

MA TRẬN BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ THI GIỮA KỲ 1 NĂM 2025-2026

MÔN : TOÁN

Chương	Chủ đề	Cấp độ tư duy-Năng lực									Tổng
		Phần I			Phần II			Phần III			
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	
Chương I	Tính đơn điệu, cực trị của hàm số	2T	1T		4T	1T				1G	9
	GTLN, NN hàm số	1T			1T	1T				1G, 1M	5
	Đường tiệm cận của ĐTHS		1T		2T	1T					4
	Khảo sát sự BT và vẽ ĐTHS	1T	1 T			2T				1M	5
Chương II	Véc tơ và các phép toán véc tơ	1T			1T					1G	3
	Tọa độ của véc tơ	2T				2T					4
	Biểu thức tọa độ của phép toán véc tơ	2T				1T				1M	4
Tổng		9	3	0	8	8	0	0	0	6	34
Tổng điểm		3 điểm			4 điểm			3 điểm			10 điểm

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$							

$-\infty \nearrow 2 \searrow -5 \nearrow +\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A.** 0. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A.** $P = -3$ **B.** $P = -1$ **C.** $P = -\frac{13}{5}$ **D.** $P = -5$

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A.** $\max_{[-2; 2]} y = 3$. **B.** $\max_{[-2; 2]} y = 34$. **C.** $\max_{[-2; 2]} y = 10$. **D.** $\max_{[-2; 2]} y = 30$.

Câu 5: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx + 3}{2x - 2024}$ đi qua điểm $M(1; 2)$?

- A.** $m = -2$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -4$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau là đúng.

- A.** $\overline{AB} = \overline{CD}$. **B.** $\overline{AC} = \overline{C'A'}$. **C.** $\overline{AA'} = \overline{B'B}$. **D.** $\overline{BD} = \overline{B'D'}$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Số đo góc giữa hai vectơ $\overline{AD}$ và $\overline{BG}$ là

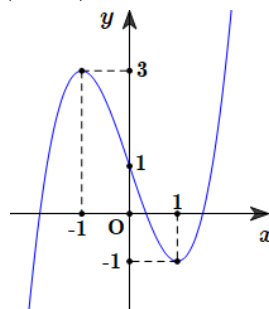
- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 135° .

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A.** $M(0; 2; 3)$. **B.** $N(1; 0; 3)$. **C.** $P(1; 0; 0)$. **D.** $Q(0; 2; 0)$.

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A.** $y = x^3 - 3x + 1$.
B. $y = x^3 - 3x - 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.
D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.



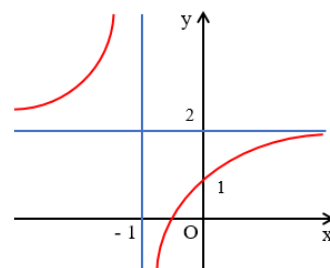
Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. B. $G(2;-1;2)$. C. $G(2;1;2)$. D. $G(6;3;6)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là

đúng

- A. $a < b$.
B. $ab < 0$.
C. $ab > 0$.
D. $b < a < 0$.



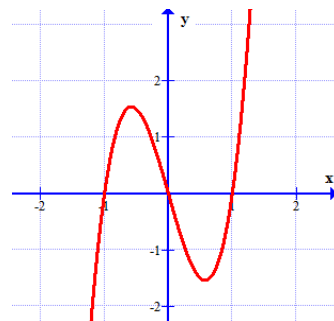
Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2025)(x^2-4x+4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

- a) Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.
b) $f(2025) > f(2024)$.
c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
d) $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0)$.



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

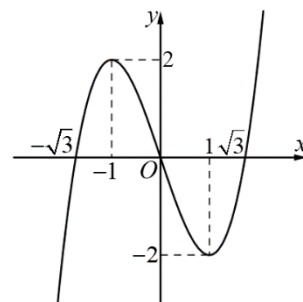
x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$						
y'	-		+	0	-		+				
y	$m-1$	$\swarrow$	$-\infty$	-5	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5	$-\infty$	$\nearrow$	$3-m$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
b) $f'(x) = 3x^2 + 3$.
c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.
d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình 1.



Hình 1

Câu 4. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (tham khảo hình). Sử dụng công thức

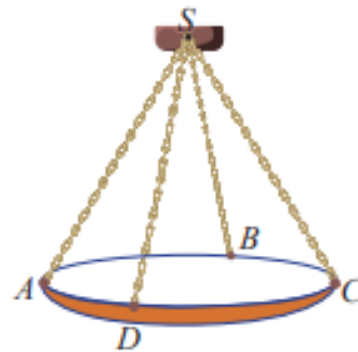
$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$, để tính trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiều đèn chùm.

a) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiều đèn chùm là $50N$

b) Tam giác SBD là tam giác đều

c) $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 3\vec{SO}$ với O là tâm hình vuông $ABCD$

d) Độ lớn lực căng cho mỗi sợi xích là $10N$



Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 3)$, $B(-1; -1; 2)$ và $C(-3; -2; 2)$.

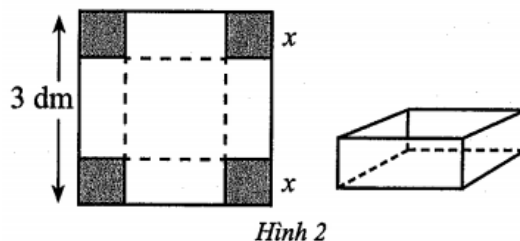
Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150m$ về phía nam và $200m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50m$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180m$ về phía bắc và $240m$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\overrightarrow{AB} = m\vec{i} + n\vec{j} + r\vec{k}$, giá trị của $P = m + n + r$ bằng bao nhiêu?

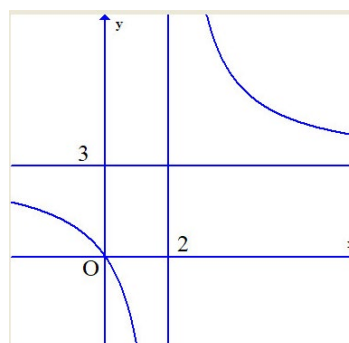
Câu 4: Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a \sin x + b \cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

Câu 5: Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh $3dm$. Bóc từng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(dm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(dm)$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?



Câu 6 : Cho hàm số $y = \frac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như Hình 12.

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



.....HẾT.....

Đáp án

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	D	D	D	B	D	B	A	A	C	C	D

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Ý	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	Đ
Câu 2	S	Đ	S	S
Câu 3	Đ	S	S	Đ
Câu 4	Đ	Đ	S	S

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
-0,8	-0,5	550	-3	2	50

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3), B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$. Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Lời giải

Trả lời: -0,8

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (2; 0; 1), \overrightarrow{BC} = (-2; -1; 0)$.

Suy ra $\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{2 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = -0,8$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -0,5

Vì $MN \parallel A'C'$ nên $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{C'B}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{C'B}) = 180^\circ - \widehat{A'C'B} = 120^\circ$.

Ta có: $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}, C'B = a\sqrt{2}$. Suy ra

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{C'B}| \cdot \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{C'B}) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 120^\circ = -0,5a^2.$$

Vậy $n = -0,5$.

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\overrightarrow{AB} = m\vec{i} + n\vec{j} + r\vec{k}$, giá trị của $P = m + n + r$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 550

Ta có: Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50), (-180; -240; 60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$$\overrightarrow{AB} = (-330; -440; 10) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -330\vec{i} - 440\vec{j} + 10\vec{k} \Rightarrow P = -330 - 440 + 10 = -760$$

Câu 4: Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a \sin x + b \cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

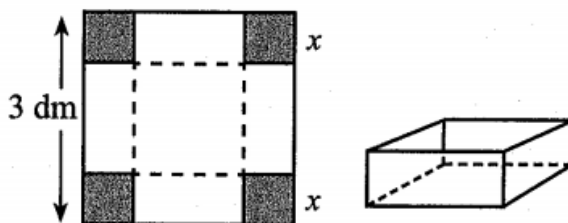
Lời giải

Trả lời: -3

Ta có: $(\sin x + \cos x)' = (\sin x)' + (\cos x)' = \cos x - \sin x = (-1) \cdot \sin x + 1 \cdot \cos x$.

Suy ra $a = -1, b = 1$. Vậy $a - 2b = -3$.

Câu 5. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng x (dm), rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Hình 2

Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo x (dm). Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy độ dài x (dm) của cạnh hình vuông bị cắt thỏa mãn điều kiện $0 < x < 1,5$.

Thể tích của khối hộp là $V(x) = x(3 - 2x)^2$ với $0 < x < 1,5$.

Ta phải tìm $x_0 \in (0; 1,5)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Ta có: $V'(x) = (3 - 2x)^2 - 4x(3 - 2x) = (3 - 2x)(3 - 6x) = 3(3 - 2x)(1 - 2x)$.

Trên khoảng $(0; 1,5)$, $V'(x) = 0$ khi $x = 0,5$.

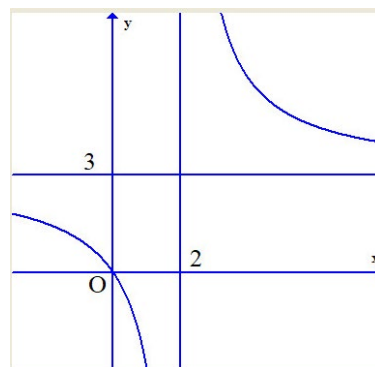
Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	0,5	1,5	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0			0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 1,5)$, hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 0,5$. Vậy giá trị lớn nhất của V là $2dm^3$.

Câu 6 : Cho hàm số $y = \frac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như Hình 12.

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



Lời giải

Trả lời: 50

Đồ thị đi qua $(0; 0)$ suy ra $a = 0$. Tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow b = -2$

Vậy $P = 2024a - 25b = 50$

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; \infty)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

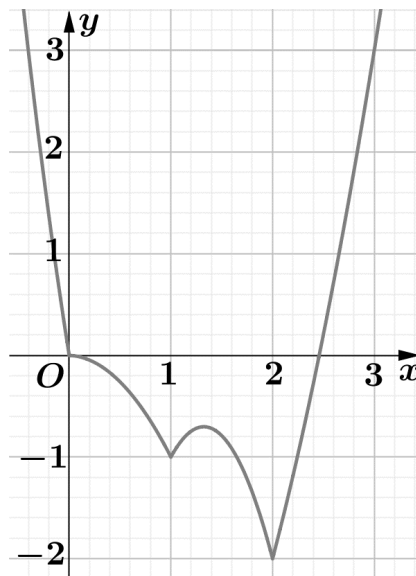
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

- B.** Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số không có cực đại.

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

- B.** Hàm số đã cho không có cực trị.
C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Trang 1



A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	$ $	$+$	0	$-$
y	5		-2		4	-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

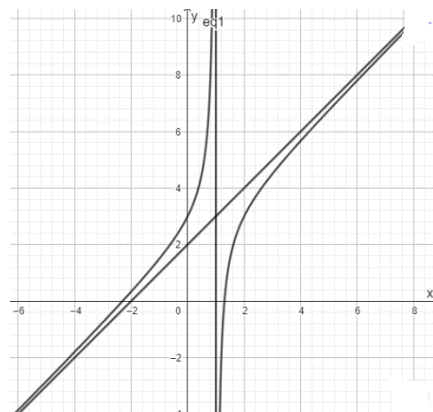
A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



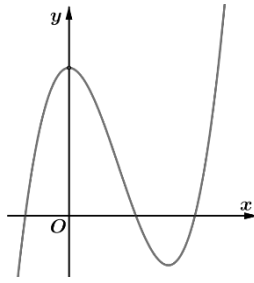
A. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận xiên

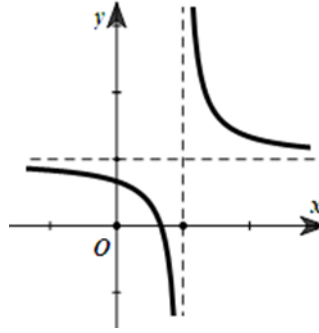
D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên

Câu 9. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = \frac{2x^2 + 1}{x + 1}$ D. $y = \frac{x + 1}{x}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



- A. $ac > 0$. B. $cd > 0$. C. $ab > 0$. D. $ad > bc$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $\overline{A'A}$ và $\overline{B'C}$ bằng:

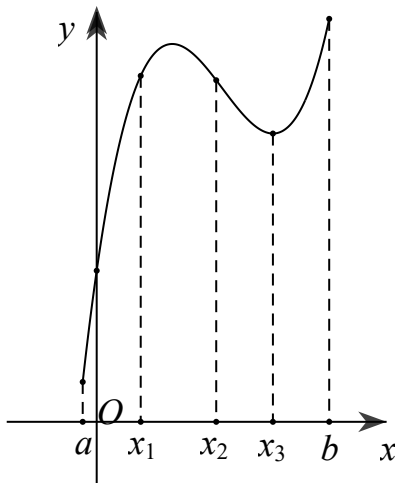
- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{u} = (1; -2; 5)$ và điểm A. Biết $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(1; 2; 5)$. B. $(1; -2; 5)$. C. $(-1; -2; 5)$ D. $(1; -2; -5)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới.

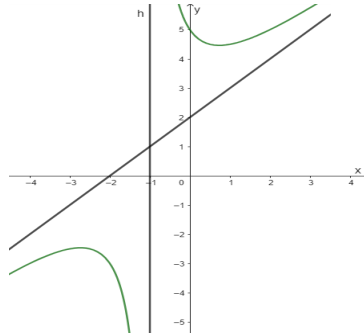


Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai** ?

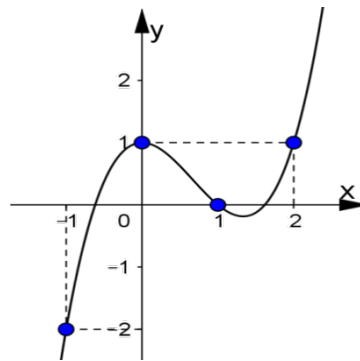
- a) Trên khoảng $(a; b)$ hàm số có hai cực trị.
b) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $(a; b]$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.
d) $f'(x_2) > 0$.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

- a) Tiệm cận đứng của hàm số là $x = -1$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x - 2$.
- c) Hàm số không có cực trị.
- d) Hàm số đã cho có đồ thị như vẽ sau:



Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

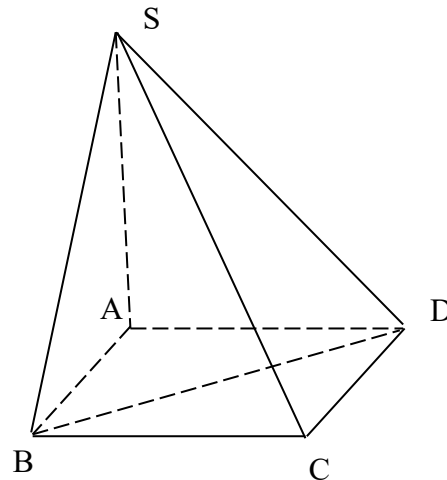


Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 1.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- c) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- d) $f(0) < f(1)$.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a (Như hình vẽ minh họa)

- a, Tứ giác ABCD là hình vuông.
- b, Tam giác SBD vuông cân tại S.
- c, $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.
- d, $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 3}$ có dạng $y = ax + b$. Tổng $2a + b$?

Câu 18. Đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ tại hai điểm. Tính tổng các tung độ các giao điểm?

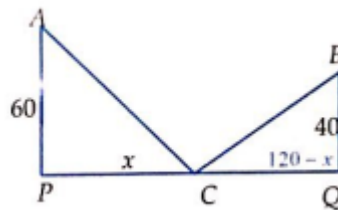
Câu 19. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho Hình bình hành ABCD có ba đỉnh $A(1;2;3)$; $B(5;0;-1)$; $C(4;3;6)$. Khi đó tổng các toạ độ của điểm D bằng?

Câu 20. Trên khoảng $(0;100)$ hàm số $y = 2\sin^2 x - x$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 21. Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ T ($0^\circ \leq T \leq 30^\circ$) được cho bởi công thức:

$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$. (Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22. Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố quyết định tính toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60 km và 40 km và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 km (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể.



-----Hết-----

LỜI GIẢI

Câu 1: Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 + 3 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 3: Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y'(2) = 0$; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 4: Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$. Vì $x_1 \notin D$ nên x_1 không là điểm cực trị của hàm số.

Vì $x_2 \in D$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua x_2 nên x_2 là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 5: Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta có: $M = 3, m = -2$ nên $M + m = 1$.

Câu 6: Lời giải

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = -1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = -1$.

Câu 7: Lời giải

Từ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 8: Lời giải

Từ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 9: Lời giải

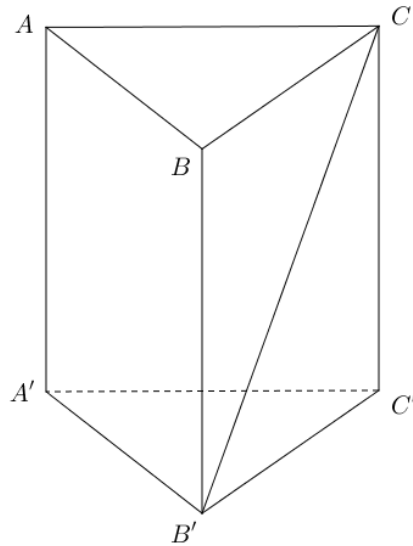
Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án B và C; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 10: Lời giải

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$

Mà tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$.

Câu 11: Lời giải



Ta có: $AA' \parallel BB' \Rightarrow (\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'B}, \overrightarrow{B'C})$

Mặt khác tam giác BCB' vuông tại B

Vậy góc giữa hai đường thẳng $\overrightarrow{A'A}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng 45° .

Câu 12: B

Câu 13:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

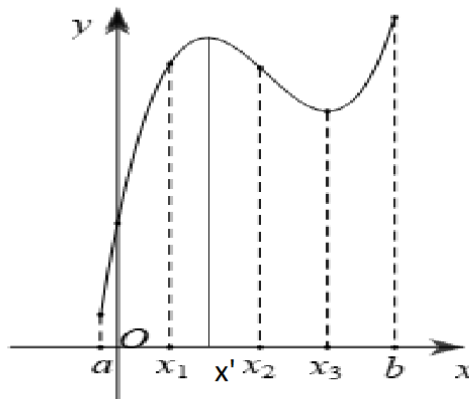
a) Đúng: Trên khoảng $(a; b)$ hàm số có hai cực trị.

b) Đúng: Dựa vào đồ thị. Suy ra mệnh đề.

c) Sai: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(x'; x_2) \subset (x_1; x_2)$.

d) Sai: Đồ thị là đường đi xuống trên khoảng $(x'; x_3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(x'; x_3)$,

Mà $x_2 \in (x'; x_3)$ $f'(x_2) < 0$.



Câu 14:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng: Tiệm cận đứng $x = -1$.

b) Sai: $y = x + 2 + \frac{1}{x+1}$, $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x + 2$.

c) Sai: $y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ có hai cực trị.

d) Sai: Đồ thị như vẽ cắt trục tung tại $(0;5)$ mà đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ cắt trục tung tại $(0;3)$.

Câu 15:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Sai: Tập xác định do đồ thị của đạo hàm

b) Sai: Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 1 \\ x = x_2 \end{cases}$ với $-1 < x_1 < 1 < x_2 < 2$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	$-\infty$	-1	x_1	0	1		x_2	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$									

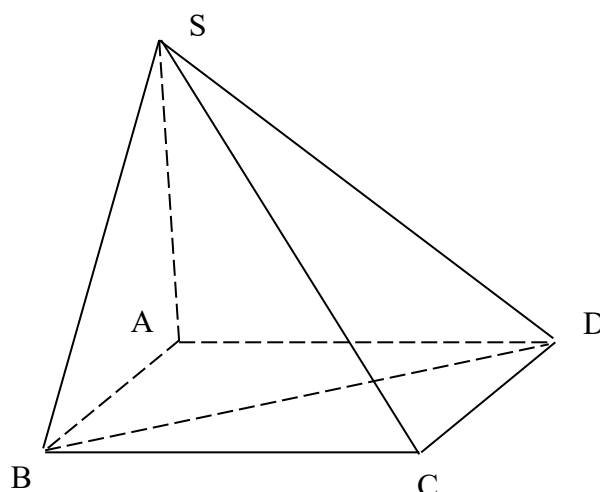
Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; x_1)$, $(-\infty; -1) \subset (-\infty; x_1) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

c) Qua $x = 0$ đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu nên $x = 0$ không là điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(x_1; 1)$, $x_1 < 0 < 1 \Rightarrow f(0) < f(1)$.

Câu 16:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------



Câu 17:

Trả lời: -4

$y = x - 6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y

Lời giải

Ta có: $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3} = x - 6 + \frac{20}{x+3}$.

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 6)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20}{x+3} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x - 6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Câu 18: **Trả lời: -6**

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và đồ thị

$$(C): y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} : \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - x - 1 = (2x - 1)(x + 1) \end{cases} \quad (2)$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -5 \end{cases} \cdot b + d = -6$

Câu 19: **Trả lời: 15**

Giải : Toạ độ điểm D(0 ;5 ;10)

Câu 20: **Trả lời:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 4 \sin x \cos x - 1 = 2 \sin 2x - 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

TH1: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$, Do $x \in (0;100)$ nên $0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{100}{\pi} - \frac{1}{12} \Rightarrow k \in \{0;1;...;31\}$.

TH2: $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$, Do $x \in (0;100)$ nên $0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{100}{\pi} - \frac{5}{12} \Rightarrow k \in \{0;1;...;31\}$.

Như vậy phương trình $y' = 0$ có 64 nghiệm trên khoảng $(0;100)$ đồng thời y' đổi dấu qua 64 nghiệm đó.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 32.

Câu 21:

Trả lời: Xét hàm số $f(T) = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$ với $0^\circ \leq T \leq 30^\circ$.

Nhiệt độ tăng thì thể tích của 1kg nước tăng tức hàm số $f(T)$ đồng biến.

$$f'(T) = -0,06426 + 0,0170086T - 2,037 \cdot 10^{-4}T^2; f'(T) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 \approx 3,966 \in [0;30] \\ T_2 \approx 79,532 > 30 \end{cases}$$

$$f'(T) > 0, \forall T \in (T_1; T_2) \Rightarrow \text{hàm số } f(T) \text{ đồng biến trên khoảng } (T_1; T_2).$$

Suy ra khi $T \in (T_1; 30^\circ)$ thì khi nhiệt độ nước tăng thể tích của 1kg nước cũng tăng hay $a = 4; b = 30$.

Vậy $b - a = 26$.

Câu 22: **Trả lời:** Thực chất bài toán trở thành tìm x để $AC + BC$ nhỏ nhất.

Theo định lý Pytago ta có $AC = \sqrt{60^2 + x^2}; BC = \sqrt{(120 - x)^2 + 40^2} = \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$

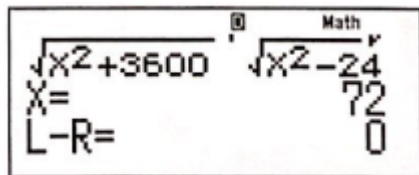
Khi đó $f(x) = AC + BC = \sqrt{x^2 + 3600} + \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$.

Ta cần tìm $\min_{(0;120)} f(x)$.

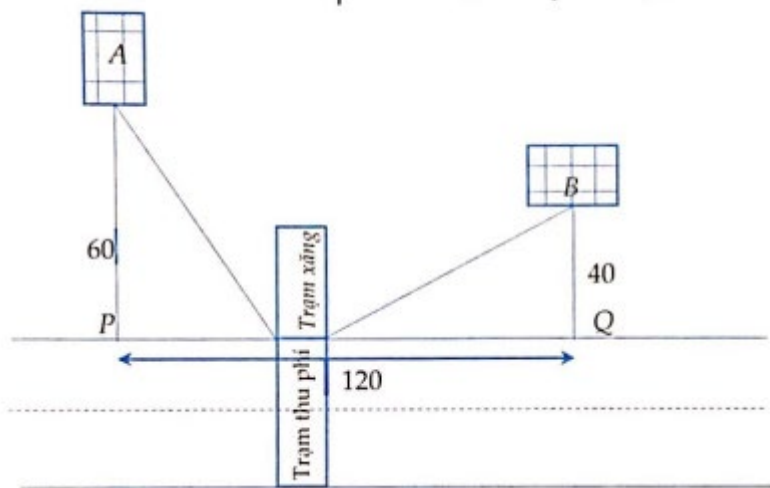
Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3600}} + \frac{x-120}{\sqrt{x^2 - 240x + 16000}}$,

khi bấm máy tính nhằm nghiệm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức $f'(x)$ và ấn

[SHIFT] **[SOLVE]** và chọn một số nằm trong khoảng $(0;120)$ để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72 như sau:



Vậy từ đó ta có thể kết luận $CP = 72$.



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

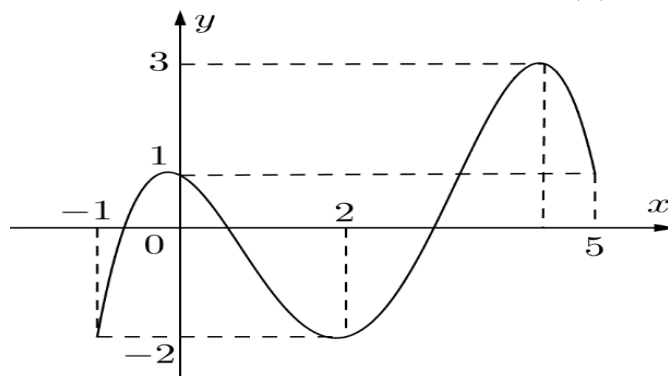
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x+2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

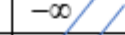
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		$+$	$-$	0	$+$	
y		$+\infty$		-3		$+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. -3 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=1$.

B. $y=1$.

C. $x=2$.

D. $y=2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1		$+\infty$		-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

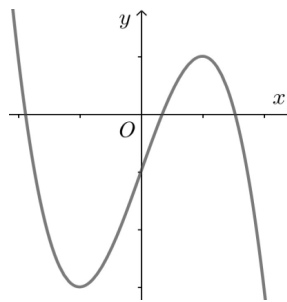
A. $x=1$.

B. $y=1$.

C. $x=-1$.

D. $y=-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



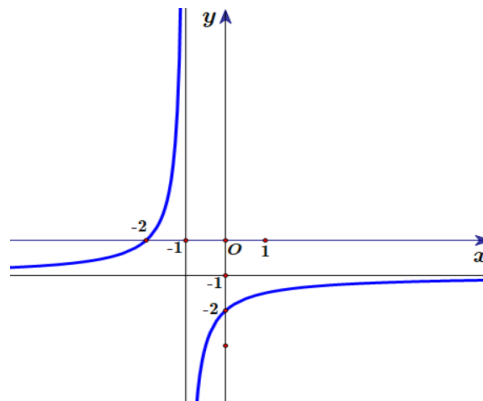
A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x-5}$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $\vec{d} = (-7; 0; -4)$.

B. $\vec{d} = (-7; 0; 4)$.

C. $\vec{d} = (7; 0; -4)$.

D. $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$.

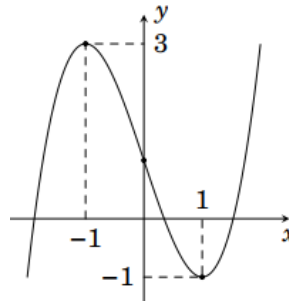
B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. $\sqrt{13}$.

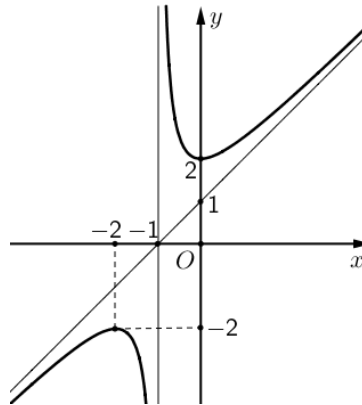
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = -1$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là -1 .
- c) Hàm số $g(x) = f\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.
- d) Hàm số $h(x) = \frac{f(x) - 1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 0)$.
- d) Gọi A, B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

- a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.
- b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .
- c) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 2a^2\sqrt{2}$.
- d) $\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (5;10;1)$.

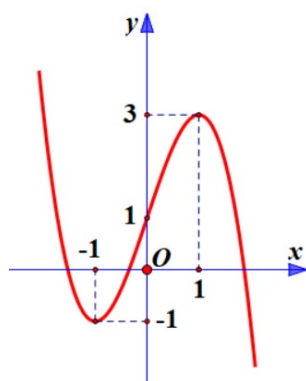
d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5 m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, c, b, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + x)}{[f(x)]^2 - 4f(x) + 3}$ là bao nhiêu?

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.



Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a + b + c$.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	C	A	D	A	A	B	C	C	D

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4
a) sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	3	1,01	4	82	2,5	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D. $(-\infty; -3)$.**

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$.** B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD} = 1$ tại $x = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x \cdot (x-1)^3 \cdot (x+2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

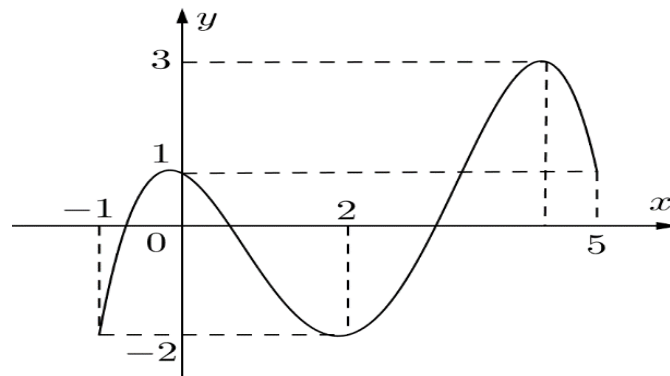
$$+ \text{ Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x-1)^3 \cdot (x+2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2			0	1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$				CD	$\searrow$	CT $\nearrow$ $+\infty$

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



- A. -1. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Từ đồ thị ta thấy: } \begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ m = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1.$$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		$+$	$-$	0	$+$
y					

$+\infty$ $\swarrow$ -3 $\searrow$ $+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. -3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là -3 .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{x} \right)} = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{x} \right)} = 2.$$

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1			$+\infty$	-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $y = -1$.

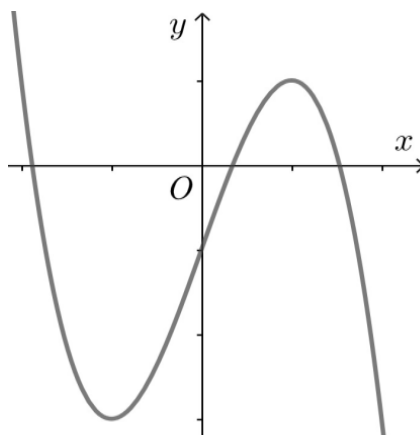
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x-5}$.

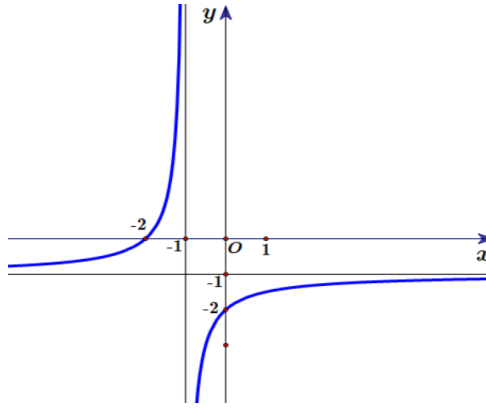
D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên nhận đáp án $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -1$ nên nhận đáp án $y = \frac{-x-2}{x+1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B.

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$ nên suy ra $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $\vec{d} = (-7; 0; -4)$.

B. $\vec{d} = (-7; 0; 4)$.

C. $\vec{d} = (7; 0; -4)$.

D. $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1 - 2 + 2 \cdot 4; 2 - 2 + 2 \cdot 0; 3 + 1 + 2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4)$

Câu 12. Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$

Theo đề ta có $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$ nên suy ra

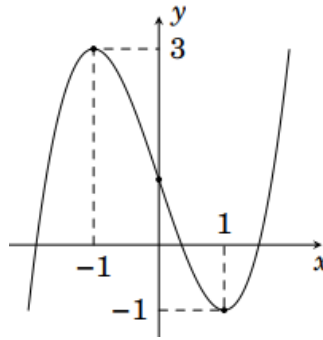
$$\begin{cases} 1 - x = -3 + 3x \\ 2 - y = 6 + 3y \\ 3 - z = 15 + 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy điểm $M(1; -1; -3)$

Độ dài đoạn thẳng AM là $AM = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = -1$.
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là -1 .
 c) Hàm số $g(x) = f\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 d) Hàm số $h(x) = \frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = 1$.

Chọn SAI.

b) Từ đồ thị ta thấy $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-1) = 3$.

Chọn SAI.

c) Ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + \frac{3}{4} = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ x^2 + \frac{3}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm số $g'(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Từ đồ thị trên ta có: } \begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Vậy $f(x) = x^3 - 3x + 1$

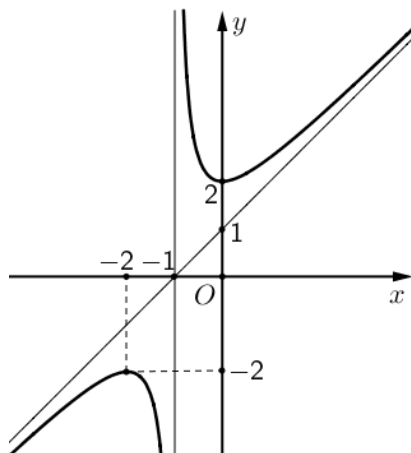
Ta có: $h(x) = \frac{f(x)-1}{x} \Leftrightarrow h(x) = x^2 - 3$

Xét $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, nên cũng nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 0)$.

d) Gọi A, B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x = -1$.

Chọn ĐÚNG.

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số cắt nhau tại điểm $I(-1; 0)$ nên có tâm đối xứng là $(-1; 0)$.

Chọn ĐÚNG.

d) Gọi $A(-2; -2)$ là điểm cực đại, $B(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho, ta có:

$$OA = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}, \quad OB = 2, \quad AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Từ đó: } p = \frac{OA + OB + AB}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$\text{Theo công thức He-ron ta có } S_{\triangle OAB} = \sqrt{p(p - 2\sqrt{2})(p - 2)(p - 2\sqrt{5})} = 2.$$

Chọn SAI.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

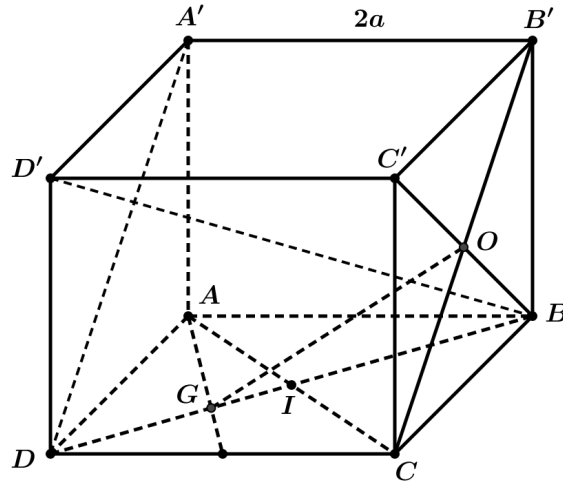
b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng



a) Vì $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ nên ta có $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD'}$ theo quy tắc hình hộp.

Chọn ĐÚNG.

b) Ta thấy $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{CB'}$ nên góc $(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - \widehat{ACB'}$.

Vì $AC, B'C, AB'$ là đường chéo của các hình vuông bằng nhau nên $AC = B'C = AB'$

$\Rightarrow \triangle ACB'$ đều $\Rightarrow \widehat{ACB'} = 60^\circ$. Vậy $(\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - \widehat{ACB'} = 120^\circ$.

Chọn SAI.

c) Vì $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} = BD \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = 2a\sqrt{2} \cdot 2a \cdot \cos 45^\circ = 4a^2$.

Chọn SAI.

d) Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì G là trọng tâm tam giác ADC nên $DG = \frac{2}{3}DI = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}DB = \frac{1}{3}DB \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BD$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{GO} &= \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC'} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD'} - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}. \end{aligned}$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (5;10;1)$.

d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a) Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G; z_G)$ của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2-4}{3} \\ y_G = \frac{2-1+7}{3} \\ z_G = \frac{-1+3+5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{1}{3} \\ y_G = \frac{8}{3} \\ z_G = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Chọn SAI.

b) Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -3; 4) \\ \overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6) \end{cases}$. Ta có: $\frac{-2}{-5} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{2}{-3} \Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1 \cdot (-5) + 3 \cdot (-5) + 4 \cdot 6}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{86}} > 0 \text{ nên tam giác } ABC \text{ có góc } A \text{ là góc nhọn}$$

Chọn SAI.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-1 = -4-x_D \\ -1-2 = 7-y_D \\ 3-(-1) = 5-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 10 \\ z_D = 1 \end{cases} \Rightarrow D(5; 10; 1).$$

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có $BA = \sqrt{26}; BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi E là chân đường phân giác trong góc B ta có $\frac{EA}{EC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = 2EA$.

$$\text{Vì } E \text{ là chân đường phân giác trong nên } 2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_E = \frac{2x_A + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_E = \frac{2y_A + y_C}{3} = \frac{11}{3} \\ z_E = \frac{2z_A + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -m+2 \end{cases}$$

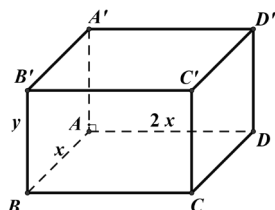
Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng $(-2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 \neq -1 \\ -2 < -m+2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 1,01



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Ta có thể tích bể cá $V = 2x^2 y$.

Theo đề bài, ta có $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

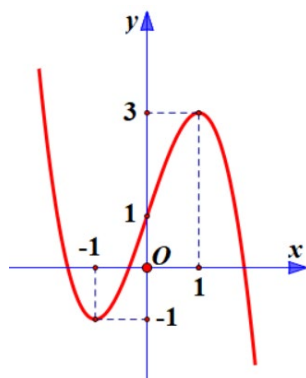
$$\Leftrightarrow y = \frac{5-2x^2}{6x} \quad (\text{Điều kiện } y > 0 \Leftrightarrow 5-2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{5}{2}})$$

$$\Rightarrow V = 2x^2 \frac{5-2x^2}{6x} = \frac{5x-2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5-6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5-6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}.$$

x	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$	
V'		+	0	-
V	0	$\nearrow \frac{5\sqrt{30}}{27}$	$\searrow 0$	

$$\Rightarrow V_{\max} = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 \text{ m}^3.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, c, b, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{(x^2-1)(x^2+x)}{[f(x)]^2 - 4f(x) + 3}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4

$$\text{Xét từ: } (x^2 - 1)(x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{bội bậc 1}) \\ x = 1 & (\text{bội bậc 1}) \cdot (*) \\ x = -1 & (\text{bội bậc 2}) \end{cases}$$

$$\text{Xét mẫu: } [f(x)]^2 - 4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Với } f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{bội bậc 1}) \\ x = a < -1 & (\text{bội bậc 1}) \cdot \\ x = b > 1 & (\text{bội bậc 1}) \end{cases}$$

$$\text{Với } f(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{bội bậc 2}) \\ x = c < -1 & (\text{bội bậc 1}) \cdot \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } [f(x)]^2 - 4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{bội bậc 1}) \\ x = a < -1 & (\text{bội bậc 1}) \\ x = b > 1 & (\text{bội bậc 1}) \cdot \\ x = 1 & (\text{bội bậc 2}) \\ x = c < -1 & (\text{bội bậc 1}) \end{cases}$$

Kết hợp với (*) suy ra: $x = a$; $x = b$; $x = 1$; $x = c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5; 15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Lời giải

Trả lời: 82

Trong 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml chứa $20 \cdot 100 = 2000$ mg KOH.

Trong x ml dung dịch KOH với nồng độ 10 mg/ml chứa $x \cdot 10 = 10x$ mg KOH.

Dung dịch KOH có nồng độ là $C(x) = \frac{10x + 2000}{x + 20}$.

Ta có $C(x) = \frac{10x + 2000}{x + 20}$ xác định trên đoạn $[5; 15]$.

$$C'(x) = \frac{200 - 2000}{(x + 20)^2} < 0, \forall x \in [5; 15].$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[5; 15]$.

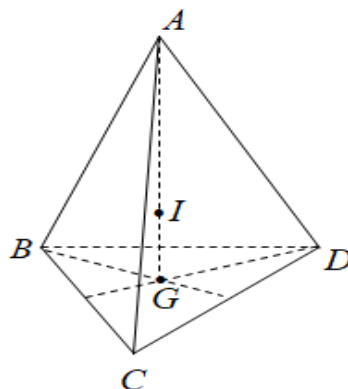
Vậy $\max_{[5; 15]} C(x) = C(5) = 82$ mg/ml.

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.



Lời giải

Trả lời: 2,5



Gọi I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD , suy ra $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Ta có $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$, nên $AG = 10$ cm và $IG \perp (BCD)$

Do đó khoảng cách từ I đến các mặt của nó là IG

Vì I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{ID}$ hay $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} + 3\overrightarrow{GI} = 3\overrightarrow{GI}$, suy ra $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AG}$

Suy ra $IG = \frac{1}{4}AG = 2,5$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 13

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;2;3), \overrightarrow{QP} = (7-a;7-b;5-c)$.

$MNPQ$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 7-a \\ 2 = 7-b \\ 3 = 5-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$.

Vậy $Q(6;5;2)$. Suy ra $a+b+c=13$.

.....Hết.....

Họ và tên:..... Số báo danh (nếu có):

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 3		↘ -5		↗ $+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

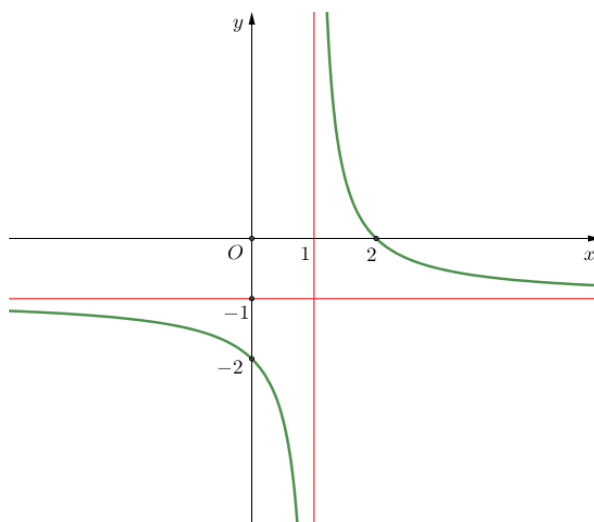
- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4		

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



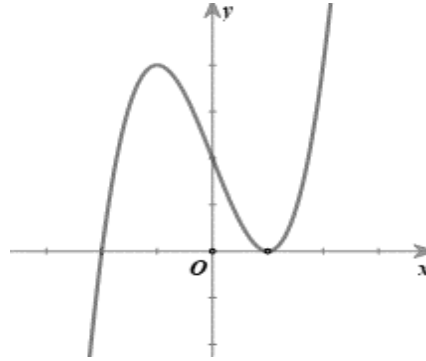
Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$

Câu 4. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

- A. $y = 2x - 5$. B. $y = x - 2$. C. $y = x + 5$. D. $y = x - 5$.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 2$. B. $y = x^2 + 1$. C. $y = x^3 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A. $\min_{[0; 3]} y = -3$. B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. C. $\min_{[0; 3]} y = -1$. D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 10. Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số có đồ thị là đường cong $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Nồng độ oxygen trong nước thấp nhất vào các thời điểm nào ?

- A. $t = 0$. B. $t = \frac{1}{4}$. C. $t = \frac{1}{3}$. D. $t = 0, 3$.

Câu 11. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

- A. 64 cm^2 . B. 4 cm^2 . C. 16 cm^2 . D. 8 cm^2 .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$;

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$;

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm A, B tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 16.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số có 3 điểm cực trị.

c) Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Câu 16. Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.

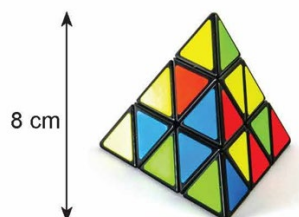
b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.

c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.

d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

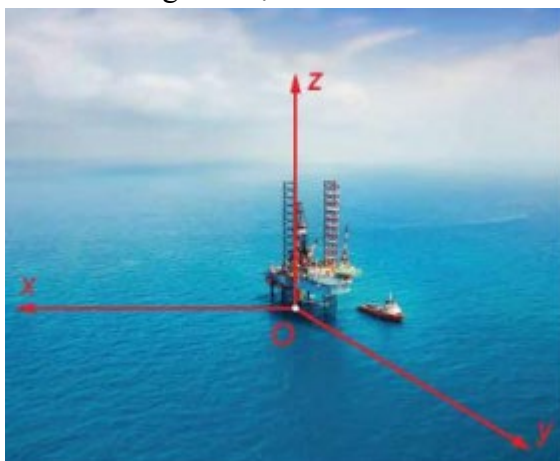
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 19. Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (làm tròn đến hàng đơn vị):

Câu 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Kí hiệu $M = \underset{[2;3]}{Max} y$ và $m = \underset{[2;3]}{Min} y$. Khi đó $M + m$ bằng

Câu 22. Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km . Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan $10km$ về phía tây, $5km$ về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển $4359m$. Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là



----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	C	D	C	A	A	C	C	C	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2	-4	780	4,47	0,25	12

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$							
	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -1.

C. -5.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT suy ra đáp án A.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4
	0						

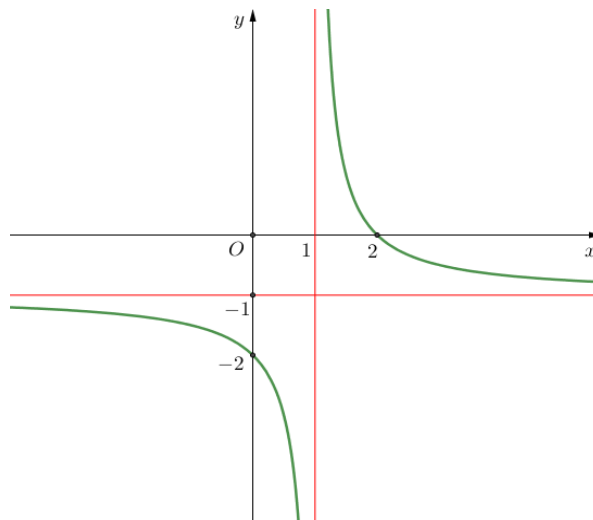
A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$

Lời giải

Chọn A

Từ BBT suy ra đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $y = -1$

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra đáp án A.

Câu 4: Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

A. $y = 2x - 5$.

B. $y = x - 2$.

C. $y = x + 5$.

D. $y = x - 5$.

Lời giải

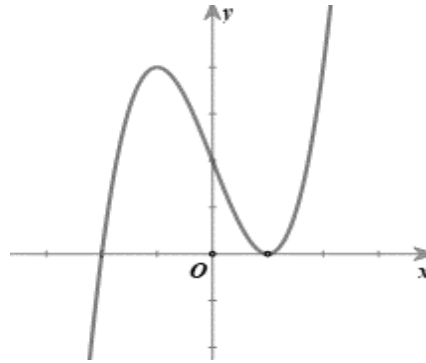
Chọn C

Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x}{x(x - 2)} = 1$; $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x - 2} = 5$.

Vậy đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x \rightarrow +\infty$.

Tương tự do $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 5$ nên đường thẳng $y = x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x \rightarrow -\infty$.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$.

B. $y = x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$ loại đáp án B, C.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ loại đáp án A. Đáp án đúng D.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

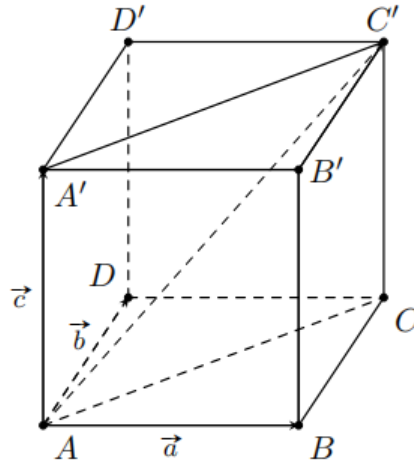
B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
A. $(-1; 2; -3)$. **B.** $(2; -3; -1)$. **C.** $(2; -1; -3)$. **D.** $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

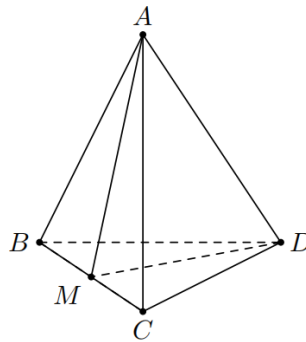
$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$$

- Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. **D.** $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Chọn A



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}). \end{aligned}$$

- Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A.** $\min_{[0; 3]} y = -3$. **B.** $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. **C.** $\min_{[0; 3]} y = -1$. **D.** $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên $[0;3]$

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0;3]$. Ta có $y(0) = -1; y(3) = \frac{1}{2}$. Do đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(0) = -1$

Câu 10: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số có đồ thị là đường cong $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Nồng độ oxygen trong nước thấp nhất vào các thời điểm nào ?

A. $t = 0$.

B. $t = \frac{1}{4}$.

C. $t = \frac{1}{3}$.

D. $t = 0,3$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên $[0; +\infty)$ có $y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$.

Mặt khác: $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right] = 5$ và $\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right] = 5$.

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$y'(t)$		0	
	-		+
$y(t)$	5	0	5

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{[0; +\infty)} y(t) = 0$ khi $t = \frac{1}{3}$

Câu 11. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

A. 64 cm^2 .

B. 4 cm^2 .

C. 16 cm^2 .

D. 8 cm^2 ..

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh của hình chữ nhật: $a, b; 0 < a, b < 8$.

Ta có: $2(a+b) = 16 \Leftrightarrow a+b = 8 \Leftrightarrow b = 8-a$

Diện tích: $S(a) = a(8-a) = -a^2 + 8a$; $S'(a) = -2a + 8$; $S'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4$

Bảng biến thiên:

a	0	4	8
$S'(a)$		0	
	+		-
$S(a)$	0	16	0

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \text{ hay } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Mệnh đề **sai**.

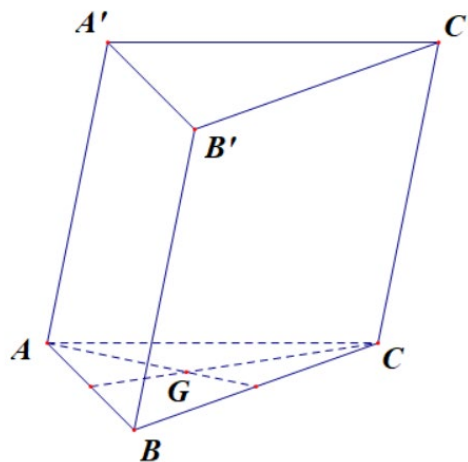
b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$. Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CG}$.

Từ đó suy ra $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ do đó $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$. Mệnh đề **sai**.

d) $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$ nên $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = 3|\overrightarrow{A'G}|$. Xét tam giác vuông $A'AG$ ta có

$$A'G^2 = A'A^2 + AG^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Leftrightarrow A'G = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Mệnh đề } \textbf{đúng}.$$



Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$;

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$;

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm A, B tạo thành tam giác có diện tích bằng 16.

Lời giải

a) Đúng. TXĐ của hàm số $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty$. Suy ra $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Sai. Ta có: $f(x) = x - 4 + \frac{5}{x+2}$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x-4)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x+2} = 0$.

Suy ra đường thẳng $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Đúng. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-2; -6)$.

d) Sai. Đường tiệm cận xiên $y = x - 4$ của đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(4; 0)$, cắt trục tung tại điểm $B(0; -4)$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ tam giác OAB có diện tích

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 8.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số có 3 điểm cực trị.

c) Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Lời giải

a) Mệnh đề Sai vì trên $(-1; +\infty)$ hàm vừa nghịch biến vừa đồng biến.

b) Mệnh đề Đúng, dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$.

c) Mệnh đề Sai.

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y = f(1-x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(1-x)$ có $y' = -f'(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow f'(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -2 \\ 1-x = 0 \\ 1-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}. \text{ Có } y'(4) = -f'(1-4) = -f'(-3) > 0$$

Nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; 3)$. Suy ra mệnh đề sai.

d) Mệnh đề Đúng.

Ta có: $g'(x) = -f'(1-x) + x^2 - 4x + 3$.

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$-f'(1-x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
x^2-4x+3	$+$		$+$	0	$+$
$g'(x)$	$kx\ddot{d}\dot{a}u$		$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 16. Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8 \cdot 2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây), suy ra mệnh đề **sai**.

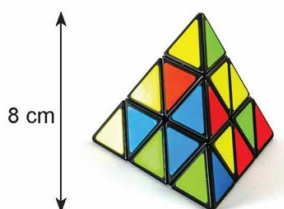
d) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây)

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294 \cdot 30 - 4,9 \cdot 30^2 = 4430(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**.

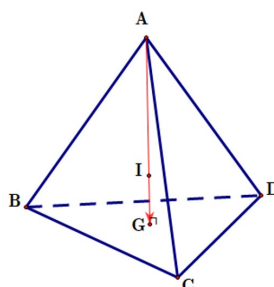
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Lời giải

Đáp số: $2cm$.



Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Do đó, $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}AG$

Vì chiều cao của rubik bằng 8cm nên $AG = 8\text{cm} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}.8 = 2(\text{cm})$

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó bằng 2cm .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

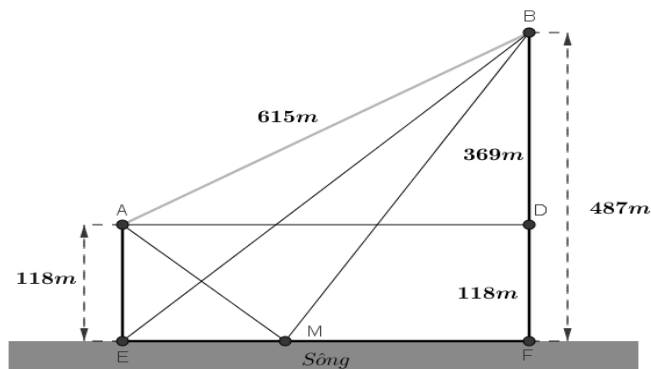
Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

Câu 19. Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (làm tròn đến hàng đơn vị):

Lời giải

Đáp số: 780m



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B . Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được:

$$MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định

$$\text{được vị trí điểm } M. f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}.$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \\
 &\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(492 - x)^2 + 487^2] = (492 - x)^2(x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}
 \end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 492]$. So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\frac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780(m)$

Câu 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có: $y = 3x^2 - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

The graph shows a cubic function with a local maximum at $(-1, 3)$ and a local minimum at $(1, -1)$. The curve passes through the y-axis at $(0, 1)$ and the x-axis at $x = -2$ and $x = 2$. The function is increasing on $(-\infty, -1)$ and $(1, \infty)$, and decreasing on $(-1, 1)$.

Tọa độ hai điểm cực trị của hàm số là $A(-1; 3)$ và $B(1; -1)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Kí hiệu $M = \max_{x \in [2; 3]} y$ và $m = \min_{x \in [2; 3]} y$. Khi đó $M + m$ bằng

Lời giải

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$$

Do đó hàm số đồng biến trên $[2; 3]$

$$\text{Khi đó: } M = \max_{x \in [2; 3]} y = \frac{3-2}{3+1} = \frac{1}{4} \text{ và } m = \min_{x \in [2; 3]} y = \frac{2-2}{2+1} = 0$$

$$\text{Vậy } M + m = \frac{1}{4}$$

Câu 22. Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km . Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan 10 km về phía tây, 5 km về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển 4359 m . Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là



Lời giải

Đáp án: 12.

Tọa độ của radar là $(0;0;0)$. Đổi đơn vị $4359\text{ m} = 4,359\text{ km} \approx \sqrt{19}\text{ km}$

Chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(10;5;-\sqrt{19})$ đối với hệ trục tọa độ nói trên (do ở độ sâu cách mặt nước biển $\sqrt{19}\text{ km}$. Mà Oz hướng lên trời nên cao độ âm). Khoảng cách từ tàu thám hiểm tới radar là $\sqrt{10^2 + 5^2 + \sqrt{19}^2} = 12\text{ km}$.

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		$+\infty$

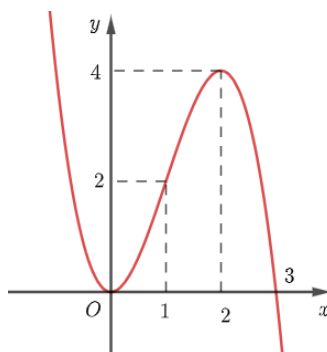
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A. 1. B. 0. C. -2 . D. 3.

Câu 2. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

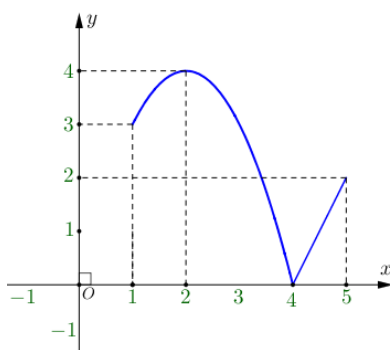
- A. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(1; 3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 5]$. Giá trị $M - m$ bằng:

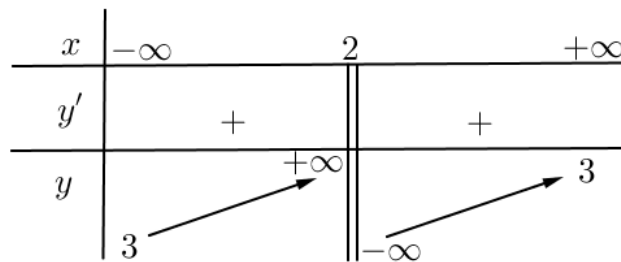


- A. 2. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 5. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

- A. 4 giờ. B. 1 giờ. C. 3 giờ. D. 2 giờ.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $y = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

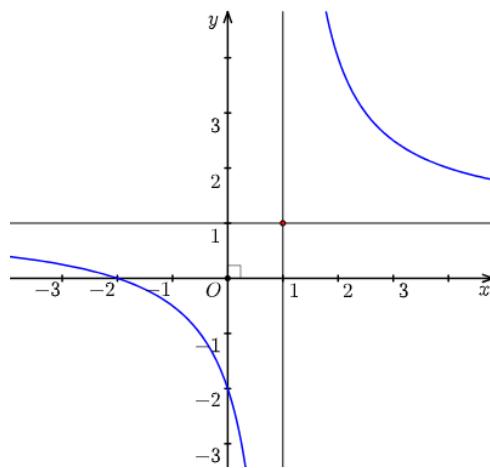
A. $y = x - 2$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x$.

D. $y = -1$.

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$.

Câu 10. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng:

A. a^2

B. $\frac{a^2}{2}$

C. 0

D. $-\frac{a^2}{2}$

Câu 11. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

B. Với 3 điểm $O; A; B$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

C. G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 4\vec{j} + 3\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là:

A. $\vec{u}(3; 4; 5)$.

B. $\vec{u}(4; 3; -5)$.

C. $\vec{u}(4; 3; 5)$.

D. $\vec{u}(3; 4; -5)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$. Khi đó

- a) Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- c) Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số, ta có: $2y_1 + y_2 = -1$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[2; 4]$ hàm số bằng 6.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + 3}{bx + c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

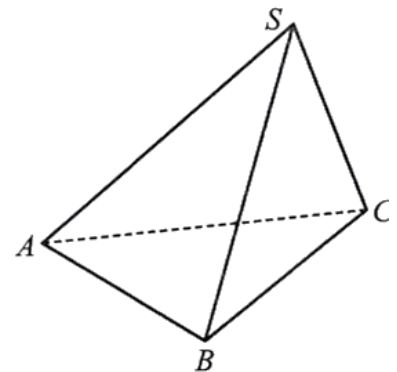
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- b) Điểm $I(2; 1)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) $f(-5) < 0$.
- d) Trong các số a, b và c chỉ có một số âm.

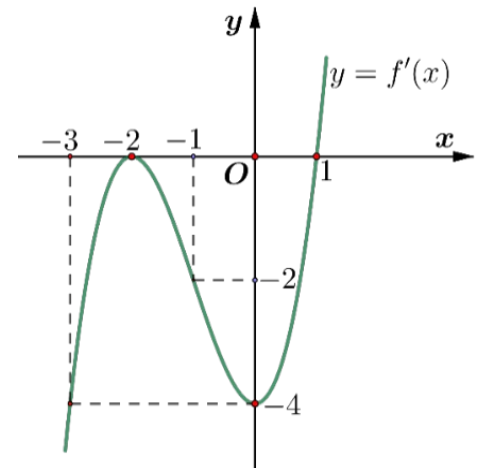
Câu 3: Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$ (Hình vẽ).

- a) Tam giác SAC đều.
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
- c) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.
- d) $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}$.



Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) $f'(2) = 4$.
- d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1 - m)x - 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc

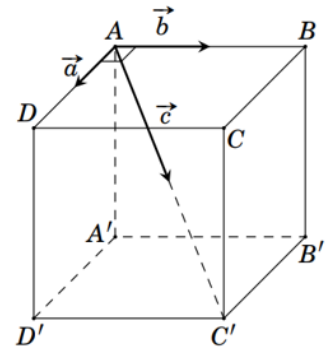
khoảng $(-20; 20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Biết điểm $B'(a; b; c)$, tính $a + b - c$

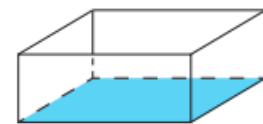
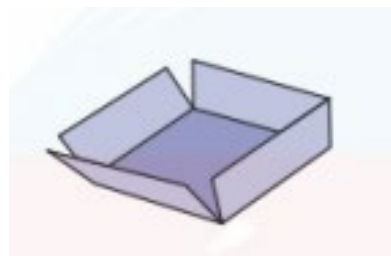
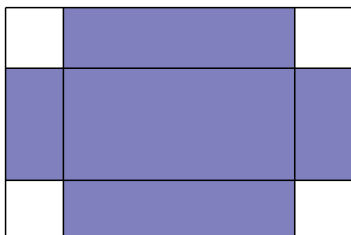


Câu 4: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10N , 10N và $10\sqrt{3}\text{N}$. Tính cường độ của lực tổng hợp tác dụng lên chất điểm (kết quả tính theo đơn vị N)

Câu 5: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x + 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a + 3b$ bằng

Câu 6: Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích

thước 21 cm , $29,5\text{ cm}$. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1D	2C	3A	4C	5B	6D	7A	8A	9B	10C	11C	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	1	2	3	4
a)	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI
b)	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
c)	ĐÚNG	SAI	SAI	SAI
d)	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	ĐÁP ÁN
1	9
2	5
3	-4
4	30
5	-7
6	4,03

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>