu lý thuyết)

**Câu 111:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Giá trị cực đại của hàm số là 0.

**B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 112: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2};2\right\}$.

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(3x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-1}{2x-1}=\dfrac{5}{3}$ nên $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=-\infty$ nên $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$.

**Câu 113: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4-3x^2=-x^2+2\Leftrightarrow x^4-x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\x^2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt. Do đó số giao điểm của hai đồ thị hàm số là $2$.

**Câu 114: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+5}{x-2}$ trên $[-2;1]$. Tính $T=M+2m$.

**A.** $T=-\dfrac{13}{2}$. **B.** $T=-10$. **C.** $T=-\dfrac{21}{2}$. **D.** $T=-14$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=\dfrac{x^2+5}{x-2}$ có TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{2\}$, vậy hàm số liên tục trên $[-2;1]$.

$y'=\dfrac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$. Do $x\in[-2;1]$ nên $x=-1$.

$y(-2)=-\frac{9}{4},\ y(-1)=-2,\ y(-2)=-6$

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;1]} y=-6,\ \max\limits_{[-2;1]} y=-2 \Rightarrow T=-14.$

**Câu 115: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ sao cho $OA=BC$, trong đó $O$ là gốc tọa độ, $A$ là điểm cực đại, $B$ và $C$ là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

**A.** $m=2\pm2\sqrt{2}$. **B.** $m=2\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=2\pm2\sqrt{3}$. **D.** $m=2+2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x$; Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow x\left[x^2-(m+1)\right]=0$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>-1$.

Theo đề bài ta có $A$ là điểm cực đại, $B$ và $C$ là hai điểm cực tiểu nên $A(0;m)$, $B\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$.

Mặt khác $OA=BC\Leftrightarrow |m|=2\sqrt{m+1}\Leftrightarrow m^2-4m-4=0\Leftrightarrow m=2\pm2\sqrt{2}\,(t/m)$.

**Câu 116: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

**A.** $y=\frac{x+1}{x^2-9}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x^2+3x+6}$. **D.** $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to3^+} y=\lim\limits_{x\to3^+}\frac{x+1}{x^2-9}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-3^+} y=\lim\limits_{x\to-3^+}\frac{x+1}{x^2-9}=+\infty$ nên đường thẳng $x=3$ và đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}.\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{9}{x^2}}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-9}$ có ba đường tiệm cận.

**Câu 117: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Xét các khẳng định sau:

(I) Nếu hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại là $M$ và giá trị cực tiểu là $m$ thì $M>m$.

(II) Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq0)$ luôn có ít nhất một điểm cực trị.

(III) Tiếp tuyến (nếu có) tại điểm cực trị của đồ thị hàm số luôn song song với trục hoành.

Số khẳng định đúng là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

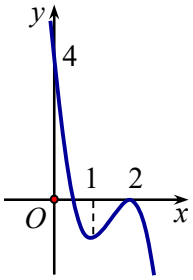
**Lời giải**

**Chọn C**

Khẳng định (I) sai vì có thể không đúng đối với hàm số có nhiều cực trị hoặc hàm số bị gián đoạn. Ví dụ hàm số $y=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$ có $M=-3, m=1$.

Khẳng định (II) đúng vì hàm trùng phương luôn có một hoặc ba cực trị.
Khẳng định (III) sai vì tiếp tuyến có thể trùng với trục hoành.

**Câu 118: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-2x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?




**A.** $bcd=-144$. **B.** $c^2<b^2+d^2$. **C.** $b+c+d=1$. **D.** $b+d<c$.

**Lời giải**

**Chọn C**

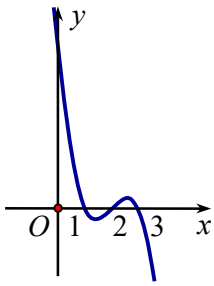
Ta có $y'=-6x^2+2bx+c$, $y''=-12x+2bx$

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số có hai điểm cực trị là $x=1$ và $x=2$, do đó

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y'(2)=0 \\ y''(1)>0 \\ y''(2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6+2b+c=0 \\ -24+4b+c=0 \\ -12+2b>0 \\ -24+2b<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6+2b+c=0 \\ -24+4b+c=0 \\ 6<b<12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=9 \\ c=-12 \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;4)$ nên $d=4$. Do đó $b+c+d=1$.

**Câu 119: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới:




Xét các khẳng định sau:

(I) Hàm số $y=f(x)$ có 3 cực trị.

(II) Phương trình $f(x)=m+2018$ có nhiều nhất ba nghiệm.

(III) Hàm số $y=f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Số khẳng định đúng là

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $y_{CĐ}$ | $\searrow$ | $y_{CT}$ | $\nearrow$ | $y_{CĐ}$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Ta có $f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua ba nghiệm nên hàm số $y=f(x)$ có $3$ cực trị nên khẳng định (I) đúng.

Ta có $f'(x+1)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1>3 \\ 1<x+1<2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$ do đó hàm số $y=f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ nên khẳng định (III) đúng.

Phương trình $f(x)=m+2018$ có nhiều nhất bốn nghiệm nên khẳng định (II) sai.

**Câu 120:** **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để **hàm** số $y=\dfrac{2x-1}{x-m}$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

**A.** $m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\le\dfrac{1}{2}$. **D.** $0\le m<\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$; $y'=\dfrac{-2m+1}{(x-m)^2}$.

Hàm đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $\begin{cases} -2m+1>0 \\ m\in(0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{2} \\ m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 0$.

**Câu 121:** **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

$y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty \end{array}\right\}$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ đường tiệm cận.

**Câu 122:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{3}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$ bằng

**A.** $\dfrac{27}{4}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $6$. **D.** $2\sqrt{3}+2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

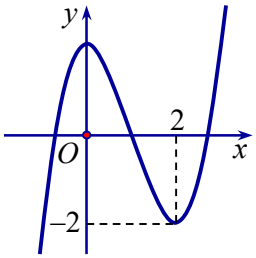
Xét hàm số $f(x)=x+\dfrac{3}{x-2}$ liên tục trên đoạn $[3;6]$, ta có:

$f'(x)=1-\dfrac{3}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2+\sqrt{3}$.

Khi đó $f(3)=6$; $f\left(2+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}+2$; $f(6)=\dfrac{27}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{3}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$ bằng $2\sqrt{3}+2$.

**Câu 123:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

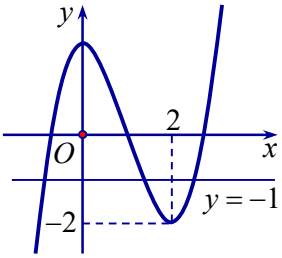



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có $f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại $3$ điểm phân biệt nên phương trình đã cho có $3$ nghiệm.

**Câu 124:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Mệnh đề nào sau đây là đúng về hàm số đã cho?

**A.** Đạt cực tiểu tại $x=-2$. **B.** Đạt cực đại tại $x=1$.

**C.** Đạt cực tiểu tại $x=3$. **D.** Đạt cực đại tại $x=0$.

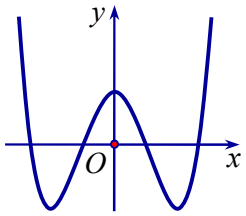
**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên, ta thấy $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số; $y'$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=1$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 125:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4

Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi lên nên ta có hệ số $a>0$ nên ta chọn phương án **B.**

**Câu 126:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{(-x-1)(-x-1)}}{\sqrt{(1-x)(-x-1)}}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{-x-1}}{\sqrt{1-x}}=0$

(Do $x\to(-1)^{-1}$ nên $x<-1\Leftrightarrow -x-1>0$)

nên đường thẳng $x=-1$ không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 127:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

**A.** $5$. **B.** $-4$. **C.** $-6$. **D.** $-5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;-1]$.

$y'=1-\dfrac{4}{x^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\in[-3;-1]\\x=2\notin[-3;-1]\end{array}\right.$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\in[-3;-1]\\x=2\notin[-3;-1]\end{array}\right.$.

$y(-3)=-\dfrac{10}{3}$; $y(-2)=-3$; $y(-1)=-4$.

Vậy $\min\limits_{[-3;-1]}y=-4$ tại $x=-1$.

**Câu 128:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=-2f'(x)=-2x^2+4x>0\Leftrightarrow x\in(0;2)$.

Suy ra: hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

**Câu 129:** **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+2}$, giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số trên $[-1;2]$ là

**A.** $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{9}{4}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $y'=1-\dfrac{1}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-1;2]\\x=-3\notin[-1;2]\end{array}\right.$

Mà $y(-1)=0$; $y(2)=\dfrac{9}{4}$.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]}y=y(-1)=0$.

**Câu 130:** **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Gọi $M$ và $m$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin^2x-\cos x+1$. Khi đó giá trị của tích $M.m$ là

**A.** $\frac{25}{4}$. **B.** $0$. **C.** $\frac{25}{8}$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y=2\sin^2 x-\cos x+1=2\left(1-\cos^2 x\right)-\cos x+1=-2\cos^2 x-\cos x+3.$

Đặt $t=\cos x$ ta có $y=g(t)=-2t^2-t+3$ với $t\in[-1;1]$.

**Cách 1: (Dành cho HS lớp 11)**

Hàm số $y=-2t^2-t+3$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)$ và nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$.

Bảng biến thiên của hàm số trên $[-1;1]$:

| $t$ | $-1$ | | $-\frac{1}{4}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $\frac{25}{4}$ | $\searrow$ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên, GTLN của $y$ là $\frac{25}{4}$ khi $t=-\frac{1}{4}$, GTNN của $y$ là $0$ khi $t=1$.

Vậy $M.m=\frac{25}{8}.0=0.$

**Cách 2: (Dành cho HS lớp 12)**

$g'(t)=-4t-1=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}\in[-1;1].$

Mà $g(-1)=2;\ g(1)=0;\ g\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{25}{8}.$

Vậy $M.m=\frac{25}{8}.0=0.$

**Câu 131: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x+\frac{3}{4}$.

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.
**B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.
**C.** Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$.
**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

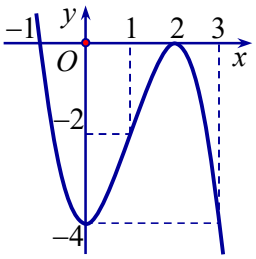
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x)=x^2-x-6$ có hai nghiệm phân biệt là $-2$ và $3$.

$f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(-2;3)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

**Câu 132: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?




**A.** $y=-x^3-3x^2-4$. **B.** $y=x^3-3x+4$. **C.** $y=x^3-3x-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị, ta có $a<0$ nên loại phương án B, C.

Dựa vào đồ thị, phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm là 0 và 2 nên phương án D thỏa ycbt.

$y'=-3x^2+6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.$.

**Câu 133: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị $(C)$. Gọi $d$ là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là $m$. Với giá trị nào của $m$ thì $d$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt?

**A.** $\left\{\begin{array}{l}m<\dfrac{15}{4}\\m\neq 24\end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l}m<\dfrac{1}{5}\\m\neq 0\end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}m>\dfrac{15}{4}\\m\neq 24\end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l}m>\dfrac{1}{5}\\m\neq 1\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc $m$ là $y=m(x-3)+20$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $d$ là

$$x^3-3x+2=m(x-3)+20\Leftrightarrow(x-3)(x^2+3x+6-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-3)=0\\x^2+3x+6-m=0\quad(*)\end{array}\right.$$

Để đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$x\neq 3\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}3^2+3.3+6-m\neq 0\\\Delta>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\neq 24\\9+4m-24>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\neq 24\\m>\dfrac{15}{4}\end{array}\right.\cdot$$

**Câu 134: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $\dfrac{2|x|-1}{|x|+2}=m$ có 2 nghiệm phân biệt.

**A.** $m\in\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in(0;3)$. **D.** $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\dfrac{2|x|-1}{|x|+2}=m\Leftrightarrow 2|x|-1=m(|x|+2)\Leftrightarrow|x|(2-m)=2m+1\ \ (1)$

- Xét $m=2$ thì phương trình $(1)$ vô nghiệm.

- Xét $m \neq 2$, phương trình $(1) \Leftrightarrow |x| = \dfrac{2m+1}{2-m}$. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\dfrac{2m+1}{2-m} > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < m < 2$. Vậy $m \in \left(-\dfrac{1}{2}; 2\right)$.

**Câu 135:** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 5x^2 - 2$ là

**A.** $y = 0$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y' = -4x^3 + 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\dfrac{5}{2}} \end{array}\right.$.

Lại có $y'' = -12x^2 + 10 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y''(0) = 10 > 0 \\ y''\left(\pm\sqrt{\dfrac{5}{2}}\right) = -20 < 0 \end{array}\right. \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

**Câu 136:** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** $y = -x^3 + 6x - 2$. **B.** $y = -3x^3 + 9x^2 - 2$.

**C.** $y = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 2$. **D.** $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Ta có $\left\{\begin{array}{l} y(0) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y(2) = 6 \\ y'(2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} d = -2 \\ c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 6 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} d = -2 \\ c = 0 \\ a = -2 \\ b = 6 \end{array}\right. \Rightarrow y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.

**Câu 137:** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian $t$ theo hàm số $v(t) = -t^4 + 8t^2 + 500(\text{m/s})$. Trong khoảng thời gian $t = 0(\text{s})$ đến $t = 5(\text{s})$ chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào?

**A.** $t = 4$. **B.** $t = 2$. **C.** $t = 0$. **D.** $t = 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $v'(t) = -4t^3 + 16t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \pm 2 \end{array}\right.$

Trong khoảng thời gian $t=0(\text{s})$ đến $t=5(\text{s})$ chất điểm đạt vận tốc lớn nhất bằng $v(2)=516$ khi $t=2$.

**Câu 138:** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=x^3-3x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-3$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào BBT hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 139:** **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của chúng trong các hàm số sau:

$(1): y=\frac{1}{3}x^3-x^2+3x+4$; $(2): y=\frac{2x-1}{2x+1}$; $(3): y=\sqrt{x^2+4}$

$(4): y=x^3+x-\sin x$; $(5): y=x^4+x^2+2$.

**A.** 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

- $(1): D=\mathbb{R},\ y'=x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

  $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- $(2): D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\},\ y'=\frac{4}{(2x+1)^2}>0, \forall x\in D$.

  $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right);\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$, không đồng biến trên tập xác định.
- $(3): D=\mathbb{R},\ y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}};\ y'>0\Leftrightarrow x\in(0;+\infty)$.

  $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$, không đồng biến trên tập xác định.
- $(4): D=\mathbb{R},\ y'=3x^2+1-\cos x\geq 0, \forall x\in\mathbb{R};\ y'=0\Leftrightarrow x=0$.

  $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- $(5): D=\mathbb{R},\ y'=4x^3+2x^2;\ y'>0\Leftrightarrow x\in(0;+\infty)$.

  $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$, không đồng biến trên tập xác định.

**Câu 140: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3+mx^2+\left(m^2-3m\right)x+4$. Tìm tham số $m$ để hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1$, $x_2$ sao cho $x_1.x_2<0$.

**A.** $m\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;0\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

**C.** $m\in\left[0;3\right]$. **D.** $m\in\left(0;3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2+2mx+m^2-3m$.

Để hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1$, $x_2$ sao cho $x_1.x_2<0$ thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ thỏa $x_1.x_2<0\Leftrightarrow\frac{c}{a}<0\Leftrightarrow m^2-3m<0\Leftrightarrow 0<m<3$.

**Câu 141: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=\frac{2x+1}{x+5}$ đồng biến trên

**A.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-5\right\}$. **B.** $\left(-5;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left(-\infty;5\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=\frac{9}{\left(x+5\right)^2}>0\ \ \forall x\neq -5$.

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-5\right)$ và $\left(-5;+\infty\right)$.

**Câu 142: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)^2\left(x-1\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'\left(x\right)$ đổi dấu khi $x$ qua các điểm $0$; $1$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị.

**Câu 143: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ và $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi $x$ qua điểm $0$.

Vậy hàm số không có điểm cực tiểu.

**Câu 144: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^4+2\left(m-4\right)x^2+m+5$ có đồ thị $\left(C_m\right)$. Tìm $m$ để $\left(C_m\right)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O$ làm trọng tâm.

**A.** $m=1$ hoặc $m=\frac{17}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\frac{17}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m-4)x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 4 - m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m < 4$. Khi đó các điểm cực trị của $(C_m)$ là

$A(0; m+5)$, $B\left(\sqrt{4-m}; m+5-(m-4)^2\right)$, $C\left(-\sqrt{4-m}; m+5-(m-4)^2\right)$.

Do $O$ là trọng tâm tam giác $ABC$ nên $3(m+5) = 2(m-4)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \dfrac{17}{2} \end{array}\right.$.

Do $m < 4$ nên $m = 1$.

**Câu 145: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D = \left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right) \cup \left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$. Ta có

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow$ đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = -\dfrac{5}{2} \Rightarrow$ đường thẳng $y = -\dfrac{5}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \dfrac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- $\lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \dfrac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = -\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 146: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = x^2 + \dfrac{16}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Cực tiểu của hàm số bằng 12. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 2.
**C.** Cực đại của hàm số bằng 12. **D.** Cực đại của hàm số bằng 2.

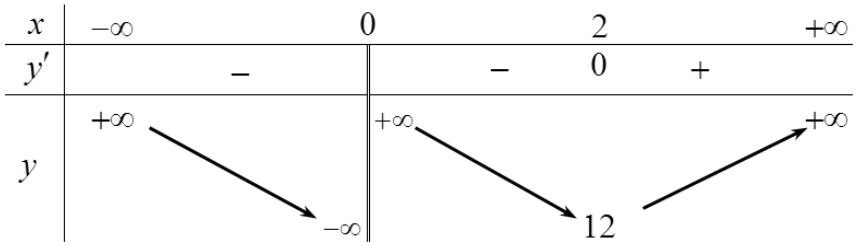
**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$y' = 2x - \dfrac{16}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 + \dfrac{16}{x}$




Vậy cực tiểu của hàm số bằng 12.

**Câu 147:** **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$

**A.** $-2<m\le -1$. **B.** $-2\le m<-1$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $m\le -1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện: $x\ne -m$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ thì $y'<0$ với $\forall x\in(-\infty;1)$ thì $\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}<0$

$\Leftrightarrow -2<m<2$.

Do hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $x\ne -m$ nên $m\in(-\infty;-1]$.

Vậy $-2<m\le -1$.

**Câu 148:** **[2D1-2(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) | Cho hàm số  . Mệnh đề nào sau đây sai?**

**A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.** **B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.**

**C. Hàm số luôn có cực trị.** **D.  .**

**Lời giải**

**Chọn C**

**Ta có  .**

**Phương trình  có nghiệm  nên đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.**

**Như vậy A đúng.**

**Phương trình hoành độ giao điểm  .**

**Phương trình bậc ba luôn có nghiệm nên đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.**

**Như vậy B đúng.**

**Ta có  .**

**Do đó hàm số không thể luôn có cực trị.**

**Như vậy C sai.**

**Ta có  .**

**Như vậy D đúng.**

**Câu 149: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại ba điểm phân biệt.

**A.** $0<m<4$. **B.** $1<m\le 5$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1\le m<5$.

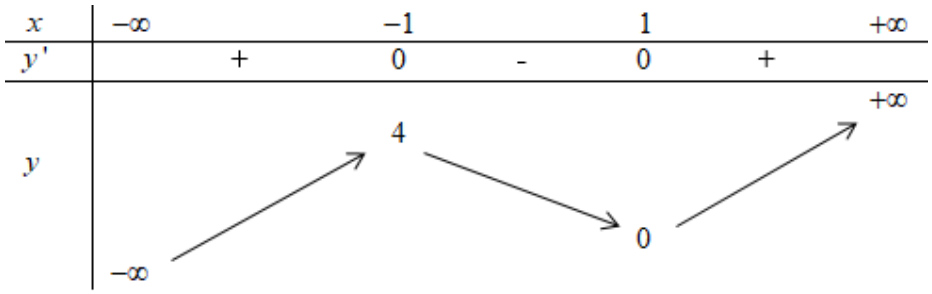
**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=x^3-3x+2$.

Ta có: $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Dựa vào bảng biến thiên ta có.

Đường thẳng $d: y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $(C): y=x^3-3x+2$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $0<m-1<4\Leftrightarrow 1<m<5$.

**Câu 150: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

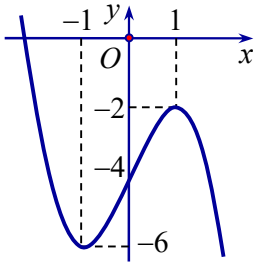
**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}$

$y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}<0\ \forall x\in(-\infty;-2)$ và $\forall x\in(-2;+\infty)$

**Câu 151: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)=-3$ có số nghiệm là



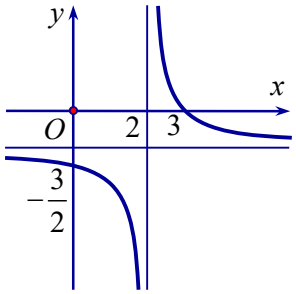

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị tại $3$ điểm nên phương trình $f(x)=-3$ có $3$ nghiệm phân biệt.

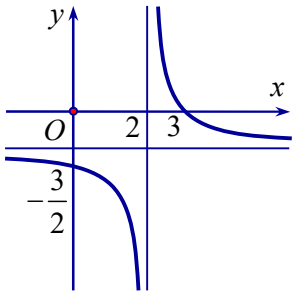
**Câu 152:** **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?




**A.** $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x-3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Dựa vào đồ thị ta suy ra tiệm cận đứng và tiệm cận ngang có phương trình lần lượt là $x=2$; $y=-1$ đồng thời đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=3$. Chỉ có hàm số ở câu A thỏa yêu cầu.

**Câu 153:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $\frac{1}{3}$ | ↗ | $1$ |

Số nghiệm của phương trình $2\left(f(x)\right)^2-3f(x)+1=0$ là

**A.** $0$. **B.** $6$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $2\left(f(x)\right)^2-3f(x)+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f(x)=1$ có một nghiệm, $f(x)=\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm.

**Câu 154:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$, $y'=\dfrac{4-m^2}{(x+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì $4-m^2>0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Do đó có $3$ giá trị nguyên của tham số $m$ thỏa mãn.

**Câu 155:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-1;\ 4]$ là

**A.** $3$. **B.** $-1$. **C.** $-4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số liên tục và xác định trên $[-1;\ 4]$. Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;\ 4]\\ x=-1\in[-1;\ 4]\end{array}\right.$.

Khi đó: $f(-1)=3$; $f(1)=-1$; $f(4)=53$. Vậy $\min\limits_{x\in[-1;4]}f(x)=-1$ tại $x=1$.

**Câu 156:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$.

**A.** $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=-2$ và $y=-3$.

**C.** $y=3$ và $x=2$. **D.** $y=-3$, $y=3$ và $x=-2$.

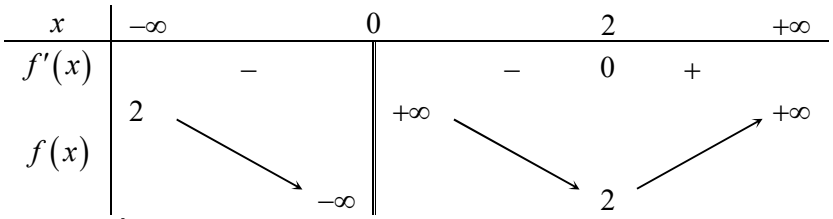
**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

- Do $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Do $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}=-3$ nên đường thẳng $y=-3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}=3$ nên đường thẳng $y=3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 157:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:




Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

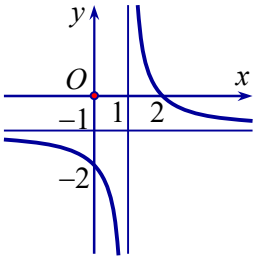
**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 158: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với $a$, $b$, $c$ là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.




**A.** $T=12$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tiệm cận ngang $y=-1\Rightarrow a=-1$.

Tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow c=-1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-2)\Rightarrow -2=\dfrac{b}{c}\Rightarrow b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c=-1-3.2+2.(-1)=-9$.

**Câu 159: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

**Lời giải**

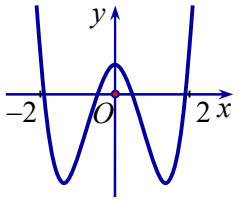
**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+2m+3>0\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<3\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 2$.

Vậy $S=\{0;1;2\}$.

**Câu 160: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây




**A.** $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=x^4-4x^2+1$.

**C.** $y=-x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2x+1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có 3 cực trị và có $a>0 \Rightarrow$ loại C, loại **D.**

Nhìn vào điểm cực tiểu $x_0$ của hàm số thấy $|x_0|>1 \Rightarrow$ loại **A.**

**Câu 161:** **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2$ với $t$ (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và $s$ (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

**A.** $180(\text{m/s})$. **B.** $36(\text{m/s})$. **C.** $144(\text{m/s})$. **D.** $24(\text{m/s})$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $v(t)=s'(t)=-t^2+12t$. Ta tìm GTLN của $v(t)$ trên $[0;7]$.

$v'(t)=-2t+12$, $v'(t)=0 \Leftrightarrow t=6$. Khi đó $v(6)=36$, $v(0)=0$, $v(7)=35$.

Vậy vận tốc lớn nhất đạt được bằng $36(\text{m/s})$.

**Câu 162:** **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $2$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |
| | | | | | $-\infty$ | | | | |

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ nên đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

**Câu 163:** Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=x^3-x-1$. **B.** $y=\dfrac{x^3+1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}$. **D.** $y=\sqrt{2x^2+3}$.

**Câu 164:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

**A.** $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$.

**C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-x^2$.

**Câu 165:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

**A.** $-4$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $-1$.

**Câu 166:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Câu 167:** Cho hàm số $f(x)=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập $S$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $6$. **D.** $0$.

**Câu 168:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

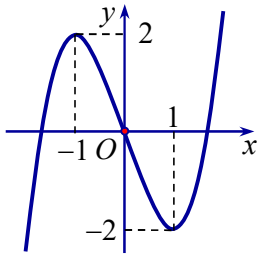
**A.** $y=x^3-x-1$. **B.** $y=\dfrac{x^3+1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}$. **D.** $y=\sqrt{2x^2+3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow y=\dfrac{3}{4}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 169:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.




Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

**A.** $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-x^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có nhánh sau hướng lên trên nên $a>0$.

$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$ thỏa đồ thị hàm số.

**Câu 170:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

**A.** $-4$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-4;4]\\x=-3\in[-4;4]\end{array}\right.$.

Khi đó $y(-4)=21$, $y(-3)=28$, $y(1)=-4$, $y(4)=77$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ trên đoạn $[-4;4]$ là $-4$.

**Câu 171:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ theo chiều dương trục tung $3$ đơn vị.

Bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là $2$.

**Câu 172:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập $S$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $6$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=4x^3+12mx^2+6(m+1)x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2+6mx+3(m+1)=0(*)\\x=0\end{array}\right.$.

Để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Ta có $\Delta'<0\Leftrightarrow(3m)^2-2.3.(m+1)<0\Leftrightarrow 9m^2-6m-6<0$

$\Leftrightarrow -0,5 \approx \dfrac{1-\sqrt{7}}{3} < m < \dfrac{1+\sqrt{7}}{3} \approx 1,2$. Vậy $S = \{0;1\}$.

**Câu 173:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sin x}{x}$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

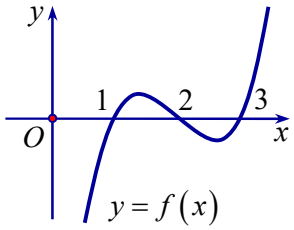
**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

**Câu 174:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** $f(1,5) < 0 < f(2,5)$. **B.** $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$.

**C.** $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$. **D.** $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(1;2)$ đồ thị nằm phía trên trục hoành, suy ra $f(1,5) > 0$.

Trên khoảng $(2;3)$ đồ thị nằm phía dưới trục hoành, suy ra $f(2,5) < 0$.

Vậy $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.

**Câu 175:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2 - 5x + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;4)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $f(1)$ | ↘ | $f(4)$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**Câu 176: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-1;0)$, $(0;5)$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0)\cup(0;5)$ khi và chỉ khi $m$ thuộc tập hợp

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $\sqrt{5}$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | ↘ | $-\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $4+2\sqrt{5}$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $(4+2\sqrt{5};10)$.

**B.** $(-\infty;-2)\cup[10;+\infty)$.

**C.** $(-\infty;-2)\cup\{4+2\sqrt{5}\}\cup[10;+\infty)$.

**D.** $(-\infty;-2)\cup[4+2\sqrt{5};+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=m$ với đường thẳng $y=m$.

Từ bảng biến thiên suy ra: để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0)\cup(0;5)$ thì $m\in(-\infty;-2)\cup\{4+2\sqrt{5}\}\cup[10;+\infty)$.

**Câu 177: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0, \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ nên $y=0$, $y=1$ là các đường tiệm cận ngang.

**Câu 178: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. $M$ và $N$ là hai điểm thuộc đồ thị của hàm số sao cho hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M$ và $N$ song song với nhau. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Hai điểm $M$ và $N$ đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

**B.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng $MN$.

**C.** Hai điểm $M$ và $N$ đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận.

**D.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng $MN$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=1+\dfrac{2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Gọi $M\left(m;1+\dfrac{2}{m-1}\right)$, $N\left(n;1+\dfrac{2}{n-1}\right)$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Theo đề bài tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M$ và $N$ song song với nhau nên $y'(m)=y'(n)\Leftrightarrow\dfrac{-2}{(m-1)^2}=\dfrac{-2}{(n-1)^2}\Rightarrow m+n=2$ (do $M$ và $N$ phân biệt).

Vậy $M$ và $N$ không đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**Câu 179:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=\dfrac{-4x}{(x^2+1)^2}<0\Leftrightarrow x>0$.

**Câu 180:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

**A.** $-3$. **B.** $-2$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0\ \ \forall x\in[0;2]$ nên hàm số đồng biến trên $[0;2]$.

Suy ra $\min\limits_{[0;2]}f(x)=f(0)=-2$.

**Câu 181:** **(THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tìm tập xác định $S$ của bất phương trình $3^{-3x}>3^{-x+2}$.

**A.** $S=(-1;0)$. **B.** $S=(-1;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $3^{-3x}>3^{-x+2}\Leftrightarrow -3x>-x+2\Leftrightarrow 2x<-2\Leftrightarrow x<-1$.

**Câu 182:** **(THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ \| $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

**B.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

**C.** Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

**D** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa bảng biến thiên ta có đáp án đúng là **A.**

**Câu 183: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=1\Rightarrow \text{TCN: } y=1.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=-1\Rightarrow \text{TCN: } y=-1.$$

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty\Rightarrow$ TCĐ: $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=+\infty\Rightarrow$ TCĐ: $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 184: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=-x^3+2x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\in[1;+\infty)$.

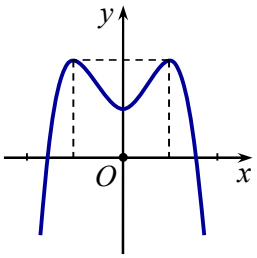
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=-3x^2+4x-m$, $y''=-6x+4$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\-2>0\end{cases}$ (vô nghiệm)

**Câu 185: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3-2x+x+1$. **C.** $y=x^3-2x^2-x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a<0$.

**Câu 186:** **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^4-8x^2+10$ có đồ thị $(C)$. Gọi $A$, $B$, $C$ là 3 điểm cực trị của đồ thị $(C)$. Tính diện tích $S$ của tam giác $ABC$.

**A.** $S=64$. **B.** $S=32$. **C.** $S=24$. **D.** $S=12$.

**Lời giải**

**Chọn B**

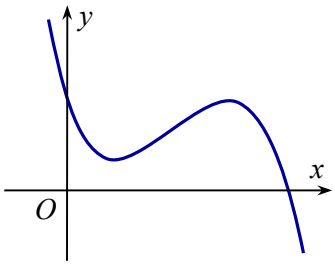
Ta có $y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=10\\x=2\Rightarrow y=-6\\x=-2\Rightarrow y=-6\end{array}\right.$.

Giả sử $A(0;10)$, $B(2;-6)$, $C(-2;-6)$.

Tam giác $ABC$ cân tại $A$. Gọi $H$ là trung điểm của $BC$, khi đó $H(0;-6)$.

Diện tích tam giác $ABC$ là $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.16.4=32$.

**Câu 187:** **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a>0$, $c>0$, $d>0$. **B.** $a<0$, $c>0$, $d>0$.

**C.** $a<0$, $c<0$, $d<0$. **D.** $a<0$, $c<0$, $d>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a<0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Suy ra $\begin{cases} b^2-3ac>0 \\ -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2-3ac>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

**Câu 188:** **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là

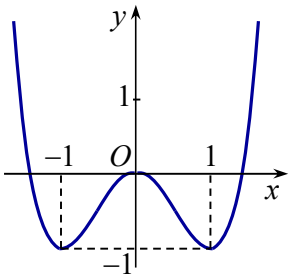
**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ Ta có $y'=\dfrac{2-m}{(x+2)^2}$. YCBT $\Leftrightarrow 2-m>0 \Leftrightarrow m<2$.

**Câu 189:** **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



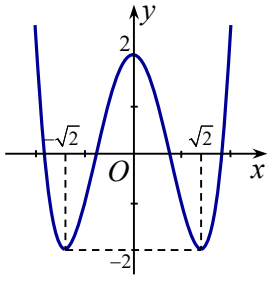

**A.** $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a>0$ và đi qua gốc tọa độ.

**Câu 190:** **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới




Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

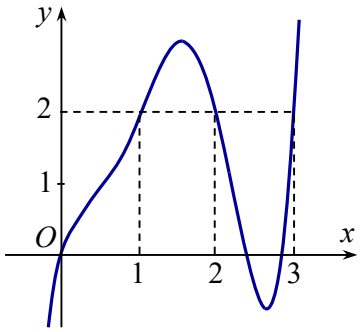
**A.** 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị, nhận thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $4$ điểm phân biệt nên phương trình đã cho có $4$ nghiệm.

**Câu 191:** **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h(x)=3x-f(x)$. Hãy so sánh $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$?




**A.** $h(1)<h(2)<h(3)$.
**B.** $h(2)<h(1)<h(3)$.
**C.** $h(3)<h(2)<h(1)$.
**D.** $h(3)=h(2)<h(1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có: $f(1)=f(2)=f(3)=2$.

$h(x)=3x-f(x) \Rightarrow h(1)=3.1-2=1$, $h(2)=3.2-2=4$, $h(3)=3.3-2=7$.

$\Rightarrow h(1)<h(2)<h(3)$.

**Câu 192:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)**. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=2x^4+4x+1$.
**B.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$.
**C.** $y=x^3+3x+\sqrt[3]{4}$.
**D.** $y=x^3-3x+1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đạo hàm các hàm số đã cho ta thấy chỉ có hàm số $y=x^3+3x+\sqrt[3]{4}$ có $y'=3x^2+3>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

**Câu 193:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\frac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=2$.

**A.** $1$.
**B.** $2$.
**C.** $0$.
**D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y \xrightarrow{x\to+\infty} \frac{mx+x}{2x}=\frac{m+1}{2}$; $y \xrightarrow{x\to-\infty} \frac{mx-x}{2x}=\frac{m-1}{2}$.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{m+1}{2}=2\\ \frac{m-1}{2}=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=3\\ m=5\end{array}\right.$.

**Câu 194: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y=\mathrm{e}^x$. **C.** $y=\sqrt{x^2+x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

◈ Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}$ xác định $\forall x\neq 0$ và $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x-1}{x}=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

◈ Hàm số $y=\mathrm{e}^x$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}$ nên đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

◈ Hàm số $y=\sqrt{x^2+x-2}$ xác định $\forall x\in(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)$ nên đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

◈ Hàm số $y=\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$ xác định $\forall x\neq -1$ và $\lim\limits_{x\to -1}y=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}(x-2)=-1$

$\Rightarrow x=-1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 195: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Phương trình $f(x)-2m=0$ có 3 nghiệm khi

**A.** $-1\le m\le 2$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $-1<m\le 2$. **D.** $-2<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f(x)-2m=0\Leftrightarrow f(x)=2m\ (1)$.

Để $(1)$ có 3 nghiệm thì: $-2<2m<4\Leftrightarrow -1<m<2$.

**Câu 196: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Parabol $(P):y=x^2$ và đường cong $(C):$ $y=x^4-3x^2-2$ có bao nhiêu giao điểm.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

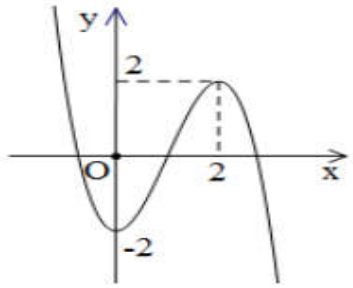
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-4x^2-2=0\Leftrightarrow x^2=2+\sqrt{6}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2+\sqrt{6}}$.

Vậy $(P)$ và $(C)$ có 2 giao điểm.

**Câu 197: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.




**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm trong đó có đúng một điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Vậy phương trình $f(x)=1$ có đúng 1 nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.

**Câu 198:** **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-3\ln x$ trên đoạn $[1;e]$ bằng

**A.** 1. **B.** $3-3\ln 3$. **C.** e. **D.** $e-3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=1-\dfrac{3}{x}$, $y'=0\Leftrightarrow x=3\notin[1;e]$. Khi đó $\begin{cases}y(1)=1\\ y(e)=e-3\end{cases}$.

Vậy GTNN của hàm số trên đoạn $[1;e]$ là: $\min\limits_{[1;e]} y=y(e)=e-3$.

**Câu 199:** **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(2m+3)x^2+(m^2+3m-4)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=-3$.

**C.** $m=-3$ hoặc $m=2$. **D.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=x^2-(2m+3)x+(m^2+3m+4)$; $y''=2x-2m-3$.

Do phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^2-(2m+3)x+m^2+3m+4=0$ có $\Delta=25>0$ nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì $\begin{cases}y'(1)=0\\ y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-6=0\\ 2.1-2m-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-3\end{array}\right.\\ m<-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=-3$.

**Câu 200:** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2x^2+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm là

**A.** $-1\le m<0$. **B.** $0\le m<1$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2x^2+m=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2=-m$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$, ta thấy để phương trình trên có 4 điểm phân biệt thì $-1<m<0$.

Suy ra $0<m<1$.

**Câu 201:** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

**A.** $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3mx^2-2\left(m^2+1\right)x+2$; $y''=6mx-2\left(m^2+1\right)$

Theo yêu cầu bài toán: $\begin{cases}y'(1)=0\\ y''(1)>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3m-2\left(m^2+1\right)+2=0\\ 6m-2\left(m^2+1\right)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2m^2+3m=0\\ -2m^2+6m-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\frac{3}{2}\end{array}\right.\\ \frac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.$$

**Câu 202:** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Bảng biến thiên được cho dưới đây là của hàm số nào?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=1-4x^2$. **D.** $y=x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y=x^4+x^2+1$

$y'=4x^3+2x=0 \Leftrightarrow x=0, y=1$, lập bảng biến thiên ta được kết luận.

**Câu 203:** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Tọa độ điểm $M$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

**A.** $(0;-1);(-2;7)$. **B.** $(-1;0);(2;7)$. **C.** $(0;1);(2;-7)$. **D.** $(0;-1);(2;7)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $(C)$ là đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$; $(C)$ có tiệm cận đứng $x=1$.

$M\in(C)\Rightarrow M\left(m;\frac{3m+1}{m-1}\right)$, $m\neq 1$.

Khoảng cách từ $M$ tới đường tiệm cận đứng bằng $d=|m-1| \Leftrightarrow |m-1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\ m=0\end{array}\right.$.

Vậy $M(0;-1)$ hoặc $M(2;7)$.

**Câu 204: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=(2m-1)x+m+3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$

**A.** $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=-\frac{3}{4}$. **D.** $m=\frac{3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

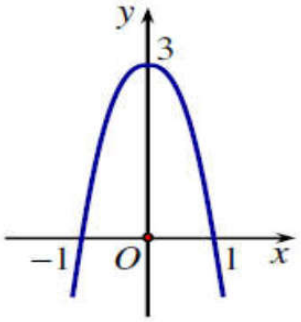
Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;-4)$.

Đường thẳng $d$ đi qua hai điểm $A$, $B$ có phương trình: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-4}\Leftrightarrow y=-2x+1$.

Đường thẳng $y=(2m-1)x+m+3$ song song với đường thẳng $d\Leftrightarrow\begin{cases}2m-1=-2\\m+3\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.

**Câu 205: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau:




**A.** $y=x^3+3x^2-3$. **B.** $y=-x^2+2x+3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị cắt $Oy$ tại điểm có tung độ dương nên chọn **B** hoặc **D**.

Đồ thị cắt $Ox$ tại hai điểm có hoành độ $-1$ và $1$ nên chọn **D**.

**Câu 206: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**A.** $y=\sqrt{x+1}$. **B.** $y=x^3+x-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=x^3+x-2\Rightarrow y'=3x^2+1>0\ \forall x$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 207: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y' = x^2 + 2(m-1)x + 2m - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 - 2m \end{array}\right.$.

**TH1:** Với $-1 < 3 - 2m \Leftrightarrow m < 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow 1 \geq 3 - 2m \Leftrightarrow m \geq 1$.

Hay $1 \leq m < 2$ thì thỏa đề.

**TH2:** Với $-1 > 3 - 2m \Leftrightarrow m > 2$.

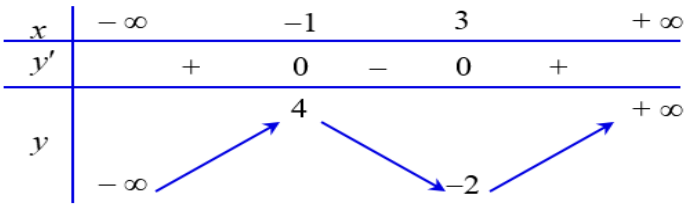
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ với mọi $m$.

**TH3:** Với $-1 = 3 - 2m \Leftrightarrow m = 2$.

Ta có $y' \geq 0$.

Vậy không có giá trị nguyên âm thỏa đề.

**Câu 208:** **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bản biến thiên như sau:




Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $m < -2$. **B.** $-2 < m < 4$. **C.** $-2 \leq m \leq 4$. **D.** $m > 4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Do đó, dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 4$.

**Câu 209:** **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D = (-2;2)$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -2^+} y = \lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = \pm 2$.

Do hàm số có tập xác định $D = (-2;2)$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là: 2.

**Câu 210: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

**A.** $M-m=-\dfrac{9}{4}$. **B.** $M-m=3$. **C.** $M-m=\dfrac{9}{4}$. **D.** $M-m=\dfrac{1}{4}$.

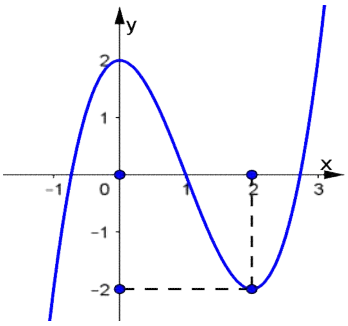
**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

$f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0, \forall x\in[0;3]$ nên $m=f(0)=-1$, $M=f(3)=\dfrac{5}{4}\Rightarrow M-m=-\dfrac{9}{4}$.

**Câu 211: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.




Tính tổng $S=a+b+c+d$.

**A.** $S=0$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=2$.

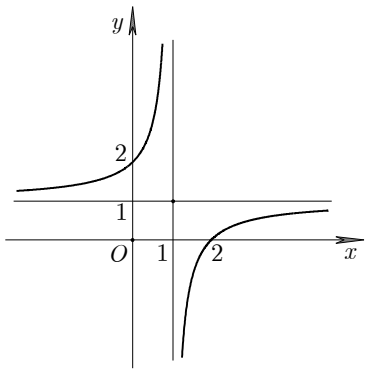
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ liên tục trên $\mathbb{R}$; đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(2;-2)$ và $(0;2)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f(2)=-2\\f'(2)=0\\f(0)=2\\f'(0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a+4b+2c+d=-2\\12a+4b+c=0\\d=2\\c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3\\c=0\\d=2\end{cases}\Rightarrow S=0.$$

**Câu 212: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



**A.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số có TCĐ $x=1$ nên loại đáp án A và **C.**

Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm $(0;2)$ nên ta loại **D.**

**Câu 213:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x}$. **B.** $y=x+\sqrt{1-x^2}$. **C.** $y=x^2+x+1$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+1}$.

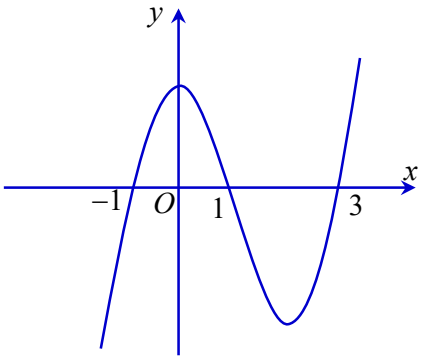
**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=x+\sqrt{x^2+1}$ ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}}=0$.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang bên trái.

**Câu 214:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ là




**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta chọn $f'(x)=(x+1)(x-1)(x-3)$.

Áp dụng công thức $y=\left[f(u)\right]'=u'f'(u)$ với $u=\sqrt{x^2+2x+2}$

Ta có

$$y'=\left[f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)\right]'=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}.\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-3\right)$$

$$=\frac{(x+1)\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)(x+1)^2\left(x^2+2x-7\right)}{\sqrt{x^2+2x+2}\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}+3\right)}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-1+2\sqrt{2}\\x=-1-2\sqrt{2}\end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1-2\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $-1+2\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực đại.

**Câu 215:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Số giá trị nguyên của $m<10$ để hàm số $y=\ln\left(x^2+mx+1\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

**A.** $10$. **B.** $11$. **C.** $8$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{2x+m}{x^2+mx+1}\geq 0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$.

Xét $g(x)=x^2+mx+1$ có $\Delta=m^2-4$.

TH1: $\Delta<0\Leftrightarrow -2<m<2$ khi đó $g(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên ta có $2x+m\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$

Suy ra $0\leq m<2$.

TH2: $\Delta\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -2\\ m\geq 2\end{array}\right.$.

Nếu $m\leq -2$ thì $\lim\limits_{x\to 0}y'=m\leq -2$ nên không thỏa $y'=\dfrac{2x+m}{x^2+mx+1}\geq 0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$.

Nếu $m\geq 2$ thì $2x+m>0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $g(x)$ có 2 nghiệm âm (vì $x_1+x_2=-m<0$ và $x_1.x_2=1$). Do đó $g(x)>0,\forall x\in(0;+\infty)$. Suy ra $2\leq m<10$.

Vậy ta có: $0\leq m<10$ nên có 10 giá trị nguyên của $m$.

**Câu 216:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=ax^3+cx+d\ (a\neq 0)$ có $\min\limits_{(-\infty;0)}f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

**A.** $8a+d$. **B.** $d-16a$. **C.** $d-11a$. **D.** $2a+d$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=3ax^2+c$.

$y''=6ax$.

$y''=0\Leftrightarrow x=0$. Nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $A(0;d)$. Do đó đồ thị hàm số nhận $A(0;d)$ làm tâm đối xứng.

Do đó từ $\min\limits_{(-\infty;0)}f(x)=f(-2)$ suy ra $\max\limits_{(0;+\infty)}f(x)=f(2)\Rightarrow\max\limits_{[1;3]}f(x)=f(2)=8a+2c+d$.

Mà $f'(-2)=0\Leftrightarrow 12a+c=0\Rightarrow c=-12a$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]}f(x)=8a-24a+d=d-16a$.

**Câu 217:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $-1$. **C.** $-197$. **D.** $-50$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=-4x^3+8x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

$y(-2)=-5$; $y(0)=-5$; $y\left(\pm\sqrt{2}\right)=-1$; $y(3)=-50$.

Vậy $\min\limits_{[-2;3]}y=y(3)=-50$.

**Câu 218:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2}$ bằng

**A.** $\sqrt{2}$. **B.** $2$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2}$ có tiệm cận đứng $x=\sqrt{2}$ và $x=-\sqrt{2}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $x=\sqrt{2}$ và $x=-\sqrt{2}$ bằng $2\sqrt{2}$.

Vậy khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2}$ bằng $2\sqrt{2}$.

**Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Hàm số $y=-\frac{x^4}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-4x^3$

$y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Câu 2: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

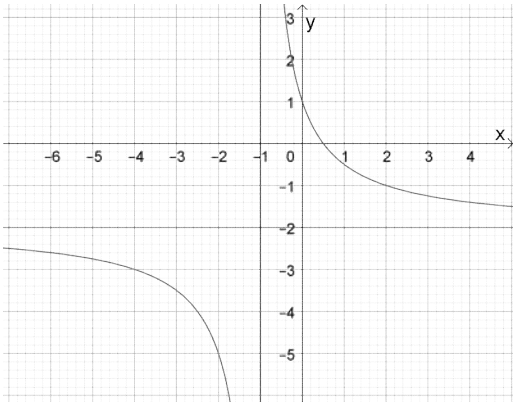
Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đồ thị nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

**Câu 3: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=\frac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\frac{1-2x}{1-x}$. **C.** $y=\frac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\frac{3-2x}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị nhận hai đường thẳng $x=-1$ và $y=-2$ là tiệm cận.

Đồ thị là đường đi xuống nên hàm số là hàm nghịch biến và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1$ nên hàm số cần tìm là $y=\frac{1-2x}{x+1}$.

**Câu 4: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

**A.** $m=1,\ m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại $m$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-4mx+m^2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên $y'(1)=0$.

Ta có $3-4m+m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$.

Thử lại:

* Với $m=1$, ta có:

$y=x^3-2x^2+x+1$.

$y'=3x^2-4x+1$.

$y''=6x-4$.

$y'(1)=0$ và $y''(1)=2>0$. Do đó hàm số hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

* Với $m=3$, ta có:

$y=x^3-6x^2+9x+1$.

$y'=3x^2-12x+9$.

$y''=6x-12$.

$y'(1)=0$ và $y''(1)=-6<0$. Do đó hàm số hàm số không đạt cực tiểu tại $x=1$.

Vậy với $m=1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 5: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+mx+1}{x-1}$ đi qua điểm $A(-1;1)$ khi và chỉ khi $m$ bằng

**A.** 0. **B.** 1. **C.** $-1$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là:

$$d:y=\frac{\left(-x^2+mx+1\right)'}{(x-1)'}=-2x+m.$$

Ta có $A(-1;1)\in d\Leftrightarrow 1=2+m\Leftrightarrow m=-1$.

Chú ý: Trước tiên ta phải tìm điều kiện để hàm số có hai cực trị, nhưng do giá trị $m=-1$ có trong phương án nên ta bỏ qua bước tìm điều kiện.

**Câu 6: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-2x+1}{2x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên (hoặc ngang) khi và chỉ khi

**A.** $m=0$. **B.** $m\neq 4$. **C.** $m\neq 8$. **D.** $m=8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $g(x)=mx^2-2x+1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên (hoặc ngang) $\Leftrightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -8$.

**Câu 7: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Gọi $m$ và $M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M-m$ bằng

**A.** $4$. **B.** $2-\sqrt{2}$. **C.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1+\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y'=0 \Leftrightarrow x+\sqrt{4-x^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x^2=\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$.

Ta có $y(2)=2$; $y(-2)=-2$; $y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]} y=y(2)=2$; $\min\limits_{[-2;2]} y=y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $M-m=2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

**Câu 8: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Số giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+1-m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-5x^2-2$. Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-5x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Với $x=2$ thì $y=-5-m$.

Với $x=-\frac{1}{3}$ thì $y=\frac{73}{54}-m$ .

Hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi $(-5-m)\left(\frac{73}{54}-m\right)<0 \Leftrightarrow -5<m<\frac{73}{54}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có $6$ giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn.

**Câu 9: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Đồ thị hàm số $y=2x+m-\frac{1}{2x+1}$ có tâm đối xứng là điểm

**A.** $\left(\frac{1}{2};m+1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};-1\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};m-1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có miền xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}} y=\infty$ nên đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vì $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[y-(2x+m)\right]=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(-\dfrac{1}{2x+1}\right)=0$ và $\lim\limits_{x\to -\infty}\left[y-(2x+m)\right]=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-\dfrac{1}{2x+1}\right)=0$

Nên đường thẳng $d: y=2x+m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho

Như vậy đồ thị nhận giao điểm $I\left(-\dfrac{1}{2};m-1\right)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

**Chú ý**: Tiệm cận xiên nằm trong phần giảm tải nên người ra đề này có vấn đề nắm nội dung chương trình.

**Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

*Cách 1*:

Ta có $y'=-4x^3+8x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=0 & (TM)\\ x=\sqrt{2} & (TM)\\ x=-\sqrt{2} & (L)\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $3$ | ↘ | | ↗ | $4$ | ↘ | |

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[-1;\,2]} f(x)=f\left(\sqrt{2}\right)=4$.

*Cách 2:*

Sử dụng mode 7

$f(x)=-x^4+4x^2$.

Start $-1$; end $2$; step $0{,}3$.

**Câu 11: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm $m$?

**A.** $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}$. Cho $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=3\\ x=-1\end{array}\right.$.

Mà $y(3)=4$; $\lim\limits_{n\to 1^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} y=+\infty$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x=3$.

**Câu 12: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị $(C)$. Biết đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ sao cho $B$ là trung điểm của $AC$. Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-4)$. **C.** $m\in(-4;0)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

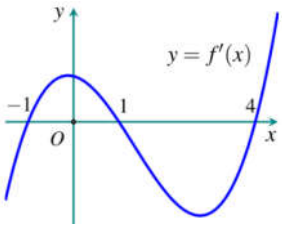
**Lời giải**

**Chọn C**

Do tính chất đặc trưng của hàm số bậc ba nên trung điểm $B$ của $AC$ là tâm đối xứng của đồ thị, do đó hoành độ điểm $B$ là nghiệm của $y''=0\Leftrightarrow 6x+6=0\Leftrightarrow x=-1\Rightarrow y=m+2$.

Do $B$ thuộc trục hoành nên $m+2=0\Leftrightarrow m=-2$. Thử lại thấy $m=-2$ thỏa ycbt do $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1-\sqrt{3}$, $-1$, $-1+\sqrt{3}$.

**Câu 13: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\mathrm{e}^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y=\mathrm{e}^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$

$y'=2f'(x).\mathrm{e}^{2f(x)+1}+f'(x).5^{f(x)}\ln 5=f'(x)\left(2\mathrm{e}^{2f(x)+1}+5^{f(x)}\ln 5\right)$.

Nhận xét $2\mathrm{e}^{2f(x)+1}+5^{f(x)}\ln 5>0,\forall x$ làm cho $f(x)$ xác định nên dấu của $y'$ phụ thuộc hoàn toàn vào $f'(x)$.

Vì vậy do $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên số điểm cực trị của hàm số $y=\mathrm{e}^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$ là 3.

**Câu 14: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x+1$ tại ba điểm phân biệt $M$, $N$, $P$ biết $N$ nằm giữa $M$ và $P$. Tính độ dài $MP$.

**A.** $MP=2$. **B.** $MP=3$. **C.** $MP=1$. **D.** $MP=4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình $x^3-3x^2+2x+1=1\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Do $M$ và $P$ nằm ở hai bên điểm $N$, ta có thể giả sử $M(0;1)$; $N(1;1)$, $P(2;1)$ nên $MP=2$.

**Câu 15: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+1}{x-m}$ với tham số $m\neq 0$. Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

**A.** $x-2y=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $2x+y=0$. **D.** $y=2x$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=m$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2m$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I\left(m;2m\right)$ với $m\neq 0$.

Giao điểm hai đường tiệm cận nằm trên đường thẳng $y=2x$.

**Câu 16: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x-x^2}$. Biết rằng hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất tại duy nhất điểm $x_0$. Tìm $x_0$.

**A.** $x_0=2$. **B.** $x_0=0$. **C.** $x_0=1$. **D.** $x_0=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\left[0;2\right]$.

Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;2\right]$.

Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$.

Cho $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}=0\Leftrightarrow x=1\in\left(0;2\right)$.

$\Rightarrow f(0)=f(2)=0;\ f(1)=1$.

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x_0=1$.

**Câu 17: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

**B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

**C.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

**D.** Hàm số không có cực trị.

**Lời giải**

**Chọn A**

$TXĐ:\ D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

$y'=\dfrac{4}{\left(1-x\right)^2}>0\ \ \forall x\neq 1$ do đó hàm số không có cực trị và hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

**Câu 18: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ với $m$ là tham số thực khác $0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để trọng tâm tam giác $OAB$ thuộc đường thẳng $3x+3y-8=0$.

**A.** $m=5$. **B.** $m=2$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Tọa độ 2 điểm cực trị là $A(0;m)$; $B(2;m-4)$.

Tọa độ trọng tâm $G$ của tam giác $OAB$ là $G\left(\frac{2}{3};\frac{2m-4}{3}\right)$.

Điểm $G$ thuộc đường thẳng: $3x+3y-8=0$ nên: $2+2m-4-8=0\Leftrightarrow m=5$.

**Câu 19: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho đồ thị hai hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$ và $g(x)=\frac{ax+1}{x+2}$ với $a\neq\frac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của $a$ để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là $4$.

**A.** $a=1$. **B.** $a=4$. **C.** $a=3$. **D.** $a=6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là $x=-1$ và $y=2$.

Đồ thị hàm số $g(x)=\frac{ax+1}{x+2}$ có hai đường tiệm cận là $x=-2$ và $y=a$.

Hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường tiệm cận của hai đồ thị trên có hai kích thước là 1 và $|a-2|$.

Theo giả thiết, ta có $|a-2|.1=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=6\\a=-2\end{array}\right.$. Vì $a>0$ nên chọn $a=6$.

**Câu 20: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ thỏa mãn $f(x)\le m$ với mọi $x\in[-1;1]$.

**A.** $m\ge\sqrt{2}$. **B.** $m<0$. **C.** $m=\sqrt{2}$. **D.** $m<\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$f'(x)=1-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}-x=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\ge0\\1-x^2=x^2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$; $f(-1)=-1$ và $f(1)=1$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]}f(x)=\sqrt{2}$ khi $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $\min\limits_{[-1;1]}f(x)=-1$ khi $x=-1$.

Do đó, $f(x) \le m$ với mọi $x \in [-1;1]$ khi và chỉ khi $m \ge \max\limits_{[-1;1]} f(x) \Leftrightarrow m \ge \sqrt{2}$.

**Câu 21:** **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m$ để hàm số $y = \dfrac{2x-m}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ và hàm số $y = \dfrac{-2x-m}{x+2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y = \dfrac{2x-m}{x+1}$ ta có $y' = \dfrac{2+m}{(x+1)^2}$. Hàm số $y = \dfrac{2x-m}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi $2+m>0 \Leftrightarrow m>-2$ (1).

Xét hàm số $y = \dfrac{-2x-m}{x+2}$ ta có $y' = \dfrac{m-4}{(x+2)^2}$. Hàm số $y = \dfrac{-2x-m}{x+2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$ khi và chỉ khi $m-4<0 \Leftrightarrow m<4$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $-2<m<4$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1;0;1;2;3\}$.

Vậy có $5$ giá trị nguyên của $m$.

**Câu 22:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{2x-m}{x+2}$ với $m$ là tham số, $m \ne -4$. Biết $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x) + \max\limits_{x\in[0;2]} f(x) = -8$. Giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** $10$. **B.** $8$. **C.** $9$. **D.** $12$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số xác định trên tập $D = [0;2]$

Ta có $y' = \dfrac{4+m}{(x+2)^2}$. Nhận xét $\forall m \ne -4$ hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $[0;2]$ nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;2]$ luôn đạt được tại $x=0$, $x=2$.

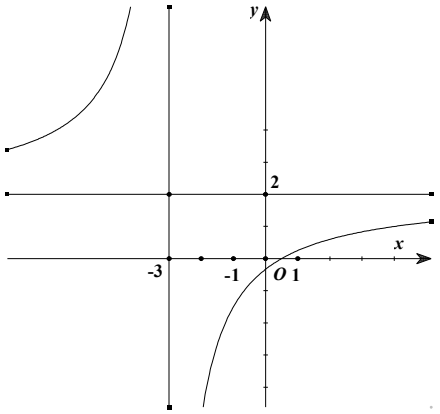
Theo bài ra ta có $f(0)+f(2) = -8 \Leftrightarrow \dfrac{-m}{2} + \dfrac{4-m}{4} = -8 \Leftrightarrow m = 12$.

**Câu 23:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $2$ trục tọa độ và đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là.

**A.** $S = \sqrt{13}$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 3$.

**Lời giải**

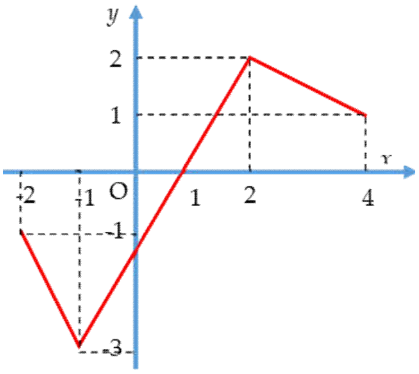
**Chọn C**




Hình phẳng giới hạn bởi $2$ trục tọa độ và hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là một hình chữ nhật có chiều dài bằng $3$, chiều rộng bằng $2$.

Diện tích hình chữ nhật là: $S = 2.3 = 6$.

**Câu 24:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào trong 4 mệnh đề sau đây là đúng?




**A.** Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm trên đoạn $[-2;4]$.

**B.** $f'\left(-\frac{3}{2}\right).f(3) > 0$.

**C.** $\max\limits_{[-2;4]} f(x) = 4$.

**D.** $\min\limits_{[-2;4]} f(x) = -2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị cắt $Ox$ tại 1 điểm duy nhất $\rightarrow$ **Đáp án A sai.**

Ta thấy $-\frac{3}{2} \in (-2;1)$ là khoảng nghịch biến của hàm số $\Rightarrow f'\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$, tương tự ta có $3 \in (2;4)$ cũng là khoảng nghịch biến của hàm số $\Rightarrow f'(3) < 0$

$\Rightarrow f'\left(-\frac{3}{2}\right).f'(3) > 0 \rightarrow$ **Đáp án B đúng.**

$\max\limits_{[-2;4]} f(x) = 2 \rightarrow$ **Đáp án C sai.**

$\min\limits_{[-2;4]} f(x) = -3 \rightarrow$ **Đáp án D sai.**

**Câu 25:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$ trên đoạn $[-4;-2]$ là

**A.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-7$. **B.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-\dfrac{19}{3}$. **C.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-8$. **D.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-6$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{2x(x+1)-(x^2+3)}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$ do $x\in[-4;-3]$ nên $x=1$ bị loại.

$y(-4)=-\dfrac{19}{3}$; $y(-3)=-6$; $y(-2)=-7$.

Vậy $\min\limits_{[-4;-2]} y=-7$.

**Câu 26:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $ad<0, ab<0$. **B.** $ad>0, ab<0$.
**C.** $bd<0, ab>0$. **D.** $bd>0, ad>0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số ta có

Đồ thị hàm số có đường tiện cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}<0 \Rightarrow d.c>0$ (1)

Đồ thị hàm số có đường tiện cận ngang $x=\dfrac{a}{c}>0 \Rightarrow a.c>0$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ad>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại điểm có hoành độ dương nên $-\dfrac{b}{a}>0 \Rightarrow ab<0$ (3)

Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ âm nên $\dfrac{b}{d}<0 \Rightarrow b.d<0$.

Vậy $ad>0, ab<0$.

**Câu 27:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Số giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc $[-2;4]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m^2-1)x^3+(m+1)x^2+3x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m+1\right)x+3$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $m^2-1=0\Rightarrow m=\pm 1$.

Với $m=1\Rightarrow y'=2x+3$, $y'>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{2}$ (không thoả $\forall x\in\mathbb{R}$).

Với $m=-1\Rightarrow y'=3>0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne\pm 1$.

$$y'\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1>0\\ \Delta'=\left(m+1\right)^2-3\left(m^2-1\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\vee m>1\\ -2m^2+2m+4\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\vee m>1\\ m\le -1\vee m\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m<-1\\ m\ge 2\end{bmatrix}$$

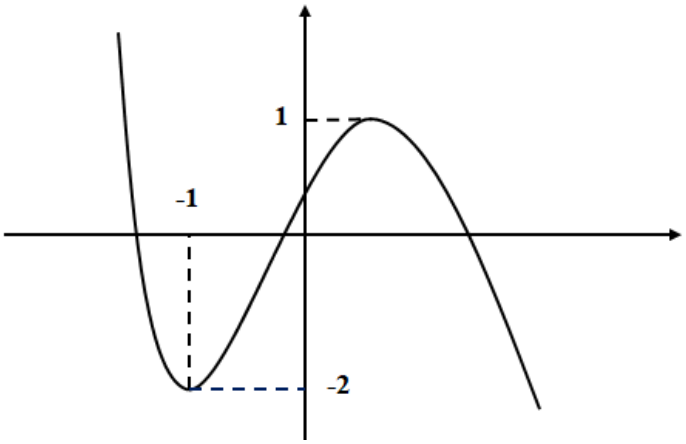
Mà $m\in\mathbb{Z}$, $m\in\left[-2;4\right]$ nên $m\in\left\{-2;2;3;4\right\}$.

Kết hợp với $m=-1$.

Vậy có 5 giá trị $m$ nguyên thuộc $\left[-2;4\right]$ để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 28:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)+2x$ là:




**A.** 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

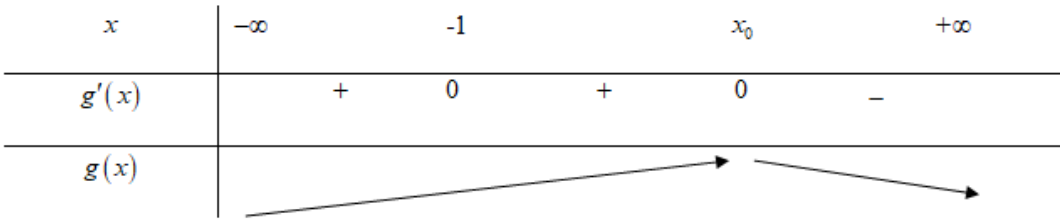
**Chọn B**

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)+2x$ suy ra $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)+2=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=-2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\ x=x_0>-1\end{bmatrix}$.

Dựa vào đồ thị ta có: Trên $\left(-\infty;-1\right)$ thì $f'\left(x\right)>-2\Leftrightarrow f'\left(x\right)+2>0$.

Trên $\left(-1;x_0\right)$ thì $f'\left(x\right)>-2\Leftrightarrow f'\left(x\right)+2>0$.

Trên $\left(x_0;+\infty\right)$ thì $f'\left(x\right)<-2\Leftrightarrow f'\left(x\right)+2<0$.




Vậy hàm số $g(x)=f(x)+2x$ có 1 cực trị.

**Câu 29: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$ là:

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{x-\dfrac{4}{x}}=0$. Do đó đồ thị hàm số có đường TCN $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}=-\infty$. Do đó đồ thị hàm số có đường TCĐ $x=2$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}=-\infty$. Do đó đồ thị hàm số có đường TCĐ $x=-2$.

Vậy chọn B.

**Câu 30: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0$, $\forall x\neq 1$ suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 31: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+10}{x+2}$ là:

**A.** $16$. **B.** $12$. **C.** $10$. **D.** $8$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$M(xy)$ thuộc đồ thị hàm số $\Leftrightarrow y=\dfrac{2x^2+3x+10}{x+2}=2x-1+\dfrac{12}{x+2}$

$$y\in\mathbb{Z}\Rightarrow\frac{12}{x+2}\in\mathbb{Z}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=\pm12\\x+2=\pm6\\x+2=\pm4\\x+2=\pm3\\x+2=\pm2\\x+2=\pm1\end{array}\right.$$

Vậy có $12$ điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+10}{x+2}$

**Câu 32: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Đồ thị của hàm số $y=x^4-x^3-2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm:

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=+\infty$.

$y'=4x^3-3x^2$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\frac{3}{4}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $-\frac{539}{256}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có: số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-x^3-2$ và trục hoành là $2$.

**Câu 33: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}=1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}=-1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 34:** **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để đồ thị $(C_m): y=\dfrac{mx+3}{1-x}$ có tiệm cận và tâm đối xứng của $(C_m)$ thuộc đường thẳng $d: 2x-y+1=0$?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

Để đồ thị hàm số $(C_m): y=\dfrac{mx+3}{1-x}$ có đường tiệm cận thì $m+3\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -3$.

Gọi $I(1;-m)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận thì $I$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(C_m)$.

Theo giả thiết ta có $I\in d: 2x-y+1=0$ nên $2.1+m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$ (loại).

Vậy không có giá trị nào của $m$ thỏa mãn.

**Câu 35:** **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị nhận gốc tọa độ $O$ làm trực tâm thì giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

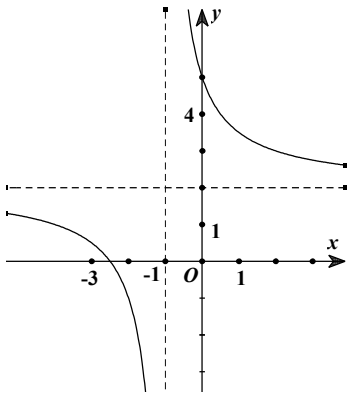
Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Khi $m>0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;m-1)$, $B\left(-m;-m^2+m-1\right)$, $C\left(m;-m^2+m-1\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(-m;-m^2\right)$, $\overrightarrow{OC}=\left(m;-m^2+m-1\right)$.

Vì hàm số đã cho là hàm trùng phương nên hiển nhiên $AO\perp BC$. Để $O$ là trực tâm $\Delta ABC$ thì $CO\perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OC}=0 \Leftrightarrow -m^2-m^2\left(-m^2+m-1\right)=0 \Leftrightarrow -m^2\left(-m^2+m\right)=0 \Leftrightarrow m=0$ (loại) hoặc $m=1$ (nhận).

**Câu 36:** **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Dựa vào độ thị hàm số ta có:

+ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=-1$.

+ Đồ thị hàm số có TCN là $y=2$.

Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ bằng $5$.

Suy ra đường cong là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

**Câu 37: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ là

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=(-2;+\infty)\setminus\{2\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{-(x+2)}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{1}{-\sqrt{x+2}}=-\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-2}=-\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số có $3$ đường tiệm cận.

**Câu 38: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

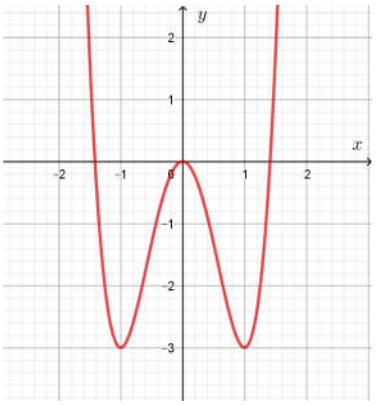
Số nghiệm thực của phương trình $|f(x)|=2$ là

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $6$. **D.** $8$.

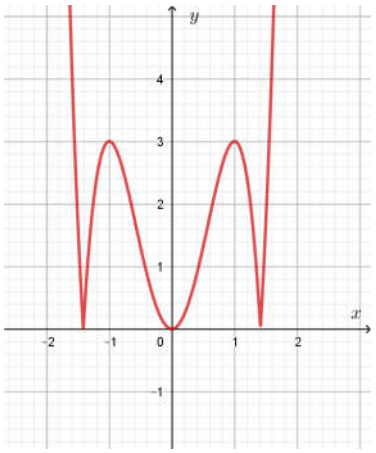
**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng




Suy ra đồ thị $y=|f(x)|$ có dạng




Vì đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 6 điểm nên phương trình $|f(x)|=2$ có 6 nghiệm thực.

**Câu 39: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$. GTLN là $M$ và GTNN là $m$ của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

**A.** $M=28;m=-4$. **B.** $M=77;m=1$. **C.** $M=77;m=-4$. **D.** $M=28;m=1$.

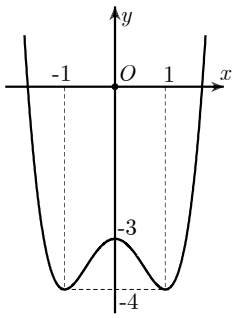
**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2+6x-9$ ; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\ (L)\end{array}\right.$. Khi đó $y(0)=1$, $y(1)=-4$, $y(4)=77$ .

Vậy: $M=77$; $m=-4$.

**Câu 40: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-3)$ đồng thời $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ vì vậy đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

**Câu 41: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Tìm giá trị của tham số $m$ biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ trên $[2;5]$ bằng $7$?

**A.** $m=18$. **B.** $m=3$. **C.** $m=8$. **D.** $m=-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $x=1\notin[2;5]$.

Mặt khác $y'=\dfrac{-2-m}{(x-1)^2}$

Trường hợp 1: $y'>0\Rightarrow m<-2$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó $\max\limits_{x\in[2;5]} y=y(5)=\dfrac{10+m}{4}=7\Rightarrow m=18$ (loại).

Trường hợp 2: $y'<0\Rightarrow m>-2$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó $\max\limits_{x\in[2;5]} y=y(2)=\dfrac{4+m}{1}=7\Rightarrow m=3$ (nhận).

**Câu 42: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Tìm giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(m^2+1)x^2+(3m-2)x+m$ đạt cực đại tại $x=1$?

**A.** $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-(m^2+1)x+(3m-2)$.

Nếu hàm số đạt cực đại tại $x=1$ (giả thiết), suy ra:

$y'(1)=1^2-(m^2+1).1+(3m-2)=0$

$\Leftrightarrow 1^2-\left(m^2+1\right).1+\left(3m-2\right)=0$

$\Leftrightarrow -m^2+3m-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Thử lại:

Khi $m=2$ thì $y''(1)=-1<0$. Vậy khi $m=2$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**Câu 43: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=mx^4-(2m+1)x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số có một điểm cực đại?

**A.** $-\frac{1}{2}\le m\le 0$. **B.** $m\ge -\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}\le m<0$. **D.** $m\le -\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Với $m=0$, $y=-x^2+1$ là một parabol có một điểm cực đại.

Với $m\neq 0$, $y'=4mx^3-2\left(2m+1\right)x=2x\left(2mx^2-2m-1\right)$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{2m+1}{2m} \end{array}\right.$ y

hàm số là hàm trùng phương, khi đó hàm số có một điểm cực đại khi và chỉ khi $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm hoặc $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm.

Trường hợp $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m>0 \\ \frac{2m+1}{2m}>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m>0$.

Trường hợp $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m<0 \\ \frac{2m+1}{2m}\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<0$.

Vậy với $m\ge -\frac{1}{2}$ thì hàm số có một điểm cực đại.

**Câu 44: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=1-\frac{x}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

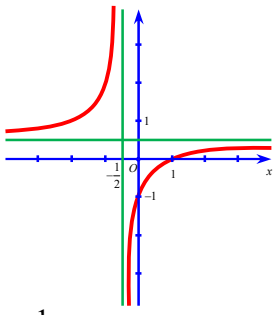
$y=1-\frac{x}{x-1}=\frac{-1}{x-1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-1}{x-1}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 45: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{-1}{2}$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$, hàm số đồng biến trên tập xác định, đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ nên chọn đáp án **C.**

**Câu 46: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(0;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

**Câu 47: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$. **D.** $y=x-\sqrt{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\right)=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ không có tiệm cận ngang.

**Câu 48: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $f(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó $x$ (miligam) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Khi đó, liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là

**A.** 20 miligam. **B.** 10 miligam. **C.** 15 miligam. **D.** 30 miligam.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f(x)=0,025x^2(30-x)=0,0125x.x.(60-2x)\le 0,0125.\left(\frac{x+x+60-2x}{3}\right)^3=100$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=60-2x \Leftrightarrow x=20$ miligam.

**Câu 49: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là

**A.** $x=2$ và $y=1$. **B.** $x=-1$ và $y=2$. **C.** $x=1$ và $y=-3$. **D.** $x=1$ và $y=2$.

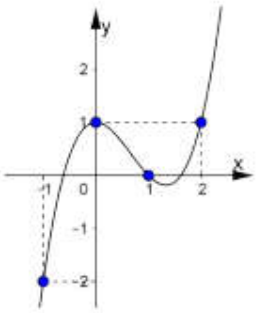
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

**Câu 50: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Khi đó chỉ có 1 giá trị nguyên của $m$ là $m=0$ để $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 51:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}$ là

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Câu 52:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3-x-2$. **C.** $y=x^3+x^2+2x+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

**Câu 53:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại $4$ điểm phân biệt.

**A.** $-1<m<1$. **B.** $m<-4$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m>-1$.

**Câu 54:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}$ là

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}}{2-\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là $3$.

**Câu 55:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3-x-2$. **C.** $y=x^3+x^2+2x+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm: $y=x^3+x^2+2x+1$.

Ta có: $y'=3x^2+2x+2>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$, nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

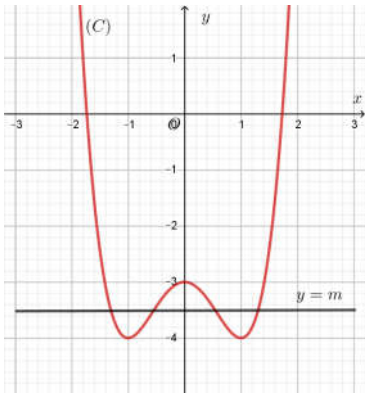
**Câu 56:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại $4$ điểm phân biệt.

**A.** $-1<m<1$. **B.** $m<-4$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m>-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: Đồ thị $(C)$ của hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và đường thẳng $y=m$ như hình vẽ sau:




Suy ra: Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại $4$ điểm phân biệt khi $-4<m<-3$.

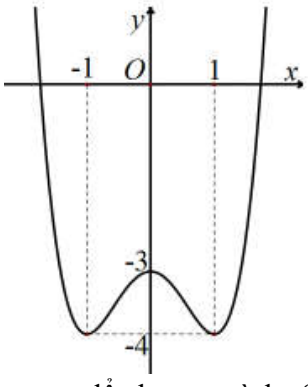
**Câu 57:** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2$. Tính $T=a+b+c$.

**A.** $T=9$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=-4$.

**Câu 58:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 59:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



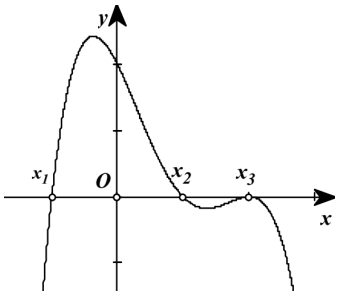

Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

**A.** $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

**Câu 60:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Câu 61:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng $K$ như hình vẽ bên.




Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng** ?

$(I)$. Trên $K$, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

$(II)$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_3$.

$(III)$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x_1$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 62:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4$ trên $\mathbb{R}$.

**A.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{7}{2}$. **B.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=3$. **C.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{10}{3}$. **D.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{16}{5}$.

**Câu 63:** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2$. Tính $T=a+b+c$.

**A.** $T=9$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=-4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f(x)=x^3+ax^2+bx+c\Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f''(x)=6x+2a$

Hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$

Theo giả thiết ta có hệ $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=-3 \\ f(0)=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2a+b=-3 \\ a+b+c=-4 \\ c=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=3 \\ b=-9 \\ c=2 \end{cases}$

Thử lại ta thấy thỏa mãn. Vậy $T=a+b+c=-4$.

**Câu 64:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

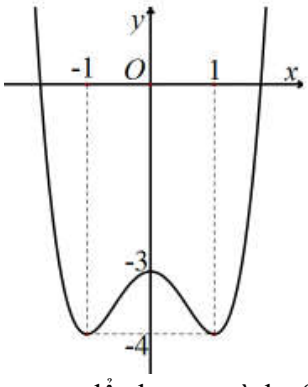
**Chọn D**

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=2$ và $x=-2$ vì $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=-\infty$,

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=+\infty$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=1$.

**Câu 65:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:




Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

**A.** $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m$.

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=-m$ (song song hoặc trùng với trục hoành) cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa đồ thị ta có $-m=-3 \Leftrightarrow m=3$.

**Câu 66:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có $y'=3-\dfrac{m^2+3m}{(x+1)^2}=\dfrac{3x^2+6x+3-m^2-3m}{(x+1)^2}$

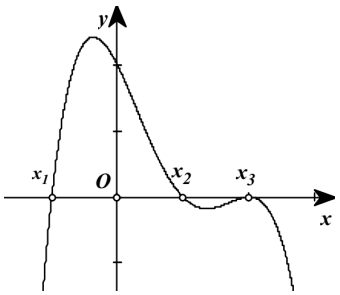
Hàm số đồng biết trên từng khoảng xác định

$\Leftrightarrow y'\geq 0 \quad \forall x\neq -1 \Leftrightarrow 3x^2+6x+3-m^2-3m\geq 0 \quad \forall x\neq -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=9+3(m^2+3m)-9\leq 0\\ m^2+3m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow -3<m<0$

Mà $m$ nguyên nên $m\in\{-2,-1\}$.

**Câu 67:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng $K$ như hình vẽ bên.




Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng** ?

$(I)$. Trên $K$, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

$(II)$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_3$.

$(III)$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x_1$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ | |

Như vậy: trên $K$, hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là $x_1$ và điểm cực đại là $x_2$, $x_3$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

**Câu 68:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4$ trên $\mathbb{R}$.

**A.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{7}{2}$. **B.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=3$. **C.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{10}{3}$. **D.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{16}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4=-\sin^2 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+5$.

Đặt $t=\sin 2x$. Ta có $x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in[-1;1]$.

Xét hàm số $g(t)=-t^2-\dfrac{1}{2}t+5$ với $t\in[-1;1]$.

$g'(t)=-2t-\dfrac{1}{2}$, $g'(t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{4}$.

$g(-1)=\dfrac{9}{2}$, $g\left(-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{81}{16}$, $g(1)=\dfrac{7}{2}$.

Suy ra: $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\min\limits_{t\in[-1;1]} g(t)=\dfrac{7}{2}$.

**Câu 69:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2+10$ trên đoạn $[-3;1]$.

A. 12. B. 72. **C.** 64. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-3x^2+6x$. Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\ (l)\\x=0\ (n)\end{array}\right.$.

$y(-3)=64$; $y(0)=10$; $y(1)=12$

Giá trị lớn nhất của hàm số là 64.

**Câu 70:** Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x+1$.

A. $y=2x+1$. B. $y=-2x+1$. C. $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2+1$.

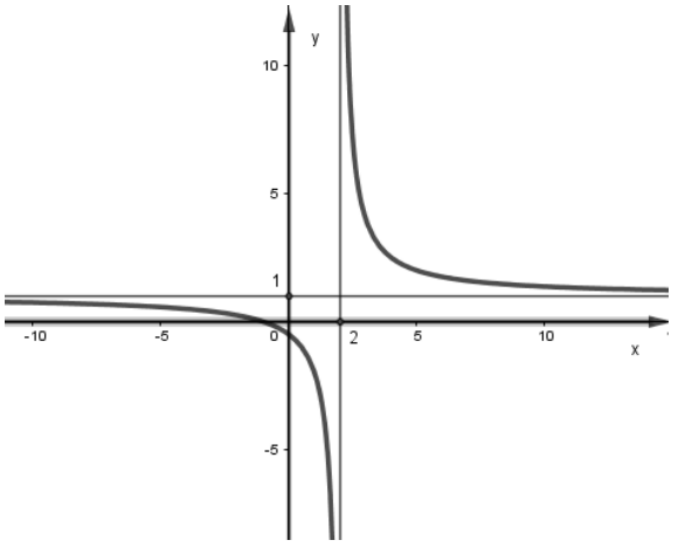
Dựa vào các đáp án, ta xét đường thẳng $d$ có dạng $y=kx+1$.

$d$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $\Leftrightarrow$ hệ phương trình $\begin{cases} x^3+x+1=kx+1 \quad (1) \\ 3x^2+1=k \quad (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Thay $(1)$ vào $(2)$ ta được: $x^3+x+1=x\left(3x^2+1\right)+1 \Leftrightarrow 2x^3=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow k=1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

**Câu 71:** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T=a+b$.




A. $T=0$. **B.** $T=2$. C. . D. $T=3$.

Lời giải

Chọn B

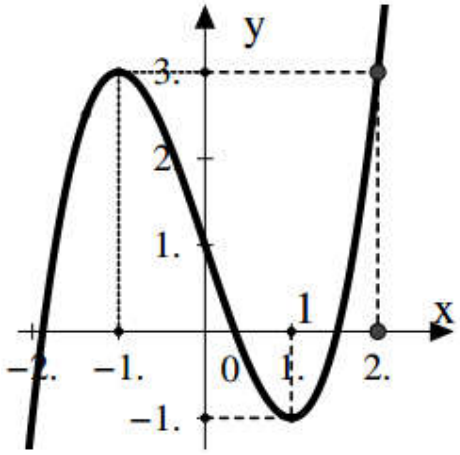
$y'=\dfrac{-2a-b}{(bx-2)^2}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow -2a-b<0 \ (*)$.

Đồ thị có hai đường tiệm cận: $x=2$ và $y=1$.

Khi đó $\begin{cases} \dfrac{a}{b}=1 \\ \dfrac{2}{b}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ Thỏa mãn $(*)$. Vậy $T=2$.

**Câu 72:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y=g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm $m$ để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$




**A.** $m=-13$. B. $m=3$. C. $m=-12$. D. $m=-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$. Ta có hàm số đạt cực trị tại $x=\pm 1$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Ta có:

$$g'(x)=\left[f\left(2x^3+x-1\right)+m\right]'=f'\left(2x^3+x-1\right)\left(6x^2+1\right)$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(2x^3+x-1\right)=0\\6x^2+1=0(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3+x-1=1\\2x^3+x-1=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\approx 0,8\\x=0\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $0$ | | $a$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $g(0)$ | ↘ | | ↗ | $g(1)$ |

Do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$ hoặc $x=1$

Suy ra $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10\Leftrightarrow m+3=-10\Leftrightarrow m=-13$.

**Câu 73:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1;-2)$?

**A.** $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$. **B.** $y=2x^3-6x^2+x+1$.

**C.** $y=-2x^3+6x^2+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

**Câu 74:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $-\dfrac{11}{2}$. **C.** $-\dfrac{29}{5}$. **D.** $-9$.

**Câu 75:** Biết rằng hai đường cong $y=x^4-6x^3+15x^2-20x+5$ và $y=x^3-2x^2-3x-1$ tiếp xúc nhau tại một điểm duy nhất. Tọa độ điểm đó là

**A.** $(2;-7)$. **B.** $(1;-5)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(0;5)$.

**Câu 76:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$.

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Câu 77:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2-3$. **B.** $y=2x^4-4x^2-3$. **C.** $y=2|x|^3-3|x|-3$. **D.** $y=2|x^3|-3x^2-3$.

**Câu 78:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1;-2)$?

**A.** $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$. **B.** $y=2x^3-6x^2+x+1$.

**C.** $y=-2x^3+6x^2+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$ có $y'=6x^2-12x+1$ và $y''=12x-12$.

Cho $y''=0\Rightarrow x=1\Rightarrow y=-2$ nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $I(1;-2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (tính chất đặc biệt của đồ thị hàm số bậc ba).

**Câu 79:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $-\dfrac{11}{2}$. **C.** $-\dfrac{29}{5}$. **D.** $-9$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=1-\dfrac{9}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{9}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow (x-1)^2-9=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\notin[-4;-1] \\ x=-2\in[-4;-1] \end{array}\right.$.

$y(-4)=\dfrac{-29}{5}$; $y(-2)=-5$; $y(-1)=-\dfrac{11}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-4;-1]} y=y(-2)=-5$.

**Câu 80:** Biết rằng hai đường cong $y=x^4-6x^3+15x^2-20x+5$ và $y=x^3-2x^2-3x-1$ tiếp xúc nhau tại một điểm duy nhất. Tọa độ điểm đó là

**A.** $(2;-7)$. **B.** $(1;-5)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(0;5)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $y=x^4-6x^3+15x^2-20x+5$ có $y'=4x^3-18x^2+30x-20$.

Xét hàm số $y=x^3-2x^2-3x-1$ có $y'=3x^2-4x-3$.

Hai đường cong tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} x^4-6x^3+15x^2-20x+5=x^3-2x^2-3x-1 \\ 4x^3-18x^2+30x-20=3x^2-4x-3 \end{cases}$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4-7x^3+17x^2-17x+6=0 \\ 4x^3-21x^2+34x-17=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x-2)(x-3)=0 \\ (x-1)(4x^2-17x-17)=0 \end{cases} \Rightarrow x=1.$

Với $x=1$ thì $y=-5$. Vậy hai đồ thị tiếp xúc nhau tại điểm $(1;-5)$.

**Câu 81:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$.

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{3}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}-\infty$ nên đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do $\lim\limits_{x\to(3)^+} y=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$

và $\lim\limits_{x\to(3)^-} y=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$ nên đường thẳng $x=3$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 82:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2-3$. **B.** $y=2x^4-4x^2-3$. **C.** $y=2|x|^3-3|x|-3$. **D.** $y=2|x^3|-3x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:** Xét $f(x)=2x^3-3x^2-3$; $f'(x)=6x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-3$:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-3$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

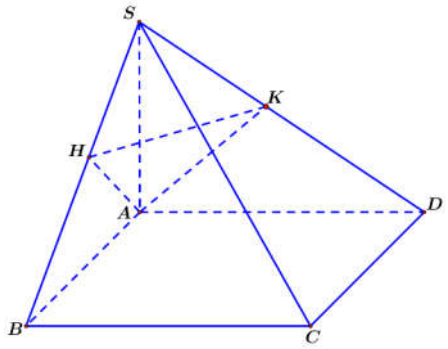
Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=2\left|x^3\right|-3x^2-3$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $-3$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

**Cách 2:** Từ bảng biến thiên ta có:

- $y(\pm1)=-4$ nên loại A và **B.**
- $y'(1)=0$ nên loại **C.**

**Câu 83:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a$, cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi $H$, $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $SB$, $SD$ (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc tạo bởi đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(AHK)$ bằng




**A.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

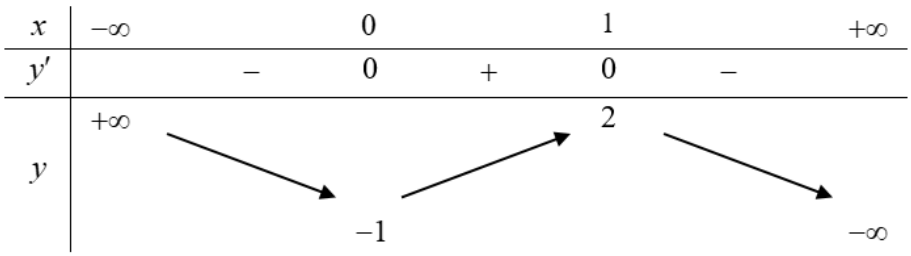
**Câu 84:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-6x^2-1$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $-10$. **C.** $-11$. **D.** $-26$.

**Câu 85:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{3x^2-10x+3}$. **B.** $y=\dfrac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x^2-3x+2}$.

**Câu 86:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f\left(2-x\right)-1=0$ là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Chọn B**

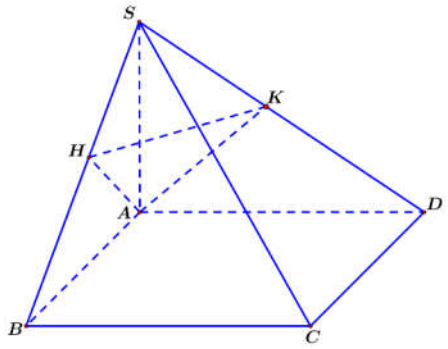
Đặt $t=2-x$ thì phương trình $f\left(2-x\right)-1=0$ trở thành $f\left(t\right)=1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f\left(t\right)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của $t$ cho duy nhất một giá trị của $x$ $\left(x=2-t\right)$.

Vậy phương trình $f\left(2-x\right)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt. **B** là đáp án đúng.

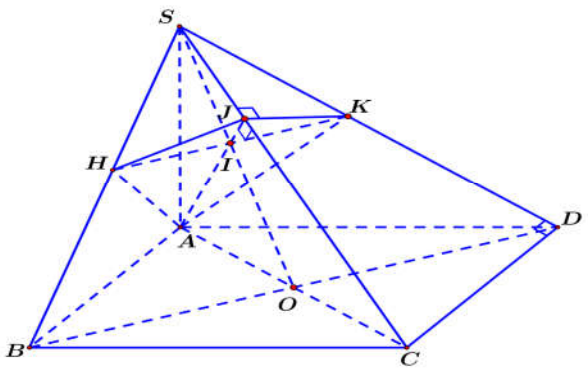
**Câu 87:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a$, cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi $H$, $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $SB$, $SD$ (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc tạo bởi đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(AHK)$ bằng




**A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta chứng minh được $AH \perp (SBC)$ và $AK \perp (SCD)$ suy ra $SC \perp (AHK)$.

Gọi $I = SO \cap HK$ và $J = AI \cap SC$ suy ra $JK$ là hình chiến vuông góc của $SD$ trên $(AHK)$.

Khi đó $(SD,(AHK)) = (JK,SK) = \widehat{SKJ}$.

Mà tam giác $\Delta SKJ \sim \Delta SCD$ nên $\widehat{SKJ} = \widehat{SCD}$.

Vậy $\tan \widehat{SKJ} = \tan \widehat{SCD} = \dfrac{SD}{CD} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$.

**Câu 88:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 - 1$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $-10$. **C.** $-11$. **D.** $-26$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[-1;3]$.

Ta có $\begin{cases} x \in (-1;3) \\ f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{array}\right.$.

Tính $f(-1) = -6$, $f(3) = 26$, $f(0) = -1$, $f(\sqrt{3}) = -10 \Rightarrow \min\limits_{[-1;3]} f(x) = -10$.

**Câu 89:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

**A.** $y = \dfrac{x-1}{3x^2 - 10x + 3}$. **B.** $y = \dfrac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4x + 3}$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x^2+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x-1}{3x^2 - 3x + 2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Giải nhanh:** Xét hàm số $y = \dfrac{x-1}{3x^2 - 10x + 3}$: Mẫu thức có hai nghiệm phân biệt $x = 3$ và $x = \dfrac{1}{3}$ mà hai nghiệm này không phải là nghiệm của tử thức. Do đó đồ thị của hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 3$ và $x = \dfrac{1}{3}$.

**Lời giải đầy đủ:**

+ Với hàm số $y = \dfrac{x-1}{3x^2 - 10x + 3}$:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{3; \dfrac{1}{3}\right\}$.

$\lim\limits_{x \to 3^{\pm}} y = \lim\limits_{x \to 3^{\pm}} \dfrac{x-1}{3x^2 - 10x + 3} = \pm\infty$; $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{3}\right)^{\pm}} y = \lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{3}\right)^{\pm}} \dfrac{x-1}{3x^2 - 10x + 3} = \pm\infty$.

Vậy $x = 3$ và $x = \dfrac{1}{3}$ là các TCĐ của đồ thị hàm số.

+ Với hàm số $y = \dfrac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4x + 3}$:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1;3\}$.

$\lim\limits_{x\to 1} y = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(5x+2)}{(x-1)(x-3)} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x+2}{x-3} = \dfrac{-7}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 3^{\pm}} y = \lim\limits_{x\to 3^{\pm}}\dfrac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3} = \pm\infty$. Vậy đồ thị hàm số có một TCĐ là $x=3$.

+ Với hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có TCĐ.

+ Với hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x^2-3x+2}$:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có TCĐ.

+ Vậy **A** là đáp án đúng.

**Câu 90:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Chọn B**

Đặt $t=2-x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của $t$ cho duy nhất một giá trị của $x$ $(x=2-t)$.

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt. **B** là đáp án đúng.

**Câu 91:** Số nghiệm của phương trình $20x^3(1-x)^3=\dfrac{4}{25}$ trên khoảng $(0;1)$ là

**A.** 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 92:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ bằng

**A.** 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

**Câu 93:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-(3m+2)x+2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

**A.** $m=\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

**Câu 94:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\dfrac{3}{2}$.

**Câu 95:** Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$

**A.** $x = -2\sqrt{3}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -\sqrt{2}$. **D.** $x = \sqrt{2}$.

**Câu 96:** Số nghiệm của phương trình $20x^3(1-x)^3 = \frac{4}{25}$ trên khoảng $(0;1)$ là

**A.** 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$20x^3(1-x)^3 = \frac{4}{25} \Leftrightarrow (5x-5x^2)^3 = 1 \Leftrightarrow -5x^2+5x = 1 \Leftrightarrow -5x^2+5x-1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{5+\sqrt{5}}{10} \in (0;1) \\ x = \frac{5-\sqrt{5}}{10} \in (0;1) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

**Câu 97:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2+2x}$ bằng

**A.** 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định: $D = [0;2]$. Ta có $y' = \frac{-2x+2}{2\sqrt{-x^2+2x}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$f(1) = 1$, $f(0) = f(2) = 0$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2+2x}$ bằng 1.

**Câu 98:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m+2)x + 2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

**A.** $m = \frac{1}{3}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = x^2 - 2x - (3m+2)$. Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+3m+2 > 0 \\ (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2^2 + 4(3m+2) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 12m = 4 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$.

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

**Câu 99:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+m$. Hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ khi $\Delta'=9-12m>0\Leftrightarrow m<\frac{3}{4}$.

Khi đó $3=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=2^2-2.\frac{m}{3}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

**Câu 100:** Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$

**A.** $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x=-\sqrt{2}$.

**Câu 101:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng :

**A.** 5. **B.** 1. **C.** –1. **D.** 3.

**Câu 102:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

**A.** $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x^2+1}{x-1}$.

**Câu 103:** Giả sử hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+x_2+2x_1x_2=0$. Giá trị của $m$ là

**A.** $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{4}{3}$.

**Câu 104:** Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

**A.** $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

**Câu 105:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng :

**A.** 5. **B.** 1. **C.** –1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng $3$.

**Câu 106:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

**A.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{x^2+1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = \pm 2$.

Hàm số $y = \dfrac{x^2+1}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 107:** Giả sử hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - \dfrac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0$. Giá trị của $m$ là

**A.** $m = -3$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \dfrac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = x^2 - 2x - \dfrac{1}{3}m$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m = 0$ $(1)$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - \dfrac{2m}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn).

**Câu 108:** Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4 - x^2}$ là

**A.** $x = -2\sqrt{3}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -\sqrt{2}$. **D.** $x = \sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số là $D = [-2;2]$.

$y' = \sqrt{4-x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ |
| $y$ | $0$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | $0$ |

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x = -\sqrt{2}$ .

**Câu 109:** Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-1;3)$.

**Câu 110:** Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $3$. **D.** $\dfrac{77}{27}$.

**Câu 111:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ là.

**A.** $x = 2$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -2$.

**Câu 112:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

**A.** $0$. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** $-\sqrt{2}$.

**Câu 113:** Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong $t$ giờ được tính theo công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

**A.** 4 giờ. **B.** 1 giờ. **C.** 3 giờ. **D.** 2 giờ.

**Câu 114:** Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-1;3)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 - 6x + 9$

Xét $y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$ do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

**Câu 115:** Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $3$. **D.** $\dfrac{77}{27}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

$y' = 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

$y'' = 6x + 4$.

Ta có: $y''(-1) = -2 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow y_{CĐ} = y(-1) = 3$.

**Câu 116:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ là.

**A.** $x = 2$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2} = -\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

**Câu 117:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ bằng

**A.** $0$. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** $-\sqrt{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1} - \dfrac{x(x-1)}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \dfrac{x + 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-1$ | $\searrow$ | $-\sqrt{2}$ | $\nearrow$ | $1$ |

Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$.

**Câu 118:** Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong $t$ giờ được tính theo công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

**A.** 4 giờ. **B.** 1 giờ. **C.** 3 giờ. **D.** 2 giờ.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Với $c(t) = \dfrac{t}{t^2 + 1}$, $t > 0$ ta có $c'(t) = \dfrac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2}$.

Cho $c'(t)=0 \Leftrightarrow \dfrac{-t^2+1}{\left(t^2+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên

| $t$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $c'(t)$ | | $+$ | | $0$ | $-$ | |
| $c(t)$ | | | ↗ | $\dfrac{1}{2}$ | ↘ | |

Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\dfrac{1}{2}$ khi $t=1$.

**Cách 2 :**

Với $t>0$, ta có $t^2+1 \geq 2t$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=1$.

Do đó, $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1} \leq \dfrac{t}{2t}=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\dfrac{1}{2}$ khi $t=1$.

**Câu 119:** Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là $M$ và $m$. Giá trị của $M+m$ bằng

**A.** $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{28}{3}$. **C.** $-4$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

**Câu 120:** Số điểm cực trị của hàm số $y=(x+2)^3(x-4)^4$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 121:** Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là $M$ và $m$. Giá trị của $M+m$ bằng

**A.** $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{28}{3}$. **C.** $-4$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ xác định và liên tục trên $[-4;0]$.

$y'=x^2+4x+3$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1(n) \\ x=-3(n) \end{array}\right.$. $f(0)=-4$, $f(-1)=-\dfrac{16}{3}$, $f(-3)=-4$, $f(-4)=-\dfrac{16}{3}$.

Vậy $M=-4$, $m=-\dfrac{16}{3}$ nên $M+m=-\dfrac{28}{3}$.

**Câu 122:** Số điểm cực trị của hàm số $y=(x+2)^3(x-4)^4$ là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=\left[(x+2)^3\right]'(x-4)^4+(x+2)^3\left[(x-4)^4\right]'=3(x+2)^2(x-4)^4+(x+2)^3.4(x-4)^3$

$y' = (x+2)^2(x-4)^3\left[3(x-4)+4(x+2)\right] = (x+2)^2(x-4)^3(7x-4)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=4 \\ x=\dfrac{4}{7} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{4}{7}$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↗ | CĐ | ↘ | CT | ↗ | |

Vậy hàm số có $2$ điểm cực trị.

**Câu 123:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** $2$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Câu 124:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

**Câu 125:** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

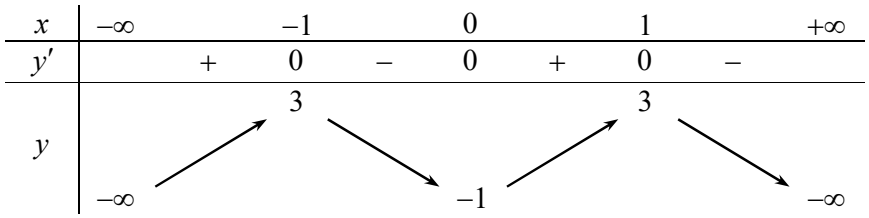
**Câu 126:** Hàm số $y = \left(x^2 - x\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

**Câu 127:** Ký hiệu $a$, $A$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $a + A$ bằng

**A.** $7$. **B.** $18$. **C.** $0$. **D.** $12$.

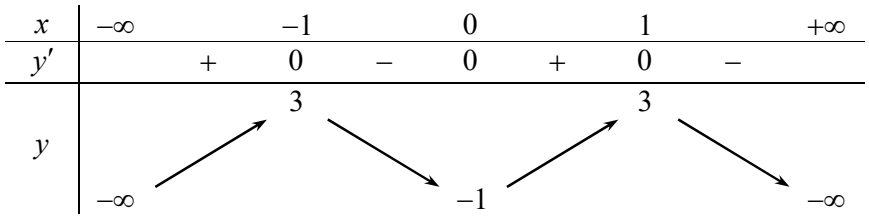
**Câu 128:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?




**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**




Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại 2 điểm.

**Câu 129:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đồng thời $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(0;2)$ nên ta chọn đáp án theo đề bài là $(0;1)$.

**Câu 130:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Tập xác định hàm số $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$. Đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1\Rightarrow$đồ thị có tiệm cận ngang là là đường thẳng $y=-1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}(x+1)=2>0$; $\lim\limits_{x\to1^+}\sqrt{x^2-1}=0$ và $\sqrt{x^2-1}>0$, $\forall x>1$ nên $\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$

$\Rightarrow$đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-1^-}y=\lim\limits_{x\to-1^-}\left(-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\right)=0$.

Kết luận: Đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận gồm tiệm cận đứng và ngang.

**Cách 2:** Trắc nghiệm

Ta có thể làm nhanh trắc nghiệm như sau:

- $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}\xrightarrow{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}=\pm1$ nên TCN là các đường thẳng $y=\pm1$.

- $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}$ nên nghiệm $x=-1$ bị khử, chỉ còn TCĐ là đường thẳng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có $3$ đường tiệm cận.

**Câu 131:** Hàm số $y=\left(x^2-x\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=2\left(x^2-x\right)(2x-1)$. Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 2\left(x^2-x\right)(2x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\dfrac{1}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

**Câu 132:** Ký hiệu $a$, $A$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $a+A$ bằng

**A.** $7$. **B.** $18$. **C.** $0$. **D.** $12$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$. Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=3\notin[0;2]\end{array}\right.$.

Ta có $y(0)=4$; $y(1)=3$; $y(2)=\dfrac{10}{3}$

Suy ra $\max\limits_{[0;2]}y=y(0)=4\Rightarrow A=4$; $\min\limits_{[0;2]}y=y(1)=3\Rightarrow a=3$.

Vậy $A+a=7$.

**Câu 133:** Gọi $(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

**A.** $(C)$ có đúng 1 tiệm cận ngang. **B.** $(C)$ có đúng 1 trục đối xứng.

**C.** $(C)$ có đúng 1 tâm đối xứng. **D.** $(C)$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**Câu 134:** Gọi $S$ là tập các giá trị dương của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3m.x^2+9x-m$ đạt cực trị tại $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $|x_1-x_2|\le 2$. Biết $S=(a;b]$. Tính $T=b-a$.

**A.** $T=2+\sqrt{3}$. **B.** $T=1+\sqrt{3}$. **C.** $T=2-\sqrt{3}$. **D.** $T=3-\sqrt{3}$.

**Câu 135:** Gọi $(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

**A.** $(C)$ có đúng 1 tiệm cận ngang. **B.** $(C)$ có đúng 1 trục đối xứng.

**C.** $(C)$ có đúng 1 tâm đối xứng. **D.** $(C)$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

$\lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của $(C)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2 \Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của $(C)$.

Khi đó đồ thị $(C)$ nhận điểm $I(3;2)$ làm tâm đối xứng.

Do đó B sai.

**Câu 136:** Gọi $S$ là tập các giá trị dương của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3m.x^2+9x-m$ đạt cực trị tại $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $|x_1-x_2|\le 2$. Biết $S=(a;b]$. Tính $T=b-a$.

**A.** $T=2+\sqrt{3}$. **B.** $T=1+\sqrt{3}$. **C.** $T=2-\sqrt{3}$. **D.** $T=3-\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-6m.x+9$

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $\Delta'>0 \Leftrightarrow 9m^2-27>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{3} \\ m<-\sqrt{3} \end{array}\right.$ (1)

Ta có: $|x_1-x_2|\le 2 \Leftrightarrow (x_1-x_2)^2\le 4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 4 \Leftrightarrow 4m^2-12\le 4$

$\Leftrightarrow m^2\le 16 \Leftrightarrow -2\le m\le 2$ (2)

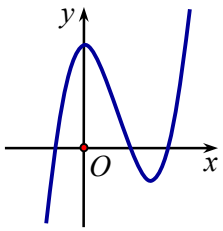
Từ (1), (2) mà $m>0$ theo giả thiết ta được $S=(\sqrt{3};2]$.

Vậy $T=b-a=2-\sqrt{3}$.

**Câu 137:** Kí hiệu $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của $\dfrac{M}{m}$.

**A.** $2$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

**Câu 138:** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=x^3-3x^2+3$.

**B.** $y=2x^3+3x+2$.

**C.** $y=-3x^3+2x^2+2$.

**D.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-2$.

**Câu 139:** Cho hàm số $y=x^3+mx^2-x-m$ $(C_m)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $(C_m)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Câu 140:** Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x^2-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2-1}$.

**Câu 141:** Kí hiệu $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của $\dfrac{M}{m}$.

**A.** $2$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

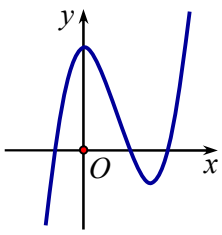
$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;3]\\x=-3\notin[0;3]\end{array}\right.$.

$y(1)=3$; $y(0)=4$; $y(3)=4$.

Do đó: $M=4$, $m=3$.

Vậy $\dfrac{M}{m}=\dfrac{4}{3}$.

**Câu 142:** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



**A.** $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=2x^3+3x+2$. **C.** $y=-3x^3+2x^2+2$. **D.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

* Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số có phương trình dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$.

* Nhánh đầu tiên của đồ thị đi lên $\Rightarrow a>0$ ta loại đáp án C.

* Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại $y=d>0$ ta loại đáp án D.

* Hàm số có hai điểm cực trị không âm nên ta loại đáp án B.

Đáp án đúng là A.

**Câu 143:** Cho hàm số $y=x^3+mx^2-x-m$ $(C_m)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $(C_m)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C_m)$ và $Ox$: $x^3+mx^2-x-m=0$

$\Leftrightarrow (x+m)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Để $(C_m)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt thì $m\neq \pm 1$.

TH1: $-m$, $-1$, $1$ lập thành CSC khi $-m+1=-2 \Leftrightarrow m=3$.

TH2:. $-1$., $-m$, $1$ lập thành CSC khi $-1+1=-2m \Leftrightarrow m=0$.

TH3: $-1$, $1$, $-m$ lập thành CSC khi $-m-1=2 \Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại thấy có 3 giá trị của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 144:** Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x^2-1}$. **C.** $y=\frac{x^2}{x-1}$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2-1}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ có TCN $y=1$, $y=\frac{x+2}{x^2-1}$ có TCN $y=0$

Xét $y=x+\sqrt{x^2-1}=\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}=0$

Suy ra đường thẳng $y=0$ là TCN của đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{x^2-1}$.

**Câu 145:** Cho các số phức $z$ thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $z$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

**A.** $4x+6y-3=0$. **B.** $4x-6y-3=0$. **C.** $4x+6y+3=0$. **D.** $4x-6y+3=0$.

**Câu 146:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 147:** Tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$ thỏa $AB=\sqrt{20}$:

**A.** $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Câu 148:** Cho các số phức $z$ thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $z$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

**A.** $4x+6y-3=0$. **B.** $4x-6y-3=0$. **C.** $4x+6y+3=0$. **D.** $4x-6y+3=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $z=x+yi$. Ta có $|z+1-i|=|z-1+2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$

$\Leftrightarrow 4x-6y-3=0$.

**Câu 149:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1**: (Trắc nghiệm)

$y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} \xrightarrow{x\to\pm\infty} \dfrac{\sqrt{x^2}}{x}=\dfrac{|x|}{x}=\pm 1$ nên TCN: $y=\pm 1$

$y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} \xrightarrow{x\to 0} \dfrac{1}{0}$ nên TCĐ: $x=0$

**Cách 2**: Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=\pm 1$.

**Câu 150:** Tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$ thỏa $AB=\sqrt{20}$:

**A.** $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Ta có: $y'=3x^2-6mx$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì điều kiện cần và đủ là $m\neq 0$.

Khi đó $A(0;4m^3)$, $B(2m;0)$.

Yêu cầu bài toán trở thành $AB^2=20 \Leftrightarrow 4m^2+16m^6=20$

$\Leftrightarrow 4(m^2)^3+(m^2)-5=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$ (nhận).

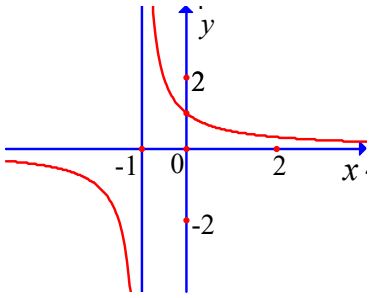
**Câu 151:** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 152:** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới




Hàm số $y=-f(x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Câu 153:** Tính của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ là

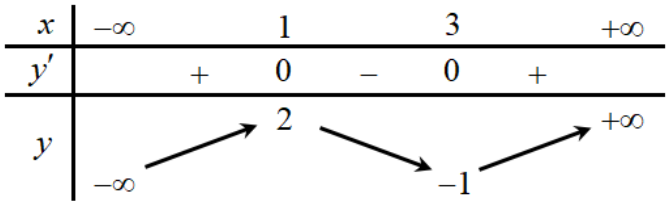
**A.** $-\frac{50}{27}$. **B.** $-\frac{43}{27}$. **C.** $-\frac{5}{27}$. **D.** $-2$.

**Câu 154:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** $f(x)$ có một cực tiểu . **B.** $f(x)$ có hai cực đại .

**C.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **D.** $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ .

**Câu 155:** Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:




Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

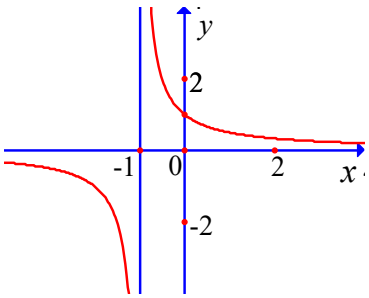
**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

**Câu 156:** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới




Hàm số $y=-f(x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị, ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

Suy ra hàm số $y=-f(x)$ đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

**Câu 157:** Tính của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ là

**A.** $-\dfrac{50}{27}$. **B.** $-\dfrac{43}{27}$. **C.** $-\dfrac{5}{27}$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số xác định trên $[-1;2]$, $f'(x)=-3x^2+4x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Ta có $f(-1)=2$, $f(2)=-1$, $f(0)=-1$, $f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{5}{27}$.

Do đó $\max\limits_{[-1;2]}f(x)=2$, $\min\limits_{[-1;2]}f(x)=-1$.

Do đó tính của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-2$.

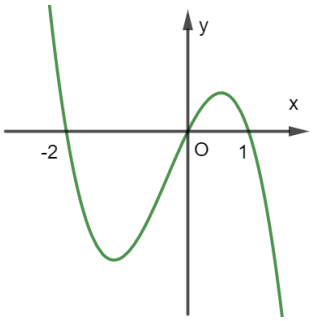
**Câu 158:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** $f(x)$ có một cực tiểu . **B.** $f(x)$ có hai cực đại .

**C.** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **D.** $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ .

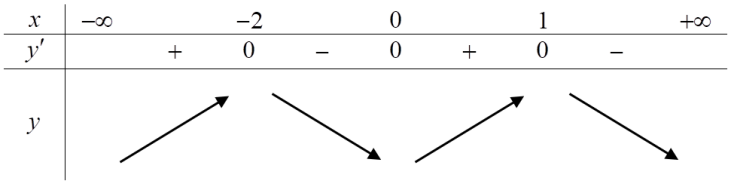
**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên sau




Do đó $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Câu 159:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$.

**Câu 160:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2018$ là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 161:** Trong mặt phẳng $Oxy$, có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x+1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

**Câu 162:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và đồ thị có một tiệm cận đứng $x=-1$ và một tiệm cận ngang $y=1$ (loại A).

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=x-3$ $(\forall x\neq 2)$ không có tiệm cận (loại B).

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}=\dfrac{x-2}{(x-3)(x-2)}=\dfrac{1}{x-3}$ $(\forall x\neq 2)$ có một tiệm cận đứng $x=3$ và một tiệm cận ngang $y=0$ (loại C).

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=\dfrac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)}$ có tập xác định $D=(-3;+\infty)\setminus\{-2\}$ và đồ thị có hai tiệm cận đứng $x=-2$; $x=-3$ và một tiệm cận ngang $y=0$ (thỏa mãn).

**Câu 163:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2018$ là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(|x|)=2018$ vô nghiệm.

**Câu 164:** Trong mặt phẳng $Oxy$, có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x+1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x+1\Rightarrow y'=x^2-x+1$.

Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x+1$.

Để hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x+1$ tại $A$, $B$ vuông góc với nhau thì $y'(x_1).y'(x_2)=-1$.

Do $y'(x_1).y'(x_1)=(x_1^2-x_1+1)(x_2^2-x_2+1)=\left[\left(x_1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]\left[\left(x_2-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]>0$ nên không tồn tại hai điểm $A$, $B$ trên đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+1$ để hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Vậy trong mặt phẳng $Oxy$ không có điểm nào mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+1$.

**Câu 165:** Điểm $M(2;-2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nào?

**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-2x^3+6x^2-10$. **C.** $y=x^4-16x^2$. **D.** $y=-x^2+4x-6$.

**Câu 166:** Có bao nhiêu giá trị của tham số $m$ thỏa mãn đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x^2-x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**A.** Một. **B.** Bốn. **C.** Hai. **D.** Ba.

**Câu 167:** Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+9x-5$ có phương trình là.

**A.** $y=9x-7$. **B.** $y=6x-4$. **C.** $y=2x$. **D.** $y=-2x+4$.

**Câu 168:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=x^2(m-x)-m$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

**A.** Không. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Vô số.

**Câu 169:** Điểm $M(2;-2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nào?

**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-2x^3+6x^2-10$. **C.** $y=x^4-16x^2$. **D.** $y=-x^2+4x-6$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Điểm $M(2;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ và $y=-x^2+4x-6$.

+ Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y'=3x^2-6x$; $y''=6x-6$ nên $y'(2)=0; y''(2)=6>0$ nên đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nhận điểm $M(2;-2)$ là điểm cực tiểu.

**Câu 170:** Có bao nhiêu giá trị của tham số $m$ thỏa mãn đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x^2-x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**A.** Một. **B.** Bốn. **C.** Hai. **D.** Ba.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x-3}{x^2-x-m}=0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình $x^2-x-m=0$ phải có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=3$.

Tức là: $\left[\begin{array}{l}\Delta=0\\ \begin{cases}\Delta>0\\ 3^2-3-m=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1+4m=0\\ \begin{cases}1+4m>0\\ 3^2-3-m=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-\dfrac{1}{4}\\ \begin{cases}m>-\dfrac{1}{4}\\ m=6\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-\dfrac{1}{4}\\ m=6\end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số đã cho có đúng hai đường tiệm cận.

**Câu 171:** Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+9x-5$ có phương trình là.

**A.** $y=9x-7$. **B.** $y=6x-4$. **C.** $y=2x$. **D.** $y=-2x+4$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x+9=3(x-1)^2+6\ge 6$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=1$. Với $x=1$ thì $y=2 \Rightarrow$ tiếp điểm $M(1;2)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+9x-5$ tại điểm $M(1;2)$ là $y=6(x-1)+2 \Leftrightarrow y=6x-4$.

**Câu 172:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=x^2(m-x)-m$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

**A.** Không. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Vô số.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

$y'=2mx-3x^2$, hàm số đồng biến trên $(1;2)$ khi và chỉ khi $2mx-3x^2\ge 0$, $\forall x\in(1;2)$.

$\Leftrightarrow m\ge\dfrac{3x}{2} \Rightarrow m\ge 3$ nên có vô số giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 173:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|-x^3+3x^2+m+2\right|$ có 5 điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 174:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{3x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

**Câu 175:** Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3\sqrt{x}-5}{2x^2-5x-7}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 176:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{4}{x}+x$ trên đoạn $[1;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng

**A.** $\dfrac{25}{3}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 9.

**Câu 177:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|-x^3+3x^2+m+2\right|$ có 5 điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

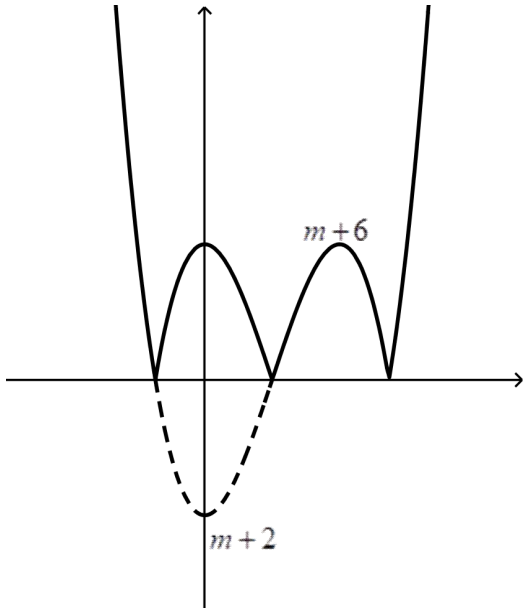
**Chọn A**

Đặt $f(x)=-x^3+3x^2+m+2$.

$f'(x)=-3x^2+6x$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=m+2 \\ x=2 \Rightarrow y=m+6 \end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $m+2$ | $\nearrow$ | $m+6$ | $\searrow$ | $-\infty$ |




YCBT $\Leftrightarrow m+2<0<m+6 \Leftrightarrow -6<m<-2$, mà $m$ nguyên nên $m\in\{-5;-4;-3\}$.

**Câu 178:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{3x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{2m}{(x+m)^2}$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2m}{(x+m)^2} > 0 \\ -m \notin (-\infty;-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -m \notin (-\infty;-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 4 .$$

Mà $m$ nguyên nên $m \in \{1;2;3;4\}$.

**Câu 179:** Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{3\sqrt{x}-5}{2x^2-5x-7}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $2x^2-5x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho xác định khi $x \geq 0$ nên $\lim\limits_{x\to -1^+} y$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y$ không tồn tại. Suy ra $x=-1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác, do $\lim\limits_{x\to \left(\frac{7}{2}\right)^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to \left(\frac{7}{2}\right)^-} y = -\infty$ nên $x=\dfrac{7}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy hàm số đã cho có một tiệm cận đứng.

**Câu 180:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{4}{x}+x$ trên đoạn $[1;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng

**A.** $\dfrac{25}{3}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $f$ liên tục trên $[1;3]$.

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{4}{x^2}+1=\dfrac{x^2-4}{x^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \ (l) \end{array}\right.$

$f(1)=5$, $f(2)=4$, $f(3)=\dfrac{13}{3}$

Suy ra: $M=5$, $m=4$

Vậy: $M+m=9$.

**Câu 181:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+25}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

**A.** 11. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 9.

**Câu 182:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$.

**Câu 183:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ là

**A.** $-\dfrac{13}{3}$. **B.** 1. **C.** $-3$. **D.** $-\dfrac{7}{2}$.

**Câu 184:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+25}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

**A.** 11. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 9.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

$y=\dfrac{mx+25}{x+m}\Rightarrow y'=\dfrac{m^2-25}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-25<0\\-m\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow -5<m\leq -1$

Vậy $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$

**Câu 185:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Vì $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vì $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=x-2$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vì hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$ có tập xác định là $[-2;2]\setminus\{-1\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 186:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ là

**A.** $-\dfrac{13}{3}$. **B.** 1. **C.** $-3$. **D.** $-\dfrac{7}{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Xét trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$.

$y'=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

$y(-2)=-\frac{13}{3}$; $y(0)=-3$; $y\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{2}$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$ là $-3$.

**Câu 187:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-3mx^2+2$ có ba điểm cực trị.

**A.** $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m=0$.

**Câu 188:** Cho bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

**A.** $y=x^3-6x^2+12x$. **B.** $y=-x^3+4x-4$.

**C.** $y=-x^3+6x^2-12x$. **D.** $y=-x^3+4x^2-4x$.

**Câu 189:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-3mx^2+2$ có ba điểm cực trị.

**A.** $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-6mx=2x\left(2x^2-3m\right)$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2x^2-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow m>0$.

**Câu 190:** Cho bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hỏi bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

**A.** $y=x^3-6x^2+12x$. **B.** $y=-x^3+4x-4$.

**C.** $y=-x^3+6x^2-12x$. **D.** $y=-x^3+4x^2-4x$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=x^3-6x^2+12x$ có hệ số $a=1$ nên không nghịch biến trên tập xác định, loại đáp án A.

Hàm số $y=-x^3+4x-4$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+4=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại đáp án B.

Hàm số $y=-x^3+6x^2-12x$ thỏa mãn bảng biến thiên.

Hàm số $y=-x^3+4x^2-4x$ có $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+8x-4=0$ không nhận $x=2$ là nghiệm nên loại đáp án D.

**Câu 191:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

**A.** $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$. **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

**C.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

**Câu 192:** Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

**A.** $y=x^4+5x^2-1$. **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1$.

**C.** $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

**Câu 193:** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m\left(x-1\right)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

**A.** $m<1$. **B.** $\begin{cases}m<0\\m\neq 1\end{cases}$. **C.** $m=0$. **D.** $m<0$.

**Câu 194:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

**A.** 2 . **B.** 4 . **C.** 3 . **D.** 5 .

**Câu 195:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

**A.** $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$. **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

**C.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình: $-2x+m=\dfrac{x+1}{x-2}\Leftrightarrow 2x^2-\left(3+m\right)x+2m+1=0$ (1) với $x\neq 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m^2-10m+1>0\\2.2^2-\left(3+m\right).2+2m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

**Câu 196:** Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

**A.** $y=x^4+5x^2-1$. **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1$.

**C.** $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có : $y=-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-1<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên đồ thị nằm dưới trục hoành.

**Câu 197:** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m\left(x-1\right)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

**A.** $m<1$. **B.** $\begin{cases}m<0\\m\neq 1\end{cases}$. **C.** $m=0$. **D.** $m<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện $D=\mathbb{R}$.

Hàm số có 2 tiệm cận đứng khi $m(x+1)^2+4=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$.

**TH1.** $m=0$ phương trình vô nghiệm

**TH2.** $m\neq 0$ phương trình có dạng $(x+1)^2=-\dfrac{4}{m}$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{4}{m}>0\\ -\dfrac{4}{m}\neq 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ m\neq -1\end{cases}.$$

**Câu 198:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Trường hợp 1: $m=0$ ta có hàm số $y=\dfrac{1}{4}x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m\neq 0$, hàm số đã cho có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{-4}{m}\right\}$ và $y'=\dfrac{4-m^2}{(mx+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}4-m^2>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\neq 0\end{cases}$.

Vậy tập hợp các số nguyên $m$ để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định là $\{-1;0;1\}$.

**Câu 199:** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

**A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

**B.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

**C.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

**Câu 200:** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của $m$ để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** 3. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 201:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4),\ x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.

**C.** Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**Câu 202:** . Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^3-3x+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt

**A.** $-2<m<2$. **B.** $-2\leq m\leq 2$. **C.** $-2<m\leq 1$. **D.** $-1\leq m<1$.

**Câu 203:** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^4-6x^2+3-m=0$ vô nghiệm.

**A.** $m>3$. **B.** $m\geq 6$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<3$.

**Câu 204:** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

**A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

**B.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

**C.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

**Câu 205:** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của $m$ để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $3$. **B.** Vô số. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=-3x^2+6x-m$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'<0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow -3x^2+6x-m\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=9-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 3$. Do $m$ nguyên âm nên không có giá trị nào của $m$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 206:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4)$, $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho có $2$ điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.

**C.** Hàm số đã cho có $3$ điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(-2)$ | $\nearrow$ | $f(0)$ | $\nearrow$ | $f(2)$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có $2$ điểm cực trị.

**Câu 207:** . Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^3-3x+m=0$ có $3$ nghiệm phân biệt

**A.** $-2<m<2$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2<m\le 1$. **D.** $-1\le m<1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình $x^3-3x+m=0 \Leftrightarrow m=-x^3+3x$

Xét hàm số $y=-x^3+3x \Rightarrow y'=-3x^2+3$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=-1 \Rightarrow y=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m<2$.

**Câu 208:** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $x^4-6x^2+3-m=0$ vô nghiệm.

**A.** $m>3$. **B.** $m\geq 6$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình $x^4-6x^2+3-m=0 \Leftrightarrow x^4-6x^2+3=m$

Xét hàm số $y=x^4-6x^2+3 \Rightarrow y'=4x^3-12x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=3 \\ x=\pm\sqrt{3} \Rightarrow y=-6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên phương trình vô nghiệm khi $m<-6$.

**Câu 209:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ với $x>0$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 210:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 211:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^2 x+\cos x-1$ là

**A.** $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

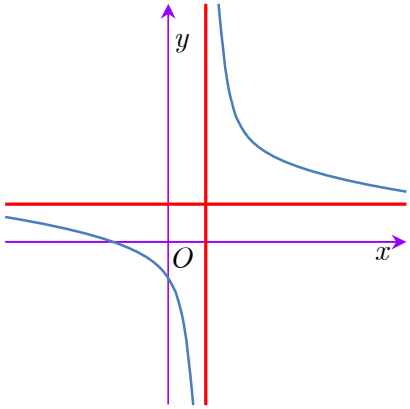
**Câu 212:** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ có đồ thị $(C)$. Trong tất cả các tiếp tuyến của $(C)$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

**A.** $y=16x-19$. **B.** $y=-11x+9$. **C.** $y=-8x+5$. **D.** $y=37x+87$.

**Câu 213:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng 14.

**A.** $m=\pm 5$. **B.** $m=\pm 2\sqrt{3}$. **C.** $m=5$. **D.** $m=2\sqrt{3}$.

**Câu 214:** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $ab<0,\ cd<0$. **B.** $bc>0,\ ad<0$. **C.** $ac>0,\ bd>0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

**Câu 215:** Sự tăng dân số được tính theo công thức $P_n=P_0.e^{n.r}$, trong đó $P_0$ là dân số của năm lấy mốc tính, $P_n$ là dân số sau $n$ năm, $r$ là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2016, dân số Việt Nam đạt khoảng 92695100 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,07\%$ (theo tổng cục thống kê). Nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến năm nào dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người ?

**A.** 2018. **B.** 2026. **C.** 2024. **D.** 2036.

**Câu 216:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ với $x>0$ bằng

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có : $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$ ; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Lập bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(1)=3$.

**Câu 217:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{2}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=-1$ nên hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1,\ y=-1$.

**Câu 218:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^2 x+\cos x-1$ là

**A.** $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y=\sin^2 x+\cos x-1=1-\cos^2 x+\cos x-1=-\cos^2 x+\cos x$.

Đặt $t=\cos x$ $\left(t\in[-1;1]\right)$.

Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-t^2+t$ trên $[-1;1]$.

Ta có: $y'=-2t+1$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (nhận).

$y(-1)=-2$.

$y(1)=0$.

$y\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\dfrac{1}{4}$.

**Câu 219:** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ có đồ thị $(C)$. Trong tất cả các tiếp tuyến của $(C)$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

**A.** $y=16x-19$. **B.** $y=-11x+9$. **C.** $y=-8x+5$. **D.** $y=37x+87$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-12x+1$.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ tại điểm có hoành độ $x_0$ là:

$k=3x_0{}^2-12x_0+1=3(x_0-2)^2-11\geq -11$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hệ số góc là $-11$ tại $x_0=2$.

Ta có: $y(2)=-13$.

Phương trình tiếp tuyến của của đồ thị $(C)$ tại điểm có hoành độ $x_0=2$ là:

$y=-11(x-2)-13=-11x+9$.

**Câu 220:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng 14.

**A.** $m=\pm 5$. **B.** $m=\pm 2\sqrt{3}$. **C.** $m=5$. **D.** $m=2\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

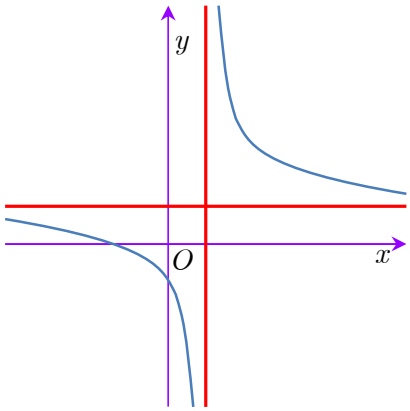
Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-1-m^2}{(x-1)^2}<0$, $\forall x\in D$.

Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;3]$.

$\underset{[2;3]}{\text{Min}}\, y=y(3)=\dfrac{3+m^2}{3-1}=14\Leftrightarrow m=\pm 5$.

**Câu 221:** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq -\dfrac{d}{c}$ nên $ad<bc$.

Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$ và $-\dfrac{b}{a}<0$ nên $ab>0$ $(1)$ $\Rightarrow$**Loại đáp án A.**

Và $(C)\cap Oy=B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$ và $\dfrac{b}{d}<0$ nên $bd<0$ $(2)\Rightarrow$**Loại đáp án C.**

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $ad<0$ $\Rightarrow$**Loại đáp án D.**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$. **Chọn B**

**Câu 222:** Sự tăng dân số được tính theo công thức $P_n=P_0.e^{n.r}$, trong đó $P_0$ là dân số của năm lấy mốc tính, $P_n$ là dân số sau $n$ năm, $r$ là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2016, dân số Việt Nam đạt khoảng $92695100$ người và tỉ lệ tăng dân số là $1,07\%$ (theo tổng cục thống kê). Nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến năm nào dân số nước ta đạt khoảng $103163500$ người ?

**A.** $2018$. **B.** $2026$. **C.** $2024$. **D.** $2036$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $P_n=P_0.e^{n.r}\Leftrightarrow 103163500=92695100.e^{0,0107.n}$

$\Leftrightarrow e^{0,0107.n}=\dfrac{103163500}{92695100}\Leftrightarrow 0,0107.n=\ln\dfrac{103163500}{92695100}$

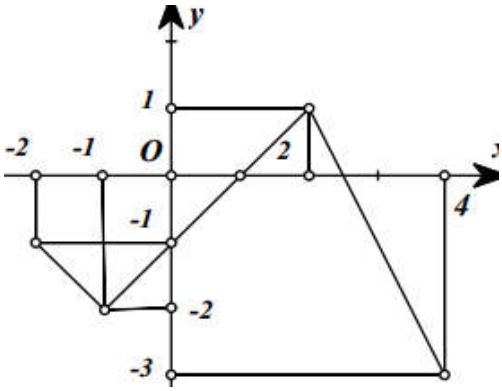
$\Leftrightarrow n=\dfrac{\ln\dfrac{103163500}{92695100}}{0,0107}\approx 10$

Vậy: Kể từ năm 2016, sau 10 năm, tức là năm 2026 thì dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người.

**Câu 223:** Hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+9x+1$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

**A.** $(3;+\infty)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;3)$.

**Câu 224:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ dưới đây.




Phương trình $|f(x)|=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2;4]$?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 225:** Hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+9x+1$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

**A.** $(3;+\infty)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;3)$ .

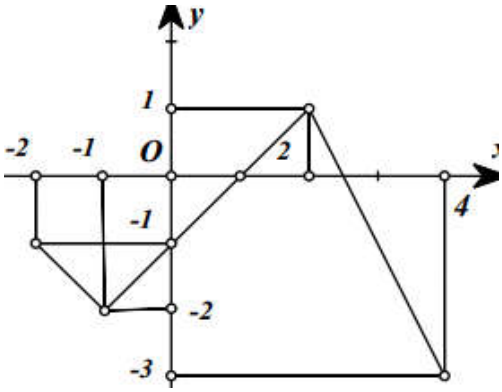
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f'(x)=-3x^2+6x+9$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;3)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Câu 226:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ dưới đây.




Phương trình $|f(x)|=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2;4]$?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị, ta có: $|f(x)|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\alpha\in(2;4) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $|f(x)|=2$ có tất cả là hai nghiệm thực thuộc đoạn $[-2;4]$.

**Câu 227:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ | $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ $+\infty$ |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

**A.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<5$. **C.** $m<1$. **D.** $m>5$.

**Câu 228:** Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất và $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M-m$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Câu 229:** Cho hàm số $y=-x^2+5$ có đồ thị $(C)$. Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ có tung độ $y_0=-1$, với hoành độ $x_0<0$ là kết quả nào sau đây?

**A.** $y=2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$. **B.** $y=-2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$.

**C.** $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)+1$. **D.** $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)-1$.

**Câu 230:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ | $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ $+\infty$ |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

**A.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<5$. **C.** $m<1$. **D.** $m>5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

PT có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1<0 \\ m-1>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$.

**Câu 231:** Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất và $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M-m$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đạo hàm $f'(x)=6x^2+6x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \notin \left[-2;-\frac{1}{2}\right] \\ x=-1 \in \left[-2;-\frac{1}{2}\right] \end{array}\right.$.

Do hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$ và có

$f(-2)=-5$, $f(-1)=0$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $m=\min\limits_{\left[-2;-\frac{1}{2}\right]} f(x)=-5$, $M=\max\limits_{\left[-2;-\frac{1}{2}\right]} f(x)=0$ nên $M-m=5$.

**Câu 232:** Cho hàm số $y=-x^2+5$ có đồ thị $(C)$. Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ có tung độ $y_0=-1$, với hoành độ $x_0<0$ là kết quả nào sau đây?

**A.** $y=2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$. **B.** $y=-2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$.

**C.** $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)+1$. **D.** $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)-1$.

**Lời giải**

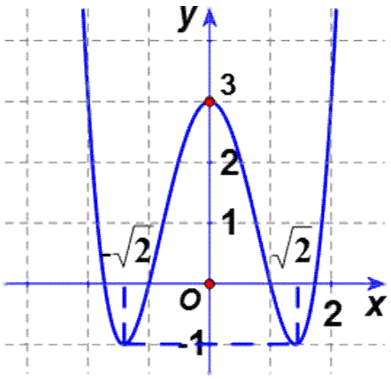
**Chọn A**

Ta có: $y_0=-1=-x_0^2+5\Leftrightarrow x_0^2=6\Leftrightarrow x_0=\pm\sqrt{6}$. Do $x_0<0$ nên $x_0=-\sqrt{6}$

Lại có: $y'=-2x\Rightarrow$ Tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là: $k=y'\left(-\sqrt{6}\right)=2\sqrt{6}$

Vậy PTTT cần tìm tại điểm $\left(-\sqrt{6};-1\right)$ là: $y=2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$.

**Câu 233:** Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

**A.** $y=\left(x^2-2\right)^2+1$. **B.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+4x^2+3$.

**Câu 234:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

**A.** 2. **B.** 20. **C.** 18. **D.** –2.

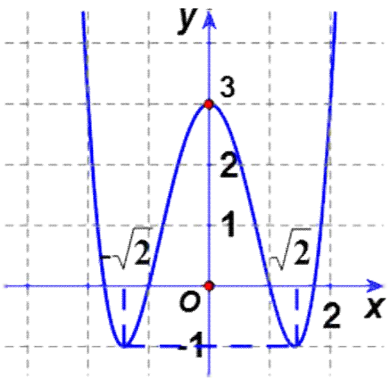
**Câu 28.** Tìm $m$ để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}$ cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

**A.** $m=10$. **B.** $m=7$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

**Câu 235:** Đồ thị của hàm số $y=\left|x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 9.

**Câu 236:** Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

**A.** $y=\left(x^2-2\right)^2+1$. **B.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+4x^2+3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $y_{CD}=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}$, $y_{CT}=-1$.

Đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị $\Rightarrow a.b<0$.

Vậy $y=\left(x^2-2\right)^2-1=x^4-4x^2+3$.

**Câu 237:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

**A.** $2$. **B.** $20$. **C.** $18$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2-6x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;4] \\ x=2\in[0;4] \end{array}\right.$.

Ta có : $\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \\ y(4)=18 \end{cases}$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $18$.

**Câu 33.** Tìm $m$ để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}$ cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng $2$.

**A.** $m=10$. **B.** $m=7$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}=\dfrac{m-1}{3}$, tiệm cận ngang là: $y=\dfrac{m-1}{3}$.

Vì tiệm cận ngang cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng $2$ nên ta có:

$2.2-3.\dfrac{m-1}{3}+5=0 \Leftrightarrow m=10$.

**Câu 238:** Đồ thị của hàm số $y=\left|x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ bằng số cực trị của hàm số $y=f(x)$ cộng với số giao điểm (khác cực trị) của hàm số $y=f(x)$ với trục hoành.

Xét hàm số $y=f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}$ ta có

$f'(x)=4x^3-24x^2+44x-24$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=2 \vee x=3$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-9+6\sqrt{2}$ | $\nearrow$ | $-8+6\sqrt{2}$ | $\searrow$ | $-9+6\sqrt{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 cực trị và phương trình $f(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị.

**Câu 239:** Tìm khoảng đồng biến của hàm số: $y=x^4-6x^2+8x+1$.

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 240:** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+2018}{|x|+2}$ $(1)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Đồ thị hàm số $(1)$ có hai tiệm cận ngang $y=-3$, $y=3$ và không có tiệm cận đứng.

**B.** Đồ thị hàm số $(1)$ có đúng tiệm cận ngang $y=3$ và không có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số $(1)$ không có hai tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng $x=-2$.

**D.** Đồ thị hàm số $(1)$ có hai tiệm cận ngang $y=-3$, $y=3$ và có hai tiệm cận đứng $x=-2$, $x=2$.

**Câu 241:** Cho hàm số $y=\tan^3 x-\dfrac{1}{\cos^2 x}+2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$, ở đó $a$, $b$ là số nguyên và $b>0$. Tính hiệu $a-b$.

**A.** 50. **B.** $-4$. **C.** 4. **D.** $-50$.

**Câu 242:** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ (với $m\neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

**Câu 243:** Tìm khoảng đồng biến của hàm số: $y=x^4-6x^2+8x+1$.

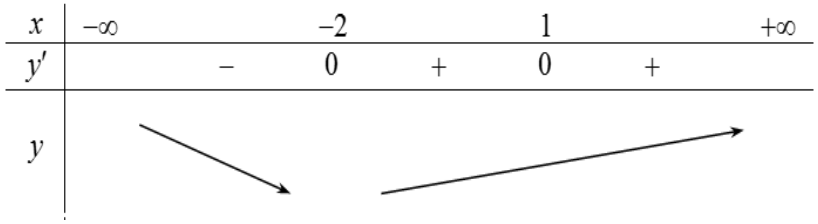
**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có : $y' = 4x^3 - 12x + 8$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

**Câu 244:** Cho hàm số $y = \dfrac{3x + 2018}{|x| + 2}$ $(1)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Đồ thị hàm số $(1)$ có hai tiệm cận ngang $y = -3$, $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.

**B.** Đồ thị hàm số $(1)$ có đúng tiệm cận ngang $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số $(1)$ không có hai tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng $x = -2$.

**D.** Đồ thị hàm số $(1)$ có hai tiệm cận ngang $y = -3$, $y = 3$ và có hai tiệm cận đứng $x = -2$, $x = 2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $y = \dfrac{3x + 2018}{|x| + 2}$ $(1)$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có:

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x + 2018}{|x| + 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x + 2018}{-x + 2} = -3.$$

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x + 2018}{|x| + 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x + 2018}{x + 2} = 3.$$

Vậy đồ thị hàm số $(1)$ có hai tiệm cận ngang $y = -3$, $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.

**Câu 245:** Cho hàm số $y = \tan^3 x - \dfrac{1}{\cos^2 x} + 2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ là phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$, ở đó $a$, $b$ là số nguyên và $b > 0$. Tính hiệu $a - b$.

**A.** $50$. **B.** $-4$. **C.** $4$. **D.** $-50$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có: $y = \tan^3 x - \dfrac{1}{\cos^2 x} + 2 = \tan^3 x - \left(\tan^2 x + 1\right) + 2 = \tan^3 x - \tan^2 x + 1$

Suy ra: $y' = \left(3\tan^2 x - 2\tan x\right).\left(1 + \tan^2 x\right)$

Cho $y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=0 \Rightarrow x=k\pi \\ \tan x=\dfrac{2}{3} \Rightarrow x=\arctan\dfrac{2}{3}+k\pi\end{array}\right.$. Do xét trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\arctan\dfrac{2}{3}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=1$; $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} y=+\infty$ và $y\left(\arctan\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{23}{27}$.

Vậy $a=23$, $b=27$ nên $a-b=-4$.

**Câu 246:** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ (với $m\neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{-mx^2+m}{x^2+1}$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$, $f(1)=\dfrac{m}{2}$, $f(-1)=-\dfrac{m}{2}$, $f(2)=\dfrac{2m}{5}$, $f(-2)=-\dfrac{2m}{5}$

**Trường hợp 1:** $m<0$.

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $f(-2)$ | ↗ | $f(-1)$ | ↘ | $f(1)$ | ↗ | $f(2)$ |

Do $m<0$ nên $f(1)=\dfrac{m}{2}<f(-2)=-\dfrac{2m}{5}$ suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

**Trường hợp 2:** $m>0$.

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $f(-2)$ | ↘ | $f(-1)$ | ↗ | $f(1)$ | ↘ | $f(2)$ |

Hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ (với $m\neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi $m<0$.

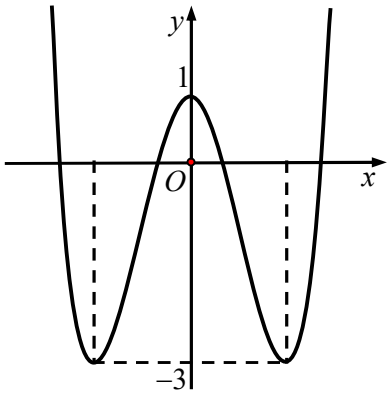
**Câu 247:** Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a$, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

**Câu 248:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+5x-\dfrac{2}{3}$ trên đoạn $[0;5]$ bằng:

**A.** $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $5$.

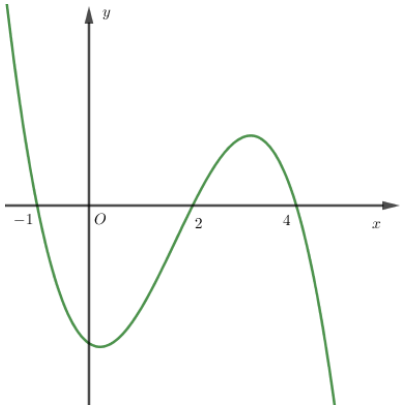
**Câu 249:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 250:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Hàm số $y=f(10-2^x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(\log_2 6;4)$. **D.** $(\log_2 11;+\infty)$.

**Câu 251:** Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a$, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V=Bh=a^2.a\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$.

**Câu 252:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x-\frac{2}{3}$ trên đoạn $[0;5]$ bằng:

**A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 5.

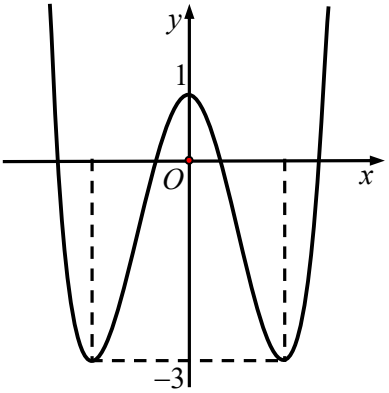
**Lời giải**

**Chọn B**

* Ta có: $f'(x)=x^2-6x+5\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;5)\\x=5\notin(0;5)\end{array}\right.$

* Ta lại có: $\begin{cases} f(0)=-\dfrac{2}{3} \\ f(1)=\dfrac{5}{3} \\ f(5)=-9 \end{cases} \Rightarrow \max\limits_{[0;5]} f(x)=\dfrac{5}{3}$.

**Câu 253:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau




Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

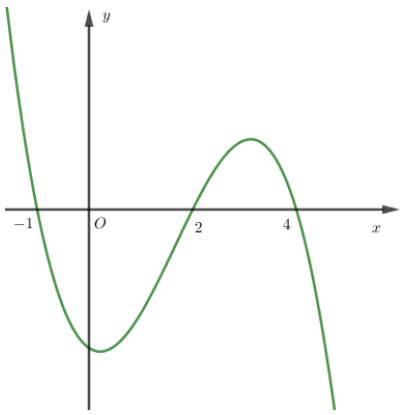
**Lời giải**

**Chọn C**

* Ta có $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

* Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y=1$. Từ đồ thị hàm số ta suy ra đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại ba điểm nên phương trình đã cho có ba nghiệm.

**Câu 254:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Hàm số $y=f(10-2^x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(\log_2 6;4)$. **D.** $(\log_2 11;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=f\left(10-2^x\right)\Rightarrow y'=-2^x.\ln 2.f'\left(10-2^x\right)$

$y=f\left(10-2^x\right)>0\Leftrightarrow f'\left(10-2^x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<10-2^x<2\\10-2^x>4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 8<x<\log_2 11\\x<\log_2 6\end{array}\right.$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(3;\log_2 11\right)$ và $\left(-\infty;\log_2 6\right)$

Do đó hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;2\right)$.

**Câu 255:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$ bằng

**A.** 1. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** 3.

**Câu 256:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$ bằng

**A.** 1. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số xác định trên đoạn $\left[-2;0\right]$.

Ta có: $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\notin\left[-2;0\right]\\x=-1\in\left[-2;0\right]\end{array}\right.$.

Do $y(0)=1, y(-2)=-1, y(-1)=3$ nên $\min\limits_{[-2;0]} y=-1$.

**Câu 257:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ \|\| $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 258:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x+2}-x$ là

**A.** $\frac{-5}{4}$. **B.** 2. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\sqrt{3}-1$.

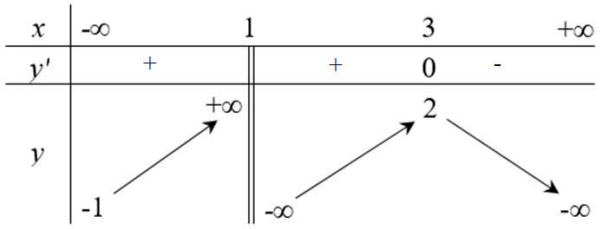
**Câu 259:** Gọi $T$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$. Tổng giá trị các phần tử của $T$ là

**A.** 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

**Câu 260:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$ là một số có dạng $\frac{a\sqrt{b}}{\pi}$ với $a$, $b\in\mathbb{N}^*$. Có bao nhiêu cặp số $(a,b)$ như vậy?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** vô số.

**Câu 261:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào BBT ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

**Câu 262:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x+2}-x$ là

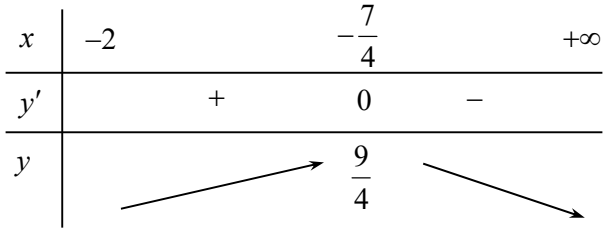
**A.** $\frac{-5}{4}$. **B.** 2. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\sqrt{3}-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định : $D=[-2;+\infty)$. Ta có $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-1=\frac{1-2\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-\frac{7}{4}$.

Bảng biến thiên




Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{9}{4}$.

**Câu 263:** Gọi $T$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của $T$ là

**A.** 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=f'(x)=4x^3-4mx^2=4x(x^2-m)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi $y'\ge 0$, $\forall x\in(2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow x^2-m\ge 0,\ \forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0 \\ \begin{cases} m>0 \\ \sqrt{m}\le 2 \end{cases} \end{array}\right.\Leftrightarrow 0\le m\le 4.$$

Do $m$ nguyên dương nên $m\in\{0;1;2;3;4\}$. Vậy tổng giá trị các phần tử của $T$ là 10.

**Câu 264:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$ là một số có dạng $\frac{a\sqrt{b}}{\pi}$ với $a$, $b\in\mathbb{N}^*$. Có bao nhiêu cặp số $(a,b)$ như vậy?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** vô số.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x)=\dfrac{-x\sin x-\cos x}{x^2}<0,\ \forall x\in\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3}\right]$.

Suy ra $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]} f(x)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{\pi}=\dfrac{\sqrt{27}}{\pi}$. Do đó $a=b=3$ hoặc $\begin{cases}a=1\\b=27\end{cases}$.

**Câu 265:** Cho hàm số $y=2x^3+6x+2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

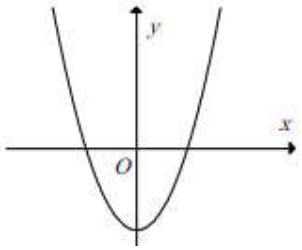
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 266:** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 267:** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

**Câu 268:** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị $m>0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn 3 là:

**A.** $(0;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(-\infty;1)\setminus\{-2\}$.

**Câu 269:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 270:** Cho hàm số $y=2x^3+6x+2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có : $y'=6x^2+6>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 271:** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 3} y=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{2}{3}$.

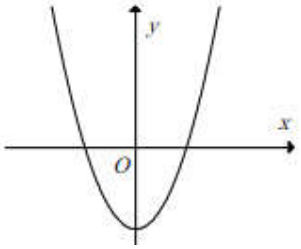
$\Rightarrow x=3$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+1}{x+3}=+\infty$.

$\Rightarrow x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng.

**Câu 272:** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}a>0\\ a.b\geq 0\\ c<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\\ c<0\end{cases}$.

**Câu 273:** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị $m>0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn $3$ là:

**A.** $(0;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(-\infty;1)\setminus\{-2\}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=3x^2-3$. Xét $y'=0\Rightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=-1\\ x=-1\Rightarrow y=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Ta có: $y(2)=3$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Vì $m>0\Rightarrow 1<m+1<m+2$ do đó hàm số đồng biến trên $D=[m+1;m+2]$.

Suy ra $\min\limits_{[m+1;m+2]} y=y(m+1)$. Để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn $3\Leftrightarrow y(m+1)<3=y(2)\Leftrightarrow m+1<2\Leftrightarrow m<1$

Suy ra: $m\in(0;1)$.

**Câu 274:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

Xét $y'=0\Rightarrow 4x(x^2-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có $3$ điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A(0;2m^4-m)$, $B(\sqrt{m};2m^4-m^2-m)$ và $C(-\sqrt{m};2m^4-m^2-m)$.

Ta có: $A\in Oy$. Để $B,C\in Ox$ thì $2m^4-m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\2m^3-m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Do $m>0$ nên ta được $m=1$.

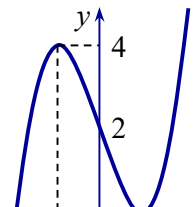
**Câu 275:** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}xe^{-x}$, với $x\ge 0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

**A.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=-\dfrac{1}{e}$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=\dfrac{1}{2e}$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=\dfrac{1}{e}$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=-\dfrac{1}{2e}$.

**Câu 276:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên $[0;2]$ lần lượt là $M$ và $m$. Chọn câu trả lời đúng.

**A.** $M=11$, $m=2$. **B.** $M=3$, $m=2$.

**C.** $M=5$, $m=2$. **D.** $M=11$, $m=3$.



**Câu 277:** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực $m$ để phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $0<m<5$. **B.** $1<m<5$.
**C.** $-1<m<4$. **D.** $0<m<4$.

**Câu 278:** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có $3$ cực trị.

**A.** $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\ge 0$.

**Câu 279:** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3(m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m\ge 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m\ge 0$.

**Câu 280:** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{2}xe^{-x}$, với $x\ge 0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

**A.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=-\frac{1}{e}$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=\frac{1}{2e}$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=\frac{1}{e}$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=-\frac{1}{2e}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)=\frac{1}{2}e^{-x}-\frac{1}{2}xe^{-x}=\frac{1}{2}e^{-x}(1-x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $\frac{1}{2e}$ | $\searrow$ | $0$ |

Dựa vào BBT suy ra: $\max\limits_{x\in[0;+\infty)} f(x)=\frac{1}{2e}$.

**Câu 281:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên $[0;2]$ lần lượt là $M$ và $m$. Chọn câu trả lời đúng.

**A.** $M=11$, $m=2$. **B.** $M=3$, $m=2$. **C.** $M=5$, $m=2$. **D.** $M=11$, $m=3$.

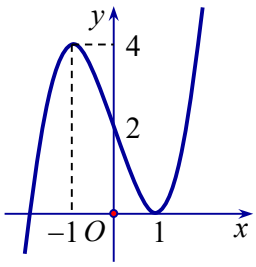
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=4x^3-4x$ ; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=0 & (T)\\ x=-1 & (L)\\ x=1 & (T)\end{array}\right.$.

$y(0)=3$ ; $y(1)=2$ ; $y(2)=11$. Vậy $M=11$ và $m=2$.

**Câu 282:** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực $m$ để phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm phân biệt.




**A.** $0<m<5$. **B.** $1<m<5$. **C.** $-1<m<4$. **D.** $0<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m-1<4$ $\Leftrightarrow 1<m<5$.

**Câu 283:** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có $3$ cực trị.

**A.** $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\geq 0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4(m+1)x$.

$YCBT \Leftrightarrow y'=0$ có $3$ nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

**Câu 284:** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3(m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m\geq 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m\geq 0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x+3(m+1)$

$YCBT \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'=-9m\leq 0 \Leftrightarrow m\geq 0$.

**Câu 285:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)-m=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

**A.** $-3<m<2$. **B.** $-3\leq m\leq 2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m>-3$

**Câu 286:** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$.

**A.** $M=1$. **B.** $M=3$. **C.** $M=5$. **D.** $M=2$.

**Câu 287:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx-4}{m-x}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

**A.** $m\in(1;2)$. **B.** $m\in[1;2)$. **C.** $m\in[1;2]$. **D.** $m\in(1;2]$.

**Câu 288:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1+m}{1-x}$ ($m$ là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2;5]} y=4$. Giá trị $m$ thuộc tập nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-4]$. **B.** $(0;4]$. **C.** $(-4;0]$. **D.** $(4;+\infty)$.

**Câu 289:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để bất phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 3 - 2m \le 0$ có nghiệm thực.

**A.** $m \ge 2$. **B.** $m \le 3$. **C.** $m \le 5$. **D.** $m \ge 1$.

**Câu 290:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

**A.** $-3 < m < 2$. **B.** $-3 \le m \le 2$. **C.** $m < -2$. **D.** $m > -3$

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình $f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị $(C): y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, $-3 < m < 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 291:** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$.

**A.** $M = 1$. **B.** $M = 3$. **C.** $M = 5$. **D.** $M = 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $-x^2 + 6x - 5 \ge 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 5$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ trên $[1;5]$.

$f'(x) = -2x + 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

$f(1) = f(5) = 0$, $f(3) = 4$.

Ta có $\max\limits_{[1;5]} f(x) = f(3) = 4$ suy ra $\max\limits_{[1;5]} y = \sqrt{f(3)} = \sqrt{4} = 2$.

**Câu 292:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \dfrac{mx - 4}{m - x}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

**A.** $m \in (1;2)$. **B.** $m \in [1;2)$. **C.** $m \in [1;2]$. **D.** $m \in (1;2]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Miền xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$, $y' = \dfrac{m^2 - 4}{(m - x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$ khi $\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ m \notin (-3;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2$.

Vậy $m \in [1;2)$.

**Câu 293:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1+m}{1-x}$ ($m$ là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2;5]} y=4$. Giá trị $m$ thuộc tập nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-4]$. **B.** $(0;4]$. **C.** $(-4;0]$. **D.** $(4;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{2+m}{(1-x)^2}$

Trường hợp 1: $2+m>0 \Leftrightarrow m>-2 \rightarrow$ hàm số đồng biến

$\Leftrightarrow \max\limits_{[2;5]} y=f(5)=\dfrac{6+m}{-4}=4 \Leftrightarrow m=-22$ (loại)

Trường hợp 2: $2+m<0 \Leftrightarrow m<-2 \rightarrow$ hàm số nghịch biến

$\Leftrightarrow \max\limits_{[2;5]} y=f(2)=\dfrac{3+m}{-1}=4 \Leftrightarrow m=-7$ (thỏa mãn)

Vậy $m=-7$.

**Câu 294:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để bất phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3-2m\le 0$ có nghiệm thực.

**A.** $m\ge 2$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m\le 5$. **D.** $m\ge 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $4^x-m.2^{x+1}+3-2m\le 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-2m.2^x+3-2m\le 0$

Đặt $2^x=t\ (t>0)$.

Ta có bất phương trình tương đương với $t^2-2m.t+3-2m\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{t^2+3}{2t+2}\le m$

Xét $f(t)=\dfrac{t^2+3}{2t+2}$ trên $(0;+\infty)$.

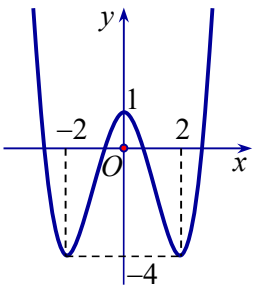
$f'(t)=\dfrac{2t^2+4t-6}{(2t+2)^2}$ ; $f'(t)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

| $t$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $\frac{3}{2}$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy để bất phương trình có nghiệm thực thì $m\ge 1$.

**Câu 295:** Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào.



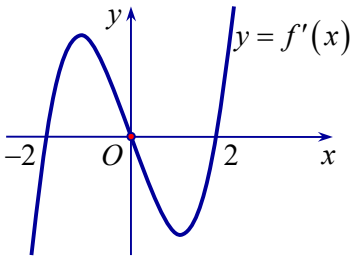

**A.** $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

**C.** $y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+1$.

**Câu 296:** Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{16x^2+1}}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2017x-2018}{2018x-2019}$. **D.** $y=\dfrac{2}{x}$.

**Câu 297:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

**B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

**C.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

**D.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm 2$.

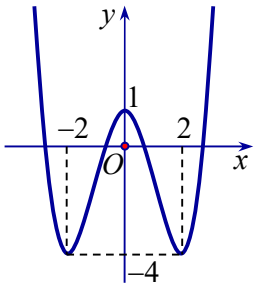
**Câu 298:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

**A.** $3$. **B.** $5$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 299:** Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào.




**A.** $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có:

- Hệ số $a>0$ và đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị nên chọn A hoặc B.
- Đồ thị hàm số cắt $Ox$ tại $3$ điểm phân biệt nên Chọn A

**Câu 300:** Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

**A.** $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{16x^2+1}}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2017x-2018}{2018x-2019}$. **D.** $y=\dfrac{2}{x}$.

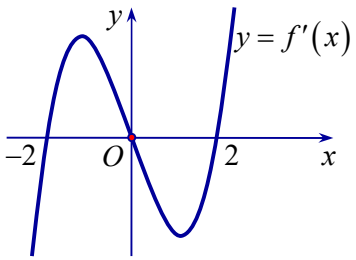
**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x+5+\dfrac{13}{x-2}\right)=\pm\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$ không có tiệm cận ngang.

**Câu 301:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

**B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

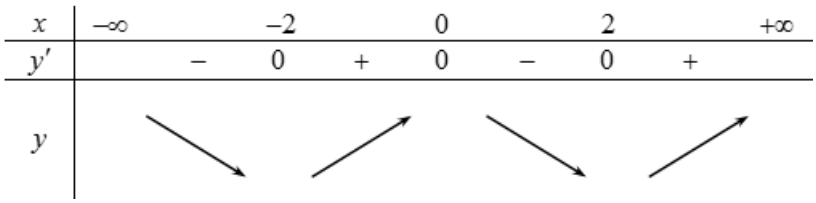
**C.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

**D.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm 2$.

**Lời giải**

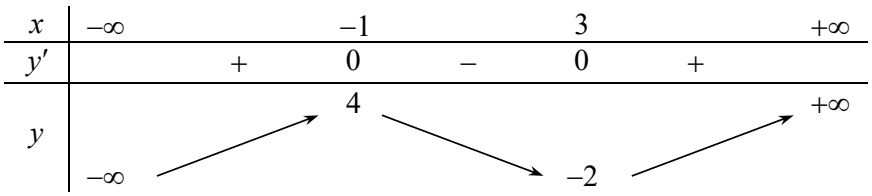
**Chọn B**

BBT




Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 302:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

**A.** 3.

**B.** 5.

**C.** 1.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f^2(x)-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$.

Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt (khác 3 nghiệm trên).

Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là 5.

**Câu 303:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

**A.** $y=x^4+2x^2+2$.

**B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$.

**C.** $y=x^3+x-5$.

**D.** $y=x+\tan x$.

**Câu 304:** Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}-m$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng $-3$ thì giá trị của tham số $m$ là:

**A.** $m=7$. **B.** $m=\dfrac{19}{3}$. **C.** $m=\dfrac{11}{2}$. **D.** $m=5$.

**Câu 305:** Gọi $n$ là số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4x+3}$.

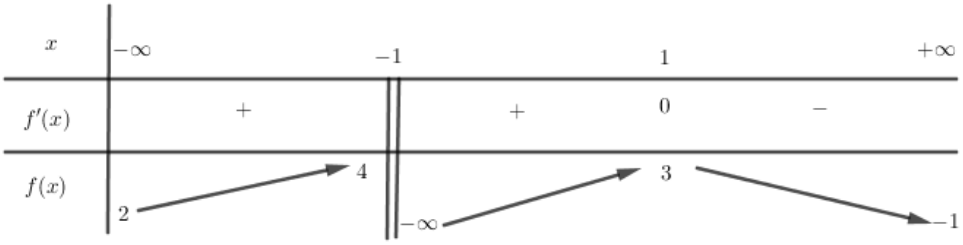
Tìm $n$?

**A.** $n=3$. **B.** $n=2$. **C.** $n=0$. **D.** $n=1$.

**Câu 306:** Số điểm cực trị của hàm số $y=x^5+2x^4+2018$ là:

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

**Câu 307:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên:




Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 308:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

**A.** $y=x^4+2x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **C.** $y=x^3+x-5$. **D.** $y=x+\tan x$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Hàm số $y=x+\tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Hàm số $y=x^3+x-5$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $y'=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

**Câu 309:** Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}-m$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng $-3$ thì giá trị của tham số $m$ là:

**A.** $m=7$. **B.** $m=\dfrac{19}{3}$. **C.** $m=\dfrac{11}{2}$. **D.** $m=5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Với mọi $x\in(0;+\infty)$ ta có $y=x+\dfrac{1}{x}-m\geq 2\sqrt{x.\dfrac{1}{x}}-m=2-m$.

Do đó $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2-m$ khi $x=1$

Suy ra $2-m=-3 \Leftrightarrow m=5$.

**Câu 310:** Gọi $n$ là số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4x+3}$.

Tìm $n$?

**A.** $n=3$. **B.** $n=2$. **C.** $n=0$. **D.** $n=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=3$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=0$.

**Câu 311:** Số điểm cực trị của hàm số $y=x^5+2x^4+2018$ là:

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$, $y'=5x^4+8x^3$, $y'=0 \Leftrightarrow 5x^4+8x^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{8}{5} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{8}{5}$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy hàm số có 2 cực trị.

**Câu 312:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $2$ | ↗ | $4$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ |
| | | | $-\infty$ | | | | |

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là số giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=2$. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là 2.

**Câu 313:** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

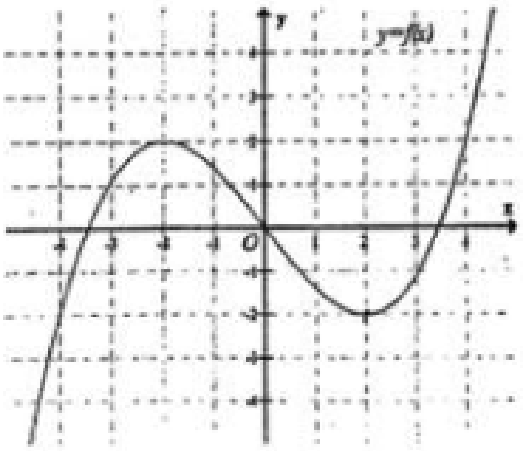
**Câu 314:** Gọi $M$, $N$ lần lượt là GTLN, TNNN của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng $M+N$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $-4$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Câu 315:** Tính tổng $S$ tất cả các giá trị nguyên dương $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có $2$ tiệm cận ngang.

**A.** $S=5$. **B.** $S=3$. **C.** $S=10$. **D.** $S=6$.

**Câu 316:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x+2)=1$?



**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Câu 317:** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-4x+1$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $y'$:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{3}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng xét dấu ta có $y'<0\,\forall x\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**Câu 318:** Gọi $M$, $N$ lần lượt là GTLN, TNNN của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên $\left[1;2\right]$. Khi đó tổng $M+N$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $-4$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x$.

$\begin{cases}y'=0\\x\in(1;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-6x=0\\x\in(1;2)\end{cases}$ (vô nghiệm).

Suy ra $M+N=y(1)+y(2)=1^3-3.1^2+1+2^3-3.2^2+1=-4$.

**Câu 319:** Tính tổng $S$ tất cả các giá trị nguyên dương $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có $2$ tiệm cận ngang.

**A.** $S=5$. **B.** $S=3$. **C.** $S=10$. **D.** $S=6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

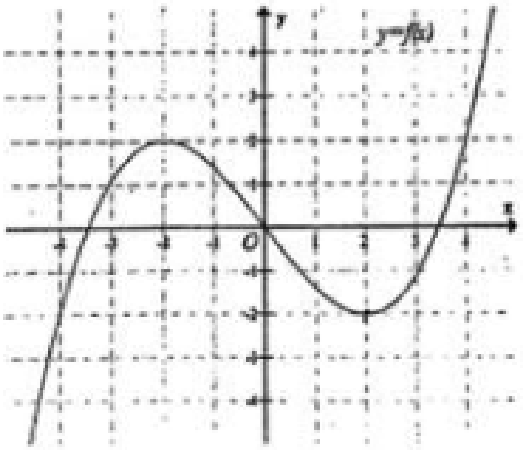
Đặt $f(x)=(4-m)x^2+2mx-3-m$.

Để đồ thị hàm số đã cho có $2$ tiệm cận ngang thì $\begin{cases}4-m>0\\f(2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\-m+13\neq 0\end{cases}$.

Suy ra các giá trị nguyên dương của $m$ là $m\in\{1;2;3\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên dương cần tìm của $m$ là $6$.

**Câu 320:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x+2)=1$?



**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $t=2\sin x+2$, $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]\Rightarrow t\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

Phương trình $f\left(2\sin x+2\right)=1\Rightarrow f\left(t\right)=1$.

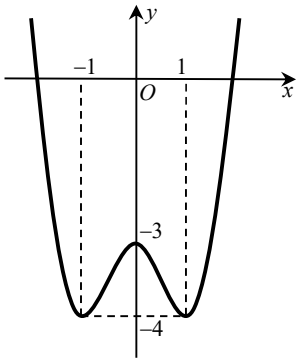
Từ đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ ta suy ra phương trình $f\left(t\right)=1$ không có nghiệm $t\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

Vậy số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f\left(2\sin x+2\right)=1$ là $0$.

**Câu 321:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $\left[-4;4\right]$ lần lượt là

**A.** $40$ và $8$. **B.** $40$ và $-8$. **C.** $15$ và $-41$. **D.** $40$ và $-41$.

**Câu 322:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.




Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có $6$ nghiệm phân biệt.

**A.** $-4<m<-3$. **B.** $0<m<4$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

**Câu 323:** Tìm tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$.

**A.** $\left(0;0\right)$ và $\left(2;4\right)$. **B.** $\left(0;0\right)$ và $\left(1;-2\right)$.

**C.** $\left(0;0\right)$ và $\left(-2;-4\right)$. **D.** $\left(0;0\right)$ và $\left(2;-4\right)$.

**Câu 324:** Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x}}{x-1}$ là

**A.** $y=1$ và $y=2$. **B.** $x=1$ và $x=-1$. **C.** $y=x$ và $y=-x$. **D.** $y=1$ và $y=-1$.

**Câu 325:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $-1$. **D.** $-2$.

**Câu 326:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$ lần lượt là

**A.** 40 và 8. **B.** 40 và $-8$. **C.** 15 và $-41$. **D.** 40 và $-41$.

**Lời giải**

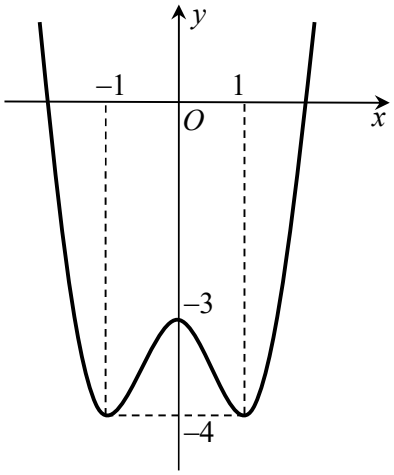
**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$

$y(-4)=-41$; $y(4)=15$; $y(3)=8$; $y(-1)=40$

Suy ra $\min\limits_{[-4;4]}y=y(-4)=-41$ và $\max\limits_{[-4;4]}y=y(-1)=40$.

**Câu 327:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



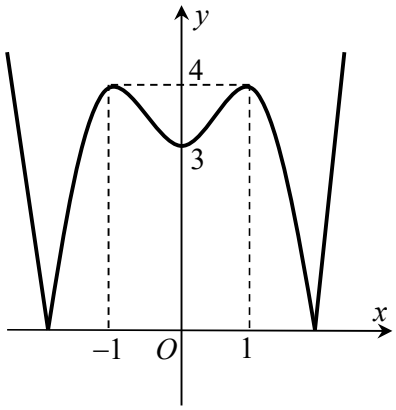

Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.

**A.** $-4<m<-3$. **B.** $0<m<4$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như hình bên dưới.




Dựa và đồ thị suy ra để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có $6$ nghiệm phân biệt thì $3<m<4$.

**Câu 328:** Tìm tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$.

**A.** $\left(0;0\right)$ và $\left(2;4\right)$. **B.** $\left(0;0\right)$ và $\left(1;-2\right)$.

**C.** $\left(0;0\right)$ và $\left(-2;-4\right)$. **D.** $\left(0;0\right)$ và $\left(2;-4\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Bảng biến thiên của hàm số

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Ta có các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\left(0;0\right)$ và $\left(2;-4\right)$.

**Câu 329:** Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x}}{x-1}$ là

**A.** $y=1$ và $y=2$. **B.** $x=1$ và $x=-1$. **C.** $y=x$ và $y=-x$. **D.** $y=1$ và $y=-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\dfrac{4}{x}}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\dfrac{4}{x}}}{1-\dfrac{1}{x}}=-1.$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1-\dfrac{4}{x}}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1-\dfrac{4}{x}}}{1-\dfrac{1}{x}}=1.$$

Vậy phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$ và $y=-1$.

**Câu 330:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $-1$. **D.** $-2$.

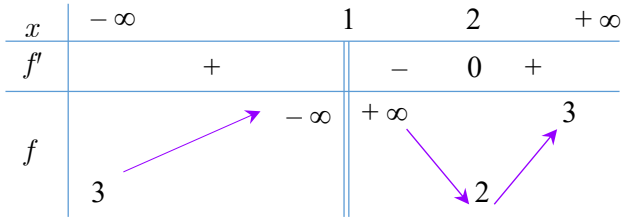
**Lời giải**

**Chọn A**

Xét $f(x)=\dfrac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$.

$f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x-2)}{(x-1)^4}$.

Bảng biến thiên




Vậy giá trị nhỏ nhất của $A$ là $2$.

**Câu 331:** Hàm số $y=x^4-2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty-1)$.

**Câu 332:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2+\dfrac{1}{x}-4$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

**A.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-4$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=7$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-3$.

**Câu 333:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ với hoành độ $x_0=0$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$. Tính diện tích tam giác $IAB$, với $I$ là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$.

**A.** $S_{\Delta IAB}=6$. **B.** $S_{\Delta IAB}=3$. **C.** $S_{\Delta IAB}=12$. **D.** $S_{\Delta IAB}=6\sqrt[3]{2}$.

**Câu 334:** Hàm số $y=x^4-2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty-1)$.

**Lời giải**

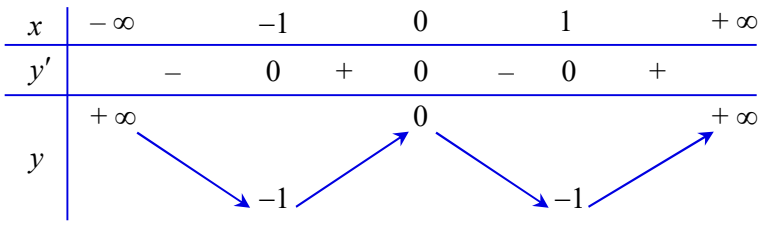
**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$.

$y'=4x^3-4x$ ; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(1;+\infty)$.

**Câu 335:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2+\dfrac{1}{x}-4$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

**A.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-4$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=7$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y=f(x)=4x^2+\dfrac{1}{x}-4=4x^2+\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2x}-4\ge 3\sqrt[3]{4x^2.\dfrac{1}{2x}.\dfrac{1}{2x}}=3-4=-1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $4x^2=\dfrac{1}{2x}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=-1$.

* Có thể sử dụng bằng phương pháp xét sự biến thiên hàm số $y=f(x)=4x^2+\dfrac{1}{x}-4$ trong khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 336:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ với hoành độ $x_0=0$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$. Tính diện tích tam giác $IAB$, với $I$ là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$.

**A.** $S_{\Delta IAB}=6$. **B.** $S_{\Delta IAB}=3$. **C.** $S_{\Delta IAB}=12$. **D.** $S_{\Delta IAB}=6\sqrt[3]{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$, $y'(0)=-3$, $y(0)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ tại điểm có hoành độ $x_0=0$ là $y=-3x-1$.

Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=2\Rightarrow I(1;2)$.

Tiếp tuyến cắt các đường tiệm cận tại $A(1;-4)$, $B(-1;2)$.

Tam giác $IAB$ vuông tại $I$, có $IA=6$, $IB=2\Rightarrow S_{\Delta IAB}=\dfrac{1}{2}.IA.IB=6$.

**Câu 337:** Tìm giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(3;1)$:

**A.** $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-4$.

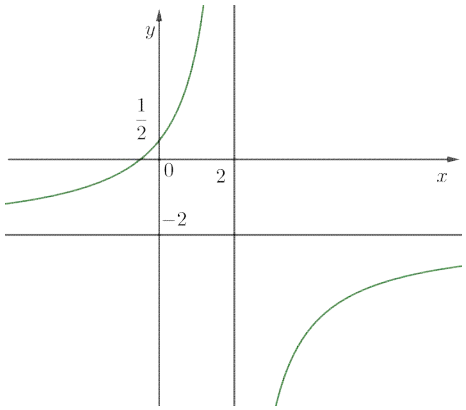
**Câu 338:** Hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+5x-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(2;6)$. **B.** $(-\infty 0)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(0;4)$.

**Câu 339:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+(m+1)x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

**A.** $m\ge -\dfrac{4}{3}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le -2$.

**Câu 340:** Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=\dfrac{2x+1}{8-4x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-2}$.

**Câu 341:** Cho các mệnh đề sau:

(I) Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

(II) Hàm số đồng biến $y=x^3-1$ trên $\mathbb{R}$.

(III) Tổng hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$.

(IV) Tích hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 342:** Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$ có bảng biến thiên như hình bên.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |
| | $-\infty$ | | | | | | |

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bảng biến thiên nào dưới đây?

**A.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

. **B.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

.

**C.**

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

. **D.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

.

**Câu 343:** Tìm giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(3;1)$:

**A.** $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-(m+1)$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=-(m+1)$.

Tiệm cận ngang đi qua điểm $A(3;1)$ nên: $-(m+1)=1 \Leftrightarrow m=-2$.

**Câu 344:** Hàm số $y=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(2;6)$. **B.** $(-\infty 0)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(0;4)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$.

$y'=x^2-6x+5$. $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{1}{3}$ | ↘ | $-\frac{31}{3}$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;5)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;5)$.

**Câu 345:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+(m+1)x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

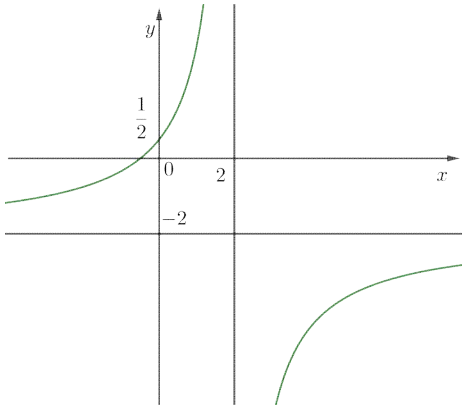
**A.** $m\geq -\frac{4}{3}$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\leq -2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=-x^2+2x+m+1$. $y'\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ khi $\Delta'=1+m+1\leq 0 \Leftrightarrow m\leq -2$.

**Câu 346:** Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=\frac{2x+1}{8-4x}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\frac{-2x+1}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai đường tiệm cận là $y=-2$ và $x=2$, ngoài ra đồ thị còn đi qua điểm $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$ nên đồ thị trên là của hàm số $y=\frac{2x+1}{2-x}$.

**Câu 347:** Cho các mệnh đề sau:

(I) Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

(II) Hàm số đồng biến $y=x^3-1$ trên $\mathbb{R}$.

(III) Tổng hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$.

(IV) Tích hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng ?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta xét:

(I) Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là mệnh đề đúng vì $y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$, $\forall x\neq 2$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;2),(2;+\infty)$.

(II) Hàm số đồng biến $y=x^3-1$ trên $\mathbb{R}$ là mệnh đề đúng vì $y'=3x^2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0\Leftrightarrow x=0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(III) Tổng hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$ là mệnh đề đúng.

(IV) Tích hai hàm số đồng biến trên khoảng $K$ là một hàm số đồng biến trên $K$ là mệnh đề sai vì ví dụ, ta xét hai hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $y=x-1$ và $y=x^3$ nhưng hàm số $y=(x-1)x^3=x^4-x^3$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 348:** Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$ có bảng biến thiên như hình bên.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số $y=|f(x)|$ có bảng biến thiên nào dưới đây?

**A.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

. **B.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

.

**C.**

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

. **D.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $x^3-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$. Suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f(x)$ với $x>-2$ và lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y=f(x)$ với $x\leq -2$ qua trục $Ox$.

**Câu 349:** Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+13x+19}{x+3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

**A.** $5x-2y+13=0$. **B.** $y=3x+13$. **C.** $y=6x+13$. **D.** $2x+4y-1=0$.

**Câu 350:** Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}$. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 351:** Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+13x+19}{x+3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

**A.** $5x-2y+13=0$. **B.** $y=3x+13$. **C.** $y=6x+13$. **D.** $2x+4y-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $(x_0;y_0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho. Đặt $u(x)=3x^2+13x+19$ và $v(x)=x+3$. Khi đó, ta có $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}$.

$$y'(x_0)=\frac{u'(x_0).v(x_0)-u(x_0).v'(x_0)}{\left(v(x_0)\right)^2}$$

$$\Rightarrow y'(x_0)=0 \Leftrightarrow u'(x_0).v(x_0)-u(x_0).v'(x_0)=0 \Leftrightarrow y(x_0)=\frac{u(x_0)}{v(x_0)}=\frac{u'(x_0)}{v'(x_0)} \quad (1).$$

Các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thỏa mãn $(1)$ nên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình là $y(x)=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}=\dfrac{6x+13}{1}=6x+13$.

**Câu 352:** Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}$. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{(x-1)(x+1)(x-2)}$.

Điều kiện $\begin{cases}x^2-x+3\ge 0\\ 2x+1\ge 0\\ (x-1)(x+1)(x-2)\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\ x\ne 1\\ x\ne -1\\ x\ne 2\end{cases} \Rightarrow D=\left(-\frac{1}{2};1\right)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^5}+\frac{3}{x^6}}-\sqrt{\frac{2}{x^5}+\frac{1}{x^6}}}{1-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^3}}=0$. Vậy $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\left(x^2-3x+2\right)}{(x-1)(x-2)(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}=\frac{1}{4\sqrt{3}}.$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\left(x^2-3x+2\right)}{(x-1)(x-2)(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}=\frac{1}{4\sqrt{3}}.$$

Vậy $x=1$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{\left(x^2-3x+2\right)}{(x-1)(x-2)(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}=\frac{1}{6\sqrt{5}}.$$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{x^2-x+3}-\sqrt{2x+1}}{x^3-2x^2-x+2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{\left(x^2-3x+2\right)}{(x-1)(x-2)(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x^2-x+3}+\sqrt{2x+1}\right)}=\frac{1}{6\sqrt{5}}.$$

Vậy $x=2$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang.

**Câu 353:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ là

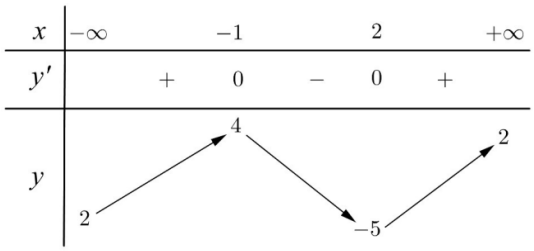
**A.** $\dfrac{12}{5}$. **B.** $3$. **C.** $-1$. **D.** $\dfrac{11}{5}$.

**Câu 354:** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là hình bên. Tìm hàm số $y=f(x)$.

**A.** $y=f(x)=x^4-3x^2-2$. **B.** $y=f(x)=x^3-6x^2+9x-2$.

**C.** $y=f(x)=-x^4+3x^2-2$. **D.** $y=f(x)=-x^3+6x^2-9x-2$.

**Câu 355:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là




**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Câu 356:** Có bao nhiêu số nguyên dương $m$ để hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-(2m+9)x^2+2(m^2+9m)x+10$ nghịch biến trên khoảng $(3;6)$?

**A.** $4$. **B.** $6$. **C.** $7$. **D.** $3$.

**Câu 357:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ là

**A.** $\dfrac{12}{5}$. **B.** $3$. **C.** $-1$. **D.** $\dfrac{11}{5}$.

**Lời giải**

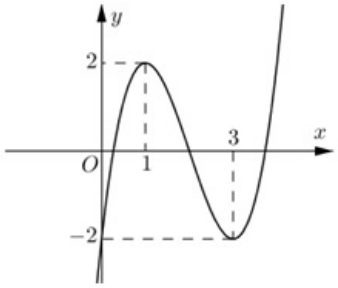
**Chọn D**

Do $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên $[0;4]$. Do đó $\min\limits_{[0;4]} y=y(4)=\dfrac{11}{5}$.

**Câu 358:** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là hình bên. Tìm hàm số $y=f(x)$.

**A.** $y=f(x)=x^4-3x^2-2$. **B.** $y=f(x)=x^3-6x^2+9x-2$.

**C.** $y=f(x)=-x^4+3x^2-2$. **D.** $y=f(x)=-x^3+6x^2-9x-2$.

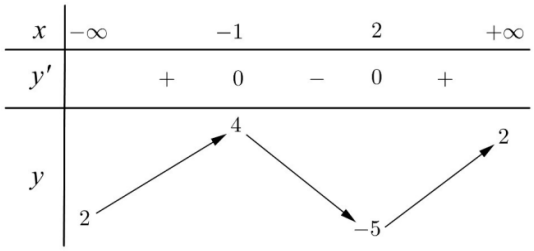



**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị là đồ thị của hàm số bậc $3$ và có hệ số $a>0$.

**Câu 359:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là




**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$.

Đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $f(x)+3=0$ có hai nghiệm phân biệt.

**Câu 360:** Có bao nhiêu số nguyên dương $m$ để hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-(2m+9)x^2+2(m^2+9m)x+10$ nghịch biến trên khoảng $(3;6)$?

**A.** $4$. **B.** $6$. **C.** $7$. **D.** $3$.

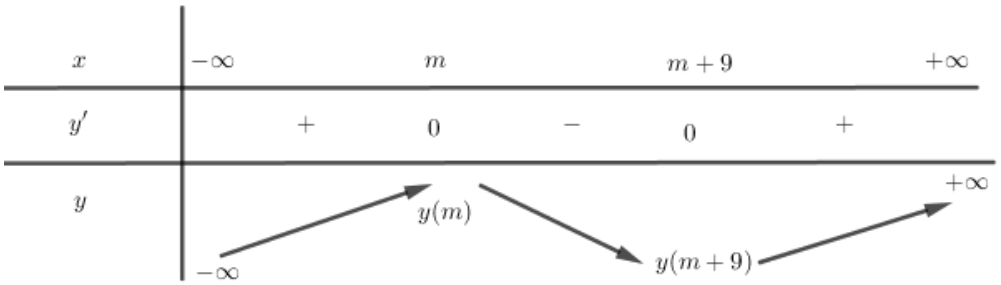
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 2x^2 - 2(2m+9)x + 2(m^2+9m) = 2(x-m)(x-m-9)$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+9 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:




Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$ thì $y' \le 0$,

$\forall x \in (3;6) \Leftrightarrow m \le 3 < 6 \le m+9 \Leftrightarrow -3 \le m \le 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1;2;3\}$.

**Câu 361:** Hàm số $y = \dfrac{x^2}{1-x}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;2)$. **D.** $(0;1)$ và $(1;2)$.

**Câu 362:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{16}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{3};1\right]$.

**A.** 15. **B.** 12. **C.** $\dfrac{433}{9}$. **D.** 17.

**Câu 363:** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục hoành. Tính tổng tất cả các phần tử của $S$.

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** −5.

**Câu 364:** Hàm số $y = \dfrac{x^2}{1-x}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;2)$. **D.** $(0;1)$ và $(1;2)$.

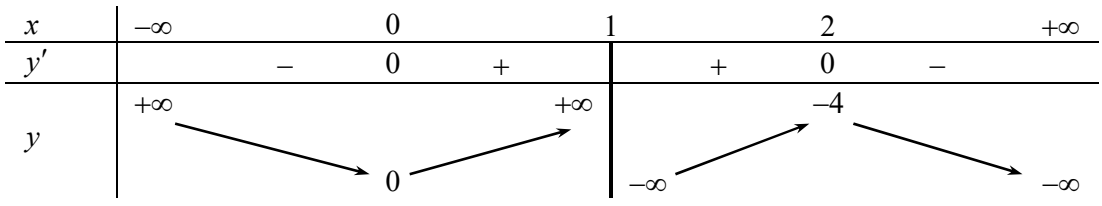
**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$y' = \dfrac{-x^2+2x}{(1-x)^2}, \forall x \ne 1;\ y' = 0 \Leftrightarrow x = 0;\ x = 2$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.

**Câu 365:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{16}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{3};1\right]$.

**A.** 15. **B.** 12. **C.** $\frac{433}{9}$. **D.** 17.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=x^2+\frac{16}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{3};1\right]$.

Ta có: $y'=2x-\frac{16}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=2\notin\left[\frac{1}{3};1\right]$.

$y\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{433}{9}$; $y(1)=17$.

Vậy $\min\limits_{\left[\frac{1}{3};1\right]} y=y(1)=17$.

**Câu 366:** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục hoành. Tính tổng tất cả các phần tử của $S$.

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $-5$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4x^3-4x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=m-2\\x=\pm1\Rightarrow y=m-3\end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục hoành thì $\left[\begin{array}{l}m-2=0\\m-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.$.

**Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;\ +\infty)$.

**A.** $m\le\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{1}{3}$. **C.** $m\ge\frac{1}{3}$. **D.** $m\ge\frac{4}{3}$.

**Lời giải**

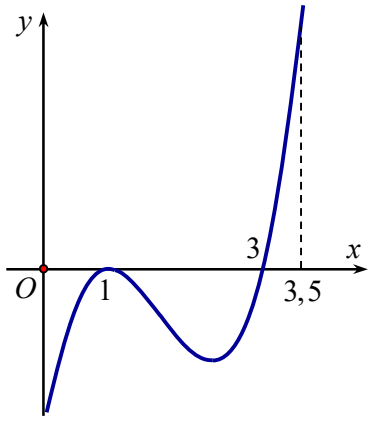
**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+2x+m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;\ +\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=1-3m\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

**Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\ \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Hỏi hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\ \frac{7}{2}\right]$ tại điểm $x_0$ nào dưới đây?

**A.** $x_0=2$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên:

| $x$ | 0 | | 1 | | 3 | | 3,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | |

Suy ra $\min\limits_{\left[0;\frac{7}{2}\right]} y=f(3)$. Vậy $x_0=3$.

**Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Biết $m_0$ là giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(7;10)$. **C.** $m_0\in(-15;-7)$. **D.** $m_0\in(-7;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x + m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$; $\Delta' = 9 - 3m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Hai điểm cực trị $x_1; x_2$ là nghiệm của $y' = 0$ nên: $x_1 + x_2 = 2; x_1.x_2 = \frac{m}{3}$.

Để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_1 = 13$

$\Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$. Vậy $m_0 = -9 \in (-15; -7)$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sin x}{x^3 - 4x}$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -2; 2\}$.

$\lim\limits_{x \to 0} y = \lim\limits_{x \to 0} \left[ \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} \right) \left( \frac{\sin x}{x} \right) \right] = \frac{0^2 - 3.0 + 2}{0^2 - 4}.1 = -\frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to -2^{\pm}} y = \lim\limits_{x \to -2^{\pm}} \left[ \frac{(x^2 - 3x + 2)\sin x}{x(x^2 - 4)} \right] = \lim\limits_{x \to -2^{\pm}} \left[ \frac{(x-1)(x-2)\sin x}{x(x-2)} . \frac{1}{(x+2)} \right]$

$= \lim\limits_{x \to -2^{\pm}} \left[ \frac{(x-1)\sin x}{x} . \frac{1}{(x+2)} \right]$

- Vì $\lim\limits_{x \to -2^+} \left[ \frac{(x-1)\sin x}{x} \right] = -\frac{3\sin 2}{2} < 0$ và $\lim\limits_{x \to -2^+} \frac{1}{(x+2)} = +\infty$ nên $\lim\limits_{x \to -2^+} y = -\infty$
- Vì $\lim\limits_{x \to -2^-} \left[ \frac{(x-1)\sin x}{x} \right] = -\frac{3\sin 2}{2} < 0$ và $\lim\limits_{x \to -2^-} \frac{1}{(x+2)} = -\infty$ nên $\lim\limits_{x \to -2^-} y = +\infty$

Vậy đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to 2} y = \lim\limits_{x \to 2} \frac{(x-1)\sin x}{x(x+2)} = \frac{\sin 2}{6}$.

Vậy ĐTHS có 1 đường tiệm cận đứng.

**Câu 5: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Tìm tập hợp $S$ tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

**A.** $S = [-1; 0]$ **B.** $S = \varnothing$. **C.** $S = \{-1\}$. **D.** $S = [0; 1]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$

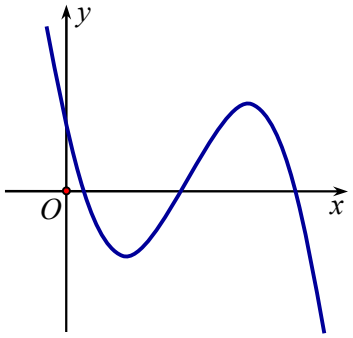
Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = m \\ x = m + 2 \end{array} \right. \forall m$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2)$ $\forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ thì $(-1; 1) \subset (m; m+2)$.

Nghĩa là : $m \le -1 < 1 \le m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \le m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

**Câu 6: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ




Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
**B.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
**C.** $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
**D.** $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a < 0$. Loại phương án **B.**

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ và $a < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại **C.**

$x_1 x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$. Loại phương án D

**Câu 7: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng:

**A.** 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số , $x_0 \ne -\dfrac{1}{2}$.

$y' = \dfrac{10}{(2x+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến tại $M : y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = \dfrac{10}{(2x_0+1)^2}(x - x_0) + \dfrac{4x_0 - 3}{2x_0 + 1}$

Tiệm cận đứng: $x = -\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang: $y = 2$

Gọi $A$ là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng

$\Rightarrow x_A = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow y_A = \dfrac{10}{(2x_0+1)^2}\left(-\dfrac{1}{2} - x_0\right) + \dfrac{4x_0 - 3}{2x_0 + 1} = \dfrac{4x_0 - 8}{2x_0 + 1}$. Vậy $A\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{4x_0 - 8}{2x_0 + 1}\right)$

Gọi $B$ là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận

ngang $\Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow 2 = \dfrac{10}{(2x_0+1)^2}(x_B - x_0) + \dfrac{4x_0 - 3}{2x_0 + 1} \Rightarrow x_B = 2x_0 + \dfrac{1}{2}$. Vậy $B\left(\dfrac{4x_0 + 1}{2}; 2\right)$

Giao điểm 2 tiệm cận là $I\left(-\frac{1}{2};2\right)$

Ta có: $\overrightarrow{IA}=\left(0;-\frac{10}{2x_0+1}\right)\Rightarrow IA=\left|\frac{10}{2x_0+1}\right|$

$\overrightarrow{IB}=\left(2x_0+1;0\right)\Rightarrow IB=\left|2x_0+1\right|$

Tam giác $IAB$ vuông tại $I$ nên $S_{IAB}=\frac{1}{2}IA.IB=\frac{1}{2}\left|\frac{10}{2x_0+1}\right|.\left|2x_0+1\right|=5$.

**Câu 8:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^3+\left(m+2\right)x^2+\left(m^2-m-3\right)x-m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

**A.** $4$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$x^3+\left(m+2\right)x^2+\left(m^2-m-3\right)x-m^2=0$ (1)

$\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x^2+\left(m+3\right)x+m^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+\left(m+3\right)x+m^2=0\end{array}\right.$ (2)

Đồ thị cắt $Ox$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a\neq 0\\\Delta>0\\1+m+3+m^2\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow -3m^2+6m+9>0\Leftrightarrow -1<m<3$

Các giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu bài toán là: $0,1,2$.

**Câu 9:** **(THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↗ | $+\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $\frac{27}{4}$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm điều kiện của $m$ để phương trình $f\left(x\right)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

**A.** $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\frac{27}{4}$. **D.** $m>\frac{27}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để phương trình $f\left(x\right)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt khi $m>\frac{27}{4}$.

**Câu 10: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá tri thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp chúng bằng 1?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m}\end{array}\right.\left(m>0\right)$

Tọa độ ba điểm cực trị: $A\left(0;m-1\right)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$.

Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $BC$. Ta có $H\left(0;-m^2+m-1\right)$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{AB.AC.BC}{4R}$ (do $\Delta ABC$ cân tại $A$).

$\Leftrightarrow AB^2=2AH.R$ trong đó $\left\{\begin{array}{l}AH=m^2\\AB=\sqrt{m+m^4}\end{array}\right.$

Suy ra $m+m^4=4m^4\Leftrightarrow 3m^4=m\Leftrightarrow m=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

**Câu 11: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có đồ thị $(C)$. Biết đồ thị $(C)$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D\left(0;-3\right)$, $A$ thuộc trục tung. Khi đó $m$ thuộc khoảng nào?

**A.** $m\in\left(\frac{9}{5};2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in\left(2;3\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4x\left(x^2-m\right)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$;

Với điều kiện $m>0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A\left(0;m^4-2m^2\right)$; $B\left(-\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$; $C\left(\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$. Để $ABDC$ là hình thoi điều kiện là $BC\perp AD$ và trung điểm $I$ của $BC$ trùng với trung điểm $J$ của $AD$. Do tính đối xứng ta luôn có $BC\perp AD$ nên chỉ cần $I\equiv J$ với $I\left(0;\ m^4-3m^2\right)$, $J\left(0;\frac{m^4-2m^2-3}{2}\right)$.

ĐK: $m^4-2m^2-3=2m^4-6m^2\Leftrightarrow m^4-4m^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

**Câu 12: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đường thẳng $y=x+m\ (d)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}\ (C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị $(C)$.

**A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m > -\frac{1}{2}$. **D.** $m < -\frac{1}{2}$.

**Giải:**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x + m = \frac{2x+1}{x-2}\ (x \neq 2)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + mx - 2m = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + (m-4)x - 2m - 1 = 0\ (1)$

$(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị $(C)$ khi:

$(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2$.

Khi đó $\begin{cases} \Delta = (m-4)^2 + 4(2m+1) > 0 \\ x_1 < 2 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 20 > 0 \\ x_1 - 2 < 0 < x_2 - 2 \end{cases} \quad (\forall m \in \mathbb{R})$.

$(x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0\ \ (2)$

Áp dụng định lí Vi-et trong phương trình $(1)$, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 - m \\ x_1 x_2 = -2m - 1 \end{cases}$.

Thay vào $(2)$, được $-2m - 1 - 2(4-m) + 4 < 0 \Leftrightarrow -5 < 0\ \ (\forall m)$.

Vậy $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$.

**Câu 13: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho các hàm số $(I): y = x^2 + 3$, $(II): y = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$, $(III): y = x - \frac{1}{x+2}$, $(IV): y = (2x+1)^7$. Các hàm số không có cực trị là:

**A.** $(I), (II), (III)$. **B.** $(III), (IV), (I)$. **C.** $(IV), (I), (II)$. **D.** $(II), (III), (IV)$.

**Giải:**

**Chọn D**

Hàm số $(I)$: $y = x^2 + 3$. Ta có $y' = 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. $y'$ đổi dấu khi qua nghiệm $x = 0$ nên hàm số có cực trị.

Hàm số $(II): y = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$. Ta có $y' = 3x^2 + 6x + 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Nghiệm trên là nghiệm bậc chẵn, $y'$ không đổi dấu khi qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số không có cực trị.

Hàm số $(III): y = x - \frac{1}{x+2}$. Ta có $y' = 1 + \frac{1}{(x+2)^2} > 0$ với mọi $x \neq -2$. Hàm số không có cực trị.

Hàm số $(IV)$: $y = (2x+1)^7$. Ta có $y' = 7.(2x+1)^6.2$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. Nghiệm trên là nghiệm bậc chẵn, $y'$ không đổi dấu khi qua nghiệm $x = \frac{-1}{2}$ nên hàm số không có cực trị.

**Câu 14: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ ($m$ là tham số thực) thoả mãn : $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $2 < m \leq 4$. **B.** $0 < m \leq 2$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m > 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

**TH1:** $m=1 \Rightarrow y=1$ là hàm hằng (Không thoả mãn).

**TH2:** $m\neq 1 \Rightarrow$ Hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\min\limits_{[1;2]} y=y(1)\\ \max\limits_{[1;2]} y=y(2)\end{cases}\\ \begin{cases}\min\limits_{[1;2]} y=y(2)\\ \max\limits_{[1;2]} y=y(1)\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \min_{[1;2]} y+\max_{[1;2]} y=y(1)+y(2)=\frac{2+m}{3}+\frac{1+m}{2}.$$

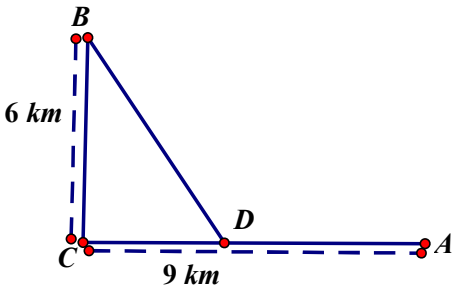
Theo giả thiết:

$\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow\dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow 6+2m+3+3m=32\Leftrightarrow m=\dfrac{23}{5}$ (Thoả mãn).

Sửa lại

$\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow\dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow 4+2m+3+3m=32\Leftrightarrow 5m=25\Rightarrow m=5$ (Thoả mãn).

**Câu 15:** **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho $BC$ vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ $A$ đến $C$ là 9 km. Người ta cần xác định một ví trí $D$ trên $AC$ để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc $ADB$. Tính khoảng cách $AD$ để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.




**A.** 7 km. **B.** 6 km. **C.** 7.5 km. **D.** 6.5 km.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $AD=x$ km, $x>0$. $CD=9-x$; $BD=\sqrt{36+(9-x)^2}$

Giá thành lắp đặt là: $100.10^6 x+\sqrt{36+(9-x)^2}.260.10^6=10^7\left[10x+26\sqrt{36+(9-x)^2}\right]$

Xét hàm số $f(x)=10x+\sqrt{36+(9-x)^2}.26\ (0<x<9)$

$$f'(x)=10-26.\frac{9-x}{\sqrt{36+(9-x)^2}}=0$$

$$\Leftrightarrow 10\sqrt{36+(9-x)^2}-26(9-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 9 \\ -576x^2+10368x-43056=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{13}{2}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0;9)$ ta thấy hàm số đạy giá trị nhỏ nhất khi $x=\frac{13}{2}$.

Vậy $AD=6.5$ km .

**Câu 16: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là $100.000$ đồng/$\text{m}^2$. Tìm kích thước của hồ để chi phí thuê nhân công ít nhất. Khi đó chi phí thuê nhân công là

**A.** 15 triệu đồng. **B.** 11 triệu đồng. **C.** 13 triệu đồng. **D.** 17 triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $x(x>0)$ là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$$V=2x^2.h=\frac{500}{3}\Leftrightarrow h=\frac{250}{3x^2}$$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là $S=6x.h+2x^2=\frac{500}{x}+2x^2\ (x>0)$

Xét hàm số $f(x)=\frac{500}{x}+2x^2$ với $x>0.$

$$f'(x)=-\frac{500}{x^2}+4x=0\Leftrightarrow x=5$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$ ta thấy hàm số đạy giá trị nhỏ nhất khi

$x=5$

Vậy chi phí thuê nhân công là: $150*100.000=15.10^6$.

**Câu 17: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+2$ tăng trên khoảng $(1;+\infty)$.

**A.** $m\ge 3$. **B.** $m\ne 3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m<3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đạo hàm : $y'=3x^2-6x+m$

YCBT $\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (1;+\infty)$ (Dấu " = " xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng $(1;+\infty)$).

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow m \ge -3x^2 + 6x, \forall x \in (1;+\infty)$

Xét hàm số: $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (1;+\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $f(1) = 3$. Do đó : $m \ge f(x), x \in (1;+\infty) \Rightarrow m \ge 3$.

**Câu 18:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - (m-1)x^2 + 1$. Số các giá trị nguyên của $m$ để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Trường hợp $m = -1$, suy ra $y = 2x^2 + 1 \Rightarrow$ Hàm số có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại nên loại $m = -1$.

Trường hợp $m \ne -1$

Ta có: $y' = 4(m+1)x^3 - 2(m-1)x = 2x\left[2(m+1)x^2 - (m-1)\right]$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ g(x) = 2(m+1)x^2 - (m-1) = 0 (*) \end{array}\right.$

Vì hàm trùng phương luôn đạt cực trị tại điểm $x = 0$ nên để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} m+1 < 0 \\ -m+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \ge 1 \end{cases}$, suy ra không tồn tại $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 19:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

**A.** $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}) \cup (5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}] \cup [5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$.

**C.** $(5 - 2\sqrt{3}; 5 + 2\sqrt{3})$. **D.** $(-\infty; 5 - 2\sqrt{3}) \cup (5 + 2\sqrt{3}; +\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

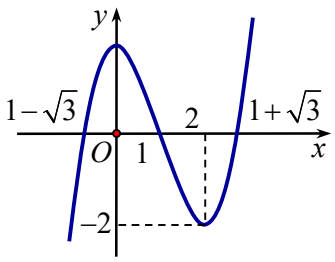
Điều kiện $x \ne 2$

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+1}{x-2} = -2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - (m+3)x + 2m + 1 = 0 (*)$.

Theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4.2(2m+1) > 0 \\ 8 - 2(m+3) + 2m + 1 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 1 > 0 \\ 3 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 5 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > 5 + 2\sqrt{6}$.

**Câu 20:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.




Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** 7. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0\ (1)$

Đặt $t=x^3-3x^2+2$ (*) thì $(1)$ trở thành $t^3-3t^2+2=0\ (2)$

Theo đồ thị ta có $(2)$ có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}t=1\\t=1-\sqrt{3}\\t=1+\sqrt{3}\end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số ta có

+ $t=1\in(-2;2)$ (*) có ba nghiệm phân biệt

+ $t=1-\sqrt{3}\in(-2;2)$ nên (*) có ba nghiệm phân biệt (khác ba nghiệm khi $t=1$)

+ $t=1+\sqrt{3}>2$ nên (*) có đúng một nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt

***Nhận xét:*** Với mỗi giá trị $t$, học sinh có thể sử dụng máy tính bỏ túi để thử nghiệm

**Câu 21: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m\left(x-1\right)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng:

**A.** $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}m<0\\m\neq-1\end{array}\right.$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

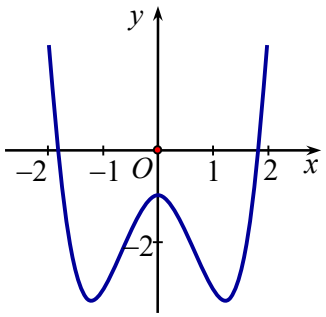
**Chọn C**

Đặt $g\left(x\right)=m\left(x-1\right)^2+4=mx^2-2mx+4+m$.

Để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng thì cần tìm $m$ để phương trình $g\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

ĐK: $\left\{\begin{array}{l}m\neq0\\\Delta=m^2-m\left(4+m\right)>0\\g\left(-1\right)\neq0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m<0\\m\neq-1\end{array}\right.$

**Câu 22: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b>0,c<0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Do đồ thị cắt $Oy$ tại $M(0;c)$ nằm dưới trục $Ox$ nên $c<0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$

**Câu 23:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,035x^2(15-x)$, trong đó $x$ là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($x$ được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

**A.** $x=8$. **B.** $x=10$. **C.** $x=15$. **D.** $x=7$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đk: $x\in[0;15]$. (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm)

Có $G'(x)=0,035\left[2x(15-x)-x^2\right]=0,105x(10-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=10\end{array}\right.$.

$G(0)=0$; $G(10)=\dfrac{35}{2}$; $G(15)=0$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $10$ | | $15$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $G'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $G(x)$ | $0$ | ↗ | $\dfrac{35}{2}$ | ↘ | $0$ |

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều $x=10$ miligam.

**Câu 24:** **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $3$ | ↗ | $5$ | ↘ | $3$ | ↗ | $+\infty$ |

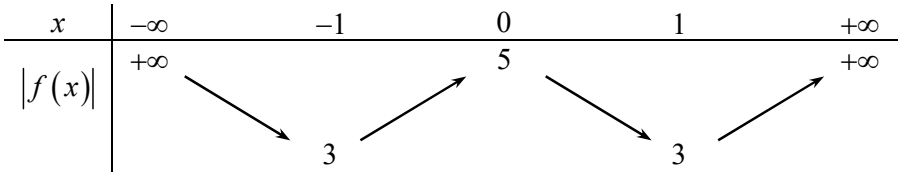
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\left|f(x)\right|=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

**A.** $m \le \frac{-1}{3}$. **B.** $-1 < m \le -\frac{1}{3}$. **C.** $-1 < m < -\frac{1}{3}$. **D.** $3 < m < 5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

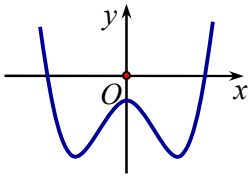
Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$, ta có bảng biến thiên hàm số $y = |f(x)|$ như sau:




Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $|f(x)| = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 3 < 2 - 3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

**Câu 25: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c (a \ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

**C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra $a > 0$. Loại D.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0$. Loại B.

Giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. Loại C.

**Câu 26: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $m$, $M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

**A.** $S = -\frac{7}{2}$. **B.** $S = -\frac{3}{2}$. **C.** $-3$. **D.** $S = 4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2\sqrt{x+1}}$, cho $f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in [0;3]$.

Khi đó: $f(0) = -1$, $f(3) = -\frac{1}{2}$ nên $m = -1$ và $M = -\frac{1}{2}$.

Vậy $S = 2m + 3M = -\frac{7}{2}$.

**Câu 27: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tọa độ điểm $M$ có hoành độ dương thuộc đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ $M$ đến hai đường tiệm cận của đồ thị $(C)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** $M(1;-3)$. **B.** $M(3;5)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $M(4;3)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Tiệm cận đứng: $d_1: x-2=0$ và tiệm cận đứng: $d_2: y-1=0$

Với $M \in (C): y=\dfrac{x+2}{x-2} \Rightarrow M\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0-2}\right)$ với $x_0>0$, $x_0 \neq 2$

Ta có : $d\left(M;(d_1)\right)+d\left(M;(d_2)\right)$

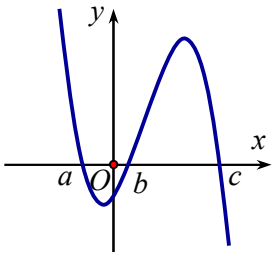
$=|x_0-2|+\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-2}-1\right|=|x_0-2|+\left|\dfrac{4}{x_0-2}\right| \geq 2\sqrt{|x_0-2|.\left|\dfrac{4}{x_0-2}\right|}=4$

(Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số dương $|x_0-2|$, $\left|\dfrac{4}{x_0-2}\right|$)

Dấu "=" xảy ra khi

$\begin{cases}|x_0-2|=\left|\dfrac{4}{x_0-2}\right| \\ x_0>0, x_0 \neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x_0-2)^2=4 \\ x_0>0, x_0 \neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x_0=4 \\ x_0=0\end{array}\right. \\ x_0>0, x_0 \neq 2\end{cases} \Leftrightarrow x_0=4 \Rightarrow M(4;3)$

**Câu 28: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm có hoành độ $a$, $b$, $c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $f(c)+f(a)-2f(b)>0$. **B.** $\left(f(b)-f(a)\right)\left(f(b)-f(c)\right)<0$.

**C.** $f(a)>f(b)>f(c)$. **D.** $f(c)>f(b)>f(a)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Quan sát đồ thị ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \in [a;b]$ suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ suy ra $f(a)>f(b)$

$f'(x) \geq 0, \forall x \in [b;c]$ suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ suy ra $f(c)>f(b)$

$f(c)+f(a)-2f(b)=\left[f(a)-f(b)\right]+\left[f(c)-f(b)\right]>0$

Vậy $f(c)+f(a)-2f(b)>0$.

**Câu 29: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

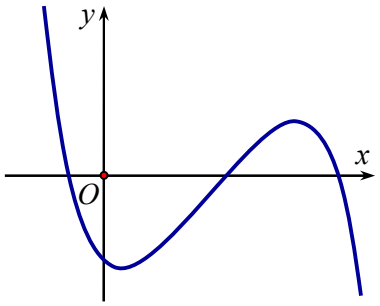
TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

$y'=\dfrac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của ta cần tìm $m$ để $y'\geq 0$ trên $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$ và dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên các khoảng đó

ĐK: $-m^2-m+2>0\Leftrightarrow -2<m<1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-1,\ 0$.

**Câu 30: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$.

**B.** $a<0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$.

**C.** $a<0;\ b<0;\ c>0;\ d<0$.

**D.** $a<0;\ b<0;\ c<0;\ d<0$.

**Lời giải**

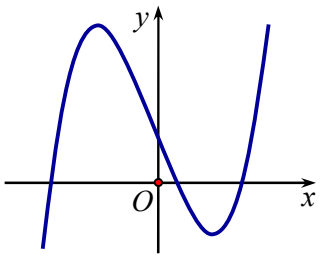
**Chọn B**

Từ hình dáng đồ thị cho ta biết $a<0$.

Cho $x=0\Rightarrow f(0)=d<0$. Ta có $y'=3ax^2+2bx+c\ (a\neq 0)$. Từ đồ thị hàm số ta thấy hoành độ hai điểm cực trị trái dấu, suy ra $ac<0$ mà theo trên $a<0\Rightarrow c>0$.

Từ đồ thị hàm số ta thấy tổng hoành độ cửa cực đại và cực tiểu dương nên $-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b>0$. (vì $a<0$)

**Câu 31: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

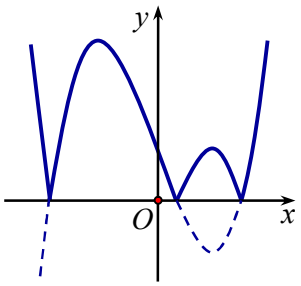



**A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có đồ thị hàm $y=|f(x)|$ như hình vẽ sau:




Từ đồ thị ta thấy ngay đồ thị hàm số có năm điểm cực trị.

**Câu 32: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;\ 1)$, $B$, $C$ thỏa mãn $BC = 4$?

**A.** $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = \pm 4$. **D.** $m = \pm\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số: $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$, $C\left(-\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$.

$BC = 4 \Leftrightarrow 4m = 16 \Leftrightarrow m = 4$.

**Câu 33: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$.

**A.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5^x + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5^x \ln 5 + C$.

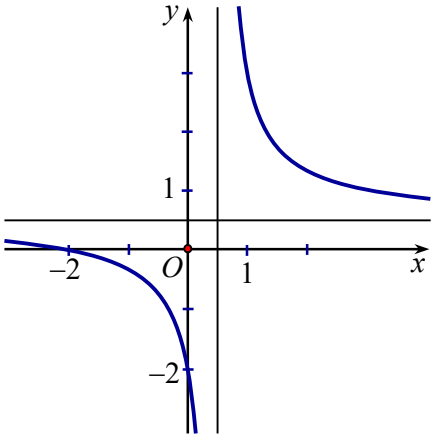
**C.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{5^x}{\ln 5} + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{5^{x+1}}{x+1} + C$.

**Lời giải**

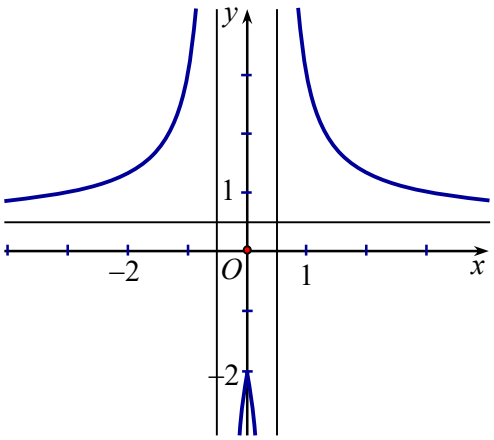
**Chọn C**

Từ công thức nguyên hàm $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$ ta có ngay đáp án C.

**Câu 34: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?




Hình 1




Hình 2

**A.** $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **B.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

**Câu 35: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là $V$ mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính $R$ của đường tròn đáy khối trụ bằng?

**A.** $\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi chiều cao và bán kính đáy của lon sữa lần lượt là $h$ và $R$. $(h,\ R>0)$

Ta có: Thể tích của lon sữa là $V=\pi R^2h\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$.

Khi đó: Diện tích toàn phần là $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$.

Xét hàm số $f(R)=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(R)=4\pi R-\dfrac{2V}{R^2}=\dfrac{4\pi R^3-2V}{R^2}$

Cho $f'(R)=0\Leftrightarrow 4\pi R^3-2V=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Lập bảng biến thiên suy ra bán kính cần tìm là $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

**Câu 36: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d:y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1,x_2,x_3$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$.

**A.** $m\ge -3$. **B.** $m\ge -2$. **C.** $m>-3$. **D.** $m>-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

PT hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+2=m(x-1)$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-2-m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x^2-2x-2-m=0\quad (1)\end{array}\right.$.

Cần (1) có hai nghiệm phân biệt $x_2,x_3$ khác $x_1=1$ và thỏa mãn $1+x_2^2+x_3^2>5$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=m+3>0\\ 1-2-2-m\ne 0\\ 1+S^2-2P>5\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m+3>0\\ -3-m\ne 0\\ 1+4+4+2m>5\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$.

**Câu 37: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

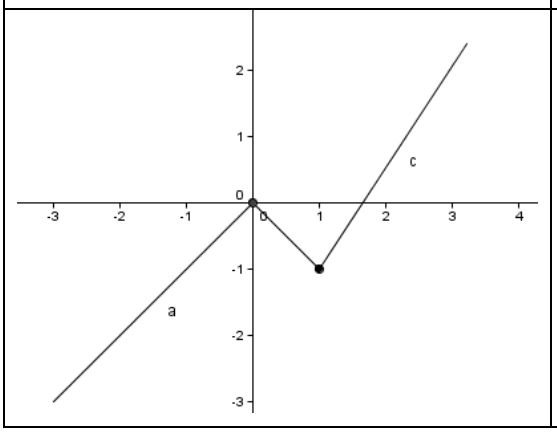
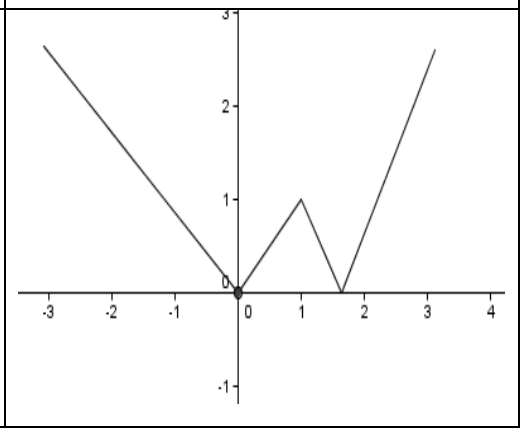
Tìm các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

**A.** $-2<m<-1$. **B.** $-3\le m\le -2$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $-3<m<-2$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1.** Từ bảng biến thiên đã cho ta suy ra hình dạng của đồ thị tương ứng

| Mô phỏng đồ thị $y=f\left(x\right)$ | Mô phỏng đồ thị $y=\left\|f\left(x\right)\right\|$ |
|---|---|
|  |  |

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào đồ thị thì phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

**Cách 2.** Gọi $x_1\in\left(1;+\infty\right)$ thỏa mãn $f\left(x_1\right)=0$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra bbt của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như bảng 1 hoặc bảng 2

Bảng 1:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $x_1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Bảng 2:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $x_1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m+2$ (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

**Câu 38:** **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S=t^3-3t^2-9t$, trong đó $t$ được tính bằng giây và $S$ được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

**A.** $12\text{m/s}^2$. **B.** $-6\text{m/s}^2$. **C.** $-12\text{m/s}^2$. **D.** $6\text{m/s}^2$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$v(t)=S'(t)=3t^2-6t-9$$
$$a(t)=v'(t)=6t-6$$

Khi vận tốc triệt tiêu ta có $v(t)=0\Leftrightarrow 3t^2-6t-9=0\Leftrightarrow t=3$ (vì $t>0$)

Khi đó gia tốc là $a(3)=6.3-6=12\text{m/s}^2$.

**Câu 39:** **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

**A.** $m=0\cdot$ **B.** $m=-1;m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1;m=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Điều kiện để đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị là $ab<0\Leftrightarrow m>-1\Rightarrow$ loại **B.**

Khi đó ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi

$b^3+8a=0\Leftrightarrow -8(m+1)^3+8=0\Leftrightarrow m=0$.

**Cách 2:** Ta có $y'=4x(x^2-m-1)$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m+1\end{array}\right.$. Để đồ thị số có ba điểm cực trị thì $m>-1$ $(*)$

Tọa độ ba điểm cực trị là $A(0;m^2)$, $B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$

Gọi $H$ là trung điểm của đoạn thẳng $BC$ thì $H(0;-2m-1)$

Khi đó ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi

$AH=BH\Leftrightarrow\sqrt{(m+1)^4}=\sqrt{m+1}\Leftrightarrow m=0:T/m(*)$.

**Câu 40:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị $(C)$. Đường thẳng $d:y=-x+2$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt $A(0;2)$, $B$ và $C$. Với $M(3;1)$, giá trị của tham số $m$ để tam giác $MBC$ có diện tích bằng $2\sqrt{6}$ là

**A.** $m=-1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=4$. **C.** $m=4$. **D.** Không tồn tại $m$.

Lời giải

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của $(C)$ và $d$ là nghiệm của phương trình

$$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2$$

$$\Leftrightarrow x^3+2mx^2+(3m-2)x=0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2+2mx+3m-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+3m-2=0\ (*) \end{array}\right.$$

Để $(C)$ cắt $d$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2\neq 0 \\ m^2-3m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \dfrac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$$

Giả sử toạ độ giao điểm của là $A(0;2)$, $B(x_B;y_B), C(x_C;y_C)$ với $x_B$; $x_C$ là nghiệm của $(*)$

Khi đó, ta có $\begin{cases} x_B+x_C=-2m \\ x_B.x_C=3m-2 \end{cases}$ và $\begin{cases} y_B=-x_B+2 \\ y_C=-x_C+2 \end{cases}$

Suy ra $BC=\sqrt{2(x_B-x_C)^2}=\sqrt{2\left[(x_B+x_C)^2-4x_Bx_C\right]}=\sqrt{2\left[4m^2-4(3m-2)\right]}$

Mà $d(M;d)=\dfrac{|3+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$.

Ta có $S_{\Delta MBC}=\dfrac{1}{2}d(M;d).BC$

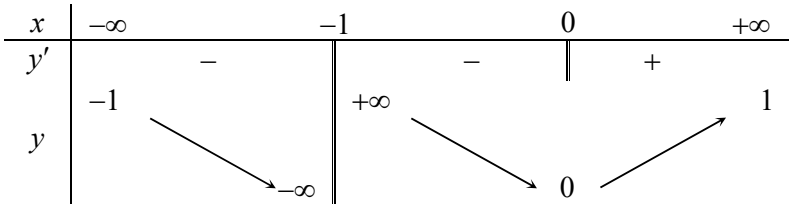
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2\left[4m^2-4(3m-2)\right]}=2\sqrt{6}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2-4(3m-2)=24$$

$$\Leftrightarrow m^2-3m-4=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$$ (thoả mãn (*)).

**Câu 41:** **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây




Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây

**A.** $y=\dfrac{1}{x(x+1)}$. **B.** $y=|x|(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x|}{x+1}$.

Lời giải

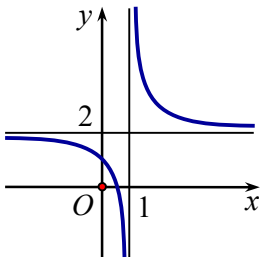
**Chọn D**

Hàm số không xác định tại $x=-1$ nên loại đáp án **B.**

Hàm số xác định tại $x=0$ nên loại đáp án **A.**

Nhận xét $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ nên loại đáp án **C.** (vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x}{|x+1|}=-\infty$).

**Câu 42: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Xác định $a$, $b$, $c$ để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?




**A.** $a=2,\ b=1,c=-1.$ **B.** $a=2,\ b=1,c=1.$

**C.** $a=2,\ b=2,c=-1.$ **D.** $a=2,\ b=-1,c=1.$

Lời giải

**Chọn A**

Nhận xét: đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{-b}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{b}$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}\dfrac{-b}{c}=1\\ \dfrac{a}{b}=2\\ M(0;1)\in(C):y=\dfrac{ax-1}{bx+c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ 1=\dfrac{-1}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b=2\\ b=-c=1\\ c=-1\end{cases}.$

**Câu 43: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C_m):y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tất cả giá trị của tham số $m$ để $(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$, $x_3$ thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^3=4$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $m=2$. **D.** $m>-\dfrac{1}{4}$ và $m\neq 0$.

Lời giải

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C_m)$ và trục hoành:

$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-x-m)=0\ (1)$

$(C_m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có 3 nghiệm phân biệt

$(x-1)(x^2-x-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-x-m=0\ \ (2)\end{array}\right.$

Phương trình $(1)$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(2)$ có 2 nghiệm đều khác 1 hay

$\begin{cases}1^2-1-m\neq 0\\ \Delta=1+4m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m>-\dfrac{1}{4}\end{cases}$

Phương trình $(2)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2$, $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$, $x_3 = 1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$

$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow 1^2 - 2(-m) = 3 \Leftrightarrow m = 1 \ (tm)$

**Câu 44: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $(P)$ là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$. Gọi $m_0$ là giá trị để $(P)$ đi qua điểm $A(2;\ 24)$. Hỏi $m_0$ thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $(10;\ 15)$. **B.** $(-6;\ 1)$. **C.** $(-2;\ 10)$. **D.** $(-8;\ 2)$.

Lời giải

**Chọn C**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^3 - 2mx$.

Vì $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2m \end{array}\right.$ nên hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Điều này tương đương $m > 0$.

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị là: $A(0; m^2)$, $B(\sqrt{2m}; 0)$, $C(-\sqrt{2m}; 0)$.

Nhận xét: Parabol $(P)$ đi qua ba điểm $A$, $B$, $C$ có dạng $y = ax^2 + b$ (vì hai điểm $B$ và $C$ đối xứng qua trục tung). Suy ra $(P)$ có phương trình là $y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2$.

Vì $(P)$ đi qua $A(2;\ 24)$ nên $m^2 - 2m - 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \\ m = -4 \end{array}\right. \Rightarrow m = m_0 = 6$ (thỏa điều kiện $m > 0$).

**Câu 45: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + m|x| - 1$ có 5 điểm cực trị.

**A.** 11. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

**Chọn A**

Hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + m|x| - 1$ có 5 điểm cực trị khi hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 3x^2 - 12x + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Điều kiện: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ m > 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 12$.

Vì $m$ nguyên nên có 11 giá trị $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 46: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị $m$ để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 2$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

**A.** $m \le 0$. **B.** $m > -1$. **C.** $m \le 2$. **D.** $m \ge 0$.

Lời giải

**Chọn A**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = 0$

Hàm số trở thành $y=-x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2 : $m \neq 0$

$y'=mx^2-2mx+2m-1$

Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$)

ĐK: $\begin{cases} m<0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m^2-m(2m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -m^2+m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m<0$.

Kết hợp cả 2 trường hợp ta được $m \leq 0$

**Câu 47: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y=2\cos\frac{x}{2}+\sin x+1.$

**A.** $1-2\sqrt{3}.$ **B.** $\frac{2-5\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $-1.$ **D.** $\frac{2-3\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

**Chọn D**

Nhận xét: Hàm số tuần hoàn với chu kì $T=4\pi$ nên ta chỉ cần tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[-2\pi;2\pi]$

Ta có $y'=-\sin\frac{x}{2}+\cos x$

$$y'=0 \Leftrightarrow -\sin\frac{x}{2}+1-2\sin^2\frac{x}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\frac{x}{2}=-1 \\ \sin\frac{x}{2}=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\pi \\ x=\frac{\pi}{3} \\ x=\frac{5\pi}{3} \end{array}\right. \text{ (do } x \in [-2\pi;2\pi])$$

$y(-2\pi)=2\cos(-\pi)+\sin(-2\pi)+1=-1$

$y(2\pi)=2\cos(\pi)+\sin(2\pi)+1=-1$

$y(-\pi)=2\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\sin(-\pi)+1=1$

$y\left(\frac{\pi}{3}\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)+1=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{2+3\sqrt{3}}{2}$

$y\left(\frac{5\pi}{3}\right)=2\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)+1=-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{2-3\sqrt{3}}{2}$

Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=y\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{2-3\sqrt{3}}{2}.$

**Câu 48: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$y=\frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có $4\sqrt{3x+1}-3x-5=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3x+1}=3x+5$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5 \ge 0 \\ 16(3x+1) = (3x+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{5}{3} \\ 9x^2 - 18x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

TXĐ: $D = \left[-\dfrac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$

- Tìm TCĐ: $\lim\limits_{x \to 1^-} y = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5\right)}{-9(x-1)^2} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{4\sqrt{3x+1} + 3x + 5}{-9(x-1)} = +\infty$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

- Tìm TCN: Xét $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5} = \dfrac{-1}{3}$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = -\dfrac{1}{3}$

KL: Đồ thị của hàm số có 2 tiệm cận.

**Câu 49: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x}{x-1}$

**A.** $y = -2x - 2$. **B.** $y = 2x + 2$. **C.** $y = 2x - 2$. **D.** $y = -2x + 2$.

Lời giải

**Chọn B**

$y' = \dfrac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 4 + 2\sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A\left(1+\sqrt{3}; 4+2\sqrt{3}\right)$ và $B\left(1-\sqrt{3}; 4-2\sqrt{3}\right)$. Đường thẳng qua hai điểm cực trị có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA} = \left(2\sqrt{3}; 4\sqrt{3}\right)$ nên có vectơ pháp tuyến là $(2; -1)$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $2x - y + 2 = 0$ hay $y = 2x + 2$.

*Cách khác: Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = \dfrac{\left(x^2 + 2x\right)'}{(x-1)'} = 2x + 2$.

**Câu 50: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm cực đại của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$.

**A.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

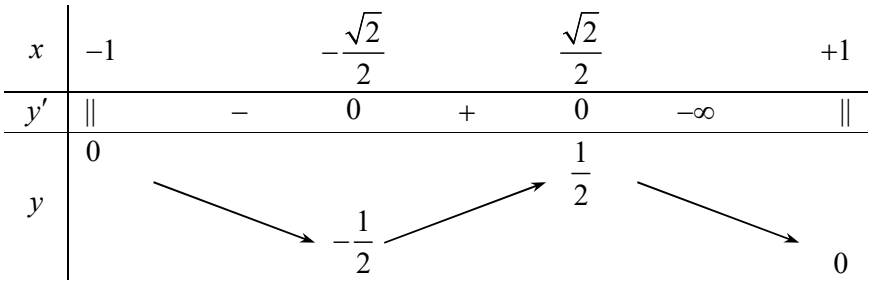
**Chọn D**

Tập xác định là $[-1; 1]$

Ta có $y' = \sqrt{1-x^2} + x\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Bảng biến thiên




Ta thấy cực đại của hàm số là $\frac{1}{2}$.

**Câu 51: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-\frac{2}{3}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

**A.** $m>2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải.

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2+2(m-1)x+(2m-3)$.

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty) \Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x>1$.

$\Leftrightarrow x^2+2x-3\ge -2m(x+1),\ \forall x>1$.

$\Leftrightarrow f(x)=x-3\ge -2m,\ \forall x>1$.

$\Leftrightarrow -2m\le \min\limits_{[1;+\infty)} f(x)$.

$\Leftrightarrow -2m\le -2$.

$\Leftrightarrow m\ge 1$.

**Câu 52: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288\,\text{dm}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500000$ đồng/$\text{m}^2$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

**A.** $1,08$ triệu đồng. **B.** $0,91$ triệu đồng. **C.** $1,68$ triệu đồng. **D.** $0,54$ triệu đồng

Lời giải

Chọn A

Gọi $a$, $b$, $h$ $(a,b,h>0)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể chứa nước.

Ta có: $a=2b$ nên $V=abh=2b^2.h \Rightarrow h=\frac{V}{2b^2}$.

Chi phí thuê nhân công thấp nhất tương đương với diện tích toàn phần của bể ít nhất.

$$S_{TP}=S_{xq}+S_d=2ah+2bh+ab=2.2b.\frac{V}{2b^2}+2b.\frac{V}{2b^2}+2b^2=\frac{3V}{b}+2b^2$$

Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương $\frac{3V}{2b}$, $\frac{3V}{2b}$, $2b^2$, ta được:

$$S_{TP}=\frac{3V}{b}+2b^2=\frac{3V}{2b}+\frac{3V}{2b}+2b^2\ge 3\sqrt[3]{\frac{9V^2}{4b^2}.2b^2}=3\sqrt[3]{\frac{9}{2}.288^2}=216\,(\text{dm}^2)=2,16(\text{m}^2).$$

Do đó chi phí thấp nhất thuê nhân công là $2,16.500000=1080000$ (đồng).

**Câu 53:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tất cả giá trị của $m$ để phương trình $mx-\sqrt{x-3}=m+1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $0<m<\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\le m<\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có phương trình $mx-\sqrt{x-3}=m+1$ $(1)$ xác định với $x\in[3;+\infty)$

$(1)\Leftrightarrow m(x-1)=\sqrt{x-3}+1$ với $x\in[3;+\infty)$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{\sqrt{x-3}+1}{x-1}$ với $x\in[3;+\infty)$

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}+1}{x-1}$ với $x\in[3;+\infty)$.

$f'(x)=\dfrac{5-x-2\sqrt{x-3}}{2\sqrt{x-3}(x-1)^2}$ với $x\in(3;+\infty)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2\sqrt{x-3}=5-x\Leftrightarrow\begin{cases}3\le x\le 5\\4(x-3)=(5-x)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3\le x\le 5\\x^2-14x+37=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\le x\le 5\\\left[\begin{array}{l}x=7-2\sqrt{3}\\x=7+2\sqrt{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 7-2\sqrt{3}$

| $x$ | $3$ | | $7-2\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $\dfrac{1}{2}$ | ↗ | $\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$ | ↘ | $0$ |

Dựa vào đồ thị ta thấy với $\dfrac{1}{2}\le m<\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

**Câu 54:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y=-\dfrac{x^3}{3}+(a-1)x^2+(a+3)x-4$. Tìm $a$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$

**A.** $a\ge\dfrac{12}{7}$. **B.** $a<-3$. **C.** $a\le-3$. **D.** $a>\dfrac{12}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=-x^2+2(a-1)x+a+3$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$ thì $y'\ge 0,\ \forall x\in(0;3)$

$\Leftrightarrow a \ge \dfrac{x^2+2x-3}{2x+1}, \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow a \ge \max\limits_{(0;3)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{2x+1}$ trên khoảng $(0;3)$

Ta có $f'(x)=\dfrac{2x^2+2x+8}{(2x+1)^2}=\dfrac{2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{15}{2}}{(2x+1)^2}>0,\ \forall x \in (0;3)$.

$\Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;3) \Rightarrow \max\limits_{(0;3)} f(x)=f(3)=\dfrac{12}{7}$.

Vậy $m \ge \dfrac{12}{7}$.

**Câu 55:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là $50.000$ đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng $40$ quả bưởi. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả $5000$ đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là $50$ quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là $30.000$ đồng.

**A.** $44.000$ đ. **B.** $43.000$ đ. **C.** $42.000$ đ. **D.** $41.000$ đ.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $t$ là số lần giảm $(0 \le t \le 4; t \in \mathbb{R})$ thì $5000t$ là tổng số tiền giảm. Lúc đó giá bán sẽ là $50000-5000t$, số quả bưởi bán ra là $40+50t$ suy ra tổng số tiền bán được cả vốn lẫn lãi là $(50000-5000t).(40+50t)$; số tiền vốn nhập ban đầu là $30000.(40+50t)$.

Ta có lợi nhuận thu được là $f(t)=(50000-5000t)(40+50t)-30000(40+50t)$.

Ta tìm $t$ để $f(t)$ lớn nhất: $f(t)=(4+5t)(20-5t).10000$

$\Rightarrow g(t)=\dfrac{f(t)}{10000}=-25t^2+80t+80=144-(5t-8)^2 \le 144, \forall t \in \mathbb{R}$.

Để $f(t)$ lớn nhất khi $g(t)$ lớn nhất; $g(t)$ lớn nhất bằng 144 khi $5t-8=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{8}{5}$.

$t=\dfrac{8}{5} \Rightarrow 5000t=8000$. Do đó giảm số tiền một quả bưởi là $8000$đ, tức giá bán ra một quả là $50000-8000=42000$đ thì lợi nhuận thu được cao nhất.

**Câu 56:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Anh Minh muốn xây dựng một hố ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $3200\,\text{cm}^3$, tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hố ga bằng $2$. Xác định diện tích đáy của hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất.

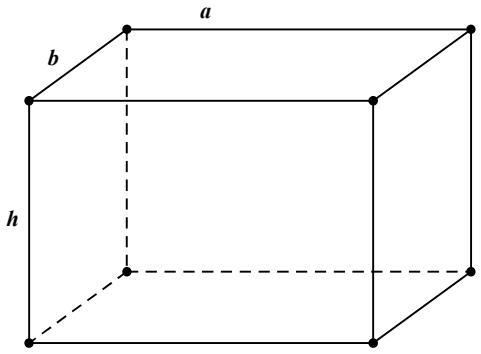
**A.** $170\,\text{cm}^2$. **B.** $160\,\text{cm}^2$. **C.** $150\,\text{cm}^2$. **D.** $140\,\text{cm}^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $a$, $b$, $h$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hố ga.

Ta có hình vẽ:




Ta có: $\begin{cases} abh = 3200 \\ \dfrac{h}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab^2 = 3200 \\ h = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1600}{b^2} \\ h = 2b \end{cases}$

Để xây hố tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì $S_{xq} + S_{đ}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$S_{xq} + S_{đ} = 2bh + 2ah + ab = 4b^2 + \dfrac{6400}{b} + \dfrac{1600}{b} = 4b^2 + \dfrac{8000}{b} = f(b)$

Xét $f(b) = 4b^2 + \dfrac{8000}{b}$ trên $(0; +\infty)$

$f'(b) = 8b - \dfrac{8000}{b^2} \Rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow 8b^3 - 8000 = 0 \Leftrightarrow b = 10$

Bảng biến thiên

| x | 0 | | 10 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f' | ‖ | - | 0 | + | |
| f | ‖ $+\infty$ | ↘ | 1200 | ↗ | $+\infty$ |

Với $b = 10 \Rightarrow a = 16$

Vậy diện tích đáy hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên liệu nhất là: $S_{đ} = 16.10 = 160(\text{cm}^2)$.

**Câu 57: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y = -\dfrac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$. Tìm $a$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 3)$

**A.** $a \geq \dfrac{12}{7}$. **B.** $a < -3$. **C.** $a \leq -3$. **D.** $a > \dfrac{12}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y' = -x^2 + 2(a-1)x + a + 3$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 3)$ thì $y' \geq 0,\ \forall x \in (0; 3)$

(Dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(0; 3)$).

$\Leftrightarrow a \geq \dfrac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}, \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow a \geq \max\limits_{(0; 3)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}$ trên khoảng $(0; 3)$

Ta có $f'(x)=\dfrac{2x^2+2x+8}{(2x+1)^2}=\dfrac{2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{15}{2}}{(2x+1)^2}>0,\ \forall x\in(0;3)$.

$\Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;3)\Rightarrow \max\limits_{(0;3)} f(x)=f(3)=\dfrac{12}{7}$.

Vậy $m\ge\dfrac{12}{7}$.

**Câu 58:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là $50.000$ đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng $40$ quả bưởi. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả $5000$ đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là $50$ quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là $30.000$ đồng.

**A.** $44.000$ đ. **B.** $43.000$ đ. **C.** $42.000$ đ. **D.** $41.000$ đ.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $t$ là số lần giảm $(0\le t\le 4;t\in\mathbb{R})$ thì $5000t$ là tổng số tiền giảm. Lúc đó giá bán sẽ là $50000-5000t$, số quả bưởi bán ra là $40+50t$ suy ra tổng số tiền bán được cả vốn lẫn lãi là $(50000-5000t).(40+50t)$; số tiền vốn nhập ban đầu là $30000.(40+50t)$.

Ta có lợi nhuận thu được là $f(t)=(50000-5000t)(40+50t)-30000(40+50t)$.

Ta tìm $t$ để $f(t)$ lớn nhất: $f(t)=(4+5t)(20-5t).10000$

$\Rightarrow g(t)=\dfrac{f(t)}{10000}=-25t^2+80t+80=144-(5t-8)^2\le 144,\forall t\in\mathbb{R}$.

Để $f(t)$ lớn nhất khi $g(t)$ lớn nhất; $g(t)$ lớn nhất bằng $144$ khi $5t-8=0\Leftrightarrow t=\dfrac{8}{5}$.

$t=\dfrac{8}{5}\Rightarrow 5000t=8000$. Do đó giảm số tiền một quả bưởi là $8000$đ, tức giá bán ra một quả là $50000-8000=42000$đ thì lợi nhuận thu được cao nhất.

**Câu 59:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Anh Minh muốn xây dựng một hố ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $3200\,\text{cm}^3$, tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hố ga bằng $2$. Xác định diện tích đáy của hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất.

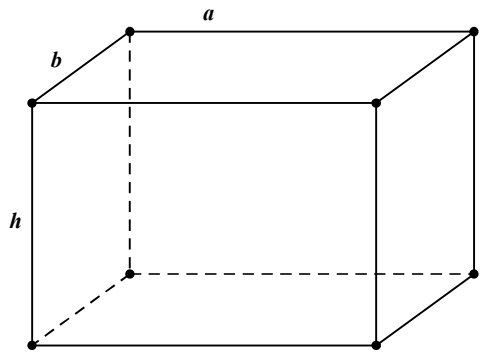
**A.** $170\,\text{cm}^2$. **B.** $160\,\text{cm}^2$. **C.** $150\,\text{cm}^2$. **D.** $140\,\text{cm}^2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $a$, $b$, $h$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hố ga.

Ta có hình vẽ:



Ta có: $\begin{cases} abh = 3200 \\ \dfrac{h}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab^2 = 3200 \\ h = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1600}{b^2} \\ h = 2b \end{cases}$

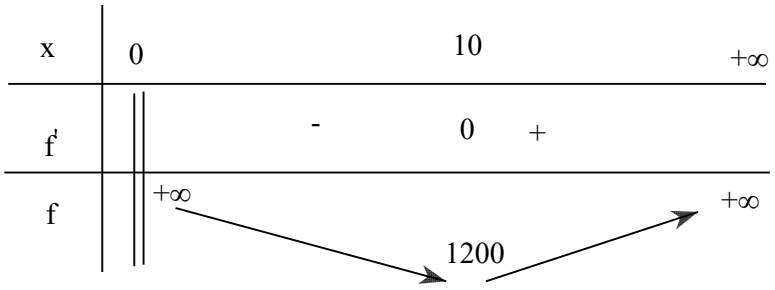
Để xây hố tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì $S_{xq} + S_{đ}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$S_{xq} + S_{đ} = 2bh + 2ah + ab = 4b^2 + \dfrac{6400}{b} + \dfrac{1600}{b} = 4b^2 + \dfrac{8000}{b} = f(b)$

Xét $f(b) = 4b^2 + \dfrac{8000}{b}$ trên $(0;+\infty)$

$f'(b) = 8b - \dfrac{8000}{b^2} \Rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow 8b^3 - 8000 = 0 \Leftrightarrow b = 10$

Bảng biến thiên chỗ này sửa kí hiệu x trong bbt thành b cho em nhé.Em lười vẽ lại




Với $b = 10 \Rightarrow a = 16$

Vậy diện tích đáy hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên liệu nhất là: $S_{đ} = 16.10 = 160(\text{cm}^2)$.

**Câu 60:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$. Với giá trị nào của $m$ thì hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$?

**A.** $m < 1$. **B.** $1 \le m < 2$. **C.** $m < 1 \vee m > 2$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

**Chọn B**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$y' = \dfrac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ -m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2$.

**Câu 61:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2 + 4x + m}$ có một đường tiệm cận:

**A.** $m > 4$. **B.** $m \le 4$.
**C.** $m = 4$. **D.** $m = 0$.

Giải:

**Chọn A**

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận khi phương trình $g(x)=x^2+4x+m=0\ (*)$ hoặc vô nghiệm, hoặc có nghiệm kép $x=-1$

Trường hợp 1: pt$(*)$ vô nghiệm

Điều kiện: $\Delta'=4-m<0\Leftrightarrow m>4$

Trường hợp 2: pt$(*)$ có nghiệm kép $x=-1$

Điều kiện: $\begin{cases}\Delta'=4-m>0\\ g(-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-m=0\\ 1-4+m=0\end{cases}\Rightarrow$ Không có $m$ thỏa mãn

Kết luận: $m>4$.

**Câu 62:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{mx^2-1}}$ có hai tiệm cận ngang.

**A.** Không có giá trị thực nào của $m$. **B.** $m<0$.

**C.** $m=0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

**Chọn D**

Nhận xét:

Với $m\le 0$ thì $mx^2-1<0$ nên hàm số không xác định

Với $m>0$:

Xét giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{mx^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{-\sqrt{m-\frac{1}{x^2}}}=\dfrac{-2}{\sqrt{m}}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{mx^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{\sqrt{m-\frac{1}{x^2}}}=\dfrac{2}{\sqrt{m}}$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{2}{\sqrt{m}}$ và $y=\dfrac{-2}{\sqrt{m}}$

Vậy $m>0$ thỏa mãn ycbt

**Câu 63:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}-\sqrt{\frac{3}{x^3}+\frac{1}{x^4}}}{1-\frac{1}{x}}=0$

$\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{4x^2+x}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{4x+1}{x-1}=-1$

và $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{4x^2+x}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{4x+1}{x-1}=-1$

nên $x=0$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=-\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Trình bày lại

Ta có : Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{1-\dfrac{1}{x}}=0$

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\left(4x^2+x\right)}{x(x-1)\left(2x+1+\sqrt{3x+1}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{4x+1}{(x-1)\left(2x+1+\sqrt{3x+1}\right)}=-\dfrac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\left(4x^2+x\right)}{x(x-1)\left(2x+1+\sqrt{3x+1}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{4x+1}{(x-1)\left(2x+1+\sqrt{3x+1}\right)}=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

nên đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x(x-1)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận

**Câu 64:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$ thì $m$ thuộc khoảng nào?

**A.** $(2;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2},\ \forall x\neq -m$

Điều kiện cần :

Để hàm số đạt cực đại tại $x=2$ thì $y'(2)=0 \Leftrightarrow m^2+4m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-3 \end{array}\right. \Rightarrow$ loại A, **B.**

Điều kiện đủ :

Với $m=-1$, ta có $y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $CĐ$ | $\searrow$ | $-\infty$ / $+\infty$ | $\searrow$ | $CT$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow m=-1$ không thoả mãn ycbt.

Với $m=-3$, ta có $y'=\dfrac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}, \forall x \neq 3$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right.$

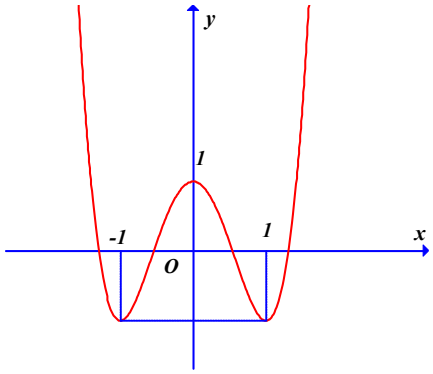
Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $CĐ$ | $\searrow$ | $-\infty$ / $+\infty$ | $\searrow$ | $CT$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow m=-3$ thoả mãn ycbt.

Vậy $m=-3 \in (-4;-2)$.

**Câu 65:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.




Tính giá trị $f(a+b+c)$.

**A.** $f(a+b+c)=-2$.

**B.** $f(a+b+c)=2$.

**C.** $f(a+b+c)=-1$.

**D.** $f(a+b+c)=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} f(0)=c=1 \\ f'(\pm 1)=2a+b=0 \\ f(\pm 1)=a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=2 \\ b=-4 \end{cases}$.

Suy ra $f(x)=2x^4-4x^2+1 \Rightarrow f(a+b+c)=f(-1)=-1$.

**Câu 66:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^4-2x^2-3+m=0$

có đúng hai nghiệm thực.

**A.** $(-\infty;3)\cup\{4\}$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $\{-4\}\cup(-3;+\infty)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $x^2=t\geq 0$, phương trình $x^4-2x^2-3+m=0$ $(1)$ trở thành $t^2-2t-3+m=0$ $(2)$

Để phương trình $(1)$ có đúng hai nghiệm thực thì phương trình $(2)$ có đúng một nghiệm $t>0$.

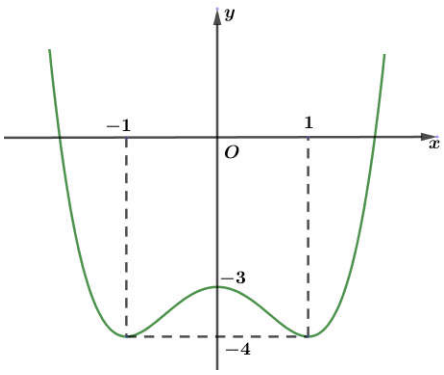
TH1: $t_1<0<t_2 \Leftrightarrow m-3<0 \Leftrightarrow m<3$.

TH2: $0<t_1=t_2$.Đk: $\begin{cases} \Delta'=0 \\ t_1=t_2=1>0 \end{cases} \Leftrightarrow m-4=0 \Leftrightarrow m=4$

Kết luận: $m\in(-\infty;3)\cup\{4\}$.

**Cách 2:** Phương trình $x^4-2x^2-3+m=0$ có đúng hai nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và đường thẳng $y=-m$ có hai điểm chung phân biệt.

Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$:




Ycbt $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -m=-4 \\ -m>-3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=4 \\ m<3 \end{bmatrix}$.

**Câu 67:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+1$ có đồ thị $(C_m)$, với $m$ là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=x+1$ cắt đồ thị $(C_m)$ tại ba điểm phân biệt $P(0;1)$, $M$, $N$ sao cho tam giác $OMN$ vuông tại $O$ với $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m=-2.$ **B.** $m=-6.$ **C.** $m=-3.$ **D.** $m=-\dfrac{7}{2}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x^3-3x^2+(m+1)x+1=x+1\Leftrightarrow x^3-3x^2+mx=0\ (*)$$

$$\Leftrightarrow x\left(x^2-3x+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3x+m=0.\end{array}\right.$$

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2-3x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $0$ hay $\begin{cases}\Delta>0\\0-3.0+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-4m>0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\neq m<\dfrac{9}{4}.$

Gọi $x_1,x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-3x+m=0.$

Theo Viet $\begin{cases}x_1+x_2=3\\x_1x_2=m\end{cases}$

Tọa độ $M\left(x_1;x_1+1\right)$, $N\left(x_2;x_2+1\right)$. Khi đó tam giác $OMN$ vuông tại $O$ khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0\Leftrightarrow x_1x_2+\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x_1+x_2+2x_1x_2+1=0\Leftrightarrow 3+2m+1=0\Leftrightarrow m=-2.\left(\text{Tmđk}\right)$$

**Câu 68:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật, có đáy là hình vuông, sao cho thể tích khối hộp được tạo thành là $8\ \text{dm}^3$ và diện tích toàn phần là nhỏ nhất. Tìm độ dài cạnh đáy của mỗi hộp được thiết kế.

**A.** $2\sqrt[3]{2}$ dm. **B.** $2$ dm. **C.** $4$ dm. **D.** $2\sqrt{2}$ dm.

**Lời giải**

**Chọn B**

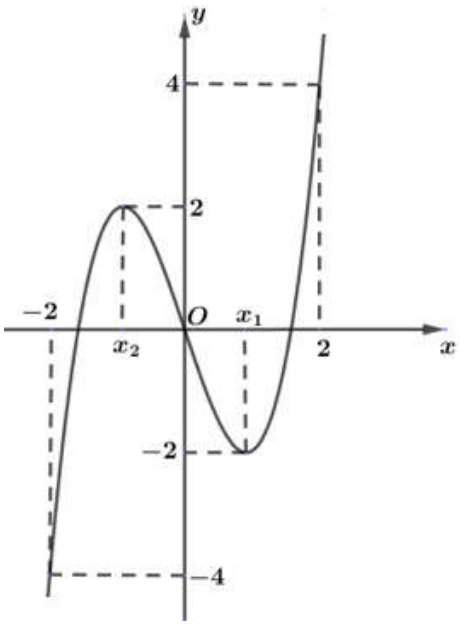
Gọi $a,b,c$ $(a,b,c>0$ ,đơn vị dm$)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của khối hộp chữ nhật

Khi đó, thể tích khối hộp là $V=abc=8$; diện tích toàn phần là $S_{tp}=2\left(ab+bc+ca\right).$

Có $S_{tp}=2\left(ab+bc+ca\right)\geq 2.3\sqrt[3]{ab.bc.ca}=24.$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=2.$

**Câu 69:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ.




Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$?

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

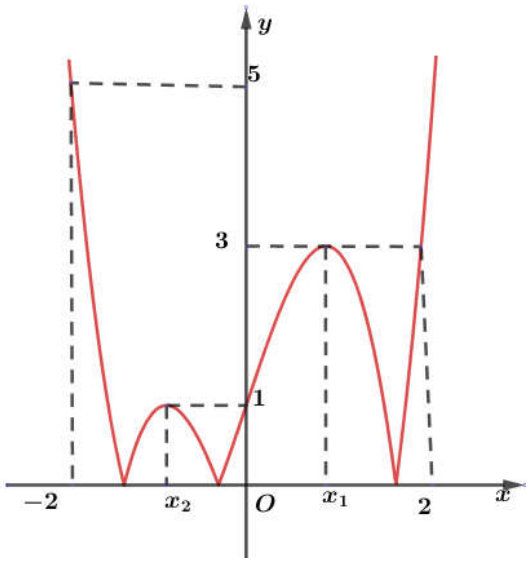
**Lời giải**

**Chọn B** Vẽ thêm cho em đths $y=f\left(x\right)-1$ nhé

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)-1$ là tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ xuống dưới 1 đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)-1$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị trên trục hoành; lấy đối xứng qua trục $Ox$ phần đồ thị nằm dưới trục hoành.

Ta được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ như hình vẽ:




Phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị, phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt trên $\left[-2;2\right]$.

**Câu 70:** **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=\left(m^2+m+1\right)x+\left(m^2-m+1\right)\sin x$ luôn đồng biến trên $\left(0;2\pi\right)$.

**A.** $m\le 0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=m^2+m+1+\left(m^2-m+1\right)\cos x$.

Hàm số đồng biến trên $\left(0;2\pi\right)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\left(0;2\pi\right)$.Dấu "="chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\left(0;2\pi\right)$

Đặt $t=\cos x;\ \mathrm{x}\in\left(0;2\pi\right)$ tương ứng với $t\in\left[-1;1\right)$.

$y'\ge 0,\forall x\in\left(0;2\pi\right)\Leftrightarrow\left(m^2-m+1\right)t+m^2+m+1\ge 0,\forall t\in\left[-1;1\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(m^2-m+1\right).(-1)+m^2+m+1\ge 0\\ \left(m^2-m+1\right).1+m^2+m+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m\ge 0\\ 2m^2+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 0$.

Trình bày lại

$\Leftrightarrow m^2+m+1+\left(m^2-m+1\right)\cos x\ge 0\ \forall x\in\left(0;2\pi\right)$

$\Leftrightarrow\cos x\ge-\dfrac{m^2+m+1}{m^2-m+1}\ \forall x\in\left(0;2\pi\right)$

ĐK: $-1\ge-\dfrac{m^2+m+1}{m^2-m+1}\Leftrightarrow m^2-m+1\le m^2+m+1\Leftrightarrow m\ge 0$

**Câu 71:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

**A.** $m\in\left(-\infty;3-3\sqrt{2}\right)\cup\left(3+3\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;4-2\sqrt{2}\right)\cup\left(4+2\sqrt{2};+\infty\right)$.

**C.** $m\in\left(-\infty;1-2\sqrt{3}\right)\cup\left(1+2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;3-2\sqrt{2}\right)\cup\left(3+2\sqrt{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

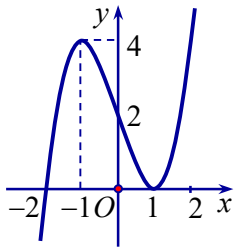
Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x}{x+1}=x+m$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne -1\\ 2x=x^2+mx+x+m\end{cases}\Leftrightarrow x^2+\left(m-1\right)x+m=0$ (*) (vì $x=-1$ không phải là nghiệm)

Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta=\left(m-1\right)^2-4m>0\Leftrightarrow m^2-6m+1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<3-2\sqrt{2}\\ m>3+2\sqrt{2}\end{array}\right.$

**Câu 72:** **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị $(C)$ tiếp xúc với trục hoành như hình vẽ.



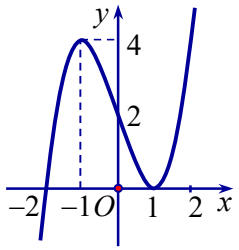

Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại điểm uốn của nó?

**A.** $y=3x-2$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=-2x+3$. **D.** $y=-3x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quan sát đồ thị $(C)$ ta thấy đồ thị hàm số có dạng bậc 3




$y=ax^3+bx^2+cx+d;\ y'=3ax^2+2bx+c$, $y'=0$ có hai nghiệm là $x=-1, x=1$

Suy ra $b=0,\ 3a+c=0$.

Mặt khác đồ thị đi qua $(-1;4)$ và $(1;0)$ nên $-a-c+d=4, a+c+d=0$

Do đó $c=-3, a=1, d=2$. Hàm số là $y=x^3-3x+2, y'=3x^2-3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn $U(0;2)$ là $y=-3(x-0)+2=-3x+2$.

**Câu 73:** **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Giá trị tham số thực $k$ nào sau đây để đồ thị hàm số $y=x^3-3kx^2+4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A.** $-1<k<1$. **B.** $k>1$. **C.** $k<1$. **D.** $k\geq 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1.** Ta có $y'=3x^2-6kx$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có hai cực trị nằm về hai phía so với trục hoành

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'_{y'}>0\\ y_{CD}.y_{CT}<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}k^2>0\\ \left(-2k^2x_{CD}+4\right)\left(-2k^2x_{CT}+4\right)<0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ 4k^4 x_{CD} x_{CT} - 8k^2 \left(x_{CD} + x_{CT}\right) + 16 < 0 \end{cases}$ (1)

Theo Vi-et, ta có $\begin{cases} x_{CD} + x_{CT} = 2k \\ x_{CD}.x_{CT} = 0 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\begin{cases} k \neq 0 \\ -16k^3 + 16 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 1.$

**Cách 2.** Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3kx^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^3+4}{3x^2} = k \ (*), \ x \neq 0$

Xét hàm số $y = \dfrac{x^3+4}{3x^2} \Rightarrow y' = \dfrac{3x^4 - 24x}{9x^4}.$

Với $x \neq 0 \Rightarrow 9x^4 > 0 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 24x = 0 \Rightarrow x = 2$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |
| | | $-\infty$ | | | | | |

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow k > 1.$

**Cách 3.** Ta có $y' = 3x^2 - 6kx$. Xét $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2k \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía so với trục hoành

Điều kiện: $\begin{cases} 2k \neq 0 \\ y(0).y(2k) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ 16 - 16k^3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 1$ .

**Câu 74: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị $(C)$. Tìm $a$ để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của $(C)$ một khoảng bằng $\sqrt{2} - 1$.

**A.** $a > 0$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = 3$. **D.** $a = 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhận xét: Nếu hệ số góc của tiếp tuyến khác không thì tiếp tuyến và đường tiệm cận luôn cắt nhau. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì tiệm cận đứng luôn cắt tiếp tuyến. Do đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đồ thị hàm số cần phải có tiệm cận ngang và tiếp tuyến cần tìm song song với đường tiệm cận ngang đó. Trước hết điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $a > 0$. Khi đó : Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}} = -\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \pm \dfrac{1}{\sqrt{a}}$.

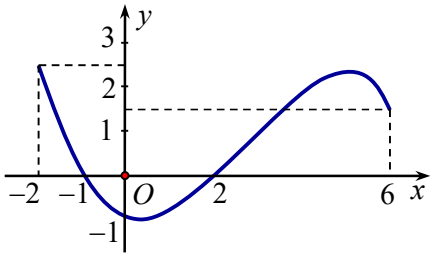
Gọi $A\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{\sqrt{ax^2+1}}\right)$ là tiếp điểm. Ta có $y'=\dfrac{1-ax}{\sqrt{\left(ax^2+1\right)^3}}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A$ là: $y=\dfrac{1-ax_0}{\sqrt{ax_0^2+1}^3}\left(x-x_0\right)+\dfrac{x_0+1}{\sqrt{ax_0^2+1}}$.

Từ suy luận trên ta có $1-ax_0=0\Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{a}$ ; phương trình tiếp tuyến là: $y=\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}$.

Theo bài ra ta có phương trình $\left[\begin{array}{l}\left|\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1\\ \left|\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1\end{array}\right.\Rightarrow a=1$.

**Câu 75: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;6\right]$ như hình vẽ bên.




Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

**A.** $\max\limits_{[-2;6]}f\left(x\right)=f\left(-2\right)$.

**B.** $\max\limits_{[-2;6]}f\left(x\right)=f\left(6\right)$.

**C.** $\max\limits_{[-2;6]}f\left(x\right)=\max\left\{f\left(-1\right),f\left(6\right)\right\}$.

**D.** $\max\limits_{[-2;6]}f\left(x\right)=f\left(-1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $2$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $f\left(-2\right)$ | ↗ | $f\left(-1\right)$ | ↘ | $f\left(2\right)$ | ↗ | $f\left(6\right)$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

+ Hàm số đồng biến trên $\left(-2;-1\right)$ và $\left(2;6\right)$ do $f'\left(x\right)>0$

Suy ra $f\left(-1\right)>f\left(-2\right)$ và $f\left(6\right)>f\left(2\right)$ (1)

+ Hàm số nghịch biến trên $\left(-1;2\right)$ do $f'\left(x\right)<0$

Suy ra $f\left(-1\right)>f\left(2\right)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\max\limits_{[-2;6]}f\left(x\right)=\max\left\{f\left(-2\right),f\left(-1\right),f\left(2\right),f\left(6\right)\right\}=\max\left\{f\left(-1\right),f\left(6\right)\right\}$

**Câu 76: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=x^3+3x^2-\left(m^2-3m+2\right)x+5$ đồng biến trên $\left(0;\,2\right)$?

**A.** $3$.

**B.** $2$.

**C.** $4$.

**D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=x^3+3x^2-\left(m^2-3m+2\right)x+5\Rightarrow y'=3x^2+6x-\left(m^2-3m+2\right)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\,2\right)$ khi

$y'\ge 0,\forall x\in\left(0;2\right)$ và dấu "$=$"chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng $\left(0;\,2\right)$.

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-\left(m^2-3m+2\right)\ge 0,\ \forall x\in\left(0;2\right)$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x\ge m^2-3m+2\ (*)\ \forall x\in\left(0;2\right)$

Xét hàm số $g\left(x\right)=3x^2+6x,\ x\in\left(0;2\right)$.

Ta có $g'\left(x\right)=6x+6>0,\forall x\in\left(0;2\right)$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |
| $g(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $24$ |

Nhìn bảng biến thiên suy ra điều kiện để $(*)$ xảy ra là: $m^2-3m+2\le 0\Leftrightarrow 1\le m\le 2$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{1;\,2\right\}$.

**Câu 77: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$ là

**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x-1\right)\left(x-2\right)}{\left(2-x\right)\left(2+x\right)}=-\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 78: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các tam giác vuông có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền là $a\ \left(a>0\right)$, tam giác có diện tích lớn nhất là

**A.** $\dfrac{a^2}{5\sqrt{6}}$. **B.** $\dfrac{a^2}{3\sqrt{6}}$. **C.** $\dfrac{a^2}{6\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{a^2}{6\sqrt{3}}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử $\Delta ABC$ vuông tại $A$ và có $AB+BC=a$. Đặt $AB=x\Rightarrow BC=a-x$. Vì $BC>AB$ $\Rightarrow 0<x<\dfrac{a}{2}$. Ta có $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{\left(a-x\right)^2-x^2}=\sqrt{a^2-2ax}$.

Diện tích tam giác $ABC$ là $S=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}x.\sqrt{a^2-2ax}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2x^2-2ax^3}$.

Xét hàm số $y=a^2x^2-2ax^3,\ 0<x<\frac{a}{2}$

$y'=2a^2x-6ax$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{a}{3}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\frac{a}{3}$ | | $\frac{a}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | ↗ | $y\left(\frac{a}{3}\right)$ | ↘ | |

Nhìn vào bảng biến thiên suy ra tam giác có diện tích lớn nhất là $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi $x=\frac{a}{3}$.

**Câu 79:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Biết đường thẳng $d:y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ có hoành độ lần lượt là $x_A$ và $x_B$. Giá trị của biểu thức $x_A+x_B$ bằng

**A.** $2$. **B.** $5$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình: $\frac{2x+1}{x-1}=x-2\ (1)$.

Điều kiện $x\neq 1$.

Ta có, $(1)\Leftrightarrow 2x+1=(x-2)(x-1)\ \Leftrightarrow x^2-5x+1=0\ (2)$.

Do $x_A$, $x_B$ là hoành độ các giao điểm $A$ và $B$ nên $x_A$, $x_B$ là nghiệm của phương trình $(2)$ và 1 không là nghiệm của $(2)\ \Rightarrow x_A+x_B=5$.

**Câu 80:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$. Trong đó $x$ là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (đơn vị miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

**A.** $15$ mg. **B.** $30$ mg. **C.** $25$ mg. **D.** $20$ mg.

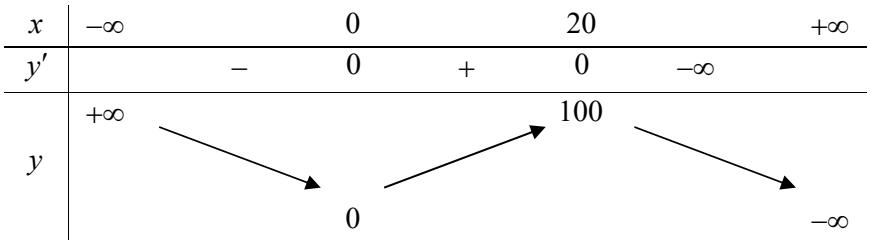
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $G(x)=-0,025x^3+0,75x^2$. Đạo hàm: $G'(x)=-0,075x^2+1,5x$.

Xét $G'(x)=0\Leftrightarrow -0,075x^2+1,5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=20\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=20$.

Vậy cần tiêm 20 mg thuốc cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

**Câu 81:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ có đồ thị $(C)$, $m$ là tham số. $(C)$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ sao cho $OA=BC$; trong đó $O$ là gốc tọa độ, $A$ là điểm cực trị thuộc trục tung khi:

**A.** $m=0$ hoặc $m=2$. **B.** $m=2\pm2\sqrt{2}$. **C.** $m=3\pm3\sqrt{3}$. **D.** $m=5\pm5\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x=4x\left(x^2-(m+1)\right)$.

Đồ thị $(C)$ có ba điểm cực trị thì $m+1>0\Leftrightarrow m>-1$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m+1}\end{array}\right.$.

Gọi $A(0;m)$, $B\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$ và $C\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị $(C)$ với $A$ là điểm cực trị thuộc trục tung.

Theo giả thiết: $OA=BC\Leftrightarrow m^2=4(m+1)\Leftrightarrow m=2\pm2\sqrt{2}$.

**Câu 82:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}(C)$. Đường thẳng $d:y=2x+m$ cắt $(C)$ tại 2 điểm phân biệt $M$, $N$ và $MN$ nhỏ nhất khi

**A.** $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x+3}{x+1}=2x+m$ ( điều kiện $x\neq-1$)

$\Leftrightarrow x+3=(2x+m)(x+1)$

$\Leftrightarrow x+3=2x^2+2x+mx+m\Leftrightarrow 2x^2+(m+1)x+m-3=0$

Đặt $g(x)=2x^2+(m+1)x+m-3$

Đường thẳng $d:y=2x+m$ cắt $(C)$ tại 2 điểm phân biệt nên suy ra phương trình $2x^2+(m+1)x+m-3=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-1$ hay ta có:

$$\begin{cases}\Delta_{g(x)}>0\\g(-1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)^2-8(m-3)>0\\2-(m+1)+m-3\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+25>0\\-2\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}.$$

$d$ cắt $(C)$ tại 2 điểm phân biệt $M(x_1;2x_1+m)$, $N(x_2;2x_2+m)$.

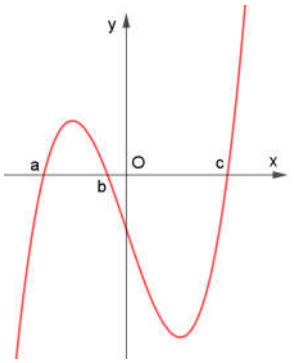
Ta tính: $MN^2=(x_2-x_1)^2+(2x_2-2x_1)^2=5(x_2-x_1)^2=5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]$

$= 5\left[\left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - 4.\frac{m-3}{2}\right] = \frac{5}{4}\left[m^2 - 6m + 25\right] = \frac{5}{4}\left[(m-3)^2 + 16\right] = \frac{5}{4}(m-3)^2 + 20.$

$\Rightarrow MN \geq 2\sqrt{5}$. Đẳng thức xảy ra khi $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy $MN$ nhỏ nhất bằng $2\sqrt{5}$ khi $m = 3$.

**Câu 83:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?




**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

| $x$ | | $a$ | | $b$ | | $c$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | ↘ | $f(a)$ | ↗ | $f(b)$ | ↘ | $f(c)$ | ↗ |

Vì $f(a) > 0$, ta xét các trường hợp sau:

* Nếu $f(c) > 0$ thì toàn bộ đồ thị hàm số ở phía trên trục hoành, do đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

* Nếu $f(c) = 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có một điểm chung duy nhất.

* Nếu $f(c) < 0$ thì đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành nhiều nhất tại hai điểm.

**Câu 84:** **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có một đường tiệm cận ngang.

**A.** $m < 0$. **B.** $m > 3$. **C.** $m = 0$. **D.** $m > 0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2}{x^2\sqrt{m+\dfrac{3}{x^4}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt{m+\dfrac{3}{x^4}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2}{x^2\sqrt{m+\dfrac{3}{x^4}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{2}{x^2}}{\sqrt{m+\dfrac{3}{x^4}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang khi $m>0$.

**Câu 85:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}-\sqrt{x-1}.\sqrt{5-x}$ bằng

**A.** $\dfrac{9}{10}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $2\sqrt{2}-2$. **D.** $7\sqrt{2}-9$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=[1;5]$.

Đặt: $t=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}\Rightarrow\sqrt{x-1}.\sqrt{5-x}=\dfrac{t^2-4}{2}$.

$t'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5-x}}=\dfrac{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}\sqrt{5-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{5-x}=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow x=3$.

$t(1)=t(5)=2$; $t(3)=2\sqrt{2}$.

Do đó: $x\in[1;5]\Rightarrow t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

$f(t)=t-\dfrac{t^2-4}{2}$; $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

$f'(t)=1-t<0$; $\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

Vậy $\min\limits_D y=\min\limits_{\left[2;2\sqrt{2}\right]} f(t)=f\left(2\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-2$.

**Câu 86:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi phương trình $|f(x)|=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

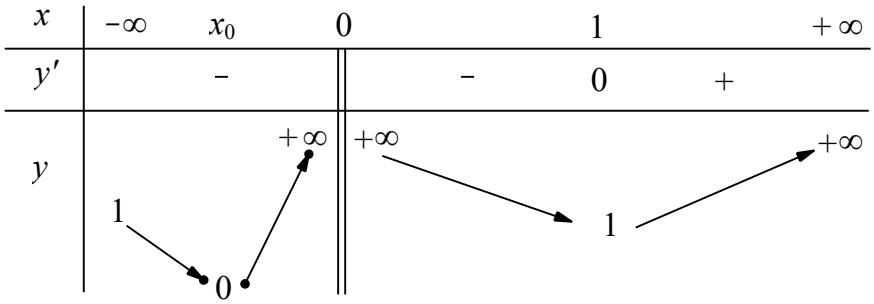
| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |
| | | | $-\infty$ | | | | |

**A.** 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn C**

Bảng biến thiên cho hàm số $y=|f(x)|$ như sau:




Dựa vào BBT suy ra: phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 87:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ có hai điểm cực trị $A$, $B$ và đường thẳng $AB$ đi qua điểm $I\left(0;1\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=abc+2ab+3c$.

**A.** $-22$. **B.** $22$. **C.** $-34$. **D.** $34$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+2ax+b$ và $y=y'\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}a\right)+\frac{6b-2a^2}{9}x+\frac{9c-ab}{9}$.

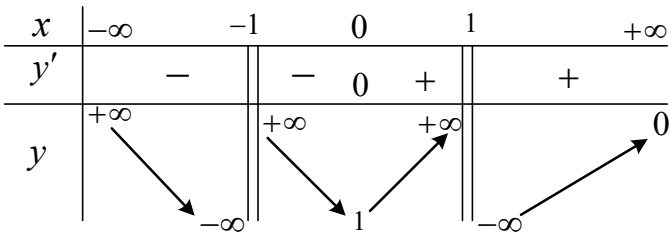
Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $AB:y=\frac{6b-2a^2}{9}x+\frac{9c-ab}{9}$.

Vì $I\left(0;1\right)$ thuộc $AB$ nên: $1=\frac{9c-ab}{9}\Leftrightarrow ab=9c-9$.

Khi đó, $P=abc+2ab+3c=c\left(9c-9\right)+2.\left(9c-9\right)+3c=9c^2+12c-18\geq\left(3c+2\right)^2-22\geq 22$.

Vậy $\min P=-22$ đạt được khi $c=-\frac{2}{3}$.

**Câu 88:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1;1\right\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1;1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau




Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f\left(x\right)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=-1$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=0$; $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{f(x)-1}=\pm\infty$. Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$ có 3 tiệm cận.

**Câu 89:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$ và $y=x^2$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt $M$, $N$, $P$. Đường tròn qua ba điểm $M$, $N$, $P$ đi qua điểm nào trong 4 điểm sau?

**A.** $E(3;2)$. **B.** $F(2;4)$. **C.** $G\left(\dfrac{9}{5};5\right)$. **D.** $H\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{5}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:** Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{3x+1}{x+2}=x^2 \Leftrightarrow x^3+2x^2-3x-1=0 \ (x\neq -2)$.

Suy ra: $x^4+2x^3-3x^2-x=0 \Leftrightarrow x^4+2x.x^2+x^2-4x^2-x=0$ (với $x\neq -2, x\neq 0$) $(1)$

Mà $x^2=y$, $y(x+2)=3x+1 \Leftrightarrow xy=3x-2y+1$

Thay $x^2=y$ vào $(1)$ ta được: $y^2+2xy+x^2-4y-x=0$ $(2)$

Thay $xy=3x-2y+1$ vào $(2)$ ta được: $y^2+2(3x-2y+1)+x^2-4y-x=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+5x-8y+2=0$

Do đó đường tròn $(MNP)$ có phương trình là: $x^2+y^2+5x-8y+2=0$

Thử đáp án, ta thấy $F(2;4)$ thỏa.

**Cách 2:** Ta có : $y=\dfrac{3x+1}{x+2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} xy=3x-2y+1 \\ x=\dfrac{2y-1}{3-y} \end{array}\right.$

Mặt khác: $y=x^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2y-1}{3-y}\right)^2=y$

$\Rightarrow y^3-10y^2+13y-1=0 \Rightarrow (xy)^3-10y^2+13y-1=0$

$\Rightarrow (3x-2y+1)^2-10y^2+13y-1=0$

$\Rightarrow 9x^2+4y^2+1-12xy+6x-4y-10y^2+13y-1=0$

$\Rightarrow 3x^2-2y^2-10x+11y-4=0$

$\Rightarrow -2x^2-2y^2-10x+16y-4=0$

$\Rightarrow x^2+y^2+5x-8y+2=0$

Do đó giao điểm giữa hai đồ thị trên là là những điểm đi qua đường tròn có phương trình:

$x^2+y^2+5x-8y+2=0$

Thử đáp án, ta thấy $F(2;4)$ thỏa.

**Câu 90: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Giả sử $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ và đường thẳng $AB$ đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=abc+ab+c$.

**A.** $-\frac{16}{25}$. **B.** $-9$. **C.** $-\frac{25}{9}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=3x^2+2ax+b$. Điều kiện để hàm số có hai điểm cực trị là $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow a^2-3b>0$.

Lấy $f(x)$ chia cho $f'(x)$.

Ta có $f(x)=f'(x).\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}a\right)+\left(\frac{2}{3}b-\frac{2}{9}\right)x+c-\frac{1}{9}ab$.

Suy ra đường thẳng đi qua $A$, $B$ là: $y=\left(\frac{2}{3}b-\frac{2}{9}\right)x+c-\frac{1}{9}ab\ (d)$.

Theo đầu bài $(d)$ đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c-\frac{1}{9}ab=0\Leftrightarrow ab=9c$.

Khi đó $P=abc+ab+c\Leftrightarrow P=9c^2+10c\Leftrightarrow P=\left(3c+\frac{5}{3}\right)^2-\frac{25}{9}$.

Suy ra $\min P=-\frac{25}{9}$.

**Câu 91: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ phân biệt sao cho $AB=BC$.

**A.** $m\in\left(-\frac{5}{4};\ +\infty\right)$. **B.** $m\in(-2;\ +\infty)$.

**C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-\infty;\ 0]\cup[4;\ +\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d)\ y=mx-m-1$ và đồ thị $(C):y=x^3-3x^2+x$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}y=x^3-3x^2+x\\y=mx-m-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=mx-m-1\\x^3-3x^2+x=mx-m-1\end{cases}\ (1)$

Phương trình $(1)\Leftrightarrow x^3-3x^2+x=mx-m-1\Leftrightarrow(x-1)\left[x^2-2x-(m+1)\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-(m+1)=0\ (2)\end{array}\right.$

Đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt $A,\ B,\ C\Leftrightarrow$ phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m+2>0\\1-2-(m+1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$.

* Với điều kiện $m>-2$ phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt $x=1$, $x_1$, $x_2$ khi đó đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm $A(x_1;\ mx_1-m-1)$, $B(1;-1)$, $C(x_2;\ mx_2-m-1)$ trong đó $x_1$, $x_2$ là các nghiệm của phương trình $(2)$, theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=-(m+1)\end{cases}$

Nhận xét: $B$ là trung điểm của $AC$ với mọi giá trị của $m$ nên $AB=BC$.

Vậy $m>-2$ thỏa mãn đề bài.

**Câu 92: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a$, $b$, $c$, $d\in\mathbb{R}$; $a>0$ và $\begin{cases}d>2018\\a+b+c+d-2018<0\end{cases}$. Số cực trị của hàm số $y=|f(x)-2018|$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $g(x)=f(x)-2018$. Từ giả thiết ta có $\begin{cases}g(0)=d-2018>0\\g(1)=a+b+c+d-2018<0\end{cases}\Rightarrow g(0).g(1)<0$

Vậy phương trình $g(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm $x_1$ trong khoảng $(0;1)$.

Mặt khác, do $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ nên phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1\in(0;1)$, $x_2\in(-\infty;0)$, $x_3\in(0;+\infty)\Rightarrow$ hàm số $y=g(x)$ có 2 cực trị và phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=|g(x)|$ có đúng 5 cực trị.

**Câu 93: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+1-m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O$ làm trực tâm.

**A.** $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=4x^3-4mx=0\Leftrightarrow 4x(x-m^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m^2\end{array}\right.$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$.

Khi đó gọi $A(0;1-m)$, $B(\sqrt{m};-m^2+1-m)$, $C(-\sqrt{m};-m^2+1-m)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;1-m)$, $\overrightarrow{BC}=(-2\sqrt{m};0)$, $\overrightarrow{OB}=(\sqrt{m};-m^2+1-m)$ và $\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{m};-m^2)$.

Gốc $O$ là trực tâm của tam giác $ABC$ thì $\begin{cases}\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\sqrt{m}.0+(1-m).0=0\\-\sqrt{m}.\sqrt{m}-m^2(-m^2+1-m)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}0=0\\-m+m^4-m^2+m^3=0\end{cases}\Leftrightarrow m(m^3+m^2-m-1)=0\Leftrightarrow m=0,\ m=1,\ m=-1.$

Kết hợp điều kiện $m>0$ ta có $m=1$.

**Câu 94:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước $x$, $y$, $z$ $(\text{dm})$. Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3$ và thể tích của hộp bằng $18\left(\text{dm}^3\right)$. Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng:

**A.** $\frac{26}{3}$. **B.** $26$. **C.** $10$. **D.** $\frac{19}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ giả thiết $x:y=1:3\Rightarrow y=3x$.

Thể tích của hộp bằng $18\left(\text{dm}^3\right)\Rightarrow x.y.z=18\Rightarrow x.3x.z=18\Rightarrow z=\frac{6}{x^2}$.

Để tốn ít vật liệu nhất thì $S_{tp}$ nhỏ nhất.

Ta có $S_{tp}=S_{đáy}+S_{xung\ quanh}=x.y+2\left(xz+yz\right)=x.3x+2\left(x\frac{6}{x^2}+3y.\frac{6}{x^2}\right)=3x^2+\frac{48}{x}$

$=3x^2+\frac{24}{x}+\frac{24}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương $3x$, $\frac{24}{x}$ và $\frac{24}{x}$ ta có

$3x^2+\frac{24}{x}+\frac{24}{x}\geq 3.\sqrt[3]{3x^2.\frac{24}{x}.\frac{24}{x}}\Leftrightarrow 3x^2+\frac{24}{x}+\frac{24}{x}\geq 36$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 3x^2=\frac{24}{x}\Leftrightarrow 3x^3=24\Leftrightarrow x=2$.

Với $x=2\Rightarrow y=6$, $z=\frac{3}{2}$. Ta có $x+y+z=\frac{19}{2}\left(\text{dm}\right)$.

**Câu 95:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$.

**A.** $m>2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\leq m\leq 2$. **D.** $1\leq m<2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\frac{m^2-4}{\left(m-4x\right)^2}$. Để hàm số $y=\frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$.

Khi đó ta có $y'>0\Leftrightarrow\frac{m^2-4}{\left(m-4x\right)^2}>0\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\\frac{m}{4}\notin\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left[1;2\right)$.

**Câu 96:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng đường thẳng $y=-3x+m$ cắt đồ thị $(C):y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ sao cho trọng tâm $G$ của tam giác $OAB$ thuộc đồ thị $(C)$ với $O(0;0)$ là gốc tọa độ. Khi đó giá trị thực của tham số $m$ thuộc tập hợp nào sau đây?

**A.** $\left(-\infty;-5\right]$. **B.** $\left(-5;-2\right]$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;3\right]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $\frac{2x+1}{x-1}=-3x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ f(x)=3x^2-(m+1)x+m+1=0 \end{cases} \quad (1)$

Để phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(1)\neq 0 \\ m^2-10m-11>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup(11;+\infty).$$

Khi đó $A(x_A;-3x_A+m)$ ; $A(x_B;-3x_B+m)$. Theo định lí Viet ta có $x_A+x_B=\frac{m+1}{m}$, ta có

$x_G=\frac{x_A+x_B+x_O}{3}=\frac{m+1}{9}$, $y_G=\frac{y_A+y_B+y_O}{3}=\frac{m-1}{3}$, suy ra $G\left(\frac{m+1}{9};\frac{m-1}{3}\right)$.

Ta có $G\in(C)\Leftrightarrow \frac{m-1}{3}=\frac{2.\frac{m+1}{9}+1}{\frac{m+1}{9}-1}$, suy ra $m=\frac{15+\sqrt{325}}{2}$.

Vậy chọn đáp án $C$.

**Câu 97: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **B.** $-5\le m<-1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m>0 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi phương trình $x^3+3x^2+m+1=0 \quad (*)$ có đúng một nghiệm khác 1.

✓ Phương trình $(*)$ có nghiệm khác 1 khi $1+3+m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq -5$.

✓ Phương trình $(*)$ có 1 nghiệm:

Ta có $(*)$ tương đương với $x^3+3x^2+1=-m$.

Xét hàm số $\varphi(x)=x^3+3x^2+1$

Đạo hàm $\varphi'(x)=3x^2+6x$; $\varphi'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $\varphi(x)$ | $-\infty$ | ↗ | 5 | ↘ | 1 | ↗ | $+\infty$ |

Phương trình $(*)$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m>5 \\ -m<-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

**Câu 98: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $f(x)=x^3-2mx^2+x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là:

**A.** $m \geq \frac{13}{8}$. **B.** $1 \leq m \leq \frac{13}{8}$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m > \frac{13}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**[phương pháp tự luận]**

$f'(x)=3x^2-4mx+1$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0,\ \forall x \in (1;2)$

Khi đó $3x^2-4mx+1 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2+1}{4x}$ $(1)$.

Đặt $g(x)=\frac{3x^2+1}{4x}$; tập xác định $D=(1;2)$.

$g'(x)=\frac{12x^2-4}{16x^2}$. $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{\sqrt{3}}{3} & (l) \\ x=\frac{-\sqrt{3}}{3} & (l) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x \to 1^+} g(x)=1$; $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x)=\frac{13}{8}$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$:

| $x$ | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | |
| $y$ | $1$ | $\nearrow$ | $\frac{13}{8}$ |

Từ bảng biến thiên, $(1)$ luôn đúng khi $m \geq \frac{13}{8}$.

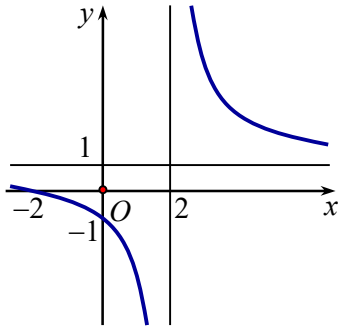
**[phương pháp trắc nghiệm]**

Thay $m=2$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án B, **C.**

Thay $m=\frac{13}{8}$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án **D.**

**Câu 99: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.

Giá trị của $a$, $b$, $c$ lần lượt là




**A.** $1;1;-1$. **B.** $2,2;-1$. **C.** $1,2;1$. **D.** $1,-2;1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số, ta thấy: Tiệm cận đứng $x=2$ và tiệm cận ngang $y=1$

Từ hàm số, ta thấy: Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{b}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.

Do đó ta có $\begin{cases}-\dfrac{b}{c}=2\\ \dfrac{a}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2c\\ a=c\end{cases}$ (1)

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(0;-1\right)$ nên $-1=\dfrac{a.0+2}{c.0+b}\Leftrightarrow b=-2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-2\\ c=1\end{cases}$.

**Câu 100:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-5x+1$ là

**A.** $y=-\dfrac{16}{3}x+\dfrac{8}{3}$. **B.** $y=\dfrac{16}{3}x+\dfrac{8}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{8}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{8}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

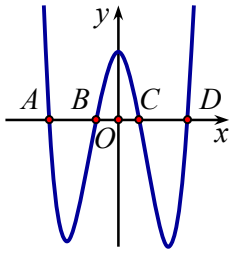
Ta có $y'=3x^2+6x-5$. Lấy $y$ chia $y'$, ta được $y=-\dfrac{16}{3}x+\dfrac{8}{3}+\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}\right).y'$

Gọi $x_1;\ x_2$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $\Rightarrow\ y'\left(x_1\right)=y'\left(x_2\right)=0$.

Do đó $\begin{cases}y\left(x_1\right)=-\dfrac{16}{3}x_1+\dfrac{8}{3}+\left(\dfrac{1}{3}x_1+\dfrac{1}{3}\right).y'\left(x_1\right)=-\dfrac{16}{3}x_1+\dfrac{8}{3}\\ y\left(x_2\right)=-\dfrac{16}{3}x_2+\dfrac{8}{3}+\left(\dfrac{1}{3}x_2+\dfrac{1}{3}\right).y'\left(x_2\right)=-\dfrac{16}{3}x_2+\dfrac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_1=-\dfrac{16}{3}x_1+\dfrac{8}{3}\\ y_2=-\dfrac{16}{3}x_2+\dfrac{8}{3}\end{cases}$

Vậy đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y=-\dfrac{16}{3}x+\dfrac{8}{3}$.

**Câu 101:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$ như hình vẽ bên. Biết rằng $AB=BC=CD$, mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a>0, b<0, c>0, 100b^2=9ac$.  **B.** $a>0, b>0, c>0, 9b^2=100ac$.

**C.** $a>0, b<0, c>0, 9b^2=100ac$.  **D.** $a>0, b>0, c>0, 100b^2=9ac$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có ba điểm cực trị nên $a>0,\ b<0$

Nên loại B và D

Vì đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$ nên gọi hoành độ các điểm $A, B, C, D$ lần lượt là $x_1, x_2, x_3, x_4$ với $x_1, x_2, x_3, x_4$ là 4 nghiệm của phương trình $ax^4+bx^2+c=0\ (1)$. Ta có $x_1=-x_4;\ x_2=-x_3$.

Đặt $t=x^2, t\ge 0$ phương trình $(1)$ trở thành $at^2+bt+c=0\ \ (2)$

Vì $AB=BC=CD$ nên bốn nghiệm $x_1, x_2, x_3, x_4$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng

Ta có: $\begin{cases} x_1+x_3=2x_2 \\ x_2+x_4=2x_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=3x_2 \\ x_4=3x_3 \end{cases} \Rightarrow t_1=9t_2$ mà $t_1+t_2=-\dfrac{b}{a}$

Suy ra: $t_2=-\dfrac{b}{10a};\ t_1=-\dfrac{9b}{10a} \Rightarrow t_1.t_2=\dfrac{9b^2}{100a^2}=\dfrac{c}{a} \Leftrightarrow 9b^2=100ac$

Vậy kết quả: $a>0,\ b<0,\ c>0,\ 9b^2=100ac$.

**Câu 102:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;6]$ có đồ thị như hình vẽ.

Số nghiệm của phương trình $f[f(x)]=-2$ là

**A.** 2.  **B.** 3.  **C.** 5.  **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta có

$$f[f(x)]=-2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-1 \end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị ta có phương $f(x)=2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Dựa vào đồ thị ta có phương $f(x)=-1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f[f(x)]=-2$ có 5 nghiệm.

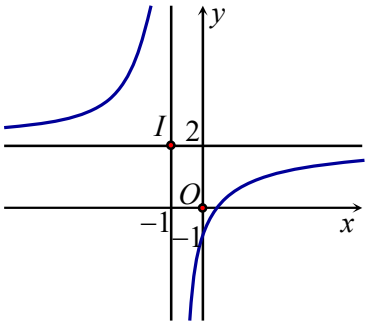
**Câu 103:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là $(C)$.

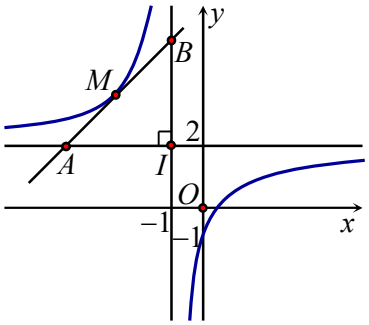
Gọi $I$ là giao điểm 2 đường tiệm cận. Gọi $M(x_0, y_0)$ là một điểm trên $(C)$ có tiếp tuyến với $(C)$ tại $M$ cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại $A$, $B$. Khi đó diện tích tam giác $IAB$ bằng

**A.** $9$. **B.** $12$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Cách 1:

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $d_1: x=-1$; tiệm cận ngang $d_2: y=2$ nên $I(-1;2)$.

Gọi $M\left(m;\dfrac{2m-1}{m+1}\right)$ là điểm bất kì trên $(C)$, với $m\neq 1$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tại $M$ là: $y=\dfrac{3}{(m+1)^2}(x-m)+\dfrac{2m-1}{m+1}$.

$\Delta\cap d_1=A\left(-1;\dfrac{2m-4}{m+1}\right)$; $\Delta\cap d_2=B(2m+1;2)$

Khi đó $\overrightarrow{IA}=\left(0;\dfrac{-3}{M+1}\right)$; $\overrightarrow{IB}=(2m+2;0)\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}IA.IB=\dfrac{1}{2}\left|2(m+1)\right|.\left|\dfrac{-3}{m+1}\right|=3$.

Cách 2: Áp dụng tính chất:

Nếu $M$ là điểm bất kì trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ thì tiếp tuyến tại $M$ cắt là hai tiệm cận của nó tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ và ta có các tính chất sau:

$M$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$.

Diện tích tam giác $IAB$ không đổi và bằng $S_{IAB}=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{a}{c}\right|.|ad-bc|$

Áp dụng tính chất trên ta có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{2}{1}\right|.|-3|=3$.

**Câu 104:** **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ có diện tích bằng $4$ với $O$ là gốc tọa độ là

**A.** $m\neq 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1\\ m=1\end{array}\right.$. **C.** $m=1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}\\ m=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx$. Khi đó $3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2m) = 0$. $y' > 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \neq 0$. Gọi hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 4m^3)$ và $B(2m; 0)$.

Do đó $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA.OB = \frac{1}{2}\left|4m^3\right|\left|2m\right| = 4 \Leftrightarrow 8m^4 = 8 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

**Câu 105: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{m - \cos x}{\sin^2 x}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

**A.** $m \leq 0$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \leq \frac{5}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y = \frac{m - \cos x}{1 - \cos^2 x}$. Đặt $\cos x = t$, vì $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ và lưu ý rằng hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hàm số trở thành $y = \frac{m - t}{1 - t^2}$. Ta có, hàm số $y = \frac{m - t}{1 - t^2}$ xác định trên $x$ và có đạo hàm $y' = \frac{-t^2 + 2mt - 1}{\left(1 - t^2\right)^2}$.

Để hàm số ban đầu đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số ở $y = \frac{m - t}{1 - t^2}$ phải nghịch biến trên $x$

$\Rightarrow -t^2 + 2mt - 1 < 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 2m < t + \frac{1}{t}, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Xét $f(t)=t+\frac{1}{t}$ có $f'(t)=1-\frac{1}{t^2}<0, \forall t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | $\|\|$ $+\infty$ | $-$ | |
| $y$ | $\|\|$ | $\searrow$ | $\frac{5}{2}$ |

Từ bảng biến thiên ta có yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $2m\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow m\le\frac{5}{4}$.

**Câu 106: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+x^2-(2m+1)x+4$ có đúng hai cực trị.

**A.** $m>-\frac{2}{3}$. **B.** $m>-\frac{4}{3}$. **C.** $m<-\frac{2}{3}$. **D.** $m<\frac{4}{3}$.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+2x-(2m+1)$.

Hàm số đã cho có đúng hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 1^2+3(2m+1)>0\Leftrightarrow m>-\frac{2}{3}$.

**Câu 107: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đường thẳng $\Delta: y=-x+k$ cắt đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\frac{x-3}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

**A.** $k=1$. **B.** Với mọi $k\in\mathbb{R}$. **C.** Với mọi $k\ne 0$. **D.** $k=0$.

Lời giải

**Chọn B**

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $\Delta$ và đồ thị $(C)$ là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x-3}{x-2}=-x+k\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 2\\ x^2-(k+1)x-3+2k=0\ (1)\end{cases}$$

Đường thẳng $\Delta$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(k+1)^2-4(-3+2k)>0\\ 2^2-(k+1)2-3+2k\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k^2-6k+13>0\\ -1\ne 0\end{cases}$$ (luôn đúng với mọi $k\in\mathbb{R}$).

**Câu 108: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=mx^4-(m+1)x^2+(m+1)$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để tất cả các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho nằm trên các trục tọa độ là

**A.** $\left[-1;\frac{1}{3}\right]$. **B.** $[-1;0]\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $\left[0;\frac{1}{3}\right]\cup\{-1\}$. **D.** $\left\{0;-1;\frac{1}{3}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

TH1: Có một điểm cực trị khi $a.b\ge 0\Leftrightarrow -m(m+1)\ge 0\Leftrightarrow -1\le m\le 0$.

TH2: Có ba điểm cực trị khi $m<-1$ hoặc $m>0$ ta có:

$y'=2x\left(2mx^2-(m+1)\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}}\end{array}\right.$

Tọa độ ba điểm cực trị là: $A(0;m+1);B\left(\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}};\dfrac{3m^2+2m-1}{4m}\right);C\left(-\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}};\dfrac{3m^2+2m-1}{4m}\right)$.

Để ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ khi $3m^2+2m-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Vậy giá trị $m$ cần tìm là: $[-1;0]\cup\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

**Câu 109:** **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.

**A.** $-\dfrac{1}{4}<m\neq 0$. **B.** $m>0$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<0$. **D.** $m<-\dfrac{1}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, có $y'=3x^2-4x+(1-m)$.

Hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành thì $y=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Suy ra $x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Nên $\begin{cases}1+4m>0\\1-1-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow-\dfrac{1}{4}<m\neq 0$.

**Câu 110:** **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Số các giá trị $m$ nguyên để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+4m+10}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ là:

**A.** $4$. **B.** $6$. **C.** $3$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$ và $y'=\dfrac{m^2-3m-10}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ thì $\begin{cases}y'<0,\forall x\in(-\infty;-2)\\-m\geq -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m-10<0\\m\leq 2\end{cases}$

$\Leftrightarrow -2<m\leq 2$. Vậy có $4$ giá trị $m$ nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 111: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn $32$.

**A.** $m>0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0<m<2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=4x^3-4mx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0 \ (1)$.

Khi đó, toạ độ 3 điểm cực trị lần lượt là: $O(0;0)$, $A\left(-\sqrt{m};-m^2\right), B\left(\sqrt{m};-m^2\right)$.

Gọi $I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(0;-m^2\right)$.

Theo đề bài:

$S_{OAB}<32 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OI.AB<32 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2.2\sqrt{m}<32 \Leftrightarrow \left(\sqrt{m}\right)^5<32 \Leftrightarrow \sqrt{m}<2 \Leftrightarrow m<4 \ (2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra: $0<m<4$.

**Câu 112: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Biết rằng đường thẳng $y=x+m$ ($m$ là tham số thực) luôn cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Độ dài $AB$ ngắn nhất là:

**A.** $4\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x+m=\frac{x+3}{x-1}$.

Điều kiện $x\neq 1$.

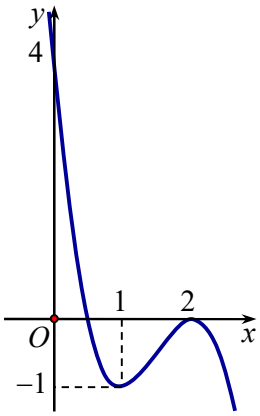
Phương trình tương đương với $(x+m)(x-1)=x+3 \Leftrightarrow x^2+(m-2)x-(m+3)=0 \ (1)$`

Gọi $x_1, x_2$ là hai nghiệm của $(1)$ và giả sử $A\left(x_1;x_1+m\right)$, $B\left(x_2;x_2+m\right)$. Khi đó

$AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(x_2-x_1\right)^2}=\sqrt{2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right]}$, với $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=2-m \\ x_1x_2=-(m+3) \end{array}\right.$ thay vào ta được

$AB=\sqrt{2\left[(2-m)^2+4(m+3)\right]}=\sqrt{2\left(m^2+16\right)}\geq 4\sqrt{2}$. Vậy độ dài ngắn nhất của $AB$ là $4\sqrt{2}$.

**Câu 113: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $2|x|^3-9x^2+12|x|+m=0$ có $6$ nghiệm phân biệt




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(-4;-3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

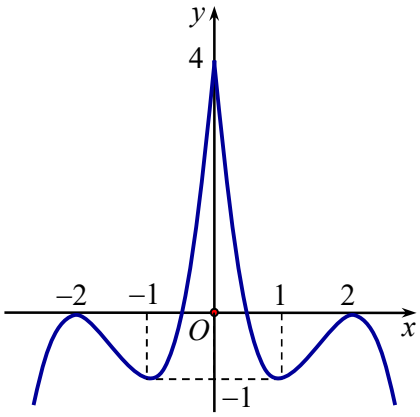
Xét phương trình

$2|x|^3-9x^2+12|x|+m=0$

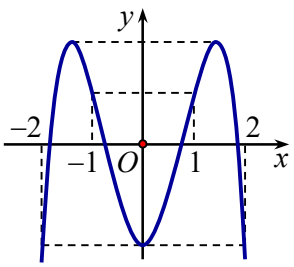
$\Leftrightarrow -2|x|^3+9x^2-12x+4=m+4$ (*)

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2|x|^3+9x^2-2x+4$ và đường thẳng $y=m+4$

Hình vẽ dưới là đồ thị hàm số $y=-2|x|^3+9x^2-2x+4$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy để (*) có 6 nghiệm phân biệt thì $-1<m+4<0\Leftrightarrow -5<m<-4$.




**Câu 114: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt trên đoạn $[-2;1]$.




**A.** $-2<m<0$. **B.** $-2\le m<1$. **C.** $-2<m\le 1$. **D.** $-2<m\le 0$.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số đã cho. Từ hình vẽ của đồ thị hàm số đã cho, để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt trên đoạn $[-2;1] \Leftrightarrow -2<m\le 1$.

**Câu 115: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3+3x^2+m=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;-4)\cup(0;+\infty)$. **D.** $(-4;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình tương đương: $-x^3-3x^2=m$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3-3x^2$.

Xét hàm số $y=f(x)=-x^3-3x^2$ có $D=\mathbb{R}$, $y'=-3x^2-6x$.

$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$, nên ta có được bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với $m$ thỏa mãn $-4<m<0$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

**Câu 116: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Một nhà sản xuất độc quyền một loại bánh gia truyền để bán ra thị trường trong dịp Tết năm nay. Qua thăm dò và nghiên cứu thị trường biết lượng cầu về loại hàng này là một hàm số $Q_D(P)=656-\frac{1}{2}P$ theo đơn giá $P$. Nếu sản xuất loại bánh này ở sản lượng $Q$ thì tổng chi phí là $C(Q)=Q^3-77Q^2+1000Q+100$. Tìm mức sản lượng $Q$ để doanh nghiệp có lợi nhuận cao nhất sau khi bán hết loại bánh này với đơn giá $P$, biết lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí, doanh thu bằng đơn giá nhân sản lượng bán được.

**A.** $62$. **B.** $200$. **C.** $52$. **D.** $2$.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có $P=2Q-1312$

Lợi nhuận: $f(Q)=Q.P-C(Q)$

$\Leftrightarrow f(Q)=Q(2Q-1312)-(Q^3-77Q^2+1000Q+100)$

$\Leftrightarrow f(Q)=-Q^3+75Q^2+312Q-100$

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(Q)$ trên khoảng $(0;656)$ đạt được tại $Q=52$.

**Câu 117:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Với giá trị nào của tham số $m$ thì đồ thị hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m^4-3m^2+2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $32$.

**A.** $m=4$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

**Chọn B**

$y'=4x^3-4(m-1)x=4x\left[x^2-(m-1)\right]$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\g(x)=x^2-(m-1)\end{array}\right.$

Để hàm số có ba cực trị thì pt $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.ĐK: $m>1$.

Tọa độ ba điểm cực trị là: $A\left(0;m^4-3m^2+2017\right)$

$B\left(\sqrt{m-1};m^4-4m^2+2016\right),C\left(-\sqrt{m-1};m^4-4m^2+2016\right)$.

Gọi trung điểm của $BC$ ,có $H\left(0;m^4-4m^2+2016\right)$

$AH=(m-1)^2,BC=2\sqrt{m-1}$

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AH.BC=32\Leftrightarrow\sqrt{m-1}(m-1)^2=32\Leftrightarrow m=5$

**Câu 118:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Với giá trị nào của tham số $m$ thì hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có $y'=x^2-2mx+\left(m^2-m+1\right);y''=2x-2m$

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}y'(1)=0\\y''(1)<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^2-3m+2=0\\2-2m<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=1\end{array}\right.\\m>1\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2.$

**Câu 119:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Một học sinh giải bài toán: "Tìm tất cả giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=mx^3+mx^2+(m-2)x+10$ đồng biến trên $\mathbb{R}$." theo các bước như sau:

*Bước 1.* Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $y'=3mx^2+2mx+m-2$.

*Bước 2.* Yêu cầu bài toán tương đương với $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3mx^2+2mx+m-2>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

*Bước 3.* $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=3m>0\\\Delta'=6m-2m^2<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m>0\\\left[\begin{array}{l}m<0\\m>3\end{array}\right.\end{array}\right.$

*Bước 4.* $\Leftrightarrow m>3$. Vậy $m>3$.

Học sinh này đã bắt đầu sai ở bước nào?

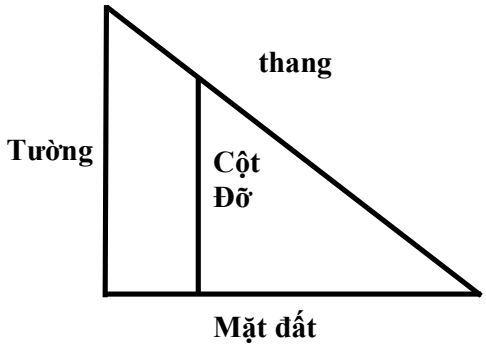
**A.** Bước $2$. **B.** Bước $3$. **C.** Bước $1$. **D.** Bước $4$.

Lời giải

**Chọn A**

Sai ở bước 2 vì: Khi $m=0\Rightarrow y'=-2$ (không thỏa yêu cầu bài toán). Do đó khi $m\neq 0$ thì yêu cầu bài toán tương đương với $y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

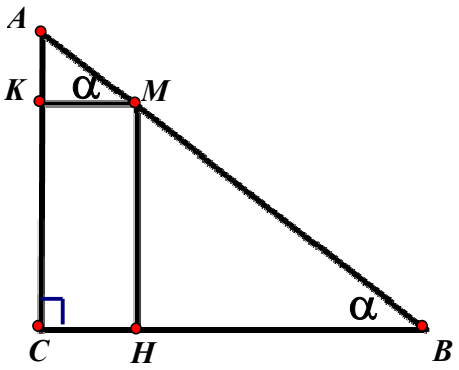
**Câu 120:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tính chiều dài nhỏ nhất của cái thang để nó có thể dựa vào tường và mặt đất, bắc qua cột đỡ cao $4\text{m}$. Biết cột đỡ song song và cách tường $0,5\text{m}$, mặt phẳng chứa tường vuông góc với mặt đất – như hình vẽ, bỏ qua độ dày của cột đỡ.




**A.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{5\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có: $AM=\frac{1}{2\cos\alpha}$; $MB=\frac{4}{\sin\alpha}$ với $\alpha\in\left(0;\ \frac{\pi}{2}\right)$.

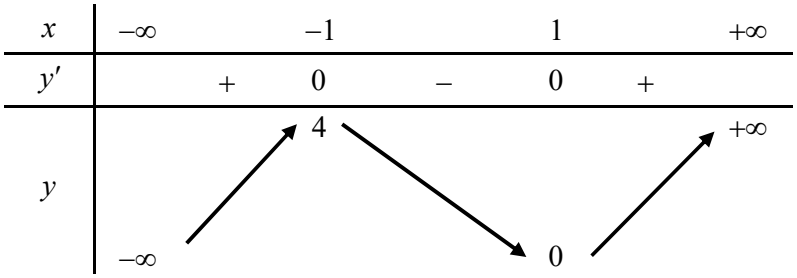
Chiều dài của thang là:

$$l(\alpha)=AB=AM+MB=\frac{4}{\sin\alpha}+\frac{1}{2\cos\alpha}\Rightarrow l'(\alpha)=\frac{-8\cos^3\alpha+\sin^3\alpha}{2\sin^2\alpha.\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow l'(\alpha)=0\Leftrightarrow\tan\alpha=2\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}\\ \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}$$

Chiều dài nhỏ nhất của thang là: $\min l(\alpha)=2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 121:** **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$, có bảng biến thiên như hình sau




Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $m=\left|f\left(x\right)\right|$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

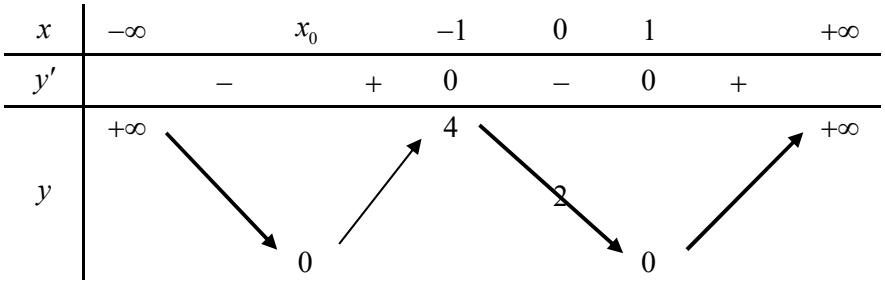
**A.** $m>2$. **B.** $0<m<4$. **C.** $m>0$. **D.** $2<m<4$.

**Lời giải**

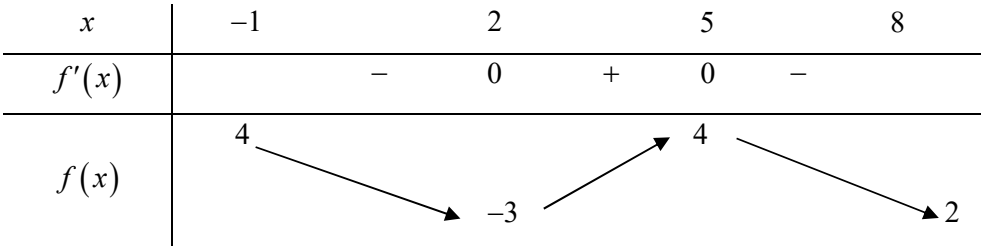
**Chọn D**

Ta có: $y\left(0\right)=\dfrac{y\left(-1\right)+y\left(1\right)}{2}=2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là:




**Câu 122:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên đoạn $\left[-1;8\right]$, biết $f\left(1\right)=f\left(3\right)=f\left(8\right)=2$ có bảng biến thiên như sau




Tìm $m$ để phương trình $f\left(x\right)=f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-1;8\right]$.

**A.** $m\in\left(-1;8\right]\backslash\left\{-1;3;5\right\}$. **B.** $m\in\left(-1;8\right]\backslash\left(1;3\right)$ và $m\neq 5$.

**C.** $m\in\left[-1;8\right]$. **D.** $m\in\left(-1;8\right]\backslash\left[1;3\right]$ và $m\neq 5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f\left(x\right)=f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-1;8\right]$ khi $2\le f\left(m\right)<4$.

Nếu $f\left(m\right)=2$ thì $m\in\left\{1;3;8\right\}$.

Nếu $2<f\left(m\right)<4$ thì xảy ra các trường hợp sau

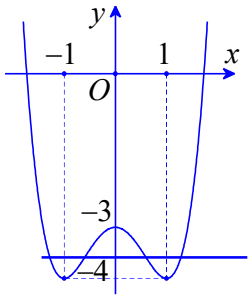
Trường hợp 1: $f\left(1\right)<f\left(m\right)<f\left(-1\right)\Leftrightarrow -1<m<1$.

Trường hợp 2: $f\left(3\right)<f\left(m\right)<f\left(5\right)\Leftrightarrow 3<m<5$.

Trường hợp 3 : $f(8)<f(m)<f(5)\Leftrightarrow 5<m<8$.

Kết hợp các trường hợp, ta có $m\in(-1;8]\setminus(1;3)$ và $m\neq 5$.

**Câu 123:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

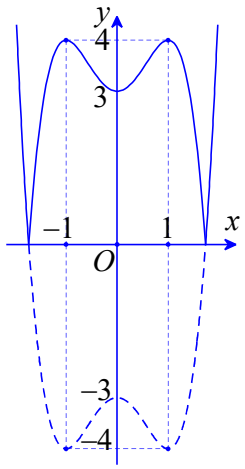



**A.** $m>-3$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $m>4$; $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có đồ thị của hàm số $|f(x)|$ như hình vẽ.




Do đó để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m=0 \end{array}\right.$.

**Câu 124:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$, $x_3$. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$.

**A.** $T=\dfrac{1}{3}$. **B.** $T=3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

Khi đó $f'(x)=a\left[(x-x_2)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_2)\right]$

Nên: $f'(x_1)=a(x_1-x_2)(x_1-x_3)$; $f'(x_2)=a(x_2-x_1)(x_2-x_3)$; $f'(x_3)=a(x_3-x_2)(x_3-x_1)$

Thay vào biểu thức $T=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$

$$T=\frac{1}{a(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+\frac{1}{a(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\frac{1}{a(x_3-x_2)(x_3-x_1)}$$

$$T=\frac{1}{a}\left[\frac{x_3-x_2-(x_3-x_1)+x_2-x_1}{(x_3-x_2)(x_2-x_1)(x_3-x_1)}\right]=0.$$

***Cách giải nhanh:*** Đặc biệt hóa bài toán với $f(x)=x^3-x$ ta sẽ nhanh chóng tìm ra đáp án.

**Câu 125: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $1$.

**A.** $m=\sqrt[3]{3}$. **B.** $m=\sqrt{3}$. **C.** $m=3\sqrt{3}$. **D.** $m=1$.

**Lời giải:**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx$. Do đó $y'=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m.\end{array}\right.$

Vì thế hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$.

Gọi ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;2)$, $B\left(-\sqrt{m};2-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m};2-m^2\right)$.

Ba điểm cực trị này lập thành tam giác cân đỉnh $A$. Gọi $H$ là trung điểm cạnh $BC$ ta có $H\left(0;2-m^2\right)$.

Ta có $BC=\sqrt{\left(\sqrt{m}+\sqrt{m}\right)^2}=2\sqrt{m}$, $AH=\sqrt{\left(2-2+m^2\right)}=|m|$.

Vậy diện tích tam giác $ABC$ là $S=\dfrac{1}{2}.AH.BC=\dfrac{1}{2}|m|.2\sqrt{m}=1\Leftrightarrow m=1.$

**Câu 126: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|^3-3|x|=2m$ có 4 nghiệm phân biệt.

**A.** $-2<m<0$. **B.** $-2\le m$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1\le m$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=x^3-3x$

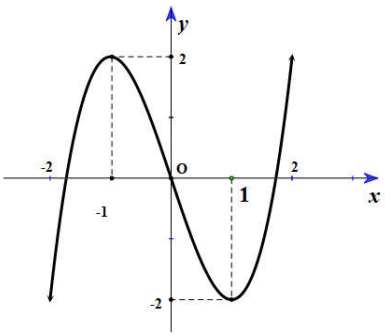
TXĐ: $D=\mathbb{R}$

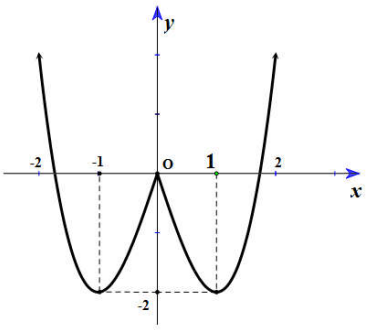
Ta có: $y'=3x^2-3$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Đồ thị




Viết phương trình dưới dạng $|x|^3-3|x|=2m\ (1)$

Gọi $(C')$ là đồ thị của hàm số $y=|x|^3-3|x|$ gồm 2 phần

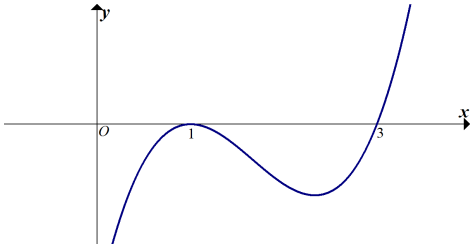
* Phần phía bên phải $Oy$ của $(C)$

* Phần đối xứng phần đồ thị trên qua $Oy$

Do $(d): y=2m$ là đường thẳng cùng phương với $Ox$ khi đó số nghiệm của phương trình $(1)$ bằng số giao điểm của $(C')$ và đường thẳng $(d): y=2m$.

Điều kiện để phương trình $(1)$ có 4 nghiệm khi và chỉ khi: $-2<2m<0\Leftrightarrow -1<m<0$.

**Câu 127:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:




Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

**C.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực tiểu.

**D.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Vẽ lại bbt thì sẽ dễ hiểu hơn**

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy giá trị $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại vị trí $x=3$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$. Xét trên khoảng $(-\infty;3)$ giá trị hàm số luôn âm nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**Câu 128:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-4x-5}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận ngang và đứng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

* Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ x^2-4x-5\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ne -1 \\ x\ne 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ne 5 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số $D=[1;5)\cup(5;+\infty)$.

* Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-4x-5}=0 \Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

* $\lim\limits_{x\to 5^-} y=\lim\limits_{x\to 5^-}\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{(x-5)(x+1)}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 5^+} y=\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{(x-5)(x+1)}=+\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=5$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có $2$ đường tiệm cận.

**Câu 129:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ thỏa mãn $AB=2\sqrt{3}$.

**A.** $m=2\pm\sqrt{10}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$. **C.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ gia điểm của $(C)$ và $d$:

$\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1 \Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0 \ (1)$

Đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ khi $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ (-1)^2-(m-2)+m-2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-8m+12>0 \\ \forall m\in R \end{cases} \Leftrightarrow m<2$ hoặc $m>6$.

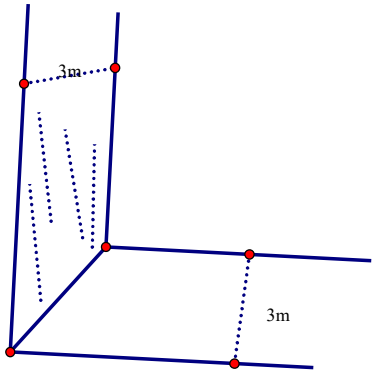
Gọi $A(x_1;x_1+m-1)$, $B(x_2;x_2+m-1)$ là hai giao điểm của $(C)$ và $d$.

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}.\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_2x_1} \ (2)$

Mà $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của $(1)$ nên $x_2+x_1=2-m$ và $x_2x_1=m-2$, thay vào $(2)$ ta được:

$2\sqrt{3}=\sqrt{2}.\sqrt{(2-m)^2-4(m-2)} \Leftrightarrow m^2-8m+6=0 \Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$ (thỏa mãn).

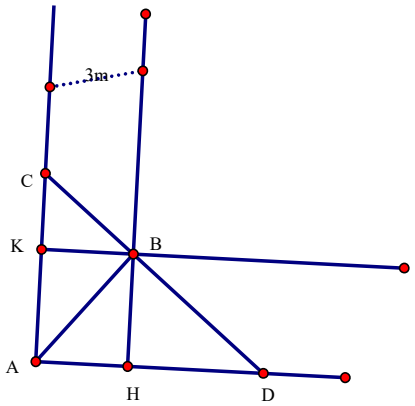
**Câu 130:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Một kênh đẫn nước có bề rộng là $3,0\,\text{m}$ như hình vẽ. Cho $4$ cây luồng (thẳng) có độ dài là $6,2\,\text{m}$; $8,3\,\text{m}$; $8,4\,\text{m}$; $9,0\,\text{m}$ trôi tự do trên kênh. Hỏi số cây luồng có thể trôi tự do qua góc kênh là bao nhiêu?




**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $3$ **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Kẻ các đường vuông góc $BK$, $BH$ như hình vẽ

Để cây luồng có thể trôi qua khúc song thì độ dài của cây luồng không được vượt quá đoạn thẳng $CD$, với $CD$ là đường thẳng đi qua $B$ và vuông góc với $AB$ như hình vẽ

Xét hình chữ nhật $AKBH$, $BH=3$, $BK=3 \Rightarrow AB=3\sqrt{2}$.

Ta có $\Delta ACD$ vuông tại $A$ có $AB$ vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao $\Rightarrow \Delta ACD$ cân tại $A \Rightarrow AB=\dfrac{1}{2}CD \Rightarrow CD=6\sqrt{2}\approx 8.48$ m.

Vậy chỉ có cây luồng dài $9,0$ m là không qua được góc kênh.

**Câu 131:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{12+\sqrt{4x-x^2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có đồ thị $(C_m)$. Tìm tập $S$ tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để $(C_m)$ có đúng hai tiệm cận đứng

**A.** $S=[8;9)$. **B.** $S=\left[4;\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $S=\left(4;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $S=(0;9]$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1:

Điều kiện xác định: $\begin{cases}4x-x^2\ge 0\\ x^2-6x+2m>0\end{cases}$.

Để $(C_m)$ có đúng hai tiệm cận đứng thì tam thức $f(x)=x^2-6x+2m$ phải có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn điều kiện $0\le x_1<x_2\le 4$

$$\begin{cases}\Delta'_f>0\\ f(0)\ge 0\\ f(4)\ge 0\\ 0<\dfrac{S}{2}<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-2m>0\\ 2m\ge 0\\ 2m-8\ge 0\\ 0<3<4\end{cases}\Leftrightarrow 4\le m<\frac{9}{2}$$

Trình bày lại

Điều kiện xác định: $\begin{cases}4x-x^2\ge 0\\ x^2-6x+2m>0\end{cases}$.

Để $(C_m)$ có đúng hai tiệm cận đứng thì tam thức $f(x)=x^2-6x+2m$ phải có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn điều kiện $0\le x_1<x_2\le 4$ trong đó theo Viet: $\begin{cases}x_1+x_2=6\\ x_1x_2=2m\end{cases}$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'_f>0\\ x_1+x_2>0\\ x_1x_2\ge 0\\ x_1+x_2-8<0\\ (x_1-4)(x_2-4)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-2m>0\\ 6>0\\ 2m\ge 0\\ 6-8<0\\ 2m-8\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 4\le m<\frac{9}{2}$

Cách 2: Điều kiện xác định: $\begin{cases}4x-x^2\ge 0\\ x^2-6x+2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 4\\ 2m>-x^2+6x\end{cases}$

Xét hàm số $f(x)=-x^2+6x$ trên đoạn $[0;4]$

Ta có $f'(x)=-2x+6$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$

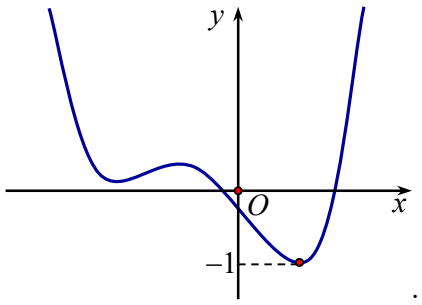
Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $3$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $9$ | ↘ | $8$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để $(C_m)$ có đúng hai tiệm cận đứng thì

$8\le 2m<9\Leftrightarrow 4\le m<\frac{9}{2}$.

**Câu 132:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=2^{f(x)}-3^{f(x)}$

**A.** $6$. **B.** $5$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Lời giải.**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy $f(x)\ge -1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó xét hàm số $g(x)=2^{f(x)}-3^{f(x)}$

Ta có $g'(x)=f'(x).\left[2^{f(x)}.\ln 2-3^{f(x)}.\ln 3\right]$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ 2^{f(x)}.\ln 2-3^{f(x)}.\ln 3=0 \end{array}\right.$$

Xét phương trình $2^{f(x)}.\ln 2-3^{f(x)}.\ln 3=0$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{f(x)}=\log_2 3 \Leftrightarrow f(x)=\log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)\approx -1,4 \text{ (loại)}$$

Do đó số điểm cực trị của hàm $g(x)$ cũng bằng số điểm cực trị của hàm $f(x)$.

Tức là hàm $g(x)$ có $3$ điểm cực trị.

**Câu 133:** **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hàm số $y=(x-1)(x^2+mx+m)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A.** $0<m<4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ -\frac{1}{2}\ne m<0 \end{array}\right.$. **C.** $m>4$. **D.** $-\frac{1}{2}\ne m<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành $Ox$ là

$$(x-1)(x^2+mx+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ g(x)=x^2+mx+m=0 \ (1) \end{array}\right.$$

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=m^2-4m>0 \\ g(1)=1^2+m.1+m\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0\vee m>4 \\ m\ne -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ -\frac{1}{2}\ne m<0 \end{array}\right.$$

**Câu 134:** **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=2x^4+2mx^2-\frac{3m}{2}$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị này

cùng với gốc tọa độ $O$ tạo thành bốn đỉnh của một tứ giác nội tiếp được. Tính tổng tất cả các phần tử của $S$.

**A.** $2-2\sqrt{3}$. **B.** $-2-2\sqrt{3}$. **C.** $-1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=8x^3+4mx=4x\left(2x^2+m\right)$.

Đồ thị hàm số $y=2x^4+2mx^2-\dfrac{3m}{2}$ có ba điểm cực trị thì $m<0$.

Khi đó ba điểm cực trị là $A\left(0;-\dfrac{3m}{2}\right)$, $B\left(\sqrt{-\dfrac{m}{2}};\dfrac{-m^2-3m}{2}\right)$ và $C\left(-\sqrt{-\dfrac{m}{2}};\dfrac{-m^2-3m}{2}\right)$.

Ta có $AO$ là đường trung trực của $BC$ nên $\widehat{ABO}=\widehat{ACO}$

Do đó để tứ giác $ABOC$ nội tiếp được khi $\widehat{ABO}=\widehat{ACO}=90°$ hay $AB\perp OB$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{m^2}{2}\left(\dfrac{m^2+3m}{2}\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-1\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta được $S=\left\{-1;-1-\sqrt{3}\right\}$ nên tổng cần tìm là $-2-2\sqrt{3}$.

**Câu 135: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

**A.** $m>\dfrac{1}{3}$. **B.** $m<-1$.

**C.** $m\ge\dfrac{1}{3}$ hoặc $m\le-1$. **D.** $-1<m<\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6mx-9m^2$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx-9m^2=0\Leftrightarrow x^2-2mx-3m^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m \\ x=3m \end{array}\right.$.

- Nếu $-m=3m\Leftrightarrow m=0$ thì $y'\ge 0;\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có khoảng nghịch biến.
- Nếu $-m<3m\Leftrightarrow m>0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-m;3m\right)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)\Leftrightarrow\begin{cases} -m\le 0 \\ 3m\ge 1 \end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{3}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m\ge\dfrac{1}{3}$.

- Nếu $-m>3m\Leftrightarrow m<0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(3m;-m\right)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)\Leftrightarrow\begin{cases} 3m\le 0 \\ -m\ge 1 \end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \le -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi $m \le -1$ hoặc $m \ge \frac{1}{3}$.

**Cách 2:** Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2$. Theo ycbt cần có $g(x) = 3x^2 - 6mx - 9m^2 \le 0 \ \forall x \in (0;1)$

TH1: $m = 0$. Khi đó $g(x) = 3x^2 \le 0$: Không xảy ra.

TH2: $m \ne 0$: Khi đó $g(x)$ là một tam thức bậc hai luôn có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ do $ac = -3m^2 < 0$.

Theo Viét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = -3m^2 \end{cases}$ $(x_1 < x_2)$. Tập nghiệm của bpt $g(x) \le 0$ là $T = (x_1; x_2)$.

Để $g(x) \le 0 \ \forall x \in (0;1)$ cần có $x_1 \le 0 < 1 \le x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \le 0 \le x_2 \\ x_1 < 1 \le x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ x_1.x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \le 0 \end{cases}.$$

Điều kiện: $\begin{cases} -3m^2 \le 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array} \right.$.

**Câu 136:** **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Phương trình $\left|x^2 - 2x\right|\left(|x| - 1\right) = m$ (với $m$ là tham số thực) có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

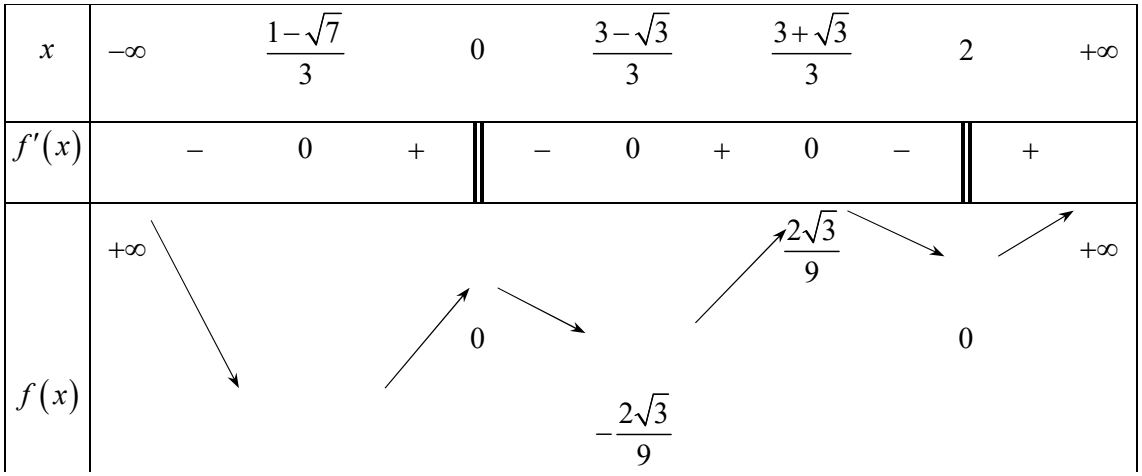
**Chọn B**

Ta có:

$$f(x) = \left|x^2 - 2x\right|\left(|x| - 1\right) = \begin{cases} (x^2 - 2x)(x - 1), & x \ge 2 \\ -(x^2 - 2x)(x - 1), & 0 \le x < 2 \\ (x^2 - 2x)(-x - 1), & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x, & x \ge 2 \\ -x^3 + 3x^2 - 2x, & 0 \le x < 2 \\ -x^3 + x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}.$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2, & x \ge 2 \\ -3x^2 + 6x - 2, & 0 \le x < 2 \\ -3x^2 + 2x + 2, & x < 0 \end{cases}; \ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{1 - \sqrt{7}}{3} \end{array} \right.$$

Bảng biến thiên:




Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x)=m$ có tối đa $4$ nghiệm.

**Câu 137:** **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2$, $-1$ và $0$. Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

## Lời giải

**Chọn A**

Vì hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2,-1$ và $0$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=0\end{array}\right.$.

(Cả $3$ nghiệm này đều là nghiệm đơn theo nghĩa $f'(x)$ đổi dấu khi qua ba nghiệm này)

Ta có: $y'=\left(f\left(x^2-2x\right)\right)'=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\(x-1)^2=0\\x=0\\x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$$

(Cả $3$ nghiệm này cũng đều là nghiệm đơn theo nghĩa $y'$ đổi dấu khi qua ba nghiệm này)

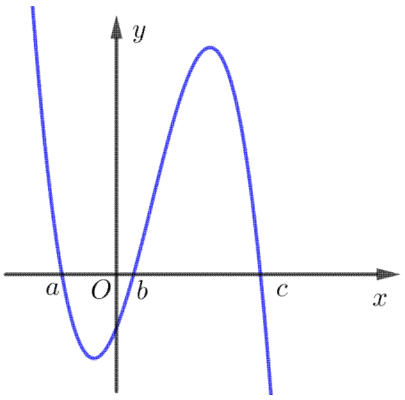
Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 3 cực trị.

Chú ý: Ta có thể chọn $f'(x)=x(x+1)(x+2)$ nhận $-2,-1$ và $0$ làm nghiệm đơn.

Khi đó: $y'=\left(f\left(x^2-2x\right)\right)'=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)=(2x-2)\left(x^2-2x\right)\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2-2x+2\right)$

Rõ ràng từ đây dễ dàng kiểm tra về tính cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$.

**Câu 138:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ




$(1)$: $f(c)>f(a)>f(b)$.

$(2)$: $f(c)>f(b)>f(a)$.

$(3)$: $f(a)>f(b)>f(c)$.

$(4)$: $f(a)>f(b)$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $S_1,S_2$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ và trục hoành nằm bên dưới và bên trên $Ox$. Khi đó $S_1=\int_a^b\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=-f(x)\Big|_a^b=f(a)-f(b)$

Tương tự $S_2=f(c)-f(a)$. Quan sát đồ thị $f'(x)$ ta có

$S_2>S_1>0\Rightarrow f(c)-f(b)>f(a)-f(b)$ do đó $f(c)>f(a)>f(b)$.

Vậy $(1)$ và $(4)$ đúng.

**Câu 139:** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d:y=x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=4$.

**A.** $m=-1$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=3\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$. **D.** $m=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-1}{x-1}=x+m\Leftrightarrow x^2+(m-3)x+1-m=0(*),(x\neq 1)$.

Khi đó $x_A$, $x_B$ là hai nghiệm phân biệt khác 1 của $(*)$. Suy ra: $x_A+x_B=3-m$ và $x_Ax_B=1-m$.

Ta có:

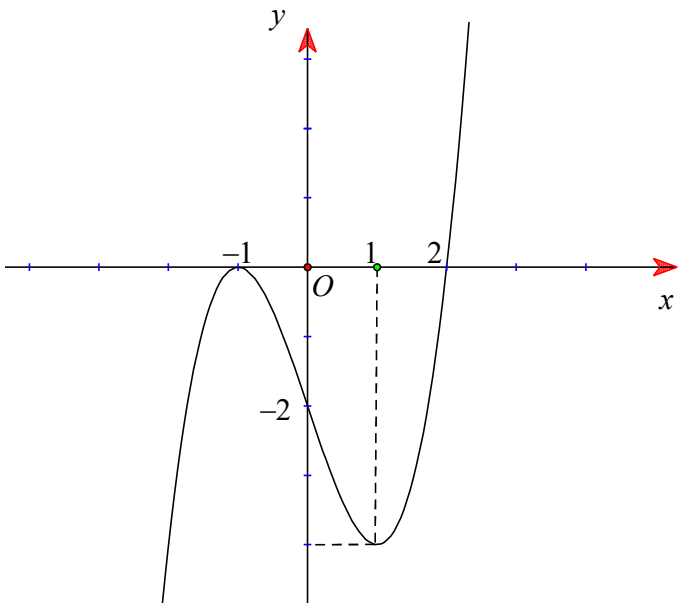
$AB=4\Leftrightarrow AB^2=16\Leftrightarrow (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=16\Leftrightarrow 2(x_B-x_A)^2=16\Leftrightarrow (x_B-x_A)^2=8$.

Suy ra: $(x_B+x_A)^2-4x_Ax_B=8\Rightarrow (3-m)^2-4(1-m)=8\Leftrightarrow m^2-2m-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

TH1: $m=-1$. Suy ra $(*)$ trở thành $x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}+2$ (nhận).

TH2: $m=3$. Suy ra $(*)$ trở thành $x^2-2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$ (nhận).

**Câu 140: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. xét hàm số $g(x)=f(2-x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?




**A.** Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x=2$.

**B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

**C.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dễ thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x=2$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$ nên A. đúng

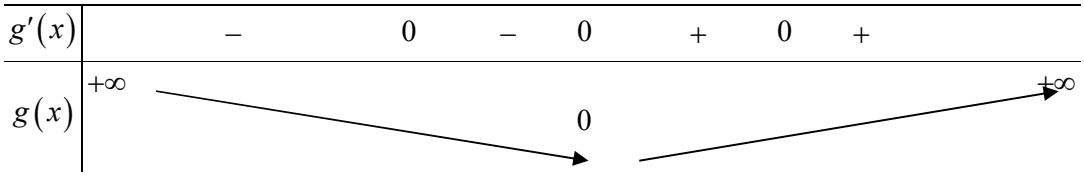
$f'(x)\le 0,\forall x\in(-\infty;2)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$. B. đúng

Ta có $g'(x)=-2x.f'(2-x^2)$, $g'(x)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2-x^2=-1 \\ 2-x^2=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$ trong đó $x=\pm\sqrt{3}$ là nghiệm kép, $x=0$ là nghiệm bội bậc $3$, do đó, $g'(x)$ chỉ đổi dấu qua $x=0$.

Lại có, $g'(1)=-2.f'(1)=-2.(-4)=8>0$

Ta có BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|




Từ BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$. C. đúng, và D. sai.

**Câu 141: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

**A.** $\begin{cases} a=b=0;c>0 \\ a>0;b^2-4ac\le 0 \end{cases}$.

**B.** $a\ge 0;b^2-3ac\le 0$.

**C.** $\begin{cases} a=b=0;c>0 \\ a>0;b^2-3ac\ge 0 \end{cases}$.

**D.** $\begin{cases} a=b=0;c>0 \\ a>0;b^2-3ac\le 0 \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

TH1: $a=0$ có $y'=2bx+c$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ c>0 \end{cases}$.

TH2: $a\ne 0$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'=b^2-3ac\le 0 \end{cases}$

Vậy để để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=0;c>0 \\ a>0;b^2-3ac\le 0 \end{cases}$.

**Câu 142: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $1$.

**B.** $2$.

**C.** $4$.

**D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có nghĩa khi $4-x^2>0\Leftrightarrow -2<x<2$. TXĐ: $D=(-2;2)$

Hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}}=+\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -2^+} y = \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}} = -\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

**Câu 143:** **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{-\cot x-2}{\cot x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

**A.** $m<-2$.

**B.** $m\in\varnothing$.

**C.** $1\le m<2$.

**D.** $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$.

**Lời giải**

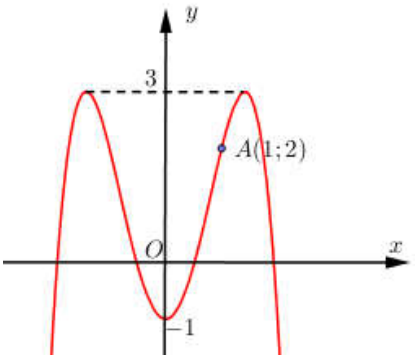
**Chọn A**

$y=\dfrac{-\cot x-2}{\cot x-m}=-1-\dfrac{m+2}{\cot x-m}$.

$y'=-\dfrac{m+2}{\sin^2 x.\left(\cot x-m\right)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ thì $y'>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow -m-2>0 \Leftrightarrow m<-2$.

**Câu 144:** **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$. Biểu thức $A=a^2+b^2+c^2$ có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau?




**A.** $A=24$.

**B.** $A=20$.

**C.** $A=18$.

**D.** $A=6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên $c=-1\ (1)$.

Đồ thị đi qua điểm $(1;2)$ nên $a+b+c=2\ (2)$.

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có $3$ điểm cực trị, do đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{-\dfrac{b}{2a}} \end{array}\right.$

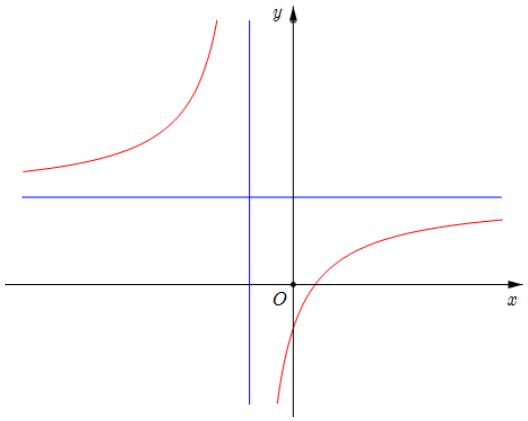
Ngoài ra $y\left(\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\right)=a.\dfrac{b^2}{4a^2}+b.\left(-\dfrac{b}{2a}\right)+c=\dfrac{b^2}{4a}-\dfrac{b^2}{2a}+c=-\dfrac{b^2}{4a}+c=3\ (3)$

Giải hệ $(1), (2), (3)$ ta được $c=-1,\ a=-1,\ b=4$ hoặc $c=-1,\ a=-9,\ b=12$.

Bộ $c=-1,\ a=-1,\ b=4$ thỏa $A=a^2+b^2+c^2=18$ nên chọn đáp án **C.**

**Câu 145:** **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $bd<0,\ ab>0$. **B.** $ad<0,\ ab<0$. **C.** $bd>0,\ ad>0$. **D.** $ad>0,\ ab<0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow\dfrac{d}{c}>0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0$.

Do đó $\dfrac{d}{c}\cdot\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow\dfrac{ad}{c^2}>0\Rightarrow ad>0$.

Với $y=0\Rightarrow x=-\dfrac{b}{a}$, khi đó từ hình vẽ ta được $-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0$.

Với $x=0\Rightarrow y=\dfrac{b}{d}$, khi đó từ hình vẽ ta được $\dfrac{b}{d}<0\Rightarrow bd<0$.

**Câu 146:** **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$: $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}$, đồ thị $(C)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số,

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}} y=\lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+1}$ không tồn tại nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

**Câu 147: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình $\left|x^3-3x+1\right|=m$ ; ( $m$ là tham số) có $6$ nghiệm phân biệt khi:

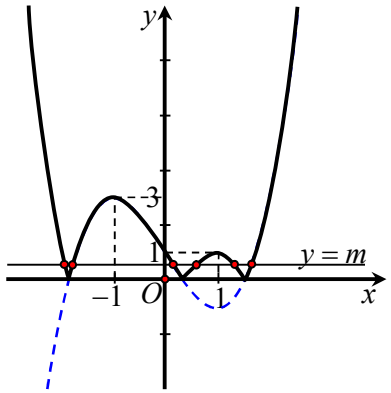
**A.** $1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $0<m<1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

* Số nghiệm phương trình $\left|x^3-3x+1\right|=m$ bằng số điểm chung của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x+1\right|$ và đường thẳng $y=m$.

* Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x+1\right|$ được suy ra từ đồ thị hàm $y=x^3-3x+1$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phần hàm số $y=x^3-3x+1$ nằm phía trên trục $Ox$ và lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ nằm phía dưới trục $Ox$ qua trục $Ox$.




* Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)=\left|x^3-3x+1\right|$ ta suy ra để phương trình $\left|x^3-3x+1\right|=m$ có $6$ nghiệm phân biệt điều kiện là: $0<m<f(1)\Leftrightarrow 0<m<1$.

**Câu 148: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách $300$ km, vận tốc của dòng nước là $6$ $(\text{km/h})$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước yên lặng là $v$ $(\text{km/h})$. Năng lượng tiêu hao của cá trong $t$ giờ được tính theo công thức $E=cv^3t$ ; $c$ là hằng số cho trước, đơn vị của $E$ là Jun. Vận tốc $v$ của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là:

**A.** $9$ $(\text{km/h})$. **B.** $8$ $(\text{km/h})$. **C.** $10$ $(\text{km/h})$. **D.** $12$ $(\text{km/h})$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $(v-6)t=300\Rightarrow t=\dfrac{300}{v-6}$. Suy ra $E=cv^3t=cv^3\dfrac{300}{v-6}=300cf(v)$ với $f(v)=\dfrac{v^3}{v-6}$.

Vì $c$ là hằng số nên để năng lượng tiêu hao ít nhất thì $f(v)=\dfrac{v^3}{v-6}$ nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(v)$ trên $(6;+\infty)$, ta có

$f'(v)=\dfrac{2v^3-18v^2}{(v-6)^2}$ suy ra $f'(v)=0\Leftrightarrow\dfrac{2v^3-18v^2}{(v-6)^2}=0\Rightarrow v=9$.

Lập bảng biến thiên ta suy ra được hàm số $f(v)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $v=9$.

**Câu 149: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+9x-7$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng khi:

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m=\dfrac{-1+\sqrt{15}}{2}$. **C.** $m=\dfrac{-1-\sqrt{15}}{2}$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-6mx+9$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2;\ x_3$ lập thành cấp số cộng thì hàm số có hai điểm cực trị trái dấuss và $x_1+x_3=2x_2$.

$y'=0$ có hai nghệm phân biệt $\Leftrightarrow 9m^2-27>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\sqrt{3} \\ m<-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

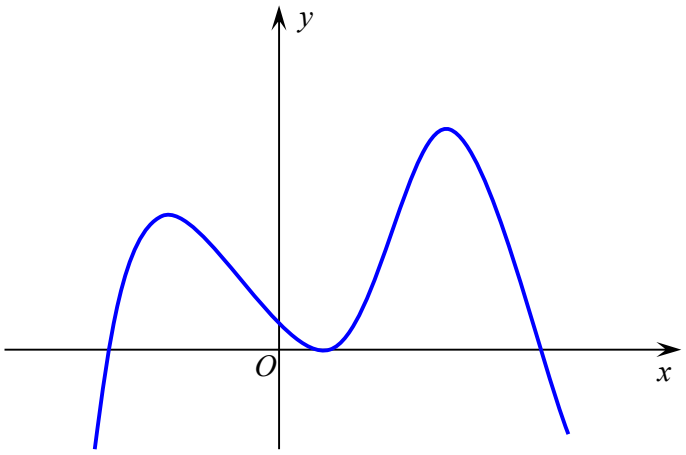
$x_1;\ x_2;\ x_3$ là các nghiệm của phương trình $x^3-3mx^2+9x-7=0$ thỏa mãn:

- $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}=3m$ (1)
- $x_1+x_3=2x_2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x_2=m$ và $y=-2m^3+9m-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}}{2} \end{array}\right.$.

So với điều kiện trên chỉ có $m=\dfrac{-1-\sqrt{15}}{2}$ thỏa mãn.

**Câu 150: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=f'(x)$. Khi đó hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

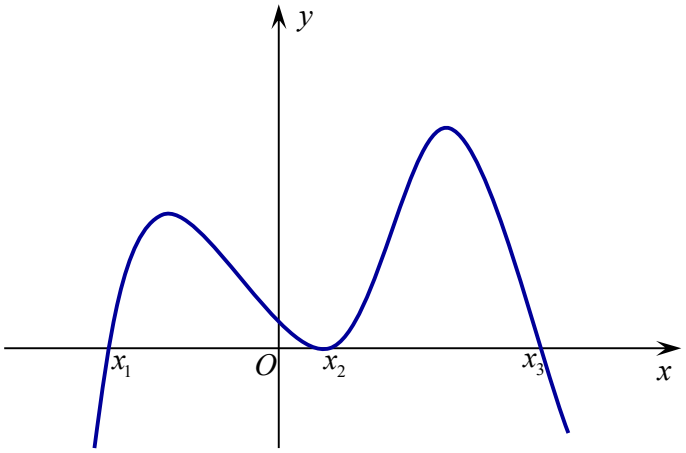


**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $x_1$, $x_2$, $x_3$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục $Ox$ như hình vẽ




Từ đồ thị hàm số ta thấy, qua điểm $x_1$ dấu của $f'(x)$ đổi từ âm sang dương nên $x_1$ là điểm cực tiểu, qua điểm $x_2$ $f'(x)$ không đổi dấu nên điểm $x_2$ không là điểm cực trị, qua điểm $x_3$ dấu của $f'(x)$ đổi từ dương sang âm nên $x_3$ là điểm cực đại. Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

**Câu 151: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3+4m-1$. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị tạo với gốc toạ độ $O$ một tam giác vuông tại $O$ khi:

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$, $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)=0 \Leftrightarrow$ $x_1=m-1$, $x_2=m+1$.

Ta có $y=\left(\frac{1}{3}x-\frac{m}{3}\right).y'-2x+3m-1$ nên ta chứng minh được đường thẳng qua cực đại cực tiểu là $y=-2x+3m-1$.

Do đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị có là $A\left(m-1;m+1\right)$ và $B\left(m+1;m-3\right)$.

Điều kiện để $O$ không nằm trên đường thẳng qua điểm cực đại cực tiểu $3m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq\frac{1}{3}$

Để tam giác $OAB$ vuông tại $O$ thì $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Rightarrow \left(m-1\right)\left(m+1\right)+\left(m+1\right)\left(m-3\right)=0 \Rightarrow m=-1$ hoặc $m=2$ (thỏa mãn điều kiện).

**Câu 152: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+mx-\frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số xác định và liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=3x^2+m+\dfrac{1}{x^6}$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'=3x^2+m+\dfrac{1}{x^6}\ge 0$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Dấu đẳng thức chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $(0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow m\ge -3x^2-\dfrac{1}{x^6}=g(x)$, $\forall x\in(0;+\infty)$

Ta có $g'(x)=-6x+\dfrac{6}{x^7}=\dfrac{-6x^8+6}{x^7}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Suy ra $m\ge g(x)$, $\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\ge \max\limits_{x\in(0;+\infty)} g(x)=g(1)=-4$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

**Câu 153: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực?

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x\Leftrightarrow 3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x-m$. $(1)$

Đặt $\sin x=u$. Điều kiện $-1\le u\le 1$ và $\sqrt[3]{m+3\sin x}=v\Rightarrow m+3u=v^3$. $(2)$

Khi đó $(1)$ trở thành $u^3=m+3v$ $(3)$

Từ $(3)$ và $(2)$ suy ra $u^3-3v=v^3-3u\Leftrightarrow (u-v)\left(u^2+uv+v^2+3\right)=0\Leftrightarrow u=v$.

(Do $u^2+uv+v^2+3=\left(u+\dfrac{1}{2}v\right)^2+\dfrac{3v^2}{4}+3>0$, $\forall u$, $v\in\mathbb{R}$)

Suy ra: $\sqrt[3]{m+3u}=u\Leftrightarrow m=u^3-3u$, với $u\in[-1;1]$.

Xét hàm số $f(u)=u^3-3u$ trên đoạn $[-1;1]$. Ta có $f'(u)=3u^2-3$; $f'(u)=0\Leftrightarrow u=\pm 1$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(u)=2$, $\min\limits_{[-1;1]} f(u)=-2$.

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-2\le m\le 2$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;\pm 1;\pm 2\}$.

**Câu 154: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng $3$. Số phần tử của $S$ là

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $0$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1 & (n)\\ x=-1 & (l)\end{array}\right.$

Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0);f(1);f(2)\}=\{m;m-2;m+2\}$.

Xét hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ ta được giá trị lớn nhất của $y$ là

$\max\{|m|;|m-2|;|m+2|\}=3$.

- TH1: $|m|=3\Leftrightarrow m=\pm3$.
  - ✓ Với $m=-3$. Ta có $\max\{3;5;1\}=5$ (loại).
  - ✓ Với $m=3$. Ta có $\max\{3;1;5\}=5$ (loại).
- TH2: $|m-2|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=5\end{array}\right.$
  - ✓ Với $m=-1$. Ta có $\max\{1;3\}=3$ (nhận).
  - ✓ Với $m=5$. Ta có $\max\{3;5;7\}=7$ (loại).
- TH3: $|m+2|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-5\end{array}\right.$
  - ✓ Với $m=1$. Ta có $\max\{1;3\}=3$ (nhận).
  - ✓ Với $m=-5$. Ta có $\max\{3;5;7\}=7$ (loại).

Do đó $m\in\{-1;1\}$

Vậy tập hợp $S$ có $2$ phần tử.

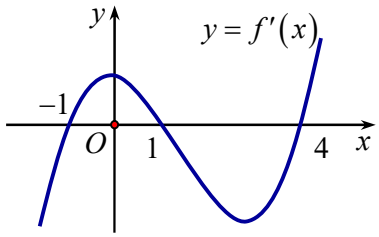
**Chú ý**: Ta có thể giải nhanh như sau:

Sau khi tìm được Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)=x^3-3x+m$ thuộc $\{f(0);f(1);f(2)\}=\{m;m-2;m+2\}$.

+ Trường hợp 1: $m\ge0$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+2=3\Leftrightarrow m=1$.

+ Trường hợp 2: $m<0$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=|m-2|=2-m=3\Leftrightarrow m=-1$

**Câu 155: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$.Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng:



**A.** $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\left(f(2-x)\right)'=(2-x)'.f'(2-x)=-f'(2-x)$

Hàm số đồng biến khi $\left(f(2-x)\right)'>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$.

**Câu 156: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(a;1)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $a$ để có đúng một tiếp tuyến từ $(C)$ đi qua $A$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** $1$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A$ và có hệ số góc $k$: $y=k(x-a)+1$

Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$:

$k(x-a)+1=\dfrac{-x+2}{x-1}\Leftrightarrow(kx-ka+1)(x-1)=-x+2\ \ (x\neq1)$

$\Leftrightarrow kx^2+(-k-ka+2)x-3+ka=0\ \ (x\neq1)\ \ (*)$

Với $k=0$, ta có $d:y=1$ là tiệm cận ngang đồ thị hàm số nên không thể tiếp xúc được.

Với $k\neq0$, $d$ và $(C)$ tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow(1)$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow\Delta_x=\left[k(1+a)-2\right]^2-4k(-3+ka)=0\Leftrightarrow\Delta_x=k^2(1-a)^2-4k(a-2)+4=0$

Coi đây là phương trình bậc 2 ẩn $k$ tham số $a$

Để qua $A(a;1)$ vẽ được đúng 1 tiếp tuyến thì phương trình $\Delta_x=0$ có đúng một nghiệm $k\neq0$.

- Xét $1-a=0\Leftrightarrow a=1$, ta có $4k+4=0\Leftrightarrow k=-1$ thỏa.
- Có $f(1)=-1\neq0$ nên loại đi trường hợp có hai nghiệm trong đó có một nghiệm là $0$.
- Còn lại là trường hợp $\Delta_x=0$ có nghiệm kép khi $\Delta'_k=4\left((a-2)^2-(a-1)^2\right)$

  $\Leftrightarrow4(2a-3)=0\Leftrightarrow a=\dfrac{3}{2}$

Vậy tổng là $1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$.

**Cách 2:** Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A$ và có hệ số góc $k$: $y=k(x-a)+1$

$d$ là tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm $x$ khác 1

$$\begin{cases}k(x-a)+1=\dfrac{-x+2}{x-1} & (1)\\ k=\dfrac{-1}{(x-1)^2} & (2)\end{cases}$$

Thay $(2)$ vào $(1)$, ta được $\dfrac{-1}{(x-1)^2}(x-a)=\dfrac{3-2x}{x-1}$

$$\Leftrightarrow x-a=(2x-3)(x-1)\Leftrightarrow g(x)=2x^2-6x+3+a=0\,(*)$$

$d$ và đồ thị $(C)$ có đúng một tiếp tuyến $\Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta'=0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}\Delta'>0\\ g(1)=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}9-2(3+a)=0\\ a-1\neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}9-2(3+a)>0\\ a-1=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{3}{2}\\ a=1\end{array}\right.$$

. Vậy tổng là $1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$.

**Câu 157:** **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $y=3x^4-4x^3-12x^2+m$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=12x^3-12x^2-24x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=2\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $m-5$ | ↗ | $m$ | ↘ | $m-32$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị với mọi $m$. Do đó để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại $7-3=4$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}m-5<0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<5$.

Vì $m$ nguyên nên các giá trị cần tìm của $m$ là $m\in\{1;\,2;\,3;\,4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên cần tìm của $m$.

**Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ $(C)$ và điểm $M(a;b)$ thuộc đồ thị $(C)$. Đặt $T=3(a+b)+2ab$, khi đó để tổng khoảng cách từ điểm $M$ đến hai trục toạ độ là nhỏ nhất thì mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $-3<T<-1$. **B.** $-1<T<1$. **C.** $1<T<3$. **D.** $2<T<4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ có tập xác định: $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Điểm $M(a;b)\in(C)\Rightarrow b=\dfrac{a-3}{a+1}(a\neq -1)$.

Trục $Ox$, $Oy$ lần lượt có phương trình là $y=0$ và $x=0$.

Tổng khoảng cách từ $M(a;b)$ đến hai trục tọa độ là $P=\left|\dfrac{a-3}{a+1}\right|+|a|$.

Xét hàm số $P=\left|\dfrac{a-3}{a+1}\right|+|a|$ có tập xác định: $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$$P=\left|\frac{a-3}{a+1}\right|+|a|=\begin{cases}a+\dfrac{a-3}{a+1} & \text{khi } a\geq 3\\ a+\dfrac{3-a}{a+1} & \text{khi } 0<a<3\\ \dfrac{3-a}{a+1}-a & \text{khi } -1<a\leq 0\\ \dfrac{a-3}{a+1}-a & \text{khi } a<-1\end{cases}\Rightarrow P'=\begin{cases}1+\dfrac{4}{(a+1)^2} & \text{khi } a\geq 3\\ 1-\dfrac{4}{(a+1)^2} & \text{khi } 0<a<3\\ -\dfrac{4}{(a+1)^2}-1 & \text{khi } -1<a\leq 0\\ \dfrac{4}{(a+1)^2}-1 & \text{khi } a<-1\end{cases}$$

Bảng biến thiên:

| $a$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $-$ | | | $0$ | $+$ | | | |
| $P$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | | $\nearrow$ | | | $+\infty$ |
| | | | $6$ | | | | | $2$ | | | | | |

Vậy $\min(P)=2$ khi $a=1\Rightarrow b=-1$. Do đó $M(1;-1)\Rightarrow T=-2$.

**Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}$ là

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Do không tồn tại các giới hạn khi $x\to 1^+$, $x\to 1^-$, $x\to(-1)^+$, $x\to(-1)^-$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=0$ nên suy ra đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

**Câu 3:** **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

**Câu 4:** Hàm số đạt cực trị tại điểm $x_0$ khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$.

**Câu 5:** Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và có đạo hàm cấp hai tại điểm $x_0$ thoả mãn điều kiện $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ thì điểm $x_0$ không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

**Câu 6:** Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua điểm $x_0$ thì điểm $x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

**Câu 7:** Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và có đạo hàm cấp hai tại điểm $x_0$ thoả mãn điều kiện $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)>0$ thì điểm $x_0$ là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 8:** Mệnh đề: " Hàm số đạt cực trị tại điểm $x_0$ khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$" sai vì $f'(x_0)=0$ mà đạo hàm qua $x_0$ không đổi dấu thì hàm số không đạt cực trị tại điểm $x_0$.

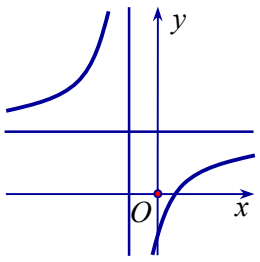
**Câu 9:** Mệnh đề: "Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và có đạo hàm cấp hai tại điểm $x_0$ thoả mãn điều kiện $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ thì điểm $x_0$ không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$" sai vì $f(x)=x^4$ có $f'(0)=f''(0)=0$ nhưng vẫn đạt cực trị tại $x_0=0$.

**Câu 10:** Mệnh đề: "Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua điểm $x_0$ thì điểm $x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$" sai vì điểm $x_0$ có thể là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

**Câu 11:** Mệnh đề: "Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và có đạo hàm cấp hai tại điểm $x_0$ thoả mãn điều kiện $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)>0$ thì điểm $x_0$ là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$" sai vì điểm $x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

Vậy không có mệnh nào đúng.

**Câu 12:** **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

**A.** $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

❖ Từ hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ suy ra:

+ Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình $x=c$.

+ Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng có phương trình $y=a$.

+ Giao điểm với trục hoành là $A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$, $a\neq 0$.

+ Giao điểm với trục tung là $B\left(0;-\dfrac{b}{c}\right)$, $c\neq 0$.

❖ Từ đồ thị hàm số ta có:

+ Đường tiệm cận đứng nằm bên trái $Oy$ nên $c<0$.

+ Đường tiệm cận ngang nằm trên $Ox$ nên $a>0$.

+ Giao điểm với trục $Ox$ có hoành độ dương nên $-\dfrac{b}{a}>0$. Vì $a>0$ nên $b<0$.

**Câu 13:** **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho $n$ máy chạy trong một giờ là $10\left(6n+10\right)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

**A.** 4 máy. **B.** 6 máy. **C.** 5 máy. **D.** 7 máy.

**Lời giải**

**Chọn C**

Một máy: Trong một giờ in được 3600 tờ nên 50000 tờ cần $\dfrac{125}{9}$ giờ.

Do đó $n$ máy cần thời gian $\dfrac{125}{9n}$ giờ.

Tổng chi phí là $f\left(n\right)=\left[10.\left(6n+10\right).\dfrac{125}{9n}\right].1000+50000n$.

Khi đó: để được lãi nhiều nhất thì $f\left(n\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất, với $n\in\left[1;8\right]$ và $n\in\mathbb{N}$.

Cách 1: $f\left(n\right)=\left(\dfrac{250}{3}+\dfrac{1250}{9n}+5n\right).10000\geq\left(\dfrac{250}{3}+\dfrac{50\sqrt{10}}{3}\right).10000$ (Dùng BĐT Côsi).

Nên $f\left(n\right)$ nhỏ nhất khi $\dfrac{1250}{9n}=5n\Leftrightarrow n=\dfrac{5\sqrt{10}}{3}\approx 5$.

Cách 2: Dùng Table với $n\in\left[1;8\right]$ và $n\in\mathbb{N}$.

**Câu 14:** **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)\left(13x-15\right)^3$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(\dfrac{5x}{x^2+4}\right)$ là

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$y'=\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)'.f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)=\frac{5\left(x^2+4\right)-5x.2x}{\left(x^2+4\right)^2}\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)^2\left(\frac{5x}{x^2+4}-1\right)\left(13.\frac{5x}{x^2+4}-15\right)^3$$

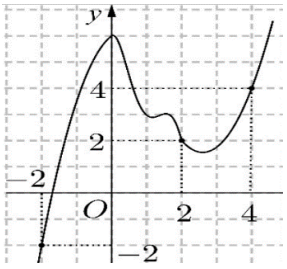
$$=\frac{-5x^2+20}{\left(x^2+4\right)^2}\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)^2\left(\frac{5x-x^2-4}{x^2+4}\right)\left(\frac{65x-15x^2-60}{x^2+4}\right)^3$$

$$=\frac{5(2-x)(2+x)}{\left(x^2+4\right)^2}.\frac{(5x)^2}{\left(x^2+4\right)^2}.\frac{(x-1)(4-x)}{x^2+4}.\frac{(3-x)^3(15x-20)^3}{\left(x^2+4\right)^3}$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\\x=0\\x=1\\x=4\\x=3\\x=\frac{4}{3}\end{array}\right.$$

Do phương trình $y'=0$ có 6 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép nên hàm số $y=f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ có 6 điểm cực trị.

**Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $h(1)+1=h(4)<h(2)$.
**B.** $h(0)=h(4)+2<h(2)$.
**C.** $h(-1)<h(0)<h(2)$.
**D.** $h(2)<h(4)<h(0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $h(x)=f(x)-x$ trên đoạn $[-1;4]$.

Ta có $h'(x)=f'(x)-1$. Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ ta được $h'(x)>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[-1;4]$. Ta chọn C.

**Câu 16: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

**A.** $m<1$.
**B.** $0<m<1$.
**C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$.
**D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=x^4-2mx^2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó ba điểm cực trị là $O(0;0)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2\right)$. Tam giác $OBC$ cân tại $O$, với $I\left(0;-m^2\right)$ trung điểm của $BC$

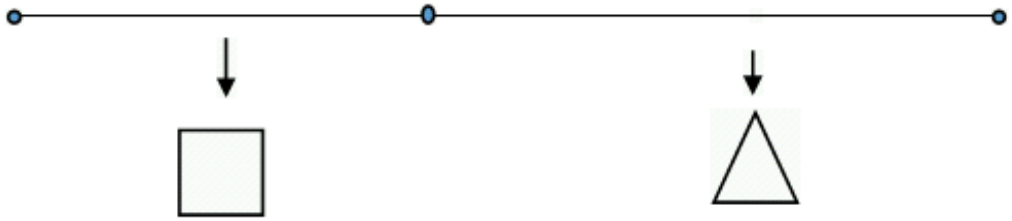
Theo yêu cầu bài toán, ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}OI.BC=\frac{1}{2}\left|-m^2\right|.2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow 0<m<1$.

**Câu 17: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Bạn A có một đoạn dây mềm và dẻo không đàn hồi $20\,m$, bạn chia đoạn dây thành hai phần, phần đầu gấp thành một tam giác đều. Phần còn lại gập thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu $(m)$ để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất ?

**A.** $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **B.** $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **C.** $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **D.** $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}\,m$.

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi $x\ (m)$ là cạnh của tam giác đều, $\left(0<x<\frac{20}{3}\right)$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\frac{20-3x}{4}\ (m)$.

Gọi $S$ là tổng diện tích của hai hình.

$S(x)=x^2.\frac{\sqrt{3}}{4}+\left(\frac{20-3x}{4}\right)^2$.

Ta có : $S'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{20-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)$.

$S'(x)=0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{20-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$ | | $\frac{20}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên, $S$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}\ m$.

**Câu 18: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Phương trình $x^3+x(x+1)=m(x^2+1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

**A.** $-6\le m\le\dfrac{3}{4}$. **B.** $-1\le m\le\dfrac{14}{25}$. **C.** $m\le\dfrac{4}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}\le m\le\dfrac{3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình đã cho tương đương $\dfrac{x^3+x(x+1)}{(x^2+1)^2}=m(*)$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+x(x+1)}{(x^2+1)^2}$.

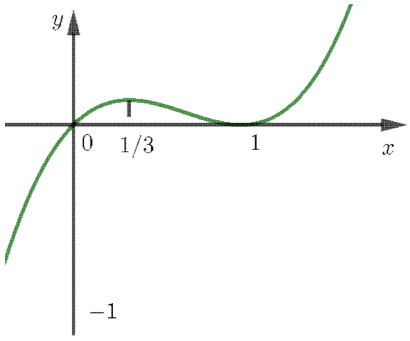
TXĐ: $\mathbb{D}=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-(x-1)(x+3)^3}{(x^2+1)^3}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Lập bbt khảo sát hàm số trên $\mathbb{R}$

Từ bảng biến thiên, suy ra để phương trình để phương trình đã cho có nghiệm thực thì $-\dfrac{1}{4}\le m\le\dfrac{3}{4}$.

**Câu 19: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng



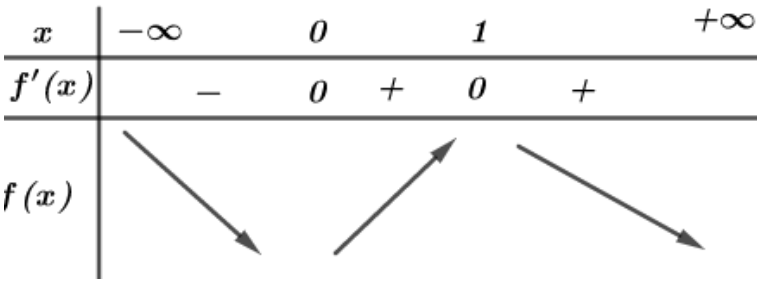

**A.** $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải :**

**Chọn D**

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

Bài này sai bbt,anh vẽ lại cho em




Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

**Câu 20:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2+(m-3)x+m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

**A.** $m=-5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải :**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2+4x+m-3$, để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<\frac{13}{3}(*)$

Ta có $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}\right)+\left(\frac{2m}{3}-\frac{26}{9}\right)x+\frac{7m}{9}+\frac{2}{3}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=\left(\frac{2m}{3}-\frac{26}{9}\right)x+\frac{7m}{9}+\frac{2}{3}$. Theo giả thiết, đường thẳng này đi qua $M(9;-5)$ nên $m=3$ (thỏa mãn điều kiện $(*)$).

**Câu 21:** **(THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{mx+2}{2x+m}$, $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{m}{2}\right\}$

$y'=\frac{m^2-4}{(2x+m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ \frac{-m}{2}\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-m}{2}\le 0 \\ \frac{-m}{2}\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m<2$.

**Câu 22:** **(THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định: $D=[-1;+\infty)\setminus\{0;2\}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{x^2-2x}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}=-\infty\Rightarrow x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to0} y=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(5x+1)^2-x-1}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x^2+9x}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x+9}{(x-2)(5x+1+\sqrt{x+1})}=\dfrac{-9}{4}\Rightarrow x=0$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

**Câu 23: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$.

**A.** $0<m<1$. **B.** $\dfrac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\leq1$. **D.** $\dfrac{1}{2}\leq m<1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f(x)$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$, $x=1$ nên ta có $\begin{cases}y'(0)=0\\y'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b=0\end{cases}$ $(1)$

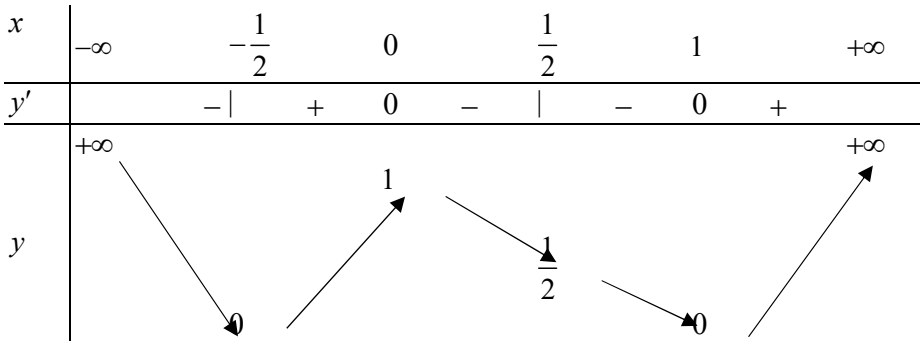
Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases}y(0)=1\\y(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=1\\a+b=-1\end{cases}$ $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ ta suy ra $a=2$, $b=-3$, $c=0$, $d=1$.

Như vậy $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

• Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$.

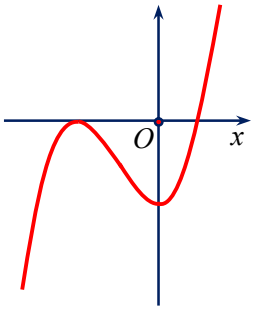
Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|f(x)|$ như sau:




• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ thì điều kiện của $m$ là $\frac{1}{2}<m<1$.

Vậy giá trị cần tìm của $m$ là $\frac{1}{2}<m<1$.

**Câu 24: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a>0,\ b>0,\ c>0\ \ d<0$.
**B.** $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$.
**C.** $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d<0$.
**D.** $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

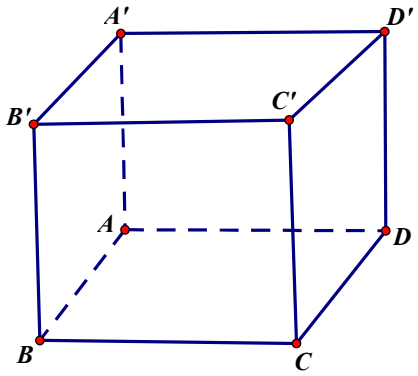
Dựa vào đồ thị suy ra $a>0$ và $d<0$, $f'(x)=0$ có một nghiệm âm và một nghiệm bằng 0 nên suy ra $c=0$ và $b>0$.

**Câu 25: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích $8\ m^3$. Giá mỗi $m^2$ kính là 600.000 đồng/ $m^2$. Gọi $t$ là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị $t$ xấp xỉ với giá trị nào sau đây ?

**A.** 11.400.000 đồng. **B.** 6.790.000 đồng. **C.** 4.800.000 đồng. **D.** 14.400.000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn A**




Gọi $AB = x > 0$, ta có $V = hx^2 = 8 \Leftrightarrow h = \dfrac{8}{x^2}$.

Diện tích xung quanh của bể cá :

$S_{xq} = 4xh + x^2 = 4x\dfrac{8}{x^2} + x^2 = x^2 + \dfrac{32}{x}$

$= x^2 + \dfrac{16}{x} + \dfrac{16}{x} \ge 3\sqrt[3]{x^2.\dfrac{16}{x}.\dfrac{16}{x}} = 3\sqrt[3]{256}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi : $x^2 = \dfrac{16}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{16}$.

Số tiền tối thiểu để làm tủ kính là : $\left[\left(\sqrt[3]{16}\right)^2 + \dfrac{32}{\sqrt[3]{16}}\right].600.000 = 11429287,57$ đồng.

**Câu 26:** **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3(2m-5)x + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

**A.** $m < 1$. **B.** $m \le 1$. **C.** $m = 1$. **D.** $-4 < m < 1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1: (Tự luận)

* Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

* Ta có $y' = 3(m-1)x^2 - 6(m-1)x + 3(2m-5)$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$; dấu bằng chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm

$\Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 \le 0\ (1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Trường hợp 1: $m = 1 \overset{(1)}{\Rightarrow} -3 \le 0$ luôn thỏa với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Trường hợp 2: $m \ne 1$, khi đó điều kiện của bài toán trở thành

$$\begin{cases} a = m-1 < 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - (m-1)(2m-5) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -m^2 + 5m - 4 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \le 1 \vee m \ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

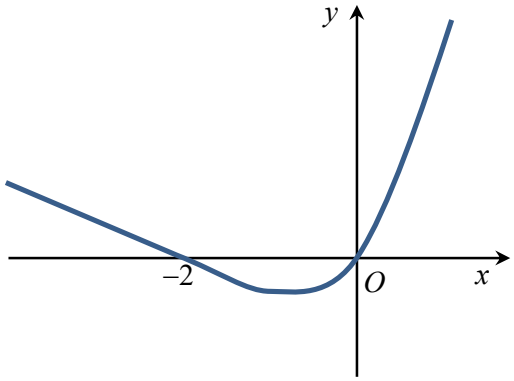
* Vậy các giá trị cần tìm của $m$ là $m \le 1$.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

* Chọn $m = 1 \Rightarrow y = -9x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $m = 1$ thỏa, suy ra loại A, **D.**

* Chọn $m = 0 \Rightarrow y = -x^3 + 3x^2 - 15x$ có $y' = -3x^2 + 6x - 15 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$, suy ra loại **C.**

**Câu 27: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ sau:




Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

**A.** $f$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

**B.** $f$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**C.** $f$ đạt cực đại tại $x=-2$.

**D.** Cực tiểu của $f$ nhỏ hơn cực đại.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$ và $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>0\end{array}\right.$, $f'(x)<0\Leftrightarrow -2<x<0$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-2)$ | ↘ | $f(0)$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**Câu 28: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Với giá trị nào của tham số $m$ thì phương trình $x+\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm?

**A.** $-2<m<2$.

**B.** $-2<m<2\sqrt{2}$.

**C.** $-2\le m\le 2\sqrt{2}$.

**D.** $-2\le m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ trên $[-2;2]$

Ta có: $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có $f(-2)=-2$, $f(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$, $f(2)=2$.

Vậy $\min\limits_{[-2;2]}f(x)=-2$, $\max\limits_{[-2;2]}f(x)=2\sqrt{2}$.

Do đó, phương trình $x+\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi $-2\le m\le 2\sqrt{2}$.

**Câu 29:** **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho phương trình $x^3-3x^2+1-m=0\ (1)$. Điều kiện của tham số $m$ để phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$ là

**A.** $m=-1$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $-3\le m\le -1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

* Phương trình tương đương: $(1)\Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$.

* Số nghiệm của phương trình $(1)$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)=x^3-3x^2+1$ và đường thẳng $y=m$.

* Để phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$ điều kiện là $(C):y=f(x)=x^3-3x^2+1$ cắt đường thẳng $y=m$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ lớn hơn 1 và một điểm có hoành độ nhỏ hơn 1.

Xét hàm số: $y=f(x)=x^3-3x^2+1\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $-\infty$ |

Từ BBT ta suy ra: $-3<m<-1$.

**Câu 30:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để trên $(-1;1)$ hàm số $y=\dfrac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến:

**A.** $-4<m<3$. **B.** $\left[\begin{array}{l}-4\le m<-3\\1<m\le 3\end{array}\right.$. **C.** $1\le m<4$. **D.** $\left[\begin{array}{l}-4<m\le -3\\1\le m<3\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định: $x\ne\dfrac{-m-1}{2}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2+m-12}{(2x+m+1)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ điều kiện là:

$$\begin{cases}\dfrac{-m-1}{2}\notin(-1;\ 1)\\ y'<0,\ \forall x\in(-1;\ 1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-12<0\\-m-1\notin(-2;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-4;3)\\m\notin(-3;1)\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4<m\le -3\\1\le m<3\end{array}\right.$$

**Câu 31: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất $M$ và giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=\dfrac{12}{7-4\sin x}$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ là:

**A.** $M=\dfrac{12}{5};\ m=\dfrac{4}{3}.$ **B.** $M=4;\ m=\dfrac{4}{3}.$ **C.** $M=\dfrac{12}{5};\ m=\dfrac{12}{7}.$ **D.** $M=4;\ m=\dfrac{12}{11}.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách 1: Đặt $t=\sin x$. Vì $x\in\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ nên $t\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Khi đó hàm số trở thành: $f(t)=\dfrac{12}{7-4t}$ với $t\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$

Ta có $f'(t)=\dfrac{48}{(7-4t)^2}>0$, $\forall t\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$ nên hàm số đồng biến trên $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Do đó $M=\max\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]}f(t)=f(1)=4$ và $m=\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]}f(t)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{4}{3}.$

Cách 2: Do $x\in\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]\Rightarrow\sin x\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]\Rightarrow y=\dfrac{12}{7-4\sin x}>0;$

$y=\dfrac{12}{7-4\sin x}\Leftrightarrow 7y-4y\sin x=12\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{7y-12}{4y}\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]\Rightarrow y\in\left[\dfrac{4}{3};4\right].$

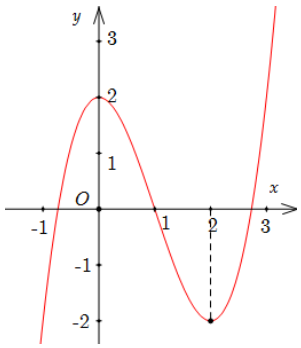
Do đó $M=\max\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]}f(t)=f(1)=4$ và $m=\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]}f(t)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{4}{3}.$

**Câu 32: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|-m=1$ có 6 nghiệm phân biệt.

**A.** $1<m<3.$ **B.** $-2<m<0.$ **C.** $-1<m<1.$ **D.** $0<m<2.$

**Lời giải**

**Chọn C**



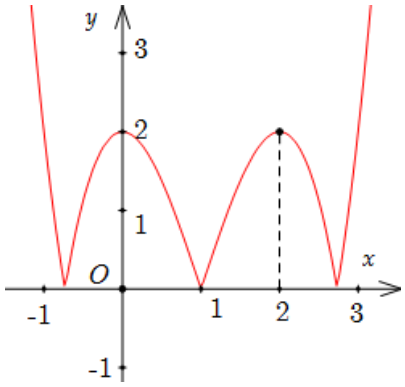

$\left|x^3-3x^2+2\right|-m=1\Leftrightarrow\left|x^3-3x^2+2\right|=m+1.$

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$

$y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

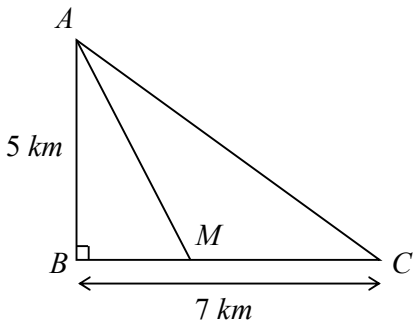
Từ đó ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$.




Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|-m=1$ là hoành độ giao điểm của đồ thi hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ và đường thẳng $y=m+1$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy để phương trình có 6 nghiệm cần: $0<m+1<2\Leftrightarrow -1<m<1$.

**Câu 33:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí $A$ cách bờ biển một khoảng $AB=5$ km Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí $C$ cách $B$ một khoảng $7$ km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ $A$ đến địa điểm $M$ trên bờ biển với vận tốc $4$ km/h, rồi đi bộ đến $C$ với vận tốc $6$ km/h. Hỏi cần đặt vị trí của $M$ cách $B$ một khoảng bằng bao nhiêu km để người đó đến kho nhanh nhất?




**A.** 5,5 km. **B.** $2\sqrt{5}$ km. **C.** $\sqrt{5}$ km. **D.** 4,5 km.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $BM=x(\text{km})\ (0\le x\le 7)$

Khi đó $AC=\sqrt{x^2+25}\ (\text{km})$

Thời gian người đó đi từ A đến M rồi đến C là: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\dfrac{7-x}{6}$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{x}{4\sqrt{x^2+25}}-\dfrac{1}{6}$

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow 6x=4\sqrt{x^2+25}\Leftrightarrow x=2\sqrt{5}\in[0;7]$

$f(0)=\dfrac{29}{12}$, $f(7)=\dfrac{\sqrt{74}}{4}$, $f\left(2\sqrt{5}\right)=\dfrac{5\sqrt{5}}{12}+\dfrac{7}{6}$.

Để đến kho nhanh nhất thì $x=2\sqrt{5}$.

**Lưu ý:**

Giải bằng phương pháp trắc nghiệm

Nhập biểu thức $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\frac{7-x}{6}$ vào máy tính

Nhấn phím CALC thay lần lượt 4 đáp án A, B, C, D

Chọn kết quả nhỏ nhất.

**Câu 34:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m^4+2m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ thoả mãn điều kiện nào dưới đây?

**A.** $m<-3$. **B.** $m>4$. **C.** $-3<m<0$. **D.** $0<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4x^3-4mx$. Do đó $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4mx=0\Leftrightarrow x=0\vee x^2=m$.

Để hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$.

Gọi ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(0;m^4+2m\right)$, $B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$, $B\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$. Do hàm số trùng phương là hàm số chẵn, có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng nên tam giác $ABC$ cân ở $A$. Gọi $H$ là trung điểm của $BC$ ta có $H\left(0;m^4-m^2+2m\right)$, từ đó $AH=m^2$ và $BC=2\sqrt{m}$. Vậy ta có diện tích tam giác $ABC$ là $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}m^2.2\sqrt{m}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow m^2.\sqrt{m}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow m=2$. Vậy thỏa mãn $0<m<4$.

**Câu 35:** **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $(d):y=mx-m-1$ cắt đồ thị $(C):y=x^3-3x^2+1$ tại 3 điểm $A$, $B$, $C$ phân biệt ($B$ thuộc đoạn $AC$), sao cho tam giác $AOC$ cân tại $O$ (với $O$ là gốc toạ độ).

**A.** $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và đường cong $(C)$:

$$x^3-3x^2+1=mx-m-1\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-2x-2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-2-m=0(*)\end{array}\right.$$

$(d)$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*)\Leftrightarrow(x-1)^2=m+3$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi $m>-3$.

Khi đó $(*)$ có hai nghiệm $x_1=1-\sqrt{m+3}$, $x_2=1+\sqrt{m+3}$ thỏa $x_1<1<x_2$.

Không mất tính tổng quát, gọi $A\left(1-\sqrt{m+3};-m\sqrt{m+3}-1\right)$, $B(1;-1)$, $C\left(1+\sqrt{m+3};m\sqrt{m+3}-1\right)$.

Tam giác $AOC$ cân tại $O \Leftrightarrow OA = OC \Leftrightarrow OA^2 = OC^2$

$\Leftrightarrow \left(1-\sqrt{m+3}\right)^2 + \left(-m\sqrt{m+3}-1\right)^2 = \left(1+\sqrt{m+3}\right)^2 + \left(m\sqrt{m+3}-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{m+3} - 4m\sqrt{m+3} = 0 \Leftrightarrow 4(m-1)\sqrt{m+3} = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ thỏa mãn điều kiện tồn tại các điểm $A$, $B$, $C$ và khi đó đường thẳng $(d): y = x - 2$ không đi qua gốc tọa độ $O$ nên $A$, $O$, $C$ tạo thành tam giác cân. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

**Cách 2:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và đường cong $(C)$:

$x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2 - 2x - 2 - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0 (*) \end{array}\right.$.

$(d)$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phân biệt $A$, $B$, $C \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2 = m + 3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ khác 1 khi và chỉ khi $m > -3$.

Xét $x^2 - 2x - 2 - m = 0 \ (*)$

Theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m - 2 \end{cases}$

Khi đó: $A\left(x_1; mx_1 - m - 1\right), B\left(x_2; mx_2 - m - 1\right)$.

Cần có: $OA^2 = OB^2$

$\Leftrightarrow x_1^2 + \left(mx_1 - m - 1\right)^2 = x_2^2 + \left(mx_2 - m - 1\right)^2$

$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)\left[(x_1 + x_2) + m\left[m(x_1 + x_2) - 2m - 2\right]\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[(x_1 + x_2) + m\left[m(x_1 + x_2) - 2m - 2\right]\right] = 0$

$\Leftrightarrow 2 + m(2m - 2m - 2) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

**Câu 36: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x-m}{x+1}$, với $m$ là tham số. Biết $\min\limits_{[0;3]} f(x) + \max\limits_{[0;3]} f(x) = -2$. Hãy chọn kết luận đúng.

**A.** $m = 2$. **B.** $m > 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m < -2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x) = \dfrac{x-m}{x+1}$. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$f'(x)=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

Vì $f'(x)$ chỉ mang một dấu trên $D$ nên $\begin{cases}\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(0)\\ \max\limits_{[0;3]} f(x)=f(3)\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(3)\\ \max\limits_{[0;3]} f(x)=f(0)\end{cases}$.

Do đó: $\min\limits_{[0;3]} f(x)+\max\limits_{[0;3]} f(x)=-2 \Leftrightarrow f(0)+f(3)=-2 \Leftrightarrow -m+\dfrac{3-m}{4}=-2 \Leftrightarrow m=\dfrac{11}{5}$.

**Câu 37: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là:

**A.** $5$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** $9$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

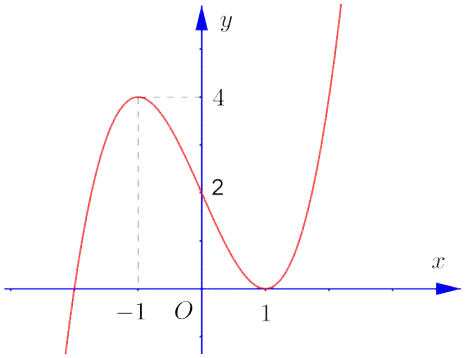
Tập xác định của hàm số $D=[-1;1]\setminus\{0\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng $x=0$ ( trục $Oy$ ) là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy $d(A,Oy)=|-5|=5$.

**Câu 38: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x-2017)-2018x+2019$ là:

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Lời giải**

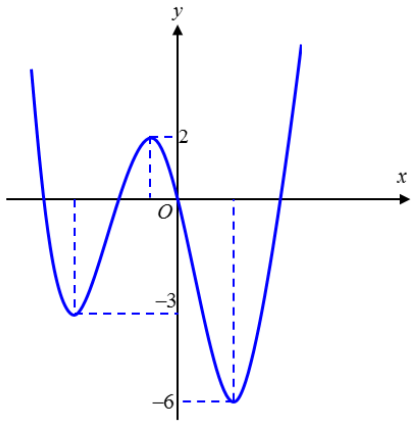
**Chọn B**

Ta có $\left[f(x-2017)-2018x+2019\right]'=f'(x-2017)-2018$.

Đồ thị hàm số $y=f'(x-2017)-2018$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ bằng cách tịnh tiến sang phải $2017$ đơn vị và tịnh tiến xuống dưới $2018$ đơn vị.

Do đó đồ thị hàm số $y=f'(x-2017)-2018$ chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm và đổi dấu qua điểm đó nên hàm số $y=f(x-2017)-2018x+2019$ có một điểm cực trị.

**Câu 39:** **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây:




Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có $5$ điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập $S$ bằng:

**A.** $7$. **B.** $6$. **C.** $5$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: hàm số $y=f(x+2018)$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f(x)$ tịnh tiến sang trái $2018$ đơn vị;

Hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f(x+2018)$ tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

Hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có đồ thị gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ phần phía trên $Ox$.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ phía dưới trục $Ox$ qua $Ox$.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có $5$ điểm cực trị $\Leftrightarrow 3\le\frac{1}{3}m^2<6\Leftrightarrow 9\le m^2<18\Leftrightarrow 3\le m<3\sqrt{2}$ (do $m\in\mathbb{Z}^+$) suy ra: $m\in\{3;4\}\Rightarrow S=\{3;4\}$.

Vậy tổng cần tìm bằng $7$.

**Câu 40:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Với mọi giá trị $m\ge a\sqrt{b}$, $(a,b\in\mathbb{Z})$ thì hàm số $y=2x^3-mx^2+2x$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. Khi đó $a+b$ bằng?

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $(-2;0)\in D$.

$y'=6x^2-2mx+2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(-2;0)$

$\Leftrightarrow 6x^2-2mx+2\geq 0,\forall x\in(-2;0)\Leftrightarrow m\geq 3x+\dfrac{1}{x},\forall x\in(-2;0)$.

Đặt $g(x)=3x+\dfrac{1}{x},\forall x\in(-2;0)$.

Khi đó: $m\geq 3x+\dfrac{1}{x},\forall x\in(-2;0)\Leftrightarrow m\geq \max\limits_{(-2;0)} g(x)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow 3-\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\forall x\in(-2;0)$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-2$ | | $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | ↗ | $-2\sqrt{3}$ | ↘ | |

Từ bảng biến thiên suy ra: $m\geq \max\limits_{(-2;0)} g(x)\Leftrightarrow m\geq -2\sqrt{3}$.

Suy ra $a=-2,b=3$.

Vậy $a+b=-2+3=1$.

**Câu 41:** **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Tìm $m$ sao cho đường thẳng $d:y=x-m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ thỏa mãn điểm $G(2;-2)$ là trọng tâm của tam giác $OAB$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=6$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tọa độ điểm $A$, $B$ là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=x-m \\ \dfrac{x+3}{x+1}=x-m \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=x-m \\ x^2-mx-(m+3)=0\ (1) \end{cases} \quad ĐK: x\neq -1.$$

Để đường thẳng $d:y=x-m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta=m^2+4(m+3)>0 \\ 1^2+m.1-(m+3)\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m+12>0 \\ -2\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}.$$

Với $m\in\mathbb{R}$ ta có $A(x_1;\ x_1-m)$, $B(x_2;\ x_2-m)$ trong đó $x_1$ và $x_2$ là các nghiệm của phương trình $(1)$, để $G(2;-2)$ là trọng tâm của tam giác $OAB$ điều kiện là

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_O}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_O}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \dfrac{x_1 + x_2}{3} \\ -2 = \dfrac{x_1 + x_2 - 2m}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 2m - 6 \end{cases}$$

Theo Viet ta có: $\begin{cases} m = 6 \\ m = 2m - 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 6$.

**Câu 42: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m \ (C)$. Tìm $m$ để đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $1$.

**A.** $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

Hàm số có $3$ điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có $3$ nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m > 0$.

Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0;m)$, $B\left(\sqrt{m}; -m^2 + m\right)$, $C\left(-\sqrt{m}; -m^2 + m\right)$

Ta có: $AB = AC = \sqrt{m^4 + m}$, $BC = 2\sqrt{m}$.

Gọi $I$ là trung điểm $BC$. Suy ra $I\left(0; -m^2 + m\right)$ và $AI = m^2$

$$S = \frac{1}{2} AI.BC = \left(\frac{AB + BC + CA}{2}\right).r \Leftrightarrow m^2.2\sqrt{m} = \left(2\sqrt{m^4 + m} + 2\sqrt{m}\right).1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{m}\left(m^2 - \sqrt{m^3 + 1} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 (loai) \\ \sqrt{m^3 + 1} = m^2 - 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \geq 0 \\ m^3 + 1 = m^4 - 2m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} m = 0 (loai) \\ m = -1 (nhan) \\ m = 2 (nhan) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

**Câu 43: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $m + n$ là:

**A.** $3$. **B.** $6$. **C.** $-3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đề ra ta có trục hoành làm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3} = 0 \Rightarrow n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3$$

Tương tự cho $x \to -\infty$.

Vì trục tung là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên: $\begin{cases} n-2017\neq 0 \\ m+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n\neq 2017 \\ m=-3 \end{cases}$.

Suy ra $m+n=0$.

**Câu 44: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y=x^4+2mx^2+m^2+m$. Tìm $m$ để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lập thành tam giác có một góc bằng $120°$.

**A.** $m=\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$. **B.** $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **C.** $m=\dfrac{-1}{\sqrt[3]{3}}$. **D.** $m=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

**Lời giải**

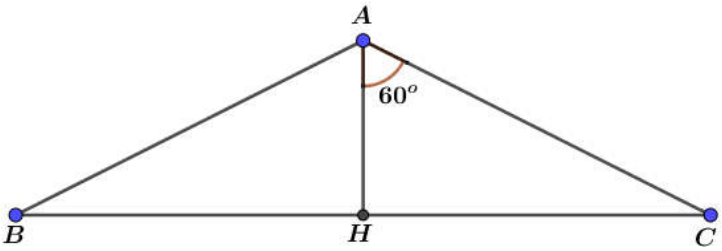
**Chọn C**

$y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right)$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m<0$.

Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{-m} \end{array}\right.$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(0;m^2+m\right)$, $B\left(\sqrt{-m};m\right)$, $C\left(-\sqrt{-m};m\right)$.




Do $\Delta ABC$ cân tại $A$ nên gọi $H\left(0;m\right)$ là trung điểm của $BC$ thì $\Delta AHC$ vuông tại $H$.

$\Delta ABC$ có một góc bằng $120°$ khi và chỉ khi $\widehat{HAB}=\widehat{HAC}=60° \Leftrightarrow HB=AH.\tan\widehat{HAB}$

$\Leftrightarrow \sqrt{-m}=m^2\sqrt{3} \Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

**Câu 45: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+x^2-\left(m+2\right)x-1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài không vượt quá $2$.

**A.** $m\geq -\dfrac{7}{3}$. **B.** $-\dfrac{7}{3}\leq m\leq \dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{7}{3}<m\leq \dfrac{2}{3}$. **D.** $m\leq \dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

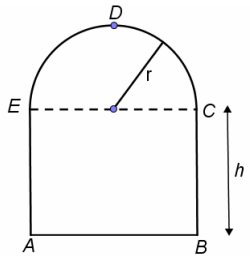
**Chọn C**

* Ta có: $y'=3x^2+2x-\left(m+2\right) \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 3x^2+2x-\left(m+2\right)=0$.

* Để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài không vượt quá $2$ điều kiện là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|\leq 2 \Leftrightarrow$ Điều kiện là:

$$\begin{cases} \Delta'=3m+7>0 \\ \left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{7}{3} \\ \dfrac{4}{9}+\dfrac{4\left(m+2\right)}{3}\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3}<m\leq \frac{2}{3}.$$

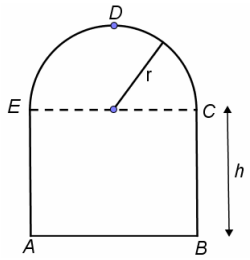
**Câu 46: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài $250$ cm để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi $r$ là bán kính của nửa đường tròn, tìm $r$ để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.




**A.** $\dfrac{250}{4}$ cm. **B.** $\dfrac{125}{4}$ cm. **C.** $\dfrac{250}{\pi+4}$ cm. **D.** $\dfrac{125}{4+\pi}$ cm.

**Lời giải**

**Chọn C**




* Gọi $S_1$, $S_2$ lần lượt là diện tích của nửa hình tròn và hình chữ nhật. Khi đó:

$S_1=\dfrac{1}{2}\pi r^2$; $S_2=2rh$; với $2h=250-(\pi r+2r)$ nên $S_2=250r-\pi r^2-2r^2$.

* Suy ra diện tích hình cần tìm $S=\dfrac{1}{2}\pi r^2+250r-\pi r^2-2r^2=-\dfrac{1}{2}\pi r^2-2r^2+250r$. Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $S(r)=-\dfrac{1}{2}\pi r^2-2r^2+250r$ với $0<r<125$.

* Ta có $S'(r)=-(\pi+4)r+250$; $S'(r)=0\Leftrightarrow r=\dfrac{250}{\pi+4}$. Đây là cực trị duy nhất của hàm số đồng thời $S'(r)$ đổi dấu từ dương sang âm khi $r$ qua $\dfrac{250}{\pi+4}$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm này.

**Câu 47:** **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ và đường thẳng $y=2x+m$. Giá trị của $m$ để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt sao cho độ dài đoạn $AB$ nhỏ nhất?

**A.** $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện: $x\neq -1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ và đường thẳng $y=2x+m$:

$\dfrac{x+3}{x+1}=2x+m\Leftrightarrow g(x)=2x^2+(m+1)x+m-3=0\ (1)$.

Đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt

$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

ĐK: $\begin{cases}(m+1)^2-8(m-3)>0\\ g(-1)=2-m-1+m-3\neq 0\end{cases}$ luôn đúng $\forall m\in\mathbb{R}$.

Khi đó đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm $A(a;2a+m)$ và $B(b;2b+m)$ với $a$, $b$ là các nghiệm của phương trình $(1)$.

Theo định lý Vi-ét, ta có $a+b=-\frac{1}{2}(m+1)$ và $ab=\frac{m-3}{2}$.

Ta có $AB^2=(a-b)^2+4(a-b)^2=5.\left[(a+b)^2-4ab\right]$

$=5\left[\frac{1}{4}(m+1)^2-2(m-3)\right]=\frac{5}{4}(m^2-6m+25)$.

Suy ra $AB$ nhỏ nhất khi $f(x)=m^2-6m+25$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m=3$.

**Câu 48:** **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+(m+4)x-m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.

**A.** $\varnothing$. **B.** $(-\infty;3)\cup(3;4]$. **C.** $(-\infty;3)\cup(3;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=x^3-5x^2+(m+4)x-m=(x-1)(x^2-4x+m)$

Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi phương trình $y=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2-4x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}4-m>0\\ 1-4+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ m\neq 3\end{cases}$.

**Câu 49:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

**A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4+\frac{2}{x}}{\sqrt{4+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}+\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}=1$ suy ra đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

Ta có

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{2}{x}}{-\sqrt{4+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}} = -1$$ suy ra đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ tiệm cận ngang.

**Câu 50:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)**.Cho hàm số $y=x^3-3x^2+6x+5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

**A.** $y=3x+9$. **B.** $y=3x+3$. **C.** $y=3x+12$. **D.** $y=3x+6$.

**Lời giải**

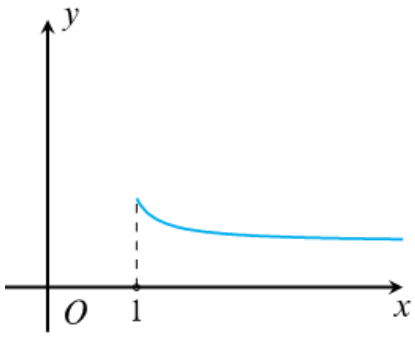
**Chọn D**

Ta có: $y'=3x^2-6x+6=3(x-1)^2+3\ge 3$. Dấu "=" xảy ra khi $x=1\Rightarrow y=9$.

Do đó, tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng 3 và là tiếp tuyến tại điểm $M(1;9)$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=3(x-1)+9\Leftrightarrow y=3x+6$.

**Câu 51:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ để hàm số $y=\frac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1;+\infty)$ như hình vẽ dưới đây?




**A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số không xác định tại điểm $x=\frac{b}{4}$. Theo đồ thị ta có tiệm cận đứng nhỏ hơn 1

$\Leftrightarrow \frac{b}{4}<1\Leftrightarrow b<4$. Do $b$ nguyên dương nên $b\in\{1,2,3\}$.

Ta có $y'=\frac{4a-2b}{(4x-b)^2}$. Hàm số nghịch biến nên $4a-2b<0\Leftrightarrow b>2a$. Do $a$ là số nguyên dương và $b\in\{1,2,3\}$ nên ta có một cặp $(a,b)$ thỏa mãn là $(1,3)$.

**Câu 52:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-3x^2-2$. Tìm số thực dương $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại $2$ điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ vuông tại $O$, trong đó $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m=2$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$x^4-3x^2-2=m \Leftrightarrow x^4-3x^2-2-m=0 \quad (1)$.

Vì $m>0 \Leftrightarrow -2-m<0$ hay phương trình $(1)$ luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$x^2=\dfrac{3+\sqrt{4m+17}}{2} \Rightarrow x_1=\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{4m+17}}{2}}$ vaø $x_2=-\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{4m+17}}{2}}$.

Khi đó: $A(x_1;m)$, $B(x_2;m)$.

Ta có tam giác $OAB$ vuông tại $O$, trong đó $O$ là gốc tọa độ $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow x_1.x_2+m^2=0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{3+\sqrt{4m+17}}{2}=m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-3\geq 0 \\ 4m^4-12m^2-4m-8=0 \end{cases} \xleftarrow[2m^2-3\geq 0]{m>0} m=2$.

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

**Câu 53:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x-3}$. Gọi $I$ là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ $I$ đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

**A.** $d=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $d=1$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ giao điểm $I=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến $\Delta$ với đồ thị hàm số tại điểm $\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$ là

$y=-\dfrac{1}{(2x_0-3)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0-1}{2x_0-3} \Leftrightarrow x+(2x_0-3)^2 y-2x_0^2+4x_0-3=0$.

Khi đó: $d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}(2x_0-3)^2-2x_0^2+4x_0-3\right|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}=\dfrac{|-2x_0+3|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}\leq \dfrac{|2x_0-3|}{\sqrt{2(2x_0-3)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(Theo bất đẳng thức Cô si)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $(2x_0-3)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x_0-3=1 \\ 2x_0-3=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=1 \end{array}\right.$.

Vậy $\max d(I,\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

**Câu 54:** **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích $S$ của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

**A.** $S=3$. **B.** $S=\dfrac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=2\\x=\pm1\Rightarrow y=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;2)$, $B(-1;1)$, $C(1;1)$.

Nhận xét $\Delta ABC$ cân tại $A$. Vì vậy $S=\frac{1}{2}|y_A-y_B|.|x_C-x_B|=\frac{1}{2}.1.2=1$.

**Câu 55: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

**A.** $4$. **B.** Vô số. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$

Ta có $y=\frac{2x-5}{3x-1}=\frac{1}{3}.\frac{6x-15}{3x-1}=\frac{1}{3}\left(2-\frac{13}{3x-1}\right)\Rightarrow 3y=\left(2-\frac{13}{3x-1}\right)$

Ta có $y\in\mathbb{Z}$ nên $3y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x-1=1\\3x-1=-1\\3x-1=13\\3x-1=-13\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=0\in\mathbb{Z}\\x=\frac{14}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=-4\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

Thử lại $x=0$ và $x=-4$ thỏa mãn.

Vậy có hai điểm có tọa độ nguyên $(0;5)$ và $(-4;1)$.

**Câu 56: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Xác định các hệ số $a$, $b$, $c$ để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, biết điểm $A(1;\ 4)$, $B(0;\ 3)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

**A.** $a=1;b=0;c=3$. **B.** $a=-\frac{1}{4};\ b=3;c=-3$.

**C.** $a=1;\ b=3;\ c=-3$. **D.** $a=-1;\ b=2;\ c=3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4ax^3+2bx$ .Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại hai điểm $A(1;\ 4)$, $B(0;\ 3)$ nên

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=4 \\ y'(0)=0 \\ y(0)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=0 \\ a+b+c=4 \\ 0=0 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=0 \\ a+b+c=4 \\ 0=0 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases}.$$

**Câu 57:** **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và giả sử $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết $AB$ đi qua gốc tọa độ $O$?

**A.** $2b+9=3a.$ **B.** $c=0.$ **C.** $ab=9c.$ **D.** $a=0.$

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2+2ax+b$ . Để hàm số có cực trị thì $y'=0\Leftrightarrow 3x^2+2ax+b=0$ có hai nghiệm phân biệt hay $a^2-3b>0\Leftrightarrow a^2>3b$ . Ta có

$y=y'.\left(\frac{x}{3}+\frac{a}{9}\right)+\left(\left(\frac{2}{3}-\frac{2a^2}{9}\right)x+c-\frac{ab}{9}\right)$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A$, $B$ là $y=\left(\frac{2}{3}-\frac{2a^2}{9}\right)x+c-\frac{ab}{9}$. Nếu $AB$ đi qua gốc tọa độ $O$ thì $c-\frac{ab}{9}=0\Leftrightarrow ab=9c$ .

**Câu 58:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập hợp $S$ tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**A.** $S=[-1;0].$ **B.** $S=\{-1\}.$ **C.** $S=[0;1].$ **D.** $S=\varnothing .$

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^2-2(m+1)x+m^2+2m$ .

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $y'\le 0$ với mọi $x\in(-1;1)$.

Ta có $\Delta=(m+1)^2-m^2-2m=1$ nên $y'\le 0\ \Leftrightarrow m\le x\le m+2$ hay $x\in[m;m+2]$.

Để thỏa mãn bài toán thì $(-1;1)\subset[m;m+2]$ ta có $\begin{cases} m\le -1 \\ m+2\ge 1 \end{cases}\Leftrightarrow m=-1$ .

**Câu 59:** **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2=0\ \ (1)$

$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^2+(m+3)x+m^2\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ g(x)=x^2+(m+3)x+m^2=0 \ (2) \end{array}\right.$

Để đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình $(1)$ có ba nghiệm phân biệt nên phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt và khác 1

$\begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2+6m+9>0 \\ m^2+m+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<3 \\ \forall m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow -1<m<3$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2\}$.

**Câu 60: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$ cùng tạo với hai đường tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng

**A.** 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $M\left(a;\dfrac{4a-3}{2a+1}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$

Ta có $y'=\dfrac{10}{(2x+1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M\left(a;\dfrac{4a-3}{2a+1}\right)$: $y'(a)=\dfrac{10}{(2a+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến tại $M$: $y=\dfrac{10}{(2a+1)^2}(x-a)+\dfrac{4a-3}{2a+1}$ $(1)$

Gọi $P$, $Q$ lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến tại $M$ với tiệm cận đứng $x=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=2$

Khi đó $P\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{4a-8}{2a+1}\right)$, $Q\left(\dfrac{4a+1}{2};2\right)$ và $IP=\dfrac{10}{|2a+1|}$ và $IQ=|2a+1|$

Diện tích tam giác $IPQ$ vuông tại $I$: $S=\dfrac{1}{2}IP.IQ=5$.

**Câu 61: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=(x+m)^3+(x+n)^3-x^3$ ( tham số $m$, $n$ ) đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(m^2+n^2\right)-m-n$ bằng

**A.** $-\dfrac{1}{16}$. **B.** $-16$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3(x+m)^2+3(x+n)^2-3x^2=3\left[x^2+2(m+n)x+m^2+n^2\right]$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow mn \leq 0$.

TH1: $mn=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\n=0\end{array}\right.$.

Do vai trò của $m,n$ là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m=0$.

$\Rightarrow P=4n^2-n=\left(2n-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{16}\geq-\frac{1}{16}(1)$.

TH2: $mn<0\Leftrightarrow m>0;n<0$ (Do vai trò của $m,n$ như nhau).

Ta có $P=\left(2m-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{16}+4n^2+(-n)\geq-\frac{1}{16}(2)$.

Từ $(1),(2)$ ta có $P_{\min}=-\frac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=\frac{1}{8};n=0$ hoặc $m=0;n=\frac{1}{8}$.

**Câu 62: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2-(2m-1)x+m+2$, $m$ là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)$.

**A.** 78. **B.** 1. **C.** $-18$. **D.** $-22$.

Lời giải

Chọn **D**

Ta có $f'(x)=x^2-2(m+1)x-2m+1$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2\Leftrightarrow\Delta'=m^2+4m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-4\end{array}\right.$.

Theo Vi-et ta có $x_1+x_2=2(m+1),x_1x_2=1-2m$.

$T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-10(x_1+x_2)$.

$\Rightarrow T=4m^2-8m-18=4(m-1)^2-22\geq-22$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T$ là $-22$ khi $m=1$.

**Câu 63: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-mx+2$, $m$ là tham số. Biết rằng đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là $a$, $b$, $c$. Tính giá trị biểu thức $P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}$

**A.** 0. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $29-3m$. **D.** $3-m$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-mx+2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là $a$, $b$, $c$ khi $m>3$.

Theo định lý vi-et ta có: $\left\{\begin{array}{l}a+b+c=0\\ab+bc+ca=-m\ (1)\\abc=-2\end{array}\right.$

Ta có $f'(x)=3x^2-m$, $\Rightarrow \begin{cases} f'(a)=3a^2-m \\ f'(b)=3b^2-m \\ f'(c)=3c^2-m \end{cases}$.

$$P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}=\frac{f'(a)f'(b)+f'(b)f'(c)+f'(c)f'(a)}{f'(a)f'(b)f'(c)}$$

$$=\frac{9\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)-6m\left(a^2+b^2+c^2\right)+3m^2}{\left(3a^2-m\right)\left(3b^2-m\right)\left(3c^2-m\right)} \quad (2)$$

Mặt khác ta có: $\begin{cases} a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=(ab+bc+ca)^2+2abc(a+b+c) \\ a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca) \end{cases}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $P=\frac{9(-m)^2-6m(-2m)+3m^2}{\left(3a^2-m\right)\left(3b^2-m\right)\left(3c^2-m\right)}=0$.

**Câu 64:** **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2018$ | $\nearrow$ | $2018$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hỏi phương trình $\left|f(x+2017)-2018\right|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** $6$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét đồ thị hàm số $y=f(x+2017)-2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ song song với trục $Ox$ sang trái $2017$ đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục $Oy$ xuống dưới $2018$ đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2017$ | | $-2016$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4036$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f(x+2017)-2018\right|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ nằm phía trên trục hoành.

+ Và phần đối xứng của đồ thị $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ nằm phía dưới trục hoành.

Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | $x_0$ | $-2017$ | $-2016$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\left\|g\left(x\right)\right\|$ | $+\infty$ | $0$ | $4036$ | $0$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|=2019$ có $4$ nghiệm.

**Câu 65: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Giả sử $k$ là số thực lớn nhất sao cho bất đẳng thức $\frac{1}{\sin^2 x}<\frac{1}{x^2}+1-\frac{k}{\pi^2}$ đúng với $\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó giá trị của $k$ là

**A.** $5$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\frac{1}{\sin^2 x}<\frac{1}{x^2}+1-\frac{k}{\pi^2}\Leftrightarrow\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}<1-\frac{k}{\pi^2}$.

Xét $f\left(x\right)=\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2},\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ta sẽ chứng minh $f'\left(x\right)=-\frac{2\cos x}{\sin^3 x}+\frac{2}{x^3}>0,\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Thật vậy: $f'\left(x\right)=\frac{2\sin^3 x-2x^3\cos x}{x^3\sin^3 x}>0$

$\Leftrightarrow\sin^3 x-x^3\cos x>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow\sin x>x\sqrt[3]{\cos x},\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow g\left(x\right)=\frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}}-x>0\ ,\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

$g'\left(x\right)=\frac{2\cos^2 x+1}{3\cos x.\sqrt[3]{\cos x}}-1=\frac{2\left(\sqrt[3]{\cos x}\right)^6-3\left(\sqrt[3]{\cos x}\right)^4+1}{3\cos x.\sqrt[3]{\cos x}}$

$=\frac{\left[\left(\sqrt[3]{\cos x}\right)^2-1\right]^2\left[2\left(\sqrt[3]{\cos x}\right)^2+1\right]}{3\cos x.\sqrt[3]{\cos x}}>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Do đó : $g\left(x\right)>g\left(0\right)=0$. Suy ra $f'\left(x\right)>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1-\dfrac{4}{\pi^2}$ |

Khi đó $f(x)<1-\dfrac{k}{\pi^2}$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{\pi^2}\le 1-\dfrac{k}{\pi^2}\Leftrightarrow k\le 4$.

**Câu 66:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

**A.** $2$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

◆ Nếu $m=0$, ta có $y=\dfrac{x}{4}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (thỏa).

◆ Nếu $m\neq 0$:

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{4}{m}\right\}$; $y'=\dfrac{4-m^2}{(mx+4)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác đinh khi $\begin{cases}4-m^2>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ -2<m<2\end{cases}$.

Vậy kết hợp hai trường hợp ta có $3$ giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 67:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+2m+1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt cách đều nhau là

**A.** $\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+2m+1=0\ (*)$.

Giả sử $x_1$; $x_2$; $x_3$ là ba nghiệm của $(*)$.

Để $x_1$; $x_2$; $x_3$ cách đều nhau $\Leftrightarrow$ $2x_2=x_1+x_3$ $(1)$

Mặt khác $x_1+x_2+x_3=3$ $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $x_2=1$ $(3)$

Thế $(2)$ vào $(*)$ ta được $1-3+2m+1=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Với $m=\dfrac{1}{2}$ thế vào $(*)$, ta được $x^3-3x^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{3}\\ x=1\\ x=1+\sqrt{3}\end{array}\right.$

Rõ ràng $3$ nghiệm này cách đều nhau. Vậy $m=\dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

**Câu 68:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)\left[\sqrt{(x+2)^2+3}+1\right]+x\left(\sqrt{x^2+3}+1\right)>0$ là

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Bất phương trình đã cho có dạng

$f(x+2)>f(-x)$ trong đó $f(t)=t\left(\sqrt{t^2+3}+1\right)$.

Xét $f(t)=t\left(\sqrt{t^2+3}+1\right)$, $t\in\mathbb{R}$;

Ta có $f'(t)=\sqrt{t^2+3}+1+t\left(\dfrac{t}{\sqrt{t^2+3}}\right)=\sqrt{t^2+3}+1+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}>0\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ đó $f(x+2)>f(-x)\Leftrightarrow x+2>-x\Leftrightarrow x>-1$.

**Câu 69:** **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $a$ để hàm số $y=2x^3+9ax^2+12a^2x+1$ có cực đại, cực tiểu và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

**A.** $a=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=1$. **C.** $a=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

+ $y'=6x^2+18ax+12a^2\ (1)$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì $\Delta'>0\Leftrightarrow 81a^2-72a^2=9a^2>0$ luôn đúng $\forall a\in\mathbb{R}$.

Do đó $x_{CT}$ là nghiệm của phương trình $(1)$. Từ giả thiết $x_{CT}=1$ thay vào phương trình $(1)$ ta có: $12a^2+18a+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-\dfrac{1}{2}\\a=-1\end{array}\right.$

+ Với $a=-1$

$y=2x^3-9x^2+12x+1$, $y'=6x^2-18x+12$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số không đạt cực tiểu tại $x=1$. Do đó $a=1$ không thỏa mãn.

+ Với $a=-\dfrac{1}{2}$

$y=2x^3-\dfrac{9}{2}x^2+3x+1$, $y'=6x^2-9x+3$

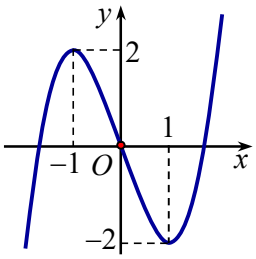
$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{1}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Do đó $a = -\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn.

**Câu 70:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)| = m$ có $6$ nghiệm phân biệt.




**A.** $0 \le m \le 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

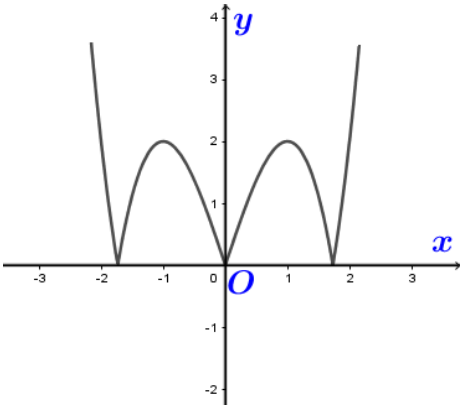
Phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương $Ox$).

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & khi\ f(x) \ge 0 \\ -f(x) & khi\ f(x) < 0 \end{cases}$ suy ra: đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía trên $Ox$.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ phí dưới $Ox$ qua trục $Ox$.

Ta được đồ thị:




Quan sát đồ thị hàm số, ta có: để phương trình $|f(x)| = m$ có $6$ nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 0 < m < 2$.

**Câu 71: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+8(m-1)x+2$, ($m$ là tham số) có đồ thị là $(C_m)$. Biết rằng tập hợp các giá trị của $m$ để $(C_m)$ tồn tại hai điểm phân biệt $A(x_a;y_a)$, $B(x_b;y_b)$ sao cho mỗi tiếp tuyến của $(C_m)$ tại $A$, $B$ vuông góc với đường thẳng $\Delta: x-4y+4=0$ đồng thời $\sqrt{x_a}+\sqrt{x_b}\le 2\sqrt{2}$ là $S=[u;v)$. Tính $u+v$.

**A.** $\frac{3}{2}$. **B.** $5$. **C.** $3$. **D.** $\frac{5}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình đường thẳng $\Delta: y=\frac{1}{4}x+1$. Do tiếp tuyến tại $A$, $B$ vuông góc với đường thẳng $\Delta$ nên hai tiếp tuyến đó song song với nhau và có $k=-4$.

Vậy $x_a$, $x_b$ là nghiệm của phương trình $y'=-4 \Leftrightarrow x^2-4mx+8m-4=0$ $(1)$.

Phương trình $(1)$ có hai nghiệm không âm phân biệt khi

$$\begin{cases}\Delta'=4m^2-8m+4>0\\ S=4m\ge 0\\ P=8m-4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 1\\ m\ge 0\\ m\ge\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\frac{1}{2}\\ m\ne 1\end{cases}.$$

Hệ thức Vi-ét: $\begin{cases}x_a+x_b=4m\\ x_a.x_b=8m-4\end{cases}$.

Ta có: $\sqrt{x_a}+\sqrt{x_b}\le 2\sqrt{2}\Leftrightarrow x_a+x_b+2\sqrt{x_ax_b}\le 8$.

Thay Vi-ét vào ta được: $4m+2\sqrt{8m-4}\le 8\Leftrightarrow\sqrt{2m-1}\le 2-m\Leftrightarrow\begin{cases}2-m\ge 0\\ 2m-1\le m^2-4m+4\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ m^2-6m+5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ m\le 1;m\ge 5\end{cases}\Rightarrow m\le 1.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $m\in\left[\frac{1}{2};1\right)$. Vậy $u+v=\frac{3}{2}$.

**Câu 72: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Số các giá trị tham số $m$ để hàm số $y=\frac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng $-6$ là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $0$.

**Lời giải.**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Có $y'=\frac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0$, $\forall x\in D$ (do $m^2-m+1=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$).

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)$

Để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng $-6$ thì

$$\begin{cases} m \notin [0;4] \\ f(4) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ \dfrac{3-m^2}{4-m} = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ m^2 + 6m - 27 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -9 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = -9 .$$

Vậy có một giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 73:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - \dfrac{9}{2}x^2 + 6x + m$ ($m$ là tham số) có đồ thị $(C)$. Biết rằng $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là $x_1$, $x_2$, $x_3$ với $x_1 < x_2 < x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $1 < x_1 < 2 < x_2 < 3 < x_3$.

**B.** $1 < x_1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$.

**C.** $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$.

**D.** $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3 < 2$.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 - 9x + 6$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vì hàm số có $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, đạt cực tiểu $x = 2$ và $x_1 < 1 < x_2 < 2 < x_3$. $(1)$

Lưu ý: Nếu làm trắc nghiệm đến đây ta đã có thể chọn được đáp án đúng là đáp án **C.**

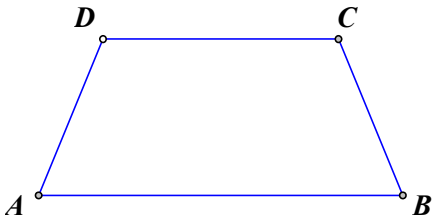
Mặt khác $(C)$ cắt $Ox$ tại ba điểm phân biệt nên $\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + \dfrac{5}{2} > 0 \\ m + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\dfrac{5}{2}; -2\right)$.

Đặt $f(x) = x^3 - \dfrac{9}{2}x^2 + 6x + m$. Hàm số này liên tục trên các khoảng $(0;1)$ và $(2;3)$. Ta có:

- $f(0) = m < 0$, $f(1) > 0$ nên $f(0).f(1) < 0$. Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0;1)$. $(2)$
- $f(2) < 0$, $f(3) = m + \dfrac{9}{2} > 0$ nên $f(2).f(3) < 0$. Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(2;3)$. $(3)$.

Từ $(1)$, $(2)$, $(3)$ ta suy ra $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$.

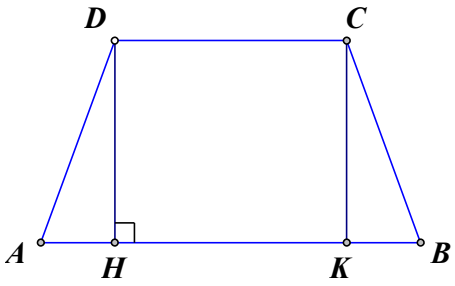
**Câu 74:** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Bác An có ba tấm lưới mắt cáo, mỗi tấm có chiều dài 4 m. Bác muốn rào một phần vườn của nhà bác dọc theo bờ tường (bờ tường ngăn đất nhà bác An với đất nhà hàng xóm) theo hình thang cân $ABCD$ (như hình vẽ) để trồng rau, ($AB$ là phần tường không cần phải rào). Bác An rào được phần đất vườn có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào nhất sau đây?




**A.** $28\ \text{m}^2$. **B.** $7\ \text{m}^2$. **C.** $35\ \text{m}^2$. **D.** $21\ \text{m}^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $D$ trên cạnh $AB$. Đặt $\widehat{DAB}=\alpha$ với $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$.

Ta có $DH=\sin\alpha.AD=4\sin\alpha$ và $AH=\cos\alpha.AD=4\cos\alpha$, suy ra $AB=4+8\cos\alpha$.

Vậy $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}\left(8+8\cos\alpha\right)4\sin\alpha=16\sin\alpha\left(1+\cos\alpha\right)=16\sin\alpha+8\sin 2\alpha$.

Suy ra $S'=16\cos\alpha+16\cos 2\alpha=16\left(2\cos^2\alpha+\cos\alpha-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\alpha=-1\\ \cos\alpha=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\alpha=60°$.

Lập bảng biến thiên của hàm $S(\alpha)$ ta tìm được $\max\limits_{\left(0;\frac{\pi}{2}\right)}S(\alpha)=S\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=12\sqrt{3}\approx 20,78$.

**Câu 75: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-m}$ ($m$ là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng $2$. Giá trị của $m$ bằng bao nhiêu?

**A.** $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$x=m$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tiệm cận ngang của đồ thị giao với $Oy$ tại $A(0;2)$, tiệm cận đứng của đồ thị giao với $Ox$ tại $B(m;0)$. Hai đường tiệm cận giao nhau tại $I(m;2)$.

$S_{OAIB}=OA.OB=2.|m|\Rightarrow 2.|m|=2\Leftrightarrow m=\pm 1$.

**Câu 76: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+4$. Biết rằng có hai giá trị $m_1$, $m_2$ của tham số $m$ để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m-1)^2=5$. Tính tổng $m_1+m_2$.

**A.** $m_1+m_2=0$. **B.** $m_1+m_2=10$. **C.** $m_1+m_2=6$. **D.** $m_1+m_2=-6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=-3x^2-6x$ và $y=\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{3}\right)y'+2x+4$, suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=2x+4\Leftrightarrow 2x-y+4=0$, $(\Delta)$.

Đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m-1)^2=5$ có tâm $I(m;m+1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Đường thẳng $(\Delta)$ tiếp xúc với đường tròn $(C)$ khi và chỉ khi

$d(I,(\Delta))=R\Leftrightarrow\frac{|2m-m-1+4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|m+3|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-8\end{array}\right.$. Vậy $m_1+m_2=-6$.

**Câu 77: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Gọi $(C)$ là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, tìm $m$ để $(C)$ đi qua điểm $A(2;24)$.

**A.** $m=-4$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

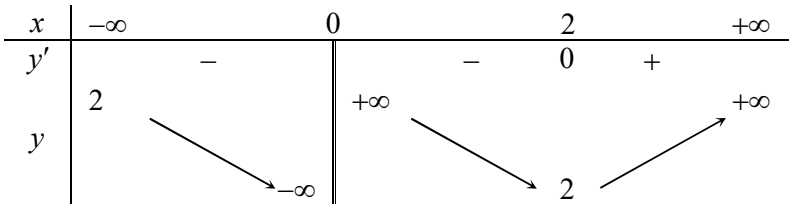
Ta có: $y'=x^3-2mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2m}\end{array}\right.$ với $m>0$.

$x=0\Rightarrow y=m^2$ ; $x=\pm\sqrt{2m}\Rightarrow y=0$.

Giả sử $(C):y=ax^2+bx+c$.

Theo giả thiết $(C)$ đi qua 4 điểm $M(0;m^2)$, $N(\sqrt{2m};0)$, $P(-\sqrt{2m};0)$ và $A(2;24)$ nên ta có hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{l}c=m^2\\0=2ma+\sqrt{2m}b+c\\0=2ma-\sqrt{2m}b+c\\24=4a+2b+c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}c=m^2\\2ma+\sqrt{2m}b+m^2=0\\2ma-\sqrt{2m}b+m^2=0\\4a+2b+m^2=24\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4(L)\\m=6(N)\end{array}\right.$.

**Câu 78: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới



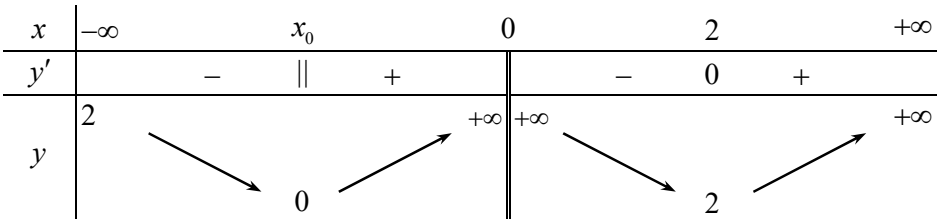

Hỏi phương trình $|f(x)|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là




Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=3$ có $3$ nghiệm.

**Câu 79:** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Chi phí xuất bản $x$ cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C\left(x\right)=0,0001x^2-0,2x+10000$, $C\left(x\right)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là $4$ nghìn đồng. Tỉ số $M\left(x\right)=\dfrac{T\left(x\right)}{x}$ với $T\left(x\right)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho $x$ cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản $x$ cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M\left(x\right)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

**A.** $20.000$ đ. **B.** $15.000$ đ. **C.** $10.000$ đ. **D.** $22.000$ đ.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo giả thiết, ta có $T\left(x\right)=C\left(x\right)+0,4x=0,0001x^2+0,2x+10000$.

$M\left(x\right)=\dfrac{T\left(x\right)}{x}=0,0001x+\dfrac{10000}{x}+0,2\ge 2+0,2=2,2$ vạn đồng $=22.000$ đồng.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 0,0001x=\dfrac{10000}{x}\Leftrightarrow x=10000$.

**Câu 80:** **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d:y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-m^2}{x-1}$ tại đúng một điểm. Tìm tích các phần tử của $S$.

**A.** $\sqrt{5}$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $20$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{4x-m^2}{x-1}=x+1,\ \left(x\ne 1\right)\Leftrightarrow x^2-4x+m^2-1=0\ \ (*)$

Để đường thẳng cắt đồ thị tại đúng một điểm thì pt (*) có nghiệm kép $x\ne 1$ hoặc pt $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1$.

TH1: Pt $(*)$ có nghiệm kép $x\ne 1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=0\\-\dfrac{b}{2a}\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5-m^2=0\\2\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$.

TH2: Pt $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ 1^2-4.1+m^2-1=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}5-m^2>0\\ 1^2-4.1+m^2-1=0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}\\ m=\pm 2\end{cases} \Leftrightarrow m=\pm 2$.

$\Rightarrow S=\left\{\sqrt{5};-\sqrt{5};2;-2\right\}$.

Vậy tích các phần tử của $S$ là: $\sqrt{5}.\left(-\sqrt{5}\right).2.(-2)=20$.

**Câu 81:** **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Xét các mệnh đề sau:

(1). Nếu hàm số $f(x)=|x|$ thì $f'(0)=0$.

(2). Nếu hàm số $f(x)=\left|x^{2017}\right|$ thì $f'(0)=0$.

(3). Nếu hàm số $f(x)=\left|x^2-3x+1\right|$ thì phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Những mệnh đề đúng là?

**A.** (1); (2). **B.** (2); (3). **C.** (1); (2); (3). **D.** (2).

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f(x)=|x|=\begin{cases}x & \text{khi } x\ge 0\\ -x & \text{khi } x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}1 & \text{khi } x\ge 0\\ -1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Do đó, $f'(0)=1$. Vậy (1) **sai**.

Ta có: $f(x)=\left|x^{2017}\right|=\begin{cases}x^{2017} & \text{khi } x\ge 0\\ -x^{2017} & \text{khi } x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2017x^{2016} & \text{khi } x\ge 0\\ -2017x^{2016} & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Do đó, $f'(0)=0$. Vậy (2) **đúng**.

Ta có: $f(x)=\left|x^2-3x+1\right|=\begin{cases}x^2-3x+1 & \text{khi } x\le \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\vee x\ge \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\\ -x^2+3x-1 & \text{khi } \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases}$.

Suy ra $f'(x)=\begin{cases}2x-3 & \text{khi } x\le \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\vee x\ge \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\\ -2x+3 & \text{khi } \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases}$.

Do đó, với $x\le \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\vee x\ge \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$, phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}\ (l)$.

Với $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$, phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}\ (n)$.

Vậy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có 1 nghiệm, do đó (3) **sai**.

**Câu 82:** **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

**A.** $m\in[-5;4]\setminus\{-4\}$. **B.** $m\in[-5;4]$. **C.** $m\in(-5;4)\setminus\{-4\}$. **D.** $m\in(-5;4]\setminus\{-4\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ suy ra đồ thị hàm số có đường hai tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ và $y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$.

Để đồ thị có đúng bốn đường tiệm cận thì phương trình $\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Ta có $\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1=0\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-2x-m}=x+1\begin{cases}x\geq-1\\x^2-4x-1=m\end{cases}(1)$

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x\geq-1$ và $x\neq1$.

Xét hàm số $y=x^2-4x-1$ với $x\geq-1$ và $x\neq1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $0$ | | $+$ | |
| $y$ | $4$ | $\searrow$ | $-4$ | | $\nearrow$ | | $+\infty$ |
| | | | | $-5$ | | | |

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $x^2-4x-1=m$ với $x\geq-1$ và $x\neq1$ có hai nghiệm thì $m\in(-5;4]\setminus\{-4\}$.

**Câu 83:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}mx^2+x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=x^2-2mx+1$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=m^2-1\leq0\Leftrightarrow-1\leq m\leq1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 84:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hai chất điểm $A$ và $B$ cùng bắt đầu chuyển động trên trục $Ox$ từ thời điểm $t=0$. Tại thời điểm $t$, vị trí của chất điểm $A$ được cho bởi $x=f(t)=-6+2t-\dfrac{1}{2}t^2$ và vị trí của chất điểm $B$ được cho bởi $x=g(t)=4\sin t$. Gọi $t_1$ là

thời điểm đầu tiên và $t_2$ là thời điểm thứ hai mà hai chất điểm có vận tốc bằng nhau. Tính theo $t_1$ và $t_2$ độ dài quãng đường mà chất điểm $A$ đã di chuyển từ thời điểm $t_1$ đến thời điểm $t_2$.

**A.** $4-2(t_1+t_2)+\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)$.  **B.** $4+2(t_1+t_2)-\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)$.

**C.** $2(t_2-t_1)-\frac{1}{2}(t_2^2-t_1^2)$.  **D.** $2(t_1-t_2)-\frac{1}{2}(t_1^2-t_2^2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $v(t)=f'(t)=2-t$. Do đó $S=\int_{t_1}^{t_2}|-t+2|\mathrm{d}t=\int_{t_1}^{2}(2-t)\mathrm{d}t+\int_{2}^{t_2}(2-t)\mathrm{d}t$

$=4-2(t_1+t_2)+\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)$.

**Câu 85: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)**. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

**A.** $(-\infty;6]$.  **B.** $(-\infty;3)$.  **C.** $(-\infty;3]$.  **D.** $[3;6]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=3x^2-2mx-(m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y'\ge 0$, $\forall x\in(0;4)$.

tức là $3x^2-2mx-(m-6)\ge 0\ \forall x\in(0;4)\Leftrightarrow\frac{3x^2+6}{2x+1}\ge m\ \forall x\in(0;4)$

Xét hàm số $g(x)=\frac{3x^2+6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

$g'(x)=\frac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;4)\\x=-2\notin(0;4)\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $6$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $\frac{54}{13}$ |

Vậy để $g(x)=\frac{3x^2+6}{2x+1}\ge m\ \forall x\in(0;4)$ thì $m\le 3$.

**Câu 86: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $H$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

**A.** $(-2;1)$. **B.** $[-1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1]$.

**Lời giải**

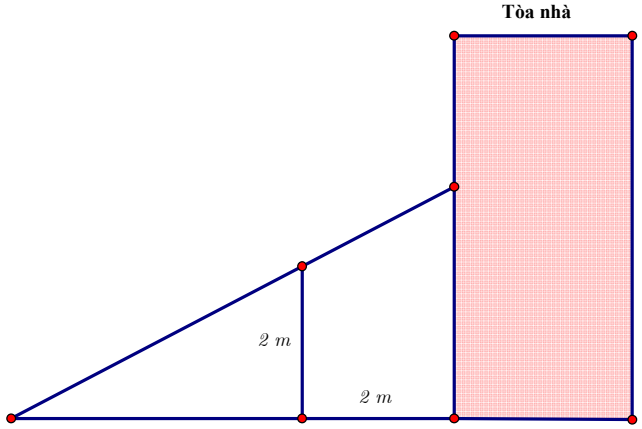
**Chọn A**

Ta có $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m\ (1)$. Số nghiệm của phương trình $(1)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $H$ và đường thẳng $y=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)=-m$ có ba nghiệm phân biệt khi:

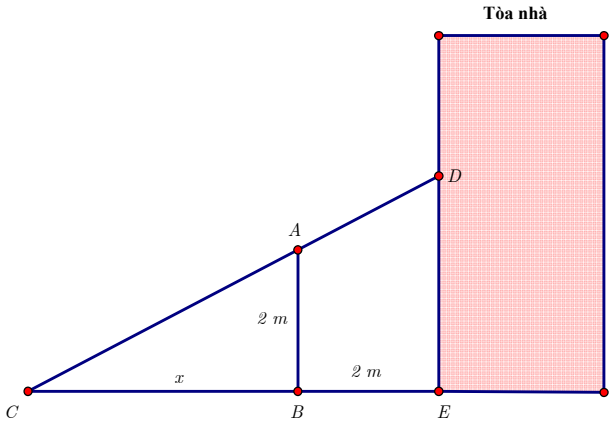
$-1<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<1$.

**Câu 87:** **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Một bức tường cao $2\text{m}$ nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà $2\text{m}$. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?




**A.** $\dfrac{5\sqrt{13}}{3}\text{m}$. **B.** $4\sqrt{2}\text{m}$. **C.** $6\text{m}$. **D.** $3\sqrt{5}\text{m}$.

**Lời giải**




**Chọn B**

Đặt $BC=x(x>0)$. Ta cần tìm $x$ để độ dài $CD$ đạt GTNN.

Ta có $\dfrac{BC}{CE}=\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{AC}{CD}\Rightarrow CD=AC\dfrac{x+2}{x}=\sqrt{x^2+4}.\dfrac{x+2}{x}$.

Đặt $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}$.

Cách 1: Ta có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-\frac{8}{x^2\sqrt{x^2+4}}$. $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$.

BBT

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4\sqrt{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy chọn **B**

**Cách 2**: $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}\geq\frac{\sqrt{4x}.2\sqrt{2x}}{x}=4\sqrt{2}$.

**Câu 88: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Với tham số $m$, đồ thị của hàm số $y=\frac{x^2-mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị $A$, $B$ và $AB=5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

**A.** $m>2$. **B.** $0<m<1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $m<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đạo hàm là $y'=\frac{x^2+2x-m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có $\begin{cases}1+m>0\\1-2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>-1$.

Gọi hai hoành độ cực trị là $x_1$ và $x_2$ ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\x_1x_2=-m\end{cases}$.

Khi đó điểm $A(x_1,2x_1-m)$ và $B(x_2,2x_2-m)$.

$AB=\sqrt{4+4m}.\sqrt{5}=5\Leftrightarrow 4+4m=5\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$.

**Câu 89: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ cân là

**A.** $y=-x-2$. **B.** $y=x+2$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x+2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $(C)$ là đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}$.

Gọi $M\left(m;\frac{m+2}{2m+3}\right)\in(C)$, $m\neq-\frac{3}{2}$.

Ta có $y'=-\frac{1}{(2x+3)^2}\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $d$ của $(C)$ tại $M$ là:

$y=-\frac{1}{(2m+3)^2}(x-m)+\frac{m+2}{2m+3}\Leftrightarrow y=-\frac{1}{(2m+3)^2}x+\frac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}$.

$d \cap Oy = A\left(0; \dfrac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}\right)$

$d \cap Ox = B\left(2m^2+8m+6; 0\right)$.

Ba điểm $O$, $A$, $B$ tạo thành tam giác $\Rightarrow \begin{cases} A \neq O \\ B \neq O \end{cases} \Rightarrow 2m^2+8m+6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq -3 \end{cases}$.

Ta thấy $\Delta OAB$ vuông tại $O$ nên theo giả thiết $\Delta OAB$ cân tại $O$

$\Leftrightarrow OA = OB$

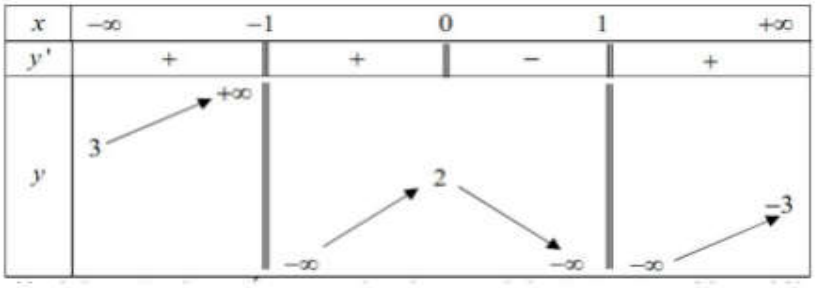
$\Leftrightarrow \dfrac{\left|2m^2+8m+6\right|}{(2m+3)^2} = \left|2m^2+8m+6\right|$.

Vì $2m^2+8m+6 \neq 0$ nên phương trình tương đương với

$(2m+3)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 (L) \\ m = -2 (TM) \end{array}\right.$.

Khi đó, $d: y = -x-2$.

**Câu 90: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau




Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho phương trình $f(x) = 3m$ có ba nghiệm phân biệt.

**A.** $-1 < m < \dfrac{-2}{3}$. **B.** $m < -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $A = \sqrt{7}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biên thiên ta có $f(x) = 3m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3m \leq -3 \Leftrightarrow x \leq -1$

**Câu 91: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị $(C)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $k$ để đường thẳng $y = k(x-2)$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt $M(2;0)$, $N$, $P$ sao cho các tiếp tuyến của $(C)$ tại $N$ và $P$ vuông góc với nhau. Tính tổng tất cả các phần tử của tập $S$.

**A.** 2. **B.** $-1$. **C.** $-2$. **D.** 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $d$ là:

$x^3 - 3x^2 + 4 = k(x-2) \Leftrightarrow (x-2)\left(x^2 - x - 2 - k\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - x - 2 - k = 0 \quad (1) \end{array}\right.$.

$d$ cắt $(C)$ tại 3 điểm phẫn biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k > -\dfrac{9}{4} \end{cases}$.

Với $k$ thỏa mãn điều kiện trên gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của $(1)$. Viet có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -(2+k) \end{cases}$.

$y' = 3x^2 - 6x$.

Tiếp tuyến tại $P$, $N$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow 3\left(x_1^2 - 2x_1\right).3\left(x_2^2 - 2x_2\right) = -1$

$\Leftrightarrow \left(x_1^2 - 2x_1\right)\left(x_2^2 - 2x_2\right) = -\dfrac{1}{9} \Rightarrow (2+k-x_1)(2+k-x_2) = -\dfrac{1}{9}$

$\Leftrightarrow (2+k)^2 - (2+k)(x_1+x_2) + x_1 x_2 = -\dfrac{1}{9} \Leftrightarrow (k+2)^2 - 2(k+2) + \dfrac{1}{9} = 0$

$k^2 + 2k + \dfrac{1}{9} = 0$.

Vậy tổng các phẫn tử của $S$ bằng $-2$.

**Câu 92: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$ sao cho các điểm $A$, $B$ và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

**A.** $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = -\sqrt{2}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -\sqrt{2}$; $m = \sqrt{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $x = 2m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị là $A(0;2)$, $B\left(2m; 2-4m^3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-1;4)$, $\overrightarrow{MB} = \left(2m-1; 4-4m^3\right)$.

Ba điểm $A$, $B$ và $M(1;-2)$ thẳng hàng $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$ cùng phương

$\Leftrightarrow \dfrac{2m-1}{-1} = \dfrac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \dfrac{2m-1}{-1} = \dfrac{1-m^3}{1} \Leftrightarrow 2m-1 = m^3 - 1 \Leftrightarrow m^3 = 2m$

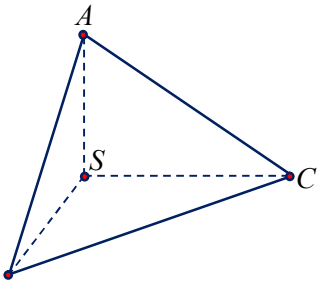
$\Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$ (do $m \neq 0$).

**Câu 93: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt $(SAB)$, $(SBC)$, $(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết diện tích các tam giác $SAB$, $SBC$, $SAC$ lần lượt là $4a^2$, $a^2$, $9a^2$.

**A.** $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**




**Câu 94:**

**Câu 95:** Ta có $(SAB),(SBC),(SAC)$ đôi một vuông góc với nhau nên các tam giác $SAB$, $SBC$, $SAC$ vuông tại $S$.

Mặt khác $\dfrac{S_{\Delta SAB}.S_{\Delta SAC}}{S_{\Delta SBC}}=\dfrac{\dfrac{1}{2}SA.SB.\dfrac{1}{2}SA.SC}{\dfrac{1}{2}SB.SC}=\dfrac{1}{2}SA^2$

Suy ra $\dfrac{1}{2}SA^2=\dfrac{4a^2.9a^2}{a^2}=36a^2\Leftrightarrow SA=6a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC}=\dfrac{1}{3}.6a\sqrt{2}.a^2=2a^3\sqrt{2}$.

**Câu 96:** **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm $M$ nằm trên $(C)$ sao cho tổng khoảng cách từ $M$ đến hai tiệm cận của $(C)$ nhỏ nhất là

**A.** $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

**B.** $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$.

**C.** $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

**D.** $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$, và đường tiệm cận ngang $y=2$.

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ với $x_0\neq 1$ thì $y_0=\dfrac{2x_0+2}{x_0-1}=2+\dfrac{4}{x_0-1}$.

Gọi $A$, $B$ lần lượt là hình chiếu của $M$ trên tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Ta có $MA=|x_0-1|$, $MB=|y_0-2|=\left|\dfrac{4}{x_0-1}\right|$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $MA+MB\geq 2\sqrt{MA.MB}2=\sqrt{|x_0-1|.\left|\dfrac{4}{x_0-1}\right|}=4$

Do đó $MA+MB$ nhỏ nhất bằng 4 khi $|x_0-1|=\dfrac{4}{|x_0-1|}\Leftrightarrow|x_0-1|^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\Rightarrow y_0=4\\x_0=-1\Rightarrow y_0=0\end{array}\right.$.

Vậy có hai điểm cần tìm là $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

**Câu 97: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Với giá trị nào của $m$ thì đường thẳng $y=2x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

**A.** $m\neq 2\sqrt{2}$. **B.** $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$. **C.** $m\neq\pm 2$. **D.** $m=\pm 2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng $y=2x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases}\left(2x+m\right)'=\left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right)'\\ 2x+m=\dfrac{2x-3}{x-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=\dfrac{1}{\left(x-1\right)^2} & (1)\\ m=\dfrac{2x-3}{x-1}-2x & (2)\end{cases}$$

Ta có $(1)\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$.

Với $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$ thay vào $(2)$ ta được $m=-2\sqrt{2}$.

Với $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$ thay vào $(2)$ ta được $m=2\sqrt{2}$.

Do đó, giá trị cần tìm của $m$ là : $m=\pm 2\sqrt{2}$.

**Câu 98: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi$ m$^3$. Hỏi bán kính đáy $R$ và chiều cao $h$ của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất ?

**A.** $R=2$ m, $h=\dfrac{1}{2}$ m. **B.** $R=4$ m, $h=\dfrac{1}{5}$ m. **C.** $R=\dfrac{1}{2}$ m, $h=8$ m. **D.** $R=1$ m, $h=2$ m.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ giả thiết ta có: $V=\pi R^2h=2\pi\Rightarrow h=\dfrac{2}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của thùng phi là: $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi\left(R^2+\dfrac{2}{R}\right)$.

Xét hàm số $y=R^2+\dfrac{2}{R}$ với $R\in\left(0;+\infty\right)$.

Ta có: $y'=2R-\dfrac{2}{R^2}=\dfrac{2\left(R^3-1\right)}{R^2}$; $y'=0\Leftrightarrow R=1$

Bảng biến thiên

| $R$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất khi $R=1\Rightarrow h=2$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất khi làm thùng phi thì $R=1\text{m}$, $h=2\text{m}$.

**Câu 99: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $5$.

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải.**

**Chọn C**

Ta có Parabol $(P)$ $y=x^2-2x+m$ có đỉnh $I(1;-1+m); y(-1)=m+3; y(2)=m$.

**Trường hợp 1:** $m+3<0\Leftrightarrow m<-3\Rightarrow \min\limits_{[-1;2]}\left|y\right|=-m-3$ (do lấy đối xứng qua $Ox$ )

Theo giả thiết ta có: $-m-3=5\Leftrightarrow m=-8$ (thỏa $m<-3$) $\Rightarrow$ Nhận.

**Trường hợp 2:** $\begin{cases}m+3>0\\m-1<0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<1\Rightarrow \min\limits_{[-1;2]}\left|y\right|=0\Rightarrow$ Không thỏa yêu cầu.

**Trường hợp 3:** $m-1\geq 0\Leftrightarrow m\geq 1\Rightarrow \min\limits_{[-1;2]}\left|y\right|=m-1$. Theo yêu cầu ta có $m-1=5\Leftrightarrow m=6$.

Vậy có $2$ giá trị $m$ thỏa yêu cầu.

**Câu 100: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt. Khi đó $m$ thuộc khoảng:

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1=0$ $(1)$.

Đặt $x^2=t$ với $t\geq 0$. Phương trình $(1)$ trở thành $t^2-(m-1)t+m^2-m-1=0$ $(2)$.

Đồ thị hàm số $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt $t_1$, $t_2$ thỏa mãn

$$\begin{cases}t_1=0\\t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-1=0\\t_1+t_2=m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Do đó $m\in(1;2)$.

**Cách 2:** Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và một điểm cực trị là $(0;0) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a}>0 \\ c=0 \end{cases}$.

Áp dụng: Với $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ ta được:

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1>0 \\ m^2-m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 101: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị ?

**A.** 7. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+2mx+5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x^2+2mx+5=0\ (1) \end{cases}$$

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị có các trường hợp sau:

+ Phương trình $(1)$ vô nghiệm: khi đó $m^2-5<0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

+ Phương trình $(1)$ có nghiệm kép bằng $-1$: khi đó $\begin{cases} m^2-5=0 \\ -2m+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm\sqrt{5} \\ m=3 \end{cases} \Rightarrow m\in\varnothing$.

+ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng $-1$:

$\begin{cases} m^2-5>0 \\ -2m+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{5} \\ m<-\sqrt{5} \end{array}\right. \\ m=3 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$.

Vậy giá trị nguyên $m\in\{-2;-1;0;1;2;3\}$..

**Câu 102: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

**A.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-3ac\geq 0 \end{array}\right.$. **B.** $a>0,\ b^2-3ac\leq 0$.

**C.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-3ac\leq 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-4ac\leq 0 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Với $a=b=0,\ c>0$ thì $y=cx+d \Rightarrow y'=c>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $a\neq 0$, ta có YCBT $\Leftrightarrow y'=3ax^2+2bx+c\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a>0 \\ \Delta'=b^2-3ac\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$.

**Câu 103:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Gọi $m$ là số thực dương sao cho đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm $A$, $B$ thỏa mãn tam giác $OAB$ vuông tại $O$ ($O$ là gốc tọa độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

**A.** $m\in\left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-3x^2-2=m+1\Leftrightarrow x^4-3x^2-3-m=0$.

Đặt $x^2=t$, $(t\ge 0)$ ta có phương trình $t^2-3t-m-3=0$ (*).

Theo giả thiết ta có $m>0$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow$ đường thẳng $y=m+1$ luôn cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm $A$, $B$.

Vì $A$, $B$ đối xứng với nhau qua $Oy$ nên $A(x;m+1)$ và $B(-x;m+1)$.

Tam giác $OAB$ vuông tại $O\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow x^2=(m+1)^2$.

Thay $x^2=(m+1)^2$ vào phương trình $x^4-3x^2-3-m=0$ ta được

$m^4+4m^3+3m^2-3m-5=0\Leftrightarrow (m-1)\left(m^3+5m^2+8m+5\right)=0\Leftrightarrow m=1$ (do $m>0$).

**Câu 104:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Công ty xe khách Thiên Ân dự định tăng giá vé trên mỗi hành khách. Hiện tại giá vé là 50.000 VNĐ một khách và có 10.000 khách trong một tháng. Nhưng nếu tăng giá vé thêm 1.000 VNĐ một hành khách thì số khách sẽ giảm đi 50 người mỗi tháng. Hỏi công ty sẽ tăng giá vé là bao nhiêu đối với một khách để có lợi nhuận lớn nhất?

**A.** 50.000 VNĐ. **B.** 15.000 VNĐ. **C.** 35.000 VNĐ. **D.** 75.000 VNĐ.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Gọi $x$ (nghìn VNĐ) là số tiền công ty sẽ tăng thêm đối với một khách. Khi đó số khách sẽ giảm đi là $50x$ khách nên còn $10.000-50x$ khách. Khi đó, $10.000-50x>0\Leftrightarrow x<200$.

Khi đó số tiền thu được sau khi tăng giá vé là $f(x)=(50+x)(10.000-50x)$.

Ta có $f(x)=50(50+x)(200-x)\le 50\left(\frac{50+x+200-x}{2}\right)^2=781250$ (nghìn VNĐ).

Vậy số tiền thu được tăng thêm lớn nhất là $781250-50\times 10.000=281.250$ nghìn VNĐ khi $50+x=200-x\Leftrightarrow x=75$ nghìn VNĐ.

**Câu 105:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{\sin x-3}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

**A.** $m\le 0$ hoặc $\frac{\sqrt{2}}{2}\le m<3$. **B.** $m\le 3$.

**C.** $m\le 0$ hoặc $\frac{\sqrt{2}}{2}\le m\le 3$. **D.** $0\le m<3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y=\frac{\sin x-3}{\sin x-m}\Rightarrow y'=\frac{\cos x(\sin x-m)-(\sin x-3)\cos x}{(\sin x-m)^2}=\frac{\cos x(3-m)}{(\sin x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m>0 \\ \left[\begin{array}{l} m\le \sin 0 \\ m\ge \sin\frac{\pi}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3>m \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{2}\le m<3 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

**Câu 106:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến, có đạo hàm trên khoảng $K$ và hai điểm $x_1,\ x_2\in K$; $x_1\ge x_2$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=f'(x_1)(x_1-x_2)+f'(x_2)\left(f(x_1)-f(x_2)\right)$ là:

**A.** $P<0$. **B.** $P>0$. **C.** $P=0$. **D.** $P\ge 0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $K$ nên

$\forall x_1,\ x_2\in K$; $x_1\ge x_2$ thì $f(x_1)\ge f(x_2)$ và $f'(x_1)\ge 0$; $f'(x_2)\ge 0$.

Do đó $P=f'(x_1)(x_1-x_2)+f'(x_2)\left(f(x_1)-f(x_2)\right)\ge 0$.

**Câu 107:** **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho $y=(m-3)x^3+2\left(m^2-m-1\right)x^2+(m+4)x-1$. Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên của $m$ để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục $Oy$. $S$ có bao nhiêu phần tử ?

**A.** 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3(m-3)x^2+4\left(m^2-m-1\right)x+m+4$

$y'=0\Leftrightarrow 3(m-3)x^2+4\left(m^2-m-1\right)x+m+4=0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục $Oy$ thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Suy ra $\begin{cases} 3(m-3)\ne 0 \\ 3(m-3).(m+4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Vậy $S$ có 6 phần tử.

**Câu 108:** **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là $(C)$, $M$ là điểm thuộc $(C)$ sao cho tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt hai đường tiệm cận của $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$ thỏa mãn $AB=2\sqrt{5}$. Gọi $S$ là tổng các hoành độ của tất cả các điểm $M$ thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của $S$.

**A.** 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=\frac{-2}{(x-2)^2}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x=2$ và $y=2$.

Gọi $M\left(m;\dfrac{2m-2}{m-2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến $d$ của $(C)$ tại $M$ : $y=\dfrac{-2}{(m-2)^2}(x-m)+\dfrac{2m-2}{m-2}$.

Đồ thị hàm số cắt hai đường tiệm cận tại các điểm $A\left(2;\dfrac{2m}{m-2}\right)$ và $B(2m-2;2)$.

$AB=2\sqrt{5}\Leftrightarrow(2m-4)^2+\dfrac{16}{(m-2)^2}=20$

$\Leftrightarrow(m-2)^4-5(m-2)^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m-2)^2=1\\(m-2)^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\\m=4\\m=0\end{array}\right.$.

Vậy $S=8$.

**Câu 109:** **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x+1$ đồng biến trên các khoảng thỏa mãn $1\le|x|\le 2$.

**A.** $\left[\begin{array}{l}-1<m<2\\m>2\\m<-3\end{array}\right.$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>2\end{array}\right.$. **D.** $m>2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+3m(m+2)$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+2\end{array}\right.$.

Khi đó hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m+2;+\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+2<-2\\\begin{cases}-1<m\\m+2<1\end{cases}\\m>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>2\end{array}\right.$.

**Câu 110:** **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận ?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=m$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=m$.

Để hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ 4m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

**Câu 111: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng $2$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=\dfrac{31}{27}$. **C.** $m>\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

TH1: Nếu $m\le 0$, $\min y=y(0)=6$ (không thỏa).

| $x$ | $-\infty$ | | $2m$ | | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $6$ | ↗ | |

TH2: Nếu $0<2m\le 3 \Leftrightarrow 0<m\le \dfrac{3}{2}$, $\min y=y(2m)=-4m^3+6$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2m$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $-4m^3+6$ | ↗ | |

YCBT: $\Leftrightarrow -4m^3+6=2 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa).

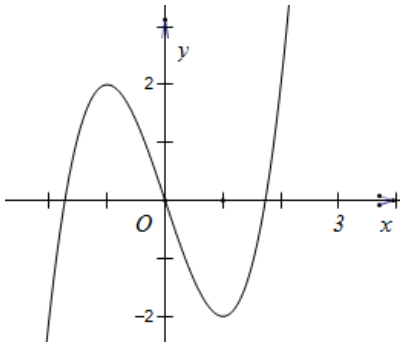
TH3: Nếu $2m>3 \Leftrightarrow m>\dfrac{3}{2}$, $\min y=y(3)=33-27m$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $2m$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | $33-27m$ | ↘ | $-4m^3+6$ | ↗ | |

YCBT $\Leftrightarrow 33-27m=2 \Leftrightarrow m=\dfrac{31}{27}$ (không thỏa).

**----------HẾT----------**

**Câu 112: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có $6$ nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:




**A.** $-1<m<0$.  **B.** $m>0$.

**C.** $m<-2$ hoặc $m>1$.  **D.** $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

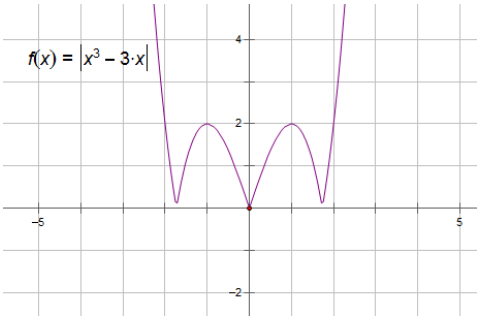
**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|(C')$ với đường thẳng $y=m^2+m(d)$.

Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|(C')$ được suy ra từ đồ thị $y=x^3-3x(C)$ bằng cách:

- Giữ lại phần $(C)$ nằm trên trục $Ox$.
- Lấy đối xứng phần $(C)$ nằm dưới $Ox$ qua trục $Ox$.




Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có $6$ nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m^2+m<2 \Leftrightarrow -2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

**Câu 113:** **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**A.** $-2<m<1$.  **B.** $m<1$.  **C.** $-2<m<-1$.  **D.** $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số xác định khi $x\neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x+1=\dfrac{2x+m}{x-1} \Leftrightarrow x^2-2x-1-m=0 \ (1) \ (x\neq 1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(1)$ có hai nghiệm dương phân biệt và khác $1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m>0 \\ 1>0 \\ -1-m>0 \\ -2-m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m<-1 \\ m\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<-1.$$

**Câu 114:** **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2-2x\ge 0 \\ x^2-x\ge 0 \\ \sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty) \\ x\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty) \\ x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty)$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x(2-x)}-\sqrt{-x(1-x)}}$

$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{\sqrt{-x}}.\dfrac{1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{1-x}}=+\infty$.

$\Rightarrow x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow x=2$ không là đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1}=-2$

$\Rightarrow y=-2$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1}=2$

$\Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngag của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

**Câu 115:** **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=-x^3+3x-4$ và $M(x_0;0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác $MAB$ có chu vi nhỏ nhất, đặt $T=4x_0+2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

**A.** $T=2017$. **B.** $T=2019$. **C.** $T=2016$. **D.** $T=2018$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x)=-3x^2+3$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=-2 \\ x=-1\Rightarrow y=-6 \end{array}\right.$. Đặt $A(1;-2)$ và $B(-1;-6)$.

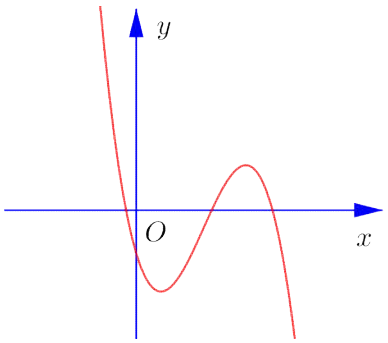
Ta thấy hai điểm $A$ và $B$ nằm cùng phía với trục hoành.

Gọi $A'(1;2)$ là điểm đối xứng với điểm $A$ qua trục hoành. Chu vi tam giác $MAB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi ba điểm $B$, $M$ và $A'$ thẳng hàng.

Ta có: $\overrightarrow{A'M}=(x_0-1;-2)$ và $\overrightarrow{A'B}=(-2;-8)\Rightarrow\dfrac{x_0-1}{-2}=\dfrac{-2}{-8}\Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Vậy $T=4.\dfrac{1}{2}+2015=2017$.

**Câu 116: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.




Dấu của $a,b,c,d$ là

**A.** $a<0,b<0,c<0,d<0$.

**B.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

**C.** $a<0,b>0,c<0,d<0$.

**D.** $a>0,b>0,c>0,d<0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị hướng xuống dưới nên $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$, $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c=0$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1>0, x_2>0$

Suy ra $x_1+x_2>0 \Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0$. Mà $a<0$ nên $b>0$.

$x_1x_2>0\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0$. Mà $a<0$ nên $c<0$.

Vậy $a<0,b>0,c<0,d<0$.

**Câu 117:**

**(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Cho các hàm số:

**Câu 118:** $y=x^4-2x^2-3$. 2) $y=x^2-2|x|-3$. 3) $y=-x^4+2x^2-3$. 4) $y=\left|x^2-1\right|-4$.

Số hàm số có bảng biến thiên trên là

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

❍ Hàm số $y=x^2-2|x|-3$ không có đạo hàm tại $x=0$ vì $y'\left(0^-\right)=2$ còn $y'\left(0^+\right)=-2$

❍ Hàm số $y=\left|x^2-1\right|-4$ không có đạo hàm tại $x=\pm1$ vì $\lim\limits_{x\to1^+}y=-4$ còn $\lim\limits_{x\to1^-}y=-3$

❍ Hàm số $y=-x^4+2x^2-3$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-\infty$

❍ Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=+\infty$ và $y'=4x(x-1)(x+1)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Nên có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy chỉ có hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có bảng biến thiên phù hợp với bảng biến thiên đã cho.

**Câu 119:** **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-2(m-1)x^2+2\left(m^2-2m\right)x+4m^2$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d:y=4x+8$. Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1,x_2,x_3$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=x_1^3+x_2^3+x_3^3$.

**A.** $P_{\max}=16\sqrt{2}-6$. **B.** $P_{\max}=16\sqrt{2}-8$. **C.** $P_{\max}=23-6\sqrt{2}$. **D.** $P_{\max}=24-6\sqrt{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d$ và đồ thị $(C)$ là:

$x^3-2(m-1)x^2+2\left(m^2-2m\right)x+4m^2=4x+8(*)$

$\Leftrightarrow x^3-2(m-1)x^2+2\left(m^2-2m-4\right)x+4m^2-8=0$

$\Leftrightarrow(x+2)\left(x^2-2mx+2m^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2mx+2m^2-4=0(1)\\x+2=0\end{array}\right.$

Để đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow(*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4+4m+2m^2-4\neq 0 \\ \Delta' = m^2-2m^2+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -2 \\ 4-m^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ -2<m<2 \end{cases} (**)$.

Khi đó $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3$, giả sử $x_3=-2$, $x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(1)$. Theo định lý Vi - et, ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=2m^2-4 \end{cases}$.

Vậy $P=x_1^3+x_2^3+x_3^3=x_1^3+x_2^3-8=(x_1+x_2)(x_1^2+x_2^2-x_1x_2)-8$

$=(x_1+x_2)\left[\left((x_1+x_2)^2\right)-3x_1.x_2\right]-8=2m\left(4m^2-6m^2+12\right)-8$

$=2m\left(4m^2-6m^2+12\right)-8=-4m^3+24m-8$

Đặt: $f(m)=-4m^3+24m-8$ trên $[-2;2]$, $f'(m)=-12m^2+24 \Rightarrow f'(m)=0 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$.

Vậy $P_{\max}=f\left(\sqrt{2}\right)=16\sqrt{2}-8$.

**Câu 120:** **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^2-x-\ln x$. Biết trên đoạn $[1;e]$ hàm số có GTNN là $m$, và có GTLN là $M$. Hỏi $M+m$ bằng:

**A.** $e^2-e$. **B.** $e^2-e+1$. **C.** $e^2-e-1$. **D.** $2e^2-e-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $f(x)=x^2-x-\ln x$ có $f'(x)=2x-1-\dfrac{1}{x}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[1;e] \\ x=\dfrac{-1}{2}\notin[1;e] \end{array}\right.$; $f(1)=0$,

$f(e)=e^2-e-1$, suy ra $M=e^2-e-1$, $m=0$ và $M+m=e^2-e-1$.

**Câu 121:** **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Bạn An tham gia một giải thi chạy, giả sử quãng đường mà bạn chạy được là một hàm số theo biến $t$ và có phương trình $s(t)=t^3-3t^2+11t(\text{m})$ và thời gian $t$ có đơn vị bằng giây. Hỏi trong quá trình chạy vận tốc tức thời nhỏ nhất là

**A.** $8(\text{m/s})$. **B.** $1(\text{m/s})$. **C.** $3(\text{m/s})$. **D.** $4(\text{m/s})$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có vận tốc được tính theo công thức $v(t)=s'(t)=3t^2-6t+11=3(t-1)^2+8\geq 8$.

Vậy $v_{\min}=8(\text{m/s})$ khi $t=1(\text{s})$.

**Câu 122:** **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để bất phương trình $x+2\sqrt{(2-x)(2x+2)}>m+4\left(\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}\right)$ có nghiệm?

**A.** $m<-8$. **B.** $m<-1-4\sqrt{3}$. **C.** $m<-7$. **D.** $-8<m<-7$.

**Lời giải.**

**Chọn B**

- Điều kiện: $x\in[-1;2]$.

  Xét hàm số $g(x)=\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$.

  Có $g'(x)=-\dfrac{1}{2\sqrt{2-x}}+\dfrac{1}{\sqrt{2x+2}}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

  $g(-1)=\sqrt{3}$, $g(1)=3$, $g(2)=\sqrt{6}$.

  Suy ra $\max\limits_{[-1;2]}g(x)=3$, $\min\limits_{[-1;2]}g(x)=\sqrt{3}$.

- Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}$, $t\in\left[\sqrt{3};3\right]\Rightarrow t^2=x+4+2\sqrt{(2-x)(2x+2)}$.

  Bất phương trình đã cho trở thành: $t^2-4>m+4t\Leftrightarrow t^2-4t-4>m$.

  Xét hàm số $f(t)=t^2-4t-4$ trên đoạn $\left[\sqrt{3};3\right]$.

  Có $f'(t)=2t-4$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.

  $f\left(\sqrt{3}\right)=-4\sqrt{3}-1$, $f(2)=-8$, $f(3)=-7$.

  Suy ra $\max\limits_{[\sqrt{3};3]}f(t)=-7$.

Để bất phương trình đã cho có nghiệm thì $m<\max\limits_{[\sqrt{3};3]}f(t)$ hay $m<-7$.

Vậy $m<-7$.

**Câu 123: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của $m$?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** Không có $m$. **D.** 2.

**Lời giải.**

**Chọn D**

Có $y'(x)=x^2-mx+1$, $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx+1=0$ $(1)$.

- Để hàm số có cực trị thì $(1)$ phải có hai nghiệm phân biệt.

  Điều này tương đương với $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.$.

- Gọi hai nghiệm của $(1)$ là $x_1$, $x_2$. Khi đó, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1.x_2=1\end{cases}$.

  Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|$, $|x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

  $x_1^2+x_2^2=7\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7\Leftrightarrow m^2-2=7\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow m=\pm3$ (thỏa mãn).

Vậy có hai giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 124: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-1$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d):y=x+m$. Biết rằng đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau, hỏi $m$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

**A.** $m\in(-5;-3)$. **B.** $m\in(-3;-1)$. **C.** $m\in(-1;1)$. **D.** $m\in(1;3)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$, $f''(x)=6x-6$, $f''(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đồ thị $(C)$ nhận $I(1;-3)$ làm tâm đối xứng.

**Câu 125:** Đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau $\Leftrightarrow$ đường thẳng $(d): y=x+m$ đi qua $I(1;-3) \Leftrightarrow m=-4$. **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=3x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-2x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$. Tính độ dài đoạn thẳng $AB$.

**A.** $AB=4\sqrt{6}$. **B.** $AB=4\sqrt{10}$. **C.** $AB=4\sqrt{15}$. **D.** $AB=4\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

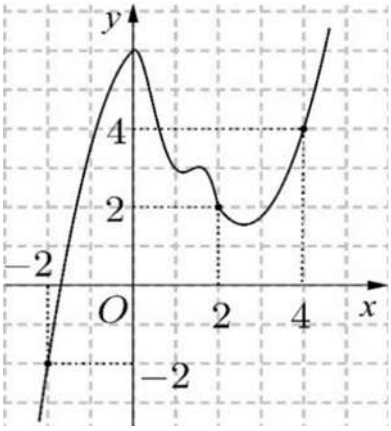
Phương trình hoành độ giao điểm $A$ và $B$ của hai đồ thị hàm số là:

$$3x+1=\frac{2x^2-2x+3}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ (3x+1)(x-1)=2x^2-2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 3x^2-2x-1=2x^2-2x+3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x=\pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 2$$. Khi đó tọa độ các giao điểm là $A(-2;-5)$, $B(2;7)$.

Do vậy độ dài đoạn thẳng $AB=\sqrt{4^2+12^2}=4\sqrt{10}$.

**Câu 126:** **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.




Đặt $h(x)=f(x)-\dfrac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

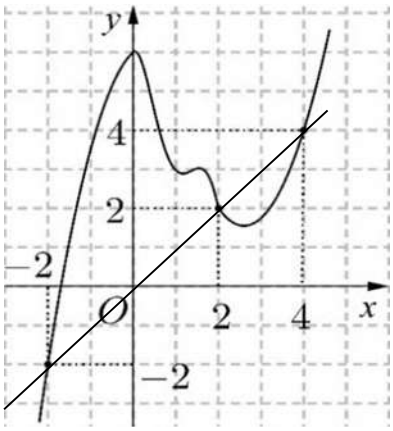
**B.** Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

**C.** Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**D.** Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

**Lời giải**

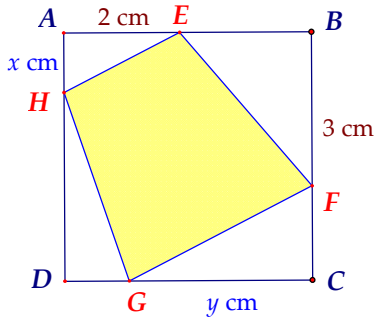
**Chọn D**




Ta có $h'(x)=f'(x)-x$.

Từ đồ thị của $f'(x)$ và đường thẳng $y=x$ ta suy ra trên khoảng $(2;4)$ thì đồ thị $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y=x$. Do đó $h'(x)<0$ trên $(2;4)$. Suy ra đáp án **D**.

**Câu 127:** **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.




Tìm tổng $x+y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** $4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $7$. **D.** $5$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $S_{EFGH}=S_{ABCD}-\left(S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}+S_{EBF}\right)$.

Để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S_{AHE}=\frac{1}{2}AE.AH=\frac{1}{2}.2.x=x$; $S_{DHG}=\frac{1}{2}DH.DG$ \$SC\$; $S_{CGF}=\frac{1}{2}CG.CF=\frac{1}{2}3y$.

Đặt $S=S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}$ thì $S=\frac{1}{2}\left(2x+3y+36-6x-6y+xy\right)=\frac{1}{2}\left(36+xy-4x-3y\right)$ (1).

Mặt khác ta lại có $\Delta AEH\backsim\Delta CGF\Rightarrow\frac{AH}{CF}=\frac{AE}{CG}\Rightarrow xy=6$ (2).

Thay (2) vào (1) ta có $S=\frac{1}{2}\left[42-\left(4x+\frac{18}{x}\right)\right]$.

Ta có $S$ lớn nhất khi $4x+\frac{18}{x}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 4x=\frac{18}{x}\Leftrightarrow x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Khi $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ thì $y=2\sqrt{2}$. Vậy $x+y=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 128: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Tìm $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4$.

**A.** $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **B.** $m=\sqrt[5]{4}$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=\pm\sqrt[5]{4}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(0;2m+m^4\right)$, $B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$ và $C\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$.

Gọi $H$ là trung điểm $BC$. Khi đó $H\left(0;m^4-m^2+2m\right)$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.\sqrt{\left(-m^2\right)^2}.\sqrt{\left(2\sqrt{m}\right)^2}=m^2\sqrt{m}=4$.

$\Leftrightarrow m^5=16\Leftrightarrow m=\sqrt[5]{16}$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

Vậy $m=\sqrt[5]{16}$.

**Câu 129: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị là $A$ và $B$ sao cho $A$, $B$ nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tính tổng các phần tử của $S$.

**A.** $6$. **B.** $0$. **C.** $-6$. **D.** $3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-1$.

$\Delta'=m^2-\left(m^2-1\right)=1\Rightarrow$ $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị của hàm số có hai điểm cực trị $A$ và $B$.

Ta có $y=\left(\frac{1}{3}x-\frac{m}{3}\right)y'+\frac{2}{3}x+\frac{m\left(m^2-1\right)}{3}$ suy ra đường thẳng $AB$: $y=\frac{2}{3}x+\frac{m\left(m^2-1\right)}{3}$

$A$, $B$ nằm khác phía và cách đều $d:y=5x-9\Leftrightarrow$ Trung điểm $I$ của đoạn $AB$ thuộc $d$.

Ta có $I\left(m,\frac{m^3+m}{3}\right)\in d\Leftrightarrow\frac{m^3+m}{3}=5m-9\Leftrightarrow m^3-14m+27=0$ $(1)$. Gọi $m_1$, $m_2$, $m_3$ là ba nghiệm của $(1)$.

Áp dụng định lý Viet cho phương trình bậc ba ta có $S=m_1+m_2+m_3=0$ hoặc dùng MTCT giải tính tổng ba nghiệm ta được $S=0$.

**Câu 130: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi:

**A.** $-1\le m<0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y''(0)>0 \end{cases}$.

Ta có $y'=-4x^3+4mx$ và $y''=-12x^2+4m$.

Vậy ta có $4m>0 \Leftrightarrow m>0$.

**Câu 131: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$ có đồ thị là $(C)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị $(C)$ có đúng 3 đường tiệm cận ?

**A.** $\begin{cases} m<-2 \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$. **B.** $m>2$. **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$; Xét $x^2-2mx+4=0$ có $\Delta'=m^2-4$.

+ Nếu $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$ thì đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang $y=0$ (do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$).

+ Nếu $m=2$ hoặc $m=-2$ hoặc $m=-\dfrac{5}{2}$ thì đồ thị hàm số chỉ có hai đường tiệm cận.

+Nếu $m\in(-\infty;-2)\setminus\left\{-\dfrac{5}{2}\right\}$ hoặc $m\in(2;+\infty)$ thì đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

**Câu 132: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)**Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực ?

**A.** $m\le 3$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m\ge 2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện: $x\ge -1$.

Ta có $2\sqrt{x+1}=x+m \Leftrightarrow 2\sqrt{x+1}-x=m \quad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=2\sqrt{x+1}-x$ $(C)$ và $y=m$.

Xét hàm số $y=\sqrt{x+1}-x$ với $x\ge -1$ ta có $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}-1$.

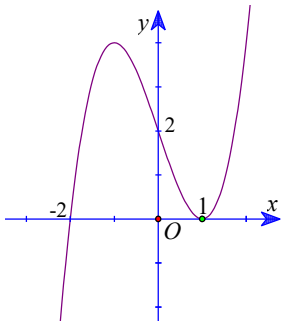
Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=1 \Leftrightarrow x=-1$.

Lập bảng biến thiên

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm khi $m\le 2$.

**Câu 133: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-3)$.




**A.** 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị ta có $y=f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x=-2$ nên hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị là $x=-2$.

Ta có $y'=\left[f(x^2-3)\right]'=2x.f'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$. Do đó hàm số $y=f(x^2-3)$ có ba cực trị.

**Câu 134: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số: $y=(m-1)x^3+(m-1)x^2-2x+5$ với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ ?

**A.** 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ Có $y'=3(m-1)x^2+2(m-1)x-2$.

TH1: $m=1$ thì $y'=-2<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

+ TH2: $m\ne 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3(m-1)<0\\\Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\(m-1)(m+5)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\-5\le m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -5\le m<1$.

Vậy các số nguyên $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-5$, $-4$, $-3$, $-2$, $-1$, $0$, $1$.

Vậy có 7 giá trị nguyên.

**Câu 135: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị $(C)$ của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ $O$ tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x$.

Hàm số có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Gọi $A\left(0; m^4 + 5\right)$, $B\left(m; 5\right)$, $C\left(-m; 5\right)$ lần lượt là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Gọi $I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC$ khi đó ta có ba điểm $A$, $I$, $O$ thẳng hàng. Mặt khác do hai điểm $B$ và $C$ đối xứng nhau qua $AO$ nên $AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC \Rightarrow AB \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB} = 0$.

Trong đó $\overrightarrow{AB} = \left(m; -m^4\right)$, $\overrightarrow{OB} = \left(m; 5\right)$. Ta có phương trình $m^2 - 5m^4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

**Câu 136: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với $m$ là tham số; gọi $x_1$, $x_2$ là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left(x_1^2 - 1\right)\left(x_2^2 - 1\right)$ bằng

**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = x^2 - mx - 4$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$.

Ta có $\Delta = m^2 + 16 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$ hay hàm số luôn có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ $\forall m \in \mathbb{R}$.

Do $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phân biệt của $y' = 0$ nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = -4 \end{cases}$.

$P = \left(x_1^2 - 1\right)\left(x_2^2 - 1\right) = \left(x_1x_2\right)^2 - \left(x_1^2 + x_2^2\right) + 1 = \left(x_1x_2\right)^2 - \left(x_1 + x_2\right)^2 + 2x_1x_2 + 1$

$= 16 - m^2 - 8 + 1 = -m^2 + 9 \le 9$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P$ bằng $9 \Leftrightarrow m = 0$.

**Câu 137: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3$, với $m$ là tham số; gọi $(C)$ là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi $m$ thay đổi, điểm cực đại của đồ thị $(C)$ luôn nằm trên một đường thẳng $d$ cố định. Xác định hệ số góc $k$ của đường thẳng $d$.

**A.** $k = -\dfrac{1}{3}$. **B.** $k = \dfrac{1}{3}$. **C.** $k = -3$. **D.** $k = 3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$ và $y'' = 6x - 6m$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right) = 0$.

$\Delta' = 9m^2 - 9\left(m^2 - 1\right) = 9$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị $x = \dfrac{3m+3}{3} = m+1$ và $x = \dfrac{3m-3}{3} = m-1$.

$y''\left(m-1\right) = 6\left(m-1\right) - 6m = -6 < 0 \Rightarrow x = m-1$ là điểm cực đại của hàm số

$\Rightarrow A\left(m-1;-3m+2\right)$ là điểm cực đại của đồ thị $\left(C\right)$.

Ta có $\begin{cases} x_A = m-1 \\ y_A = -3m+2 \end{cases} \Rightarrow y_A = -3x_A - 1$

$\Rightarrow A$ luôn thuộc đường thẳng $d$ có phương trình $y = -3x - 1$.

Do đó hệ số góc $k$ của đường thẳng $d$ là $-3$.

**Câu 138: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $f\left(x\right) = \left(m^{2018}+1\right)x^4 + \left(-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3\right)x^2 + m^{2018} + 2018$, với $m$ là tham số. Số cực trị của hàm số $y = \left|f\left(x\right) - 2017\right|$.

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $g\left(x\right) = f\left(x\right) - 2017$.

Ta có $g'\left(x\right) = f'\left(x\right) = 4\left(m^{2018}+1\right)x^3 + 2\left(-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3\right)x$.

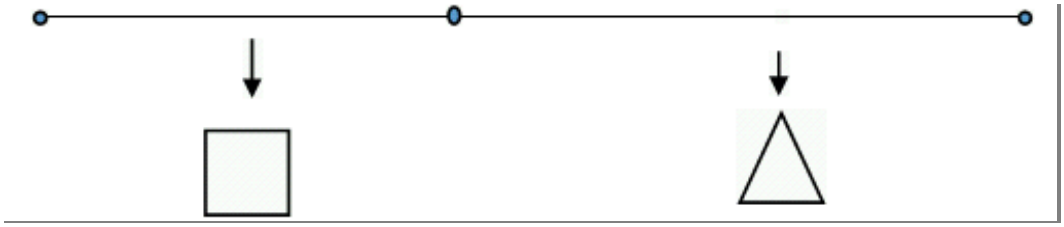
Khi đó $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{2m^{2018} + 2^{2018}m^2 + 3}{4\left(m^{2018}+1\right)} \end{array}\right.$.

Nhận xét $\dfrac{2m^{2018} + 2^{2018}m^2 + 3}{4\left(m^{2018}+1\right)} > 0 \ \ \forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số $g\left(x\right) = f\left(x\right) - 2017$ luôn có 3 cực trị.

Nhận xét $f\left(1\right) = \left(m^{2018}+1\right) + \left(-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3\right) + m^{2018} + 2018$.

Do đó $g\left(1\right) = -2^{2018}m^2 - 1 < 0 \, \forall m$. Suy ra hàm số $g\left(x\right)$ luôn có ba cực trị trong đó có hai cực tiểu nằm bên dưới trục $Ox$ nên hàm số $y = \left|f\left(x\right) - 2017\right|$ có 7 cực trị.

**Câu 139: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



**A.** $\dfrac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m). **B.** $\dfrac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **C.** $\dfrac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **D.** $\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m).

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $x$ $(\text{m})$ là cạnh của tam giác đều, $(0<x<2)$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\dfrac{6-3x}{4}(\text{m})$.

Gọi $S$ là tổng diện tích của hai hình thu được.

$S(x)=x^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\left(\dfrac{6-3x}{4}\right)^2$.

Ta có : $S'(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+2\dfrac{6-3x}{4}.\left(-\dfrac{3}{4}\right)$.

$S'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+2\dfrac{6-3x}{4}.\left(-\dfrac{3}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên, $S$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}(\text{m})$.

**Câu 140:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Với giá trị thực nào của tham số $m$ thì đường thẳng $y=2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $M$, $N$ sao cho $MN$ ngắn nhất.

**A.** $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+3}{x+1}=2x+m\Leftrightarrow 2x^2+(m+1)x+m-3=0\ (*)$.

Đường thẳng $y=2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt $M$, $N$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta=m^2-6m+25>0,\forall m$.

Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(*)$, lần lượt là hoành độ của hai điểm $M$, $N$. Khi đó ta có: $M(x_1,2x_1+m)$, $N(x_2,2x_2+m)$, $\overrightarrow{MN}=(x_2-x_1;2(x_2-x_1))$.

Suy ra $P=\left|\overrightarrow{MN}\right|^2=5(x_2-x_1)^2=5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1.x_2\right]$; với $x_1+x_2=-\dfrac{m+1}{2}$, $x_1.x_2=\dfrac{m-3}{2}$.

$P=\dfrac{5}{4}(m^2-6m+25)=\dfrac{5}{4}\left[(m-3)^2+16\right]\geq 20,\forall m$. Do đó $MN$ ngắn nhất khi và chỉ khi $P_{\min}$, mà $P_{\min}=20$ khi $m=3$.

**Câu 141:** **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến kẻ từ $M(2;-1)$ đến đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{4}-x+1$.

**A.** $y=-2x+3$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=x-3$. **D.** $y=3x-7$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng qua $M(2;-1)$ có dạng $y=k(x-2)-1=kx-2k-1\,(d)$.

$(d)$ là tiếp tuyến của parabol $y=\dfrac{x^2}{4}-x+1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} kx-2k-1=\dfrac{x^2}{4}-x+1 \\ k=\dfrac{x}{2}-1 \end{cases}$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right. \\ k=\dfrac{x}{2}-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ k=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4 \\ k=1 \end{cases} \end{array}\right.$. Vậy $(d): y=-x+1$ hoặc $(d): y=x-3$.

**Câu 142: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+12mx-3m+4$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1<3<x_2$.

**A.** $m\neq 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m<\dfrac{3}{2}$. **D.** $m>\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+12m$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6(m+1)x+12m=0\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+4m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Bởi vậy, hàm số đã cho có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1<3<x_2$ khi và chỉ khi

$2<3<2m\Leftrightarrow m>\dfrac{3}{2}$.

**Câu 143: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi $m$ là giá trị để hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;3]$ bằng $-2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $3<m<5$. **B.** $m^2\neq 16$. **C.** $|m|<5$. **D.** $|m|=5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+8}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-8\}$.

Ta có $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-8)$ và $(-8;+\infty)$.

Do đó trên $[0;3]$, hàm số đồng biến.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$ là $y(0)=\dfrac{-m^2}{8}=-2\Leftrightarrow m^2=16\Leftrightarrow m=\pm 4$.

**Câu 144: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

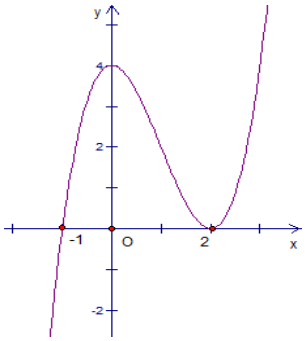
Từ $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018\Rightarrow f'(1-x)=x(3-x).g(1-x)+2018$

Nên đạo hàm của hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ là

$y'=-x(3-x).g(1-x)-2018+2018=-x(3-x)g(1-x)$.

Xét bất phương trình $y'<0\Leftrightarrow x(3-x)<0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$, do $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

**Câu 145: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?




**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$.

**C.** $(-2;1)$. **D.** $(0;1)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Xét hàm số $y=f(2-x^2)$ ta có $y'=-2xf'(2-x^2)$.

Để hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến thì $-2xf'(2-x^2)>0\Leftrightarrow xf'(2-x^2)<0$. Ta có các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases}x>0\\f'(2-x^2)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\0<2-x^2<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<\sqrt{2}$.

TH2: $\begin{cases}x<0\\f'(2-x^2)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\\left[\begin{array}{l}2-x^2>2\\2-x^2<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x<\sqrt{2}$.

Vậy hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến trên các mỗi khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$ và $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

**Câu 146: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}(H)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(H)$, biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ và tam giác $OAB$ cân tại gốc tọa độ $O$.

**A.** $y=-x-2$. **B.** $y=-x+1$.

**C.** $y=-x+2$. **D.** $y=-x-2$ và $y=-x-2$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Tam giác $OAB$ vuông cân tại $O$ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng $\pm 1$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $(x_0, y_0)$ ta có : $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$ .hoặc $x_0 = -1$.

Với $x_0 = -1, y_0 = -1$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x$.

Với $x_0 = -2, y_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x - 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(H)$ là: $y = -x - 2$

**Câu 147:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai số thực $x$, $y$ thỏa mãn $x \ge 0$, $y \ge 1$, $x + y = 3$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 + 2y^2 + 3x^2 + 4xy - 5x$ lần lượt bằng:

**A.** $P_{\max} = 15$ và $P_{\min} = 13$.

**B.** $P_{\max} = 20$ và $P_{\min} = 18$.

**C.** $P_{\max} = 20$ và $P_{\min} = 15$.

**D.** $P_{\max} = 18$ và $P_{\min} = 15$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Từ $x + y = 3 \Leftrightarrow y = 3 - x$, do $y \ge 1$ nên $3 - x \ge 1 \Leftrightarrow x \le 2$. Vậy $x \in [0;2]$.

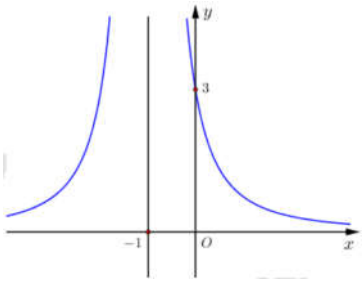
Ta có $P = x^3 + 2(3-x)^2 + 3x^2 + 4x(3-x) - 5x = x^3 + x^2 - 5x + 18 = f(x)$.

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} (L) \end{array}\right.$.

$f(0) = 18$; $f(1) = 15$; $f(2) = 20$.

Vậy $P_{\max} = 20$ và $P_{\min} = 15$.

**Câu 148:** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:




Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

**A.** $f(1) = 2$.

**B.** $f(2) = \frac{11}{2}$.

**C.** $f(1) = \frac{7}{2}$.

**D.** $f(2) = 6$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $A(0;4)$ nên $b = 4d$ $(1)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$.

Căn cứ theo đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $-\frac{d}{c} = -1 \Rightarrow c = d$ $(2)$.

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua $(0;3)$ nên $\frac{ad-bc}{d^2}=3\Rightarrow ad-bc=3d^2\ (3)$.

Thay $(1)$, $(2)$ vào $(3)$ ta được $ad-4d^2=3d^2\Rightarrow a=7d\ (d\neq 0)$ vì nếu $d=0$ thì $a=b=c=d=0$ (vô lí ).

Do đó $f(x)=\frac{7dx+4d}{dx+d}=\frac{7x+4}{x+1}$.

Vậy $f(2)=6$.

**Câu 149: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=\frac{(m+3)x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**A.** $m\in(-4;1)$. **B.** $m\in[-4;1]$. **C.** $m\in(-4;-1]$. **D.** $m\in(-4;-1)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$ và $y'=\frac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}$.

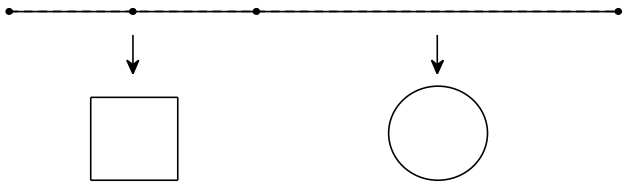
Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ khi $\begin{cases}m^2+3m-4<0\\1\le -m\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-4;1)\\m\le -1\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-4;-1]$.

**Câu 150: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Một sợi dây kim loại dài $a$ (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài $x$ (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(a>x>0)$. Tìm $x$ để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

**A.** $x=\frac{a}{\pi+4}$(cm). **B.** $x=\frac{2a}{\pi+4}$(cm). **C.** $x=\frac{\pi a}{\pi+4}$(cm). **D.** $x=\frac{4a}{\pi+4}$(cm).

**Lời giải**



**Chọn C**

Do $x$ là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn $(0<x<a)$.

Suy ra chiều dài đoạn còn lại là $a-x$.

Chu vi đường tròn: $2\pi r=x\Rightarrow r=\frac{x}{2\pi}$.

Diện tích hình tròn: $S_1=\pi.r^2=\frac{x^2}{4\pi}$.

Diện tích hình vuông: $S_2=\left(\frac{a-x}{4}\right)^2$.

Tổng diện tích hai hình: $S=\dfrac{x^2}{4\pi}+\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2=\dfrac{(4+\pi).x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$.

Đạo hàm: $S'=\dfrac{(4+\pi).x-a\pi}{8\pi}$; $S'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{a\pi}{4+\pi}$ | | $a$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S$ | | $\searrow$ | $y_{CT}$ | $\nearrow$ | |

Suy ra hàm $S$ chỉ có một cực trị và là cực tiểu tại $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Do đó $S$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

**Câu 151:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đường thẳng $d:y=mx-m-3$ cắt đồ thị $(C):y=2x^3-3x^2-2$ tại ba điểm phân biệt $A$, $B$, $I(1;-3)$ mà tiếp tuyến với $(C)$ tại $A$ và tại $B$ vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của $S$.

**A.** $-1$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $(d)$: $2x^3-3x^2-2=mx-m-3$

$\Leftrightarrow(x-1)\left(2x^2-x-m-1\right)=0$ (*)

Để đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2x^2-x-m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ 2.1^2-1-m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{-9}{8}\\ m\neq 0\end{cases}$.

Do tiếp tuyến với $(C)$ tại $A$ và tại $B$ vuông góc với nhau nên $k_1.k_2=-1$.

Với $k_1$ là hệ số góc tiếp tuyến với $(C)$ tại $A$, $k_2$ là hệ số góc tiếp tuyến với $(C)$ tại $B$.

Ta có $y'=6x^2-6x\Rightarrow k_1=\left(6x_1^2-6x_1\right);\Rightarrow k_2=\left(6x_2^2-6x_2\right)$.

Do $k_1.k_2=-1$ nên $\left(6x_1^2-6x_1\right)\left(6x_2^2-6x_2\right)=-1\Leftrightarrow 36\left(x_1x_2\right)^2-36x_1x_2\left(x_1+x_2\right)+36x_1x_2+1=0$.

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{1}{2}\\ x_1x_2=-\dfrac{m+1}{2}\end{cases}$

khi đó ta có $\Leftrightarrow 36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)^2-36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)\dfrac{1}{2}+36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)+1=0$

$\Leftrightarrow 9m^2+9m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{6} \\ m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{6} \end{array}\right.$. Vậy $S=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{6}+\dfrac{-3-\sqrt{5}}{6}=-1$.

**Câu 152:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tìm tất cả các giá trị $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2-2m-1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng $120°$.

**A.** $m=-1-\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

**B.** $m=-1-\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$, $m=-1$.

**C.** $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

**D.** $m<-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3+2(m+1)x=2x\left(2x^2+m+1\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2=-m-1 \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow m+1<0 \Leftrightarrow m<-1$.

Khi đó $A(0;-2m-1)$, $B\left(-\sqrt{\dfrac{-m-1}{2}};-\dfrac{(m+1)^2}{4}-2m-1\right)$, $C\left(\sqrt{\dfrac{-m-1}{2}};-\dfrac{(m+1)^2}{4}-2m-1\right)$, là các điểm cực trị của đồ thị.

Ta thấy $AB=AC=\sqrt{-\dfrac{m+1}{2}+\dfrac{(m+1)^4}{16}}$ nên tam giác $ABC$ cân tại $A$.

Từ giả thiết suy ra $\widehat{A}=120°$.

Gọi $H$ là trung điểm $BC$, ta có $H\left(0;-\dfrac{(m+1)^2}{4}-2m-1\right)$

$BH=AH\tan 60° \Leftrightarrow \dfrac{(m+1)^2}{4}.\sqrt{3}=\sqrt{-\dfrac{m+1}{2}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3(m+1)^4}{16}=-\dfrac{m+1}{2} \Leftrightarrow 3(m+1)^3=-8 \Leftrightarrow m=-1-\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

**Câu 153:** **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{2x+1}$.

**A.** $y=2x+2$.

**B.** $y=x+1$.

**C.** $y=2x+1$.

**D.** $y=1-x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

$\square$ $y'=\dfrac{2x^2+2x-4}{(2x+1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow 2x^2+2x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(\Rightarrow y=2) \\ x=-2(\Rightarrow y=-1) \end{array}\right.$.

$\square$ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $M(1;2)$ và $N(-2;-1)$.

$\square$ Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị $M,N$ của đồ thị hàm số đã cho là: $y=x+1$.

Cách khác:

$\square$ Áp dụng tính chất: Nếu $x_0$ là điểm cực trị của hàm số hữu tỷ $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ thì giá trị cực trị tương ứng của hàm số là $y_0=\dfrac{u(x_0)}{v(x_0)}=\dfrac{u'(x_0)}{v'(x_0)}$. Suy ra với bài toán trên ta có phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=\dfrac{\left(x^2+2x+3\right)'}{(2x+1)'}=x+1$.

**Câu 154: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=8^{\cot x}+(m-3).2^{\cot x}+3m-2$ (1) đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$.

**A.** $-9\le m<3$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m\le -9$. **D.** $m<-9$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $2^{\cot x}=t$ vì $x\in\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ suy ra $\cot x\le 1$ nên $0<t\le 2$. Khi đó ta có hàm số: $y=t^3+(m-3)t+3m-2$ (2).

$\Rightarrow y'=3t^2+m-3$.

Để hàm số (1) đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ thì hàm số (2) phải nghịch biến trên $(0;2]$ hay $3t^2+m-3\le 0,\forall t\in(0;2]\Leftrightarrow m\le 3-3t^2,\forall t\in(0;2]$.

Xét hàm số: $f(t)=3-3t^2$, $\forall t\in(0;2]\Rightarrow f'(t)=-6t$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Ta có bảng biến thiên:

| $t$ | 0 | | 2 |
|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | 0 | $-$ | |
| $f(t)$ | 3 | $\searrow$ | $-9$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-9\le f(t)<3,\forall t\in(0;2]$.

Do đó $m\le 3-3t^2,\forall t\in(0;2]\Leftrightarrow m\le -9$.

Chú ý: $t=2^{\cot x}$, $t'=2^{\cot x}.\ln 2.\left(\dfrac{-1}{\sin^2 x}\right)<0$ với mọi $x\in\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ nên $0<t\le 2$ và hàm số $(1)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ tương đương với hàm số $(2)$ nghịch biến trên $(0;2]$.

**Câu 155: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $0$ |

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $0$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{2}$ có hai nghiệm phân biệt $a$ và $b$ (với $a<0$ và $0<b<1$.

Nên, tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ là $\mathbb{R}\setminus\{1;a;b\}$.

Ta có

- $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{2f(x)+3}=-\infty$;
- $\lim\limits_{x\to b^-}\dfrac{1}{2f(x)+3}=+\infty$;
- $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{2f(x)+3}=0$;
- $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{2f(x)+3}=0$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có $2$ đường tiệm cận đứng.

**Câu 156: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Số giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=(4-m^2)x^3+(m-2)x^2+x+m-1$ $(1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng.

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TH1: $4-m^2=0\Leftrightarrow m=\pm 2$.

$m=2$: $(1)\Leftrightarrow y=x+1\Rightarrow$ hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}\Rightarrow m=2$ (nhận).

$m=-2:\ (1)\Leftrightarrow y=-4x^2+x-3$ là hàm số bậc hai nên tăng trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{8}\right)$, giảm trên khoảng $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)\Rightarrow m=-2$ (loại).

TH2: $4-m^2\neq 0$.

$y'=3\left(4-m^2\right)x^2+2\left(m-2\right)x+1$. $\Delta'=\left(m-2\right)^2-3\left(4-m^2\right)=4m^2-4m-8$.

hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\ \Leftrightarrow y'\geq 0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-m^2>0\\ 4m^2-4m-8\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-2;2)\\ m\in[-1;2]\end{cases}\Leftrightarrow m\in[-1;2)$. $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=-1;m=0;\ m=1$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

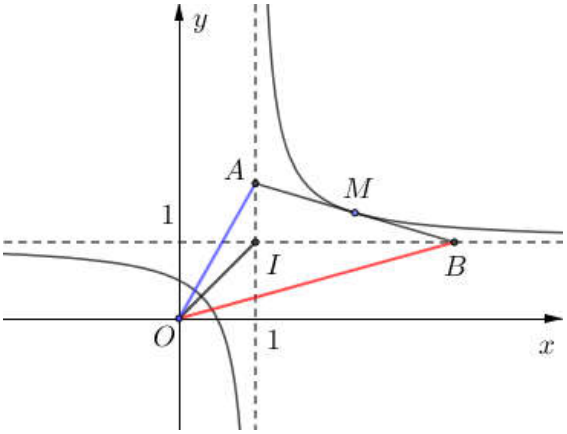
**Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $M(x_0;y_0)$ (với $x_0>1$) là điểm thuộc $(C)$, biết tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}$ (trong đó $O$ là gốc tọa độ, $I$ là giao điểm hai tiệm cận). Tính giá trị của $S=x_0+4y_0$.

**A.** $S=8$. **B.** $S=\dfrac{17}{4}$. **C.** $S=\dfrac{23}{4}$. **D.** $S=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:**




Ta có $y'=\dfrac{-2}{(2x-2)^2}$, TCĐ: $x=1$ $(d_1)$, TCN: $y=1$ $(d_2)$, $I(1;1)$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ có dạng $y=\dfrac{-2}{(2x_0-2)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0-1}{2x_0-2}$

$A=\Delta\cap d_1\Rightarrow A\left(1;\dfrac{x_0}{x_0-1}\right)$, $B=\Delta\cap d_2\Rightarrow B(2x_0-1;1)$. $\overrightarrow{IB}=(2x_0-2;0)$, $\overrightarrow{IA}=\left(0;\dfrac{1}{x_0-1}\right)$.

$S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}.1.IB=8.\dfrac{1}{2}.1.IA\Leftrightarrow IB=8IA\Leftrightarrow|2x_0-2|=8\left|\dfrac{1}{x_0-1}\right|\Leftrightarrow(x_0-1)^2=4$

$\Leftrightarrow x_0=3$ (do $x_0>1$) $\Rightarrow y_0=\dfrac{5}{4}\Rightarrow S=x_0+4y_0=3+4.\dfrac{5}{4}=8$.

**Cách 2:** (Vì $\widehat{OIA}=\widehat{OIB}$)

Ta có $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}OI.IB.\sin\widehat{OIB}=8\dfrac{1}{2}OI.IA.\sin\widehat{OIA}\Leftrightarrow IB=8IA\Leftrightarrow\dfrac{IA}{IB}=\dfrac{1}{8}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại $M$ là $|k|=\dfrac{1}{8}\Rightarrow y'=\dfrac{-2}{(2x-2)^2}=-\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\Rightarrow y=\dfrac{5}{4}\\x=-1\Rightarrow y=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Với $x_0=3, y_0=\dfrac{5}{4}\Rightarrow S=x_0+4y_0=3+5=8$.

**Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+1)x^2+4x+7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của $S$.

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $-1$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=x^2+2(m+1)x+4$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$ thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=(m+1)^2-4>0 \\ |x_1-x_2|=2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ 4(m+1)^2-16=20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ m^2+2m-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=2 \end{array}\right.$$

Vậy tổng cần tìm là $-4+2=-2$.

**Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Tổng bình phương các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=-x-m$ cắt đồ thị $(C): y=\frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ với $AB=\sqrt{10}$ là

**A.** $13$. **B.** $5$. **C.** $10$. **D.** $17$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-2}{x-1}=-x-m$, $x\neq 1$

$\Leftrightarrow x-2=-x^2-mx+x+m \Leftrightarrow g(x)=x^2+mx-2-m=0\,(*)$, $x\neq 1$

$\Delta=m^2-4(-2-m)=m^2+4m+8$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-m+\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \\ x_2=\frac{-m-\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1=\frac{-m-\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \\ y_2=\frac{-m+\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \end{array}\right.$$

Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$, khi đó:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{\left(-\sqrt{m^2+4m+8}\right)^2+\left(\sqrt{m^2+4m+8}\right)^2}=\sqrt{2m^2+8m+16}$$

Mặt khác: $AB=\sqrt{10} \Leftrightarrow 2m^2+8m+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương cần tìm là $(-1)^2+(-3)^2=10$.

**Cách 2:** Cần tìm $m$ để pt $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $1$.

ĐK: $\begin{cases}\Delta = m^2 - 4(-2-m) = m^2 + 4m + 8 > 0 \\ g(1) = -1 \neq 0\end{cases}$ : $\forall m$.

Khi đó: Theo Viét có $\begin{cases}x_1 + x_2 = -m \\ x_1.x_2 = -2 - m\end{cases}$

$A(x_1; -x_1 - m)$, $B(x_2; -x_2 - m)$

$AB = \sqrt{2\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right]} = \sqrt{2(m^2 + 4m + 8)} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 2m^2 + 8m + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = -1 \\ m = -3\end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương cần tìm là $(-1)^2 + (-3)^2 = 10$.

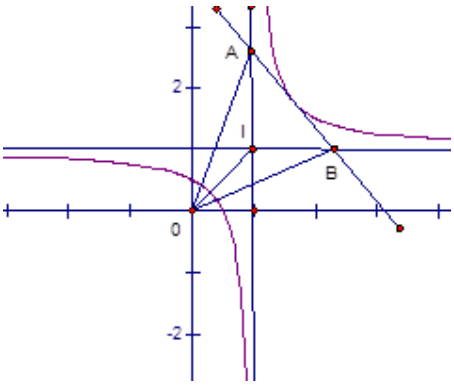
**Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị là $(C)$. Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc $(C)$, biết tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó $O$ là gốc tọa độ, $I$ là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S = x_0 - 4y_0$.

**A.** $S = 2$. **B.** $S = \dfrac{7}{4}$. **C.** $S = \dfrac{13}{4}$. **D.** $S = -2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:**




(Vì $\widehat{OIA} = \widehat{OIB}$)

Ta có $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}OI.IB.\sin\widehat{OIB} = 8\dfrac{1}{2}OI.IA.\sin\widehat{OIA} \Leftrightarrow IB = 8IA \Leftrightarrow \dfrac{IA}{IB} = \dfrac{1}{8}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại $M$ là $|k| = \dfrac{1}{8} \Rightarrow y' = \dfrac{-2}{(2x-2)^2} = -\dfrac{1}{8} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 3 \Rightarrow y = \dfrac{5}{4} \\ x = -1 \Rightarrow y = \dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Với $x_0 = 3, y_0 = \dfrac{5}{4} \Rightarrow S = x_0 - 4y_0 = 3 - 5 = -2$.

**Cách 2:** Ta có $y' = \dfrac{-2}{(2x-2)^2}$, TCĐ: $x = 1$ $(d_1)$, TCN: $y = 1$ $(d_2)$, $I(1;1)$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng $y = \dfrac{-2}{(2x_0-2)^2}(x - x_0) + \dfrac{2x_0 - 1}{2x_0 - 2}$

$A=\Delta\cap d_1\Rightarrow A\left(1;\dfrac{x_0}{x_0-1}\right)$, $B=\Delta\cap d_2\Rightarrow B\left(2x_0-1;1\right)$. $\overrightarrow{IB}=\left(2x_0-2;0\right)$, $\overrightarrow{IA}=\left(0;\dfrac{1}{x_0-1}\right)$.

$S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}.1.IB=8.\dfrac{1}{2}.1.IA\Leftrightarrow IB=8IA\Leftrightarrow\left|2x_0-2\right|=8\left|\dfrac{1}{x_0-1}\right|\Leftrightarrow\left(x_0-1\right)^2=4$

$\Leftrightarrow x_0=3$ (do $x_0>1$) $\Rightarrow y_0=\dfrac{5}{4}\Rightarrow S=x_0-4y_0=3-4.\dfrac{5}{4}=-2$.

**Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\left|x\right|^3-mx+5$, $\left(m>0\right)$ với $m$ là tham số. Hỏi hàm số trên có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y=\left|x\right|^3-mx+5=\begin{cases}x^3-mx+5 & \text{nếu } x\ge 0\\ -x^3-mx+5 & \text{nếu } x<0\end{cases}$

Nên $y'=\begin{cases}3x^2-m & \text{nếu } x>0\\ -3x^2-m & \text{nếu } x<0\end{cases}$.

Bởi thế với $m>0$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\sqrt{\dfrac{m}{3}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | | | $\nearrow$ | |

Như vậy, hàm số chỉ có một điểm cực trị.

**Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^4}{2}-3x^2+\dfrac{5}{2}$, có đồ thị là $\left(C\right)$ và điểm $M\in\left(C\right)$ có hoành độ $x_M=a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a$ để tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại $M$ cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt khác $M$.

**A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'\left(a\right)=2a^3-6a$. Suy ra phương trình tiếp tuyến tại $M$ là

$\Delta: y=\left(2a^3-6a\right)\left(x-a\right)+\dfrac{a^4}{2}-3a^2+\dfrac{5}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $\Delta$ và $\left(C\right)$ là

$x^4-6x^2-2\left(2a^3-6a\right)\left(x-a\right)-a^4+6a^2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(a-x\right)^2=0\\ x^2+2ax+3a^2-6=0,(*)\end{array}\right.$

Để thỏa yêu cầu đề bài khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $a$

$\begin{cases} a^2-3a^2+6>0 \\ 6a^2\neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow a\in\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)\setminus\{\pm 1\}$. Theo yêu cầu đề bài ta tìm được $a=0$.

**Câu 7: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-m}$. Tìm $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$?

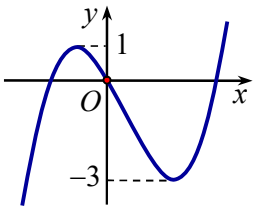
**A.** $\dfrac{1}{2}<m\le 1$. **B.** $m>\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$. Ta có $y'=\dfrac{1-2m}{(x-m)^2}$, $y'<0\ \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}1-2m<0\\ \left[\begin{array}{l} m\le\dfrac{1}{2}\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1$.

**Câu 8: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tham số $m$ để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị?




**A.** $1\le m\le 3$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=3$.

**C.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$. **D.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ là đồ thị $y=f(x)$ tịnh tiến lên trên một đoạn bằng $m$ khi $m>0$, tịnh tiến xuống dưới một đoạn bằng $|m|$ khi $m<0$.

Hơn nữa đồ thị $y=|f(x)+m|$ là:

+) Phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm phía trên trục $Ox$.

**+)** Lấy đối xứng phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm dưới $Ox$ qua $Ox$ và bỏ đi phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm dưới $Ox$.

Vậy để đồ thị hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ xảy ra hai trường hợp:

+) Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía trên trục hoành hoặc có điểm cực tiểu thuộc trục $Ox$ và cực đại dương. Khi đó $m\ge 3$.

+) Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía dưới trục hoành hoặc có điểm cực đại thuộc trục $Ox$ và cực tiểu dương. Khi đó $m\le -1$.

Vậy giá trị $m$ cần tìm là $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

**Câu 9: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $(C_m): y = 2x^3 - (3m+3)x^2 + 6mx - 4$.

Gọi $T$ là tập giá trị của $m$ thỏa mãn $(C_m)$ có đúng hai điểm chung với trục hoành, tính tổng $S$ các phần tử của $T$.

**A.** $S = 7$. **B.** $S = \frac{8}{3}$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = \frac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 6x^2 - 2(3m+3)x + 6m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 2(3m+3)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Để $(C_m)$ có đúng hai điểm chung với trục hoành điều kiện là $(C_m)$ có hai điểm cực trị và một điểm cực trị nằm trên trục hoành:

□ $(C_m)$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 1$.

□ $(C_m)$ có một điểm cực trị nằm trên trục hoành

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y(1) = 0 \\ y(m) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2.1^3 - (3m+3).1^2 + 6m.1 - 4 = 0 \\ 2.m^3 - (3m+3).m^2 + 6m.m - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3m - 5 = 0 \\ m^3 - 3m^2 + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in \left\{-1; 2; \frac{5}{3}\right\}$.

Vậy $T = \left\{-1; 2; \frac{5}{3}\right\}$, nên $S = -1 + 2 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$.

**Câu 10: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(-5;5)$. Tìm $m$ để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm phân biệt $M$ và $N$ sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành ($O$ là gốc tọa độ).

**A.** $m = 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-4}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (3-m)x - 4 - m = 0 \ (1)$

Theo yêu cầu bài toán: $(1)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác $-1$.

$\left\{\begin{array}{l} (3-m)^2 - 4(-4-m) > 0 \\ 1 + (3-m)(-1) - 4 - m \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^2 - 2m + 25 > 0, \forall m$.

Gọi $M(x_1; -x_1 + m)$ và $N(x_2; -x_2 + m)$

tứ giác $OAMN$ là hình bình hành $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_2 - x_1 = -5 \\ x_1 - x_2 = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 5$

$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 25 \Leftrightarrow (m-3)^2 - 4(-4-m) = 25$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 25 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = 0 \end{array}\right.$.

Với $m = 0$ thì đường thẳng $y = -x$ đi qua gốc tọa độ $O$ nên $O, M, N$ thẳng hàng (loại).

Với $m = 2$ thỏa mãn.

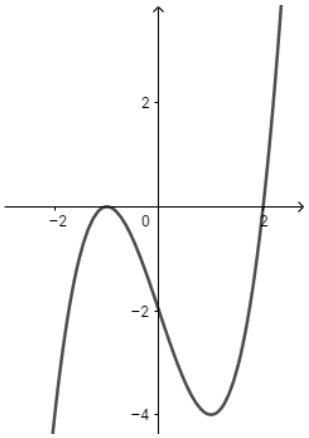
**Câu 11:** **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

**Câu 40 này ở đề bài bị thiếu hình vẽ**

**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.
**B.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.
**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.
**D.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;2)$.

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-2)$.

$$g'(x)\le 0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2-2)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ f'(x^2-2)\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ f'(x^2-2)\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ x^2-2\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ x^2-2\ge 2\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ -2\le x\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ \left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le -2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0\le x\le 2\\ x\le -2\end{array}\right.$$

Như vậy đáp án B, C đều đúng và đáp án A sai. Tương tự chứng minh được đáp án D đúng.

**Câu 12:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$. Với giá trị nào của $m$ thì $f'(x)-6x>0$ với mọi $x>2$.

**A.** $m>\frac{1}{2}$.
**B.** $m<-\frac{1}{2}$.
**C.** $m>1$.
**D.** $m\le 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f'(x)=3x^2-6mx+6m-3$

$f'(x)-6x>0, \forall x>2$

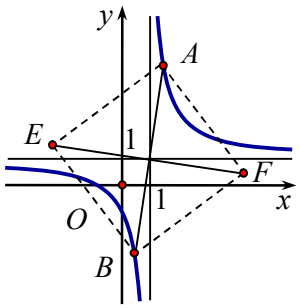
$\Leftrightarrow 3x^2-6mx+6m-3-6x>0, \forall x>2$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1-2x>0,\forall x>2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x-1}{2x-2}>m,\forall x>2$

$\Rightarrow m<\min\limits_{x>2}\dfrac{x^2-2x-1}{2x-2}\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$

**Câu 13:** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Giả sử $A$, $B$ là hai điểm thuộc $(C)$ và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận. Dựng hình vuông $AEBF$. Tìm diện tích nhỏ nhất của hình vuông $AEBF$.




**A.** $S_{\min}=8\sqrt{2}$. **B.** $S_{\min}=4\sqrt{2}$. **C.** $S_{\min}=8$. **D.** $S_{\min}=16$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$.

Gọi $A\left(a;1+\dfrac{2}{a-1}\right)$, $a\neq 1$ là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị $(C)$.

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận, ta có $IA^2=(1-a)^2+\dfrac{4}{(1-a)^2}$.

Theo giả thiết ta có $AEBF$ là hình vuông nên $S_{AEBF}=AE^2\Rightarrow S_{AEBF}$ nhỏ nhất khi $AE^2$ nhỏ nhất. Với $AE=AI\sqrt{2}\Rightarrow AE^2=2AI^2=2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}$.

Mặt khác ta lại có $2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}\geq 2\sqrt{2(1-a)^2.\dfrac{8}{(1-a)^2}}\Leftrightarrow 2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}\geq 8$

Hay $AE^2\geq 8$. Dấu "=" xảy ra khi $(1-a)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=3\end{array}\right.$.

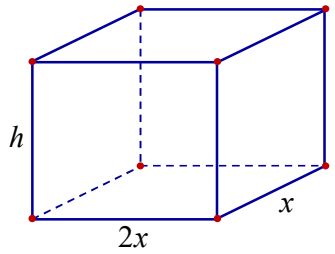
Vậy diện tích hình vuông $AEBF$ nhỏ nhất bằng $8$.

**Câu 14:** **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\ \text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là $300$ nghìn đồng/$\text{m}^2$ (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể(làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

**A.** 75 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 36 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi $x$ là chiều rộng của đáy, $h$ là chiều cao của bể.

Thể tích của khối hộp chữ nhật không nắp bằng $200\ \text{m}^3$ nên ta có

$V = 2x.x.h = 200\ \text{cm}^3 \Rightarrow h = \dfrac{100}{x^2}$.

Diện tích bể nước cần xây là $S = 2x^2 + 6xh = 2x^2 + \dfrac{600}{x} = f(x)$.

$f'(x) = 4x - \dfrac{600}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$. Suy ra $\text{Min}\, f(x) = f\left(\sqrt[3]{150}\right)$.

Chi phí thấp nhất để xây bể là $f\left(\sqrt[3]{150}\right).300.000 \approx$ 51 triệu đồng.

**Câu 15: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | |

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(|x|)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(\lvert x\rvert)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là 3.

**Câu 16: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x} + \sqrt{1+2\sin x} = \dfrac{m}{2}$ có nghiệm thực.

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

**Lời giải**

**Chọn A**

Không mất tính tổng quát ta chỉ xét phương trình trên $[-\pi;\pi]$.

Điều kiện $\begin{cases}1+2\sin x\ge 0\\ 1+2\cos x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$.

Phương trình đã cho tương đương với

$2+2(\sin x+\cos x)+2\sqrt{1+2\cos x}\sqrt{1+2\sin x}=\frac{m^2}{4}\ (*)\ (m>0)$.

Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$ thì $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\le t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$.

Mặt khác, ta lại có $t^2=1+2\sin x\cos x$.

Do đó $(*)\Rightarrow 2+2t+2\sqrt{2t^2+2t-1}=\frac{m^2}{4}$

Xét hàm số $f(t)=2t+2+2\sqrt{2t^2+2t-1}, t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$

$f'(t)=2+\frac{4t+2}{\sqrt{2t^2+2t-1}}>0$

| $t$ | $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ | | $\sqrt{2}$ |
|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | |
| $f(t)$ | $\sqrt{3}+1$ | $\nearrow$ | $4\left(\sqrt{2}+1\right)$ |

Từ bảng biến thiên, ta kết luận rằng phương trình có nghiệm thực khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\sqrt{3}+1\le\frac{m^2}{4}\le 4\left(\sqrt{2}+1\right)\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)}\le m\le 4\sqrt{\sqrt{2}+1}$$

Vậy có $3$ giá trị của $m$.

**Câu 17: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho biết hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại điểm $x=1$, $f(3)=29$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là $2$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

**A.** $f(-2)=4$. **B.** $f(-2)=24$. **C.** $f(-2)=2$. **D.** $f(-2)=16$.

**Lời giải**

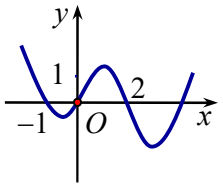
**Chọn B**

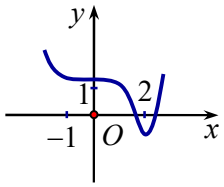
Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$.

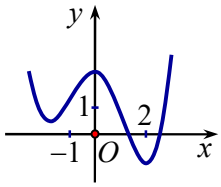
Theo đề bài ta có: $\begin{cases}f'(1)=0\\ f(3)=29\\ f(0)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=-3\\ 9a+3b+c=2\\ c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-9\\ c=2\end{cases}$.

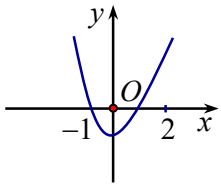
$\Rightarrow f(x)=x^3+3x^2-9x+2\Rightarrow f(-2)=24$.

**Câu 18:** **(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0)=0$ và $f''(x)<0, \forall x \in (-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

**A.** 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(0)=0$; $f''(0)<0, \forall x \in (-1;2)$

$\Rightarrow f'(x)$ là hàm giảm trên khoảng $(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} f'(x)>f'(0), \forall x \in (-1;0) \\ f'(x)<f'(0), \forall x \in (0;2) \end{cases}$

Suy ra $f(x)$ tăng trên khoảng $(-1;0)$, giảm trên khoảng $(0;2)$ và đạt cực đại tại $x=0$.

Chỉ có đáp án C thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 19:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$. Gọi $X$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực $m$ sao cho hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị hai phần tử nhỏ nhất và lớn nhất của $X$ bằng

**A.** $-4$. **B.** $-5$. **C.** $-3$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2m-1+(3m+2)\sin x \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$ (*)

Nếu $m=-\dfrac{2}{3}$ thì (*) không thỏa.

Nếu $m>-\dfrac{2}{3}$ thì $(*) \Leftrightarrow \sin x \le \dfrac{1-2m}{3m+2}, \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{1-2m}{3m+2} \ge 1 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{3}<m \le -\dfrac{1}{5}$.

Nếu $m<-\dfrac{2}{3}$ thì $(*) \Leftrightarrow \sin x \ge \dfrac{1-2m}{3m+2}, \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{1-2m}{3m+2} \le -1 \Leftrightarrow -3 \le m<-\dfrac{2}{3}$.

Ta có $X=\{-3;-2;-1\}$.

Vậy $-3-1=-4$.

**Câu 20:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3x-1$ có đồ thị $(C)$. Từ một điểm bất kì trên đường thẳng nào dưới đây luôn kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đến đồ thị $(C)$.

**A.** $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Lấy bất kì $A(a;0)$. Đường thẳng đi qua $A$ có hệ số góc $k$ có phương trình $y=k(x-a)$ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow k(x-a)=x^3-3x^2+3x-1 \Leftrightarrow (3x^2-6x+3)(x-a)=x^3-3x^2+3x-1$

$\Leftrightarrow x^3-3(1+a)x^2+6ax-3a+1=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2-(1-a)x+3a-1)=0$ có nghiệm kép.

$\Leftrightarrow (x-1)g(x)=0$ có nghiệm kép

Để qua $A$ kẻ được đúng một tiếp tuyến đến $(C)$ thì $\begin{cases}\Delta=0\\ g(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow a=1$

Vậy điểm $A(1;0)$ thuộc đường thẳng $x=1$.

**Câu 21:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị $(C)$. Gọi $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ với $x_A<x_B$ là các điểm thuộc $(C)$ sao cho tiếp tuyến tại $A$, $B$ song song với nhau và $AB=4\sqrt{2}$. Tính $S=3x_A-5x_B$.

**A.** $S=-16$. **B.** $S=16$. **C.** $S=15$. **D.** $S=-9$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=3x^2-3$. Theo đề bài ta có

$y'(x_A)=y'(x_B)\Leftrightarrow 3x_A^2-3=3x_B^2-3\Leftrightarrow x_A^2=x_B^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_A=x_B\\ x_A=-x_B\end{array}\right.\Leftrightarrow x_A=-x_B$ ( do $A$, $B$ phân biệt)

$AB=4\sqrt{2}\Leftrightarrow AB^2=32\Leftrightarrow (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=32$

$\Leftrightarrow 4x_B^2+\left(x_B^3-3x_B+1-x_A^3+3x_A-1\right)^2=32\Leftrightarrow 4x_B^2+\left(x_B^3-3x_B+1-x_A^3+3x_A-1\right)^2=32$

$\Leftrightarrow 4x_B^2+\left(2x_B^3-6x_B\right)^2=32\Leftrightarrow 4x_B^2+4x_B^6-24x_B^4+36x_B^2=32\Leftrightarrow 4x_B^6-24x_B^4+40x_B^2-32=0$

$\Leftrightarrow x_B^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_B=2,x_A=-2\\ x_B=-2,x_A=2\end{array}\right.$. Vậy $x_B=2,x_A=-2$ nên $S=3x_A-5x_B=-16$.

**Câu 22:** **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $(P)$ là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$. Gọi $m_a$ là giá trị để $(P)$ đi qua $B(\sqrt{2};2)$. Hỏi $m_a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $(\sqrt{10};\sqrt{15})$. **B.** $(-2;\sqrt{5})$. **C.** $(-5;\sqrt{2})$. **D.** $(-8;2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^3-2mx=x(x^2-2m)$.

Để hàm số có ba cực trị thì $ab<0\Leftrightarrow -\frac{m}{4}<0\Leftrightarrow m>0$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0,\ y=m^2\\ x=\sqrt{2m},\ y=0\\ x=-\sqrt{2m},\ y=0\end{array}\right.$

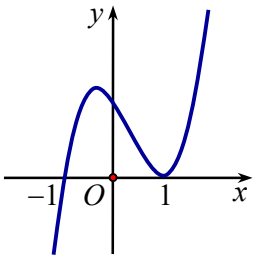
Gọi parabol đi qua điểm $A(0;m^2)$, $B(\sqrt{2m};0)$, $C(-\sqrt{2m};0)$ có dạng: $y=ax^2+bx+c$

Ta có: $\begin{cases} 2ma+\sqrt{2m}b+c=0 \\ 2ma-\sqrt{2m}b+c=0 \\ c=m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{m}{2} \\ b=0 \\ c=m^2 \end{cases}$ hay $y=-\dfrac{m}{2}x^2+m^2$

Theo yêu cầu bài toán parabol đi qua $B\left(\sqrt{2};2\right)$ nên: $2=-\dfrac{m_a}{2}\left(\sqrt{2}\right)^2+m_a^2 \Leftrightarrow m_a^2-m_a-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_a=-1 \\ m_a=2 \end{array}\right.$. Vậy $m_a=2$.

**Câu 23: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.




Tìm tất cả các giá trị của $m$ đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $\left[-1;1\right]$.

**A.** $m>0$. **B.** $m>1$ hoặc $m<0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

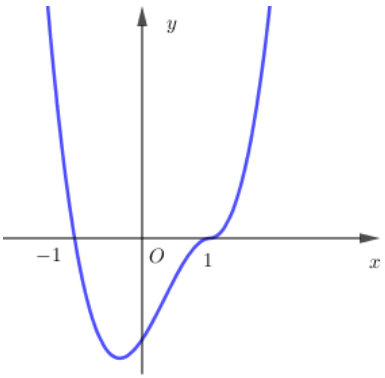
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|=\begin{cases} f\left(x\right)\left(x-1\right) & \text{khi } x\geq 1 \\ -f\left(x\right)\left(x-1\right) & \text{khi } x<1 \end{cases}$ nên hàm số $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|$ có đồ thị:

+) Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x\geq 1$.

+) Lấy đối xứng qua $Ox$ phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x<1$ và bỏ phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x<1$ nằm trên trục $Ox$.




Để đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $\left[-1;1\right]$ thì đường thẳng $y=m^2-m$ nằm hoàn toàn trên trục hoành. Khi đó $m^2-m>0 \Leftrightarrow m>1$ hoặc $m<0$.

**Câu 24: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

**A.** $m=0$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-4\left(1-m^2\right)x=4x\left(x^2-1+m^2\right)$.

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $1-m^2>0\Leftrightarrow -1<m<1$.

Với điều kiện trên thì đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A\left(0;m+1\right)$,

$B\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$, $C\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$.

Tam giác $ABC$ cân tại $A$ nên có diện tích

$S_{ABC}=\frac{1}{2}BC.d\left(A,BC\right)=\frac{1}{2}.2\sqrt{1-m^2}.\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{1-m^2}.\left(1-m^2\right)^2\le 1,\ \forall m\in\left(-1;1\right)$.

Vậy diện tích tam giác $ABC$ lớn nhất khi $m=0$.

**Câu 25: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$?

**A.** $-2<m\le -1$. **B.** $-2\le m\le -1$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $-2<m<2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-m\right\}$. Ta có $y'=\frac{m^2-4}{\left(x+m\right)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$

$\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in\left(-\infty;1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\1\le -m\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le -1$.

**Câu 26: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực $a$, $b$, $c$ thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục $Ox$.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba nên đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và số giao điểm của đồ thị hàm số với trục $Ox$ nhiều nhất là 3.

Theo đề bài ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$

$y\left(-1\right)=a+c-b-1>0$, $y\left(1\right)=a+b+c+1<0$,

Do đó hàm số đã cho có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(-1;1\right)$, $\left(1;+\infty\right)$.

Từ đó suy ra số giao điểm cần tìm là 3.

**Câu 27: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện: $(x+y)xy = x^2+y^2-xy$. Giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}$ là

**A.** 9. **B.** 18. **C.** 16. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $(x+y)xy = x^2+y^2-xy \Leftrightarrow (x+y)xy = (x+y)^2-3xy$ (1)

$\Leftrightarrow (x+y+3)xy = (x+y)^2 \Leftrightarrow xy = \frac{(x+y)^2}{x+y+3}$ (vì nếu $x+y=-3$ thì $0=9$ vô lý)

Đặt $x+y=t$ suy ra $xy = \frac{t^2}{t+3}$.

Dễ thấy $t \neq 0$ vì nếu $t=0$ thì từ (1) cho ta $x=y=0$ trái giả thiết.

Mặt khác: $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{t^2}{t+3} \leq \frac{t^2}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{t+3} \leq \frac{1}{4}$ (Vì $t \neq 0$ nên $t^2>0$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 1 \\ t < -3 \end{array}\right.$.

Khi đó $M = \frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3} = \frac{x^3+y^3}{x^3y^3} = \frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{x^3y^3} = \frac{t^2+6t+9}{t^2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+6t+9}{t^2}$ trên khoảng $(-\infty;-3)\cup[1;+\infty)$

$f'(t) = \frac{-6t-18}{t^3}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Ta có bảng biến thiên:

| $t$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | | | | | $-$ | |
| $f(t)$ | $1$ | ↘ | | | | | $16$ | ↘ | $1$ |
| | | | $0$ | | | | | | |

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số là 16, đạt được khi $t=1 \Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}$.

**Câu 28: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-3)(x^4-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x^2-1)(x^2+1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x+1)\left(x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Dễ thấy $x=1$ là nghiệm kép nên khi qua $x=1$ thì $f'(x)$ không đổi dấu, các nghiệm còn lại $x=\pm\sqrt{3}$, $x=-1$ là các nghiệm đơn nên qua các nghiệm đó $f'(x)$ có sự đổi dấu. Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 cực trị.

**Câu 29:** **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

**A.** $-2<m<-1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 1$. **D.** $-2<m\le -1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty;1) \Leftrightarrow y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}<0$, $\forall x\in(-\infty;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ -m\ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m\le -1$.

Đ/s: $-2<m\le -1$.

**Câu 30:** **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $\sin^4 x+\cos^4 x+\cos^2 4x=m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$.

**A.** $m\le\dfrac{47}{64}$ hoặc $m\ge\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{47}{64}<m<\dfrac{3}{2}$.

**C.** $\dfrac{47}{64}<m\le\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{47}{64}\le m\le\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\sin^4 x+\cos^4 x+\cos^2 4x=m \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x.\cos^2 x+\cos^2 4x=m$.

$\Leftrightarrow 1-\dfrac{\sin^2 2x}{2}+\cos^2 4x=m \Leftrightarrow \dfrac{3}{4}+\dfrac{\cos 4x}{4}+\cos^2 4x=m$.

Đặt $t=\cos 4x$, $t\in[-1;1]$.

Phương trình trở thành $\dfrac{3}{4}+\dfrac{t}{4}+t^2=m$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{t}{4}+t^2, t\in[-1;1]$.

$f'(t)=2t+\dfrac{1}{4}0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{8}$

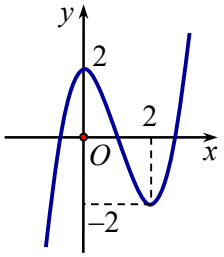
$f\left(-\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{47}{64}$, $f(-1)=\dfrac{3}{2}$, $f(1)=2$.

Phương trình $\sin^4 x+\cos^4 x+\cos^2 4x=m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$.

Khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;1]$.

$\Leftrightarrow \frac{47}{64}<m\le\frac{3}{2}$.

**Câu 31: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới




Phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $a$, 1, $b$ với $-1<a<0$ và $2<b<3$ là hoành độ của ba giao điểm của đồ thị và trục $Ox$.

Ta có $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)+2=0(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x^2+2=a\\x^3-3x^2+2=1\\x^3-3x^2+2=b\end{array}\right.$.

$x^3-3x^2+2=a$ có ba nghiệm phân biệt.

$x^3-3x^2+2=1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

$x^3-3x^2+2=b$ có một nghiệm thực.

Vậy phương trình $(1)$ có 7 nghiệm.

**Câu 32: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\frac{2\cos x-1}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

**A.** $m>1$. **B.** $m>\frac{1}{2}$. **C.** $m\ge\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge1$.

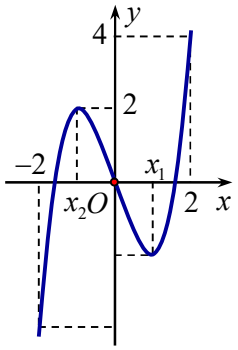
**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $\cos x=t$. Ta có $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$. Vì hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên yêu cầu bài toán tương đương với tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $f(t)=\frac{2t-1}{t-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow y'=\frac{-2m+1}{(t-m)^2}<0$, $\forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2m+1<0\\m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}m\le0\\m\ge1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\ge1$.

**Câu 33:** **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



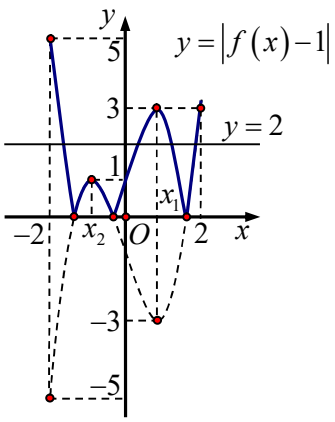

Hỏi phương trình $|f(x)-1|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2;2]$.

**A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

* Từ hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số: $y=|f(x)-1|$.




* Số nghiệm của phương trình $|f(x)-1|=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số: $y=|f(x)-1|$ và đường thẳng $y=2$.

* Dựa đồ thị ta có phương trình $|f(x)-1|=2$ có 4 nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2;2]$.

**Câu 34:** **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2015m+2016}{-x-m}$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của $S$.

**A.** 2017. **B.** 2015. **C.** 2018. **D.** 2016.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2015m+2016}{(x+m)^2}, \forall x\neq -m$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0, \forall x\neq -m$

$\Leftrightarrow -m^2+2015m+2016>0 \Leftrightarrow -1<m<2016$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{0;1;...;2015\}$.

Vậy số phần tử của tập $S$ là $2016$.

**Câu 35: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x+b}{ax-2}$ $(ab \neq -2)$. Biết rằng $a$ và $b$ là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $4$. **C.** $-1$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y' = \dfrac{-2-ab}{(ax-2)^2} \Rightarrow y'(1) = \dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$ nên: $y'(1) = -3 \Leftrightarrow \dfrac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3$.

Mặt khác $A(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-2 = \dfrac{1+b}{a-2} \Leftrightarrow b = -2a+3$.

Khi đó ta có $\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3 \Leftrightarrow -2-a(-2a+3) = -3a^2+12a-12$, $a \neq 2$.

$\Leftrightarrow 5a^2-15a+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2\,(loai) \\ a=1 \end{array}\right.$.

Với $a=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a-3b=-2$.

**Câu 36: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Họ parabol $(P_m): y = mx^2-2(m-3)x+m-2$ $(m \neq 0)$ luôn tiếp xúc với đường thẳng $d$ cố định khi $m$ thay đổi. Đường thẳng $d$ đó đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $(0;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;8)$. **D.** $(1;-8)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $H(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà $(P_m)$ luôn đi qua.

Khi đó ta có: $y_0 = mx_0^2-2(m-3)x_0+m-2 \Leftrightarrow m(x_0^2-2x_0+1)+6x_0-y_0-2=0$, $\forall m \neq 0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2-2x_0+1=0 \\ 6x_0-y_0-2=0 \end{cases}$.

Do $x_0^2-2x_0+1=0$ có nghiệm kép nên $(P_m)$ luôn tiếp xúc với đường thẳng $d: y=6x-2$.

Ta thấy $(0;-2) \in d$.

**Câu 37: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** $A$, $B$ là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$. Khi đó khoảng cách $AB$ bé nhất là?

**A.** $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì $A$, $B$ thuộc hai nhánh của đồ thị $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ nên $A\left(a;2-\dfrac{5}{a+2}\right)$, $B\left(b;2-\dfrac{5}{b+2}\right)$ với $a>-2$, $b<-2$.

Khi đó $AB^2=(a-b)^2.\left[1+\dfrac{25}{(a+2)^2(b+2)^2}\right]=\left[(a+2)+(-b-2)\right]^2.\left[1+\dfrac{25}{(a+2)^2(-b-2)^2}\right]$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$\left[(a+2)+(-b-2)\right]^2\ge 4(a+2)(-b-2)$ $(1)$

$1+\dfrac{25}{(a+2)^2.(-b-2)^2}\ge\dfrac{10}{(a+2)(-b-2)}$ $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $AB^2\ge 40\Rightarrow AB\ge 2\sqrt{10}$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}a+2=-2-b\\1=\dfrac{25}{(a+2)^2(-2-b)^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}-2\\b=-2-\sqrt{5}\end{cases}$

Vậy $AB_{\min}=2\sqrt{10}$.

**Câu 38:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Với giá trị nào của tham số $m$ thì phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

**A.** $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta chứng minh nếu $x_1$, $x_2$, $x_3$ là nghiệm của phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ thì $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=m\\x_1x_2x_3=8\end{cases}$.

Thật vậy $x^3-mx^2-6x-8=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$\Leftrightarrow x^3-mx^2-6x-8=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)x-x_1x_2x_3\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2+x_3=m\\x_1x_2x_3=8\end{cases}$.

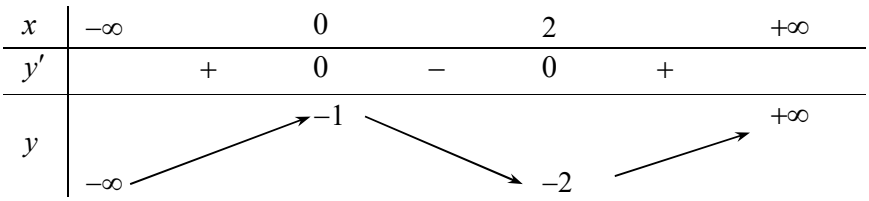
Điều kiện cần: Phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ có ba nghiệm thực $x_1<x_2<x_3$ lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow x_1.x_3=x_2^{\,2}\Leftrightarrow x_1.x_2.x_3=x_2^{\,3}\Leftrightarrow 8=x_2^{\,3}\Leftrightarrow x_2=2$.

Vậy phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ phải có nghiệm bằng $2$.

Thay $x=2$ vào phương trình ta có $m=-3$.

Điều kiện đủ: Thử lại với $m=-3$ ta có $x^3+3x^2-6x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=2\\x=-1\end{array}\right.$ (thỏa yêu cầu bài toán).

**Câu 39:** **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau




Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x)=f(2-x)-2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4;-2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $-2$.

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng $-3$.

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.,\ f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>2\end{array}\right.,\ f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<2 \text{ và } f(0)=-1,\ f(2)=-2.$$

Xét hàm số $g(x)=f(2-x)-2$ ta có $g'(x)=-f'(2-x)$.

Giải phương trình $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x=0\\2-x=2\end{array}\right.$.

Ta có

$$g'(x)>0\Leftrightarrow -f'(2-x)>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0\Leftrightarrow 0<2-x<2\Leftrightarrow 0<x<2.$$

$$g'(x)<0\Leftrightarrow -f'(2-x)<0\Leftrightarrow f'(2-x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<0\\2-x>2\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$$

$$g(0)=f(2-0)-2=f(2)-2=-4.$$

$$g(2)=f(2-2)-2=f(0)-2=-3.$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\nearrow$ | $-4$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ nên I sai.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ nên II sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$ nên III sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$ và $g_{CĐ}=g(0)$ nên IV đúng.

**Câu 40: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị $A$, $B$. Khi $\widehat{AOB}=90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{16}$. **B.** $8$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $16$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y'=\frac{(2x+m)(x-1)-x^2-mx-m^2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-(m+m^2)}{(x-1)^2}$$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A,B$ thì $y'=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1+m+m^2>0\\-1-m-m^2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\forall m\in\mathbb{R}.$$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu là $y_A=2x+m$.

Gọi $x_A;x_B$ là hoành độ của $A$, $B$ khi đó $x_A;x_B$ là nghiệm của $x^2-2x-(m+m^2)$.

Theo định lí Viet ta có $x_A+x_B=2$; $x_A.x_B=-m^2-m$.

$y_A=2x_A+m$; $y_B=2x_B+m$.

$\widehat{AOB}=90^\circ\Rightarrow x_A.x_B+y_A.y_B=0\Leftrightarrow x_Ax_B+4x_Ax_B+2m(x_A+x_B)+m^2=0$

$\Leftrightarrow 5(-m^2-m)+4m+m^2=0\Leftrightarrow -4m^2-m=0\Leftrightarrow m=0;m=-\dfrac{1}{4}$.

Tổng bình phương tất cả các phần tử của $S$ bằng $0^2+\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}$.

**Câu 41: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(a;2)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $a$ để có đúng hai tiếp tuyến

của $(C)$ đi qua điểm $A$ và có hệ số góc $k_1$, $k_2$ thỏa mãn $k_1+k_2+10k_1^2k_2^2=0$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** $7$. **B.** $\frac{7-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=\frac{-2}{(x-1)^2}$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $M\left(t;\frac{t+1}{t-1}\right)$, điều kiện $t\neq 1$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M$ là $y=(x-t)\frac{-2}{(t-1)^2}+\frac{t+1}{t-1}$.

Do tiếp tuyến đi qua $A(a;2)$ nên ta có $2=(a-t)\frac{-2}{(t-1)^2}+\frac{t+1}{t-1}\Rightarrow t^2-6t+3+2a=0 \quad (1)$.

Để $(1)$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'>0\Leftrightarrow 6-2a>0\Leftrightarrow a<3$.

Gọi $t_1$, $t_2$ là hai nghiệm của $(1)$ suy ra $k_1=\frac{-2}{(t_1-1)^2}$ và $k_2=\frac{-2}{(t_2-1)^2}$.

$$k_1+k_2+10k_1^2k_2^2=0\Leftrightarrow \frac{-2}{(t_1-1)^2}+\frac{-2}{(t_2-1)^2}+10\frac{4}{(t_1-1)^4}\cdot\frac{4}{(t_2-1)^4}=0$$

$$\Rightarrow\left[(t_1-1)^2+(t_2-1)^2\right](t_1-1)^2(t_2-1)^2=80$$

$$\Rightarrow\left[(t_1+t_2)^2-2t_1t_2-2(t_1+t_2)+2\right]\left[t_1t_2-t_1-t_2+1\right]^2=80.$$

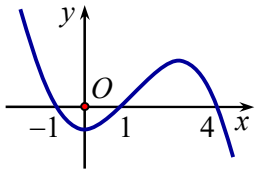
Mặt khác theo Vi-ét có $t_1+t_2=6$ và $t_1t_2=3+2a$.

Thay vào ta có $(20-4a)(2a-2)^2=80\Rightarrow(5-a)(a-1)^2=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=\frac{7\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$.

So với điều kiện, ta được các giá trị của $a$ là $a=0$; $a=\frac{7-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy tổng các giá trị của $a$ là $\frac{7-\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 42:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.




Hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

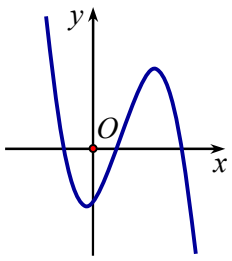
**Chọn C**

$\left(f\left(x^2\right)\right)' = 2x.f'\left(x^2\right)$. Ta có $\left(f\left(x^2\right)\right)' = 0 \Leftrightarrow 2x.f'\left(x^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

**Câu 43: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

**B.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

**C.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

**D.** $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

**Lời giải**

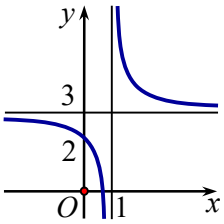
**Chọn B**

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị ta có: hàm số có hai điểm cực trị $\left\{\begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \\ |x_1| < x_2 \end{array}\right.$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$.

Suy ra $\left\{\begin{array}{l} a < 0 \\ d < 0 \\ x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a < 0 \\ d < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{array}\right.$.

**Câu 44: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?




**A.** $-2<m<0$. **B.** $m<-3$. **C.** $0<m<3$. **D.** $m>3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

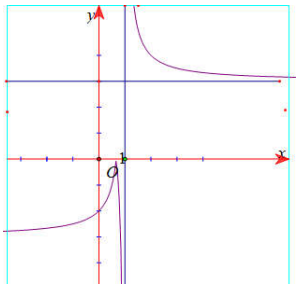
Số nghiệm của phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=\dfrac{|3x-2|}{x-1}$ $(C')$ và đường thẳng $y=m$ $(d)$.

Do $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x\ge\dfrac{2}{3}\\ -\dfrac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x<\dfrac{2}{3}\end{cases}$ nên đồ thị $(C')$ có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x\ge\dfrac{2}{3}$.

Lấy đối xứng qua trục $Ox$ phần đồ thị $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x<\dfrac{2}{3}$.

Hợp của hai phần đồ thị là $(C')$.



Từ đồ thị ta có phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2<m<0$

**Câu 45:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để hàm số $y=x+m\sqrt{x^2-2x+3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $M(a;b;c)$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y'\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow 1+m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$ $(1)$.

Nếu $x=1$ thì $(1)$ luôn thỏa $\forall m$.

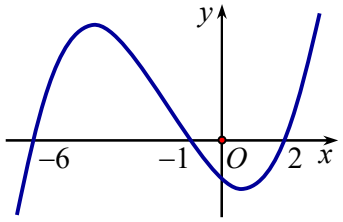
Nếu $x>1$ thì $(1)\Leftrightarrow m\ge-\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1}\Leftrightarrow m\ge-\sqrt{1+\dfrac{2}{(x-1)^2}}\Leftrightarrow m\ge-1$.

Nếu $x<1$ thì $(1)\Leftrightarrow m\le -\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1}\Leftrightarrow m\le \sqrt{1+\dfrac{2}{(x-1)^2}}\Leftrightarrow m\le 1$.

Vậy $-1\le m\le 1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên $m$ cần tìm.

**Câu 46: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y=f(3-x^2)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(2;3)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-6\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$ (cả 3 nghiệm đều là nghiệm đơn)

Ta có: $y'=-2x.f'(3-x^2)$

$$y'=0\Leftrightarrow -2x.f'(3-x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3-x^2=-6\\3-x^2=-1\\3-x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=9\\x^2=4\\x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 3\\x=\pm 2\\x=\pm 1\end{array}\right.$$

(cả 7 nghiệm đều là nghiệm đơn)

Nhận xét: Do $f'(x)$ mang dấu dương khi $x>2$ (ta gọi là miền ngoài cùng) nên $-2x.f'(3-x^2)$ có miền ngoài cũng cũng mang dấu $(-).(-)=(+)$ nên ta có bảng xét dấu $y'=-2x.f'(3-x^2)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x.f'(3-x^2)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Cách 2:** Hàm số $y=f(3-x^2)$ đồng biến khi $y'>0\Leftrightarrow -2xf'(3-x^2)>0\Leftrightarrow 2xf'(3-x^2)<0$.

**TH1:** $\left\{\begin{array}{l}x<0\\f'(3-x^2)>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x<0\\\left[\begin{array}{l}3-x^2>2\\-6<3-x^2<-1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x<0\\x^2<1\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}x<0\\4<x^2<9\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\-3<x<-2\end{array}\right.$

**TH2:** $\begin{cases} x>0 \\ f'\left(3-x^2\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} 3-x^2<-6 \\ -1<3-x^2<2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x^2>9 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ 1<x^2<4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$.

So sánh với đáp án Chọn C

**Cách 3:** Giải trắc nghiệm

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ -6<x<-1 \end{array}\right.$; $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ -1<x<2 \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ ta có $y'=-2xf'\left(3-x^2\right)$.

Hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến khi $y'>0 \Leftrightarrow -2xf'\left(3-x^2\right)>0 \Leftrightarrow 2xf'\left(3-x^2\right)<0$ tức là hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến khi $x$ và $f'\left(3-x^2\right)$ trái dấu.

Dựa vào đồ thị $y=f'(x)$ ta có với $\forall x\in(-1;0)$ thì $f'\left(3-x^2\right)>0$ (do $2<3-x^2<3$ ) nên hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến.

**Câu 47: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm trên mỗi nhánh của đồ thị $(C): y=\dfrac{4x-9}{x-3}$ các điểm $M_1$; $M_2$ để độ dài $M_1M_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng

**A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Lấy $M_1\left(x_1+3;4+\dfrac{3}{x_1}\right)$, $x_1>0$; $M_2\left(x_2+3;4+\dfrac{3}{x_2}\right)$, $x_2<0$

Khi đó $M_1{M_2}^2=\left(x_1-x_2\right)^2\left(1+\dfrac{9}{x_1^2x_2^2}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si ta có $\left(x_1-x_2\right)^2\geq 4\left|x_1x_2\right|$ và $1+\dfrac{9}{x_1^2x_2^2}\geq\dfrac{6}{\left|x_1x_2\right|}$.

Suy ra $M_1{M_2}^2\geq 24\Rightarrow M_1M_2\geq 2\sqrt{6}$.

Độ dài $M_1M_2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{6}$ khi $\begin{cases} x_1=-x_2 \\ x_1^4=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{3} \\ x_2=-\sqrt{3} \end{cases}$.

**Câu 48: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đ một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đ một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

**A.** 2225000 đ. **B.** 2250000 đ. **C.** 2200000 đ. **D.** 2100000 đ.

**Lời giải**

**Chọn B**

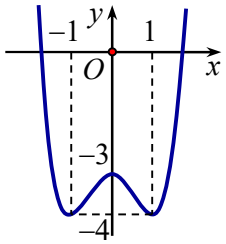
Gọi số căn hộ bỏ trống là $2x$ (với $0\leq x\leq 25$) thì giá cho thuê căn hộ là $2000+100x$ (nghìn đồng). Khi đó thu nhập là $f(x)=(2000+100x)(50-2x)$

Ta có $f(x)=\frac{1}{50}(2000+100x)(2500-100x)\le \frac{1}{50}.\left(\frac{4500}{2}\right)^2$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Vậy số căn hộ cho thuê là $45$, với giá $2250$ nghìn đồng, tức $2250000$ đồng.

**Câu 49: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có $6$ nghiệm phân biệt:

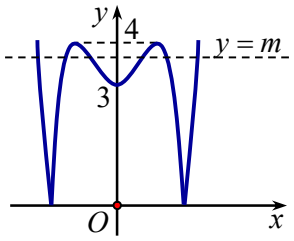



**A.** $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có được bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm trên trục hoành, lấy đối xứng phần dưới trục hoành qua trục hoành.




Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có $6$ nghiệm khi $3<m<4$.

**Câu 50: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Tổng giá trị lớn nhất $M$ và giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$ có dạng $a-b\sqrt{c}$ với $a$ là số nguyên và $b$, $c$ là các số nguyên dương.

Tính $S=a+b+c$.

**A.** $4$. **B.** $-2$. **C.** $-22$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

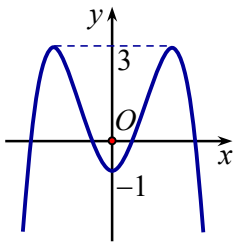
Xét hàm $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ ta có $f'(x)=\frac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}$

Xét $f'(x)=0\Rightarrow f'(x)=\frac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}=0\Leftrightarrow 2x^2-6x+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Ta có: $f(0)=-12$; $f(1)=-5\sqrt{5}$ ; $f(2)=-8\sqrt{2}$ ; $f(3)=-3\sqrt{13}$

Vậy $m=-12$ ; $M=-3\sqrt{13}\Rightarrow a+b+c=4$.

**Câu 51: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:




Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2$ là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2\Rightarrow 1-f(x)=2+2f(x)\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{3}$

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ tại bốn điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

**Câu 52: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}(C)$ và điểm $A(0;m)$. $S$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để từ $A$ kẻ được 2 tiếp tuyến đến $(C)$ sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm hai phía trục hoành. Tập $S$ là

**A.** $S=\left(-3;\dfrac{1}{2}\right)\setminus\{1\}$. **B.** $S=(-2;+\infty)$. **C.** $S=(-3;+\infty)\setminus\{1\}$. **D.** $S=\left(-\dfrac{2}{3}+\infty\right)\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$. Phương trình đường thẳng qua $A(0;m)$ có hệ số góc $k$

$d: y=k(x-0)+m$. $d$ là tiếp tuyến $\Leftrightarrow$ hệ $\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-1}=kx+m\\ k=\dfrac{-3}{(x-1)^2}\end{cases}$ có nghiệm.

Thay $k=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$ vào $\dfrac{x+2}{x-1}=kx+m$ ta được $(m-1)x^2-2(m+2)x+m+2=0\ (1)$.

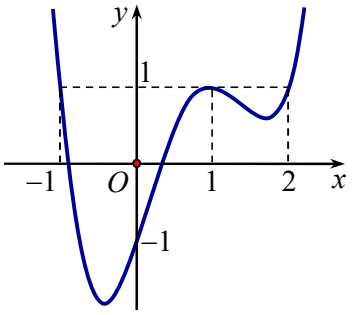
Để kẻ được 2 tiếp tuyến thì $(1)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ khác

$1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=3m+6>0\\ m\neq 1\\ m-1-2(m+2)+m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-2\\ m\neq 1\end{cases}$.

Hai tiếp điểm tương ứng nằm hai phía trục hoành khi $y(x_1).y(x_2)<0$

$\frac{x_1+2}{x_1-1}.\frac{x_2+2}{x_2-1}<0 \Leftrightarrow \frac{P+2S+4}{P-S+1}<0 \Leftrightarrow \frac{9m+6}{-3}<0 \Leftrightarrow m>-\frac{2}{3}$. Vậy $\begin{cases} m>-\frac{2}{3} \\ m\neq 1 \end{cases}$.

**Câu 53: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau




Đặt $g(x)=f(x)-x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $g'(x)=f'(x)-1$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy $\forall x\in(1;2)$ thì $f'(x)<1 \Leftrightarrow g'(x)<0$ và $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ nên hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

**Câu 54: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-mx-4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ là

**A.** $(-\infty;-3]$. **B.** $(-\infty;-4]$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;5)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+6x-m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ thì $y'\geq 0,\ \forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\geq 0, \forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow m\leq 3x^2+6x, \forall x\in(-\infty;0)$.

Đặt $g(x)=3x^2+6x$, hàm số $g(x)$ có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\Leftrightarrow m\leq 3x^2+6x, \forall x\in(-\infty;0) \Leftrightarrow m\leq -3$.

**Câu 55: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=|x+3|+\frac{1}{x+1}$, gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số. Giá trị của $S$ bằng

**A.** $S=\frac{9}{2}$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=\frac{7}{2}$. **D.** $S=4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y=|x+3|+\frac{1}{x+1}=\begin{cases}x+3+\frac{1}{x+1} & \text{nếu } -3\le x\ne -1\\ -x-3+\frac{1}{x+1} & \text{nếu } x<-3\end{cases}$.

$y'=\begin{cases}1-\frac{1}{(x+1)^2} & \text{nếu } -3<x\ne -1\\ -1-\frac{1}{(x+1)^2} & \text{nếu } x<-3\end{cases}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-\frac{1}{2}$ | ↗ | $0$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ |
| | | | | | | | $-\infty$ | | | | |

Từ bảng biến thiên suy ra tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số là $S=-\frac{1}{2}+0+4=\frac{7}{2}$.

**Câu 56: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ ($m$ là tham số thực). Gọi $k_1$, $k_2$ là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của $d$ và $(C)$. Khi đó $k_1.k_2$ bằng

**A.** 3. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=\frac{x+1}{x+2}\Rightarrow y'=\frac{1}{(x+2)^2}$.

Hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$ là nghiệm của phương trình:

$\frac{x+1}{x+2}=-2x+m-1\Leftrightarrow 2x^2+(6-m)x+3-m=0$. $(1)$ ( luôn có hai nghiệm phân biệt).

Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $(1)$ thì $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{1}{2}(m-6)\\ x_1x_2=\frac{1}{2}(3-2m)\end{cases}$.

Khi đó hệ số góc $k_1=y'(x_1)=\frac{1}{(x_1+2)^2}$, $k_2=y'(x_2)=\frac{1}{(x_2+2)^2}$.

Nên $k_1.k_2=\dfrac{1}{\left[\left(x_1+2\right)\left(x_2+2\right)\right]^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{2}-m+m-6+4\right)^2}=4$.

**Câu 57: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left(2m-3\right)x-\left(3m+1\right)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y=\left(2m-3\right)x-\left(3m+1\right)\cos x\Rightarrow y'=2m-3+\left(3m+1\right)\sin x$.

Hàm số $y=\left(2m-3\right)x-\left(3m+1\right)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow\left(3m+1\right)\sin x\ge 3-2m\ \ (1)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=-\dfrac{1}{3}$ ta có $(1)\Leftrightarrow 0.\sin x\ge 3+\dfrac{2}{3}$ (vô lý). Do đó $m=-\dfrac{1}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $m>-\dfrac{1}{3}$ ta có $(1)\Leftrightarrow \sin x\ge\dfrac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\dfrac{3-2m}{1+3m}\le -1\Leftrightarrow\dfrac{4+m}{1+3m}\le 0$.

$\Leftrightarrow\dfrac{4+m}{1+3m}\le 0\Leftrightarrow -4\le m<-\dfrac{1}{3}$.

+ Với $m<-\dfrac{1}{3}$ ta có $(1)\Leftrightarrow \sin x\le\dfrac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\dfrac{3-2m}{1+3m}\ge 1$.

$\Leftrightarrow\dfrac{2-5m}{1+3m}\ge 0\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}<m\le\dfrac{2}{5}$.

Mặt khác $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{0;-1;-2;-3;-4\right\}$

Vậy có 5 giá trị của $m$ thỏa mãn bài ra.

**Câu 58: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ vuông ($O$ là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $m^2\in\left(5;7\right)$. **B.** $m^2\in\left(3;5\right)$. **C.** $m^2\in\left(1;3\right)$. **D.** $m^2\in\left(0;1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=4x^3-2x=2x\left(2x^2-1\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ | | $0$ | | $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\dfrac{41}{4}$ | $\nearrow$ | $-10$ | $\searrow$ | $-\dfrac{41}{4}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=m^2\ge 0$ luôn phía trên trục hoành

Nên nó luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt $A$, $B$.

Gọi $A\left(\sqrt{a};m^2\right)$ và $B\left(-\sqrt{a};m^2\right)$ là giao điểm của hai đồ thị đã cho, với $a>0$

Ta có

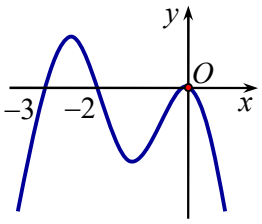
❍ $A\in(C)\Leftrightarrow a^2-a-10=m^2\ (1)$

❍ Tam giác $OAB$ cân tại $O$ nên tam giác $OAB$ vuông tại $O\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow m^4=a\quad(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $\Leftrightarrow m^8-m^4-m^2-10=0\Leftrightarrow t^4-t^2-t-10=0$, với $t=m^2>0$.

$\Leftrightarrow (t-2)\left(t^3+2t^2+3t+5\right)=0\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow m^2=2\in(1;3)$.

**Câu 59: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $R$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Câu 60: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của $m$ để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của $S$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6(2m+1)x+12m+5$.

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2;+\infty)$ khi $y'\ge 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

$3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$ với $x\in(2;+\infty)$.

$g'(x)=\dfrac{3x^2-6x+1}{12(x-1)^2}>0$ với $\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow$ hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Do đó $m\le g(x),\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow m\le g(2)\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{12}$.

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của $m$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 61: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+6x^2+2$ có đồ thị $(C)$ và điểm $M(m;2)$. Gọi $S$ là tập các giá trị thực của $m$ để qua $M$ kẻ được đúng hai tiếp tuyến với đồ thị $(C)$. Tổng các phần tử của $S$ là

**A.** $\dfrac{12}{3}$. **B.** $\dfrac{20}{3}$. **C.** $\dfrac{19}{3}$. **D.** $\dfrac{23}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f'(x)=-3x^2+12x$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0;y_0)$ có dạng: $(\Delta):y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Do tiếp tuyến qua $M(m;2)$ nên ta có:

$2=(-3x_0^2+12x_0)(m-x_0)+(-x_0^3+6x_0^2+2)\Leftrightarrow 2x_0^3-(3m+6)x_0^2+12mx_0=0\ (1)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\2x_0^2-(3m+6)x_0+12m=0\ (2)\end{array}\right.$

Để kẻ được đúng hai tiếp tuyến từ $M$ thì phương trình $(1)$ có 2 nghiệm.

Trường hợp 1: Phương trình $(2)$ có nghiệm kép khác $0$.

Ta có: $\begin{cases}(3m+6)^2-4.2.12m=0\\2.0^2-(3m+6).0+12m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-60m+36=0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\\m=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Trường hợp 2: Phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt và có một nghiệm bằng $0$.

Ta có: $\begin{cases}(3m+6)^2-4.2.12m>0\\m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-60m+36>0\\m=0\end{cases}\Leftrightarrow m=0$.

Vậy các giá trị thỏa yêu cầu bài toán là $\left\{0;\dfrac{2}{3};6\right\}$.

Do đó, tổng các giá trị bằng $0+\dfrac{2}{3}+6=\dfrac{20}{3}$.

**Câu 62: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$f(x)=x^3-3x^2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(\lvert x\rvert)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(\lvert x\rvert)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $0<-m<4 \Leftrightarrow -4<m<0$

$m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1\}$.

Vậy có $3$ giá trị của $m$ thỏa mãn bài ra.

**Câu 63:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó $m$ thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có tâm đối xứng là điểm uốn $I(1;-1)$.

Yêu cầu đề bài tương đương với đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ đi qua $I$

$\Leftrightarrow -1=3m-1+6m-3 \Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$.

**Câu 64:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

**A.** $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=2^{(x-1)^2}\geq 1$. Khi đó phương trình trở thành:

$$t^2-2m.t+3m-2=0 \Leftrightarrow (2t-3)m=t^2-2 \Leftrightarrow m=\frac{t^2-2}{2t-3} \qquad (1)$$

($t=\frac{3}{2}$ không là nghiệm của phương trình)

Xét hàm $f(t)=\frac{t^2-2}{2t-3}$, $t\in[1;+\infty)\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$. Ta có:

$f'(t)=\frac{2t^2-6t+4}{(2t-3)^2}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $t$ | $1$ | | $\frac{3}{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $1$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

Phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(1)$ hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác $\frac{3}{2} \Leftrightarrow m>2$.

**Câu 65: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2)g(x)+2018$ với $g(x)<0;\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

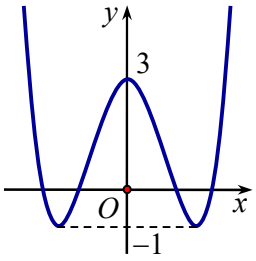
Ta có

$y'=-f'(1-x)+2018=-\left[1-(1-x)\right]\left[(1-x)+2\right]g(1-x)-2018+2018=-x(3-x)g(1-x)$.

Suy ra: $y'(x)<0\Leftrightarrow x(3-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>3\end{array}\right.$ (do $g(1-x)<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$)

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**Câu 66: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $\left|x^4-8x^2+12\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt là



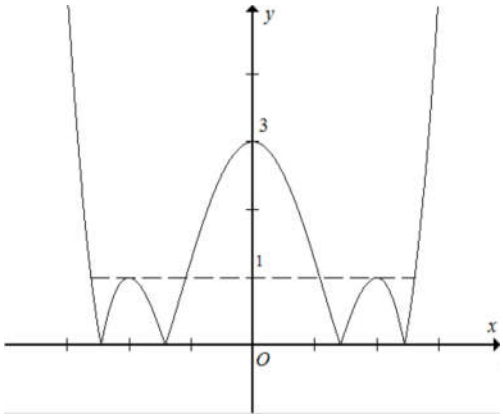

**A.** 3. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\left|x^4-8x^2+12\right|=m\Leftrightarrow\left|\frac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|=\frac{m}{4}$ (*).

Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|$:




Suy ra để phương trình (*) có $8$ nghiệm phân biệt thì ta phải có $0<\frac{m}{4}<1\Leftrightarrow 0<m<4$.

Suy ra các giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $1,\ 2,\ 3$.

Do đó tổng các giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là bằng $6$.

**Câu 67: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Gọi $m_1$, $m_2$ là các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là $B$, $C$ sao cho tam giác $OBC$ có diện tích bằng $2$, với $O$ là gốc tọa độ. Tính $m_1m_2$.

**A.** $-15$. **B.** $12$. **C.** $6$. **D.** $-20$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=6x^2-6x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=m-1\Rightarrow B(0;m-1)\\ x=1\Rightarrow y=m-2\Rightarrow C(1;m-2)\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{OB}=(0;m-1)\\ \overrightarrow{OC}=(1;m-2)\end{array}\right.$

$\Rightarrow S_{OBC}=\frac{1}{2}\left|0.(m-2)-(m-1).1\right|=\frac{1}{2}|m-1|$.

Bài ra $S_{OBC}=2\Rightarrow\frac{1}{2}|m-1|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\ m=-3\end{array}\right.\Rightarrow m_1m_2=-15$.

**Câu 68: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-(1-m)x+2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:** Hàm số xác định khi $\left\{\begin{array}{l}x\geq -1\\ f(x)=x^2-(1-m)x+2m>0\end{array}\right.$.

Ta có $1+\sqrt{x+1}>0$ với mọi $x\geq -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) > 0 \\ \dfrac{S}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ \dfrac{1-m}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 5 + 2\sqrt{6} \\ m < 5 - 2\sqrt{6} \end{array}\right. \\ m > -2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5 - 2\sqrt{6}.$$

Do $m$ nguyên nên $m \in \{-1; 0\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.

**Cách 2:** Theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 . x_2 = 2m \end{cases}$

Cần có $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 > -1 \\ x_2 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 + 2 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 1 > 0 \\ 1 - m + 2 > 0 \\ 2m + 1 - m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 5 + 2\sqrt{6} \\ m < 5 - 2\sqrt{6} \end{array}\right. \\ m > -2 \\ m < 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 < m < 5 - 2\sqrt{6}$

Do $m$ nguyên nên $m \in \{-1; 0\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.

**Câu 69: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị $(C)$. Biết đồ thị $(C)$ có hai điểm phân biệt $M$, $N$ và tổng khoảng cách từ $M$ hoặc $N$ tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó $MN$ có giá trị bằng

**A.** $MN = 4\sqrt{2}$. **B.** $MN = 6$. **C.** $MN = 4\sqrt{3}$. **D.** $MN = 6\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Giả sử $M = \left(m; \dfrac{4m-3}{m-3}\right) \in (C)$, với $m \neq 3$.

- Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 4$.

Do đó tổng khoảng cách từ $M$ đến hai tiệm cận là

$$d = |m-3| + \left|\frac{4m-3}{m-3} - 4\right| = |m-3| + \frac{9}{|m-3|} \geq 2.\sqrt{|m-3|.\frac{9}{|m-3|}} = 6$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|m-3| = \dfrac{9}{|m-3|} \Leftrightarrow (m-3)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3 = 3 \\ m-3 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \\ m = 0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} M = (6;7) \\ M = (0;1) \end{array}\right.$. Một cách tương tự ta có các điểm $\left[\begin{array}{l} N = (6;7) \\ N = (0;1) \end{array}\right.$.

Do $M$, $N$ phân biệt nên $MN = 6\sqrt{2}$.

**Câu 70: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0) = 0$, $f'(x) \leq 10$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị lớn nhất mà $f(3)$ có thể đạt được.

**A.** 30. **B.** 10. **C.** 60. **D.** 20.

**Lời giải**

**Chọn A**

Cách 1: Ta có:

$f'(x)\le 10,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x\le\int_0^3 10\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(3)-f(0)\le 30\Leftrightarrow f(3)\le 30$.

Vậy giá trị lớn nhất mà $f(3)$ có thể đạt được là 30.

**Cách 2:** Xét hàm số $g(x)=f(x)-10x$ có $g'(x)=f'(x)-10\le 0$ nên hàm số không đồng biến trên $[0;3]$, do đó $g(3)\le g(0)=f(0)-10.0=0\Leftrightarrow f(3)-30\le 0\Leftrightarrow f(3)\le 30$.

**Câu 71:** **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2-m^2x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A$, $B$ sao cho ba điểm $O$, $A$, $B$ thẳng hàng, trong đó $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m=0$. **B.** $m=\sqrt{3}$. **C.** $m=\sqrt[3]{24}$. **D.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=2x^2-mx-m^2$

Đồ thị hàm số có hai cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$

$\Leftrightarrow\Delta=9m^2>0\Leftrightarrow m\ne 0$. Khi đó $x_1=m$, $x_2=-\frac{m}{2}$.

Suy ra $A\left(m;-\frac{5}{6}m^3+2\right)$, $B\left(-\frac{m}{2};\frac{7}{24}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OA}=\left(m;-\frac{5}{6}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{m}{2};\frac{7}{24}m^3+2\right)$

Ta có ba điểm $O$, $A$, $B$ thẳng hàng khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ cùng phương $\Rightarrow\frac{m}{-\frac{m}{2}}=\frac{-\frac{5}{6}m^3+2}{\frac{7}{24}m^3+2}$

$\Leftrightarrow -2\left(\frac{7}{24}m^3+2\right)=-\frac{5}{6}m^3+2\Leftrightarrow m^3=24\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{24}$.

Cách khác: Có thể thực hiện phép chia đa thức $y$ cho $y'$ để tìm phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $d:y=-\frac{3}{4}m^2x-\frac{m^3}{12}+2$, cho $O(0;0)$ thuộc $d$ ta cũng được $\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{24}$.

**Câu 72:** **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2+1$. Hỏi có bao nhiêu số thực $m$ để hàm số có cực trị và các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thuộc các trục tọa độ.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Đề nghị sửa đề:**

**(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2+1$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số có cực trị và điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thuộc các trục tọa độ.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

- Trường hợp 1: $m=0$.

  Ta có: $y=-x^2+1$. Khi đó đồ thị hàm số có một điểm cực đại $(0;1)$ nằm trên $Oy$. Nên nhận $m=0$.

- Trường hợp 2: $m\neq 0$. Ta có:

  $y'=4mx^3-2(m+1)x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{m+1}{2m}\end{array}\right.$.

  + Nếu $\dfrac{m+1}{2m}\le 0\Leftrightarrow -1\le m<0$. Khi đó đồ thị hàm số có một điểm cực trị $(0;1)$ thuộc $Oy$ nên nhận $-1\le m<0$.

  + Nếu $\dfrac{m+1}{2m}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-1\end{array}\right.$. Khi đó, đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

  Do đó yêu cầu đề bài tương đương $y\left(\pm\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}}\right)=0$

  $\Leftrightarrow m\dfrac{(m+1)^2}{4m^2}-(m+1)\dfrac{m+1}{2m}+1=0\Leftrightarrow m=1$ (nhận).

  Vậy $\left[\begin{array}{l}-1\le m\le 0\\m=1\end{array}\right.$ nên có các giá trị nguyên của $m$ là $-1$; $0$; $1$.

**Câu 73:** **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\left|x^3-mx+1\right|$. Gọi $S$ là tập tất cả các số tự nhiên $m$ sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. Tìm tổng các phần tử của $S$.

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 10.

**Lời giải**

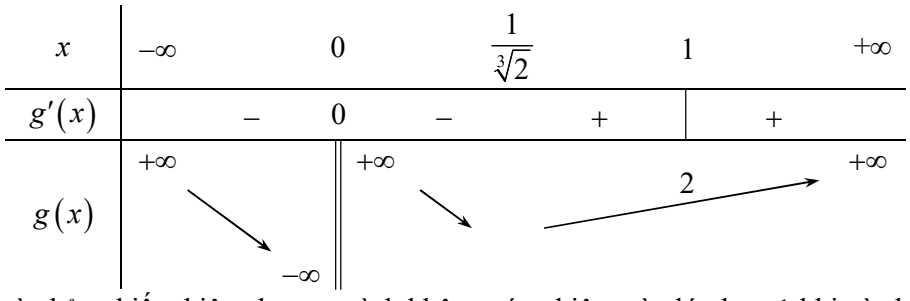
**Chọn A**

**Cách 1:** Nhận xét: Do đồ thị hàm số $y=\left|x^3-mx+1\right|$ được vẽ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị hàm $(C):y=f(x)=x^3-mx+1$ ở phía trên $Ox$, rồi lật phần đồ thị $(C)$ ở phía dưới $Ox$ qua $Ox$ nên để hàm số $y=\left|x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ khi và chỉ khi phương trình $x^3-mx+1=0$ $(*)$ không có nghiệm nào lớn hơn 1.

Ta có: $(*)\Leftrightarrow x^3+1=mx\Leftrightarrow m=x^2+\dfrac{1}{x}=g(x)$.

Xét hàm $g(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$ trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, ta có: $g'(x)=2x-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{2x^3-1}{x^2}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Bảng biến thiên:




Dựa vào bảng biến thiên phương trình không có nghiệm nào lớn hơn 1 khi và chỉ khi $m \le 2$.

Mặt khác $m \in \mathbb{N}$ nên $m \in \{0;1;2\}$.

Vậy $\sum = 0+1+2 = 3$.

**Cách 2:** Ta có $y = \left|x^3 - mx + 1\right| = \sqrt{\left(x^3 - mx + 1\right)^2}$, suy ra $y' = \dfrac{x^3 - mx + 1}{\left|x^3 - mx + 1\right|}.\left(3x^2 - m\right)$

Để hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $g(x) = \left(x^3 - mx + 1\right)\left(3x^2 - m\right) \ge 0, \forall x \ge 1$ $(*)$.

Với $m = 0$ ta có $g(0) = \left(x^3 + 1\right).3x^2 > 0, \forall x \ge 1$.

Với $m > 0$. Do $m \in \mathbb{N} \Rightarrow (*)$ luôn có 1 nghiệm là $\sqrt{\dfrac{m}{3}}$. Ta chú ý $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

Do vậy, điều kiện cần để $g(x) \ge 0, \forall x \ge 1$ là $\sqrt{\dfrac{m}{3}} \le 1 \Rightarrow m \le 3$.

Với $m = 1$, $m = 2$ thay vào $(*)$ kiểm tra BXD thấy đúng $\Rightarrow$ nhận $m = 1$; $m = 2$.

Với $m = 3$ thì $g(x) = \left(x^3 - 3x + 1\right)\left(3x^2 - 3\right)$ có một nghiệm $x_0 > 1$. Suy ra trên đoạn $[1;x_0]$ thì $g(x) < 0$ nên trái yêu cầu bài toán.

Do đó $S = \{0;1;2\}$.

Vậy tổng các phần tử của $S$ là 3.

**Câu 74:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4 - 6mx^2 + m^2\right) = 16$. Số phần tử của $S$ là

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Cách 1: Hàm số $f(x) = x^4 - 6mx^2 + m^2$ xác định và liên tục trên $[-2;1]$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 3m \end{array}\right.$.

Tính $f(0) = m^2$, $f(1) = 1 - 6m + m^2$, $f(-2) = 16 - 24m + m^2$.

Nhận xét: $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4 - 6mx^2 + m^2\right) = 16$ suy ra $f(0) = m^2 \in [0;16] \Leftrightarrow m \in [-4;4]$

Khi đó $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4 - 6mx^2 + m^2\right) = 16 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 = 16 \\ 16 - 24m + m^2 = 16 \\ 1 - 6m + m^2 = 16 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \pm 4 \\ m = 0 \\ m = 24 \\ m = 3 \pm 2\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Thử lại:

Với $m=0$, ta có $f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(-2)=16 \Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

Với $m=4$, ta có $f(0)=16$, $f(1)=-7$, $f(-2)=-64 \Rightarrow m=4$ thỏa mãn.

Với $m=-4$, ta có $f(-2)=128>16 \Rightarrow m=-4$ không thỏa mãn.

Với $m=3-2\sqrt{6}$, ta có $f(-2)=36\sqrt{6}-23>16 \Rightarrow m=3-2\sqrt{6}$ không thỏa mãn.

Như vậy ta được $m=0$, $m=4$ thỏa mãn bài toán.

Cách 2: Đặt $t=x^2$. Khi $x\in[-2;1]$, ta có tập giá trị của $t$ là $[0;4]$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Tìm tập hợp tham số $m$ sao cho $\max\limits_{[0;4]}\left(t^2-6mt+m^2\right)=16$.

Xét $f(t)=t^2-6mt+m^2$, ta có: $f'(t)=2t-6m=0 \Leftrightarrow t=3m$.

TH1: Nếu $3m\le 0 \Leftrightarrow m\le 0$: Khi đó $\max\limits_{[0;4]} f(t)=f(4)=16-24m+m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0(n) \\ m=24(l) \end{array}\right.$

TH2: Nếu $0\le 3m\le 4 \Leftrightarrow 0\le m\le \dfrac{4}{3}$.

Khi đó $\max\limits_{[0;4]} f(t)=f(4)=16-24m+m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0(n) \\ m=24(l) \end{array}\right.$.

Hoặc $\max\limits_{[0;4]} f(t)=f(0)=m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4(l) \\ m=4(l) \end{array}\right.$.

TH3: Nếu $3m\ge 4 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{4}{3}$. Khi đó $\max\limits_{[0;4]} f(t)=f(0)=m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4(l) \\ m=4(n) \end{array}\right.$.

Kết luận: $m\in\{0;4\}$

**Câu 75:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số hàm số $y=\dfrac{1}{3}\left(m^2-m\right)x^3+2mx^2+3x-2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=\left(m^2-m\right)x^2+4mx+3$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

- Với $m=0$ ta có $y'=3>0$ với $\forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
- Với $m=1$ ta có $y'=4x+3>0 \Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{4} \Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.
- Với $\begin{cases} m\ne 1 \\ m\ne 0 \end{cases}$ ta có $y'\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m>0 \\ \Delta'=m^2+3m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right. \\ -3\le m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le m<0$.

Tổng hợp các trường hợp ta được $-3\le m\le 0$.

$m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn bài ra.

**Câu 76:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3+m$ có đồ thị $(C)$ và điểm $I(1;1)$. Biết rằng có hai giá trị của tham số $m$ (kí hiệu $m_1$, $m_2$ với $m_1<m_2$)

sao cho hai điểm cực trị của $(C)$ cùng với $I$ tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\sqrt{5}$. Tính $P = m_1 + 5m_2$.

**A.** $P = 2$. **B.** $P = \frac{5}{3}$. **C.** $P = -\frac{5}{3}$. **D.** $P = -2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$.

Khi đó $\frac{y}{y'} = \frac{x}{3} - \frac{m}{3} + \frac{-2x}{y'}$ do đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $(C)$ là $y = -2x$ hoặc $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m = (x - m)^3 + m - 3x$.

Lại có: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3m^2 = 3 \Leftrightarrow (x - m)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = m - 1 \Rightarrow y_1 = -2m + 2 \\ x_2 = m + 1 \Rightarrow y_2 = -2m - 2 \end{array}\right.$.

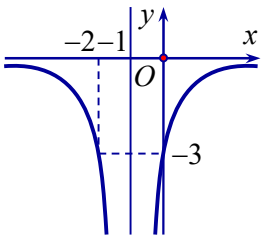
Gọi $A(m - 1; -2m + 2)$, $B(m + 1; -2m - 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$ do đó $AB$ là đường kính của đường tròn

do đó $\widehat{AIB} = 90°$ hay $AI \perp BI \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (m - 2)m + (-2m + 1)(-2m - 3) = 0$

$\Leftrightarrow 5m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = \frac{3}{5} \end{array}\right.$.

Vậy $m_1 = -1$, $m_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow P = m_1 + 5m_2 = 2$.

**Câu 77:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, ($a$, $b$, $c$, $d \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, $d \neq 0$) có đồ thị $(C)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Biết $(C)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2$. Tiếp tuyến của $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ với trục hoành có phương trình là




**A.** $x - 3y + 2 = 0$. **B.** $x + 3y + 2 = 0$. **C.** $x + 3y - 2 = 0$. **D.** $x - 3y - 2 = 0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có $f'(x) = \frac{(ad - bc)^2}{(cx + d)^2}$.

Ta có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $f(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{b}{d} = 2 \Leftrightarrow b = 2d$. Từ đồ thị $y = f'(x)$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng nên $-\frac{d}{c} = -1 \Leftrightarrow d = c \Rightarrow f'(x) = \frac{ad - 2d^2}{(dx + d)^2} = \frac{a - 2d}{d(x + 1)^2}$.

Mặt khác ta lại có đồ thị $y=f'(x)$ đi qua điểm $(-2;-3)$ nên

$f'(-2)=-3 \Rightarrow \dfrac{a-2d}{d}=-3 \Leftrightarrow a=-d$.

Vậy $f(x)=\dfrac{-dx+2d}{dx+d}=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Đồ thị $(C)$ cắt trục $Ox$ tại điểm $(2;0)$ và $f'(2)=-\dfrac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ và trục $Ox$ là $y=-\dfrac{1}{3}(x-2) \Leftrightarrow x+3y-2=0$.

**Câu 78:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho $(P): y=x^2$ và $A\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. Gọi $M$ là một điểm bất kì thuộc $(P)$. Khoảng cách $MA$ bé nhất là

**A.** $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:** Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M\left(t;t^2\right)$, $t \in \mathbb{R}$.

$MA=\sqrt{(t+2)^2+\left(t^2-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{t^4+4t+\dfrac{17}{4}}$.

Đặt: $f(t)=t^4+4t+\dfrac{17}{4} \Rightarrow f'(t)=4t^3+4$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | | ↘ | $\dfrac{5}{4}$ | ↗ | |

Suy ra: $f(t) \geq \dfrac{5}{4} \Rightarrow AM \geq \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

Vậy: khoảng cách $MA$ bé nhất bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ khi $M(-1;1)$.

**Cách 2:** Gọi $M\left(m;m^2\right) \in (P)$. Tiếp tuyến $(\Delta)$ của $(P)$ tại $M\left(m;m^2\right)$ có phương trình:

$$y=2m(x-m)+m^2 \Leftrightarrow 2mx-y-m^2=0.$$

Ta có $(AM)_{\min}=d(A;\Delta)$. Khi đó $AM \perp (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{u}$, với $\vec{u}=(1;2m)$ là VTCP của $(\Delta)$, $\overrightarrow{AM}=\left(m+2;m^2-\dfrac{1}{2}\right)$.

Suy ra: $1.(m+2)+2m\left(m^2-\dfrac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow m=-1$. Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

Vậy $(AM)_{\min}=\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 79:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

**A.** 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:** Ta có: $y' = 4m^2x^3 - 4(4m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0,\ \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow 4m^2x^3 - 4(4m-1)x \geq 0,\ \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow m^2x^2 - (4m-1) \geq 0,\ \forall x \in (1;+\infty).$ $(*)$

- Trường hợp 1: $m = 0$. Ta có: $(*) \Leftrightarrow 1 \geq 0,\ \forall x \in (1;+\infty)$ (đúng) nên nhận $m = 0$.
- Trường hợp 2: $m \neq 0$. Ta có:

  $(*) \Leftrightarrow \dfrac{4m-1}{m^2} \leq x^2,\ \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{4m-1}{m^2} \leq 1 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 2-\sqrt{3} \\ m \geq 2+\sqrt{3} \end{array}\right.$

  Mà $m$ nguyên, $m \in (-10;10)$, kết hợp với nhận $m = 0$ ta được

  $m \in \{-9;-8;...;0;4;5;...;9\}$. Vậy có 16 giá trị.

**Cách 2:**

- Với $m = 0$, hàm số trở thành $y = 2x^2 + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$, do đó $m = 0$ thỏa mãn.
- Với $m \neq 0$, hàm số đã cho làm hàm số trùng phương với hệ số $a = m^2 > 0$.

  $y' = 4m^2x^3 - 4(4m-1)x = 4x\left(m^2x^2 - 4m + 1\right),\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{4m-1}{m^2} \end{array}\right.$.

  Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì phương trình $x^2 = \dfrac{4m-1}{m^2}$ vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ sao cho $-1 \leq x_1 < x_2 \leq 1$

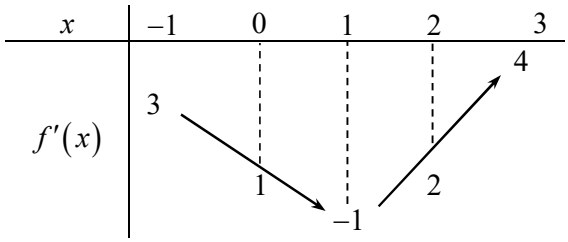
  $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4m-1 \leq 0 \\ \begin{cases} 4m-1 > 0 \\ \sqrt{\dfrac{4m-1}{m^2}} \leq 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq \dfrac{1}{4} \\ \begin{cases} m > \dfrac{1}{4} \\ -m^2 + 4m - 1 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{4} < m \leq 2-\sqrt{3} \\ m \geq 2+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

  Vậy điều kiện để hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $m \in \left(-\infty;2-\sqrt{3}\right] \cup \left[2+\sqrt{3};+\infty\right)$.

  Vì $m$ nguyên, $m \in (-10;10)$ nên $m \in \{-9;-8;...;0;4;5;...;9\}$.

Vậy có 16 giá trị.

**Câu 80:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \dfrac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng




**A.** $(2;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $g(x)=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ thì $g'(x)=-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1$.

Ta có $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$

- TH1: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2 \Leftrightarrow 2<1-\frac{x}{2}<3 \Leftrightarrow -4<x<-2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;-2)$.
- TH2: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2 \Leftrightarrow -1<1-\frac{x}{2}<a<0 \Leftrightarrow 2<2-2a<x<4$ nên hàm số chỉ nghịch biến trên khoảng $(2-2a;4)$, chứ không nghịch biến trên toàn khoảng $(2;4)$.

Vậy hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên $(-4;-2)$.

✍ **Chú ý:** Từ trường hợp 1 ta có thể chọn đáp án D nhưng cứ xét tiếp trường hợp 2 xem thử.

**Câu 81:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm $a$ để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

**A.** 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

**Lời giải**

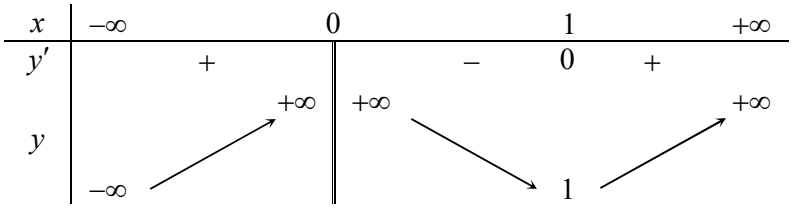
**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+(a+10)x^2-x+1=0 \Leftrightarrow \frac{x^3-x+1}{x^2}=-a-10$, $x\neq 0$

Xét hàm số $y=\frac{x^3-x+1}{x^2}$, $x\neq 0$.

Ta có: $y'=\frac{x^3+x-2}{x^3}=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên:




Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm thì $-a-10<1 \Leftrightarrow a>-11$

Mà $a$ là số nguyên âm nên $a\in\{-10;-9;...;-1\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của $a$

**Câu 82:** **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là $500.000$ đồng$/\text{m}^2$. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

**A.** Chiều dài $20\text{m}$ chiều rộng $10\text{m}$ chiều cao $\frac{5}{6}\text{m}$.

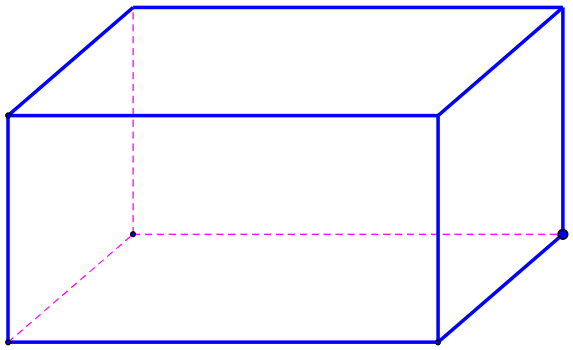
**B.** Chiều dài $10\text{m}$ chiều rộng $5\text{m}$ chiều cao $\frac{10}{3}\text{m}$.

**C.** Chiều dài $30\text{m}$ chiều rộng $15\text{m}$ chiều cao $\frac{10}{27}\text{m}$.

**D.** Một đáp án khác.

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi chiều dài bằng $2x(\text{m}); x>0$, chiều cao bằng $y(\text{m}); y>0$.

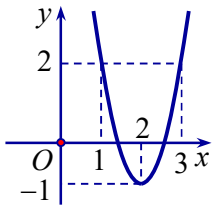
Ta có $2x^2y=\frac{500}{3}$. Suy ra $y=\frac{500}{6x^2}$.

Khi đó diện tích cần xây dựng bằng

$$2x^2+6xy=2x^2+6x.\frac{500}{6x^2}=2x^2+\frac{500}{x}=2x^2+\frac{250}{x}+\frac{250}{x}\geq 3\sqrt[3]{2\times 250^2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $2x^2=\frac{250}{x}\Leftrightarrow x=5$.

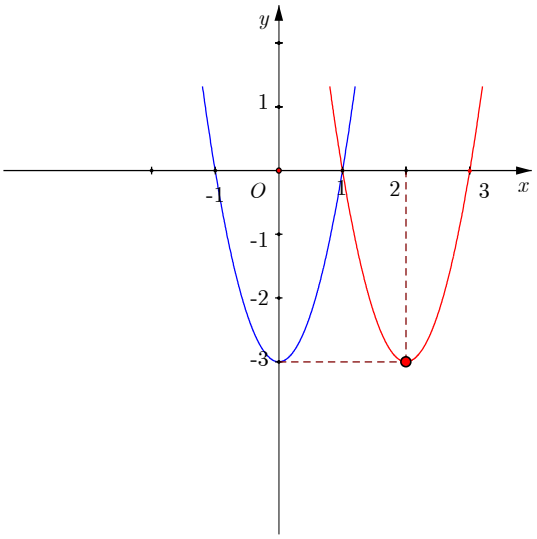
**Câu 83:** **----------HẾT----------** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?




**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Từ đồ thị hàm số $y=f'(x-2)+2$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ (đường màu đỏ) bằng cách tịnh tiến xuống dưới $2$ đơn vị.

Suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (đường màu xanh) bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ sang trái $2$ đơn vị.

Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 84:** **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Một người bán buôn Thanh Long Đỏ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá $20000$ nghìn/kg thì mỗi tuần có $90$ khách đến mua và mỗi khách mua trung bình $60$ kg. Cứ tăng giá $2000$ nghìn/kg thì khách mua hàng tuần giảm đi $1$ và khi đó khách lại mua ít hơn mức trung bình $5$ kg, và như vậy cứ giảm giá $2000$ nghìn/kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm $1$ và khi đó khách lại mua nhiều hơnmức trung bình $5$ kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là $2200$ nghìn /kg. (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

**A.** $16000$ nghìn/kg. **B.** $24000$ nghìn/kg. **C.** $22000$ nghìn/kg. **D.** $12000$ nghìn/kg.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $2000x$ nghìn /kg là mức giá thay đổi tăng hoặc giảm so với giá bán bình quân.

Giá bán sau khi thay đổi là $20000+2000x$ nghìn /kg.

Số lượng người mua sau khi thay đổi giá là $90-x$.

Khối lượng khách mua trung bình sau khi giảm giá là $60-5x$ kg.

Số tiền thuế phải nộp sau khi thay đổi giá: $2200(90-x)(60-5x)$.

Số tiền thu được sau khi thay đổi giá là

$T(x)=(90-x)(60-5x)(20000+2000x)-2200(90-x)(60-5x)$

$=(17800+2000x)(90-x)(60-5x)=(10x^3-931x^2+1722x+96120).1000$.

Điều kiện $\begin{cases} x\le 90 \\ x\le 12 \\ x\ge 8,9 \end{cases} \Leftrightarrow 8,9\le x\le 12$.

Ta có $T'(x)=(30x^2-1862x+1722).1000$.

$T'(x)=0\Leftrightarrow 15x^2-931x+861=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x\approx 0,94\,(N)\\ x\approx 61,13\,(L)\end{array}\right.$.

$T\left(\frac{89}{10}\right)=T(12)=0$, $T(0,94)=96924000$

Do đó $x\approx 1$ thì lợi nhuận cao nhất.

Do đó giá bán tốt nhất là $22000$ nghìn /kg.

**Câu 85: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục $Ox$ có diện tích phần nằm phía trên trục $Ox$ và phần nằm phía dưới trục $Ox$ bằng nhau. Giá trị của $m$ là

**A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=3x^2-6x+3m$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x+m=0$.

$\Delta'=1-m$;

Để có diện tích phần trên và phần dưới thì hàm số phải có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m<1$.

Mặt khác $y''=6x-6$.

$y''=0\Rightarrow x=1\Rightarrow y=4m-3$.

Hàm số bậc ba có đồ thị nhận điểm uốn là trục đối xứng. Do đó, để diện tích hai phần bằng nhau thì điểm uốn phải nằm trên trục hoành.

Vậy $4m-3=0\Leftrightarrow m=\frac{3}{4}$ (thỏa $m<1$).

**Câu 86: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+(m-2)x^2+(2m+3)x+1$. Giá trị nguyên lớn nhất của $m$ để hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0;3]$ là

**A.** $2$. **B.** $-2$. **C.** $-1$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$y'=x^2+2(m-2)x+2m+3$.

Hàm số nghịch biến trên $[0;3]$ khi và chỉ khi $y'\le 0$, $\forall x\in[0;3]$

$\Leftrightarrow x^2+2(m-2)x+2m+3\le 0$, $\forall x\in[0;3]\Leftrightarrow 2m\le\frac{-x^2+4x-3}{x+1}$, $\forall x\in[0;3]$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{-x^2+4x-3}{x+1}$ trên $[0;3]$.

$g'(x)=\frac{-x^2-2x+7}{(x+1)^2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow -x^2-2x+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+2\sqrt{2}\in(0;3)\\ x=-1-2\sqrt{2}\notin(0;3)\end{array}\right.$.

$g(0)=-3$; $g(3)=0$; $g(-1+2\sqrt{2})=6-4\sqrt{2}$.

$2m \le \dfrac{-x^2+4x-3}{x+1},\ \forall x \in [0;3] \Leftrightarrow 2m \le \min\limits_{[0;3]} \dfrac{-x^2+4x-3}{x+1} = -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{2}$.

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=-2$.

**Câu 87: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y=g(x)=f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau:

I. Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

II. Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

III. Hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị.

IV. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} g(x)=f(9)$.

Số phát biểu đúng là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)=2x.x^4(x^2-9)(x^2-4)^2$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(9)$ | $\nearrow$ | $f(0)$ | $\searrow$ | $f(9)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$, đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(9)$ tại $x=\pm 3$ và có 3 điểm cực trị. Tức là các phát biểu I, II, IV là đúng còn phát biểu III sai. Do đó chọn đáp án **C.**

**Câu 88: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đạt cực trị tại các điểm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1\in(-1;0)$, $x_2\in(1;2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** $a<0$, $b>0$, $c>0$, $d<0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c>0$, $d<0$.

**C.** $a>0$, $b>0$, $c>0$, $d<0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c<0$, $d<0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$ nên suy ra $a<0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số đạt cực trị tại các điểm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1\in(-1;0)$, $x_2\in(1;2)$ nên suy ra $y'$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1.x_2<0$ và $x_1+x_2>0$ (do $x_1<0<x_2$ và $|x_2|>|x_1|$).

Từ đó, theo Vi-et ta có $\begin{cases}\dfrac{-2b}{3a}>0\\ \dfrac{c}{3a}<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b>0\\ c>0\end{cases}$ (do $a<0$). Vậy A là đáp án đúng.

Bình luận: Không nên cho $d<0$ ở mọi đáp án. Dẫn đến giả thiết "Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm" là giả thiết thừa.

**Câu 89:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số $m$ để hàm số $y=x^4-2mx^2-3m+1$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)\Leftrightarrow y'\ge 0\ \ \forall x\in(1;2)\Leftrightarrow x^2\ge m\ \ \forall x\in(1;2)$.

Xét hàm số $f(x)=x^2$, $x\in(1;2)$. Ta có $f'(x)=2x>0\ \ \forall x\in(1;2)$.

Do đó $m\le f(1)=2$. Vậy số giá trị nguyên không âm của tham số $m$ là $m=\{0;1;2\}$.

**Câu 90:** **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2$; $-1$, $0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2$; $-1$, $0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x)=0$ có đúng ba nghiệm bội lẻ là $-2$; $-1$, $0$.

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có $y'=(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=-2\\ x^2-2x=-1\\ x^2-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=0\\ x=2\end{array}\right..$$

Khi đó $y'=0$ có ba nghiệm bội lẻ $0$; $1$; $2$ nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ chỉ có ba điểm cực trị.

**Câu 91:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$, gọi $d$ là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng $d$ cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1;y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2;y_2)$. Gọi $S$ là tập hợp các số $m$ sao cho $x_2+y_1=-5$. Tính tổng bình phương các phần tử của $S$.

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y=1-\dfrac{3}{x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$

Ta có $x=m-2\Rightarrow y=1-\dfrac{3}{m}\ (m\neq 0)$

Phương trình tiếp tuyến $d$ : $y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m}$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1$ và tiệm cận đứng $x=-2$.

Tọa độ điểm $A$ là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m} \\ x=-2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=1-\dfrac{6}{m} \\ x=-2 \end{cases}$ nên $y_1=1-\dfrac{6}{m}$

Tọa độ điểm $B$ là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m} \\ y=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=2m-2 \end{cases}$ nên $x_2=2m-2$

Suy ra $x_2+y_1=2m-\dfrac{6}{m}-1=-5\Leftrightarrow 2m^2+4m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right.$

Vậy tổng bình phương các phần tử của $S$ là $1^2+(-3)^2=10$.

**Câu 92:** **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\cos x}\right|$.

**A.** $\sqrt{2}-1$. **B.** $2\sqrt{2}+1$. **C.** $\sqrt{2}+1$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y=\left|\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\cos x}\right|=\left|\sin x+\cos x+\dfrac{1+\sin x+\cos x}{\sin x.\cos x}\right|$.

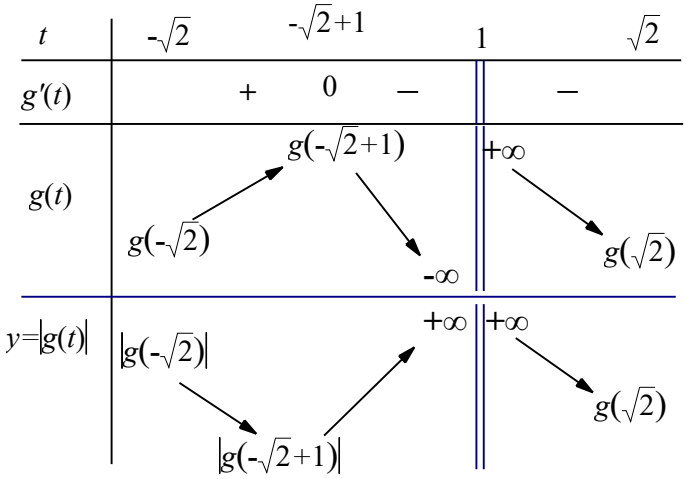
Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right), t\in\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]\setminus\{1\}, \sin x.\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$.

Suy ra $y=\left|t+\dfrac{1+t}{\dfrac{t^2-1}{2}}\right|=\left|t+\dfrac{2}{t-1}\right|$.

Xét hàm số $g(t)=t+\dfrac{2}{t-1}$, $g'(t)=1-\dfrac{2}{(t-1)^2}=\dfrac{(t-1)^2-2}{(t-1)^2}$, $g'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\sqrt{2}+1(l) \\ t=-\sqrt{2}+1(\text{t/m}) \end{array}\right.$.

$g\left(\sqrt{2}\right)=3\sqrt{2}+2>0,\ g\left(-\sqrt{2}\right)<0,\ g\left(-\sqrt{2}+1\right)=-2\sqrt{2}+1<0$

Ta có bảng biến thiên




Dựa vào bảng biến thiên suy ra $y_{\min}=\left|y\left(-\sqrt{2}+1\right)\right|=2\sqrt{2}-1$.

**Câu 93: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-|m|x+4}{x-|m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là $A$, $B$. Tìm số giá trị $m$ sao cho ba điểm $A$, $B$, $C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng.

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{|m|\}$.

Ta có $y=\dfrac{x^2-|m|x+4}{x-|m|}=x+\dfrac{4}{x-|m|}$.

$y'=1-\dfrac{4}{\left(x-|m|\right)^2}$, $\forall x\in D$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+|m|\\x=-2+|m|\end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực trị là $B\left(2+|m|;4+|m|\right)$, $A\left(-2+|m|;-4+|m|\right)$.

$\overrightarrow{AB}=(4;8)$, $\overrightarrow{AC}=\left(6-|m|;6-|m|\right)$.

Ba điểm $A$, $B$, $C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}\\6-|m|\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6-|m|=4k\\6-|m|=8k\\6-|m|\neq 0\end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy không có giá trị $m$ nào thỏa mãn.

**Câu 94: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x)=M$.

**A.** 2. **B.** 0. **C.** –1. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+3}=\sqrt{(x-1)^2+2}\geq\sqrt{2}$ Ta có $g(t)=4t+3-t^2$ với $t\in\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

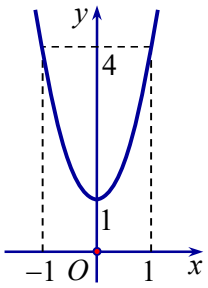
Có $g'(t)=4-2t$; $g'(t)=0 \Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(t)$ | $4\sqrt{2}+1$ | $\nearrow$ | $7$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy $\max\limits_{[\sqrt{2};+\infty)} g(t)=\max f(x)=7$ khi $t=2$ hay $x^2-2x-1=0$ nên tích hai nghiệm bằng $-1$.

**Câu 95: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị là $(C)$. Biết rằng đồ thị $(C)$ đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ




Tính giá trị $H=f(4)-f(2)$.

**A.** $H=58$. **B.** $H=51$. **C.** $H=45$. **D.** $H=64$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do $f(x)$ là hàm số bậc ba nên $f'(x)$ là hàm số bậc hai.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ thì $f'(x)$ có dạng $f'(x)=ax^2+1$ với $a>0$. Đồ thị đi qua điểm $A(1;4)$ nên $a=3$ vậy $f'(x)=3x^2+1$.

Vậy $H=f(4)-f(2)=\int\limits_2^4 f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_2^4\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=58$.

**Câu 96: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}$ nhỏ hơn $2$.

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn A**

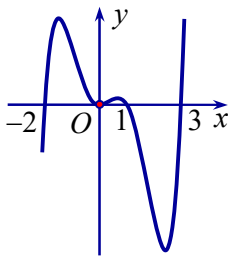
Ta có $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow y\cos x+2y=m\sin x+1\Leftrightarrow m\sin x-y\cos x=2y-1$ $(*)$

$(*)$ có nghiệm khi $m^2+y^2\geq(2y-1)^2\Leftrightarrow 3y^2-4y+1-m^2\leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2-\sqrt{1+3m^2}}{3}\leq y\leq\dfrac{2+\sqrt{1+3m^2}}{3}\Rightarrow y_{\max}=\dfrac{2+\sqrt{1+3m^2}}{3}<2\Leftrightarrow\sqrt{1+3m^2}<4\Leftrightarrow m^2<5$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;2;1\}$. Vậy có $5$ giá trị của $m$ thỏa ycbt.

**Câu 97:** **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.




Hàm số $g(x)=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$;

$f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$; $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\1<x<3\end{array}\right.$.

Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'(x^2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1\\x^2=3\\x^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

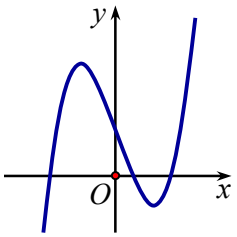
Ta có $f'(x^2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x^2<1\\x^2>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-1<x<1\\x\neq0\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{3}\\x<-\sqrt{3}\end{array}\right.\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x^2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

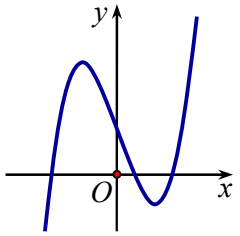
Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x)=f(x^2)$ có 5 điểm cực trị.

**Câu 98:** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f(|x|)+2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 5. **B.** 3.
**C.** 2. **D.** 4.

**Câu 99:** **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.




Hỏi hàm số $y=f(|x|)+2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Cách 1: Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ ta thấy $f(x)$ có hai cực trị dương nên hàm số $y=f(|x|)$ lấy đối xứng phần đồ thị hàm số bên phải trục tung qua trục tung ta được bốn cực trị, cộng thêm giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(|x|)+2018$ với trục tung nữa ta được tổng cộng là 5 cực trị.

Cách 2: Ta có: $y=f(|x|)+2018=f\left(\sqrt{x^2}\right)+2018$.

Đạo hàm: $y'=f'\left(\sqrt{x^2}\right)\left(\sqrt{x^2}\right)'=\frac{x}{\sqrt{x^2}}.f'(|x|)$.

Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ suy ra $f'(x)$ cùng dấu với $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$ với $x_1<0$, $0<x_2<x_3$.

Suy ra: $f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x|-x_1)(|x|-x_2)(|x|-x_3)$.

Do $|x|-x_1>0$ nên $y'=f'\left(\sqrt{x^2}\right)\left(\sqrt{x^2}\right)'=\frac{x}{\sqrt{x^2}}f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x|-x_2)(|x|-x_3).\frac{x}{\sqrt{x^2}}$.

Vậy hàm số $y=f(|x|)+2018$ có 5 cực trị.

**Câu 100:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Giá trị $m$ để hàm số $y=\frac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ là

**A.** $m\le 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $m>2$.

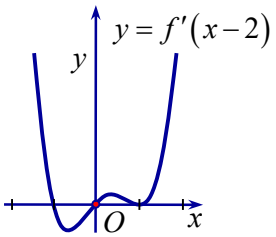
**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=\cot x$, Với $x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$. $y'_{(x)}=y'_{(t)}.t'_{(x)}$ mà $t'=\frac{-1}{\sin^2 x}<0$, $\forall x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ nên

YCBT $\Leftrightarrow y'_{(t)}>0$, $\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\frac{-m+2}{(t-m)^2}>0$, $\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} -m+2>0 \\ m\notin(0;1) \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

**Câu 101:** **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x-2)$ có đồ thị như hình dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là




**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ là phép tịnh tiến của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ sang phải một đơn vị. Khi đó hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | $f(-3)$ | ↘ | $f(-2)$ | ↗ | $f(-1)$ | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta có số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là $2$.

**Câu 102:** ----------HẾT----------**(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$.

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn D**

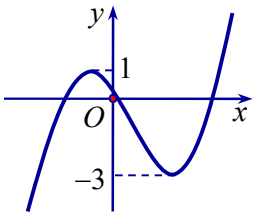
Tập xác định của hàm số là $D=(-2;+\infty)\setminus\{2\}$.

Ta có:

- $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.
- $\lim\limits_{x\to (-2)^+} y=\lim\limits_{x\to (-2)^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}=\lim\limits_{x\to (-2)^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{-x-2}=\lim\limits_{x\to (-2)^+}\dfrac{-1}{\sqrt{x+2}}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.
- $\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả $3$ đường tiệm cận.

**Câu 103:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị.

**A.** $m\ge 3$ hoặc $m\le -1$. **B.** $m\ge 1$ hoặc $m\le -3$. **C.** $m=3$ hoặc $m=-1$. **D.** $1\le m\le 3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+m$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng cách tịnh tiến theo phương của trục tung $\left|m\right|$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ bằng cách giữ nguyên phần không âm của đồ thị $y=g\left(x\right)$, sau đó lấy đối xứng đối xứng phần $g\left(x\right)<0$ qua trục hoành.

Vì vậy dựa vào đồ thị của $f\left(x\right)$ để $y=\left|g\left(x\right)\right|$ có ba điểm cực trị khi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+m$ cắt trục hoành tại một hoặc hai điểm.

Giả sử $f\left(x\right)$ đạt cực đại tại $x_1$ với $f\left(x_1\right)=1$ và đạt cực tiểu tại $x_2$ với $f\left(x_2\right)=-3$. Khi đó đồ thị hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+m$ cắt trục hoành tại một hoặc hai điểm khi $g\left(x_1\right).g\left(x_2\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow \left[f\left(x_1\right)+m\right]\left[f\left(x_2\right)+m\right]\ge 0\ \left(1+m\right)\left(m-3\right)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

**Câu 104:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)**Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{3}{4}x^4-\left(m-1\right)x^2-\frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^3-2\left(m-1\right)x+\frac{1}{x^5}$.

Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$ với $\forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

$y'\ge 0\Leftrightarrow 2\left(m-1\right)\le 3x^2+\frac{1}{x^6}$.

Xét $g\left(x\right)=3x^2+\frac{1}{x^6}$ với $\forall x\in\left(0;+\infty\right)$. Ta có $g'\left(x\right)=6x-\frac{6}{x^7}$; $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$2\left(m-1\right)\le g\left(x\right)\Leftrightarrow 2\left(m-1\right)\le 4\Leftrightarrow m\le 3$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\left\{1,2,3\right\}$.

Vậy có $3$ giá trị $m$ nguyên dương thỏa mãn bài toán.

**Câu 105:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{1-x}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(m;1)$. Gọi $S$ là tập các giá trị của $m$ để có đúng một tiếp tuyến của $(C)$ đi qua $A$. Tính tổng bình phương các phần tử của tập $S$.

**A.** $\dfrac{13}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{25}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $M_0(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số. Điều kiện $x_0\neq 1$. Ta có $y'=\dfrac{-1}{(1-x)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến $d$ đồ thị hàm số tại $M_0(x_0;y_0)$ là $y=\dfrac{-1}{(1-x_0)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0-2}{1-x_0}$.

$d$ đi qua $A(m;1)\Leftrightarrow 1=\dfrac{-m+x_0}{(1-x_0)^2}+\dfrac{x_0-2}{1-x_0}\Leftrightarrow 2x_0^2-6x_0+m+3=0\ (1)$.

Vì đồ thị hàm số mỗi tiếp tuyến chỉ có đúng một tiếp điểm nên yêu cầu bài toán tương đương $(1)$ có đúng một nghiệm $x_0$ khác $1$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}9-2(m+3)=0\\2-6+m+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{3}{2}\\m=1\end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{1;\dfrac{3}{2}\right\}$ suy ra tổng bình phương các phần tử của $S$: $1^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{13}{4}$.

**Câu 106:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m>0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[m+1;m+2]$ luôn bé hơn $3$.

**A.** $m\in(0;2)$. **B.** $m\in(0;1)$. **C.** $m\in(1;+\infty)$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$ do đó $y_{CT}=y(1)=-1$ và $y_{CĐ}=y(-1)=3$.

Thấy ngay với $m>0$ thì trên đoạn $[m+1;m+2]$ hàm số luôn đồng biến.

Vậy GTNN của hàm số đã cho trên đoạn $[m+1;m+2]$ là $y(m+1)=(m+1)^3-3(m+1)+1$.

GTNN luôn bé hơn $3\Leftrightarrow(m+1)^3-3(m+1)-2<0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m+1<2\\m+1\neq -1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m<1\\m\neq -2\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $m>0$ ta được $m\in(0;1)$.

**Câu 107:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Biết rằng đường thẳng $y=x-m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó $m$ thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $(2;4)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(4;6)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số: $y=x^3-3x^2$ có đồ thị $(C)$. Ta có $y'=3x^2-6x$; $y''=6x-6$.

Khi đó $y''=0\Leftrightarrow 6x-6=0\Leftrightarrow x=1$. Đồ thị $(C)$ có điểm uốn $I(1;-2)$.

Theo yêu cầu bài toán ta có đường thẳng $y=x-m$ phải đi qua $I(1;-2)$.

Suy ra $-2=1-m\Leftrightarrow m=3$.

**Câu 108: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tìm $m$ để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

**A.** $m\in\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

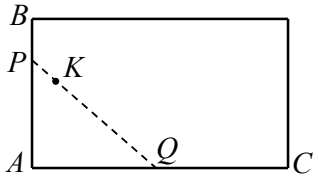
Phương trình hoành độ giao điểm

$$mx+1=\frac{x+1}{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\(mx+1)(x-1)=x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\mx^2-mx-2=0\end{cases}\quad(1)$$

YCBT $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ khác 1 thỏa mãn $(x_1-1)(x_2-1)<0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\\Delta=m^2+8m>0\\m.1^2-m.1-2\neq 0\\x_1x_2-(x_1+x_2)+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-8\end{array}\right.\\m\in\mathbb{R}\\-\dfrac{2}{m}-1+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-8\end{array}\right.\\\dfrac{2}{m}>0\end{cases}\Leftrightarrow m>0.$$

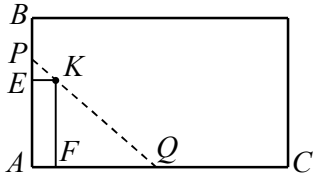
**Câu 109: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí $K$ cách bờ $AB$ là 1 m và cách bờ $AC$ là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bèo (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ $AB$, $AC$ và cây cọc $K$ (bỏ qua đường kính của sào).




**A.** $\dfrac{5\sqrt{65}}{4}$. **B.** $5\sqrt{5}$. **C.** $9\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{71}}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Đặt $AP=a$, $AQ=b$ $(a,b>0)$. Gọi $E$ và $F$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $K$ xuống $AB$ và $AC$. Suy ra $KE=1$, $KF=8$.

Ta có: $\dfrac{KE}{AQ}=\dfrac{PK}{PQ};\dfrac{KF}{AP}=\dfrac{QK}{PQ}\Rightarrow\dfrac{KF}{AP}+\dfrac{KE}{AQ}=1$ hay $\dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}=1$.

(Hoặc có thể dùng phép tọa độ hóa: Gán $A=(0;0), P=(0;a), Q=(b;0)$. Khi đó $K=(1;8)$.

Phương trình đường thẳng $PQ: \frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$. Vì $PQ$ đi qua $K$ nên $\frac{1}{b}+\frac{8}{a}=1$.)

*Cách 1:*

Ta có: $PQ^2=a^2+b^2$. Vì $\frac{8}{a}+\frac{1}{b}=1 \Rightarrow \frac{8k}{a}+\frac{k}{b}=k \ \forall k>0$.

$$a^2+b^2+k=\left(a^2+\frac{8k}{a}\right)+\left(b^2+\frac{k}{b}\right)=\left(a^2+\frac{4k}{a}+\frac{4k}{a}\right)+\left(b^2+\frac{k}{2b}+\frac{k}{2b}\right)\geq 3\sqrt[3]{16k^2}+3\sqrt[3]{\frac{k^2}{4}}.$$

Suy ra $PQ$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow a^2+b^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2=\frac{4k}{a} \\ b^2=\frac{2k}{b} \\ \frac{8}{a}+\frac{1}{b}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=250 \\ a=10 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $PQ$ là $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$. Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào $2$ bờ $AB$, $AC$ và cây cọc $K$ là $5\sqrt{5}$.

*Cách 2:*

Vì $\frac{8}{a}+\frac{1}{b}=1 \Rightarrow b=\frac{a}{a-8}$ với $a>8$. Khi đó $PQ^2=a^2+b^2=a^2+\left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a>8$.

Xét hàm số $f(a)=a^2+\left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a>8$.

Ta có $f'(a)=2a+\frac{2a}{a-8}.\frac{-8}{(a-8)^2}=\frac{2a\left[(a-8)^3-8\right]}{(a-8)^3}$; $f'(a)=0 \Rightarrow a=10$.

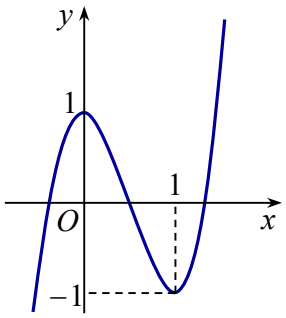
BBT của $f(a)$:

| $a$ | 8 | | 10 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(a)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(a)$ | $+\infty$ | | 125 | | $+\infty$ |

Vậy GTNN của $f(a)$ là $125$ khi $a=10$.

Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào $2$ bờ $AB$, $AC$ và cây cọc $K$ là $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$.

**Câu 110:** **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực.




**A.** 3. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$

Đặt $t=4x^3-6x^2+1$, ta có phương trình $4t^3-6t^2+1=0\ (*)$

Dựa vào đồ thị thì $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt với $-1<t_1<t_2<1$ và $1<t_3<2$.

Khi đó phương trình: $4x^3-6x^2+1=t_1$ có ba nghiệm phân biệt; $4x^3-6x^2+1=t_2$ có ba nghiệm phân biệt; $4x^3-6x^2+1=t_3$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.

**Câu 111: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x\sqrt{m^2-x^2}$ có hai điểm cực trị $A$, $B$ thỏa mãn $AB\le 2\sqrt{30}$. Số phần tử của $S$ là

**A.** 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

ĐK: $-|m|\le x\le |m|$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-2x^2}{\sqrt{m^2-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{|m|}{\sqrt{2}}$ (Thỏa mãn ĐK).

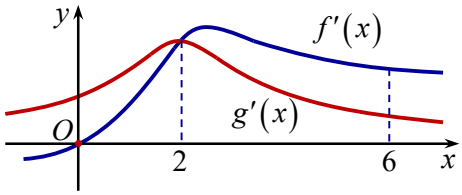
Hàm số có hai điểm cực trị khi $m\neq 0$.

Khi đó $A\left(-\dfrac{|m|}{\sqrt{2}};-\dfrac{m^2}{2}\right)$ và $B\left(\dfrac{|m|}{\sqrt{2}};\dfrac{m^2}{2}\right)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$AB\le 2\sqrt{30}\Leftrightarrow AB^2\le 120\Leftrightarrow 2m^2+m^4\le 120\Leftrightarrow \left(m^2+12\right)\left(m^2-10\right)\le 0\Leftrightarrow |m|\le\sqrt{10}\ (1)$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\neq 0$ nên từ $(1)$ suy ra $m\in\{-3;-2;-1;1;2;3\}$.

**Câu 112: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0)-f(6)<g(0)-g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là

**A.** $h(6),\ h(2)$. **B.** $h(2),\ h(6)$. **C.** $h(0),\ h(2)$. **D.** $h(2),\ h(0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $h'(x)=f'(x)-g'(x)$ ; $h'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $h(0)$ | $\searrow$ | $h(2)$ | $\nearrow$ | $h(6)$ |

Và $f(0)-f(6)<g(0)-g(6)\Leftrightarrow f(0)-g(0)<f(6)-g(6)$. Hay $h(0)<h(6)$.

Vậy $\max\limits_{[0;6]}h(x)=h(6)$; $\min\limits_{[0;6]}h(x)=h(2)$.

**Câu 113: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục $Ox$ có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng $T$ của các phần tử thuộc tập $S$

**A.** $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-12$. **D.** $T=-10$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục $Ox$ là nghiệm của phương trình $x^3+3x^2-9x+2m+1=0\Leftrightarrow x^3+3x^2-9x+1=-2m$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ ta có $f'(x)=3x^2+6x-9\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $28$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục $Ox$ có đúng hai điểm chung phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3+3x^2-9x+2m+1=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt

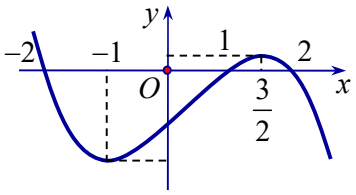
$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=-2m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ tại hai điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta có điều kiện là $\left[\begin{array}{l}-2m=-4\\-2m=28\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-14\end{array}\right.$.

Do đó $S=\{2;-14\}$.

Vậy $T=-12$

**Câu 114: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2)=f(-2)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.




Hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

**A.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ ta lập được bảng biến thiên của $y=f\left(x\right)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$, ta có $y'=2f\left(x\right).f'\left(x\right)$.

Tìm khoảng để hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ nghịch biến nên ta cần tìm $x$ để $y'\le 0$.

Do $f\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $y'\le 0 \Leftrightarrow f'\left(x\right)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ 1\le x\le 2 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(1;2\right)$.

**Câu 115: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Biết hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;2\right]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất tương ứng là $M$ và $m$?.

**A.** $y=f\left(\frac{4x}{x^2+1}\right)$. **B.** $y=f\left(\sqrt{2\left(\sin x+\cos x\right)}\right)$.

**C.** $y=f\left(\sqrt{2\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)}\right)$. **D.** $y=f\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=\frac{4x}{x^2+1}$, $x\in\left[0;2\right]$. Ta có: $t'_x=\frac{-4x^2+4}{\left(x^2+1\right)^2}$.

$t'_x=0\Leftrightarrow x=1\in\left[0;2\right]$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $t(x)$ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $\frac{8}{5}$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $0 \le t \le 2$.

Do đó: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $M$ và $m$ lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$ khi và chỉ khi hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $M$ và $m$ lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

**Câu 116:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu số nguyên âm $m$ để hàm số $y = \frac{1}{3}\cos^3 x - 4\cot x - (m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$?

**A.** 5. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

- Ta có: $y' = -\cos^2 x.\sin x + \frac{4}{\sin^2 x} + (m+1).\sin x = \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m.\sin x$.

- Hàm số đồng biến trên $(0;\pi)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0$, $\forall x \in (0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m.\sin x \ge 0$, $\forall x \in (0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin^2 x + \frac{4}{\sin^3 x} \ge -m$, $\forall x \in (0;\pi)$ $\Leftrightarrow m \ge -t^2 - \frac{4}{t^3} = f(t)$, $\forall t \in (0;1]$ (với $t = \sin x$).

Ta có: $f'(t) = -2t + \frac{12}{t^4} = \frac{-2t^5 + 12}{t^4} > 0$, $\forall t \in (0;1]$

Suy ra $m \ge f(t)$, $\forall t \in (0;1] \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{(0;1]} f(t) = f(1) = -5$

Lại do $m$ nguyên âm nên $m \in \{-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 5 giá trị của $m$ thỏa mãn.

**Câu 117:** **(THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4 (x-m)^5 (x+3)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ trong đoạn $[-5;5]$ để số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng 3:

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Nếu $m = -1$ thì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -1 < 0$ và $x = -3 < 0$. Khi đó, hàm số $f(|x|)$ chỉ có 1 cực trị. Do đó, $m = -1$ không thỏa yêu cầu đề bài.

Nếu $m = -3$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị. Khi đó, hàm số $f(|x|)$ chỉ có 1 cực trị. Do đó, $m = -3$ không thỏa yêu cầu đề bài.

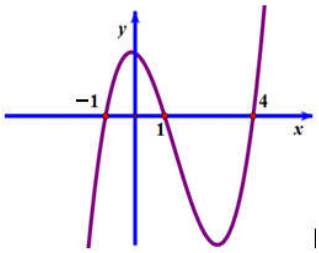
Khi $m \ne -1$ và $m \ne -3$ thì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = m$ và $x = -3 < 0$.

Để hàm số $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ phải có hai điểm cực trị trái dấu

$\Leftrightarrow m > 0$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-5;5]$ nên $m$ nhận các giá trị 1, 2, 3, 4, 5.

**Câu 118: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên khoảng?




**A.** $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=k(x+1)(x-1)(x-4)$ với $k>0$

$\Rightarrow f'(3-2x)=k[(3-2x)+1][(3-2x)-1][(3-2x)-4]$.

Hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến khi $y'=-2.f'(3-2x)<0$

$$\Leftrightarrow f'(3-2x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x>4\\-1<3-2x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\dfrac{1}{2}\\1<x<2\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên $(1;2)$ và $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$.

**Câu 119: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$ có đồ thị là $(C_m)$. Tìm $m$ để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị $(C_m)$ vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=3x+2018$.

**A.** $m=\dfrac{7}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2-4x+m-1=\left(x\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2+m-\dfrac{7}{3}\ge m-\dfrac{7}{3}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Tiếp tuyến $d$ của $(C_m)$ có hệ số góc nhỏ nhất là $m-\dfrac{7}{3}$.

Bài ra $d\perp\Delta$ nên $\left(m-\dfrac{7}{3}\right).3=-1\Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=2$.

**Câu 120: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Một tiếp tuyến của $(C)$ cắt hai tiệm cận của $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$ và $AB=2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng

**A.** $-\sqrt{2}$. **B.** $-2$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$ Đường tiệm cận đứng là $x=2$; đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Gọi $M\left(x_0;2+\dfrac{1}{x-2}\right)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ có phương trình $d: y=-\dfrac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+2+\dfrac{1}{x_0-2}$.

Gọi $A$ là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận đứng thì $A\left(2;2+\dfrac{2}{x_0-2}\right)$.

Gọi $B$ là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận ngang thì. $B(2x_0-2;2)$.

Theo đề bài ta có $AB=2\sqrt{2}$ nên $(2x_0-4)^2+\left(\dfrac{2}{x_0-2}\right)^2=8\Leftrightarrow(x_0-2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=1\end{array}\right.$.

Với $x_0=3$ thì $y'(3)=-1$.

Với $x_0=1$ thì $y'(1)=-1$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $k=-1$.

**Câu 121: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

□ $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1\Rightarrow y'=3x^2-6(m+2)x+3(m^2+4m)$

□ $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+4\end{array}\right.$

□ Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ thì $m\le 0<1\le m+4\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge -3\end{array}\right.$.

□ Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;-1;-2;-3\}$

**Câu 122: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x)=x^2+2x+m-4$ có $f'(x)=2x+2$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$. Do đó

$\max\limits_{[-2;1]}\left|x^2+2x+m-4\right|=\max\{|m-1|;|m-4|;|m-5|\}$.

Ta thấy $m-5<m-4<m-1$ với mọi $m\in\mathbb{R}$, suy ra $\max\limits_{[-2;1]}y$ chỉ có thể là $|m-5|$ hoặc $|m-1|$.

Nếu $\max\limits_{[-2;1]}y=|m-5|$ thì $\left\{\begin{array}{l}|m-5|=4\\|m-5|\ge|m-1|\end{array}\right.\Leftrightarrow m=1$.

Nếu $\max\limits_{[-2;1]} y=|m-1|$ thì $\begin{cases}|m-1|=4\\ |m-1|\ge|m-5|\end{cases}\Leftrightarrow m=5$.

Vậy $m\in\{1;5\}$.

**Câu 123:** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh $a$, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính $r$. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Độ dài đoạn dây bằng 60cm, cạnh hình vuông bằng $a$, bán kính đường tròn bằng $r$ nên ta có: $4a+2\pi r=60\Leftrightarrow r=\dfrac{30-2a}{\pi}(1)$.

Gọi $S$ là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn, suy ra $S=a^2+\pi r^2(2)$.

Thay $(1)$ vào $(2)$ ta được $S=a^2+\dfrac{(30-2a)^2}{\pi}$.

Khi đó $S'=2a-\dfrac{4(30-2a)}{\pi}=\dfrac{(2\pi+8)a-120}{\pi}$.

Cho $S'=0\Leftrightarrow a=\dfrac{60}{\pi+4}$.

Bảng biến thiên.

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{60}{\pi+4}$ | | $60$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S$ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $S$ nhỏ nhất khi $a=\dfrac{60}{\pi+4}\Rightarrow r=\dfrac{30}{\pi+4}$. Vậy $\dfrac{a}{r}=2$.

**Câu 124:** **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

**A.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=[-1;+\infty)$.

Ta có $\sqrt{x^2-mx-3m}=0\Leftrightarrow x^2-mx-3m=0\,(1)\Leftrightarrow x^2=m(x+3)\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{x+3}=m$

YBCT $\Leftrightarrow(1)$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng $-1$

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2}{x+3}$ với $x\in[-1;+\infty)$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2+6x}{(x+3)^2}$ ;

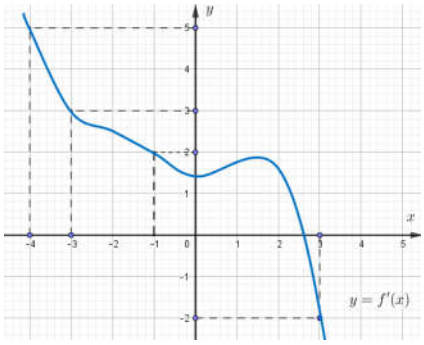
Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-6\notin[-1;+\infty)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $\frac{1}{2}$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên, ta có: YCBT $\Leftrightarrow 0<m\le\dfrac{1}{2}$.

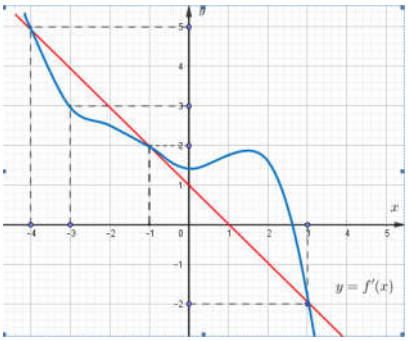
**Câu 125: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm




**A.** $x_0=-4$. **B.** $x_0=-1$. **C.** $x_0=3$. **D.** $x_0=-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có

$g'(x)=2f'(x)-2(1-x)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow 2f'(x)-2(1-x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1-x$.

Dựa vào hình vẽ ta có: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Và ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-4$ | | $-1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | | ↘ | | ↗ | |

Suy ra hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0=-1$.

**Câu 126:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $\left|f(x-1)\right|=2$ là

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

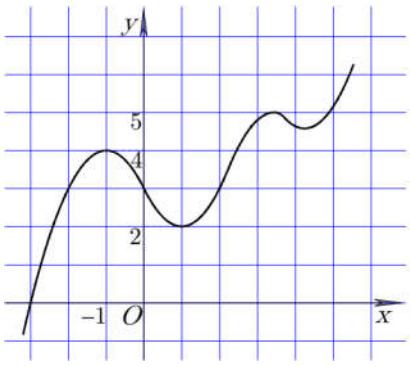
**Chọn A**

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(x-1)\right|$ như sau (trong đó $x_1;x_2;x_3$ là các nghiệm của phương trình $f(x)=0$):

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1+1$ | | $-1$ | | $x_2+1$ | | $4$ | | $x_3+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f(x-1)\right|=2$ có 5 nghiệm.

**Câu 127:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của $m$ để phương trình $f(x^2-2x)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.



**A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t = x^2 - 2x$, $x \in \left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\frac{3}{2}$ | | $-1$ | | $\frac{3}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $t$ | $\frac{21}{4}$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $\frac{21}{4}$ |

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Ta có: $f\left(x^2-2x\right)=m \ (1) \Leftrightarrow f(t)=m \ (2)$.

Ta thấy, với mỗi giá trị $t \in \left(-1;\frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x \in \left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

Do đó, phương trình $(1)$ có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(2)$ có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu là $m=3$ và $m=5$.

**Câu 128:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=-x^3+mx^2+mx+1$ có đồ thị $(C)$. Có bao nhiêu giá trị của $m$ để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của $(C)$ đi qua gốc tọa độ $O$?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=-3x^2+2mx+m=-3\left(x-\frac{m}{3}\right)^2+\frac{m^2}{3}+m \le \frac{m^2}{3}+m$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=\frac{m}{3}$, khi đó hệ số góc tiếp tuyến là $f'(x_0)=\frac{m^2}{3}+m$ và tiếp tuyến có dạng $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$ hay $y=\left(\frac{m^2}{3}+m\right)\left(x-\frac{m}{3}\right)+\frac{2m^3}{27}+\frac{m^2}{3}+1$

Tiếp tuyến qua $O \Rightarrow 0=-\frac{m^3}{27}+1 \Rightarrow m=3$.

**Câu 129:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng $y=mx+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

**A.** 16. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 17.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1}=mx+3 \Leftrightarrow g(x)=mx^2+(1-m)x-4=0$

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ (1-m)^2+16m>0 \\ m+1-m-4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-7-4\sqrt{3}$ hoặc $m>-7+4\sqrt{3}$.

Mà $m\in[-14;15] \Rightarrow m\in\{-14;1;2;3;4;.....;15\} \Rightarrow$ có 16 giá trị $m$.

**Câu 130:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Biết rằng bất phương trình $m\left(|x|+\sqrt{1-x^2}+1\right)\le 2\sqrt{x^2-x^4}+\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}+2$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in\left(-\infty;a\sqrt{2}+b\right]$, với $a$, $b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $T=a+b$.

**A.** $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $-1\le x\le 1$.

□ Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có : $g'(x)=x\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2}=\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$g(\pm 1)=1$, $g\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$.

Suy ra $1\le g(x)\le\sqrt{2}$.

□ Đặt $t=\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}$, $1\le t\le\sqrt{2}$. Bất phương trình trở thành :

$m(t+1)\le t^2+t+1 \Leftrightarrow m\le t+\frac{1}{t+1}$ (Do $1\le t\le\sqrt{2}$ nên $t+1>0$).

□ Xét hàm số $f(t)=t+\frac{1}{t+1}$ trên đoạn $\left[1;\sqrt{2}\right]$.

Có $f'(t)=1-\frac{1}{(t+1)^2}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\notin\left[1;\sqrt{2}\right] \\ t=-2\notin\left[1;\sqrt{2}\right] \end{array}\right.$.

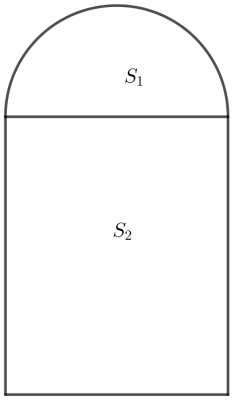
$f(1)=\frac{3}{2}$, $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$. Do đó, $\max\limits_{[1;\sqrt{2}]} f(t)=f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$.

Suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm khi $m\le\max\limits_{[1;\sqrt{2}]} f(t)$ hay $m\le 2\sqrt{2}-1$.

Do đó $a=2$, $b=-1$.

Vậy $T=1$.

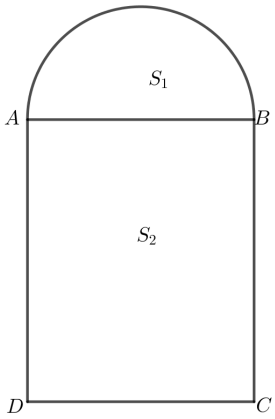
**Câu 131:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là $a$ mét ($a$ chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi $d$ là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định $d$ để diện tích cửa sổ là lớn nhất.




**A.** $d=\dfrac{a}{2+\pi}$. **B.** $d=\dfrac{a}{4+\pi}$. **C.** $d=\dfrac{2a}{2+\pi}$. **D.** $d=\dfrac{2a}{4+\pi}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Đặt $BC=x\ \left(x>0\right)$.

Chu vi cửa sổ là $a=\pi\dfrac{d}{2}+2x+d\Rightarrow x=\dfrac{a}{2}-\dfrac{d}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}+1\right)$.

Diện tích cửa sổ là $f\left(d\right)=d.x+\dfrac{1}{2}\pi.\dfrac{d^2}{4}=\dfrac{ad}{2}-\dfrac{d^2}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}+1\right)+\pi.\dfrac{d^2}{8}=\dfrac{ad}{2}-\dfrac{d^2\left(\pi+4\right)}{8}$.

$f\left(d\right)$ có đồ thị là một Parabol với bề lõm quay xuống và có hoành độ đỉnh là $d=\dfrac{2a}{\pi+4}$.

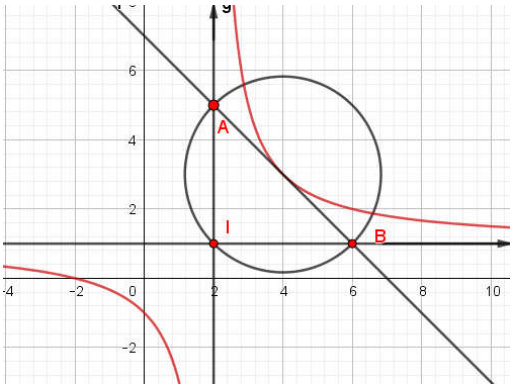
Do đó diện tích cửa sổ lớn nhất khi $d=\dfrac{2a}{\pi+4}$.

**Câu 132:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi $I$ là giao điểm hai đường tiệm cận của $\left(C\right)$. Tiếp tuyến của $\left(C\right)$ cắt hai đường tiệm cận của $\left(C\right)$ tại hai điểm $A$, $B$. Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác $IAB$ bằng

**A.** $4\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\pi$. **C.** $2\pi$. **D.** $4\pi$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$; $y'=\dfrac{-4}{(x-2)^2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1\Rightarrow$ tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$, suy ra $I(2;1)$.

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ có dạng: $d: y=\dfrac{-4}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+2}{x_0-2}$

Tiếp tuyến của $(C)$ cắt hai đường tiệm cận của $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$ nên $A\left(2;\dfrac{x_0+1}{x_0-2}\right)$, $B(2x_0-2;1)$.

Do tam giác $IAB$ vuông tại $I$ nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R=\dfrac{AB}{2}$.

Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác $IAB$ là: $P=AB.\pi$

Chu vi bé nhất khi $AB$ nhỏ nhất

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(4-2x_0;\dfrac{8}{x_0-2}\right)$

Suy ra $AB=\sqrt{4(2-x_0)^2+\left(\dfrac{8}{x_0-2}\right)^2}=\sqrt{4(x_0-2)^2+\left(\dfrac{8}{x_0-2}\right)^2}\ge\sqrt{2\sqrt{4.64}}=4\sqrt{2}$

Vậy $P_{\min}=4\sqrt{2}.\pi$.

**Câu 133:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$ bằng $2$. Số phần tử của $S$ là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

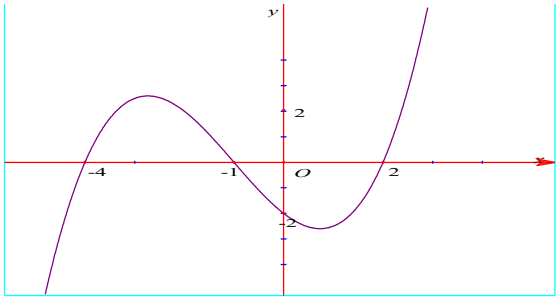
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Xét hàm số: $y=\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}$.

$y'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;2]\\x=-2\notin[1;2]\end{array}\right.$.

$y'>0\ \ \forall x\in[1;2]$ nên $\max\limits_{[1;2]} y=y(2)=\left|m+\dfrac{4}{3}\right|$

$$\max_{[1;2]} y = 2 \Leftrightarrow \left| m + \frac{4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} m + \frac{4}{3} = 2 \\ m + \frac{4}{3} = -2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} m = \frac{2}{3} \\ m = -\frac{10}{3} \end{array} \right. .$$

**Câu 134:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y = f(x^2 - 5)$

Ta có $y' = 2x.f'(x^2 - 5)$, $y' = 0 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 5 = -4 \\ x^2 - 5 = -1 \\ x^2 - 5 = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{7} \end{array} \right.$.

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{7}$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $\sqrt{7}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Từ bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 135:** **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $11$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số $y = \left| f(x) - 2m \right|$ có $5$ điểm cực trị khi và chỉ khi

**A.** $m \in (4;11)$. **B.** $m \in \left(2;\frac{11}{2}\right)$. **C.** $m = 3$. **D.** $m \in \left[2;\frac{11}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2m\right|$ có $5$ điểm cực trị thì đồ thị $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=2m$ tại $5-2=3$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4<2m<11\Leftrightarrow 2<m<\dfrac{11}{2}$.

**Câu 1:** **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Ta xác định được các số $a$, $b$, $c$ để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

**A.** $25$. **B.** $-1$. **C.** $7$. **D.** $14$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=3x^2+2ax+b$.

Đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ nên ta có: $a+b+c=-1$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(-2;0)$ nên $\begin{cases}4a-2b+c=8\\ y'(-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-2b+c=8\\ -4a+b=-12\end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}a+b+c=-1\\ 4a-2b+c=8\\ -4a+b=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=0\\ c=-4\end{cases}$.

Vậy $T=a^2+b^2+c^2=25$.

**Câu 2:** **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0;10)$.

**A.** $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

**C.** $m\in(-\infty;-10]\cup[4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-16}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0;10)\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m^2-16>0\\ -m\le 0\end{cases}\begin{cases}m^2-16>0\\ -m\ge 10\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>4\\ m\le -10\end{array}\right.$.

Vậy $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$.

**Câu 3:** **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m$ (với $m$ là tham số thực). Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=-3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn $2$ còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a;b)$ (với $a,b\in\mathbb{Q}$, $a$, $b$ là phân số tối giản). Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?

**A.** $-63$. **B.** $63$. **C.** $95$. **D.** $-95$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4+2mx^2+m=-3$. Đặt $x^2=t$, $t\ge 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2+2mt+m+3=0$ $(1)$ và đặt $f(t)=t^2+2mt+m+3$.

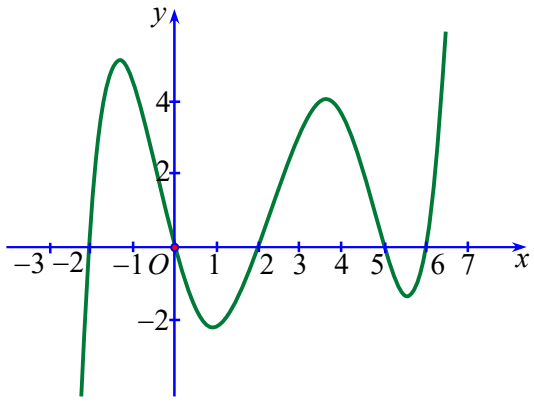
Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=-3$ tại 4 điểm phân biệt thì phương trình $(1)$ có hai nghiệm thỏa mãn $0<t_1<t_2$ và khi đó hoành độ bốn giao điểm là $-\sqrt{t_2}<-\sqrt{t_1}<\sqrt{t_1}<\sqrt{t_2}$.

Do đó, từ điều kiện của bài toán suy ra $\begin{cases}\sqrt{t_2}>2\\ \sqrt{t_1}<1\end{cases}$ hay $0<t_1<1<4<t_2$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}f(0)>0\\ f(1)<0\\ f(4)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+3>0\\ 3m+4<0\\ 9m+19<0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<-\dfrac{19}{9}$.

Vậy $a=-3$, $b=-\dfrac{19}{9}$ nên $15ab=95$.

**Câu 4: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]}f(x)$, $m=\min\limits_{[-2;6]}f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $T=f(0)+f(-2)$.

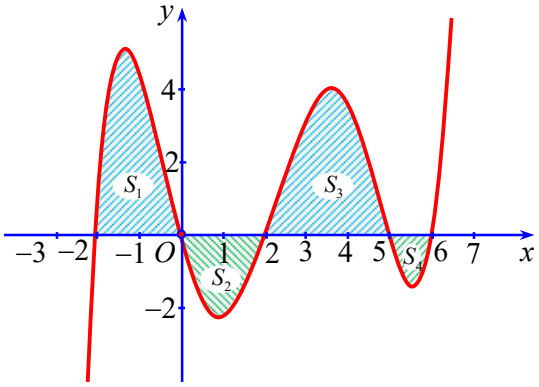
**B.** $T=f(5)+f(-2)$.

**C.** $T=f(5)+f(6)$.

**D.** $T=f(0)+f(2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với và trục hoành.

Quan sát hình vẽ, ta có

◈ $\int\limits_{-2}^{0} f'(x)\,\mathrm{d}x > \int\limits_{0}^{2} -f'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{-2}^{0} > f(x)\big|_{2}^{0}$

$\Leftrightarrow f(0)-f(-2) > f(0)-f(2) \Leftrightarrow f(-2) < f(2)$

◈ $\int\limits_{0}^{2} -f'(x)\,\mathrm{d}x < \int\limits_{2}^{5} f'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{2}^{0} < f(x)\big|_{2}^{5}$

$\Leftrightarrow f(0)-f(2) < f(5)-f(2) \Leftrightarrow f(0) < f(5)$

◈ $\int\limits_{2}^{5} f'(x)\,\mathrm{d}x > \int\limits_{5}^{6} -f'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{2}^{5} > f(x)\big|_{6}^{5}$

$\Leftrightarrow f(5)-f(2) > f(5)-f(6) \Leftrightarrow f(2) < f(6)$

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $5$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $f(x)$ | $f(-2)$ | ↗ | $f(0)$ | ↘ | $f(2)$ | ↗ | $f(5)$ | ↘ | $f(6)$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có $M = \max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(5)$ và $m = \min\limits_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$

Khi đó $T = f(5)+f(-2)$.

**Câu 5:** Cho đồ thị hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$, $x_3$. Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$.

**A.** $P=\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{c}$. **B.** $P=0$. **C.** $P=b+c+d$. **D.** $P=3+2b+c$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do đồ thị hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$, $x_3$ nên $f(x)=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$.

$\Rightarrow f'(x)=(x-x_2)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_2)$.

Ta có $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}=\dfrac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+\dfrac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\dfrac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$

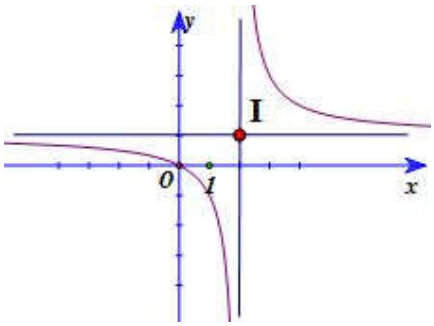
$=\dfrac{(x_2-x_3)-(x_3-x_1)+(x_1-x_2)}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)}=0$. Vậy $P=0$.

**Câu 6:** **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** $A$ và $B$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn $AB$ ngắn nhất bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn C**




Lấy $A\left(a;\dfrac{a}{a-2}\right)$, $B\left(b;\dfrac{b}{b-2}\right)$ thuộc hai nhánh của $(C)$ $(a<2<b)$

$\overrightarrow{AB}=\left(b-a;\dfrac{b}{b-2}-\dfrac{a}{a-2}\right)=\left(b-a;\dfrac{2(b-a)}{(b-2)(2-a)}\right)$.

Ta có: $(b-2)(2-a)\le\dfrac{(b-a)^2}{4}$

Suy ra $AB^2=(b-a)^2+\dfrac{4(b-a)^2}{\left[(b-2)(2-a)\right]^2}\ge(b-a)^2+\dfrac{64}{(b-a)^2}\ge 2\sqrt{64}=16\Rightarrow AB\ge 4$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=2-\sqrt{2}$, $b=2+\sqrt{2}$.

Vậy $AB_{\min}=4$.

**Câu 7:** Đường thẳng $x+y=2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y=-x^3+2x+4$ khi $m$ bằng

**A.** $-3$ hoặc $1$. **B.** $1$ hoặc $3$. **C.** $-1$ hoặc $3$. **D.** $-3$ hoặc $-1$.

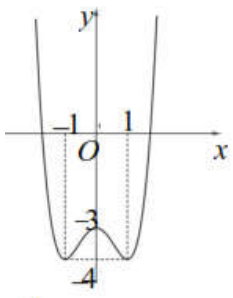
**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng $y=-x+2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y=-x^3+2x+4$ khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}-x^3+2x+4=2m-x\\-3x^2+2=-1\end{cases}$ có nghiệm.

Ta có $\begin{cases}-x^3+2x+4=2m-x\\-3x^2+2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\\-x^3+2x+4=2m-x\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\end{array}\right.$.

**Câu 8:** **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|+1=m$ có $6$ nghiệm phân biệt?

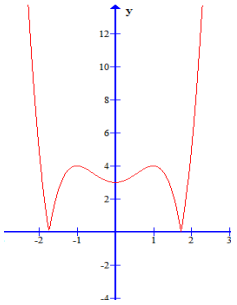



**A.** $-4<m<-3$. **B.** $4<m<5$. **C.** $m>5$. **D.** $0<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Sử dụng phép suy đồ thị ta vẽ được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 6 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3<m-1<4\Leftrightarrow 4<m<5$.

**Câu 9:** **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tìm giá trị nguyên của tham số để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x=4x\left(x^2-m^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m^2+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m^2+1}\end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0$, $x=\pm\sqrt{m^2+1}$.

Lại có $y''=12x^2-4\left(m^2+1\right)\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y''\left(0\right)=-4\left(m^2+1\right)<0\\y''\left(\pm\sqrt{m^2+1}\right)=8\left(m^2+1\right)>0\end{array}\right.$.

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{m^2+1}$

$\Rightarrow y_{CT}=y\left(\pm\sqrt{m^2+1}\right)=\left(m^2+1\right)^2-2\left(m^2+1\right)^2+2=-\left(m^2+1\right)^2+2\le-1+2=1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=0$.

Như vậy $y_{CT}$ có giá trị lớn nhất bằng 1, đạt được khi $m=0$.

**Câu 10:** **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\left(m-1\right)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $\left[1;\ 4\right]$.

**A.** $m\le\frac{1}{2}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $\frac{1}{2}<m<2$. **D.** $m\le2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=x^2-2\left(m-1\right)x-4m$.

YCBT $\Leftrightarrow y'\ge0,\ \forall x\in\left[1;\ 4\right]\Leftrightarrow2m\left(x+2\right)\le x^2+2x,\ \forall x\in\left[1;\ 4\right]$

$\Leftrightarrow2m\left(x+2\right)\le x\left(x+2\right),\ \forall x\in\left[1;\ 4\right]\Leftrightarrow m\le\frac{x}{2},\ \forall x\in\left[1;\ 4\right]\Leftrightarrow m\le\frac{1}{2}$.

**Câu 11: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ đê phương trình $x+1=3m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{6}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{6}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $m<\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m>\frac{\sqrt{6}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $x+1=3m\sqrt{2x^2+1}\Leftrightarrow\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=3m\ (1)$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$ trên $\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\frac{\sqrt{2x^2+1}-\frac{2x^2+2x}{\sqrt{2x^2+1}}}{2x^2+1}=\frac{1-2x}{\sqrt{(2x^2+1)^3}}.$$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ | ↗ | $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | ↘ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $(1)$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}<3m<\frac{\sqrt{6}}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2}}{6}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}.$$

**Câu 12: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=\frac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét $x\in(1;e)\Rightarrow\ln x\in(0;1)$.

Ta có:

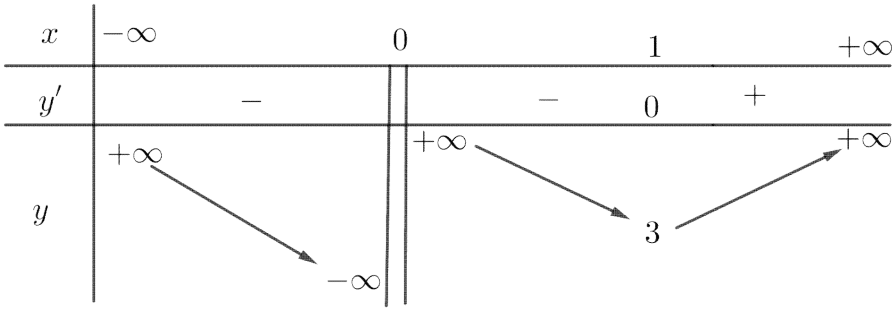
$$y'=\frac{(\ln x-6)'(\ln x-2m)-(\ln x-2m)'(\ln x-6)}{(\ln x-2m)^2}=\frac{-2m+6}{(\ln x-2m)^2}.\frac{1}{x}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (1;e) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+6>0 \\ 2m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ m \le 0 \vee m \ge \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \le 0 \vee \frac{1}{2} \le m < 3$.

Vậy $S = \{1;2\}$.

**Câu 13:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.




Số nghiệm của phương trình $3|f(2x-1)|-10=0$ là.

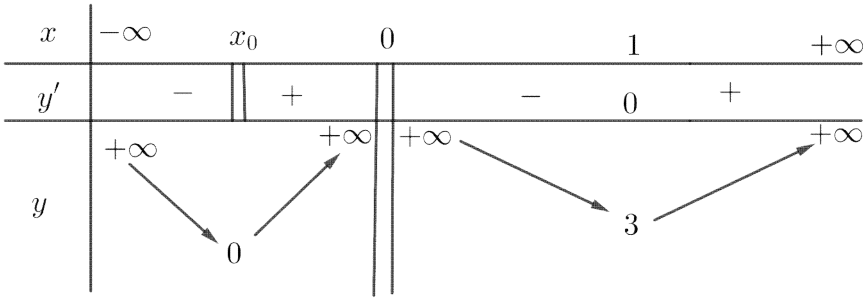
**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t = 2x-1$, ta có phương trình trở thành $|f(t)| = \frac{10}{3}$. Với mỗi nghiệm $t$ thì có một nghiệm $x = \frac{t+1}{2}$ nên số nghiệm $t$ của phương trình $|f(t)| = \frac{10}{3}$ bằng số nghiệm của $3|f(2x-1)|-10=0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ là




Suy ra phương trình $|f(t)| = \frac{10}{3}$ có 4 nghiệm phân biệt nên phương trình $3|f(2x-1)|-10=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 14:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị $(C)$. Để đồ thị $(C)$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ sao cho bốn điểm $A$, $B$, $C$, $O$ là bốn đỉnh của hình thoi ($O$ là gốc tọa độ) thì giá trị tham số $m$ là

**A.** $m = -\sqrt{2}$. **B.** $m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m = \pm\sqrt{2}$. **D.** $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = m^2 \end{array}\right.$.

Điều kiện để hàm số có ba cực trị là $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m \end{array}\right.$.

Tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0; m^2\right)$, $B\left(m; -m^4 + m^2\right)$, $C\left(m; -m^4 + m^2\right)$.

Ta có $OA \perp BC$, nên bốn điểm $A$, $B$, $C$, $O$ là bốn đỉnh của hình thoi điều kiện cần và đủ là $OA$ và $BC$ cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_O = x_B + x_C \\ y_A + y_O = y_B + y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ m^2 + 0 = \left(-m^4 + m^2\right) + \left(-m^4 + m^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2m^4 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 15: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ $(1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Phương trình $(1)$ vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

**B.** Phương trình $(1)$ có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Phương trình $(1)$ có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

**D.** Phương trình $(1)$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ trên khoảng $[-1;1]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$f(-1) = 4$, $f(0) = -3$, $f(1) = 2 \Rightarrow f(-1).f(0) < 0$, $f(1).f(0) < 0$.

Như vậy phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

Mặt khác $f'(x) = 6x^3 + 4x - 1$. Ta có $f'(-1) = -11$, $f'(1) = 9 \Rightarrow f'(-1).f'(1) < 0$. Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

$f''(x) = 18x^2 + 4 > 0$ với $\forall x \in (-1;1)$ nên $f'(x)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1) \Rightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên khoảng $(-1;1)$. Do đó $f(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Vậy phương trình $(1)$ có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 16: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Tìm các giá trị nguyên dương $n \geq 2$ để hàm số $y = (2-x)^n + (2+x)^n$ với $x \in [-2;\ 2]$ có giá trị lớn nhất gấp 8 lần giá trị nhỏ nhất.

**A.** $n = 5$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 2$. **D.** $n = 4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y' = -n(2-x)^{n-1} + n(2+x)^{n-1} = n\left[(2+x)^{n-1} - (2-x)^{n-1}\right]$

$y' = 0 \Leftrightarrow (2+x)^{n-1} = (2-x)^{n-1}$

Trường hợp 1: $n$ chẵn $\Leftrightarrow n-1$ lẻ $\Rightarrow$ $y' = 0 \Leftrightarrow (2+x) = (2-x) \Leftrightarrow x = 0$

Trường hợp 2: $n$ lẻ $\Leftrightarrow n-1$ chẵn $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+x = 2-x \\ 2+x = -2+x \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0$

Ta có bảng biên thiên:

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $4^n$ | $\searrow$ | $2^{n+1}$ | $\nearrow$ | $4^n$ |

$\underset{[-2;2]}{\text{Min}} = f(0) = 2^{n+1}$; $\underset{[-2;2]}{\text{Max}} = f(2) = f(-2) = 4^n$

Theo bài ra ta có $4^n = 8.2^{n+1} \Leftrightarrow n = 4$.

**Câu 17:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = (m+1)\sin x - 3\cos x - 5x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** Vô số. **B.** $10$. **C.** $8$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = (m+1)\cos x + 3\sin x - 5$.

Khi $m+1 = 0 \Rightarrow m = -1$, $y' = 3\sin x - 5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Khi $m+1 \neq 0 \Rightarrow m \neq -1$, hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)\cos x + 3\sin x - 5 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)\cos x + 3\sin x - 5 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + 3^2} \leq 5, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)^2 \leq 16 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 3$.

Vậy $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

**Câu 18:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $A, B, C, D$ sao cho $AB = BC = CD$. Tổng các giá trị của tham số $m$ bằng

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $\frac{32}{9}$. **D.** $\frac{44}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0) \Rightarrow t^2 - 2(m+1)t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2m+1 \left(m \geq \frac{-1}{2}\right) \end{array}\right.$

Suy ra $x = \pm 1$; $x = \pm\sqrt{2m+1}$. Theo đề ta có

+ TH1: $-1;-\sqrt{2m+1};\sqrt{2m+1};1$ lập thành cấp số cộng. Khi đó $m=-\frac{4}{9}$.

+TH2: $-\sqrt{2m+1};-1;1;\sqrt{2m+1}$ lập thành cấp số cộng. Khi đó $m=4$.

Vậy $S=4-\frac{4}{9}=\frac{32}{9}$.

**Câu 19:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho $x,y>0$ và thoả mãn $\begin{cases}x^2-xy+3=0\\2x+3y-14\le 0\end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$ ?

**A.** 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 0

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Xét $x^2-xy+3=0\Rightarrow y=\frac{x^2+3}{x}$ (do $x>0$)

Xét $2x+3y-14\le 0\Leftrightarrow 2x+3\frac{x^2+3}{x}-14\le 0\Leftrightarrow \frac{5x^2-14x+9}{x}\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<0\\1\le x\le \frac{9}{5}\end{array}\right.\Rightarrow 1\le x\le \frac{9}{5}$

Ta có: $P=3x^2.\frac{x^2+3}{x}-x.\frac{\left(x^2+3\right)^2}{x^2}-2x^3+2x=\frac{3x^2\left(x^2+3\right)-\left(x^2+3\right)^2-2x^4+2x^2}{x}=\frac{5x^2-9}{x}$

Xét $P=\frac{5x^2-9}{x}$ trên $\left[1;\frac{9}{5}\right]$.

$P'=\frac{5x^2+9}{x^2}>0\,\forall x\in\left[1;\frac{9}{5}\right]$ nên $P$ đồng biến trên $\left[1;\frac{9}{5}\right]$.

Suy ra $\min\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}P=P(1)=-4$, $\max\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}P=P\left(\frac{9}{5}\right)=4$.

Vậy $\min P+\max P=0$.

**Câu 20:** **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** $m_0$ là giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4+2mx^2-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng

**A.** $m_0\in(-1;0]$. **B.** $m_0\in(-2;-1]$. **C.** $m_0\in(-\infty;-2]$. **D.** $m_0\in(-1;0)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có: $y=x^4+2mx^2-1\Rightarrow y'=4x^3+4mx$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-m\end{array}\right.$ (1).

Để đồ thị hàm số $y=x^4+2mx^2-1$ có ba điểm cực trị thì $y'=0$ phải có ba nghiệm phân biệt tức là $m<0$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{-m}\end{array}\right.$ nên ta gọi $A(0;-1)$, $B\left(-\sqrt{-m};-m^2-1\right)$, $C\left(\sqrt{-m};-m^2-1\right)$

Tam giác $ABC$ cân tại $A$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC$ với $H$ là trung điểm của $BC$ nên $H\left(0;-m^2-1\right)$. Nên: $AH=\sqrt{\left(-m^2\right)^2}=m^2$ và $BC=\sqrt{\left(2\sqrt{-m}\right)^2}=2\sqrt{-m}$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.m^2.2\sqrt{-m}$ theo giả thiết $S_{\Delta ABC}=4\sqrt{2}$ nên $m^2\sqrt{-m}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow m=-2$.

**Câu 21: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

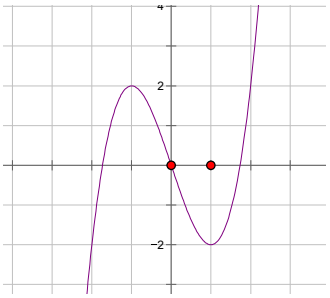
**A.** $m>0$.
**B.** $m<-2$ hoặc $m>1$.
**C.** $-1<m<0$.
**D.** $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

**Hướng dẫn giải**

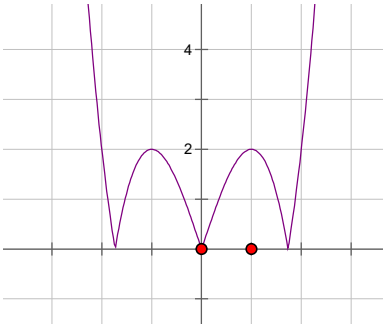
**Chọn D**

Đặt $g\left(x\right)=x^3-3x$. $g'\left(x\right)=3x^2-3$, $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Ta có đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=x^3-3x\left(C\right)$ như sau:




Giữ nguyên phần phía trên trục hoành của đồ thị $\left(C\right)$, lấy đối xứng phần phía dưới trục hoành của đồ thị $\left(C\right)$ qua trục hoành và bỏ phần bên dưới trục hoành của đồ thị $\left(C\right)$ ta được đồ thị của hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ như sau:

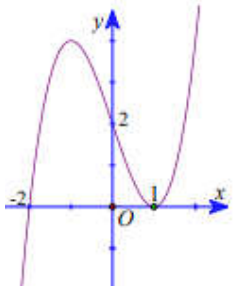



Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$0<m^2+m<2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m>0\\m^2+m-2<0\end{cases}\Leftrightarrow-2<m<-1 \text{ hoặc } 0<m<1.$$

Chú ý: ta có thể chỉ vẽ bảng biến thiên mà không cần phải vẽ đồ thị hàm số.

**Câu 22: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới. Hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?




**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$ trong đó $x=1$ là nghiệm kép.

Ta có $y=f(x^2)\Rightarrow y'=2xf'(x^2)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-2\\x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số không có điểm cực đại.

**Câu 23: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3(m^2-1)x-3m^2-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x=2$?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y=-x^3+3x^2+3(m^2-1)x-3m^2-1\Rightarrow y'=-3x^2+6x+3(m^2-1)$.

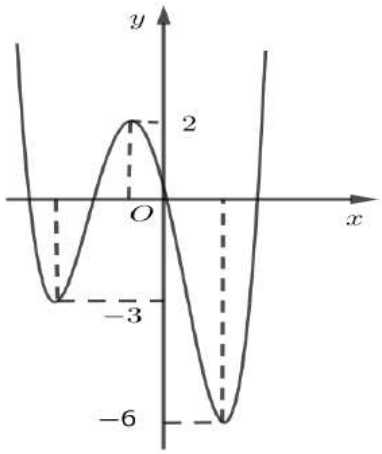
$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-m\\x=1+m\end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x=2$ thì

$$\left\{\begin{array}{l}m\neq0\\1+m<2\\1-m<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\neq0\\m<1\\m>-1\end{array}\right.$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 24: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.




Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị ?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

+ Đồ thị của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ được suy ra từ đồ thị $(C)$ ban đầu như sau:

- Tịnh tiến $(C)$ sang phải một đơn vị, sau đó tịnh tiến lên trên (hay xuống dưới) $m$ đơn vị. Ta được đồ thị $(C'):y=f(x+1)+m$.
- Phần đồ thị $(C')$ nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục $Ox$ ta được đồ thị của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$.

Ta được bảng biến thiên của của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-3+m$ | ↗ | $2+m$ | ↘ | $-6+m$ | ↗ | $+\infty$ |

Để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị của hàm số $(C'):y=f(x+1)+m$ phải cắt trục $Ox$ tại 2 hoặc 3 giao điểm.

+ TH1: Tịnh tiến đồ thị $(C'):y=f(x+1)+m$ lên trên . Khi đó $\begin{cases} m>0 \\ -3+m\ge 0 \\ -6+m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le m<6$.

+ TH2: Tịnh tiến đồ thị $(C'):y=f(x+1)+m$ xuống dưới . Khi đó $\begin{cases} m<0 \\ 2+m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -2$.

Vậy có ba giá trị $m$ nguyên dương.

**Câu 25:** **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+x^2+3x+1$ có đồ thị là $(C)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để từ điểm $M(0;m)$ kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$ mà hoành độ tiếp điểm thuộc đoạn $[1;3]$?

**A.** 61. **B.** 0. **C.** 60. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+2x+3$.

Gọi $(x_o;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Phương trình tiếp tuyến có dạng:

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0 \Leftrightarrow y=(3x_0^2+2x_0+3)(x-x_0)+x_0^3+x_0^2+3x_0+1$

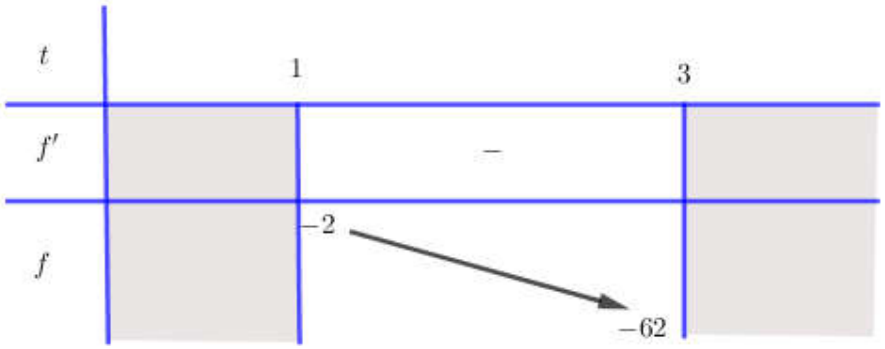
Vì tiếp tuyến qua $M(0;m)$ nên ta có $m=(3x_0^2+2x_0+3)(0-x_0)+x_0^3+x_0^2+3x_0+1$

$\Leftrightarrow m=-2x_0^3-x_0^2+1\ (1)$.

Để từ điểm $M(0;m)$ kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$ mà hoành độ tiếp điểm thuộc đoạn $[1;3]$ thì phương trình $(1)$ có ít nhất một nghiệm $x_0\in[1;3]$

Xét hàm số $y=f(t)=-2t^3-t^2+1$ trên đoạn $[1;3]$ suy ra $f'(t)=-6t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Dựa vào bảng biến thiên ta có $-62\le m\le -2$

Vậy có tất cả 61 giá trị nguyên của tham số $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 26:** **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{3}{4}x^4-(m-1)x^2-\frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=3x^3-2(m-1)x+\frac{1}{x^5}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in(0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow 3x^3-2(m-1)x+\frac{1}{x^5}\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow m\leq \frac{3}{2}x^2+1+\frac{1}{2x^6},\forall x\in(0;+\infty)$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{3}{2}x^2+1+\frac{1}{2x^6},x\in(0;+\infty)$.

Ta có : $f'(x)=3x-\frac{3}{x^7},x\in(0;+\infty)$.

$f'(x)=3x-\frac{3}{x^7}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | ‖ | ↘ | $3$ | ↗ | |

Từ bảng biến thiên ta thấy : $\Leftrightarrow m\leq f(x),\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\leq \min\limits_{(0;+\infty)} f(x)\Leftrightarrow m\leq 3$.

Giá trị nguyên dương của tham số $m$ là $m=1$ , $m=2$ và $m=3$.

**Câu 27: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(a;2)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $a$ để có đúng ba tiếp tuyến của $(C)$ đi qua $A$. Tập hợp $S$ bằng

**A.** $S=(-\infty;-1)$.

**B.** $S=\varnothing$.

**C.** $S=\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right)\cup(2;+\infty)\setminus\{-1\}$.

**D.** $S=\left[-\frac{2}{3};2\right]$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Giả sử $\Delta$ là đường thẳng đi qua $A$ và có hệ số góc là $k$, khi đó phương trình đường thẳng $\Delta$ là $y=k(x-a)+2$.

Để $\Delta$ là tiếp tuyến của $(C)$ thì hệ phương trình $\begin{cases}x^3-3x=k(x-a)+2 & (1)\\ 3x^2-3=k & (2)\end{cases}$ có nghiệm.

Thay $(2)$ vào $(1)$ ta được $x^3-3x=3(x^2-1)(x-a)+2$

$\Leftrightarrow (x+1)\left[2x^2-(3a+2)x+(3a+2)\right]=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+1=0\\ 2x^2-(3a+2)x+(3a+2)=0\,(*)\end{array}\right.$.

Để từ $A$ kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị $(C)$ thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$x \neq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2.(-1)^2 - (3a+2)(-1) + 3a + 2 \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ 9a^2 - 12a - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ \left[ \begin{array}{l} a < -\dfrac{2}{3} \\ a > 2 \end{array} \right. \end{cases}.$$

Vậy $S = \left(-\infty; -\dfrac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty) \setminus \{-1\}$.

**Câu 28: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu đường thẳng cắt đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên?

**A.** 6. **B.** 2. **C.** 15. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y = \dfrac{3x-2}{x+1} \Rightarrow y = 3 - \dfrac{5}{x+1}$. Suy ra các điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số là $(0;-2)$; $(-2;8)$; $(4;2)$; $(-6;4)$.

Ta nhận thấy các điểm trên không có ba điểm nào thẳng hàng.

Vậy số đường thẳng cắt đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên là $C_4^2 = 6$.

**Câu 29: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = \left|mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2 - m\right|$ có 5 điểm cực trị?

**A.** 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x) = mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2 - m$.

Ta có: $mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 1 \\ mx^2 - 2mx + m - 2 = 0 \ (1) \end{array} \right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m(m-2) > 0 \\ m - 2m + m - 2 \neq 0 \end{cases}$.

Vì $m$ nguyên và $m \in [-10;10]$ nên $m \in \{1;2;...;10\}$.

**Câu 30: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Gọi $M, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x + \cos x + 1}{\sqrt{2 + \sin 2x}}$. Khi đó $M + \sqrt{3}m$ bằng?

**A.** $M + \sqrt{3}m = 1 + 2\sqrt{2}$. **B.** $M + \sqrt{3}m = -1$. **C.** $M + \sqrt{3}m = 1$. **D.** $M + \sqrt{3}m = 2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2} \\ t^2 = 1 + \sin 2x \end{cases}$.

Khi đó: $f(t)=\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2+1}}$; $f'(t)=\dfrac{1-t}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=1$.

Ta có: $f\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $f\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $f(1)=\sqrt{2}$.

Suy ra $M=f(1)=\sqrt{2}$; $m=f\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Vậy $M+\sqrt{3}m=1$

**Câu 31: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Biết đồ thị hàm số $y=(m-4)x^3-6(m-4)x^2-12mx+7m-18$ (với $m$ là tham số thực) có ba điểm cố định thẳng hàng. Viết phương trình đường thẳng đi qua ba điểm cố định đó.

**A.** $y=-48x+10$. **B.** $y=\sqrt{3}x-1$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=2x-1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định của đồ thị hàm số đã cho.

Khi đó: $y_0=(m-4)x_0^3-6(m-4)x_0^2-12mx_0+7m-18$ luôn đúng $\forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \left(x_0^3-6x_0^2-12x_0+7\right)m=y_0+4x_0^3-24x_0^2+18$ luôn đúng $\forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^3-6x_0^2-12x_0+7=0 \\ y_0+4x_0^3-24x_0^2+18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^3-6x_0^2=12x_0-7 \\ y_0+4x_0^3-24x_0^2+18=0 \end{cases}$

$\Rightarrow y_0+4(12x_0-7)+18=0\Leftrightarrow y_0=-48x_0+10$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua ba điểm cố định là $y=-48x+10$.

**Câu 32: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với $m$, $n$ là các tham số thực thỏa mãn $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases}$. Tìm số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

**A.** 2. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 5.

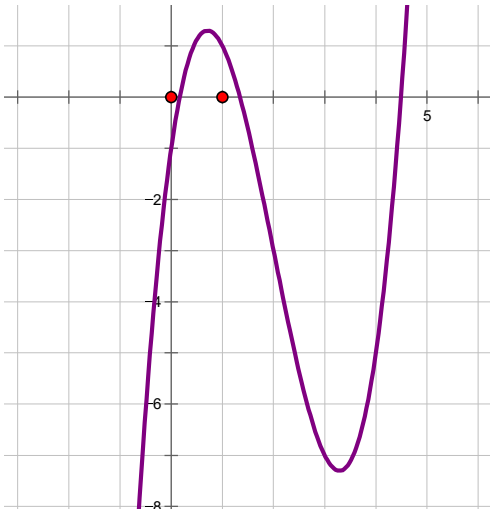
**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

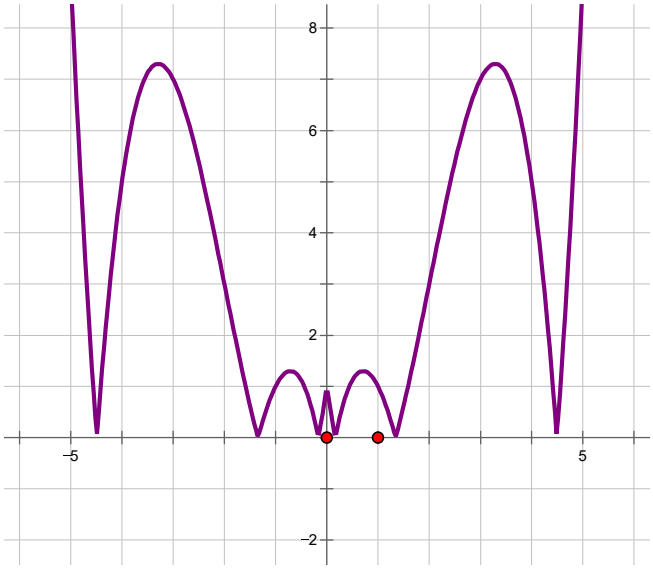
$\begin{cases} f(0)=-1<0 \\ f(1)=m+n>0 \\ f(2)=7+2(2m+n)<0 \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

Khi đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng như sau:




Đồ thị $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có dạng như sau.




Vậy số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ là 11.

**Câu 33: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\left(x+a\right)^3+\left(x+b\right)^3-x^3$ với $a$, $b$ là tham số thực. Khi hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=4\left(a^2+b^2\right)-\left(a+b\right)-ab$.

**A.** $\text{Min}A=-2$. **B.** $\text{Min}A=-\frac{1}{16}$. **C.** $\text{Min}A=-\frac{1}{4}$. **D.** $\text{Min}A=0$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y=x^3+3\left(a+b\right)x^2+3\left(a^2+b^2\right)x+a^3+b^3\Rightarrow y'=3x^2+6\left(a+b\right)x+3\left(a^2+b^2\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow \Delta'\le 0\Leftrightarrow ab\le 0\Leftrightarrow -ab\ge 0$

Ta có $A=4\left(a^2+b^2\right)-\left(a+b\right)-ab=\left[2\left(a+b\right)-\frac{1}{4}\right]^2-9ab-\frac{1}{16}\ge -\frac{1}{16}$.

Vậy $MinA=-\dfrac{1}{16}$ khi $\begin{cases} a.b=0 \\ a+b=\dfrac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b=\dfrac{1}{8} \end{cases} \\ \begin{cases} a=\dfrac{1}{8} \\ b=0 \end{cases} \end{array}\right.$.

**Câu 34: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2-mx+4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$.

**A.** 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^2-6x-m$

Hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$ khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

$\Leftrightarrow m=3x^2-6x$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\in(-3;3)$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2-6x$.

Ta có $f'(x)=6x-6$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-3$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $45$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $9$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<m<9$.

Vậy $m\in\{-2;-1;0;...;8\}$.

**Câu 35: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hỏi hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=(x^2-2x)'f'(x^2-2x)=(2x-2)f'(x^2-2x)$

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=1\\x^2-2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1+\sqrt{2}\\x=1-\sqrt{2}\\x=3\\x=-1\end{array}\right.$

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>3\end{array}\right.$

Khi đó $f'\left(x^2-2x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2x<-2\\x^2-2x>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}\\x<-1\\x>3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

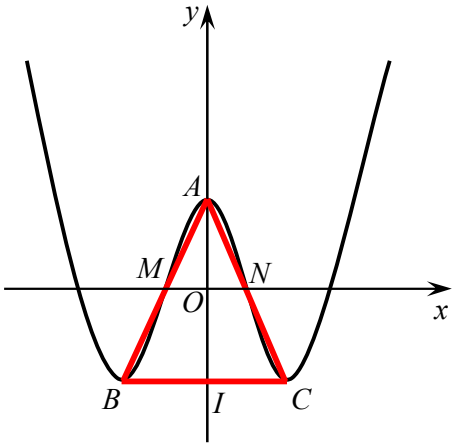
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $-1+\sqrt{2}$ | | $1$ | | $1+\sqrt{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-2$ | $-$ | $\vert$ | $-$ | $\vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | $\vert$ | $+$ | $\vert$ | $+$ | | |
| $f'\left(x^2-2x\right)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |
| $(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |
| $y=f\left(x^2-2x\right)$ | | | | | | | | | | | | | |

**Câu 36:** **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Tìm giá trị tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+3$ có ba điểm cực trị $A,B,C$ sao cho trục hoành chia tam giác $ABC$ thành một tam giác và một hình thang biết rằng tỉ số diện tích tam giác nhỏ được chia ra và diện tích tam giác $ABC$ bằng $\frac{4}{9}$.

**A.** $m=\frac{1+\sqrt{15}}{2}$. **B.** $m=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **C.** $m=\frac{5+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m=\frac{-1+\sqrt{15}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Để hàm số có 3 cực trị thì $a.b<0\Leftrightarrow m+1>0\Leftrightarrow m>-1$

$y'=4x^3-4(m+1)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \Rightarrow y=2m+3\\x=\pm(m+1)&\Rightarrow y=2-m^2\end{array}\right.$

Do trục hoành cắt tam giác $ABC$ nên $\Rightarrow 2m+3>0;2-m^2<0$

Gọi $M$, $N$ là giao điểm của trục $Ox$ và 2 cạnh $AB$, $AC$.

Ta có $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}=\frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}=\left(\frac{AO}{AI}\right)^2=\frac{4}{9}$ với $I$ là trung điểm $BC$ .

Suy ra $\frac{AO}{AI}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\frac{2m+3}{(m+1)^2}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 2m^2-2m-7=0\Leftrightarrow m=\frac{1\pm\sqrt{15}}{2}$

Do điều kiện $m>-1$ nên chọn $m=\frac{1+\sqrt{15}}{2}$

**Câu 37: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $A(0;a)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $a$ để từ $A$ kẻ được hai tiếp tuyến $AM$, $AN$ đến $(C)$ với $M$, $N$ là các tiếp điểm và $MN=4$. Tổng các phần tử của $S$ bằng.

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

**Chọn D**

***(Câu này giải không ra được đúng đáp án C của đề gốc nên đã phải sửa đáp án D cho phù hợp)***

$y=\frac{2x}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2}{(x+1)^2}$

Phương trình đường thẳng qua $A(0;a)$ có hệ số góc $k$ : $y=kx+a$ (d).

(d) là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2x}{x+1}=kx+a & (1)\\ \frac{2}{(x+1)^2}=k & (2)\end{cases}$ có nghiệm.

Thay (2) và (1) ta được $\frac{2x}{x+1}=\frac{2}{(x+1)^2}x+a$

$2x(x+1)=2x+a(x+1)^2\Leftrightarrow(a-2)x^2+2ax+a=0$ $(*)$

Để qua $A$ kẻ được 2 tiếp tuyến thì phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-1$.

$\begin{cases}a-2\neq 0\\ \Delta=a^2-a(a-2)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 2\\ a>0\end{cases}$ với $x_M$ ; $x_N$ là nghiệm phương trình $(*)$.

Nên $M\left(x_M;2-\frac{2}{x_M+1}\right)$ , $N\left(x_N;2-\frac{2}{x_N+1}\right)$

Theo giả thuyết $MN=4\Leftrightarrow(x_M-x_N)^2+4\left(\frac{1}{x_N+1}-\frac{1}{x_M+1}\right)^2=16$

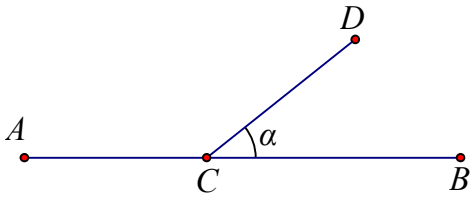
$\Leftrightarrow(x_M-x_N)^2+\frac{4(x_M-x_N)^2}{\left((x_M+1)(x_N+1)\right)^2}=16\Leftrightarrow\frac{8a}{(a-2)^2}+\frac{4\frac{8a}{(a-2)^2}}{\left(\frac{-2}{a-2}\right)^2}=16$

$\Leftrightarrow\frac{8a}{(a-2)^2}+8a=16\Leftrightarrow a^3-6a^2+13a-8=0\Leftrightarrow a=1$. Vậy tổng các giá trị thực là 1.

**Câu 38:** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Tìm các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d:y=x+m-1$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

**A.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{10}$. **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$.

**Câu 39:** Từ kho hàng hóa $A$ dọc theo đường sắt $AB$ cần phải xây một kho trung chuyển tại địa điểm $C$ và xây dựng một con đường từ $C$ đến $D$. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là $v_1$ và trên đường bộ là $v_2$ $(v_1<v_2)$. Tìm điều kiện của $\cos\alpha$ để điểm $C$ được chọn là địa điểm sao cho thời gian vận chuyển hàng hóa từ $A$ đến $D$ qua $C$ là nhanh nhất (góc $\alpha$ như hình vẽ).




**A.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{v_1+v_2}{2}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{v_1}{v_2}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{v_2}{v_1}$.

**Câu 40:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Tìm các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

**A.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{10}$. **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $d$ là:

$\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0\,(*)\ (x\neq-1)$

$d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

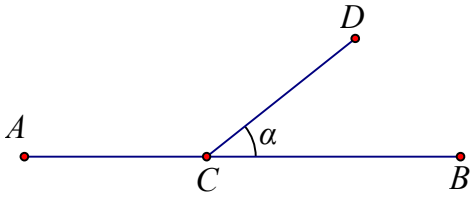
$\Leftrightarrow(m-2)^2-4(m-2)>0\Leftrightarrow(m-2)(m-6)>0\Leftrightarrow m>6\vee m<2.$

Khi đó, giao điểm của $d$ và $(C)$ là $A(x_1;x_1+m-1)$, $B(x_2;x_2+m-1)$ với $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của $(*)$.

Ta có: $AB^2=2(x_2-x_1)^2=2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=2\left[(m-2)^2-4(m-2)\right]=2m^2-16m+24$

Theo giả thiết: $AB^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2\Leftrightarrow 2m^2-16m+24=12\Leftrightarrow m^2-8m+6=0\Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$ (nhận)

**Câu 41:** Từ kho hàng hóa $A$ dọc theo đường sắt $AB$ cần phải xây một kho trung chuyển tại địa điểm $C$ và xây dựng một con đường từ $C$ đến $D$. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là $v_1$ và trên đường bộ là $v_2$ $(v_1<v_2)$. Tìm điều kiện của $\cos\alpha$ để điểm $C$ được chọn là địa điểm sao cho thời gian vận chuyển hàng hóa từ $A$ đến $D$ qua $C$ là nhanh nhất (góc $\alpha$ như hình vẽ).

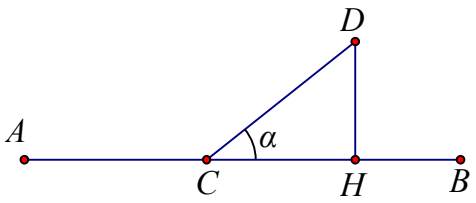



**A.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{v_1+v_2}{2}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{v_1}{v_2}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{v_2}{v_1}$.

**Lời giải**

**Chọn .**

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $D$ lên $AB$ (hình vẽ).




Vì $D$ cố định nên $H$ cố định.

Thời gian vận chuyển hàng hóa từ $A$ đến $C$: $t_1 = \dfrac{AH - HC}{v_1} = \dfrac{AH - \dfrac{DH}{\tan\alpha}}{v_1}$.

Thời gian vận chuyển hàng hóa từ $C$ đến $D$: $t_2 = \dfrac{CD}{v_2} = \dfrac{\dfrac{DH}{\sin\alpha}}{v_2}$.

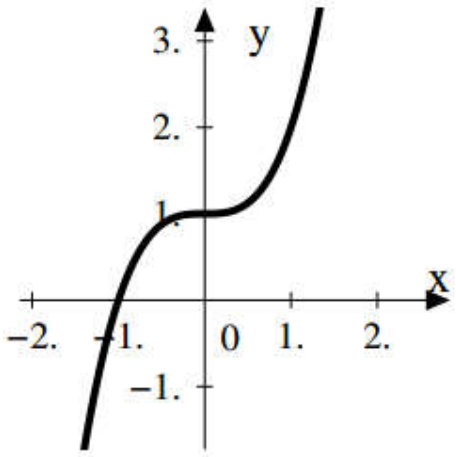
Thời gian vận chuyển hàng hóa từ $A$ đến $D$ qua $C$:

$$t = f(\alpha) = t_1 + t_2 = \frac{AH - \dfrac{DH}{\tan\alpha}}{v_1} + \frac{\dfrac{DH}{\sin\alpha}}{v_2} = \frac{AH}{v_1} - \frac{DH}{v_1\tan\alpha} + \frac{DH}{v_2\sin\alpha},\ \alpha \in \left[\widehat{BAD}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$f'(\alpha) = \frac{DH}{v_1}\frac{1}{\sin^2\alpha} - \frac{DH}{v_2}.\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{DH}{1-\cos^2\alpha}\left(\frac{1}{v_1} - \frac{\cos\alpha}{v_2}\right) = \frac{DH(v_2 - v_1\cos\alpha)}{v_1v_2(1-\cos^2\alpha)}$$

$f'(\alpha) > 0,\ \forall \alpha \in \left[\widehat{BAD}; \dfrac{\pi}{2}\right]$, do đó $\min f(\alpha) = f\left(\widehat{BAD}\right)$ (không có đáp án).

**Câu 42:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để phương trình $f(6\sin x + 8\cos x) = f\left(m(m+1)\right)$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$




A. 5. B. 2. C. 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy hàm số $y = f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó $f(6\sin x + 8\cos x) = f\left(m(m+1)\right) \Leftrightarrow 6\sin x + 8\cos x = m(m+1)$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\left|m(m+1)\right| \le \sqrt{6^2 + 8^2}$

$$\Leftrightarrow -10 \le m(m+1) \le 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-10 \le 0 \\ m^2+m+10 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{41}}{2} \le m \le \frac{-1+\sqrt{41}}{2}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3;-1;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 6 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy có 6 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 43:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $+\infty$ |

Phương trình $|f(1-3x)+1| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** $4$. B. $3$. C. $6$. D. $5$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5 \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = -3 \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x) = f(1-3x)+1$. Ta có:

$g'(x) = -3f'(1-3x)$. Suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-3x = -1 \\ 1-3x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{array}\right.$.

$g\left(\frac{2}{3}\right) = f(-1)+1 = 6$ ; $g\left(-\frac{2}{3}\right) = f(3)+1 = -2$.

Mặt khác $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$. Do đó

$f'(1-3x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1-3x < 3 \Leftrightarrow -2 < -3x < 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$

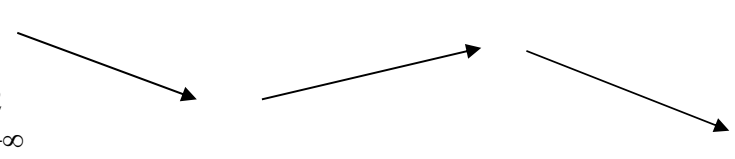
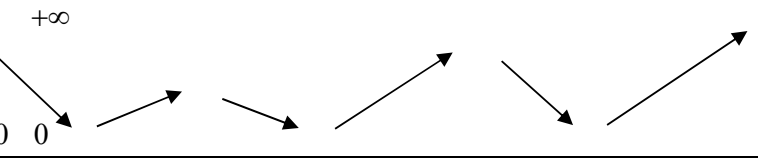
Suy ra: $g'(x) = -3f'(1-3x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$ nên ta có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ $\quad -\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad +\infty$ |
|---|---|
| $g'(x)$ | $-\quad 0 \quad + \quad 0 \quad -$ |
| $g(x)$ | $+\infty$ ↘ $6$ ↗ $-2$ ↘ $-\infty$ |
| $\lvert g(x)\rvert$ | $+\infty$ ↘ $6$ ↗ $2$ ↘ $0$ ↗ $+\infty$ ↘ $0$ ↗ $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $\left|f\left(1-3x\right)+1\right|=3$ có $4$ nghiệm.

✍ Chú ý: Ta có thể làm nhanh như sau:

- $f\left(x\right)\to f\left(1-3x\right)$ chỉ thay đổi tính đơn điệu và cực trị ngược lại: $y_{CT}=5$, $y_{CD}=-3$.
- $f\left(1-3x\right)\to f\left(1-3x\right)+1$: Tịnh tiến lên trên $1$ đơn vị nên $y_{CT}=6$, $y_{CD}=-2$.
- $f\left(1-3x\right)+1\to\left|f\left(1-3x\right)+1\right|$: Lật dưới lên trên sẽ được như hình sau:

| | |
|---|---|
| $f\left(1-3x\right)+1$ | $+\infty$ <br> $6$ <br> $-2$ <br> $-\infty$  |
| $\left\|f\left(1-3x\right)+1\right\|$ | $+\infty$ $+\infty$ <br> $6$ <br> $2$ <br> $0$ $0$ $0$  |

Dựa vào bảng suy ra phương trình $\left|f\left(1-3x\right)+1\right|=3$ có $4$ nghiệm.

**Câu 44:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Một tiếp tuyến bất kỳ với $\left(C\right)$ cắt đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của $\left(C\right)$ lần lượt tại $A$ và $B$, biết $I\left(1;2\right)$. Giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $IAB$ là

A. $8-4\sqrt{2}$. **B.** $4-2\sqrt{2}$. C. $8-3\sqrt{2}$. D. $7-3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị $\left(C\right)$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$.

$y'=\dfrac{-4}{\left(x-1\right)^2},\forall x\neq 1$.

Phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ $x_0$ là $y=-\dfrac{4}{\left(x_0-1\right)^2}x+\dfrac{2x_0^2+4x_0-2}{\left(x_0-1\right)^2}$, $x_0\neq 1$.

Tọa độ điểm $A\left(1;\dfrac{2x_0+6}{x_0-1}\right)$, $B\left(2x_0-1;2\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{IA}=\left(0;\dfrac{8}{x_0-1}\right)$, $IA=\dfrac{8}{\left|x_0-1\right|}$; $\overrightarrow{IB}=\left(2x_0-2;0\right)$, $IB=2\left|x_0-1\right|$

Tam giác $IAB$ vuông tại $I$ có $IA.IB=16$.

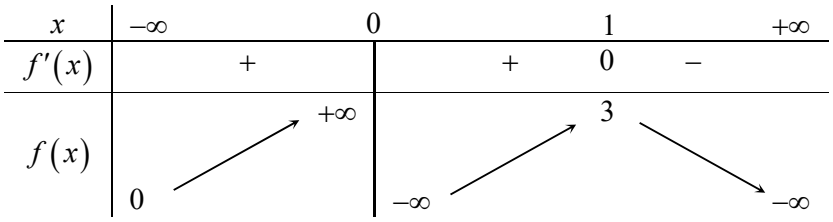
Gọi $p$ là nửa chu vi tam giác $IAB$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$r=\frac{S}{p}=\frac{IA.IB}{IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}}\le\frac{IA.IB}{2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2IA.IB}}=\frac{16}{2\sqrt{16}+\sqrt{32}}=4-2\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $IA=IB=4$ hay $\left|x_0-1\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=-1\end{array}\right.$

Vậy $r_{\max}=4-2\sqrt{2}$.

**Câu 45:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau




Với các giá trị thực của tham số $m$, phương trình $f\left(|x|+m\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

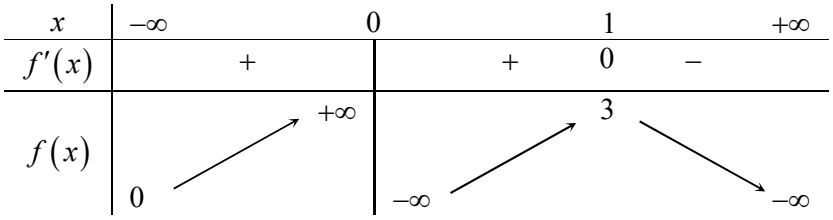
**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $6$. **D.** $3$.

**Câu 46:** Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị $(C)$. Điểm $M$ nằm trên $(C)$ sao cho khoảng cách từ $M$ đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ $M$ đến tiệm cận ngang của $(C)$. Khoảng cách từ $M$ đến tâm đối xứng của $(C)$ bằng

**A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Câu 47:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau




Với các giá trị thực của tham số $m$, phương trình $f\left(|x|+m\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $6$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $g\left(x\right)=f\left(|x|+m\right)$. Ta có $g'\left(x\right)=\left(|x|+m\right)'.f'\left(|x|+m\right)=\dfrac{x}{|x|}.f'\left(|x|+m\right)$.

$g'\left(x\right)$ không xác định tại $x=0$ và $|x|+m=0$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow|x|+m=1$ suy ra $g'\left(x\right)$ đổi dấu tối đa $5$ lần. Suy ra $g\left(x\right)=0$ có tối đa $6$ nghiệm.

**Câu 48:** Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị $(C)$. Điểm $M$ nằm trên $(C)$ sao cho khoảng cách từ $M$ đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ $M$ đến tiệm cận ngang của $(C)$. Khoảng cách từ $M$ đến tâm đối xứng của $(C)$ bằng

**A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử $M\left(t;\dfrac{3t-1}{t-3}\right)\in(C)$ $(t\neq 3)$.

Đồ thị $(C)$ có tiệm cận đứng $d_1:x=3$ và tiệm cận ngang $d_2:y=3$.

Đồ thị $(C)$ có tâm đối xứng $I(3;3)$.

Ta có $d(M;d_1)=2d(M;d_2)\Leftrightarrow|t-3|=2\left|\dfrac{3t-1}{t-3}-3\right|$

$\Leftrightarrow|t-3|=2\left|\dfrac{8}{t-3}\right|\Leftrightarrow(t-3)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=7\\t=-1\end{array}\right.$ thỏa mãn $t\neq 3$.

+ Với $t=7\Rightarrow M(7;5)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(4;2)\Rightarrow IM=2\sqrt{5}$.

+ Với $t=-1\Rightarrow M(-1;-1)\Rightarrow\overrightarrow{MI}=(4;4)\Rightarrow MI=4\sqrt{2}$.

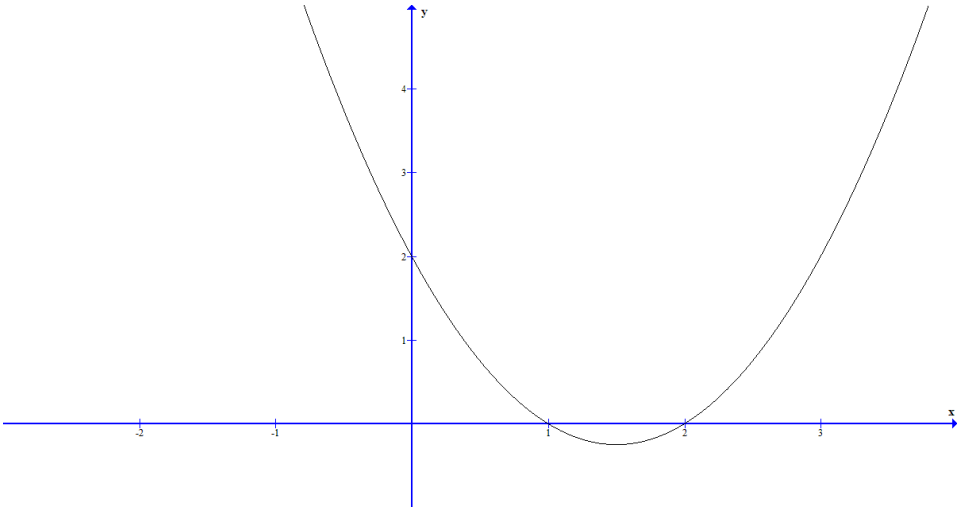
**Câu 49:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+5)x-1$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 50:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ trong khoảng $(-3;5)$ để đồ thị hàm số $y=x^4+(m-5)x^2-mx+4-2m$ tiếp xúc với trục hoành ?

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 51:** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Hàm số $y=f(2x-3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$.

**Câu 52:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+5)x-1$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

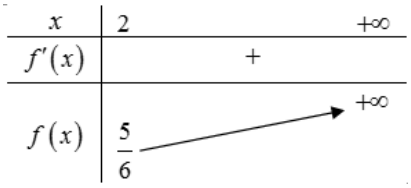
Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+6m+5$.

Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi $y'=3x^2-6(m+1)x+6m+5\geq 0\ \ \forall x\in(2;+\infty)$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\geq 6m(x-1)\Leftrightarrow m\leq\dfrac{3x^2-6x+5}{6x-6}=f(x)$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{18x^2-36x+6}{(6x-6)^2}>0\ \forall x\in(2;+\infty)$.

BBT




Vậy $m\le\dfrac{5}{6}$ nên không có giá trị nguyên dương nào của $m$ thỏa ycbt.

**Câu 53:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ trong khoảng $(-3;5)$ để đồ thị hàm số $y=x^4+(m-5)x^2-mx+4-2m$ tiếp xúc với trục hoành ?

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và trục $Ox$:

$x^4+(m-5)x^2-mx+4-2m=0\ (1)\Leftrightarrow(x-2)\left[x^3+2x^2+(m-1)x+m-2\right]=0$

$\Leftrightarrow(x-2)(x+1)\left(x^2+x+m-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\\x^2+x+m-2=0\ (2)\end{array}\right.$

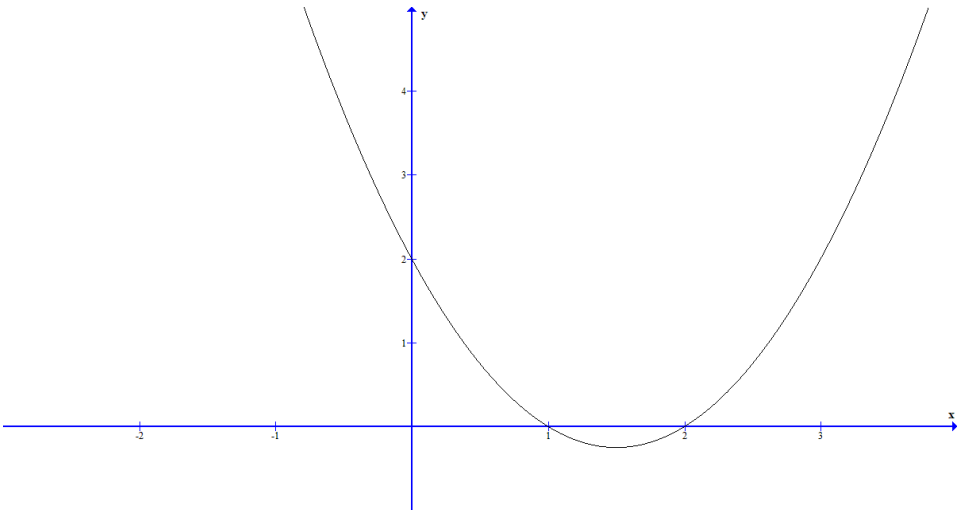
$(C)$ tiếp xúc với trục hoành $\Leftrightarrow$ phương trình $(1)$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow$ phương trình $(2)$ có nghiệm $x=2$ hoặc $x=-1$ hoặc nghiệm kép khác 2 và $-1$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=2\\\Delta_{(2)}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=2\\m=\dfrac{9}{4}\end{array}\right.$.

Với $m=\dfrac{9}{4}$ thì $(2)$ có nghiệm kép $x=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy $m=\dfrac{9}{4}$ và $m=2$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 54:** Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Hàm số $y=f\left(2x-3x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=f\left(2x-3x^2\right)$ ta có: $y'=(2-6x).f'\left(2x-3x^2\right)$.

$$f'\left(2x-3x^2\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-3x^2<1\\2x-3x^2>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-2x+1>0\\3x^2-2x+2<0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$

$$f'\left(2x-3x^2\right)<0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2x-3x^2>1\\2x-3x^2<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-2x+1<0\\3x^2-2x+2>0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\varnothing.$$

Do đó $(2-6x).f'\left(2x-3x^2\right)>0\Leftrightarrow 2-6x>0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

**Câu 55:** Cho $a,b,c\in\mathbb{R}$ sao cho hàm số $y=2x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại $x=1$ đồng thời có $y(0)=2$ và $y(1)=-3$. Hỏi trong không gian $Oxyz$, điểm $M(a;b;c)$ nằm trong mặt cầu nào sau đây?

**A.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=90$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

**C.** $x^2+y^2+(z+5)^2=60$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=49$.

**Câu 56:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+3\sqrt[3]{\left(1-x^2\right)^2}$. Hỏi điểm $A(M;m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

**A.** $(x-3)^2+(y-1)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

**C.** $x^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2=20$

**Câu 57:** Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{2}x^3-2x^2+1\right|$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$. Biết $M=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{N}^*$. Tính $S=a+b^2$.

**A.** $S=127$. **B.** $S=830$. **C.** $S=2$. **D.** $S=122$.

**Câu 58:** Gọi $S=\left(-\infty;\frac{a}{b}\right]$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}^*$) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx+3}=x+2$ có hai nghiệm phân biệt. Tính $B=a^2-b^3$.

**A.** $B=16$. **B.** $B=3$. **C.** $B=113$. **D.** $B=9$.

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | D | A | B | A | A | A | B | B | A | D | B | B | C | B | C | D | C | A | B | C | D | C | A |

| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | A | A | B | A | A | D | C | C | C | D | D | A | B | D | C | C | B | A | A | D | B | D | D | C |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 59:** Cho $a,b,c\in\mathbb{R}$ sao cho hàm số $y=2x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại $x=1$ đồng thời có $y(0)=2$ và $y(1)=-3$. Hỏi trong không gian $Oxyz$, điểm $M(a;b;c)$ nằm trong mặt cầu nào sau đây?

**A.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=90$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

**C.** $x^2+y^2+(z+5)^2=60$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=49$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=6x^2+2ax+b$, $y''=12x+2a$.

Theo đề ra ta có: $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)\neq 0\\2=c\\-3=2+a+b+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6+2a+b=0\\a\neq -6\\2=c\\-3=2+a+b+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-8\\c=2\end{cases}$.

Vậy $M(1;-8;2)$.

Thay tọa độ $M$ vào các phương trình mặt cầu, ta có:

$(1-2)^2+(-8-3)^2+(2+5)^2>90\Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu này.

$(1-1)^2+(-8-1)^2+(2-1)^2>25\Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu này.

$(1)^2+(-8)^2+(2+5)^2>60\Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu này.

$(1+1)^2+(-8+2)^2+(2-3)^2<49\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu này.

**Câu 60:** Gọi $M$ , $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+3\sqrt[3]{\left(1-x^2\right)^2}$ . Hỏi điểm $A\left(M;m\right)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

**A.** $\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$.

**B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$.

**C.** $x^2+\left(y-1\right)^2=1$.

**D.** $\left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2=20$

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\left[-1;1\right]$.

Đặt $t=\sqrt[6]{1-x^2}$ . Vì $x\in\left[-1;1\right]\Rightarrow t\in\left[0;1\right]$.

Vậy $y=f\left(t\right)=t^3+3t^4,t\in\left[0;1\right]$.

$f'=3t^2+12t^3$, $f'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{1}{4}\\t=0\end{array}\right.$.

$f\left(1\right)=4,f\left(0\right)=0$.

$\max\limits_{\left[-1;1\right]}y=\max\limits_{\left[-1;1\right]}f\left(x\right)=4;\min\limits_{\left[-1;1\right]}y=\min\limits_{\left[-1;1\right]}f\left(x\right)=0$ .

Vậy điểm $A\left(4;0\right)$.

Ta có: $\left(4-3\right)^2+\left(0-1\right)^2=2\Rightarrow A\in\left(C\right):\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$.

**Câu 61:** Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{2}x^3-2x^2+1\right|$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$. Biết $M=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{N}^*$. Tính $S=a+b^2$.

**A.** $S=127$.

**B.** $S=830$.

**C.** $S=2$.

**D.** $S=122$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2}x^3-2x^2+1$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$.

Ta có $f'\left(x\right)=\frac{3}{2}x^2-4x=x\left(\frac{3}{2}x-4\right)$, $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{8}{3}\end{array}\right.$.

Suy ra bảng biến thiên của $f\left(x\right)$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$ là

| $x$ | $-\frac{9}{8}$ | | $0$ | | $\frac{8}{3}$ | | $\frac{10}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\frac{2297}{1024}$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\frac{101}{27}$ | ↗ | $-\frac{73}{27}$ |

Suy ra $M=\frac{101}{27}$ do đó $S=101+27^2=830$.

**Câu 62:** Gọi $S=\left(-\infty;\frac{a}{b}\right]$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*$) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx+3}=x+2$ có hai nghiệm phân biệt. Tính $B=a^2-b^3$.

**A.** $B=16$. **B.** $B=3$. **C.** $B=113$. **D.** $B=9$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\sqrt{2x^2+mx+3}=x+2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\2x^2+mx+3=(x+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\mx=-x^2+4x+1\end{cases}$.

Do $x=0$ không thỏa nên $m=\frac{-x^2+4x+1}{x}$.

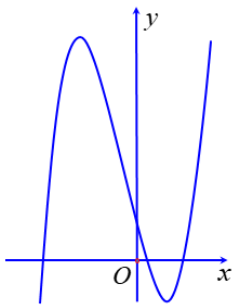
Xét $f(x)=\frac{-x^2+4x+1}{x}$ trên $[-2;+\infty)\setminus\{0\}$.

Ta có $f'(x)=\frac{-x^2-1}{x^2}<0$ với mọi $x\in[-2;+\infty)\setminus\{0\}$.

BBT:

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $\frac{11}{2}$ | $\searrow$ | $-\infty$ / $+\infty$ | $\searrow$ | $+\infty$ |

**Câu 63:** Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m\le\frac{11}{2}\Rightarrow S=\left(-\infty;\frac{11}{2}\right]\Rightarrow B=11^2-2^3=113$. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



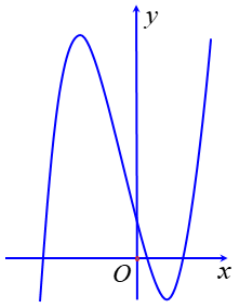

**A.** $a>0, b<0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b>0, c<0, d>0$.

**C.** $a<0, b<0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

**Câu 64:** Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích $3000$ lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là $500000$ đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

**A.** $6490123$ đồng. **B.** $7500000$ đồng. **C.** $5151214$ đồng. **D.** $6500000$ đồng.

**Câu 65:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $a>0, b<0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b>0, c<0, d>0$.

**C.** $a<0, b<0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

Xét $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $a.c<0 \Rightarrow c<0$.

Xét $y''=6ax+2b=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn âm

$\Rightarrow \dfrac{-b}{3a}<0 \Rightarrow b>0$.

**Câu 66:** Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích $3000$ lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là $500000$ đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

**A.** $6490123$ đồng. **B.** $7500000$ đồng. **C.** $5151214$ đồng. **D.** $6500000$ đồng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $x$ là chiều rộng bể, chiều dài bể là $2x \Rightarrow$ diện tích đáy là $2x^2$.

Do thể tích bể là $V=3000(l)=3(\text{m}^3)$ nên chiều cao bể là $\dfrac{3}{2x^2}$.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể là

$$S=2\left(2x^2+x.\frac{3}{2x^2}+2x.\frac{3}{2x^2}\right)=2\left(2x^2+\frac{9}{2x}\right)=4x^2+\frac{9}{2x}+\frac{9}{2x}\geq 3\sqrt[3]{81}.$$

Vậy diện tích xây dựng ít nhất là $S=9\sqrt[3]{3}$ khi $4x^2=\dfrac{9}{2x} \Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Chí phí xây dựng ít nhất là $9\sqrt[3]{3}.500000=6490123$ đồng.

**Câu 67:** Tất cả giá trị của $m$ sao cho phương trình $x^3-3x=2m$ có ba nghiệm phân biệt là

**A.** $-2<m<2$. **B.** $m<1$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$.

**Câu 68:** Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $18\ m^3$, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là $500000$ đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

**A.** $19$ triệu đồng. **B.** $18$ triệu đồng. **C.** $16$ triệu đồng. **D.** $20$ triệu đồng.

**Câu 69:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=6$, $\int_0^1 (2x-2).f'(x)\,dx=6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\,dx$.

**A.** $-3$. **B.** $-9$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Câu 70:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

**Câu 71:** Tất cả giá trị của $m$ sao cho phương trình $x^3-3x=2m$ có ba nghiệm phân biệt là

**A.** $-2<m<2$. **B.** $m<1$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=f(x)=x^3-3x$ với $x\in\mathbb{R}$ có $f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

YCBT $\Leftrightarrow$ đường $y=2m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -2<2m<2\Leftrightarrow -1<m<1$.

**Câu 72:** Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $18\ m^3$, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là $500000$ đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

**A.** $19$ triệu đồng. **B.** $18$ triệu đồng. **C.** $16$ triệu đồng. **D.** $20$ triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi chiều rộng của đáy hồ nước là $x\ \Rightarrow$ chiều dài của đáy hồ nước là $3x\ (m)$, với $0<x<\sqrt{6}$.

Suy ra chiều cao của hồ nước là $h=\frac{6}{x^2}\ (m)$

Tổng diện tích cần xây là $S(x)=S_{xq}+S_d=2xh+2.3xh+3x^2=8xh+3x^2$ hay $S(x)=\frac{48}{x}+3x^2$.

Do đó $S(x)=\frac{24}{x}+\frac{24}{x}+3x^2\ge 3\sqrt[3]{\frac{24}{x}.\frac{24}{x}.3x^2}=36$, với mọi $0<x<\sqrt{6}$.

Vậy $S_{\min}=36\ (m^2)$ khi $\frac{24}{x}=3x^2$ hay $x=2$. Vậy chi phí xây hồ là $18$ triệu đồng.

**Câu 73:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=6$, $\int_0^1 (2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

**A.** $-3$. **B.** $-9$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $6=\int_0^1 (2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 (2x-2)\mathrm{d}\left[f(x)\right]=\left[(2x-2)f(x)\right]\Big|_0^1-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 6=-2f(0)-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{-2f(0)-6}{2}=-9$.

**Câu 74:** Giá trị của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

**A.** $m=1$. **B.** $m=\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y'=3x^3-6x+m$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ và $\begin{cases}\Delta_{y'}>0\\(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}36-12m>0\\4-\dfrac{2m}{3}=3\end{cases}\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

**Câu 75:** Tập hợp tất cả giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ là?

**A.** $(-2;2)$. **B.** $[1;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 76:** Tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Câu 77:** Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại $6$ điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số $m$ là

**A.** $4<m<5$. **B.** $5<m<6$.
**C.** $3<m<4$. **D.** $m>6$ hoặc $m<5$.

**Câu 78:** Tập hợp tất cả giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ là?

**A.** $(-2;2)$. **B.** $[1;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{4}\right\}$ và $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow y'<0, \forall x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ \dfrac{m}{4}\geq\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 1\leq m<2$.

**Câu 79:** Tập hợp các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=3x^2+12x+3(m+2)$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2+4x+m+2=0$ $(*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2 \Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)<0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=4-(m+2)>0 \\ x_1x_2+x_1+x_2+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow m<1$.

**Câu 80:** Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số $m$ là

**A.** $4<m<5$. **B.** $5<m<6$.

**C.** $3<m<4$. **D.** $m>6$ hoặc $m<5$.

**Hướng dẫn giải**

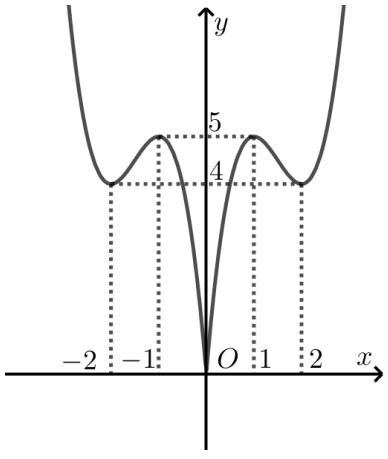
**Chọn B**

Hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung $Oy$ làm trục đối xứng.

Bởi vậy, đồ thị $(C_1)$ hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=2x^3-9x^2+12x$ như sau:

- Đồ thị $(C_1)$ ứng với $x\geq 0$ là phần đồ thị $(C)$ bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng với phần trên qua trục tung ta được đồ thị $(C_1)$ ứng với $x<0$.

Đồ thị $(C_1)$ có hình dạng như sau:



Từ đồ thị $(C_1)$ hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$, suy ra đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị $(C_1)$ tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4<m-1<5\Leftrightarrow 5<m<6$.

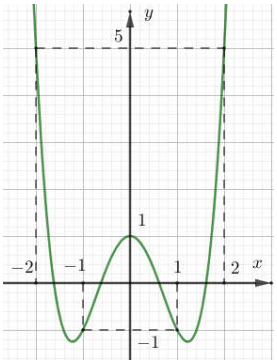
**Câu 81:** Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là

**A.** 4 ngày. **B.** 10 ngày. **C.** 20 ngày. **D.** 15 ngày.

**Câu 82:** Tất cả giá trị của $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 64 là

**A.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$.

**Câu 83:** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới




Tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm phân iệt là

**A.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | B | A | A | A | C | C | C | A | B | C | B | A | C | C | C | D | A | D | D | A | A | B | B | B |

| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | D | C | C | B | D | D | C | B | C | C | A | B | D | A | B | A | A | A | B | D | D | A | D | D |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 84:** Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là

**A.** 4 ngày. **B.** 10 ngày. **C.** 20 ngày. **D.** 15 ngày.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $x$ (lít) $(0<x<10)$ là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

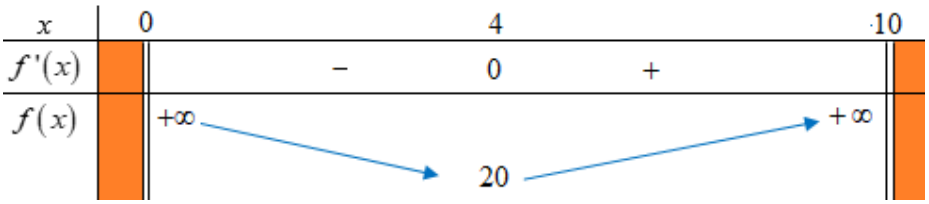
Khi đó: $10-x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}$, $x\in(0;10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}\Rightarrow f'(x)=-\frac{32}{x^2}+\frac{72}{(10-x)^2}$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{32}{x^2}+\frac{72}{(10-x)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-20 \notin (0;10) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}$, $x \in (0;10)$




Theo BBT: ít nhất $20$ ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

**Câu 85:** Tất cả giá trị của $m$ sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $64$ là

**A.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có đạo hàm $y'=4x^3-16m^2x$.

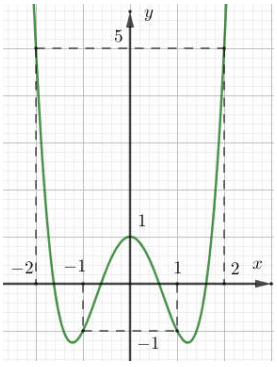
$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2m \end{array}\right.$.

Do đó với điều kiện $m \neq 0$ hàm số có $3$ cực trị tạo thành tam giác cân $ABC$ với $A(0;1)$, $B(2m;8m^2+1)$ và $C(-2m;8m^2+1)$. Hai điểm này sai cô $B(2m;16m^4+1)$ và $C(-2m;16m^4+1)$.

Ta có $BC=|4m|$ và $(BC): y=16m^4+1$. Suy ra chiều cao $AH=16m^4$.

Theo đề bài thì $S_{\Delta ABC}=64 \Leftrightarrow \frac{1}{2}|4m|16m^4=64 \Leftrightarrow |m|^5=2 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}$.

**Câu 86:** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới




Tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm phân iệt là

**A.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đồ thị trên hình vẽ, ta thấy đồ thị đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;-1)$ và $C(2;5)$. Do đó ta có hệ phương trình

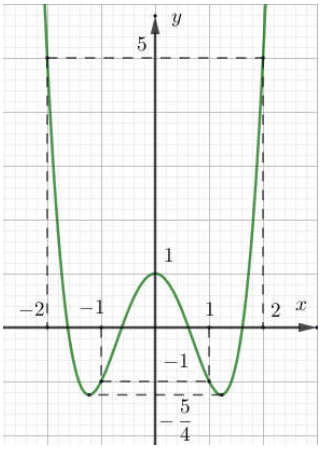
$$\begin{cases} c=1 \\ a+b+c=-1 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=1 \\ b=-2 \end{cases}.$$

Ta có $f(x)=x^4-3x^2+1$

$f'(x)=4x^3-6x$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}} \end{array}\right..$$

Ta được đồ thị




Do đó phương trình $f(x)+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

**Câu 87:** $-\dfrac{5}{4}<-2m<1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{5}{8}$.Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\searrow$ | $0$ |
| | | | $-\infty$ | | |

Mệnh đề nào sau đây sai?

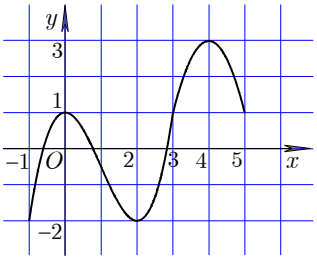
**A.** Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

**B.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có $2$ nghiệm với mọi $m>0$.

**C.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi $m$.

**D.** Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

**Câu 88:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng




**A.** $(-3;-2)$.

**B.** $(-2;-1)$.

**C.** $(-1;0)$.

**D.** $(0;2)$.

**Câu 89:** Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ và $d_1$, $d_2$ là hai tiếp tuyến của $(C)$ song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa $d_1$ và $d_2$ là

**A.** $3$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2$. **D.** $2\sqrt{2}$.

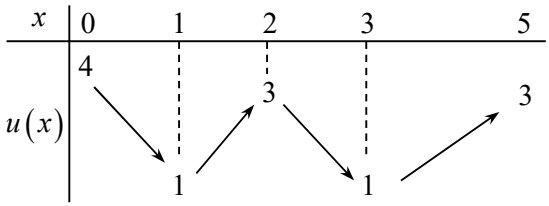
**Câu 90:** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng $20$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $0<m\le 2$. **B.** $4<m\le 8$. **C.** $2<m\le 4$. **D.** $m>8$.

**Câu 91:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

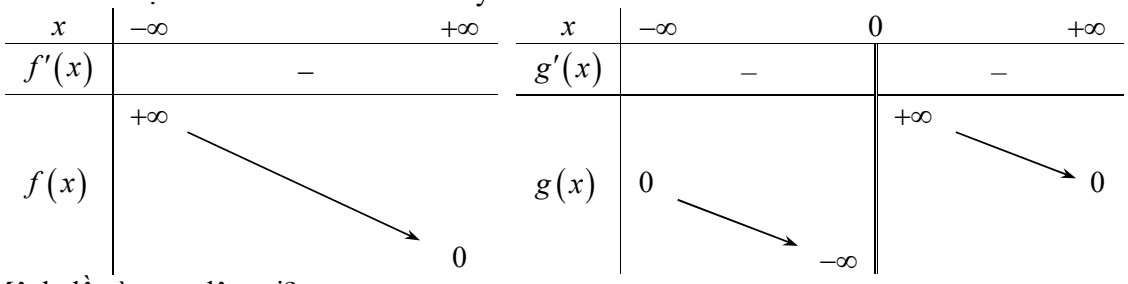
**A.** $9$. **B.** $2018$. **C.** $2022$. **D.** $11$.

**Câu 92:** Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?




**A.** $6$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $3$.

**Câu 93:** Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây




Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

**B.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có $2$ nghiệm với mọi $m>0$.

**C.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi $m$.

**D.** Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Trong khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(x)>0$, $g(x)<0$ nên phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm suy ra A đúng.
- Đặt $h(x)=f(x)+g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)+g'(x)<0,\forall x\ne 0$. Ta có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $-$ | ‖ | $-$ |

| $h(x)$ | $+\infty$ ↘ $-\infty$ | $+\infty$ ↘ $0$ |
|---|---|---|

Từ bảng biến thiên ta có B, C đúng.

- Xét trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có bảng biến thiên

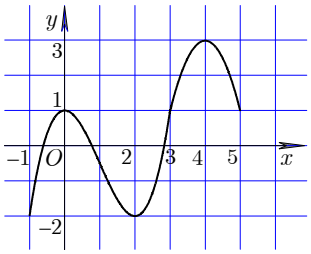
| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $y_0$ ↘ | $0$ |

| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | |
| $g(x)-1$ | $+\infty$ ↘ | $-1$ |

Suy ra phương trình $f(x)=g(x)-1$ có ít nhất một nghiệm.

Vậy D sai nên **Chọn D**

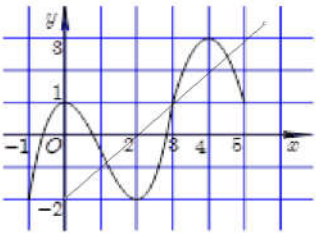
**Câu 94:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng




**A.** $(-3;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Ta có $y=-2f(2-x)+x^2 \Rightarrow y'=-(2-x)'\,2f'(2-x)+2x=2f'(2-x)+2x$

Ta có: $y'<0 \Leftrightarrow f'(2-x)+x<0 \Leftrightarrow f'(2-x)<(2-x)-2$.

Đặt $t=2-x$. Suy ra $f'(t)<t-2$

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=t-2$ cắt đồ thị $y=f'(t)$ tại ba điểm có hoành độ liên tiếp là $1<a<2$; $3$; $4<b<5$.

Do đó cùng từ đồ thị ta có

$$f'(t)<t-2 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a<t<3 \\ t>b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a<2-x<3 \\ 2-x>b \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -1<x<2-a \\ x<2-b \end{bmatrix}$$

- Vì $1<a<2 \Rightarrow 0<2-a<1$ nên $(-1;0)\subset(-1;2-a)$. Do đó: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2-a)$ nên cũng nghịch biến trên $(-1;0)$.
- Vì $4<b<5 \Rightarrow -3<2-b<-2$ nên $(-3;-2)\not\subset(-\infty;2-b)$. Do đó: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2-b)$ thì không nghịch biến trên $(-3;-2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**Câu 95:** Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ và $d_1$, $d_2$ là hai tiếp tuyến của $(C)$ song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa $d_1$ và $d_2$ là

**A.** $3$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2$. **D.** $2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Cách 1: Do $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}, y'(x)=\dfrac{1}{2x^2}\ \ \forall x\neq 0$.

$d_1, d_2$ là hai tiếp tuyến của $(C)$ song song với nhau lần lượt có các hoành độ tiếp điểm là $x_1, x_2\ (x_1\neq x_2)$, nên ta có $y'(x_1)=y'(x_2)\Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}=\dfrac{1}{2x_2^2}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=x_2 \\ x_1=-x_2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1=-x_2$.

Gọi $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right)$; $N\left(-x_1;\dfrac{x_1+1}{2x_1}\right)$.

PTTT $d_1$ tại $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right): y=\dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)+\dfrac{x_1-1}{2x_1}\Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)-y+\dfrac{x_1-1}{2x_1}=0$.

Khi đó $d_{(d_1,d_2)}=d_{(N;d_1)}=\dfrac{\left|\dfrac{2}{x_1}\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{4x_1^4}+1}}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}$.

Áp dụng BĐT Cô-Si ta có $4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}\geq 2\sqrt{4x_1^2.\dfrac{1}{x_1^2}}=4\Rightarrow d_{(d_1;\,d_2)}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}\leq\dfrac{4}{2}=2$.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Đồ thị nhận điểm $I\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ là giao điểm của hai đường tiện cận làm tâm đối xứng.

Lấy điểm $A\left(a;\dfrac{a-1}{2a}\right)$, $a>0$ thuộc nhánh phải. Khi đó: $\max d(d_1;d_2)=\min(2IA)$

Ta có:

$IA=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a-1}{2a}-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2+\dfrac{1}{4a^2}}\geq\sqrt{2\sqrt{a^2\dfrac{1}{4a^2}}}=\sqrt{2.\dfrac{1}{2}}=1$.

Vậy $\max d(d_1;d_2)=2$

**Câu 96:** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng $20$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $0<m\leq 2$. **B.** $4<m\leq 8$. **C.** $2<m\leq 4$. **D.** $m>8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Ta có: $y=mx+\dfrac{36}{x+1}\Rightarrow y'=m-\dfrac{36}{(x+1)^2}$.

Ta có: $\min\limits_{[0;3]} y=20$ nên $y(3)\geq 20\Leftrightarrow 3m+\dfrac{36}{3+1}\geq 20\Leftrightarrow m\geq\dfrac{11}{3}$.

Với $m \ge \frac{11}{3}$. Ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow m - \frac{36}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{36}{m} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{6}{\sqrt{m}} - 1 < 3 \\ x = -\frac{6}{\sqrt{m}} - 1 \ (l) \end{array}\right.$$

- TH1: $\frac{6}{\sqrt{m}} - 1 < 0 \Leftrightarrow m > 36$. Suy ra: $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(0) = 36$ (vô lí).
- TH2: $m \ge \frac{11}{3} \wedge \frac{6}{\sqrt{m}} - 1 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{11}{3} \le m \le 36$. Suy ra:

$$\min_{x\in[0;3]} y = y\left(\frac{6}{\sqrt{m}} - 1\right) = 12\sqrt{m} - m = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 100 (l) \end{array}\right.$$

Vậy $m = 4$.

**Cách 2:** Ta có: $\min\limits_{[0;3]} y = 20$ nên $y(3) \ge 20 \Leftrightarrow 3m + \frac{36}{3+1} \ge 20 \Leftrightarrow m \ge \frac{11}{3}$.

Với $m \ge \frac{11}{3}$. Ta có:

$y = mx + \frac{36}{x+1} = m(x+1) + \frac{36}{x+1} - m \ge 2\sqrt{36m} - m$, với mọi $x \in [0;3]$. Suy ra:

$\min\limits_{x\in[0;3]} y = 2\sqrt{36m} - m = 20$ (nếu có đẳng thức xảy ra $m(x+1) = \frac{36}{x+1}$)

$$m - 12\sqrt{m} + 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{m} = 2 \\ \sqrt{m} = 10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 100 \end{array}\right.$$

Ta thử lại xem có đẳng thức xảy ra không.

- Với $m = 100$. Ta có: $100(x+1) = \frac{36}{x+1} \Leftrightarrow x+1 = \frac{6}{10} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \notin [0;3]$ (loại)
- Với $m = 4$. Ta có: $4(x+1) = \frac{36}{x+1} \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2 \in [0;3]$ (nhận)

Vậy $m = 4$.

**Câu 97:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 9. **B.** 2018. **C.** 2022. **D.** 11.

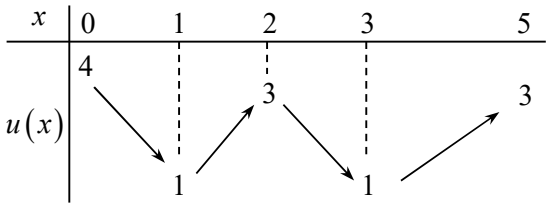
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x) = x^3(x-2)(x^2-2) = 0$ có 4 nghiệm và đổi dấu 4 lần nên hàm số $y = f(x)$ có 4 cực trị. Suy ra $f(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Do đó $y = |f(1-2018x)|$ có tối đa 9 cực trị.

**Câu 98:** Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?




**A.** 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

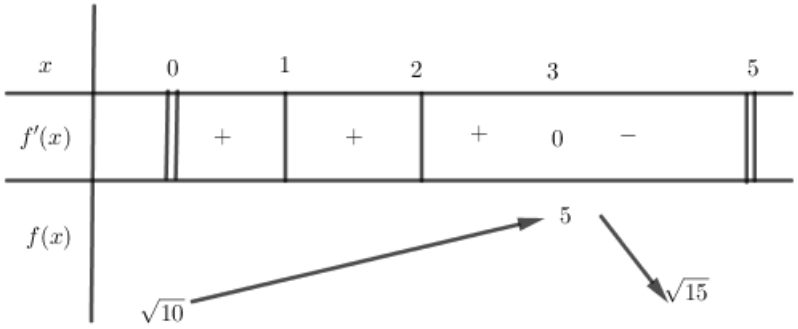
Theo bảng biến thiên ta có trên $[0;5]$ thì $1 \le u(x) \le 4 \quad (1)$,

Ta có $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x} = m.u(x) \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)} = m$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên $[0;5]$

Ta có $f'(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} - \dfrac{2}{2\sqrt{10-2x}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sqrt{10-2x} = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow 3(10-2x) = 4x \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên




Do đó ta có trên $[0;5]$ thì $\sqrt{10} \le f(x) \le 5 \quad (2)$.

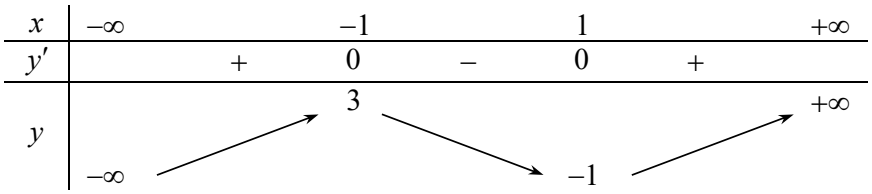
Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $\begin{cases} \max f(x) = f(3) = 5 \\ \min u(x) = u(3) = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} \min f(x) = f(0) = \sqrt{10} \\ \max u(x) = u(0) = 4 \end{cases}$

Do đó $\dfrac{\sqrt{10}}{4} \le \dfrac{f(x)}{u(x)} \le 5$ với mọi $x \in [0;5]$.

Để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x} = m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5] \Leftrightarrow$ phương trình $\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0;5] \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{4} \le m \le 5$.

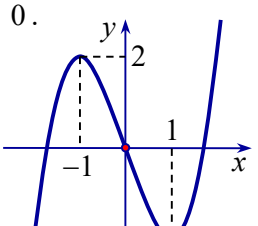
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

**Câu 99:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

**A.** 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.



**Câu 100:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

**A.** $5$.  **B.** $9$.

**C.** $3$.  **D.** $7$.

**Câu 101:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

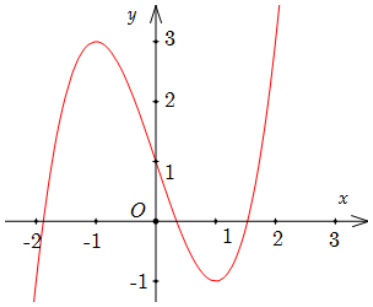
Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$.

**A.** $3$.  **B.** $6$.  **C.** $4$.  **D.** $0$.

**Lời giải**

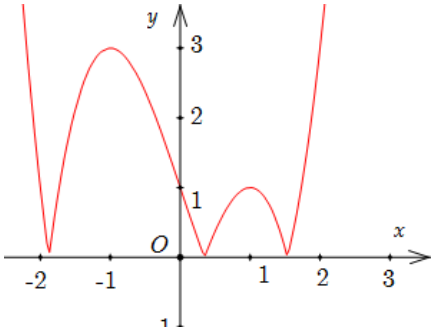
**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số như sau




Số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

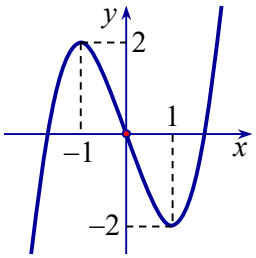
Ta có đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.




Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có $6$ nghiệm.

Chú ý: (đồ thị hàm số chỉ cần xác định một cách thương đối thông qua giá trị cực đại, cực tiểu).

**Câu 102:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.




Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

**A.** $5$. **B.** $9$. **C.** $3$. **D.** $7$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số đã cho trong hình vẽ ta có phương trình $f\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ và $x_3$ thuộc khoảng $\left(-2;2\right)$ hay $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\\x=x_3\end{array}\right.$ với $x_1$, $x_2$ và $x_3$ thuộc khoảng $\left(-2;2\right)$.

Đặt $t=f\left(x\right)$ ta có $f\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\\t=t_2\\t=t_3\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=t_1\\f\left(x\right)=t_2\\f\left(x\right)=t_3\end{array}\right.$ với $t_1$, $t_2$ và $t_3$ thuộc khoảng $\left(-2;2\right)$

Dựa vào đồ thị ta thấy ba đường thẳng phân biệt $y=t_1$, $y=t_2$ và $y=t_3$ mỗi đường thẳng luôn cắt đồ thị hàm số tại ba điểm.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có $9$ nghiệm.

**Câu 103:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ | ↗ | $-1$ |
| | | | $-\infty$ | | |

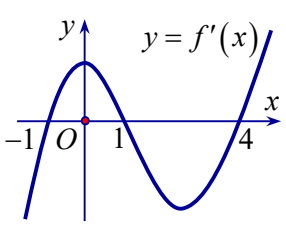
Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-x^2+2x-1=0$ là

**A.** vô số. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Câu 104:** Cho hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m\right|$, với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập $S$ là

**A.** $3$. **B.** $10$. **C.** $6$. **D.** $5$.

**Câu 105:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$.

**C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Câu 106:** Tìm $m$ để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$ : $y=\frac{2}{3}e^{3x}-me^{x}+4x-2018$.

**A.** $m\geq -6$. **B.** $m\leq 6$.

**C.** $m\leq -5$. **D.** $m\geq 6$.

**Câu 107:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $\nearrow$ $-1$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x)-x^2+2x-1=0$ là

**A.** vô số. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$f(x)-x^2+2x-1=0\Leftrightarrow f(x)=(x-1)^2$.

Với $x>1$ thì $f(x)<0$ nên phương trình vô nghiệm.

Với $x<1$ ta có $g(x)=f(x)-x^2+2x-1$. Ta có $g'(x)=f'(x)-2x+2>0$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến và liên tục trên $(-\infty;1)$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=+\infty$ nên phương trình có 1 nghiệm duy nhất trên $(-\infty;1)$.

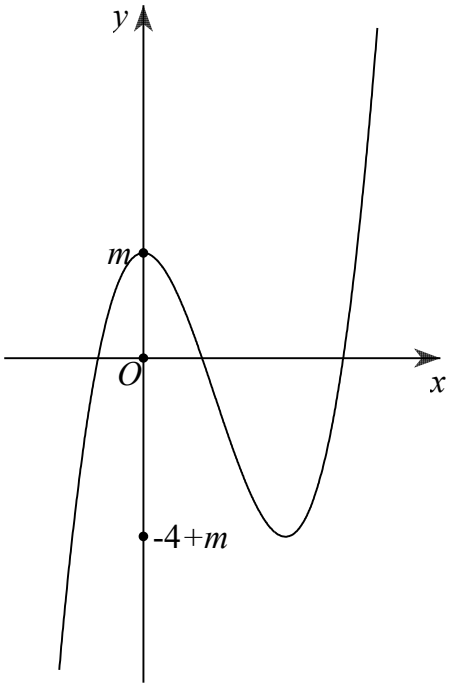
**Câu 108:** Cho hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m\right|$, với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập $S$ là

**A.** $3$. **B.** $10$. **C.** $6$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2+m$ có đồ thị như hình vẽ.



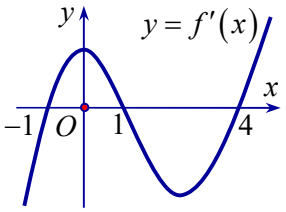

Để đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m\right|$ có $5$ điểm cực trị thì $-4+m<0<m \Leftrightarrow 0<m<4$.

Do đó $S=\{1;2;3\}$, tổng tất cả các giá trị của $S$ là $6$.

Cách khác: $y=\left|x^3-3x^2+m\right|=\sqrt{\left(x^3-3x^2+m\right)^2}$, $y'=\dfrac{\left(x^3-3x^2+m\right)\left(3x^2-6x\right)}{\sqrt{\left(x^3-3x^2+m\right)^2}}$.

Đồ thị hàm số đã cho có $5$ điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có $5$ nghiệm phân biệt và $y'$ đổi dấu qua $5$ nghiệm đó, điều này tương đương với $x^3-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt khác $0$ và $2$.

**Câu 109:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(1;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đồ thị của $y=f'(x)$ ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$ và $\left\{\begin{array}{l} f'(x)>0,\ \forall x\in(-1;1)\cup(4;+\infty) \\ f'(x)<0,\ \forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;4) \end{array}\right.$.

Ta có: $y=f\left(x^2\right) \Rightarrow y'=2x.f'\left(x^2\right)$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1 \\ x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2 \end{array}\right.$$

và $\left\{\begin{array}{l} f'\left(x^2\right)>0,\ \forall x^2 \in (-1;1)\cup(4;+\infty) \\ f'\left(x^2\right)<0,\ \forall x^2 \in (-\infty;-1)\cup(1;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} f'\left(x^2\right)>0,\ \forall x \in (-\infty;-2)\cup(-1;1)\cup(2;+\infty) \\ f'\left(x^2\right)<0,\ \forall x \in (-2;-1)\cup(1;2) \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x^2\right)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'\left(x^2\right)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $2x.f'\left(x^2\right)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y=f\left(x^2\right)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Theo BBT khoảng $(-2;-1)$ thoả yêu cầu.

**Câu 110:** Tìm $m$ để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y=\frac{2}{3}e^{3x}-me^{x}+4x-2018$.

**A.** $m\geq -6$. **B.** $m\leq 6$. **C.** $m\leq -5$. **D.** $m\geq 6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=e^{x}, t>0 \Rightarrow y=\frac{2}{3}t^3-mt+4\ln t-2018,\ t>0 \Rightarrow y'=2t^2-m+\frac{4}{t},\ t>0$.

YCBT $\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall t>0 \Leftrightarrow 2t^2+\frac{4}{t}\geq m,\ \forall t>0$.

Xét hàm số $f(t)=2t^2+\frac{4}{t},\ \forall t>0 \Rightarrow f'(t)=4t-\frac{4}{t^2}$.

$f'(t)=0 \Leftrightarrow 4t-\frac{4}{t^2}=0 \Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên:

| t | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $6$ | ↗ | $+\infty$ |

Theo BBT có $m\leq 6$ thoả yêu cầu.

**Câu 111:** Tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3-12x+m-2=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $-16<m<16$. **B.** $-18<m<14$. **C.** $-14<m<18$. **D.** $-4<m<4$.

**Câu 112:** Tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $x^3-12x+m-2=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.** $-16<m<16$. **B.** $-18<m<14$. **C.** $-14<m<18$. **D.** $-4<m<4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $x^3-12x+m-2=0 \Leftrightarrow -x^3+12x+2=m$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+12x+2$ trên $\mathbb{R}$

có $f'(x)=-3x^2+12$ ; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

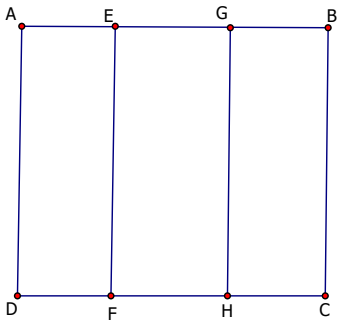
Bảng biến thiên

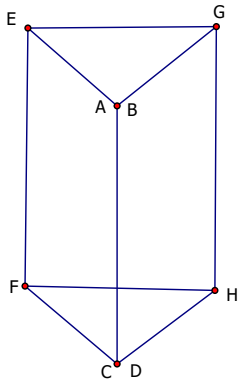
| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-14$ | $\nearrow$ | $18$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $x^3-12x+m-2=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+12x+2$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào BBT, ta thấy phương trình có ba nghiệm khi $-14<m<18$.

**Câu 113:** Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh $30\,cm$. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh $EF$ và $GH$ cho đến khi $AD$ và $BC$ trùng nhau như hình vẽ dưới để được một lăng trụ khuyết hai đáy



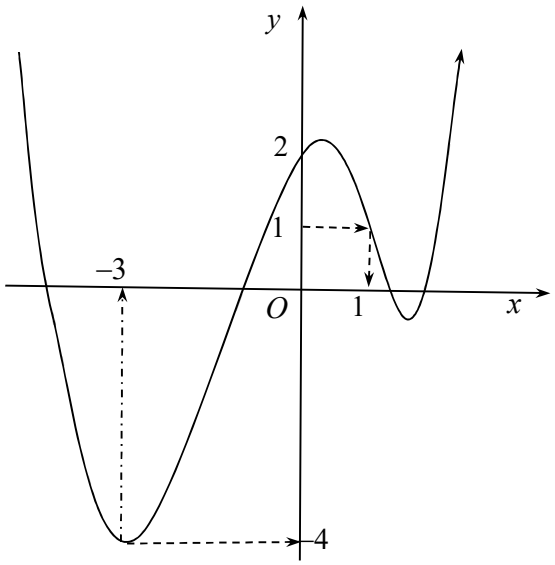

Đặt $DF=HC=x$. Giá trị của $x(cm)$ để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là

**A.** $10$. B. $8$. C. $5$. D. $9$.

**Câu 114:** Hàm số $f(x)=mx+\cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi giá trị của $m$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$ **D.** $(0;+\infty)$.

**Câu 115:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Xét hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{8}x^2-2x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

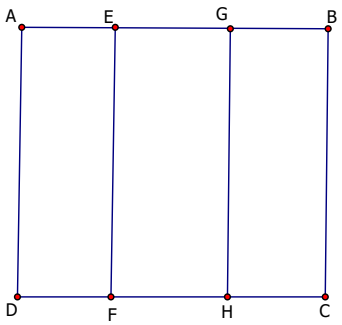
**A.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(0)$.

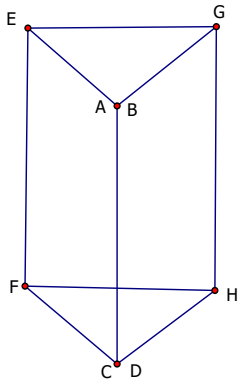
**B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$.

**C.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\frac{g(-3)+g(1)}{2}$.

**D.** $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

**Câu 116:** Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh $30\,cm$. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh $EF$ và $GH$ cho đến khi $AD$ và $BC$ trùng nhau như hình vẽ dưới để được một lăng trụ khuyết hai đáy




Đặt $DF=HC=x$. Giá trị của $x(cm)$ để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là

**A.** $10$.  B. $8$.  C. $5$.  D. $9$.

**Lời giải**

Chọn A

Khối trụ có đáy là tam giác cân và chiều cao bằng $30\,cm$.

$$S_{AEG}=\frac{1}{2}(30-2x)\sqrt{x^2-\left(\frac{30-2x}{2}\right)^2}=(15-x)\sqrt{x^2-(15-x)^2}=(15-x)\sqrt{30x-225}.$$

Thể tích khối lăng trụ là $V=(15-x)\sqrt{30x-225}.30=(455-30x)\sqrt{30x-225}$.

$$V'=\frac{30(-45x+450)}{\sqrt{30x-225}},\left(\frac{45}{6}<x<15\right),\ V'=0\Leftrightarrow x=10.$$

Dựa vào BBT của $V$, ta thấy $x=10\,cm$ thì thể tích khối lăng trụ lớn nhất.

**Câu 117:** Hàm số $f\left(x\right)=mx+\cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi giá trị của $m$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$ **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

**Lời giải**

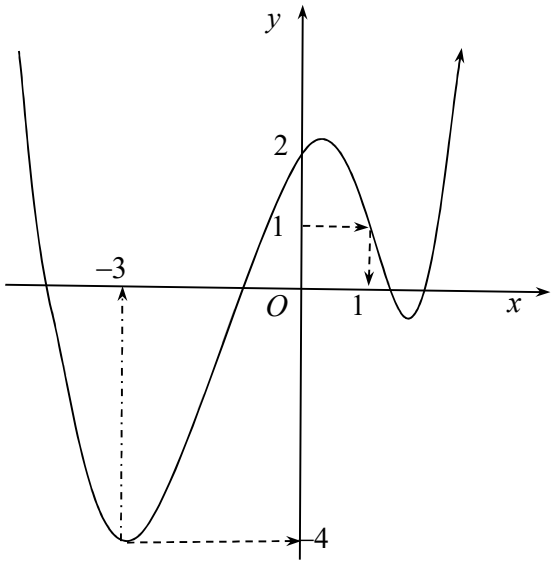
**Chọn C**

Ta có: $f\left(x\right)=mx+\cos x\Rightarrow f'\left(x\right)=m-\sin x$

Đặt $t=\sin x$ Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in\left(0;1\right)\Rightarrow f'\left(t\right)=m-t$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}f'\left(0\right)\geq 0\\ f'\left(1\right)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq 0\\ m-1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 1.$

**Câu 118:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.




Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{8}x^2-2x+2018$. Mệnh đề nào đưới đây đúng?

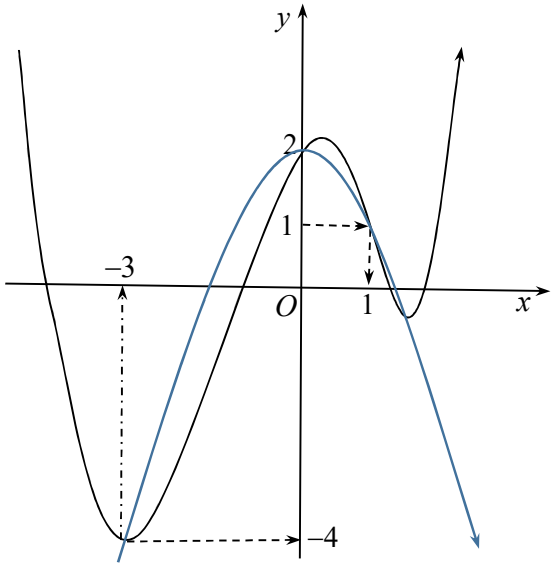
**A.** $\min\limits_{\left[-3;1\right]}g\left(x\right)=g\left(0\right)$. **B.** $\min\limits_{\left[-3;1\right]}g\left(x\right)=g\left(1\right)$.

**C.** $\min\limits_{\left[-3;1\right]}g\left(x\right)=\frac{g\left(-3\right)+g\left(1\right)}{2}$. **D.** $g\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-3;0\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$g'\left(x\right)=f'\left(x\right)+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-2$, $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)-h'\left(x\right)=0$ với $h'\left(x\right)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x+2$.




Dựa vào hình vẽ ta được $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$, và $\left\{\begin{array}{ll} g'(x)<0 & \text{khi } x\in(-3;0) \\ g'(x)>0 & \text{khi } x\in(0;1) \end{array}\right.$. Từ đó suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

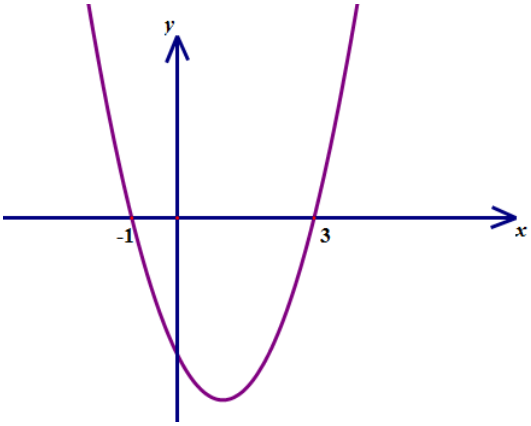
**Câu 119:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^3 x+9\cos x+6\sin^2 x-1$ là

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 120:** Giá trị nguyên lớn nhất của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x^{2019}}{2019}-\dfrac{1}{2017x^{2017}}-mx+2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là:

**A.** $2018$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Câu 121:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(1-x^2\right)$ đạt cực đại tại các điểm:




**A.** $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2}$.

**Câu 122:** Có bao nhiêu giá trị của $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng $2018$?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Câu 123:** Số nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị là:

**A.** $-2$. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

**Câu 124:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^3 x+9\cos x+6\sin^2 x-1$ là

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** 1. **D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

$y=\cos^3 x+9\cos x+6\sin^2 x-1=\cos^3 x+9\cos x+6\left(1-\cos^2 x\right)-1=\cos^3 x-6\cos^2 x+9\cos x+5$

Xét hàm số $f(t)=t^3-6t^2+9t+5$ với $t=\cos x$ và $t\in[-1;1]$.

Ta có $f'(t)=0\Leftrightarrow 3t^2-12t+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$.

Trên đoạn $[-1;1]$ ta có $f(1)=9$; $f(-1)=-11$.

Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $9-11=-2$.

**Câu 125:** Giá trị nguyên lớn nhất của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x^{2019}}{2019}-\dfrac{1}{2017x^{2017}}-mx+2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là:

**A.** 2018. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

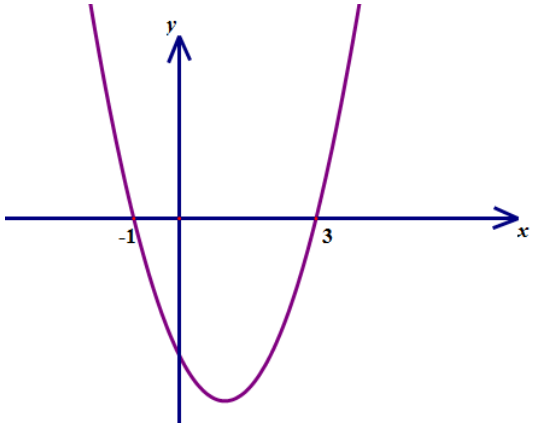
$y'=x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}-m$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in D$

$\Leftrightarrow x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}-m\ge 0,\forall x\in D\Leftrightarrow m\le x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}},\forall x\in D\Rightarrow m\le 2$.

$\left(x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}\ge 2\right)$.

**Câu 126:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(1-x^2\right)$ đạt cực đại tại các điểm:




**A.** $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=-2xf'\left(1-x^2\right)$, cho $y'=0\Leftrightarrow -2xf'\left(1-x^2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 1-x^2=-1 \\ 1-x^2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x^2=-2\left(l\right) \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $y'$:

| $x$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | + | $0$ | - | $0$ | + | $0$ | - |

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=\pm\sqrt{2}$.

**Câu 127:** Có bao nhiêu giá trị của $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$ bằng $2018$?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|=\left|x^4-8x^2-m\right|=\left|\left(x^2-4\right)^2-16-m\right|$.

Đặt $t=\left(x^2-4\right)^2$, vì $x\in\left[-1;3\right]$ nên miền giá trị của $t$ là $\left[0;25\right]$.

Khi đó $y=f\left(t\right)=\left|t-16-m\right|$.

Ta có $\max\limits_{x\in\left[-1;3\right]} y\left(x\right)=\max\limits_{t\in\left[0;25\right]} y\left(t\right)=\max\left\{\left|16+m\right|;\left|9-m\right|\right\}$.

Trường hợp 1 : $\left\{\begin{array}{l} \left|16+m\right|>\left|9-m\right| \\ \left|16+m\right|=2018 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=2002$.

Trường hợp 2 : $\left\{\begin{array}{l} \left|16+m\right|<\left|9-m\right| \\ \left|9-m\right|=2018 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=-2009$.

Trường hợp 3 : $\begin{cases}|16+m|=|9-m| \\ |9-m|=2018\end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Vậy có 2 giá trị $m$ cần tìm.

**Câu 128:** Số nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị là:

**A.** $-2$. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y=f(x)=x^3-2mx^2+5x-3$ có hai điểm cực trị dương.

Ta có $f'(x)=3x^2-4mx+5$.

$y=f(x)$ có hai điểm cực trị dương $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4m^2-15>0 \\ \dfrac{4m}{3}>0 \\ \dfrac{5}{3}>0\end{cases} \Leftrightarrow m>\sqrt{\dfrac{15}{4}}$.

Do đó giá trị nguyên bé nhất của tham số $m$ sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị là 2.

**Câu 129:** Một thanh sắt chiều dài $AB=100$ m được cắt thành hai phần $AC$ và $CB$ với $AC=x$ (m). Đoạn $AC$ được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng $AC$ và đoạn $CB$ được uốn thành tam giác đều có chu vi bằng $CB$. Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $x \in (52;58)$. **B.** $x \in (40;48)$. **C.** $x \in (48;52)$. **D.** $x \in (30;40)$.

**Câu 130:** Xét đồ thị $(C)$ của hàm số $y=x^3+3ax+b$ với $a$, $b$ là các số thực. Gọi $M$, $N$ là hai điểm phân biệt thuộc $(C)$ sao cho tiếp tuyến với $(C)$ tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng $MN$ bằng 1, giá trị nhỏ nhất của $a^2+b^2$ bằng

**A.** $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** $\dfrac{7}{6}$.

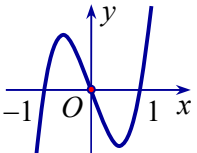
**Câu 131:** Hàm số $y=(x^2-1)(3x-2)^3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 132:** Cho hàm số $y=x^4-2(m^2+1)x^2+m^4$ có đồ thị $(C)$. Gọi $A$, $B$, $C$ là ba điểm cực trị của $(C)$, $S_1$ và $S_2$ lần lượt là phần diện tích của tam giác $ABC$ phía trên và phía dưới trục hoành. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ sao cho $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{3}$?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

**Câu 133:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng



**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$.

**C.** $\left(1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

**Câu 134:** Một thanh sắt chiều dài $AB=100$ m được cắt thành hai phần $AC$ và $CB$ với $AC=x$ $\left(\text{m}\right)$. Đoạn $AC$ được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng $AC$ và đoạn $CB$ được uốn thành tam giác đều có chu vi bằng $CB$. Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $x\in\left(52;58\right)$. **B.** $x\in\left(40;48\right)$. **C.** $x\in\left(48;52\right)$. **D.** $x\in\left(30;40\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi chiều dài đoạn $AC$ là $x$, chiều dài đoạn $BC$ là $100-x$.

Tổng diện tích của hình vuông và tam giác là

$$S=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{4}.\left(\frac{100-x}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{16}+\frac{\sqrt{3}}{36}\right)x^2-\frac{50\sqrt{3}}{9}x+\frac{2500\sqrt{3}}{9}.$$

$S$ nhỏ nhất khi $x=\dfrac{\dfrac{50\sqrt{3}}{9}}{2.\left(\dfrac{1}{16}+\dfrac{\sqrt{3}}{36}\right)}\approx 43,49$.

**Câu 135:** Xét đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=x^3+3ax+b$ với $a$, $b$ là các số thực. Gọi $M$, $N$ là hai điểm phân biệt thuộc $\left(C\right)$ sao cho tiếp tuyến với $\left(C\right)$ tại hai điểm đó có hệ số góc bằng $3$. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng $MN$ bằng 1, giá trị nhỏ nhất của $a^2+b^2$ bằng

**A.** $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3x^2+3a$.

Tiếp tuyến tại $M$ và $N$ của $\left(C\right)$ có hệ số góc bằng $3$ nên tọa độ của $M$ và $N$ thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}3x^2+3a=3 \quad (1)\\ y=x^3+3ax+b \quad (2)\end{cases}$.

Từ $(1)\Rightarrow x^2=1-a$. $(1)$ có hai nghiệm phân biệt nên $a<1$.

Từ $(2)\Rightarrow y=x(1-a)+3ax+b$ hay $y=(2a+1)x+b$.

Tọa độ $M$ và $N$ thỏa mãn phương trình $y=(2a+1)x+b$ nên phương trình đường thẳng $MN$ là $y=(2a+1)x+b$ hay $MN:(2a+1)x-y+b=0$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến $MN$ bằng 1 nên

$$d\left(O,MN\right)=1\Leftrightarrow\frac{|b|}{\sqrt{(2a+1)^2+1}}=1\Leftrightarrow b^2=4a^2+4a+2\Leftrightarrow a^2+b^2=5a^2+4a+2.$$

Xét $f\left(a\right)=5a^2+4a+2$ với $a<1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{2}{5}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Vậy $a^2+b^2$ nhỏ nhất là $\frac{6}{5}$

**Câu 136:** Hàm số $y=\left(x^2-1\right)\left(3x-2\right)^3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=2x\left(3x-2\right)^3+\left(x^2-1\right).3\left(3x-2\right)^2.3=\left(3x-2\right)^2\left(15x^2-4x-9\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=\frac{2\pm\sqrt{139}}{15}\end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{2-\sqrt{139}}{15}$ | | $\frac{2}{3}$ | | $\frac{2+\sqrt{139}}{15}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

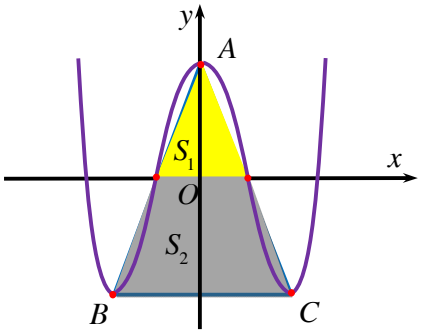
Từ bảng xét dấu trên ta suy ra hàm số chỉ có một điểm cực đại.

**Câu 137:** Cho hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+m^4$ có đồ thị $(C)$. Gọi $A$, $B$, $C$ là ba điểm cực trị của $(C)$, $S_1$ và $S_2$ lần lượt là phần diện tích của tam giác $ABC$ phía trên và phía dưới trục hoành. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số $m$ sao cho $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{3}$?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




$D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4\left(m^2+1\right)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m^2+1\end{array}\right.$ (1).

Do $m^2+1>0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên (1) luôn có hai nghiệm phân biệt khác 0 với mọi $m \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đã cho luôn có ba điểm cực trị.

Giả sử ba điểm cực trị của $(C)$ là $A(0;m^4)$, $B\left(-\sqrt{m^2+1};-2m^2-1\right)$, $C\left(\sqrt{m^2+1};-2m^2-1\right)$.

Gọi $M$, $N$ lần lượt là giao điểm của $AB$, $AC$ với trục hoành.

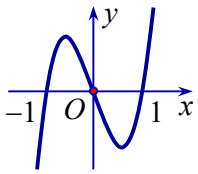
Ta có $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{AM}{AB}\right)^2=\frac{1}{4}$ (do $MN \,//\, BC$)

$\Leftrightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow M$ là trung điểm đoạn $AB \Leftrightarrow y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$ (do $M$, $A$, $B$ thẳng hàng)

$\Leftrightarrow m^4-2m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{1+\sqrt{2}}$.

Vậy có hai giá trị thực của tham số $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 138:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f\left(x^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\left(1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=\left[f\left(x^2-1\right)\right]'=2x.f'\left(x^2-1\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-1=-1 \\ x^2-1=0 \\ x^2-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Mặt khác ta có $f'\left(x^2-1\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1>1 \\ -1<x^2-1<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\sqrt{2} \vee x>\sqrt{2} \\ -1<x<1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x^2-1)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 139:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ thỏa mãn $(f(0)-f(2)).(f(3)-f(2))>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

**B.** Phương trình $f(x)=0$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

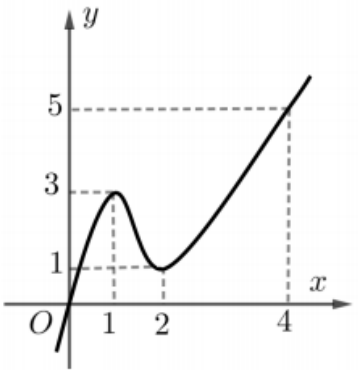
**C.** Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

**D.** Phương trình $f(x)=0$ luôn có nghiệm duy nhất.

**Câu 140:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai tiệm cận của $(C)$. Điểm $M$ di động trên $(C)$. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn $IM$ bằng

**A.** 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

**Câu 141:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây




Đặt $M=\max\limits_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)$, $m=\min\limits_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)$. Tổng $M+m$ bằng

**A.** 6 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 3.

**Câu 142:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ thỏa mãn $(f(0)-f(2)).(f(3)-f(2))>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

**B.** Phương trình $f(x)=0$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

**C.** Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

**D.** Phương trình $f(x)=0$ luôn có nghiệm duy nhất.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết ta có $(f(0)-f(2)).(f(3)-f(2))>0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0)-f(2)>0 \\ f(3)-f(2)>0 \end{cases}$ hoặc

$$\begin{cases} f(0)-f(2)<0 \\ f(3)-f(2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(0)>f(2) \\ f(3)>f(2) \end{cases} \\ \begin{cases} f(0)<f(2) \\ f(3)<f(2) \end{cases} \end{array}\right. (1)$$

Xét $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0) \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$ có $\Delta'=b^2-3ac$.

Nếu $\Delta'\leq 0$ thì hàm số đã cho có hai khả năng: Luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ Nếu hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $f(0)<f(2)<f(3)$ (vô lý với $(1)$).

+ Nếu hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $f(0)>f(2)>f(3)$ (vô lý với $(1)$).

Do đó $\Delta'>0$ suy ra hàm số đã cho có hai cực trị.

**Câu 143:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai tiệm cận của $(C)$. Điểm $M$ di động trên $(C)$. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn $IM$ bằng

**A.** 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

**Hướng dẫn giải**

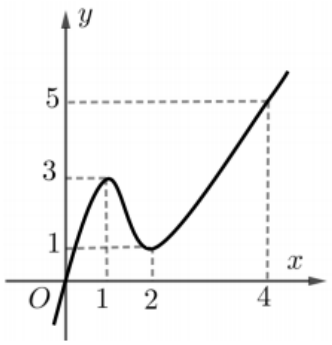
**Chọn B**

Giao điểm hai tiệm cận là $I(-1;1)$.

Gọi $M\left(a,1+\dfrac{1}{a+1}\right)\in(C)$.

$IM=\sqrt{(a+1)^2+\left(\dfrac{1}{a+1}\right)^2}\geq\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $(a+1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2\end{array}\right.$.

**Câu 144:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây




Đặt $M=\max\limits_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)$, $m=\min\limits_{\mathbb{R}} f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)$. Tổng $M+m$ bằng

**A.** 6 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có: $2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=2-\sin^2 2x$

Đặt $t=2-\sin^2 2x$, $t\in[1;2]$.

Khi đó: $f\left(2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\right)=f(t)$.

Xét hàm số $f(t)$ trên đoạn $[1;2]$. Từ đồ thị ta có: $\max\limits_{[1;2]} f(t)=3$, $\min\limits_{[1;2]} f(t)=1$.

Suy ra $M=3$, $m=1$. Vậy $M+m=4$.

**Câu 145:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+2m$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ sao cho $O$, $A$, $B$, $C$ là ba đỉnh của một hình thoi (với $O$ là gốc tọa độ).

**A.** $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

**Câu 146:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+2m$ có ba điểm cực trị $A$, $B$, $C$ sao cho $O$, $A$, $B$, $C$ là ba đỉnh của một hình thoi (với $O$ là gốc tọa độ).

**A.** $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m \end{array}\right.$

Vậy với điều kiện $m \neq 0$ hàm số có 3 điểm cực trị là $A\left(-m; -m^4 + 2m\right)$, $B\left(0; 2m\right)$, $C\left(m; -m^4 + 2m\right)$.

Để $O$, $A$, $B$, $C$ là ba đỉnh của một hình thoi thì

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow -m^4 + 2m = m^4 \Leftrightarrow 2m\left(m^3 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 (l) \\ m = 1 \end{array}\right.$.

**Câu 147:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗ chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1.000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000 đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán là mức giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

**A.** 43.000 đồng. **B.** 36.000 đồng. **C.** 39.000 đồng. **D.** 42.000 đồng.

**Câu 148:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh $a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$ và $(SAB) \perp (SBC)$. $G$ là trọng tâm tam giác $(SAD)$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $GSAC$.

**A.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

**Câu 149:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗ chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1.000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000 đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán là mức giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

**A.** 43.000 đồng. **B.** 36.000 đồng. **C.** 39.000 đồng. **D.** 42.000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $x$ là số tiền tăng (đơn vị: ngàn đồng).

Dựa vào giả thiết, lợi nhuận là: $(3000 - 100x)(12 + x)$.

Khảo sát hàm số $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$ hay $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$

Ta có: $f'(x) = -200x^2 + 1800$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $9$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $44100$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

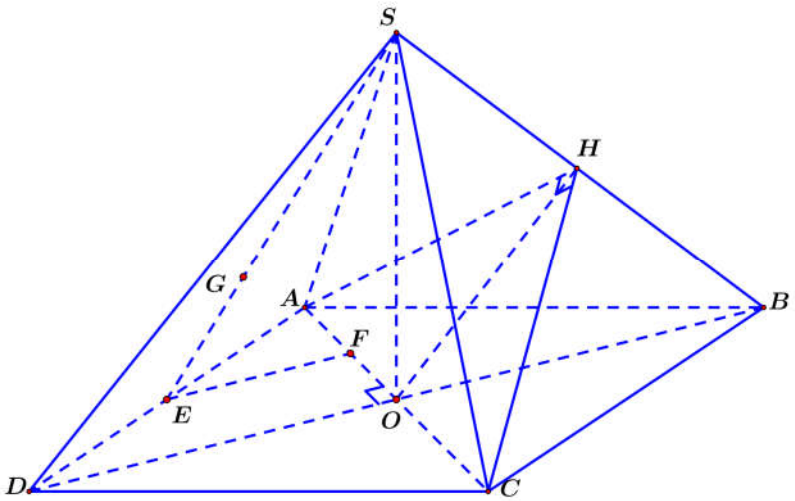
Vậy lợi nhuận cao nhất khi số tiền tăng thêm là $x = 9$ ngàn đồng. Nghĩa là phải bán với giá 39.000 đồng.

**Câu 150:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh $a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết rằng $SA=SC$, $SB=SD$ và $(SAB)\perp(SBC)$. $G$ là trọng tâm tam giác $(SAD)$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $GSAC$.

**A.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có $V_{GSAC}=\dfrac{1}{3}d\left(G,(SAC)\right).S_{\Delta SAC}$.

* Tính $S_{\Delta SAC}$?

Gọi $O=AC\cap BD$, do $\begin{cases}SA=SC\Rightarrow SO\perp AC\\ SB=SD\Rightarrow SO\perp BD\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Kẻ $OH\perp SB$, do $AC\perp(SBD)$ nên $SB\perp(AHC)$.

Suy ra $\left[(SAB),(SBC)\right]=(AH,CH)=\widehat{AHC}=90^\circ$.

Do $OH\perp AC$ và $OH$ là trung tuyến nên tam giác $AHC$ vuông cân tại $H$.

Khi đó $OH=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a}{2}$ và $OB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà tam giác $SOB$ vuông tại $O$ có đường cao $OH$ nên $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OB^2}\Rightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $S_{\Delta SAC}=\dfrac{1}{2}.SO.AC=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.a=\dfrac{a^2\sqrt{6}}{8}$.

* Tính $d\left(E,(SAC)\right)$?

Gọi $E$ là trung điểm của $AD$ thì $\dfrac{d\left(G,(SAC)\right)}{d\left(E,(SAC)\right)}=\dfrac{SG}{SE}=\dfrac{2}{3}$.

Gọi $F$ là trung điểm của $OA$ thì $EF\perp(SAC)\Rightarrow d\left(E,(SAC)\right)=EF=\dfrac{1}{2}OD=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $d\left(G,(SAC)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(E,(SAC)\right)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vậy $V_{G.SAC}=\frac{1}{3}d\left(G,(SAC)\right).S_{\Delta SAC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{a^2\sqrt{6}}{8}=\frac{\sqrt{2}a^3}{48}$.

**Câu 151:** Cho phương trình $2x^2-2(m+1)x+4-m=0$ với $m$ là tham số thực. Biết rằng đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để phương trình đã cho có nghiệm thực thuộc đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. Tính $a+b$.

**A.** $3+\sqrt{11}$. **B.** $2+\sqrt{11}$. **C.** $2+3\sqrt{11}$. **D.** $2-\sqrt{11}$.

**Câu 152:** Cho hàm số $f(x)=mx^4+2x^2-1$ với $m$ là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ thuộc khoảng $(-2018;2018)$ sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$?

**A.** 2022. **B.** 4032. **C.** 4. **D.** 2014.

**Câu 153:** Cho biểu thức $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$ trong đó $a$ là số thực dương cho trước. Biết rằng giá trị lớn nhất của $P$ bằng 2018. Khi đó, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** $a=\sqrt{2018}$. **B.** $a\in(500;525]$. **C.** $a\in(400;500]$. **D.** $a\in(340;400]$.

**Câu 154:** Cho hàm số $f(x)=x^3-\frac{3}{2}(m-1)x^2-3mx-\frac{3m}{2}$ với $m$ là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ thuộc khoảng $(-20;18)$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

**A.** 1. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 18.

**Câu 155:** Cho phương trình $2x^2-2(m+1)x+4-m=0$ với $m$ là tham số thực. Biết rằng đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để phương trình đã cho có nghiệm thực thuộc đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. Tính $a+b$.

**A.** $3+\sqrt{11}$. **B.** $2+\sqrt{11}$. **C.** $2+3\sqrt{11}$. **D.** $2-\sqrt{11}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$2x^2-2(m+1)x+4-m=0\ (1)$.

$(1)\Leftrightarrow 2x^2-2x+4-(2x+1)m=0\Leftrightarrow \frac{2x^2-2x+4}{2x+1}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{2x^2-2x+4}{2x+1}$, $x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]$.

$f'(x)=\frac{4x^2+4x-10}{(2x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{11}}{2}$.

$f(0)=4$ ; $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{11}{8}$ ; $f\left(\frac{-1+\sqrt{11}}{2}\right)=-2+\sqrt{11}$.

$\Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]}f(x)=-2+\sqrt{11}$ ; $\max\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]}f(x)=4$.

Để phương trình $(1)$ có nghiệm thực thì $\min\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]}f(x)\le m\le \max\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]}f(x)\Leftrightarrow -2+\sqrt{11}\le m\le 4$

$\Rightarrow m \in \left[-2+\sqrt{11};4\right] \Rightarrow \begin{cases} a=-2+\sqrt{11} \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow a+b=2+\sqrt{11}$.

**Câu 156:** Cho hàm số $f(x)=mx^4+2x^2-1$ với $m$ là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ thuộc khoảng $(-2018;2018)$ sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$?

**A.** 2022. **B.** 4032. **C.** 4. **D.** 2014.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=4mx^3+4x=4x\left(mx^2+1\right)$.

$m \ge 0$: $y'=4x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Rightarrow m \ge 0$ thỏa mãn.

$m<0$: $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\frac{1}{m} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{-\frac{1}{m}} \end{array}\right.$.

BBT :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{-\frac{1}{m}}$ | | $0$ | | $\sqrt{-\frac{1}{m}}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ |

Dựa vào BBT, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \sqrt{-\frac{1}{m}} \ge \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{m} \ge \frac{1}{4} \Leftrightarrow m \le -4$.

So với điều kiện $\Rightarrow m \le -4$.

Mặt khác, theo giả thiết $\begin{cases} m \in (-2018;2018) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ suy ra có 2014 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 157:** Cho biểu thức $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$ trong đó $a$ là số thực dương cho trước. Biết rằng giá trị lớn nhất của $P$ bằng 2018. Khi đó, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** $a=\sqrt{2018}$. **B.** $a \in (500;525]$. **C.** $a \in (400;500]$. **D.** $a \in (340;400]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$.

$=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{\left(a-x^2\right)\left(a-y^2\right)}$.

Đặt $x=\sqrt{a}\sin m$, $m \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sqrt{a-x^2}=\sqrt{a}\cos m$.

$y=\sqrt{a}\sin n$, $n \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sqrt{a-y^2}=\sqrt{a}\cos n$.

Thay vào biểu thức $P$ ta được:

$P=3a.\sin m\cos n-3a.\sin n\cos m+4a\sin m\sin n+4a\cos m\cos n$

$=3a\sin(m-n)+4a\cos(m-n) \le 5a$

Vậy $\max P = 5a = 2018 \Rightarrow a = \dfrac{2018}{5}$.

**Câu 158:** Cho hàm số $f(x) = x^3 - \dfrac{3}{2}(m-1)x^2 - 3mx - \dfrac{3m}{2}$ với $m$ là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ thuộc khoảng $(-20;18)$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

**A.** 1. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 18.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3(m-1)x - 3m$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Hàm số có cực trị thì $m \neq -1$.

Đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành

$\Leftrightarrow y(-1).y(m) > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}m\left(m^2 + 3m + 3\right) > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Suy ra $m < 0$ và $m \neq -1$.

Vậy trong khoảng $(-20;18)$ có 18 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn bài toán.

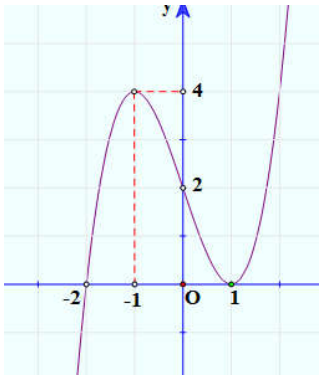
**Câu 159:** Cho hàm số $y = \mathrm{a}x^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên R khi

**A.** $\left[\begin{array}{l} a = b; c > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \ge 0 \end{array}\right.$.

**Câu 160:** Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

**A.** $y(-1) = 7$. **B.** $y(-1) = 11$. **C.** $y(-1) = -11$. **D.** $y(-1) = -35$.

**Câu 161:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên R, có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x-2019) + 2017x - 2018$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.**3. **D.** 4.

**Câu 162:** Cho hàm số $y = \mathrm{a}x^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên R khi

**A.** $\left[\begin{array}{l} a = b; c > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \ge 0 \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta xét hai trường hợp $a = 0$ và $a \neq 0$. Ta chọn được đáp án C.

**Câu 163:** Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

**A.** $y(-1) = 7$. **B.** $y(-1) = 11$. **C.** $y(-1) = -11$. **D.** $y(-1) = -35$.

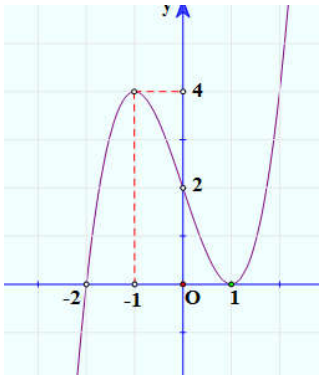
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$.

Suy ra $\begin{cases} y(1)=-7 \\ y'(1)=0 \\ y(2)=-8 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=-7 \\ 3a+2b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=-8 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-9 \\ c=12 \\ d=-12 \end{cases} \Rightarrow y(-1)=-a+b-c+d=-35$.

**Câu 164:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên R, có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x-2019)+2017x-2018$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

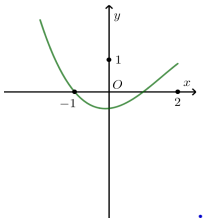
**Chọn A**

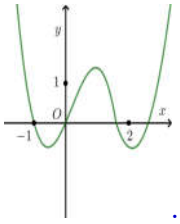
Ta có $y=f(x-2019)+2017x-2018$ suy ra $y'=f'(x-2019)+2017$

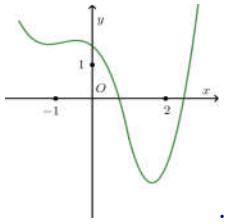
Tịnh tiến đồ thị ta thấy $y'=f'(x-2019)+2017$ cắt trục $Ox$ tại 1 điểm.

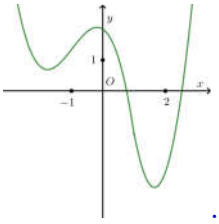
Do đó hàm số có 1 cực trị.

**Câu 165:** Cho hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0)=0$, $g''(x)>0$, $\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị của hàm số $g(x)$?

**A.** 


**B.** 


**C.** 


**D.** 

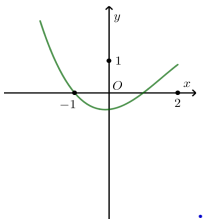

**Câu 166:** Biết đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó $m$ thuộc khoảng nào dưới đây?

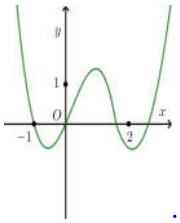
**A.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

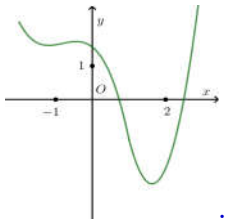
**Câu 167:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là $A$ và $B$ sao cho $A$, $B$ nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$. Tính tích các phần tử của $S$.

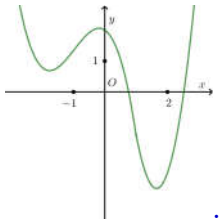
**A.** 3. **B.** 0. **C.** 18. **D.** $-27$.

**Câu 168:** Cho hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0)=0$, $g''(x)>0$, $\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị của hàm số $g(x)$?

**A.** 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Vì $\begin{cases} g'(0)=0 \\ g''(x)>0, \forall x\in(-1;2) \end{cases} \Rightarrow x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số do đó chọn đáp án **A.**

**Câu 169:** Biết đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó $m$ thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Phương trình hoành độ giao điểm: $(3m-1)x-6m+1=x^3-3x^2+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x+6m=0$.

Giả sử phương trình có ba nghiệm $x_1$, $x_2$, $x_3$ thỏa mãn $x_2=\frac{x_1+x_3}{2}$, khi đó theo Viet ta có $x_1+x_2+x_3=3$ suy ra $3x_2=3\Leftrightarrow x_2=1$ hay $x=1$ là nghiệm của phương trình $\Rightarrow m=\frac{1}{3}$.

Thử lại thấy $m=\frac{1}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Cách 2:** Tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là $I(1;-1)$ thuộc đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1\Rightarrow -1=3m-1-6m+1\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$. Sau đó thử lại.

**Câu 170:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là $A$ và $B$ sao cho $A$, $B$ nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$. Tính tích các phần tử của $S$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 18. **D.** $-27$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-1=(x-m-1)(x-m+1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right.$.

Vì $m-1\neq m+1$ với mọi giá trị $m$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị là $A\left(m+1;\frac{m^3}{3}-m-\frac{2}{3}\right)$ và $B\left(m-1;\frac{m^3}{3}-m+\frac{2}{3}\right)$.

$A$, $B$ nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$.

$\Leftrightarrow A\notin d:y=5x-9$ và trung điểm $I\left(m;\frac{m^3}{3}-m\right)$ của $AB$ thuộc $d$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{m^3}{3}-m-\frac{2}{3}\neq 5m+5-9\\ \frac{m^3}{3}-m=5m-9\end{cases}\Leftrightarrow m^3-18m+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\ m\approx -4,9\\ m\approx 1,9\end{array}\right.$$

Vậy tích các phần tử của $S$ bằng $-27$.

**Câu 171:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**A.** 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

**Câu 172:** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với $m$ là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $2x_1+x_2=2$ bằng

**A.** $\frac{34}{9}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{73}{16}$. **D.** $\frac{52}{9}$.

**Câu 173:** Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\frac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng $AB$ nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B$.

**A.** $P=10$. **B.** $P=6$.

**C.** $P=6-2\sqrt{3}$. **D.** $P=10-\sqrt{3}$.

**Câu 174:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**A.** 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\frac{m^2-20}{(2x+m)^2}$ với $x\neq -\frac{m}{2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-20<0\\ -\frac{m}{2}\notin(0;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\sqrt{5}<m<2\sqrt{5}\\ \left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m\leq -4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-2\sqrt{5};-4\right]\cup\left[0;2\sqrt{5}\right).$$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;0;1;2;3;4\}$.

**Câu 175:** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với $m$ là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $2x_1+x_2=2$ bằng

**A.** $\frac{34}{9}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{73}{16}$. **D.** $\frac{52}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=mx^2-2(m-1)x+3(m-2)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $2x_1+x_2=2$ thì $\begin{cases}\Delta'>0 & (1)\\ 2x_1+x_2=2 & (2)\end{cases}$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow -2m^2+4m+1>0\Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{6}}{2}<m<\frac{2+\sqrt{6}}{2}$ $(*)$.

Mặt khác ta có $x_1+x_2=\frac{2(m-1)}{2}$ $(3)$.

Từ $(2)$ và $(3)$ ta có $x_1=\frac{2}{m}$.

Vì $y'(x_1)=0\Leftrightarrow m\left(\frac{2}{m}\right)^2-2(m-1).\frac{2}{m}+3m-6=0\Leftrightarrow 3m^2-10m+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\ m=\frac{4}{3}\end{array}\right.$ (thỏa $(*)$).

Vậy $2^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{52}{9}$.

**Câu 176:** Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\frac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng $AB$ nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B$.

**A.** $P=10$. **B.** $P=6$.

**C.** $P=6-2\sqrt{3}$. **D.** $P=10-\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $A$ là điểm thuộc thuộc nhánh trái của đồ thị hàm số, nghĩa là $x_A<-1\Rightarrow$ với số $\alpha>0$, đặt $x_A=-1-\alpha$, suy ra $y_A=1+\frac{3}{x_A+1}=1+\frac{3}{-1-\alpha+1}=1-\frac{3}{\alpha}$ $(1)$.

Tương tự gọi $B$ là điểm thuộc nhánh phải, nghĩa là $x_B>-1\Rightarrow$ với số $\beta>0$, đặt $x_B=-1+\beta$, suy ra $y_B=1+\frac{3}{x_B+1}=1+\frac{3}{-1+\beta+1}=1+\frac{3}{\beta}$ $(2)$.

Vậy $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=\left[(-1+\beta)-(-1-\alpha)\right]^2+\left[\left(1+\frac{3}{\beta}\right)-\left(1-\frac{3}{\alpha}\right)\right]^2$.

Xét hàm $g(\alpha;\beta)=(\alpha+\beta)^2+\left(\frac{3}{\alpha}+\frac{3}{\beta}\right)^2=(\alpha+\beta)^2+(3)^2(\alpha+\beta)^2\left(\frac{1}{\alpha\beta}\right)^2$

$$=\left(\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta\right)\left(1+\frac{9}{\alpha^2\beta^2}\right).$$

Dùng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$g(\alpha;\beta)\ge\left(2\alpha\beta+2\alpha\beta\right)\left(1+\frac{9}{\alpha^2\beta^2}\right)=4\alpha\beta+\frac{36}{\alpha\beta}\ge 2\sqrt{4.36}=24.$$

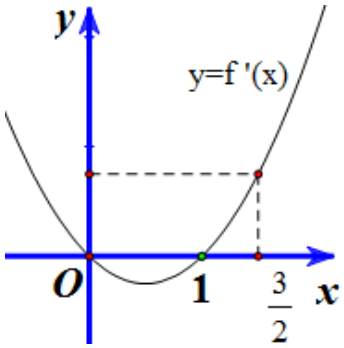
Vậy $AB\ge\sqrt{24}=2\sqrt{6}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\alpha=\beta\\ 4\alpha\beta=\dfrac{36}{\alpha\beta}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=\beta\\ (\alpha\beta)^2=9\end{cases}\Rightarrow\alpha=\beta=\sqrt{3}.$$

Suy ra $\begin{cases}x_A=-1-\sqrt{3}\\ y_A=-1+\sqrt{3}\end{cases}$ và $\begin{cases}x_B=1-\sqrt{3}\\ y_B=1+\sqrt{3}\end{cases}$.

Vậy $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B=10$.

**Câu 177:** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?




**A.** $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

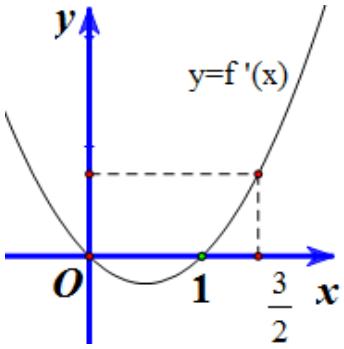
**Câu 178:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Câu 179:** Cho hàm số $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?




**A.** $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có đồ thị hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm nên $f'(x)=0$ có 2 nghiệm

BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$ tại điểm $x=1$.

**Câu 180:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=2xf'\left(x^2\right)$, $y'<0\Leftrightarrow 2xf'\left(x^2\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{cases}2x>0\\f'\left(x^2\right)<0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}x>0\\x^2<1\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}0<x<1\\x<-1\end{cases}\right.$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**Câu 181:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos x(1+2\cos 2x)$. Tìm $M+m$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 182:** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $\dfrac{3|x|+1}{|x|+2}-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $a+b$.

**A.** $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

**Câu 183:** Có bao nhiêu giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+\left(m^2-3\right)x+2018$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ sao cho biểu thức $P=\left|x_1\left(x_2-2\right)-2\left(x_2+1\right)\right|$ đạt giá trị lớn nhất?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Câu 184:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để trên đồ thị hàm số $\left(C_m\right): y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(2m-3\right)x+2018$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của $\left(C_m\right)$ tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $\left(d\right): x+2y-5=0$?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 185:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Phương trình $f\left(4x-x^2\right)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

**Câu 186:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos x\left(1+2\cos 2x\right)$. Tìm $M+m$.

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y=f\left(x\right)=\cos x\left(1+2\cos 2x\right)=\cos x\left(4\cos^2 x-1\right)=4\cos^3 x-\cos x$.

Đặt $t=\cos x$, $t\in\left[-1;1\right]$. Hàm số trở thành $g\left(t\right)=4t^3-t$

$$\Rightarrow g'\left(t\right)=12t^2-1\Rightarrow g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2\sqrt{3}}\in\left[-1;1\right]\\t=-\frac{1}{2\sqrt{3}}\in\left[-1;1\right]\end{array}\right.$$

Ta có: $\left\{\begin{array}{l}g\left(1\right)=3\\g\left(-1\right)=-3\\g\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{3}}{9}\\g\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{9}\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}m=\min\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right)=\min\limits_{[-1;1]} g\left(t\right)=-3\\M=\max\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right)=\max\limits_{[-1;1]} g\left(t\right)=3\end{array}\right.\Rightarrow M+m=0$.

**Câu 187:** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $\frac{3\left|x\right|+1}{\left|x\right|+2}-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt là khoảng $\left(a;b\right)$. Tính $a+b$.

**A.** $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

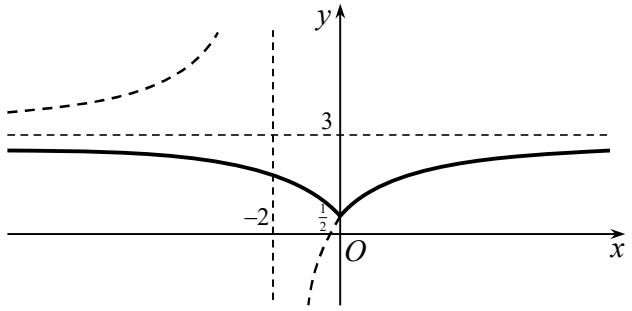
**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\frac{3|x|+1}{|x|+2}-m=0 \Leftrightarrow \frac{3|x|+1}{|x|+2}=m$.

Số nghiệm phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ và đường thẳng $y=m$.

Đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ được suy từ đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ bằng cách giữ lại phần đồ thị nằm bên phải trục $Oy$ rồi lấy đối xứng qua trục $Oy$. Đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ như sau




Từ đồ thị suy ra để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $m \in \left(\frac{1}{2};3\right)$.

Do đó $a=\frac{1}{2}$, $b=3 \Rightarrow a+b=\frac{7}{2}$.

**Câu 188:** Có bao nhiêu giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+\left(m^2-3\right)x+2018$ có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ sao cho biểu thức $P=\left|x_1\left(x_2-2\right)-2\left(x_2+1\right)\right|$ đạt giá trị lớn nhất?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=x^2-2x+m^2-3$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'_{y'}>0 \Leftrightarrow 4-m^2>0 \Leftrightarrow m \in (-2;2)$ (1)

Ta có $P=\left|x_1\left(x_2-2\right)-2\left(x_2+1\right)\right|=\left|x_1x_2-2\left(x_2+x_1\right)-2\right|$ (2)

Theo Định lý Viet $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=m^2-3 \end{cases}$ thay vào (2) ta được $P=\left|x_1x_2-2\left(x_2+x_1\right)-2\right|=\left|m^2-9\right|$.

Khảo sát hàm số $f(m)=\left|m^2-9\right|$ trên $(-2;2)$ ta được $\max\limits_{(-2;2)} f(m)=9$ khi $m=0$.

**Câu 189:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để trên đồ thị hàm số $(C_m): y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-3)x+2018$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của $(C_m)$ tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d): x+2y-5=0$?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=x^2+2mx+2m-3$. Đường thẳng $d$ có hệ số góc $k=-\frac{1}{2}$.

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$.

Tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ vuông góc với $d$ nên

$x_0^2+2mx_0+2m-3=2\Leftrightarrow x_0^2+2mx_0+2m-5=0\ \ (*)$

YCBT $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 2m-5<0\Leftrightarrow m<\dfrac{5}{2}$.

Do $m$ nguyên dương nên $m=1$ hoặc $m=2$.

**Câu 190:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Phương trình $f(4x-x^2)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** $2$. **B.** $6$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

***Cách 1:*** Ta có $f(4x-x^2)-2=0\Rightarrow f(4x-x^2)=2$

Số nghiệm của phương trình trên bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $\begin{cases}y=f(4x-x^2)\\ y=2\end{cases}$.

Xét $y=f(4x-x^2)=g(x)$.

$g'(x)=0\Rightarrow\left[f(4x-x^2)\right]'=0\Leftrightarrow(4x-x^2)'f'(4x-x^2)=0$

$\Leftrightarrow(4-2x)f'(4x-x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4-2x=0\\ 4x-x^2=0\\ 4x-x^2=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=0.\\ x=4\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị tại $4$ điểm phân biệt nên phương trình có $4$ nghiệm phân biệt.

Cách 2.

(Theo mình không cần lập bảng biến thiên của hàm số $y=f(4x-x^2)$ mà dựa luôn vào bảng biến thiên đã cho)

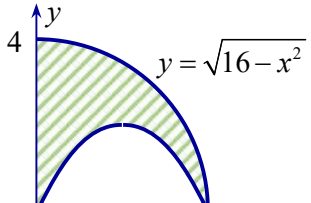
$f(4x-x^2)-2=0\Leftrightarrow f(4x-x^2)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-x^2=a\\ 4x-x^2=b\\ 4x-x^2=c\end{array}\right.$ (với $a<0$, $0<b<4$, $c>4$ ).

Tính $\Delta$ và từ điều kiện của $a$, $b$, $c$ suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm.

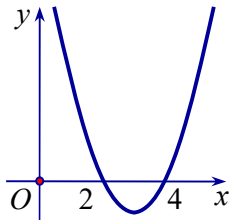
**Câu 191:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

**A.** $-3<m<0$. **B.** $m>-3$.

**C.** $m<-3$. **D.** $m\ge 0$.



**Câu 192:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(1+x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $(-\sqrt{3};-1)$.

**C.** $(1;\sqrt{3})$. **D.** $(0;1)$.

**Câu 193:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

**A.** $-3<m<0$. **B.** $m>-3$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\geq 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục hoành là

$x^3+mx+2=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{2}{x}-x^2$ (do $x=0$ không là nghiệm của phương trình).

Xét hàm số $g(x)=-\dfrac{2}{x}-x^2$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$g'(x)=\dfrac{2}{x^2}-2x$.

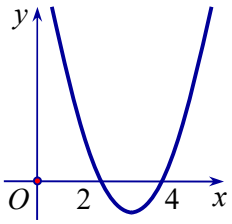
$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty$ $\mid$ $-\infty$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Dựa vào đồ thị ta có, để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất thì $m>-3$.

**Câu 194:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(1+x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $(-\sqrt{3};-1)$. **C.** $(1;\sqrt{3})$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=\left[f\left(1+x^2\right)\right]'=2x.f'\left(1+x^2\right)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\1+x^2=2\\1+x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Mặt khác ta có

$f'\left(1+x^2\right)<0\Leftrightarrow 2<1+x^2<4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{3}<x<-1\\1<x<\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(1+x^2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số $y=f\left(1+x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;\sqrt{3}\right)$.

**Câu 195:** Cho hàm số $y=\dfrac{2^{x+1}+1}{2^x-m}$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ trong khoảng $(-50;50)$ để hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$. Số phần tử của $S$ là:

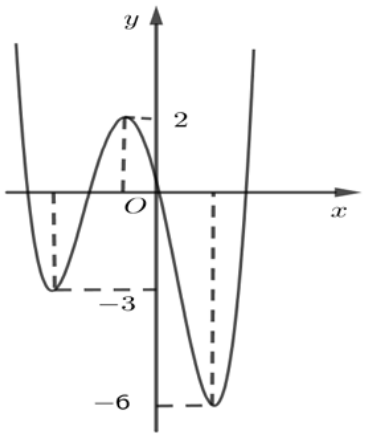
**A.** $48$. **B.** $47$. **C.** $50$. **D.** $49$.

**Câu 196:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị $(C)$. Tìm giá trị $a$ để đồ thị của hàm số có đường tiệm cận và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của $(C)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$ ?

**A.** $a>0$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

**Câu 197:** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** $12$. **B.** $15$. **C.** $18$. **D.** $9$.



**Câu 198:** Cho hàm số $y=\dfrac{2^{x+1}+1}{2^x-m}$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ trong khoảng $(-50;50)$ để hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$. Số phần tử của $S$ là:

**A.** $48$. **B.** $47$. **C.** $50$. **D.** $49$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2t+1}{t-m}$, với $t=2^x>0$ và $t\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{-2m-1}{(t-m)^2}, \forall t\neq m$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;1)$ thì hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2m-1<0\\ m\notin\left(\dfrac{1}{2};2\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}m\le\dfrac{1}{2}\\ m\ge 2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\dfrac{1}{2}<m\le\dfrac{1}{2}\\ m\ge 2\end{array}\right..$$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-50;50)$ nên $m\in\{0;2;3;...49\}$

Vậy có $49$ giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 199:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị $(C)$. Tìm giá trị $a$ để đồ thị của hàm số có đường tiệm cận và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của $(C)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$ ?

**A.** $a>0$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nếu $a=0$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Nếu $a<0$ thì đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận đứng nên cũng không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Xét trường hợp $a>0$, khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{a}}$.

Ta có $y'=\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-\dfrac{ax(x+1)}{\sqrt{ax^2+1}}}{(ax^2+1)}=\dfrac{1-ax}{(ax^2+1)\sqrt{ax^2+1}}$.

Tiếp tuyến song song với tiệm cận ngang khi $1-ax=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{a}$.

Ta được tiếp tuyến $y=\dfrac{\dfrac{1}{a}+1}{\sqrt{a\dfrac{1}{a^2}+1}}=\sqrt{\dfrac{1}{a}+1}$.

Ta giải các phương trình

$$\left[\begin{array}{l}\left|\sqrt{\dfrac{1}{a}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1\\ \left|\sqrt{\dfrac{1}{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1\end{array}\right.$$

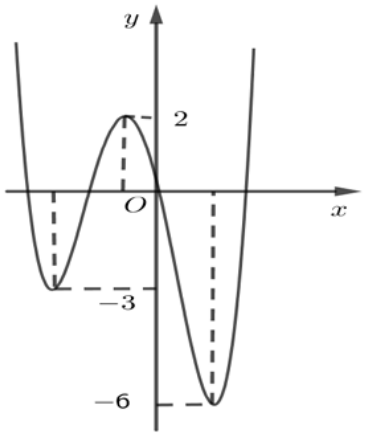
Đặt $t=\dfrac{1}{\sqrt{a}}>0$, ta được $\left[\begin{array}{l}\sqrt{t^2+1}-t=\sqrt{2}-1\\ 1<\sqrt{t^2+1}+t=\sqrt{2}-1<1(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow\sqrt{t^2+1}+1=\sqrt{2}+t$

$\Leftrightarrow t^2+2+2\sqrt{t^2+1}=t^2+2+2\sqrt{2}t\Leftrightarrow\sqrt{t^2+1}=\sqrt{2}t$

$t^2+1=2t^2\Leftrightarrow t=1$. Do đó ta được $a=1$.

**Câu 200:** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.



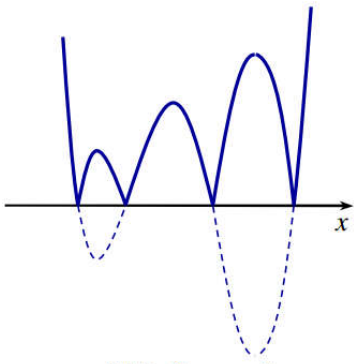

**Lời giải**

**Chọn A**

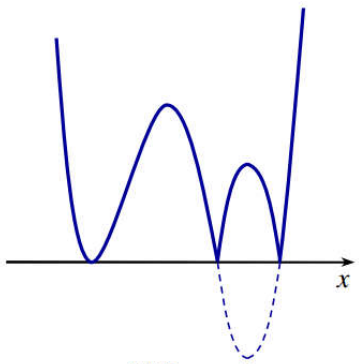
Nhận xét:

+ Số giao điểm của $(C):y=f(x)$ với $Ox$ bằng số giao điểm của $(C'):y=f(x-1)$ với $Ox$.

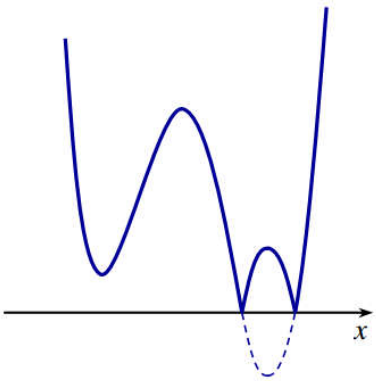
+ Vì $m>0$ nên $(C''):y=f(x-1)+m$ có được bằng cách tịnh tiến $(C'):y=f(x-1)$ lên trên $m$ đơn vị.



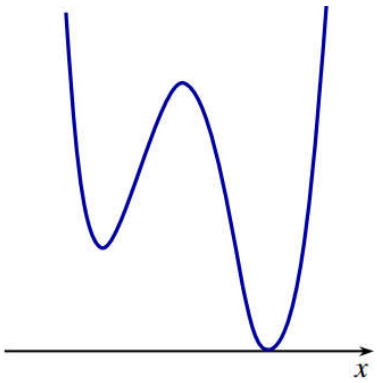

TH1: $0<m<3$




TH2: $m=3$




TH3: $3<m<6$




TH4: $m\ge 6$

TH1: $0<m<3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2: $m=3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH3: $3<m<6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH4: $m\ge 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

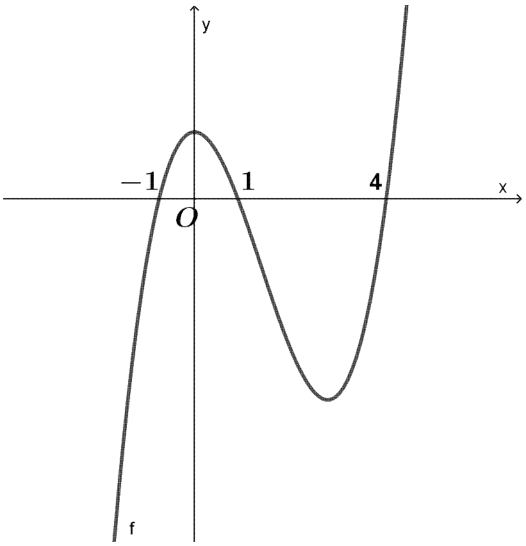
Vậy $3\le m<6$ . Do $m\in\mathbb{Z}^*$ nên $m\in\{3;4;5\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng 12.

**Câu 201:** Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 202:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Hàm số $y=f\left(2-e^{x}\right)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(0;\ln 3\right)$. **D.** $\left(1;4\right)$.

**Câu 203:** Biết $A\left(x_A;y_A\right)$, $B\left(x_B;y_B\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng $AB$ có độ dài nhỏ nhất. Tính $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B$.

**A.** $P=5+\sqrt{2}$. **B.** $P=6+\sqrt{2}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=5$.

**Câu 204:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{2x+1}$ cùng với hai đường tiệm cận tạo thành tam giác có diện tích bằng

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 205:** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m-2\right)x+2018$ với $m$ là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ bằng

**A.** $\dfrac{25}{4}$. **B.** $\dfrac{22}{9}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{40}{9}$.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.A | 2.D | 3.D | 4.C | 5.B | 6.A | 7.C | 8.B | 9.A | 10.C |
| 11.B | 12.D | 13.B | 14.A | 15.D | 16.B | 17.C | 18.D | 19.B | 20.B |
| 21.D | 22.C | 23.B | 24.C | 25.B | 26.A | 27.C | 28.C | 29.C | 30.A |
| 31.A | 32.B | 33.B | 34.D | 35.B | 36.A | 37.A | 38.C | 39.D | 40.D |
| 41.B | 42.C | 43.A | 44.B | 45.A | 46.C | 47.D | 48.D | 49.A | 50.D |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 206:** Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

+ Khi $m=1$ thì $y=-x+4$ là hàm nghịch biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$ nên nhận $m=1$.

+ Khi $m=-1$ thì $y=-2x^2-x+4$ có đồ thị là một Parabol nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$ nên loại $m=-1$.

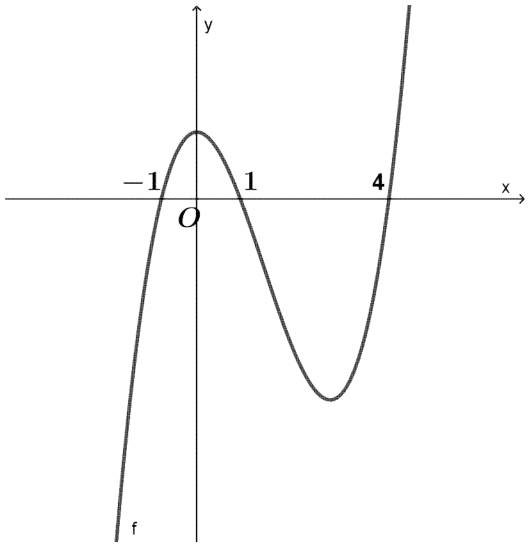
+ Khi $m\neq\pm1$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc ba, nghịch biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\leq0$ với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow3\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m-1\right)x-1\leq0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\left(m^2-1\right)<0\\\Delta=\left(m-1\right)^2-3\left(m^2-1\right).(-1)\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\4m^2-2m-2\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\-\frac{1}{2}\leq m\leq1\end{cases}\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\leq m<1.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $m=0$.

Vậy có hai giá trị của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=0$; $m=1$.

**Câu 207:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Hàm số $y=f\left(2-e^x\right)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(0;\ln3\right)$. **D.** $\left(1;4\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y=f\left(2-e^x\right)\Rightarrow y'=-e^x.f'\left(2-e^x\right)$.

Hàm số $y=f\left(2-e^x\right)$ đồng biến khi $y'=-e^x.f'\left(2-e^x\right)>0\Leftrightarrow f'\left(2-e^x\right)<0$ (do $e^x>0\forall x\in\mathbb{R}$).

Mà $f'(x)<0\Leftrightarrow x<-1$ hoặc $1<x<4$ nên

$$f'\left(2-e^x\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-e^x<-1\\1<2-e^x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x>3\\-2<e^x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\ln 3\\x<0\end{array}\right.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(\ln 3;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**Câu 208:** Biết $A\left(x_A;y_A\right)$, $B\left(x_B;y_B\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng $AB$ có độ dài nhỏ nhất. Tính $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B$.

**A.** $P=5+\sqrt{2}$. **B.** $P=6+\sqrt{2}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1**: (Trắc nghiệm)

Đồ thị $(C)$ của $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận $\Rightarrow I$ là tâm đối xứng của $(C)$.

Nhận xét $AB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $IA$ nhỏ nhất.

Giả sử $A$ thuộc nhánh phải của đồ thị $\Rightarrow A\left(a;\dfrac{a+1}{a-1}\right)$, $a>1$.

Ta có:

$$IA=\sqrt{(a-1)^2+\left(\frac{a+1}{a-1}-1\right)^2}=\sqrt{(a-1)^2+\frac{4}{(a-1)^2}}\geq\sqrt{2\sqrt{4}}=2$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $(a-1)^2=\dfrac{4}{(a-1)^2}$

$\Leftrightarrow(a-1)^2=2\Leftrightarrow a-1=\sqrt{2}\Leftrightarrow a=1+\sqrt{2}$ (Do $a>1$).

Suy ra: $A\left(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$ mà $I(1;1)$ là trung điểm $AB$ nên $B\left(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$.

Vậy $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B=5$.

**Cách 2:**

Đồ thị $(C)$ của $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận $\Rightarrow I$ là tâm đối xứng của $(C)$.

Giả sử $A$ thuộc nhánh phải của đồ thị $\Rightarrow A\left(a+1;\dfrac{a+2}{a}\right)$, $a>0$.

$B$ thuộc nhánh trái đồ thị $\Rightarrow B\left(1-b;\dfrac{b-2}{b}\right)$, $b>0$.

$$\overrightarrow{BA}=\left(a+b;\frac{2(a+b)}{ab}\right)\Rightarrow AB^2=(a+b)^2+\frac{4(a+b)^2}{(ab)^2}$$

$$ab\leq\frac{(a+b)^2}{4}\Rightarrow(ab)^2\leq\frac{(a+b)^4}{16}$$

$\Rightarrow AB^2 \ge (a+b)^2 + \dfrac{64}{(a+b)^2} \ge 2\sqrt{64} = 16 \Rightarrow AB \ge 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ (a+b)^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow A\left(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right),\ B\left(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$.

Vậy $P = x_A^2 + x_B^2 + y_A.y_B = 5$.

**Câu 209:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{2x+1}$ cùng với hai đường tiệm cận tạo thành tam giác có diện tích bằng

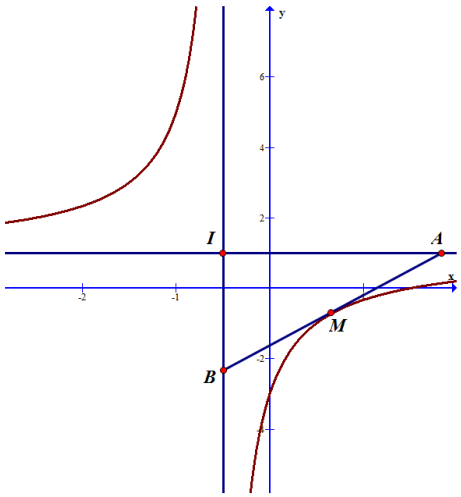
**A.** $5$. **B.** $7$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số là:

$$\Delta:\ y = \frac{8}{(2x_0+1)^2}(x-x_0) + 1 - \frac{4}{2x_0+1}$$




Giao của đường tiếp tuyến với tiệm cận ngang là: $A\left(\dfrac{4x_0+1}{2};1\right)$

Giao của đường tiếp tuyến với tiệm cận đứng là: $B\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{2x_0-7}{2x_0+1}\right)$

Giao của hai tiệm cận là: $I\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IA} = (2x_0+1;0);\ \overrightarrow{IB} = \left(0;-\dfrac{8}{2x_0+1}\right)$

Diện tích tam giác $IAB$ là: $S_{\Delta IAB} = \dfrac{1}{2}IA.IB = \dfrac{1}{2}|2x_0+1|.\dfrac{8}{|2x_0+1|} = 4$.

**Câu 210:** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với $m$ là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của $m$ để hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ bằng

**A.** $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{22}{9}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{40}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=mx^2-2(m-1)x+3(m-2)=0\ (*)$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'>0 \quad (1) \\ x_1+2x_2=1 \quad (2) \end{cases}$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow -2m^2+4m+1>0\Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{6}}{2}<m<\frac{2+\sqrt{6}}{2}\ (*)$.

Mặt khác ta có $x_1+x_2=\frac{2(m-1)}{m}\ (3)$

Từ $(2)$ và $(3)$ ta có $x_2=\frac{2-m}{m}$ mà $x_2$ là nghiệm của $(*)$ nên

Vì $m\left(\frac{2-m}{m}\right)^2-2(m-1).\frac{2-m}{m}+3m-6=0\Leftrightarrow 3m^2-8m+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\frac{2}{3} \end{array}\right.$ thỏa mãn $(*)$.

Vậy tổng bình phương các giá trị của $m$ là: $2^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{9}$.

**Câu 211:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương và nhỏ hơn $2018$ của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$. Tính số phần tử của tập hợp $S$.

**A.** $2015$. **B.** $2016$. **C.** $2017$. **D.** $2014$.

**Câu 212:** Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y=-4x$.

A. $m=1$. B. $m=-\frac{1}{3}$. C. $m=\frac{2}{3}$. D. $m=-\frac{2}{3}$.

**Câu 213:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương và nhỏ hơn $2018$ của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$. Tính số phần tử của tập hợp $S$.

**A.** $2015$. **B.** $2016$. **C.** $2017$. **D.** $2014$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=\sqrt{x}$, ta có $x\in(1;9)\Leftrightarrow t\in(1;3)$ và khi $x$ càng tăng thì $t$ càng tăng.

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$. Khi $m>0$, ta có điều kiện xác định của hàm số $g(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$ là $t\neq m$.

$g'(t)=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$.

$\Leftrightarrow$ Hàm số $g(t)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)\Leftrightarrow\begin{cases}2-m<0\\ \left[\begin{array}{l}m\le 1\\ m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 3$.

Vì $m$ nguyên dương và nhỏ hơn $2018$ nên ta có $3\le m\le 2017$ hay $S$ có $2015$ phần tử.

**Câu 214:** Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y=-4x$.

A. $m=1$. B. $m=-\dfrac{1}{3}$. C. $m=\dfrac{2}{3}$. D. $m=-\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

Chọn B

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x=1-2m\end{array}\right.$.

Để hàm số có hai cực trị thì $m\neq 1-2m\Leftrightarrow m\neq\dfrac{1}{3}$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(m;-7m^3+3m^2)$, $B(1-2m;20m^3-24m^2+9m-1)$. Do đó $\overrightarrow{AB}=(1-3m;(3m-1)^3)$. Do đó $AB$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=((3m-1)^2;1)$.

Do đó $AB:(3m-1)^2x+y-2m^3+3m^2-m=0\Leftrightarrow y=-(3m-1)^2x+2m^3-3m^2+m$.

Để đường thẳng $AB$ song song với đường thẳng $y=-4x$ thì:

$$\begin{cases}-(3m-1)^2=-4\\ 2m^3-3m^2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\\ \begin{cases}m\neq 0\\ m\neq\dfrac{1}{2}\\ m\neq 1\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}.$$

**Câu 215:** Tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y=g(x)$ biết nó có đồ thị là ảnh của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 216:** Cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc $k$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của $k$ để đường thẳng $\Delta$ cắt đồ thị $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm $M$ và $N$ sao cho tam giác $AMN$ vuông tại $A$?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 0.

**Câu 217:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ $(m\in[-2018;2018])$ để hàm số $y=x^2(m-x)-m$ đồng biến trên $(1;2)$?

**A.** 2014. **B.** 2020. **C.** 2016. **D.** 2018.

**Câu 218:** Tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y=g(x)$ biết nó có đồ thị là ảnh của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{x_0-2}\right)\in(C)$; $(C)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Gọi $M'$ là ảnh của $M$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

Ta có : $\begin{cases}x_{M'}=2-x_0\\ y_{M'}=2-y_0\end{cases}\Rightarrow y_{M'}=2-\dfrac{x_0-1}{x_0-2}=\dfrac{x_0-3}{x_0-2}=\dfrac{(x_0-2)-1}{x_0-2}$

hay hàm số có dạng : $y=g(x)=\dfrac{x+1}{x}$.

$y'=-\dfrac{1}{x^2}<0,\ \ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

**Câu 219:** Cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc $k$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của $k$ để đường thẳng $\Delta$ cắt đồ thị $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm $M$ và $N$ sao cho tam giác $AMN$ vuông tại $A$?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện: $x \neq 1$. Phương trình của đường thẳng $\Delta : y = k(x-1)+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = k(x-1)+2 \Leftrightarrow k(x-1)^2 = 3$ (*).

Để $\Delta$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt. Khi đó $k > 0$.

Giả sử $M(a, k(a-1)+2)$, $N(b, k(b-1)+2)$. Khi đó $a, b$ là nghiệm của phương trình (*).

Do đó $\begin{cases} a+b=2 \\ ab = \dfrac{k-3}{k} \end{cases}$. $\overrightarrow{AM} = (a, k(a-1)+3)$, $\overrightarrow{BM} = (b, k(b-1)+3)$.

Để tam giác $AMN$ vuông tại $A$ thì $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow ab + k^2(a-1)(b-1) + 3k(a+b-2) + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{k-3}{k} + k^2.\left(\dfrac{k-3}{k} - 2 + 1\right) = 0 \Leftrightarrow 3k^2 - 10k + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 3 \\ k = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Vậy có 2 số $k$ thỏa mãn.

**Câu 220:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ $(m \in [-2018; 2018])$ để hàm số $y = x^2(m-x) - m$ đồng biến trên $(1;2)$?

**A.** 2014. **B.** 2020. **C.** 2016. **D.** 2018.

**Lời giải**

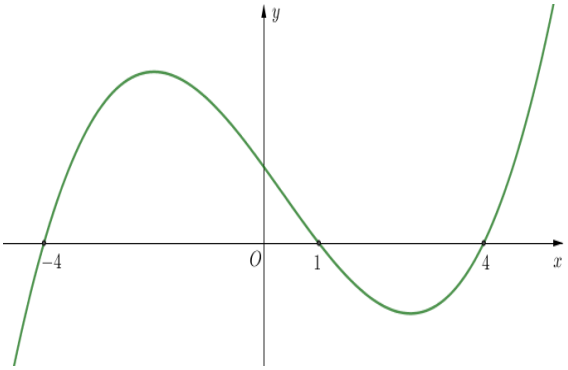
**Chọn C**

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx = x(2m-3x)$. Để hàm số đồng biến trên $(1;2)$ thì $y' \geq 0 \, \forall x \in (1;2)$.

Khi đó $2m - 3x \geq 0 \, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow \dfrac{3x}{2} \leq 2m \, \forall x \in (1;2)$. Do đó $m \geq 3$.

Vậy $3 \leq m \leq 2018$ hay có 2016 số nguyên thỏa mãn.

**Câu 221:** Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5-x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 3.

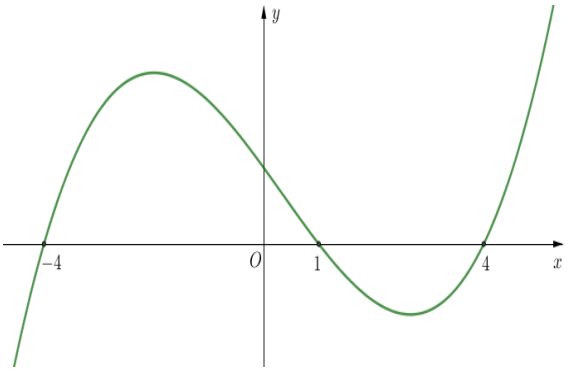
**Câu 222:** Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-m}$, với $m$ là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ nhỏ hơn 2 để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 223:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ lớn hơn $-2019$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x+1-m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**A.** $2017$. **B.** Vô số. **C.** $2019$. **D.** $2018$.

**Câu 224:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Biết rằng hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f\left(5-x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** $7$. **B.** $9$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=-2xf'\left(5-x^2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\5-x^2=-4\\5-x^2=1\\5-x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm3\\x=\pm2\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Ta có BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

$\Rightarrow$ hàm số $y=f\left(5-x^2\right)$ có $7$ điểm cực trị.

**Câu 225:** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$, với $m$ là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ nhỏ hơn $2$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;3\right)$.

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{m\right\}$.

Có $y'=\dfrac{-m-1}{\left(x-m\right)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $\left(2;3\right)\Leftrightarrow\dfrac{-m-1}{\left(x-m\right)^2}<0$, $\forall x\in\left(2;3\right)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-1<0 \\ m \notin (2;3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 2 \\ m \ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m \le 2 \\ m \ge 3 \end{array}\right.$$

Kết hợp $m$ nguyên nhỏ hơn $2$ ta được $m \in \{0;1\}$. Vậy có $2$ giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn.

**Câu 226:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ lớn hơn $-2019$ để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x+1-m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**A.** $2017$. **B.** Vô số. **C.** $2019$. **D.** $2018$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $A\left(x_0;y_0\right)$, $B\left(-x_0;-y_0\right)$ là hai điểm phân biệt trên đồ thị đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Khi đó: $y_0=x_0^3-3mx_0^2+3\left(m^2-1\right)x_0+1-m^2 \quad (1)$

và $-y_0=\left(-x_0\right)^3-3m\left(-x_0\right)^2+3\left(m^2-1\right)\left(-x_0\right)+1-m^2=-x_0^3-3mx_0^2-3\left(m^2-1\right)x_0+1-m^2 \quad (2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra: $-6mx_0^2+2-2m^2=0 \Leftrightarrow 3mx_0^2=1-m^2 \quad (3)$.

Trên đồ thị có $2$ điểm phân biệt $A$, $B$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow (3)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3m\left(1-m^2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m<-1 \end{array}\right.$.

Do $m$ nguyên, lớn hơn $-2019$ nên $m \in \{-2018;-2017;...;-2\}$, gồm $2017$ giá trị.

**Câu 227:** Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$ có đồ thị là $(C_m)$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị $(C_m)$ cắt trục hoành tại $4$ điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.** $m=4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$.

**Câu 228:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}(C)$. Tìm $m$ để đường thẳng $\Delta: y=-2x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (đvdt).

**A.** $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** Không tồn tại $m$. **D.** $m=\pm 2$.

**Câu 229:** Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$ có đồ thị là $(C_m)$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đồ thị $(C_m)$ cắt trục hoành tại $4$ điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

**A.** $m=4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4-2(m+1)x^2+2m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2m+1 \end{array}\right.$$

Để đồ thị $(C_m)$ cắt trục hoành tại $4$ điểm phân thì $2m+1>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{-1}{2}$.

TH1: $2m+1>1 \Leftrightarrow m>0$

Khi đó hoành độ của các giao điểm tính từ bé đến hớn là : $-\sqrt{2m+1}$; $-1$; $1$; $\sqrt{2m+1}$

Để các hoành độ lập thành cấp số cộng thì $-1+\sqrt{2m+1}=2 \Leftrightarrow \sqrt{2m+1}=3 \Leftrightarrow m=4$ (thỏa mãn điều kiện).

TH2: $2m+1<1 \Leftrightarrow m<0$

Khi đó hoành độ của các giao điểm tính từ bé đến hớn là : $-1$; $-\sqrt{2m+1}$; $\sqrt{2m+1}$; $1$

Để các hoành độ lập thành cấp số cộng thì $-\sqrt{2m+1}+1=2\sqrt{2m+1}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{2m+1}=1 \Leftrightarrow m=-\dfrac{4}{9}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$.

**Câu 230:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}(C)$. Tìm $m$ để đường thẳng $\Delta: y=-2x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tam giác $OAB$ có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (đvdt).

**A.** $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** Không tồn tại $m$. **D.** $m=\pm 2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $-2x+m=\dfrac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2+(m-4)x+m-1=0 (1) \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Phương trình $(1)$ có $\Delta=m^2+8>0$ với mọi $m$.

$S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}d(O,\Delta).AB \Leftrightarrow |m||x_1-x_2|=2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=12 \Leftrightarrow m^2\left(m^2+8\right)=48$.

$\Rightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

**Câu 231:** Cho các số thực $x, y$ thỏa mãn $x\geq 0, y\geq 0, x+y=1$. Gọi $M, m$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy$. Tổng $M+m$ bằng:

**A.** $\dfrac{391}{16}$. **B.** $\dfrac{383}{16}$. **C.** $\dfrac{49}{2}$. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

**Câu 232:** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị $(C)$, đường thẳng $d: y=x+m$. Với mọi $m$ ta luôn có $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Gọi $k_1$, $k_2$ lần lượt là hệ số góc tiếp tuyến với $(C)$ tại $A$, $B$. Tìm $m$ để tổng $k_1+k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-5$.

**Câu 233:** Cho các số thực $x, y$ thỏa mãn $x\geq 0, y\geq 0, x+y=1$. Gọi $M, m$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy$. Tổng $M+m$ bằng:

**A.** $\dfrac{391}{16}$. **B.** $\dfrac{383}{16}$. **C.** $\dfrac{49}{2}$. **D.** $\dfrac{25}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ $x\ge 0, y\ge 0, 1=x+y\ge 2\sqrt{xy}\Rightarrow 0\le xy\le \frac{1}{4}$.

Ta có $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy=16(xy)^2+12(x^3+y^3)+34xy$

$=16(xy)^2+12(x+y)^3-36xy(x+y)+34xy=16(xy)^2-2xy+12$

| $xy$ | $0$ | | $\frac{1}{16}$ | | $\frac{1}{4}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S$ | $12$ | $\searrow$ | $\frac{191}{16}$ | $\nearrow$ | $\frac{25}{2}$ |

Từ BBT ta suy ra:

$m=\min S=\frac{191}{16}$ đạt tại $x=\frac{2-\sqrt{3}}{4}; y=\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

$M=\max S=\frac{25}{2}$ đạt tại $x=y=\frac{1}{2}$.

Do đó $M+m=\frac{391}{16}$.

**Câu 234:** Cho hàm số $y=\frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị $(C)$, đường thẳng $d: y=x+m$. Với mọi $m$ ta luôn có $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Gọi $k_1$, $k_2$ lần lượt là hệ số góc tiếp tuyến với $(C)$ tại $A$, $B$. Tìm $m$ để tổng $k_1+k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d$ là

$$\frac{-x+1}{2x-1}=x+m\Leftrightarrow\begin{cases}-x+1=(x+m)(2x-1)\\ x\ne\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+2mx-m-1=0\ \ (1)\\ x\ne\frac{1}{2}\end{cases}.$$

Phương trình $(1)$ có $\Delta'=m^2+2m+2>0, \forall m\in\mathbb{R}$ và $(1)$ không có nghiệm $x=\frac{1}{2}$ nên với mọi $m$ ta luôn có $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$. Gọi $x_1$, $x_2$ là hoành độ của $A$, $B$ thì $x_1$, $x_2$ là các nghiệm của phương trình $(1)$.

Ta có $x_1+x_2=-m$ và $x_1x_2=-\frac{m+1}{2}$.

Hàm số $y=\frac{-x+1}{2x-1}$ có $y'=\frac{-1}{(2x-1)^2}$.

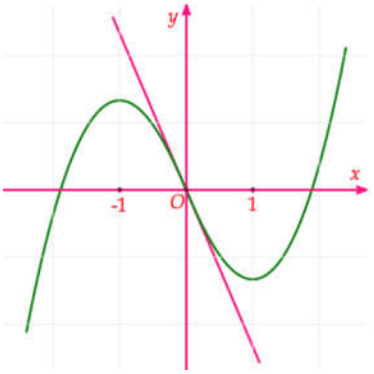
Do đó: $k_1+k_2=y'(x_1)+y'(x_2)=\frac{-1}{(2x_1-1)^2}+\frac{-1}{(2x_2-1)^2}=-\frac{4(x_1^2+x_2^2)-4(x_1+x_2)+2}{[4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1]^2}$

$=-\frac{4(x_1+x_2)^2-8x_1x_2-4(x_1+x_2)+2}{[4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1]^2}=-(4m^2+8m+6)=-4(m+1)^2-2\le -2$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m=-1$.

Vậy $\max\left(k_1+k_2\right)=-2$ khi $m=-1$.

**Câu 235:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ bên và có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$. Đường thẳng ở hình vẽ bên là tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ $x=0$ Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f'\left(x\right)$.




Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $m<-2$. **B.** $-2<m<0$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m>2$.

**Câu 236:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\left|x\right|^3-\left(2m+1\right)x^2+3m\left|x\right|-5$ có 3 điểm cực trị.

**A.** $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right]$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$.

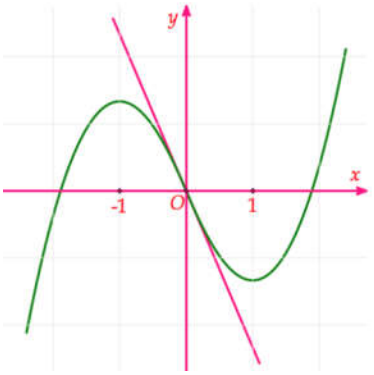
**Câu 237:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

**A.** $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

**Câu 238:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ bên và có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$. Đường thẳng ở hình vẽ bên là tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ $x=0$ Gọi $m$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f'\left(x\right)$.



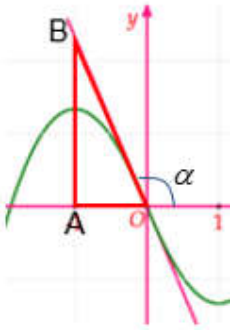

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $m<-2$. **B.** $-2<m<0$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m>2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại nên $f'(x)<0,\ \forall x\in(-1;1)$ và $f'(x)>0,\ \forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)\Rightarrow \min f'(x)$ khi $x\in(-1;1)$.




Ta có $m<f'(x)$

Quan sát đồ thị ta thấy $\tan\widehat{AOB}>2\Rightarrow \tan\alpha<-2\Leftrightarrow f'(0)<-2$

Đồng thời ta có $f'(-1)=f'(1)=0>-2$

Vậy ta có $\min f'(x)<-2\Leftrightarrow m<-2$.

**Câu 239:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 3 điểm cực trị.

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m+1)x^2+3mx-5$.

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-2(2m+1)x+3m$.

Để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị dương $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa $x_1\le 0<x_2\Rightarrow m\le 0$.

Kiểm tra lại với $m=0$ thì phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2}{3}\end{array}\right.$ (thỏa yêu cầu)

Vậy với $m\in(-\infty;0]$ thì hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

**Câu 240:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Với $y=f\left(x^2-2\right)$ ta có $y'=2x.f'\left(x^2-2\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=\pm 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x^2-2)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |
| $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |

Dựa vào bảng xét dấu $y'$ ta được $y'<0$, $\forall x \in \left(-2;-\sqrt{2}\right) \cup \left(0;\sqrt{2}\right) \cup \left(2;+\infty\right)$ nên hàm số $y=f\left(4-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

**Câu 241:** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m^4+2m$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành một tam giác đều.

**A.** $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=\sqrt[3]{4}$. **D.** $m=1$.

**Câu 242:** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để $x=1$ thuộc vào khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3+mx^2+mx+2018$.

**A.** $m<0$. **B.** $m>3$. **C.** $m>3$ hoặc $m<0$. **D.** $m<-1$.

**Câu 243:** Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $g(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

Xét 4 mệnh đề nào sau đây:

$(\mathrm{I})$. Phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm trên khoảng $(-\infty;0)$.

$(\mathrm{II})$. Phương trình $f(x)+g(x)=2018$ có nghiệm.

$(\mathrm{III})$. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm phân biệt với mọi tham số $m>0$.

$(\mathrm{IV})$. Phương trình $f(x)-g(x)=-2018$ không có nghiệm.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 244:** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành một tam giác đều.

**A.** $m = 2\sqrt{2}$. **B.** $m = \sqrt[3]{3}$. **C.** $m = \sqrt[3]{4}$. **D.** $m = 1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m > 0$.

Ba điểm cực trị đó là $A\left(0; m^4 + 2m\right)$, $B\left(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m\right)$, $B\left(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m\right)$.

Để $ABC$ là tam giác đều thì $AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \ (l) \\ m = \sqrt[3]{3} \end{array}\right.$.

**Câu 245:** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để $x = 1$ thuộc vào khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + mx^2 + mx + 2018$.

**A.** $m < 0$. **B.** $m > 3$. **C.** $m > 3$ hoặc $m < 0$. **D.** $m < -1$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có $y' = 3x^2 + 2mx + m$, $\Delta' = m^2 - 3m$.

Để hàm số có khoảng nghịch biến thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 3 \end{array}\right.$.

Khi đó, khoảng nghịch biến của hàm số là $\left(\dfrac{-m - \sqrt{m^2 - 3m}}{3}; \dfrac{-m + \sqrt{m^2 - 3m}}{3}\right)$.

$x = 1$ thuộc khoảng nghịch biến của hàm số khi

$$\frac{-m - \sqrt{m^2 - 3m}}{3} < 1 < \frac{-m + \sqrt{m^2 - 3m}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m^2 - 3m} > -m - 3 & (1) \\ \sqrt{m^2 - 3m} > m + 3 & (2) \end{cases}.$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -m - 3 \le 0 \\ m^2 - 3m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -m - 3 \ge 0 \\ m^2 - 3m > m^2 + 6m + 9 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < 0 \end{array}\right. (4).$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m + 3 \le 0 \\ m^2 - 3m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m + 3 \ge 0 \\ m^2 - 3m > m^2 + 6m + 9 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \le -3 \\ \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \ (5). \\ \begin{cases} m \ge -3 \\ m < -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Từ $(4)$ và $(5)$ suy ra $m < -1$.

**Câu 246:** Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây:

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $g(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $\searrow$ $0$ |

Xét $4$ mệnh đề nào sau đây:

$(\mathrm{I})$. Phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm trên khoảng $(-\infty;0)$.

$(\mathrm{II})$. Phương trình $f(x)+g(x)=2018$ có nghiệm.

$(\mathrm{III})$. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có $2$ nghiệm phân biệt với mọi tham số $m>0$.

$(\mathrm{IV})$. Phương trình $f(x)-g(x)=-2018$ không có nghiệm.

Số mệnh đề đúng trong $4$ mệnh đề trên là:

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Trong khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(x)>0, g(x)<0$ nên phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm suy ra $(\mathrm{I})$ đúng.

Đặt $h(x)=f(x)+g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)+g'(x)<0, \forall x\neq 0$. Ta có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $h(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\infty$ $\quad +\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

Từ bảng biến thiên ta có $(\mathrm{II})$, $(\mathrm{III})$ đúng.

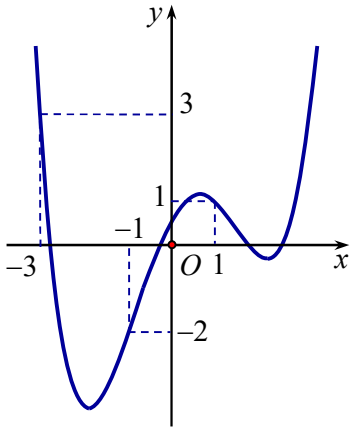
Xét hàm số $u(x)=g(x)-2018$, ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $u'(x)=g'(x)$ | | $-$ | | $-$ | |
| $g(x)-2018$ | $-2018$ | $\searrow$ | $-\infty$ $\quad +\infty$ | $\searrow$ | $-2018$ |

Đồng thời ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số $f(x)$ và $u(x)$ cắt nhau tại một điểm duy nhất có hoành độ $x_0>0$.

Suy ra phương trình $f(x)=g(x)-2018$ có đúng một nghiệm. Vậy $(\mathrm{IV})$ sai.

**Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

**B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$

**C.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$

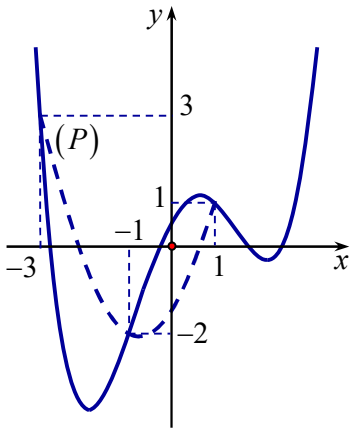
**D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\dfrac{g(-3)+g(1)}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y=f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-2 \\ f'(1)=1 \\ f'(-3)=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1)=0 \\ g'(1)=0 \\ g'(-3)=0 \end{cases}$




Ngoài ra, vẽ đồ thị $(P)$ của hàm số $y=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đường nét đứt ), ta thấy $(P)$ đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$ với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4};-\frac{33}{16}\right)$.

Rõ ràng

- Trên khoảng $(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)>0 \ \forall x\in(-1;1)$

- Trên khoảng $(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)<0\ \ \forall x\in(-3;-1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y=g'(x)$ trên $[-3;1]$ như sau:

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$

**Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đường thẳng $y=m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y=(x^2-1)(x^2-9)$ tại bốn điểm phân biệt?

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$(x^2-1)(x^2-9)=m(x-4)\ \Rightarrow\ \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)}=m\ \ (1),\ (x\neq 4).$$

Số nghiệm của $(1)$ bằng số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)}$ và $y=m$.

Ta có:

$$f'(x)=\frac{2x(x^2-9)(x-4)+2x(x^2-1)(x-4)-(x^2-9)(x^2-1)}{(x-4)^2}=\frac{3x^4-16x^3-10x^2+80x-9}{(x-4)^2}$$

$$f'(x)=0\ \Rightarrow\ 3x^4-16x^3-10x^2+80x-9=0$$

Giải phương trình bằng MTBT ta được 4 nghiệm $\left[\begin{array}{l}x_1\approx -2,169\\ x_2\approx 0,114\\ x_3\approx 2,45\\ x_4\approx 4,94\end{array}\right.$. Các nghiệm này đã được lưu chính xác ở trong bộ nhớ của MTBT.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $4$ | | $x_4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $2,58$ | ↘ | $-2,28$ | ↗ | $9,67$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $383,5$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ BBT và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

**Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Hàm số $y=(x+m)^3+(x+n)^3-x^3$ (tham số $m;n$) đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4(m^2+n^2)-m-n$ bằng

**A.** $-16$. **B.** $4$. **C.** $\dfrac{-1}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y'=3(x+m)^2+3(x+n)^2-3x^2=3\left[x^2+2(m+n)x+m^2+n^2\right]$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}\Leftrightarrow mn\le 0$.

TH1: $mn=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ n=0\end{array}\right.$.

Do vai trò của $m,n$ là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m=0$.

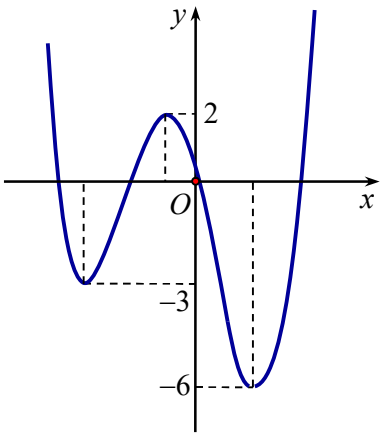
$\Rightarrow P=4n^2-n=\left(2n-\dfrac{1}{4}\right)-\dfrac{1}{16}\ge-\dfrac{1}{16}(1)$.

TH2: $mn<0\Leftrightarrow m>0;n<0$ (do vai trò của $m,n$ như nhau).

Ta có $P=\left(2m-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{1}{16}+4n^2+(-n)>-\dfrac{1}{16}(2)$.

Từ $(1),(2)$ ta có $P_{\min}=-\dfrac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=\dfrac{1}{8};n=0$ hoặc $m=0;n=\dfrac{1}{8}$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.




Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

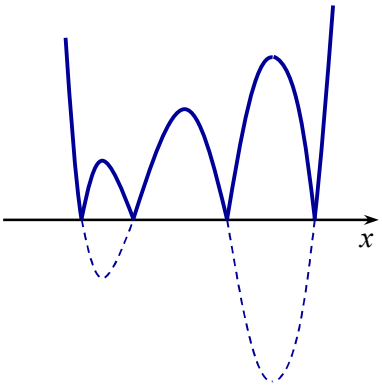
**A.** 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.

**Lời giải**

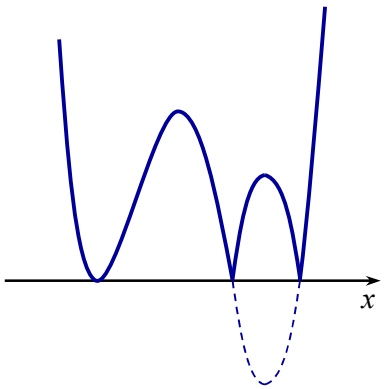
**Chọn A**

Nhận xét: Số giao điểm của $(C):y=f(x)$ với $Ox$ bằng số giao điểm của $(C'):y=f(x-1)$ với $Ox$ .

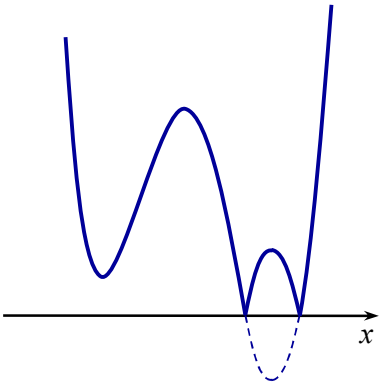
Vì $m>0$ nên $(C''):y=f(x-1)+m$ có được bằng cách tịnh tiến $(C'):y=f(x-1)$ lên trên $m$ đơn vị.



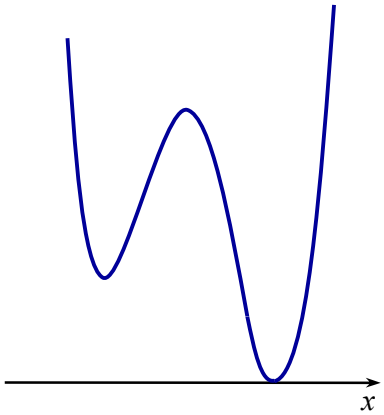

TH1 : $0 < m < 3$




TH2 : $m = 3$




TH3 : $3 < m < 6$




TH4 : $m \ge 6$

TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.
TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.
TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.
TH4: $m \ge 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.
Vậy $3 \le m < 6$. Do $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{3;4;5\}$.
Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng 12.

**Câu 5: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

**A.** $m > -3$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \le -3$. **D.** $m > 0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $\sin x = t, x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0;1]$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$ cần:

$f'(t) \ge 0 \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \ge 0 \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \ge m \quad \forall t \in [0;1]$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t$

$g'(t) = 6t + 6$

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên

| $t$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | | $+$ | |
| $g(t)$ | $0$ | $\nearrow$ | $9$ |

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với $m \le 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$, hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

**Câu 6: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-ax^2-3ax+4$. Để hàm số đạt cực trị tại $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$ thì $a$ thuộc khoảng nào ?

**A.** $a\in\left(-3;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $a\in\left(-5;-\frac{7}{2}\right)$. **C.** $a\in(-2;-1)$. **D.** $a\in\left(-\frac{7}{2};-3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đạo hàm : $y'=x^2-2ax-3a$, $y'=0\Leftrightarrow x^2-2ax-3a=0\ \ (1)$

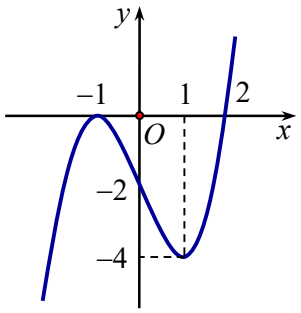
Hàm số có hai cực trị $x_1, x_2$ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow a<-3\cup a>0$.

Khi đó $x_1, x_2$ là nghiệm pt $(1)$, theo định lý Viet : $\begin{cases}x_1+x_2=2a\\x_1.x_2=-3a\end{cases}$.

Do đó : $\begin{cases}x_1^2+2ax_2+9a=x_1^2+(x_1+x_2)x_2-3x_1x_2=(x_1-x_2)^2=4a^2+12a\\x_2^2+2ax_1+9a=x_2^2+(x_1+x_2)x_1-3x_1x_2=(x_1-x_2)^2=4a^2+12a\end{cases}$.

Theo đề bài, ta có : $\frac{4a+12}{a}+\frac{a}{4a+12}=2\Leftrightarrow\frac{4a+12}{a}=1\Leftrightarrow a=-4$.

**Câu 7: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?




**A.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

**B.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

**D.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $f'(x)>0\Leftrightarrow x>2$.

Xét $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=2xf'(t)$ với $t=x^2-2$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\t=x^2-2=-1\\t=x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

Có $f'(t)>0\Leftrightarrow t=x^2-2>2\Leftrightarrow x<-2\vee x>2$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | |

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.Vậy C sai.

**Câu 8: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. Số các giá trị tham số $m$ để đường thẳng $y=x+m$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho trọng tâm tam giác $OAB$ nằm trên đường tròn $x^2+y^2-3y=4$ là

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm : $\dfrac{x+1}{x-2}=x+m\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-2m-1=0(*)$

Theo yêu cầu bài toán : $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác $2$

$$\begin{cases}\Delta>0\\4+(m-3)2-2m-1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+2m+13>0,\forall m$$

Gọi $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$ suy ra $G$ là trọng tâm của tam giác $OAB$ :

$$G\left(\frac{x_1+x_2}{3};\frac{y_1+y_2}{3}\right)=G\left(\frac{x_1+x_2}{3};\frac{x_1+x_2+2m}{3}\right)=G\left(\frac{3-m}{3};\frac{3-m+2m}{3}\right)=G\left(\frac{3-m}{3};\frac{3+m}{3}\right)$$

Theo yêu cầu bài toán : $\left(\dfrac{3-m}{3}\right)^2+\left(\dfrac{3+m}{3}\right)^2-3\left(\dfrac{3+m}{3}\right)=4\Leftrightarrow2m^2-9m-45=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=\dfrac{15}{2}\end{array}\right.$.

**Câu 9: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$ và $BC=a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với đáy $(ABC)$. Gọi $H,K$ lần lượt là

hình chiếu vuông góc của $A$ lên cạnh bên $SB$ và $SC$. Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$ là:

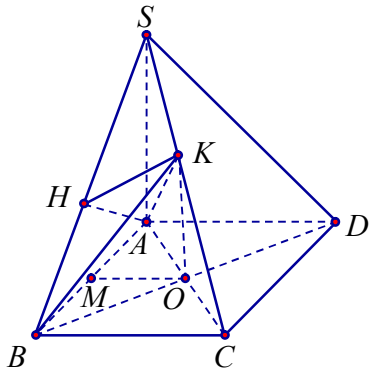
**A.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:** Nhận xét : $\widehat{AKC}=\widehat{AHC}=\widehat{ABC}=90^\circ$ , nên 4 điểm $A$, $H$, $K$, $B$ thuộc mặt cầu đường kính $AC$. Bán kính $R=OA=\frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

**Cách 2:** Dựng hình vuông $ABCD$. Gọi $M$ là trung điểm $AB$.




Tam giác $AHB$ vuông tại $H$ và $MO\perp(HAB)$ suy ra $MO$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $HAB$.

Tam giác $AKC$ vuông tại $K$ suy ra $OA=OK$. Suy ra $O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $AHKB$ và bán kính $R=OA=\frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 10: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị $(H)$ của hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt sao cho $P=k_1^{2018}+k_2^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với $k_1,k_2$ là hệ số góc của tiếp tuyến tại $A$, $B$ của đồ thị $(H)$.

**A.** $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=-2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+3}{x+2}=-2x+m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ (x+2)(2x-m)+2x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ 2x^2-(m-6)x+3-2m=0 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng $d: y=-2x+m$ cắt $(H)$ tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-6)^2-8(3-2m)>0 \\ 2.(-2)^2-(m-6).(-2)+3-2m\neq 0 \end{cases}$ (*)

Khi đó $x_A$, $x_B$ là 2 nghiệm phân biệt của (1) $\Rightarrow \begin{cases} x_A+x_B=\frac{m-6}{2} \\ x_Ax_B=\frac{3-2m}{2} \end{cases}$ (2)

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+2)^2}\Rightarrow k_1=\dfrac{1}{(x_A+2)^2},\ k_2=\dfrac{1}{(x_B+2)^2}$

$\Rightarrow k_1k_2=\dfrac{1}{\left[2(x_A+x_B)+x_Ax_B+4\right]^2}=\dfrac{1}{\left(m-6+\dfrac{3-2m}{2}+4\right)^2}=4$

$\Rightarrow P=k_1^{2018}+k_2^{2018}\ge 2\sqrt{k_1^{2018}k_2^{2018}}=2\sqrt{4^{2018}}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow k_1=k_2>0\Leftrightarrow \dfrac{1}{(x_A+2)^2}=\dfrac{1}{(x_B+2)^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_A+2=x_B+2\\x_A+2=-(x_B+2)\end{array}\right.$ (3)

Do $\begin{cases}A\ne B\\A,\ B\in(H)\end{cases}\Rightarrow x_A\ne x_B$ nên (3) $\Leftrightarrow x_A+x_B=-4$.

Kết hợp với (2) ta được $\dfrac{m-6}{2}=-4\Leftrightarrow m=-2$ thỏa mãn (*).

**Câu 11: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=x^3+6x^2+9x+3\ (C)$. Tồn tại hai tiếp tuyến của $(C)$ phân biệt và có cùng hệ số góc $k$, đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục $Ox$, $Oy$ tương ứng tại $A$ và $B$ sao cho $OA=2017.OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của $k$ thỏa mãn yêu cầu bài toán?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $M_1(x_1;f(x_1));\ M_2(x_2;f(x_2))$ với là hai tiếp điểm mà tại đó tiếp tuyến có cùng hệ số góc. Ta có $y'=3x^2+12x+9$

Khi đó $k=3x_1^2+12x_1+9=3x_2^2+12x_2+9\Leftrightarrow(x_1-x_2)(x_1+x_2+4)=0\Leftrightarrow x_1+x_2=-4=S\ (1)$

Hệ số góc của đường thẳng $M_1M_2$ là

$k'=\pm\dfrac{OB}{OA}=\pm\dfrac{1}{2017}=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

$\Leftrightarrow\pm\dfrac{1}{2017}=(x_1+x_2)^2-x_1x_2+6(x_1+x_2)+9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1x_2=\dfrac{2016}{2017}=P\\x_1x_2=\dfrac{2018}{2017}=P\end{array}\right.(2)$

Với $\begin{cases}x_1+x_2=-4=S\\x_1x_2=\dfrac{2016}{2017}=P\end{cases}$, do $S^2>4P$ nên $\exists$ hai cặp $x_1,\ x_2\Rightarrow\exists$ 1 giá trị $k$

Với $\begin{cases}x_1+x_2=-4=S\\x_1x_2=\dfrac{2018}{2017}=P\end{cases}$, do $S^2>4P$ nên $\exists$ hai cặp $x_1,\ x_2\Rightarrow\exists$ 1 giá trị $k$

KL: Có 2 giá trị $k$

**Câu 12: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho các số thực dương $x$, $y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{4xy^2}{\left(x+\sqrt{x^2+4y^2}\right)^3}$

**A.** $\max P=1$. **B.** $\max P=\dfrac{1}{10}$. **C.** $\max P=\dfrac{1}{8}$. **D.** $\max P=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

**Chọn C**

$$P=\frac{4xy^2}{\left(x+\sqrt{x^2+4y^2}\right)^3}=\frac{4\left(\frac{y}{x}\right)^2}{\left(1+\sqrt{1+4\left(\frac{y}{x}\right)^2}\right)^3}\ \left(\forall x>,y>0\right).$$

Đặt $t=\sqrt{1+4\left(\frac{y}{x}\right)^2}$, $t>1$. Khi đó biểu thức trở thành $P(t)=\dfrac{t^2-1}{(t+1)^3}$ với $t>1$.

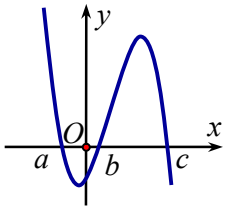
$$P'(t)=\frac{-t^2+2t+3}{(t+1)^4}=0\Leftrightarrow t=3.$$

Bảng biến thiên:

| $t$ | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'(t)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $P(x)$ | ‖ | ↗ | $\frac{1}{8}$ | ↘ | |

Vậy $\max P=P(3)=\dfrac{1}{8}$.

**Câu 13: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ.




Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

**A.** $f(a)>f(b)>f(c)$. **B.** $f(b)>f(a)>f(c)$.

**C.** $f(c)>f(a)>f(b)$. **D.** $f(c)>f(b)>f(a)$

Hướng dẫn giải

**Chọn C**

**Cách 1.** Dùng bảng biến thiên kết hợp các phương án để loại trừ.

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $a$ | | $b$ | | $c$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $f(a)$ | ↘ | $f(b)$ | ↗ | $f(c)$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có $f(a)>f(b), f(c)>f(b)$ ($f(b)$ là số nhỏ nhất) nên phương án C có thể xảy ra.

**Cách 2.** Dùng diện tích hình phẳng

Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên các đoạn $[a;b]$ và $[b;c]$, lại có $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Do đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y=f'(x) \\ y=0 \\ x=a \\ x=b \end{cases}$ là:

$$S_1=\int_a^b \left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=-f(x)\Big|_a^b=f(a)-f(b).$$

Vì $S_1>0\Rightarrow f(a)>f(b)$ $(1)$

Tương tự: diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y=f'(x) \\ y=0 \\ x=b \\ x=c \end{cases}$ là:

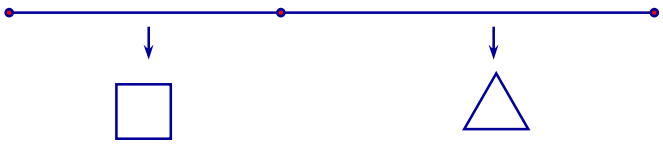
$$S_2=\int_b^c \left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_b^c=f(c)-f(b).$$

$S_2>0\Rightarrow f(c)>f(b)$ $(2)$.

Mặt khác, dựa vào hình vẽ ta có: $S_1<S_2\Leftrightarrow f(a)-f(b)<f(c)-f(b)\Leftrightarrow f(a)<f(c)$ $(3)$.

Từ $(1),(2),(3)$ suy ra $f(c)>f(a)>f(b)$.

**Câu 14:** **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Một sợi dây có chiều dài là $6$ m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



**A.** $\dfrac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **B.** $\dfrac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m). **C.** $\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m). **D.** $\dfrac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m).

Lời giải

**Chọn C**

Gọi cạnh tam giác đều là $x$ khi đó chu vi tam giác đều là $3x$ và chu vi hình vuông là $6-3x$ và do đó cạnh hình vuông có độ dài là $\dfrac{6-3x}{4}$, $(0<x<2)$

Tổng diện tích hình tam giác đều và hình vuông là

$$S=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}+\left(\frac{6-3x}{4}\right)^2=\frac{\left(4\sqrt{3}+9\right)x^2-36x+36}{16}=f(x)$$

Khảo sát hàm số $f(x)$ trên $(0<x<2)$ ta thấy $S_{\min}\Leftrightarrow x=\dfrac{18}{4\sqrt{3}+9}$.

**Câu 15:**

**(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho $x$, $y$ là các số thực thỏa mãn $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$. Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}$. Tính giá trị $M+m$.

**A.** $41$. **B.** $44$. **C.** $42$. **D.** $43$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đk: $x\ge 1; y\ge -1$. Đặt $t=x+y$; $t\ge 0$.

Có $\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}=\sqrt{x-1}+\sqrt{2}.\sqrt{y+1}\le\sqrt{3(x+y)}\Rightarrow x+y\le\sqrt{3(x+y)}$.

Vậy $t\le\sqrt{3t}\Leftrightarrow t^2-3t\le 0\Leftrightarrow 0\le t\le 3$.

$P=(x+y)^2+2(x+y)+2+8\sqrt{4-(x+y)}$ nên $P=t^2+2t+2+8\sqrt{4-t}$

$P'=2t+2-\dfrac{4}{\sqrt{4-t}}$.

$P'=0\Leftrightarrow(2t+2)\sqrt{4-t}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=1\pm 2\sqrt{2}\notin[0;3]\end{array}\right.$.

$P(0)=18;\ P(3)=25$.

Suy ra $M=25; m=18\Rightarrow M+m=43$.

**Câu 16: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm $m$ để hàm số $y=\dfrac{2\cot x+1}{\cot x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$?

**A.** $m\in(-\infty;-2)$. **B.** $m\in(-\infty;-1]\cup\left[0;\dfrac{1}{2}\right)$.

**C.** $m\in(-2;+\infty)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=\cot x$, $x\in\left[\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in(0;1)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2t+1}{t+m}$ trên khoảng $(0;1), t\ne -m$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{2m-1}{(t+m)^2}$, $\forall t\in(0;1), t\ne -m$.

Khi đó để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ (vì $t'=\dfrac{-1}{\sin^2 x}<0,\ \forall x\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow f'(t)<0, \forall t\in(0;1), t\ne -m$).

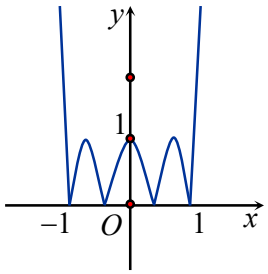
Điều kiện: $\begin{cases}2m-1<0\\-m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}-m\le 0\\-m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}m\ge 0\\m\le -1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\0\le m<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

**Câu 17: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $f(x)=\left|8x^4-8x^2+1\right|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ tại bao nhiêu giá trị của $x$?

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $5$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**




↳ Cách 1: Vẽ đồ thị hàm số, ta thấy trên đoạn $[-1;1]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 1 tại 5 giá trị của $x$ là $\pm 1, \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0$.

↳ Cách 2: Xét hàm số $f(x)=\left|8x^4-8x^2+1\right|=\sqrt{\left(8x^4-8x^2+1\right)^2}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(32x^3-16x\right)\left(8x^4-8x^2+1\right)}{\left|8x^4-8x^2+1\right|}$, $\forall x\in[-1;1]$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left(32x^3-16x\right)\left(8x^4-8x^2+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}32x^3-16x=0\\8x^4-8x^2+1=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;\ x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\x=\pm\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2};\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\end{array}\right.$.

Mà $f(0)=1$; $f\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=1$; $f\left(\pm\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)=0$; $f\left(\pm\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)=0$, $f(\pm1)=1$.

Vậy $\max\limits_{[-1;1]}f(x)=f(0)=f\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=f(\pm1)=1$.

**Câu 18: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho $x$, $y$ là những số thực thoả mãn $x^2-xy+y^2=1$. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{x^4+y^4+1}{x^2+y^2+1}$. Giá trị của $A=M+15m$ là

**A.** $A=17-2\sqrt{6}$. **B.** $A=17+\sqrt{6}$. **C.** $A=17+2\sqrt{6}$. **D.** $A=17-\sqrt{6}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$\hookrightarrow 1+xy=x^2+y^2\ge 2xy\Leftrightarrow xy\le 1$ vì $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy\ge 0$.

$\hookrightarrow x^2-xy+y^2=1\Leftrightarrow (x+y)^2-3xy=1\Leftrightarrow (x+y)^2=1+3xy\ge 0\Leftrightarrow xy\ge -\frac{1}{3}$.

Khi đó $P=\frac{x^4+y^4+1}{x^2+y^2+1}=\frac{(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+1}{x^2+y^2+1}=\frac{(1+xy)^2-2(xy)^2+1}{xy+2}$.

Đặt $t=xy, t\in\left[-\frac{1}{3};1\right]$, xét hàm số $P=\frac{-t^2+2t+2}{t+2}$

$P'=\frac{-t^2-4t+2}{(t+2)^2}$; $P'=0\Leftrightarrow t=-2+\sqrt{6}$

Mà $P\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{15}$; $P(1)=1$; $P\left(-2+\sqrt{6}\right)=6-2\sqrt{6}$

Khi đó: $m=P\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{15}$; $M=P\left(-2+\sqrt{6}\right)=6-2\sqrt{6}$

Vậy $A=M+15m=17-2\sqrt{6}$.

**Câu 19:** **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả những giá trị thực của $m$ để bất phương trình sau có nghiệm với mọi $x$ thuộc tập xác định. $\sqrt[4]{2x}+\sqrt{2x}+2\sqrt[4]{6-x}+2\sqrt{6-x}>m$.

**A.** $m>\sqrt[4]{12}+2\sqrt{3}$. **B.** $m<6+3\sqrt{2}$. **C.** $m<\sqrt[4]{12}+2\sqrt{3}$. **D.** $m>2\sqrt[4]{6}+2\sqrt{6}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)=\sqrt[4]{2x}+\sqrt{2x}+2\sqrt[4]{6-x}+2\sqrt{6-x}$ trên đoạn $[0;6]$

Ta có $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right)$

$\Leftrightarrow f'(x)=\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2x}}-\frac{1}{\sqrt[4]{6-x}}\right)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^2}}+\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^2}}+\frac{1}{\sqrt[4]{2x(6-x)}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2x}}+\frac{1}{\sqrt[4]{6-x}}\right)\right]$

Vì $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^2}}+\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^2}}+\frac{1}{\sqrt[4]{2x(6-x)}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2x}}+\frac{1}{\sqrt[4]{6-x}}\right)>0,\ \forall x\in(0;6)$ nên

$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt[4]{2x}}-\frac{1}{\sqrt[4]{6-x}}=0\Leftrightarrow x=2$

Mà $f(0)=2\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}$; $f(2)=3\sqrt{2}+6$; $f(6)=2\sqrt{3}+\sqrt[4]{12}$

Nên $\max\limits_{[0;6]}f(x)=f(2)=3\sqrt{2}+6$ và $\min\limits_{[0;6]}f(x)=f(6)=\sqrt[4]{12}+2\sqrt{3}$

Khi đó để bất phương trình có nghiệm với mọi $x\in[0;6]$ thì $m<\min\limits_{[0;6]}f(x)\Leftrightarrow m<\sqrt[4]{12}+2\sqrt{3}$.

**Câu 20: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Nhà xe khoán cho hai tài xế ta-xi An và Bình mỗi người lần lượt nhận $32$ lít và $72$ lít xăng. Hỏi tổng số ngày ít nhất là bao nhiêu để hai tài xế chạy tiêu thụ hết số xăng của mình được khoán, biết rằng chỉ tiêu cho hai người một ngày tổng cộng chỉ chạy đủ hết $10$ lít xăng?

**A.** 20 ngày. **B.** 15 ngày. **C.** 10 ngày. **D.** 25 ngày.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $x$ là số lít xăng mà An đã dùng trong một ngày. Với $0<x<10$.

$\Rightarrow 10-x$ là số lít xăng mà Bình đã dùng trong một ngày.

Khi đó

+ Để An tiêu thụ hết 32 lít xăng cần $\frac{32}{x}$ ngày.

+ Để Bình tiêu thụ hết 72 lít xăng cần $\frac{72}{10-x}$ ngày.

Vậy tổng số ngày chạy xe của hai tài xế là

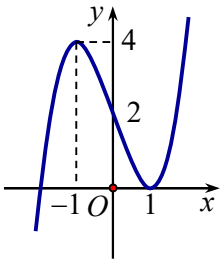
$$y=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}\Rightarrow y'=-\frac{32}{x^2}+\frac{72}{(10-x)^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=4$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $4$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ |
| $y$ | ‖ | ↘ | $20$ | ↗ | ‖ |

Nhìn bảng biến thiên ta thấy tổng số ngày chạy xe ít nhất của hai tài xế là $20$ ngày.

**Câu 21: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Phương trình $\left|f(x-2)-2\right|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

**Lời giải**

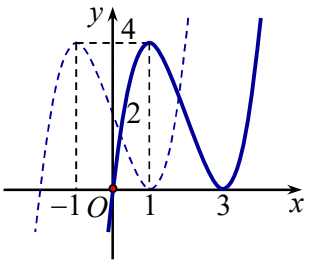
**Chọn B**

Cách 1:

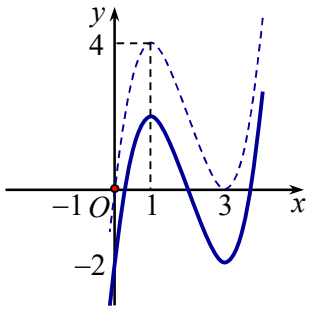
+ Tịnh tiến đồ thị $y=f(x)$ theo vectơ $\vec{u}=(2;0)$ ta được đồ thị hàm số $y=f(x-2)$ (hình a)

+ Tịnh tiến đồ thị $y=f(x-2)$ theo vectơ $\vec{v}=(0;-2)$ ta được đồ thị hàm số $y=f(x-2)-2$ (hình b)

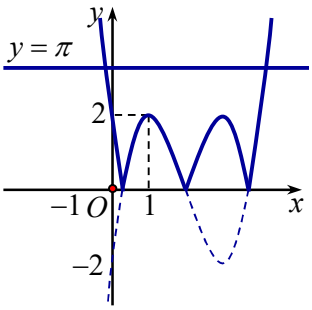
+ Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2\right)-2\right|$ như hình c.




*Hình a.*




*Hình b.*




*Hình c.*

Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2\right)-2\right|$ suy ra phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right|=\pi$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**Cách 2:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=k$ và số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x+p\right)$ với đường thẳng $y=k$ luôn như nhau.

Do đó số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right|=\pi$ cũng chính là số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)-2\right|=\pi$

Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-2=\pi\\f\left(x\right)-2=-\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2+\pi\ \left(1\right)\\f\left(x\right)=2-\pi\ \left(2\right)\end{array}\right.$

Xét $\left(1\right)$: Vì $2+\pi>4$ nên pt có $1$ nghiệm

Xét $\left(2\right)$: Vì $2-\pi<0$ nên pt có $1$ nghiệm

KL: PT đã cho có $2$ nghiệm.

**Câu 22: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-ax^2-3ax+4$ với $a$ là tham số. Biết $a_0$ là giá trị của tham số $a$ để hàm số đã cho đạt cực trị tại hai điểm $x_1,x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a_0\in\left(-7;-3\right)$. **B.** $a_0\in\left(-10;-7\right)$. **C.** $a_0\in\left(7;10\right)$. **D.** $a_0\in\left(1;7\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y'=x^2-2ax-3a$

Theo yêu bài toán: $\Delta>0\Leftrightarrow a^2+3a>0\Leftrightarrow a<-3\vee a>0$.

Ta có: $x_1^2-2ax_1-3a=0\Rightarrow x_1^2=2ax_1+3a$; $x_2^2-2ax_2-3a=0\Rightarrow x_2^2=2ax_2+3a$

$\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2\Leftrightarrow\frac{2ax_1+3a+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{2ax_2+3a+2ax_1+9a}=2$

$\Leftrightarrow\frac{2a\left(x_1+x_2\right)+12a}{a^2}+\frac{a^2}{2a\left(x_1+x_2\right)+12a}=2\Leftrightarrow\frac{4a^2+12a}{a^2}+\frac{a^2}{4a^2+12a}=2$

Do $a^2+3a>0$ nên: $\frac{4a^2+12a}{a^2}+\frac{a^2}{4a^2+12a}\geq2$

Dấu "=" xảy ra: $\frac{4a^2+12a}{a^2}=\frac{a^2}{4a^2+12a}\Leftrightarrow 4a^2+12a=a^2\Leftrightarrow 3a^2+12a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-4\end{array}\right.$.

Vậy $a=-4$.

**Câu 23: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt $A$, $B$, $C$. Gọi $B'$, $C'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $B$, $C$ lên trục tung. Tìm giá trị dương của $m$ để hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8.

**A.** $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng $d: y=m(x-2)$. Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$:

$-x^3+6x^2-9x+2=m(x-2)\Leftrightarrow(x-2)\left(x^2-4x+m+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\Rightarrow A(2;0)\\x^2-4x+m+1=0\ (1)\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số $(C)$ cắt $d$ tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(1)$ phải có hai nghiệm phân biệt $x\neq 2$ .ĐK: $\left\{\begin{array}{l}\Delta>0\\4-8+m+1\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}4-m-1>0\\m-3\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m<3\\m\neq 3\end{array}\right.\Leftrightarrow m<3$.

Giả sử $B(x_1;mx_1-2m)$, $C(x_2;mx_2-2m)$ với $x_1$ và $x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(1)$.

Theo Viet $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=4\\x_1x_2=m+1\end{array}\right.$. Vì $m>0\Rightarrow x_1>0$ và $x_2>0$. Ta có $B'(0,mx_1-2m)$, $C'(0,mx_2-2m)$

Ta có $S_{BB'C'C}=\frac{1}{2}B'C'\left(BB'+CC'\right)=8\Leftrightarrow B'C'\left(BB'+CC'\right)=16\ (*)$.

Mà $B'C'=\left|m\left(x_1-x_2\right)\right|$, $BB'=\left|x_1\right|=x_1$ và $CC'=\left|x_2\right|=x_2$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow m\left|x_1-x_2\right|\left(x_1+x_2\right)=16\Leftrightarrow m\left|x_1-x_2\right|=4\Leftrightarrow m^2\left(x_1-x_2\right)^2=16$

$\Leftrightarrow m^2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right]=16\Leftrightarrow m^2\left(16-4m-4\right)=16\Leftrightarrow m^3-3m^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=2\end{array}\right.$.

Kết hợp với $m>0$ và $m<3$ ta có $m=2$.

**Câu 24: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}}$ có bốn đường tiệm cận.

**A.** $m>0$. **B.** Với mọi giá trị của $m$.

**C.** $m<1$, $m\neq 0$ và $m\neq\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m<1$ hoặc $m>1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Với $m=0$ thì hàm số không xác định. Do đó $m\neq 0$ $(1)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}}=\frac{1}{|m|}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}}=\frac{-1}{|m|}$.

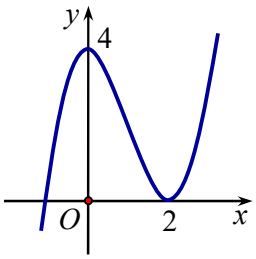
$\Rightarrow$đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận thì cần tìm $m$ để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng, nghĩa là cần tìm $m$ để phương trình $g(x)=m^2x^2+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

ĐK: $\begin{cases}\Delta=-4m^2(m-1)>0\\ g(-1)=m^2+m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq 0\\ m\neq\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq 0\\ m\neq\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{cases}\quad(2)$

Kết hợp $(1)$ $(2)$ có $\begin{cases}m<1\\ m\neq 0\\ m\neq\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{cases}$

**Câu 25:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+x+2}\right)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau




**A.** $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**B.** $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

**C.** $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{-1}{2};0\right)$.

**D.** $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ; $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, có đồ thị như hình vẽ.

Do đó $x=0\Rightarrow d=4$; $x=2\Rightarrow 8a+4b+2c+d=0$; $f'(2)=0\Rightarrow 12a+4b+c=0$;

$f'(0)=0\Rightarrow c=0$. Tìm được $a=1;b=-3;c=0;d=4$ và hàm số $y=x^3-3x^2+4$.

Ta có

$g(x)=f\left(\sqrt{x^2+x+2}\right)=\left(\sqrt{x^2+x+2}\right)^3-3\left(x^2+x+2\right)+4$

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{3}{2}(2x+1)\sqrt{x^2+x+2}-3(2x+1)=3(2x+1)\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+x+2}-1\right)$;

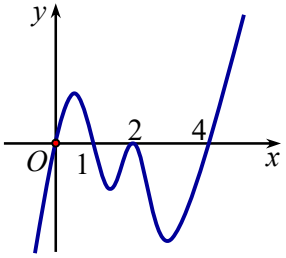
$g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ x=1\\ x=-2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1/2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $\frac{7\sqrt{7}-10}{8}$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2};0\right)$.

**Câu 26:** **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x)=0$ có $4$ nghiệm thực và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực của hàm số $y=f(x^2)$.




**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=2x.f'(x^2)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\x^2=0\\x^2=1\\x^2=2\\x^2=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=0\\x=\pm 1\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm 2\end{array}\right.$$

Do $f'(x^2)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2>4\\0<x^2<1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\x<-2\\-1<x<1\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x^2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị.

**Câu 27: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho đường cong $(C): y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ và $M$ là một điểm nằm trên $(C)$. Giả sử $d_1$, $d_2$ tương ứng là các khoảng cách từ $M$ đến hai tiệm cận của $(C)$, khi đó $d_1.d_2$ bằng:

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

$M\in(C)\Rightarrow M\left(a;2+\dfrac{5}{a-1}\right)$ với $a\neq 1$.

Khoảng cách từ $M$ đến tiệm cận đứng: $d_1=\dfrac{|a-1|}{\sqrt{1}}=|a-1|$,

Khoảng cách từ $M$ đến tiệm ngang $d_2=\dfrac{\left|2+\dfrac{5}{a-1}-2\right|}{\sqrt{0^2+1^2}}=\left|\dfrac{5}{a-1}\right|$.

Xét $d_1.d_2=|a-1|.\left|\dfrac{5}{a-1}\right|=\left|(a-1).\dfrac{5}{a-1}\right|=5$.

**Câu 28: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Hai điểm $M$ ; $N$ lần lượt thuộc hai nhánh của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng $MN$ ngắn nhất bằng:

**A.** $8\sqrt{2}$. **B.** $2017$. **C.** $8$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $y=\dfrac{3x-1}{x-3}\Rightarrow y=3+\dfrac{8}{x-3}$.

Đặt $\begin{cases}X=x-3\\Y=y-3\end{cases}$. Ta có $Y=\dfrac{8}{X}$.

Gọi $M\left(X_1;\dfrac{8}{X_1}\right)$ thuộc nhánh trái, $N\left(X_2;\dfrac{8}{X_2}\right)$ thuộc nhánh phải của đồ thị hàm số,

Với $X_1<0<X_2$. Ta có: $MN^2=(X_2-X_1)^2+64\left(\dfrac{1}{X_2}-\dfrac{1}{X_1}\right)^2$

$\Rightarrow MN^2\geq 2\sqrt{(X_2-X_1)^2.64\left(\dfrac{1}{X_2}-\dfrac{1}{X_1}\right)^2}\Rightarrow MN^2\geq 16\left|(X_2-X_1)\left(\dfrac{1}{X_2}-\dfrac{1}{X_1}\right)\right|$

$\Rightarrow MN^2\geq 16\dfrac{(X_2-X_1)^2}{|X_1X_2|}\Rightarrow MN^2\geq 16\dfrac{-4X_1X_2}{-X_1X_2}=64$. Do vậy $MN\geq 8$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}X_2=-X_1\\(X_2-X_1)^2=64\left(\dfrac{1}{X_2}-\dfrac{1}{X_1}\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}X_1=-2\sqrt{2}\\X_2=2\sqrt{2}\end{cases}$

Vậy với $M=\left(-2\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$ ; $N=\left(2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$ thì $MN$ có độ dài ngắn nhất bằng $8$.

Cách khác: Do $M,N$ thuộc hai nhánh khác nhau nên ta có $M\left(3-\alpha;3-\dfrac{8}{\alpha}\right);N\left(3+\beta;3+\dfrac{8}{\beta}\right)$, với $\alpha;\beta>0$. Khi đó $MN^2=(\alpha+\beta)^2+\left(\dfrac{8}{\alpha}+\dfrac{8}{\beta}\right)^2=(\alpha+\beta)^2+\dfrac{64(\alpha+\beta)^2}{(\alpha\beta)^2}$

$=(\alpha+\beta)^2\left(1+\dfrac{64}{(\alpha\beta)^2}\right)\geq 4\alpha\beta\left(1+\dfrac{64}{(\alpha\beta)^2}\right)=4\left(\alpha\beta+\dfrac{64}{\alpha\beta}\right)\geq 4.2.8=64.$

Vậy $MN_{\min}=8$ khi $\begin{cases}\alpha=\beta\\ \alpha\beta=\dfrac{64}{\alpha\beta}\end{cases}\Leftrightarrow\alpha=\beta=2\sqrt{2}$.

**Câu 29:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị $(C)$, trong đó $a$, $b$ là các hằng số dương thỏa mãn $a.b=4$. Biết rằng $(C)$ có đường tiệm cận ngang $y=c$ và có đúng $1$ đường tiệm cận đứng. Tính tổng $T=3a+b-24c$.

**A.** $T=11$. **B.** $T=4$. **C.** $T=7$. **D.** $T=-11$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo giả thiết $a>0$, $b>0$.

Với $ab=4$ ta có $y=\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}=\dfrac{\frac{4}{b}x^2+x-1}{4x^2+bx+9}=\dfrac{4x^2+bx-b}{b\left(4x^2+bx+9\right)}=\dfrac{1}{b}-\dfrac{b+9}{b\left(4x^2+bx+9\right)}$.

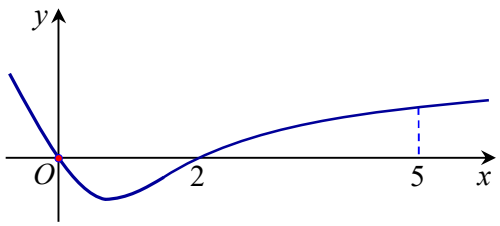
Đồ thị $(C)$ có đúng $1$ đường tiệm cận đứng nên $4x^2+bx+9=0$ có nghiệm kép

Suy ra $\Delta=b^2-4.4.9=0\Leftrightarrow b=12$ (do $b>0$).

Ta có $ab=4$ suy ra $a=\dfrac{1}{3}$; $c=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{4+\frac{b}{x}+\frac{9}{x^2}}=\dfrac{a}{4}$ suy ra $c=\dfrac{1}{12}$.

Vậy $T=3a+b-24c=11$.

**Câu 30:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là:




**A.** $f(0)$, $f(5)$. **B.** $f(2)$, $f(0)$. **C.** $f(1)$, $f(3)$. **D.** $f(2)$, $f(5)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:

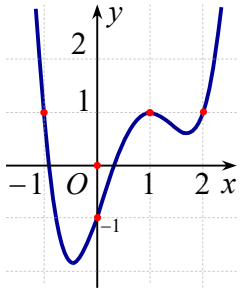
| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

$f'(0)=f'(2)=0$ nên $x=0$ và $x=2$ là hai điểm cực trị của $y=f(x)$. Đồng thời $f(2)<f(3)<f(5)$ và $f(0)>f(2)$.

Mặt khác $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)\Leftrightarrow f(3)-f(2)=f(5)-f(0)>0\Rightarrow f(5)>f(0)$

Vậy trên đoạn $[0;5]$ hàm số $y=f(x)$ có: $f(2)<f(0)<f(5)$.

**Câu 31:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

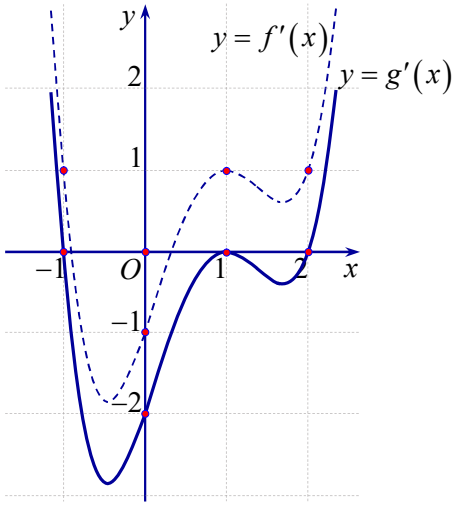



**A.** $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $g'(x)=f'(x)-1$. Do đó đồ thị của hàm số $g'(x)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị của hàm số $f'(x)$ đi xuống $1$ đơn vị.




Quan sát đồ thị $g'(x)$ ta thấy $g'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=-1$.

Do đó $g(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

**Câu 32:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Xét các số thực dương $x$, $y$ thỏa mãn $\ln\left(\dfrac{1-2x}{x+y}\right)=3x+y-1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}$.

**A.** $P_{\min}=8$. **B.** $P_{\min}=4$. **C.** $P_{\min}=2$. **D.** $P_{\min}=16$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện $0<x<\dfrac{1}{2}$.

Từ giả thiết $\ln\left(\dfrac{1-2x}{x+y}\right)=3x+y-1 \Leftrightarrow \ln(1-2x)+(1-2x)=\ln(x+y)+(x+y)\ (1)$

Xét hàm số $f(t)=\ln t+t$ trên $(0;+\infty)$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t}+1>0,\ \forall t>0$ do đó hàm $f(t)$ đơn điệu.

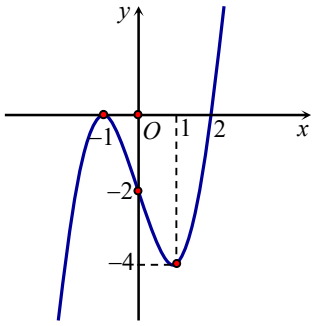
Vậy $(1)\Leftrightarrow 1-2x=x+y\Leftrightarrow 3x+y=1\ (2)$

Có $P=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}\geq\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x+y}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{1-2x}$

Đặt $g(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{1-2x}$, ta có $g'(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{(1-2x)^2}$ suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$.

Do đó $\min\limits_{\left(0;\frac{1}{2}\right)} g(x)=8$. Vậy $P_{\min}=8$.

**Câu 33:** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?




**A.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

**D.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $f'(x)>0\Leftrightarrow x>2$

Xét $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ có tập xác định $\mathbb{R}$

$g'(x)=2x.f'(t)$ với $t=x^2-2$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\t=x^2-2=-1\\t=x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

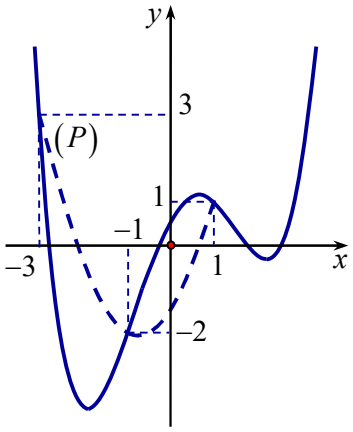
Lại có $f'(t)>0\Leftrightarrow t=x^2-2>2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<-2\end{array}\right.$

Do đó, ta có bảng xét dấu $g'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Từ bảng xét dấu ta chọn phát biểu sai là **C.**

**Câu 34:** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2017$. Trong các mệnh đề dưới đây:

$(I)$ $g(0)<g(1)$.

$(II)$ $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

$(III)$ Hàm số nghịch biến trên $(-3;-1)$.

$(IV)$ $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$.

Số mệnh đề đúng là:

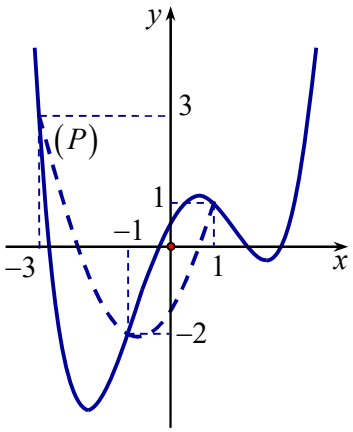
**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y=f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-2 \\ f'(1)=1 \\ f'(-3)=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1)=0 \\ g'(1)=0 \\ g'(-3)=0 \end{cases}$



Ngoài ra, vẽ đồ thị $(P)$ của hàm số $y=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đường nét đứt ), ta thấy $(P)$ đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$ với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4};-\frac{33}{16}\right)$.

Rõ ràng

- Trên khoảng $(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)>0\ \ \forall x\in(-1;1)$
- Trên khoảng $(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)<0\ \ \forall x\in(-3;-1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y=g'(x)$ trên $[-3;1]$ như sau:

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $g(-3)$ | $\searrow$ | $g(-1)$ | $\nearrow$ | $g(1)$ |

Ta có:

- $g(0)<g(1)$ nên $(I)$ đúng.
- $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$ nên $(II)$ đúng.
- Hàm số nghịch biến trên $(-3;-1)$ nên $(III)$ đúng.
- $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$ nên $(IV)$ đúng.

Vậy có 4 mệnh đề đúng.

**Câu 35:** **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Một công ty bất động sản có $50$ căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá $2.000.000$ đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê, mỗi căn hộ thêm $50.000$ đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong một tháng là bao nhiêu?

**A.** $115.250.000$ . **B.** $101.250.000$ . **C.** $100.000.000$ . **D.** $100.250.000$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ở tháng thu nhập của công ty cao nhất, gọi số căn hộ bị bỏ trống là $x$ thì số tiền thuê mỗi phòng là $2.000.000+50.000x$, khi đó số tiền thu được là

$f(x)=(2.000.000+50.000x)(50-x)=-50.000x^2+500.000x+100.000.000$.

Ta cần tìm $x\in(0;50)$ để $f(x)$ lớn nhất.

Ta có $f'(x)=-100.000x+500.000$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=5$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $5$ | | $50$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $100.000.000$ | $\nearrow$ | $101.250.000$ | $\searrow$ | $0$ |

Vậy mỗi tháng lợi nhuận cao nhất thu được của công ty là $101.250.000$

**Câu 36: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số: $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m=1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\pm\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m=\pm\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m\geq 0$

Khi đó: $y'=4mx^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m} \end{array}\right.$

Suy ra: Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A\left(0;m-1\right)$ $B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|y_B-y_A\right|.\left|x_C-x_B\right|=m^2\sqrt{m}$;

$AB=AC=\sqrt{m^4+m}$; $BC=2\sqrt{m}$.

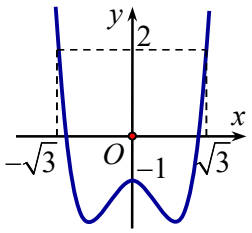
Gọi $R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng tam giác $ABC$.

$$\Rightarrow R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=1\Leftrightarrow\frac{(m^4+m)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}}=1\Leftrightarrow m^3-2m+1=0\Leftrightarrow\left(m-1\right)\left(m^2+m-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m^2+m-1=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (l) \end{array}\right.$$

Vậy: $m=1$ hoặc $m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 37: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Đặt $g(x)=3f(x)-x^3+3x-m$, với $m$ là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $g(x)\ge 0$ đúng với $\forall x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ là

**A.** $m\le 3f\left(\sqrt{3}\right)$. **B.** $m\le 3f(0)$. **C.** $m\ge 3f(1)$. **D.** $m\ge 3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$g(x)\ge 0\Leftrightarrow 3f(x)-x^3+3x-m\ge 0\Leftrightarrow 3f(x)-x^3+3x\ge m$.

Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Ta có $h'(x)=3f'(x)-3x^2+3$. Suy ra

$$\begin{cases} h'\left(-\sqrt{3}\right)=3f'\left(-\sqrt{3}\right)-6=0 \\ h'\left(\sqrt{3}\right)=3f'\left(\sqrt{3}\right)-6=0 \\ h'(0)=3f'(0)=0 \\ h'(1)=3f'(1)<0 \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | | | |
| $h$ | $h\left(-\sqrt{3}\right)$ | $\searrow$ | $h(0)$ | $\searrow$ | | | $h\left(\sqrt{3}\right)$ |

Vậy $g(x)\le m\Leftrightarrow g(x)\le h\left(\sqrt{3}\right)=3f\left(\sqrt{3}\right)$.

**Câu 38:** **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Với mỗi số thực $x$, gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số $g_1(x)=4x+1$, $g_2(x)=x+2$, $g_3(x)=-2x+4$. Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $3$.

**Lời Giải**

**Chọn C**

+ Nếu $\begin{cases} g_1\le g_2 \\ g_1\le g_3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 4x+1\le x+2 \\ 4x+1\le -2x+4 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\le\frac{1}{3} \\ x\le\frac{1}{2} \end{cases}\Leftrightarrow x\le\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=g_1(x)$ với $x\le\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=g_1\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{7}{3}$

+ Nếu $\begin{cases} g_2 \le g_1 \\ g_2 \le g_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \le 4x+1 \\ x+2 \le -2x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{3} \\ x \le \frac{2}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = g_2(x)$ với $\frac{1}{3} \le x \le \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = g_2\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3}$

+ Nếu $\begin{cases} g_3 \le g_1 \\ g_3 \le g_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+4 \le 4x+1 \\ -2x+4 \le x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ x \ge \frac{2}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = g_3(x)$ với $x \ge \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = g_3\left(\frac{2}{3}\right) = -2.\frac{2}{3}+4 = \frac{8}{3}$

Suy ra giá trị lớn nhất là $\frac{8}{3}$

**Câu 39:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lần lượt có hoành độ là $x_1$, $x_2$, $x_3$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{x_1^2 - 4x_1 + 3} + \frac{1}{x_2^2 - 4x_2 + 3} + \frac{1}{x_3^2 - 4x_3 + 3}$ bằng

**A.** $T = \frac{1}{2}\left[-\frac{P'(1)}{P(1)} + \frac{P'(3)}{P(3)}\right]$.

**B.** $T = \frac{1}{2}\left[-\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)}\right]$.

**C.** $T = \frac{1}{2}\left[\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)}\right]$.

**D.** $T = \frac{1}{2}\left[\frac{P'(1)}{P(1)} + \frac{P'(3)}{P(3)}\right]$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét biểu thức chia $P(x)$ cho $x^2 - 4x + 3$ ta được $P(x) = (x+2)(x^2 - 4x + 3) - 4$

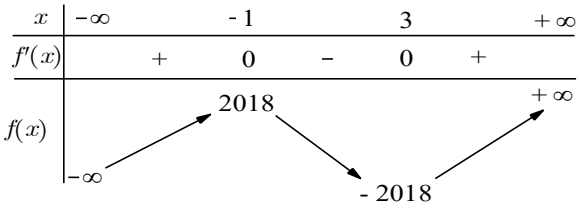
Mà $P(x_1) = 0 \Leftrightarrow (x_1+2)(x_1^2 - 4x_1 + 3) - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1^2 - 4x_1 + 3} = \frac{x_1 + 2}{4}$

Tương tự, ta có $\frac{1}{x_2^2 - 4x_2 + 3} = \frac{x_2 + 2}{4}$; $\frac{1}{x_3^2 - 4x_3 + 3} = \frac{x_3 + 2}{4}$.

Vậy $T = \frac{x_1 + 2}{4} + \frac{x_2 + 2}{4} + \frac{x_3 + 2}{4} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + 6}{4} = 2$.

Mặt khác thì $\frac{P'(x)}{P(x)} = \frac{3x^2 - 4x - 5}{x^3 - 2x^2 - 5x + 2} \Rightarrow \frac{P'(1)}{P(1)} = \frac{3}{2}; \frac{P'(3)}{P(3)} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)}\right] = 2$.

**Câu 40:** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



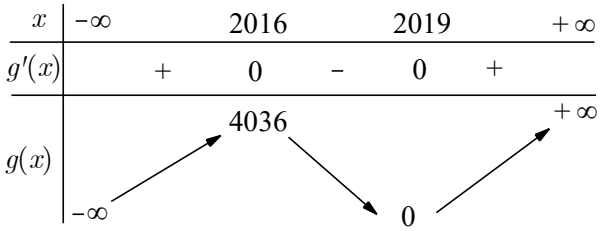

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2017\right)+2018\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

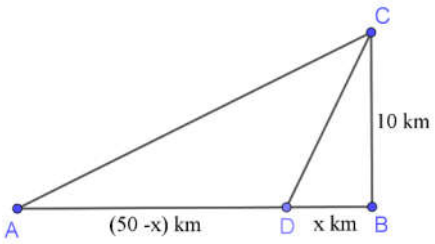
Do hàm số $g\left(x\right)=f\left(x-2017\right)+2018$ thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang phải một đoạn có độ dài bằng 2017 đơn vị và tịnh tiến lên trên một đoạn có độ dài bằng 2018 đơn vị nên ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g\left(x\right)$ như sau




Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ cắt trục hoành tại một điểm $x_0<2016$, tiếp xúc với trục hoành tại $x_1=2019$ và có hai cực trị nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2017\right)+2018\right|$ có 3 cực trị.

**Câu 41: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cô An đang ở khách sạn $A$ bên bờ biển, cô cần đi du lịch đến hòn đảo $C$. Biết rằng khoảng cách từ đảo $C$ đến bờ biển là $10$ km, khoảng cách từ khách sạn $A$ đến điểm $B$ trên bờ gần đảo $C$ là $50$ km. Từ khách sạn $A$, cô An có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy để đến hòn đảo $C$ (như hình vẽ bên). Biết rằng chi phí đi đường thủy là $5$ USD/km, chi phí đi đường bộ là $3$ USD/km. Hỏi cô An phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu km để chi phí là nhỏ nhất.

**A.** $\frac{15}{2}(\text{km})$. **B.** $\frac{85}{2}(\text{km})$. **C.** $50(\text{km})$. **D.** $10\sqrt{26}(\text{km})$.




**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $AD$ là quãng đường cô An đi đường bộ.

Đặt $DB = x(\text{km})(0 \le x \le 50) \Rightarrow AD = 50 - x(\text{km})$.

Chi phí của cô An: $f(x) = (50-x)3 + \sqrt{x^2+10^2}.5 \ (\text{USD})$

$f(x)$ liên tục trên $[0;50]$.

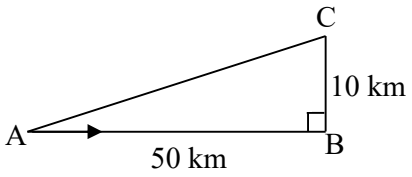
Ta có $f'(x) = -3 + 5.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+100}} = \dfrac{-3\sqrt{x^2+100}+5x}{\sqrt{x^2+100}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{x^2+100}+5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 9(x^2+100) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 = \dfrac{9.100}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x = \dfrac{15}{2} \end{cases}.$$

Ta có $f(0) = 200;\ f(50) = 50\sqrt{26};\ f\left(\dfrac{15}{2}\right) = 190$

Để chi phí ít nhất thì $x = \dfrac{15}{2}$.

Vậy cô An phải đi đường bộ một khoảng: $AD = 50 - \dfrac{15}{2} = \dfrac{85}{2}(\text{km})$ để chi phí ít nhất.




**Câu 42:** **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập hợp $S$ tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 3$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ $O$ tạo thành một tứ giác nội tiếp.

**A.** $S = \left\{\dfrac{-1}{\sqrt{3}};0;\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. **B.** $S = \{-1;1\}$. **C.** $S = \left\{\dfrac{-1}{\sqrt{3}};\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{-1}{\sqrt{2}};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y' = 4x^3 - 4m^2x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m. \end{array}\right.$

Để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm, hay $m \ne 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử 3 điểm cực trị có tọa độ $A(0;\ m^4+3);\ B(m;3);C(-m;3)$.

Ta có $\overrightarrow{AC}(-m;-m^4);\ \overrightarrow{OC}(-m;3)$

Tứ giác $OBAC$ có $\begin{cases} AB = AC \\ OB = OC \end{cases}$.

Suy ra $OA$ là đường trung trực của $BC$. Để tứ giác $OBAC$ nội tiếp đường tròn thì điểm $B$, $C$ phải nhìn cạnh $OA$ dưới góc 90°.

Khi đó $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m^4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 : L \\ m = \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}} : T/m \end{array}\right.$.

**Câu 43: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Ông Bình đặt thợ làm một bể cá, nguyên liệu bằng kính trong suốt, không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $220500\ \text{cm}^3$ nước. Biết tỉ lệ giữa chiều cao và chiều rộng của bể bằng $3$. Xác định diện tích đáy của bể cá để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

**A.** $2220\ \text{cm}^2$. **B.** $1880\ \text{cm}^2$. **C.** $2100\ \text{cm}^2$. **D.** $2200\ \text{cm}^2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $a$, $b$, $c>0$ lần lượt là chiều rộng, dài, cao của hình hộp chữ nhật.

Theo đề $V=abc=220500$ và $c=3a\Rightarrow 3a^2b=220500\Rightarrow ab=\dfrac{73500}{a}$

Ta có $S_{tp}=ab+2ac+2bc=ab+6a^2+6ab=7ab+6a^2$

$=\dfrac{514500}{a}+6a^2=6\left(\dfrac{42875}{a}+\dfrac{42875}{a}+a^2\right)$

$S_{tp}=6\left(\dfrac{42875}{a}+\dfrac{42875}{a}+a^2\right)\ge 6.3\sqrt[3]{\dfrac{42875}{a}.\dfrac{42875}{a}.a^2}=22050.$

Suy ra $S_{tp}$ nhỏ nhất khi $\dfrac{42875}{a}=a^2\Leftrightarrow a=35\Rightarrow b=60\Rightarrow S_d=2100\ \text{cm}^2$.

**Câu 44: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, có đồ thị $(C)$ với $m$ là tham số thực. Gọi $A$ là điểm thuộc đồ thị $(C)$ có hoành độ bằng $1$. Tìm $m$ để tiếp tuyến $\Delta$ với đồ thị $(C)$ tại $A$ cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất

**A.** $\dfrac{16}{13}$. **B.** $-\dfrac{13}{16}$. **C.** $\dfrac{13}{16}$. **D.** $-\dfrac{16}{13}$.

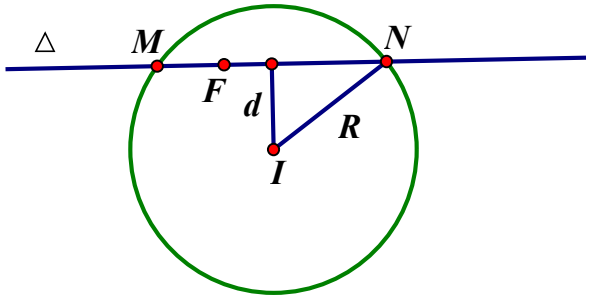
**Lời giải**

**Chọn C**

Đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ có tâm $I(0;1)$, $R=2$.

Ta có $A(1;1-m)$; $y'=4x^3-4mx\Rightarrow y'(1)=4-4m$.

Suy ra phương trình $\Delta$: $y=(4-4m)(x-1)+1-m$. Dễ thấy $\Delta$ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\dfrac{3}{4};0\right)$ và điểm $F$ nằm trong đường tròn $(\gamma)$.



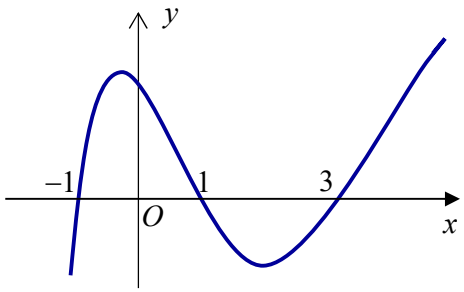
Giả sử $\Delta$ cắt $(\gamma)$ tại $M$, $N$. Thế thì ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I;\Delta)} = 2\sqrt{4 - d^2(I;\Delta)}$.

Do đó $MN$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I;\Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I;\Delta) = IF \Rightarrow \Delta \perp IF$.

Khi đó đường $\Delta$ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} \perp \overrightarrow{IF} = \left(\frac{3}{4}; -1\right)$; $\vec{u} = (1; 4-4m)$ nên ta có:

$\vec{u}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1.\frac{3}{4} - (4-4m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{16}$.

**Câu 45:** **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong $(C)$, biết đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ:




Tiếp tuyến của $(C)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt lần lượt có hoành độ $a$, $b$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** $4 \ge a - b \ge -4$. **B.** $a, b \ge 0$. **C.** $a, b < 3$. **D.** $a^2 + b^2 > 10$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị, ta có $f'(1) = 0$.

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 có dạng:

$y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = f(1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của tiếp tuyến trên với đồ thị $(C)$: $f(x) = f(1)$.

Từ đồ thị, ta có $f'(-1) = f'(3) = 0$. Ta được bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | $f(-1)$ | $\nearrow$ | $f(1)$ | $\searrow$ | $f(3)$ | $\nearrow$ | |

Từ bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = f(1)$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $1$, $a$, $b$ với $a < -1$ và $b > 3$. Như vậy đáp án D đúng, các khẳng định A, B, C đều không thỏa điều trên.

**Câu 46:** **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = (x-m)^3 - 3x + m^2$ có đồ thị là $(C_m)$ với $m$ là tham số thực. Biết điểm $M(a;b)$ là điểm cực đại của $(C_m)$ ứng với một giá trị $m$ thích hợp, đồng thời là điểm cực tiểu của $(C_m)$ ứng với một giá trị khác của $m$. Tổng $S = 2018a + 2020b$ bằng

**A.** 504. **B.** −504. **C.** 12504. **D.** 5004.

## Lời giải

**Chọn A**

Vì điểm $M(a;b)$ thuộc đồ thị $(C_m)$ nên ta có: $(a-m)^3-3a+m^2=b, \forall m\in\mathbb{R}$. $(1)$

Xét $y'=3(x-m)^2-3$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $m-1$ | | $m+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $CĐ$ | ↘ | $CT$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: Nếu $m_1$ là giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số nhận điểm $M(a;b)$ là điểm cực đại thì $a=m_1-1$. Nếu $m_2$ là giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số nhận điểm $M(a;b)$ là điểm cực tiểu thì $a=m_2+1$.

Mà $m_1$, $m_2$ phải thỏa mãn $(1)$ nên ta có: $\begin{cases} -1-3a+(a+1)^2=b \\ 1-3a+(a-1)^2=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Vậy $S=2018a+2020b=504$.

**Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}\ (C)$, gọi $I$ là tâm đối xứng của đồ thị $(C)$ và $M(a;b)$ là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ tại điểm $M$ cắt hai tiệm cận của đồ thị $(C)$ lần lượt tại hai điểm $A$ và $B$. Để tam giác $IAB$ có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng $a+b$ gần nhất với số nào sau đây?

**A.** $-3$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$I(-1;2);\ M\left(a;\dfrac{2a+1}{a+1}\right)$.

$y'_{(a)}=\dfrac{1}{(a+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M$ : $y=\dfrac{1}{(a+1)^2}(x-a)+\dfrac{2a+1}{a+1}$.

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận đứng $A\left(-1;\dfrac{2a}{a+1}\right)$.

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận ngang $B(2a+1;\ 2)$.

Ta có $IA=\dfrac{2}{|a+1|};IB=2|a+1|$

$S_{\Delta IAB}=\dfrac{1}{2}IA.IB=2=p.r$

$p=IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}\ge 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2IA.IB}=2\sqrt{4}+\sqrt{2.4}$

Suy ra $r_{\max}$ khi $p_{\min}$. Khi đó $IA=IB$.

Suy ra $M$ là giao điểm của đường thẳng $d$ đi qua $I$ có hệ số góc $k=-1$ và đồ thị hàm số.

Phương trình qua $d$ có dạng: $y-2=-1(x+1)\Leftrightarrow y=-x+1$.

Hoành độ giao điểm của $d$ và đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$-x+1=\frac{2x+1}{x+1}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(0;1)\\M(-2;3)\end{array}\right.\Rightarrow a+b=1.$$

**Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Số giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $\sqrt[3]{m-x}+\sqrt{2x-3}=2$ có ba nghiệm phân biệt là

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện: $x\ge\dfrac{3}{2}$.

Đặt $u=\sqrt[3]{m-x}$, $v=\sqrt{2x-3}$ ta có hệ $\begin{cases}u+v=2\\2u^3+v^2=2m-3\end{cases}$

Với cách đặt $u=\sqrt[3]{m-x}$ ta suy ra với mỗi giá trị $u\in\mathbb{R}$ có một và chỉ một giá trị $x$ tương ứng.

Từ $u+v=2\Rightarrow v=2-u$, thay vào phương trình còn lại của hệ ta được

$2u^3+(2-u)^2=2m-3\Leftrightarrow 2u^3+u^2-4u+7=2m\ (*)$.

Do $v \ge 0$ nên $u \le 2$.

Xét hàm số $f(u) = 2u^3 + u^2 - 4u + 7$ trên $(-\infty; 2]$, ta có

$$f'(u) = 6u^2 + 2u - 4;\ f'(u) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = -1 \\ u = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

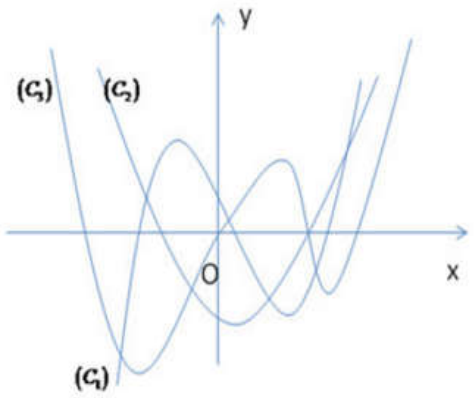
Bảng biến thiên $f(u)$:

| $u$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $\frac{2}{3}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $10$ | ↘ | $\frac{145}{27}$ | ↗ | $19$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $u$ phân biệt khi và chỉ khi $\frac{145}{27} < 2m < 10 \Leftrightarrow \frac{145}{54} < m < 5$.

Kết hợp với điều kiện $m$ nguyên ta được các giá trị $m$ thỏa bài toán là $3;\ 4$.

**Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x),\ y = f'(x),\ y = f''(x)$ lần lượt là các đường cong trong hình vẽ bên




**A.** $(C_1), (C_2), (C_3)$.

**B.** $(C_1), (C_3), (C_2)$.

**C.** $(C_3), (C_2), (C_1)$.

**D.** $(C_3), (C_1), (C_2)$.

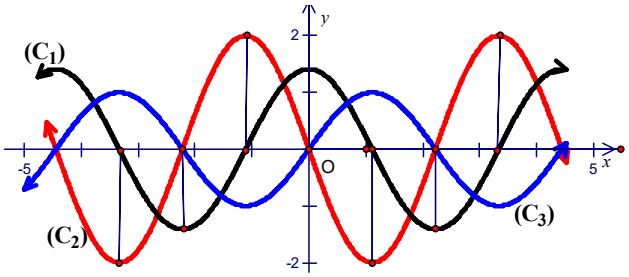
**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy: $(C_2)$ có một cực trị, $(C_1)$ có hai cực trị và $(C_3)$ có ba cực trị.

Nên suy ra đồ thị của các hàm số $y = f(x),\ y = f'(x), y = f''(x)$ lần lượt là $(C_3)$, $(C_1)$, $(C_2)$.

**Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1), (C_2), (C_3)$ thứ tự là đồ thị các hàm số




**A.** $f(x), f'(x), f''(x)$. **B.** $f'(x), f(x), f''(x)$. **C.** $f'(x), f''(x), f(x)$. **D.** $f''(x), f(x), f'(x)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong $(C_2)$ khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong $(C_1)$, Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong $(C_1)$ khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong $(C_3)$.

Vậy đáp án đúng là đáp án D.

**Câu 5: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Theo thống kê tại một nhà máy $Z$, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ). Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x)=\dfrac{95x^2+120x}{4}$, với $x$ là thời gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

**A.** $x=36$. **B.** $x=32$. **C.** $x=44$. **D.** $x=48$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $t$ là số giờ làm tăng thêm (hoặc giảm) mỗi tuần, $t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ số công nhân bỏ việc (hoặc tăng thêm) là $\dfrac{t}{2}$ nên số công nhân làm việc là $100-\dfrac{t}{2}$ người.

Năng suất của công nhân còn $120-\dfrac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40+t$ giờ.

Để nhà máy hoạt động được thì $\begin{cases}40+t>0\\120-\dfrac{5t}{2}>0\\100-\dfrac{t}{2}>0\end{cases}\Rightarrow t\in(-40;48)$.

Số sản phẩm trong một tuần làm được: $S=\left(100-\dfrac{t}{2}\right)\left(120-\dfrac{5t}{2}\right)(40+t)$.

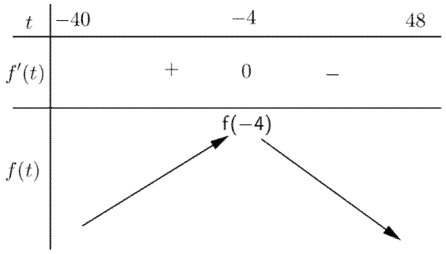
Số sản phẩm thu được là $f(t)=\left(100-\dfrac{t}{2}\right)\left(120-\dfrac{5t}{2}\right)(40+t)-\dfrac{95(40+t)^2+120(40+t)}{4}$.

$$f'(t)=-\frac{1}{2}\left(120-\frac{5t}{2}\right)(40+t)-\frac{5}{2}\left(100-\frac{t}{2}\right)(40+t)+\left(100-\frac{t}{2}\right)\left(120-\frac{5t}{2}\right)-\frac{95}{2}(40+t)-30$$

$$=\frac{15}{4}t^2-\frac{1135}{2}t-2330.$$

$$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t=\frac{466}{3}\,(\mathrm{L}) \end{array}\right.$$

Ta có BBT như sau




Vậy số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần lớn nhất khi $x=36$ (giờ).

**Câu 6: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Tìm trên đường thẳng $x=3$ điểm $M$ có tung độ là số nguyên nhỏ nhất mà qua đó có thể kẻ tới đồ thị $(C)$ của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đúng ba tiếp tuyến phân biệt.

**A.** $M(3;-5)$. **B.** $M(3;-6)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(3;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-6x$.

Gọi $M(3;m)$ là điểm cần tìm. Do hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc đồ thị hàm số $(C)$ nên tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C)$ sẽ luôn tồn tại hệ số góc $k\in\mathbb{R}$.

Phương trình tiếp tuyến $d$ của $(C)$ đi qua $M(3;m)$ với hệ số góc $k$ là $y=k(x-3)+m$.

Giả sử tiếp tuyến $d$ tiếp xúc với $(C)$ tại điểm có hoành độ là $x_0$. Khi đó $x_0$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x_0^3-3x_0^2+2=k(x_0-3)+m \\ 3x_0^2-6x_0=k \end{cases}$.

Ta tìm $m$ để cho hệ phương trình trên có đúng $3$ nghiệm. Điều này tương đương với phương trình $x_0^3-3x_0^2+2=(3x_0^2-6x_0)(x_0-3)+m \Leftrightarrow 2x_0^3-12x_0^2+18x_0+m-2=0$ có đúng $3$ nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x)=2x^3-12x^2+18x+m-2$. Ta có: $f'(x)=6x^2-24x+18$.

Xét $f'(x)=0\Rightarrow 6x^2-24x+18=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow f(x)=6+m \\ x=3\Rightarrow f(x)=-2+m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại $3$ điểm phân biệt khi và chỉ khi $(6+m)(-2+m)<0$

$\Leftrightarrow -6 < m < 2$.

Vậy giá trị nguyên nhỏ nhất của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -5$. Vậy $A(3;-5)$.

**Câu 7: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho $x, y$ là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$.

**A.** $100$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow y^2 + y(x-4) + x^2 - 3x + 4 = 0$

$\Delta = (x-4)^2 - 4(x^2 - 3x + 4) = -3x^2 + 4x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{4}{3}$.

$x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy = 4y + 3x - 4$

$P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x = 3(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$

$= 29x^2 - 7y^2 + 5xy + 27x + 12y \leq -7y^2 + 5.\frac{4}{3}y + 27.\frac{4}{3} + 12y + 29.\left(\frac{4}{3}\right)^2 = -7\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + 100$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $100$ khi $x = y = \frac{4}{3}$.

**Câu 8: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2$ có đồ thị là đường cong $(C)$. Biết rằng tồn tại hai số thực $m_1$, $m_2$ của tham số $m$ để hai điểm cực trị của $(C)$ và hai giao điểm của $(C)$ với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T = m_1^4 + m_2^4$.

**A.** $T = 22 - 12\sqrt{2}$. **B.** $T = 11 - 6\sqrt{2}$. **C.** $T = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. **D.** $T = \frac{15 - 6\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m^2 + 2$. Ta có $\Delta' = 9 + 3m^2 - 6 = 3m^2 + 3 > 0$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị với $\forall m \in \mathbb{R}$. Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của $y'$.

Ta có: $y = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right).y' - \frac{2}{3}(m^2 + 1)x + \frac{2}{3}(m^2 + 1)$.

Vậy hai điểm cực trị là $A\left(x_1; -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_1 + \frac{2}{3}(m^2 + 1)\right)$ và $C\left(x_2; -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_2 + \frac{2}{3}(m^2 + 1)\right)$

Điểm uốn: $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0$. Vậy điểm uốn $U(1;0)$.

Ta có, hai điểm cực trị luôn nhận điểm uốn $U$ là trung điểm.

Xét phương trình $x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2 = 0\ (1)$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m^2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - m^2 = 0\ (2) \end{array}\right.$.

Phương trình $(2)$ luôn có hai nghiệm thực phân biệt $x_3$ và $x_4$. Do $U \in Ox$ nên các điểm $B(x_3;0)$ và $D(x_4;0)$ luôn đối xứng qua $U \Rightarrow ABCD$ luôn là hình bình hành.

Để $ABCD$ là hình chữ nhật thì $AC = BD$.

Ta có $AC^2 = (x_1 - x_2)^2 + \frac{4}{9}(m^2+1)^2(x_1-x_2)^2 = \left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](x_1-x_2)^2$

$$= \left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right]\left[4-\frac{4(2-m^2)}{3}\right] = \frac{4}{3}\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](m^2+1)$$

Và $BD^2 = (x_3-x_4)^2 = 4+4m^2$

Vậy ta có phương trình: $\frac{4}{3}\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](m^2+1) = 4(m^2+1)$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (m^2+1)^2 = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1$$

$\Rightarrow m_1^4 = m_2^4 = \frac{11}{2} - 3\sqrt{2}$ nên $T = 11 - 6\sqrt{2}$.

**Câu 9: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại 3 điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ ($B$ nằm giữa $A$ và $C$) sao cho $AB = 2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc $S$

**A.** $-2$. **B.** $-4$. **C.** $0$. **D.** $\frac{7-\sqrt{7}}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - m = 0 (1)$.

Giả sử $x_1$; $x_2$; $x_3$ và giả sử $A(x_1;m)$, $B(x_2;m)$, $C(x_3;m)$.

Áp dụng định lý Vi-et cho phương trình bậc 3 ta có : $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 = 3 \quad (1) \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0 \quad (2) \\ x_1x_2x_3 = m \quad (3) \end{cases}$. Mặt khác

$AB = 2BC \Rightarrow x_2 - x_1 = 2(x_3 - x_2) \Leftrightarrow 3x_2 - x_1 - 2x_3 = 0 \quad (4)$

Từ $(4)$ và $(1)$ ta có $\begin{cases} x_1 = 6-5x_2 \\ x_3 = 4x_2 - 3 \end{cases}$ thay vào phương trình $(2)$ ta có :

$$(6-5x_2)x_2 + x_2(4x_2-3) + (4x_2-3)(6-5x_2) = 0 \Leftrightarrow 7{x_2}^2 - 14x_2 + 6 = 0 \left[\begin{array}{l} x_2 = \frac{7-\sqrt{7}}{7} \\ x_2 = \frac{7+\sqrt{7}}{7} \end{array}\right.$$

Với $x_2 = \frac{7-\sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1 = \frac{7+5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3 = \frac{7-4\sqrt{7}}{7}$ thay vào $(3)$ ta được $m = \frac{-98+20\sqrt{7}}{49}$.

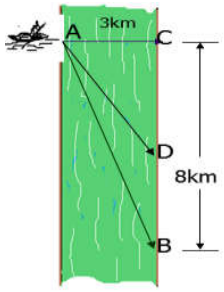
Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Với $x_2=\dfrac{7+\sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1=\dfrac{7-5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3=\dfrac{7+4\sqrt{7}}{7}$ thay vào $(3)$ ta được $m=\dfrac{-98-20\sqrt{7}}{49}$.

Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Vậy tổng hai giá trị của $m$ là $\dfrac{-98+20\sqrt{7}}{49}-\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49}=-4$.

**Câu 10:** **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí $A$ tới điểm $B$ về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng $3$ km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến $C$ và sau đó chạy đến $B$, hay có thể chèo trực tiếp đến $B$, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm $D$ giữa $C$ và $B$ và sau đó chạy đến $B$. Biết anh ấy có thể chèo thuyền $6$ km/h, chạy $8$ km/h và quãng đường $BC=8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến $B$.




**A.** $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{73}}{6}$. **D.** $1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

❍ Cách 1: Anh chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến $C$ và sau đó chạy đến $B$

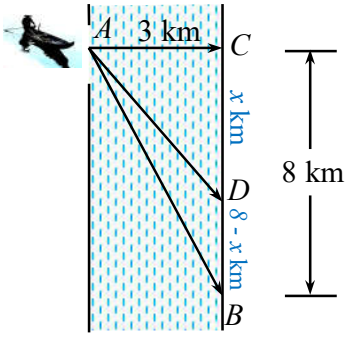
Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AC$: $\dfrac{3}{6}=0,5$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường $CB$: $\dfrac{8}{8}=1$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ $A$ đến $B$ là $1,5$ (giờ).

❍ Cách 2: chèo trực tiếp trên quãng đường $AB=\sqrt{3^2+8^2}=\sqrt{73}$ mất $\dfrac{\sqrt{73}}{6}\approx 1^{\text{h}}26'$.

❍ Cách 3:




Gọi $x$ (km) là độ dài quãng đường $BD$; $8-x$ (km) là độ dài quãng đường $CD$.

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD=\sqrt{x^2+9}$ là: $\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{6}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường $DB$ là: $\dfrac{8-x}{8}$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ $A$ đến $B$ là $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{6}+\dfrac{8-x}{8}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{6}+\dfrac{8-x}{8}$ trên khoảng $(0;8)$

Ta có $f'(x)=\dfrac{x}{6\sqrt{x^2+9}}-\dfrac{1}{8}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9}=4x\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{\sqrt{7}}$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{9}{\sqrt{7}}$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $\dfrac{3}{2}$ | $\searrow$ | $1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}$ | $\nearrow$ | $\dfrac{\sqrt{73}}{6}$ |

Dựa vào BBT ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ $A$ đến $B$ là $1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}\approx 1^{\text{h}}20'$.

Vậy khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến $B$ là $1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}\approx 1^{\text{h}}20'$.

**Câu 11: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi $m$ thuộc $[a;b]$ với $a$, $b\in\mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=(a+2)\sqrt{2}+b$ là?

**A.** $T=3\sqrt{2}+2$. **B.** $T=6$. **C.** $T=8$. **D.** $T=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện: $-2\le x\le 2$.

Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}\ge 0\Rightarrow t^2=4+2\sqrt{4-x^2}\Rightarrow\sqrt{4-x^2}=\dfrac{t^2-4}{2}$.

Phương trình đã cho thành $t-\dfrac{t^2-4}{2}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}$, với $x\in[-2;2]$ ta có

$$f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}+\frac{1}{2\sqrt{2+x}};\ \begin{cases}x\in(-2;2)\\ f'(x)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-2;2)\\ 2-x=2+x\end{cases}\Leftrightarrow x=0.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và $f(-2)=2$; $f(2)=2$; $f(0)=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;2]} f(x)=2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=2\sqrt{2}\Rightarrow 2\le f(x)\le 2\sqrt{2}\Rightarrow t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số $f(t)=t-\dfrac{t^2-4}{2}$, với $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$ ta có $f'(t)=1-t<0$, $\forall t\in\left(2;2\sqrt{2}\right)$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $2$ | | $2\sqrt{2}$ |
|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | |
| $f(t)$ | $2$ | $\searrow$ | $2\sqrt{2}-2$ |

YCBT $\Leftrightarrow$ trên $[-2;2]$ đồ thị hàm số $y=f(t)$ cắt đường thẳng $y=m \Leftrightarrow 2\sqrt{2}-2\le m\le 2$.

Khi đó $\begin{cases}a=2\sqrt{2}-2\\ b=2\end{cases}\Rightarrow T=(a+2)\sqrt{2}+b=6$.

**Câu 12:** **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $y=\dfrac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$.

**A.** $m\ge 1$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\le\dfrac{5}{4}$ **D.** $m\le 0$

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t=\sin x$, vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$ nên $t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{m-t}{1-t^2}$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

Ta có $f'(t)=\dfrac{-t^2+2mt-1}{\left(1-t^2\right)^2}$

Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$.thì $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

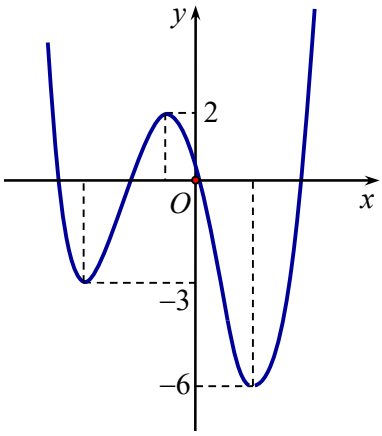
$\Leftrightarrow t^2-2mt+1\ge 0,\forall t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\Leftrightarrow m\le\dfrac{t^2+1}{2t}\Leftrightarrow m\le\min\limits_{\left(0;\frac{1}{2}\right)}g(t)$

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{t^2+1}{2t}$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

Ta có $g'(t)=\dfrac{t^2-1}{2t^2}<0,\forall t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow\min\limits_{\left(0;\frac{1}{2}\right)}g(t)=g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{4}$.

Vậy $m\le\dfrac{5}{4}$.

**Câu 13:** ---------- **HẾT** ----------**(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.




Gọi $S$ là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có $5$ điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

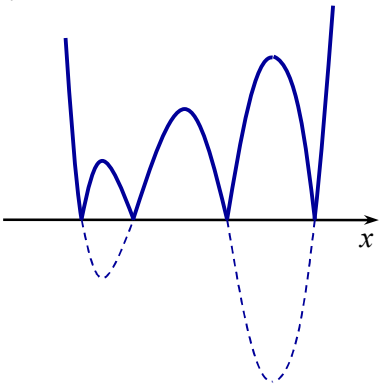
**A.** $9$. **B.** $12$. **C.** $18$. **D.** $15$.

**Lời giải**

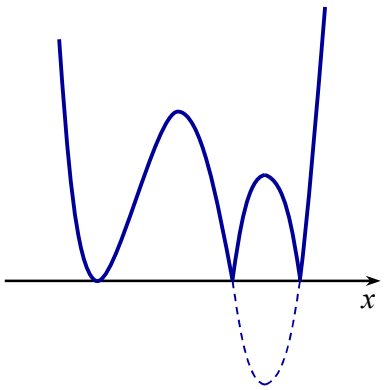
**Chọn B**

Nhận xét: Số giao điểm của $\left(C\right):y=f\left(x\right)$ với $Ox$ bằng số giao điểm của $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ với $Ox$ .

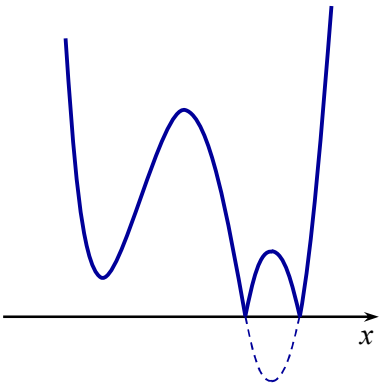
Vì $m>0$ nên $\left(C''\right):y=f\left(x-1\right)+m$ có được bằng cách tịnh tiến $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ lên trên $m$ đơn vị.



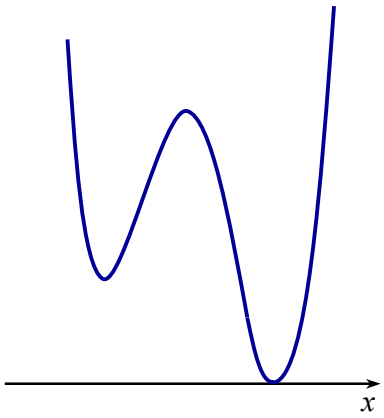

TH1 : $0<m<3$




TH2 : $m=3$




TH3 : $3<m<6$




TH4 : $m\ge 6$

TH1: $0<m<3$. Đồ thị hàm số có $7$ điểm cực trị. Loại.

TH2: $m=3$. Đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Nhận.

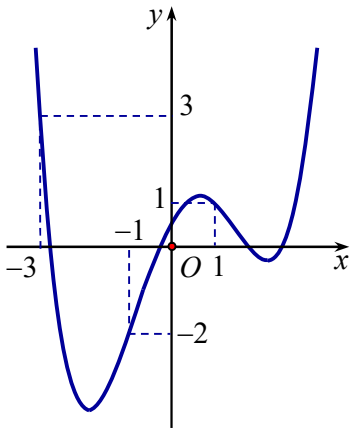
TH3: $3<m<6$. Đồ thị hàm số có $5$ điểm cực trị. Nhận.

TH4: $m\ge 6$. Đồ thị hàm số có $3$ điểm cực trị. Loại.

Vậy $3\le m<6$. Do $m\in\mathbb{Z}^*$ nên $m\in\left\{3;4;5\right\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng $12$.

**Câu 14: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$.

**B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

**C.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$.

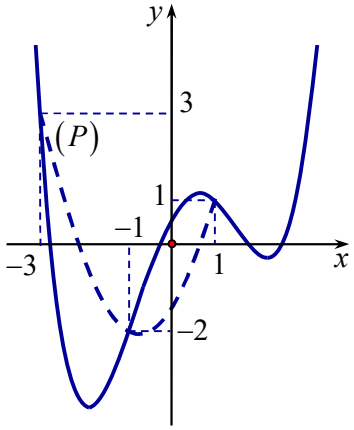
**D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\dfrac{g(-3)+g(1)}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y=f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-2 \\ f'(1)=1 \\ f'(-3)=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1)=0 \\ g'(1)=0 \\ g'(-3)=0 \end{cases}$




Ngoài ra, vẽ đồ thị $(P)$ của hàm số $y=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đường nét đứt ), ta thấy $(P)$ đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$ với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4};-\frac{33}{16}\right)$.

Rõ ràng

- Trên khoảng $(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)>0 \ \forall x\in(-1;1)$
- Trên khoảng $(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$, nên $g'(x)<0 \ \forall x\in(-3;-1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y=g'(x)$ trên $[-3;1]$ như sau:

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$

**----------HẾT----------**

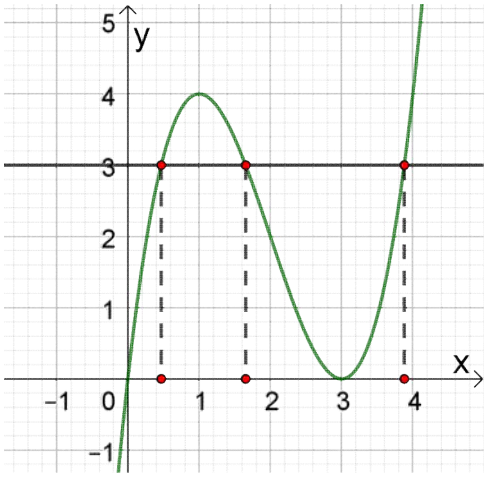
**Câu 15: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ (với $k$ là số tự nhiên lớn hơn 1). Tính số nghiệm của phương trình $f^6(x)=0$.

**A.** $729$. **B.** $365$. **C.** $730$. **D.** $364$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$




Ta xét phương trình $f(x)=m$.

+ Với $m=0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x=0$ và $x=3$.

+ Với $m\in(0;4)$ phương trình luôn có 3 nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$, $x_3$ $\in(0;4)$.

- Xét $m\in(0;4)$, phương trình $f^2(x)=m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=m_1 \\ f(x)=m_2 \\ f(x)=m_3 \end{array}\right.$ với $m_1$, $m_2$, $m_3\in(0;4)$. Mỗi phương trình có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình $f^2(x)=m$ có $3^2=9$ nghiệm phân biệt.

Chứng minh bằng quy nạp ta có: Phương trình $f^k(x)=m$ với $m\in(0;4)$ có $3^k$ nghiệm phân biệt.

Ta có $f^6(x)=0 \Leftrightarrow f\left(f^5(x)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^5(x)=0 \\ f^5(x)=3 \end{array}\right.$.

+ $f^5(x)=3$ có $3^5=243$ nghiệm.

+ $f^5(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^4(x)=0 \\ f^4(x)=3 \end{array}\right.$.

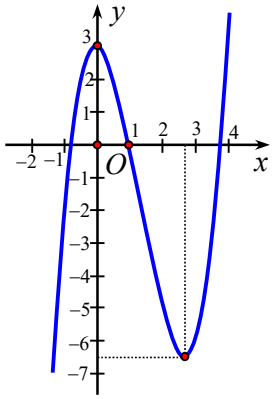
+ Phương trình $f^4(x)=3$ có $3^4$ nghiệm.

….

+ Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f^6(x)=0$ là $3^5+3^4+...+3+1+1=\dfrac{3^6-1}{3-1}+1=365$ nghiệm.

**Câu 16:** **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.




**A.** 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $g'(x)=f'\left[f(x)\right].f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f'\left[f(x)\right]=0\end{array}\right.$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=x_3\in(2;3)\end{array}\right.$

$f'\left[f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=x_3\in(2;3)\end{array}\right.$.

+ $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-1;0)\\x=1\\x=x_3\in(3;4)\end{array}\right.$

+ $f(x)=x_3\in(2;3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_2>x_1\\x=x_3\in(0;1)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 8 nghiệm phân biệt.

**Câu 17:** **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ $(m<10)$ để với mọi bộ ba số phân biệt $a$, $b$, $c\in[1;3]$ thì $f(a),f(b),f(c)$ là ba cạnh của một tam giác ?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác nên $f(a)+f(b)>f(c)$

$\Rightarrow a^3-3a^2+m+b^3-3b^2+m>c^3-3c^2+m$ với mọi $a$, $b, c\in[1;3]$

$\Rightarrow (a^3-3a^2)+(b^3-3b^2)-(c^3-3c^2)>-m$ với mọi $a$, $b, c\in[1;3]$

Do đó $\text{Min}\left[(a^3-3a^2)+(b^3-3b^2)-(c^3-3c^2)\right]>-m$ với mọi $a$, $b, c\in[1;3]$

Ta cần tìm $\text{Min}\left[(a^3-3a^2)+(b^3-3b^2)\right]$ và $\text{Max}(c^3-3c^2)$ với mọi $a$, $b, c\in[1;3]$

Xét hàm $f(x)=x^3-3x^2$ với $x\in[1;3]$

$f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Do $x\in[1;3]$ nên $x=2$.

Ta có $f(1)=-2, f(2)=-4, f(3)=0$.

$\underset{[1;3]}{\text{Max}} f(x)=f(3)=0$, $\underset{[1;3]}{\text{Min}} f(x)=f(2)=-4$.

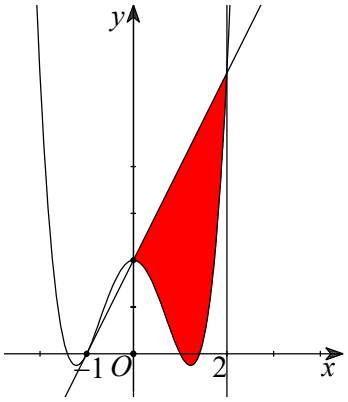
Suy ra $\text{Min}\left[(a^3-3a^2)+(b^3-3b^2)-(c^3-3c^2)\right]=-4.2=-8$.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=2$, $c=3$ hoặc $a=c=2$, $b=3$ hoặc $b=c=2$, $a=3$.

Do đó $-8>-m\Rightarrow m>8$. Mà $m<10$ và $m$ nguyên nên $m=9$.

Có 1 giá trị $m$ thỏa mãn.

**Câu 18: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị $(C)$, biết rằng $(C)$ đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến $d$ tại $A$ của $(C)$ cắt $(C)$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $0$ và $2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi $d$, đồ thị $(C)$ và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).




Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C)$ và hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ có diện tích bằng

**A.** $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4ax^3+2bx\Rightarrow d: y=(-4a-2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$ là: $(-4a-2b)(x+1)=ax^4+bx^2+c\,(1)$.

Phương trình $(1)$ phải cho $2$ nghiệm là $x=0$, $x=2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a-2b=c \\ -12a-6b=16a+4b+c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-c=0\,(2) \\ 28a+10b+c=0\,(3) \end{cases}.$$

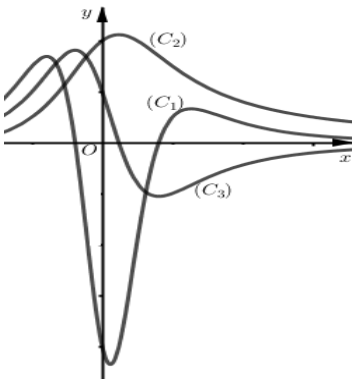
Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5}=\int_0^2\left[\left(-4a-2b\right)\left(x+1\right)-ax^4-bx^2-c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5}=4\left(-4a-2b\right)-\frac{32}{5}a-\frac{8}{3}b-2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a+\frac{32}{3}b+2c=-\frac{28}{5}\,(4).$$

Giải hệ 3 phương trình $(2)$, $(3)$ và $(4)$ ta được $a=1$, $b=-3$, $c=2$.

Khi đó, $(C): y=x^4-3x^2+2$, $d: y=2\left(x+1\right)$.

**Câu 19:** Diện tích cần tìm là $S=\int_{-1}^{0}\left[x^4-3x^2+2-2\left(x+1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}\left(x^4-3x^2-2x\right)dx=\frac{1}{5}$. **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp một $f'(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ là một trong các đường cong $(C_1)$, $(C_2)$, $(C_3)$ ở hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt theo thứ tự nào dưới đây?




**A.** $(C_2)$, $(C_1)$, $(C_3)$. **B.** $(C_1)$, $(C_3)$, $(C_2)$. **C.** $(C_2)$, $(C_3)$, $(C_1)$. **D.** $(C_3)$, $(C_1)$, $(C_2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy

Hàm số có đồ thị $(C_1)$ nhận giá trị dương (đồ thị $(C_1)$ nằm phía trên trục hoành) thì hàm số có đồ thị $(C_3)$ đồng biến trên khoảng đó. Do đó hàm số có đồ thị $(C_1)$ là đạo hàm của hàm số có đồ thị $(C_3)$.

Hàm số có đồ thị $(C_3)$ nhận giá trị dương (đồ thị $(C_3)$ nằm phía trên trục hoành) thì hàm số có đồ thị $(C_2)$ đồng biến trên khoảng đó. Do đó hàm số có đồ thị $(C_3)$ là đạo hàm của hàm số có đồ thị $(C_2)$.

**(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Xét phương trình $ax^3-x^2+bx-1=0$ với $a$, $b$ là các số thực, $a\neq 0$, $a\neq b$ sao cho các nghiệm đều là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{5a^2-3ab+2}{a^2(b-a)}$.

**A.** $15\sqrt{3}$. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $11\sqrt{6}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có: $ax^3-x^2+bx-1=0 \Leftrightarrow x^3-\dfrac{1}{a}x^2+\dfrac{b}{a}x-\dfrac{1}{a}=0$.

Theo định lý Vi-et cho phương trình bậc 3: $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=\dfrac{1}{a} \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2x_3=\dfrac{1}{a} \end{cases}$

Đặt $c=\dfrac{1}{a}$, ta có: $x_1x_2x_3=x_1+x_2+x_3\geq 3\sqrt[3]{x_1x_2x_3}$ hay $(x_1x_2x_3)^3\geq 27x_1x_2x_3$.

Suy ra $c^3\geq 27c\Rightarrow c\geq 3\sqrt{3}$.

Ta lại có: $P=\dfrac{5a^2-3ab+2}{a^2(b-a)}=\dfrac{a^2\left(5-3\dfrac{b}{a}+\dfrac{2}{a^2}\right)}{a^3\left(\dfrac{b}{a}-1\right)}=\dfrac{1}{a}\dfrac{\left(5-3\dfrac{b}{a}+\dfrac{2}{a^2}\right)}{\dfrac{b}{a}-1}=\dfrac{c\left(5-3bc+2c^2\right)}{bc-1}$.

Mà: $(x_1+x_2+x_3)^2\geq 3(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$ nên $c^2\geq 3bc$.

Vậy $P=\dfrac{c\left(5-3bc+2c^2\right)}{bc-1}\geq\dfrac{c\left(5-c^2+2c^2\right)}{\dfrac{c^2}{3}-1}=\dfrac{3c\left(c^2+5\right)}{c^2-3}$.

Xét $f(c)=\dfrac{3c\left(c^2+5\right)}{c^2-3}$, $c\geq 3\sqrt{3}$, ta có: $f'(c)=\dfrac{3c^4-42c^2-45}{\left(c^2-3\right)^2}>0,\ \forall c\geq 3\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ là $f\left(3\sqrt{3}\right)=12\sqrt{3}$.

**Câu 20: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Gọi $(T)$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ $(C)$ tại điểm có tung độ dương, đồng thời $(T)$ cắt hai tiệm cận của $(C)$ lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho độ dài $AB$ nhỏ nhất. Khi đó $(T)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu ?

**A.** $0,5$. **B.** $2,5$. **C.** $12,5$. **D.** $8$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=\dfrac{1}{(x+2)^2}$; gọi điểm $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0+2}\right)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến: $y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2}$.

Ta có tiệm cận đứng: $d_1: x=-2$ và tiệm cận ngang: $d_2: y=1$.

$A=(T)\cap d_1$ nên tọa độ điểm $A$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2} \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(-2-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2}=\dfrac{x_0}{x_0+2} \end{cases}$$

$B=(T)\cap d_2$ nên tọa độ điểm $B$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2} \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2x_0+2 \\ y=1 \end{cases}$$

$AB=\sqrt{(2x_0+4)^2+\left(\dfrac{2}{2+x_0}\right)^2}$; $AB^2=4(2+x_0)^2+\dfrac{4}{(2+x_0)^2}\ge 2\sqrt{16}=8$.

$AB$ min bằng $8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=-3 \end{array}\right.$. Vì $y_0>0 \Rightarrow x_0=-3$.

Suy ra $A(-2;3)$, $B(-4;1)$ nên ta có phương trình $AB: y=(x+3)+2 \Leftrightarrow y=x+5$.

$M=AB\cap Ox$ nên tọa độ điểm $M$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=x+5 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow M(-5;0).$$

$N=AB\cap Oy$ nên tọa độ điểm $N$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=x+5 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow N(0;5).$$

Vậy $S_{\Delta OMN}=\dfrac{1}{2}.5.5=12,5$.

**Câu 21: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $d$ là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị $(C)$ đến một tiếp tuyến của $(C)$. Giá trị lớn nhất của $d$ có thể đạt được là:

**A.** $\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$. Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-1;1)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(a;\dfrac{a+2}{a+1}\right)\in(C)$ là:

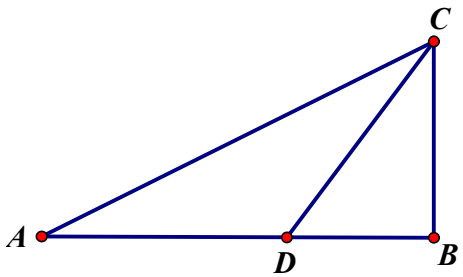
$$y=\dfrac{-1}{(a+1)^2}(x-a)+\dfrac{a+2}{a+1} \Leftrightarrow x+(a+1)^2y-a^2-4a-2=0.$$

Khoảng cách từ $I(-1;1)$ đến tiếp tuyến là : $d=\dfrac{\left|-1+(a+1)^2.1-a^2-4a-2\right|}{\sqrt{1+(a+1)^4}}=\dfrac{|-2a-2|}{\sqrt{1+(a+1)^4}}$

Vì $\sqrt{1+(a+1)^4}\geq\sqrt{2.(a+1)^2}=\sqrt{2}|a+1|$ nên $d\leq\dfrac{2|a+1|}{\sqrt{2}|a+1|}=\sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=0$ hoặc $a=-2$.

**Câu 22:** **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Một người cần đi từ khách sạn $A$ bên bờ biển đến hòn đảo $C$. Biết rằng khoảng cách từ đảo $C$ đến bờ biển là $10\,\text{km}$, khoảng cách từ khách sạn $A$ đến điểm $B$ trên bờ gần đảo $C$ nhất là $40\,\text{km}$. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là $5$ USD/km, đi đường bộ là $3$ USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ( $AB=40\,\text{km}, BC=10\,\text{km}$ )




**A.** $10\,\text{km}$. **B.** $\dfrac{65}{2}\,\text{km}$. **C.** $40\,\text{km}$. **D.** $\dfrac{15}{2}\,\text{km}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $AD=x\,\text{km}$, $x\in[0;40]\Rightarrow BD=40-x\Rightarrow CD=\sqrt{(40-x)^2+10^2}$.

Tổng kinh phí đi từ $A$ đến $C$ là $f(x)=x.3+\sqrt{(40-x)^2+10^2}.5$.

$f(x)=3x+5\sqrt{x^2-80x+1700}$.

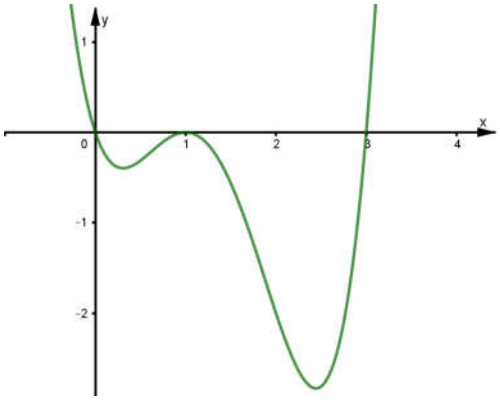
$f'(x)=3+5\dfrac{2x-80}{2\sqrt{x^2-80x+1700}}\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{3\sqrt{x^2-80x+1700}+5x-200}{\sqrt{x^2-80x+1700}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-80x+1700}=200-5x\Leftrightarrow x=\dfrac{65}{2}$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{65}{2}$ | | $40$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | | ↗ | |

**Câu 23: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ




Đồ thị của hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu ?

**A.** 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
**B.** 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
**C.** 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
**D.** 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $y_1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $y_2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$y=\left(f(x)\right)^2 \Rightarrow y'=2f(x).f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right.$.

Quan sát đồ thị ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$ và $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$ với $x_1\in(0;1)$ và $x_2\in(1;3)$.

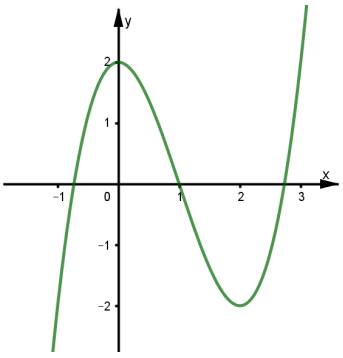
Suy ra $y'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} f(x)>0 \\ f'(x)>0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} f(x)<0 \\ f'(x)<0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in(3;+\infty) \\ x\in\in(0;x_1)\cup(1;x_2) \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(0;x_1)\cup(1;x_2)\cup(3;+\infty)$

Từ đó ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $x_1$ | | $1$ | | $x_2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $y_1$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $y_2$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra hàm số có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

**Câu 24: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



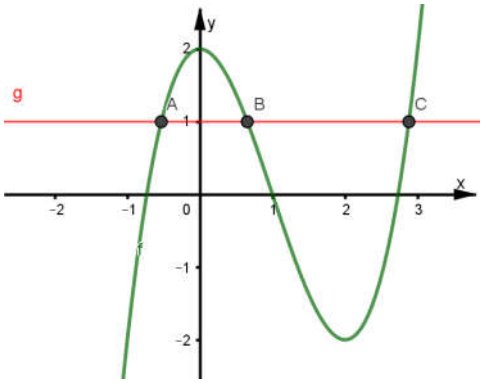

Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

**A.** $m=6$. **B.** $m=7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

**Lời giải**

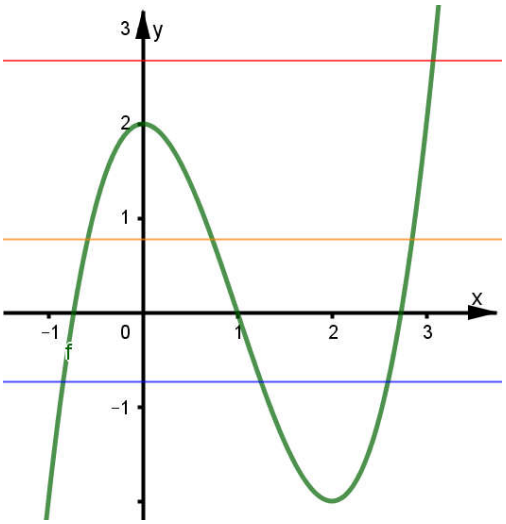
**Chọn B**

Đặt $f(x)=u$ khi đó nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị $f(u)$ với đường thẳng $y=1$.




Dựa vào đồ thị ta có ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} f(x)=u_1 \\ f(x)=u_2 \\ f(x)=u_3 \end{array}\right.$ với $u_1\in(-1;0)$, $u_2\in(0;1)$, $u_3\in\left(\frac{5}{2};3\right)$.

Tiếp tục xét số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với từng đường thẳng $y=u_1$, $y=u_2$, $y=u_3$.




Dựa vào đồ thị ta có được $7$ giao điểm. Suy ra phương trình ban đầu $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có $7$ nghiệm.

**Câu 25: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-mx^2+3x+1$ và $M\left(1;-2\right)$. Biết có $2$ giá trị của $m$ là $m_1$ và $m_2$ để đường thẳng $\Delta: y=x+1$ cắt đồ thị tại $3$ điểm phân biệt $A\left(0;1\right)$, $B$ và $C$ sao cho tam giác $MBC$ có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Hỏi tổng $m_1^2+m_2^2$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

**A.** $\left(15;17\right)$. **B.** $\left(3;5\right)$. **C.** $\left(31;33\right)$. **D.** $\left(16;18\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^3-mx^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-mx+2=0\end{array}\right.$.

Suy ra hoành độ $B$ và $C$ là nghiệm phương trình $x^2-mx+2=0$, có $\Delta=m^2-8$ và $S=m$, $P=2$.

Để đường thẳng $\Delta: y=x+1$ cắt đồ thị tại $3$ điểm phân biệt $A\left(0;1\right)$, $B$ và $C$ khi phương trình $x^2-mx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $0$ hay $\Delta=m^2-8>0\Leftrightarrow\left|m\right|>2\sqrt{2}$ .

Khi đó $d\left(M,\Delta\right)=2\sqrt{2}$ , $BC=\left|x_1-x_2\right|.\sqrt{2}$ với $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phương trình $x^2-mx+2=0$.

Thay vào $S_{\Delta MBC}=\frac{1}{2}d\left(M,\Delta\right).BC=\frac{1}{2}.2\sqrt{2}.\left|x_1-x_2\right|.\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow S^2-4P=8\Leftrightarrow m^2-8=8\Leftrightarrow m=\pm4$. Vậy chọn đáp án C.

**Câu 26: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Một người dự định làm một bể chứa nước hình trụ bằng inốc có nắp đậy với thể tích 1 ($m^3$). Chi phí mỗi $m^2$ đáy là $600$ nghìn đồng, mỗi $m^2$ nắp là $200$ nghìn đồng và mỗi $m^2$ mặt bên là $400$ nghìn đồng. Hỏi người đó chọn bán kính bể là bao nhiêu để chi phí làm bể ít nhất?

**A.** $\sqrt[3]{2\pi}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Gọi $R$ và $h$ lần lượt là bán kính và chiều cao của bể chứa nước.

Ta có thể tích bể chứa nước là: $V=1\Rightarrow \pi R^2h=1\Leftrightarrow h=\dfrac{1}{\pi R^2}$.

Diện tích nắp và mặt đáy bể chứa nước là: $S_1=\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của bể chứa nước là: $S_2=2\pi Rh=2\pi R.\dfrac{1}{\pi R^2}=\dfrac{2}{R}$.

Chi phí làm bể chứa nước là: $f\left(R\right)=6\pi R^2+2\pi R^2+4.\dfrac{2}{R}=8\pi R^2+\dfrac{8}{R}$ (trăm nghìn đồng).

Ta có: $f'\left(R\right)=16\pi R-\dfrac{8}{R^2}$. Xét $f'\left(R\right)=0\Leftrightarrow 16\pi R-\dfrac{8}{R^2}=0\Leftrightarrow 2\pi R^3-1=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$.

Bảng biến thiên:

| $R$ | $0$ | | $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(R)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(R)$ | | ↘ | $CT$ | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy chi phí làm bể chứa nước thấp nhất khi $R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$.

**Câu 27: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho $x,y$ là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $\left(xy+1\right)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\le 1-x-\dfrac{1}{y}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}}-\dfrac{x-2y}{6\left(x+y\right)}$ ?

**A.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}-\dfrac{7}{30}$. **B.** $\dfrac{7}{30}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{7}{30}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}+7}{30}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\left(xy+1\right)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\le 1-x-\dfrac{1}{y}$

$\Leftrightarrow y\left(xy+1\right)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)+\left(\sqrt{xy+1}^2-\sqrt{y}^2\right)\le 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\left[y\left(xy+1\right)+\left(\sqrt{xy+1}+\sqrt{y}\right)\right]\le 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\le 0\Leftrightarrow xy+1\le y$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{y}\le -\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}-\left(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{2}\right)^2$

$\Rightarrow 0<\dfrac{x}{y}\le\dfrac{1}{4}$. Dấu bằng đạt được khi $y=2$, $x=\dfrac{1}{2}$.

$P=\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}}-\dfrac{x-2y}{6\left(x+y\right)}=\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}}-\dfrac{t-2}{6\left(t+1\right)}$ với $t=\dfrac{x}{y}$ và $t\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right]$.

Ta có $\frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}} \le \frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7)$ với mọi $t \in \left(0;\frac{1}{4}\right]$

Thật vậy $\frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}} \le \frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7) \Leftrightarrow -\frac{1}{729}\frac{(4t-1)^2(20t^2+25t+6)}{t^2-t+3} \le 0$ với mọi $t \in \left(0;\frac{1}{4}\right]$.

$P \le \frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7) - \frac{t-2}{6t+6} = f(t)$.

Khi đó $f'(t) = \frac{1}{54}.\frac{16\sqrt{5}t^2+32\sqrt{5}t+16\sqrt{5}-27}{(t+1)^2} > 0$ với mọi $t \in \left(0;\frac{1}{4}\right]$.

Vậy $P \le \frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7) - \frac{t-2}{6t+6} = f(t) \le f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{7+10\sqrt{5}}{30}$, dấu bằng đạt được khi $x=\frac{1}{2}$, $y=2$.

**Câu 28:** **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị $(C)$ và điểm $M(x_0;y_0) \in (C)$ $(x_0 \ne 0)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $2x_0+y_0=0$. **B.** $2x_0+y_0=2$. **C.** $2x_0+y_0=-2$. **D.** $2x_0+y_0=-4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ có dạng $d: y=y'(x_0).(x-x_0)+y_0$.

Ta có $M(x_0;y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{2x_0}{x_0+2}$

Lại có $y' = \frac{4}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(x_0) = \frac{4}{(x_0+2)^2}$.

Do đó $d: y = \frac{4}{(x_0+2)^2}.(x-x_0) + \frac{2x_0}{x_0+2}$

$\Rightarrow d: y(x_0+2)^2 = 4x - 4x_0 + 2x_0(x_0+2) \Rightarrow d: 4x - (x_0+2)^2 y + 2x_0^2 = 0$

$\Rightarrow d(I;d) = \frac{\left|-8-2(x_0+2)^2+2x_0^2\right|}{\sqrt{4^2+(x_0+2)^4}} = \frac{\left|-16-8x_0\right|}{\sqrt{(x_0+2)^4+16}} = \frac{8}{\sqrt{(x_0+2)^2+\frac{16}{(x_0+2)^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$(x_0+2)^2 + \frac{16}{(x_0+2)^2} \ge 2\sqrt{(x_0+2)^2.\frac{16}{(x_0+2)^2}} = 8 > 0 \Rightarrow d(I;d) \le 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x_0+2)^2 = \frac{16}{(x_0+2)^2} \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=-4 \end{array}\right.$

Bài ra $x_0 \ne 0$ nên $x_0=-4 \Rightarrow y_0=4 \Rightarrow 2x_0+y_0=-4$.

**Câu 29:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

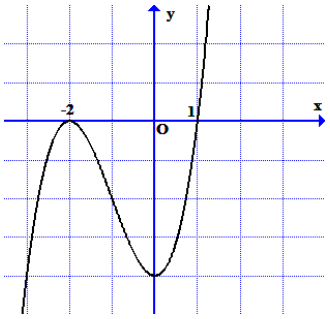
I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.




Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên?

**A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$.

Có $g'(x)=\left(x^2-3\right)'.f'\left(x^2-3\right)=2x.f'\left(x^2-3\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3=-2\\x^2-3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right..$$

Ta lại có $x>1$ thì $f'(x)>0$. Do đó $x^2>4$ thì $f'\left(x^2-3\right)>0$.

$x<1$ thì $f'(x)<0$. Do đó $x^2<4$ thì $f'\left(x^2-3\right)<0$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'\left(x^2-3\right)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị. LÀ MỆNH ĐỀ ĐÚNG.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. LÀ MỆNH ĐỀ ĐÚNG.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

Vậy có hai mệnh đề đúng.

**Câu 30:** **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R};\ a\neq 0,\ b\neq 0)$ cắt trục hoành $Ox$ tại 4 điểm phân biệt. Khi đó đồ thị hàm số $y=g(x)=\left(4ax^3+3bx^2+2cx+d\right)^2-2\left(6ax^2+3bx+c\right).\left(ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\right)$ cắt trục hoành $Ox$ tại bao nhiêu điểm?

**A.** 6. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $g(x)=\left(f'(x)\right)^2-f''(x).f(x)$

Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt bên phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$, với $x_i, i=1,2,3,4$ là các nghiệm.

Suy ra

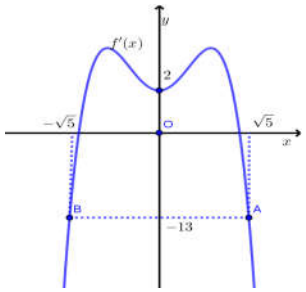
$$f'(x)=a[(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)+(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)$$
$$+(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)+(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)]$$

$$\Rightarrow\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x-x_1}+\frac{1}{x-x_2}+\frac{1}{x-x_3}+\frac{1}{x-x_4}\Rightarrow\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)'=\left(\frac{1}{x-x_1}+\frac{1}{x-x_2}+\frac{1}{x-x_3}+\frac{1}{x-x_4}\right)'$$
$$\Leftrightarrow\frac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}=-\left(\left(\frac{1}{x-x_1}\right)^2+\left(\frac{1}{x-x_2}\right)^2+\left(\frac{1}{x-x_3}\right)^2+\left(\frac{1}{x-x_4}\right)^2\right)$$

Nếu $x=x_i$ với $i=1,2,3,4$ thì $f(x)=0$, $f'(x)\neq 0\Rightarrow f''(x)f(x)<\left(f'(x)\right)^2$.

**Câu 31:** Nếu $x\neq x_i\ (\forall i=1,2,3,4)$ thì $\frac{1}{(x-x_i)^2}>0$, $f^2(x)>0$. Suy ra $f''(x).f(x)-\left(f'(x)\right)^2<0$

$\Leftrightarrow f''(x).f(x)<\left(f'(x)\right)^2$. Vậy phương trình $\left(f'(x)\right)^2-f''(x).f(x)=0$ vô nghiệm hay phương trình $g(x)=0$ vô nghiệm. Do đó, số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $0$.**(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:




Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với $m$ là số thực. Để $g(x)\leq 0$ $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ thì điều kiện của $m$ là

**A.** $m\geq\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m\leq\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

**C.** $m \le \frac{2}{3} f(0) - 2\sqrt{5}$. **D.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(-\sqrt{5}\right) - 4\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$g(x) \le 0 \Leftrightarrow g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5} \le 0$

$\Leftrightarrow 3m \ge 2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5}$.

Đặt $h(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5}$. Ta có $h'(x) = 2f'(x) + 6x^2 - 4$.

Suy ra $\begin{cases} h'\left(-\sqrt{5}\right) = 2f'\left(-\sqrt{5}\right) + 6.5 - 4 = 0 \\ h'\left(\sqrt{5}\right) = 2f'\left(\sqrt{5}\right) + 6.5 - 4 = 0 \\ h'(0) = 2f'(0) + 0 - 4 = 0 \\ h'(1) = 2f'(1) + 6.1 - 4 > 0 \\ h'(-1) = 2f'(-1) + 6.1 - 4 > 0 \end{cases}$

Từ đó ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\sqrt{5}$ | | $0$ | | $\sqrt{5}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |
| $h$ | $h\left(-\sqrt{5}\right)$ | ↘ | $h(0)$ | ↘ | $h\left(\sqrt{5}\right)$ |

Từ bảng biến thiên ta có $3m \ge h\left(\sqrt{5}\right) \Leftrightarrow m \ge \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$.

**Câu 32: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

**A.** $m = 1,\ m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m = 0,\ m = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

**C.** $m = 0,\ m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m = 1,\ m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x\left(x^2 - m - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right. (1)$

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = m^2 \\ x = \pm\sqrt{m+1} \Rightarrow y = (m+1)^2 - 2(m+1)^2 + m^2 = -2m - 1 \end{array}\right.$.

Như vậy $A\left(0;m^2\right)$, $B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right)\\ \overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AB=\sqrt{m+1+\left(m+1\right)^4}\\ AC=\sqrt{m+1+\left(m+1\right)^4}\end{cases}\Rightarrow AB=AC$.

Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $BC\Rightarrow AH\perp BC$ và $H\left(0;-2m-1\right)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\left(0;-m^2-2m-1\right)\Rightarrow AH=\left|-m^2-2m-1\right|=\left(m+1\right)^2$.

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AH.BC=\dfrac{AB.AC.BC}{4R}\Rightarrow 2R.AH=AB.AC$.

Mà $R=1$ và $\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{m+1};0\right)\Rightarrow BC=2\sqrt{m+1}$

$\Rightarrow 2\left(m+1\right)^2=m+1+\left(m+1\right)^4\Rightarrow\left(m+1\right)^3+1=2\left(m+1\right)$

$\Rightarrow m^3+3m^2+m=0\Rightarrow m=0$, $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn.

**Câu 33:** **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đường thẳng $y=k\left(x+2\right)+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ $\left(1\right)$ tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị $\left(1\right)$ tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tai 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** $k\le -2$. **B.** $-2<k\le 0$. **C.** $0<k\le 3$. **D.** $k>3$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+3x^2-1=k\left(x+2\right)+3$

$\Leftrightarrow\left(x+2\right)\left(x^2+x-2\right)=k\left(x+2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x^2+x-2-k=0\quad\left(2\right)\end{array}\right.$.

Đường thẳng $y=k\left(x+2\right)+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow\left(2\right)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=1+4\left(2+k\right)>0\\ \left(-2\right)^2-2-2-k\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k>-\dfrac{9}{4}\quad\left(*\right)\\ k\ne 0\end{cases}$

Giả sử $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phân biệt của $\left(2\right)$, theo hệ thức Viet thì $\begin{cases}x_1+x_2=-1\\ x_1x_2=-k-2\end{cases}$.

Ta có $y'=3x^2+6x\Rightarrow\begin{cases}y'\left(-2\right)=0\\ y'\left(x_1\right)=3x_1^2+6x_1\\ y'\left(x_2\right)=3x_2^2+6x_2\end{cases}$.

Bài ra ta có $\left[\begin{array}{l}y'\left(-2\right).y'\left(x_1\right)=-1\\ y'\left(-2\right).y'\left(x_2\right)=-1\\ y'\left(x_1\right).y'\left(x_2\right)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left(3x_1^2+6x_1\right)\left(3x_2^2+6x_2\right)=-1$

$\Leftrightarrow 9\left(x_1x_2\right)^2+18x_1x_2\left(x_1+x_2\right)+36x_1x_2=-1$

$\Leftrightarrow 9\left(k+2\right)^2+18\left(k+2\right)-36\left(k+2\right)=-1\Leftrightarrow k=\dfrac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$.

Kết hợp với $(*)$ ta được $k=\dfrac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$ thỏa mãn.

**Câu 34:** **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai số thực $x,y$ thỏa mãn: $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-5}\right)x+\sqrt{3xy-5}=0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x^3+y^3+6xy+3\left(3x^2+1\right)\left(x+y-2\right)$

**A.** $\dfrac{296\sqrt{15}-18}{9}$. **B.** $\dfrac{36+296\sqrt{15}}{9}$. **C.** $\dfrac{36-4\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{-4\sqrt{6}+18}{9}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-5}\right)x+\sqrt{3xy-5}=0$

$\Leftrightarrow 27x^3+6x=\left(3xy-5\right)\sqrt{3xy-5}+2\sqrt{3xy-5}$.

Xét hàm $f\left(t\right)=t^3+2t$ với $t\in\left(0;+\infty\right)$

có $f'\left(t\right)=3t^2+2>0\forall t\in\left(0;+\infty\right)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Khi đó ta có $3x=\sqrt{3xy-5}\Rightarrow x\ge 0$ và $9x^2=3xy-5$.

Với $x=0$ thì $0=-5(l)$.

với $x>0$ thì $P=x^3+y^3+6xy+3\left(3x^2+1\right)\left(x+y-2\right)$

$=x^3+y^3+6xy+\left(9x^2+3\right)\left(x+y-2\right)$

$=x^3+y^3+6xy+\left(3xy-2\right)\left(x+y-2\right)$

$=x^3+y^3+3x^2y+3xy^2-2\left(x+y\right)+4$

$=\left(x+y\right)^3-2\left(x+y\right)+4$

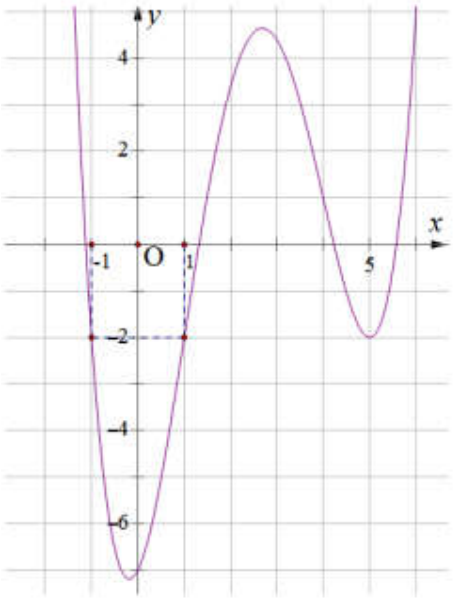
Mà $x+y=x+\dfrac{9x^2+5}{3x}=4x+\dfrac{5}{3x}\ge 2\sqrt{4x.\dfrac{5}{3x}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Đặt $t=x+y$ thì $t\ge\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Xét $f\left(t\right)=t^3-2t+4$ với $t\ge\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Khi đó $f'\left(t\right)=3t^2-2>0$ với $\forall t\ge\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Do đó $f\left(t\right)\ge f\left(\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)=\dfrac{36+296\sqrt{15}}{9}$

Suy ra $P\ge\dfrac{36+296\sqrt{15}}{9}$. Vậy GTNN của $P$ là $\dfrac{36+296\sqrt{15}}{9}$.

**Câu 35:** **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Tồn tại bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f\left(\sin x\right)=m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\pi\right]$?




**A.** 4 . **B.** 7 . **C.** 5 . **D.** 6 .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t=\sin x$, để phương trình $f(\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm $x\in[0;\pi]$ thì phương trình $f(t)=m$ có đúng một nghiệm $t\in[0;1)$. Dựa vào đồ thị ta có $m\in[-7;-2)$, do $m$ nguyên nên $m\in\{-7;-6;-5;-4;-3\}$. Vậy có 5 giá trị.

**44-45 – THPT SỐ 2 Mô Đức**

**GV giải: Đỗ Đường Hiếu**

**Câu 36: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị là.

**A.** 2016 . **B.** 1952 . **C.** −2016 . **D.** −496 .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{m}{2}$ | ↘ | $\frac{m}{2}-32$ | ↗ | $+\infty$ |

Do $y=|f(x)|=\begin{cases}f(x) \text{ nếu } f(x)\ge 0\\-f(x) \text{ nếu } f(x)<0\end{cases}$ nên

□ Nếu $\frac{m}{2}\le 0\Leftrightarrow m\le 0$ thì $f(x)=0$ có nghiệm $x_0>3$, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $x_0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-\frac{m}{2}$ | ↗ | $-\frac{m}{2}+32$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Trường hợp này hàm số đã cho có $3$ điểm cực trị.

□ Nếu $\frac{m}{2}-32\ge 0\Leftrightarrow m\ge 64$ thì $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0<-1$,ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

| $x$ | $-\infty$ | | $x_0$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $\frac{m}{2}$ | ↘ | $\frac{m}{2}-32$ | ↗ | $+\infty$ |

Trường hợp này hàm số đã cho có $3$ điểm cực trị.

□ Nếu $\begin{cases}\frac{m}{2}>0\\ \frac{m}{2}-32<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<64$ thì $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}=0$ có ba nghiệm $x_1;\ x_2;$ $x_3$ với $x_1<-1<x_2<3<x_3$, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

| | $-\infty$ | | $x_1$ | | $-1$ | | $x_2$ | | $3$ | | $x_3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $\frac{m}{2}$ | ↘ | $0$ | ↗ | $32-\frac{m}{2}$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Trường hợp này hàm số đã cho có $5$ điểm cực trị.

Như vậy, các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đã cho có $5$ điểm cực trị là $m\in\left\{1;2;3;...;63\right\}$.

Tổng các giá trị nguyên này là:

$S=1+2+3+...+63=\frac{63\left(1+63\right)}{2}=2016$.

**Câu 1:** **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $[a;b]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=a+b$.

**A.** $S=\dfrac{13}{3}$. **B.** $S=5$. **C.** $S=3$. **D.** $S=\dfrac{16}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số: $D=[-2;2]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ và trục hoành là

$x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7=0\Leftrightarrow m\left(\sqrt{4-x^2}+1\right)=7-x^2\Leftrightarrow m=\dfrac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2}+1}$ $(1)$.

Đặt $t=\sqrt{4-x^2}$, $t\in[0;2]$, phương trình $(1)$ trở thành $m=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ $(2)$.

Đồ thị hàm số đã cho có điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi phương trình $(2)$ có nghiệm $t\in[0;2]$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ với $t\in[0;2]$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\in(0;2)\\ t=-3\notin(0;2)\end{array}\right.$.

$f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(2)=\dfrac{7}{3}$.

Do đó $\min\limits_{[0;2]}f(t)=2$ và $\max\limits_{[0;2]}f(t)=3$.

Bởi vậy, phương trình $(2)$ có nghiệm $t\in[0;2]$ khi và chỉ khi $\min\limits_{[0;2]}f(t)\le m\le\max\limits_{[0;2]}f(t)\Leftrightarrow 2\le m\le 3$.

Từ đó suy ra $a=2$, $b=3$, nên $S=2+3=5$.

**Câu 2:** ----------HẾT----------**(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $[a;b]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=2a+b$.

**A.** $S=\dfrac{19}{3}$. **B.** $S=7$. **C.** $S=5$. **D.** $S=\dfrac{23}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số: $D=[-2;2]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ và trục hoành là

$x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7=0\Leftrightarrow m\left(\sqrt{4-x^2}+1\right)=7-x^2\Leftrightarrow m=\dfrac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2}+1}$ $(1)$.

Đặt $t=\sqrt{4-x^2}$, $t\in[0;2]$, phương trình $(1)$ trở thành $m=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ $(2)$.

Đồ thị hàm số đã cho có điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi phương trình $(2)$ có nghiệm $t\in[0;2]$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ trên $[0;2]$.

Hàm số $f(t)$ liên tục trên $[0;2]$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\in(0;2)\\t=-3\notin(0;2)\end{array}\right.$.

$f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(2)=\dfrac{7}{3}$.

Do đó $\min\limits_{[0;2]}f(t)=2$ và $\max\limits_{[0;2]}f(t)=3$.

Bởi vậy, phương trình $(2)$ có nghiệm $t\in[0;2]$ khi và chỉ khi

$\min\limits_{[0;2]}f(t)\le m\le\max\limits_{[0;2]}f(t)\Leftrightarrow 2\le m\le 3$.

Từ đó suy ra $a=2$, $b=3$, nên $S=2a+b=2.2+3=7$.

**Câu 3:** **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-2009x$ có đồ thị là $(C)$. $M_1$ là điểm trên $(C)$ có hoành độ $x_1=1$. Tiếp tuyến của $(C)$ tại $M_1$ cắt $(C)$ tại điểm $M_2$ khác $M_1$, tiếp tuyến của $(C)$ tại $M_2$ cắt $(C)$ tại điểm $M_3$ khác $M_2$, …, tiếp tuyến của $(C)$ tại $M_{n-1}$ cắt $(C)$ tại $M_n$ khác $M_{n-1}$ $(n=4;5;...)$, gọi $(x_n;y_n)$ là tọa độ điểm $M_n$. Tìm $n$ để: $2009x_n+y_n+2^{2013}=0$.

**A.** $n=685$. **B.** $n=679$. **C.** $n=672$. **D.** $n=675$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và tiếp tuyến là

$x^3-2009x=\left(3x_1^2-2009\right)(x-x_1)+x_1^3-2009x_1$ $(1)$.

Phương trình $(1)$ có một nghiệm kép $x_1=1$ và một nghiệm $x_2$.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow x^3-3x+2=0$.

Áp dụng định lí Viét cho phương trình bậc ba, ta có:

$$\begin{cases}2x_1+x_2=0\\x_1^2+2x_1x_2=-3\Leftrightarrow x_2=-2x_1.\\x_1^2.x_2=-2\end{cases}$$

Suy ra: $x_1=1$, $x_2=-2$, $x_3=4$, …, $x_n=(-2)^{n-1}$.

Ta có: $2009x_n+y_n+2^{2013}=0\Leftrightarrow 2009x_n+x_n^3-2009x_n+2^{2013}=0\Leftrightarrow(-2)^{3n-3}=-2^{2013}$

$\Leftrightarrow 3n-3=2013\Leftrightarrow n=672$.

**Câu 4:** **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3x$ có đồ thị là $(C)$. $M_1$ là điểm trên $(C)$ có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến tại điểm $M_1$ cắt $(C)$ tại điểm $M_2$ khác $M_1$. Tiếp tuyến tại điểm $M_2$ cắt $(C)$ tại điểm $M_3$ khác $M_2$. Tiếp tuyến tại điểm $M_{n-1}$ cắt

$(C)$ tại điểm $M_n$ khác $M_{n-1}(n\ge 4, n\in\mathbb{N})$? Tìm số tự nhiên $n$ thỏa mãn điều kiện $y_n-3x_n+2^{21}=0$.

**A.** $n=7$. **B.** $n=8$. **C.** $n=22$. **D.** $n=21$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình tiếp tuyến $\Delta_n$ của $(C)$ tại điểm $M_n\left(x_n;x_n^3+3x_n\right)$:

$\Delta_n: y=\left(3x_n^2+3\right)\left(x-x_n\right)+x_n^3+3x_n$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và tiếp tuyến $\Delta_n$:

$x^3+3x=\left(3x_n^2+3\right)\left(x-x_n\right)+x_n^3+3x_n$

$\Leftrightarrow\left(x-x_n\right)\left(x^2+x_n.x-2x_n^2\right)=0 \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_n\\x=-2x_n\end{array}\right.$

Do đó $x_{n+1}=-2x_n$ và $x_n=(-2)^{n-1}x_1=(-2)^{n-1}$.

Từ giả thiết $y_n-3x_n+2^{21}=0$

Suy ra $x_n^3+2^{21}=0\Leftrightarrow(-2)^{3n-3}+2^{21}=0\Rightarrow n=8$.

**Câu 5:** ----------HẾT----------(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị.

**A.** 44. **B.** 27. **C.** 26. **D.** 16.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$.

Ta có $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$,

$f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^3-12x^2-24x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $m-5$ | ↗ | $m$ | ↘ | $m-32$ | ↗ | $+\infty$ |

Xét hàm số $y=\left|f(x)\right|=\begin{cases}f(x) \text{ nếu } f(x)\ge 0\\-f(x) \text{ nếu } f(x)<0\end{cases}$

Nên từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $\begin{cases}m-32<0\\m-5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 5\le m<32$.

Do đó có 27 giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị.

**Câu 6: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Xét hàm số $f(x)=\left|x^2+ax+b\right|$, với $a$, $b$ là tham số. Gọi $M$ là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;3]$. Khi $M$ nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a+2b$.

**A.** 3. **B.** 4. **C.** –4. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Ta có $\max\{|A|,|B|\}\geq\dfrac{|A+B|}{2}$ $(1)$. Dấu $=$ xảy ra khi $A=B$.

Ta có $\max\{|A|,|B|\}\geq\dfrac{|A-B|}{2}$ $(2)$. Dấu $=$ xảy ra khi $A=-B$.

Xét hàm số $g(x)=x^2+ax+b$, có $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-a}{2}$.

Trường hợp 1: $\dfrac{-a}{2}\notin[-1;3]\Leftrightarrow a\notin[-6;2]$. Khi đó $\mathrm{M}=\max\{|1-a+b|,|9+3a+b|\}$.

Áp dụng bất đẳng thức $(1)$ ta có $\mathrm{M}\geq|4+2a|>8$.

Trường hợp 2: $\dfrac{-a}{2}\in[-1;3]\Leftrightarrow a\in[-6;2]$. Khi đó $\mathrm{M}=\max\left\{|1-a+b|,|9+3a+b|,\left|b-\dfrac{a^2}{4}\right|\right\}$.

Áp dụng bất đẳng thức $(1)$ và $(2)$ ta có

$$\mathrm{M}\geq\max\left\{|5+a+b|,\left|b-\frac{a^2}{4}\right|\right\}\Leftrightarrow\mathrm{M}\geq\frac{1}{8}|20+4a+a^2|\Leftrightarrow\mathrm{M}\geq\frac{1}{8}|16+(a+2)^2|.$$

Suy ra $\mathrm{M}\geq2$.

Vậy $M$ nhận giá trị nhỏ nhất có thể được là $M=2$ khi $\begin{cases}a=-2\\5+a+b=\dfrac{-a^2}{2}-b\\1-a+b=9+3a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-1\end{cases}$.

Do đó $a+2b=-4$.

**Cách 2.** Ta có:

$M\geq|f(-1)|=|b-a+1|$ (1)

$M\geq|f(3)|=|b+3a+9|$ (2)

$M\geq|f(1)|=|b+a+1|\Rightarrow 2M\geq|-2b-2a-2|$ (3)

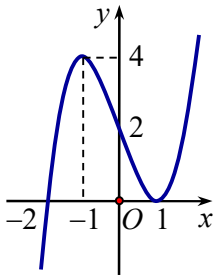
Từ (1), (2), (3) ta có:

$4M\geq|b-a+1|+|b+3a+9|+|-2b-2a-2|\geq|(b-a+1)+(b+3a+9)+(-2b-2a-2)|=8$.

Vậy $M\geq2$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}|b-a+1|=2\\|b+3a+9|=2\\|b+a+1|=2\end{cases}$ và $b-a+1$, $b+3a+9$, $b+a+1$ cùng dấu

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-1\end{cases}$. Khi đó: $a+2b=-4$.

**Câu 7:** ----------HẾT----------**(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?




**A.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.
**B.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.
**C.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1;2)$.
**D.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$g'(x)=\left(f(x^2-3)\right)'=(x^2-3)'\,f'(x^2-3)=2xf'(x^2-3)$

Ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow x<-2$ nên $g'(x)<0\Leftrightarrow x^2-3<-2\Leftrightarrow x^2<1\Leftrightarrow -1<x<1$.

Ta có bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**Câu 8:** ----------HẾT----------**(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ biết $a>0$, $c>2017$ và $a+b+c<2017$. Số cực trị của hàm số $y=|f(x)-2017|$ là

**A.** 1.
**B.** 7.
**C.** 5.
**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ xác định và liên tục trên $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f(0)=c>2017>0$.

$f(-1)=f(1)=a+b+c<2017$

Do đó $\left[f(-1)-2017\right].\left[f(0)-2017\right]<0$ và $\left[f(1)-2017\right].\left[f(0)-2017\right]<0$

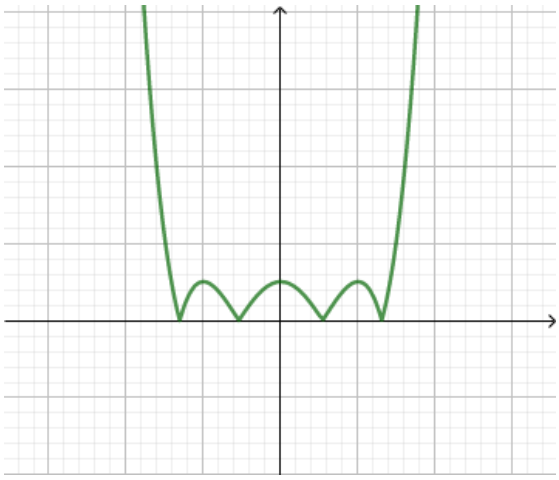
Mặt khác $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=+\infty$ nên $\exists\alpha<0$, $\beta>0$ sao cho $f(\alpha)>2017$, $f(\beta)>2017$

$\left[f(\alpha)-2017\right].\left[f(-1)-2017\right]<0$ và $\left[f(\beta)-2017\right].\left[f(1)-2017\right]<0$

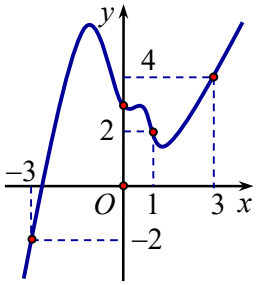
Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)-2017$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

Đồ thị hàm số $y=|f(x)-2017|$ có dạng

----------HẾT----------



**Câu 9:** Vậy số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2017\right|$ là 7 .**(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[-3;3\right]$ và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Biết $f\left(1\right)=6$ và $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{\left(x+1\right)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây là đúng?




**A.** Phương trình $g\left(x\right)=0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left[-3;3\right]$.

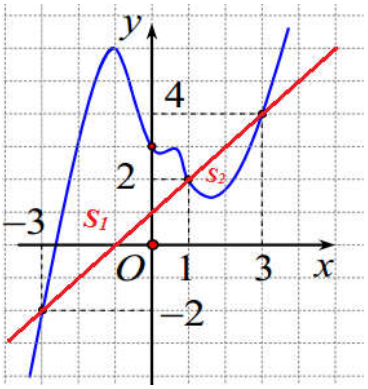
**B.** Phương trình $g\left(x\right)=0$ không có nghiệm thuộc $\left[-3;3\right]$.

**C.** Phương trình $g\left(x\right)=0$ có đúng một nghiệm thuộc $\left[-3;3\right]$.

**D.** Phương trình $g\left(x\right)=0$ có đúng ba nghiệm thuộc $\left[-3;3\right]$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Ta có: $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{\left(x+1\right)^2}{2}\Rightarrow g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-\left(x+1\right)$.

Vẽ đường thẳng $y=x+1$ trên cùng một hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ (như hình vẽ bên).

Từ đồ thị ta thấy: $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-\left(x+1\right)>0$, $\forall x\in\left(-3;1\right)$ (do đường cong nằm phía trên đường thẳng), $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-\left(x+1\right)<0$, $\forall x\in\left(1;3\right)$ (do đường cong nằm phía dưới đường thẳng).

Ta có: $g\left(1\right)=f\left(1\right)-\frac{\left(1+1\right)^2}{2}=6-2=4$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-3$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | ↗ | $4$ | ↘ | |

Dựa vào đồ thị ta thấy: diện tích $S_1$ lớn hơn $4$ (trong phần bên trái có nhiều hơn 4 ô, mỗi ô có diện tích bằng 1), do đó:

$4 < S_1 = \int\limits_{-3}^{1} g'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow 4 < g(x)\big|_{-3}^{1} \Leftrightarrow 4 < g(1) - g(-3) \Leftrightarrow g(-3) < 0.$

Mặt khác: diện tích nhỏ hơn $4$ (trong phần bên phải có ít hơn $4$ ô), do đó:

$4 > S_2 = -\int\limits_{1}^{3} g'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow 4 > -g(x)\big|_{1}^{3} \Leftrightarrow 4 > g(1) - g(3) \Leftrightarrow g(3) > 0.$

Vậy phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[-3;3]$ (nghiệm này nằm trong khoảng $(-3;1)$).

**Câu 10: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** $4$ nghiệm. **B.** $3$ nghiệm. **C.** $8$ nghiệm. **D.** $2$ nghiệm.

**Lời giải.**

**Chọn B**

**Cách 1:** Phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}\ (1)$.

Điều kiện: $x \in [512;1024]$.

Bình phương hai vế của phương trình $(1)$ ta có:

$512 + 2\sqrt{(x-512)(1024-x)} = 256 + 128\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} + 16\sqrt[4]{(x-512)(1024-x)}\ (2).$

Đặt $t = \sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ điều kiện $0 \le t \le 4$.

$(2)$ trở thành $t^4 - 8t^2 - 64t + 128 = 0 \Leftrightarrow (t-4)(t^3 + 4t^2 + 8t - 32) = 0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 4 \\ t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0 \end{array}\right.$.

- Với $t = 4$, mà theo trên ta có $t \le 4$. Do đó đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x - 512 = 1024 - x \Leftrightarrow x = 768$.
- Với $t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 4t^2 + 8t - 32$ với $0 \le t \le 4$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 8t + 8 > 0 \ \ \forall t \in [0;4]$.

Mà $f(0).f(4) = -32.128 < 0$.

Suy ra $t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0$ có một nghiệm duy nhất $t_0$ trong khoảng $(0;4)$.

Do đó phương trình $\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} = t_0$ có $2$ nghiệm phân biệt khác $768$.

Vậy phương trình $(1)$ có $3$ nghiệm.

**Cách 2:** Đặt $\begin{cases} a=\sqrt[8]{x-512} \\ b=\sqrt[8]{1024-x} \end{cases}$ $(a,b\ge 0)$, khi đó $a^8+b^8=x-512+1024-x=512$ $(1)$.

Và phương trình trở thành: $a^4+b^4=4ab+16$ mà $a^8+b^8=\left(a^4+b^4\right)^2-2a^4b^4$ $(2)$.

Nên từ $(1),(2)$ suy ra $512=\left(4ab+16\right)^2-2a^4b^4 \xrightarrow{t=ab} 16\left(t+4\right)^2-2t^4=512$ $(*)$.

Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $t=4;\ t=t_0\approx 1,7625$.

Mà $a^4+b^4=\left(a^2+b^2\right)^2-2a^2b^2=4ab+16\Rightarrow a^2+b^2=\sqrt{2t^2+4t+16}$.

Khi đó $\begin{cases} a^2+b^2=8 \\ ab=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2+b^2=\sqrt{2t_0^2+4t_0+16} \\ ab=t_0 \end{cases}$ suy ra có 3 nghiệm $a$ dương.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 11:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho $a,b\in\mathbb{R}$; $a,b>0$ thỏa mãn $2\left(a^2+b^2\right)+ab=\left(a+b\right)\left(ab+2\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)$ bằng

**A.** $-10$. **B.** $\frac{-21}{4}$. **C.** $\frac{-23}{4}$. **D.** $\frac{23}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $t=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ $(t\ge 2)$.

Ta có: $P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)=4\left[\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^3-3.\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\right]-9\left[\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2-2.\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right]$

$=4t^3-9t^2-12t+18$.

Ta có $2\left(a^2+b^2\right)+ab=\left(a+b\right)\left(ab+2\right)\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=\left(a+b\right)\left(1+\frac{2}{ab}\right)$

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=\left(a+b\right)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $\left(a+b\right)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 2\sqrt{\left(a+b\right).2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}=2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$

Suy ra $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1\ge 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}\Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge\frac{5}{2}$.

Hay $t=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\ge\frac{5}{2}$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=4t^3-9t^2-12t+18$ với $t\ge\frac{5}{2}$.

Ta có $f'\left(t\right)=12t^2-18t-12$; $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=2<\frac{5}{2} \\ t=-\frac{1}{2}<\frac{5}{2} \end{array}\right.$.

Ta có $f'\left(t\right)>0,\ \forall t\ge\frac{5}{2}$, nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Bởi vậy: $\min\limits_{[4\sqrt{2}-1;+\infty)} f(t)=f\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{23}{4}$.

Hay $\min P=\frac{-23}{4}$ khi $a=2;b=1$ hoặc $a=1;b=2$.

**Câu 12:** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho các số thực $x$, $y$ thỏa mãn $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)$ bằng

**A.** $-\frac{9476}{243}$. **B.** $-76$. **C.** $\frac{193}{3}$. **D.** $\frac{148}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $x\ge 2;y\ge -3$.

$x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)\Leftrightarrow (x+y+1)^2=4\left(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\right).(*)$

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\le x+y+1$ nên từ (*) suy ra $(x+y+1)^2\le 8(x+y+1)\Leftrightarrow x+y\le 7$.

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\ge 0$ nên từ (*) suy ra

$(x+y+1)^2\ge 4(x+y+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1\le 0\\x+y+1\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1=0\\x+y+1\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y=-1\\x+y\ge 3\end{array}\right.$.

Do $x\ge 2$ nên $x^2\ge 2x$, $y^2+1\ge 2y$, suy ra $x^2+y^2+1\ge 2(x+y)$. Từ đó ta có

$M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)\le 3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-6(x+y)+3$.

Đặt $t=x+y$ với $t=-1$ hoặc $3\le t\le 7$.

Xét hàm số $f(t)=3^{t-4}+(t+1)2^{7-t}-6t+3$, ta có $f(-1)=\frac{2188}{243}$.

$f'(t)=3^{t-4}\ln 3+2^{7-t}-(t+1).2^{7-t}\ln 2-6$.

$f''(t)=3^{t-4}\ln^2 3+\left[(t+1)\ln 2-2\right]2^{7-t}.\ln 2>0,\ \forall t\in[3;7]$.

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(3;7)$, mà $f'(t)$ liên tục trên $[3;7]$ và $f'(3).f'(7)<0$ nên phương trình $f'(t)=0$ có nghiệm duy nhất $t_0\in(3;7)$.

| $t$ | 3 | | $t_o$ | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(t)$ | $\frac{148}{3}$ | ↘ | $f(t_o)$ | ↗ | $-4$ |

Suy ra $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)\le\frac{148}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $x=2$, $y=1$.

**Câu 13:** **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho phương trình:

$$\sin x(2-\cos 2x)-2\left(2\cos^3 x+m+1\right)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$\sin x\left(2-\cos 2x\right)-2\left(2\cos^3 x+m+1\right)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow \sin x\left(1+2\sin^2 x\right)=2\left(2\cos^3 x+m+2\right)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow 2\sin^3 x+\sin x=2\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)^3+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\quad (1)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2t^3+t$ có $f'\left(t\right)=6t^2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$, nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bởi vậy:

$(1)\Leftrightarrow f\left(\sin x\right)=f\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)\Leftrightarrow \sin x=\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\qquad (2)$

Với $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ thì

$(2)\Leftrightarrow \sin^2 x=2\cos^3 x+m+2$

$\Leftrightarrow -2\cos^3 x-\cos^2 x-1=m\qquad (3)$

Đặt $t=\cos x$, phương trình $(3)$ trở thành $-2t^3-t^2-1=m\qquad (4)$

Ta thấy, với mỗi $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$ thì phương trình $\cos x=t$ cho ta một nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Do đó, để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ điều kiện cần và đủ là phương trình $(4)$ có đúng một nghiệm $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Xét hàm số $g\left(t\right)=-2t^3-t^2-1$ với $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Ta có $g'\left(t\right)=-6t^2-2t$, $g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

| $t$ | $-\frac{1}{2}$ | | $-\frac{1}{3}$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(t)$ | $-1$ | $\searrow$ | $-\frac{28}{27}$ | $\nearrow$ | $-1$ | $\searrow$ | $-4$ |

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình $(4)$ có đúng một nghiệm $t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$ khi và chỉ khi $-4\le m<-\frac{28}{27}$.

Hay, các giá trị nguyên của $m$ để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)$ là $\{-4;-3;-2\}$.

**Câu 14:** **----------HẾT----------**(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 3x-\cos 2x+m\cos x=1$ có đúng bảy nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};2\pi\right)$?

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\cos 3x-\cos 2x+m\cos x=1$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x-3\cos x-\left(2\cos^2 x-1\right)+m\cos x=1$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x-2\cos^2 x+(m-3)\cos x=0$

Đặt $\cos x=t$ với $t\in[-1;1]$. Ta có

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\4t^2-2t+(m-3)=0(*)\end{array}\right.$

Với $t=0$ thì $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, có 2 nghiệm là $\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}$ thuộc $\left(-\frac{\pi}{2};2\pi\right)$.

Với mỗi giá trị $t\in(0;\ 1)$ thì phương trình $\cos x=t$ có 3 nghiệm của thuộc $\left(-\frac{\pi}{2};2\pi\right)$.

Với mỗi giá trị $t\in(-1;0]$ thì phương trình $\cos x=t$ có 2 nghiệm của thuộc $\left(-\frac{\pi}{2};2\pi\right)$.

Với $t=-1$ thì phương trình $\cos x=t$ có 1 nghiệm của thuộc $\left(-\frac{\pi}{2};2\pi\right)$.

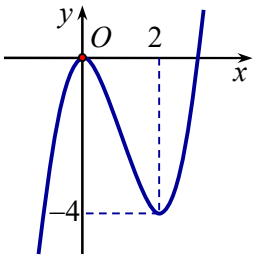
Để pt có đúng 7 nghiệm thỏa mãn thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm $t_1;t_2$ thỏa mãn điều kiện: $-1<t_1<0<t_2<1$.

$(*)\Leftrightarrow m=-4t^2+2t+3$

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1/4$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | | $+$ | | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-3$ | ↗ | $3$ | ↗ | $\frac{13}{4}$ | ↘ | $1$ |

Từ bảng biến thiên trên ta có $m\in(1;3)$. Vậy $m=\{2\}$.

**Câu 15:** (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f\left[f(x)\right]$.




**A.** 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số $y=f\left[f\left(x\right)\right]$, $y'=f'\left(x\right).f'\left[f\left(x\right)\right]$;

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x\right)=0\\f'\left[f\left(x\right)\right]=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=a\in\left(2;+\infty\right)\\x=b\in\left(a;+\infty\right)\end{array}\right.$$

Với $x>b$, ta có $f\left(x\right)>2\Rightarrow f'\left[f\left(x\right)\right]>0$

Với $a<x<b$, ta có $0<f\left(x\right)<2\Rightarrow f'\left[f\left(x\right)\right]<0$

Với $0<x<a$ hoặc $x<0$, ta có $f\left(x\right)<0\Rightarrow f'\left[f\left(x\right)\right]>0$

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $a$ | | $b$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào BBT suy ra hàm số $y=f\left[f\left(x\right)\right]$ có bốn điểm cực trị.

**Câu 16: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|8x^4+ax^2+b\right|$, trong đó $a$, $b$ là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng 1. Hãy chọn khẳng định đúng?

**A.** $a<0$, $b<0$. **B.** $a>0$, $b>0$ **C.** $a<0$, $b>0$. **D.** $a>0$, $b<0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Cách 1.

Xét $g\left(x\right)=8x^4+ax^2+b$, $g'\left(x\right)=32x^3+2ax=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{a}{16}\end{array}\right.$.

Ta có $\max\limits_{\left[-1;1\right]}f\left(x\right)=1\Rightarrow g\left(0\right)=b\in\left[-1;1\right]$.

TH1. $a>0$. Ta có $g\left(1\right)=g\left(-1\right)=8+a+b>1$. Suy ra $\max\limits_{\left[-1;1\right]}f\left(x\right)>1$ không thỏa YCBT.

TH2. $a<0$.

Nếu $-\frac{a}{16}>1\Leftrightarrow a<-16$. Ta có $g(1)=g(-1)=8+a+b<-1$. Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(x)>1$ không thỏa YCBT.

Nếu $-\frac{a}{16}<1\Leftrightarrow a>-16$.

Ta có BBT

| $x$ | $-1$ | | $-\frac{\sqrt{-a}}{4}$ | | $0$ | | $\frac{\sqrt{-a}}{4}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $8+a+b$ | ↘ | $b-\frac{a^2}{32}$ | ↗ | $b$ | ↘ | $b-\frac{a^2}{32}$ | ↗ | $8+a+b$ |

▪ $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=b=1$. Khi đó YCBT $\Leftrightarrow\begin{cases}1-\frac{a^2}{32}\ge -1\\ 8+a+b\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2\le 64\\ a\le -8\end{cases}\Leftrightarrow a=-8$ (thỏa $a>-16$)

▪ $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=8+a+b=1$. Khi đó, YCBT $\Leftrightarrow\begin{cases}b\le 1\\ b-\frac{a^2}{32}\ge -1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a\ge -8\\ \frac{a^2}{32}+a+6\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -8\\ -24\le a\le -8\end{cases}\Leftrightarrow a=-8\Rightarrow b=1$.

▪ $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=\left|b-\frac{a^2}{32}\right|=1$. Khi đó, YCBT $\Leftrightarrow\begin{cases}b-\frac{a^2}{32}=-1\\ 8+a+b\le 1\\ b\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\frac{a^2}{32}-1\\ 6+a+\frac{a^2}{32}\le 0\\ a\ge -8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-8\\ b=1\end{cases}$.

Vậy $a=-8$, $b=1$ thỏa YCBT.

Cách 2.

Đặt $t=x^2$ khi đó ta có $g(t)=8t^2+at+b$.

Vì $x\in[-1;1]$ nên $t\in[0;1]$.

Theo yêu cầu bài toán thì ta có: $0\le g(t)\le 1$ với mọi $t\in[0;1]$ và có dấu bằng xảy ra.

Đồ thị hàm số $g(t)$ là một parabol có bề lõm quay lên trên do đó điều kiện trên dẫn đến hệ điều kiện sau xảy ra:

$$\begin{cases}-1\le g(0)\le 1\\ -1\le g(1)\le 1\\ -1\le\frac{-\Delta}{32}\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le b\le 1\\ -1\le 8+a+b\le 1\\ -32\le 32b-a^2\le 32\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le b\le 1 & (1)\\ -1\le 8+a+b\le 1 & (2)\\ -32\le a^2-32b\le 32 & (3)\end{cases}$$

Lấy $(1)+32(3)$ ta có: $-64\le a^2\le 64$ do đó $-8\le a\le 8$.

Lấy $(3)+32(2)$ ta có: $-64\le a^2+32a+256\le 64$

Suy ra: $a^2+32a+192\le 0 \Leftrightarrow -24\le a\le -8$.

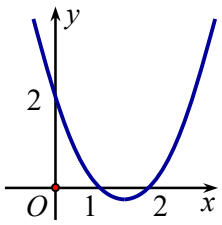
Khi đó ta có $a=-8$ và $b=1$.

Kiểm tra: $g(t)=8t^2-8t+1=2(2t-1)^2-1$

Vì $0\le t\le 1$ nên $-1\le 2t-1\le 1\Rightarrow 0\le (2t-1)^2\le 1\Rightarrow -1\le g(t)=2(2t-1)^2-1\le 1$.

Vậy $\max|g(t)|=1$ khi $t=1\Rightarrow x=\pm 1$ (t/m).

**Câu 17:** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.




**A.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $y=g(x)=f(x-x^2)\Rightarrow g'(x)=f'(x-x^2).(x-x^2)'=(1-2x)f'(x-x^2)$

Cho $g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=0\\ f'(x-x^2)=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=0\\ x-x^2=1(\text{ptvn})\\ x-x^2=2(\text{ptvn})\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Với $x<\frac{1}{2}$ thì $\left\{\begin{array}{l}1-2x>0\\ f'\left[-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right]>0\end{array}\right.$ nên $g'(x)>0$.

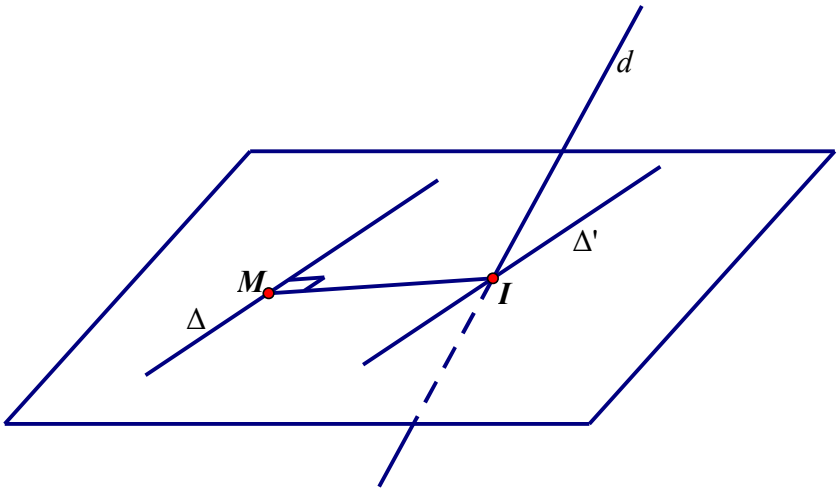
Với $x>\frac{1}{2}$ thì $\left\{\begin{array}{l}1-2x<0\\ f'\left[-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right]>0\end{array}\right.$ nên $g'(x)<0$ hay hàm số $g(x)=f(x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**Câu 18:** **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, vuông góc với đường thẳng $d$ đồng thời khoảng cách từ giao điểm $I$ của $d$ với $(P)$ đến $\Delta$ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của $I$ trên $\Delta$. Giá trị của $bc$ bằng

**A.** $-10$. **B.** $10$. **C.** $12$. **D.** $-20$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Mặt phẳng $(P)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$, đường thẳng $d$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Tọa độ giao điểm $I$ $d$ với $(P)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\\ x+y+z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-3\\ z=0\end{cases}\Rightarrow I(1;-3;0).$$

Đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, vuông góc với đường thẳng $d$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{u_d}\right]=(-2;3;-1)$.

Đường thẳng $\Delta'$ đi qua $I$, thuộc mặt phẳng $(P)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(-4;-1;5)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta'$ là $\begin{cases}x=1-4t\\ y=-3-t\\ z=5t\end{cases}$.

Hình chiếu $M$ của $I$ trên đường thẳng $\Delta$ là giao điểm của $\Delta'$ và $\Delta\Rightarrow M(1-4t;-3-t;5t)$.

Khoảng cách từ $I$ đến $\Delta$ bằng $\sqrt{42}$ nên

$IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow IM^2=42\Leftrightarrow(-4t)^2+(-t)^2+(5t)^2=42\Leftrightarrow t=\pm1$.

Với $t=1$ thì $M(-3;-4;5)$ (loại).

Với $t=-1$ thì $M(5;-2;-5)$ (nhận).

Như vậy $b=-2,c=-5\Rightarrow bc=10$.

**Câu 19:** ----------HẾT----------**(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2;4)$, $B(3;9)$, $C(4;16)$. Các đường thẳng $AB$, $AC$, $BC$ lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm $D$, $E$, $F$ ($D$ khác $A$ và $B$, $E$ khác $A$ và $C$, $F$ khác $B$ và $C$). Biết rằng tổng các hoành độ của $D$, $E$, $F$ bằng 24. Tính $f(0)$.

**A.** $-2$. **B.** $0$. **C.** $\dfrac{24}{5}$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Giả sử $f(x)=a(x-2)(x-3)(x-4)+x^2\ (a\neq 0)$.

Ta có $AB$ qua $A(2;4)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;5)$ là một VTCP

$\Rightarrow AB:5(x-2)-(y-4)=0 \Leftrightarrow y=5x-6$.

Tương tự $AC:y=6x-8$ và $BC:y=7x-12$.

Hoành độ của điểm $D$ là nghiệm của phương trình

$a(x-2)(x-3)(x-4)+x^2=5x-6 \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4)=-(x-2)(x-3)$

$\Rightarrow a(x-4)=-1\Rightarrow x=-\dfrac{1}{a}+4$.

Tương tự, hoành độ của điểm $E$ và $F$ lần lượt là $x=-\dfrac{1}{a}+3$ và $x=-\dfrac{1}{a}+2$.

Bài ra ta có $\left(-\dfrac{1}{a}+2\right)+\left(-\dfrac{1}{a}+3\right)+\left(-\dfrac{1}{a}+4\right)=24 \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{5}$.

Do đó $f(0)=a.(-2).(-3).(-4)+0^2=\dfrac{24}{5}$.

**Câu 20:** ----------**HẾT**----------**(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho $x$, $y$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases}x^2-xy+3=0\\2x+3y-14\le 0\end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$.

**A.** $8$. **B.** $0$. **C.** $12$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1:** Theo giả thiết ta có $x^2-xy+3=0\Rightarrow y=\dfrac{x^2+3}{x}$

Từ bất phương trình $2x+3y-14\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{5x^2-4x+9}{x}\le 0 \Leftrightarrow 1\le x\le \dfrac{9}{5}$.

Mặt khác ta có $\begin{cases}x^2=xy-3\\xy=x^2+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^3=x^2y-3x\\xy^2=x^2y+3y\end{cases}$

Thay vào ta được $P=-3y+8x\ =-3\left(\dfrac{x^2+3}{x}\right)+8x=5x-\dfrac{9}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=5x-\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $\left[1;\dfrac{9}{5}\right]$.

Ta có $f'(x)=5+\dfrac{9}{x^2}\ge 0,\ \forall x\in\left[1;\dfrac{9}{5}\right]$ do đó $\min\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}=f(1)=-4$ và $\max\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}f(x)=f\left(\dfrac{9}{5}\right)=4$.

Suy ra tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P$ bằng $0$.

**Cách 2:** Từ giả thiết có : $x+\dfrac{3}{x}=y$ và $2x+3\left(x+\dfrac{3}{x}\right)\le 14\Rightarrow x\in\left[1;\dfrac{9}{5}\right]$.

Khi đó: $P=3x^2\left(x+\dfrac{3}{x}\right)-x\left(x+\dfrac{3}{x}\right)-2x^3+2x$.

$P=f(x)=5x-\dfrac{9}{x}, x\in\left[1;\dfrac{9}{5}\right]$.

Khảo sát hàm số nhận được ta có $\min\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]} f(x)=f(1)=-4$ và $\max\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]} f(x)=f\left(\dfrac{9}{5}\right)=4$.

Suy ra tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P$ bằng $0$.

**Câu 21:** **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Xét các số thực dương $x$, $y$, $z$ thỏa mãn $x+y+z=4$ và $xy+yz+zx=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)$ bằng

**A.** $20$. **B.** $25$. **C.** $15$. **D.** $35$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\begin{cases}x+y+z=4\\xy+yz+zx=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4-z\\xy=5-z(x+y)=5-4z+z^2\end{cases}$.

Lại có: $(x+y)^2\ge 4xy\Rightarrow(4-z)^2\ge 4\left(5-4z+z^2\right)\Rightarrow\dfrac{2}{3}\le z\le 2$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y$.

Và $(x+y+z)^3=x^3+y^3+z^3+3(x+y+z)(x+y)z+3xy(x+y)$

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3=4^3-12(x+y)z-3xy(x+y)=64-3(4-z)\left(5+z^2\right)$.

Ta có: $P=\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)=\left(3z^3-12z^2+15z+4\right)\left(\dfrac{5}{z^3-4z^2+5z}\right)$.

Đặt $t=z^3-4z^2+5z$, với $\dfrac{2}{3}\le z\le 2\Rightarrow\dfrac{50}{27}\le t\le 2$.

Do đó xét hàm số $f(t)=5\left(\dfrac{4}{t}+3\right)$, với $\dfrac{50}{27}\le t\le 2$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{-20}{t^2}<0,\ \forall t\in\left[\dfrac{50}{27};2\right]$ nên hàm số $f(t)$ liên tục và nghịch biến.

Do đó $P_{\min}=f(2)=25$ đạt tại $x=y=1$, $z=2$.

**Câu 22:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $f\left(x^2-8x+m\right)$ có $5$ điểm cực trị?

**A.** $15$. **B.** $17$. **C.** $16$ **D.** $18$

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $g(x)=f\left(x^2-8x+m\right)$

$f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-8)\left(x^2-8x+m-1\right)^2\left(x^2-8x+m\right)\left(x^2-8x+m-2\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x^2-8x+m-1=0\quad(1)\\x^2-8x+m=0\quad(2)\\x^2-8x+m-2=0\quad(3)\end{array}\right.$

Các phương trình $(1)$, $(2)$, $(3)$ không có nghiệm chung từng đôi một và $\left(x^2-8x+m-1\right)^2\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $(2)$ và $(3)$ có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_2=16-m>0\\ \Delta_3=16-m+2>0\\ 16-32+m\neq 0\\ 16-32+m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\ m<18\\ m\neq 16\\ m\neq 18\end{cases}\Leftrightarrow m<16.$$

Vì $m$ nguyên dương và $m<16$ nên có 15 giá trị $m$ cần tìm.

**Câu 23:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho đồ thị $(C):y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của $(C)$ đi qua điểm $B(0;b)$?

**A.** 2. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 16.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $x_0$ là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C)$ có dạng:

$y=\left(3x_0^2-6x_0\right)(x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$.

Tiếp tuyến đi qua điểm $B(0;b)$ khi và chỉ khi:

$b=\left(3x_0^2-6x_0\right)(0-x_0)+x_0^3-3x_0^2\Leftrightarrow -2x_0^3+3x_0^2=b\ (*)$

Xét hàm số $f(x_0)=-2x_0^3+3x_0^2$.

Ta có $f'(x_0)=-6x_0^2+6x_0$; $f'(x_0)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\ x_0=1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x_0$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x_0)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x_0)$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

Để có đúng một tiếp tuyến của $(C)$ đi qua điểm $B(0;b)$ điều kiện là phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm $x_0$. Từ bảng biến thiên, ta có điều kiện của $b$ là $b\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Do đó, các số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của $(C)$ đi qua điểm $B(0;b)$ là $\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Hay có 17 giá trị nguyên của $b\in(-10;10)$.

✍ **Chú ý:** Ta có thể sử dụng điều kiện tiếp xúc để giải bài này như sau:

Gọi tiếp tuyến có hệ số góc $k$. Phương trình tiếp tuyến là $y=kx+b$

Điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases}x^3-3x^2=kx+b\\ 3x^2-3x=k\end{cases}\Rightarrow b=-2x^3+3x$. Từ đây lập luận như trên ta cũng được kết quả.

**Câu 24: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x\left(x^2-3\right)$ có đồ thị $(C)$. Có bao nhiêu điểm $M$ thuộc đồ thị $(C)$ thỏa mãn tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt $(C)$ tại điểm $A$ (khác $M$) và cắt $Ox$ tại điểm $B$ sao cho $M$ là trung điểm của đoạn $AB$?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử $M\left(x_0;y_0\right)\in(C)$. Ta có: $y'=3x^2-3$.

Tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tại $M$: $y=\left(3{x_0}^2-3\right)\left(x-x_0\right)+x_0\left({x_0}^2-3\right)\Leftrightarrow y=\left(3x_0^2-3\right)x-2x_0^3$.

Phương trình hoành độ của $\Delta$ và $(C)$: $\left(3x_0^2-3\right)x-2x_0^3=x\left(x^2-3\right)$

$\Leftrightarrow x^3-3x_0^2x+2x_0^3=0\Leftrightarrow x=-2x_0\Rightarrow y=-8{x_0}^3+6x_0\Rightarrow A\left(-2x_0;-8{x_0}^3+6x_0\right)$.

Phương trình hoành độ của $\Delta$ và $Ox$: $\left(3x_0^2-3\right)x-2x_0^3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2x_0^3}{3x_0^2-3}\Rightarrow B\left(\dfrac{2{x_0}^3}{3{x_0}^2-3};0\right)$.

$M$ là trung điểm của đoạn $AB$ nên $y_A+y_B=2y_0\Leftrightarrow -8{x_0}^3+6x_0=2x_0\left({x_0}^2-3\right)$

$\Leftrightarrow 10{x_0}^3-12x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=\pm\sqrt{\dfrac{6}{5}}\end{array}\right.$

Với $x_0=0$ Ta có $A(0;0)\equiv B(0;0)\equiv M(0;0)$ loại.

Với $x_0=\sqrt{\dfrac{6}{5}}\Rightarrow y_0=-\dfrac{9}{5}\sqrt{\dfrac{6}{5}}$ thỏa mãn.

Với $x_0=-\sqrt{\dfrac{6}{5}}\Rightarrow y_0=\dfrac{9}{5}\sqrt{\dfrac{6}{5}}$ thỏa mãn.

**Câu 25: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Tập hợp nào sau đây chứa tất cả các giá trị của tham số $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 5?

**A.** $(-6;-3)\cup(0;2)$. **B.** $(-4;3)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-5;-2)\cup(0;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

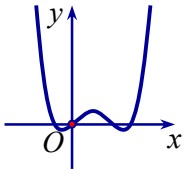
Xét hàm số $y=x^2-2x+m$, ta có: $y(1)=m-1$, $y(-1)=m+3$, $y(2)=m$.

Nếu $m-1\ge 0\Leftrightarrow m\ge 1$ thì: $\max\limits_{[-1;2]}y=m+3=5\Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn).

Nếu $m\le -3$ thì: $\max\limits_{[-1;2]}y=1-m=5\Leftrightarrow m=-4$ (thỏa mãn).

Nếu $-3<m<1$ thì: $\max\limits_{[-1;2]}y=\max\{m+3,1-m\}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m+3=5\\m+3\ge 1-m\end{cases}\\\begin{cases}1-m=5\\1-m>m+3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 26: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Biết rằng đồ thị hàm số bậc 4: $y=f(x)$ được cho như hình vẽ sau:




Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g(x)=\left[f'(x)\right]^2-f(x).f''(x)$ và trục $Ox$.

**A.** 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g(x)=\left[f'(x)\right]^2-f(x).f''(x)$ và trục $Ox$ bằng số nghiệm của phương trình: $\left[f'(x)\right]^2-f(x).f''(x)=0\Leftrightarrow\left[f'(x)\right]^2=f(x).f''(x)$.

Giả sử đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R};a\neq 0,b\neq 0)$ cắt trục hoành $Ox$ tại 4 điểm phân biệt $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$.

Đặt $A=x-x_1$, $B=x-x_2$, $C=x-x_3$, $D=x-x_4$ ta có:

$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)=a.ABCD$.

- TH1: Nếu $x=x_i$ với $i=1,2,3,4$ thì $g(x_i)=\left[f'(x_i)\right]^2>0$.

  Do đó $x=x_i, i=1,2,3,4$ không phải nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

- TH2: Nếu $x\neq x_i$ với $i=1,2,3,4$ thì ta viết lại

  $f'(x)=a(BCD+ACD+ABD+ABC)=f(x)\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}\right)$.

  $f''(x)=f'(x)\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}\right)-f(x)\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}+\frac{1}{D^2}\right)$

  $=f(x).\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}\right)^2-f(x).\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}+\frac{1}{D^2}\right)$

  Suy ra, $f''(x).f(x)=f^2(x).\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}\right)^2-f^2(x).\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}+\frac{1}{D^2}\right)$.

  Khi đó $g(x)=\left[f'(x)\right]^2-f''(x).f(x)=f^2(x).\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}+\frac{1}{D^2}\right)>0$

  $\forall x\neq x_i\,(i=1,2,3,4)$.

  Từ đó suy ra phương trình $g(x)=0$ vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ không cắt trục hoành.

**Câu 27: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Cho $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f\left(f(x)+1\right)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

**A.** 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $t=f(x)+1\Rightarrow t=x^3-3x^2-6x+1$.

Khi đó $\sqrt{f\left(f(x)+1\right)+1}=f(x)+2$ trở thành:

$$\sqrt{f(t)+1}=t+1\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ f(t)+1=t^2+2t+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ t^3-4t^2-8t+1=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ \left[\begin{array}{l}t=t_1\in(-2;-1)\\ t=t_2\in(-1;1)\\ t=t_3\in(1;6)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_2\in(-1;1)\\ t=t_3\in(5;6)\end{array}\right.$$

Vì $g(t)=t^3-4t^2-8t+1$; $g(-2)=-7$; $g(-1)=4$; $g(1)=-10$; $g(5)=-14$; $g(6)=25$.

Xét phương trình $t=x^3-3x^2-6x+1$ là pt hoành độ giao điểm của ...

Ta có

| $x$ | $-\infty$ | | $1-\sqrt{3}$ | | $1+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-7+6\sqrt{3}$ | ↘ | $-7-6\sqrt{3}$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t=t_2\in(-1;1)$, ta có d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t=t_3\in(5;6)$, ta có d cắt (C) tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

**Câu 28: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hai số thực $x$, $y$ thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3(2y^2+1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

**A.** $P=10$ **B.** $P=4$. **C.** $P=6$. **D.** $P=8$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3(2y^2+1)$.

$\Leftrightarrow 2(y^3-3y^2+3y-1)+(y-1)=2(1-x)\sqrt{1-x}+3\sqrt{1-x}-2\sqrt{1-x}$.

$\Leftrightarrow 2(y-1)^3+(y-1)=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}$ (1).

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$ trên $[0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=6t^2+1>0$ với $\forall t\ge 0\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow y=1+\sqrt{1-x}$.

$\Rightarrow P=x+2y=x+2+2\sqrt{1-x}$ với $(x\le 1)$.

Xét hàm số $g(x)=2+x+2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty;1]$.

Ta có: $g'(x)=1-\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}=\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}}$. $g'(x)=0\Rightarrow x=0$.

Bảng biến thiên $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | ↗ | $4$ | ↘ | |

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của $P$ là: $\max\limits_{(-\infty;1]} g(x)=4$.

**Câu 29:** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a$ thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

**A.** $3$. **B.** $7$. **C.** $6$. **D.** $5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+a$.

$g'(x)=4x^3-12x^2+8x$; $g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-12x^2+8x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $a$ | ↗ | $a+1$ | ↘ | $a$ |

Do $2m\ge M>0$ nên $m>0$ suy ra $g(x)\ne 0\ \forall x\in[0;2]$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}a+1<0\\a>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a<-1\\a>0\end{array}\right.$.

Nếu $a<-1$ thì $M=-a$, $m=-a-1\Rightarrow 2(-a-1)\ge -a\Leftrightarrow a\le -2$.

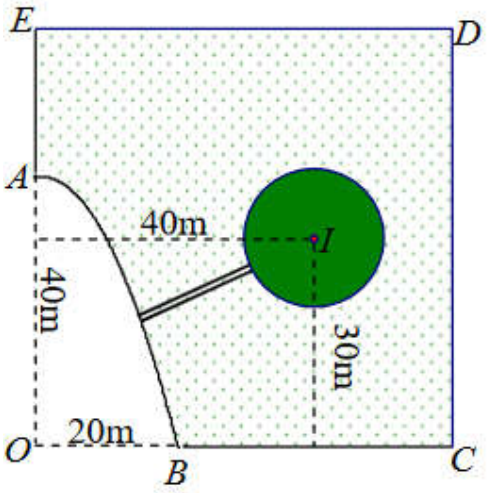
Nếu $a>0$ thì $M=a+1$, $m=a\Rightarrow 2a\ge a+1\Leftrightarrow a\ge 1$.

Do đó $a\le -2$ hoặc $a\ge 1$, do $a$ nguyên và thuộc đoạn $[-3;3]$ nên $a\in\{-3;-2;1;2;3\}$.

Vậy có $5$ giá trị của $a$ thỏa mãn đề bài.

**Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Một cái ao hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10\,\text{m}$. Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ $AB$ của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu $l$ của cây cầu biết :

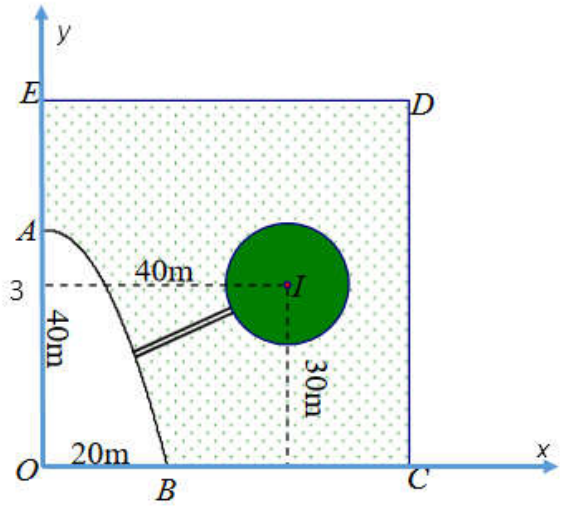
- Hai bờ $AE$ và $BC$ nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm $O$ ;
- Bờ $AB$ là một phần của một parabol có đỉnh là điểm $A$ và có trục đối xứng là đường thẳng $OA$ ;
- Độ dài đoạn $OA$ và $OB$ lần lượt là $40\,\text{m}$ và $20\,\text{m}$;
- Tâm $I$ của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng $AE$ và $BC$ lần lượt $40\,\text{m}$ và $30\,\text{m}$.




**A.** $l \approx 17,7\,\text{m}$. **B.** $l \approx 25,7\,\text{m}$. **C.** $l \approx 27,7\,\text{m}$. **D.** $l \approx 15,7\,\text{m}$.

**Lời giải** :

**Chọn A**




Gán trục tọa độ $Oxy$ sao cho $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$ cho đơn vị là $10\,\text{m}$.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình $(C):(x-4)^2+(y-3)^2=1$ có tâm $I(4;3)$

Bờ $AB$ là một phần của Parabol $(P):y=4-x^2$ ứng với $x \in [0;2]$

Vậy bài toán trở thành tìm $MN$ nhỏ nhất với $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$.

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm $N$ thì $MN+MI\ge IM$, vậy $MN$ nhỏ nhất khi $MN+MI=IM \Leftrightarrow N$; $M$; $I$ thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm $N$ để $IN$ nhỏ nhất

$N\in(P)\Leftrightarrow N\left(x;4-x^2\right)$ $IN=\sqrt{\left(4-x\right)^2+\left(1-x^2\right)^2}$ $\Leftrightarrow IN^2=\left(4-x\right)^2+\left(1-x^2\right)^2$

$\Leftrightarrow IN^2=x^4-x^2-8x+17$

Xét $f\left(x\right)=x^4-x^2-8x+17$ trên $\left[0;2\right]$ $\Leftrightarrow f'\left(x\right)=4x^3-2x-8$

$f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x\approx 1,3917$ là nghiệm duy nhất và $1,3917\in\left[0;2\right]$

Ta có $f\left(1,3917\right)=7,68$ ; $f\left(0\right)=17$ ; $f\left(2\right)=13$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên $\left[0;2\right]$ gần bằng $7,68$ khi $x\approx 1,3917$

Vậy $\min IN\approx\sqrt{7,68}\approx 2,77 \Leftrightarrow IN=27,7\,\text{m} \Leftrightarrow MN=IN-IM=27,7-10=17,7\,\text{m}$.

**Câu 2:** **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2018;2018\right]$ để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$.

**A.** $2017$. **B.** $2019$. **C.** $2020$. **D.** $2018$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$TXĐ$: $D=\mathbb{R}$.

$y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\le\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ $(1)$.

Xét $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ trên $\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=1$.

$f'\left(x\right)=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

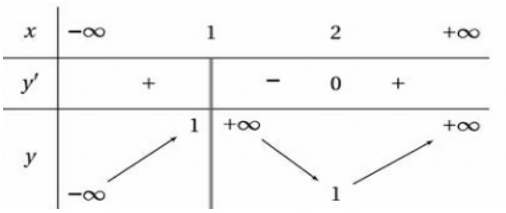
| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | $\nearrow$ | $1$ |

Ta có: $m\le\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\le -1$.

Mặt khác $m\in\left[-2018;2018\right]\Rightarrow m\in\left[-2018;-1\right]$.

Vậy có $2018$ số nguyên $m$ thoả điều kiện.

**Câu 3:** **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?




**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét $e^{f^2(x)}-2=0 \Leftrightarrow f^2(x)=\ln 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\ln 2} \\ f(x)=-\sqrt{\ln 2} \end{array}\right.$.

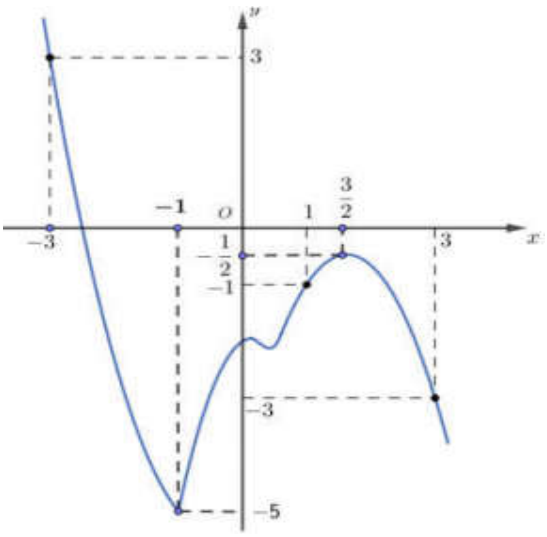
Dựa vào bbt ta thấy:

Đường thẳng $y=\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=-\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Nên phương trình $e^{f^2(x)}-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

**Câu 4: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ

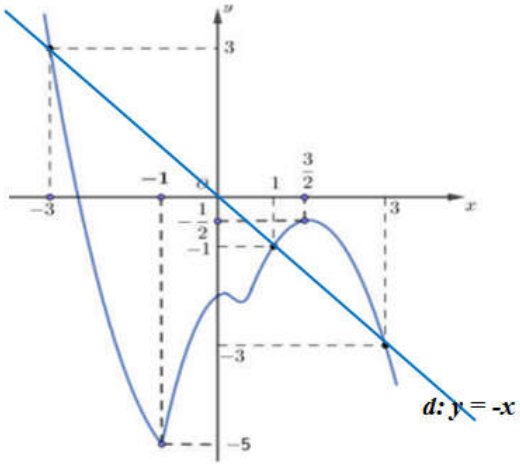



Hàm số $y=f(1-x)+\dfrac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Xét hàm số $y=f\left(1-x\right)+\dfrac{x^2}{2}-x$ có $y'=-f'\left(1-x\right)+x-1$.

$$y'=0\Leftrightarrow -f'\left(1-x\right)+x-1=0\Leftrightarrow f'\left(1-x\right)=-\left(1-x\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-x=-3\\1-x=1\\1-x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=0\\x=-2\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Do đó Hàm số $y=f\left(1-x\right)+\dfrac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

**Câu 5:** Tập tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt là một nửa khoảng $\left(a;b\right]$. Tính $b-\dfrac{5}{7}a$.

**A.** $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{35}$. **B.** $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **C.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

**Câu 6:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2017+\sqrt{2019-x^2}\right)$ trên tập xác định của nó. Tính $M-m$.

**A.** $\sqrt{2019}+\sqrt{2017}$. **B.** $2019\sqrt{2019}+2017\sqrt{2017}$.

**C.** $4036$. **D.** $4036\sqrt{2018}$.

**----------HẾT----------**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | A | D | A | D | B | D | B | D | A | C | C | B | C | D | B | A | C | A | B | B | D | C | B | C |

| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | A | D | C | D | A | B | B | A | A | D | C | B | C | A | B | B | D | A | D | B | D | B | B | D |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 7:** Tập tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt là một nửa khoảng $(a;b]$. Tính $b-\frac{5}{7}a$.

**A.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$. **B.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **C.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

### Lời giải

**Chọn D**

Đặt $t=\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ với $-1\le x\le 1$.Khi đó: $t^2=2+2\sqrt{1-x^2}\Leftrightarrow 2\sqrt{1-x^2}=t^2-2$.

$\Rightarrow t'=\frac{1}{2\sqrt{1+x}}-\frac{1}{2\sqrt{1-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x}=\sqrt{1+x}\Leftrightarrow x=0$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $t$ | $\sqrt{2}$ | ↗ | $2$ | ↘ | $\sqrt{2}$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\sqrt{2}\le t\le 2$.

Ta có phương trình: $m(t+3)+t^2-7=0\Leftrightarrow m=\frac{-t^2+7}{t+3}$.

Xét hàm số: $f(t)=\frac{-t^2+7}{t+3}, t\in\left[\sqrt{2};2\right]\Rightarrow f'(t)=\frac{-t^2-6t-7}{(t+3)^2}$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=-3\pm\sqrt{2}\notin\left[\sqrt{2};2\right]$.

Ta có bảng biến thiên:

| $t$ | $\sqrt{2}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $\frac{5(3-\sqrt{2})}{7}$ | ↘ | $\frac{3}{5}$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\sqrt{2}\le t\le 2$.

Khi đó $\frac{3}{5}<f(t)\le\frac{5(3-\sqrt{2})}{7}$ hay $\frac{3}{5}<m\le\frac{5(3-\sqrt{2})}{7}$

$\Rightarrow a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{5(3-\sqrt{2})}{7}\Rightarrow b-\frac{5}{7}a=\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

**Câu 8:** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2017+\sqrt{2019-x^2}\right)$ trên tập xác định của nó. Tính $M-m$.

**A.** $\sqrt{2019}+\sqrt{2017}$.

**B.** $2019\sqrt{2019}+2017\sqrt{2017}$.

**C.** $4036$.

**D.** $4036\sqrt{2018}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{2019};\sqrt{2019}\right]$

Ta có $y'=2017+\sqrt{2019-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{2019-x^2}}$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 2017+\sqrt{2019-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{2019-x^2}}=0\Leftrightarrow \dfrac{2017\sqrt{2019-x^2}+2019-2x^2}{\sqrt{2019-x^2}}=0$

Trên $D$, đặt $t=\sqrt{2019-x^2}$, $t\ge 0$. Ta được:

$2t^2+2017t-2019=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{2019}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \sqrt{2019-x^2}=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{2018} \\ x=\sqrt{2018}\end{array}\right.$

Khi đó $f\left(-\sqrt{2018}\right)=-2018\sqrt{2018}$; $f\left(\sqrt{2018}\right)=2018\sqrt{2018}$

$f\left(-\sqrt{2019}\right)=-2017\sqrt{2019}$; $f\left(\sqrt{2019}\right)=2017\sqrt{2019}$

Suy ra $m=\min\limits_{D} y=-2018\sqrt{2018}$, $M=\max\limits_{D} y=2018\sqrt{2018}$

Vậy $M-m=4036\sqrt{2018}$.

**Câu 9:** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá $30$. Tổng tất cả các giá trị của $S$ là

**A.** $108$.

**B.** $136$.

**C.** $120$.

**D.** $210$.

**Câu 10:** Cho hàm số $y=-x^3+4x^2+1$ có đồ thị là $(C)$ và điểm $M(m;1)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $m$ để qua $M$ kẻ được đúng $2$ tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** $5$.

**B.** $\dfrac{40}{9}$.

**C.** $\dfrac{16}{9}$.

**D.** $\dfrac{20}{3}$.

**Câu 11:** Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá $30$. Tổng tất cả các giá trị của $S$ là

**A.** $108$.

**B.** $136$.

**C.** $120$.

**D.** $210$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30$

$g'(x)=x^3-28x+48$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \quad (L) \\ x=4 \quad (L) \\ x=2 \quad (TM) \end{array}\right.$$

$$\max_{[0;2]} f(x) = \max_{[0;2]} \{|g(0)|;|g(2)|\} = \max_{[0;2]} \{|m-30|;|m+14|\} \le 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |m-30| \le 30 \\ |m+14| \le 30 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 16$$

Suy ra $S=\sum_{x=1}^{16} x = 136$.

**Câu 12:** Cho hàm số $y=-x^3+4x^2+1$ có đồ thị là $(C)$ và điểm $M(m;1)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của $m$ để qua $M$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ bằng

**A.** 5. **B.** $\frac{40}{9}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{20}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ đi qua $M(m;1)$ và có hệ số góc $k$ là: $y=k(x-m)+1$.

Để qua $M$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$ điều kiện là hệ phương trình sau có đúng hai nghiệm $x$ phân biệt

$$(I) \begin{cases} -x^3+4x^2+1=k(x-m)+1 \\ \left(-x^3+4x^2+1\right)'=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3+4x^2+1=k(x-m)+1 & (1) \\ -3x^2+8x=k & (2) \end{cases}$$

Thay $(2)$ vào $(1)$ ta được

$$-x^3+4x^2+1=\left(-3x^2+8x\right)(x-m)+1$$

$$\Leftrightarrow x\left[2x^2-(3m+4)x+8m\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2-(3m+4)x+8m=0 \quad (3) \end{array}\right.$$

Như vậy, hệ $(I)$ có đúng hai nghiêm khi và chỉ khi phương trình $(3)$ có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm khác 0; hoặc phương trình $(3)$ có nghiệm duy nhất khác 0.

Phương trình $(3)$ có nghiệm $x=0$ khi và chỉ khi $m=0$. Khi đó, phương trình $(3)$ trở thành

$$2x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.;$$

Do đó $m=0$ thỏa mãn.

Phương trình $(3)$ có nghiệm duy nhất khác 0 điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta=(3m+4)^2-4.2.8m=0 \\ \frac{3m+4}{4} \ne 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (3m+4)^2 - 4.2.8m = 0 \\ \dfrac{3m+4}{4} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = \dfrac{4}{9} \end{cases}.$$

Như vậy $S = \left\{0; \dfrac{4}{9}; 4\right\}$.

Tổng giá trị tất cả các phần tử của $S$ là $0 + \dfrac{4}{9} + 4 = \dfrac{40}{9}$.

**Câu 13:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ \| $-\infty$ | ↗ | $-1$ |

Gọi $k$, $l$ lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

**A.** $k + l = 2$. **B.** $k + l = 3$. **C.** $k + l = 4$. **D.** $k + l = 5$.

**Câu 14:** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ \| $-\infty$ | ↗ | $-1$ |

Gọi $k$, $l$ lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

**A.** $k + l = 2$. **B.** $k + l = 3$. **C.** $k + l = 4$. **D.** $k + l = 5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì phương trình $f(x) = 2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

Mặt khác, ta có:

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x) - 2018} = -\dfrac{1}{2019}$ nên đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2019}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2018}$.

Và $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x) - 2018} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2018}$.

Vậy $k+l=5$.

**Câu 15:** Cho $x$, $y$ là các số thực thỏa mãn $(x-3)^2+(y-1)^2=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{3y^2+4xy+7x+4y-1}{x+2y+1}$ là

**A.** $3$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{114}{11}$. **D.** $\sqrt{3}$.

----------**HẾT**----------

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | A | A | D | B | C | C | A | B | A | A | B | C | A | B | C | C | B | D | C | A | C | C | C | A |
| **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** | **41** | **42** | **43** | **44** | **45** | **46** | **47** | **48** | **49** | **50** |
| B | B | C | B | A | D | B | A | D | C | D | A | B | A | D | B | C | C | D | A | C | C | A | C | A |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 16:** Cho $x$, $y$ là các số thực thỏa mãn $(x-3)^2+(y-1)^2=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{3y^2+4xy+7x+4y-1}{x+2y+1}$ là

**A.** $3$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{114}{11}$. **D.** $\sqrt{3}$.

### Hướng dẫn giải

**Chọn A**

Theo giả thiết, ta có $(x-3)^2+(y-1)^2=5 \Leftrightarrow x^2+y^2=6x+2y-5$.

Đặt $t=x+2y+1$, ta có $|t-6|=|(x-3)+2(y-1)| \le \sqrt{(1^2+2^2)\left[(x-3)^2+(y-1)^2\right]}$

$\Leftrightarrow |t-6| \le 5$ hay $t \in [1;11]$.

Mặt khác, $t^2=(x+2y+1)^2 \Leftrightarrow t^2=(x^2+y^2)+3y^2+4xy+2x+4y+1$

$\Leftrightarrow t^2=(6x+2y-5)+3y^2+4xy+2x+4y+1 \Leftrightarrow t^2=(3y^2+4xy+7x+4y-1)+(x+2y+1)-4$

Suy ra $3y^2+4xy+7x+4y-1=t^2-t+4$.

Khi đó, $P=\dfrac{t^2-t+4}{t}=t+\dfrac{4}{t}-1\geq 2\sqrt{t.\dfrac{4}{t}}-1=3$, với mọi $t\in[1;11]$.

Vậy $\min P=3$ khi $t=2$. Suy ra $x=1$, $y=0$ hoặc $x=\dfrac{17}{5}$, $y=-\dfrac{6}{5}$.

----------**HẾT**----------

**Câu 17:** Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi $M$, $m$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a$ thuộc $[-4;4]$ sao cho $M\leq 2m$?

**A.** 7. **B.** 5. **C.** 6 **D.** 4.

----------**HẾT**----------

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | C | B | B | A | C | D | A | A | A | D | D | C | C | B | A | C | D | B | C | D | B | B | D | B |

| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | D | C | C | C | A | B | C | A | D | B | A | D | D | A | B | C | B | A | A | A | C | D | B | A |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 18:** Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi $M$, $m$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a$ thuộc $[-4;4]$ sao cho $M\le 2m$?

**A.** 7. **B.** 5. **C.** 6 **D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Xét hàm số $g(x)=x^3-4x^3+4x^2+a$ trên $[0;2]$.

$g'(x)=4x^3-12x^2+8x$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$; $g(0)=a$, $g(1)=a+1$, $g(2)=a$.

Suy ra: $a\le g(x)\le a+1$.

TH1: $0\le a\le 4\Rightarrow a+1\ge a>0\Rightarrow M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=a+1$; $m=\min\limits_{[0;2]}f(x)=a$.

Suy ra: $\begin{cases}0\le a\le 4\\a+1\le 2a\end{cases}\Rightarrow 1\le a\le 4$. Do đó: có 4 giá trị của $a$ thỏa mãn.

TH2: $-4\le a\le -1\Rightarrow a\le a+1\le -1\Rightarrow |a+1|\le |a|$

$\Rightarrow M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=|a|=-a$; $m=\min\limits_{[0;2]}f(x)=|a+1|=-a-1$.

Suy ra: $\begin{cases}-4\le a\le -1\\-a\le -2a-2\end{cases}\Rightarrow -4\le a\le -2$. Do đó: có 3 giá trị của $a$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 7 giá trị thỏa mãn.

.

----------**HẾT**----------

**Câu 19:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0)=3$, $f'(2)=-2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f(x+2017)+2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;-2017)$. **B.** $(2017;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2017;0)$.

**Câu 20:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0)=3$, $f'(2)=-2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

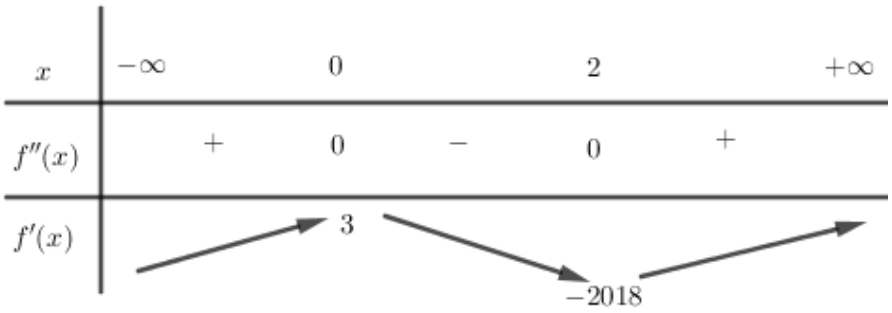
Hàm số $y=f(x+2017)+2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(-\infty;-2017)$. **B.** $(2017;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2017;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

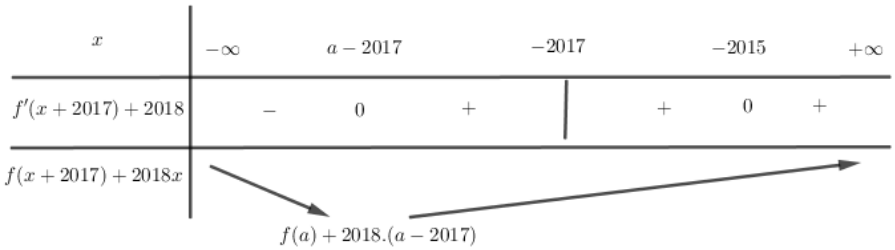
Ta có bảng biến thiên




$y = f\left(x+2017\right)+2018x \Rightarrow y' = f'\left(x+2017\right)+2018.$

$y' = 0 \Leftrightarrow f'\left(x+2017\right) = -2018 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2017 = 2 \\ x+2017 = a < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2015 \\ x = a-2017 < -2017 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên




Hàm số $y = f\left(x+2017\right)+2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = a-2017 \in \left(-\infty;-2017\right)$.

**Câu 21:** Cho hàm số $y = x^2 + m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính $S$.

**A.** 960. **B.** 986. **C.** 984. **D.** 990.

**Câu 22:** Cho hàm số $y = x^2 + m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính $S$.

**A.** 960. **B.** 986. **C.** 984. **D.** 990.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt $\sqrt{2018-x^2} = t; 0 \le t \le \sqrt{2018}$

Khi đó $y = x^2 + m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021 = -t^2 + m\left(t+1\right)-3 = -t^2 + mt + m - 3 (*)$;

Theo đề bài, để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ cần có 1 nghiệm dương thỏa mãn $0 \le t < \sqrt{2018}$

TH1: $(*)$ có 1 nghiệm kép. $\Delta = m^2 - 4m + 12 = 0$ (loại)

TH2: $(*)$ có 2 nghiệm trái dấu. $-\left(m-3\right) < 0 \Leftrightarrow m > 3 \ (1)$

$(*)$ có 1 nghiệm dương trên khoảng $0 \le t < \sqrt{2018}$ nên ta xét GTLN của $m$ với $0 \le t < \sqrt{2018}$

$y = 0 \Leftrightarrow -t^2 + mt + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{t^2+3}{t+1} \forall t \in \left[0;\sqrt{2018}\right)$

Xét hàm $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$, $\forall x \in \left[0;\sqrt{2018}\right)$, ta có $y' = \dfrac{x^2+2x-3}{\left(x+1\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Lập BBT ta có

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | $0$ | $1$ | $\sqrt{2018}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ |
| $y$ | | $\searrow$ | | $3$ | $\searrow$ $2$ $\nearrow$ | $\frac{2021}{\sqrt{2018}+1}$ |

$\Rightarrow 3 < m < \dfrac{2021}{\sqrt{2018}+1} \approx 44,009 \Rightarrow S = \sum_{i=4}^{44} i = 984$

**Câu 23:** Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0;1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

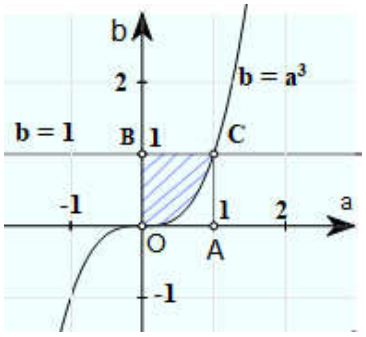
**A.** $P = \dfrac{1}{4}$. **B.** $P = \dfrac{1}{2}$. **C.** $P = \dfrac{2}{3}$. **D.** $P = \dfrac{3}{4}$.

**Câu 24:** Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0;1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

**A.** $P = \dfrac{1}{4}$. **B.** $P = \dfrac{1}{2}$. **C.** $P = \dfrac{2}{3}$. **D.** $P = \dfrac{3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




+) Xét $y = 2x^3 - 3ax^2 + b$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6x(x-a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = a \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0)y(a) \ge 0 \Leftrightarrow b(b - a^3) \ge 0$.

Mà $b \in [0;1]$ nên $b(b-a^3) \ge 0 \Leftrightarrow b \ge a^3$.

Ta thấy việc chọn ngẫu nhiên hai số $a$, $b \in [0;1]$ chính là việc chọn ngẫu nhiên một điểm $M(a;b)$ ***khi xét trên hệ trục tọa độ*** $Oab$**.**

+) Gọi $A$ là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta có $\Omega$ là tập hợp các điểm $M(a;b)$ sao cho $a$, $b \in [0;1]$ và chính là các điểm thuộc hình vuông $OACB$ trên hình vẽ, do đó $|\Omega| = S_{OACB} = 1$.

+) $\Omega(A)$ là tập hợp các điểm thuộc hình phẳng $(H)$ giới hạn bởi các đồ thị $b = 1$, $b = a^3$, $a = 0$ (phần gạch chéo trên đồ thị). Xét phương trình hoành độ giao điểm $a^3 = 1 \Leftrightarrow a = 1$

$\Rightarrow |\Omega(A)| = \displaystyle\int_0^1 |1 - a^3| \,\mathrm{d}a = \left| \int_0^1 (1 - a^3) \,\mathrm{d}a \right| = \left( a - \frac{a^4}{4} \right)\Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{\dfrac{3}{4}}{1}=\dfrac{3}{4}$.

**Câu 25:** Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm là một khoảng có dạng $(a;b)$. Tính tổng $S=a^2+b^2$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 10.

**Câu 26:** Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm là một khoảng có dạng $(a;b)$. Tính tổng $S=a^2+b^2$.

**A.** 1. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 10.

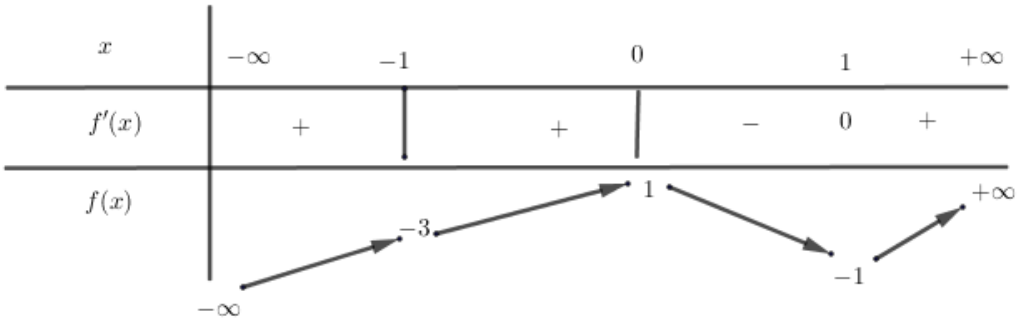
**Lời giải**

**Câu này sửa đề lại: Từ 8 nghiệm thành 6 nghiệm.**

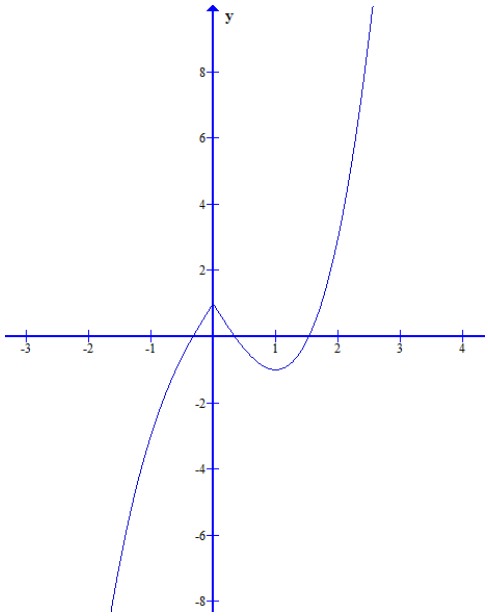
**Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=x^3-3|x|+1=\begin{cases}x^3-3x+1 & khi\ x\ge 0\\ x^3+3x+1 & khi\ x<0\end{cases}$

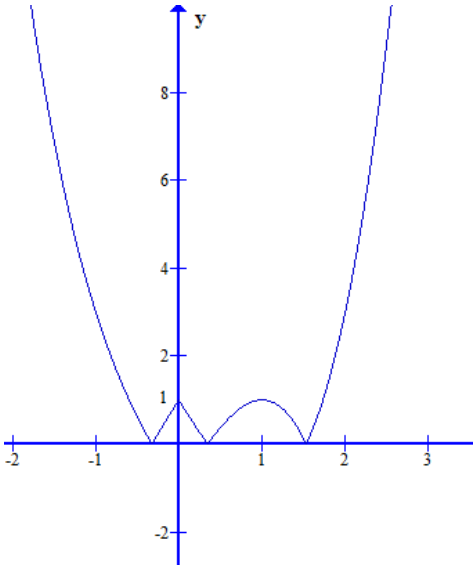
Ta có bảng biến thiên




Do đó ta có đồ thị của hàm số $f(x)=x^3-3|x|+1$.




Suy ra đồ thị hàm số $(C):y=f(x)=\left|x^3-3|x|+1\right|$




Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ là số giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=m-1$.

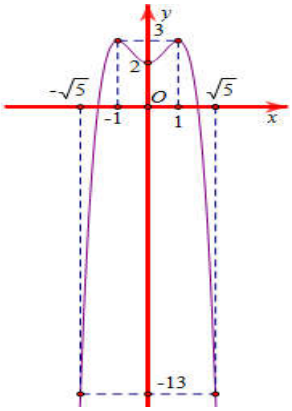
Để phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm thì $d$ cắt $(C)$ tại 6 điểm

$0<m-1<1 \Leftrightarrow 1<m<2$. Vậy $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ suy ra $S=a^2+b^2=5$.

**Câu 27:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$.

**A.** $-1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ 0\le m<2 \end{array}\right.$.

**Câu 28:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ




Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với $m$ là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x)\le 0$, $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

**A.** $m\ge\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m\ge\dfrac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)$. **C.** $m\ge\dfrac{2}{3}f(0)$. **D.** $m\le\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

**Câu 29:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$.

**A.** $-1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ 0\le m<2 \end{array}\right.$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Đặt $t=\tan x$, vì $x\in\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)\Rightarrow t\in(-1;0)$. Khi đó ta có $t'_x=\dfrac{1}{\cos^2 x}>0\,\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$.

Do đó tính đồng biến của hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ giống như hàm số $f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$ $\forall t\in(-1;0)$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

Ta có $f'(t)=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số $y$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t)>0$ $\forall t\in(-1;0)$

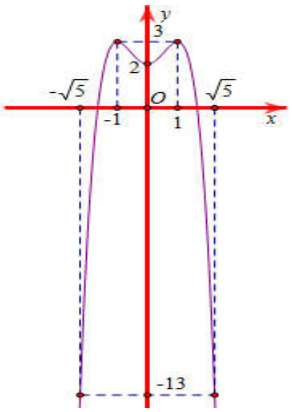
$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2}>0\ \forall t\in(-1;0)\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m\notin(-1;0) \end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<2 \\ m\le -1 \\ m\ge 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1]\cup[0;2)$$

**CASIO:** Đạo hàm của hàm số ta được $y'=\dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}(\tan x-m)-(\tan x-2)\dfrac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x-m)^2}$

Ta nhập vào máy tính thằng $y'$\CALC\Calc $x=-\dfrac{\pi}{8}$ ( Chọn giá trị này thuộc $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$ )

\ =\ $m$ = ? 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

**Câu 30:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



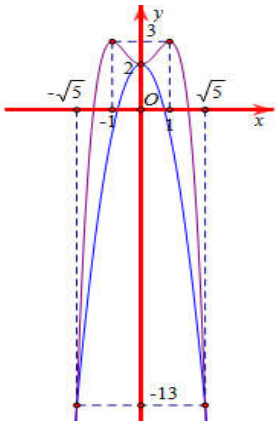

Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với $m$ là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x)\le 0$, $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

**A.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(-\sqrt{5}\right)$. **C.** $m \ge \frac{2}{3} f(0)$. **D.** $m \le \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

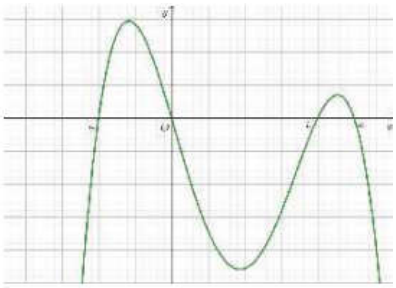
Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 6x^2 - 4$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3x^2 + 2 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{5}$




Ta thấy $g'(x) \ge 0$, $\forall x \in \left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

Do đó, để $g(x) \le 0$, $\forall x \in \left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ thì $\max\limits_{\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]} g(x) \le 0 \Leftrightarrow g\left(\sqrt{5}\right) \le 0 \Leftrightarrow m \ge \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$.

**Câu 31:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a$, $0$, $b$, $c$ với $a < 0 < b < c$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng

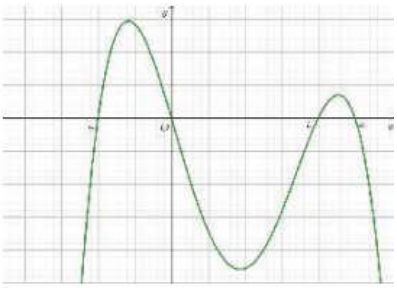
**A.** $f(a) > f(c) > f(b)$. **B.** $f(a) > f(b) > f(c)$.

**C.** $f(c) > f(a) > f(b)$. **D.** $f(b) > f(a) > f(c)$.

**Câu 32:** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với $k$ là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

**A.** 122. **B.** 120. **C.** 365. **D.** 363.

**Câu 33:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a$, $0$, $b$, $c$ với $a < 0 < b < c$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng

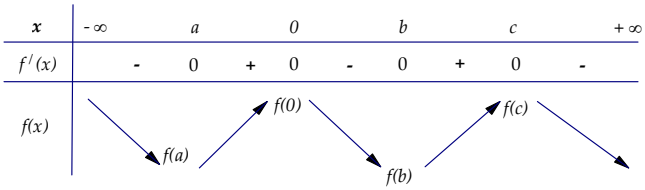
**A.** $f(a)>f(c)>f(b)$.  **B.** $f(a)>f(b)>f(c)$.

**C.** $f(c)>f(a)>f(b)$.  **D.** $f(b)>f(a)>f(c)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có bảng biến thiên




Suy ra $f(c)>f(b)$ (1)

Gọi $S_1$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f'(x)$, đường thẳng $x=a$, $x=0$.

$S_2$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f'(x)$, đường thẳng $x=0$, $x=b$.

$S_3$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f'(x)$, đường thẳng $x=b$, $x=c$.

Vì $S_1+S_3<S_2 \Leftrightarrow \int_a^0 |f'(x)|\mathrm{d}x+\int_b^c |f'(x)|\mathrm{d}x<\int_0^b |f'(x)|\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_a^0 f'(x)\mathrm{d}x+\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x<-\int_0^b f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow f(0)-f(a)+f(c)-f(b)<-f(b)+f(0)$

$\Leftrightarrow f(a)>f(c)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(a)>f(c)>f(b)$.

**Câu 34:** Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với $k$ là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

**A.** 122.  **B.** 120.  **C.** 365.  **D.** 363.

**Lời giải**

**Chọn A**

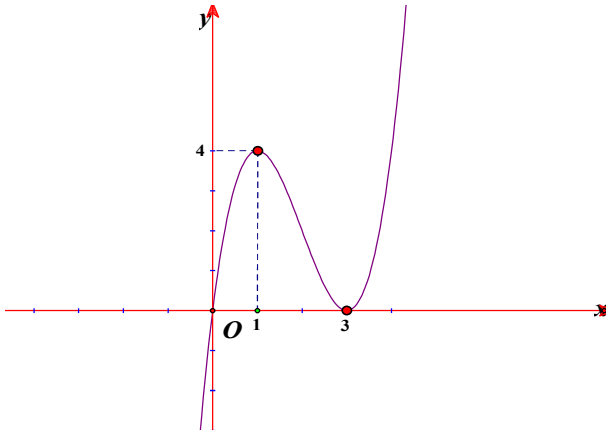
Nhận xét:

+ Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ như sau:

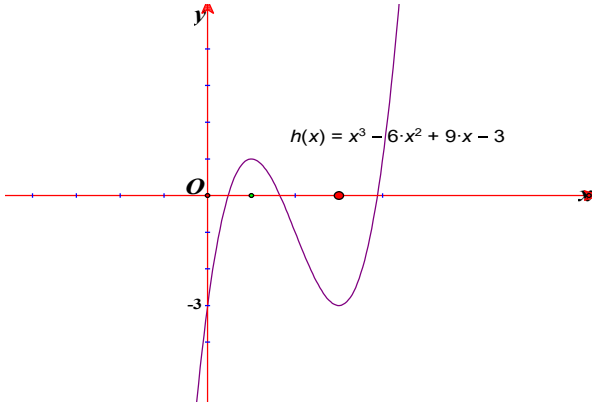
$f'(x)=3x^2-12x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow f(1)=4 \\ x=3\Rightarrow f(3)=0 \end{array}\right.$. Lại có $\left\{\begin{array}{l} f(0)=0 \\ f(4)=4 \end{array}\right.$.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn đi qua gốc tọa độ.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn tiếp xúc với trục $Ox$ tại điểm $(3;0)$.




+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-3$ có $g'(x)=f'(x)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $g(0)=-3$ nên bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Suy ra phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.




+ Tổng quát: xét hàm số $h(x)=f(x)-a$, với $0<a<4$.

Lập luận tương tự như trên:

- $h(0)=-a<0$ và $h(1)>0$; $h(4)<4$ .

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới $a$ đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=h(x)$. Suy ra phương trình $h(x)=0$ luôn có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.

Khi đó,

+ Ta có $f(x)=x^3-6x^2+9x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

+ $f^2(x)=f(f(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=3\end{array}\right.$. Theo trên, phương trình $f(x)=3$ có có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Nên phương trình $f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^3(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^2(x)=0\\f^2(x)=3\end{array}\right.$.

$f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm.

$f^2(x)=f\left(f(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f(x)=a$, với $a\in(0;4)$ lại có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^2(x)=3$ có tất cả $9$ nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình $f^3(x)=0$ có $3^2+3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^4(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^3(x)=0\\f^3(x)=3\end{array}\right.$.

$f^3(x)=0$ có $9+3+2$ nghiệm.

$f^3(x)=f\left(f^2(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^2(x)=b$, với $b\in(0;4)$ lại có $9$ nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^3(x)=3$ có tất cả $9.3$ nghiệm phân biệt.

+ $f^5(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^4(x)=0\\f^4(x)=3\end{array}\right.$.

$f^4(x)=0$ có $3^3+9+3+2$ nghiệm.

$f^4(x)=f\left(f^3(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^3(x)=c$, với $c\in(0;4)$ lại có $27$ nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^4(x)=3$ có tất cả $27.3$ nghiệm phân biệt.

Vậy $f^5(x)$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

**Câu 35:** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3-m$, với $m$ là tham số. Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2;-2)$. Tổng tất cả các số $m$ để ba điểm $I$, $A$, $B$ tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

**A.** $-\frac{2}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{14}{17}$. **D.** $\frac{20}{17}$.

**----------HẾT----------**

**BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 199**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | D | D | C | D | B | A | A | D | B | A | C | A | A | B | A | A | B | A | D | B | B | B | C | C |

| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | A | A | B | C | A | C | C | B | B | C | C | C | D | A | D | A | C | C | D | D | A | A | B | D |

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 36:** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3-m$, với $m$ là tham số. Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I\left(2;-2\right)$. Tổng tất cả các số $m$ để ba điểm $I$, $A$, $B$ tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

**A.** $-\frac{2}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{14}{17}$. **D.** $\frac{20}{17}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3x^2-6mx+3m^2-3=3\left[\left(x-m\right)^2-1\right]$; $2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m+1\\x=m-1\end{array}\right.$.

Do đó, hàm số luôn có hai cực trị với mọi $m$.

Giả sử $A\left(m+1;-4m-2\right)$; $B\left(m-1;-4m+2\right)$. Ta có $AB=2\sqrt{5}$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Mặt khác, vì $\Delta IAB$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R=\sqrt{5}$ nên từ $\frac{AB}{\sin\widehat{AIB}}=2R$ suy ra

$\sin\widehat{AIB}=\frac{AB}{2R}=1\Rightarrow\widehat{AIB}=90^\circ$ hay $\Delta AIB$ vuông tại $I$.

Gọi $M$ là trung điểm $AB$, ta có $M\left(m;-4m\right)$ và $IM=\frac{1}{2}AB\Leftrightarrow IM^2=\frac{AB^2}{4}=5$

$\Leftrightarrow\left(m-2\right)^2+\left(-4m+2\right)^2=5\Leftrightarrow17m^2-20m+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\frac{3}{17}\end{array}\right.$.

Tổng tất cả các số $m$ bằng $1+\frac{3}{17}=\frac{20}{17}$.

**Câu 37:** ----------HẾT----------Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k\left(x\right)=f\left(f^{k-1}\left(x\right)\right)$ với $k$ là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6\left(x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt?

**A.** 365. **B.** 1092. **C.** 1094. **D.** 363.

**Câu 38:** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k\left(x\right)=f\left(f^{k-1}\left(x\right)\right)$ với $k$ là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6\left(x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

**A.** 365. **B.** 1092. **C.** 1094. **D.** 363.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:**

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$. Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $4$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| $f(x)$ | | ↗ | $4$ | ↘ | | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | |

Từ bảng biến thiên ta có:

$$f^k(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^{k-1}(x)=0\\f^{k-1}(x)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^{k-2}(x)=0\\f^{k-2}(x)=3\\f^{k-1}(x)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f'(x)=3\\f^2(x)=3\\f^3(x)=3\\\vdots\\f^{k-1}(x)=3\end{array}\right.$$

Bài toán sẽ được giải quyết nếu tìm được số nghiệm của phương trình $f^k(x)=3$.

+ Phương trình $f(x)=3$ có ba nghiệm thuộc $(0;4)$.

+ Phương trình $f^2(x)=f\left(f(x)\right)=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=x_1\in(0;1)\subset(0;4)\\f(x)=x_2\in(1;3)\subset(0;4)\\f(x)=x_3\in(3;4)\subset(0;4)\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta có với mỗi giá trị $x_1,x_2,x_3\in(0;4)$ phương trình $f(x)=x_i, i=\overline{1,3}$ có ba nghiệm thuộc $(0;4)$.

Như vậy phương trình $f^2(x)=3$ có 9 nghiệm thuộc $(0;4)$.

+ Bằng quy nạp ta chứng minh được phương trình $f^k(x)=3$ có $3^k$ nghiệm thuộc $(0;4)$.

Từ đó, số nghiệm của phương trình $f^k(x)=0$ là $2+3+3^2+\ldots+3^{k-1}=2+3\dfrac{3^{k-1}-1}{2}$.

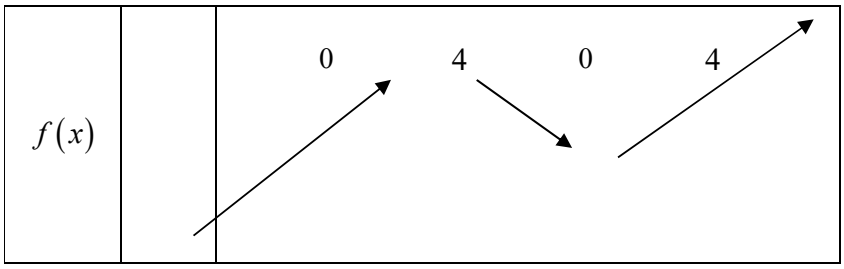
Vậy số nghiệm của phương trình $f^6(x)=0$ là $2+3\dfrac{3^{6-1}-1}{2}=365$.

**Bài toán tổng quát:** Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với $k$ là số tự nhiên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^n(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

**Lời giải: (Cách 2)**

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$. Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $4$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |




Gọi $a_k;b_k$ lần lượt là số nghiệm của phương trình $f^k(x)=0;f^k(x)=3$

Từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases}a_k=a_{k-1}+b_{k-1}\\ b_k=3^k\end{cases}\Rightarrow a_k=a_{k-1}+3^{k-1}$

Do đó $a_n=a_1+3^{n-1}+3^{n-2}+...+3=2+\dfrac{3^n-3}{2}=\dfrac{3^n+1}{2}$ (Vì $a_1=2$)

Vậy phương trình $f^n(x)=0$ có $\dfrac{3^n+1}{2}$ nghiệm.

**Cách 3**:

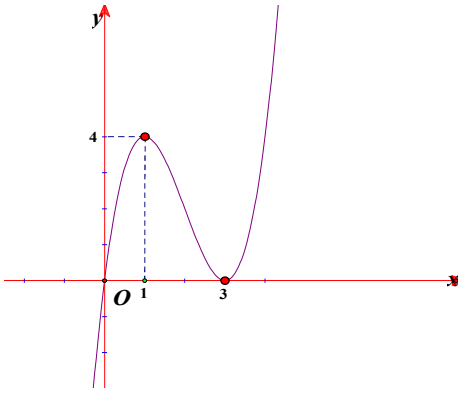
Nhận xét:

+ Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ như sau:

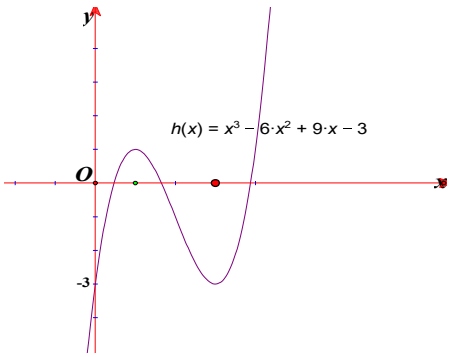
$f'(x)=3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow f(1)=4\\ x=3\Rightarrow f(3)=0\end{array}\right.$. Lại có $\begin{cases}f(0)=0\\ f(4)=4\end{cases}$.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn đi qua gốc tọa độ.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn tiếp xúc với trục $Ox$ tại điểm $(3;0)$.




+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-3$ có $g'(x)=f'(x)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $g(0)=-3$ nên bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Suy ra phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.




+ Tổng quát: xét hàm số $h(x)=f(x)-a$, với $0<a<4$.

Lập luận tương tự như trên:

- $h(0)=-a<0$ và $h(1)>0$; $h(4)<4$.

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới $a$ đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=h(x)$. Suy ra phương trình $h(x)=0$ luôn có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.

Khi đó,

+ Ta có $f(x)=x^3-6x^2+9x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

+ $f^2(x)=f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=3 \end{array}\right.$. Theo trên, phương trình $f(x)=3$ có có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Nên phương trình $f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^3(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^2(x)=0 \\ f^2(x)=3 \end{array}\right.$.

$f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm.

$f^2(x)=f(f(x))=3$ có ba nghiệm dương $f(x)$ phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f(x)=a$, với $a\in(0;4)$ lại có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^2(x)=3$ có tất cả $9$ nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình $f^3(x)=0$ có $3^2+3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^4(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^3(x)=0 \\ f^3(x)=3 \end{array}\right.$.

$f^3(x)=0$ có $9+3+2$ nghiệm.

$f^3(x)=f\left(f^2(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f^2(x)$ phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^2(x)=b$, với $b\in(0;4)$ lại có 9 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^3(x)=3$ có tất cả $9.3$ nghiệm phân biệt.

+ $f^5(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^4(x)=0\\f^4(x)=3\end{array}\right.$.

$f^4(x)=0$ có $3^3+9+3+2$ nghiệm.

$f^4(x)=f\left(f^3(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f^3(x)$ phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^3(x)=c$, với $c\in(0;4)$ lại có 27 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^4(x)=3$ có tất cả $27.3$ nghiệm phân biệt. Vậy $f^5(x)=0$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

+ $f^6(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^5(x)=0\\f^5(x)=3\end{array}\right.$.

$f^5(x)=0$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

$f^5(x)=f\left(f^4(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f^4(x)$ phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^4(x)=c$, với $c\in(0;4)$ lại có 81 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^5(x)=3$ có tất cả $81.3$ nghiệm phân biệt.

Vậy $f^6(x)$ có $3^5+3^4+3^3+3^2+3+2=365$ nghiệm.

**Câu 39:** Cho đồ thị $(C):y=\dfrac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}$. Gọi $M(0;m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$. Biết tập hợp các giá trị của $m$ là nửa khoảng $(a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

**A.** $1$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-1$.

**Câu 40:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $a>0$, $d>2018$, $a+b+c+d-2018<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2018\right|$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

**Câu 41:** Cho đồ thị $(C):y=\dfrac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}$. Gọi $M(0;m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị $(C)$. Biết tập hợp các giá trị của $m$ là nửa khoảng $(a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

**A.** $1$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

- Ta có: $y' = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

- Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $M(0;m)$ và có hệ số góc là $k \Rightarrow \Delta : y = kx + m$

- Đường thẳng $\Delta$ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \sqrt{x^2+x+1} = kx + m \\ k = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \sqrt{x^2+x+1} = \frac{x}{2} + \frac{2x^2+x}{2\sqrt{x^2+x+1}} + m \Leftrightarrow \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}} = m \quad (1).$$

Hệ phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi $(1)$ có nghiệm.

- Xét hàm số: $f(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ trên $\mathbb{R}$,

có $f'(x) = \frac{-3x}{4(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\frac{1}{2}$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $\frac{1}{2}$ |

Dựa vào BBT ta thấy: phương trình $(1)$ có nghiệm $-\frac{1}{2} < m \le 1$ hay $m \in \left(-\frac{1}{2};1\right]$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy $a + b = \frac{1}{2}$.

**Câu 42:** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a > 0$, $d > 2018$, $a + b + c + d - 2018 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2018 = ax^3 + bx^2 + cx + d - 2018$.

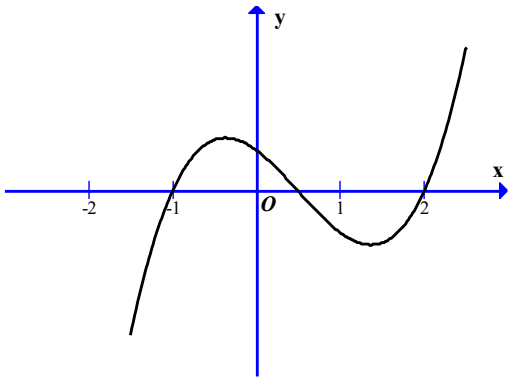
Ta có: $\begin{cases} g(0) = d - 2018 \\ g(1) = a + b + c + d - 2018 \end{cases}$.

Theo giả thiết, ta được $\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(1) < 0 \end{cases}$.

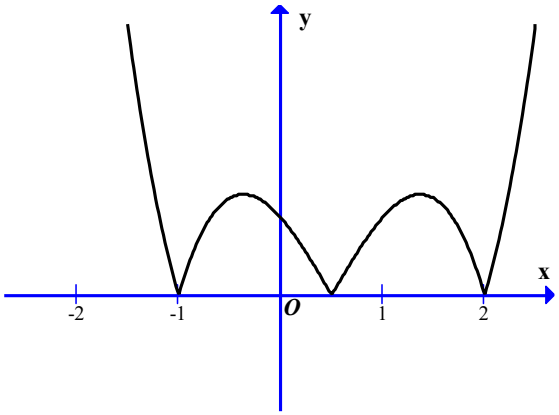
- Lại do: $a > 0$ nên $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \exists \beta > 1 : g(\beta) > 0$ và $\Rightarrow \exists \alpha < 0 : g(\alpha) < 0$.

Do đó: $\begin{cases} g(\alpha).g(0)<0 \\ g(0).g(1)<0 \\ g(1).g(\beta)<0 \end{cases} \Rightarrow g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(\alpha;\beta)$.

Hay hàm số $y=g(x)$ có đồ thị dạng




Khi đó đồ thị hàm số $y=|g(x)|$ có dạng




Vậy hàm số $y=|f(x)-2018|$ có 5 điểm cực trị.

**Câu 43:** Cho phương trình $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)\left(m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x^2-x}\right)=1$, với $m$ là tham số thực. Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** 11. **B.** 9. **C.** 20. **D.** 4.

**Câu 44:** Cho phương trình $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)\left(m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x^2-x}\right)=1$, với $m$ là tham số thực. Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** 11. **B.** 9. **C.** 20. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện $x>1$.

Ta có $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)\left(m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x^2-x}\right)=1$

$\Leftrightarrow m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x^2-x}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$

$\Leftrightarrow m+\dfrac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x-1}}+16\dfrac{\sqrt[4]{x^2-x}}{\sqrt{x}}=1-\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow m=-16\dfrac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x}}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}+1 \ (1)$.

Đặt $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x}}$, khi $x>1$ ta có $0<t<1$.

Xét hàm số $f(t)=-16t-\dfrac{1}{t^2}+1$ trên khoảng $(0;1)$ ta có $f'(t)=-16+\dfrac{2}{t^3}$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

| $t$ | $0$ | | $\dfrac{1}{2}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $-\infty$ | ↗ | $-11$ | ↘ | $-16$ |

Từ đó ta thấy, phương trình $(1)$ có hai nghiệm thực phân biệt khi $-16<m<-11$.

Do đó có $4$ giá trị nguyên của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.