

Đề chính thức
Gồm có 06 trang

Mã đề 121

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Từ độ cao $55,8m$ của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (hình 18). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó.

Tính tổng độ dài quãng đường di chuyển của quả bóng tính từ lúc thả ban đầu cho đến khi quả bóng đó chạm đất và dừng lại.



Hình 18

- A. 62 B. 50,2 C. 61 D. 68,2

Câu 2. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 5x = 0$.

- A. $\frac{39\pi}{18}$. B. $\frac{43\pi}{18}$. C. $\frac{49\pi}{18}$. D. 3π .

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Giá trị nhỏ nhất của $P = ab + a + c$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $-\frac{25}{8}$.

Câu 4. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin 2\alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right)$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 5. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm sản xuất. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$. Số sản phẩm sản xuất bằng bao nhiêu thì xí nghiệp A đạt lợi nhuận nhiều nhất?

A. 51.

B. 47.

C. 54.

D. 52.

Câu 6. Biểu đồ sau biểu diễn chiều cao của một nhóm học sinh nữ lớp 12.



Từ biểu đồ trên ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 16,02

B. 2,07

C. 18,14

D. 4,26

Câu 7. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{a+1}(3a^2 + 2b^2 - 6b + 6) \leq 2$. Giá trị biểu thức $T = 4ab + 2008b$ bằng

A. 3018.

B. 3015.

C. 3012.

D. 3009.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh như sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 19,43.

B. 19,34.

C. 19,37.

D. 19,35.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Cosin của góc giữa hai đường thẳng $AB, A'D$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xác định góc giữa 2 vector: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Câu 11. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ trong 50 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Xác suất để tích các số trên hai tấm thẻ là một số chia hết cho 10 bằng

A. $\frac{67}{245}$.

B. $\frac{10}{49}$.

C. $\frac{13}{49}$.

D. $\frac{57}{245}$.

Câu 12. Một ghế Massage Elipsport cao cấp năm 2025 được định giá 40 triệu đồng, mỗi năm giá trị ghế Massage giảm 5% so với năm trước và bắt đầu từ năm thứ 8 trở đi, mỗi năm giá ghế Massage giảm 12% so với năm trước. Hỏi bắt đầu từ năm nào thì giá trị ghế Massage nhỏ hơn 20 triệu đồng?

- A. 2035. B. 2034. C. 2036. D. 2037.

Câu 13. Một cuộc họp có sự tham gia của 5 nhà Toán học trong đó có 3 nam và 2 nữ, 6 nhà Vật lý trong đó có 3 nam và 3 nữ và 7 nhà Hóa học trong đó có 4 nam và 3 nữ. Người ta muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học với yêu cầu phải có đủ cả 3 lĩnh vực (Toán, Lý, Hóa) và có cả nam lẫn nữ. Nếu mọi người đều bình đẳng như nhau thì số cách lập một ban thư kí như thế là?

- A. 1404. B. 1440. C. 171. D. 1575.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $2m + 3n$ bằng

- A. 8. B. 9. C. 7. D. 6.

Câu 15. Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ và đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x - 1$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. 4. D. $\sqrt{2}$.

Câu 16. Cho ba số $x, 5, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x, 3, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|3y - x|$ bằng ?

- A. 6 B. 10 C. 8 D. 9

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại A , $SA = BC$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC ; M là trung điểm của SA và G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, với V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $MAEF, AEFG$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3), B(4; 4; 5)$. Hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 7\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{21}$. C. $\sqrt{82} - 5$. D. $7\sqrt{2} - 3$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}; \text{ Tìm } k \text{ để } M, N, P, Q \text{ đồng phẳng}$$

- A. $k = \frac{1}{2}$ B. $k = \frac{3}{2}$ C. $k = \frac{3}{4}$ D. $k = \frac{1}{4}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$. B. $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$. C. $G(2; 3; 9)$. D. $G(-6; 0; 24)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý (a), b), (c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ đáy BC , có $A(1;1;2)$, $B(2;-1;0)$, $C(4;0;1)$

- a) Biết rằng diện tích hình thang bằng $10\sqrt{2}$. Giả sử $D(a;b;c)$, Khi đó $T = a^2 + b^2 + c^2 = 80$.
- b) Tam giác ABC có trọng tâm $G(2;3;1)$
- c) Cosin của góc giữa $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $\frac{7}{3\sqrt{11}}$
- d) Điểm M trên trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A, B là $M(\frac{3}{2}; 0; 0)$

Câu 2. Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	2
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

- a) Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 30 phút của 2 tổ là 6.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.
- c) Nếu dựa vào khoảng biến thiên thì thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 2 phân tán hơn thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1.
- d) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở tổ 2 là 48.

Câu 3. Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được cho bởi công thức: $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$; trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã. Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã là 138 ngày (Nguồn: *Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021*). Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni.

- a) Khối lượng Poloni còn lại sau 30 ngày nhiều hơn 85 (gam).
- b) Kể từ ngày thứ 116 trở đi thì khối lượng Poloni mất đi nhiều hơn 80% so với khối lượng Poloni còn lại.
- c) Kể từ ngày thứ 55 trở đi thì khối lượng Poloni còn lại ít hơn 75 (gam).
- d) Sau 138 ngày thì khối lượng Poloni còn lại là 50 (gam).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a$, $AB = BC = a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SD và (SAC) bằng 30° . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $2a^3$.
- b) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó: $V_{S.ABO} = V_{S.OCD}$.
- c) Góc giữa SB với mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SBA}$.
- d) Điểm $M \in SB$ sao cho $SM = k.SB$, $(0 < k < 1)$. Mặt phẳng (MAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai

phần bằng nhau khi giá trị của $k = \frac{\sqrt{a+b}}{c}$ ($a < 20, a, b, c \in \mathbb{Z}$). Khi đó $a^2 + b + c = 100$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C) .

- a) Phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 1$.
- b) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có chu vi nhỏ nhất bằng $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2\sqrt{2} - 1}$.
- c) Tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B(2; -5)$

d) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2 .

Câu 6. Bạn A tìm mua được các miếng dán cùng loại, cùng màu và có cùng kích thước $1m \times 3m$ dùng để trang trí kín một mảng tường hình chữ nhật có kích thước là $3 \times n$ (với n là số nguyên dương, các kích thước có đơn vị đo là mét). Mỗi miếng dán có thể dán ngang hoặc dọc sao cho đảm bảo không có miếng dán nào bị cắt và không có miếng dán nào chồng lên nhau. (Miếng dán và mảng tường cần trang trí có dạng như hình vẽ).



Miếng dán 1×3

1	2	3	4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	n
2													
3													

Mảng tường hình chữ nhật kích thước $3 \times n$

a) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 6m$ thì bạn A sẽ có tất cả 4 cách dán.

b) Mảng tường thực tế bạn A cần dán có kích thước $3m \times 14m$, khi đó bạn A có tất cả 129 cách dán.

c) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 3m$ thì bạn A phải dùng 3 miếng dán và chỉ có đúng 2 cách dán là xoay dọc cả 3 miếng hoặc xoay ngang cả 3 miếng.

d) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 2m$ thì bạn A phải dùng hai miếng dán và chỉ có duy nhất 1 cách dán là xoay dọc cả hai miếng dán.

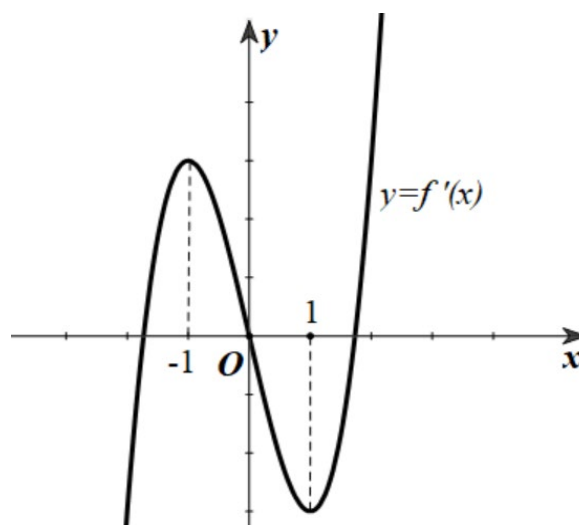
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABC$ có $S(3;4;3)$ và $G(2;2;3)$ là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}; \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}; \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G' . Giả sử $G'(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

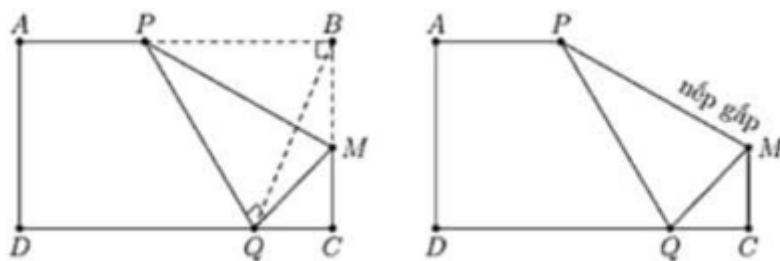
Câu 2. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \left[(x^2 + 2)(y + 1) \right]^{y+1} + x^2(y + 1) = 9$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$ bằng $a + b\sqrt{2}$ với $a; b \in \mathbb{Z}$. Giá trị biểu thức $b - a$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho hàm số $y = f'(x)$ là hàm số đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2025; 2025)$ để hàm số $y = |4f(\ln x) - \ln^2 x + 1 - m|$ nghịch biến trên khoảng $(1; e)$ biết $f(1) = 1$.

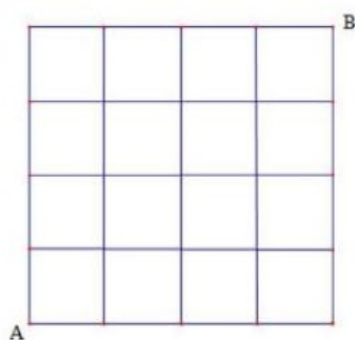
Câu 4. Cho tờ giấy hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 24cm$ và chiều rộng $CB = 16cm$. Gấp tờ giấy một lần sao cho góc trên bên phải B của tờ giấy nằm trên cạnh dưới CD của nó (tham khảo hình vẽ).



Nếp gấp MP có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 5. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng 2 có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD = 3AD$, I là trung điểm của SD . Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N . Khi d thay đổi, thể tích khối đa diện $ABCMN$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{p\sqrt{m}}{n}$ (với m, n, p là các số tự nhiên, p là số nguyên tố và $n < 10$). Tìm $m + n + p$?

Câu 6. Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước 1×1 mét như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B , con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A . Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Xác suất để hai con kiến không gặp nhau trên đường đi là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị $a + b$ là



----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Họ tên, chữ kí của giám thị

(Giám thị không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Đề chính thức
Gồm có 06 trang

Mã đề 122

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ trong 50 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Xác suất để tích các số trên hai tấm thẻ là một số chia hết cho 10 bằng

- A. $\frac{10}{49}$. B. $\frac{67}{245}$. C. $\frac{57}{245}$. D. $\frac{13}{49}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Cosin của góc giữa hai đường thẳng AB , $A'D$ là

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(-6;0;24)$. B. $G\left(\frac{2}{3};1;3\right)$. C. $G(2;3;9)$. D. $G\left(2;\frac{1}{3};3\right)$.

Câu 4. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 5x = 0$.

- A. $\frac{39\pi}{18}$. B. 3π . C. $\frac{49\pi}{18}$. D. $\frac{43\pi}{18}$.

Câu 5. Cho ba số x , 5 , $3y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số x , 3 , $3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|3y - x|$ bằng ?

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 6

Câu 6. Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ và đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x - 1$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 7. Biểu đồ sau biểu diễn chiều cao của một nhóm học sinh nữ lớp 12.



Từ biểu đồ trên ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A.** 16,02 **B.** 2,07 **C.** 18,14 **D.** 4,26

Câu 8. Từ độ cao $55,8m$ của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (*hình 18*). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó.

Tính tổng độ dài quãng đường di chuyển của quả bóng tính từ lúc thả ban đầu cho đến khi quả bóng đó chạm đất và dừng lại.



Hình 18

- A.** 61 **B.** 68,2 **C.** 50,2 **D.** 62

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 7\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A.** $\sqrt{21}$. **B.** $7\sqrt{2} - 3$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{82} - 5$.

Câu 10. Một ghế Massage Elipsport cao cấp năm 2025 được định giá 40 triệu đồng, mỗi năm giá trị ghế Massage giảm 5% so với năm trước và bắt đầu từ năm thứ 8 trở đi, mỗi năm giá ghế Massage giảm 12% so với năm trước. Hỏi bắt đầu từ năm nào thì giá trị ghế Massage nhỏ hơn 20 triệu đồng?

- A.** 2034. **B.** 2037. **C.** 2035. **D.** 2036.

Câu 11. Một cuộc họp có sự tham gia của 5 nhà Toán học trong đó có 3 nam và 2 nữ, 6 nhà Vật lý trong đó có 3 nam và 3 nữ và 7 nhà Hóa học trong đó có 4 nam và 3 nữ. Người ta muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học với yêu cầu phải có đủ cả 3 lĩnh vực (Toán, Lý, Hóa) và có cả nam lẫn nữ. Nếu mọi người đều bình đẳng như nhau thì số cách lập một ban thư kí như thế là?

- A.** 171. **B.** 1575. **C.** 1404. **D.** 1440.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $2m + 3n$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. 7.

Câu 13. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{a+1}(3a^2 + 2b^2 - 6b + 6) \leq 2$. Giá trị biểu thức $T = 4ab + 2008b$ bằng

- A. 3018. B. 3012. C. 3015. D. 3009.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại A , $SA = BC$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC ; M là trung điểm của SA và G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, với V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $MAEF, AEFG$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Giá trị nhỏ nhất của $P = ab + a + c$ bằng

- A. $-\frac{25}{8}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 16. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin 2\alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right)$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 17. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh như sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 19,43. B. 19,37. C. 19,35. D. 19,34.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$; Tìm k để M, N, P, Q đồng phẳng

- A. $k = \frac{1}{2}$ B. $k = \frac{3}{2}$ C. $k = \frac{1}{4}$ D. $k = \frac{3}{4}$

Câu 19. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm sản xuất. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$. Số sản phẩm sản xuất bằng bao nhiêu thì xí nghiệp A đạt lợi nhuận nhiều nhất?

- A. 51. B. 47. C. 54. D. 52.

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xác định góc giữa 2 vector: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$

- A. 30° B. 90° C. 60° D. 45°

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý (a), b), (c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a, AB = BC = a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SD và (SAC) bằng 30° . Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

- a) Góc giữa SB với mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SBA}$.
b) Điểm $M \in SB$ sao cho $SM = k.SB$, $(0 < k < 1)$. Mặt phẳng (MAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần bằng nhau khi giá trị của $k = \frac{\sqrt{a+b}}{c}$ ($a < 20, a, b, c \in \mathbb{Z}$). Khi đó $a^2 + b + c = 100$.
c) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó: $V_{S.ABO} = V_{S. OCD}$.
d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $2a^3$.

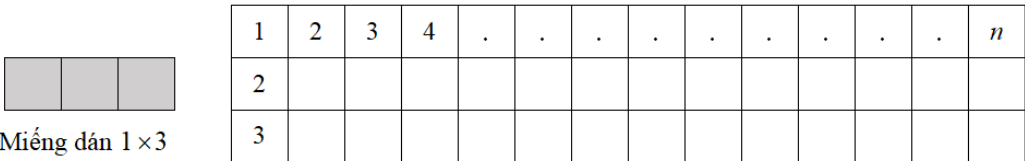
Câu 2. Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được cho bởi công thức: $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$; trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã. Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã là 138 ngày (Nguồn: *Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021*). Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni.

- a) Sau 138 ngày thì khối lượng Poloni còn lại là 50 (gam).
b) Kể từ ngày thứ 116 trở đi thì khối lượng Poloni mất đi nhiều hơn 80% so với khối lượng Poloni còn lại.
c) Khối lượng Poloni còn lại sau 30 ngày nhiều hơn 85 (gam).
d) Kể từ ngày thứ 55 trở đi thì khối lượng Poloni còn lại ít hơn 75 (gam).

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ đáy BC , có $A(1;1;2)$, $B(2;-1;0)$, $C(4;0;1)$

- a) Tam giác ABC có trọng tâm $G(2;3;1)$
b) Điểm M trên trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A, B là $M(\frac{3}{2};0;0)$
c) Cosin của góc giữa $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $\frac{7}{3\sqrt{11}}$
d) Biết rằng diện tích hình thang bằng $10\sqrt{2}$. Giả sử $D(a;b;c)$, Khi đó $T = a^2 + b^2 + c^2 = 80$.

Câu 4. Bạn A tìm mua được các miếng dán cùng loại, cùng màu và có cùng kích thước $1m \times 3m$ dùng để trang trí kín một mảng tường hình chữ nhật có kích thước là $3 \times n$ (với n là số nguyên dương, các kích thước có đơn vị đo là mét). Mỗi miếng dán có thể dán ngang hoặc dọc sao cho đảm bảo không có miếng dán nào bị cắt và không có miếng dán nào chồng lên nhau. (Miếng dán và mảng tường cần trang trí có dạng như hình vẽ).



Mảng tường hình chữ nhật kích thước $3 \times n$

- a) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 3m$ thì bạn A phải dùng 3 miếng dán và chỉ có đúng 2 cách dán là xoay dọc cả 3 miếng hoặc xoay ngang cả 3 miếng.
- b) Mảng tường thực tế bạn A cần dán có kích thước $3m \times 14m$, khi đó bạn A có tất cả 129 cách dán.
- c) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 2m$ thì bạn A phải dùng hai miếng dán và chỉ có duy nhất 1 cách dán là xoay dọc cả hai miếng dán.
- d) Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 6m$ thì bạn A sẽ có tất cả 4 cách dán.

Câu 5. Thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$
Số học sinh tổ 1	4	1	3	2
Số học sinh tổ 2	2	5	3	0

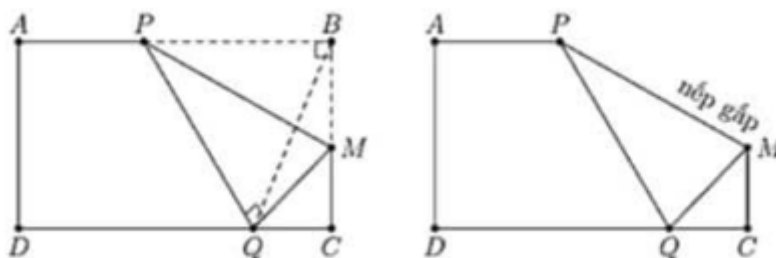
- a) Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 30 phút của 2 tổ là 6.
- b) Nếu dựa vào khoảng biến thiên thì thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 2 phân tán hơn thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của các bạn tổ 1.
- c) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở tổ 2 là 48.
- d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là 60.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C).

- a) Phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 1$.
- b) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có chu vi nhỏ nhất bằng $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2\sqrt{2} - 1}$.
- c) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2 .
- d) Tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B(2; -5)$

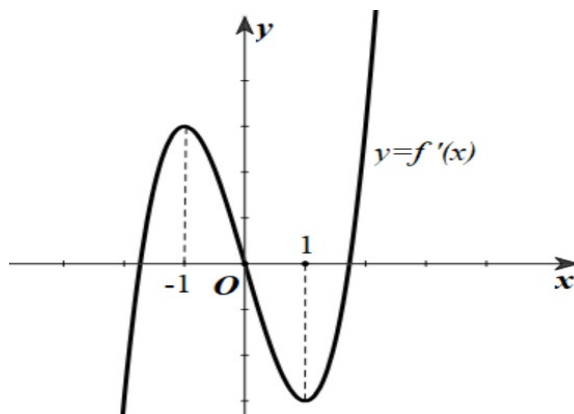
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

Câu 1. Cho tờ giấy hình chữ nhật ABCD có chiều dài $AB = 24cm$ và chiều rộng $CB = 16cm$. Gấp tờ giấy một lần sao cho góc trên bên phải B của tờ giấy nằm trên cạnh dưới CD của nó (tham khảo hình vẽ).



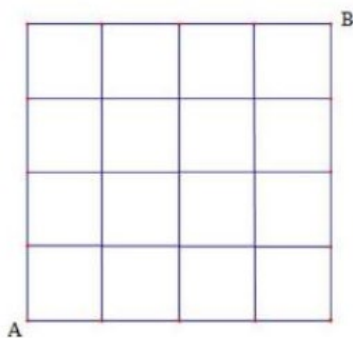
Nếp gấp MP có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 2. Cho hàm số $y = f'(x)$ là hàm số đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2025; 2025)$ để hàm số $y = |4f(\ln x) - \ln^2 x + 1 - m|$ nghịch biến trên khoảng $(1; e)$ biết $f(1) = 1$.

Câu 3. Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước 1×1 mét như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B , con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A . Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Xác suất để hai con kiến không gặp nhau trên đường đi là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị $a + b$ là



Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABC$ có $S(3; 4; 3)$ và $G(2; 2; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC . Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}; \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}; \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G' . Giả sử $G'(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

Câu 5. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng 2 có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD = 3AD, I$ là trung điểm của SD . Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N . Khi d thay đổi, thể tích khối đa diện $ABCMN$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{p\sqrt{m}}{n}$ (với m, n, p là các số tự nhiên, p là số nguyên tố và $n < 10$). Tìm $m + n + p$?

Câu 6. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \left[(x^2 + 2)(y + 1) \right]^{y+1} + x^2(y + 1) = 9$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$ bằng $a + b\sqrt{2}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị biểu thức $b - a$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Họ tên, chữ kí của giám thị

(Giám thị không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

HUONG DAN CHAM:

Phần I. (8 điểm) gồm 20 câu (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,4 điểm).

Phần II. (7,2 điểm) gồm 6 câu : Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1,2 điểm ; công thức tính trọng

Chọn 1 phương án đúng 0,12đ

Chọn 2 phương án đúng 0,3đ

Chọn 3 phương án đúng 0,6đ

Chọn 4 phương án đúng 1,2đ

Phần III. (4.8 điểm) gồm 6 câu (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,8 điểm).

Phần	I	II	III			
Số câu	20	6	6			
Câu/Mã đề	121	122	123	124	125	126
1	D	B	A	B	A	A
2	D	B	C	B	C	A
3	B	B	C	B	B	A
4	A	B	C	A	A	C
5	D	A	A	D	B	B
6	D	A	A	A	C	A
7	B	D	A	D	D	B
8	C	B	D	B	D	D
9	C	A	B	D	D	C
10	B	D	A	A	A	A
11	A	C	B	A	B	D
12	C	D	A	A	A	A
13	A	C	D	A	B	C
14	C	B	D	D	D	D
15	B	D	B	C	A	D
16	C	C	B	C	C	D
17	B	B	A	A	A	A
18	B	A	A	A	B	B
19	A	D	C	A	B	D
20	B	D	A	D	B	B
1	SSDS	ĐĐĐS	SSDS	ĐĐSĐ	SSDS	ĐSSS
2	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSS	SĐSS	ĐĐSĐ	ĐĐSĐ
3	ĐSSĐ	SSDS	SĐSĐ	ĐĐSS	ĐĐSĐ	ĐSSĐ
4	SĐĐĐ	ĐĐĐS	ĐĐSĐ	SĐĐĐ	SSSĐ	SĐĐĐ
5	SSSĐ	ĐSĐS	SĐĐĐ	SSDS	ĐSĐS	ĐSĐS
6	SĐĐĐ	SSDS	SĐSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	SĐSS
1	9,25	20,80	39	221	10	20,80
2	10	2029	9,25	2029	9,25	221
3	2029	221	20,80	10	2029	10

4	20,80	9,25	221	20,80	20,80	2029
5	39	39	10	9,25	39	9,25
6	221	10	2029	39	221	39

số=điểm phương án/điểm 1 câu

Đáp án chính thức
Gồm có 10 trang

Mã đề 121

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1:

Chọn **D**

Lời giải

Câu 2:

Chọn **D**

Lời giải

Câu 3:

Chọn **B**

Lời giải

Câu 4:

Chọn **A**

Lời giải

Câu 5:

Chọn **D**

Lời giải

Câu 6:

Chọn **D**

Lời giải

Câu 7:

Chọn **B**

Lời giải

Câu 8:

Chọn **C**

Lời giải

Câu 9:

Chọn **C**

Lời giải

Câu 10:

Chọn **B**

Lời giải

Câu 11:

Chọn A

Lời giải

Câu 12:

Chọn C

Lời giải

Câu 13:

Chọn A

Lời giải

Câu 14:

Chọn C

Lời giải

Câu 15:

Chọn B

Lời giải

Câu 16:

Chọn C

Lời giải

Câu 17:

Chọn B

Lời giải

Câu 18:

Chọn B

Lời giải

Câu 19:

Chọn A

Lời giải

Câu 20:

Chọn B

Lời giải

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>. Trong mỗi ý (a),b), (c),d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 21.

a) S b) S c) Đ d) S

Lời giải

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Tam giác ABC có trọng tâm $G(\frac{7}{3}; 0; 1)$

Vậy (a) Sai

$$(b) \overrightarrow{AB}(1; -2; -2); \overrightarrow{AC}(3; -1; -1) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3+2+2}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{11}} = \frac{7}{3\sqrt{11}}$$

Vậy (b) Đúng

$$(c) \text{Gọi } M(a, 0, 0) \in Ox \Rightarrow MA = \sqrt{(1-a)^2 + 1 + 4}; MB = \sqrt{(2-a)^2 + (1)^2 + 0}$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow (1-a)^2 + 1 + 4 = (2-a)^2 + 1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó } M(-\frac{1}{2}; 0; 0)$$

Vậy (c) Sai

(d)

$$\text{Ta có theo Herong: } S_{ABC} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ACD} = 10\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Gọi } D(a; b; c), \text{ ta có } \overrightarrow{AD} = (a-1; b-1; c-2).$$

$$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} a-1 = 3.2 \\ b-1 = 3.1 \\ c-2 = 3.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow D(7; 4; 5). \text{ Vậy } T = a^2 + b^2 + c^2 = 90.$$

Vậy (d) Sai

Câu 22.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Đúng. Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 30 phút là: $4 + 2 = 6$.

(b) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là $120 - 0 = 120$ (phút)

(c) Sai.

Ta có khoảng $[90; 120)$ của tổ 2 là 0 học sinh nên khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là $[0; 30)$ và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là $[60; 90)$.

Do đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 2 là $90 - 0 = 90$ (phút).

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 2 nhỏ hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1.

(d) Đúng. Ta có $\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5$ suy ra trung vị Q_2 thuộc nhóm thứ 2.

Câu 23.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

Đáp án (a) Đ, b) Đ, c) S, d) S

(a) Sau 138 ngày thì khối lượng Poloni còn lại là $m(138) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{138}{138}} = 50(\text{gam})$.

(b) Khối lượng Poloni còn lại sau 30 ngày là $m(30) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{138}} \approx 86,01(\text{gam})$.

(c) $100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} < 75 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} < 0,75 \Leftrightarrow \frac{t}{138} > \log_{\frac{1}{2}} 0,75 \Leftrightarrow t > 138 \log_{\frac{1}{2}} 0,75 \approx 57,28$

Kể từ ngày thứ 58 trở đi thì khối lượng Poloni còn lại ít hơn 75 (gam).

(d) Khối lượng Poloni mất đi nhiều hơn 80% so với khối lượng Poloni còn lại. Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni, khối lượng Poloni còn lại là $x(\text{gam})$. khối lượng Poloni mất đi bằng $100 - x(\text{gam})$, suy ra

$$100 - x > 80\%x \Rightarrow x + 80\%x < 100 \Rightarrow 1,8x < 100 \Rightarrow x < \frac{100}{1,8} = \frac{500}{9}$$

Vậy phải kể từ ngày thứ 118 trở đi.

Câu 24.

Lời giải

a) S b) Đ c) Đ d) Đ

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SB với đáy là góc $\widehat{SBA}$.

Vậy mệnh đề (a) **đúng**.

(b) Dễ thấy $\triangle CAD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp (SAC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa SD và (SAC) là $\widehat{CSD} = 30^\circ \Rightarrow SC = CD\sqrt{3} = a\sqrt{6}$

Vì $AC = a\sqrt{2}$ nên $SA = 2a$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} AB = \frac{3a^2}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{3a^2}{2} = a^3. \text{ Vậy mệnh đề (b) sai.}$$

(c) Gọi O là giao điểm của AC và BD

$$\text{Ta có: } \frac{AO}{OC} = \frac{OD}{OB} = \frac{AD}{BC} = 2$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = 2 \cdot S_{OBC} = S_{OCD} \Rightarrow V_{S.OAB} = V_{S.OCD}. \text{ Vậy mệnh đề (c) Đúng.}$$

(d) Vì $BC \parallel AD$ nên $(MAD) \cap (SBC) = MN, MN \parallel BC, N \in SC$

$$\text{Vì } \frac{SM}{SB} = k \text{ nên } \frac{SN}{SC} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.AMD}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} = k \Rightarrow V_{S.AMD} = kV_{S.ABD} = k \cdot \frac{2}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ADNM} = V_{S.ADM} + V_{S.MND} = \frac{2k}{3} V_{S.ABCD} + \frac{k^2}{3} V_{S.ABCD} = \frac{k^2 + 2k}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Theo giả thiết: } V_{S.ADNM} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}, \text{ ta có phương trình: } \frac{k^2 + 2k}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$$

Ta có $a^2 + b + c = 100$. Vậy mệnh đề (d) **đúng**.

Câu 25.

Lời giải

a) S b) S c) S d) Đ

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Sai | (b) Sai | (c) Đúng | (d) Sai.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$.

BBT:

(a) Mệnh đề sai

Ta có: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}, & x > -2 \\ -\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}, & x < -2 \end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số $f(x)$ gồm 2 phần:

***)** Là phần của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ với $x \in (-2; +\infty)$

***)** Là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ qua trục Ox với $x \in (-\infty; -2)$

Ta có, bảng biến thiên cho hàm số $f(x)$ như sau

BBT:

Dựa vào BBT, suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 3$.

Vậy **(a)** sai.

(b) Mệnh đề sai

Dễ thấy đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $d_1: x = -2$ và tiệm cận xiên là $d_2: y = x + 1$. Suy ra tâm đối xứng của đồ thị (C) là $I(-2; -1)$

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0^2 + 3x_0 + 3}{x_0 + 2}\right) \in (C) (x_0 \neq -2)$.

Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm M có phương trình dạng

Gọi $A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A\left(-2; \frac{-x_0}{x_0 + 2}\right)$ và $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(2x_0 + 2; 2x_0 + 3)$

Khi đó: $IA = \frac{2}{|x_0 + 2|}$, $IB = 2\sqrt{2} \cdot |x_0 + 2|$, $AB = \sqrt{4(x_0 + 2)^2 + \frac{(2x_0^2 + 8x_0 + 6)^2}{(x_0 + 2)^2}}$

Chu vi của tam giác IAB là:

Xét $f(x_0) = 4(x_0 + 2)^2 + \left(2(x_0 + 2) - \frac{2}{x_0 + 2}\right)^2 = 8(x_0 + 2)^2 + \frac{4}{(x_0 + 2)^2} - 8$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:

$\frac{2}{|x_0 + 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 + 2| \geq 4\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $(x_0 + 2)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$8(x_0 + 2)^2 + \frac{4}{(x_0 + 2)^2} \geq 8\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $(x_0 + 2)^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (x_0 + 2)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Suy ra $T \geq 4\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} - 8} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2\sqrt{2} - 2}$.

Vậy (b) sai

(c) Mệnh đề đúng

Dựa vào BBT ở câu (a) ta suy ra tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -2 .

Vậy (c) đúng.

(d) Mệnh đề sai

Theo câu (b) ta có tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hệ số góc $k = \frac{x_0^2 + 4x_0 + 3}{(x_0 + 2)^2}$

Đường thẳng $d: x - 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$ có hệ số góc $k_d = \frac{1}{3}$

Để tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d thì $k.k_d = -1 \Leftrightarrow \frac{x_0^2 + 4x_0 + 3}{(x_0 + 2)^2} = -3$

Với $x_0 = -\frac{3}{2}$ ta có tiếp tuyến $\Delta: y = -3\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 3$ không đi qua điểm $B(2; -5)$.

Với $x_0 = -\frac{5}{2}$ ta có tiếp tuyến $\Delta: y = -3\left(x + \frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 11$ không đi qua điểm $B(2; -5)$.

Vậy (d) sai

Câu 26.

Lời giải

a) S b) Đ c) Đ d) Đ

=====

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

Chọn (a) Đúng | (b) Đúng | (c) Sai | (d) Đúng.

(a) Mệnh đề đúng vì

Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 2m$ thì bạn A phải dùng hai miếng dán và chỉ có duy nhất 1 cách dán là xoay dọc cả hai miếng dán.

(b) Mệnh đề đúng, vì:

Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 3m$ thì bạn A phải dùng 3 miếng dán và chỉ có đúng 2 cách dán là xoay dọc cả 3 miếng hoặc xoay ngang cả 3 miếng.

(c) Mệnh đề sai, vì

Có 6 cách dán.

TH1: 6 miếng dán dọc có 1 cách

TH2: 6 miếng dán ngang có 1 cách

TH3: 3 dọc, 3 ngang có 4 cách dán.

Vậy có 6 cách dán.

(d) Mệnh đề đúng, vì

TH1: không có miếng nào nằm ngang có 1 cách

TH2: 3 miếng dán ngang và 11 miếng dán dọc có 12 cách dán

TH 3: 6 miếng dán ngang và 8 miếng dán dọc.

Coi 3 miếng dán ngang là 1 nhóm. Sắp xếp 2 nhóm vào 10 vị trí (2 nhóm có 3 miếng và 8 miếng dọc) có C_{10}^2 cách.

TH4: 9 miếng dán ngang và 5 miếng dán dọc có C_8^3

TH5: 12 miếng nằm ngang và 2 miếng dán dọc có C_6^4

Vậy có $1 + 12 + C_{10}^2 + C_8^3 + C_6^4 = 129$ cách.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

Câu 27:

Lời giải

Trả lời 9 , 2 5

Ta có $\overrightarrow{SA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$; $\overrightarrow{SB'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{SC'} = \frac{1}{5}\overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{SG'} = k\overrightarrow{SG}$.

Bốn điểm A', B', C', G' đồng phẳng nên với mọi điểm S ta có $\overrightarrow{SG'} = x\overrightarrow{SA'} + y\overrightarrow{SB'} + z\overrightarrow{SC'}$ (1) với $x + y + z = 1$.

(1) $\Leftrightarrow k\overrightarrow{SG} = \frac{x}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{y}{4}\overrightarrow{SB} + \frac{z}{5}\overrightarrow{SC}$, mặt khác $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$. Vì $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ không đồng phẳng nên

$$\begin{cases} \frac{k}{3} = \frac{x}{3} \\ \frac{k}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{k}{3} = \frac{z}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{4}{3}k \\ z = \frac{5}{3}k \end{cases}; x + y + z = 1 \Leftrightarrow k + \frac{4}{3}k + \frac{5}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{SG'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(-1; -2; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = \frac{-1}{4} \\ b - 4 = \frac{-2}{4} \\ c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{4} \\ b = \frac{7}{2} \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \frac{37}{4} = 9,25.$$

Câu 28:

Lời giải

Trả lời 1 0

$$+ \log_3 \left[(x^2 + 2)(y + 1) \right]^{y+1} = 9 - x^2(y + 1) \Leftrightarrow (y + 1) \log_3 \left[(x^2 + 2)(y + 1) \right] = 9 - x^2(y + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 + 2) + (x^2 + 2) = \log_3 \left(\frac{9}{y + 1} \right) + \frac{9}{y + 1} \quad (*)$$

$$+ \text{ Xét hàm số } f(t) = \log_3 t + t, t > 0 \text{ có } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$+ \text{ Khi đó, } (*) \quad f(x^2 + 2) = f\left(\frac{9}{y + 1}\right) \Leftrightarrow x^2 + 2 = \frac{9}{y + 1} \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{y + 1} - 2$$

$$+ \text{ Suy ra } P = x^2 + 2y = \frac{9}{y + 1} - 2 + 2y = \frac{9}{y + 1} + 2(y + 1) - 4 \geq 2\sqrt{\frac{9}{y + 1} \cdot 2(y + 1)} - 4 = -4 + 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{y + 1} = 2(y + 1) \\ x^2 = \frac{9}{y + 1} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2} \\ x = \sqrt{3\sqrt{2} - 2} \end{cases}.$$

+ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$ bằng $-4 + 6\sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \end{cases} \text{ nên } b - a = 10$$

Câu 29:

Lời giải

Trả lời 2 0 2 9

Hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua $O(0; 0)$, $A(1; -3)$ và có hai điểm cực trị là $-1; 1$ nên ta có hệ

Vậy $f'(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x$ suy ra $f(x) = \frac{3x^4}{8} - \frac{9x^2}{4} + C$

Mà $f(1) = 1 \Rightarrow \frac{3}{8} - \frac{9}{4} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{23}{8}$.

Vậy $f(x) = \frac{3x^4}{8} - \frac{9x^2}{4} + \frac{23}{8}$.

Đặt $t = \ln x$, khi $x \in (1; e)$ hàm số $t(x)$ tăng từ 0 đến 1.

Bài toán trở thành tìm m để $g(t) = |4f(t) - t^2 + 1 - m| = \left| \frac{3t^4}{2} - 10t^2 + \frac{25}{2} - m \right|$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

Xét hàm $h(t) = \frac{3t^4}{2} - 10t^2 + \frac{25}{2} - m$ trên $(0; 1)$.

$$h'(t) = 6t^3 - 20t; h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin (0; 1) \\ t = \sqrt{\frac{10}{3}} \notin (0; 1) \\ t = -\sqrt{\frac{10}{3}} \notin (0; 1) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

Do đó để hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $(0; 1)$ thì $4 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 4$.

Mà $m \in (-2024; 2025)$ nên $m \in \{-2024; -2023; -2022; \dots; 4\}$.

Vậy có 2029 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 30:

Lời giải

Trả lời 2 0 , 8

Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc tọa độ trùng với điểm B và hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó: $A(24; 0); C(0; 16)$.

Gọi $P(a; 0); M(0; b) (a, b \neq 0)$.

Vì điểm Q đối xứng với điểm B qua PM nên nhận $\overline{MP}$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình $BQ: ax - by = 0$.

Toạ độ điểm Q là nghiệm của hệ $\begin{cases} ax - by = 0 \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16b}{a} \\ y = 16 \end{cases}$

□Ta có: $MB^2 = MQ^2$

Xét hàm số $f(b) = \frac{8b^2}{b-8} + b^2, 8 < b < 16$

Ta có: $f'(b) = 0 \Rightarrow b = 12$

BBT

Vậy độ dài ngắn nhất của đoạn MP bằng $\sqrt{f(12)} = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 31:

Lời giải

Trả lời 3 9

$V_{ABCMN} = V_{S.ABC} - V_{S.MNC}$. Vì vậy V_{ABCMN} lớn nhất khi $V_{S.MNC}$ nhỏ nhất.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì $SABC$ là tứ diện đều và $AB = 2$ nên suy ra

$$SH \perp (ABC), H \text{ là trọng tâm tam giác đều } ABC \text{ và } AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Từ đó suy ra } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \frac{SM}{SA} = k, \frac{SN}{SB} = l, 0 \leq k, l \leq 1$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{S_{\Delta SMI}}{4S_{\Delta SAD}} + \frac{3S_{\Delta SNI}}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SI}{SD} + \frac{3}{4} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SI}{SD}$$

$$\text{Nên ta có } kl = \frac{1}{4}k \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4}l \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8kl = k + 3l \Rightarrow l = \frac{k}{8k-3} \quad (2)$$

$$\text{Vi } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq l \leq 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq \frac{k}{8k-3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \Rightarrow 8k-3 > 0$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = k.l \Rightarrow V_{S.MNC} = k.l.V_{SABC} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } V_{S.MNC} = k \cdot \frac{k}{8k-3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \frac{64k^2}{8k-3}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương ta có:

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow 8k-3 = \frac{9}{8k-3} \Leftrightarrow (8k-3)^2 = 9 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4} \left(\text{do } \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \right).$$

$$\text{Vậy } \min V_{S.MNC} = \frac{\sqrt{2}}{8} \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$$

Vậy $m=2$, $n=24$, $p=13$. Ta có $m+n+p=2+24+13=39$

Câu 32:

Lời giải

Trả lời 2 2 1

Nhận xét: Để di chuyển đến đích, mỗi con kiến phải có hành trình $8m$. Vì hai con kiến xuất phát cùng thời điểm và cùng vận tốc di chuyển nên chúng chỉ có thể gặp nhau khi mỗi con kiến đều di chuyển được $4m$ (sau 4 phút). Do vậy chúng chỉ có thể gặp nhau tại các giao điểm trên đường chéo chính chạy từ góc trên bên trái đến góc dưới bên phải (A_1A_5).

$$\text{Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ nhất đi đến vị trí } A_1 \text{ là } P_1(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}.$$

$$\text{Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ hai đi đến vị trí } A_1 \text{ là } P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}.$$

$$\text{Xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí } A_1 \text{ là } P(A_1) = P_1(A_1) \cdot P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4} \cdot \frac{C_4^0}{2^4} = \frac{(C_4^0)^2}{256}.$$

Tương tự, xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_2, A_3, A_4, A_5 là:

Xác suất để hai con kiến gặp nhau là:

Vậy xác suất để hai con kiến không gặp nhau là: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{35}{128} = \frac{93}{128}$.

Suy ra $\begin{cases} a = 93 \\ b = 128 \end{cases}$ nên $a + b = 221$.

Đáp án chính thức
Gồm có 10 trang

Mã đề 122

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1:

Chọn B

Lời giải

Câu 2:

Chọn B

Lời giải

Câu 3:

Chọn B

Lời giải

Câu 4:

Chọn B

Lời giải

Câu 5:

Chọn A

Lời giải

Câu 6:

Chọn A

Lời giải

Câu 7:

Chọn D

Lời giải

Câu 8:

Chọn B

Lời giải

Câu 9:

Chọn A

Lời giải

Câu 10:

Chọn D

Lời giải

Câu 11:

Chọn C

Lời giải

Câu 12:

Chọn D

Lời giải

Câu 13:

Chọn C

Lời giải

Câu 14:

Chọn B

Lời giải

Câu 15:

Chọn D

Lời giải

Câu 16:

Chọn C

Lời giải

Câu 17:

Chọn B

Lời giải

Câu 18:

Chọn A

Lời giải

Câu 19:

Chọn D

Lời giải

Câu 20:

Chọn D

Lời giải

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>. Trong mỗi ý (a),b), (c),d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 21.

a) Đ b) Đ c) Đ d) S

Lời giải

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SB với đáy là góc $\widehat{SBA}$.

Vậy mệnh đề (a) đúng.

(b) Dễ thấy $\triangle CAD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp (SAC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa SD và (SAC) là $\widehat{CSD} = 30^\circ \Rightarrow SC = CD\sqrt{3} = a\sqrt{6}$

Vì $AC = a\sqrt{2}$ nên $SA = 2a$

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} AB = \frac{3a^2}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{3a^2}{2} = a^3$. Vậy mệnh đề (b) sai.

(c) Gọi O là giao điểm của AC và BD

Ta có: $\frac{AO}{OC} = \frac{OD}{OB} = \frac{AD}{BC} = 2$

$\Rightarrow S_{OAB} = 2 \cdot S_{OBC} = S_{OCD} \Rightarrow V_{S.OAB} = V_{S.OCD}$. Vậy mệnh đề (c) Đúng.

(d) Vì $BC \parallel AD$ nên $(MAD) \cap (SBC) = MN$, $MN \parallel BC$, $N \in SC$

Vì $\frac{SM}{SB} = k$ nên $\frac{SN}{SC} = k$

Ta có: $\frac{V_{S.AMD}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} = k \Rightarrow V_{S.AMD} = kV_{S.ABD} = k \cdot \frac{2}{3} V_{S.ABCD}$

Suy ra $V_{S.ADNM} = V_{S.ADM} + V_{S.MND} = \frac{2k}{3} V_{S.ABCD} + \frac{k^2}{3} V_{S.ABCD} = \frac{k^2 + 2k}{3} V_{S.ABCD}$

Theo giả thiết: $V_{S.ADNM} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}$, ta có phương trình: $\frac{k^2 + 2k}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$

Ta có $a^2 + b + c = 100$. Vậy mệnh đề (d) đúng.

Câu 22.

Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) S

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

Đáp án (a) (Đ), b (Đ), c (S), d (S)

(a) Sau 138 ngày thì khối lượng Poloni còn lại là $m(138) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{138}{138}} = 50 \text{ (gam)}$.

(b) Khối lượng Poloni còn lại sau 30 ngày là $m(30) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{138}} \approx 86,01 \text{ (gam)}$.

(c) $100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} < 75 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} < 0,75 \Leftrightarrow \frac{t}{138} > \log_{\frac{1}{2}} 0,75 \Leftrightarrow t > 138 \log_{\frac{1}{2}} 0,75 \approx 57,28$

Kể từ ngày thứ 58 trở đi thì khối lượng Poloni còn lại ít hơn 75 (gam).

(d) Khối lượng Poloni mất đi nhiều hơn 80% so với khối lượng Poloni còn lại. Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni, khối lượng Poloni còn lại là $x \text{ (gam)}$. khối lượng Poloni mất đi bằng $100 - x \text{ (gam)}$, suy ra

$100 - x > 80\%x \Rightarrow x + 80\%x < 100 \Rightarrow 1,8x < 100 \Rightarrow x < \frac{100}{1,8} = \frac{500}{9}$

Vậy phải kể từ ngày thứ 118 trở đi.

Câu 23.

Lời giải

a) S b) S c) Đ d) S

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Tam giác ABC có trọng tâm $G(\frac{7}{3}; 0; 1)$

Vậy **(a) Sai**

$$\text{(b)} \quad \overrightarrow{AB}(1; -2; -2); \overrightarrow{AC}(3; -1; -1) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3 + 2 + 2}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{11}} = \frac{7}{3\sqrt{11}}$$

Vậy **(b) Đúng**

$$\text{(c)} \quad \text{Gọi } M(a, 0, 0) \in Ox \Rightarrow MA = \sqrt{(1-a)^2 + 1 + 4}; MB = \sqrt{(2-a)^2 + (1)^2 + 0}$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow (1-a)^2 + 1 + 4 = (2-a)^2 + 1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó } M(-\frac{1}{2}; 0; 0)$$

Vậy **(c) Sai**

(d)

$$\text{Ta có theo Herong: } S_{ABC} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ACD} = 10\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Gọi } D(a; b; c), \text{ ta có } \overrightarrow{AD} = (a-1; b-1; c-2).$$

$$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} a-1 = 3.2 \\ b-1 = 3.1 \\ c-2 = 3.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow D(7; 4; 5). \text{ Vậy } T = a^2 + b^2 + c^2 = 90.$$

Vậy **(d) Sai**

Câu 24.

Lời giải

a) Đ b) Đ c) Đ d) S

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

Chọn (a) Đúng | (b) Đúng | (c) Sai | (d) Đúng.

(a) Mệnh đề đúng vì

Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 2m$ thì bạn A phải dùng hai miếng dán và chỉ có duy nhất 1 cách dán là xoay dọc cả hai miếng dán.

(b) Mệnh đề đúng, vì:

Nếu mảng tường có kích thước $3m \times 3m$ thì bạn A phải dùng 3 miếng dán và chỉ có đúng 2 cách dán là xoay dọc cả 3 miếng hoặc xoay ngang cả 3 miếng.

(c) Mệnh đề sai, vì

Có 6 cách dán.

TH1: 6 miếng dán dọc có 1 cách

TH2: 6 miếng dán ngang có 1 cách

TH3: 3 dọc, 3 ngang có 4 cách dán.

Vậy có 6 cách dán.

(d) Mệnh đề đúng, vì

TH1: không có miếng nào nằm ngang có 1 cách

TH2: 3 miếng dán ngang và 11 miếng dán dọc có 12 cách dán

TH 3: 6 miếng dán ngang và 8 miếng dán dọc.

Coi 3 miếng dán ngang là 1 nhóm. Sắp xếp 2 nhóm vào 10 vị trí (2 nhóm có 3 miếng và 8 miếng dọc) có C_{10}^2 cách.

TH4: 9 miếng dán ngang và 5 miếng dán dọc có C_8^3

TH5: 12 miếng nằm ngang và 2 miếng dán dọc có C_6^4

Vậy có $1 + 12 + C_{10}^2 + C_8^3 + C_6^4 = 129$ cách.

Câu 25.

Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) S

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) **Đúng.** Tổng số học sinh học Toán ở nhà mỗi ngày dưới 30 phút là: $4 + 2 = 6$.

(b) **Sai.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1 là $120 - 0 = 120$ (phút)

(c) **Sai.**

Ta có khoảng $[90; 120)$ của tổ 2 là 0 học sinh nên khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là $[0; 30)$ và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là $[60; 90)$.

Do đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 2 là $90 - 0 = 90$ (phút).

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 2 nhỏ hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian học Toán ở nhà mỗi ngày của tổ 1.

(d) **Đúng.** Ta có $\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5$ suy ra trung vị Q_2 thuộc nhóm thứ 2.

Câu 26.

Lời giải

a) S b) S c) Đ d) S

T1: Chỉ đảo a) và b), c) và d) - T2: Cố định d) - T3: Cố định c) và d) - T4: Cố định a) và d) - T5: Cố định cả 4 ý.

(a) Sai | (b) Sai | (c) Đúng | (d) Sai.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$.

BBT:

(a) **Mệnh đề sai**

Ta có: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}, & x > -2 \\ -\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}, & x < -2 \end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số $f(x)$ gồm 2 phần:

*) Là phần của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ với $x \in (-2; +\infty)$

*) Là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ qua trục Ox với $x \in (-\infty; -2)$

Ta có, bảng biến thiên cho hàm số $f(x)$ như sau

BBT:

Dựa vào BBT, suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 3$.

Vậy (a) sai.

(b) Mệnh đề sai

Dễ thấy đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $d_1: x = -2$ và tiệm cận xiên là $d_2: y = x + 1$. Suy ra tâm đối xứng của đồ thị (C) là $I(-2; -1)$

$$\text{Gọi } M\left(x_0; \frac{x_0^2 + 3x_0 + 3}{x_0 + 2}\right) \in (C) \quad (x_0 \neq -2).$$

Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm M có phương trình dạng

$$\text{Gọi } A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A\left(-2; \frac{-x_0}{x_0 + 2}\right) \text{ và } B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(2x_0 + 2; 2x_0 + 3)$$

$$\text{Khi đó: } IA = \frac{2}{|x_0 + 2|}, IB = 2\sqrt{2} \cdot |x_0 + 2|, AB = \sqrt{4(x_0 + 2)^2 + \frac{(2x_0^2 + 8x_0 + 6)^2}{(x_0 + 2)^2}}$$

Chu vi của tam giác IAB là:

$$\text{Xét } f(x_0) = 4(x_0 + 2)^2 + \left(2(x_0 + 2) - \frac{2}{x_0 + 2}\right)^2 = 8(x_0 + 2)^2 + \frac{4}{(x_0 + 2)^2} - 8$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:

$$\frac{2}{|x_0 + 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 + 2| \geq 4\sqrt{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } (x_0 + 2)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$8(x_0 + 2)^2 + \frac{4}{(x_0 + 2)^2} \geq 8\sqrt{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } (x_0 + 2)^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (x_0 + 2)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Suy ra } T \geq 4\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} - 8} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2\sqrt{2} - 2}.$$

Vậy (b) sai

(c) Mệnh đề đúng

Dựa vào BBT ở câu (a) ta suy ra tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -2 .

Vậy (c) đúng.

(d) Mệnh đề sai

$$\text{Theo câu (b) ta có tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hệ số góc } k = \frac{x_0^2 + 4x_0 + 3}{(x_0 + 2)^2}$$

$$\text{Đường thẳng } d: x - 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - 2 \text{ có hệ số góc } k_d = \frac{1}{3}$$

$$\text{Để tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng } d \text{ thì } k \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow \frac{x_0^2 + 4x_0 + 3}{(x_0 + 2)^2} = -3$$

$$\text{Với } x_0 = -\frac{3}{2} \text{ ta có tiếp tuyến } \Delta: y = -3\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 3 \text{ không đi qua điểm } B(2; -5).$$

$$\text{Với } x_0 = -\frac{5}{2} \text{ ta có tiếp tuyến } \Delta: y = -3\left(x + \frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 11 \text{ không đi qua điểm } B(2; -5).$$

Vậy (d) sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu <S> đến câu <E>, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

Câu 27:

Lời giải

Trả lời 2 0 , 8

Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc tọa độ trùng với điểm B và hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó: $A(24;0); C(0;16)$.

Gọi $P(a;0); M(0;b) (a, b \neq 0)$.

Vì điểm Q đối xứng với điểm B qua PM nên nhận $\overline{MP}$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình $BQ: ax - by = 0$.

Toạ độ điểm Q là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} ax - by = 0 \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16b}{a} \\ y = 16 \end{cases}$$

□Ta có: $MB^2 = MQ^2$

Xét hàm số $f(b) = \frac{8b^2}{b-8} + b^2, 8 < b < 16$

Ta có: $f'(b) = 0 \Rightarrow b = 12$

BBT

Vậy độ dài ngắn nhất của đoạn MP bằng $\sqrt{f(12)} = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 28:

Lời giải

Trả lời 2029

Hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua $O(0;0)$, $A(1;-3)$ và có hai điểm cực trị là $-1;1$ nên ta có hệ

Vậy $f'(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x$ suy ra $f(x) = \frac{3x^4}{8} - \frac{9x^2}{4} + C$

Mà $f(1) = 1 \Rightarrow \frac{3}{8} - \frac{9}{4} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{23}{8}$.

Vậy $f(x) = \frac{3x^4}{8} - \frac{9x^2}{4} + \frac{23}{8}$.

Đặt $t = \ln x$, khi $x \in (1;e)$ hàm số $t(x)$ tăng từ 0 đến 1.

Bài toán trở thành tìm m để $g(t) = |4f(t) - t^2 + 1 - m| = \left| \frac{3t^4}{2} - 10t^2 + \frac{25}{2} - m \right|$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Xét hàm $h(t) = \frac{3t^4}{2} - 10t^2 + \frac{25}{2} - m$ trên $(0;1)$.

$$h'(t) = 6t^3 - 20t; h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin (0;1) \\ t = \sqrt{\frac{10}{3}} \notin (0;1) \\ t = -\sqrt{\frac{10}{3}} \notin (0;1) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

Do đó để hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$ thì $4 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 4$.

Mà $m \in (-2024; 2025)$ nên $m \in \{-2024; -2023; -2022; \dots; 4\}$.

Vậy có 2029 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 29:

Lời giải**Trả lời 2 2 1**

Nhận xét: Để di chuyển đến đích, mỗi con kiến phải có hành trình $8m$. Vì hai con kiến xuất phát cùng thời điểm và cùng vận tốc di chuyển nên chúng chỉ có thể gặp nhau khi mỗi con kiến đều di chuyển được $4m$ (sau 4 phút). Do vậy chúng chỉ có thể gặp nhau tại các giao điểm trên đường chéo chính chạy từ góc trên bên trái đến góc dưới bên phải (A_1A_5).

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ nhất đi đến vị trí A_1 là $P_1(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$.

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ hai đi đến vị trí A_1 là $P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$.

Xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_1 là $P(A_1) = P_1(A_1) \cdot P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4} \cdot \frac{C_4^0}{2^4} = \frac{(C_4^0)^2}{256}$.

Tương tự, xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_2, A_3, A_4, A_5 là:

Xác suất để hai con kiến gặp nhau là:

Vậy xác suất để hai con kiến không gặp nhau là: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{35}{128} = \frac{93}{128}$.

Suy ra $\begin{cases} a = 93 \\ b = 128 \end{cases}$ nên $a + b = 221$.

Câu 30:**Lời giải****Trả lời 9 , 2 5**

Ta có $\overrightarrow{SA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$; $\overrightarrow{SB'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{SC'} = \frac{1}{5}\overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{SG'} = k\overrightarrow{SG}$.

Bốn điểm A', B', C', G' đồng phẳng nên với mọi điểm S ta có $\overrightarrow{SG'} = x\overrightarrow{SA'} + y\overrightarrow{SB'} + z\overrightarrow{SC'}$ (1) với $x + y + z = 1$.

(1) $\Leftrightarrow k\overrightarrow{SG} = \frac{x}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{y}{4}\overrightarrow{SB} + \frac{z}{5}\overrightarrow{SC}$, mặt khác $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$. Vì $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ không đồng phẳng nên

$$\begin{cases} \frac{k}{3} = \frac{x}{3} \\ \frac{k}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{k}{3} = \frac{z}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{4}{3}k \\ z = \frac{5}{3}k \end{cases}; \quad x + y + z = 1 \Leftrightarrow k + \frac{4}{3}k + \frac{5}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{SG'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(-1; -2; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = \frac{-1}{4} \\ b - 4 = \frac{-2}{4} \\ c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{4} \\ b = \frac{7}{2} \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \frac{37}{4} = 9,25.$$

Câu 31:**Lời giải****Trả lời 3 9**

$V_{ABCMN} = V_{S.ABC} - V_{S.MNC}$. Vì vậy V_{ABCMN} lớn nhất khi $V_{S.MNC}$ nhỏ nhất.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì $SABC$ là tứ diện đều và $AB = 2$ nên suy ra $SH \perp (ABC)$, H là trọng tâm tam giác đều ABC và $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Từ đó suy ra } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \frac{SM}{SA} = k, \frac{SN}{SB} = l, 0 \leq k, l \leq 1$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{S_{\Delta SMI}}{4S_{\Delta SAD}} + \frac{3S_{\Delta SNI}}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SI}{SD} + \frac{3}{4} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SI}{SD}$$

$$\text{Nên ta có } kl = \frac{1}{4}k \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4}l \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8kl = k + 3l \Rightarrow l = \frac{k}{8k-3} \quad (2)$$

$$\text{Vi } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq l \leq 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq \frac{k}{8k-3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \Rightarrow 8k-3 > 0$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = k.l \Rightarrow V_{S.MNC} = k.l.V_{SABC} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } V_{S.MNC} = k \cdot \frac{k}{8k-3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \frac{64k^2}{8k-3}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương ta có:

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow 8k-3 = \frac{9}{8k-3} \Leftrightarrow (8k-3)^2 = 9 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4} \left(\text{do } \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \right).$$

$$\text{Vậy } \min V_{S.MNC} = \frac{\sqrt{2}}{8} \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$$

Vậy $m=2$, $n=24$, $p=13$. Ta có $m+n+p=2+24+13=39$

Câu 32:

Lời giải

Trả lời 1 0

$$+ \log_3 \left[(x^2 + 2)(y+1) \right]^{y+1} = 9 - x^2(y+1) \Leftrightarrow (y+1) \log_3 \left[(x^2 + 2)(y+1) \right] = 9 - x^2(y+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 + 2) + (x^2 + 2) = \log_3 \left(\frac{9}{y+1} \right) + \frac{9}{y+1} \quad (*)$$

$$+ \text{ Xét hàm số } f(t) = \log_3 t + t, t > 0 \text{ có } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$+ \text{ Khi đó, } (*) \quad f(x^2 + 2) = f\left(\frac{9}{y+1}\right) \Leftrightarrow x^2 + 2 = \frac{9}{y+1} \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{y+1} - 2$$

$$+ \text{ Suy ra } P = x^2 + 2y = \frac{9}{y+1} - 2 + 2y = \frac{9}{y+1} + 2(y+1) - 4 \geq 2\sqrt{\frac{9}{y+1} \cdot 2(y+1)} - 4 = -4 + 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{y+1} = 2(y+1) \\ x^2 = \frac{9}{y+1} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3\sqrt{2}-2}{2} \\ x = \sqrt{3\sqrt{2}-2} \end{cases}.$$

+ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$ bằng $-4 + 6\sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \end{cases} \text{ nên } b - a = 10$$

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>