SỞ GD – ĐT TP. HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN

THẠC SĨ TOÁN GIẢI TÍCH

MATHEMATICAL ANALYSIS

giaoducthienan.vn

NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

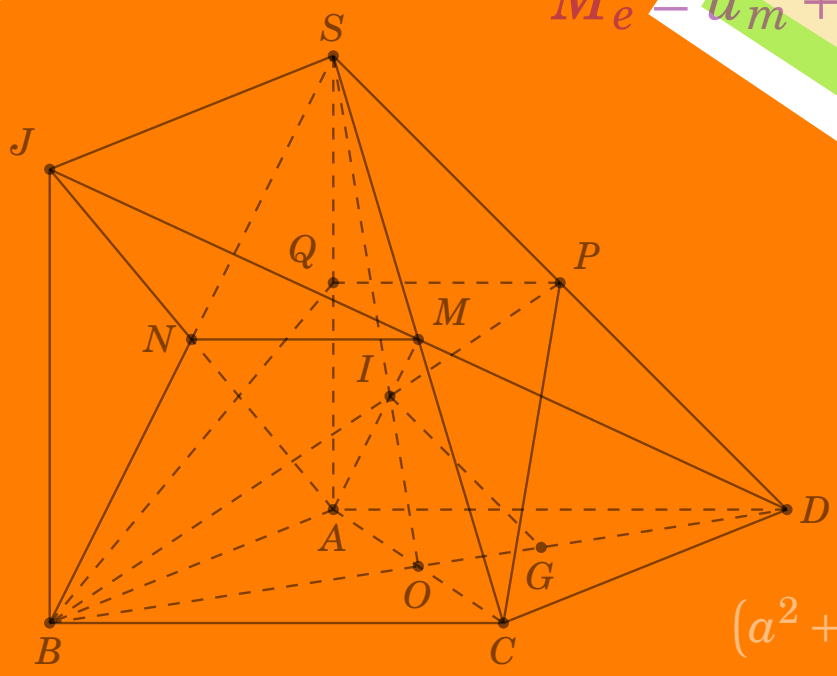
TÀI LIỆU HỌC TẬP CHUẨN CẤU TRÚC MỚI

TOÁN 11

HỌC KÌ 1 – NĂM HỌC 2025 – 2026

- **Tóm tắt chi tiết lí thuyết theo bài**
- **Phân chia dạng toán theo bài**
- **Bài tập từng bài chuẩn cấu trúc mới của BGD**
- **Đề ôn tập từng chương**

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$



$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$

$$(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) \geq (a \cdot c + b \cdot d)^2$$

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI ĐỊA

Mục lục

PHẦN I MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH

Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC 11

Bài 1. GÓC LƯỢNG GIÁC 11

A Kiến thức cần nhớ ... 11
B Bài tập tự luận ... 12
C Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 17
D Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 27
E Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 32

Bài 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC 38

A Kiến thức cần nhớ ... 38
B Bài tập tự luận ... 40
C Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 44
D Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 54
E Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 58

Bài 3. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC 61

A Kiến thức cần nhớ ... 61
B Bài tập tự luận ... 61
C Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 66
D Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 73
E Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 81

Bài 4. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ ĐỒ THỊ 87

A Kiến thức cần nhớ ... 87
B Các dạng toán thường gặp ... 88
Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số lượng giác ... 88
Dạng 2. Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác $y = f(x)$ ... 89
Dạng 3. Chứng minh hàm số tuần hoàn và xác định chu kỳ của nó ... 90
Dạng 4. Đồ thị của hàm số lượng giác ... 92
Dạng 5. Tìm giá trị lớn nhất và và giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác ... 92

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG YÊN

C Bài tập tự luận 94
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 98
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 111
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 122

Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN 128

A Kiến thức cần nhớ 128
B Các dạng toán thường gặp 128
Dạng 1. Phương trình $\sin x = m$ 128
Dạng 2. Phương trình $\cos x = m$ 129
Dạng 3. Phương trình $\tan x = m$ và $\cot x = m$ 129
C Bài tập tự luận 130
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 134
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 146
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 154

Bài 6. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG I 159

A Bài tập tự luận 159
B Câu hỏi trắc nghiệm khách quan 164
C Bài tập trắc nghiệm đúng sai 191
D Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 200

Chương 2. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG. CẤP SỐ NHÂN 201

Bài 1. DÃY SỐ 201

A Kiến thức cần nhớ 201
B Các dạng toán thường gặp 202
Dạng 1. Tìm số hạng của dãy số 202
Dạng 2. Xét tính tăng, giảm của một dãy số 203
Dạng 3. Xét tính bị chặn của một dãy số 204
Dạng 4. Tính tổng của dãy số cách đều 207
Dạng 5. Tính tổng của dãy số bằng phương pháp khử liên tiếp 208
Dạng 6. Tính tổng bằng cách chuyển về phương trình có ẩn là tổng cần tính 208
Dạng 7. Tính tổng bằng cách đưa về các tổng đã biết 209
Dạng 8. Xác định công thức số hạng tổng quát của dãy số 209
C Bài tập tự luận 209

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 213
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 226
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 233

Bài 2. CẤP SỐ CỘNG 238

A Kiến thức cần nhớ 238
B Các dạng toán thường gặp 238
Dạng 1. Xét dãy số (u_n) có là một cấp số cộng không? 238
Dạng 2. Xác định các đại lượng của cấp số cộng 239
Dạng 3. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng 240
Dạng 4. Giải phương trình (tìm x trong cấp số cộng) 241
C Bài tập tự luận 241
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 244
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 254
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 266

Bài 3. CẤP SỐ NHÂN 273

A Kiến thức cần nhớ 273
B Các dạng toán thường gặp 273
Dạng 1. Xét dãy số (u_n) có là một cấp số nhân không? 273
Dạng 2. Xác định các đại lượng của cấp số nhân 274
Dạng 3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân 275
C Bài tập tự luận 276
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 281
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 295
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 306

Bài 4. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG II 310

A Câu hỏi trắc nghiệm khách quan 310
B Bài tập trắc nghiệm đúng sai 339
C Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 344

Chương 3. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC 347

Bài 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ 347

A Kiến thức cần nhớ 347

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Ⓑ Các dạng toán thường gặp 348

Dạng 1. Chứng minh dãy số có giới hạn 348

Dạng 2. Tìm giới hạn của dãy số có chứa căn 350

Dạng 3. Nhân với một lượng liên hợp 350

Dạng 4. Tìm giới hạn của dãy số có chứa lũy thừa 351

Dạng 5. Dãy số (u_n) trong đó u_n là một tổng hoặc một tích của n số hạng (hoặc n thừa số) 352

Dạng 6. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn 353

Dạng 7. Giới hạn vô cực 353

Dạng 8. Phương pháp sai phân và quy nạp tính giới hạn 353

Ⓒ Bài tập tự luận 354

Ⓓ Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 362

Ⓔ Bài tập trắc nghiệm đúng sai 376

Ⓕ Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 382

Bài 2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ 388

Ⓐ Kiến thức cần nhớ 388

Ⓑ Các dạng toán thường gặp 389

Dạng 1. Hàm số có giới hạn hữu hạn 389

Dạng 2. Hàm số có giới hạn tại vô cực 389

Dạng 3. Giới hạn một bên 391

Dạng 4. Dạng vô định $\frac{0}{0}$ 392

Dạng 5. Dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$ 394

Dạng 6. Dạng vô định $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$ 395

Dạng 7. Giới hạn của hàm số lượng giác $\left(\text{Dạng vô định } \frac{0}{0}\right)$ 397

Dạng 8. Giới hạn liên quan đến hàm ẩn 398

Ⓒ Bài tập tự luận 398

Ⓓ Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 409

Ⓔ Bài tập trắc nghiệm đúng sai 427

Ⓕ Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 434

Bài 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC 439

Ⓐ Kiến thức cần nhớ 439

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B Các dạng toán thường gặp 440
- *Dạng 1. Xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ tại một điểm x_0* 440
- *Dạng 2. Xét tính liên tục của hàm phân nhánh tại $x = x_0$* 441
- *Dạng 3. Xét tính liên tục của hàm phân nhánh tại $x = x_0$* 441
- *Dạng 4. Tìm tham số để hàm phân nhánh liên tục tại x_0* 442
- *Dạng 5. Hàm số liên tục trên một khoảng* 443
- *Dạng 6. Chứng minh phương trình có nghiệm* 445

C Bài tập tự luận 446

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 453

E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 468

F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 477

Bài 4. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG III **481**

A Bài tập tự luận 481

B Câu hỏi trắc nghiệm khách quan 488

PHẦN II HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

Chương 4. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN **523**

Bài 1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN 523

A Kiến thức cần nhớ 523

B Các dạng toán thường gặp 530
- *Dạng 1. Tìm giao tuyến giữa hai mặt phẳng* 530
- *Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng* 534
- *Dạng 3. Chứng minh thẳng hàng, đồng quy* 539

C Bài tập tự luận tổng hợp 542

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 547
- *Dạng 4. Câu hỏi lý thuyết* 547
- *Dạng 5. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng* 550
- *Dạng 6. Tìm giao điểm* 552
- *Dạng 7. Chứng minh ba điểm thẳng hàng* 554

E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 555

F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 556

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG 561

A Kiến thức cần nhớ ... 561

B Các dạng toán thường gặp ... 562

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song hoặc đồng quy, giao tuyến của 2 mặt chứa 2 đường thẳng song song ... 562

Dạng 2. Giao điểm sử dụng giao tuyến song song ... 564

C Bài tập tự luận ... 565

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 569

E Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 578

F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 583

Bài 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG 586

A Kiến thức cần nhớ ... 586

B Các dạng toán thường gặp ... 587

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng ... 587

Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ... 589

C Bài tập tự luận ... 590

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 596

E Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 606

F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 613

Bài 4. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG 615

A Kiến thức cần nhớ ... 615

B Các dạng toán thường gặp ... 617

Dạng 1. Chứng minh hai mặt phẳng song song ... 617

Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng chứa các yếu tố song song ... 618

Dạng 3. Định lý Thales trong không gian ... 619

C Bài tập tự luận ... 620

D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn ... 626

E Bài tập trắc nghiệm đúng sai ... 634

F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn ... 641

Bài 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG 643

A Kiến thức cần nhớ ... 643

B Các dạng toán thường gặp ... 644

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Dạng 1. Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian 644
Dạng 2. Các bài toán liên quan đến phép chiếu song song 645
C Bài tập tự luận 646
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 648
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 653
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 657
Bài 6. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG IV **658**
A Bài tập tự luận 658
B Câu hỏi trắc nghiệm khách quan 676

PHẦN III THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 5. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM **709**
Bài 1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ MỐT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM **709**
A Kiến thức cần nhớ 709
B Bài tập tự luận 711
C Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 745
D Bài tập trắc nghiệm đúng sai 765
E Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 776
Bài 2. TRUNG VỊ VÀ TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM **781**
A Kiến thức cần nhớ 781
B Các dạng toán thường gặp 782
Dạng 1. Trung vị của mẫu số liệu ghép lớp 782
Dạng 2. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm 783
C Bài tập tự luận 786
D Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 796
E Bài tập trắc nghiệm đúng sai 812
F Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn 822
Bài 3. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG V **827**
A Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn 827

Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

PHẦN I

MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11

Chương 1

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

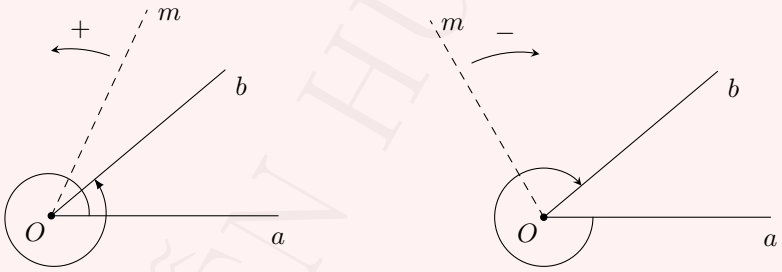
K11 – CHƯƠNG 1 §1. GÓC LƯỢNG GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Các định nghĩa

Định nghĩa 1 Cho hai tia Oa, Ob.

- Nếu một tia Om quay quanh gốc O của nó theo một chiều cố định bắt đầu từ vị trí tia Oa và dừng ở vị trí tia Ob thì ta nói tia Om quét một **góc lượng giác** có tia đầu Oa, tia cuối Ob. Ký hiệu (Oa, Ob).
- Khi tia Om quay một góc α, ta nói số đo của góc lượng giác (Oa, Ob) bằng α. Ký hiệu $(Oa, Ob) = \alpha$.



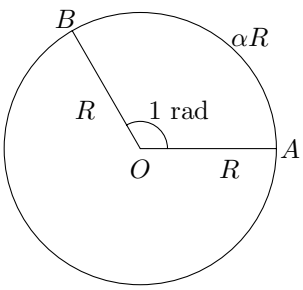
- *Với tia đầu Oa, tia cuối Ob cho trước, có vô số (Oa, Ob).*
- *sđ $(Oa, Ob) = \alpha^\circ + k360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$ hoặc $(Oa, Ob) = \alpha^\circ + k360^\circ$, với α° là số đo của một góc lượng giác bất kì có tia đầu Oa và tia cuối Ob.*

Định nghĩa 2 **Hệ thức Chasles (Sa-lơ)** Với ba tia Oa, Ob và Oc bất kì, ta có

$$(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oa, Oc) + k360^\circ, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

2 Đơn vị radian

Trên đường tròn bán kính R tuỳ ý, góc ở tâm chắn một cung có độ dài đúng bằng R được gọi là một góc có số đo 1 radian (đọc là 1 ra-đi-an, viết tắt là 1rad).



$$180^\circ = \pi \text{ rad}.$$

Công thức chuyển đổi $\boxed{a^\circ = \frac{\pi a}{180} \text{ rad} \mid \alpha \text{ rad} = \left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^\circ}$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Khi ghi số đo của một góc theo đơn vị radian, người ta thường bỏ đi chữ rad sau số đo. Ví dụ, $\frac{\pi}{2}$ rad được viết là $\frac{\pi}{2}$, 2 rad được viết là 2.

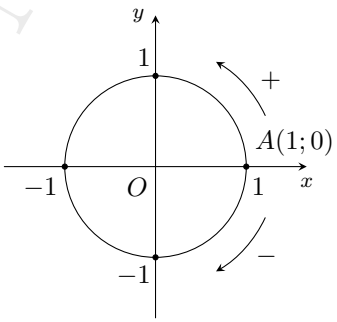
b) Với đơn vị radian, công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Oa, Ob) là

$$(Oa, Ob) = \alpha + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}),$$

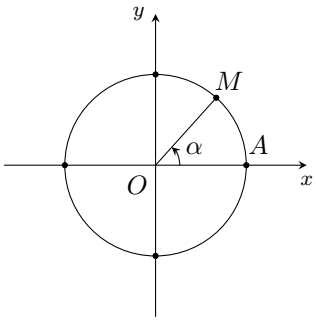
Trong đó α là số đo theo radian của một góc lượng giác bất kì có tia đầu Oa và tia cuối Ob.
***Lưu ý:** không được viết $\alpha + k360^\circ$ hay $a^\circ + k2\pi$ (vì không cùng đơn vị đo).*

3 Đường tròn lượng giác

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường tròn tâm O bán kính bằng 1. Trên đường tròn này, chọn điểm $A(1;0)$ làm gốc, chiều dương là chiều ngược chiều kim đồng hồ và chiều âm là chiều cùng chiều kim đồng hồ. Đường tròn cùng với gốc và chiều như trên được gọi là **đường tròn lượng giác**.



Cho số đo góc α bất kì. Trên đường tròn lượng giác, ta xác định được duy nhất một điểm M sao cho số đo góc lượng giác (OA, OM) bằng α (Hình bên). Khi đó điểm M được gọi là **điểm biểu diễn** của góc có số đo α trên đường tròn lượng giác.



B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Đổi $33^\circ 45'$ sang radian;

b) Đổi $\frac{3}{4}$ (rad) sang độ.

Bài 2. Hoàn thành các bảng sau

a)

Độ	15°	?	0°	900°	?	?
Rad	?	$\frac{3\pi}{8}$	?	?	$-\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{8}$

b)

Độ	30°	?	60°	?	120°	?	180°
Rad	?	$\frac{\pi}{4}$	?	$\frac{\pi}{2}$	?	$\frac{3\pi}{4}$	?

c)

Độ	18°	?	72°	?
Radian	?	$\frac{2\pi}{9}$	?	$\frac{5\pi}{6}$

Bài 3.

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $45^\circ; 150^\circ$.

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{4}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 4. Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo $-270°$ và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo $135°$. Tính số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov).

Bài 5. Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng $\dfrac{13\pi}{4}$ và $-150°$.

Bài 6. Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

a) $\dfrac{2\pi}{3}$; b) $-\dfrac{11\pi}{4}$; c) $150°$; d) $-225°$.

Bài 7. Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = 135°$.

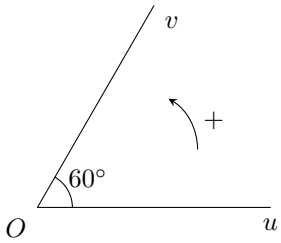
Bài 8. Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau

a) $\dfrac{2\pi}{3}$; b) $-\dfrac{11\pi}{4}$; c) $150°$; d) $-225°$.

Bài 9. Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, ON) = -\dfrac{\pi}{3}$.

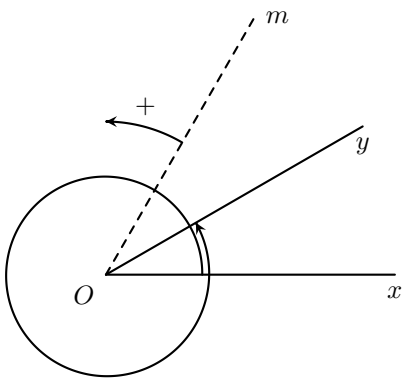
Bài 10.

Cho góc hình học uOv có số đo $60°$. Xác định số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ov, Ou).



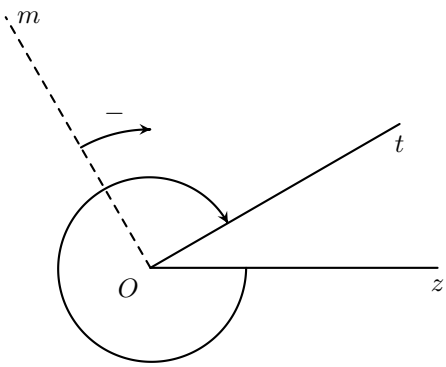
Bài 11.

Đọc tên góc lượng giác, tia đầu và tia cuối của góc lượng giác đó trong hình bên.



Bài 12.

Đọc tên góc lượng giác, tia đầu và tia cuối của góc lượng giác đó trong hình bên.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 13. Cho góc lượng giác gốc O có tia đầu Ou, tia cuối Ov và có số đo $60°$. Cho góc lượng giác $(O'u', O'v')$ có tia đầu $O'u' \equiv Ou$, tia cuối $O'v' \equiv Ov$. Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác $(O'u', O'v')$.

Bài 14. Hãy biểu diễn trên mặt phẳng góc lượng giác trong mỗi trường hợp sau

a) Góc lượng giác gốc O có tia đầu Ou, tia cuối Ov và có số đo $510°$;

b) Góc lượng giác gốc O có tia đầu Ou, tia cuối Ov và có số đo $-\dfrac{7\pi}{6}$.

Bài 15. Cho góc lượng giác gốc O có tia đầu Ou, tia cuối Ov và có số đo $-\dfrac{4\pi}{3}$. Cho góc lượng giác $(O'u', O'v')$ có tia đầu $O'u' \equiv Ou$, tia cuối $O'v' \equiv Ov$. Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác $(O'u', O'v')$.

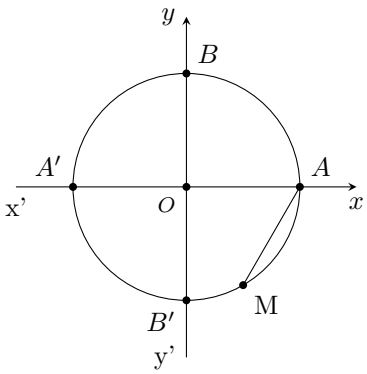
Bài 16. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\dfrac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\dfrac{5\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow).

Bài 17. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\dfrac{11\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\dfrac{3\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow).

Bài 18. Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết sđ$(Ox, OA) = 30° + k360°$, $k \in \mathbb{Z}$. Tính sđ(Ox, AB).

Bài 19.

Trên đường tròn lượng giác, cho điểm M với $AM = 1$ như hình vẽ bên. Tính số đo cung lượng giác AM.



Bài 20. Cho góc $\widehat{BAC} = 70°$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính $R = 5$cm. Tính giá trị gần đúng nhất của độ dài cung $\widehat{BC}$ không chứa điểm A?

Bài 21. Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc A, cung lượng giác có số đo $55°$ có điểm đầu A xác định bao nhiêu điểm cuối M?

Bài 22. Trên đường tròn với điểm gốc là A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo $60°$. Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy, tính số đo cung AN?

Bài 23. Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo (I): $\dfrac{\pi}{9}$, (II): $\dfrac{19\pi}{9}$, (III): $\dfrac{-35\pi}{9}$, (IV): $\dfrac{-26\pi}{9}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

Bài 24. Trên đường tròn lượng giác gốc A, tìm cung lượng giác có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều?

Bài 25. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (ℓ) đi qua O. Xác định số đo của các góc giữa tia OA với trục (ℓ), biết trục (ℓ) đi qua đỉnh A của hình vuông.

Bài 26. Cho bốn điểm L, M, N, P lần lượt là điểm chính giữa các cung AB, BA', $A'B'$, $B'A$. Cung α có mút đầu trùng với A và số đo $\alpha = -\dfrac{3\pi}{4} + k\pi$ hay $\alpha = -135° + k180°$. Tìm mút cuối của cung α?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 27. Trên đường tròn lượng giác, điểm M thỏa mãn $(Ox, OM) = 500^\circ$ thì nằm ở góc phần tư thứ mấy? Vì sao?

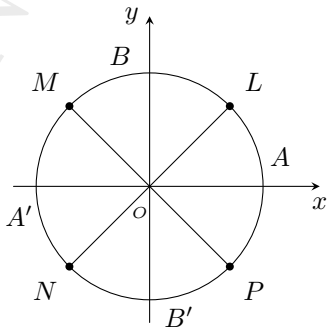
Bài 28. Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\dfrac{5\pi}{6}, \beta = \dfrac{\pi}{3}, \gamma = \dfrac{25\pi}{3}, \delta = \dfrac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau? Vì sao?

Bài 29. Cho $a = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm k để $10\pi < a < 11\pi$.

Bài 30. Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng giác có gốc là A, các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó số đo góc lượng giác có tia đầu OA, tia cuối OC bằng bao nhiêu?

Bài 31.

Cung α có mút đầu là A và mút cuối trùng với một trong bốn điểm L, M, N, P. Tính số đo của α.



Bài 32. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm thuộc đường tròn lượng giác. Hai góc lượng giác (Ox, OM) và (Ox, ON) lệch nhau 180°. Có nhận xét gì về tung độ và hoành độ của hai điểm M và N?

Bài 33. Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn sđ $\overset{\frown}{AB} = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$?

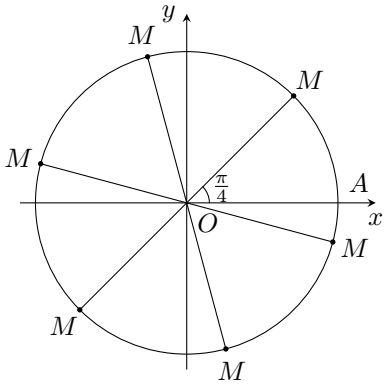
Bài 34. Trên đường tròn lượng giác, điểm M thỏa mãn $(Ox, OM) = 500^\circ$ thì nằm ở góc phần tư nào?

Bài 35. Trên đường tròn lượng giác, hãy nhận xét về mối liên hệ giữa số đo cung lượng giác có điểm đầu là A và điểm cuối là M?

Bài 36. Gọi M là điểm cuối khi biểu diễn cung lượng giác α trên đường tròn lượng giác. Hãy nhận xét dấu của $\sin\alpha$ biết M nằm phía trên trục hoành?

Bài 37.

Cho hình biểu diễn cung lượng giác $\overset{\frown}{AM}$ trên đường tròn lượng giác như hình bên. Khi đó, tính số đo cung $\overset{\frown}{AM}$?



Bài 38. Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn sđ $\overset{\frown}{AM} = \dfrac{\pi}{7} + \dfrac{k2\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Bài 39. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (i) đi qua O. Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB.

Bài 40. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho M là điểm nằm trên đường tròn lượng giác. Điểm M có hoành độ và tung độ đều âm. Số đo của góc (Ox, OM) có thể là bao nhiêu?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

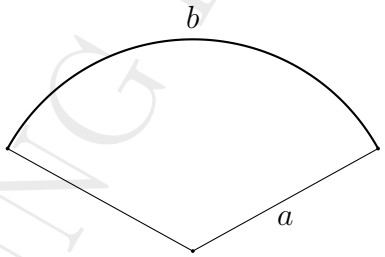
Bài 41. Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gán máy bằng 6,5 cm, (lấy $\pi = 3{,}1416$).

Bài 42. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 6 giây. Hỏi trong 1 giây, bánh xe quay được bao nhiêu độ?

Bài 43. Một bánh xe có 72 răng. Tính số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng?

Bài 44.

Người ta muốn làm một cánh diều hình quạt có bán kính là a, độ dài cung tròn là b và có chu vi là 80 cm (như hình vẽ). Khi diện tích cánh diều đạt giá trị lớn nhất, tính tổng $a + b$?



Bài 45. Một đường tròn có bán kính bằng 10 cm. Tính độ dài của cung tròn có số đo 30°. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

Bài 46. Một đường tròn có bán kính 20 cm. Tìm độ dài các cung trên đường tròn đó có số đo sau:

a) $\frac{\pi}{12}$; b) 1,5; c) 35°; d) 315°.

Bài 47. Một bánh xe có đường kính bằng 60 cm. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì trong 5 giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)

Bài 48. Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10 m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270°?

Bài 49. Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài 10,25 cm, kim phút dài 13,25 cm. Trong 30 phút kim giờ vạch nên cung tròn có độ dài bao nhiêu? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

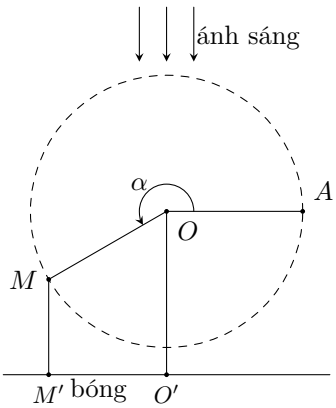
Bài 50. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 11 vòng trong 5 giây.

a) Tính góc (theo độ và theo radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây;

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính của xe đạp là 680 mm.

Bài 51.

Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA. Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\frac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 15 cm? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Bài 52. Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A, vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất, bán kính 9 000 km. Biết rằng vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 giờ.

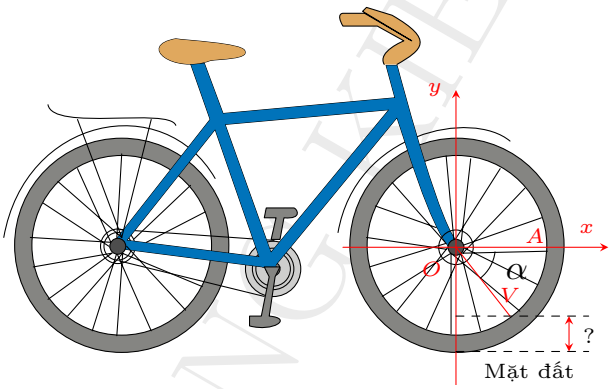
a) Hãy tính quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau 1 giờ; 3 giờ; 5 giờ.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Vệ tinh chuyển động được quãng đường 200 000 km sau bao nhiêu giờ (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị)?

Bài 53.

Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s (hình bên). Ban đầu van nằm ở vị trí A. Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 58$ cm? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Đổi đơn vị đo góc

Câu 1. Nếu một cung tròn có số đo là $a°$ thì số đo radian của nó là

A. $180\pi a$. **B.** $\dfrac{180\pi}{a}$. **C.** $\dfrac{a\pi}{180}$. **D.** $\dfrac{\pi}{180a}$.

Câu 2. Cho góc có số đo 405°, khi đổi góc này sang đơn vị radian ta được

A. $\dfrac{8\pi}{9}$. **B.** $\dfrac{9\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{8}$.

Câu 3. Đổi số đo của góc 10 rad sang đơn vị độ, phút, giây, ta được

A. $572°57'28''$. **B.** 1800°. **C.** $\dfrac{\pi}{18}$. **D.** $527°57'28''$.

Câu 4. Góc có số đo $\dfrac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là

A. $-315°$. **B.** $-630°$. **C.** $-1°45'$. **D.** $-135°$.

Câu 5. Số đo theo đơn vị radian của góc 405° là

A. $\dfrac{9\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{7\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{5\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{7}$.

Câu 6. Góc 70° có số đo bằng radian là

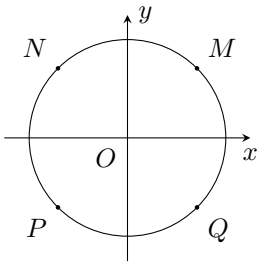
A. $\dfrac{18\pi}{7}$. **B.** $\dfrac{7\pi}{18}$. **C.** $\dfrac{9\pi}{7}$. **D.** $\dfrac{7\pi}{9}$.

2 Xác định góc lượng giác

Câu 7.

Trên đường tròn lượng giác, điểm biểu diễn của cung $-\dfrac{\pi}{4}$ là

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

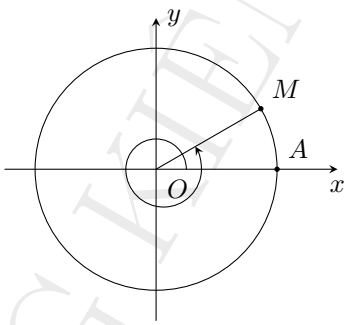


TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8.

Điểm M như hình bên là điểm biểu diễn cho góc lượng giác nào? Biết $\widehat{AOM} = 30°$.

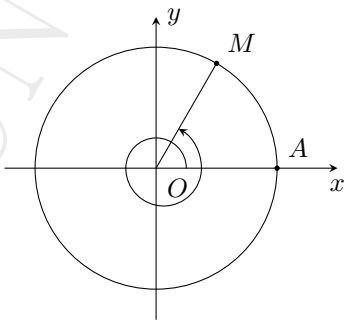
A. $390°$. **B.** $270°$. **C.** $740°$. **D.** $-390°$.



Câu 9.

Điểm M như hình bên là điểm biểu diễn cho góc lượng giác nào? Biết $\widehat{AOM} = \dfrac{\pi}{3}$.

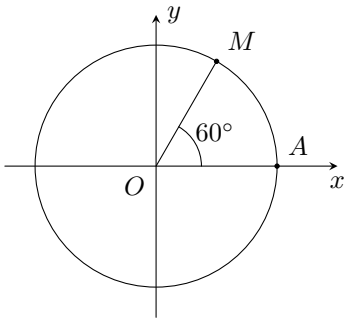
A. $-\dfrac{5\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{5\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{7\pi}{3}$.



Câu 10.

Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) theo độ trong hình bên là

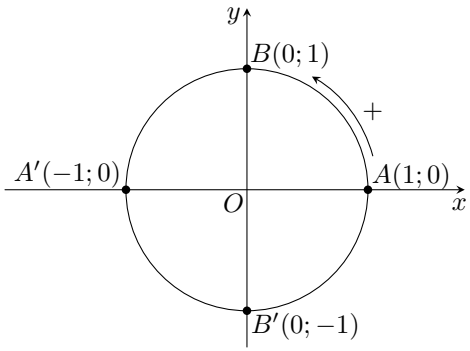
A. $60° + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $60° + k180°$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $60° + k360°$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $-60° + k360°$, $k \in \mathbb{Z}$.



Câu 11.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB')?

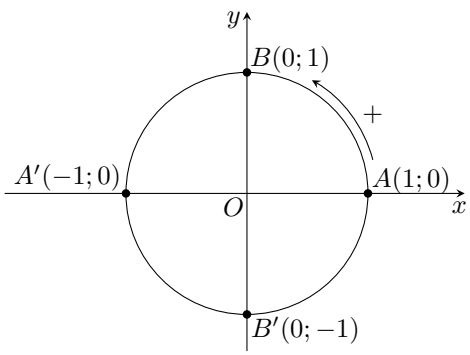
A. $-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{2}$.
C. $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.



Câu 12.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB')?

A. $\dfrac{5\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$.
C. $-\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

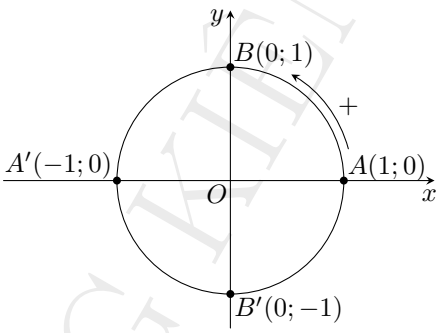


TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 13.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB)?

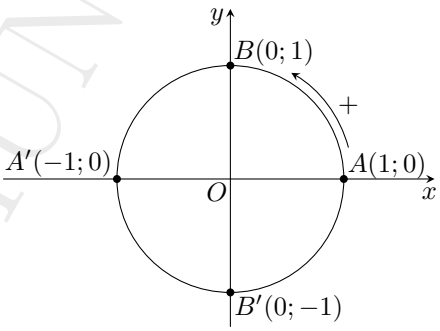
A. $-\dfrac{\pi}{2}$.
B. $\dfrac{3\pi}{2}$.
C. $\dfrac{3\pi}{4}$.
D. $\dfrac{\pi}{2}$.



Câu 14.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB)?

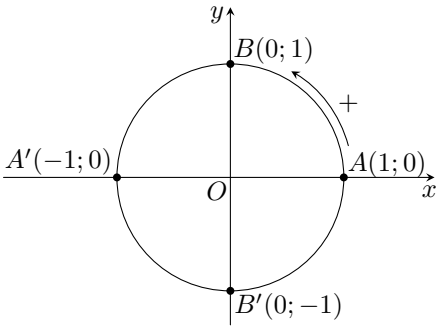
A. $\dfrac{5\pi}{2}$.
B. $\dfrac{3\pi}{2}$.
C. $-\dfrac{3\pi}{2}$.
D. $\dfrac{\pi}{2}$.



Câu 15.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA')?

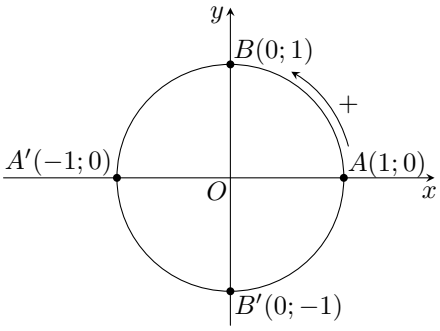
A. $-\pi$.
B. $\dfrac{3\pi}{2}$.
C. $-\dfrac{3\pi}{2}$.
D. $\dfrac{\pi}{2}$.



Câu 16.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA')?

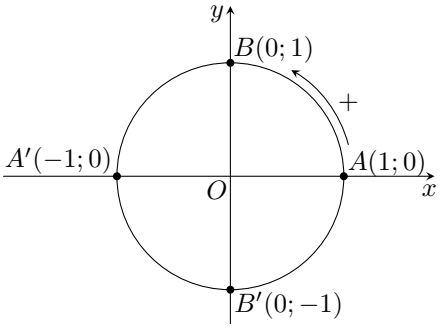
A. π.
B. $\dfrac{3\pi}{2}$.
C. $-\dfrac{3\pi}{2}$.
D. $\dfrac{\pi}{2}$.



Câu 17.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB')?

A. $-\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$.
B. $-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$.
D. $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

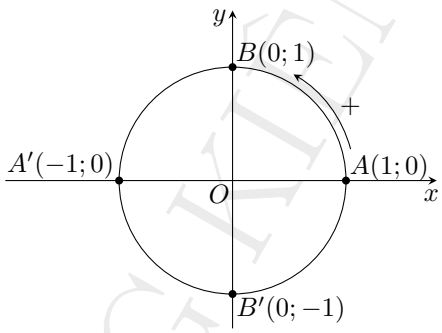
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 18.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB')?

A. $\dfrac{5\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$.

C. $-\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

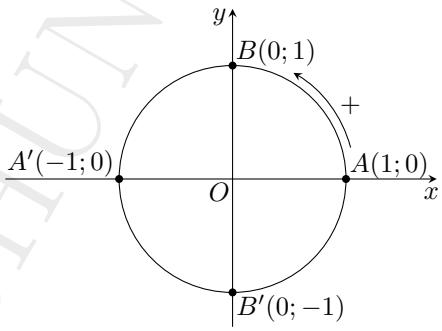


Câu 19.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB)?

A. $\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$.

C. $\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

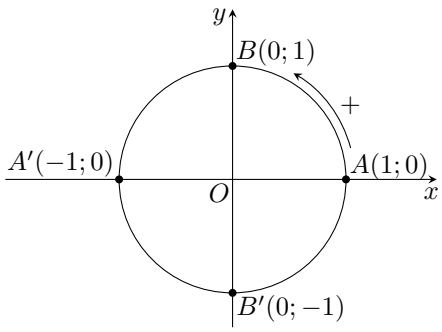


Câu 20.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB)?

A. $-\dfrac{3\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$.

C. $-\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

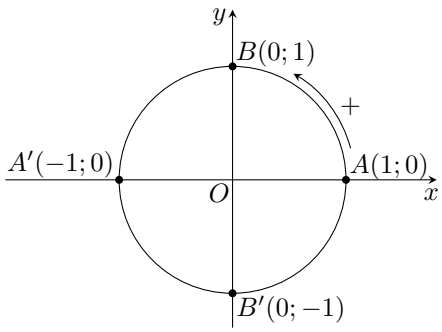


Câu 21.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA')?

A. $-\pi + k2\pi$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi$.

C. $-\pi + k\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

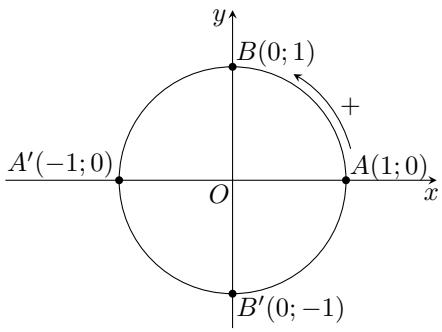


Câu 22.

Trên đường tròn lượng giác, trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OA')?

A. $\pi + k2\pi$. **B.** $\pi + k\pi$.

C. $-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 23. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $-\frac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 24. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo π rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $\pi+k3\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\pi+k\frac{\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\pi+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\pi+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 25. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $\frac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 26. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $\frac{3\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{3\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $-\frac{3\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{3\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 27. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{2}$ rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $-\frac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $-\frac{3\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 28. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo π rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $-\pi+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\pi+k\frac{\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $-\pi+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\pi+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 29. Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $\frac{3\pi}{2}$ rad thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

A. $\frac{3\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{3\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $-\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{3\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 30. Góc lượng giác (Ox,Ot) có một số đo là $\frac{\pi}{2}+2025\pi$, số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox,Ot) là

A. $\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\frac{3\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{3\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 31. Cho góc lượng giác $\alpha=(OA,OB)=\frac{\pi}{5}$. Trong các góc lượng giác sau, góc nào có tia đầu trùng với OA và tia cuối trùng với OB.

A. $\frac{6\pi}{5}$. **B.** $-\frac{11\pi}{5}$. **C.** $\frac{31\pi}{5}$. **D.** $\frac{9\pi}{5}$.

Câu 32. Cho $(Ou,Ov)=25^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$ với giá trị nào của k thì $(Ou,Ov)=-1055^\circ$?

A. $k=-1$. **B.** $k=2$. **C.** $k=-3$. **D.** $k=4$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 33. Cho $(Ou, Ov) = 12^\circ + k360^\circ$ với giá trị nào của k thì số đo $(Ou, Ov) = \dfrac{61\pi}{15}$?

A. $k = -1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -3$. **D.** $k = 4$.

Câu 34. Nếu số đo góc lượng giác $(Ou, Ov) = \dfrac{2006\pi}{5}$ thì số đo góc hình học $\widehat{uOv}$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{6\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{5}$.

Câu 35. Biểu diễn các góc lượng giác $\alpha = -\dfrac{5\pi}{6}$, $\beta = \dfrac{\pi}{3}$, $\gamma = \dfrac{25\pi}{3}$, $\delta = \dfrac{19\pi}{6}$ trên đường tròn lượng giác. Các góc nào có điểm biểu diễn trùng nhau?

A. β và γ; α và δ. **B.** α, β, γ. **C.** β, γ, δ. **D.** α và β; γ và δ.

Câu 36. Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các góc lượng giác có số đo như sau:

I. $\dfrac{\pi}{4}$. II. $-\dfrac{7\pi}{4}$. III. $\dfrac{13\pi}{4}$. IV. $-\dfrac{71\pi}{4}$.

Hỏi các góc lượng giác nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ I và II. **B.** Chỉ I, II và III. **C.** Chỉ II, III và IV. **D.** Chỉ I, II và IV.

Câu 37. Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo:

I. $\dfrac{\pi}{3}$. II. $-\dfrac{5\pi}{3}$. III. $\dfrac{13\pi}{3}$. IV. $\dfrac{22\pi}{3}$.

Hỏi các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ I và II. **B.** Chỉ II, III và IV. **C.** Chỉ I, II và III. **D.** Chỉ I, II và IV.

Câu 38. Biết số đo của các góc lượng giác (Ox, Oy) và (Oy, Oz) lần lượt là 60° và 30°. Công thức tổng quát số đo của các góc lượng giác (Ox, Oz) là

A. 90°. **B.** $90^\circ + k \cdot 360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$.
C. 30°. **D.** $30^\circ + k \cdot 360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 39. Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc $\dfrac{7\pi}{4}$ là

A. $-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **D.** $-\dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 40. Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc -45° là

A. 315°. **B.** 135°. **C.** -135°. **D.** -315°.

Câu 41. Hai góc lượng giác $\dfrac{\pi}{3}$ và $\dfrac{m\pi}{12}$ có cùng tia đầu và tia cuối khi m có giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $m = 4 + 24k$ $(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $m = 4 + 14k$ $(k \in \mathbb{Z})$.
C. $m = 4 + 20k$ $(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $m = 4 + 22k$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 42. Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo là 120°, góc lượng giác (OC, OB) có số đo là 30°. Số đo của góc lượng giác (OC, OA) bằng

A. $-150^\circ + k360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $150^\circ + k360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$.
C. $90^\circ + k360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-90^\circ + k360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 43. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) bằng

A. $\pi + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $-\frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

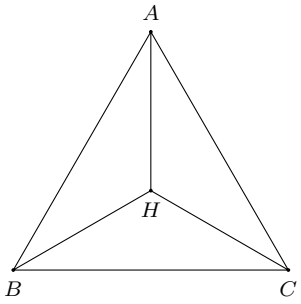
Câu 44. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow).

A. $k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $2\pi + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 45.

Cho tam giác đều ABC với trực tâm H (như hình vẽ). Số đo của góc lượng giác (HA, HC) bằng

A. $60° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $120° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $-120° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-150° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 46. Trên đường tròn bán kính 7 cm, lấy cung có số đo 54°. Độ dài l của cung tròn bằng

A. $\frac{21}{10}\pi$ cm. **B.** $\frac{11}{20}\pi$ cm. **C.** $\frac{63}{20}\pi$ cm. **D.** $\frac{20}{11}\pi$ cm.

Câu 47. Trên đường tròn đường kính 8 cm, tính độ dài cung tròn có số đo bằng 1,5 rad.

A. 12 cm. **B.** 4 cm. **C.** 6 cm. **D.** 15 cm.

Câu 48. Một đường tròn có bán kính 15 cm. Độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

A. $\frac{5\pi}{2}$ cm. **B.** $\frac{5\pi}{3}$ cm. **C.** $\frac{2\pi}{5}$ cm. **D.** $\frac{\pi}{3}$ cm.

Câu 49. Một đường tròn có bán kính 10, độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 40° gần bằng nhất với giá trị nào sau đây?

A. 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 13.

Câu 50. Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$, độ dài cung tròn có số đo $\frac{\pi}{2}$ rad là

A. 5. **B.** 5π. **C.** $\frac{5}{\pi}$. **D.** $\frac{\pi}{5}$.

Câu 51. Chọn khẳng định **sai**.

A. Cung tròn có bán kính $R = 5$ cm và có số đo 1,5 rad thì có độ dài là 7,5 cm.
B. Cung tròn có bán kính $R = 8$ cm và có độ dài 8 cm thi có số đo độ là $\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.
C. Độ dài cung tròn phụ thuộc vào bán kính của nó.
D. Góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo dương thì mọi góc lượng giác (Ov, Ou) có số đo âm.

Câu 52. Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Số đo của cung có độ dài 3 cm là

A. 0,5. **B.** $\frac{0{,}5}{\pi}$. **C.** $0{,}5\pi$. **D.** 1.

Câu 53. Cung tròn bán kính bằng 8,43 cm. Độ dài cung có số đo 3,85 rad là

A. 32,46 cm. **B.** 32,45 cm. **C.** 32,47 cm. **D.** 32,5 cm.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 54. Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc A. Có bao nhiêu điểm N thỏa mãn $(OA, ON) = 30°$?

A. Có duy nhất một điểm N.
B. Có hai điểm N.
C. Có 4 điểm N.
D. Có vô số điểm N.

Câu 55. Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các góc lượng giác có số đo như sau:

I. $I.\ \dfrac{\pi}{4}$. II. $II.\ -\dfrac{7\pi}{4}$. III. $III.\ \dfrac{13\pi}{4}$. IV. $IV.\ -\dfrac{\sqrt{5}}{9}$.

Hỏi các góc lượng giác nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ I và II.
B. Chỉ I, II và III.
C. Chỉ II, III và IV.
D. Chỉ I, II và IV.

Câu 56. Lục giác đều $ABCDEF$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Điểm A cố định, điểm B, C có tung độ dương. Khi đó số đo của góc lượng giác (OA, OC) là

A. $120°$. **B.** $-240°$. **C.** $120°$ hoặc $240°$. **D.** $120° + k360°\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 57. Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng $45°$. Điểm N đối xứng với M qua trục Ox, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

A. $-315°$.
B. $45°$ hoặc $315°$.
C. $45° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $315° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 58. Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng $60°$. Điểm N đối xứng với M qua trục Oy, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

A. $120° + k180°\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $120°$ hoặc $-240°$.
C. $-240° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $120° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 59. Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là điểm A, điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo bằng $75°$. Điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ, số đo của góc lượng giác (OA, ON) là

A. $-105° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $-105°$ hoặc $255°$.
C. $-255° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $-105°$.

Câu 60. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O, đường thẳng a qua O và trung điểm AB. Góc tạo bởi đường thẳng a và tia OA là

A. $45° + k300°\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $15° + k360°\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $45°$ hoặc $135°$.
D. $155°$.

Câu 61. Trên đường tròn định hướng, điểm gốc A. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn số đo của góc lượng giác $(OA, OM) = \dfrac{k2\pi}{5}\ (k \in \mathbb{Z})$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 62. Trên đường tròn định hướng, điểm gốc A. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn số đo của góc lượng giác $(OA, OM) = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 63. Trên đường tròn định hướng góc A có bao nhiêu điểm M thỏa mãn của góc lượng giác $(OA, OM) = 30° + k45°$, $k \in \mathbb{Z}$?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 64. Cho hai góc lượng giác có sđ$(Ox, Ou) = 45° + m360°$ và sđ$(Ox, Ov) = -135° + n360°$, với m, $n \in \mathbb{Z}$. Khi đó hai tia Ou và Ov.

A. Tạo với nhau góc 45°. **B.** Trùng nhau.
C. Đối nhau. **D.** Vuông góc.

Câu 65. Cho hai góc lượng giác có sđ$(Ox, Ou) = \dfrac{\pi}{4} + m2\pi$ và sđ$(Ox, Ov) = -\dfrac{\pi}{4} + n2\pi$, với m, $n \in \mathbb{Z}$. Khi đó hai tia Ou và Ov.

A. Tạo với nhau góc 45°. **B.** Trùng nhau.
C. Đối nhau. **D.** Vuông góc.

Câu 66. Cho hai góc lượng giác có, số đo của góc lượng giác $(Ox, Ou) = 45° + m360°$, $m \in \mathbb{Z}$ và số đo của góc lượng giác $(Ox, Ov) = -315° + n360°$, $n \in \mathbb{Z}$. Khi đó hai tia Ou và Ov.

A. Tạo với nhau góc 45°. **B.** Trùng nhau.
C. Đối nhau. **D.** Vuông góc.

Câu 67. Cho hai góc lượng giác có sđ$(Ox, Ou) = -\dfrac{5\pi}{2} + m2\pi$ và sđ$(Ox, Ov) = -\dfrac{\pi}{2} + n2\pi$, với m, $n \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ou và Ov trùng nhau. **B.** Ou và Ov đối nhau.
C. Ou và Ov vuông góc. **D.** Tạo với nhau một góc $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 68. Biết góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\dfrac{137}{5}\pi$ thì góc (Ou, Ov) có số đo dương nhỏ nhất là

A. $0,6\pi$. **B.** $27,4\pi$. **C.** $1,4\pi$. **D.** $0,4\pi$.

Câu 69. Trên đường tròn lượng giác gốc A, có bao nhiêu điểm M thoả mãn số đo góc lượng giác $(OA, OM) = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 70. Hai góc lượng giác $\dfrac{\pi}{3}$ và $\dfrac{m\pi}{12}$ có cùng tia đầu và tia cuối khi m có giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $m = 4 + 24k$. **B.** $m = 4 + 14k$. **C.** $m = 4 + 20k$. **D.** $m = 4 + 22k$.

Câu 71. Cho lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$, A_1 là điểm gốc, thứ tự các điểm sắp xếp ngược chiều kim đồng hồ. Số đo cung A_2A_4 là

A. $240° + k360°$. **B.** $-240° + k360°$. **C.** $240° + k180°$. **D.** $-240° + k180°$.

Câu 72. Cho góc lượng giác $(Ou, Ov) = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{12}$, tìm k với $k \in \mathbb{Z}$ để Ou vuông góc với Ov

A. $k = 3 + 12l$. **B.** $k = 4 + 12l$. **C.** $k = 3 + 6l$. **D.** $k = 4 + 6l$.

Câu 73. Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57 cm.Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

A. 2,77 cm. **B.** 2,78 cm. **C.** 2,76 cm. **D.** 2,8 cm.

Câu 74. Sau quãng thời gian 4 giờ kim giờ sẽ quay được một góc là

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 75. Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ số 3, kim phút OP chỉ số 12. Lúc đó số đo góc lượng giác (OP, OG) là

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 76. Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giây ON chỉ số 5, kim phút OG chỉ số 6. Lúc đó số đo góc lượng giác (ON, OG) là

A. $\dfrac{\pi}{12}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi}{12}+k2\pi$. **D.** $-\dfrac{\pi}{12}+k2\pi$.

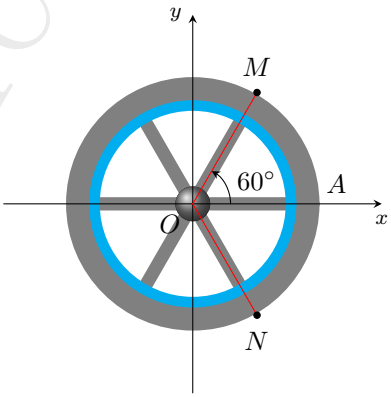
Câu 77. Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ số 3, kim phút OP chỉ số 12. Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần đầu tiên, tính số đo góc lượng giác mà kim giờ quét được

A. $\dfrac{\pi}{22}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\dfrac{\pi}{22}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\dfrac{\pi}{22}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\dfrac{\pi}{22}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 78.

Trong hình bên, mâm bánh xe được chia thành 6 phần bằng nhau. Viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, ON).

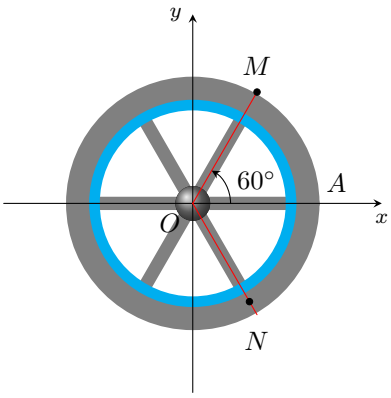
A. $60^\circ+k60^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $60^\circ+k180^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $-60^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-60^\circ+k180^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$.



Câu 79.

Mâm bánh xe được chia thành sáu phần bằng nhau. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OM) trong hình là

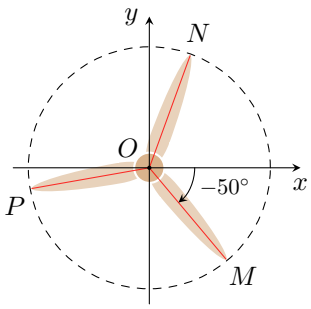
A. $60^\circ+k360^\circ$. **B.** $-60^\circ+k360^\circ$.
C. $-60^\circ+k180^\circ$. **D.** $60^\circ+k180^\circ$.



Câu 80.

Trong hình vẽ bên, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau. Số đo của góc lượng giác (Ox, ON) bằng

A. $50^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $120^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $70^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-70^\circ+k360^\circ\ (k\in\mathbb{Z})$.



Câu 81. Bánh xe đạp có bán kính 50 cm. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

A. 250π cm. **B.** 1000π cm. **C.** 500π cm. **D.** 200π cm.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 82. Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10 m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270°?

A. 20 s. **B.** 10 s. **C.** 15 s. **D.** 90 s.

Câu 83. Một bánh xe có 72 răng, số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

A. 50°. **B.** 60°. **C.** 120°. **D.** 70°.

Câu 84. Sau một quãng thời gian 3 giờ thì kim giây sẽ quay được một góc có số đo là

A. 12 960°. **B.** 32 400°. **C.** 324 000°. **D.** 64 800°.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 85. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $30° = \frac{\pi}{6}$ rad.		
b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)° = \frac{1}{12}$ rad.		

Phát biểu	Đ	S
c) $132° = \frac{11\pi}{15}$ rad.		
d) $-495° = -\frac{13\pi}{4}$ rad.		

Câu 86. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $\frac{3\pi}{4}$ rad $= 135°$.		
b) $-\frac{\pi}{360}$ rad $= -0{,}5°$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\frac{31\pi}{2}$ rad $= 27°$.		
d) -4 rad $\approx -229{,}18°$.		

Câu 87. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $90° = \frac{\pi}{2}$ rad.		
b) $75° = \frac{5\pi}{12}$ rad.		

Phát biểu	Đ	S
c) $750° = \frac{25\pi}{6}$ rad.		
d) $-\left(\frac{5}{\pi}\right)° = -\frac{1}{36}$ rad.		

Câu 88. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $108° = \frac{3\pi}{5}$ rad.		
b) $120° = \frac{2\pi}{3}$ rad.		

Phát biểu	Đ	S
c) $22°30' = \frac{\pi}{8}$ rad.		
d) $\left(\frac{1}{6\pi}\right)° = \frac{1}{10}$ rad.		

Câu 89. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ thứ II.		
b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III.		
c) $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II.		
d) $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 90. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $36^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II.		
b) $-60^\circ + k180^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV.		
c) $-\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III.		
d) $-\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV.		

Câu 91. Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là

Phát biểu	Đ	S
a) $1\,127^\circ$, -313°.		
b) $1\,127^\circ$, -674°.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\dfrac{61\pi}{5}$, $-\dfrac{19\pi}{5}$.		
d) $\dfrac{61\pi}{5}$, $-\dfrac{23\pi}{4}$.		

Câu 92. Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là

Phát biểu	Đ	S
a) 756°, -324°.		
b) -324°, 36°.		

Phát biểu	Đ	S
c) 36°, 216°.		
d) $-\dfrac{41\pi}{7}$, $\dfrac{15\pi}{7}$.		

Câu 93. Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thoả mãn $\widehat{AOM} = 218^\circ$.		
b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thoả mãn $\widehat{AON} = -45^\circ$.		
c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\dfrac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thoả mãn $\widehat{AOP} = \dfrac{\pi}{4}$.		
d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\dfrac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0;-1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $\widehat{AOQ} = -\dfrac{\pi}{2}$.		

Câu 94. Gọi M là điểm cuối khi biểu diễn cung lượng giác α trên đường tròn lượng giác.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu M nằm bên phải trục tung thì $\cos\alpha < 0$.		
b) Nếu M thuộc góc phần tư thứ tư thì $\sin\alpha < 0$ và $\cos\alpha > 0$.		
c) Nếu M thuộc góc phần tư thứ hai thì $\sin\alpha > 0$ và $\cos\alpha > 0$.		
d) Nếu M nằm phía trên trục hoành thì $\sin\alpha > 0$.		

Câu 95. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

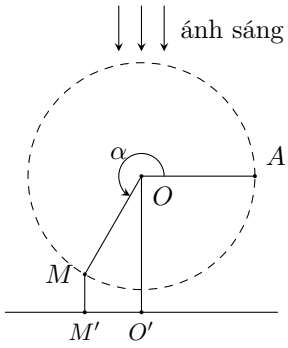
Phát biểu	Đ	S
a) Cung có số đo $250°$ thì có số đo theo đơn vị là radian là $\dfrac{25\pi}{12}$.		
b) Cung có số đo $1°$ thì có số đo theo đơn vị là radian là π.		
c) Cung có số đo $\dfrac{\pi}{4}$ thì có số đo theo đơn vị là độ là $45°$.		
d) Cung có số đo $\dfrac{\pi}{3}$ thì có số đo theo đơn vị là độ là $60°$.		

Câu 96. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) Trên đường tròn bán kính bằng 4, cung có số đo $\dfrac{\pi}{8}$ thì có độ dài là $\dfrac{\pi}{2}$.		
b) Trên đường tròn bán kính bằng 4, cung có số đo $45°$ thì có độ dài là π.		
c) Trên đường tròn bán kính bằng 4, cung có số đo $\dfrac{\pi}{10}$ thì có độ dài là $\dfrac{\pi}{2}$.		
d) Trên đường tròn bán kính bằng 10, cung có số đo $\dfrac{\pi}{5}$ thì có độ dài là 2π.		

Câu 97.

Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh gốc O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA. Hỏi độ dài bóng $O'M$ của OM khi thanh quay được $\dfrac{11}{3}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 10 cm?



Phát biểu	Đ	S
a) Thanh OM đã quét được $1\,200°$.		
b) Điểm M đã di chuyển được 200 cm (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).		
c) $\widehat{AOM} = 240°$.		
d) $O'M' = 5$ cm.		

Câu 98. Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A, vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất, bán kính 9 000 km. Biết rằng vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 h.

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau 1 h là 56 548 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).		
b) Quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau 3 h là 84 823 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).		
c) Quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau 5 h là 141 371 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).		
d) Vệ tinh chuyển động được quãng đường 200 000 km sau 11 giờ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).		

Câu 99. Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển

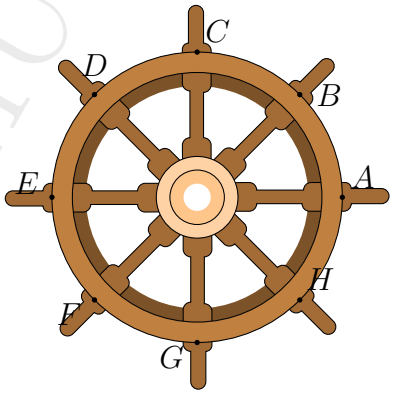
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 h theo chiều kim đồng hồ. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Trong 2 h vệ tinh chuyển động, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo là 2π.		
b) Trong 3 h vệ tinh chuyển động, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo là -3π.		
c) Bán kính vòng quay quét một góc lượng giác có số đo là -4π thì vệ tinh chuyển động được 4 h.		
d) Bán kính vòng quay quét một góc lượng giác có số đo là -6π thì vệ tinh chuyển động được 8 h.		

Câu 100.

Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thuỷ tương ứng với một đường tròn lượng giác. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian là $(OA, OB) = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là A, C, E, G theo đơn vị radian là $k\dfrac{\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E theo đơn vị độ là $k180°$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian là $\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.		

Câu 101. Một vòng quay Mặt Trời quay mỗi vòng khoảng 15 phút. Tại vị trí quan sát, bạn Linh thấy vòng quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Khi đó

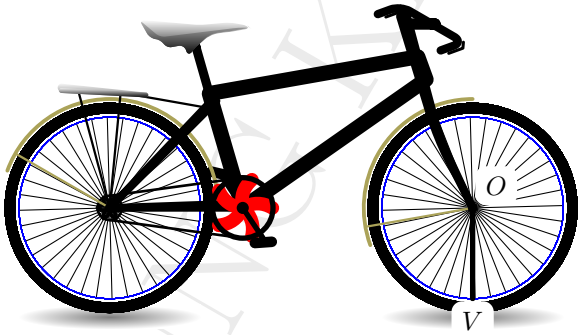
Phát biểu	Đ	S
a) Khi vòng quay chuyển động được 10 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng $\dfrac{-4\pi}{3}$.		
b) Khi vòng quay chuyển động được 15 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng 2π.		
c) Bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng -8π thì vòng quay chuyển động được 60 phút.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng -12π thì vòng quay chuyển động được 80 phút.		

Câu 102.

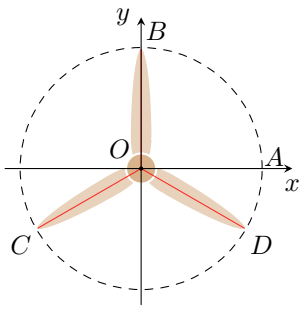
Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Biết rằng bán kính của bánh xe là 35 cm. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét van V của bánh xe.



Phát biểu	Đ	S
a) Sau 1 giây, van V của bánh xe quay được 4 vòng.		
b) Sau 1 phút, van V của bánh xe quay được 225 vòng.		
c) Sau 1 phút, van V của bánh xe quay được một góc có số đo là 450π.		
d) Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là 494,8 m (*làm tròn đến hàng phần chục*).		

Câu 103.

Cho các điểm B, C, D trên cánh quạt động cơ máy bay trong hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) $\widehat{BOD} = \dfrac{2\pi}{3}$.		
b) Ba điểm B, C, D biểu diễn góc lượng giác $\dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
c) Ba điểm B, C, D biểu diễn góc lượng giác $\dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{2\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
d) Ba điểm B, C, D biểu diễn góc lượng giác $\dfrac{-\pi}{6} + k\dfrac{2\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.		

Câu 104. Kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 11 cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là $\dfrac{1}{11}$ giờ.		
b) Thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là $\dfrac{2}{11}$ giờ .		
c) Tổng quãng đường hai đầu mút kim đi được là $\dfrac{23\pi}{11}$ m.		
d) Tổng quãng đường hai đầu mút kim đi được là $\dfrac{20\pi}{11}$ cm.		

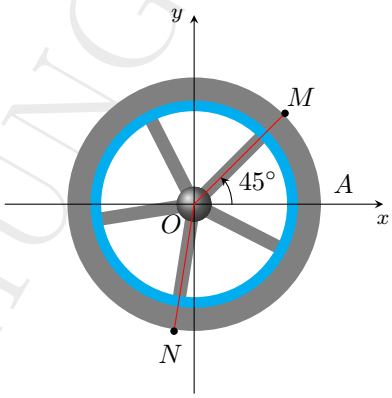
Câu 105. Kim phút và kim giờ của đồng hồ lớn nhà Bưu điện Thành phố Hà Nội theo thứ tự dài 1,75 m và 1,26 m. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Trong 15 phút thì mũi kim phút vạch nên cung tròn có độ dài là $\frac{7\pi}{8}$ m.		
b) Trong 30 phút thì mũi kim phút vạch nên cung tròn có độ dài là 5 m .		
c) Trong 15 phút thì mũi kim giờ vạch nên một cung tròn có độ dài bằng 0,16 m.		
d) Trong 15 phút thì mũi kim giờ vạch nên một cung tròn có độ dài bằng 0,5 m.		

Câu 106.

Trong hình vẽ bên, mâm bánh xe ô tô được chia thành năm phần bằng nhau. Viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, ON).



Phát biểu	Đ	S
a) $\widehat{MON} = 144°$.		
b) Số đo tổng quát của góc lượng giác (ON, OM) là $144° + k360°$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
c) Số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OM) là $45° + k360°$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
d) Số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OM) là $99° + k360°$ $(k \in \mathbb{Z})$.		

Câu 107. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 12 vòng trong 6 giây. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Trong 1 giây, bánh xe quay được một góc 4π rad hay $720°$.		
b) Trong 1 phút, bánh xe quay được 100π mm.		
c) Quãng đường bánh xe đi được trong 1 phút là $430 \cdot 4\pi$ mm.		
d) Quãng đường bánh xe đi được trong 1 phút là $103\,200\pi$ mm.		

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 108. Đổi số đo góc $\frac{2\pi}{5}$ sang độ. KQ: | | | | |

Câu 109. Đổi số đo của góc $-78°$ sang radian. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 110. Biết một số đo của góc $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Công thức số đo tổng quát của góc $(Ox, Oy) = \alpha + k2\pi$. Khi đó, tính $\frac{2\alpha}{\pi}$.

KQ: | | | | |

Câu 111. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (i) đi qua O. Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB. KQ: | | | | |

Câu 112. Trên đường tròn với điểm gốc là A. Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo $60°$. Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy. Tìm số đo của cung AN.

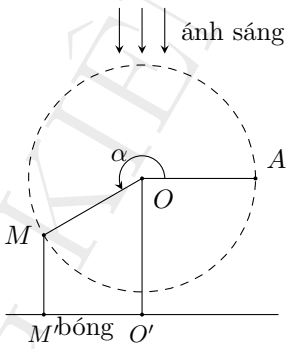
KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 113.

Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên dưới. Vị trí ban đầu của thanh là OA. Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $5\dfrac{1}{6}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 50 cm? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

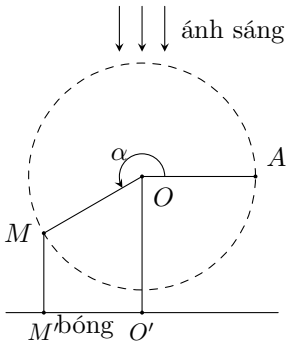
KQ: | | | | |



Câu 114.

Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên dưới. Vị trí ban đầu của thanh là OA. Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\dfrac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 15 cm? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

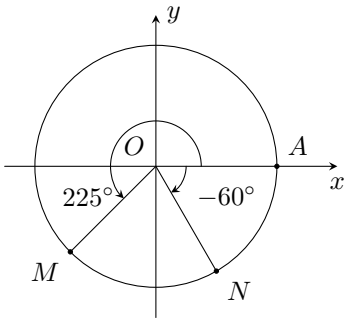
KQ: | | | | |



Câu 115.

Cho hình vẽ đường tròn lượng giác, khi đó công thức số đo tổng quát của góc lượng giác $(OA, ON) = \alpha + k360^\circ$ với $k \in \mathbb{Z}$. Hãy tìm α.

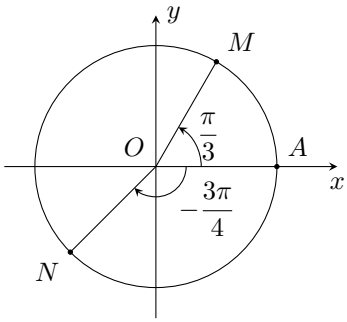
KQ: | | | | |



Câu 116.

Cho hình vẽ đường tròn lượng giác, khi đó công thức số đo tổng quát của góc lượng giác $(OA, ON) = \alpha + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. Hãy tìm α. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

KQ: | | | | |



Câu 117. Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A, vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của tái đất và bán kính 9 000 km. Biết vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 giờ. Hỏi vệ tịnh chuyển động quãng đường 300 000 km sau bao nhiêu giờ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?

KQ: | | | | |

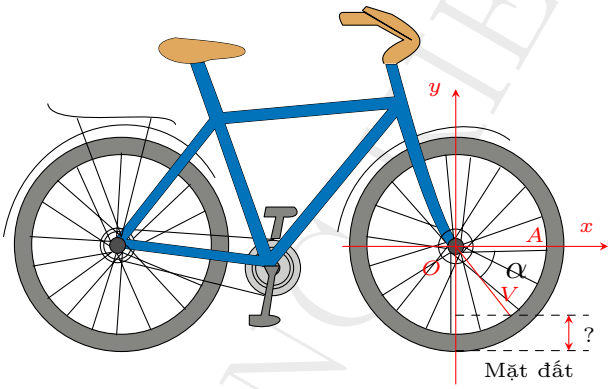
Câu 118. Trạm vũ trụ Quốc tế ISS nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt trái Trái Đất khoảng 400 km. Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc 60° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng – ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét (*làm tròn tới hàng đơn vị*) trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng đường kính trái đất là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 800 km. KQ: | | | | |

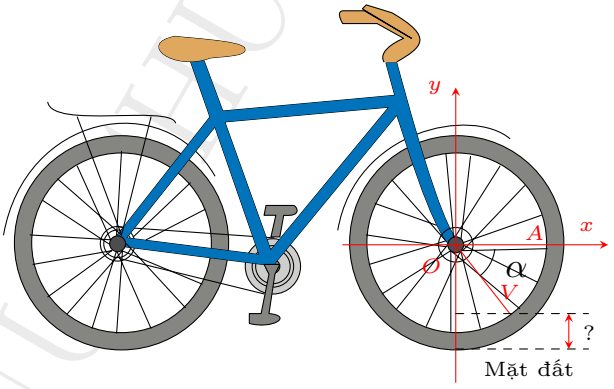
Câu 119.

Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s (Hình vẽ). Ban đầu van nằm ở vị trí A. Hỏi sau 1 phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)? Biết rằng bán kính $OA = 38$ cm, độ dày của lốp xe không đáng kể. KQ: | | | | |



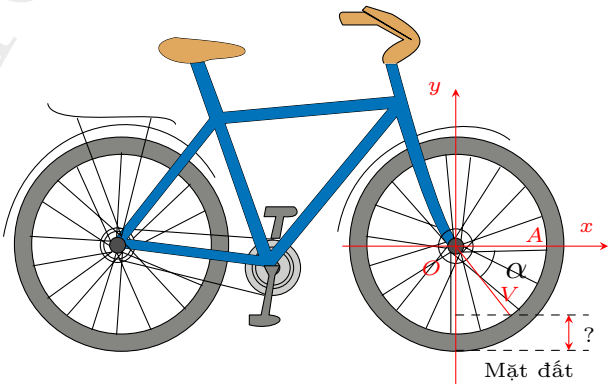
Câu 120.

Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 13 rad/s (Hình bên dưới). Ban đầu van nằm ở vị trí A. Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 62$ cm? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |



Câu 121.

Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s. Ban đầu van nằm ở vị trí A. Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 58$ cm? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |



Câu 122. Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 192 cm, bánh xe trước có đường kính là 96 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết vận tốc của bánh xe trước là 150 vòng/phút. Tính vận tốc bánh xe trước (*theo đơn vị* vòng/phút).

KQ: | | | | |

Câu 123. Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 45 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều thuận. Sau 3 giây, quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |

Câu 124. Kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 11 cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

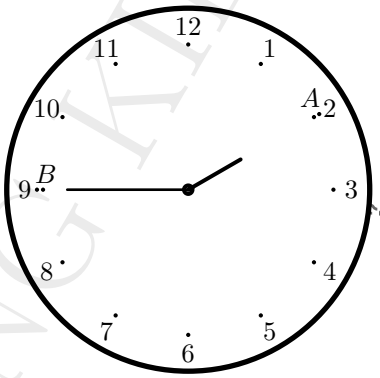
Câu 125. Huyện lị Quản Bạ – Hà Giang và huyện lị Cái Nước – Cà Mau cùng nằm ở 105° kinh đông, nhưng Quản Bạ ở 23° vĩ bắc, Cái Nước ở vĩ độ 9° bắc. Hãy tính độ dài cung kinh tuyến nối hai huyện lị đó (khoảng cách theo đường chim bay), coi Trái Đất có bán kính 6378 km. KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 126. Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55 cm. Nếu xe chạy với tốc độ 50 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (*Làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 127.

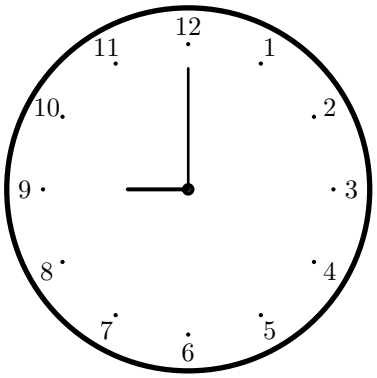
Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60 cm, ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B lần lượt tương ứng với vị trí các số 2, 9. Tính độ dài cung nhỏ AB (*kết quả tính theo đơn vị* centimét *và làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |



Câu 128.

Một chiếc đồng hồ có kim giờ và kim phút được cho như trong hình vẽ sau. Xét tia Ou là kim giờ, Ov là kim phút. Xét chiều quay của góc là chiều kim đồng hồ, khi đó số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) là bao nhiêu?

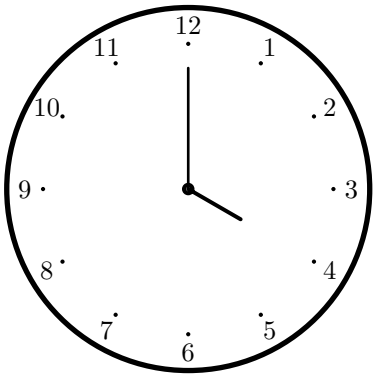
KQ: | | | | |



Câu 129.

Một chiếc đồng hồ có kim giờ và kim phút được cho như trong hình vẽ sau. Xét tia Ou là kim giờ, Ov là kim phút. Xét chiều quay của góc là chiều kim đồng hồ, khi đó số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) là bao nhiêu?

KQ: | | | | |



Câu 130. Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 131. Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút với đơn vị là mét, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng 6,5 cm (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, lấy* $\pi = 3{,}14$). KQ: | | | | |

Câu 132. Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57 cm và kim phút dài 13,34 cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 133. Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm, bánh xe trước có đường kính là 92 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút. Tính quảng đường đi được của máy kéo trong 10 phút (theo đơn vị mét). Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị. KQ: | | | | |

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

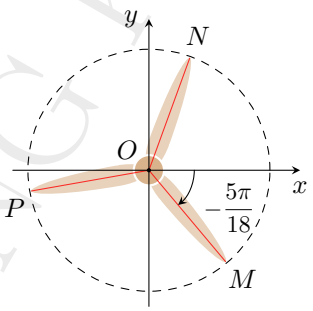
Câu 134. Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương (tức là áp lực máu lên thành động mạch khi tim giãn ra) tại thời điểm t giờ của một người được cho bởi công thức $B(t) = 80 + 7\sin\dfrac{\pi t}{12}$ mmHg. Huyết áp tâm trương của người này lúc 6 giờ bằng bao nhiêu mmHg?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 135.

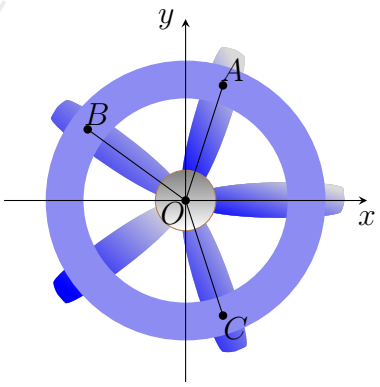
Trong hình vẽ bên, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau. Trong các góc lượng giác (Ox, ON) góc có số đo dương nhỏ nhất là $\alpha = \dfrac{a\pi}{b}$ rad với a, b nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a \cdot b$.

KQ: ☐☐☐☐



Câu 136.

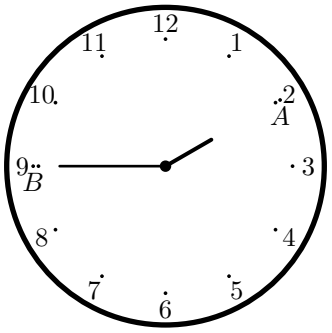
Biết vị trí các điểm A, B, C trên bánh lái tàu trong hình bên được biểu diễn bởi các góc lượng giác. Biết α là số đo dương nhỏ nhất trong các góc lượng giác (Ox, OA), β là số đo âm lớn nhất trong các góc lượng giác (Ox, OB) và γ là số đo dương nhỏ nhất trong các góc lượng giác (Ox, OC). Tổng $\alpha + \beta + \gamma$ bằng bao nhiêu độ? KQ: ☐☐☐☐



Câu 137.

Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60 cm, ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B lần lượt tương ứng với vị trí các số 2, 9. Tính độ dài cung nhỏ AB (*kết quả tính theo đơn vị* centimét *và làm tròn đến hàng phần mười*).

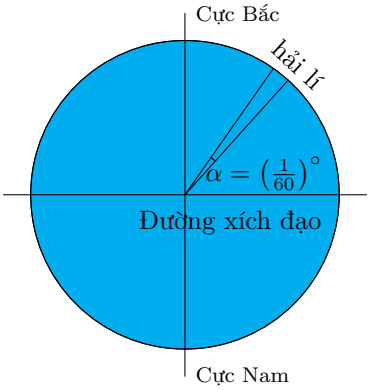
KQ: ☐☐☐☐



Câu 138.

Hải lí là một đơn vị chiều dài hàng hải, được tính bằng độ dài một cung chắn một góc $\alpha = \left(\dfrac{1}{60}\right)^\circ$ của đường kinh tuyến (hình vẽ bên). Đổi số đo α sang radian và cho biết 1 hải lí bằng khoảng bao nhiêu kilômét, biết bán kính trung bình của Trái Đất là 6371 km. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

KQ: ☐☐☐☐



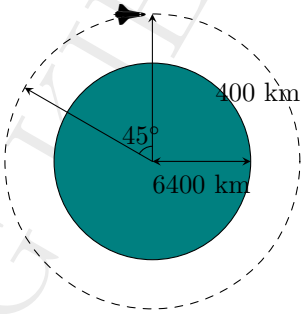
Câu 139. Cô Lan đi làm bằng xe máy với vận tốc 40 km/h. Biết bánh xe máy có đường kính (kể cả lốp xe) 60 cm. Hỏi trong 5 giây bánh xe quay bao nhiêu vòng (*làm tròn đến hàng phần mười*)?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

KQ: | | | | |

Câu 140.

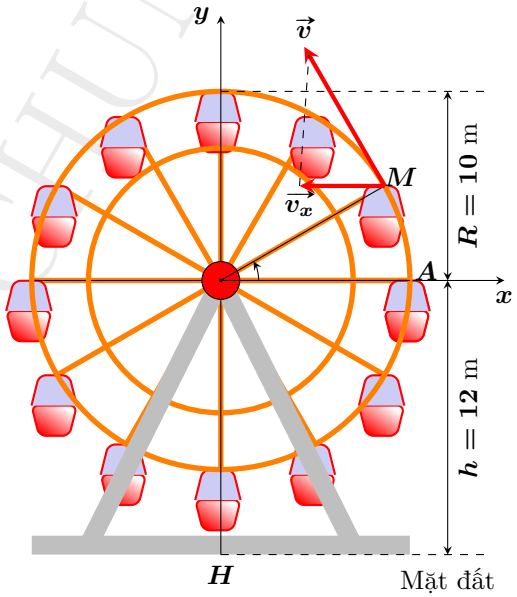
Trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400 km. Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc 45° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu km trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6400 km. (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)



KQ: | | | | |

Câu 141.

Trong hình bên, vị trí cabin mà Hùng ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm M. Tính độ cao từ vị trí Hùng ngồi so với mặt đất (*đơn vị đo là mét*). KQ: | | | | |



Câu 142. Kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 11 cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để hai kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? Lúc đó tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được là bao nhiêu cm? *Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.* KQ: | | | | |

Câu 143. Kim giờ của một đồng hồ dài 5,5 cm và kim phút dài 11 cm và chỉ thời gian lúc 12 giờ. Hai kim trùng nhau lần thứ ba thì tổng quãng đường của hai kim đồng hồ đã quay là $a\pi$. Tính a.

KQ: | | | | |

Câu 144. Bánh xe của một xe máy có đường kính 100 cm quay được 6 390 vòng trong 3 phút. Hỏi vận tốc v km/h của người đi xe máy đó là bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng đơn vị*) KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

K11 – CHƯƠNG 1

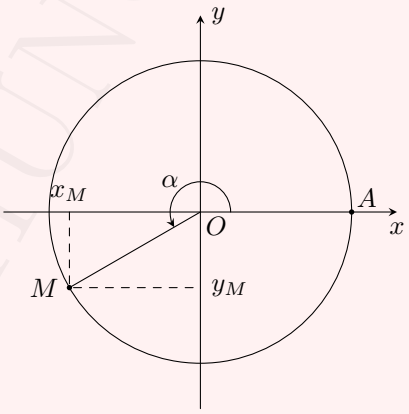
§2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Giá trị lượng giác của một góc lượng giác

Định nghĩa 3 Trên đường tròn lượng giác, gọi M là điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo α. Khi đó:

- Tung độ y_M của M gọi là **sin** của α, kí hiệu $\sin\alpha$.
- Hoành độ x_M của M gọi là **côsin** của α, kí hiệu $\cos\alpha$.
- Nếu $x_M \neq 0$ thì tỉ số $\dfrac{y_M}{x_M} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ gọi là **tang** của α, kí hiệu $\tan\alpha$.
- Nếu $y_M \neq 0$ thì tỉ số $\dfrac{x_M}{y_M} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ gọi là **côtang** của α, kí hiệu $\cot\alpha$.



Các giá trị $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$ và $\cot\alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc lượng giác α.

- *Bảng giá trị lượng giác của một số góc α đặc biệt với $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ (hay $0^\circ \le \alpha \le 90^\circ$).*

độ	0°	30°	45°	60°	90°
rad	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\|\|$
$\cot\alpha$	$\|\|$	$\sqrt{3}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	0

- *Ta gọi trục hoành là **trục côsin**, còn trục tung là **trục sin**.*
- $\sin\alpha$ *và* $\cos\alpha$ *xác định với mọi* $\alpha \in \mathbb{R}$;
  $\tan\alpha$ *chỉ xác định với các góc* $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$;
  $\cot\alpha$ *chỉ xác định với các góc* $\alpha \neq k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
- *Với mọi góc lượng giác α và số nguyên k, ta có*

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha; \quad \tan(\alpha + k\pi) = \tan\alpha;$$
$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos\alpha; \quad \cot(\alpha + k\pi) = \cot\alpha.$$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác

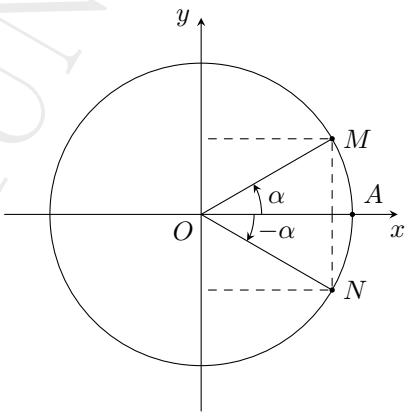
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \qquad \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$$
$$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \alpha\neq k\pi \qquad \tan\alpha\cdot\cot\alpha=1,\ \alpha\neq k\frac{\pi}{2}$$
$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha},\ \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \qquad 1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha},\ \alpha\neq k\pi$$

3 Giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt

a. Hai góc đối nhau: α và $-\alpha$

Các điểm biểu diễn của hai góc α và $-\alpha$ đối xứng qua trục Ox nên ta có

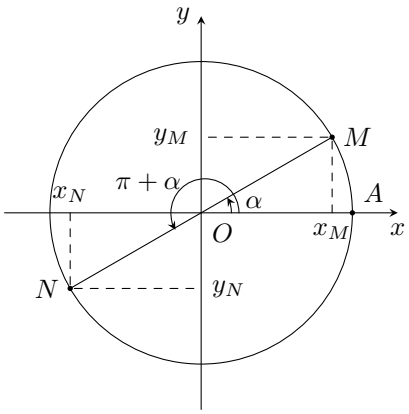
- $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$
- $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$
- $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$
- $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$



b. Hai góc hơn kém nhau π: α và $\alpha+\pi$

Các điểm biểu diễn của hai góc α và $\alpha+\pi$ đối xứng nhau qua gốc toạ độ O nên ta có

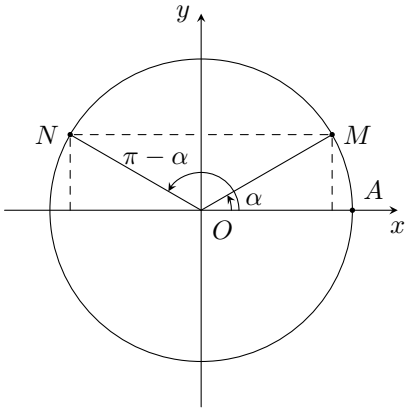
- $\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$
- $\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$
- $\tan(\alpha+\pi)=\tan\alpha$
- $\cot(\alpha+\pi)=\cot\alpha$



c. Hai góc bù nhau: α và $\pi-\alpha$

Các điểm biểu diễn của hai góc α và $\pi-\alpha$ đối xứng nhau qua trục Oy nên ta có

- $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$
- $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
- $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$
- $\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$

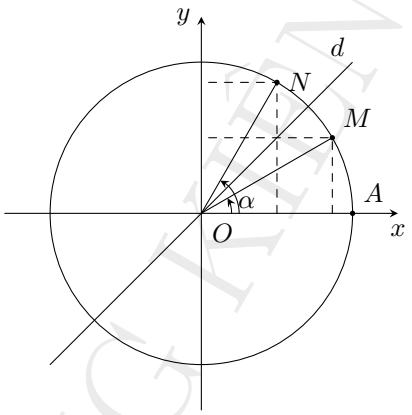


d. Hai góc phụ nhau: α và $\dfrac{\pi}{2}-\alpha$

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Các điểm biểu diễn của hai góc α và $\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ đối xứng nhau qua đường phân giác d của góc xOy nên ta có



- $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$
- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$
- $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$
- $\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm các giá trị lượng giác của góc lượng giác $\alpha=120^\circ$; $\beta=-\dfrac{\pi}{4}$.

Bài 2. Tính các giá trị lượng giác của góc α, biết

a) $\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$ và $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$;

b) $\sin\alpha=\dfrac{2}{5}$ và $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

c) $\tan\alpha=\sqrt{5}$ và $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$;

d) $\cot\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

Bài 3. Tính

a) $\sin\dfrac{13\pi}{4}$;

b) $\sin\dfrac{\pi}{10}-\cos\dfrac{2\pi}{5}$;

c) $\cos^2\dfrac{\pi}{8}+\cos^2\dfrac{3\pi}{8}$;

d) $\tan 1^\circ\cdot\tan 2^\circ\cdot\tan 45^\circ\cdot\tan 88^\circ\cdot\tan 89^\circ$.

Bài 4. Cho góc lượng giác có số đo bằng $-\dfrac{\pi}{3}$.

a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.

b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Bài 5. Xét dấu các giá trị lượng giác của góc $\alpha=-\dfrac{3\pi}{4}$; $\beta=\dfrac{5\pi}{6}$.

Bài 6. Tính $\cos\left(\alpha+\dfrac{2019}{2}\pi\right)$.

Bài 7. Cho α là cung lượng giác biểu diễn bởi điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên đường tròn lượng giác. Tính giá trị lượng giác $\tan\alpha$.

Bài 8. Rút gọn biểu thức $A=\sin(\pi+x)-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\cot(2\pi-x)+\tan\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)$?

Bài 9. Tính giá trị các biểu thức sau

a) $A=\cos^2\dfrac{\pi}{6}+\cos^2\dfrac{2\pi}{6}+\cos^2\dfrac{3\pi}{6}+\cos^2\dfrac{4\pi}{6}+\cos^2\dfrac{5\pi}{6}+\cos^2\pi$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) $B = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \cdots + \sin^2 180^\circ$.

c) $C = 3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ$.

d) $D = \sin\left(x + \dfrac{2017\pi}{2}\right) + 2\sin^2(x - \pi) + \cos(x + 2019\pi) + \cos 2x$

e) $E = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$.

f) $F = \cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$.

g) $G = \sin^2 \dfrac{181\pi}{180} + \sin^2 \dfrac{182\pi}{180} + \sin^2 \dfrac{183\pi}{180} + \cdots + \sin^2 \dfrac{269\pi}{180}$.

h) $H = \cot 1^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 3^\circ \cdots \cot 89^\circ$.

i) $I = \cos\alpha + \cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \dfrac{2\pi}{5}\right) + \cdots + \cos\left(\alpha + \dfrac{9\pi}{5}\right)$.

j) $J = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \cdots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$.

k) $K = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cdots + \cos^2 180^\circ$.

l) $L = \sin^2 \dfrac{\pi}{6} + \sin^2 \dfrac{\pi}{3} + \sin^2 \dfrac{\pi}{4} + \sin^2 \dfrac{9\pi}{4} + \tan \dfrac{\pi}{6} \cot \dfrac{\pi}{6}$.

m) $M = \cos^2 \dfrac{\pi}{3} + \tan \dfrac{\pi}{4} + \cot^2 \dfrac{\pi}{6} + \sin \dfrac{\pi}{2}$.

n) $N = \tan^2 \dfrac{\pi}{3} + \sin^2 \dfrac{\pi}{4} + \cot \dfrac{\pi}{4} + \cos \dfrac{\pi}{2}$.

o) $P = \sin \dfrac{\pi}{5} + \sin \dfrac{2\pi}{5} + ... + \sin \dfrac{9\pi}{5}$.

Bài 10. Tính

a) $A = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \ldots + \sin^2 85^\circ$ (17 số hạng);

b) $B = \cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \cos 15^\circ + \ldots + \cos 175^\circ$ (35 số hạng).

Bài 11. Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(x + \dfrac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \dfrac{5\pi}{2}\right)$.

Bài 12. Biểu diễn các giá trị lượng giác sau qua các giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\dfrac{\pi}{4}$ hoặc từ 0° đến 45° và tính:

a) $\cos \dfrac{21\pi}{6}$; b) $\sin \dfrac{129\pi}{4}$; c) $\tan 1020^\circ$.

Bài 13. Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau: 225°; -225°; $-1\,035^\circ$; $\dfrac{5\pi}{3}$; $\dfrac{19\pi}{2}$; $-\dfrac{159\pi}{4}$.

Bài 14. Tính các giá trị lượng giác (nếu có) của mỗi góc sau

a) $\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$; b) $k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$;

c) $\dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$; d) $\dfrac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 15. Cho $\cos a = \dfrac{5}{13}$, $\left(\dfrac{3\pi}{2} < a < 2\pi\right)$. Tính $\sin a$, $\tan a$, $\cot a$.

Bài 16. Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $\dfrac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{12\sin^3\alpha + 4\cos^3\alpha}$.

Bài 17. Cho $\cot x = -5$ với $90^\circ < x < 180^\circ$. Tính $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$.

Bài 18. Cho $\cot\alpha = 4\tan\alpha$ và $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\sin\alpha$?

Bài 19. Cho $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$ với $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = 10\sin\alpha + 5\cos\alpha$.

Bài 20. Cho $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$, $\left(\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}\right)$. Tính $\sin^2\alpha \cdot \cos\alpha$?

Bài 21. Cho góc lượng giác α sao cho $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\tan\alpha = -2$. Tính $\cos\alpha$, $\sin\alpha$.

Bài 22. Cho góc lượng giác α sao cho $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$ và $\sin\alpha = -\dfrac{4}{5}$. Tìm $\cos\alpha$.

Bài 23. Tính các giá trị lượng giác của góc α, biết

a) $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

b) $\cos\alpha = \dfrac{2}{5}$ và $0 < \alpha < 90^\circ$;

c) $\tan\alpha = \sqrt{3}$ và $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$;

d) $\cot\alpha = -\dfrac{1}{2}$ và $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

Bài 24. Tính các giá trị lượng giác của góc α trong mỗi trường hợp sau

a) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ với $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

b) $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$ với $-\pi < \alpha < 0$;

c) $\tan\alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0$;

d) $\cot\alpha = -2$ với $0 < \alpha < \pi$.

Bài 25. Cho $\tan\alpha - \cot\alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan^2\alpha + \cot^2\alpha$.

Bài 26. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{2\sin\alpha - 3\cos\alpha}{4\sin\alpha + 5\cos\alpha}$ biết $\cot\alpha = -3$.

Bài 27. Cho $\cot\alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $F = 2\tan\alpha - 3\cot^2\alpha + 1$.

Bài 28. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $C = \dfrac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha + 2\cos^3\alpha}$.

Bài 29. Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $\sin^2\alpha + \sin^2(90^\circ - \alpha) = 0$?

Bài 30. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{4}$. Tính $E = \dfrac{2\tan\alpha - 3\cot\alpha}{\tan\alpha}$.

Bài 31. Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3\cos\alpha)(1 + 3\cos\alpha)$ biết $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$.

Bài 32. Cho $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{4}{3}$. Tính giá trị $M = \sin^2\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha\sin\alpha$.

Bài 33. Cho góc α thỏa mãn $3\cos\alpha + 2\sin\alpha = 2$ và $\sin\alpha < 0$. Tính $\sin\alpha$.

Bài 34. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha + \cos\alpha = m$. Tính $P = |\sin\alpha - \cos\alpha|$.

Bài 35. Cho $\cos x + \sin x = \dfrac{1}{2}$ và $0^\circ < x < 180^\circ$, tính $\tan x = -\dfrac{p + \sqrt{q}}{3}$, $(p; q) \in \mathbb{Z}$.

Bài 36. Cho $3\sin^4 x - \cos^4 x = \dfrac{1}{2}$, tính $\sin^4 x + 3\cos^4 x$?

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 37. Tính $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)$ biết $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$, với $\left(\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right)$.

Bài 38. Tính $P=\dfrac{3\sin x-\cos x}{\sin x+2\cos x}$ với $\tan\alpha=2$.

Bài 39. Cho $\sin a+\cos a=-\dfrac{5}{4}$, tính $\sin a\cos a$.

Bài 40. Biết $\sin(450^\circ-\alpha)+1=\cos(540^\circ+\alpha)$, tính $\cos\alpha$?

Bài 41. Cho $\tan\alpha+\cot\alpha=m$. Tính giá trị biểu thức $\cot^3\alpha+\tan^3\alpha$.

Bài 42. Cho $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{5}{4}$. Tính $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$?

Bài 43. Cho $\tan\alpha+\cot\alpha=m$. Tính giá trị biểu thức $\tan^3\alpha+\cot^3\alpha$.

Bài 44. Cho $\sin x+\cos x=m$. Tính theo m giá trị của $M=\sin x\cdot\cos x$.

Bài 45. Biết $3\sin^4x-\cos^4x=\dfrac{1}{2}$, tính $\sin^4x+3\cos^4x$.

Bài 46. Cho $\sin x+\cos x=m$. Tính giá trị của biểu thức $M=|\sin x-\cos x|$.

Bài 47. Cho $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$. Tính $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$.

Bài 48. Cho $\dfrac{\sin^4\alpha}{a}+\dfrac{\cos^4\alpha}{b}=\dfrac{1}{a+b}$. Tính giá trị của biểu thức: $A=\dfrac{\sin^8\alpha}{a^3}+\dfrac{\cos^8\alpha}{b^3}$.

Bài 49. Cho $A=3\left(\sin^3x\cos x+\cos^3x\sin x\right)$, $B=\sin\left(x-\dfrac{5\pi}{2}\right)\sin(x+\pi)$. Tìm số thực C biết

$$A-\left(\sqrt{3}\tan\frac{4\pi}{3}\right)B+C=0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

Bài 50. Đơn giản biểu thức $D=\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(13\pi+\alpha)-3\sin(\alpha-5\pi)$?

Bài 51. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\dfrac{1}{\tan\alpha+1}+\dfrac{1}{\cot\alpha+1}$;

b) $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin(\pi+\alpha)$;

c) $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos(-\alpha+6\pi)-\tan(\alpha+\pi)\cot(3\pi-\alpha)$.

Bài 52. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\dfrac{1+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}$.

b) $B=\dfrac{\cos^4\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^4\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}$.

c) $C=\left(\dfrac{\sin\alpha+\tan\alpha}{\cos\alpha+1}\right)^2+1$.

d) $D=\cot a+\dfrac{\sin a}{1+\cos a}$.

Bài 53. Chứng minh $\sin B=\sin(A+C)$, với A, B, C là ba góc của một tam giác.

Bài 54. Giả sử $\left(1+\tan x+\dfrac{1}{\cos x}\right)\left(1+\tan x-\dfrac{1}{\cos x}\right)=2\tan^n x\ \ (\cos x\neq 0)$. Tính n.

Bài 55. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha}-\dfrac{1}{1+\cos\alpha}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 56. Rút gọn biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + \cos(3\pi + x)$.

Bài 57. Chứng minh biểu thức $\sin^2 x \cdot \tan x + 4\sin^2 x - \tan^2 x + 3\cos^2 x$ không phụ thuộc vào x.

Bài 58. Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

Bài 59. Tính $F = \sin^2\frac{\pi}{6} + \sin^2\frac{2\pi}{6} + \ldots + \sin^2\frac{5\pi}{6} + \sin^2\pi$.

Bài 60. Rút gọn biểu thức $P = \sin^4 x + \cos^4 x$.

Bài 61. Cho A, B, C là 3 góc của một tam giác. Tính $M = \cos(2A + B + C)$.

Bài 62. Tính giá trị của biểu thức $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ$.

Bài 63. Giả sử $3\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$, tính $\sin^4 x + 3\cos^4 x$.

Bài 64. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{\sin^4\alpha - 3\sin^3\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + 2\cos^2\alpha}$.

Bài 65. Cho $2\tan\alpha - \cot\alpha = 1$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \dfrac{\tan(8\pi - \alpha) + 2\cot(\pi + \alpha)}{3\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$

Bài 66. Rút gọn biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

Bài 67. Rút gọn biểu thức $A = 2\left(\cos^4 x + \sin^4 x + \cos^2 x\sin^2 x\right)^2 - \left(\cos^8 x + \sin^8 x\right)$.

Bài 68. Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

a) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = 1 - 2\cos^2\alpha$;

b) $\tan\alpha + \cot\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$;

c) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$;

d) $\dfrac{\cos^2\alpha + \tan^2\alpha - 1}{\sin^2\alpha} = \tan^2\alpha$.

e) $\dfrac{\sin x + \tan x}{\tan x} = 1 + \sin x\cot x$.

Bài 69. Giá trị lớn nhất của $Q = \sin^6 x + \cos^6 x$ bằng

Bài 70. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7\cos^2 x - 2\sin^2 x$ là

Bài 71. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \cot^4 a + \cot^4 b + 2\tan^2 a \cdot \tan^2 b + 2$.

Bài 72. Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của góc lượng giác (OA, OM), (OA, ON), (OA, OP) lần lượt là $\frac{\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{\pi}{6}$. Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Xét dấu của giá trị lượng giác

Câu 1. Cho góc α thoả mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sin\alpha < 0$. **B.** $\cos\alpha \geq 0$. **C.** $\tan\alpha < 0$. **D.** $\cot\alpha > 0$.

Câu 2. Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\tan\alpha > 0$. **B.** $\cot\alpha < 0$. **C.** $\sin\alpha < 0$. **D.** $\cos\alpha < 0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 3. Cho $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$, tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. $\sin x > 0$. **B.** $\cos x > 0$. **C.** $\tan x > 0$. **D.** $\cot x < 0$.

Câu 4. Cho góc α thỏa $-\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\cos\alpha > 0$. **B.** $\cot\alpha > 0$. **C.** $\sin\alpha > 0$. **D.** $\tan\alpha > 0$.

Câu 5. Cho $\dfrac{2021\pi}{4} < x < \dfrac{2023\pi}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin x > 0, \cos 2x > 0$. **B.** $\sin x < 0, \cos 2x > 0$.
C. $\sin x > 0, \cos 2x < 0$. **D.** $\sin x < 0, \cos 2x < 0$.

Câu 6. Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

A. $\sin\alpha > 0$. **B.** $\cos\alpha < 0$. **C.** $\tan\alpha < 0$. **D.** $\cot\alpha < 0$.

Câu 7. Cho $2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

A. $\tan\alpha > 0, \cot\alpha > 0$. **B.** $\tan\alpha < 0, \cot\alpha < 0$.
C. $\tan\alpha > 0, \cot\alpha < 0$. **D.** $\tan\alpha < 0, \cot\alpha > 0$.

Câu 8. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin\alpha, \cos\alpha$ cùng dấu?

A. Thứ II. **B.** Thứ IV. **C.** Thứ II hoặc IV. **D.** Thứ I hoặc III.

Câu 9. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

A. Thứ II. **B.** Thứ I hoặc II. **C.** Thứ II hoặc III. **D.** Thứ I hoặc IV.

Câu 10. Cho $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha < 0, \cos\alpha < 0$. **C.** $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$. **D.** $\sin\alpha < 0, \cos\alpha > 0$.

Câu 11. Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

A. $\tan\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha > 0$. **C.** $\cos\alpha > 0$. **D.** $\cot\alpha > 0$.

Câu 12. Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

A. $\sin\alpha > 0$. **B.** $\cos\alpha < 0$. **C.** $\tan\alpha < 0$. **D.** $\cot\alpha < 0$.

Câu 13. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin\alpha, \tan\alpha$ trái dấu?

A. Thứ I. **B.** Thứ II hoặc IV. **C.** Thứ II hoặc III. **D.** Thứ I hoặc IV.

Câu 14. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sqrt{\sin^2\alpha} = \sin\alpha$.

A. Thứ III. **B.** Thứ I hoặc III. **C.** Thứ I hoặc II. **D.** Thứ III hoặc IV.

Câu 15. Cho $a = 1500°$. Xét câu nào sau đây đúng?

I. $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. II. $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. III. $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

A. Chỉ I và II. **B.** Chỉ II và III. **C.** Cả I, II và III. **D.** Chỉ I và III.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 16. Cho $3\pi < \alpha < \dfrac{10\pi}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\cos\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha < 0$. **C.** $\tan\alpha < 0$. **D.** $\cot\alpha < 0$.

Câu 17. Cho $\dfrac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\cos\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha > 0$. **C.** $\tan\alpha > 0$. **D.** $\cot\alpha > 0$.

Câu 18. Cho $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào **sai**?

A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ II và III. **D.** Cả I, II và III.

Câu 19. Cho $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I. **B.** Chỉ I và II. **C.** Chỉ II và III. **D.** Cả I, II và III.

Câu 20. Bất đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?

A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$. **B.** $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.
C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$. **D.** $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

Câu 21. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\sin\alpha = -\cos\beta$. **B.** $\cos\alpha = \sin\beta$. **C.** $\cos\beta = \sin\alpha$. **D.** $\cot\alpha = \tan\beta$.

Câu 22. Cho $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. **B.** $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$. **C.** $\sin(\alpha - \pi) > 0$. **D.** $\sin(\alpha - \pi) < 0$.

Câu 23. Cho $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\cot\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) > 0$. **B.** $\cot\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) \geq 0$. **C.** $\tan(\alpha + \pi) < 0$. **D.** $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Câu 24. Cho $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

A. $\sin(\pi + \alpha)$. **B.** $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$. **C.** $\cos(-\alpha)$. **D.** $\tan(\pi + \alpha)$.

Câu 25. Cho $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. **B.** $\tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. **C.** $\tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0$. **D.** $\tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0$.

Câu 26. Cho $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

A. $M \geq 0$. **B.** $M > 0$. **C.** $M \leq 0$. **D.** $M < 0$.

Câu 27. Cho $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

A. $M \geq 0$. **B.** $M > 0$. **C.** $M \leq 0$. **D.** $M < 0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác

Câu 28. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4};-\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $-\frac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

Câu 29. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4};-\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $-\frac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

Câu 30. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4};-\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $-\frac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Câu 31. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4};-\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $-\frac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Câu 32. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.

Câu 33. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.

Câu 34. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 35. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 36. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};-\frac{\sqrt{13}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\sin\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $-\dfrac{\sqrt{13}}{4}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$.

Câu 37. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{4};-\dfrac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cos\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $-\dfrac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{4}$.

Câu 38. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{4};-\dfrac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\dfrac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{55}}{5}$.

Câu 39. Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{4};-\dfrac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác (OA,OM) có số đo $\alpha+k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot\alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $-\dfrac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{55}}{5}$.

Câu 40. Cho $\cos\alpha=\dfrac{-1}{6}$ với $-\pi<\alpha<\dfrac{-\pi}{2}$. Tính $\sin\alpha$.

A. $\sin\alpha=\dfrac{-\sqrt{35}}{6}$. **B.** $\sin\alpha=\dfrac{35}{36}$. **C.** $\sin\alpha=\dfrac{5}{6}$. **D.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$.

Câu 41. Tính $\sin\alpha$, biết $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 42. Cho $\cos x=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$, với $-\dfrac{\pi}{2}<x<0$ thì $\sin x$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **B.** $-\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **C.** $-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 43. Cho $\sin\alpha=\dfrac{1}{4}$, với $0°<\alpha<90°$. Tính $\cos\alpha$; $\tan\alpha$.

A. $\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{15}}{4};\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{15}$. **B.** $\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{15}}{4};\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{15}}{15}$.

C. $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4};\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{15}}{15}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4};\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 44. Cho $\cos\alpha=-\dfrac{2}{5}$, với $90°<\alpha<180°$, khi đó $\tan\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{5}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{21}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 45. Cho $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$, với $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Giá trị của $\cos\alpha$ là

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $-\dfrac{4}{5}$. **C.** $\pm\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{16}{25}$.

Câu 46. Cho $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$ và $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó giá trị của $\cos\alpha$ và $\tan\alpha$ lần lượt là

A. $-\dfrac{4}{5};\dfrac{3}{4}$. **B.** $-\dfrac{4}{5};-\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{4}{5};-\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{4};-\dfrac{4}{5}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 47. Cho $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$, với $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = 10\sin\alpha + 5\cos\alpha$.

A. -10. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 48. Cho $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$. **D.** $\sin\alpha = -\dfrac{2}{3}$.

Câu 49. Cho góc α thỏa mãn $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin\alpha + \dfrac{1}{\cos\alpha}$ bằng

A. $\dfrac{4+\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Nếu $\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$ thì $\sin^2\alpha$ bằng

A. $\dfrac{16}{25}$. **B.** $\dfrac{9}{25}$. **C.** $\dfrac{25}{16}$. **D.** $\dfrac{25}{9}$.

Câu 51. Cho $\tan x = 3$. Tính $P = \dfrac{2\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.

A. $P = \dfrac{3}{2}$. **B.** $P = \dfrac{5}{4}$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = \dfrac{2}{5}$.

Câu 52. Cho $\sin a = \dfrac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \dfrac{\cot a - \tan a}{\tan a + 2\cot a}$ bằng

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{9}$. **C.** $\dfrac{17}{81}$. **D.** $\dfrac{7}{17}$.

Câu 53. Cho $\tan x = -4$. Giá trị của biểu thức $A = \dfrac{2\sin x - 5\cos x}{3\cos x + \sin x}$ là

A. 13. **B.** -13. **C.** $\dfrac{13}{11}$. **D.** 5.

Câu 54. Cho $\tan\alpha = 3$, khi đó giá trị của biểu thức $P = \dfrac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{3\sin\alpha - 5\cos\alpha}$ là

A. $P = -\dfrac{5}{2}$. **B.** $P = \dfrac{5}{4}$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = -3$.

Câu 55. Cho $\cot\alpha = -3$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{3\cos\alpha - 4\sin\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha}$ bằng

A. -13. **B.** 13. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 56. Cho $\cot\alpha = 4\tan\alpha$ và $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$. Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 57. Nếu $\tan\alpha + \cot\alpha = 2$ thì $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 58. Biết $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào **sai**?

A. $\sin\alpha\cos\alpha = -\dfrac{1}{4}$. **B.** $\sin\alpha - \cos\alpha = \pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = \dfrac{7}{8}$. **D.** $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 12$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 59. Nếu $\cot(x+\pi)-\tan\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin^2(-1\,445^\circ)+\cos^2(1\,085^\circ)$ thì $\sin x$ bằng

A. $\pm\dfrac{1}{5}$. **B.** $\pm\dfrac{2}{5}$. **C.** $\pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\pm\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 60. Cho biết $\sin a-\cos a=\dfrac{1}{2}$. Kết quả nào sau đây **đúng**?

A. $\sin a\cos a=\dfrac{3}{8}$. **B.** $\sin a+\cos a=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\sin^4 a+\cos^4 a=\dfrac{21}{32}$. **D.** $\tan^2 a+\cot^2 a=\dfrac{14}{3}$.

Câu 61. Biết $\tan x=\dfrac{1}{2}$, giá trị của biểu thức $M=\dfrac{2\sin^2 x+3\sin x\cos x-4\cos^2 x}{5\cos^2 x-\sin^2 x}$ bằng

A. $-\dfrac{8}{13}$. **B.** $\dfrac{2}{19}$. **C.** $-\dfrac{2}{19}$. **D.** $-\dfrac{8}{19}$.

Câu 62. Nếu $\cot(1{,}25)\cdot\tan(4\pi+1{,}25)-\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot\cos(6\pi-x)=0$ thì $\tan x$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 63. Biết $\tan x=\dfrac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A=a\cos^2 x+2b\sin x\cos x+c\sin^2 x$ bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $2b$. **D.** b.

Câu 64. Nếu, với $\dfrac{\sin^4 x}{a}+\dfrac{\cos^4 x}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ thì biểu thức $\dfrac{\sin^3 x}{a^3}+\dfrac{\cos^3 x}{b^3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{(a+b)^2}$. **B.** $\dfrac{1}{a^2+b^2}$. **C.** $\dfrac{1}{(a+b)^3}$. **D.** $\dfrac{1}{a^3+b^3}$.

Câu 65. Nếu, với $3\sin^4 x+2\cos^4 x=\dfrac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A=2\sin^4 x+3\cos^4 x$ bằng

A. $\dfrac{101}{81}$ hoặc $\dfrac{601}{504}$. **B.** $\dfrac{103}{81}$ hoặc $\dfrac{603}{405}$. **C.** $\dfrac{105}{81}$ hoặc $\dfrac{605}{504}$. **D.** $\dfrac{107}{81}$ hoặc $\dfrac{607}{405}$.

Câu 66. Nếu $\dfrac{\sin^4\alpha}{a}+\dfrac{\cos^4\alpha}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ thì biểu thức $M=\dfrac{\sin^{10}\alpha}{a^4}+\dfrac{\cos^{10}\alpha}{b^4}$ bằng.

A. $\dfrac{1}{a^5}+\dfrac{1}{b^5}$. **B.** $\dfrac{1}{(a+b)^5}$. **C.** $\dfrac{1}{a^4}+\dfrac{1}{b^4}$. **D.** $\dfrac{1}{(a+b)^4}$.

Câu 67. Nếu, với $\dfrac{\sin^4\alpha}{a}+\dfrac{\cos^4\alpha}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A=\dfrac{\sin^8\alpha}{a^3}+\dfrac{\cos^8\alpha}{b^3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{(a+b)^2}$. **B.** $\dfrac{1}{a^2+b^2}$. **C.** $\dfrac{1}{(a+b)^3}$. **D.** $\dfrac{1}{a^3+b^3}$.

Câu 155. Cho $3\cos x+2\sin x=2$ và $\sin x<0$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin x=-\dfrac{5}{13}$. **B.** $\sin x=-\dfrac{7}{13}$. **C.** $\sin x=-\dfrac{9}{13}$. **D.** $\sin x=-\dfrac{12}{13}$.

Câu 156. Nếu $\sin x+\cos x=\dfrac{1}{2}$ thì $3\sin x+2\cos x$ bằng

A. $\dfrac{5-\sqrt{7}}{4}$ hoặc $\dfrac{5+\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\dfrac{5-\sqrt{5}}{7}$ hoặc $\dfrac{5+\sqrt{5}}{4}$.

C. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{5}$ hoặc $\dfrac{2+\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{3-\sqrt{2}}{5}$ hoặc $\dfrac{3+\sqrt{2}}{5}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

Câu 157. Tính $L = \tan 20^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 70^\circ$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 158. Tính $G = \cos^2 \dfrac{\pi}{6} + \cos^2 \dfrac{2\pi}{6} + \ldots + \cos^2 \dfrac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 159. Tính $A = \sin 390^\circ - 2\sin 1140^\circ + 3\cos 1845^\circ$

A. $\dfrac{1}{2}\left(1 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)$. **B.** $\dfrac{1}{2}\left(1 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)$.

C. $\dfrac{1}{2}\left(1 + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{2}\left(1 + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}\right)$.

Câu 160. Giá trị của biểu thức $\dfrac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ}$ bằng

A. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Câu 161. Với mọi góc α, biểu thức $\cos\alpha + \cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \dfrac{2\pi}{5}\right) + \ldots + \cos\left(\alpha + \dfrac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng

A. 10. **B.** -10. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 162. Tính $F = \sin^2 \dfrac{\pi}{6} + \sin^2 \dfrac{2\pi}{6} + \ldots + \sin^2 \dfrac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 163. Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\dfrac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(13\pi + \alpha) - 3\sin(\alpha - 5\pi)$.

A. $3\sin\alpha - 2\cos\alpha$. **B.** $3\sin\alpha$. **C.** $-3\sin\alpha$. **D.** $2\cos\alpha + 3\sin\alpha$.

Câu 164. Giả sử $A = \tan x \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right)$ được rút gọn thành $A = \tan nx$ khi đó n bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 165. Nếu $\sin x = 3\cos x$ thì $\sin x \cos x$ bằng

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{2}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 166. Với mọi α thì $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

A. $-\sin\alpha$. **B.** $-\cos\alpha$. **C.** $\cos\alpha$. **D.** $\sin\alpha$.

Câu 167. Giá trị $\cot \dfrac{89\pi}{6}$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 168. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right)$, ta được

A. $A = \cos\alpha$. **B.** $A = \sin\alpha$. **C.** $A = \cos\alpha$. **D.** $A = -\sin\alpha$.

Câu 169. Nếu $\sin^2\alpha = \dfrac{1}{3}$ thì $1 + \tan^2\alpha$ bằng

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\frac{9}{8}$. **B.** 4. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Câu 170. Tính $P = \cot 1^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 3^\circ \cdot \ldots \cdot \cot 89^\circ$.

A. $P = 0$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

Câu 171. Giá trị của biểu thức $\tan 110^\circ \cdot \tan 340^\circ + \sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 172. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta được

A. $A = 2$. **B.** $A = -2$. **C.** $A = 1$. **D.** $A = -1$.

Câu 173. Giá trị của biểu thức $A = \dfrac{1}{\tan 368^\circ} + \dfrac{2\sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2\cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 174. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \dfrac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ ta được

A. $A = -1$. **B.** $A = 1$. **C.** $A = 0$. **D.** $A = 2$.

4 Rút gọn biểu thức lượng giác, đẳng thức lượng giác

Câu 175. Rút gọn biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$ ta được

A. $D = 2$. **B.** $D = -2$. **C.** $D = 3$. **D.** $D = -3$.

Câu 176. Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\dfrac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$ ta được

A. $D = 2\cos a + 3\sin a$. **B.** $D = 3\sin a - 2\cos a$.
C. $D = 3\sin a$. **D.** $D = 4\cos a - \sin a$.

Câu 177. Đơn giản biểu thức $C = \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \dfrac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \dfrac{7\pi}{2}\right)$ ta được

A. $C = 2\sin a$. **B.** $C = -2\sin a$. **C.** $C = 2\cos a$. **D.** $C = -2\cos a$.

Câu 178. Rút gọn biểu thức $B = \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa), ta được

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 179. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta được

A. $A = \sin x + \cos x$. **B.** $A = \cos x - \sin x$. **C.** $A = \cos 2x - \sin 2x$. **D.** $A = \cos 2x + \sin 2x$.

Câu 180. Biểu thức rút gọn của $A = \dfrac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng

A. $\tan^6 a$. **B.** $\cos^6 a$. **C.** $\tan^4 a$. **D.** $\sin^6 a$.

Câu 181. Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau?

A. $\dfrac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$.

B. $\left(\sqrt{\dfrac{1+\sin a}{1-\sin a}} - \sqrt{\dfrac{1-\sin a}{1+\sin a}}\right)^2 = 4\tan^2 a$.

C. $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} - \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = \dfrac{1 + \cot^2\alpha}{1 - \cot^2\alpha}$.

D. $\dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha} = \dfrac{2\cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha + 1}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 182. Biết $\tan x = 3$ và $M = \dfrac{2\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x + 4\cos^2 x}{5\tan^2 x + 6\cot^2 x}$. Giá trị của M bằng

A. $M = \dfrac{31}{47}$. **B.** $M = \dfrac{93}{137}$. **C.** $M = \dfrac{93}{1370}$. **D.** $M = \dfrac{31}{51}$.

Câu 183. Giả sử $3\sin^4 x - \cos^4 x = \dfrac{1}{2}$ thì $\sin^4 x + 3\cos^4 x$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 184. Rút gọn biểu thức $A = \sin\left(x + \dfrac{85\pi}{2}\right) + \cos(2017\pi + x) + \sin^2(33\pi + x) + \sin^2\left(x - \dfrac{5\pi}{2}\right)$ ta được

A. $A = \sin x$. **B.** $A = 1$. **C.** $A = 2$. **D.** $A = 0$.

Câu 185. Có bao nhiêu đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau đây?

a) $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{\tan^2\alpha + 1}$. b) $\sqrt{2}\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos\alpha + \sin\alpha$.

c) $\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha$. d) $\cot 2\alpha = 2\cot^2\alpha - 1$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 186. Biểu thức $A = \dfrac{(1 - \tan^2 x)^2}{4\tan^2 x} - \dfrac{1}{4\sin^2 x\cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 187. Biểu thức $A = \dfrac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

A. $\dfrac{1}{2}\sin^2 25^\circ$. **B.** $\dfrac{1}{2}\cos^2 55^\circ$. **C.** $\dfrac{1}{2}\cos^2 25^\circ$. **D.** $\dfrac{1}{2}\sin^2 65^\circ$.

Câu 188. Biểu thức

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1{,}5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1{,}5\pi)\cdot\cot(\alpha - 8\pi)$$

có kết quả thu gọn bằng

A. $-\sin\alpha$. **B.** $\sin\alpha$. **C.** $-\cos\alpha$. **D.** $\cos\alpha$.

Câu 189. Biểu thức

$$A = \left[\tan(\pi - x)\cdot\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cdot\frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cdot\frac{1}{\sin(\pi - x)}\right]\sin^2(2\pi - x)$$

có kết quả rút gọn bằng

A. $\sin^2 x$. **B.** $\cos^2 x$. **C.** $\tan^2 x$. **D.** $\cot^2 x$.

Câu 190. Cho $B = \dfrac{\cos^2 696^\circ + \tan(-260^\circ)\cdot\tan 530^\circ - \cos^2 156^\circ}{\tan^2 252^\circ + \cot^2 342^\circ}$. Biểu thức thu gọn của B là

A. $\dfrac{1}{2}\tan^2 24^0$. **B.** $\dfrac{1}{2}\cot^2 24^0$. **C.** $\dfrac{1}{2}\tan^2 18^0$. **D.** $\dfrac{1}{2}\cot^2 18^0$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 191. Cho biểu thức $M=\dfrac{1+\tan^3 x}{(1+\tan x)^3}$, $\left(x\neq -\dfrac{\pi}{4}+k\pi, x\neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đúng?

A. $M<1$. **B.** $M\leq 1$. **C.** $M\geq \dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{4}\leq M\leq 1$.

Câu 192. Tính $P=\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos(3\pi-2\alpha)+\cot(\pi-\alpha)$, biết $\sin\alpha=-\dfrac{1}{2}$ và $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}-3}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}+3}{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}+1}{2}$.

5 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức lượng giác

Câu 193. Giá trị nhỏ nhất của $M=\sin^6 x+\cos^6 x$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 194. Giá trị nhỏ nhất của $M=\sin^4 x+\cos^4 x$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 195. Giá trị lớn nhất của $N=\sin^4 x-\cos^4 x$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 196. Giá trị lớn nhất của $M=\sin^4 x+\cos^4 x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 197. Cho $M=6\cos^2 x+5\sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 198. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=7\cos^2 x-2\sin^2 x$ là

A. -2. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 16.

Câu 199. Cho $M=5-2\sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 200. Tính giá trị nhỏ nhất của $F=\cos^2\alpha+2\sin\alpha+2$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 201. Tính giá trị lớn nhất của $E=2\sin\alpha-\sin^2\alpha+3$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 202. Giá trị lớn nhất của $M=\sin^6 x-\cos^6 x$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 203. Các mệnh đề sau đúng hay **sai**?

Phát biểu	Đ	S
a) $1+\cot^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.		
b) $1+\tan^2 x=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan x+\cot x=1$.		
d) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 204. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot\alpha = \cot\beta$.		
b) $\sin\alpha = \sin\beta$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = -\tan\beta$.		
d) $\cos\alpha = -\cos\beta$.		

Câu 205. Cho biết $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$.		
b) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \dfrac{5}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cot\alpha = 2$.		
d) $\tan^2\alpha = \dfrac{1}{4}$.		

Câu 206. Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan\alpha < 0$.		
b) $\cot\alpha > 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\alpha > 0$.		
d) $\cos\alpha > 0$.		

Câu 207. Trên đường tròn lượng giác, điểm M thỏa mãn $(Ox, OM) = 500°$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) M nằm ở góc phần tư thứ II.		
b) $\sin(Ox, OM) > 0$; $\cos(Ox, OM) < 0$.		
c) M có hoành độ âm và tung độ âm.		
d) M có hoành độ dương và tung độ âm.		

Câu 208. Tính được giá trị các biểu thức. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\cos 30° - 3\sqrt{2}\sin 45° + \cot 45° = -\dfrac{3}{2}$.		
b) $B = \sin^2 60° + \tan^2 30° - 2 = -\dfrac{11}{12}$.		
c) $C = 2\sin\dfrac{\pi}{6} + \sqrt{3}\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5}{2}$.		
d) $D = \dfrac{\tan\dfrac{\pi}{4} + 1}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cot\dfrac{\pi}{2} - 2} = \dfrac{6}{5}$.		

Câu 209. Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.		
b) $\cos\alpha = -\dfrac{1}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = \sqrt{3}$.		
d) $\cot\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 210. Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = -\dfrac{\pi}{4} + (2k+1)\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.		
b) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = -1$.		
d) $\cot\alpha = -1$.		

Câu 211. Cho $0° < \alpha < 90°$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A = \sin(\alpha + 90°) > 0$.		
b) $B = \cos(\alpha - 45°) > 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $C = \tan(270° - \alpha) < 0$.		
d) $D = \cos(2\alpha + 90°) > 0$.		

Câu 212. Cho $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos(\alpha + \pi) < 0$.		
b) $\tan(\alpha - \pi) > 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\left(\alpha + \dfrac{2\pi}{5}\right) < 0$.		
d) $\cos\left(\alpha - \dfrac{3\pi}{8}\right) < 0$.		

Câu 213. Cho biết $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}, \cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$ và $A = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$; $B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A = \cos\alpha - \sin\alpha$.		
b) $B = \cos\alpha + \tan\alpha$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $A + B = \dfrac{27}{20}$.		
d) $A - B = -\dfrac{29}{20}$.		

Câu 214. Biết $\sin x = -\dfrac{3}{5}$ với $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos x > 0$.		
b) $\cos x = -\dfrac{4}{5}$; $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{3}{4}$; $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x} = \dfrac{4}{3}$.		
c) $\tan x = \dfrac{3}{4}$.		
d) $\cot x = \dfrac{4}{3}$.		

Câu 215. Biết $\cos x = \dfrac{1}{4}$ với $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin x < 0$.		
b) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan x = \sqrt{15}$.		
d) $\cot x = -\dfrac{1}{\sqrt{15}}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 216. Cho $\tan x = -2$. Tính được $A_1 = \dfrac{5\cot x + 4\tan x}{5\cot x - 4\tan x}$, $A_2 = \dfrac{2\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot x = -\dfrac{1}{2}$.		
b) $\cos x = 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $A_1 = -\dfrac{21}{11}$.		
d) $A_2 = \dfrac{3}{7}$.		

Câu 217. Cho $\cot x = 2$. Tính được $B_1 = \dfrac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$, $B_2 = \dfrac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin x \neq 0$.		
b) $B_1 = -8$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $B_2 = -5$.		
d) $B_1 + B_2 = -13$.		

Câu 218. Biết $\tan x = -\dfrac{1}{3}$ với $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos x < 0$.		
b) $\cos x = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.		
d) $\sin x + \cos x = -\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.		

Câu 219. Biết $\sin \alpha = -\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos^2 \alpha = \dfrac{9}{16}$.		
b) $\cos \alpha = -\dfrac{3}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cot \alpha = -\dfrac{3}{\sqrt{7}}$.		
d) $\tan \alpha + \cot \alpha = -\dfrac{16\sqrt{7}}{23}$.		

Câu 220. Biết $\cos \alpha = -\dfrac{7}{15}$, $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin^2 \alpha = \dfrac{176}{225}$.		
b) $\sin \alpha = \dfrac{\sqrt{176}}{15}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan \alpha = \dfrac{\sqrt{176}}{7}$.		
d) $\cot \alpha = -\dfrac{7}{\sqrt{176}}$.		

Câu 221. Biết $\tan \alpha = 2$, $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot \alpha = \dfrac{1}{2}$.		
b) $\cos^2 \alpha = \dfrac{1}{5}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos \alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.		
d) $\sin \alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.		

Câu 222. Biết $\sin \alpha = \dfrac{2}{3}$, $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
a) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos\alpha < 0$.		
b) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.		
d) $\cot\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.		

Câu 223. Biết $\tan\alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\begin{cases}\cos\alpha < 0\\ \sin\alpha < 0\end{cases}$.		
b) $\cos\alpha = -\frac{9}{11}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cot\alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}$.		
d) $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$.		

Câu 224. Biết $\cot\alpha = \sqrt{2}+1$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\begin{cases}\cos\alpha > 0\\ \sin\alpha > 0.\end{cases}$		
b) $\tan\alpha = \sqrt{2}+1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.		
d) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.		

Câu 225. Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9 200 km. Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là 28 902,65 km (làm tròn đến hàng phần trăm).		
b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là 43 353,98 km (làm tròn đến hàng phần trăm).		
c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240 000 km.		
d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}$ rad.		

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 226. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$. KQ: | | | | |

Câu 227. Cho biểu thức $T = 2\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 3\cos(19\pi - x) = k\cos x$. Tính k. KQ: | | | | |

Câu 228. Cho biểu thức $S = \dfrac{\sin\left(\frac{15\pi}{2} - x\right) - 2\cos(x-\pi)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} = k\cot x$. Tính k. KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 229. Cho tam giác ABC, tính $T = \dfrac{\sin^3 \dfrac{B}{2}}{\cos\left(\dfrac{A+C}{2}\right)} + \dfrac{\cos^3 \dfrac{B}{2}}{\sin\left(\dfrac{A+C}{2}\right)} - \dfrac{\cos(A+C)}{\sin B}\tan B$.

KQ: | | | |

Câu 230. Cho biểu thức $A = \tan\left(\dfrac{17\pi}{2} - x\right) + 2\cot(5\pi + x) = k\cot x$, tính k. KQ: | | | |

Câu 231. Cho biểu thức $B = \dfrac{2\sin(x-4\pi) + \cos\left(x - \dfrac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)} = k\tan x$, tính k. KQ: | | | |

Câu 232. Cho $\cot\alpha = \dfrac{1}{3}$. Tính $A = \dfrac{3\sin\alpha + 4\cos\alpha}{2\sin\alpha - 5\cos\alpha}$. KQ: | | | |

Câu 233. Cho $\cos\alpha = \dfrac{3}{4}$. Tính $B = \dfrac{8\tan\alpha + 24\cot\alpha}{\tan\alpha + \cot\alpha}$. KQ: | | | |

Câu 234. Cho $\tan\alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \dfrac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha + 2\sin\alpha}$. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)* KQ: | | | |

Câu 235. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính $\sin^4 a + \cos^4 a$. KQ: | | | |

Câu 236. Cho $\tan\alpha + \cot\alpha = m$. Tìm m nguyên dương để $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 7$. KQ: | | | |

Câu 237. Tính $C = \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$. KQ: | | | |

Câu 238. Trong tam giác ABC ta có $\cos A + \cos(B+C) + \tan\dfrac{A+B}{2} = k\cot\dfrac{C}{2}$, tính k.

KQ: | | | |

Câu 239. Cho biểu thức $f(x) = 3\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) - 2\left(\sin^6 x + \cos^6 x\right)$ tính $f(1)$.

KQ: | | | |

Câu 240. Cho biểu thức $g(x) = \dfrac{-2\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \dfrac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0$, $x \neq \dfrac{\pi}{2}$, $x \neq \pi$. Tính $g\left(\dfrac{2024\pi}{2023}\right)$. KQ: | | | |

Câu 241. Cho hai góc nhọn a và b. Biết $\cos a = \dfrac{1}{3}$ và $\cos b = \dfrac{1}{4}$. Tính $P = (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2$.

KQ: | | | |

Câu 242. Cho $\tan x = -\dfrac{4}{3}$ và $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = \dfrac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: | | | |

Câu 243. Cho $3\cos\alpha - \sin\alpha = 1$, với $0° < \alpha < 90°$. Tính giá trị của $\tan\alpha$. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: | | | |

Câu 244. Cho $\sin\alpha - \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha}$. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)* KQ: | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 245. Cho biểu thức $A=\dfrac{\left(1-\tan^2 x\right)^2}{4\tan^2 x}-\dfrac{1}{4\sin^2 x\cos^2 x}$. Khi $x=\dfrac{2024\pi}{2023}$, tính A.

KQ: | | | | |

Câu 246. Cho $B=\left[\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\sin(10\pi+x)\right]^2+\left[\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)+\cos(8\pi-x)\right]^2$. Khi $x=\dfrac{2024\pi}{2023}$, tính B.

KQ: | | | | |

Câu 247. Cho biểu thức $C=\cos^2 x+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right)+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)$. Khi $x=\dfrac{2024\pi}{2023}$, tính C.

KQ: | | | | |

Câu 248. Cho biểu thức $D=\left(\sin^4 x+\cos^4 x-1\right)\left(\tan^2 x+\cot^2 x+2\right)$. Khi $x=\dfrac{2024\pi}{2023}$, tính D.

KQ: | | | | |

Câu 249. Tính $\cos x$ biết $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\dfrac{\pi}{2}=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

KQ: | | | | |

Câu 250. Tính $\sin^2 x$ biết $\cot\left(x+540^\circ\right)-\tan\left(x-90^\circ\right)=\sin^2\left(725^\circ\right)+\cos^2\left(365^\circ\right)$.

KQ: | | | | |

Câu 251. Tính $M=\sqrt{\sin^4\alpha+4\cos^2\alpha}+\sqrt{\cos^4\alpha+4\sin^2\alpha}$ khi $\alpha=\dfrac{8}{7}\pi$.

KQ: | | | | |

Câu 252. Tính $N=\sin^2\alpha\cdot\tan^2\alpha+4\sin^2\alpha-\tan^2\alpha+3\cos^2\alpha$.

KQ: | | | | |

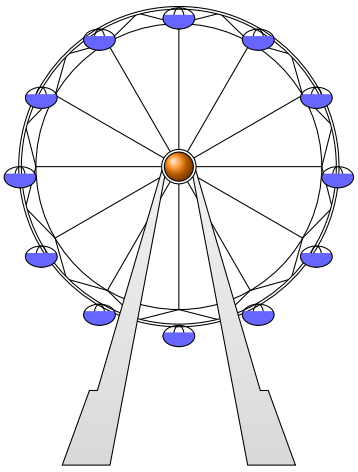
Câu 253. Tính $S=\sin^2 5^\circ+\sin^2 10^\circ+\sin^2 15^\circ+\cdots+\sin^2 80^\circ+\sin^2 85^\circ$. (*Kết quả là số thập phân*)

KQ: | | | | |

Câu 254.

Một chiếc đu quay có bán kính 78 m, tâm của vòng quay ở độ cao 90 m, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 1

§3. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Công thức cộng

- $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos a.$
- $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos a.$
- $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta.$
- $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta.$
- $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan a\tan\beta}.$
- $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}.$

2 Công thức nhân đôi

- $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha.$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha.$
- $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}.$

3 Công thức biến đổi tích thành tổng

- $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right];$
- $\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right];$
- $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right].$

4 Công thức biến đổi tổng thành tích

- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2};$
- $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2};$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2};$
- $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}.$

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Sử dụng $15^\circ=45^\circ-30^\circ$, không dùng máy tính, hãy tính các giá trị lượng giác của góc 15°.

Bài 2. Không dùng máy tính, hãy tính $\cos 75^\circ$; $\tan\dfrac{\pi}{12}$.

Bài 3. Không dùng máy tính, tính giá trị của các biểu thức $A=\cos 75^\circ\cos 15^\circ$; $B=\sin\dfrac{5\pi}{12}\cos\dfrac{7\pi}{12}$.

Bài 4. Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức $A=\sin\dfrac{\pi}{9}-\sin\dfrac{5\pi}{9}+\sin\dfrac{7\pi}{9}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 5. Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức $B = \cos\dfrac{\pi}{9} + \cos\dfrac{5\pi}{9} + \cos\dfrac{11\pi}{9}$.

Bài 6. Tính

a) $\sin 75°$. b) $\sin\dfrac{\pi}{12}$. c) $\cos\dfrac{5\pi}{12}$. d) $\tan\dfrac{7\pi}{12}$. e) $\cos 15°$. f) $\tan 165°$.

Bài 7. Cho $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$ và $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$. Tính $\sin\left(-\dfrac{15\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(13\pi + \alpha)$.

Bài 8. Cho $\cos a = -\dfrac{1}{3}$, $\left(\dfrac{\pi}{2} < a < \pi\right)$. Tính $\sin 2a$.

Bài 9. Tính

a) $\cos\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right)$; biết $\sin a = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, $\dfrac{\pi}{2} < a < \pi$; b) $\tan\left(a - \dfrac{\pi}{4}\right)$; biết $\cos a = -\dfrac{1}{3}$, $\pi < a < \dfrac{3\pi}{2}$.

Bài 10. Tính $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\tan 2a$, biết:

a) $\sin a = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{\pi}{2} < a < \pi$; b) $\sin a + \cos a = \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{\pi}{2} < a < \dfrac{3\pi}{4}$.

Bài 11. Tính $\sin 2\alpha$ biết $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{1}{2}$?

Bài 12. Cho $\sin a + \cos a = \dfrac{1}{2}$. Tính $\sin 2a$ và $\cos 4a$.

Bài 13.

a) Cho $\tan\dfrac{a}{2} = -2$. Tính $\tan a$.

b) Biết $\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos\dfrac{\pi}{12}$.

c) Cho $\sin 2x = -\dfrac{1}{3}$. Tính $A = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

d) Cho $\cos a = \dfrac{2}{3}$. Tính $B = \cos\dfrac{3a}{2}\cos\dfrac{a}{2}$.

Bài 14. Tính giá trị của các biểu thức $A = \cos\dfrac{5\pi}{12}\cos\dfrac{7\pi}{12}$; $B = \cos 75°\sin 15°$.

Bài 15. Tính

a) $\sin\dfrac{11\pi}{12} - \sin\dfrac{5\pi}{12}$. b) $\cos 105° + \cos 15°$.

Bài 16. Tính $D = \dfrac{\sin\dfrac{7\pi}{9} + \sin\dfrac{\pi}{9}}{\cos\dfrac{7\pi}{9} - \cos\dfrac{\pi}{9}}$.

Bài 17. Cho $\cos a = \dfrac{3}{5}$ với $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$. Tính: $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right), \cos\left(a - \dfrac{\pi}{3}\right), \tan\left(a + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Bài 18. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{2}\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) - \cos\alpha$; b) $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - \sin 2\alpha$.

Bài 19. Tính:

a) $A = \sin(a-17^\circ)\cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ)\cos(a-17^\circ)$.

b) $B = \cos\left(b+\dfrac{\pi}{3}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-b\right) - \sin\left(b+\dfrac{\pi}{3}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-b\right)$.

Bài 20. Cho $\tan(a+b)=3, \tan(a-b)=2$. Tính: $\tan 2a, \tan 2b$.

Bài 21. Cho $\sin a = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Tính: $\cos 2a, \cos 4a$.

Bài 22. Cho $\sin a + \cos a = 1$. Tính: $\sin 2a$.

Bài 23. Cho $\cos 2a = \dfrac{1}{3}$ với $\dfrac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính: $\sin a, \cos a, \tan a$.

Bài 24. Cho $\cos 2x = \dfrac{1}{4}$. Tính

a) $A = \cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

b) $B = \sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Bài 25. Biết $\sin a = \dfrac{5}{13}, \cos b = \dfrac{3}{5}\left(\dfrac{\pi}{2} < a < \pi, 0 < b < \dfrac{\pi}{2}\right)$. Hãy tính $\sin(a+b)$.

Bài 26. Cho $x = \tan\alpha$. Tính $\sin 2\alpha$ theo x.

Bài 27. Cho tam giác ABC không là tam giác vuông. Nhận xét dấu của các biểu thức sau:

a) $M = \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C < 0$.

b) $\cos\dfrac{A}{2}\cdot\cos\dfrac{B}{2}\cdot\cos\dfrac{C}{2} > 0$.

c) $\tan\dfrac{A}{2}+\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{C}{2} > 0$.

d) $\sin A + \sin B + \sin C > 0$.

Bài 28. Tính α biết $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}, \left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$?

Bài 29. Tính giá trị các biểu thức sau

a) $A = \tan 110^\circ \tan 340^\circ + \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ$.

b) $B = \tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ$.

c) $C = \sin(a-17^\circ)\cdot\cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ)\cdot\cos(a-17^\circ)$.

Bài 30. Cho tam giác ABC, trong các mệnh đề sau (I): $\cos\dfrac{B+C}{2} = \sin\dfrac{A}{2}$, (II): $\tan\dfrac{A+B}{2}\cdot\tan\dfrac{C}{2} = 1$, (III): $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$. Mệnh đề nào đúng.

Bài 31. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức $A = \sin x + \cos x$.

Bài 32. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin a + \sqrt{3}\cos a$.

Bài 33. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Chứng minh rằng $\tan A + \tan B + \tan C \geq 3\sqrt{3}$.

Bài 34. Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC, ta có

a) $\tan^2 A + \tan^2 B + \tan^2 C \geq 9$.

b) $\tan^2\dfrac{A}{2} + \tan^2\dfrac{B}{2} + \tan^2\dfrac{C}{2} \geq 1$.

Bài 35. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Chứng minh rằng $\tan\dfrac{A}{2}+\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{C}{2} \geq \sqrt{3}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 36. Tính giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$?

Bài 37. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

b) $B = \left(\dfrac{1}{\cos 2x} + 1\right) \cdot \tan x$.

Bài 38. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{15}.\cos\dfrac{\pi}{10} + \sin\dfrac{\pi}{10}.\cos\dfrac{\pi}{15}}{\cos\dfrac{2\pi}{15}.\cos\dfrac{\pi}{5} - \sin\dfrac{2\pi}{15}.\sin\dfrac{\pi}{5}}$.

b) $\dfrac{\cos\dfrac{\pi}{10}\cos\dfrac{\pi}{15} - \sin\dfrac{\pi}{15}\sin\dfrac{\pi}{10}}{\cos\dfrac{\pi}{5}\cos\dfrac{2\pi}{15} - \sin\dfrac{2\pi}{15}\sin\dfrac{\pi}{5}}$.

c) $\dfrac{\cos 80^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 40^\circ \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \cos 40^\circ}$.

d) $\sin\dfrac{\pi}{32}\cos\dfrac{\pi}{32}\cos\dfrac{\pi}{16}\cos\dfrac{\pi}{8}$.

Bài 39. Biến đổi thành tích biểu thức $\dfrac{\sin 7\alpha - \sin 5\alpha}{\sin 7\alpha + \sin 5\alpha}$.

Bài 40. Giả sử $A = \tan x \tan\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) \tan\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right)$ được rút gọn thành $A = \tan nx$, tính n.

Bài 41. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \dfrac{1}{\sin 2x} + \dfrac{1}{\sin 4x} + \dfrac{1}{\sin 8x} + \dfrac{1}{\sin 16x}$.

b) $B = \dfrac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$.

c) $C = \dfrac{\sin a + \sin\dfrac{a}{2}}{1 + \cos a + \cos\dfrac{a}{2}}$.

Bài 42. Biết $\cot\dfrac{x}{4} - \cot x = \dfrac{\sin kx}{\sin\dfrac{x}{4}\sin x}$ với mọi x để các biểu thức có nghĩa. Tính k?

Bài 43. Chứng minh rằng:

a) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

b) $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

c) $\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) = \dfrac{1 - \tan x}{1 + \tan x}, \left(x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, x \neq \dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$.

Bài 44. Chứng minh rằng $\sin(a+b)\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a$.

Bài 45. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 75^\circ; \widehat{C} = 45^\circ$ và $a = BC = 12$ cm.

a) Sử dụng công thức $S = \dfrac{1}{2}ab\sin C$ và định lí sin, hãy chứng minh diện tích của tam giác ABC cho bởi công thức $S = \dfrac{a^2 \sin B \sin C}{2\sin A}$.

b) Sử dụng kết quả ở câu 1 và công thức biến đổi tích thành tổng, hãy tính diện tích S của tam giác ABC.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 46. Hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong một thiết bị điện lần lượt được cho bởi các biểu thức sau:

$$u = 40\sin(120\pi t) + 10\sin(360\pi t)(\text{V})$$
$$i = 4\sin(120\pi t) + \sin(360\pi t) \quad (\text{A}).$$

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

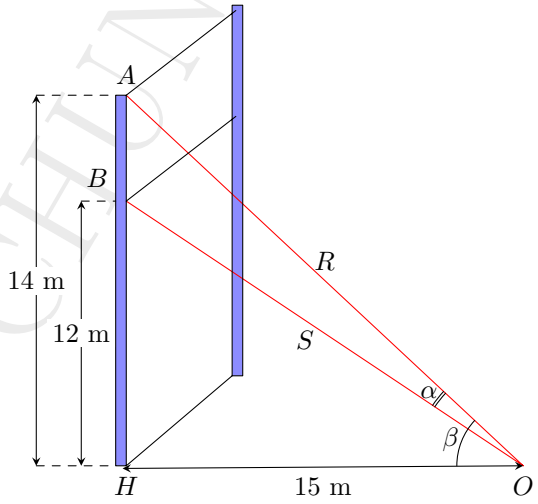
Biết rằng công suất tiêu thụ tức thời của thiết bị đó được tính theo công thức: $P = u \cdot i$ (W). Hãy viết biểu thức biểu thị công suất tiêu thụ tức thời ở dạng không có lũy thừa và tích của các biểu thức lượng giác.

Bài 47.

Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m.

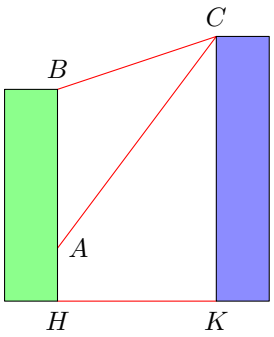
a) Tính $\tan\alpha$, ở đó α là góc giữa hai sợi cáp trên.

b) Tìm góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).



Bài 48.

Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được (Hình 19). Hãy tính số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32$ m, $AH = 6$ m, $BH = 24$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

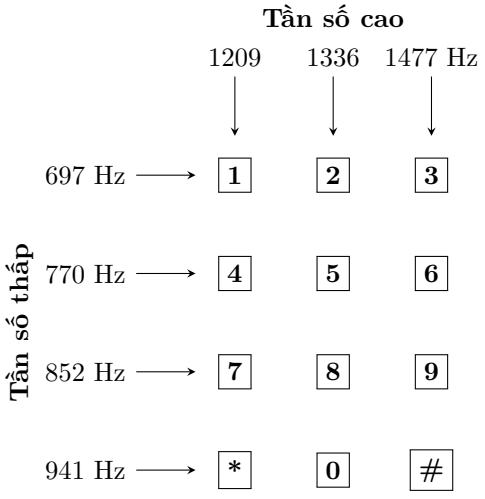


Bài 49.

Khi nhấn một phím trên điện thoại cảm ứng, bàn phím sẽ tạo ra hai âm thuần, kết hợp với nhau để tạo ra âm thanh nhận dạng duy nhất phím. Hình vẽ bên dưới cho thấy tần số thấp f_1 và tần số cao f_2 liên quan đến mỗi phím. Nhấn một phím sẽ tạo ra sóng âm $y = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)$, ở đó t là biến thời gian (tính bằng giây).

a) Tìm hàm số mô hình hoá âm thanh được tạo ra khi nhấn phím 4.

b) Biến đổi công thức vừa tìm được ở câu 1 về dạng tích của một hàm số sin và một hàm số côsin.



TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 50. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình:

$$x_1(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)},$$
$$x_2(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}.$$

Tìm dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Áp dụng công thức cộng

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.
B. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.
D. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan(x-y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{\tan x \tan y}$.
B. $\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$.
C. $\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{1 - \tan x \tan y}$.
D. $\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{\tan x \tan y}$.

Câu 3. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.
B. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.
D. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$.
B. $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\alpha - \tan\beta}$.
C. $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$.
D. $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\alpha + \tan\beta}$.

Câu 5. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

A. $\cos(x-y)$. **B.** $\cos(x+y)$. **C.** $\sin(x-y)$. **D.** $\sin(y-x)$.

Câu 6. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\sin a - \sin b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$.
B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
D. $2\cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Câu 8. Biểu thức $\dfrac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \dfrac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$.
B. $\dfrac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \dfrac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.
C. $\dfrac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \dfrac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$.
D. $\dfrac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \dfrac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)$

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** 1 . **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$, $\left(\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos\beta = \dfrac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\dfrac{16}{65}$. **B.** $-\dfrac{18}{65}$. **C.** $\dfrac{18}{65}$. **D.** $-\dfrac{16}{65}$.

Câu 11. Cho góc lượng giác α thoả mãn $\left(\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Xét dấu $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức: $\sin(a - 17^\circ)\cdot\cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ)\cdot\cos(a - 17^\circ)$, ta được

A. $\sin 2a$. **B.** $\cos 2a$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 13. Cho hai góc α và β thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$, $\left(\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos\beta = \dfrac{12}{13}$, $\left(0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin(\alpha - \beta)$ là

A. $-\dfrac{56}{65}$. **B.** $\dfrac{56}{65}$. **C.** $\dfrac{16}{65}$. **D.** $-\dfrac{16}{65}$.

Câu 14. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

A. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $-\dfrac{1+2\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{1-2\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 15. Cho $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ với $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{a\sqrt{5} - b\sqrt{15}}{10}$ với a, $b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Tính $a + b$.

A. 4 . **B.** 10 . **C.** 7 . **D.** 3 .

Câu 16. Với α là số thực bất kỳ, rút gọn biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$.

A. $A = 2\sin\alpha$. **B.** $A = 2\cos\alpha$. **C.** $A = 1$. **D.** $A = 0$.

Câu 17. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \dfrac{4}{3}$, $\cot y = 7$. Tổng $x + y$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 18. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \dfrac{1}{3}$, $\sin b = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a + b)$ là

A. $\dfrac{7\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{18}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{18}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{18}$.

Câu 19. Biết $\sin a = \dfrac{5}{13}$, $\cos b = \dfrac{3}{5}$, $\left(\dfrac{\pi}{2} < a < \pi, 0 < b < \dfrac{\pi}{2}\right)$. Hãy tính $\sin(a + b)$.

A. $\dfrac{-33}{65}$. **B.** $\dfrac{63}{65}$. **C.** $\dfrac{56}{65}$. **D.** 0.

Câu 20. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$, $\left(\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Tính $\tan\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $\dfrac{48+25\sqrt{3}}{11}$. **B.** $\dfrac{8-5\sqrt{3}}{11}$. **C.** $\dfrac{8-\sqrt{3}}{11}$. **D.** $\dfrac{48-25\sqrt{3}}{11}$.

Câu 21. Giá trị của biểu thức $\cos\dfrac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

Câu 22. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\alpha+\dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}\sin\alpha-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$.

C. $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\dfrac{1}{2}\cos\alpha$. **D.** $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}\cos\alpha-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$.

Câu 23. Kết quả nào sau đây **sai**?

A. $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$. **B.** $\sin x-\cos x=-\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$. **D.** $\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

2 Áp dụng công thức nhân đôi hạ bậc

Câu 24. Với α là số thực bất kỳ, trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$. **B.** $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$.

C. $\cos 2\alpha=-2\sin^2\alpha+1$. **D.** $\cos 2\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$.

Câu 25. Biết rằng $\sin 18^\circ=\dfrac{a+b\sqrt{5}}{c}$, với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Z},\ c\neq 0$ và $\dfrac{a}{c},\ \dfrac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $S=a+b+c$ là

A. $S=2$. **B.** $S=4$. **C.** $S=3$. **D.** $S=1$.

Câu 26. Cho $\sin 2\alpha=-\dfrac{4}{5}$ và $\dfrac{3\pi}{4}<\alpha<\pi$. Giá trị của $\sin\alpha$ là

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 27. Cho $\cos\alpha=-\dfrac{3}{5};\ \dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $-\dfrac{24}{25}$. **B.** $\dfrac{24}{25}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $-\dfrac{4}{5}$.

Câu 28. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 3x+\cos x=2\cos 2x\cdot\cos x$. **B.** $\cos 3x-\cos x=2\sin 2x\cdot\sin x$.

C. $\sin 3x-\sin x=2\cos 2x\cdot\sin x$. **D.** $\sin 3x+\sin x=2\sin 2x\cdot\cos x$.

Câu 29. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\cos 2\alpha+\cos 4a=2\cos 2\alpha\cdot\cos 6\alpha$. **B.** $\sin 2\alpha+\sin 4a=2\sin\alpha\cdot\cos 3\alpha$.

C. $\cos 2\alpha-\cos 4a=-2\sin 3\alpha\cdot\sin\alpha$. **D.** $\sin 2\alpha-\sin 4a=-2\cos 3\alpha\cdot\sin\alpha$.

Câu 30. Số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) $\cos a\cos b=\dfrac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$.

(II) $\sin a\sin b=\dfrac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$.

(III) $\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

(IV) $\sin a - \sin b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Nếu $\sin x + \cos x = \dfrac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 32. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b\sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

A. $T = -7$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = 7$.

Câu 33. Cho $\sin 2\alpha = \dfrac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan\alpha + \cot\alpha$.

A. $A = \dfrac{4}{3}$. **B.** $A = \dfrac{2}{3}$. **C.** $A = \dfrac{8}{3}$. **D.** $A = \dfrac{16}{3}$.

Câu 34. Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \dfrac{1}{3}$, $\cos b = \dfrac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

A. $-\dfrac{119}{144}$. **B.** $-\dfrac{115}{144}$. **C.** $-\dfrac{113}{144}$. **D.** $-\dfrac{117}{144}$.

Câu 35. Cho số thực α thỏa mãn $\sin\alpha = \dfrac{1}{4}$. Tính $(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos\alpha$.

A. $\dfrac{25}{128}$. **B.** $\dfrac{1}{16}$. **C.** $\dfrac{255}{128}$. **D.** $\dfrac{225}{128}$.

Câu 36. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây

A. $\dfrac{11}{113}$. **B.** $\dfrac{13}{113}$. **C.** $\dfrac{15}{113}$. **D.** $\dfrac{17}{113}$.

3 Áp dụng công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích

Câu 37. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos a\cos b = \dfrac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.
B. $\sin a\cos b = \dfrac{1}{2}[\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.
C. $\sin a\sin b = \dfrac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
D. $\sin a\cos b = \dfrac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Câu 38. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a\cdot\cos b + \sin a\cdot\sin b$.
B. $\cos a\cdot\cos b = \dfrac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
C. $\sin(a-b) = \sin a\cdot\cos b - \sin b\cdot\cos a$.
D. $\cos a + \cos b = 2\cos(a+b)\cdot\cos(a-b)$.

Câu 39. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$.
B. $\cos a - \cos b = -2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$.
C. $\sin a + \sin b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$.
D. $\sin a - \sin b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$.

Câu 40. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ $(\sin 2x \neq 0;\ 2\sin x + 1 \neq 0)$ ta được

A. $A = \cot 6x$.
B. $A = \cot 3x$.
C. $A = \cot 2x$.
D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 41. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $-\dfrac{3}{2}\cos 2a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\cos 2a$. **C.** $-\dfrac{2}{3}\cos 2a$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2a$.

Câu 42. Biến đổi biểu thức $\sin\alpha - 1$ thành tích.

A. $\sin\alpha - 1 = 2\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\sin\alpha - 1 = 2\sin\left(\dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin\alpha - 1 = 2\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\sin\alpha - 1 = 2\sin\left(\dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Câu 43. Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{\cos a + 2\cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2\sin 3a + \sin 5a}$.

A. $P = \tan a$. **B.** $P = \cot a$. **C.** $P = \cot 3a$. **D.** $P = \tan 3a$.

Câu 44. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = -\sqrt{3}$.

Câu 45. Giá trị đúng của $\cos\dfrac{2\pi}{7} + \cos\dfrac{4\pi}{7} + \cos\dfrac{6\pi}{7}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 46. Giá trị đúng của $\tan\dfrac{\pi}{24} + \tan\dfrac{7\pi}{24}$ bằng

A. $2\left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)$. **B.** $2\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)$. **C.** $2\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$.

Câu 47. Biểu thức $A = \dfrac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng

A. 1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 48. Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng

A. $\dfrac{1}{16}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{3}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 49. Tích số $\cos\dfrac{\pi}{7} \cdot \cos\dfrac{4\pi}{7} \cdot \cos\dfrac{5\pi}{7}$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $-\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 50. Giá trị đúng của biểu thức $A = \dfrac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 51. Cho hai góc nhọn a và b. Biết $\cos a = \dfrac{1}{3}$, $\cos b = \dfrac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b)\cdot\cos(a-b)$ bằng

A. $-\dfrac{113}{144}$. **B.** $-\dfrac{115}{144}$. **C.** $-\dfrac{117}{144}$. **D.** $-\dfrac{119}{144}$.

Câu 52. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$.

A. $A = \tan 6x$. **B.** $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$. **D.** $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 53. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

A. $\sin a + 1 = 2\sin\left(\dfrac{a}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$. **B.** $\sin a + 1 = 2\cos\left(\dfrac{a}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin a + 1 = 2\sin\left(a + \dfrac{\pi}{2}\right)\cos\left(a - \dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\sin a + 1 = 2\cos\left(a + \dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(a - \dfrac{\pi}{2}\right)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

4 Kết hợp các công thức lượng giác

Câu 54. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $A = \frac{1}{3}$. **B.** $A = -\frac{1}{3}$. **C.** $A = 3$. **D.** $A = -3$.

Câu 55. Cho $\cos x = \frac{1}{3}$, $\left(-\frac{\pi}{2} < x < 0\right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{7}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 56. Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 57. Cho biết $\cos\alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot\alpha + 3\tan\alpha}{2\cot\alpha + \tan\alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{19}{13}$. **B.** $P = \frac{25}{13}$. **C.** $P = -\frac{25}{13}$. **D.** $P = -\frac{19}{13}$.

Câu 58. Cho $\sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin\beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, $(k, l \in \mathbb{Z})$. Ta có

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2\cot\alpha$. **B.** $\tan(\alpha + \beta) = 2\cot\beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan\beta$. **D.** $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan\alpha$.

Câu 59. Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos ax}{b - \sin ax}$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 3$.

Câu 60. Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos\alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $P = \frac{7}{18}$. **B.** $P = \frac{7}{9}$. **C.** $P = \frac{5}{9}$. **D.** $\frac{5}{18}$.

Câu 61. Cho $\tan x = 2$ $\left(\pi < x < \frac{3\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. **B.** $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

Câu 62. Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 63. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a + b)$ là

A. $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$.

Câu 64. Biểu thức $A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là

A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$. **B.** $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$. **C.** $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$. **D.** $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 65. Kết quả nào sau đây **SAI**?

A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$.

B. $\dfrac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \dfrac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.

C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2}\sin 65^\circ$.

D. $\dfrac{1}{\cos 290^\circ} + \dfrac{1}{\sqrt{3}\sin 250^\circ} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 66. Nếu $5\sin\alpha = 3\sin(\alpha + 2\beta)$ thì

A. $\tan(\alpha+\beta) = 2\tan\beta$.

B. $\tan(\alpha+\beta) = 3\tan\beta$.

C. $\tan(\alpha+\beta) = 4\tan\beta$.

D. $\tan(\alpha+\beta) = 5\tan\beta$.

Câu 67. Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng.

A. $A = 2\cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$.

B. $A = 2\sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.

C. $A = 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.

D. $A = 2\sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

Câu 68. Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau?

A. $\cos 40^\circ + \tan\alpha \cdot \sin 40^\circ = \dfrac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos\alpha}$.

B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\cos^2 x - 2\cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.

D. $\sin^2 x + 2\sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

Câu 69. Cho α, β thoả mãn $\sin\alpha + \sin\beta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos\alpha + \cos\beta = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Tính $\cos(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)$.

A. $\dfrac{12+\sqrt{3}}{6}$.

B. $\dfrac{4+3\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 70. Cho tam giác ABC. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2\cos A\cos B\cos C$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Câu 71. Cho $\sin x + \cos x = \dfrac{7}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = \cos 4x - \sin^2 x - \dfrac{2+\sin^2 x}{3\tan^2 x + 2}$ bằng

A. $-\dfrac{1152}{625}$.

B. $-\dfrac{8}{25}$.

C. $\dfrac{98}{625}$.

D. $-\dfrac{98}{625}$.

Câu 72. Biểu thức $4\cos\left(\dfrac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) = m + n\sin^2\alpha$, với m, $n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $m^2 - n^2$ bằng

A. 7.

B. 15.

C. -7.

D. -15.

5 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức lượng giác

Câu 73. Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

A. 0.

B. $\dfrac{1}{2}$.

C. $\dfrac{1}{4}$.

D. $\dfrac{1}{8}$.

Câu 74. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 75. Cho $M = 3\sin x + 4\cos x$. Chọn khẳng định đúng.

A. $-5 \le M \le 5$.

B. $M > 5$.

C. $M \ge 5$.

D. $M \le 5$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 76. Cho $\sin\alpha = -\dfrac{12}{13}$, $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right) = \dfrac{5-12\sqrt{3}}{26}$.		
b) $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{5\sqrt{3}-12}{12\sqrt{3}+1}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\alpha\right) = \dfrac{12\sqrt{3}+12}{26}$.		
d) $\cot\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{48-25\sqrt{3}}{11}$.		

Câu 77. Cho $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) = -\dfrac{1}{3}$, với $x \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin 2x = -\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$.		
b) $\cos 2x = -\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan 2x = -\dfrac{4\sqrt{2}}{7}$.		
d) $\sin x + \cos x = 1$.		

Câu 78. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin a + \sin b = 2\cdot\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$.		
b) $\cos a + \cos b = 2\cdot\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\cdot\dfrac{a-b}{2}$.		
c) $\cos a - \cos b = 2\cdot\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$.		
d) $\sin a - \sin b = 2\cdot\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$.		

Câu 79. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin a + 1 = 2\sin\left(\dfrac{a}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\dfrac{a}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)$.		
b) $\sin a + 1 = \left(\sin\dfrac{a}{2}+\cos\dfrac{a}{2}\right)^2$.		
c) $\sin a + 1 = 2\cos^2\left(\dfrac{a}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)$.		
d) $\sin a + 1 = \dfrac{1}{2}\sin^2\left(\dfrac{a}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)$.		

Câu 80. Cho $\cos a = \dfrac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \dfrac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan a = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$.		
b) $\cot b = -\dfrac{2}{3}$.		
c) $\cos 2a + \cos 2b$ thuộc khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.		
d) $\cos(a+b) \in \left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{3}\right)$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 81. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin^2 x = \dfrac{1+\sin 2x}{2}$.		
b) Nếu $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ thì $\cos 2\alpha = -\dfrac{7}{9}$.		
c) Nếu $\sin x = \dfrac{3}{4}$ với $x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2x = \dfrac{3\sqrt{7}}{8}$.		
d) Cho $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$ với $\alpha \in \left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$ biết $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right) = a+b\sqrt{c}$. Khi đó $a+b+c=0$.		

Câu 82. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$.		
b) $\sin 31^0.\cos 12^0 + \cos 12^0.\sin 31^0 = \sin 19^0$.		
c) Cho $\cos x = \dfrac{4}{5}, x \in (-\dfrac{\pi}{2};0)$. Giá trị của $\sin 2x$ là $-\dfrac{24}{25}$.		
d) Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết giá trị của $\cos(\alpha - \dfrac{\pi}{6}) = \dfrac{1-a\sqrt{6}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ thì $a+b=4$.		

Câu 83. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \dfrac{1}{2}\cos x$.		
b) $4\sin x\cdot\sin 2x\cdot\sin 3x = \sin 4x + \sin 2x - \sin 6x$.		
c) $1+\sin 2x+\cos 2x = 2\sqrt{2}\sin x\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.		
d) $\sin^2 x + 2\sin(a-x)\cdot\sin x\cdot\cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.		

Câu 84. Cho $\tan a = \dfrac{1}{2}, 0 < a < \dfrac{\pi}{2}; \tan b = \dfrac{1}{3}, 0 < b < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot a = 2$.		
b) $\tan(a+b) = 1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan(a-b) = 7$.		
d) $\sin(a-2b) = -\dfrac{2\sqrt{5}}{25}$.		

Câu 85. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin 2x = 2\sin x\cos x$.		
b) $\cos a - \cos b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$.		
c) $\tan(a+b)+\tan a+\tan b = \tan(a+b)\cdot\tan a\cdot\tan b$.		
d) Tam giác ABC cân tại C khi và chỉ khi $\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B} = \dfrac{1}{2}(\tan A+\tan B)$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 86. Biết $\sin a = \dfrac{8}{17}$, $\tan b = \dfrac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan a = \dfrac{8}{15}$.		
b) $\sin(a-b) = \dfrac{21}{221}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos(a+b) = \dfrac{14}{22}$.		
d) $\tan 2(a+b) = \dfrac{171}{140}$.		

Câu 87. Cho biết $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b) $\sin 2\alpha = -\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos 2\alpha = \dfrac{7}{9}$.		
d) $\cot 2\alpha = \dfrac{7\sqrt{2}}{8}$.		

Câu 88. Cho biết $\cos 2\alpha = -\dfrac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha < 0, \cos\alpha < 0$.		
b) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.		
d) $\cot\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.		

Câu 89. Cho biết $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}, \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha < 0$.		
b) $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$.		
d) $\tan\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{48-\sqrt{3}}{11}$.		

Câu 90. Cho biết $\sin\alpha = -\dfrac{12}{13}, \dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha > 0$.		
b) $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = -\dfrac{12}{5}$.		
d) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) = \dfrac{5-\sqrt{3}}{26}$.		

Câu 91. Cho biết $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos x > 0$.		
b) $\cos x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.		
d) $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-3}{8}$.		

Câu 92. Cho biết $\cos x = -\dfrac{12}{13}$ và $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin x > 0$.		
b) $\sin x = -\dfrac{5}{13}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cot x = \dfrac{5}{12}$.		
d) $\sin\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) = \dfrac{5-12\sqrt{3}}{26}$.		

Câu 93. Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0 < x < 90°$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos x > 0$.		
b) $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.		
d) $\cos(x - 30°) = \dfrac{3-\sqrt{6}}{6}$.		

Câu 94. Biết $\sin a = \dfrac{8}{17}, \tan b = \dfrac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan a = \dfrac{8}{15}$.		
b) $\sin(a-b) = \dfrac{21}{221}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos(a+b) = \dfrac{14}{22}$.		
d) $\tan(a+b) = \dfrac{17}{14}$.		

Câu 95. Biết $0 < a, b < \dfrac{\pi}{2}, a + b = \dfrac{\pi}{4}$ và $\tan a \tan b = 3 - 2\sqrt{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan a + \tan b = -2 + 2\sqrt{2}$.		
b) $\tan a = -1 + \sqrt{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan b = -1 - \sqrt{2}$.		
d) $\tan a - \tan b = -2 - 2\sqrt{2}$.		

Câu 96. Biết $\tan\alpha = 2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot\alpha = -\dfrac{1}{2}$.		
b) $\cos 2\alpha = -\dfrac{3}{5}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin 2\alpha = \dfrac{4}{5}$.		
d) $\tan 2\alpha = -\dfrac{4}{3}$.		

Câu 97. Biết $\sin 2\alpha = -\dfrac{4}{5}, \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha < 0$.		
b) $2\sin\alpha\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos\alpha = \dfrac{-2}{\sqrt{5}}, \sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.		
d) $\cos\alpha = \dfrac{-1}{\sqrt{5}}, \sin\alpha = -\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.		

Câu 98. Cho $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}, \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.		
b) $\tan\alpha = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) = \dfrac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{6}$.		
d) $\cos\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right) = \dfrac{\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{6}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 99. Cho $\cot x = -\sqrt{3}, \dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.		
b) $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{10}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\left(\dfrac{4\pi}{3} - x\right) = \dfrac{-\sqrt{10}}{5}$.		
d) $\tan\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.		

Câu 100. Biết $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin 2\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{9}$.		
b) $\cos 2\alpha = \dfrac{7}{9}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan 2\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{7}$.		
d) $\cot 2\alpha = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$.		

Câu 101. Cho $\cos\alpha = \dfrac{2}{5}, 2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$.		
b) $\sin 2\alpha = \dfrac{4\sqrt{21}}{25}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos 2\alpha = -\dfrac{17}{25}$.		
d) $\tan 2\alpha = \dfrac{-4\sqrt{21}}{17}$.		

Câu 102. Biết $\cos 2\alpha = \dfrac{5}{9}$, $0° < \alpha < 90°$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{28}}{9}$.		
b) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{53}}{9}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{371}}{53}$.		
d) $\cot\alpha = \dfrac{\sqrt{371}}{14}$.		

Câu 103. Biến đổi được các biểu thức sau về dạng tích số. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos 3x + \cos x = 2\cos 2x \cdot \cos 3x$.		
b) $\sin 3x + \sin 2x = 2\sin 2x \cos\dfrac{x}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos 4x - \cos x = -2\sin\dfrac{5x}{2}\sin\dfrac{3x}{2}$.		
d) $\sin 5x - \sin x = 2\cos 3x \sin 2x$.		

Câu 104. Cho $\sin x = \dfrac{1}{5}, \dfrac{\pi}{2} < x < \pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin 2x = \dfrac{4\sqrt{6}}{5}$.		
b) $\cos 2x = \dfrac{23}{25}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan 2x = \dfrac{20\sqrt{6}}{3}$.		
d) $\cot 2x = \dfrac{23\sqrt{6}}{120}$.		

Câu 105. Cho $\cos x = \dfrac{1}{5}, \dfrac{\pi}{2} < x < \pi$. Khi đó

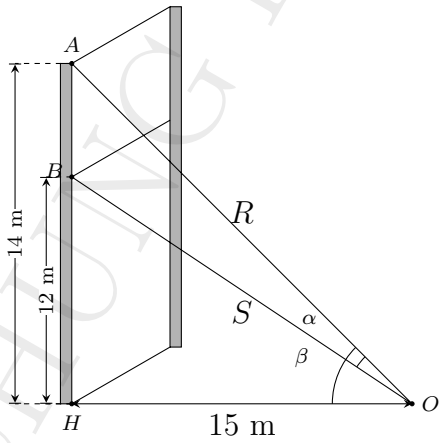
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.		
b) $\cos\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.		
d) $\cot\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.		

Câu 106.

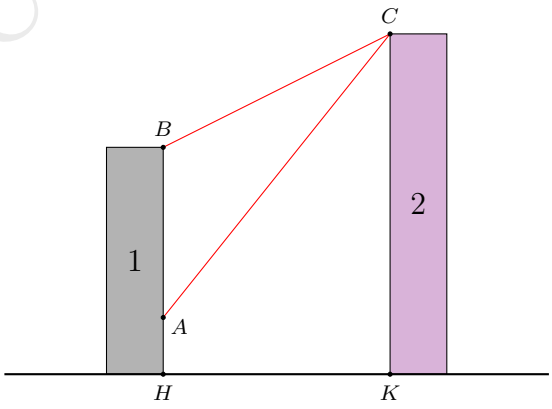
Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m.



Phát biểu	Đ	S
a) Độ dài của cáp R là 14 m.		
b) Độ dài của cáp S là 12 m.		
c) Tam giác tạo bởi cáp R, cáp S và cột thẳng đứng tạo thành một tam giác tù.		
d) $\tan\alpha=\dfrac{10}{131}$, với α là góc giữa hai sợi cáp trên.		

Câu 107.

Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK=20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được (Hình vẽ). (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất là số đo góc $\widehat{ACB}$). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK=32$ m, $AH=6$ m, $BH=24$ m (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ*).



Phát biểu	Đ	S
a) Camera không thể quan sát được phần cao hơn vị trí B trên chung cư thứ nhất.		
b) Nếu khoảng cách giữa hai chung cư tăng lên, góc $\widehat{ACB}$ sẽ tăng.		
c) Khi chiều cao của chung cư thứ nhất tăng lên, góc $\widehat{ACB}$ sẽ giảm.		
d) $\tan\widehat{ACB}=\dfrac{45}{76}$.		

Câu 108. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động ($A>0$) và $\varphi\in[-\pi;\pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình

$$x_1(t)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm})$$
$$x_2(t)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{3}\right)\ (\text{cm}).$$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

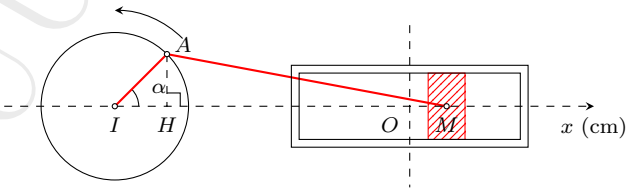
Phát biểu	Đ	S
a) Hiệu pha ban đầu giữa $x_1(t)$ và $x_2(t)$ là $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.		
b) Biên độ của dao động tổng hợp $x(t)$ là 4 cm.		
c) Dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ có phương trình là $x = 2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{6}t + \dfrac{\pi}{12}\right)$.		
d) Pha ban đầu của dao động tổng hợp $\varphi = -\dfrac{\pi}{12}$.		

Câu 109. Phương trình dao động điều hoà của một vật tại thời điểm t giây được cho bởi công thức $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó $x(t)$ (cm) là li độ của vật tại thời điểm t giây, A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình lần lượt là $x_1(t) = 3\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm) và $x_2(t) = 3\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm).

Phát biểu	Đ	S
a) Biên độ dao động tổng hợp $A_t = 6$ cm.		
b) Tần số góc ω của hai dao động là $\dfrac{\pi}{4}$ rad/s.		
c) Phương trình của dao động tổng hợp là $x(t) = 3\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t + \dfrac{\pi}{12}\right)$.		
d) Dao động tổng hợp có biên độ và pha ban đầu lần lượt là $A = 3\sqrt{2}$ cm và $\varphi = \dfrac{\pi}{12}$.		

Câu 110.

Trong hình vẽ, pit-tông M của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi-lanh làm quay trục khuỷu IA. Ban đầu I, A, M thẳng hàng. Cho α là góc quay của trục khuỷu, O là vị trí của pít-tông khi $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ và là hình chiếu của A lên Ix. Trục khuỷu IA rất ngắn so với độ dài thanh truyền AM nên có thể xem như độ dài MH không đổi và gần bằng MA.

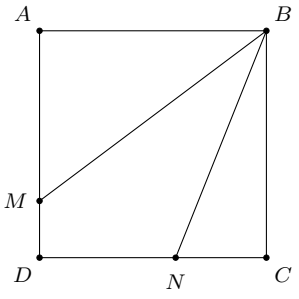


Trục khuỷu IA pít-tông M

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức tính tọa độ x_M của điểm M trên trục Ox là $x_M = IA \cdot \cos\alpha$.		
b) Ban đầu $\alpha = 0$, $IA = 8$ cm. Khi trục khuỷu quay nửa vòng ($\alpha = \pi$) x_M quay về vị trí ban đầu.		
c) Khi $\alpha = \dfrac{3\pi}{2}$, $IA = 8$ cm, ta có $x_M = 24$ cm.		
d) Ban đầu $\alpha = 0$, $IA = 8$ cm. Sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$ cm, góc quay α thỏa $\cos\alpha = -\dfrac{3}{8}$.		

Câu 111.

Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác Bình đặt một chiếc đèn pin tại vị trí B, chiếu chùm sáng phân kỳ về phía góc D. Bác Bình nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia BM và BN, ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh sao cho $DM = \dfrac{1}{4}DA$, $CN = \dfrac{2}{5}CD$.

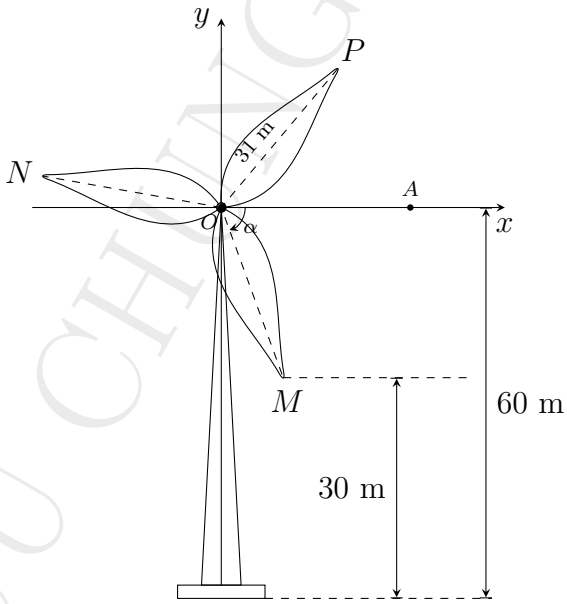


TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $BM + BN < BD$.		
b) $\cos \widehat{MBN} < 0$.		
c) $\tan\left(\widehat{ABM} + \widehat{CBN}\right) = \dfrac{23}{14}$.		
d) Góc chiếu sáng đèn pin gần bằng $31°20'$.		

Câu 112.

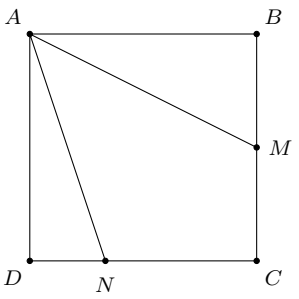
Trong hình vẽ, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, góc giữa các cánh quạt là $\dfrac{2\pi}{3}$ và số góc (OA, OM) là α.



Phát biểu	Đ	S
a) Hoành độ điểm M là $x_M = 31\cos\alpha$.		
b) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{61}}{31}$.		
c) Chiều cao của điểm P so với mặt đất khoảng 81,76 m.		
d) Chiều cao của điểm N so với mặt đất khoảng 89,76 m.		

Câu 113.

Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C. Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN, ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh sao cho $BM = \dfrac{1}{2}BC$, $DN = \dfrac{1}{3}DC$.



Phát biểu	Đ	S
a) $AM + AN < AC$.		
b) $\cos \widehat{MAN} < 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan\left(\widehat{BAM} + \widehat{DAN}\right) = 1$.		
d) Góc chiếu sáng đèn pin bằng $45°$.		

Câu 114. Hai sóng âm có phương trình lần lượt là $f_1(t) = C\sin\omega t$ và $f_2(t) = C\sin(\omega t+\alpha)$. Hai sóng này giao thoa với nhau tạo nên một âm kết hợp có phương trình $f(t) = f_1(t)+f_2(t) = C\sin\omega t+C\sin(\omega t+\alpha)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Biên độ của sóng âm kết hợp lớn hơn $2C$.		
b) $f(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$, trong đó A, B là hai hằng số phụ thuộc vào α.		
c) Khi $C = 10$, $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$, biên độ và pha ban đầu của sóng âm kết hợp là $k = 10\sqrt{3}$, $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$.		
d) Biên độ của sóng âm kết hợp phụ thuộc vào α.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 115. Hai sóng âm có phương trình lần lượt là $g_1(t) = D\sin(\omega t)$ và $g_2(t) = D\sin(\omega t + \beta)$. Hai sóng này giao thoa với nhau tạo thành một âm kết hợp có phương trình

$$g(t) = g_1(t) + g_2(t) = D\sin(\omega t) + D\sin(\omega t + \beta).$$

Phát biểu	Đ	S
a) Biên độ của sóng âm kết hợp lớn nhất bằng $2D$.		
b) $g(t) = P\sin(\omega t) + Q\cos(\omega t)$ với P, Q phụ thuộc vào β.		
c) Khi $D = 5$, $\beta = \dfrac{\pi}{4}$, biên độ của sóng âm kết hợp là $k = \sqrt{3+\sqrt{2}}$.		
d) Với $\beta = \pi$, phương trình của sóng âm kết hợp là $g(t) = 0$.		

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 116. Cho $\sin x = \dfrac{1}{5}$, $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 117. Cho các góc α, β thỏa mãn $\dfrac{\pi}{2} < \alpha$, $\beta < \pi$, $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, $\cos\beta = -\dfrac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha+\beta)$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |

Câu 118. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos\alpha$. KQ: | | | | |

Câu 119. Cho $\sin\alpha = -\dfrac{1}{3}$, với $(180^\circ < \alpha < 270^\circ)$. Tính $\cos\alpha$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 120. Cho hai góc nhọn a và b. Biết $\cos a = \dfrac{1}{3}$, $\cos b = \dfrac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(a+b)\cdot\cos(a-b)$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |

Câu 121. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \dfrac{1}{7}$ và $\tan b = \dfrac{3}{4}$. Tính $a+b$. KQ: | | | | |

Câu 122. Rút gọn $C = \tan 3x - \tan x - \dfrac{2\sin x}{\cos 3x}$. KQ: | | | | |

Câu 123. Biến đổi thành tổng biểu thức ta được $4\sin 3x\sin 2x\cos x = \cos 2x - \cos 4x - \cos 6x + a$. Khi đó a bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 124. Biết rằng $\cos x\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right) = k\cos 3x$, khi đó k bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 125. Biết rằng $\sin 5x - 2\sin x(\cos 4x + \cos 2x) = k\sin x$. Khi đó k bằng bao nhiêu?

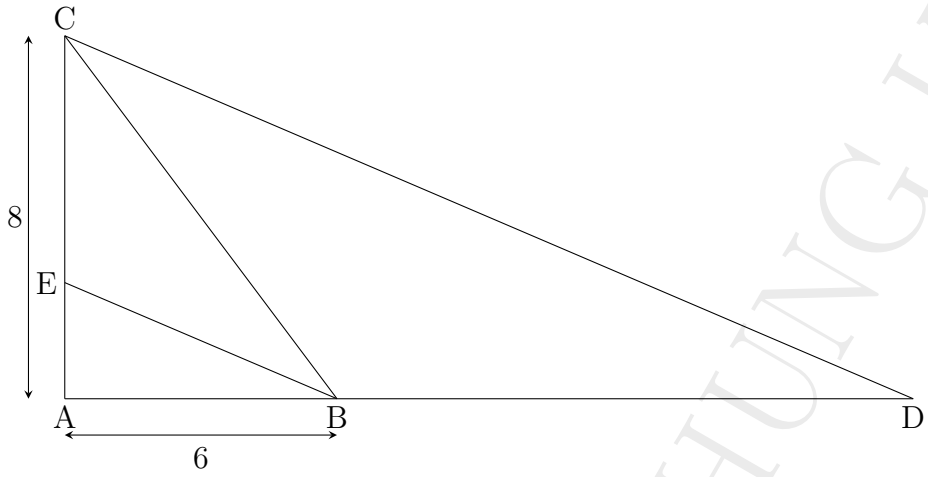
KQ: | | | | |

Câu 126. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6$, $AC = 8$. Điểm E thuộc đoạn AC sao cho $\widehat{CBE} = 30^\circ$, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $\widehat{BCD} = 30^\circ$. Tính độ dài cạnh AE (*Kết quả trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 127. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6, AC = 8$. Điểm E thuộc đoạn AC sao cho $\widehat{CBE} = 30^\circ$, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $\widehat{BCD} = 30^\circ$. Tính độ dài cạnh AD (*Kết quả trong bài được làm tròn đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |



Câu 128. Cho $\alpha - \beta = \dfrac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2$.

KQ: | | | | |

Câu 129. Cho $\alpha - \beta = \dfrac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $B = (\cos\alpha + \sin\beta)^2 + (\cos\beta - \sin\alpha)^2$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 130. Rút gọn biểu thức $\sin 6a \cot 3a - \cos 6a$. KQ: | | | | |

Câu 131. Rút gọn biểu thức $(\tan a - \tan b)\cot(a - b) - \tan a \tan b$. KQ: | | | | |

Câu 132. Rút gọn biểu thức $\dfrac{\sin 7a + \sin 5a}{\sin 7a - \sin 5a} = \tan ma \cot na$. Tính tổng $m + n$. KQ: | | | | |

Câu 133. Biết $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \dfrac{a}{\sin^2 2x}$, tìm a? KQ: | | | | |

Câu 134. Biết $\sin^6 x + \cos^6 x = a + \dfrac{3}{8}\cos 4x$, tìm a (*kết quả làm tròn đến chữ số thứ 2 sau dấu phẩy*)?

KQ: | | | | |

Câu 135. Biết $\dfrac{3 - 4\cos 2a + \cos 4a}{3 + 4\cos 2a + \cos 4a} = k\tan^4 a$. Tìm k? KQ: | | | | |

Câu 136. Cho $\cot\alpha = 3$. Tính $A = \dfrac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{12\sin^3\alpha + 4\cos^3\alpha}$. KQ: | | | | |

Câu 137. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính $C = \dfrac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha + 2\cos^3\alpha}$. KQ: | | | | |

Câu 138. Cho $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{3}$ và $\cos\alpha \neq \cos\beta$. Tính $\dfrac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\alpha - \cos\beta} = a$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

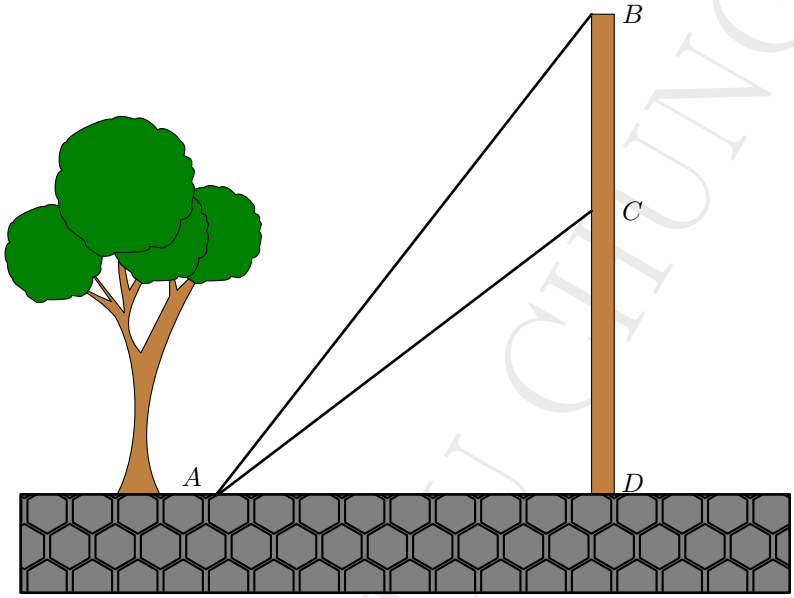
Câu 139. Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b, AB = c$, thỏa $\dfrac{-1 + \cos(\pi + B)}{\sin(\pi - A - C)} = -\dfrac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$. Khi đó tam giác ABC có $ma = nb$. Tính tổng $m + n$. KQ: | | | | |

Câu 140. Cho tam giác ABC. Biết $\sin A+\sin B+\sin C=k\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{C}{2}$, tìm k?

KQ: | | | | |

Câu 141. Từ một vị trí A, người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao 15m, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D. Biết $CD=9$m và $AD=12$m. Tìm góc nhọn $\alpha=\widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (*làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị* độ).

KQ: | | | | |



Câu 142. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động $(A>0)$ và $\varphi\in[-\pi;\pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình

$$x_1(t)=3\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{6}\right)(\text{cm}),x_2(t)=3\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{4}\right)(\text{cm}).$$

Tìm dao động tổng hợp $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ của dao động tổng hợp này. (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*) KQ: | | | | |

Câu 143. Phương trình dao động điều hoà của một vật tại thời điểm t giây được cho bởi công thức $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$, trong đó $x(t)$ (cm) là li độ của vật tại thời điểm t giây, A là biên độ dao động $(A>0)$ và $\varphi\in[-\pi;\pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình lần lượt là

$$x_1(t)=3\cos\left(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{3}\right)\ (\text{cm}),x_2(t)=3\cos\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm}).$$

Phương trình của dao động tổng hợp $x(t)=x_1(t)+x_2(t)=3\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{a}t+\dfrac{\pi}{b}\right)$. Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 144. Hai sóng âm có phương trình lần lượt là $f_1(t)=10\sin(\omega t)$ và $f_2(t)=10\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{3}\right)$. Hai sóng này giao thoa với nhau tạo nên một âm kết hợp có phương trình

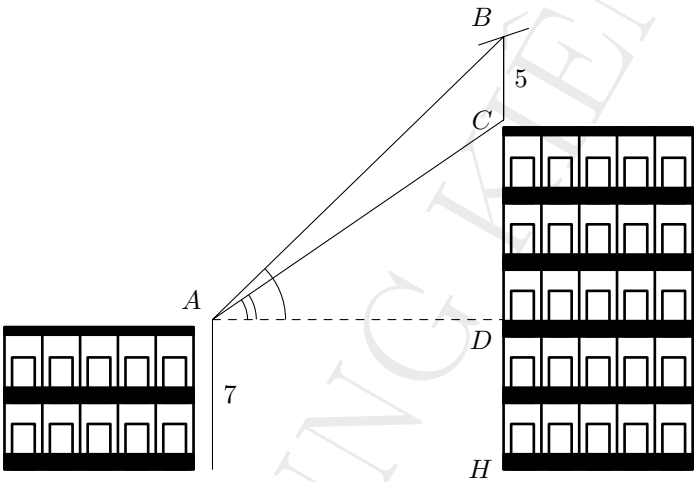
$$f(t)=f_1(t)+f_2(t)=A\sin(\omega t+\alpha).$$

Giá trị A bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 145.

Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5m. Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc α và β so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của toà nhà là 18,9m, hai toà nhà cách nhau 10m. Tính góc α (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị* độ). KQ: | | | | |

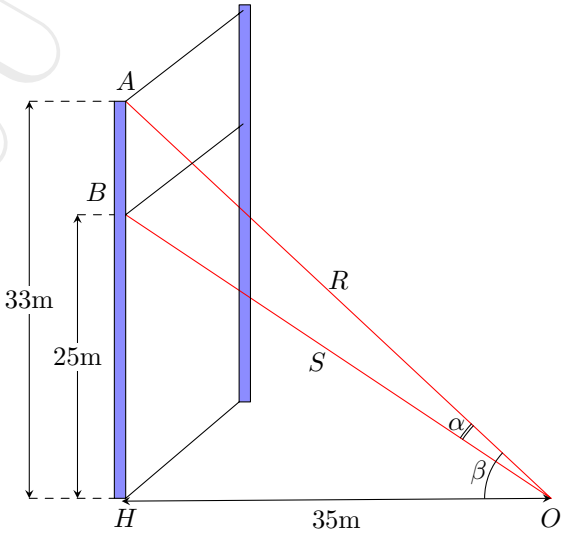


Câu 146. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để gắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất 25 (m) tại một góc ngắm (góc hợp bởi phương ngắm với phương ngang). Nếu giảm góc ngắm đi một nửa thì vận động viên bắn trúng mục tiêu cách mặt đất 10 (m). Tính khoảng cách từ vận động viên đến bức tường? *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

KQ: | | | | |

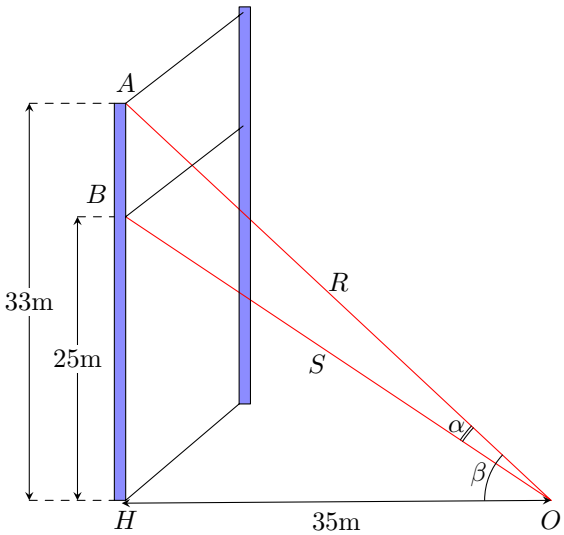
Câu 147.

Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 33 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 25 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 35 m. Tính $\tan\alpha$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



Câu 148.

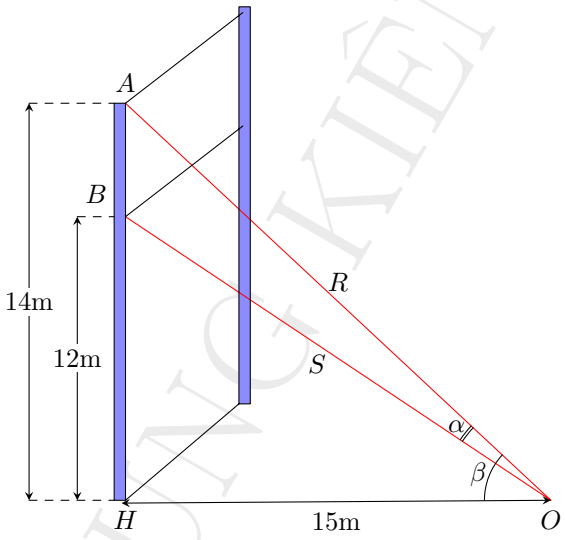
Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 33dm. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 25dm. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 35dm. Tìm góc α (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị* độ). KQ: | | | | |



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

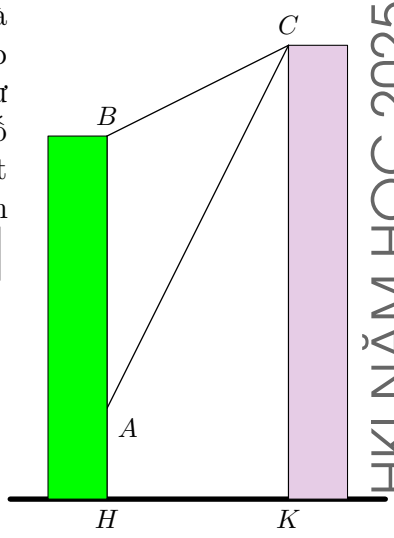
Câu 149.

Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14dm. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12dm. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15dm. Tìm góc α (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị* độ). KQ: | | | | |



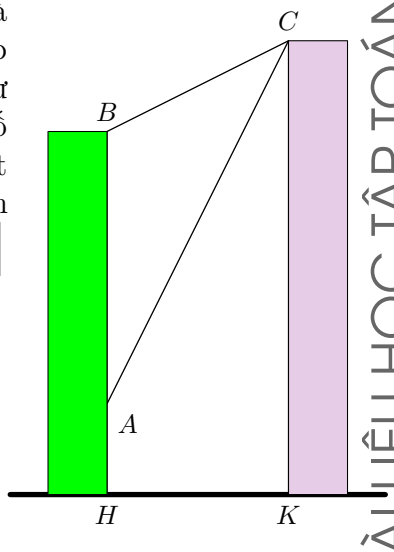
Câu 150.

Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 50$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được (tham khảo hình vẽ). Hãy tính số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 70$ m, $AH = 2$ m, $BH = 50$ m (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị* độ). KQ: | | | | |



Câu 151.

Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C.Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được (tham khảo hình vẽ). Hãy tính số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32$ m, $AH = 6$ m, $BH = 24$ m (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị* độ). KQ: | | | | |

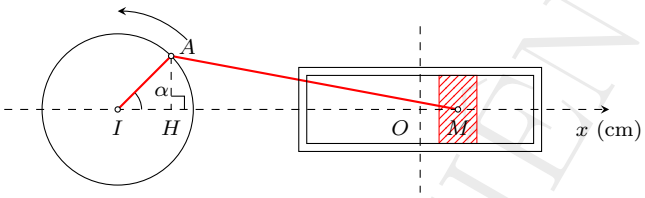


Câu 152.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Trong hình vẽ, pit-tông M của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi-lanh làm quay trục khuỷu IA. Ban đầu I, A, M thẳng hàng. Cho α là góc quay của trục khuỷu, O là vị trí của pít-tông khi $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ và là hình chiếu của A lên Ix. Trục khuỷu IA rất ngắn so với độ dài thanh truyền AM nên có thể xem như độ dài MH không đổi và gần bằng MA. Biết $IA = 8$ cm và ban đầu $\alpha = 0$. Sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$ cm, tính góc quay α (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ*).



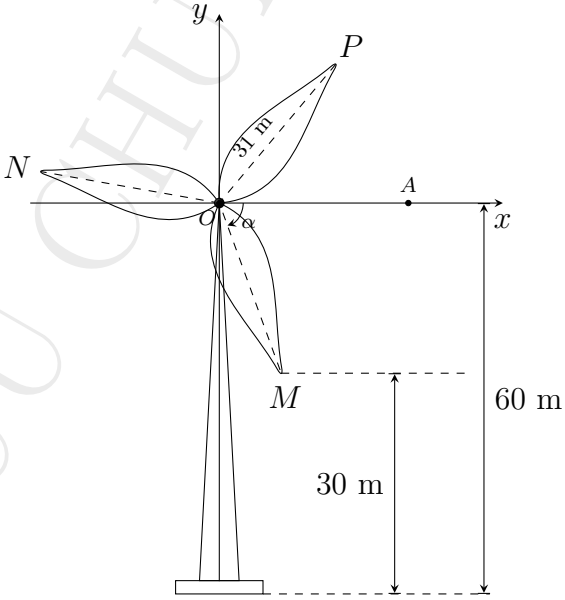
Trục khuỷu IA pít-tông M

KQ: | | | | |

Câu 153.

Trong hình vẽ, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, góc giữa các cánh quạt là $\dfrac{2\pi}{3}$ và số góc (OA, OM) là α. Tính chiều cao của điểm P so với mặt đất. (*Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)

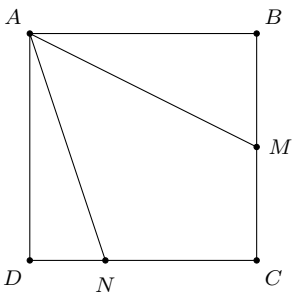
KQ: | | | | |



Câu 154.

Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C. Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN, ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh sao cho $BM = \dfrac{1}{2}BC$, $DN = \dfrac{1}{3}DC$. Khi đó, góc chiếu sáng đèn pin bằng (*kết quả tính theo đơn vị độ*).

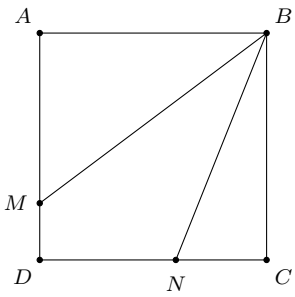
KQ: | | | | |



Câu 155.

Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác Bình đặt một chiếc đèn pin tại vị trí B, chiếu chùm sáng phân kỳ về phía góc D. Bác Bình nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia BM và BN, ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh sao cho $DM = \dfrac{1}{4}DA$, $CN = \dfrac{2}{5}CD$. Góc chiếu sáng đèn pin gần bằng (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị độ*)

KQ: | | | | |



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 1

§4. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ ĐỒ THỊ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Tập xác định của hàm số lượng giác

- Hàm số $y = \sin\alpha$ và $y = \cos\alpha$ xác định với mọi α.
- Hàm số $y = \tan\alpha$ xác định với $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.
- Hàm số $y = \cot\alpha$ xác định với $\alpha \neq k\pi$.

2 Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn

- Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định $\mathscr{D}$ được gọi là ***hàm số chẵn*** nếu với mọi $x \in \mathscr{D}$ ta có $-x \in \mathscr{D}$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định $\mathscr{D}$ được gọi là ***hàm số lẻ*** nếu với mọi $x \in \mathscr{D}$ ta có $-x \in \mathscr{D}$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định $\mathscr{D}$ được gọi là ***hàm số tuần hoàn*** nếu tồn tại một số T khác 0 sao cho với mọi $x \in \mathscr{D}$ ta có $x \pm T \in \mathscr{D}$ và $f(x+T) = f(x)$.
- Số T dương nhỏ nhất thoả mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là chu kì của hàm số tuần hoàn $y = f(x)$.

⚠
- *Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.*
- *Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.*
- *Đồ thị của hàm số tuần hoàn chu kỳ T được lặp lại trên từng đoạn giá trị của x có độ dài T.*
- *Người ta chứng minh được rằng*
  - *Các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kì 2π.*
  - *Các hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.*

3 Đồ thị của các hàm số lượng giác

a. Hàm số $y = \sin x$

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$, tập giá trị là $[-1;1]$.
- Tuần hoàn chu kì 2π.
- Lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi; \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right)$, $(k \in \mathbb{Z})$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2} + k2\pi; \dfrac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$, $(k \in \mathbb{Z})$.

b. Hàm số $y = \cos x$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$, tập giá trị là $[-1;1]$.
- Tuần hoàn với chu kì 2π.
- Chẵn, có đồ thị đối xứng qua trục Oy.
- Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$ $(k\in\mathbb{Z})$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi;\pi+k2\pi)$, $(k\in\mathbb{Z})$.

c. Hàm số $y=\tan x$

- Có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$, tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- Tuần hoàn với chu kì π.
- Lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right)$, $(k\in\mathbb{Z})$.

d. Hàm số $y=\cot x$

- Có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$, tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- Tuần hoàn với chu kì π.
- Lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O.
- Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi;\pi+k\pi)$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Tìm tập xác định của hàm số lượng giác

- Hàm số $y=\sqrt{u(x)}$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định và $u(x)\geq 0$.
- Hàm số $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$, $v(x)$ xác định và $v(x)\neq 0$.
- Hàm số $\dfrac{u(x)}{\sqrt{v(x)}}$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$, $v(x)$ xác định và $v(x)>0$.
- Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $-1\leq\sin x\leq 1$, $-1\leq\cos x\leq 1$.
- Các hàm số $y=\sin\left[\mathrm{u}(x)\right]$, $y=\cos\left[u(x)\right]$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định.
- Hàm số $y=\tan u(x)$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định và $u(x)\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
- Hàm số $y=\cot u(x)$ xác định khi và chỉ khi $u(x)$ xác định và $u(x)\neq k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Bài 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\tan\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Bài 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\cot^2\left(\dfrac{2\pi}{3}-3x\right)$.

Bài 3. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan 2x}{\sin x+1}+\cot\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Bài 4. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan 5x}{\sin 4x-\cos 3x}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 5. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{3+2\cos x}$.

Bài 6. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sin\dfrac{\pi^2}{2x-1}$.

Bài 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=3\cot(2x+3)$.

Bài 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\sin^2 x-\cos^2 x}$.

Bài 9. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\sin x+\cos x$;

b) $y=\sin\sqrt{x+4}$;

c) $y=\dfrac{1+\tan x}{\sin x}$;

d) $y=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$;

e) $y=\cot\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$;

f) $y=\sqrt{3-2\cos x}$;

g) $y=\dfrac{1+\sin x}{\sqrt{\cos x}}$;

h) $y=\dfrac{\sin x}{\sin^2 x-\cos^2 x}$;

i) $y=\cot\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{\tan 2x}{\sin x+1}$;

j) $y=\sqrt{5+2\cot^2 x-\sin x}+\cot\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$.

Bài 10. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\sin\left(\dfrac{5x}{x^2-1}\right)$;

b) $y=\cos\sqrt{4-x^2}$;

c) $y=\sqrt{\sin x}$;

d) $y=\sqrt{2-\sin x}$.

Bài 11. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\tan\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$;

b) $y=\cot\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$;

c) $y=\dfrac{\sin x}{\cos(x-\pi)}$;

d) $y=\dfrac{1}{\tan x-1}$.

Bài 12. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\cos 2x+\dfrac{1}{\cos x}$;

b) $y=\dfrac{3\cos 2x}{\sin 3x\cos 3x}$.

Bài 13. Tìm m để hàm số $y=\sqrt{2m-3\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Bài 14. Tìm m để hàm số sau xác định trên $\mathbb{R}$.

a) $y=\sqrt{2m-3\cos x}$

b) $y=\dfrac{2}{\sqrt{\sin^2 x-2\sin x+m-1}}$

Bài 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{5-m\sin x-(m+1)\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

DẠNG 2 Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác $y=f(x)$

- **Bước 1**: Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số; kiểm chứng $\mathscr{D}$ là tập đối xứng qua số 0 tức là $\forall x, x\in\mathscr{D}\Rightarrow -x\in\mathscr{D}$. (1)
- **Bước 2**: Tính $f(-x)$ và so sánh $f(-x)$ với $f(x)$
  - Nếu $f(-x)=f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathscr{D}$. (2)
  - Nếu $f(-x)=-f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ trên $\mathscr{D}$. (3)

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

— *Nếu điều kiện (1) không nghiệm đúng thì $f(x)$ là hàm không chẵn và không lẻ trên $\mathscr{D}$;*

— *Nếu điều kiện (2) và (3) không nghiệm đúng, thì $f(x)$ là hàm không chẵn và cũng không lẻ trên $\mathscr{D}$.*
Lúc đó, để kết luận $f(x)$ là hàm không chẵn và không lẻ ta chỉ cần chỉ ra điểm $x_0 \in \mathscr{D}$ sao cho $\begin{cases} f(-x_0) \neq f(x_0) \\ f(-x_0) \neq -f(x_0). \end{cases}$

Bài 16. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a) $y = \sin 2x$; b) $y = \tan|x|$; c) $y = \sin^4 x$.

Bài 17. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a) $y = \tan x + \cot x$; b) $y = \sin x \cos x$.

Bài 18. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = 2\sin x + 3$; b) $y = \sin x + \cos x$.

Bài 19. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = \dfrac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cot x}$ b) $y = \dfrac{\cos^3 x + 1}{\sin^3 x}$

Bài 20. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $y = 2x \sin x$;

b) $y = \cos x + \sin 2x$;

c) $y = \dfrac{\cos 2x}{x}$;

d) $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$.

Bài 21. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $y = \tan x + \cot x$;

b) $y = \sin\left(2x + \dfrac{9\pi}{2}\right)$;

c) $y = \dfrac{\sin^{2020n}(x) + 2020}{\cos(x)}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Bài 22. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = 3m\sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.

Bài 23. Xác định tham số m để hàm số $y = f(x) = 3m\sin 4x + \cos 2x$ là hàm số chẵn.

DẠNG 3 Chứng minh hàm số tuần hoàn và xác định chu kỳ của nó

- Xét hàm số $y = f(x)$, tập xác định là $\mathscr{D}$.
- Với mọi $x \in \mathscr{D}$, ta có $x - T_0 \in \mathscr{D}$ và $x + T_0 \in \mathscr{D}$. (1)
  Chỉ ra $f(x + T_0) = f(x)$. (2)
- Ta chứng minh T_0 là chu kỳ của hàm số tức chứng minh T_0 là số dương nhỏ nhất thoả (1) và (2): Giả sử có T sao cho $0 < T < T_0$ thoả mãn tính chất (2)$\Leftrightarrow \ldots \Rightarrow$ mâu thuẫn với giả thiết $0 < T < T_0$, chứng tỏ T_0 là số dương nhỏ nhất thoả (2).
  Vậy hàm số tuần hoàn với chu kỳ cơ sở T_0.

- *Hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π.*
  Từ đó $y=\sin(ax+b)$, $y=\cos(ax+b)$ có chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$.
- *Hàm số $y=\tan x$, $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π.*
  Từ đó $y=\tan(ax+b)$, $y=\cot(ax+b)$ có chu kỳ $T_0=\dfrac{\pi}{|a|}$.

- *Nếu hàm số $y=f_1(x)$ có chu kỳ T_1 và hàm số $y=f_2(x)$ có chu kỳ T_2 thì hàm số $y=f_1(x)\pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2.*

Hàm số $y=f(x)$ không tuần hoàn khi một trong các điều kiện sau vi phạm

- Tập xác định của hàm số là tập hữu hạn.
- Tồn tại số a sao cho hàm số không xác định với $x>a$ hoặc $x<a$.
- Phương trình $f(x)=k$ có vô số nghiệm hữu hạn.
- Phương trình $f(x)=k$ có vô số nghiệm sắp thứ tự $\ldots<x_m<x_{m+1}<\ldots$ mà $|x_m-x_{m+1}|\to 0$ hay ∞.

Bài 24. Chứng minh rằng các hàm số sau là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ cơ sở T_0

a) $f(x)=\sin x$, $T_0=2\pi$.

b) $f(x)=\tan 2x$, $T_0=\dfrac{\pi}{2}$.

Bài 25. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ cơ sở (nếu có) của các hàm số sau

a) $f(x)=\cos\dfrac{3x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$;

b) $y=\cos x+\cos\left(\sqrt{3}x\right)$;

c) $f(x)=\sin\left(x^2\right)$;

d) $y=\tan\sqrt{x}$.

Bài 26. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của hàm số sau $y=\cos^2 x-1$.

Bài 27. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của hàm số $y=\sin\left(\dfrac{2}{5}x\right)\cdot\cos\left(\dfrac{2}{5}x\right)$.

Bài 28. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của hàm số $y=\cos x+\cos(\sqrt{3}\cdot x)$.

Bài 29. Chứng minh rằng hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ là hàm số tuần hoàn và tìm chu kì của nó.

Bài 30. Cho a, b, c, d là các số thực khác 0. Chứng minh rằng hàm số $f(x)=a\sin cx+b\cos dx$ là hàm số tuần hoàn khi và chỉ khi $\dfrac{c}{d}$ là số hữu tỉ.

Bài 31. Cho hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là hai hàm số tuần hoàn với chu kỳ lần lượt là T_1, T_2. Chứng minh rằng nếu $\dfrac{T_1}{T_2}$ là số hữu tỉ thì các hàm số $f(x)\pm g(x)$; $f(x)\cdot g(x)$ là những hàm số tuần hoàn.

Bài 32. Tìm chu kì (nếu có) của các hàm số sau

a) $y=1-\sin 5x$.

b) $y=\cos^2 x-1$

c) $y=\sin\left(\dfrac{2}{5}x\right)\cdot\cos\left(\dfrac{2}{5}x\right)$

d) $y=\cos x+\cos(\sqrt{3}x)$

Bài 33. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x)=\sin 3x+3\cos 2x$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 4 Đồ thị của hàm số lượng giác

a. Vẽ đồ thị hàm số lượng giác

- Tìm tập xác định $\mathscr{D}$.
- Tìm chu kỳ T_0 của hàm số.
- Xác định tính chẵn - lẻ (nếu cần).
- Lập bảng biến thiên trên một đoạn có độ dài bằng chu kỳ T_0 có thể chọn:

$$x \in [0, T_0] \text{ hoặc } x \in \left[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right].$$

- Vẽ đồ thị trên đoạn có độ dài bằng chu kỳ.
- Rồi suy ra phần đồ thị còn lại bằng phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = k \cdot T_0 \cdot \vec{i}$ về bên trái và phải song song với trục hoành Ox (với $\vec{i}$ là véc-tơ đơn vị trên trục Ox).

b. Một số phép biến đổi đồ thị

- Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(x) + a$ bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ lên trên trục hoành a đơn vị nếu $a > 0$ và tịnh tiến xuống phía dưới trục hoành a đơn vị nếu $a < 0$.
- Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(x + a)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ sang phải trục hoành a đơn vị nếu $a > 0$ và tịnh tiến sang trái trục hoành a đơn vị nếu $a < 0$.
- Từ đồ thị $y = f(x)$, suy ra đồ thị $y = -f(x)$ bằng cách lấy đối xứng đồ thị $y = f(x)$ qua trục hoành.
- Đồ thị $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{nếu } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{nếu } f(x) < 0 \end{cases}$ nên suy ra đồ thị $y = f(x)$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị $y = f(x)$ phía trên trục hoành và lấy đối xứng $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Bài 34. Vẽ đồ thị hàm số $y = \sin 4x$.

Bài 35. Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos \dfrac{x}{3}$.

Bài 36. Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$, (C). Hãy vẽ các đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$;

b) $y = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 2$.

DẠNG 5 Tìm giá trị lớn nhất và và giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D}$.

- $M = \max\limits_{\mathscr{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in \mathscr{D} \\ \exists x_0 \in \mathscr{D}: f(x_0) = M. \end{cases}$
- $m = \min\limits_{\mathscr{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in \mathscr{D} \\ \exists x_0 \in \mathscr{D}: f(x_0) = m. \end{cases}$

- $-1 \le \sin x \le 1; -1 \le \cos x \le 1.$
- $0 \le \sin^2 x \le 1; 0 \le \cos^2 x \le 1.$
- $0 \le \sqrt{\sin x} \le 1; 0 \le \sqrt{\cos x} \le 1.$
- *Dùng điều kiện có nghiệm của phương trình cơ bản*
  - *Phương trình* $ax^2 + bx + c = 0$ *có nghiệm* $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ a \ne 0 \end{cases}$.
  - *Phương trình* $a\sin x + b\cos x = c$ *có nghiệm* $x \in \mathbb{R}$ *khi và chỉ khi* $a^2 + b^2 \ge c^2$.
  - *Nếu hàm số có dạng* $y = \dfrac{a_1 \sin x + b_1 \cos x + c_1}{a_2 \sin x + b_2 \cos x + c_2}$. *Ta tìm miền xác định của hàm số rồi quy đồng mẫu số, đưa về phương trình* $a\sin x + b\cos x = c$.

Bài 37. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = 2\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 1$

b) $y = 2\sqrt{\cos x + 1} - 3$

Bài 38. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = \sin x + \cos x$

b) $y = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$

Bài 39. Tìm GTLN - GTNN của các hàm số sau

a) $y = 2 + 3\cos x.$

b) $y = 3\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) - 2.$

c) $y = \sqrt{4\cos^2 2x + 1}.$

d) $y = 3 - 2|\sin x|.$

e) $y = 2\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) + 3.$

f) $y = 3\sin 2x - 12$ với $x \in \left[-\dfrac{\pi}{8}; \dfrac{3\pi}{8}\right].$

g) $y = 4\cos^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{12}\right) - 7$ với $x \in [0; \pi].$

Bài 40. Tìm GTLN - GTNN của các hàm số sau:

a) $y = -2\sin^2 x + 3\sin x - 1.$

b) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2.$

c) $y = \cos x + 2\cos 2x.$

d) $y = (1 - \cos^2 x)^2 - 2\cos^2 x + 1.$

e) $y = 2\sin^2 x - \sin x + 2$ trên đoạn $[0; \pi].$

f) $y = 2\cos x + \cos 2x - 8$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{4}\right].$

g) $y = \tan^2 x - \tan x + 1$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{4}\right].$

h) $y = \sin x + \cos x + 4\sin x\cos x + 7.$

Bài 41. Tìm GTNN của hàm số $y = \sin^2 x + \dfrac{1}{\sin^2 x} - \sin x - \dfrac{1}{\sin x}$ với $0 < x < \pi.$

Bài 42. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

a) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2;$

b) $y = \sin^4 x - 2\cos^2 x + 1$

Bài 43. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2\sin x - \cos x + 1}{\sin x + \cos x - 2}.$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 44. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \cos^2 a + 2\sin a + 2$.

Bài 45. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 x + \cos^7 x$.

Bài 46. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \sin x + 6$. Tính giá trị $8m + M$.

Bài 47. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2}\cos^4 x + 1$.

Bài 48. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Bài 49. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - 2\sin^5(2x)} - 8$.

Bài 50. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a) $y = 1 + 2\cos x$.

b) $y = 2\sin^2 \dfrac{x}{2} + 2\sin \dfrac{x}{2}\cos \dfrac{x}{2}$.

Bài 51. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

Bài 52. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x - \cos x}{2\sin x + \cos x - 3}$.

Bài 53. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 2\sin x + 3}{\sin x + 2}$.

Bài 54. Với mỗi cặp $(a;b)$ $(a, b \in \mathbb{R})$, ta đặt $M(a;b)$ là giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = |\cos x + a\cos 2x + b\cos 3x|.$$

Tìm $M = \min\limits_{a,b\in\mathbb{R}} M(a;b)$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 55. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \dfrac{1 - \cos x}{\sin x}$;

b) $y = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$.

Bài 56. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x}$.

Bài 57. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số lượng giác sau $y = \dfrac{\sin x}{\cos 2x - 1}$.

Bài 58. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\tan x + 2}{1 - \sin x}$.

Bài 59. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\dfrac{2 + \sin x}{1 - \cos x}}$.

Bài 60. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cos 2x + \dfrac{1}{\tan x} + 5$.

Bài 61. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y = \sqrt{2 - \sin 2x}$.

b) $y = \dfrac{1 + \cot x}{\cos x}$.

Bài 62. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\tan 2x - 1}{(2\sin x - 1)(\cos 3x - 1)}$.

Bài 63. Tìm giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\sin 2x}{2\cos 2x - m}$ là $\mathbb{R}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 64. Tìm tập giá trị của các hàm số sau

a) $y = 2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) - 1$; b) $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$.

Bài 65. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x) = 3x^2 - 5$ là hàm số chẵn.

Bài 66. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số

a) $y = f(x) = \sin x \cos x$; b) $y = f(x) = \tan x + \cot x$; c) $y = f(x) = \sin^2 x$.

Bài 67. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = \sin 2x + \tan 2x$ b) $y = \cos x + \sin^2 x$;

c) $y = \sin x \cos 2x$ d) $y = \sin x + \cos x$.

Bài 68. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số: $f(x) = \sin x + \tan x$.

Bài 69. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = x \sin x$.

Bài 70. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \sqrt{2 + \sin x} + \sqrt{2 - \sin x}$.

Bài 71. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 \text{ nếu } x \text{ là số hữu tỉ} \\ 0 \text{ nếu } x \text{ là số vô tỉ} \end{cases}$ và T là một số hữu tỉ dương. Chứng minh $f(x+T) = f(x)$ với mọi x. Từ đó suy ra hàm số $f(x)$ là tuần hoàn.

Bài 72. Xét tính tuần hoàn của hàm số $y = \sin 2x$.

Bài 73. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến hay nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{11\pi}{2}; \dfrac{13\pi}{2}\right)$?

Bài 74. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến hay nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{25\pi}{3}; \dfrac{26\pi}{3}\right)$?

Bài 75. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến hay nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$?

Bài 76. Dùng đồ thị hàm số, tìm giá trị của x trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ để

a) hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 1; b) hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 0;

c) hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng -1; d) hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng 0.

Bài 77. Dùng đồ thị hàm số, tìm giá trị của x trên khoảng $\left(-\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right)$ để

a) hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng -1; b) hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0;

c) hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị bằng 1; d) hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị bằng 0.

Bài 78. Xét sự biến thiên của mỗi hàm số sau trên các khoảng tương ứng:

a) $y = \sin x$ trên khoảng $\left(-\dfrac{9\pi}{2}; -\dfrac{7\pi}{2}\right)$, $\left(\dfrac{21\pi}{2}; \dfrac{23\pi}{2}\right)$;

b) $y = \cos x$ trên khoảng $(-20\pi; -19\pi)$, $(-9\pi; -8\pi)$.

Bài 79. Dùng đồ thị hàm số, hãy cho biết:

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

a) Với mỗi $m \in [-1;1]$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in \left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\alpha = m$;

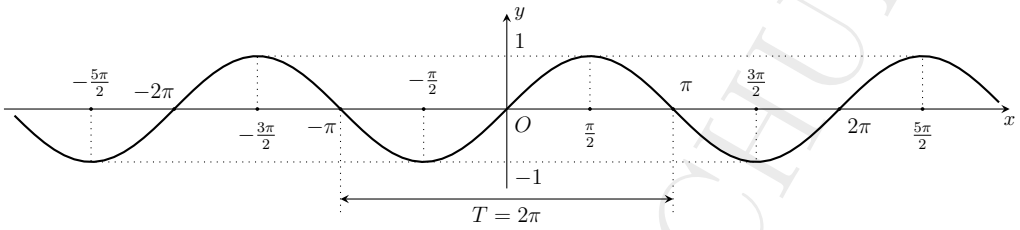
b) Với mỗi $m \in [-1;1]$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in [0;\pi]$ sao cho $\cos\alpha = m$;

c) Với mỗi $m \in \mathbb{R}$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in \left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan\alpha = m$;

d) Với mỗi $m \in \mathbb{R}$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in (0;\pi)$ sao cho $\cot\alpha = m$.

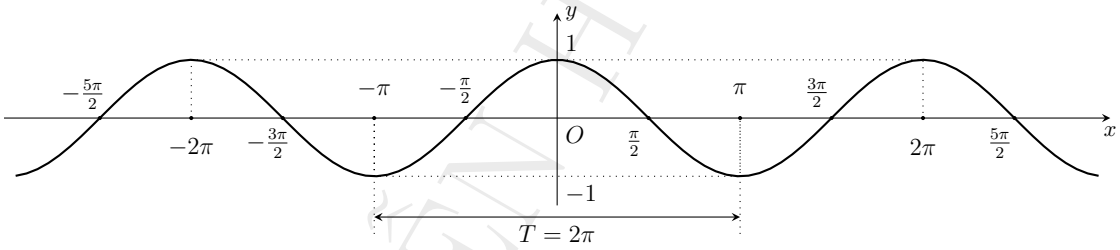
Bài 80. Sử dụng đồ thị ở hình dưới, hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \sin x$

a) nhận giá trị bằng 0; b) nhận giá trị dương.



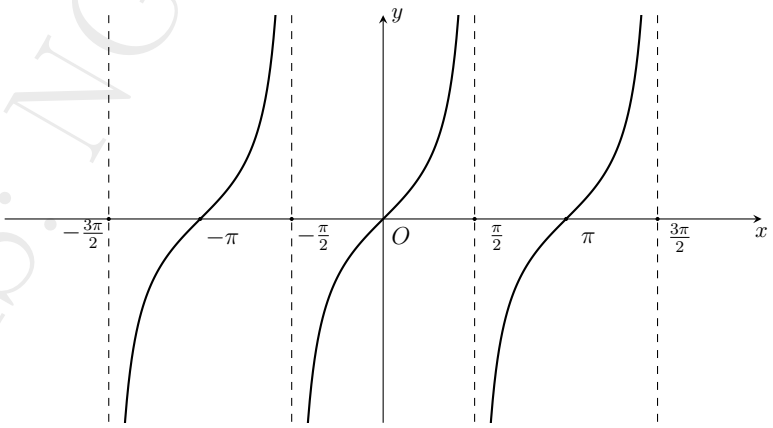
Bài 81. Sử dụng đồ thị ở hình dưới, hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \cos x$

a) nhận giá trị bằng 0; b) nhận giá trị âm.



Bài 82. Sử dụng đồ thị ở hình dưới, hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$

a) nhận giá trị bằng 0; b) nhận giá trị dương.

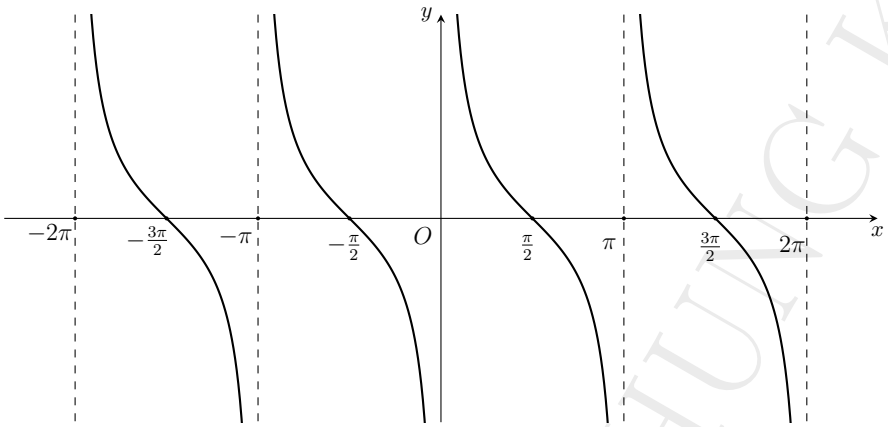


TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 83. Sử dụng đồ thị ở hình dưới, hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};2\pi\right]$ để hàm số $y=\cot x$:

a) nhận giá trị bằng 0;

b) nhận giá trị âm.



Bài 84. Từ đồ thị của hàm số $y=\tan x$, hãy tìm các giá trị x sao cho $\tan x=0$.

Bài 85. Một dao động điều hoà có phương trình li độ dao động là $x=A\cos(\omega t+\varphi)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, A là biên độ dao động và x là li độ dao động đều được tính bằng centimét. Khi đó, chu kì T của dao động là $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$. Xác định giá trị của li độ khi $t=0$, $t=\dfrac{T}{4}$, $t=\dfrac{T}{2}$, $t=\dfrac{3T}{4}$, $t=T$ và vẽ đồ thị biểu diễn li độ của dao động điều hoà trên đoạn $[0;2T]$ trong trường hợp

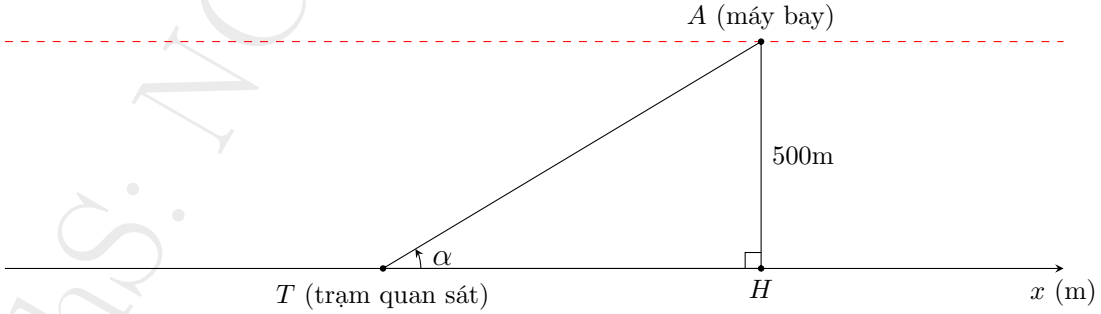
a) $A=3$ cm, $\varphi=0$;

b) $A=3$ cm, $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$;

c) $A=3$ cm, $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$.

Bài 86. Guồng nước (hay còn gọi là cọn nước) không chỉ là công cụ phục vụ sản xuất nông nghiệp, mà đã trở thành hình ảnh quen thuộc của bản làng và là một nét văn hoá đặc trưng của đồng bào dân tộc miền núi phía Bắc. Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính $2,5$ m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m. Khi guồng quay đều, khoảng cách h (m) từ một ống đựng nước gắn tại một điểm của guồng đến mặt nước được tính theo công thức $h=|y|$, trong đó $y=2{,}5\sin\left(2\pi x-\dfrac{\pi}{2}\right)+2$, với x (phút) là thời gian quay của guồng ($x\geq 0$). Hãy chỉ ra một số giá trị của x để ống đựng nước cách mặt nước 2 m.

Bài 87. Trong hình vẽ bên dưới, một chiếc máy bay A bay ở độ cao 500 m theo một đường thẳng đi ngang qua phía trên trạm quan sát T ở mặt đất. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt đất là H, α là góc lượng giác (Tx,TA) $(0<\alpha<\pi)$.



a) Biểu diễn tọa độ x_H của điểm H trên trục Tx theo α.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

b) Dựa vào đồ thị hàm số côtang, hãy cho biết với $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$ thì x_H nằm trong khoảng nào? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Bài 88. Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 90\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây.

a) Tìm chu kì của sóng.

b) Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1-\cos x}$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{\pi + k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D} = [-1;1]$.

Câu 5. Xét trên tập xác định thì

A. hàm số lượng giác có tập giá trị $[-1;1]$. **B.** hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị $[-1;1]$.

C. hàm số $y=\tan x$ có tập giá trị $[-1;1]$. **D.** hàm số $y=\cot x$ có tập giá trị $[-1;1]$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = -\tan x$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot x$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\left\{k\frac{\pi}{2}|k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{k\pi|k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{k2\pi|k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi|k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x}$.

A. $\mathscr{D} = \left\{k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \sin\dfrac{x}{x+1}$ là

A. $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.
B. $\mathscr{D} = (-1; +\infty)$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
D. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 12. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $f(x) = \dfrac{\cos x + 2}{\cos x - 1}$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{2}{\sqrt{2 - \sin x}}$

A. $(2; +\infty)$.
B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
C. $\mathbb{R}$.
D. $[2; +\infty)$.

Câu 14. Hàm số $y = \tan\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi

A. $x \neq \pi + k3\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x \neq -\frac{\pi}{12} + k3\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x \neq -\frac{\pi}{2} + k6\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x \neq -\pi + k6\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\mathscr{D} = [-1; 1]$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
D. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16. Xét các mệnh đề:
(I) Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(II) Hàm số $y = \cot x$ xác định khi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(III) Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $[-1; 1]$.
Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào sai?

A. Chỉ (I).
B. Chỉ (III).
C. (I) và (II).
D. Chỉ (II).

Câu 17. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin x - \cos x}$.

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $\mathbb{R}$.

Câu 18. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{2\cos x + 1}{\sin x - 1}$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 19. Điều kiện xác định của hàm số $y=\dfrac{1-\sin x}{\cos x}$ là

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x\neq k\pi$. **D.** $x\neq-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\cot x}{1-\sin^2 x}+\sin 3x$.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}\right\}, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}, k\in\mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 21. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\tan x}{2\cos x-1}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=2017\tan^{2018}\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 23. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\sqrt{\cos x-1}+1-\cos^2 x$ là

A. $\mathscr{D}=\{2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathscr{D}=\{k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D}=\{0\}$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$?

A. $y=\sin\sqrt{x}$. **B.** $y=\tan 2x$. **C.** $y=\cos 2x$. **D.** $y=\cot(x+1)$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y=\tan 2x$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\tan x-1}{\sin x}+\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi; k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}; k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi; k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{\sin x-1}}$. Tập xác định của hàm số là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D} = \{x | x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\cot x + 3}{\cos x}$.

A. $D = R \setminus \left\{ \dfrac{k\pi}{2} \middle| k \in Z \right\}$. **B.** $D = R \setminus \{k\pi | k \in Z\}$.

C. $D = R \setminus \left\{ k2\pi \middle| k \in Z \right\}$. **D.** $D = R \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi | k \in Z \right\}$.

Câu 30. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sin 2x + 2}{1 - \cos x}}$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathscr{D} = \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m+1)\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 32. Hàm số $y = \sqrt{\dfrac{\cos x - 1}{4 + \cos x}}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $\{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 33. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D.** $(0; \pi)$.

Câu 34. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$?

A. $y = -\sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = -\cot x$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 35. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{3\pi}{4}; -\dfrac{\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{3\pi}{4}; -\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Câu 36. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$. **B.** $y = \tan x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = -\cot x$.

Câu 37. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$.

A. $y = \cos x$. **B.** $y = \tan x$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 38. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$?

A. $y = x^2$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 39. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

C. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Câu 40. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-6\pi;-5\pi)$. **B.** $\left(-\dfrac{7\pi}{2};-3\pi\right)$. **C.** $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. **D.** $\left(7\pi;\dfrac{15\pi}{2}\right)$.

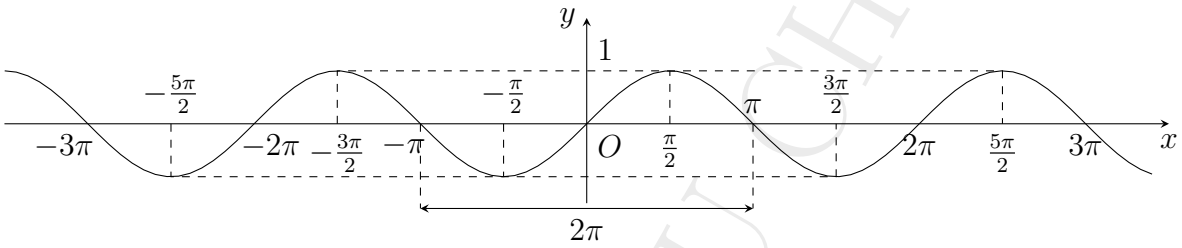
Câu 41. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(7\pi;\dfrac{15\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{7\pi}{2};-3\pi\right)$. **C.** $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. **D.** $(-6\pi;-5\pi)$.

Câu 42. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9\pi}{4};\dfrac{11\pi}{4}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{7\pi}{4};3\pi\right)$. **D.** $\left(\dfrac{7\pi}{4};\dfrac{9\pi}{4}\right)$.

Câu 43. Cho đồ thị hàm số $y=\sin x$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=\sin x$ tăng trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số $y=\sin x$ giảm trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y=\sin x$ giảm trên khoảng $\left(-\dfrac{3\pi}{2};-\pi\right)$.

D. Hàm số $y=\sin x$ tăng trên khoảng $(0;\pi)$.

Câu 44. Xét hàm số $y=\cos x$ trên đoạn $[-\pi;\pi]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$.

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\pi;0)$ và $(0;\pi)$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi;0)$ và $(0;\pi)$.

Câu 45. Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây: Trong khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ thì

A. hàm số $y=\cot x$ là hàm số đồng biến. **B.** hàm số $y=\tan x$ là hàm số đồng biến.

C. hàm số $y=\cos x$ là hàm số nghịch biến. **D.** hàm số $y=\sin x$ là hàm số nghịch biến.

Câu 46. Xét các mệnh đề sau:

(I): $\forall x\in\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ nghịch biến.

(II): $\forall x\in\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y=\dfrac{1}{\cos x}$ nghịch biến.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. Cả hai đúng. **B.** Chỉ (I) đúng. **C.** Chỉ (II) đúng. **D.** Cả hai sai.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 47. Hàm số $y = 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. **B.** $(2\pi; 3\pi)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{10\pi}{3}; 4\pi\right)$.

Câu 48. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 49. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số **chẵn**?

A. $y = \cos 2x$. **B.** $y = \cot 2x$. **C.** $y = \tan 2x$. **D.** $y = \sin 2x$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \tan x$. Kết luận nào dưới đây đúng?

A. Hàm số là hàm số lẻ. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số là hàm số chẵn.

Câu 51. Cho biết khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Câu 52. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$. **B.** $y = \sin 3x$. **C.** $y = 2\sin x$. **D.** $y = \sin x$.

Câu 53. Cho hai hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số chẵn. **B.** $f(x)$ là hàm số chẵn và $g(x)$ là hàm số lẻ.
C. $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số lẻ. **D.** $f(x)$ là hàm số lẻ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 54. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos^3 x$. **B.** $y = \sin x + \cos^3 x$. **C.** $y = \sin x + \tan^3 x$. **D.** $\tan^2 x$.

Câu 55. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin x \cos 3x$. **B.** $y = \cos x + \sin^2 x$. **C.** $y = \cos x + \sin x$. **D.** $y = -\cos x$.

Câu 56. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \cos x$. **B.** $y = \sin\frac{x}{2}$. **C.** $y = \tan 2x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 57. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = x + \cos x$ là hàm số chẵn. **B.** $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
C. $y = \cos x$ là hàm số chẵn. **D.** $y = x + \sin x$ là hàm số lẻ.

Câu 58. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$. **B.** $y = \cos x \tan 2x$. **C.** $y = x\cos x$. **D.** $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 59. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x\sin x$. **B.** $y = \cot x - x$. **C.** $y = \cos 2x$. **D.** $y = x^3 + 1$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 60. Trong các hàm số được cho bởi các phương án sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\cot 2x$. **B.** $y=\sin 2x$. **C.** $y=\tan 2x$. **D.** $y=\cos 2x$.

Câu 61. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=\cos x\cdot\tan 2x$. **C.** $y=x\cdot\cos x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 62. Tìm hàm số lẻ trong các hàm số sau:

A. $y=\sin^2 x$. **B.** $y=x\cos 2x$. **C.** $y=x\sin x$. **D.** $y=\cos x$.

Câu 63. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 2x$. **B.** $y=\cos x+\tan x$. **C.** $y=3\cos x$. **D.** $y=\cos x+x$.

Câu 64. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\dfrac{\tan x}{1+x^2}$. **B.** $y=x\cdot\cos 2x$. **C.** $y=(x^2+1)\cdot\sin x$. **D.** $y=\dfrac{\cos x}{1+x^2}$.

Câu 65. Cho hàm số $y=\dfrac{\sin 2x}{2\cos x-3}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
B. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
C. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.
D. Hàm số đã cho là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 66. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn

A. $y=\tan x+x^2$. **B.** $y=-|\sin 2x|$. **C.** $y=\cos(4x-x^2)$. **D.** $y=\cos x+x$.

Câu 67. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.

Câu 68. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng?

A. $y=(x^3+x)\cdot\tan x$. **B.** $y=|x|\cdot\cot 2x$. **C.** $y=(2x+1)\cdot\cos x$. **D.** $y=(x^2+1)\cdot\sin x$.

Câu 69. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng?

A. $y=x\tan x$. **B.** $y=x\cos^2 x$. **C.** $y=x^2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$. **D.** $y=\cos x$.

Câu 70. Xác định chu kỳ của hàm số $y=\sin x$.

A. 2π. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 71. Hàm số $y=\cot x$ và $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kỳ lần lượt là

A. π và 2π. **B.** $k\pi$ và $k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** 2π và π. **D.** $k2\pi$ và $k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.
B. Hàm số $y=\cos x$ có chu kì tuần hoàn là 2π.
C. Hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị $T=\mathbb{R}$.
D. Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định $\mathscr{D}=[-1;1]$.

Câu 73. Tìm chu kì T_0 của hàm số $f(x)=\tan 2x$.

A. $T_0=\pi$. **B.** $T_0=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $T_0=2\pi$. **D.** $T_0=\dfrac{\pi}{2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 74. Hàm số $y=\sin 2x$ là hàm số tuần hoàn, chu kỳ là

A. 3π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** π.

Câu 75. Hàm số $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kỳ

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** π. **C.** 4π. **D.** 2π.

Câu 76. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.
B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.
C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.
D. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 77. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π.
B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π.
C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.
D. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 78. Hàm số $y=\sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=4\pi$.

Câu 79. Tìm chu kì của hàm số $f(x)=\tan\dfrac{x}{4}+2\sin\dfrac{x}{2}$.

A. π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Câu 80. Trong các hàm số $y=\tan x$, $y=\sin 2x$, $y=\sin x$, $y=\cot x$ có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 81. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì π.
B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.
C. Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì π.
D. Hàm số $y=\sin 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

Câu 82. Hàm số $y=\sin 2x$ tuần hoàn với chu kì là

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=4\pi$. **D.** $T=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 83. Trong các hàm số $y=\sin 2x$; $y=\cos(x-\pi)$; $y=\tan(x-1)$, có mấy hàm số có chu kì là π.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 84. Hàm số nào sau đây không có chu kì là π?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\sin 4x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot 2x$.

Câu 85. Hàm số $y=1+\cos^2\dfrac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là

A. $T=4\pi$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=2\pi$. **D.** $T=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 86. Chu kì của hàm số $y=\sin^8\dfrac{x}{4}+\cos^6\dfrac{x}{4}$ là

A. $T=4\pi$. **B.** $T=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $T=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $T=2\pi$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 87. Giá trị lớn nhất $y = 2\sin 2x + 3$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 88. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[0;1]$.

Câu 89. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + 2\sin x$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 90. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 91. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x$.

A. $[0;1]$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 92. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x$.

A. $[0;1]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 93. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 94. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $[0;+\infty]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 95. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};-\dfrac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là

A. $-\dfrac{1}{2};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-1$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-2$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 96. Giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y = 1 - 2\cos x$ là

A. $M = 1$. **B.** $M = -3$. **C.** $M = 3$. **D.** $M = -1$.

Câu 97. Giá trị lớn nhất M, giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^2 x + 2\sin x + 5$ là

A. $M = 8;\ m = 5$. **B.** $M = 5;\ m = 2$. **C.** $M = 8;\ m = 4$. **D.** $M = 8;\ m = 2$.

Câu 98. Hàm số $y = 5 + 3\sin x$ luôn nhận giá trị trong tập nào sau đây?

A. $[-1;1]$. **B.** $[-3;3]$. **C.** $[5;8]$. **D.** $[2;8]$.

Câu 99. Tìm giá trị nhỏ nhất m, giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 7 + 3\sin x$.

A. $m = 3; M = 7$. **B.** $m = -3; M = 7$. **C.** $m = 4; M = 10$. **D.** $m = -7; M = 10$.

Câu 100. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 + 3\sin 3x$.

A. $\min y = -2; \max y = 5$. **B.** $\min y = -1; \max y = 4$.
C. $\min y = -1; \max y = 5$. **D.** $\min y = -5; \max y = 5$.

Câu 101. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos\left(3x - \dfrac{\pi}{5}\right) + 3$.

A. -5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 102. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos x + 3$. Tính $M \cdot m$.

A. 7. **B.** -4. **C.** -7. **D.** 6.

Câu 103. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) - 2$.

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -5.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 104. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3 + 2\cos^2\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Khi đó $m^2 + M^2$ có giá trị là

A. 10. **B.** 34. **C.** 8. **D.** 26.

Câu 105. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin\left(x + \dfrac{7\pi}{12}\right) - 5$ là

A. -7. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -5.

Câu 106. Gọi giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin\dfrac{x}{4} - \sqrt{3}\cos\dfrac{x}{4} - 7$ lần lượt là m, M. Tính giá trị biểu thức $P = m + M$.

A. $P = 4$. **B.** $P = -14$. **C.** $P = 12$. **D.** $P = 14$.

Câu 107. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là

A. -8 và -2. **B.** 2 và 8. **C.** -5 và 2. **D.** -5 và 3.

Câu 108. Giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y = 1 - 2\cos x$ là

A. $M = -1$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = -3$. **D.** $M = 3$.

Câu 109. Hàm số nào dưới đây có tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$?

A. $y = 1 - \sin x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \sin x + x$.

Câu 110. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + \sin x + 1$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 111. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $M = 1; m = -1$. **B.** $M = 2; m = 1$. **C.** $M = 3; m = 0$. **D.** $M = 3; m = 1$.

Câu 112. Tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

A. $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$. **B.** $(0; 2]$. **C.** $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 113. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos x} + 2$.

A. $\max y = 3$ và $\min y = 1$. **B.** $\max y = 3$ và $\min y = 2$.
C. $\max y = 3$ và $\min y = -2$. **D.** $\max y = 3$ và $\min y = -1$.

Câu 114. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là

A. -8. **B.** -20. **C.** 0. **D.** -9.

Câu 115. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là

A. 5 và 9. **B.** -2 và 7. **C.** 4 và 7. **D.** -2 và 2.

Câu 116. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là

A. -5 và 2. **B.** -8 và -2. **C.** 2 và 8. **D.** -5 và 3.

Câu 117. Tìm giá trị của x trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị không âm?

A. $x \in \left[-\dfrac{3\pi}{2}; \pi\right]$. **B.** $x \in \left[-\dfrac{3\pi}{2}; -\pi\right] \cup (\pi; 2\pi)$.
C. $x \in [-\pi; 0] \cup [\pi; 2\pi]$. **D.** $x \in \left[-\dfrac{3\pi}{2}; -\pi\right] \cup [0; \pi]$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 118. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập giá trị của hàm số $y = 2\sin(x+3) - 1$?

A. $[-7;5]$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[0;4]$.

Câu 119. Trong các tập hợp sau, tập nào là giá trị của hàm số $y = 8\sin(x+3) - 6\cos(x+3)$?

A. $[6;8]$. **B.** $[-14;14]$. **C.** $[-10;10]$. **D.** $[2;14]$.

Câu 120. Hàm số $y = 2 - 3\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại

A. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 121. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x + \sin 2x$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $1 + \sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 122. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^{2018} x + \cos^{2018} x$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 123. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\,|\sin x| - \sqrt{3}$ là

A. 3. **B.** $-3 - \sqrt{3}$. **C.** $3 - \sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Câu 124. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 - 4\sin^2 2x$.

A. $\min y = -2; \max y = 1$. **B.** $\min y = -3; \max y = 5$.

C. $\min y = -5; \max y = 1$. **D.** $\min y = -3; \max y = 1$.

Câu 125. Hàm số $y = 3\sin(x + 2018) - 4\cos(x + 2018) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0. Tìm giá trị của m.

A. $m = -7$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 7$.

Câu 126. Cho hàm số $y = \dfrac{m\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1 ?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 127. Hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ có tập giá trị là $T = [a;b]$. Giá trị của $b - a$ là

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 128. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sin x + \sqrt{2}\cos 2x$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{3\pi}{4}\right]$.

A. $4 - \sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 129. Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $M + m$.

A. $1 + \sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 130. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x + 3}$ lần lượt là

A. $m = -1;\ M = \dfrac{1}{2}$. **B.** $m = -1;\ M = 2$. **C.** $m = -\dfrac{1}{2};\ M = 1$. **D.** $m = 1;\ M = 2$.

Câu 131. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 - 3\sin 3x + 4\cos 3x$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 7$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 9$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$.

Câu 132. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$.

A. $M=-2$. **B.** $M=-3$. **C.** $M=3$. **D.** $M=1$.

Câu 133. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h(m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t(h) được cho bởi công thức $h=3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6}+\dfrac{\pi}{3}\right)+12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t=22$(h). **B.** $t=15$(h). **C.** $t=14$(h). **D.** $t=10$(h).

Câu 134. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x-\cos^2 x+\dfrac{1}{2}$ là

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 135. Gọi T là tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{1}{2}\sin^2 x-\dfrac{3}{4}\cos 2x+3$. Tìm tổng các giá trị nguyên của T.

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 136. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos^2 x-\sin 2x+5$ là

A. $6+\sqrt{2}$. **B.** $6-\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Câu 137. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{1+\dfrac{1}{2}\cos^2 x}+\dfrac{1}{2}\sqrt{5+2\sin^2 x}$.

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $1+\sqrt{5}$. **C.** $1+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{22}}{2}$.

Câu 138. Cho hàm số $y=\sin^2 x-\sin x+2$. Gọi M,N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+N$ bằng

A. $\dfrac{15}{4}$. **B.** 6. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{23}{4}$.

Câu 139. Với mỗi cặp $(a;b)$ $(a,b\in\mathbb{R})$, ta đặt $M(a;b)$ là giá trị lớn nhất của $f(x)=|\cos x+a\cos 2x+b\cos 3x|$. Gọi $M=\min\limits_{a,b\in\mathbb{R}} M(a;b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $M\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $M\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Câu 140. Gọi $\dfrac{m}{n}$ là giá trị lớn nhất của a để bất phương trình $\sqrt{a^3}(x-1)^2+\dfrac{\sqrt{a}}{(x-1)^2}\le\sqrt[4]{a^3}\left|\sin\dfrac{\pi x}{2}\right|$ có ít nhất một nghiệm, trong đó m, n là các số nguyên dương và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=22m+n$.

A. $P=46$. **B.** $P=38$. **C.** $P=24$. **D.** $P=35$.

Câu 141. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\cos x}\right|$.

A. $\sqrt{2}-1$. **B.** $2\sqrt{2}+1$. **C.** $\sqrt{2}+1$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Câu 142. Cho $x,y\in\left[\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\cos 2x+\cos 2y+2\sin(x+y)=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{\sin^4 x}{y}+\dfrac{\cos^4 y}{x}$.

A. $\min P=\dfrac{3}{\pi}$. **B.** $\min P=\dfrac{2}{\pi}$. **C.** $\min P=\dfrac{2}{3\pi}$. **D.** $\min P=\dfrac{5}{\pi}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

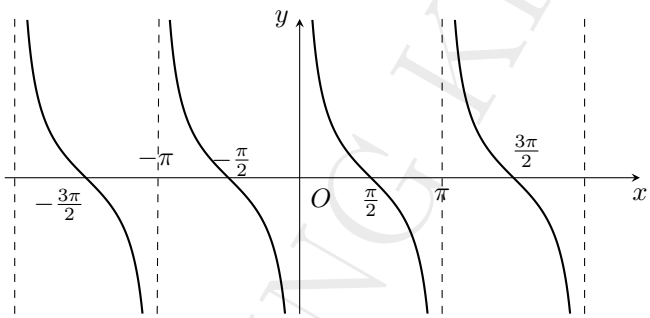
Câu 143. Cho x thuộc khoảng $\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\sin x<0,\cos x>0$. **B.** $\sin x>0,\cos x>0$. **C.** $\sin x<0,\cos x<0$. **D.** $\sin x<0,\cos x<0$.

Câu 144.

Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?

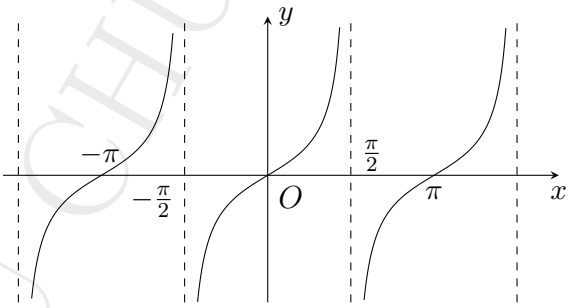
A. $y=\cos x$. **B.** $y=\tan x$.
C. $y=\cot x$. **D.** $y=\sin x$.



Câu 145.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=\tan x$. **B.** $y=\cos x$.
C. $y=\sin x$. **D.** $y=\cot x$.



Câu 146. Đồ thị hàm số $y=\cos x$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(3\pi;1)$. **B.** $P(-1;\pi)$. **C.** $N(0;1)$. **D.** $M(\pi;1)$.

Câu 147. Cho các mệnh đề sau

(I) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số chẵn.

(II) Hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

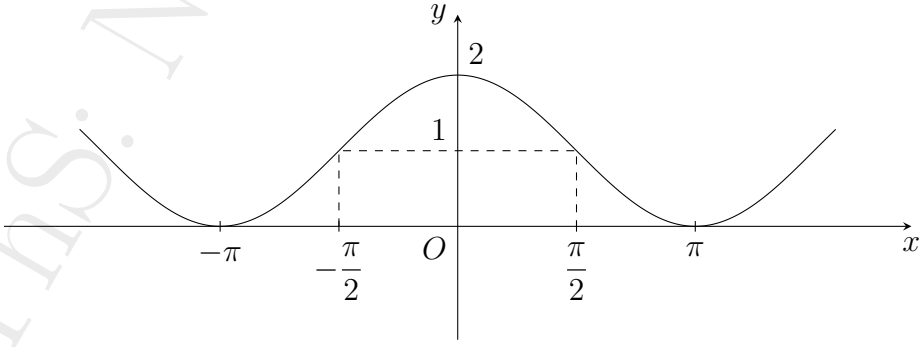
(III) Hàm số $f(x)=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

(IV) Hàm số $f(x)=\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 148. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D**. Hỏi đó là hàm số nào?



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

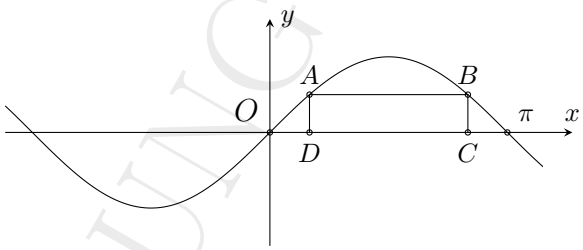
A. $y=\cos x+1$. **B.** $y=2-\sin x$. **C.** $y=2\cos x$. **D.** $y=\cos^2 x+1$.

Câu 149. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=\tan x$ đi qua gốc tọa độ.
B. Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $[-1;1]$.
C. Đồ thị hàm số $y=\cot x$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
D. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số chẵn.

Câu 150.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $[0;\pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD=\dfrac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC.



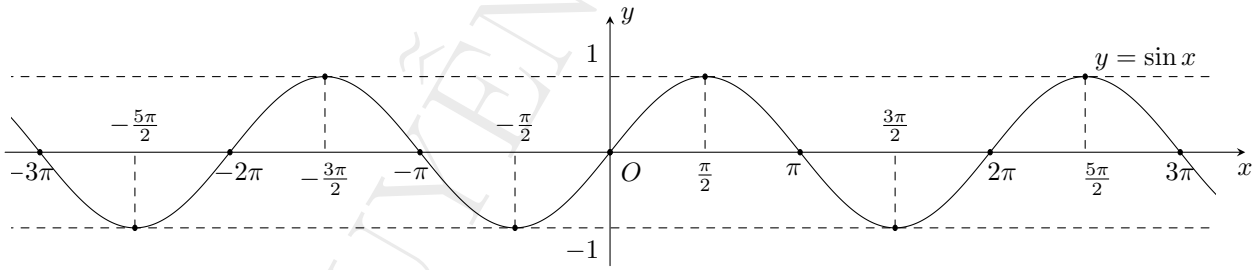
A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 151. Cho hàm số $y=f(x)=2\cos x+3$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số trên là hàm số chẵn.		
c) Tập giá trị của hàm số trên là $[-1;5]$.		
d) Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.		

Câu 152. Hình bên dưới vẽ đồ thị $y=\sin x$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số trên là hàm số chẵn, đối xứng qua trục Oy.		
b) Hàm số trên tuần hoàn với chu kì 2π.		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{5\pi}{2};-\dfrac{3\pi}{2}\right)$.		
d) Trong khoảng từ $-\dfrac{5\pi}{6}$ đến $\dfrac{7\pi}{6}$, $\sin x\geq\dfrac{1}{2}$ khi và chỉ khi $\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{5\pi}{6}$.		

Câu 153. Cho hàm số $y=f(x)=\cos 2x+\cos x$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số trên là hàm số chẵn.		
c) Đặt $t=\cos x$ thì hàm số trở thành $y=f(x)=2t^2+t-1$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là 0.		

Câu 154. Cho hàm số $y=\cos x-\sin x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-2$.		
d) Phương trình $y+1=0$ có tất cả 4 nghiệm trên đoạn $[-2\pi;2\pi]$.		

Câu 155. Cho hàm số $y=2\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}-\dfrac{\pi x}{6}\right)+11$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số tuần hoàn với chu kì $T=12\pi$.		
c) Hàm số là hàm số lẻ.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số là 13.		

Câu 156. Cho hàm số $y=\sqrt{2}\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó

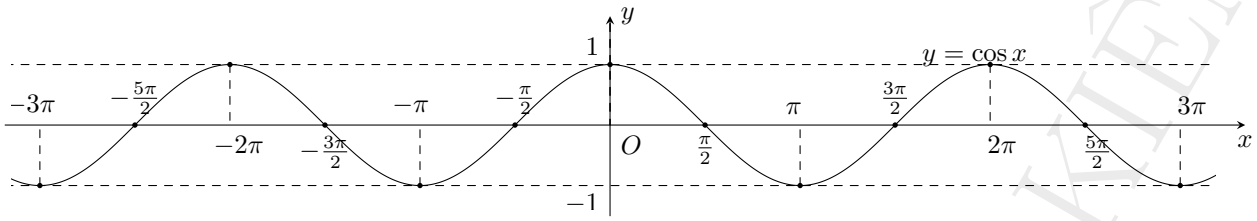
Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.		
b) Rút gọn biểu thức ta được $y=\sin 2x$.		
c) Hàm số tuần hoàn với chu kì π.		
d) Nếu $\sqrt{2}\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{3}$ thì giá trị biểu thức $P=\dfrac{2\tan 2x+\cot 2x}{4\tan 2x-3\cot 2x}$ là $\dfrac{5}{14}$.		

Câu 157. Cho hàm số $y=\sin x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số đã cho có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
c) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
d) Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 158. Đường cong trong hình dưới là đồ thị hàm số $y = \cos x$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.		
b) Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.		
c) Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.		
d) Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.		

Câu 159. Giả sử vận tốc v (tính bằng lít/giây) của luồng khí trong một chu kì hô hấp (tức là thời gian từ lúc bắt đầu của một nhịp thở đến khi bắt đầu của nhịp thở tiếp theo) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi được cho bởi công thức $v = 0{,}85 \sin \frac{\pi t}{3}$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Vận tốc của luồng khí tại giây thứ ba là 0 lít/giây.		
b) Thời gian của một chu kì hô hấp đầy đủ là 3 giây.		
c) Số chu kì hô hấp trong một phút của người đó là 10.		
d) Thời điểm lần đầu vận tốc của luồng khí đạt giá trị lớn nhất là $t = 0{,}5$ giây.		

Câu 160. Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hóa bởi hàm số $h(t) = 90 \cos\left(\frac{\pi}{10} t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Độ cao trên mực nước biển trung bình tại thời điểm $t = 5$ giây là 0 (cm).		
b) Chu kì của sóng là 20 (giây).		
c) Chiều cao của sóng (khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng) là 90 (cm).		
d) Số lần xuất hiện đỉnh sóng trong một phút là 3.		

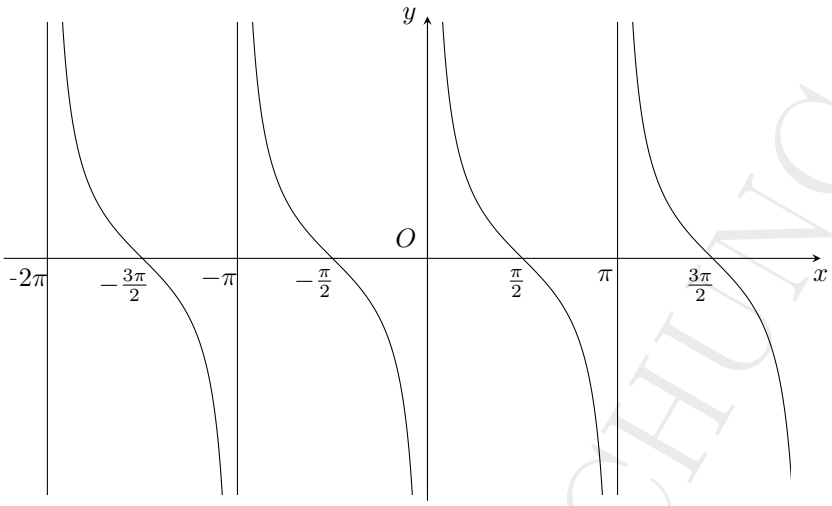
Câu 161. Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0.		
b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$.		
c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.		

Câu 162. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) Đường cong trong hình trên là đồ thị của hàm số $y = \tan x$.		
b) Tập xác định của hàm số đó là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.		
c) Các giá trị của x trên đoạn $[-\pi;\pi]$ để hàm số đó nhận giá trị bằng 0 là $x = -\dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$.		
d) Các giá trị của x trên đoạn $[-\pi;\pi]$ để hàm số đó nhận giá trị dương là $x \in \left(-\pi;\ -\dfrac{\pi}{2}\right) \cup \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.		

Câu 163. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.		
b) $f(-\pi) = -f(\pi)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $f(-x) = f(x)$.		
d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		

Câu 164. Cho hàm số $f(x) = \tan x - x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.		
b) $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.		
c) $f(-x) = -f(x)$.		
d) Hàm số đối xứng với nhau qua trục Oy.		

Câu 165. Cho hàm số $f(x) = |x| \sin x$. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
b) $f(-\pi) = -f(\pi)$.		
c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.		
d) $f(-x) = -f(x)$.		

Câu 166. Cho hàm số $f(x) = |\tan x| + |x^3 - 3x|$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.		
b) $f(-\pi) = -f(\pi)$.		
c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.		
d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		

Câu 167. Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi cơn sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng 69,3 (cm).		
b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm).		
c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây.		
d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây. (Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).		

Câu 168. Tìm được tập giá trị các hàm số sau trên tập xác định của chúng.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y = 3\sin x$ có tập giá trị là $T = [-3;3]$.		
b) Hàm số $y = 2\cos x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3;1]$.		
c) Hàm số $y = 2030 - 4\cos x$ có tập giá trị là $T = [2026;2034]$.		
d) Hàm số $y = \sin^2 x + 4\sin x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3;3]$.		

Câu 169. Cho các hàm số sau $f(x) = 2|\cos x|$; $g(x) = 1 - 3\sin^2 x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 2.		
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 0.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 2.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng -2.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 170. Cho các hàm số sau $f(x)=\sin x$ và $g(x)=\cos x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.		
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right)$.		
c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$.		
d) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{25\pi}{6};\frac{13\pi}{3}\right)$.		

Câu 171. Cho hàm số $f(x)=2\cos x+1$ và $g(x)=\sin x+\tan x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.		
c) Tập xác định hàm số $g(x)$ $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.		

Câu 172. Cho hàm số $f(x)=\tan x$ và $g(x)=\cot^2 x-\dfrac{\sin 2x}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định hàm số $f(x)$ $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
b) Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.		
c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.		
d) Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.		

Câu 173. Cho hàm số $f(x)=2+3\cos x$ và $g(x)=\sin x+\cos x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5.		
b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\pi+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$.		
d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.		

Câu 174. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2-\sin x}$ và $g(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x+2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng $\sqrt{3}$.		
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 1.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 4.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng 0.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 175. Tìm được tập xác định của hàm số. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\cot\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ xác định khi $x\neq\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.		
b) Hàm số $y=\sqrt{\sin x-1}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
c) Hàm số $y=\dfrac{\sin x}{2-\cos x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
d) Hàm số $y=\tan 2x+\cot 2x$ xác định khi $\begin{cases}\cos 2x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases}$.		

Câu 176. Cho các hàm số $f(x)=\sqrt{3-2\sin x}$ và $g(x)=\tan\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{3}\cos x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm tuần hoàn.		
c) Hàm số $g(x)$ xác định khi $x\neq k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.		
d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm không tuần hoàn.		

Câu 177. Cho các hàm số sau $f(x)=\sqrt{5-3\sin^2 x}$, $g(x)=\tan x-x\cos x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		
c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		

Câu 178. Cho các hàm số sau $f(x)=2\cos 3x-1$, $g(x)=|2\sin x+2|+|2\sin x-2|$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.		
c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		

Câu 179. Cho các hàm số sau $f(x)=3\sin^3 x$, $g(x)=-5\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.		
c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 180. Tìm được tập xác định các hàm số sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\tan\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ xác định khi $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0$.		
b) Hàm số $y=\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.		
c) Hàm số $y=\cot\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ xác định khi $x\neq\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.		
d) Hàm số $y=\dfrac{\cot x}{\sqrt{3}\tan x-3}$ xác định khi $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}$.		

Câu 181. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.		
b) Hàm số $y=\dfrac{1}{\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+1}$ xác định khi $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)\neq -1$.		
c) Hàm số $y=\dfrac{\tan x+2}{3\sin x}+1$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
d) Hàm số $y=\dfrac{3}{\sin^4 x-\cos^4 x}$ xác định khi $\sin 2x\neq 0$.		

Câu 182. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\tan x+\cot 2x$ xác định khi $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases}$.		
b) Hàm số $y=\sqrt{\pi-\cos x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
c) Hàm số $y=\sqrt{4-\sin^2 x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
d) Hàm số $y=\sqrt{\sin x-1}+\sqrt{\cos x-1}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		

Câu 183. Cho hàm số $y=3-\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.		
d) Tập giá trị của hàm số là $T=[2;4]$.		

Câu 184. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó

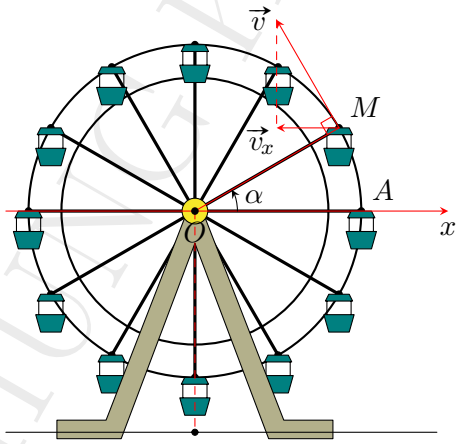
Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ xác định khi $x\neq\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.		
b) Hàm số $y=\cot\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ xác định khi $x+\dfrac{\pi}{3}\neq k\pi(k\in\mathbb{Z})$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Hàm số $y=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.		
d) Hàm số $y=\dfrac{\tan 3x}{\cos x}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{3} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.		

Câu 185.

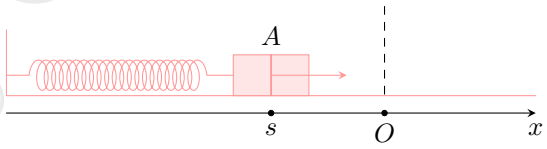
Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha=(Ox,OM)$ theo hàm số $v_x=0{,}5\sin\alpha$ (m/s).



Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của v_x là 0,5 (m/s).		
b) Giá trị nhỏ nhất của v_x là $-0{,}5$ (m/s).		
c) Tại vị trí vectơ vận tốc song song với trục hoành thì có vận tốc bằng 0.		
d) Trong khoảng $(0;\pi)$ thì vận tốc v_x tăng.		

Câu 186.

Trong hình dưới, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O. Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s=10\sin\left(10t+\dfrac{\pi}{2}\right)$.



(Theo https://www.britannica.com)

Phát biểu	Đ	S
a) Vật A ở xa điểm O nhất làv 10 cm.		
b) Hàm số s là hàm số lẻ.		
c) Hàm số s tuần hoàn với chu kì là 2π.		
d) Trong 10 giây đầu tiên thì vật đi qua vị trí $s=-5\sqrt{3}$ cm 32 lần.		

Câu 187. Cho vận tốc v (cm/s) của một con lắc đơn theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức

$$v=-3\sin\left(1{,}5t+\frac{\pi}{3}\right).$$

Phát biểu	Đ	S
a) Vận tốc của vật nhỏ nhất là -3.		
b) Vận tốc của vật lớn nhất là 3 tại thời điểm $t=-\dfrac{5\pi}{9}+\dfrac{k4\pi}{3}$.		
c) Vận tốc của con lắc bằng 1,5 cm tại thời điểm $t=-\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}$.		
d) Trong khoảng thời gian 3 giây đầu tiên, có 1 lần vật tốc con lắc bằng 1,5 cm.		

Câu 188. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0=500$ m/s hợp với

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

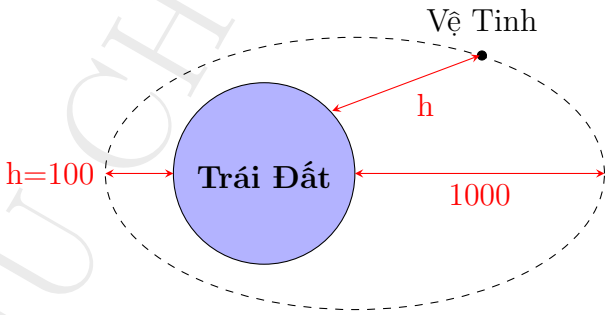
phương ngang một góc α. Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó $g = 9{,}8$ m/s^2 là gia tốc trọng trường.

Phát biểu	Đ	S
a) Quả đạn chạm đất khi $\dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = \pm 1$.		
b) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất) là $x = \dfrac{2v_0^2\cos^2\alpha\cdot\tan\alpha}{g}$.		
c) Góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22 000 m là 40°.		
d) Góc bắn $\alpha = 45°$ thì quả đạn bay xa nhất.		

Câu 189.

Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là đường elip (*Hình 33*). Độ cao h (km) của vệ tinh so với Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450\cos\dfrac{\pi}{50}t$.

(*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021*)

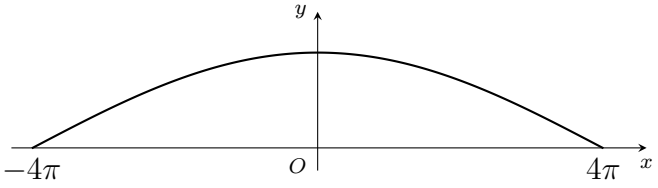


Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Tại thời điểm t bằng bao nhiêu thì vệ tinh cách mặt đất 1 000 km; 250 km; 100 km?

Phát biểu	Đ	S
a) Với $t = 250$ thì độ cao của vệ tinh so với Trái Đất là 1000 km.		
b) Tại các thời điểm $t = \pm 36{,}61 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 250 km.		
c) Tại các thời điểm $t = 50 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 100 km.		
d) Trong khoảng thời gian 60 phút đầu tiên thì có 2 lần vệ tính cách mặt đất 100 km.		

Câu 190.

Một cây cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số $y = 4{,}2\cdot\cos\dfrac{x}{8}$ và được mô tả trong hệ trục toạ độ với đơn vị trục là mét như ở hình sau. Một sà lan chở khối hàng hoá được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu.



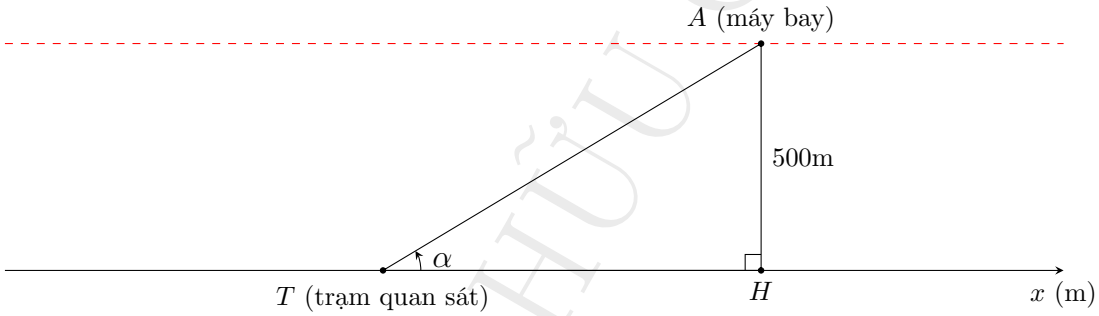
Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số là 4,2.		
b) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.		
c) $4{,}2\cdot\cos\dfrac{x}{8} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{x}{8} \approx \pm 0{,}775$.		
d) Chiều rộng của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 12,5 m.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 191. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 45° bắc trong ngày thứ t (tính từ ngày 01 tháng Một) của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 12 + \frac{5}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$, với $t \in \mathbb{Z}$, $0 < t \leq 365$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vào ngày thứ 80 số giờ nắng là 12h.		
b) Số giờ có ánh nắng mặt trời nhiều nhất của thành phố A trong một ngày bất kỳ không vượt quá 14,5.		
c) Để số giờ có ánh nắng mặt trời của thành phố A xấp xỉ 13,77 (giờ) thì ta xác định được hai ngày là ngày thứ 126 và ngày 219 *(Phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).*		
d) Giả sử ngày 01 tháng Một là ngày Chủ nhật. Khi đó vào thứ Sáu ngày 31 tháng Ba là ngày có số giờ ánh nắng mặt trời của thành phố A vượt quá 12,43 (giờ).*(Phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).*		

Câu 192. Trong hình vẽ bên dưới, một chiếc máy bay A bay ở độ cao 500 m theo một đường thẳng đi ngang qua phía trên trạm quan sát T ở mặt đất. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt đất là H, α là góc lượng giác (Tx, TA) $(0 < \alpha < \pi)$.



Phát biểu	Đ	S
a) Biểu diễn tọa độ x_H của điểm H trên trục Tx theo α là $x_H = 500\cot\alpha$ (m).		
b) Dựa vào đồ thị hàm số cô-tang, với $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$ thì x_H nằm trong khoảng $(-288{,}7; 866{,}0.)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).		
c) Với $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì máy bay cách trạm quan sát là 579 (m) (làm tròn đến hàng đơn vị).		
d) Khi máy bay gần trạm quát sát nhất thì α gần bằng 0.		

Câu 193. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu được gọi tương ứng là huyết áp tâm thu và tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là huyết áp tâm thu/ huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hóa bởi hàm số

$$p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$$

trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo phút.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Chu kì của hàm số $p(t)$ là $\dfrac{1}{80}$.		
b) Số nhịp tim mỗi phút là 80.		
c) Số chỉ huyết áp là 140/90.		
d) Huyết áp của người này so với huyết áp bình thường là thấp hơn.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 194. Tập giá trị của hàm số $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$ là $[a;b]$. Tính $b - a$. KQ: | | | | |

Câu 195. Tập giá trị của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là $\left[\dfrac{1}{4};1\right]$. Tính $8a \cdot b$. KQ: | | | | |

Câu 196. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 3$ là $[a;b]$. Tính $a + b$. KQ: | | | | |

Câu 197. Tập giá trị của hàm số $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ là $[a;b]$. Tính $a^2 + b^2$. KQ: | | | | |

Câu 198. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right]$ là tập S. Số nguyên lớn nhất thuộc tập S là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 199. Tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{2\sin x + \cos x}{\sin x + 2\cos x + 4}$ là $[a;b]$. Tính $a \cdot b$ (*kết quả để ở dạng thập phân, làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 200. Điều kiện của tham số m để hàm số $y = \sqrt{m - 2\sin x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là $m \geq a$. Tìm a. KQ: | | | | |

Câu 201. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2\sin x + 3\cos x + 1}{\sin x - \cos x + 2}$. KQ: | | | | |

Câu 202. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \sin x - 3$ lần lượt là M và N. Tìm $M - N$. KQ: | | | | |

Câu 203. Xét tính chẵn (ghi số 0), lẻ (ghi số 1) của hàm số $f(x) = \tan x + 2\sin x$. KQ: | | | | |

Câu 204. Xét tính chẵn (ghi số 0), lẻ (ghi số 1) của hàm số $f(x) = \sin^2 x + \cos x$. KQ: | | | | |

Câu 205. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = \dfrac{\sin x - 1}{\cos x + m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. KQ: | | | | |

Câu 206. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) - 1$ lần lượt là M và m. Tính $2M + 3m$. KQ: | | | | |

Câu 207. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin x} - 3$ lần lượt là M và m. Tính $M + m - \sqrt{2}$. KQ: | | | | |

Câu 208. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 + 2\cos x + \cos^2 x$ lần lượt là M và m. Tính $3M + m$. KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 209. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$. KQ:

Câu 210. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin^2\left(3x + \dfrac{\pi}{6}\right) + 4$ lần lượt là M và m. Tính $m + M$. KQ:

Câu 211. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\dfrac{m-1}{m} - 2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$? KQ:

Câu 212. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ lần lượt là M và m. Tính $m + M$. KQ:

Câu 213. Gọi T là chu kỳ của hàm số $f(x) = 2\sin 2x$, biết $T = a\pi$. Tìm a. KQ:

Câu 214. Gọi T là chu kỳ của hàm số $y = \cos 3x$, biết $T = a\pi$. Tìm $3a$. KQ:

Câu 215. Mỗi ngày, người ta quan sát thấy mặt trời mọc đầu tiên tại Mỹ là tại vùng núi đảo ở Maine. Thời điểm mặt trời mọc được biểu diễn theo công thức $t(m) = 1{,}665\sin(m+3) + 5{,}485$, với t là thời điểm (được tính từ nửa đêm) và m là tháng (tính từ tháng 1). Hãy cho biết vào tháng 3 thì mặt trời mọc lúc mấy giờ (*kết quả để ở dạng thập phân, làm tròn đến hàng phần trăm*)? KQ:

Câu 216. Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương (tức là áp lực máu lên thành động mạch khi tim giãn ra) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi tại thời điểm t được cho bởi công thức

$$B(t) = a + b\sin\frac{\pi t}{12}, (a, b > 0),$$

trong đó t là số giờ tính từ lúc nửa đêm và $B(t)$ tính bằng mmHg (milimét thủy ngân). Biết huyết áp tâm trương thấp nhất là 78 mmHg và huyết áp tâm trương lớn nhất là 92 mmHg. Hỏi huyết áp tâm trương của người đó vào thời điểm 2 giờ 30 phút chiều bằng bao nhiêu (*kết quả để ở dạng thập phân, làm tròn đến hàng phần chục*)? KQ:

Câu 217. Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h(cm) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \le t \le 24)$ cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\dfrac{\pi t}{12} + \dfrac{\pi}{3}\right) + 10$. Hỏi vào thời điểm nào trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất? KQ:

Câu 218. Giả sử số miligam của các chất ô nhiễm trong một mét khối không khí trong một tháng tại một thành phố công nghiệp được xác định bởi công thức

$$P(t) = a + b\sin\left[\frac{2\pi}{7}\left(t - \frac{37}{12}\right)\right], (a, b > 0),$$

trong đó t là số ngày kể từ ngày thứ Bảy của tuần đầu tiên. Biết chất ô nhiễm trong một mét khối không khí cao nhất là 50 miligam và thấp nhất là 20 miligam. Hỏi trong ngày thứ Hai của tuần thứ 2, ngày thứ Tư của tuần thứ 3 và ngày thứ Ba của tuần thứ 4 và ngày thứ Sáu của tuần thứ 4 của tháng thì số miligam chất ô nhiễm nhiều nhất bằng bao nhiêu (*kết quả để ở dạng thập phân, làm tròn đến hàng đơn vị*)? KQ:

Câu 219. Mực nước lên xuống của thủy triều trong một ngày tại một cửa biển được tính theo công thức $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{180}(x + 73)\right) + 1$ với x là giờ $(0 \le x \le 24)$, y tính theo đơn vị m so với mực nước biển. Hỏi vào lúc 17 h thì mực nước ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển? KQ:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 220. Số giờ có ánh sáng mặt trời của Thủ đô Hà Nội năm 2018 được cho bởi công thức

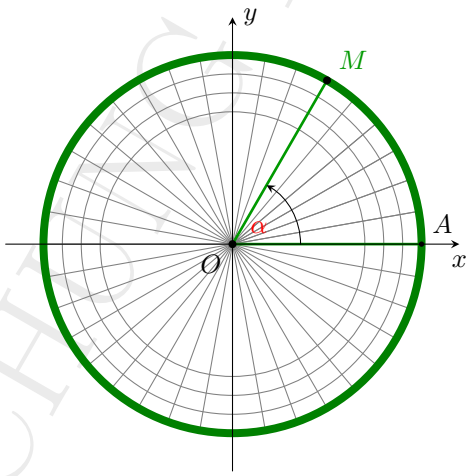
$$y = 3\sin\left(\frac{\pi}{180}(x+60)\right) + 13 \text{ với } 1 \le x \le 365$$

là số thứ tự của ngày trong năm. Ngày nào của năm 2018 thì số giờ có ánh sáng mặt trời của Hà Nội lớn nhất?

KQ: | | | | |

Câu 221. Một cái guồng nước có vành kim loại ngoài cùng là một đường tròn tâm O, bán kính là 4 m. Xét chất điểm M thuộc đường tròn đó và góc $\alpha = (OA, OM)$. Giả sử mực nước lúc đang xét là tiếp xúc với đường tròn $(O;4)$ và guồng nước quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ). Biết rằng guồng nước quay hết một vòng sau 40 giây ($t = 0$ giây khi điểm M trùng A). Hỏi thời điểm nào (trong 1 vòng quay đầu tiên) thì điểm M ở vị trí cao nhất so với mặt nước?

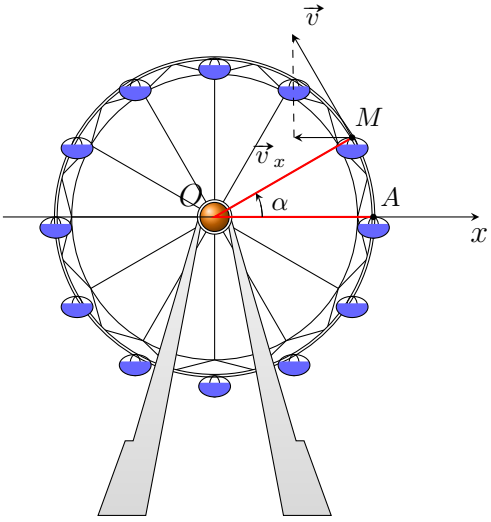
KQ: | | | | |



Câu 222.

Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (Ox, OM)$ theo hàm số $v_x = 0{,}3\sin\alpha$ (m/s). Tìm giá trị lớn nhất của v_x.

KQ: | | | | |



Câu 223. Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \le 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

KQ: | | | | |

Câu 224. Một dao động điều hoà có phương trình li độ dao động là $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, A là biên độ dao động và x là li độ dao động đều được tính bằng centimét. Khi đó, chu kì T của dao động là $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Xác định giá trị của li độc ủa x khi $t = \frac{T}{4}$, $A = 3$ cm, $\varphi = 0$.

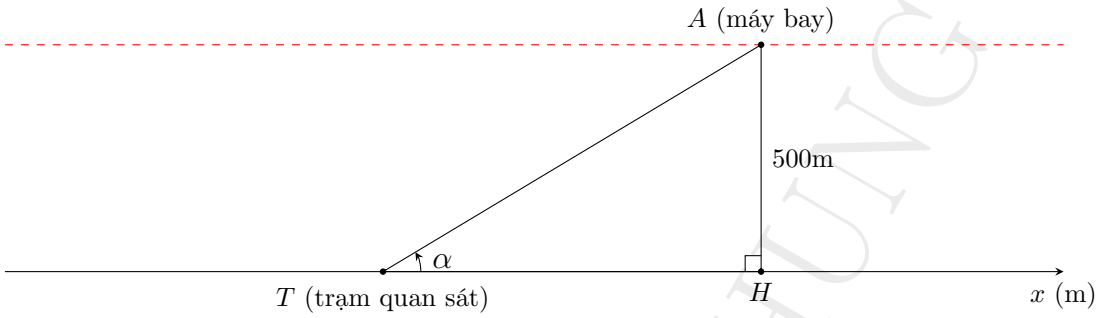
KQ: | | | | |

Câu 225. Guồng nước (hay còn gọi là cọn nước) không chỉ là công cụ phục vụ sản xuất nông nghiệp, mà đã trở thành hình ảnh quen thuộc của bản làng và là một nét văn hoá đặc trưng của đồng bào dân tộc miền núi phía Bắc. Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m. Khi guồng quay đều, khoảng cách h (m) từ một ống đựng nước gắn tại một điểm của

guồng đến mặt nước được tính theo công thức $h = |y|$, trong đó $y = 2{,}5\sin\left(2\pi x - \dfrac{\pi}{2}\right) + 2$, với x (phút) là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$). Hỏi có bao nhiêu giá trị của $x \in (0;4)$ để ống đựng nước cách mặt nước 2 m.

KQ: | | | | |

Câu 226. Trong hình vẽ bên dưới, một chiếc máy bay A bay ở độ cao 500 m theo một đường thẳng đi ngang qua phía trên trạm quan sát T ở mặt đất. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt đất là H, α là góc lượng giác (Tx, TA) $(0 < \alpha < \pi)$.



Tính khoảng cách HT khi $\alpha\dfrac{\pi}{3}$ (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 227. Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số $h(t) = 90\cos\left(\dfrac{\pi}{10}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây.

KQ: | | | | |

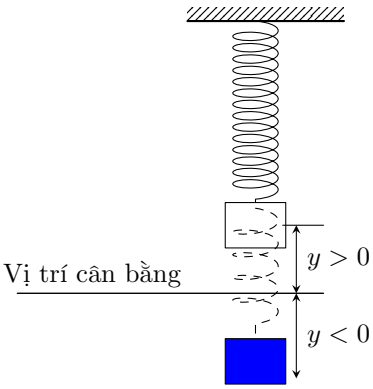
Câu 228. Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức $p(t) = 120 + 15\cos 150\pi t$ trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Biết huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương là a/b. Tính $a + b$.

KQ: | | | | |

Câu 229.

Một con lắc lò xo dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng theo phương trình $y = 25\sin 4\pi t$ ở đó y được tính bằng cen-ti-mét còn thời gian t được tính bằng giây. Tìm khoảng cách giữa điểm cao nhất và thấp nhất của con lắc.

KQ: | | | | |



Câu 230. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \leq t < 24)$ cho bởi công thức

$$h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12.$$

Giá trị lớn nhất của h bằng bao nhiêu?

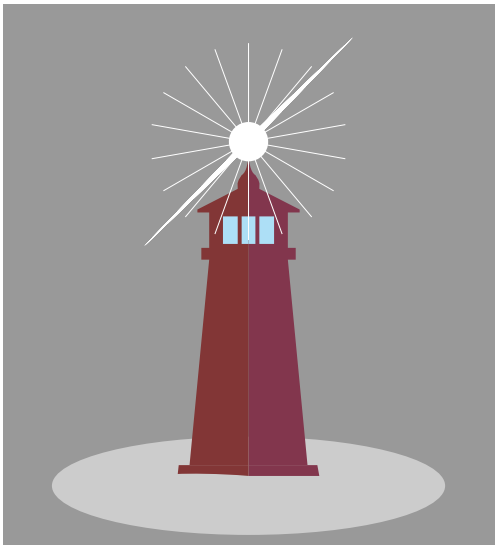
KQ: | | | | |

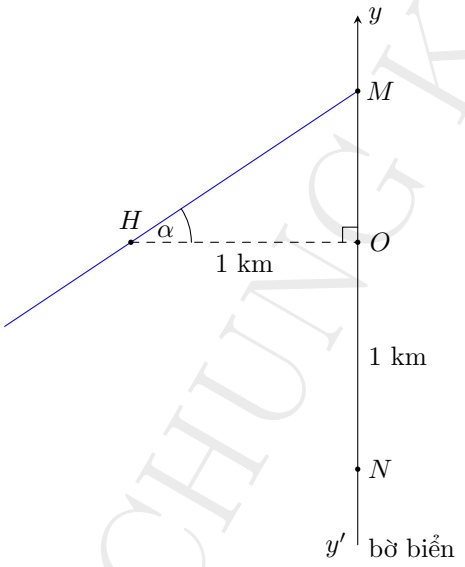
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 231. Trong hình dưới, ngọn đèn trên hải đăng H cách bờ biển yy' một khoảng $HO = 1$ km. Đèn xoay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ $\dfrac{\pi}{10}$ rad/s và chiếu hai luồng ánh sáng về hai phía đối diện nhau. Khi đèn xoay, điểm M mà luồng ánh sáng của hải đăng rọi vào bờ biển chuyển động dọc theo bờ.



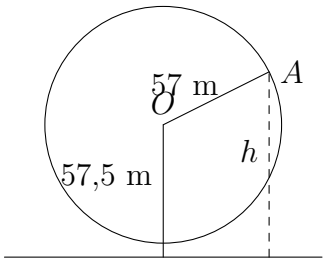


Ngôi nhà N nằm trên bờ biển với toạ độ $y_N = -1$ (km). Xác định thời điểm $t > 0$ nhỏ nhất mà đèn hải đăng chiếu vào ngôi nhà.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 232.

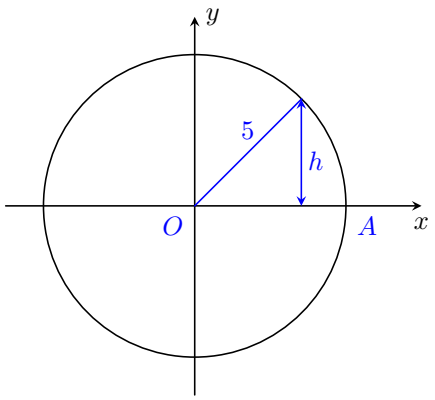
Một vòng quay trò chơi có bán kính 57 m, trục quay cách mặt đất 57,5 m, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách $h(m)$ từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức $h(t) = 57\sin\left(\dfrac{2\pi}{15}t - \dfrac{\pi}{2}\right) + 57{,}5$ với t là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút ($t \geq 0$)). Khi $t = 0$ (phút) thì khoảng cách từ ca bin đến mặt đất là bao nhiêu?



KQ: ☐☐☐☐

Câu 233.

Một chất điểm chuyển động theo chiều ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn bán kính 5 cm. Khoảng cách h cm từ chất điểm đến trục hoành được tính theo công thức $h = |y|$, trong đó $y = 5\sin\left(\dfrac{\pi}{5}t\right)$ với t là thời gian chuyển động của chất điểm tính bằng giây ($t \geq 0$) và chất điểm bắt đầu chuyển động từ vị trí A. Khi $t = \dfrac{5}{6}$ giây thì khoảng cách h bằng bao nhiêu?



KQ: ☐☐☐☐

Câu 234. Độ sâu h(m) của mực nước ở một cảng biển vào thời điểm t (giờ) sau khi thuỷ triều lên lần đầu tiên trong ngày được tính xấp xỉ bởi công thức $h(t) = 0,8 \cdot \cos 0,5t + 5$.

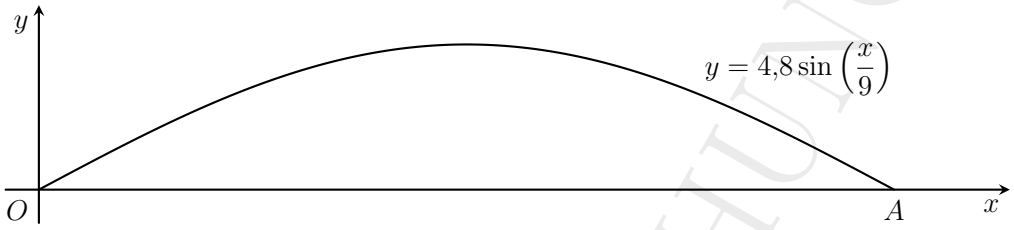
(Theo *https://noc.ac.uk/files/documents/ business/an-introduction-to-tidalmodelling.pdf*)

Một con tàu cần mực nước sâu tối thiểu 4,6 m để có thể di chuyển ra vào cảng an toàn. Hỏi có bao nhiêu thời điểm trong vòng 12 tiếng sau khi thuỷ triều lên lần đầu tiên trong ngày tàu có thể hạ thuỷ.

KQ: | | | | |

Câu 235. Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 9 - 2\cos\left[\frac{\pi}{118}(t-61)\right], t \in \mathbb{N}^*$. Vào ngày ab tháng c trong năm 2023 thì thành phố A có số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất. Tính $a+b+c$. KQ: | | | | |

Câu 236. Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8\sin\left(\frac{x}{9}\right)$ và được mô tả trong hệ trục toạ độ Oxy với đơn vị trên các trục là mét như hình vẽ. Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Tìm chiều rộng của con sông (*quy tròn kết quả đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |



Câu 237. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h(m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t(h) được cho bởi công thức

$$h = 3\sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12.$$

Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh là cao nhất? KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 1

§5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Phương trình tương đương

Định nghĩa 4 Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

2 Công thức nghiệm

- $\sin u = \sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u = v + k360^\circ \\ u = 180^\circ - v + k360^\circ. \end{array}\right.$
- $\cos u = \cos v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = -v + k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u = v + k360^\circ \\ u = -v + k360^\circ. \end{array}\right.$
- $\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi$ hoặc $\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k180^\circ$.
- $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi$ hoặc $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k180^\circ$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Phương trình $\sin x = m$

- $\sin u = \sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u = v + k360^\circ \\ u = 180^\circ - v + k360^\circ. \end{array}\right.$

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\sin x = \dfrac{1}{4}$;

c) $\sin(x - 60^\circ) = \dfrac{1}{2}$;

d) $\sin x = 1$;

e) $\text{in } 3x = -\dfrac{4}{3}$;

f) $\sin(2019x + 2020) = 2$;

g) $\sin 3x = \dfrac{1}{2}$;

h) $\sin\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

i) $2\sin(3x + 1) = 1$;

j) $\sin\left[\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)\right] = 0$;

k) $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$;

l) $\sin^2 3x = \dfrac{3}{4}$;

m) $\sin 2x - \cos x = 0$;

n) $\sin 3x + \sin x = 0$;

o) $\sin x + \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$.

Bài 2. Tìm nghiệm của phương trình $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ trên khoảng $(0; \pi)$.

Bài 3. Tìm nghiệm của phương trình $2\sin(x + 40^\circ) = \sqrt{3}$ trên khoảng $(-180^\circ; 180^\circ)$.

Bài 4. Tìm nghiệm của phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[2\pi; 4\pi]$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 2 Phương trình $\cos x = m$

$\cos u = \cos v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = -v + k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u = v + k360^\circ \\ u = -v + k360^\circ. \end{array}\right.$

Bài 5. Giải các phương trình sau

a) $\cos\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $\cos(x - 2) = \dfrac{2}{5}$.

c) $\cos(2x + 50^\circ) = \dfrac{1}{2}$.

d) $(1 + 2\cos x)(3 - \cos x) = 0$.

e) $\cos\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right) = 1$.

f) $2\cos x = -1$.

g) $2019 \cdot \cos(x + 30^\circ) = 2020$.

h) $\cos(3x + 10^\circ) = -1$.

i) $\sin 3x - \cos 2x = 0$.

j) $\cos(\cos(x + 2)) = 1$.

Bài 6. Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thỏa mãn $0 \le x \le 2\pi$?

DẠNG 3 Phương trình $\tan x = m$ và $\cot x = m$

$\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi$ hoặc $\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k180^\circ$.

$\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi$ hoặc $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k180^\circ$.

Bài 7. Giải các phương trình sau

a) $\tan 2x = \tan\dfrac{2\pi}{7}$.

b) $\tan\dfrac{x}{2} = \sqrt{3}$.

c) $\tan(3x - 30^\circ) = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

d) $\tan^2 x = 1$.

e) $\tan 2x = 0$.

f) $\cot\left(4x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$.

g) $\left(\cot\dfrac{x}{2} - 1\right)\left(\cot\dfrac{x}{2} + 1\right) = 0$.

h) $\tan(x - 30^\circ) \cdot \cos(2x - 150) = 0$.

i) $\left(3\tan x + \sqrt{3}\right)(2\sin x - 1) = 0$.

j) $\tan x \cdot \tan 2x = -1$.

k) $\tan 4x \cdot \cot 2x = 1$.

l) $\sin 2x \cdot \cot x = 0$.

m) $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + 2\tan\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 1$.

Bài 8. Giải phương trình $\tan\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

Bài 9. Giải phương trình $\tan(3x - 30^\circ) = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Bài 10. Giải phương trình $\tan\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) = 0$.

Bài 11. Giải phương trình $\tan\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) - \cot\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = 0$.

Bài 12. Giải phương trình $3 - \sqrt{3}\tan\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ với $\dfrac{-\pi}{4} < x < \dfrac{2\pi}{3}$.

Bài 13. Giải phương trình $\tan\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) + \tan\left(\dfrac{\pi}{6} + 2x\right) = 0$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 14. Giải phương trình $\left(\cot\frac{x}{3}-1\right)\left(\cot\frac{x}{2}+1\right)=0 \quad (1)$

Bài 15. Giải phương trình $\tan(x-30^\circ)\cos(2x-150^\circ)=0 \quad (1)$.

Bài 16. Giải phương trình $\left(3\tan x+\sqrt{3}\right)(2\sin x-1)=0 \quad (1)$.

Bài 17. Giải phương trình $\cos 2x\cot\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0 \quad (1)$.

Bài 18. Giải phương trình $\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\sin x}=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Bài 19. Giải phương trình $\dfrac{sin2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$.

Bài 20. Giải phương trình $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.

Bài 21. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan x=\tan\frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};2\pi\right)$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 22. Giải phương trình

a) $\sin x=-\frac{1}{2}$; b) $\cos x=-\frac{1}{6}$; c) $\sin 3x=\sin 2x$;

d) $\sin x=\cos 3x$; e) $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $\sin x=\frac{1}{3}$;

g) $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; h) $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; i) $\cos x=0{,}1$.

Bài 23. Giải phương trình $\sin 2x=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Bài 24. Giải phương trình $\sin 2x=\sin(60^\circ-3x)$.

Bài 25. Giải phương trình $\cos 3x=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$.

Bài 26. Giải phương trình $\cos 2x=\cos(45^\circ-x)$.

Bài 27.

a) Giải phương trình $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) Tìm góc lượng giác x sao cho $\sin x=\sin 55^\circ$.

Bài 28.

a) Giải phương trình $\cos x=-\frac{1}{2}$. b) Tìm góc lượng giác x sao cho $\cos x=\cos(-87^\circ)$.

Bài 29.

a) Giải phương trình $\tan x=1$. b) Tìm góc lượng giác x sao cho $\tan x=\tan 67^\circ$.

Bài 30.

a) Giải phương trình $\cot x=1$. b) Tìm góc lượng giác x sao cho $\cot x=\cot(-83^\circ)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 31. Giải các phương trình lượng giác sau

a) $\tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$; b) $\tan x = -1$; c) $\tan x = -\sqrt{3}$; d) $\tan x = 2$.

Bài 32. Giải các phương trình lượng giác sau

a) $\cot x = -\sqrt{3}$. b) $\cot x = 5$. c) $\cot 2x = -\sqrt{3}$.

Bài 33. Giải phương trình:

a) $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{1}{2}$; c) $\cos\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

d) $2\cos 3x + 5 = 3$; e) $3\tan x = -\sqrt{3}$; f) $\cot x - 3 = \sqrt{3}(1 - \cot x)$.

Bài 34. Giải phương trình:

a) $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin x$; b) $\sin 2x = \cos 3x$; c) $\cos^2 2x = \cos^2\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Bài 35. Sử dụng máy tính cầm tay, tìm số đo độ và radian của góc α, biết $\sin\alpha = 0,58$.

Bài 36. Sử dụng MTCT để giải mỗi phương trình sau với kết quả là radian (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

a) $\sin x = 0{,}6$; b) $\cos x = -\dfrac{1}{6}$; c) $\tan x = \sqrt{3}$.

Bài 37. Sử dụng MTCT để giải mỗi phương trình sau với kết quả là radian (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn):

a) $\sin x = 0{,}2$; b) $\cos x = -\dfrac{1}{5}$; c) $\tan x = \sqrt{2}$.

Bài 38. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; b) $2\cos x = -\sqrt{2}$; c) $\tan\left(\dfrac{x}{2} + 15°\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; d) $\cot(2x-1) = \cot\dfrac{\pi}{5}$.

Bài 39. Giải các phương trình

a) $\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) = 0$; b) $\cos\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$; c) $\cos\left(\dfrac{\pi}{5} - x\right) = -1$;

d) $\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$; e) $\sin\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$; f) $\sin\left(\dfrac{\pi}{6} + 2x\right) = -1$.

Bài 40. Giải các phương trình

a) $\sin 3x = \dfrac{1}{2}$; b) $\cos 2x = -\dfrac{1}{2}$; c) $\tan\dfrac{x}{3} = 2$; d) $\cot\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

Bài 41. Giải các phương trình

a) $\sin 4x = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$; b) $\cot(x + 30°) = \cot\dfrac{x}{2}$;

c) $\cos^2 x = \dfrac{\sqrt{3}+2}{4}$; d) $\sin 2x = \cos 3x$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 42. Giải các phương trình sau

a) $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $2\cos x = -\sqrt{2}$;

c) $\sqrt{3}\tan\left(\dfrac{x}{2} + 15^\circ\right) = 1$;

d) $\cot(2x-1) = \cot\dfrac{\pi}{5}$.

Bài 43. Giải các phương trình sau:

a) $\sin 2x + \cos 4x = 0$;

b) $\cos 3x = -\cos 7x$.

Bài 44. Tìm m để phương trình $\sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Bài 45. Giải các phương trình

a) $\cot 4x = \cot\dfrac{2\pi}{7}$;

b) $\cot 3x = -2$;

c) $\cot(2x - 10^\circ) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Bài 46. Giải các phương trình

a) $\sin 2x - \sin 2x\cos x = 0$;

b) $\sin x\cos 2x = \sin 2x\cos 3x$.

Bài 47. Giải các phương trình sau:

a) $\sin 2x + \cos 4x = 0$.

b) $\cos 3x = -\cos 7x$.

Bài 48. Giải các phương trình sau

a) $\sin 2x = \sin\dfrac{2\pi}{7}$.

b) $\sin 3x - \sin x = 0$.

c) $\sin 5x + \sin 2x = 0$.

d) $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

e) $\sin(x - 45^\circ) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

f) $2\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$.

g) $2\sin(2x + 60^\circ) - 1 = 0$.

h) $\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$.

i) $\sin\left(\dfrac{2x}{3} - 30^\circ\right) = 0$.

Bài 49. Giải các phương trình sau:

a) $\cos 3x = \cos\dfrac{5\pi}{8}$

b) $\cos 3x - \cos x = 0$

c) $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos(x + 30^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

e) $2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$

f) $2\cos(2x - 60^\circ) + 1 = 0$

g) $\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$

h) $\cos\left(\dfrac{x}{3} - 30^\circ\right) - 1 = 0$

i) $\cos^2 2x = \dfrac{1}{4}$

Bài 50. Giải phương trình $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.

Bài 51. Giải phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$.

Bài 52. Giải các phương trình sau:

a) $\cos 3x = \sin 2x$ b) $\cos 3x - 2\cos\dfrac{\pi}{4} = 0$ c) $\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$

d) $\cos(2x + 30°) = \dfrac{1}{2}$ e) $2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ f) $2\cos(2x - 60°) - 1 = 0$

g) $\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 2 = 0$ h) $\cos\left(\dfrac{x}{3} - 30°\right) = 1$ i) $\sin^2 2x = \dfrac{1}{4}$

Bài 53. Giải phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$.

Bài 54. Tìm tất cả các nghiệm thuộc nửa khoảng $\left(-\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin\dfrac{2x}{3} - \cos x = 0$.

Bài 55. Giải các phương trình sau

a) $\cos\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right) + 2\sin^2 x = 1$; b) $\dfrac{\sin 2x(\sqrt{2}\cos x + 1)}{\tan x + 1} = 0$.

Bài 56. Tìm nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$ của phương trình $\tan\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right) = \tan\dfrac{\pi}{8}$.

Bài 57. Giải phương trình $\sin x + \sin^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1}{2}$.

Bài 58. Dùng đồ thị hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ để xác định số nghiệm của phương trình

a) $3\sin x + 2 = 0$ trên khoảng $\left(-\dfrac{5\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right)$; b) $\cos x = 0$ trên đoạn $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Bài 59. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500$ m/s hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó $g = 9{,}8$ m/s^2 là gia tốc trọng trường.

a) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất).

b) Tìm góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m.

c) Tìm góc bắn α để quả đạn bay xa nhất.

Bài 60. Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Bài 61. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\dfrac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$.

(Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020

a) Thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?

b) Vào ngày nào trong năm thành phố A có đúng 9 giờ có ánh sáng mặt trời?

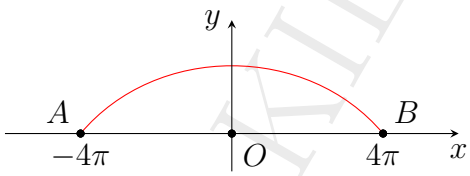
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

c) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời?

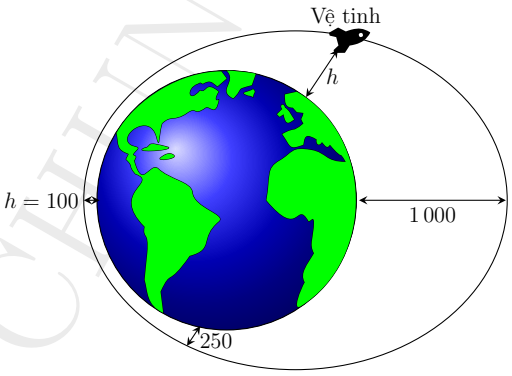
Bài 62.

Một cây cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số $y = 4{,}2 \cdot \cos\dfrac{x}{8}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình bên. Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chự nhật với độ cao 3 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 12,5m.



Bài 63.

Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là đường elip (*Hình bên*). Độ cao h (km) của vệ tinh so với Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450\cos\dfrac{\pi}{50}t$ (*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021*), trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Tại thời điểm t bằng bao nhiêu thì vệ tinh cách mặt đất 1 000 km; 250 km; 100 km? Giải phương trình được nêu ở trên.



Bài 64. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu có độ lớn v_0 không đổi. Tìm góc bắn α để quả đạn pháo bay xa nhất, bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \dfrac{3\pi}{2} + k\pi$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

A. $x = k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là

A. $x = \pi + k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = \pi + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{3\pi}{2} + k\pi$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = \dfrac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\dfrac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

A. $S = \left\{k2\pi; \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{k2\pi; \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k2\pi; -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \{k2\pi; \pi + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}; x = \dfrac{7\pi}{24} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{8} + k2\pi; x = \dfrac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi; x = \dfrac{7\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14. Giải phương trình $\sqrt{3}\tan 2x - 3 = 0$.

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}\,(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}\,(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15. Phương trình $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6} + k\pi; -\dfrac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi; -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + k\pi; -\dfrac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 16. Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x = \dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x = \dfrac{5\pi}{6}$.

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 17. Biểu diễn họ nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ trên đường tròn đơn vị ta được bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 18. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A. $x = \alpha + k\pi,\ x = \pi - \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \alpha + k2\pi,\ x = -\alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \alpha + k2\pi,\ x = \pi - \alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \alpha + k\pi,\ x = -\alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 19. Phương trình $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\dfrac{\pi}{4} + k\pi; \dfrac{\pi}{4} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{-\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi; \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + k\pi; \dfrac{\pi}{3} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $2\sin 2x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{-\dfrac{\pi}{12} + k\pi; \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{-\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; \dfrac{7\pi}{12} + k2\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $S = \left\{-\dfrac{\pi}{12} + k2\pi; \dfrac{7\pi}{12} + k2\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{-\dfrac{\pi}{6} + k\pi; \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 22. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?

A. $0 \leqslant m \leqslant 1$. **B.** $m \leqslant 0$. **C.** $m \geqslant 1$. **D.** $-2 \leqslant m \leqslant 0$.

Câu 23. Phương trình $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 24. Phương trình $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{5\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 25. Phương trình $\sqrt{3}\tan x - 3 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 26. Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \leqslant m \leqslant 1$. **D.** $m < -1$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = k\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 28. Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng?

A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.
C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **D.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 29. Phương trình $\cos 3x = \cos 12^\circ$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{15}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{15}+k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{45}+k\dfrac{2\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{45}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{45}+k\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{45}+k\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 30. Phương trình $2\cos\dfrac{x}{2}+\sqrt{3}=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{6}+k4\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k4\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \end{array}\right.$.

Câu 31. Nghiệm đặc biệt nào sau đây là **sai**?

A. $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$.
C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi$. **D.** $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 32. Phương trình $\sqrt{3}\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 33. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x=2018$. **B.** $\sin x=\pi$. **C.** $\cos x=\dfrac{2017}{2018}$. **D.** $\cot x=\sqrt{2}$.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\sin x=\sin 30^\circ$ là

A. $\{30^\circ+k2\pi|\,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{150^\circ+k2\pi|\,k\in\mathbb{Z}\}$.
B. $\{30^\circ+k2\pi|\,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{-30^\circ+k2\pi|\,k\in\mathbb{Z}\}$.
C. $\{30^\circ+k360^\circ|\,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{-30^\circ+k360^\circ|\,k\in\mathbb{Z}\}$.
D. $\{30^\circ+k360^\circ|\,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{150^\circ+k360^\circ|\,k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 35. Phương trình $\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x=m$ có nghiệm.

A. $m\leqslant 1$. **B.** $m\geqslant -1$. **C.** $-1\leqslant m\leqslant 1$. **D.** $m\leqslant -1$.

Câu 37. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x-m=0$ vô nghiệm là

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$.
C. $[-1;1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 38. Nghiệm của phương trình $\sin x=1$ là

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 39. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x)=1$ trên $[0;2\pi]$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

Câu 40. Nghiệm của phương trình $3\tan x-\sqrt{3}=0$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 41. Giải phương trình $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{3}+k2\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{3}+k2\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 42. Phương trình $\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{cases} (k\in\mathbb{Z}).$ **D.** $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 43. Tìm công thức nghiệm của phương trình $\sin x=\sin\beta^\circ$ trong các công thức nghiệm sau đây.

A. $\begin{cases} x=\beta^\circ+k180^\circ \\ x=180^\circ-\beta^\circ+k180^\circ \end{cases} (k\in\mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x=\beta^\circ+k360^\circ \\ x=-\beta^\circ+k360^\circ \end{cases} (k\in\mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x=\beta^\circ+k180^\circ \\ x=-\beta^\circ+k180^\circ \end{cases} (k\in\mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x=\beta^\circ+k360^\circ \\ x=180^\circ-\beta^\circ+k360^\circ \end{cases} (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 44. Phương trình $\cos x-m=0$ **vô nghiệm** khi

A. $\begin{cases} m<-1 \\ m>1 \end{cases}.$ **B.** $m>1.$ **C.** $-1\le m\le 1.$ **D.** $m<-1.$

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x=\sin x$ là

A. $S=\left\{k2\pi;\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,|k\in\mathbb{Z}\right\}.$ **B.** $S=\left\{k2\pi;\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\,|k\in\mathbb{Z}\right\}.$

C. $S=\left\{k2\pi;-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,|k\in\mathbb{Z}\right\}.$ **D.** $S=\{k2\pi;\pi+k2\pi\,|k\in\mathbb{Z}\}.$

Câu 46. Phương trình $\tan x=\tan\varphi$ (hằng số $\varphi\in\mathbb{R}$) có nghiệm là

A. $x=\varphi+k2\pi, (k\in\mathbb{Z}).$ **B.** $x=\varphi+k2\pi;\ x=\pi-\varphi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$

C. $x=\varphi+k\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$ **D.** $x=\varphi+k2\pi;\ x=-\varphi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x=m$ có nghiệm?

A. $m\le 1.$ **B.** $m\ge 1.$ **C.** $m\le -1.$ **D.** $-1\le m\le 1.$

Câu 48. Phương trình $\sin x=m$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} m<-1 \\ m>1. \end{cases}$ **B.** $-1\le m\le 1.$ **C.** $m<-1.$ **D.** $m>1.$

Câu 49. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi; k\in\mathbb{Z}.$

C. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi; k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\tan x=0\Leftrightarrow x=k2\pi; k\in\mathbb{Z}.$

Câu 50. Tìm nghiệm của phương trình $\sin x\cos x\cos 2x=0.$

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **C.** $x=\dfrac{k\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{k\pi}{8}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 51. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$

C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\tan x=0\Leftrightarrow x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 52. Phương trình $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\left\{x = \pm\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $\left\{x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 53. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.
B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.
C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.
D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 54. Phương trình $\sin x = \sin 15^\circ$ có các nghiệm là

A. $x = \pm 15^\circ + k360^\circ; k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = 15^\circ + k180^\circ; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 15^\circ + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l} x = 15^\circ + k360^\circ \\ x = 165^\circ + k360^\circ \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 55. Phương trình $\sin x = \cos x$ chỉ có các nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 56. Xác định nghiệm của phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 57. Cho phương trình $\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

A. $-3 \le m \le -1$.
B. $-1 \le m \le 3$.
C. Không tồn tại m.
D. Mọi giá trị thực của m.

Câu 58. Phương trình $\sin^2 x + \cos 2x = -\cos^2 x$ có nghiệm là

A. $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 59. Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6.
B. 1.
C. 4.
D. 2.

Câu 60. Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0{,}5$ trên khoảng $(0; 4\pi)$ là

A. 4.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

Câu 61. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 62. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $x=\pi$. **B.** $x=\dfrac{11\pi}{12}$. **C.** $x=\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 63. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $\tan 3x=\sqrt{3}$ trong nửa khoảng $[0;2\pi)$. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai nghiệm bất kì trong S?

A. C_6^2. **B.** C_3^2. **C.** C_4^2. **D.** C_5^2.

Câu 64. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 65. Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi;\ x=\dfrac{7\pi}{24}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi;\ x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2};\ x=\dfrac{7\pi}{24}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k2\pi;\ x=\dfrac{7\pi}{24}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 66. Giải phương trình $\cos 2x=-\dfrac{1}{2}$.

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 67. Phương trình $2\cos x+\sqrt{2}=0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{7\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\dfrac{7\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 68. Phương trình $\left(\sqrt{3}\tan x+1\right)\left(\sin^2 x+1\right)=0$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 69. Số nghiệm của phương trình $\cos x+1=0$ thuộc khoảng $(0;\pi)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 70. Giải phương trình $2\cos\dfrac{x}{2}=\sqrt{3}$.

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k4\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k4\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 71. Tìm số đo góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x=-\dfrac{1}{2}$.

A. $\left\{\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right\},\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right\},\left\{\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right\}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 72. Phương trình $3\cot(x+45^\circ)=\sqrt{3}$ có các nghiệm là

A. $x=15^\circ+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-15^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=15^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=15^\circ+k360^\circ, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 73. Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ thuộc khoảng $(\pi;8\pi)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)=(m+2)x+1$. Hãy chọn mệnh đề **đúng**.

A. Với $m\neq -2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, $m<-2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Với $m<-2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, $m=-2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Với $m\neq -2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, $m>-2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Với $m>-2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, $m<-2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 75. Số nghiệm của phương trình $\tan\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$ thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 76. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $(\sin x-1)(2\cos^2 x-(2m+1)\cos x+m)=0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0;2\pi]$.

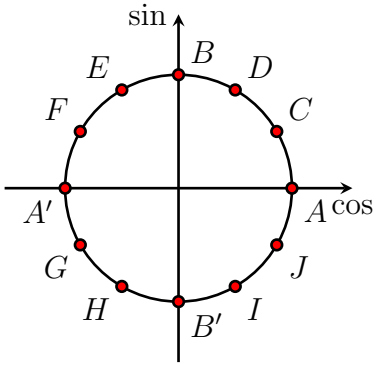
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 77. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình $\cos x+\sin 2x=0$

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 78. Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào dưới đây?

A. Điểm C, điểm F.
B. Điểm C, điểm J.
C. Điểm D, điểm I.
D. Điểm C, điểm G.



Câu 79. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x)=0$ trên đoạn $x\in[0;2\pi]$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 80. Phương trình $(2\sin x-1)(\sin x+1)=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0;2018\pi]$?

A. 3029. **B.** 3028. **C.** 3026. **D.** 3027.

Câu 81. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2 x-\sin 2x+\cos^2 x=0$ trên đoạn $[0;2018\pi]$ là

A. $\frac{4071315\pi}{2}$. **B.** $\frac{4067281\pi}{2}$. **C.** $\frac{4075351\pi}{2}$. **D.** $\frac{8142627\pi}{2}$.

Câu 82. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sin x-1=0$.

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 83. Phương trình $\sin x=\cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 84. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x+\sin 2x=\cos x+2\cos^2 x$ là

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $2\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 85. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin\left(3x-\dfrac{5\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $-\dfrac{11\pi}{36}$. **C.** $-\dfrac{7\pi}{36}$. **D.** $-\dfrac{5\pi}{12}$.

Câu 86. Phương trình $\sin 5x-\sin x=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi;2018\pi]$?

A. 16145. **B.** 20181. **C.** 16144. **D.** 20179.

Câu 87. Tổng các nghiệm của phương trình $2\sin(x+40^\circ)=\sqrt{3}$ trên khoảng $(-180^\circ;180^\circ)$ là

A. 20°. **B.** 100°. **C.** 80°. **D.** 120°.

Câu 88. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(5x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ trên $[0;\pi]$.

A. $\dfrac{47\pi}{18}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{18}$. **C.** $\dfrac{45\pi}{18}$. **D.** $\dfrac{7\pi}{18}$.

Câu 89. Số nghiệm phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos x+1}=0$ thuộc đoạn $[2\pi;4\pi]$ là

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 90. Phương trình $2\sin x+\sqrt{3}=0$ có tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất bằng

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 91. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 92. Phương trình $\sin 2x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha+k\pi$, $\beta+k\pi$ với $(k\in\mathbb{Z})$ với α, β thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha+\beta$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $-\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 93. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x=99$. **B.** $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\cot 2\,018x=2\,017$. **D.** $\sin 2x=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 94. Phương trình $\sin x=\cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 95. Giải phương trình $\left(2\cos\dfrac{x}{2}-1\right)\left(\sin\dfrac{x}{2}+2\right)=0$

A. $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k4\pi,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k4\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 96. Phương trình $8\cdot\cos 2x\cdot\sin 2x\cdot\cos 4x=-\sqrt{2}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-\pi}{32}+k\dfrac{\pi}{4}\\ x=\dfrac{5\pi}{32}+k\dfrac{\pi}{4}\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{8}\\ x=\dfrac{3\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{8}\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{8} \\ x = \dfrac{3\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{8} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{32} + k\dfrac{\pi}{4} \\ x = \dfrac{3\pi}{32} + k\dfrac{\pi}{4} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 97. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 98. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S. Hãy xác định S.

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{2\pi}{3}; \dfrac{3\pi}{10}; \dfrac{7\pi}{10}\right\}$. **B.** $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{3\pi}{10}\right\}$.

C. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{\pi}{10}; \dfrac{7\pi}{10}\right\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{5\pi}{6}; \dfrac{3\pi}{10}; \dfrac{7\pi}{10}\right\}$.

Câu 99. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 100. Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 5\pi)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 101. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = k\pi;\ x = k\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2};\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = k2\pi;\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = k\pi;\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 102. Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

A. 2π. **B.** 3π. **C.** 5π. **D.** 6π.

Câu 103. Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 104. Giải phương trình $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \dfrac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 105. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos 2x$ thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

A. 20. **B.** 40. **C.** 30. **D.** 60.

Câu 106. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan 3x + \cot\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 107. Phương trình $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 108. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x \cdot \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi; \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \{k180°; 75° + k90°, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \left\{k\pi; \dfrac{5\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \{100° + k180°; 30° + k90°, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 109. Giải phương trình $5\sin x - \sin 2x = 0$.

A. $x = k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 110. Giải phương trình $\sin(\pi - x) - \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$.

A. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \left\{k2\pi, \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k\pi, \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 111. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(4x - \dfrac{\pi}{6}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x$ là

A. $-\dfrac{35}{36}\pi$.

B. $-\dfrac{11}{36}\pi$.

C. $-\dfrac{11\pi}{12}$.

D. $-\dfrac{\pi}{12}$.

Câu 112. Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \sqrt{3}\sin x = 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi. \end{array}\right.$

B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi. \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi. \end{array}\right.$

Câu 113. Số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm phương trình $\sin 2x - \sin x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 114. Số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm phương trình $\sin 2x - \sin x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 115. Số nghiệm phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Câu 116. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m + 1$ có nghiệm?

A. $1 \le m$.

B. $0 \le m \le 1$.

C. $m \le 0$.

D. $-2 \le m \le 0$.

Câu 117. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \ge 0$.

B. $m < 0$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $-1 \le m \le 1$.

Câu 118. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Câu 119. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $3\sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Câu 120. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;-1] \cup [1;+\infty)$.
C. $m \in (1;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;-1)$.

Câu 121. Cho phương trình $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-m=2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

A. Không tồn tại m. **B.** $m \in [-1;3]$. **C.** $m \in [-3;-1]$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Câu 122. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m+1$ có nghiệm?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 123. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình $m\cos x+1=0$ có nghiệm?

A. 4036. **B.** 4037. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 124. Tìm m để phương trình $\sin 3x-6-5m=0$ có nghiệm.

A. $-\dfrac{7}{5} \le m \le -1$. **B.** $-\dfrac{7}{5} < m < -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \ge -1 \\ m \le -\dfrac{7}{5}. \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m > -1 \\ m < -\dfrac{7}{5}. \end{array}\right.$

Câu 125. Cho phương trình $\cos 5x = 3m-5$. Gọi đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Tính $3a+b$.

A. 5. **B.** -2. **C.** $\dfrac{19}{3}$. **D.** 6.

Câu 126. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-m=2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=6$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=-6$.

Câu 127. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\cos x+m-1=0$ có nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 128. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x=\dfrac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

A. $m \ne 2$. **B.** $m=\dfrac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}-2}$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-1$.

Câu 129. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x+2-m=0$ có nghiệm.

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge \dfrac{1}{2}$. **C.** $-1 < m \le \dfrac{1}{2}$. **D.** $m > -1$.

Câu 130. Phương trình $\sin 5x = m$ có nghiệm khi

A. $|m| \le 5$. **B.** $m \le 5$. **C.** $|m| \le 1$. **D.** $m \le 1$.

Câu 131. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm.

A. $m \le 2$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $1 \le m \le 2$.

Câu 132. Tìm m để phương trình $\cos x-2m+1=0$ có nghiệm.

A. $m > -\dfrac{1}{2}$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $0 \le m \le 1$. **D.** $m \ge -\dfrac{1}{2}$.

Câu 133. Phương trình $m\cos x-1=0$ có nghiệm khi m thỏa mãn điều kiện

A. $\left\{\begin{array}{l} m \ge -1 \\ m \le 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $m \ge -1$. **D.** $m \ge 1$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 134. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2\sin 2x+7-m=0$ có nghiệm?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** Vô số.

Câu 135. Tìm m để phương trình $\cos 2x = m-1$ có nghiệm.

A. $0 \le m \le 2$. **B.** $-1 \le m \le 1$. **C.** $-2 \le m \le 2$. **D.** $0 \le m \le 1$.

Câu 136. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos^2(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{2}) = m$ có nghiệm.

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $m \le 1$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $0 \le m \le 1$.

Câu 137. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $3\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-m+5=0$ có nghiệm?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 138. Tìm m để phương trình $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=m$ có nghiệm $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m \le \sqrt{2} \end{array}\right.$. **B.** $1 \le m \le \sqrt{2}$. **C.** $1 \le m < \sqrt{2}$. **D.** $1 < m \le \sqrt{2}$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 139. Cho phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.		
b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$.		
c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0;\pi)$ bằng 0.		
d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$.		

Câu 140. Cho phương trình $\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình bằng $-\frac{\pi}{6}$.		
b) Nghiệm âm lớn nhất là $x=-\frac{13\pi}{36}$.		
c) Số nghiệm nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là 3.		
d) Nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\frac{7\pi}{36}$.		

Câu 141. Cho phương trình $\sin x = m$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm là $-1 \le m \le 1$.		
b) Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là 2.		
c) Tổng các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 0.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Số giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có nghiệm là 1.		

Câu 142. Cho phương trình $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-m=2$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm là $-3 \le m \le -1$.		
b) Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là 4.		
c) Tổng các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 6.		
d) Số giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có nghiệm là 1.		

Câu 143. Cho phương trình $\cos x+\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.		
b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$.		
c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0;\pi)$ bằng 0.		
d) Nghiệm dương nhỏ nhất lớn hơn 1.		

Câu 144. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x=-\dfrac{1}{2}$. (*)

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x=\sin\dfrac{\pi}{6}$.		
b) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 3 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\dfrac{3\pi}{2}$.		
d) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\dfrac{11\pi}{12}$.		

Câu 145. Cho phương trình lượng giác $\tan\left(2x-15^\circ\right)=1$. (*)

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình (*) có nghiệm $\tan(2x-15^\circ)=1 \Leftrightarrow x=30^\circ+k90^\circ (k\in\mathbb{Z})$.		
b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ;90^\circ)$ bằng 180°.		
d) Trong khoảng $(-180^\circ;90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°.		

Câu 146. Cho phương trình lượng giác $\cot 3x=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (*)

Phát biểu	Đ	S

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$.		
b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$.		
d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$.		

Câu 147. Cho phương trình lượng giác $2\cos x = \sqrt{3}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình có nghiệm $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.		
b) Trong đoạn $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$.		
d) Trong đoạn $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$.		

Câu 148. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. (*)

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.		
b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$.		
d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $x = \frac{\pi}{6}$; $x = \frac{5\pi}{6}$.		

Câu 149. Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.		
b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$.		
c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$.		

Câu 150. Cho phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $x = \frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Phương trình có ba nghiệm trong đoạn $[0;\pi]$.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{3\pi}{2}$.		

Câu 151. Cho phương trình $\sin x=m$.

Phát biểu	Đ	S
a) Với $m=2024$ thì phương trình vô nghiệm.		
b) Với $-1\le m\le 1$ thì phương trình có nghiệm.		
c) Với $m=0$ thì phương trình có họ nghiệm là $x=k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.		
d) Với $m=1$ thì phương trình có họ nghiệm là $x=\frac{\pi}{2}+k360^o\,(k\in\mathbb{Z})$.		

Câu 152. Cho phương trình $\sin 2x=m$.

Phát biểu	Đ	S
a) Với $m=0$, phương trình có nghiệm là $x=\frac{k\pi}{2}$.		
b) Phương trình có nghiệm là $x=\frac{\pi}{3}$ khi $m=\frac{-1}{2}$.		
c) Phương trình có nghiệm khi $m\in(-1;1)$.		
d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi $m\in(0;1)$.		

Câu 153. Cho phương trình lượng giác $2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-m+1=0$, trong đó $m\in\mathbb{R}$ là tham số.

Phát biểu	Đ	S
a) $\frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình khi và chỉ khi $m=1$.		
b) Khi $m=0$ phương trình có tập nghiệm là $\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi;-\pi+k2\pi\middle\vert k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm là $[-1;1]$.		
d) Khi $m=1$ phương trình có 6 nghiệm trong đoạn $[0;6\pi]$.		

Câu 154. Cho phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.		
b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$.		
c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0;\pi)$ bằng 0.		
d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng $(0;2\pi)$.		

Câu 155. Cho phương trình $\sin 3x=\sin x$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{4}$.		
d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\dfrac{29\pi}{4}$.		

Câu 156. Cho phương trình $(2\sin x-1)(\cos x+1)=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) $x=\dfrac{\pi}{6}$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Phương trình có nghiệm $\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\pi+k2\pi\end{cases}$.		
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x=-\pi$.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc nửa khoảng $[-2\pi;3\pi)$ bằng 3π.		

Câu 157. Phương trình $\sqrt{3}\sin x+\cos x=\dfrac{1}{\cos x}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $x=\pi$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x=\dfrac{-2\pi}{3}$.		
d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\dfrac{34\pi}{3}$.		

Câu 158. Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x=3\cos\left(2t-\dfrac{\pi}{3}\right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tại thời điểm $t=0$ là vật có li độ $x=\dfrac{3}{2}$.		
b) Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm $t=\dfrac{\pi}{2}$.		
c) Vật bắt đầu chuyển động đến khi đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên trong khoảng thời gian là $\dfrac{5\pi}{12}$ giây.		
d) Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 18 lần.		

Câu 159. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t)=3\sin\left[\dfrac{\pi}{182}(t-80)\right]+12$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\leq 365$.

Phát biểu	Đ	S

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Vào ngày thứ 80, thành phố có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời.		
b) Trong một năm, thành phố có 2 ngày có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời.		
c) Số giờ ánh sáng không bao giờ ít hơn 9 trong suốt một năm.		
d) Vào ngày thứ 172 thành phố có số giờ ánh sáng nhiều nhất trong năm.		

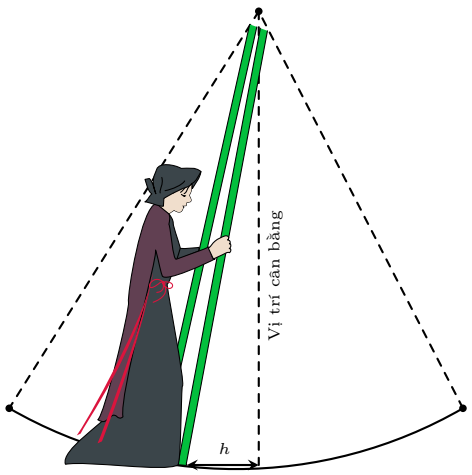
Câu 160. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 115 + 20\sin(180\pi t)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị *mmHg* (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo phút.

Phát biểu	Đ	S
a) Chỉ số huyết áp là 135/95.		
b) Số lần huyết áp tâm thu xảy ra trong khoảng thời gian một giờ đồng hồ là 5000.		
c) Số lần huyết áp tâm trương xảy ra trong khoảng thời gian một giờ đồng hồ là 5400.		
d) Trong khoảng thời giây 1 phút, số lần huyết áp 105 mmg là 90.		

Câu 161.

Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 39). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian t (s) (với $t \geq 0$) bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại.

(*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao*)



Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách h đạt giá trị lớn nhất là 3 m.		
b) Tại thời điểm $t = \frac{3}{2}$ giây, vị trí cân bằng ở phía trước người chơi đu.		
c) Thời điểm đầu tiên $d = 3$ m xảy ra tại $t = \frac{1}{2}$ giây.		
d) Số lần $h = 3$ m xảy ra trong 10 giây đầu tiên là 4 lần.		

Câu 162. Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình: $x = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và x tính bằng centimet.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Vật qua vị trí cân bằng khi $\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)=0$.		
b) Tại thời điểm $t=\frac{\pi}{30}$ thì $x=-2$ cm.		
c) Tại thời điểm $t=\frac{\pi}{15}$ thì $x=\sqrt{3}$ cm.		
d) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây vật qua vị trí cân bằng 8 lần.		

Câu 163. Một quả bóng được ném xiên một góc $\alpha\,(0°\le\alpha\le 90°)$ từ mặt đất với tốc độ $v_0\,(\text{m/s})$. Khoảng cách theo phương ngang từ vị trí ban đầu của quả bóng đến vị trí bóng chạm đất được tính bởi công thức $d=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{10}$.

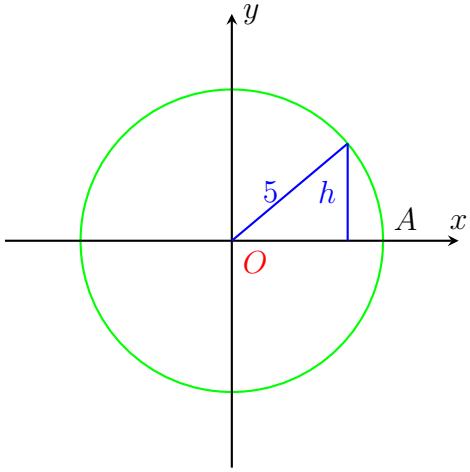
Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách d là lớn nhất khi $\alpha=45°$.		
b) Nếu tốc độ ban đầu là 10 m/s và góc ném bóng là $45°$ thì $d=5$ (m).		
c) Khi $\alpha=45°$ thì $d=\dfrac{v_0^2}{10}$.		
d) Nếu $v_0=10$ m/s thì chỉ có một góc α để cho giá trị khoảng cách d bằng 5 (m).		

Câu 164. Chiều cao h (m) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t)=30+20\sin\left(\dfrac{\pi}{25}t+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Cabin đạt độ cao tối đa là 50 m.		
b) Cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên sau 12,5 giây.		
c) Tại thời điểm $t=25$, cabin đạt độ cao lớn nhất.		
d) Cabin đạt độ cao là 10 m tại thời điểm $t=10$ giây.		

Câu 165.

Một chất điểm chuyển động đều theo chiều ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn bán kính 5 cm. Khoảng cách h (cm) từ chất điểm đến trục hoành được tính theo công thức $h=|y|$, trong đó $y=a\sin\left(\dfrac{\pi}{5}t\right)$ với t là thời gian chuyển động của chất điểm tính bằng giây $(t\ge 0)$ và chất điểm bắt đầu chuyển động từ vị trí A.



Phát biểu	Đ	S
a) Chất điểm chuyển động một vòng hết 10 giây.		
b) $a=5$.		
c) Thời điểm chất điểm ở vị trí có $h=2{,}5$ cm và nằm phía dưới trục hoành trong một vòng quay đầu tiên là 10 giây.		
d) Chất điểm nằm trên trục tung tại thời điểm $t=15$ giây.		

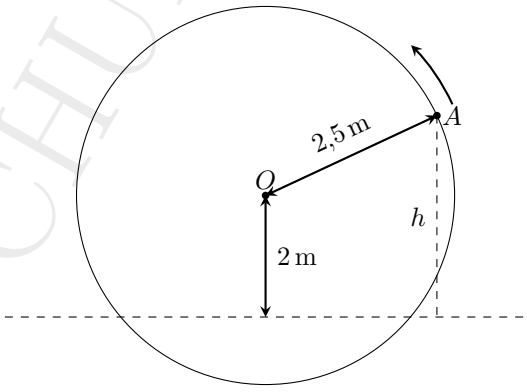
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 166. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \le t \le 24)$ cho bởi công thức $h = 2\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 3$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mực nước của con kênh cao nhất lúc 12 giờ.		
b) Mực nước của con kênh trong một ngày không bao giờ cao hơn 5 m.		
c) Vào thời điểm 16 giờ mực nước của con kênh là 3 m.		
d) Chỉ có duy nhất thời điểm 6 giờ là mực nước của con kênh thấp nhất.		

Câu 167.

Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên dưới). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (mét) tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó $y = 2 + 2{,}5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)$ với x là thời gian quay của guồng $(x \ge 0)$, x tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước.

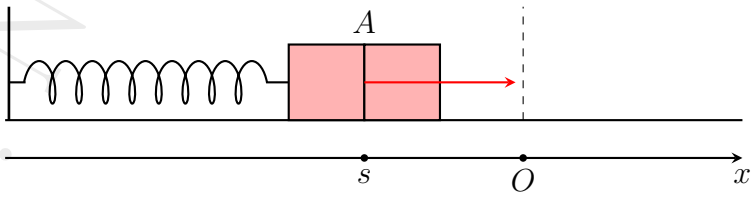


Mô phỏng guồng nước

Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách lớn nhất của chiếc gàu so với mặt nước là 4,5 m.		
b) Tại thời điểm $x = \frac{3}{4}$ phút, khoảng cách từ chiếc gầu đến mặt nước là nhỏ nhất.		
c) Trong 1 phút đầu tiên, có 2 lần chiếc gầu nằm dưới mặt nước và cách mặt nước 0,5 m.		
d) Trong 5 phút đầu tiên, có 8 lần chiếc gầu nằm trên mặt nước và cách mặt nước 0,75 m.		

Câu 168. Trong hình dưới, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$.

(Theo *https://www.britannica.com*)



Phát biểu	Đ	S
a) Khi $t = \frac{\pi}{10}$ vật A có tọa độ $s = -10$ cm.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
b) Khi $t=\dfrac{\pi}{15}$ vật A có tọa độ $s=5\sqrt{3}$ cm.		
c) Vào các thời điểm $t=\dfrac{k\pi}{5}$, $(k\in\mathbb{N}^*)$, vật A có tọa độ $s=-5$ cm.		
d) Vào các thời điểm $t=-\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k2\pi}{5}$, $(k\in\mathbb{N}^*)$ thì $s=-5\sqrt{3}$ cm.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 169. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(x+30^\circ)+1=0$ trên $[-360^\circ;360^\circ]$.

KQ: | | | | |

Câu 170. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(75^\circ-x)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ trên $[0^\circ;720^\circ]$. KQ: | | | | |

Câu 171. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ trên $[-2\pi;4\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 172. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan(3x-30^\circ)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ trên $[0^\circ;720^\circ]$.

KQ: | | | | |

Câu 173. Tìm số nghiệm của phương trình $\cot\left(x-\dfrac{\pi}{5}\right)=-\sqrt{3}$ trên $[-2\pi;5\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 174. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan\dfrac{\pi x}{2}=3$ trên $[-2\pi;4\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 175. Tìm số nghiệm của phương trình $\cot 3x=\cot(\pi-x)$ trên $[-2\pi;4\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 176. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{1}{3}\right)+\sin x=0$ trên $[-2\pi;5\pi]$.

KQ: | | | | |

Câu 177. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\pi-x)-\cos x=0$ trên $[-\pi;10\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 178. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan 3x=\cot x$ trên $[-\pi;10\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 179. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x\cdot\sin\left(x-\dfrac{\pi}{18}\right)=0$ trên $[-\pi;10\pi]$.

KQ: | | | | |

Câu 180. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 3x-\cos 3x=2$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};10\pi\right]$.

KQ: | | | | |

Câu 181. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan x+2\cot x=3$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};10\pi\right]$. KQ: | | | | |

Câu 182. Tìm số nghiệm của phương trình $2\sin^2 x-3\sin x+1=0$ trên $\left[-\dfrac{3\pi}{2};10\pi\right]$.

KQ: | | | | |

Câu 183. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 2x-\cos x-2\sin x+1=0$ trên $\left[-\dfrac{3\pi}{2};10\pi\right]$.

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 184. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$ trên $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 185. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$ trên $[-6\pi; 12\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 186. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 7x \cdot \sin x = \sin 5x \cdot \sin 3x$ trên $[-6\pi; 12\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 187. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 188. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos\left(x - \dfrac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 189. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(x - \dfrac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 190. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 191. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 192. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) - \cot\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 193. Tìm số nghiệm của phương trình $\cot\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 194. Tìm số nghiệm của phương trình $4\sin^2 x - 1 = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 195. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos^2 2x = \sin^2\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 196. Tìm số nghiệm của phương trình $|\cos 2x| = 1$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 197. Tìm số nghiệm của phương trình $\left|\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)\right| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 198. Tìm số nghiệm của phương trình $2\sin 2x \cdot \cos 2x = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 199. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \sin^2 x$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 200. Tìm số nghiệm của phương trình $3\sin x = 4\sin^3 x$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 201. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos x = 1 + 4\cos^3 x$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 202. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 203. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x + 1 = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 204. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x - \dfrac{1}{2} = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 205. Tìm số nghiệm của phương trình $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \dfrac{1}{2}\sin x = \dfrac{1}{2}$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 206. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{3}\cos x - \sin x$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 207. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 208. Tìm số nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 209. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$ trên $[-\pi; 6\pi]$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 210. Giải phương trình sau $4\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{\cos x} - \dfrac{2\sqrt{3}\sin 3x}{\sin 2x}$. Nghiệm của phương trình biểu diễn được bao nhiêu điểm trên đường tròn. KQ: ☐☐☐☐

Câu 211. Tìm số nghiệm của phương trình $\cot x + \sin x\left(1 + \tan x \cdot \tan\dfrac{x}{2}\right) = 4$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 212. Cho phương trình $\dfrac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + 2\sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$. Phương trình có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(-2\,021\pi; 2\,021\pi)$? KQ: ☐☐☐☐

Câu 213. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ $40°$ bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12 \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào đầu tiên trong nửa đầu năm? *(Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020).* KQ: ☐☐☐☐

Câu 214. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số

$$L(t) = 12 + 2{,}83\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right),\ (t \in \mathbb{Z},\ 0 < t \leq 365).$$

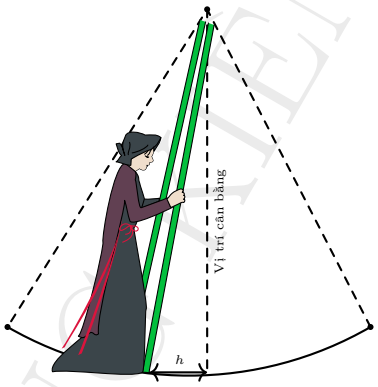
Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất? KQ: ☐☐☐☐

Câu 215. Chiều cao h (m) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20\sin\left(\dfrac{\pi}{25}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 (m) lần đầu tiên? KQ: ☐☐☐☐

Câu 216. Một quả bóng được ném xiên một góc α $(0° \leq \alpha \leq 90°)$ từ mặt đất với tốc độ v_0 m/s. Khoảng cách theo phương ngang từ vị trí ban đầu của quả bóng đến vị trí bóng chạm đất được tính bởi công thức $\mathrm{d} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{10}$. Nếu tốc độ ban đầu của bóng là 10 m/s thì cần ném bóng với góc bao nhiêu độ để khoảng cách d là 5 m? Biết góc ném lớn hơn $15°$. KQ: ☐☐☐☐

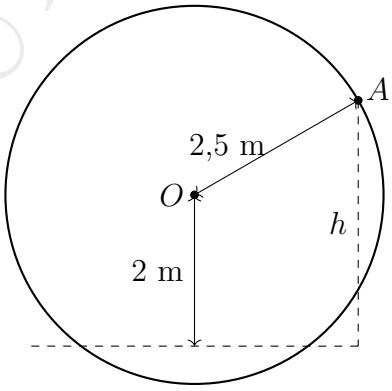
Câu 217.

Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động qua lại vị trí cân bằng (*tham khảo hình vẽ bên*). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian t (s) (với $t \geq 0$) bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]$, trong đó quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại (*Nguồn: R.Larson and B.Edwards, Calculus 10e Cengage*). Có bao nhiêu thời điểm của t thì khoảng cách $h = 0$? KQ: ☐☐☐☐



Câu 218.

Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (mét) tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó $y = 2 + 2{,}5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)$ với x là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$), tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước. Chiếc gầu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào? KQ: ☐☐☐☐



Câu 219. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp $\frac{120}{80}$ là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20\sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 100 mmHg. KQ: ☐☐☐☐

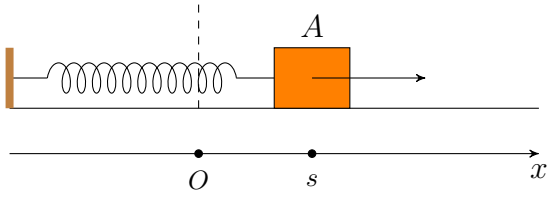
Câu 220. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$. Trong một ngày có mấy lần độ sâu của mực nước là 15 m.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 221.

Trong Hình bên, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O. Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. Vào trong thời gian $0 < t < 1$ thì có bao nhiêu lần $s = -10$ cm?

KQ: ☐☐☐☐



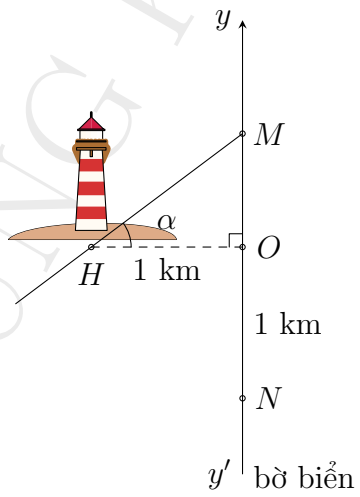
Câu 222. Mỗi lần tim đập, huyết áp của bạn sẽ tăng và sau đó huyết áp của bạn sẽ giảm khi tim nghỉ giữa

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TOÁN TÀI LIỆU ĐỀU CHUNG KIÊN

các nhịp đập. Huyết áp tối đa và tối thiểu lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp thường được viết dưới dạng tỉ lệ tâm thu/tâm trương, một người có huyết áp 120/80 được coi là bình thường. Huyết áp của một người được thể hiện qua hàm số $\partial(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$, trong đó $\partial(t)$ là huyết áp tính bằng mmHg tại thời điểm $t \geq 0$ tính bằng phút. Độ lệch chỉ số huyết áp của người này so với người bình thường bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 223.

Cho hình bên, ngọn đèn trên hải đăng H cách bờ biển yy' một khoảng $HO = 1$ km. Đèn xoay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ $\frac{\pi}{10}$ rad/s và chiếu hai luồng ánh sáng về hai phía đối diện nhau. Khi đèn xoay, điểm M mà luồng ánh sáng của hải đăng rọi vào bờ biển chuyển động dọc theo bờ. Ban đầu luồng sáng trùng với đường thẳng HO. Tìm toạ độ y_M của điểm M trên trục Oy khi thời gian $t = 2$ s. (*làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |



Câu 224. Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 4\cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right).$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần? KQ: | | | | |

Câu 225. Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, t tính bằng giây và x tính bằng cm. Gọi t_o là thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất. Giá trị của t_o bằng bao nhiêu giây?

KQ: | | | | |

Câu 226. Hằng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h (mét) của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 16 + 9\sin\left(\frac{t}{10}\pi\right)$ với $0 \leq t \leq 24$. Thời điểm đầu tiên t_0 (giờ) mà mực nước tại cảng cao nhất là h_0 (mét). Khi đó $t_0 + h_0$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 1

§6. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG I

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ rồi xác định số nghiệm của phương trình $3\cos x + 2 = 0$ trên đoạn đó.

Bài 2. Rút gọn biểu thức $S = \sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) + 2\sin^2(x - \pi) + \cos(x + 2019\pi) + \cos 2x$.

Bài 3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 x + \cos^7 x$?

Bài 4. Nếu α là góc nhọn và $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$ thì $\tan\alpha$ bằng bao nhiêu?

Bài 5. Chứng minh biểu thức $\sin^2 x \cdot \tan x + 4\sin^2 x - \tan^2 x + 3\cos^2 x$ không phụ thuộc vào x

Bài 6. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha$, $\beta < \pi$, $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, $\cos\beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Bài 7. Với giá trị nào của n thì đẳng thức $sqrt\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos x}} = \cos\frac{x}{n}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ luôn đúng.

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ có các cạnh $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ thỏa mãn $\frac{1+\cos B}{1-\cos B} = \frac{2a+c}{2a-c}$. Hãy nhận dạng $\triangle ABC$.

Bài 9. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \le x \le 180^\circ$ là bao nhiêu?

Bài 10. Giải các phương trình sau

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$; c) $\sin 3x - \cos 5x = 0$;

d) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$; e) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$; f) $\sin x + \cos x = 0$.

Bài 11. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$; b) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$; c) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$; d) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

Bài 12. Giải phương trình $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$.

Bài 13. Giải phương trình $\sin x + \sin^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

Bài 14. Giải phương trình $\sin x + \cos x = 0$

Bài 15. Giải phương trình $\sin 2x - \sin 2x \cdot \cos x = 0$.

Bài 16. Giải phương trình $\cos 4x = \sin x$.

Bài 17. Giải phương trình $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$.

Bài 18. Giải phương trình lượng giác $4\sin^2 2x - 4\sin 2x - 3 = 0$ với $x \in (0; 5)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 19. Giải các phương trình sau: $\cos 2x + \cos 3x - \sin x - \cos 4x = \sin 6x$.

Bài 20. Giải các phương trình sau

a) $\cos 2x + \cos^4 x - 2 = 0$

b) $5(1 + \cos x) = 2 + \sin^4 x - \cos^4 x$

c) $(1 + \cos x)(\cos 2x + \cos x) = -2\sin^2 x$

d) $\sqrt{5 - 3\sin^2 x - 4\cos x} = 1 - 2\cos x$

e) $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cos x = 0$

f) $\sin^6 x + \cos^6 x + \dfrac{1}{8}\cos 4x = 0$

g) $\sin^6 x + \cos^6 x = 2\sin^2 x$

h) $2\left(\sin^6 x + \cos^6 x\right) - \sin x \cos x = 0$

Bài 21. Giải phương trình $8\cos^2 x + 2\sin x - 7 = 0$.

Bài 22. Giải phương trình $2\cos 2x + \cos x = 1$.

Bài 23. Giải phương trình $\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0$.

Bài 24. Giải phương trình $\cos 2x + 5\sin x + 2 = 0$.

Bài 25. Giải phương trình $2\cos^2 x - \sin^2 x - 4\cos x + 2 = 0$.

Bài 26. Giải phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0$.

Bài 27. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2}$.

Bài 28. Giải phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{3}$.

Bài 29. Giải phương trình $3\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 3$.

Bài 30. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

Bài 31. Giải phương trình lượng giác $2\cos x - 2\sin x = 1$.

Bài 32. Giải các phương trình lượng giác sau

a) $2\sin x + 2\cos x = \sqrt{2}$.

b) $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x - \cos^2 x = 2$.

c) $\tan 3x + \tan x = 0$.

Bài 33. Giải phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

Bài 34. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x - 2\cos 3x + \sin 5x = 0$.

Bài 35. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 3x - \sin 3x = 2$.

Bài 36. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cot\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ với $0 < x < 2\pi$

b) $\cos 4x - 4\sin^2 x + 3 = 0$

c) $2\sin x\left(\sin x - \sqrt{3}\cos x\right) = 1 - 2\sin x$

d) $3\cos^2 x - \sin 2x + 2\sin^2 x = \dfrac{3}{2}$

e) $\cos 2x + \sin 2x + 3 = \sqrt{2}(3\cos x + \sin x)$

Bài 37. Giải các phương trình sau

a) $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2\sin x$.

b) $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$.

Bài 38. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 2\sin x + 3}{\sin x + 2}$.

Bài 39. Giải các phương trình sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\left(1-\sqrt{3}\right)\sin x\cdot\cos x+\left(1+\sqrt{3}\right)\cos^2 x=\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}\left(\sin 2x+\cos x\right)+\cos 2x-3\sin x=2$

Bài 40. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x+\sin 5x=2\cos 3x$.

Bài 41. Giải các phương trình

a) $(\sin x+\cos x)^2+\sqrt{3}\cos 2x=2$.

b) $2\sin 2x=\sin 3x-\sqrt{3}\cos 3x$.

c) $\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x-\cos^2 x+2=0$.

d) $\sqrt{3}\cos 5x-2\sin 3x\cdot\cos 2x-\sin x=0$.

e) $(1-2\sin x)\cdot\cos x=(1+2\sin x)(1-\sin x)$.

f) $8\sin^2 x\cos x=\sqrt{3}\sin x+\cos x$.

g) $\left(\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x\right)^2-5=\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)$.

h) $4\left(\sin^4+\cos^4 x\right)+\sqrt{3}\sin 4x=2$.

Bài 42. Giải phương trình sau $9\sin x+6\cos x-3\sin 2x+\cos 2x=8$.

Bài 43. Giải phương trình $3\sin^3 2x+4\cos^3 2x=3\sin 2x$.

Bài 44. Giải phương trình $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{3}\right)+1=2\cos^2 2x$.

Bài 45. Giải phương trình $\cos^2 3x+\cos^2 4x+\sin^2 5x+\sin^2 6x-2=0$.

Bài 46. Giải phương trình $\sin^2 x+\sin^2 2x=\sin^2 3x+\sin^2 4x$.

Bài 47. Giải phương trình $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x+\cos^2 4x=\dfrac{3}{2}$.

Bài 48. Giải phương trình $\sin^2 x=\cos^2 2x+\cos^2 3x$.

Bài 49. Giải phương trình $2\cos^2 x+2\cos^2 2x+2\cos^2 3x-3=\cos 4x\,(2\sin 2x+1)$.

Bài 50. Giải phương trình $4\sin 2x-3\cos 2x=3(4\sin x-1)$.

Bài 51. Giải phương trình $\sin 2x-\cos 2x=3\sin x+\cos x-2$.

Bài 52. Tìm giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin 2x}{2\cos 2x-m}$ là $\mathbb{R}$.

Bài 53. Tìm nghiệm thuộc $[0;2\pi]$ của phương trình $\tan\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)=\tan\dfrac{\pi}{8}$.

Bài 54. Giải phương trình $\sin(x-2)=\dfrac{2}{3}$.

Bài 55. Giải phương trình $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)=1$.

Bài 56. Giải phương trình $\cos^3 x+\cos^2 x+2\sin x-2=0$.

Bài 57. Giải phương trình sau: $(2\sin x+1)(2\sin x-4+3\cos 4x)=3-4\cos^2 x$.

Bài 58. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x=\sin\dfrac{\pi}{5}$.

b) $2\cos^2 x+3\cos x+1=0$.

c) $\dfrac{\sin 2x\cos 2x+4\sin x\cos^2 x-3\sin 2x+\cos 2x-2\cos x+1}{\cos 2x-1}=2$.

Bài 59. Giải phương trình $(2\sin x+1)(4\cos 5x+3\sin x-6)+2\cos 2x=1$.

Bài 60. Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x-4\sin x+4\sqrt{3}\cos x+4=0$.

Bài 61. Giải phương trình $1+\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 62. Giải phương trình lượng giác $1+\sin^3 2x+\cos^3 2x=\dfrac{1}{2}\sin 4x$.

Bài 63. Giải phương trình $\cos 2x+3\cos x-1=0$.

Bài 64. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x-\cos x}{2\sin x+\cos x-3}$.

Bài 65. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Bài 66. Cho bất kì góc α. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+\sin 2\alpha$;

b) $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=\cos 2\alpha$.

Bài 67. Tìm tập giá trị của các hàm số sau

a) $y=2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-1$;

b) $y=\sin x+\cos x$.

Bài 68. Giải các phương trình sau

a) $\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

b) $2\sin^2 x-1+\cos 3x=0$;

c) $\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{5}\right)=\tan\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Bài 69. Giải phương trình $\cos 2x=\cos\dfrac{\pi}{6}$.

Bài 70. Giải phương trình $2\tan x+5=0$

Bài 71. Giải các phurong trinh sau:

a) $\cos 3x=\cos\dfrac{5\pi}{8}$

b) $\cos 3x-\cos x=0$

c) $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos(x+30^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

e) $2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1$

f) $2\cos(2x-60^\circ)+1=0$

g) $\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+1=0$

h) $\cos\left(\dfrac{x}{3}-30^\circ\right)-1=0$

i) $\cos^2 2x=\dfrac{1}{4}$

Bài 72. Giải các phương trình sau:

a) $\cos 3x=\sin 2x$

b) $\cos 3x-2\cos\dfrac{\pi}{4}=0$

c) $\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}$

d) $\cos(2x+30^\circ)=\dfrac{1}{2}$

e) $2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$

f) $2\cos(2x-60^\circ)-1=0$

g) $\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+2=0$

h) $\cos\left(\dfrac{x}{3}-30^\circ\right)=1$

i) $\sin^2 2x=\dfrac{1}{4}$

Bài 73. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin x-1=0$.

b) $\cos 2x-4\sin^2 x+\cos x+3=0$.

c) $2(\sin x+\cos x)+\cos 2x=0$.

Bài 74. Giải phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{5}\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{5}+x\right)$.

Bài 75. Giải phương trình lượng giác $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 76. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \leq t < 24)$ cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$.

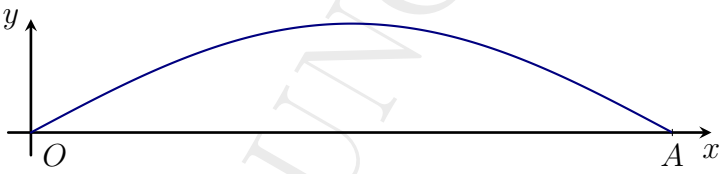
(Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021)

Tìm t để độ sâu của mực nước là

a) 15 m; b) 9 m; c) 10,5 m.

Bài 77.

Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4{,}8 \cdot \sin\dfrac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục toạ độ với đơn vị trục là mét như ở hình bên.



a) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Tìm chiều rộng đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

b) Một sà lan chở khối hàng hoá được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều rộng của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 13,1 m.

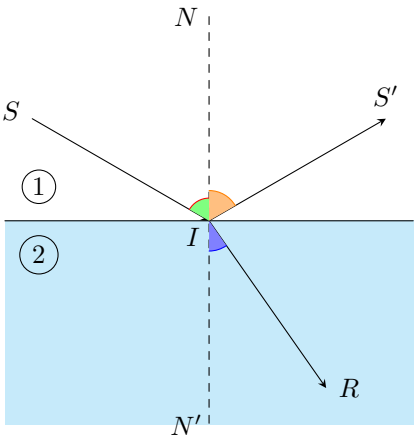
c) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hoá được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hoá đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều cao của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 4,3 m.

Bài 78.

Khi một tia sáng truyền từ không khí vào mặt nước thì một phần tia sáng bị phản xạ trên bề mặt, phần còn lại bị khúc xạ như hình bên. Góc tới i liên hệ với góc khúc xạ r bởi Định luật khúc xạ ánh sáng

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ở đây, n_1 và n_2 tương ứng với chiết suất của môi trường 1 (không khí) và môi trường 2 (nước). Cho biết góc tới $i = 50°$, hãy tính góc khúc xạ, biết rằng chiết suất của không khí bằng 1 còn chiết suất của nước là 1,33.



Bài 79. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu được gọi tương ứng là huyết áp tâm thu và tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là huyết áp tâm thu/ huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hóa bởi hàm số $p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo phút.

a) Tìm chu kì của hàm số $p(t)$.

b) Tìm số nhịp tim mỗi phút.

c) Tìm số chỉ huyết áp. So sánh huyết áp của người này với huyết áp bình thường.

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1 Cung, góc lượng giác

Câu 1. Góc lượng giác nào tương ứng với chuyển động quay $3\dfrac{1}{5}$ vòng ngược chiều kim đồng hồ?

A. $\dfrac{16\pi}{5}$. **B.** $\left(\dfrac{16}{5}\right)^\circ$. **C.** 1152°. **D.** 1152π.

Câu 2. Trong trường hợp nào dưới đây $\cos\alpha = \cos\beta$ và $\sin\alpha = -\sin\beta$?

A. $\beta = -\alpha$. **B.** $\beta = \pi - \alpha$. **C.** $\beta = \pi + \alpha$. **D.** $\beta = \dfrac{\pi}{2} + \alpha$.

Câu 3. Nếu $\tan(a+b) = 3, \tan(a-b) = -3$ thì $\tan 2a$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 4. Nếu $\cos a = \dfrac{1}{4}$ thì $\cos 2a$ bằng

A. $\dfrac{7}{8}$. **B.** $-\dfrac{7}{8}$. **C.** $\dfrac{15}{16}$. **D.** $-\dfrac{15}{16}$.

Câu 5. Nếu $\cos a = \dfrac{3}{5}$ và $\cos b = -\dfrac{4}{5}$ thì $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 6. Nếu $\sin a = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ thì $\sin\left(a+\dfrac{\pi}{4}\right) + \sin\left(a-\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 7. Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là

A. $\dfrac{25\pi}{12}$. **B.** $\dfrac{25\pi}{18}$. **C.** $\dfrac{25\pi}{9}$. **D.** $\dfrac{35\pi}{18}$.

Câu 8. Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\dfrac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

A. 172°. **B.** 15°. **C.** 225°. **D.** 5°.

Câu 9. Một cung tròn có độ dài bằng bán kính. Khi đó số đo bằng rađian của cung tròn đó là

A. 1. **B.** π. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Trên đường tròn bán kính bằng 4, cung có số đo $\dfrac{\pi}{8}$ thì có độ dài là

A. $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 11. Trên đường tròn bán kính $R = 6$, cung 60° có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\ell = \dfrac{\pi}{2}$. **B.** $\ell = 4\pi$. **C.** $\ell = 2\pi$. **D.** $\ell = \pi$.

Câu 12. Trên đường tròn lượng giác, điểm M thỏa mãn $(Ox, OM) = 500^\circ$ thì nằm ở góc phần tư thứ

A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

Câu 13. Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \dfrac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\tan\alpha < 0$. **B.** $\cot\alpha > 0$. **C.** $\sin\alpha > 0$. **D.** $\cos\alpha > 0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Cho biết $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. Tính $\cot\alpha$.

A. $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\cot\alpha = \sqrt{2}$. **C.** $\cot\alpha = 2$. **D.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{4}$.

Câu 15. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây?

A. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. **B.** $\cos 45^\circ \leq \sin 45^\circ$. **C.** $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. **D.** $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$.

Câu 16. Cho $\sin a = \dfrac{1}{3}$ với $\dfrac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\cos a$.

A. $\cos a = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\cos a = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\cos a = \dfrac{8}{9}$. **D.** $\cos a = -\dfrac{8}{9}$.

Câu 17. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = -\dfrac{5}{4}$. **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{5}{4}$.

Câu 18. Với mọi góc a và số nguyên k, chọn đẳng thức **sai**?

A. $\sin(a + k2\pi) = \sin a$. **B.** $\cos(a + k\pi) = \cos a$.
C. $\tan(a + k\pi) = \tan a$. **D.** $\cot(a - k\pi) = \cot a$.

Câu 19. Chọn khẳng định đúng?

A. $\tan(\pi - \alpha) = \tan\alpha$. **B.** $\sin(\pi - \alpha) = -\sin\alpha$.
C. $\cot(\pi - \alpha) = \cot\alpha$. **D.** $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$.

Câu 20. Biểu thức $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \ldots + \cos^2 180^\circ$ có giá trị bằng

A. $A = 9$. **B.** $A = 3$. **C.** $A = 12$. **D.** $A = 6$.

Câu 21. Trong tam giác ABC, đẳng thức nào dưới đây luôn đúng?

A. $\sin(A + B) = \cos C$. **B.** $\cos A = \sin B$.
C. $\tan A = \cot\left(B + \dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\cos\dfrac{A+B}{2} = \sin\dfrac{C}{2}$.

Câu 22. Cho A, B, C là 3 góc của một tam giác. Đặt $M = \cos(2A + B + C)$ thì

A. $M = -\cos A$. **B.** $M = \cos A$. **C.** $M = \sin A$. **D.** $M = -\sin A$.

Câu 23. Biểu thức $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right)$ được viết lại là

A. $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right) = \sin a + \dfrac{1}{2}$. **B.** $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}\sin a - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos a$.
C. $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \dfrac{1}{2}\cos a$. **D.** $\sin\left(a + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin a + \dfrac{1}{2}\cos a$.

Câu 24. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\cos 2a = 2\cos a - 1$. **B.** $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
C. $\sin(a + b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$. **D.** $\sin 2a = 2\sin a\cos a$.

Câu 25. Cho $\sin\alpha = \dfrac{3}{4}$. Khi đó, $\cos 2\alpha$ bằng

A. $-\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 26. Biểu thức $\dfrac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ}$ bằng

A. $\tan 10^\circ + \tan 20^\circ$. **B.** $\tan 30^\circ$. **C.** $\cot 10^\circ + \cot 20^\circ$. **D.** $\tan 15^\circ$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 27. Biểu diễn các góc lượng giác $\alpha = -\dfrac{5\pi}{6}$, $\beta = \dfrac{\pi}{3}$, $\gamma = \dfrac{25\pi}{3}$, $\delta = \dfrac{17\pi}{6}$ trên đường tròn lượng giác. Các góc nào có điểm biểu diễn trùng nhau?

A. β và γ. **B.** α, β, γ. **C.** β, γ, δ. **D.** α và β.

Câu 28. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$. **B.** $\cos(\pi - \alpha) = \cos\alpha$.
C. $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$. **D.** $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$.

Câu 29. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$.
C. $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$. **D.** $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$.

Câu 30. Rút gọn biểu thức $M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$, ta được

A. $M = \sin 4a$. **B.** $M = 1 - 2\cos^2 a$. **C.** $M = 1 - 2\sin^2 a$. **D.** $M = \cos 4a$.

Câu 31. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 1 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

A. $144°$. **B.** $288°$. **C.** $36°$. **D.** $72°$.

2 Tập xác định

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{5\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{5\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\cos x}{\sin x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 34. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D} = [-1; 1]$.

Câu 35. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \tan\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 36. Xét bốn mệnh đề

- Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}\middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Số mệnh đề đúng là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Điều kiện xác định của hàm số $y=\dfrac{1-\sin x}{\cos x}$ là

A. $x\neq\dfrac{5\pi}{12}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x\neq\dfrac{5\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x\neq\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 38. Điều kiện xác định của hàm số $y=\cot x$ là

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x\neq\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x\neq\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x\neq k\pi$.

Câu 39. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\cot x}{1-\sin^2 x}+\sin 3x$.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}\right\}, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}, k\in\mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 40. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\tan x-1}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+m\pi;\dfrac{\pi}{4}+n\pi; m,n\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{m\pi;\dfrac{\pi}{4}+n\pi; m,n\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi; k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 41. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\tan 2x}{\cos x}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 42. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$?

A. $y=\sin\sqrt{x}$. **B.** $y=\tan 2x$. **C.** $y=\cos 2x$. **D.** $y=\cot(x+1)$.

Câu 43. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y=\tan 2x$.

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x\neq\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x\neq\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x\neq\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{\sin x-1}}$. Tập xác định của hàm số là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{\pi+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D}=\{x|x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 45. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\tan(2x-\dfrac{\pi}{4})$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 46. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{1+\sin x}{\sqrt{\cos x}}$

A. $\mathscr{D}=\left\{\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\};k\in\mathbb{Z}$.
B. $\mathscr{D}=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\};k\in\mathbb{Z}$.
C. $\mathscr{D}=\left\{\dfrac{-\pi}{3}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\};k\in\mathbb{Z}$.
D. $\mathscr{D}=\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan 2x}{1-\sin 2x}$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathscr{D}=\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $\mathscr{D}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 48. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\cot x+3}{\cos x}$.

A. $D=R\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}\middle|k\in Z\right\}$.
B. $D=R\setminus\{k\pi|k\in Z\}$.
C. $D=R\setminus\left\{k2\pi\middle|k\in Z\right\}$.
D. $D=R\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi|k\in Z\right\}$.

Câu 49. Tìm tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{\dfrac{\sin 2x+2}{1-\cos x}}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
B. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi\},k\in\mathbb{Z}$.
C. $\mathscr{D}=\{k2\pi\},k\in\mathbb{Z}$.
D. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi\},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{5-m\sin x-(m+1)\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 51. Hàm số $y=\sqrt{\dfrac{\cos x-1}{4+\cos x}}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi|k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\{k2\pi|k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 52. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\cot\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{\tan 2x}{\sin x+1}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{-\pi}{18}+\dfrac{k\pi}{3};\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{-\pi}{18}+\dfrac{k\pi}{3};\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{k\pi}{3};\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 53. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{2}{\sqrt{\sin^2 x-2\sin x+m-1}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m>4$. **B.** $m>-2$. **C.** $m>3$. **D.** $m>2$.

Câu 54. Tìm m để hàm số $y=\sqrt{2m-3\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m\geq\dfrac{3}{2}$. **B.** $m\leq\dfrac{3}{2}$. **C.** $m>\dfrac{-3}{2}$. **D.** $m=\dfrac{-3}{2}$.

Câu 55. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\sqrt{5+2\cot^2 x-\sin x}+\cot\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$?

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\left\{k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

3 Sự biến thiên

Câu 56. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;\pi)$. **B.** $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $(-\pi; 0)$.

Câu 57. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$ là

A. $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

4 Tính chẵn, lẻ

Câu 58. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. **B.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. **D.** Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Câu 59. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 60. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 2x$. **B.** $y = \sin 2x$. **C.** $y = \cos 2x$. **D.** $y = \tan 2x$.

Câu 61. Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cot x$. **B.** $y = \tan x$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \cos x$.

Câu 62. Cho các hàm số $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = x^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Có 1 hàm số chẵn, 3 hàm số lẻ. **B.** Các hàm số trên đều là hàm số chẵn.
C. Có 2 hàm số chẵn, 2 hàm số lẻ. **D.** Các hàm số trên đều là hàm số lẻ.

Câu 63. Hàm số lượng giác nào dưới đây là hàm số lẻ?

A. $y = \sin^2 x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = \tan^2 x$.

Câu 64. Cho hai hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số chẵn. **B.** $f(x)$ là hàm số chẵn và $g(x)$ là hàm số lẻ.
C. $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số lẻ. **D.** $f(x)$ là hàm số lẻ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 65. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \frac{\tan x}{1 + x^2}$. **B.** $y = x \cdot \cos 2x$. **C.** $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x$. **D.** $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}$.

Câu 66. Tìm hàm số lẻ trong các hàm số sau:

A. $y = \sin^2 x$. **B.** $y = x \cos 2x$. **C.** $y = x \sin x$. **D.** $y = \cos x$.

Câu 67. Hàm số lượng giác nào dưới đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$. **B.** $y = \cos 4x$. **C.** $y = 2\sin x + 1$. **D.** $y = \sin x + \cos x$.

Câu 68. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \cot 2x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số lẻ.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 69. Hàm số lượng giác nào dưới đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 2x$. **B.** $y=\cos 3x$. **C.** $y=\cot 3x$. **D.** $y=\tan 2x$.

Câu 70. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=\cos x\tan 2x$. **C.** $y=x\cos x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 71. Trong các hàm số được cho bởi các phương án sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\cot 2x$. **B.** $y=\sin 2x$. **C.** $y=\tan 2x$. **D.** $y=\cos 2x$.

Câu 72. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y=\cos 2x$. **B.** $y=\sin 2x$. **C.** $y=\tan x+1$. **D.** $y=\cot x-2$.

Câu 73. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\sqrt{1-\sin x}$. **B.** $y=x\sin 2x$. **C.** $y=\sqrt{1-\cos x}$. **D.** $y=x-\sin 2x$.

Câu 74. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=\sin 2x$ là hàm số lẻ.
B. Hàm số $y=\cos 2(x+\pi)$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ là hàm số lẻ.
D. Hàm số $y=\cos(\pi-x)$ là hàm số lẻ.

Câu 75. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=\sin 3x$ là hàm số chẵn.
B. Hàm số $y=\cos(-3x)$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y=\tan 3x$ là hàm số chẵn.
D. Hàm số $y=\cot 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 76. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 2x$. **B.** $y=\cos x+\tan x$. **C.** $y=3\cos x$. **D.** $y=\cos x+x$.

Câu 77. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ.
B. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ.
D. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.

Câu 78. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng?

A. $y=(x^3+x)\cdot\tan x$. **B.** $y=|x|\cdot\cot 2x$. **C.** $y=(2x+1)\cdot\cos x$. **D.** $y=(x^2+1)\cdot\sin x$.

Câu 79. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=2-\cos x\tan(\pi-2x)$.
B. $y=2-\cos x\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$.
C. $y=2-\cos x\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$.
D. $y=2-\cos x\sin(\pi-2x)$.

Câu 80. Hàm số $y=\sin^2 x(1+\cos x)$ là

A. hàm số chẵn.
B. hàm số lẻ.
C. hàm số không chẵn, không lẻ.
D. hàm số không xác định được tính chẵn lẻ.

Câu 81. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số $y=x\sin^3 x$ là hàm số chẵn.
B. Hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\tan^2 x+\cot^2 x}$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y=\dfrac{\sin x-\tan x}{\cos x}$ là hàm số lẻ.
D. Hàm số $y=x+\sin x$ là hàm số chẵn.

Câu 82. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=x\tan x$. **B.** $y=x\cot 2x$. **C.** $y=x^3\cos x$. **D.** $y=x^3\sin x$.

5 Hàm số tuần hoàn

Câu 83. Hàm số $y=\sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=4\pi$.

Câu 84. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.
C. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.
D. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

Câu 85. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm tuần hoàn?

A. $y=\tan x+x$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=\cot x$. **D.** $y=\dfrac{\sin x}{x}$.

Câu 86. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y=x\sin x$. **B.** $y=\cot x-x$. **C.** $y=\cos 2x$. **D.** $y=x^3+1$.

Câu 87. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.
B. Hàm số $y=\cos x$ có chu kì tuần hoàn là 2π.
C. Hàm số $y=\cos x$ có tập giá trị $T=\mathbb{R}$.
D. Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định $\mathscr{D}=[-1;1]$.

Câu 88. Chu kỳ của hàm số $y=\cot x$ là

A. 2π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 89. Chu kỳ của hàm số $y=\tan x$ là

A. 2π. **B.** $\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** π.

Câu 90. Chu kỳ của hàm số $y=\cos x$ là

A. $k2\pi$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** π. **D.** 2π.

Câu 91. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.
B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.
C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.
D. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 92. Hàm số nào sau đây có chu kì là π?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\sin 4x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot 2x$.

Câu 93. Tìm chu kì T của hàm số $y=\cot\dfrac{x}{3}+\sin 2x$.

A. $T=4\pi$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=3\pi$. **D.** $T=\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 94. Tìm chu kì T của hàm số $y=\cos\left(\dfrac{x}{2}+2016\right)$.

A. $T=4\pi$. **B.** $T=2\pi$. **C.** $T=-2\pi$. **D.** $T=\pi$.

Câu 95. Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ là π?

A. $y=\sin x+\cos x$. **B.** $y=\sin 2x+\cos x$. **C.** $y=\sin 2x+\tan x$. **D.** $y=\tan\dfrac{x}{2}+\cos x$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 96. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì là

A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = 4\pi$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{2}$.

Câu 97. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì π. **B.** Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kì π.
C. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kì π. **D.** Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

Câu 98. Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T = \pi$. **D.** $T = 4\pi$.

Câu 99. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cos 2x + \sin \dfrac{x}{2}$.

A. $T = 4\pi$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = 2\pi$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{2}$.

Câu 100. Trong bốn hàm số: $y = \cos 2x$, $y = \sin x$; $y = \tan 2x$; $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 101. Tìm chu kì của hàm số $f(x) = \tan \dfrac{x}{4} + 2\sin \dfrac{x}{2}$.

A. π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Câu 102. Hàm số $y = 1 + \cos^2 \dfrac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là

A. $T = 4\pi$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = 2\pi$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{2}$.

Câu 103. Chu kì của hàm số $y = \sin^8 \dfrac{x}{4} + \cos^6 \dfrac{x}{4}$ là

A. $T = 4\pi$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{4}$. **C.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $T = 2\pi$.

Câu 104. Tìm chu kì T của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 3x$.

A. $T = \pi$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = 3\pi$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{3}$.

Câu 105. Hàm số $y = 2\sin^2 x + 4\cos^2 x + 6\sin x \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ

A. $T = \dfrac{\pi}{3}$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $T = 2\pi$.

Câu 106. Hàm số $y = 2\sin x \cos 3x$ tuần hoàn với chu kỳ

A. $T = \pi$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{3}$. **C.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $T = 2\pi$.

Câu 107. Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan 3x - \cos^2 2x$.

A. $T = \pi$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{3}$. **C.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $T = 2\pi$.

6 Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

Câu 108. Giá trị lớn nhất $y = 2\sin 2x + 3$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 109. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x$.

A. $[0; 1]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-1; 0]$. **D.** $[-1; 1]$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
Th.S. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 110. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là

A. $-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{2};-1$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2};-2$. **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 111. Tập giá trị của hàm số $y=\sin 2x$ là

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 112. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\cos\left(3x-\frac{\pi}{5}\right)+3$.

A. -5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 113. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2+3\sin 3x$.

A. $\min y=-2;\max y=5$. **B.** $\min y=-1;\max y=4$.
C. $\min y=-1;\max y=5$. **D.** $\min y=-5;\max y=5$.

Câu 114. Giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y=1-2\cos x$ là

A. $M=-1$. **B.** $M=1$. **C.** $M=-3$. **D.** $M=3$.

Câu 115. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos^2 x+\sin x+1$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 116. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=-\sqrt{2}\sin(2016x+2017)$.

A. $m=-2016\sqrt{2}$. **B.** $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2017\sqrt{2}$.

Câu 117. Tập giá trị của hàm số: $y=2\sin 2x+3$ là

A. $[0;1]$. **B.** $[2;3]$. **C.** $[-2;3]$. **D.** $[1;5]$.

Câu 118. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực a để hàm số $y=\dfrac{\cos x+a\sin x+1}{\cos x+2}$ có giá trị lớn nhất bằng 1?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 119. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=1-2\left|\cos 3x\right|$.

A. $M=3,m=-1$. **B.** $M=1,m=-1$. **C.** $M=2,m=-2$. **D.** $M=0,m=-2$.

Câu 120. Tập giá trị T của hàm số $y=\sin 2017x-\cos 2017x$.

A. $T=[-2;2]$. **B.** $T=[-4034;4034]$. **C.** $T=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **D.** $T=\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Câu 121. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\left|\sin x\right|-\sqrt{3}$ là

A. 3. **B.** $-3-\sqrt{3}$. **C.** $3-\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Câu 122. Hàm số $y=3\sin(x+2018)-4\cos(x+2018)+m$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0. Tìm giá trị của m.

A. $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=7$.

Câu 123. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}$ lần lượt là

A. $m=-1;\ M=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-1;\ M=2$. **C.** $m=-\frac{1}{2};\ M=1$. **D.** $m=1;\ M=2$.

Câu 124. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$.

A. $M=-2$. **B.** $M=-3$. **C.** $M=3$. **D.** $M=1$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 125. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 - 3\sin 3x + 4\cos 3x$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 7$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 9$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$.

Câu 126. Cho hàm số $y = \dfrac{m\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1 ?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 127. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $y = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x + 1$. Tính $M + m$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 128. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\cos x - 4\sin x + 2$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 129. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 4x - 10\sin^2 x$ là

A. 1. **B.** -11. **C.** -8. **D.** -9.

Câu 130. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \dfrac{1}{2}\cos^2 x} + \dfrac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x}$.

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $1 + \sqrt{5}$. **C.** $1 + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{22}}{2}$.

Câu 131. Gọi $\dfrac{m}{n}$ là giá trị lớn nhất của a để bất phương trình $\sqrt{a^3}(x-1)^2 + \dfrac{\sqrt{a}}{(x-1)^2} \le \sqrt[4]{a^3}\left|\sin\dfrac{\pi x}{2}\right|$ có ít nhất một nghiệm, trong đó m, n là các số nguyên dương và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 22m + n$.

A. $P = 46$. **B.** $P = 38$. **C.** $P = 24$. **D.** $P = 35$.

Câu 132. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left|\sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\cos x}\right|$.

A. $\sqrt{2} - 1$. **B.** $2\sqrt{2} + 1$. **C.** $\sqrt{2} + 1$. **D.** $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 133. Cho $x, y \in \left[\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{\sin^4 x}{y} + \dfrac{\cos^4 y}{x}$.

A. $\min P = \dfrac{3}{\pi}$. **B.** $\min P = \dfrac{2}{\pi}$. **C.** $\min P = \dfrac{2}{3\pi}$. **D.** $\min P = \dfrac{5}{\pi}$.

Câu 134. Với mỗi cặp $(a; b)$ $(a, b \in \mathbb{R})$, ta đặt $M(a; b)$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = |\cos x + a\cos 2x + b\cos 3x|$. Gọi $M = \min\limits_{a,b\in\mathbb{R}} M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M \in \left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $M \in \left(1; \dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $M \in \left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 135. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \sin 3x - \cos 3x + m$ có giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{2}$.

A. $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $m = 0$.

Câu 136. Cho hàm số $y = \dfrac{m\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 137. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$. Tính $M \cdot m$.

A. $\dfrac{4}{11}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{20}{11}$.

Câu 138. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h(m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t(h) được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6} + \dfrac{\pi}{3}\right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t = 22$(h). **B.** $t = 15$(h). **C.** $t = 14$(h). **D.** $t = 10$(h).

7 Phương trình lượng giác

Câu 139. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình lượng giác $\cos 2x = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $-\dfrac{\pi}{9}$. **B.** $-\dfrac{5\pi}{3}$. **C.** $-\dfrac{7\pi}{9}$. **D.** $-\dfrac{13\pi}{9}$.

Câu 140. Số nghiệm của phương trình $\tan x = 3$ trong khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{7\pi}{3}\right)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 141. Số nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ trên đoạn $[0; 10\pi]$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 142. Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; 10\pi]$ là

A. 10. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 143. Phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\sin x + 3 = 0$. **B.** $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$. **D.** $3\sin x - 2 = 0$.

Câu 144. Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$; $\cos 2x = -\dfrac{1}{2}$. Tập các nghiệm của phương trình đồng thời là nghiệm của phương trình là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 145. Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\dfrac{1}{2}$.

A. $\left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}; \left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}\right\}$.
C. $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}; \left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}$.

Câu 146. Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\dfrac{7\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 147. Phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ có các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 148. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$?

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z}).$ **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z}).$

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z}).$ **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z}).$

Câu 149. Phương trình $\cot x=-1$ có nghiệm là

A. $-\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z}).$ **B.** $\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z}).$ **C.** $\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z}).$ **D.** $-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 150. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ trên đoạn $[0;\pi]$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 151. Đồ thị của hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm có hoành độ thuộc đoạn $\left[-2\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 152. Hỏi $x=\dfrac{8\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ là một họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2\cos x+1=0.$ **B.** $2\sin x+1=0.$ **C.** $2\cos x-1=0.$ **D.** $2\sin x+\sqrt{3}=0.$

Câu 153. Phương trình $\cos\dfrac{x}{3}=-1$ có nghiệm là

A. $x=3\pi+k6\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\pi+k3\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=3\pi+k\dfrac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 154. Nghiệm của phương trình $3\tan x-\sqrt{3}=0$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 155. Nghiệm của phương trình $\cot x=0.$

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **C.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 156. Phương trình $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 157. Phương trình $\tan x=1$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=k\pi$.

Câu 158. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\cot x=-3$. **B.** $\sin x=1$. **C.** $\cos x=\sqrt{2}$. **D.** $\tan x=2$.

Câu 159. Tìm nghiệm của phương trình $\tan x=\sqrt{3}$.

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$). **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$).

C. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$). **D.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$).

Câu 160. Phương trình $\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 161. Phương trình $\cos x-m=0$ **vô nghiệm** khi

A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.$. **B.** $m>1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m<-1$.

Câu 162. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x=m$ có nghiệm thực.

A. $m\ge 0$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $m>0$.

Câu 163. Tìm tập nghiệm của phương trình $2\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}=0$.

A. $\left\{-\dfrac{7\pi}{36}+k\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{13\pi}{36}+k\dfrac{2\pi}{3}|k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\pm\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{7\pi}{36}+k\dfrac{2\pi}{3},-\dfrac{13\pi}{36}+k\dfrac{2\pi}{3}|k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{7\pi}{36}+k2\pi,-\dfrac{13\pi}{36}+k2\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 164. Giải phương trình $\sin x=0$ ta được nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=k2\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **D.** $x=k\pi$.

Câu 165. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x=1$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{k\pi}{2}$.

Câu 166. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\tan x=0\Leftrightarrow x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 167. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 168. Nghiệm của phương trình $\cot(2x-30^\circ)=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $-75^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $45^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $75^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $30^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 169. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 170. Phương trình $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ có tất cả các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.; (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.; (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{7\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.; (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.; (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 171. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ trên đoạn $[0; \pi]$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 172. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x + \sqrt{3} = 0$

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k - 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 173.

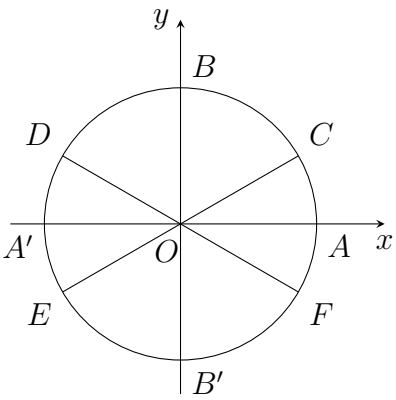
Nghiệm của phương trình $\tan x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

A. Điểm F, điểm D.

B. Điểm C, điểm F.

C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F.

D. Điểm E, điểm F.



Câu 174. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

A. $S = \left\{k2\pi; \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{k2\pi; \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k2\pi; -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \{k2\pi; \pi + k2\pi \,|k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 175. Phương trình $\cos \dfrac{x}{4} = -1$ có nghiệm là

A. $x = 4\pi + k8\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 4\pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = 4\pi + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 176. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 177. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 178. Phương trình $\cos x = 1$ có tập nghiệm là

A. $S = \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.
B. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $S = \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 179. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\sin x - \cos x = 1$.
B. $\sin x = -\dfrac{3}{4}$.
C. $\cot x = 2018$.
D. $\sin x = 2$.

Câu 180. Tìm nghiệm của phương trình $\sin x \cos x \cos 2x = 0$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \dfrac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \dfrac{k\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 181. Các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin\dfrac{\pi}{7}$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \pm\dfrac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \dfrac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \dfrac{\pi}{7} + k2\pi$ hoặc $x = \dfrac{6\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 182. Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 183. Xác định nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan 2x - 3 = 0$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 184. Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -1$.

A. $x = -\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 185. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0$ trên $[-10\pi; 10\pi]$ là

A. 34π.
B. 0.
C. $\dfrac{70}{3}\pi$.
D. $\dfrac{20}{3}\pi$.

Câu 186. Giải phương trình $\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$.

A. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 187. Phương trình $\sin x = \cos 5x$ có các nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \dfrac{-\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \dfrac{-\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3}$ và $x = \dfrac{-\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{-\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3}$ và $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 188. Phương trình $\sin^2 x + \cos 2x = -\cos^2 x$ có nghiệm là

A. $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 189. Giải phương trình $\tan(x+30^\circ)=\sqrt{3}$.

A. $x=30^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=60^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=60^\circ+k360^\circ, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=30^\circ+k360^\circ, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 190. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x=0$.

A. $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 191. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 192. Họ nghiệm của phương trình $\sin 2x=1$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 193. Phương trình $3\sin t=2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{3\pi}{2}\right]$

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 194. Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 195. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan x=1$ trong khoảng $(0;5\pi)$.

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 196. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\cos x=-\dfrac{3}{7}$. **B.** $\tan\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)=-2019$.
C. $\sin 3x=\dfrac{2019}{2018}$. **D.** $\cot 2x=\dfrac{9}{5}$.

Câu 197. Tập nghiệm của phương trình $\sin x+\sin 2x=0$ là.

A. $\left\{\dfrac{k\pi}{3};\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{k2\pi}{3};\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{k2\pi;\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 198. Nghiệm của phương trình $\cos x=\dfrac{1}{2}$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 199. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2\cos(x+\alpha)=1$, (với $\alpha\in\mathbb{R}$).

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\alpha+\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\alpha+\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\alpha+\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\alpha+\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\alpha-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=-\alpha+\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\alpha-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 200. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $\tan 3x = \sqrt{3}$ trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai nghiệm bất kì trong S?

A. C_6^2. **B.** C_3^2. **C.** C_4^2. **D.** C_5^2.

Câu 201. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 202. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3}, \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 203. Giải phương trình $2\cos\dfrac{x}{2} = \sqrt{3}$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 204. Phương trình $\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 205. Gọi S là tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $3\cos x - 1 = 0$. Tính S.

A. $S = 0$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = 3\pi$. **D.** $S = 2\pi$.

Câu 206. Phương trình $\cos 2x = \dfrac{1}{2}$ có số nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 207. Phương trình $\sin x = \cos 5x$ có các nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3}$ và $x = -\dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}\,(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3}$ và $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 208. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm.

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $m \ge 0$.

Câu 209. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 210. Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ thuộc khoảng $(\pi;8\pi)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 211. Giải phương trình $\sin x\sin 7x=\sin 3x\sin 5x$?

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{k\pi}{6}, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 212. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x=m$ $(m\in\mathbb{R})$.

A. $x=\arctan m+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\arctan m+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\pm\arctan m+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.
D. $x=\arctan m+k\pi$ hoặc $x=\pi-\arctan m+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 213. Số nghiệm của phương trình $\tan\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$ thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

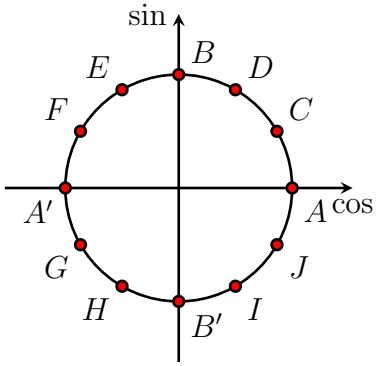
Câu 214. Cho phương trình $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào không là tập nghiệm của phương trình trên?

A. $T=\left\{-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $T=\left\{\frac{7\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $T=\left\{\frac{\pi}{2}+k\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $T=\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 215.

Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào dưới đây?

A. Điểm C, điểm F.
B. Điểm C, điểm J.
C. Điểm D, điểm I.
D. Điểm C, điểm G.



Câu 216. Phương trình $\cos x-\cos 2x-\cos 3x+1=0$ có mấy nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi;0)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 217. Cho phương trình $\frac{m\sin x+\cos x}{2+\sin x+\cos x}=1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình có nghiệm.

A. $m\le -1\vee m\ge 3$. **B.** $m<-1\vee m>3$. **C.** $-1\le m\le 3$. **D.** $-1\le m\vee m>1$.

Câu 218. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $(\sin x-1)(2\cos^2 x-(2m+1)\cos x+m)=0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0;2\pi]$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 219. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình $\cos x+\sin 2x=0$

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 220. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x)=0$ trên đoạn $x\in[0;2\pi]$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 221. Phương trình $\cos 2x \sin 5x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 222. Phương trình $(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$?

A. 3029. **B.** 3028. **C.** 3026. **D.** 3027.

Câu 223. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x = 0$ trên đoạn $[0; 2018\pi]$ là

A. $\frac{4071315\pi}{2}$. **B.** $\frac{4067281\pi}{2}$. **C.** $\frac{4075351\pi}{2}$. **D.** $\frac{8142627\pi}{2}$.

Câu 224. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sin x - 1 = 0$.

A. $(-1; 0)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Câu 225. Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 226. Tìm tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 2π. **B.** 0. **C.** π. **D.** 3π.

Câu 227. Số nghiệm của phương trình $2\sin x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 228. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cot 3x \cdot \tan x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 229. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cot 3x \cdot \tan x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 230. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 1 = 0$ trên đoạn $[0; 2019\pi]$ là

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 2020. **D.** 1009.

Câu 231. Tính tổng các nghiệm thuộc $[\pi; 3\pi]$ của phương trình: $\frac{\sin 2x}{\cos x - 1} = 0$.

A. 8π. **B.** 9π. **C.** 10π. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 232. Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0,\ x \in [-2017\pi; 2017\pi]$ là

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 4035. **D.** 4036.

Câu 233. Giải phương trình $4\sin^2 x = 3$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.,\ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.,\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.,\ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.,\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 234. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) + \cos x = 0$ trên $[0; \pi]$ là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\dfrac{13\pi^2}{25}$. **B.** $\dfrac{11\pi^3}{64}$. **C.** $\dfrac{23\pi^2}{48}$. **D.** $\dfrac{\pi^3}{6}$.

Câu 235. Số nghiệm trong đoạn $[0;30]$ của phương trình $\tan x = \tan 3x$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 236. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2\cos^2 x$ là

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $2\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 237. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin\left(3x - \dfrac{5\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $-\dfrac{11\pi}{36}$. **C.** $-\dfrac{7\pi}{36}$. **D.** $-\dfrac{5\pi}{12}$.

Câu 238. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 16145. **B.** 20181. **C.** 16144. **D.** 20179.

Câu 239. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $3\cot(x - 20^\circ) - \sqrt{3} = 0$.

A. $x = -40^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -40^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 80^\circ + k180^\circ, k \in Z$. **D.** $x = 80^\circ + k360^\circ, k \in Z$.

Câu 240. Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin^2 x - 2\sin x = 0$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 241. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = \sin x + 2$ là

A. $x = k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{-\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 242. Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 243. Phương trình $\cos^3 x + \cos x + 2\cos^2 x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0, 2\pi]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 244. Phương trình $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 245. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0$ là

A. 2017. **B.** 1009. **C.** 1010. **D.** 2018.

Câu 246. Tìm tất cả các nghiệm thuộc $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = \dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 247. Giải phương trình $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x$.

A. $x = \dfrac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 248. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ là

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 249. Phương trình $3\cos 2x + 2\cos x - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[0; \dfrac{5}{2}\pi\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 250. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ $(*)$. Bằng cách đặt $t = \sin x$ $(-1 \le t \le 1)$ thì phương trình $(*)$ trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $-2t^2 + t - 2 = 0$. **B.** $t^2 + t - 2 = 0$. **C.** $-2t^2 + t = 0$. **D.** $-t^2 + t = 0$.

Câu 251. Phương trình lượng giác $\sin^2 x - 3\cos x - 4 = 0$ có nghiệm là

A. Vô nghiệm. **B.** $x = -\pi + k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 252. Giải phương trình $\cos 2x + 5\sin x - 4 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 253. $x = \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây

A. $\tan x \cos^2 x = 0$. **B.** $\cos 2x - \sin x + 2 = 0$.

C. $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{2}\right) = -1$. **D.** $\sin 4x + \sin 2x = 0$.

Câu 254. Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$ của phương trình $1 - 2\cos^2 x - \sin x = 0$ là

A. $\dfrac{5\pi}{3}$. **B.** 4π. **C.** 6π. **D.** $\dfrac{7\pi}{2}$.

Câu 255. Phương trình $(1 + \cos 4x)\sin 2x = 3\cos^2 2x$ có tổng số nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 256. Nghiệm của phương trình $\cos 2x - 5\cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 257. Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \dfrac{3}{4} = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (-2\pi; 7\pi)$?

A. 16. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Câu 258. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\cos 2x - 4\cos x - m = 0$ có nghiệm?

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 259. Giải phương trình $4\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) = 5\cos 2x$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{24} + \dfrac{k\pi}{2}$. **C.** $x = \pm\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2}$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}$.

Câu 260. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm thuộc $[0; 30\pi]$ của phương trình $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \dfrac{1365}{2}\pi$. **B.** $S = \dfrac{1215}{2}\pi$. **C.** $S = 622\pi$. **D.** $S = \dfrac{1335}{2}\pi$.

Câu 261. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 262. Số nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x = \dfrac{\sin^2 2x + 1}{2}$ trong đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 263. Tìm S là tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình

$$\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x.$$

A. $S = 4\pi$. **B.** $S = 2\pi$. **C.** $S = 5\pi$. **D.** $S = 3\pi$.

Câu 264. Từ phương trình $(1+\sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 265. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2\sin^2\dfrac{x}{4} - 3\cos\dfrac{x}{4} = 0$ trên $[0; 8\pi]$.

A. $T = 0$. **B.** $T = 8\pi$. **C.** $T = 16\pi$. **D.** $T = 4\pi$.

Câu 266. Phương trình $2\cos^2 x + 2\cos^2 2x + 2\cos^2 3x - 3 = \cos 4x(2\sin 2x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0; 2018)$?

A. 2565. **B.** 2566. **C.** 2567. **D.** 2568.

Câu 267. Điều kiện cần và đủ để phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm là $m \in (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

A. -4. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 268. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x \cos x = 1$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 269. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3\sin x + (m-1)\cos x - 5 = 0$ có nghiệm.

A. $m < -3$ hoặc $m > 5$. **B.** $-3 < m < 5$.
C. $m \le -3$ hoặc $m \ge 5$. **D.** $-3 \le m \le 5$.

Câu 270. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$ trên khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $T = \dfrac{7\pi}{8}$. **B.** $T = \dfrac{21\pi}{8}$. **C.** $T = \dfrac{11\pi}{4}$. **D.** $T = \dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 271. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin 3x$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{10} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{5} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{16} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 272. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = \sqrt{3}$ trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 273. Giải phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{3}$.

A. $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$. **C.** $x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 274. Phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$ tương đương với phương trình nào sau đây.

A. $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\sin\left(\dfrac{\pi}{6} - x\right) = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = 1$. **D.** $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Câu 275. Phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 1$ có tập nghiệm là

A. $\left\{-\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left\{-\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left\{\dfrac{7\pi}{6} + k2\pi; \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left\{-\dfrac{\pi}{6} + k\pi; -\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 276. Hàm số $y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 277. Tìm số nghiệm của phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$ trong khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 278. Một bạn học sinh giải phương trình $(2\cos x + 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x + \sin x$ như sau:

Bước 1. $\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(2\sin x + \cos x) = \sin x(2\cos x + 1)$.

Bước 2. $\Leftrightarrow \sin x + \cos x = 0$.

Bước 3. $\Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn khẳng định đúng.

A. Lời giải trên sai từ bước 1. **B.** Lời giải trên sai từ bước 2.
C. Lời giải trên hoàn toàn đúng. **D.** Lời giải trên sai từ bước 3.

Câu 279. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin x + m\cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm.

A. $-2 \le m \le 2$. **B.** $m \ge \sqrt{5}$ hoặc $m \le -1$.
C. $-1 \le m \le 3$. **D.** $m \le -2$ hoặc $m \ge 2$.

Câu 280. Biểu diễn nghiệm của phương trình $4\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) + \sin 4x\left(\sqrt{3} - 1 - \tan 2x \tan x\right) = 3$ trên đường tròn lượng giác. Số điểm biểu diễn là

A. 10. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 281. Phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 282. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x\cos x - \cos^2 x = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{12}\right\} \subset S$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5\pi}{6}\right\} \subset S$. **C.** $\left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}\right\} \subset S$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \pi\right\} \subset S$.

Câu 283. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 284. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax+b) = \sin(cx+d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $S = b + d$.

A. $S = \frac{\pi}{2}$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = \frac{\pi}{3}$. **D.** $S = \pi$.

Câu 285. Cho phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2\sin 3x$. Gọi x_1 và x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của phương trình đã cho trong đoạn $[0; 2018\pi]$. Tính tổng $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = \frac{12109\pi}{6}$. **B.** $x_1 + x_2 = \frac{12111\pi}{6}$. **C.** $x_1 + x_2 = \frac{12107\pi}{6}$. **D.** $x_1 + x_2 = \frac{12103\pi}{6}$.

Câu 286. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $8\sin^2 x + (m-1)\sin 2x + 2m - 6 = 0$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 287. Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm?

A. 2. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 288. Phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất là

A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 289. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$ của phương trình

$$\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4\cos x + 8 = 4\left(\sqrt{3} + 1\right)\sin x.$$

Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 103255π. **B.** $\frac{310408\pi}{3}$. **C.** $\frac{312341\pi}{3}$. **D.** 102827π.

Câu 290. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)\cos x + (m-1)\sin x = 2m + 3$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3}$?

A. Không tồn tại. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 291. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2108, 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm?

A. 4037. **B.** 4036. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 292. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2\cos^2 x + m} - m = 0$$

có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 293. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2(\cos x - \sin x) + \sin x \cos x - m = 0$ có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 294. Giải phương trình $\sin 3x - 4\sin x \cdot \cos 2x = 0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$.

Câu 295. Phương trình $\cot x - \tan x + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0; 2\pi)$?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 296. Phương trình $\cos x \cdot \cos \dfrac{x}{2} \cdot \cos \dfrac{3x}{2} - \sin x \cdot \sin \dfrac{x}{2} \cdot \sin \dfrac{3x}{2} = \dfrac{1}{2}$ có tích các nghiệm trên $(-\pi; 0)$ là

A. $-\dfrac{\pi^2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{8}$. **C.** $\dfrac{5\pi^2}{72}$. **D.** $-\dfrac{\pi^2}{32}$.

Câu 297. Phương trình $\cos x + \cos 3x + 2\cos 5x = 0$ có các nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ và $x = \pm\dfrac{1}{2} arc\cos m + k\pi$. Giá trị của m là

A. $m = \dfrac{1 \pm \sqrt{17}}{8}$. **B.** $m = \dfrac{1 \pm \sqrt{17}}{16}$. **C.** $m = \dfrac{\pm 1 + \sqrt{17}}{8}$. **D.** $m = \dfrac{\pm 1 + \sqrt{17}}{16}$.

Câu 298. Phương trình $\cot x - 1 = \dfrac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \dfrac{1}{2}\sin 2x$ có các nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \dfrac{5\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 299. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin 3x - \sin x + \sin 2x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 300. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$.

A. 4π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** π.

Câu 301. Số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$?

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi}{8}$.

Câu 302. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$ trên khoảng $(0; 4\pi)$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 303. Cho phương trình $(1 + \sin 2x)\cos x - (1 + \cos 2x)\sin x = \sin 2x$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$.

A. 0. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 304. Tìm số nghiệm thuộc $\left[\dfrac{-3\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 305. Gọi α là nghiệm lớn nhất thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình

$$3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \cdot \sin 2x.$$

Giá trị $\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 306. Với ký hiệu $k \in \mathbb{Z}$, tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x - \sin 4x + \sin 5x = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, x = k2\pi, x = \dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{\pi}{5}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, x = k\pi, x = \dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{2\pi}{5}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi, x = k\pi, x = \dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{2\pi}{5}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, x = k2\pi, x = \dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{2\pi}{5}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 307. Tập tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2\sin^2 x - 6\sin x - 2\cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 308. Phương trình $6\sin x - 2\cos^3 x = \dfrac{5\sin x.\cos x}{2\cos 2x}$ có số nghiệm trên $(0; 2\pi)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 309. Phương trình $\sin 4x = \tan x$ có nghiệm dạng $x = k\pi$ và $x = \pm m \arccos n + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$ thì $m + n$ bằng

A. $m + n = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $m + n = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $m + n = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m + n = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 310. Phương trình $(1 + \cos 4x)\sin 2x = 3\cos^2 2x$ có tổng các nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là.

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 311. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 312. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2018\sin^2\dfrac{x}{3} = 0$ trong đoạn $[0; 16]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 313. Phương trình $\dfrac{\sin x}{x} = \dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Câu 314. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x - \cos 2x + 9\sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$.

A. $\dfrac{25\pi}{6}$. **B.** 6π. **C.** Kết quả khác. **D.** $\dfrac{11\pi}{3}$.

Câu 315. Số nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $27\cos^4 x + 8\sin x = 12$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 316. Cho phương trình $(2\sin x + 1)\left(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x\right) = 2\sin^2 x + 3\sin x + 1$ (1). Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình (1).

A. $\dfrac{7\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 317. Phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \dfrac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $[1; 70]$?

A. 32. **B.** 33. **C.** 34. **D.** 35.

Câu 318. Số nghiệm $x \in [0; 2018\pi]$ của phương trình $\sin^2 x - 1009\sin 2x = 0$ là

A. 4037. **B.** 4036. **C.** 3027. **D.** 2019.

Câu 319. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2018\sin^2\dfrac{x}{3} = 0$ trong đoạn $[0; 16]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 320. Tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$ là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};-\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3};\frac{7\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3};\frac{5\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $\varnothing$.
D. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 321. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố X ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của năm 2015 được cho bởi hàm số $y=2\sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right]+13$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$. Thành phố X có đúng 11 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày thứ bao nhiêu trong năm?

A. 300. **B.** 70. **C.** 180. **D.** 340.

Câu 322. Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức

$$h(t)=29+3\sin\frac{\pi}{12}(t-9)$$

với h tính bằng độ C và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ.

(Theo https://www.sciencedirect.com/science/ article/abs/pii/0168192385900139)

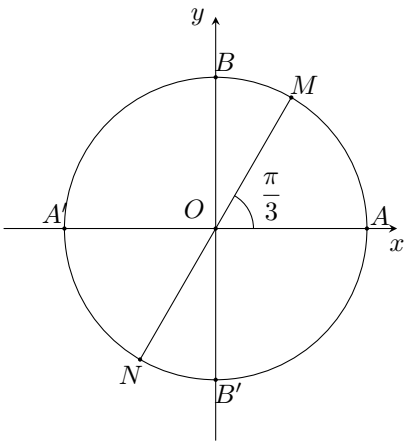
Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là bao nhiêu độ C và vào lúc mấy giờ?

A. 32°C, lúc 15 giờ. **B.** 29°C, lúc 9 giờ. **C.** 26°C, lúc 3 giờ. **D.** 26°C, lúc 0 giờ.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 323.

Cho hình vẽ bên. Khi đó



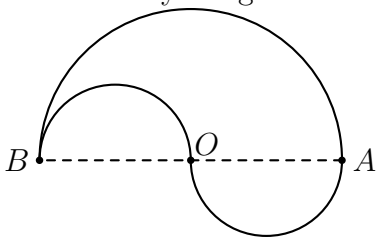
Phát biểu	Đ	S
a) Số đo góc lượng giác (OM,OA) là $\text{sđ}(OM,OA)=\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.		
b) $\text{sđ}(ON,OA)=\text{sđ}(ON,OM)-\text{sđ}(OA,OM)$.		
c) Độ dài cung tròn AM lớn là $l_{AM}=\frac{2\pi}{3}$.		
d) Hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.		

Câu 324. Cho góc lượng giác α có số đo theo đơn vị radian là $\frac{3\pi}{4}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Góc lượng giác α có số đo theo đơn vị độ là 155°.		
b) Điểm biểu diễn góc lượng giác α là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ I.		
c) Góc lượng giác $-\frac{5\pi}{4}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α.		
d) Góc lượng giác 855° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α.		

Câu 325. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$ rad và 1 rad $= \left(\dfrac{180}{\pi}\right)^\circ$.		
b) Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = \pi R\alpha$.		
c) Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ$(Ou, Ow) + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$.		
d) Cho $OA = 5$ cm. Chu vi hình vẽ sau đây bằng 10π  .		

Câu 326. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có công thức tổng quát của số đo là $\alpha + k2\pi$.		
b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác có tia đầu Ou, tia cuối Ov là $-120^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$.		
c) Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho điểm M xác định bởi sđ $\overset{\frown}{AM} = \dfrac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox. Số đo của góc lượng giác có tia đầu OA, tia cuối OM' là $-\dfrac{57\pi}{4}$.		
d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết sđ$(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$. Khi đó sđ(Ox, BC) bằng $210^\circ + h360^\circ$, $h \in \mathbb{Z}$.		

Câu 327. Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -270°. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$.		
b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$.		
c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20°.		
d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\dfrac{\pi}{9}$.		

Câu 328. Cho góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$ và $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha > 0$.		
b) $\tan\alpha < 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\alpha = -\dfrac{4}{5}$.		
d) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(-\alpha) = \dfrac{7}{5}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 329. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$, $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị sin của góc lượng giác α âm.		
b) Giá trị tan của góc lượng giác α dương.		
c) Giá trị của biểu thức $\mathrm{P} = \sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha = \dfrac{2}{25}$.		
d) Giá trị của biểu thức $Q = \tan\alpha + \cot\alpha > 2$.		

Câu 330. Cho góc α, $(0° < \alpha < 180°)$ thỏa mãn $\tan\alpha = 3$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.		
b) $\cos\alpha > 0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\alpha = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.		
d) $\mathrm{P} = \dfrac{2\sin\alpha - 3\cos\alpha}{3\sin\alpha + 2\cos\alpha} = \dfrac{-3}{11}$.		

Câu 331. Cho $\tan\alpha = 2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$.		
b) Khi $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ thì $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.		
c) Giá trị của biểu thức $B = \dfrac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha + 2\sin\alpha} = \dfrac{5}{31}$.		
d) Cho $\dfrac{\sin^4\alpha}{a} + \dfrac{\cos^4\alpha}{b} = \dfrac{1}{a+b}$. Giá trị của biểu thức $A = \dfrac{\sin^8\alpha}{a^3} + \dfrac{\cos^8\alpha}{b^3} = \dfrac{1}{a^3+b^3}$.		

Câu 332. Cho $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$, $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\alpha < 0$.		
b) $\cos\alpha = \dfrac{-\sqrt{5}}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.		
d) $\dfrac{\sqrt{5}\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \dfrac{10}{9}$.		

Câu 333. Cho góc α thỏa mãn $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cot\alpha = -3$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\alpha > 0$.		
b) $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.		
c) $\dfrac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos^3\alpha + 3\sin^3\alpha + 2\cos\alpha} = \dfrac{10}{21}$.		
d) $\left[\tan\dfrac{17\pi}{4} + \tan\left(\dfrac{7\pi}{2} - \alpha\right)\right]^2 + \left[\cot\dfrac{13\pi}{4} + \cot(7\pi - \alpha)\right]^2 = 20$.		

Câu 334. Cho $\cos a = \dfrac{3}{4}$, $\sin a > 0$, $\sin b = \dfrac{3}{5}$, $\cos b < 0$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của $\tan a = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$.		
b) Giá trị của $\cot b = -\dfrac{2}{3}$.		
c) Giá trị của $\cos 2a + \cos 2b$ thuộc khoảng $\left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$.		
d) Giá trị của $\cos(a+b)$ thuộc khoảng $\left(-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{1}{3}\right)$.		

Câu 335. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin^2 x = \dfrac{1+\sin 2x}{2}$.		
b) Nếu $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ thì $\cos 2\alpha = -\dfrac{7}{9}$.		
c) Nếu $\sin x = \dfrac{3}{4}$ với $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2x = \dfrac{3\sqrt{7}}{8}$.		
d) Cho $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$ với $\alpha \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$ biết $\tan\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) = a + b\sqrt{c}$, $(a,\ b,\ c \in \mathbb{Z},\ c \geq 0)$. Khi đó $a+b+c=0$.		

Câu 336. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a \sin b$.		
b) $\sin 31^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cdot \sin 31^\circ = \sin 19^\circ$.		
c) Cho $\cos x = \dfrac{4}{5}, x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là $-\dfrac{24}{25}$.		
d) Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1-a\sqrt{6}}{b}$ với $a,\ b \in \mathbb{N}$ thì $a+b=4$.		

Câu 337. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \dfrac{1}{2}\cos x$.		
b) $4\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \sin 4x + \sin 2x - \sin 6x$.		
c) $1 + \sin 2x + \cos 2x = 2\sqrt{2}\sin x \cdot \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.		
d) $\sin^2 x + 2\sin(a-x)\cdot\sin x\cdot\cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.		

Câu 338. Cho $\tan a = \dfrac{1}{2}$, $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$, $\tan b = \dfrac{1}{3}$, $0 < b < \dfrac{\pi}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\cot a = 2$.		
b) $\tan(a+b) = 1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\tan(a-b) = 7$.		
d) $\sin(a-2b) = -\dfrac{2\sqrt{5}}{25}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 339. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$.		
b) $\cos a - \cos b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$.		
c) $\tan(a+b) + \tan a + \tan b = \tan(a+b)\cdot\tan a\cdot\tan b$.		
d) Tam giác ABC cân tại C khi và chỉ khi $\dfrac{\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{A}+\cos\widehat{B}} = \dfrac{1}{2}\left(\tan\widehat{A}+\tan\widehat{B}\right)$.		

Câu 340. Biết $\sin a = \dfrac{8}{17}$, $\tan b = \dfrac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó.

Phát biểu	Đ	S
a) $\tan a = \dfrac{8}{15}$.		
b) $\sin(a-b) = \dfrac{21}{221}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\cos(a+b) = \dfrac{14}{22}$.		
d) $\tan 2(a+b) = \dfrac{171}{140}$.		

Câu 341. Cho hai biểu thức $A = \cos(n\alpha)$ và $B = \sin(n\beta)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Với $n = 2$ ta có $A = 1 - 2\cos^2\alpha$.		
b) Với $n = 3$ ta có $B = 4\sin\beta - 3\sin^3\beta$.		
c) Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $A^2 = \dfrac{1+\cos(2n\alpha)}{2}$.		
d) Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $AB = \dfrac{1}{2}[-\sin n(\alpha-\beta) + \sin n(\beta+\alpha)]$.		

Câu 342. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π.		
b) Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.		
c) Hàm số $y = \tan\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}\middle\vert k \in \mathbb{Z}\right\}$.		
d) Hàm số $y = -7\cos x + 5$ có giá trị lớn nhất là -2.		

Câu 343. Cho hàm số $y = f(x) = 2\cos x + 3$. Khi đó

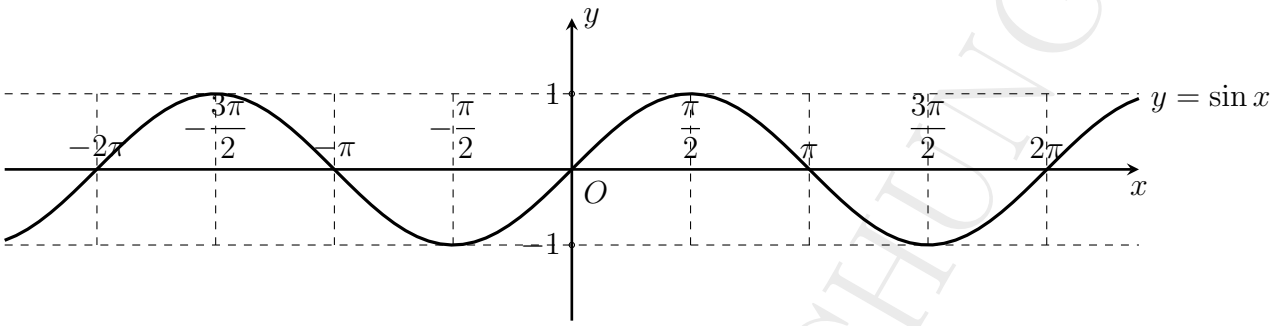
Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số trên là hàm số chẵn.		
c) Tập giá trị của hàm số trên là $[-1;5]$.		
d) Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3..		

Câu 344. Cho hàm số $y = f(x) = \cos 2x + \cos x$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số trên là hàm số chẵn.		
c) Đặt $t = \cos x$ thì hàm số trở thành $y = f(x) = 2t^2 + t - 1$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là 0.		

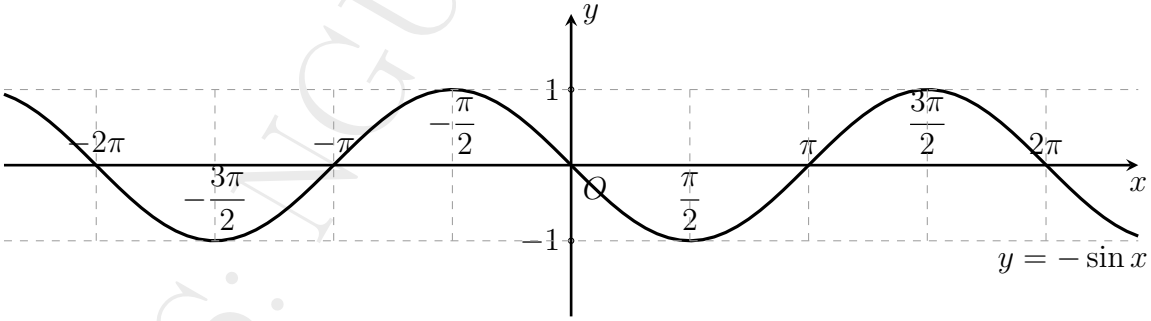
Câu 345. Hình dưới vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$.



Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số trên là hàm số chẵn, đối xứng qua trục Oy.		
b) Hàm số trên tuần hoàn với chu kì 2π.		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{5\pi}{2}; -\dfrac{3\pi}{2}\right)$.		
d) Trong khoảng từ $-\dfrac{5\pi}{6}$ đến $\dfrac{7\pi}{6}$, $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$ khi và chỉ khi $\dfrac{\pi}{6} \leq x \leq \dfrac{5\pi}{6}$.		

Câu 346. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $y = \sin 2x$ là $\mathbb{R}$.		
b) Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12} + k\pi\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$.		
c) Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số $y = -\sin x$.  .		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x - \cos x + 2$ là $\dfrac{13}{4}$.		

Câu 347. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=\sin x$ là hàm số chẵn.		
b) Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2\cos x}{\sin^2 x-1}$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\middle\vert k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{2\sin x+3}$ là $\sqrt{5}$.		
d) Cho hàm số $h(x)=\sqrt{\sin^4 x+\cos^4 x-2m\sin x\cdot\cos x}$. Để hàm số đã cho xác định với giá trị $x\in\mathbb{R}$ thì $-\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{1}{2}$.		

Câu 348. Cho hàm số $y=\cos x-\sin x$. Xét tính đúng-sai của các mệnh đề sau.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-2$.		
d) Phương trình $y+1=0$ có tất cả 4 nghiệm trên đoạn $[-2\pi;2\pi]$.		

Câu 349. Cho hàm số $y=2\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}-\dfrac{\pi x}{6}\right)+11$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Hàm số tuần hoàn với chu kì $T=12\pi$.		
c) Hàm số là hàm số lẻ.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số là 13.		

Câu 350. Cho hàm số $y=\sqrt{2}\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.		
b) Rút gọn biểu thức ta được $y=\sin 2x$.		
c) Hàm số tuần hoàn với chu kì π.		
d) Nếu $\sqrt{2}\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{3}$ thì $\dfrac{2\tan 2x+\cot 2x}{4\tan 2x-3\cot 2x}=\dfrac{5}{14}$.		

Câu 351. Cho phương trình $\cos^2 x=\dfrac{1}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $x=\dfrac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\middle\vert k\in\mathbb{Z}\right\}$.		
c) Phương trình có ba nghiệm trong đoạn $[0;\pi]$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0;\pi]$ là $\dfrac{3\pi}{2}$.		

Câu 352. Cho phương trình $\sin x = m$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Với $m = 2024$ thì phương trình vô nghiệm.		
b) Với $-1 \le m \le 1$ thì phương trình có nghiệm.		
c) Với $m = 0$ thì phương trình có tập nghiệm là $x = k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.		
d) Với $m = 1$ thì phương trình có tập nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{2} + k360°$, $(k \in \mathbb{Z})$.		

Câu 353. Cho phương trình $\sin 2x = m$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Với $m = 0$, phương trình có nghiệm là $x = \dfrac{k\pi}{2}$.		
b) Phương trình có nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{3}$ khi $m = \dfrac{-1}{2}$.		
c) Phương trình có nghiệm khi $m \in (-1;1)$.		
d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $m \in (0;1)$.		

Câu 354. Cho phương trình lượng giác $2\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) - m + 1 = 0$, trong đó $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\dfrac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình khi và chỉ khi $m = 1$.		
b) Khi $m = 0$ phương trình có tập nghiệm là $\left\{\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; -\pi + k2\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$.		
c) Tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm là $[-1;1]$.		
d) Khi $m = 1$ phương trình có 6 nghiệm trong đoạn $[0;6\pi]$.		

Câu 355. Cho phương trình $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.		
b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0;\pi)$.		
c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0;\pi)$ bằng 0.		
d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng $(0;2\pi)$.		

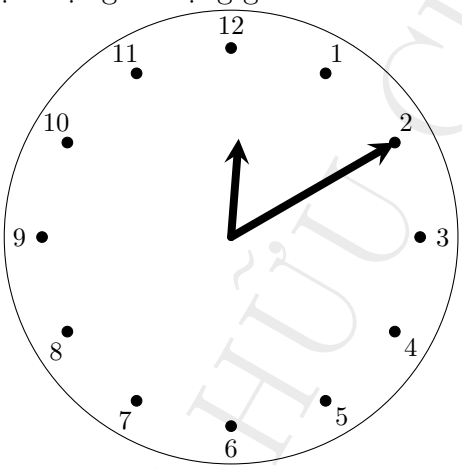
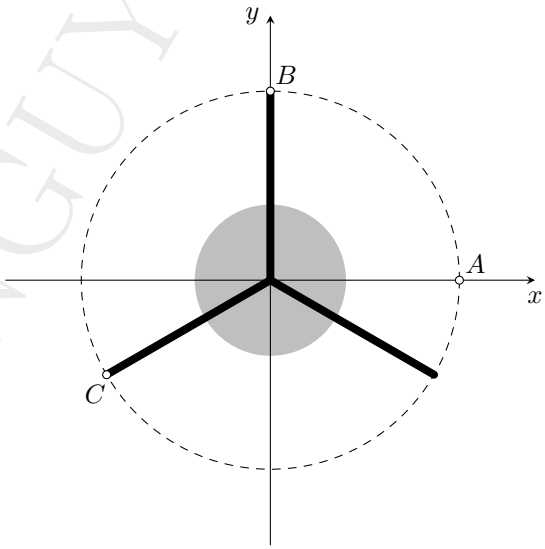
Câu 356. Phương trình $\sin 3x = \sin x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $x = 0$ là một nghiệm của phương trình.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \middle\vert k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
c) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.		
d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{29\pi}{4}$.		

Câu 357. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) Cho góc hình học $\widehat{uOv} = 75°$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) là $75° + k360°, k \in \mathbb{Z}$.		
b) Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo $50°$ và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo $-125°$. Số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) bằng $175° + k360°$, $k \in \mathbb{Z}$.		
c) Trên đồng hồ hình dưới đây, kim phút đang chỉ đúng số 2. Đến lúc 13 giờ 30 phút thì kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng $480°$  12 giờ 30 phút .		
d) Trong hình dưới, cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau $\widehat{AOD} = 28°$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OC) bằng $-148° + k \cdot 360°$  .		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 358. Trong một thí nghiệm, một quả cầu được gắn vào một đầu dây đàn hồi, đầu kia của sợi dây được gắn cố định vào một thanh treo nằm ngang. Sau khi quả cầu được kéo xuống và thả ra, nó bắt đầu di chuyển lên xuống. Khi đó, chiều cao h (cm) của quả cầu so với mặt đất theo thời gian t (s) được cho bởi công thức

$$h = 100 - 30\cos 20t.$$

Tính thời điểm đầu tiên mà quả cầu đạt chiều cao cao nhất kể từ khi quả cầu được thả ra (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 359. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của một chiếc ô tô giảm đi 6% so với năm trước đó. Giả sử một chiếc ô tô lúc mới mua là 800 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600 triệu đồng (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

KQ: | | | | |

Câu 360. Các nhà khoa học xác định được chu kì bán rã của ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ là 5730 năm, tức là sau 5730 năm thì số nguyên tử ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ giảm đi một nửa. Một cây còn sống có lượng ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ trong cây được duy trì không đổi. Nhưng nếu cây chết thì lượng ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ trong cây phân rã theo chu kì bán rã của nó. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy một mẫu gỗ cổ và đo được tỉ lệ phần trăm lượng ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng là 75%. Hỏi mẫu gỗ cổ đó đã chết cách đây bao nhiêu năm (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

Câu 361. Cô Liên gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/ năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Liên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền cô Liên có được cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 2

§1. DÃY SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa 5 Hàm số u xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (hay gọi tắt là dãy số), nghĩa là

$$u : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$$
$$n \mapsto u_n = u(n).$$

Dãy số trên được kí hiệu là (u_n). Dạng khai triển của dãy số (u_n) là: $u_1; u_2; \ldots; u_n; \ldots$

- $u_1 = u(1)$ *gọi là số hạng đầu,* $u_n = u(n)$ *gọi là số hạng thứ* $\boldsymbol{n}$ *(hay số hạng tổng quát) của dãy số.*
- *Nếu* $u_n = C$ *với mọi* n*, ta nói* (u_n) *là dãy số không đổi.*

Định nghĩa 6 Hàm số u xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; \ldots; m\}$ thì được gọi là một dãy số hữu hạn. Dạng khai triển của dãy số này là $u_1, u_2, \ldots, u_m$, trong đó u_1 là số hạng đầu và u_m là số hạng cuối.

1 Cách xác định dãy số

Định nghĩa 7 Thông thường một dãy số có thể được cho bằng các cách sau:

- **Cách 1.** Liệt kê các số hạng (với các dãy số hữu hạn).
- **Cách 2.** Cho công thức của số hạng tổng quát u_n.
- **Cách 3.** Cho hệ thức truy hồi, nghĩa là
  - Cho số hạng thứ nhất u_1 (hoặc một vài số hạng đầu tiên);
  - Cho một công thức tính u_n theo u_{n-1} (hoặc theo vài số hạng đứng ngay trước nó).
- **Cách 4.** Cho bằng cách mô tả.

2 Dãy số tăng, dãy số giảm

Định nghĩa 8 Cho dãy số (u_n).

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

3 Dãy số bị chặn

Định nghĩa 9

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho
$$u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho
$$u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, nghĩa là tồn tại các số M và m sao cho
$$m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Tìm số hạng của dãy số

- Cho dãy số $u(n)$: $u_n = f(n)$, tìm số hạng thứ k:
Thay trực tiếp $n = k$ vào $f(n)$ ta được u_k.
- Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$, tìm số hạng thứ k:
Ta tính lần lượt u_2; u_3; u_4; ...; u_k bằng cách thế u_1 vào u_2, thế u_2 vào u_3, thế u_3 vào u_4;...; thế u_{k-1} vào u_k.
- Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c \cdot u_{n+1} + d \cdot u_n + e \end{cases}$, tìm số hạng thứ k:
Ta tính lần lượt u_3; u_4; u_5; ...; u_k bằng cách thế u_1, u_2 vào u_3, thế u_2, u_3 vào u_4, thế u_3, u_4 vào u_5;...;thế u_{k-1}, u_{k-2} vào u_k.
- Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$, tìm số hạng thứ k:
Ta tính lần lượt u_2; u_3; u_4; ...; u_k bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2, thế $\{2, u_2\}$ vào u_3, thế $\{3, u_3\}$ vào u_4;...; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k.

Bài 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \dfrac{n + (-1)^n}{2n + 1}$. Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy số.

Bài 2. Cho dãy số (u_n), hãy dự đoán số hạng tổng quát u_n.

a) (u_n): $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3,\ n \geq 1 \end{cases}$;

b) (u_n): $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n,\ n \geq 1 \end{cases}$.

Bài 3. Cho dãy số (u_n), hãy dự đoán số hạng tổng quát u_n.

a) (u_n): $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$;

b) (u_n): $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 4. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$. Tìm số hạng u_6.

Bài 5. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$. Số $\dfrac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Bài 6. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10}.

Bài 7. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50}.

Bài 8. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8.

Bài 9. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11}.

Bài 10. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50}.

DẠNG 2 Xét tính tăng, giảm của một dãy số

1. Phương pháp 1. Xét dấu của hiệu số $u_{n+1} - u_n$.

- Nếu $u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

2. Phương pháp 2. Nếu $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì ta có thể so sánh thương $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ với 1.

- Nếu $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Một số công thức giải nhanh tính tăng, giảm của một dãy số:

- Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ tăng khi $a > 0$ và giảm khi $a < 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$.
  - Không tăng, không giảm khi $q < 0$.
  - Giảm khi $0 < q < 1$.
  - Tăng khi $q > 1$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{an + b}{cn + d}$ với điều kiện $cn + d > 0,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
  - Tăng khi $ad - bc > 0$.
  - Giảm khi $ad - bc < 0$.
- Dãy số đan dấu cũng là dãy số không tăng, không giảm.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $(q^n \cdot u_n)$ không tăng, không giảm.
- Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$.
  - Tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0. \end{cases}$
  - Giảm nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 < 0. \end{cases}$
  - Không tăng, không giảm nếu $a < 0$.
- Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0, \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.
  - Tăng nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0. \end{cases}$
  - Giảm nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 < 0. \end{cases}$
- Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0, \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ không tăng, không giảm nếu $ad - bc < 0$.

Bài 11. Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$.

Bài 12. Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{n+5}{n+2}$.

Bài 13. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{5^n}{n^2}$.

DẠNG 3 Xét tính bị chặn của một dãy số

- **Cách 1.** Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.
  Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức $\begin{bmatrix} u_n = f(n) \le M, \forall n \in \mathbb{N}^* \\ u_n = f(n) \ge m, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{bmatrix}$.
- **Cách 2.** Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_k + \ldots + v_n$.
  Ta làm trội $v_k \le a_k - a_{k+1}$. Lúc đó $u_n \le (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \ldots (a_n - a_{n+1})$.
  Suy ra $u_n \le a_1 - a_{n+1} \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- **Cách 3.** Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \ldots v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
  Ta làm trội $v_k \le \dfrac{a_{k+1}}{a_k}$. Lúc đó $u_n \le \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} \cdots \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$.
  Suy ra $u_n \le \dfrac{a_{n+1}}{a_1} \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

⚠ *Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới.*

Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số bị chặn

- Dãy số (u_n) có $u_n = q^n \quad (|q| \le 1)$ bị chặn.
- Dãy số (u_n) có $u_n = q^n \quad (q < -1)$ không bị chặn.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới.
- Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + \ldots + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = q^n\left(a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + \ldots + a_1 n + a_0\right)$ với $a_m \neq 0$ và $q < -1$ không bị chặn.
- Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + \ldots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[3]{a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + \ldots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$.
- Dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$.

Bài 14. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = -\dfrac{1}{2n+3}$.

Bài 15. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{4n+5}{n+1}$.

Bài 16. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

a) $u_n = 2n + 3$;

b) $u_n = \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Bài 17. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$;

b) $u_n = \dfrac{\sqrt{n+1} - n}{n}$.

Bài 18. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{1}{n} - 2$;

b) $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$.

Bài 19. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{2n+1}{5n+2}$;

b) $u_n = 2n^2 + 5$.

Bài 20. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n^2+1}$;

b) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

Bài 21. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $u_n = \dfrac{3n^2-2n+1}{n+1}$; b) $u_n = \dfrac{\sqrt{n+1}-1}{n}$.

Bài 22. Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+1}}$.

Bài 23. Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Bài 24. Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3^n}{n^2}$.

Bài 25. Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$.

Bài 26. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{na+2}{n+1}$

a) là dãy số tăng. b) là dãy số giảm.

Bài 27. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{n^3}{n^2+1}$.

Bài 28. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{1}{1^2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{n^2}$.

Bài 29. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{n^2+1}{2n^2-3}$; b) $u_n = \dfrac{7n+5}{5n+7}$.

Bài 30. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{1}{2n^2-3}$. b) $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$.

Bài 31. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{1}{2n^2-1}$. b) $u_n = \dfrac{n-1}{\sqrt{n^2+1}}$.

Bài 32. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{2n^2}{n^2+1}$. b) $u_n = \dfrac{2n^2+2n+1}{n^2+n+4}$.

Bài 33. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{3n+(-1)^n}{4n+(-1)^{n+1}}$.

a) Tính 6 số hạng đầu tiên của dãy, nêu nhận xét về tính đơn điệu của dãy số.

b) Tính u_{2n} và u_{2n-1}. Chứng minh rằng $0 < u_n \le \dfrac{3n+4}{4n-1}$.

Bài 34. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi

a) $u_n = \dfrac{2n+3}{n+2}$. b) $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$.

Bài 35. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $u_n = \dfrac{n^2+2n}{n^2+n+1}$.

b) $u_n = \dfrac{n}{\sqrt{n^2+2n}+n}$.

Bài 36. Chứng minh rằng dãy số $u_n = \dfrac{n+3}{n+1}$ giảm và bị chặn.

Bài 37. Chứng minh rằng dãy số $u_n = \dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}$ tăng và bị chặn trên.

Bài 38. Chứng minh rằng dãy số $u_n = \dfrac{n^2+1}{2n^2-3}$ là một dãy số bị chặn.

Bài 39. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n-1} = \dfrac{1}{2}u_n + 4,, \forall n \geq 2. \end{cases}$

a) Chứng minh rằng $u_n < 8$.

b) Xét tính bị chặn của dãy số.

Bài 40. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n+2}{u_n+1}, \forall n \geq 1. \end{cases}$

a) Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy số.

b) Chứng minh rằng dãy số bị chặn dưới bởi 1 và bị chặn trên bởi $\dfrac{3}{2}$.

Bài 41. Chứng minh rằng dãy số $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n+2} \end{cases}$ tăng và bị chặn trên bởi 2.

DẠNG 4 Tính tổng của dãy số cách đều

Giả sử cần tính tổng $S = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$. Trong đó $a_n = a_{n-1} + d$.

- Tự luận

  Ta có $2S = (a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_n+a_1) = n(a_1+a_n)$.

  Từ đó suy ra $S = \dfrac{n\cdot(a_1+a_n)}{2}$.

- Trắc nghiệm

  — Số hạng tổng quát của dãy số cách đều là $u_n = u_1 + (n-1)d$ với d là khoảng cách giữa 2 số hạng

  — Số số hạng $= \dfrac{\text{Số cuối} - \text{Số đầu}}{\text{Khoảng cách}} + 1$.

  — Tổng $= \dfrac{(\text{Số đầu} + \text{Số cuối}) \times \text{Số số hạng}}{2}$.

- Casio

  — Từ công thức của tổng tìm số hạng tổng quát của tổng và số số hạng kết hợp chức năng $\sum y$ để xử lí.

Bài 42. Tính $S = 1+3+5+\cdots+4001$?

Bài 43. Cho tổng $S(n) = 2+4+6+\cdots+2n$. Khi đó S_{30} bằng?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TOÁN – NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 44. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 150$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với mọi $n \geq 2$. Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên bằng bao nhiêu?

DẠNG 5 Tính tổng của dãy số bằng phương pháp khử liên tiếp

Giả sử cần tính tổng $S = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

- Tự luận
  - Ta tìm cách tách $a_1 = b_1 - b_2$; $a_2 = b_2 - b_3$; $\cdots$.
  - Rút gọn $S = b_1 - b_2 + b_2 - b_3 + \cdots + b_n - b_{n+1} = b_1 - b_{n+1}$.
- Trắc nghiệm

  Một số công thức tách thường sử dụng
  - $\dfrac{1}{n(n+a)} = \dfrac{1}{a}\left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+a}\right)$;
  - $\dfrac{a}{n(n+a)(n+2a)} = \dfrac{1}{n(n+a)} - \dfrac{1}{(n+a)(n+2a)}$;
  - $\dfrac{1}{n(n+a)} = \dfrac{1}{a}\left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+a}\right)$;
  - $\dfrac{2na + a^2}{n^2(n+a)^2} = \dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{(n+a)^2}$;
  - $n \cdot n! = (n+1)! - n!$.

  Nhận định kết quả của tổng là $S = b_1 - b_{n+1}$.
- Casiolàm tương tự như dạng 1.

Bài 45. Tính tổng sau $S = \dfrac{2}{1 \cdot 3} + \dfrac{2}{3 \cdot 5} + \dfrac{2}{5 \cdot 7} + \cdots + \dfrac{2}{97 \cdot 99}$.

Bài 46. Cho tổng $S_n = \dfrac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dfrac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dfrac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Viết công thức của S_n.

Bài 47. Cho tổng $S = \dfrac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \dfrac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \dfrac{7}{(3 \cdot 4)^2} + \cdots + \dfrac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$. Tính S_{10}.

DẠNG 6 Tính tổng bằng cách chuyển về phương trình có ẩn là tổng cần tính

Giả sử cần tính tổng $S = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

- Tự luận

  Sơ đồ giảiTừ công thức của tổng S ta chuyển về phương trình chứa ẩn S, sau đó giải phương trình ẩn S.
- Trắc nghiệm

  Tổng có dạng $S = u_1 + u_1 a + u_1 a^2 + \cdots + u_1 a^n \Rightarrow S = \dfrac{u_1(a^{n+1} - 1)}{a - 1}$ với $a \neq 1$.
- Casio

  làm tương tự như dạng 1.

Bài 48. Tính tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{50}$?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 49. Tính tổng $S = 4{,}5^{100} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \cdots + \frac{1}{5^{100}}\right) + 1$?

Bài 50. Tính tổng $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. Tính S_{10}.

DẠNG 7 Tính tổng bằng cách đưa về các tổng đã biết

Giả sử cần tính tổng $S = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

- Tự luận

  Tìm cách tách $S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots$. Trong đó $S_1; S_2; S_3; \cdots$ đã biết công thức tính tổng.

- Trắc nghiệm

  Ta có thể dùng phương pháp thử giá trị n vào các đáp án để loại trừ và chọn ra đáp án đúng.

- Casio

  làm tương tự như dạng 1

Bài 51. Tính $S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \cdots + n(2n+1)$. Biết rằng

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2};$$
$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Bài 52. Cho $S = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \cdots + (2n-1) \cdot 2n$. Tính S_{100} biết rằng

$$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n+1); \sum_{i=1}^{n} i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Bài 53. Cho tổng $S_n = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \cdots + n \cdot (3n+1)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Biết $S_k = 294$. Giá trị của k là

DẠNG 8 Xác định công thức số hạng tổng quát của dãy số

Nếu (u_n) có dạng $u_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ thì biến đổi a_n thành hiệu của hai số hạng, dựa vào đó thu gọn u_n.

Bài 54. Cho dãy số (a_n) có $a_k = \frac{1}{k(k+1)}$. Đặt $u_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$. Xác định công thức tính (u_n) theo n.

Bài 55. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 56. Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số có số hạng tổng quát u_n cho bởi công thức sau:

a) $u_n = 2n^2 + 1$.

b) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$.

c) $u_n = \frac{2^n}{n}$.

d) $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

e) $u_n = 3n - 2$.

f) $u_n = 3 \cdot 2^n$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 57. Cho dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$.

a) Tìm 4 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n).

b) Số $\dfrac{105}{54}$ là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n)?

Bài 58. Cho dãy số (a_n) biết $a_0 = 1$ và $a_n = \dfrac{1}{a_{n-1}+2}$. Tính $A = a_3 + a_5$.

Bài 59. Cho dãy số (x_n) biết số hạng tổng quát $x_n = \dfrac{2n}{n^2+1}$.

a) Tính $M = x_1 + x_3 + x_5$.

b) Số $\dfrac{20}{101}$ là số hạng thứ mấy của dãy (x_n)?

Bài 60. Tìm 4 số hạng đầu tiên của các dãy số (u_n) biết số hạng tổng quát:

a) $u_n = \dfrac{1+n}{\sqrt{n^2+1}}$.

b) $u_n = \dfrac{2^n - 1}{2^n + 1}$.

c) $u_n = (-1)^n \sqrt{4^n}$.

d) $u_n = \dfrac{1+(-1)^n}{n}$.

e) $u_n = \sin^2 \dfrac{n\pi}{4} + \cos \dfrac{2n\pi}{3}$.

Bài 61. Cho dãy số (x_n) biết $x_1 = 3$ và $x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n^2}$, $\forall n \geq 2$. Tính $M = x_2^2 + x_4^2$.

Bài 62. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = -1$ và $a_{n+1} = a_n + 3$, $\forall n \geq 2$. Tìm số hạng thứ 3 và 5 của dãy số (a_n).

Bài 63. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 1, u_2 = -2$ và $u_n = u_{n-1} - 2u_{n-2}$, $\forall n \geq 3$. Tìm x biết x thỏa mãn phương trình $x^2 + (u_3 + u_4)x + u_1 - u_2 = 0$

Bài 64. Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát:

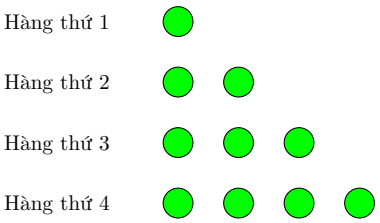
a) $u_n = 3n - 2$;

b) $u_n = 3 \cdot 2^n$;

c) $u_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n$.

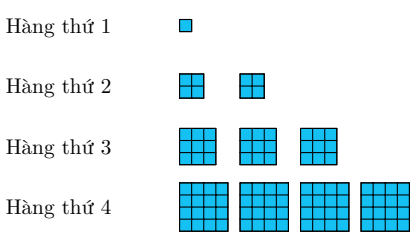
Bài 65.

Gọi u_n là số hình tròn ở hàng thứ n trong hình bên. Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (u_n).



Bài 66.

Gọi v_n là tổng diện tích của các hình tô màu ở hàng thứ n trong hình bên (mỗi ô vuông nhỏ là một đơn vị diện tích). Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (v_n).



Bài 67. Dãy số (u_n) cho bởi hệ thức truy hồi $u_1 = 1$, $u_n = n \cdot u_{n-1}$, với $n \geq 2$.

a) Viết năm số hạng đầu của dãy số.

b) Dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n.

Bài 68. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n + 2, n \geq 1. \end{cases}$. Tìm 5 số hạng đầu của dãy.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 69. Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số (u_n), biết

a) $u_n = \dfrac{n-3}{n+2}$; b) $u_n = \dfrac{3^n}{2^n \cdot n!}$; c) $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Bài 70. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n), biết:

a) $u_n = 2n - 1$; b) $u_n = -3n + 2$; c) $u_n = \dfrac{(-1)^{n-1}}{2^n}$.

Bài 71. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$.

Bài 72. Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n+2} + 2\sqrt{n}$.

Bài 73. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{n}{3^n}$.

Bài 74. Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{5n-3}{2n+1}$ $\forall n \geq 1$.

Bài 75. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3n+2}{2n+3}$.

Bài 76. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3n^2+5}{2n^2+1}$.

Bài 77. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Bài 78. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) với:

a) $u_n = \dfrac{4}{n} - 5$. b) $u_n = n^3 + 2n$. c) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

d) $u_n = \dfrac{n+1}{3^n}$. e) $u_n = 3n + \sin^2 n$. f) $u_n = (-1)^n \left(\dfrac{2^n+3}{n+1}\right)$.

g) $u_n = \dfrac{n}{5^n}$. h) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, \end{cases} (n \geq 2)$. i) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 4u_{n-1} - 1, \end{cases} (n \geq 2)$.

j) $u_n = \dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \dfrac{1}{n\cdot(n+1)}$. k) $u_n = \dfrac{1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2}{2^2+4^2+6^2+\cdots+(2n)^2}$.

Bài 79. Trong các dãy số (u_n) được xác định như sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên, bị chặn?

a) $u_n = n^2 + 2$; b) $u_n = -2n + 1$; c) $u_n = \dfrac{1}{n^2+n}$.

Bài 80. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên, bị chặn?

a) $u_n = n - 1$; b) $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$; c) $u_n = \sin n$; d) $u_n = (-1)^{n-1} n^2$.

Bài 81. Xét tính bi chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3}{n+1}$.

Bài 82. Xét tính bi chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+6}{n+1}$.

Bài 83. Xét tính bi chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n^2+1} + \sin n$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 84. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với:

a) $u_n = \dfrac{4}{n} - 5$. b) $u_n = \dfrac{n+4}{n+2}$. c) $u_n = \dfrac{5}{n^2+1} + \dfrac{n+2}{n+1} + \cos n$.

Bài 85. Viết số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó

a) đều chia hết cho 3; b) khi chia cho 4 dư 1.

Bài 86. Xác định số hạng u_{2021} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}, \forall n \geq 2.$

Bài 87. Xác định số hạng u_{2021} của dãy (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \end{cases}, \forall n \geq 2.$

Bài 88. Xác định số hạng u_{2021} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + 2n + 1 \end{cases}, \forall n \geq 2.$

Bài 89. Cho dãy số thực dương (u_n). Chứng minh rằng dãy số (u_n) là dãy số tăng khi và chỉ khi $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 90. Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức

$$A_n = 100\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^n.$$

a) Tìm số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất, sau tháng thứ hai.

b) Tìm số tiền ông An nhận được sau 1 năm.

Bài 91. Chị Hương vay trả góp một khoản tiền 100 triệu đồng và đồng ý trả dần 2 triệu đồng mỗi tháng với lãi suất $0,8\%$ số tiền còn lại của mỗi tháng. Gọi A_n, $(n \in \mathbb{N})$ là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng.

a) Tìm lần lượt A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 để tính số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng.

b) Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n).

Bài 92. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

a) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.

b) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.

c) Dự đoán công thức của P_n tính theo n.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Tính tổng các số hạng của dãy số

Câu 1. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, cho $S_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{2^n}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $S_n = \frac{2^n+1}{2^n}$. **B.** $S_n = \frac{2^n-1}{2^n}$. **C.** $S_n = \frac{2+n}{2^n}$. **D.** $S_n = \frac{2^n+31}{2^n}$.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $2+5+8+\cdots+(3n-1) = \frac{n(3n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $2+5+8+\cdots+(3n-1) = \frac{n(3n-1)}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $2+5+8+\cdots+(3n-1) = \frac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $2+5+8+\cdots+(3n-1) = \frac{n(3n-2)}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 3. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, cho $S_n = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$. Tính S_{n+1}.

A. $S_{n+1} = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2+(n+1)$. **B.** $S_{n+1} = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2+(n+1)^2$.
C. $S_{n+1} = (n+1)^2$. **D.** $S_{n+1} = 1^2+2^2+3^2+n^2+(n+1)^2$.

Câu 4. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số nguyên dương n?

A. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n\cdot(n+1) = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}{3}$.

B. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n\cdot(n+1) = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{3}$.

C. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n\cdot(n+1) = 1+n^2$.

D. $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n\cdot(n+1) = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

Câu 5. Cho biểu thức $S_n = 2^2+4^2+6^2+\cdots+(2n)^2$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính S_5.

A. $S_5 = 100$. **B.** $S_5 = 156$. **C.** $S_5 = 220$. **D.** $S_5 = 30$.

Câu 6. Cho tổng $S_n = 1+3+6+10+15+\cdots+\frac{n(n+1)}{2}$, với n là số nguyên dương tùy ý. Tìm S_{k+1}.

A. $S_{k+1} = 1+3+6+10+15+\cdots+\frac{k(k+1)}{2}+\frac{(k+1)(k+2)}{2}$.

B. $S_{k+1} = 1+3+6+10+15+\cdots+\frac{(k-1)k}{2}+\frac{k(k+1)}{2}$.

C. $S_{k+1} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$.

D. $S_{k+1} = \frac{k(k+1)}{2}$.

Câu 7. Cho biểu thức $P_n = 2^n-n$, với n là số nguyên dương tùy ý. Tìm P_{k+1}.

A. $P_{k+1} = 2^{k+1}-k$. **B.** $P_{k+1} = 2\cdot2^k-k-1$.
C. $P_{k+1} = 2\cdot2^k-k+1$. **D.** $P_{k+1} = 2^k-k$.

Câu 8. Cho tổng $S_n = 1^2+2^2+\ldots n^2$. Khi đó, công thức của S_n là

A. $S_n = \frac{n+1}{2}$. **B.** $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

C. $S_n = \frac{n(2n+1)(3n+1)}{6}$. **D.** $S_n = \frac{n(n-1)(n+1)}{6}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Cho ba mệnh đề

- P: "Với mọi số nguyên dương n, ta có $1+3+5+\cdots+(2n-3)+(2n-1)=n\cdot(n-1)$";
- Q: "Với mọi số nguyên dương n, ta có $2+4+6+\cdots+(2n-2)+2n=n\cdot(n+1)$";
- R: "Với mọi số nguyên dương n và với mọi số thực x thỏa mãn $\sin 2^n x\neq 0$, ta có $\dfrac{1}{\sin 2x}+\dfrac{1}{\sin 4x}+\cdots+\dfrac{1}{\sin 2^n x}=\cot x-\cot 2^n x$."

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Cho số thực $x\neq k2\pi$, với mọi $k\in\mathbb{Z}$ và tổng $S_n=1+\cos x+\cos 2x+\cdots+\cos nx$, với $n\in\mathbb{N}^*$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$?

A. $S_n=\dfrac{\sin\dfrac{(n+1)x}{2}\cdot\cos\dfrac{nx}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}}$. **B.** $S_n=\dfrac{2\cos^2\dfrac{nx}{2}\cdot\cos\dfrac{(n+1)x}{2}}{\cos x}$.

C. $S_n=\dfrac{\sin\dfrac{(n+1)x}{2}\cdot\cos\dfrac{nx}{2}}{\sin\dfrac{nx}{2}}$. **D.** $S_n=2\cos\dfrac{nx}{2}\cdot\cos\dfrac{x}{2}$.

Câu 11. Tính $S=1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots+2018\cdot 2^{2017}$.

A. $2017\cdot 2^{2018}+1$. **B.** $2017\cdot 2^{2018}-1$. **C.** $2017\cdot 2^{2018}-1$. **D.** $2^{2018}+1$.

Câu 12. Cho tổng $S_n=6+18+36+60+\cdots+3n(n+1)$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Tính S_{50}.

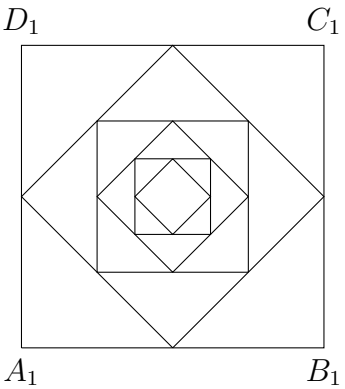
A. $S_{50}=265200$. **B.** $S_{50}=22100$. **C.** $S_{50}=132600$. **D.** $S_{50}=88400$.

Câu 13. Tìm số đường chéo của một đa giác lồi 20 cạnh.

A. 170. **B.** 156. **C.** 184. **D.** 168.

Câu 14.

Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1},B_{k+1},C_{k+1},D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh A_kB_k; B_kC_k;C_kD_k;D_kA_k (với $k=1,2,\ldots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.

Câu 15. Cho tổng $S_n=\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\dfrac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Tính S_{2017}.

A. $S_{2017}=\dfrac{2017}{2018}$. **B.** $S_{2017}=\dfrac{2017}{4035}$. **C.** $S_{2017}=\dfrac{1}{2018}$. **D.** $S_{2017}=\dfrac{2017}{4033}$.

Câu 16. Cho tổng $S_n=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Tính S_{2017}.

A. $S_{2017}=\dfrac{2017}{2018}$. **B.** $S_{2017}=\dfrac{1}{2017}$. **C.** $S_{2017}=\dfrac{1}{2018}$. **D.** $S_{2017}=\dfrac{2018}{2017}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 17. Cho $S_n = \dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3}\cdots + \dfrac{1}{n\cdot(n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Kết quả nào sau đây đúng.

A. $\dfrac{n-1}{n}$. **B.** $\dfrac{n}{n+1}$. **C.** $\dfrac{n+1}{n+2}$. **D.** $\dfrac{n+2}{n+3}$.

Câu 18. Cho $S_n = \dfrac{1}{1\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 5}\cdots + \dfrac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Kết quả nào sau đây đúng.

A. $\dfrac{n-1}{2n-1}$. **B.** $\dfrac{n}{2n+1}$. **C.** $\dfrac{n+1}{2n+3}$. **D.** $\dfrac{n+2}{2n+5}$.

Câu 19. Cho $S_n = \dfrac{1}{1\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + \cdots + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \dfrac{n+1}{n}$. **B.** $S_n = \dfrac{n}{2n+1}$. **C.** $S_n = \dfrac{n+2}{2n+7}$. **D.** $S_n = \dfrac{n-1}{2n-1}$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sin\dfrac{n\pi}{2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $S_{2020} = 0$. **B.** $S_{2019} > 0$. **C.** $S_{2017} < 0$. **D.** $S_{2018} = 0$.

Câu 21. Cho $S = 1\cdot 1! + 2\cdot 2! + 3\cdot 3! \cdots + 2007\cdot 2007!$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $S = 2\cdot 2007!$. **B.** $S = 2008! - 1$. **C.** $S = 2008!$. **D.** $S = 2008! + 1$.

Câu 22. Dãy số **Fibonacci** được **Leonardo Fibonacci**, một nhà toán học người Ý, công bố vào năm 1202 trong cuốn sách "Liber Abacci"- Sách về toán đồ qua hai bài toán: "*Bài toán con thỏ*" và bài toán "*số các cụ tổ của một ong đực*". Dãy số này hầu như biến hóa vô tận. Chính điều đó làm cho nhiều nhà Toán học (chuyên nghiệp lẫn nghiệp dư) và cả những người bình thường nghiên cứu, khám phá về nó. Người ta chứng minh được rằng công thức tổng quát cho dãy Fibonacci là

$$F_{(n)} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$$

Số **Lucas** là một dãy số được đặt tên nhằm vinh danh nhà Toán học **Francois Edouard Anatole Lucas**, người đã nghiên cứu dãy số Fibonacci, dãy số Lucas và các dãy tương tự. Dãy số gồm thương giữa hai số Lucas liền nhau sẽ hội tụ đến giới hạn bằng **tỉ lệ vàng** $\left(\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. Công thức tổng quát của số **Lucas**:

$$L_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

Số **Lucas** liên hệ với số Fibonacci bởi hàng đẳng thức $L_n = F_{n-2} + F_n$. Hãy tìm tổng $S_{(n)} = F_{n-2} + F_{n-1} + F_n + F_{n+1}$, biết $L_n = 18$.

A. 47. **B.** 29. **C.** 13. **D.** 8.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1\cdot 2\cdot 3 \\ u_2 = 2\cdot 3\cdot 4 \\ u_n = n(n+1)(n+2). \end{cases}$ Đặt $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$. Giá trị của S_{30} là

A. 28184. **B.** 245520. **C.** 215760. **D.** 278256.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Tìm số hạng tổng quát

Câu 24. Cho dãy số (u_n) viết dưới dạng khai triển $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$ Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số $(n \in \mathbb{N}^*)$.

A. $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. **B.** $u_n = \frac{n^2}{n^2+1}$. **C.** $u_n = \frac{n^2}{n+1}$. **D.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n), biết số hạng tổng quát là $u_n = 3n + 2$. Khi đó ta có số hạng thứ 6 là

A. $u_6 = 18$. **B.** $u_6 = 20$. **C.** $u_6 = 8$. **D.** $u_6 = 10$.

Câu 26. Cho dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 11. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 28. Cho dãysố $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 29. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn phương án **đúng**.

A. $u_3 = \frac{1}{3}$. **B.** $u_4 = \frac{1}{4}$. **C.** $u_5 = \frac{1}{16}$. **D.** $u_5 = \frac{1}{32}$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-1}{3n+1}$. Tìm số hạng thứ 15.

A. $\frac{7}{23}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{14}{45}$. **D.** $\frac{5}{23}$.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 4 + 3n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_6 bằng

A. 112. **B.** 652. **C.** 22. **D.** 503.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n)?

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_n = u_{n-1} + 2n$ với mọi $n \geq 2$. Khi đó u_{50} bằng

A. $1274,5$. **B.** $2548,5$. **C.** $5096,5$. **D.** $2550,5$.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n-1}{n+2}$. Tìm số hạng thứ 100 và 200

A. $u_{100} = \frac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \frac{103}{34}$; $u_{200} = \frac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \frac{309}{202}$.

B. $u_{100} = \frac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \frac{130}{34}$; $u_{200} = \frac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \frac{390}{202}$.

C. $u_{100} = \frac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \frac{33}{34}$; $u_{200} = \frac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \frac{392}{202}$.

D. $u_{100} = \frac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \frac{133}{34}$; $u_{200} = \frac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \frac{399}{202}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 35. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \forall n \geq 2 \end{cases}$. Viết năm số hạng đầu của dãy.

A. $1; 5; 13; 28; 61$. **B.** $1; 5; 13; 29; 61$. **C.** $1; 5; 17; 29; 61$. **D.** $1; 5; 14; 29; 61$.

Câu 36. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = 1, u_2 = \dfrac{3}{4}, u_3 = \dfrac{7}{5}, u_4 = \dfrac{3}{2}, u_5 = \dfrac{11}{7}$.
B. $u_1 = 1, u_2 = \dfrac{5}{4}, u_3 = \dfrac{7}{5}, u_4 = \dfrac{3}{2}, u_5 = \dfrac{11}{7}$.
C. $u_1 = 1, u_2 = \dfrac{5}{4}, u_3 = \dfrac{8}{5}, u_4 = \dfrac{3}{2}, u_5 = \dfrac{11}{7}$.
D. $u_1 = 1, u_2 = \dfrac{5}{4}, u_3 = \dfrac{7}{5}, u_4 = \dfrac{7}{2}, u_5 = \dfrac{11}{3}$.

Câu 37. Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n^2 - 3}{n}$ với $n \geq 1$. Tìm số hạng thứ ba của dãy số.

A. $u_3 = 5$. **B.** $u_3 = 15$. **C.** $u_3 = 4$. **D.** $u_3 = 3$.

Câu 38. Cho dãy số (a_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1} \forall n \geq 2 \end{cases}$. Viết 7 số hạng đầu tiên của dãy

A. $u_3 = 21$; $u_4 = 70$; $u_5 = 309$;$u_6 = 1023$; $u_7 = 3261$.
B. $u_3 = 21$; $u_4 = 87$; $u_5 = 319$;$u_6 = 1023$; $u_7 = 3261$.
C. $u_3 = 21$;$u_4 = 87$; $u_5 = 309$;$u_6 = 1023$; $u_7 = 3263$.
D. $u_3 = 21$; $u_4 = 87$; $u_5 = 309$;$u_6 = 1023$; $u_7 = 3261$.

Câu 39. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = \dfrac{2}{3}$ và $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{2(2n+1)x_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x_{100} = \dfrac{2}{39999}$. **B.** $x_{100} = \dfrac{39999}{2}$. **C.** $x_{100} = \dfrac{2}{40001}$. **D.** $x_{100} = \dfrac{2}{40803}$.

Câu 40. Cho dãy số các định bởi $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018};\ n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

A. 201. **B.** 207. **C.** 213. **D.** 219.

Câu 41. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = -3$ và $a_{n+1} = a_n + n^2 - 3n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số 1391 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19.

Câu 42. Cho dãy số xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + (3n+2)u_n}, n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 50 trong dãy là

A. $\dfrac{1}{3775}$. **B.** $\dfrac{1}{3926}$. **C.** $\dfrac{1}{3625}$. **D.** $\dfrac{1}{3774}$.

Câu 43. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là -1, 3, 19, 53. Tìm số hạng thứ 10 của dãy.

A. $u_{10} = 97$. **B.** $u_{10} = 71$. **C.** $u_{10} = 1414$. **D.** $u_{10} = 971$.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018},\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

A. 2026. **B.** 2027. **C.** 2028. **D.** 2029.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 45. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \dfrac{2^{n-1}+1}{n}$, với mọi n nguyên dương. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 52,2. **B.** 51,3. **C.** 51,1. **D.** 102,3.

Câu 46. Xác định số hạng u_{2018} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}, \forall n \geq 2.$

A. -4033. **B.** 4033. **C.** -4032. **D.** 4032.

Câu 47. Cho dãy số (u_n), với $u_1 = 6$ và $u_n = u_{n-1} + 5$ khi đó u_n bằng

A. $5n+1$. **B.** $5(n+1)$. **C.** 5^n+1. **D.** 5^{n+1}.

Câu 48. Xác định số hạng u_{2018} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}, \forall n \geq 2.$

A. -4033. **B.** 4033. **C.** -4032. **D.** 4032.

Câu 49. Cho dãy số có các số hạng đầu là $-2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6, \ldots$. Số hạng tổng quát của dãy số đã cho là

A. $u_n = -2n$. **B.** $u_n = n-2$. **C.** $u_n = -2(n+1)$. **D.** $u_n = 2n-4$.

Câu 50. Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \text{ với } n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số là

A. $u_n = 7n-4$. **B.** $u_n = 4n-1$. **C.** $u_n = n+2$. **D.** $u_n = 5n-2$.

Câu 51. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2008 \\ u_2 = 2009 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \quad \text{với } n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = n + 2007$. **B.** $u_n = 2n + 2006$. **C.** $u_n = n - 2007$. **D.** $u_n = -n + 2008$.

Câu 52. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy là

A. $u_n = 2n-1$. **B.** $u_n = n$. **C.** $u_n = n$. **D.** $u_n = n$.

Câu 53. Cho dãy số có các số hạng đầu là 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; .... Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = \underbrace{0,00\ldots01}_{n \text{ chữ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0,00\ldots01}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 6, u_n = u_{n-1} + 5$. Khi đó u_n được tính theo biểu thức nào dưới đây?

A. $u_n = 5n+1$. **B.** $u_n = 5(n+1)$. **C.** $u_n = 5^n+1$. **D.** $u_n = 5^{n+1}$.

Câu 55. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n(n+4)}{n+3}, n \geq 1 \end{cases}$. Công thức tổng quát của dãy số là

A. $u_n = 2n+2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = -n+5, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = n+3, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = 3n+1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $u_n = 2^{n+1} - 3$. **B.** $u_n = 2^{n+2} - 7$. **C.** $u_n = 2^n - 1$. **D.** $u_n = 2^{n-1} + 1$.

Câu 57. Dãy số có các số hạng cho bởi $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \ldots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$. **D.** $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$.

Câu 58. Số hạng tổng quát của dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \ldots$ là

A. $u_n = \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{1}{2n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{2n+1}$.

Câu 59. Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = 7n + 7$. **B.** $u_n = 7n$.
C. $u_n = 7n + 1$. **D.** u_n Không viết được dưới dạng công thức.

Câu 60. Cho dãy (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số là

A. $u_n = 1 + \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n+2)}{6}$.
C. $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$. **D.** Tất cả các khẳng định **A**, **B**, **C** đều sai.

Câu 61. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Câu 62. Xác định số hạng u_{2018} của dãy (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \end{cases}, \forall n \geq 2$.

A. $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2018} - 6059$. **B.** $u_{2018} = 2^{2017}$.
C. $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2017} - 6059$. **D.** $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2018}$.

Câu 63. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số.

A. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.
C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = \frac{5 + (n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 64. Xác định số hạng u_{2018} của dãy (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \end{cases}, \forall n \geq 2$.

A. $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2018} - 6059$. **B.** $u_{2018} = 2^{2017}$.
C. $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2017} - 6059$. **D.** $u_{2018} = 5 \cdot 2^{2018}$.

Câu 65. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.
C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 66. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + 10 \end{cases}$ với $n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là

A. $u_n = 3 \cdot 2^n - 5$. **B.** $u_n = 2 \cdot 3^n + 5$. **C.** $u_n = 2 \cdot 3^n - 5$. **D.** $u_n = 3 \cdot 2^n + 5$.

Câu 67. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{2 + u_n^3}, n \geq 1 \end{cases}$. Công thức tổng quát của dãy số là

A. $u_n = \sqrt{6 - 2n}$. **B.** $u_n = \sqrt[3]{6 + 2n}$. **C.** $u_n = \sqrt[3]{5 + 3n}$. **D.** $u_n = \sqrt{3n + 1}$.

Câu 68. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_{n+1} = qa_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $a \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số được viết dưới dạng $a_n = \alpha q^{n-1} + \beta \dfrac{1 - q^{n-1}}{1 - q}$. Tính $\alpha + 2\beta$.

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 16.

Câu 69. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1 + u_n}{2}}, n \geq 1 \end{cases}$ với $0 < \alpha < \pi$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là?

A. $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **B.** $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **C.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

Câu 70. Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases}$ $(n \geq 1)$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$. **B.** $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$. **C.** $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$. **D.** $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Câu 71. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log(u_1^2 + u_2^2 + 10) - \log(2u_1 + 6u_2) = 0$ và $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là

A. 101. **B.** 102. **C.** 100. **D.** 99.

Câu 72. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_2 = 2, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2$. Tính u_{2018}.

A. 2018. **B.** 4608289. **C.** 2035154. **D.** 2017.

Câu 73. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n)$ với mọi $n = 1, 2, \cdots$. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$?

A. 3. **B.** $2^{2017} + 1$. **C.** $2^{2016} + 1$. **D.** $2^{2018} + 1$.

Câu 74. Xác định số hạng u_{2018} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + 2n + 1 \end{cases}, \forall n \geq 2$.

A. $u_{2018} = 8152718$. **B.** $u_{2018} = 4076359$. **C.** $u_{2018} = 4067395$. **D.** $u_{2018} = 3541657$.

Câu 75. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + \sqrt{2} - 1}{1 - (\sqrt{2} - 1)u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_{2018}.

A. $u_{2018} = 7 + 5\sqrt{2}$. **B.** $u_{2018} = 2$. **C.** $u_{2018} = 7 - 5\sqrt{2}$. **D.** $u_{2018} = 7 + \sqrt{2}$.

Câu 76. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n, n \geq 1 \end{cases}$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$. **B.** $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$. **C.** $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$. **D.** $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 77. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_2 = 2, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2$. Tính u_{2019}.

A. 2018. **B.** 4608289. **C.** 2037172. **D.** 2017.

Câu 78. Cho dãy số (x_n) có $x_n = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x_{n+1} = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+1}$. **B.** $x_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

C. $x_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $x_{n+1} = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+5}$.

Câu 79. Dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \dfrac{n^2+3n+7}{n+1}$ có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

A. 2. **B.** Không có. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 80. Cho dãy số $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = 3^n + 3$. **B.** $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$. **C.** $u_{n+1} = 3^n + 1$. **D.** $u_{n+1} = 3(n+1)$.

Câu 81. Cho dãy số (a_n) có $a_n = \dfrac{n}{n^2+100}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng lớn nhất của dãy số (a_n).

A. $\dfrac{1}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{21}$.

Câu 82. Cho dãy số (y_n) xác định bởi $y_1 = 2$ và $y_{n+1} = 2y_n + n^2 - 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tổng S_4 của 4 số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $S_4 = 20$. **B.** $S_4 = 10$. **C.** $S_4 = 30$. **D.** $S_4 = 14$.

Câu 83. Cho dãy số (a_n) có $a_n = -n^2 + 4n + 11, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng lớn nhất của dãy số (a_n).

A. 14. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 12.

Câu 84. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là $-1, 3, 19, 53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$. **B.** $u_{10} = 71$. **C.** $u_{10} = 1414$. **D.** $u_{10} = 971$.

Câu 85. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2}{n+1}$ (a là hằng số). Số hạng u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \dfrac{an^2}{n+2}$. **B.** $u_{n+1} = \dfrac{an^2+1}{n+1}$. **C.** $u_{n+1} = \dfrac{a(n+1)^2}{n+2}$. **D.** $u_{n+1} = \dfrac{a(n+1)^2}{n+1}$.

Câu 86. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn điều kiện $x_1 = 1, x_{n+1} - x_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Số hạng x_{2018} bằng

A. $x_{2018} = \dfrac{4036}{2018}$. **B.** $x_{2018} = \dfrac{4035}{2018}$. **C.** $x_{2018} = \dfrac{4037}{2018}$. **D.** $x_{2018} = \dfrac{4034}{2018}$.

Câu 87. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = n + u_n \, \forall n \geq 1$. Tính u_{218}.

A. 23436. **B.** 2381. **C.** 46872. **D.** 23653.

Câu 88. Một vi sinh đặc biệt X có cách sinh sản vô tính kì lạ, sau một giờ thì đẻ một lần, đặc biệt sống được tới giờ thứ n (với n là số nguyên dương) thì ngay lập tức thời điểm đó nó đẻ một lần ra 2^n con X khác, tuy nhiên do chu kì của con X ngắn nên ngay sau khi đẻ xong lần thứ 2, nó lập tức chết. Hỏi rằng, nếu tại thời điểm ban đầu có đúng 1 con thì sau 5 giờ có bao nhiêu con sinh vật X đang sống?

A. 336. **B.** 256. **C.** 32. **D.** 96.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 89. Cho dãy (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Khi đó, u_{n-1} bằng

A. 5^{n-1}. **B.** 5^n. **C.** $5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $\dfrac{5^{n+1}}{5}$.

Câu 90. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$, $\forall n = 1, 2, 3, \ldots$ Khi đó u_{n+1} bằng

A. $\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$. **C.** $\left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $\left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 91. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số này.

A. $u_n = 2^n$. **B.** $u_n = n^{n-1}$. **C.** $u_n = 2$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.

3 Dãy số tăng, dãy số giảm

Câu 92. Trong các dãy số (u_n) sau, hãy chọn dãy số tăng

A. $u_n = -n$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{n}$. **C.** $u_n = (-1)^n n$. **D.** $u_n = n$.

Câu 93. Tìm dãy số (u_n) giảm, được cho bởi số hạng tổng quát dưới đây.

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 3^n + 2$. **C.** $u_n = n - 2017$. **D.** $u_n = 3 - 2n$.

Câu 94. Tìm dãy số (u_n) giảm, được cho bởi số hạng tổng quát dưới đây.

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 3^n + 2$. **C.** $u_n = n - 2017$. **D.** $u_n = 3 - 2n$.

Câu 95. Dãy số nào sau đây là dãy số tăng?

A. $u_n = -2n + 1$. **B.** $u_n = n^2 - 9n - 3$. **C.** $u_n = 3n - 2019$. **D.** $u_n = \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

Câu 96. Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \dfrac{2n+3}{3n+2}$. **B.** $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2 - 1$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Câu 97. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n+1}$. Dãy số (u_n) là dãy số

A. giảm. **B.** tăng.
C. không tăng không giảm. **D.** vừa tăng vừa giảm.

Câu 98. Trong các số hạng tổng quát sau, đâu là số hạng tổng quát của một dãy số giảm?

A. $u_n = \dfrac{2n+1}{n}$. **B.** $u_n = n^3 - 1$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = 2n$.

Câu 99. Xét tính tăng, giảm của dãy số $u_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$.

A. Dãy số giảm. **B.** Dãy số tăng.
C. Dãy số không tăng không giảm. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 100. Tong các nhận định sau, có bao nhiêu nhận định **sai**?

- $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$, $(\forall n \in \mathbb{N})$.
- $u_n = \dfrac{\sqrt{2}}{2^n}$ là một dãy số tăng.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$u_n = -\sin n$ là một dãy số tăng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 101. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an-1}{n+2}, \forall n \geq 1$ là dãy số tăng?

A. $a > 2$. **B.** $a < -2$. **C.** $a > -\dfrac{1}{2}$. **D.** $a < -\dfrac{1}{2}$.

Câu 102. Xét tính tăng giảm của dãy số $u_n = n - \sqrt{n^2-1}$.

A. Dãy số giảm.
B. Dãy số không tăng không giảm.
C. Dãy số tăng.
D. Ba phương án đều sai.

Câu 103. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an+2}{n+1}$, a là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

A. $a < 1$. **B.** $a > 1$. **C.** $a > 2$. **D.** $a < 2$.

Câu 104. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n+2}{2n+1}, \forall n \geq 1$. Tìm mệnh đề **sai**.

A. Số $\dfrac{5}{7}$ là số hạng thứ 3 của dãy.
B. (u_n) là dãy số giảm.
C. (u_n) là dãy số tăng.
D. $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 105. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng

A. $u_n = \dfrac{1}{n^2+1}$. **B.** $u_n = (-1)^n$. **C.** $u_n = \dfrac{2^n-1}{2^n}$. **D.** $u_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$.

Câu 106. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2n$. **C.** $u_n = n^3 - 1$. **D.** $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$.

Câu 107. Dãy số nào sau đây giảm?

A. $u_n = \dfrac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
B. $u_n = \dfrac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$.
D. $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 108. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{2n-1}{2n+5}, \forall n = 1, 2, 3 \ldots$ Khi đó (u_n) là dãy số

A. tăng. **B.** giảm. **C.** không tăng. **D.** không giảm.

4 Dãy số bị chặn

Câu 109. Cho hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$, cho hàm số v xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \ldots, m\}$, với $m \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số u và v đều là các dãy số vô hạn.
B. Hàm số u và v đều là các dãy số hữu hạn.
C. Hàm số u là dãy số vô hạn và hàm số v là dãy số hữu hạn.
D. Hàm số u là dãy số hữu hạn và hàm số v là dãy số vô hạn.

Câu 110. Cho dãy số (u_n). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu tồn tại số $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $u_n > u_{n+1}$.
B. (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu tồn tại $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $u_n < u_{n+1}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 111. Cho dãy số (u_n). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu (u_n) là hàm số xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \ldots, m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số hữu hạn.
B. Nếu tồn tại số M sao cho $u_n < M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số hữu hạn.
C. Nếu tồn tại số m, M sao cho $m < u_n < M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số hữu hạn.
D. Nếu $u_n < u_{n+1}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số hữu hạn.

Câu 112. Cho dãy số (u_n). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.
B. Nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \ge m, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.
C. Nếu tồn tại số $M > 0$ sao cho $|u_n| \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.
D. Nếu tồn tại cặp số M, m và tồn tại giá trị n sao cho $m \le u_n \le M$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 113. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm.
B. Dãy số tăng là dãy số bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm là dãy số bị chặn trên.
D. Dãy số bị chặn là dãy số không tăng, cũng không giảm.

Câu 114. Cho dãy số (u_n), biết $u_n \le 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Dãy số bị chặn trên.
B. Dãy số bị chặn dưới.
C. Dãy số bị chặn.
D. Dãy số không bị chặn.

Câu 115. Cho dãy số (u_n), biết: $1 \le u_n \le 10, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Giá trị lớn nhất của dãy số là 1.
B. Giá trị nhỏ nhất của dãy số là 10.
C. Giá trị lớn nhất của dãy số là 10.
D. Dãy số không bị chặn.

Câu 116. Cho dãy số (u_n), biết: $u_n \ge 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Dãy số bị chặn trên.
B. Dãy số bị chặn dưới.
C. Dãy số bị chặn.
D. Dãy số không bị chặn.

Câu 117. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^n \sin(2017n + 2018)$. Khi đó dãy số (u_n) là

A. dãy giảm.
B. dãy tăng.
C. bị chặn.
D. không bị chặn.

Câu 118. Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$.
B. $u_n = 4n + 1$.
C. $u_n = -2^n$.
D. $u_n = (-1)^n.(2n + 1)$.

Câu 119. Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$.
B. $u_n = 2n + \sin n$.
C. $u_n = n^2$.
D. $u_n = n^3 - 1$.

Câu 120. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2n+3}$. Khi đó (u_n) là dãy số

A. tăng.
B. giảm.
C. bị chặn trên.
D. bị chặn trên dưới.

Câu 121. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \dfrac{n^2 + 3n + 1}{n + 1}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên.
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên.
D. Dãy số không bị chặn.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 122. Xét tính tăng giảm và bị chặn dãy số (u_n) với (u_n): $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$.

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Câu 123. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = 4 - 3n - n^2$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 124. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn. **D.** Dãy số không bị chặn .

Câu 125. Trong các dãy số $(u_n) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$; $(u_n) = \left(\dfrac{4}{3}\right)^n$; $(u_n) = \sin n + \cos n$, với giải thiết $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$. Số dãy số bị chặn là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 126. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n + \dfrac{1}{n}$. **B.** $u_n = 2^n + 1$. **C.** $u_n = \dfrac{n}{n+1}$. **D.** $u_n = \sqrt{n^2+1}$.

Câu 127. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết $u_n = 1 + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{n^2}$.

A. Dãy số tăng, bị chặn. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. **D.** Ba phương án đều sai.

Câu 128. Xét tính bị chặn của dãy số $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn.

Câu 129. Cho dãy số (u_n) cho bởi $u_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Gọi M, m: $m \leq u_n \leq M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $M + m$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 130. Cho dãy số (u_n), biết: $u_n = 1 + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{n^2}$. Gọi M, m sao cho $m \leq u_n \leq M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. $m, M \in (0;4)$. **B.** $m, M \in (1;4)$. **C.** $m, M \in (0;2)$. **D.** $m, M \in (1;5)$.

Câu 131. Cho dãy số (x_n): $\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_n = \dfrac{2n}{(n-1)^2} \cdot \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} x_i, n = 2, 3, \cdots \end{cases}$. Khẳng định nào đúng về dãy (y_n) với $y_n = x_{n+1} - x_n$.

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Câu 132. Xét tính bị chặn của dãy số sau $u_n = \dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{2 \cdot 4} + \cdots + \dfrac{1}{n\,(n+2)}$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn.
C. Bị chặn trên nhưng không bị chặn. **D.** Bị dưới trên nhưng không bị chặn.

Câu 133. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3n-1}{3n+7}, \forall n = 1, 2, 3 \ldots$ Khi đó (u_n) là dãy số

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. bị chặn trên và bị chặn dưới.
D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 134. Cho dãy số (u_n), với $u_n = (-1)^n$. Khi đó (u_n) là dãy số

A. tăng.
B. giảm.
C. bị chặn trên và bị chặn dưới.
D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 135. Cho dãy số (u_n), với $u_n = (-1)^n \cdot 5^{2n+5}$. Khi đó (u_n) là dãy số

A. bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. bị chặn trên và bị chặn dưới.
D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 136. Cho dãy số (u_n): $u_n = (-1)^n \sin\dfrac{\pi}{n}$. Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới.

Câu 137. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

A. (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$.
B. (u_n) với $u_n = 2n + \sin(n)$.
C. (u_n) với $u_n = n^2$.
D. (u_n) với $u_n = n^3 - 1$.

Câu 138. Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số bị chặn.

A. $u_n = \sqrt{n^2+1}$.
B. $u_n = 2^n + 1$.
C. $u_n = n + \dfrac{1}{n}$.
D. $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 139. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n}{2n+1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_5 = \dfrac{5}{11}$.		
b) (u_n) là dãy số giảm.		

Phát biểu	Đ	S
c) Dãy (u_n) không bị chặn trên.		
d) (u_n) là dãy số bị chặn dưới.		

Câu 140. Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_4 - u_1 = 10$.		
b) (u_n) là dãy số tăng.		

Phát biểu	Đ	S
c) (u_n) là dãy số bị chặn trên.		
d) (u_n) là dãy số bị chặn dưới.		

Câu 141. Cho dãy số (u_n) xác định bằng hệ trức truy hồi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + (n+1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_3 = 6$.		
b) (u_n) là dãy số tăng.		
c) Biết $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. Khi đó $u_{n+1} = \dfrac{(n+2)(n+3)}{2}$.		
d) Tổng của hai số hạng liên tiếp là một số chính phương.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 142. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an+2}{n+1}$, với a là số thực.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu $u_2 = \dfrac{8}{3}$ thì $a = 2$.		
b) Nếu $a = 1$ thì (u_n) là dãy số bị chặn.		
c) (u_n) là dãy số giảm khi và chỉ khi $a < 1$.		
d) (u_n) là dãy số tăng khi và chỉ khi $a > 2$.		

Câu 143. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Năm số hạng đầu tiên là $u_1 = -\dfrac{1}{2}$; $u_2 = -\dfrac{2}{3}$; $u_3 = -\dfrac{3}{4}$; $u_4 = -\dfrac{4}{5}$; $u_5 = -\dfrac{5}{6}$.		
b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\dfrac{10}{11}$; $-\dfrac{100}{101}$.		
c) $-\dfrac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n).		
d) $-\dfrac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n).		

Câu 144. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Phát biểu	Đ	S
a) Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là -1; 2; 5; 8.		
b) Số hạng thứ năm của dãy là 13.		
c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 2n - 3$.		
d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.		

Câu 145. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = 1$.		
b) Ba số hạng đầu của dãy là $u_1 = 1$; $u_2 = \dfrac{5}{4}$; $u_3 = \dfrac{7}{5}$.		
c) Năm số hạng đầu của dãy là $u_1 = 1$; $u_2 = \dfrac{5}{4}$; $u_3 = \dfrac{7}{5}$; $u_4 = \dfrac{3}{2}$; $u_5 = \dfrac{11}{7}$.		
d) Số $\dfrac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n).		

Câu 146. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Năm số hạng đầu của dãy số là $u_1 = 2$; $u_2 = 7$; $u_3 = 12$; $u_4 = 17$; $u_5 = 22$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
b) Số hạng tổng quát của dãy (u_n) là $u_n = 5n - 3$.		
c) Số hạng u_{50} bằng $u_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247$.		
d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy (u_n).		

Câu 147. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \dfrac{1}{1\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + \dfrac{1}{5\cdot 7} + \ldots + \dfrac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ 2 021 là $\dfrac{2\,021}{4\,040}$.		
b) Số hạng thứ 2 022 là $\dfrac{2\,022}{4\,043}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Số hạng thứ 2 023 là $\dfrac{2\,023}{4\,047}$.		
d) Số hạng thứ 2 024 là $\dfrac{2\,024}{4\,049}$.		

Câu 148. Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 2\,023 \\ u_2 = 2\,024 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy (v_n): $v_n = u_n - u_{n-1}$ là dãy không đổi.		
b) Biểu thị u_n qua u_{n-1} ta được $u_n - u_{n-1} = 1 \Rightarrow u_n = u_{n-1} + 1$.		
c) Ta có $u_3 = 2\,025$.		
d) Ta có $u_{2\,024} = 4\,044$.		

Câu 149. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \dfrac{1}{n}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $u_3 = \dfrac{2}{3}$.		
b) $u_7 - u_8 = \dfrac{1}{56}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{1}{n(n+1)}$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Câu 150. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = \dfrac{1}{2}$.		
b) Số hạng $u_3 = \dfrac{3}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\dfrac{10}{11}$ là số hạng thứ 11 của dãy số.		
d) $u_{2\,023} + u_{2\,024} > 2$.		

Câu 151. Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ 2 là $u_2 = 3$.		
b) Số hạng thứ 4 là $u_4 = 11$.		
c) Số hạng thứ 2 024 là $u_{2\,024} = 4\,092\,536$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Số hạng thứ 2 023 là $u_{2\,023} = 4\,088\,482$.		

Câu 152. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{n}{4^n}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $u_n = \dfrac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.		
b) Ta có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Ta có $u_{2\,024} < u_{2\,023}$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Câu 153. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n+2}}$.		
b) $\dfrac{u_{2\,024}}{u_{2\,023}} < 1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.		

Câu 154. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{(n+3)(n+2)}$.		
b) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.		

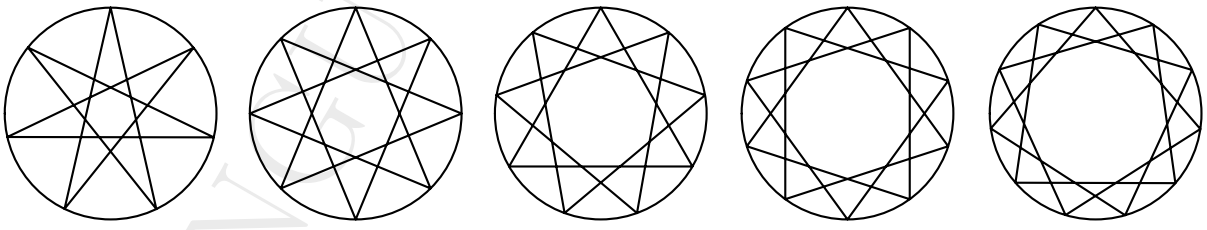
Phát biểu	Đ	S
c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.		
d) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.		

Câu 155. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \dfrac{1}{n}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.		
b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.		
d) Dãy số đã cho bị chặn trên.		

Câu 156. Với mỗi số nguyên dương n, lấy $n+6$ điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như hình bên dưới.



$n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$ $n = 5$

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $n = 1$ thì số đo của mỗi cung bằng $50°$.		
b) Khi $n = 2$ thì số đo của mỗi góc ở đỉnh bằng $45°$.		
c) Số đo của mỗi cung bằng $\left(\dfrac{360}{n+6}\right)^\circ$.		

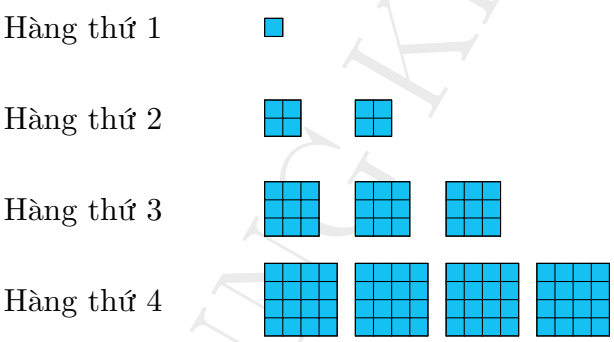
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Số đo của mỗi góc ở đỉnh bằng $\left(\dfrac{180}{n+6}\right)^\circ$.		

Câu 157.

Gọi v_n là tổng diện tích của các hình tô màu ở hàng thứ n trong hình bên dưới (mỗi ô vuông nhỏ là một đơn vị diện tích). Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $v_1 = 1$.		
b) $v_2 = 2$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $v_4 = 16$.		
d) $v_n = n^3$.		

Câu 158. Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 3 tháng, với lãi suất 3% một năm. Số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi mà bác An nhận được sau n quý (mỗi quý là 3 tháng) sẽ là

$$A_n = 200\left(1+\frac{0{,}03}{4}\right)^n, n = 0, 1, 2, \ldots$$

Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Lãi suất của quý đầu bác An nhận được là 6 triệu đồng.		
b) Số tiền bác An nhận được sau 1 quý là 201,5 triệu đồng.		
c) Số tiền bác An nhận được sau 2 quý là 203,01125 triệu đồng.		
d) Số tiền bác An nhận được sau 3 năm là 204,5338344 triệu đồng.		

Câu 159. Bác Hưng để 10 triệu đồng trong tài khoản ngân hàng. Vào cuối mỗi năm, ngân hàng trả lãi 3% vào tài khoản của bác ấy, nhưng sau đó sẽ tính phí duy trì tài khoản hằng năm là 120 nghìn đồng. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Lãi suất sau 1 năm đầu của bác Hưng là 120 nghìn đồng.		
b) Vào cuối năm thứ nhất, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là 10 245 400 đồng.		
c) Vào cuối năm thứ hai, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là 10 556 362 đồng.		
d) Vào cuối năm thứ tư, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là 10 753 052,86 đồng.		

Câu 160. Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau n tháng được tính theo công thức $T_n = 200\left(1+\dfrac{0{,}05}{12}\right)^n$. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng).		
b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng).		
c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).		
d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).		

Câu 161. Vi khuẩn E.Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E.Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử ban đầu có 1 vi khuẩn E.Coli và tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể tử khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E.Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong n giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 20 phút đầu số vi khuẩn là 2 con.		
b) Sau 2 giờ thì số vi khuẩn là 4 con.		
c) sau 12 giờ thì số vi khuẩn là 4096 con.		
d) Sau n giờ thì số vi khuẩn là 8^n con.		

Câu 162. Vi khuẩn E. Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Biết ban đầu có 1 vi khuẩn E. Coli.

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 1 giờ, số lượng vi khuẩn là 6 con.		
b) Sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn là 64 con.		
c) Sau 12 giờ, số lượng vi khuẩn là 2^{12} con.		
d) Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Sau 48 giờ, số lượng vi khuẩn là 2^{144} con.		

Câu 163. Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm ban đầu với $1{,}0 \cdot 10^9$ vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi lần bốn giờ có thể tiêu diệt $4{,}0 \cdot 10^8$ vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%. Gọi u_n là số vi khuẩn sau lần dùng thuốc thứ n.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_1 = 1{,}0 \cdot 10^9$.		
b) $u_2 = 8{,}5 \cdot 10^8$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_4 = 1{,}3515625 \cdot 10^8$.		
d) $u_{n+1} = 1{,}25u_n - 4{,}0 \cdot 10^8$.		

Câu 164. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Lãi suất sau 1 tháng đầu là 500 000 đồng.		

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
b) Số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng là 100,5 triệu đồng.		
c) Số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng xấp xỉ 113,6 triệu đồng.		
d) $P_n = 100{,}5\cdot(1+0{,}5\%)^{n-1}+6(1+0{,}5\%)^{n-1}+6(1+0{,}5\%)^{n-2}+6\cdot(1+0{,}5\%)^{n-3}+\cdots+6$.		

Câu 165. Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 100\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)^n$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Lãi suất sau 1 tháng đầu là 600 nghìn đồng.		
b) Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất là 100,5 (triệu đồng).		
c) Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ hai là 101,0025 (triệu đồng).		
d) Số tiền ông An nhận được sau 3 năm xấp xỉ 101,5075 (triệu đồng).		

Câu 166. Chị Hương vậy trả góp một khoản tiền 100 triệu đồng và đồng ý trả dần 2 triệu đồng mỗi tháng với lãi suất 0,8% số tiền còn lại của mỗi tháng. Gọi A_n ($n \in \mathbb{N}$) là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A_1 = 98{,}8$.		
b) $A_2 = 97{,}59$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $A_6 = 93{,}9$.		
d) $A_n = 1{,}008A_{n-1}$.		

Câu 167. Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là 37,5 triệu đồng.		
b) Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng là 27,125 triệu đồng.		
c) Giá trị của máy photocopy sau 3 năm sử dụng là 21,0938 triệu đồng.		
d) Giá trị của máy photocopy sau n năm sử dụng là $50\cdot 0{,}75^{n-1}$ triệu đồng.		

Câu 168. Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Gọi T_n (triệu đồng) là giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau n năm kể từ khi mua.

Phát biểu	Đ	S
a) $T_1 = 37{,}5$ triệu đồng.		
b) $T_2 = 28{,}125$ triệu đồng.		

Phát biểu	Đ	S
c) $T_4 \approx 11{,}87$ triệu đồng.		
d) $T_n = 50\cdot 0{,}75^n$ triệu đồng.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 169. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm n để $-u_n + 2\,022n + 2\,023 = 0$.

KQ: | | | | |

Câu 170. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = \sqrt{5}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 4}$. Tính $u_{2\,024}$ *làm tròn đến hàng đơn vị.*

KQ: | | | | |

Câu 171. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{11n - 10}{n + 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Hỏi từ số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) thì các số hạng của dãy số lớn 10?

KQ: | | | | |

Câu 172. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n + 1}{n - 2}$. Hỏi dãy số đã cho có bao nhiêu số hạng nguyên?

KQ: | | | | |

Câu 173. Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n^2 - n + 1}{n + 2}$ có bao nhiêu số hạng là số nguyên? KQ: | | | | |

Câu 174. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (2 - a)n + a - 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để dãy số u_n là dãy tăng?

KQ: | | | | |

Câu 175. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{na + 3}{2n + 3}$. Tìm số các giá trị nguyên của $a \in (-2\,023; 2\,023)$ để (u_n) là dãy số giảm.

KQ: | | | | |

Câu 176. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n + 1}{n + 2}$. Số $\dfrac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

KQ: | | | | |

Câu 177. Dãy số $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$ bị chặn trên bởi a. Khi đó a có giá trị bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 178. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong khoảng $(-2\,025; 2\,025)$ để (u_n) là dãy số tăng?

KQ: | | | | |

Câu 179. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1 - a)u_n \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số giá trị nguyên của $a \in (-2\,026; 2\,026)$ để (u_n) là dãy tăng.

KQ: | | | | |

Câu 180. Gọi A là tập hợp tất cả giá trị nguyên của $a \in [-5; 5]$ sao cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^4 + 2}{2n^4 + 5}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ là một dãy số tăng. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

KQ: | | | | |

Câu 181. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{2an^2 + 1}{n^2 + 3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và $a \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a \in [-10; 10]$ sao cho (u_n) là một dãy số giảm?

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 182. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2+2}{n^2+3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a \in [-10;10]$ để (u_n) là dãy số giảm?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 183. Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 100\left(1+\dfrac{0{,}06}{12}\right)^n$. Tìm số tiền ông An nhận được sau 1 năm theo đơn vị triệu đồng (*làm tròn đến hàng triệu*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 184. Bác Thanh gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép. Số tiền của bác Thanh thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 200\left(1+\dfrac{0{,}065}{12}\right)^n$. Tính số tiền bác Thanh nhận được sau 3 tháng theo đơn vị triệu đồng (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 185. Bác Thanh gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép. Số tiền của bác Thanh thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 200\left(1+\dfrac{0{,}065}{12}\right)^n$. Tính số tiền lãi bác Thanh nhận được sau 7 tháng theo đơn vị triệu đồng (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 186. Bác Thanh gửi tiết kiệm A triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép. Số tiền của bác Thanh thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = A\left(1+\dfrac{0{,}065}{12}\right)^n$. Hỏi bác Thanh cần gửi vào ngân hàng số A là bao nhiêu triệu đồng để sau 4 tháng bác Thanh nhận được 204,37 triệu đồng (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 187. Bác Thanh gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép. Số tiền của bác Thanh thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 200\left(1+\dfrac{0{,}065}{12}\right)^n$. Bác Thanh cần gửi ít nhất bao nhiêu tháng để nhận được số tiền cả gốc và lãi là 208,81 triệu đồng.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 188. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng người đó gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau đúng một năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được bao nhiêu tiền theo đơn vị triệu đồng, *làm tròn đến hàng đơn vị*?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 189. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền theo đơn vị triệu đồng?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 190. Sinh nhật bạn của An vào ngày 27 tháng 5. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 1 000 đồng vào ngày 01 tháng 5 năm 2 023, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 1 000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu nghìn đồng?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 191. Để chuẩn bị cho việc mua nhà, chị An thực hiện việc tiết kiệm bằng cách mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng 20 triệu đồng/tháng. Biết rằng trong thời gian chị An gửi tiền thì ngân hàng áp

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

dụng mức lãi suất 0,65% tháng và chị An không rút lãi lần nào. Hỏi chị An phải gửi tối thiểu bao nhiêu tháng để có được số tiền 100 triệu đồng bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi? KQ: | | | | |

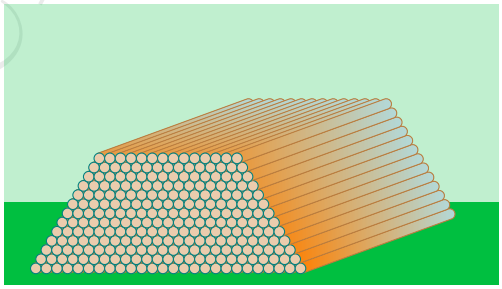
Câu 192. Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên Ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Hỏi sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả bao nhiêu điều ước? KQ: | | | | |

Câu 193. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD, khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t C°$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)$% thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a, là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu $°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%? (*Làm tròn đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |

Câu 194.

Một chồng cột gỗ được xếp thành các lớp, hai lớp liên tiếp hơn kém nhau 1 cột gỗ (Hình vẽ minh họa). Gọi u_n là số cột gỗ nằm ở lớp thứ n tính từ trên xuống và cho biết lớp trên cùng có 14 cột gỗ. Hãy xác định số cột gỗ ở hàng thứ 20?

KQ: | | | | |



Câu 195. Anh Minh kí hợp đồng lao động có thời hạn ở một công ty với phương án trả lương như sau: Quý thứ nhất, tiền lương là 27 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2,1 triệu. Tổng số tiền lương anh nhận được trong các năm đã đi làm là 684 triệu đồng. Hỏi anh Minh đã làm ở công ty đó bao nhiêu năm? KQ: | | | | |

Câu 196. COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona (nCoV) bắt nguồn từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến 7/4/2020 đã có 1 360 039 người nhiễm bệnh). Giả sử ban đầu ở huyện A với dân số 8 vạn người có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây 4 người). Hỏi sau 7 ngày thì huyện A sẽ còn lại bao nhiêu người không nhiễm bệnh? (Biết rằng những người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh và không phòng tránh cách li, do trong thời gian ủ bệnh vẫn lây bệnh sang người khác).

KQ: | | | | |

Câu 197. Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 100\left(1 + \dfrac{0{,}06}{12}\right)^n$. Số tiền ông An nhận được sau 2 tháng là T triệu đồng. Hỏi T là bao nhiêu (*làm tròn kết quả tới hàng đơn vị*). KQ: | | | | |

Câu 198. Chị Hương vay trả góp một khoản tiền 100 triệu đồng và đồng ý trả dần 2 triệu đồng mỗi tháng với lãi suất 0,8% số tiền còn lại của mỗi tháng. Gọi A_n $(n \in \mathbb{N})$ là số tiền còn nợ (triệu đồng) của chị Hương sau n tháng. Hỏi sau tháng thứ mấy thì khoản vay của chị Hương còn dưới 95 triệu đồng.

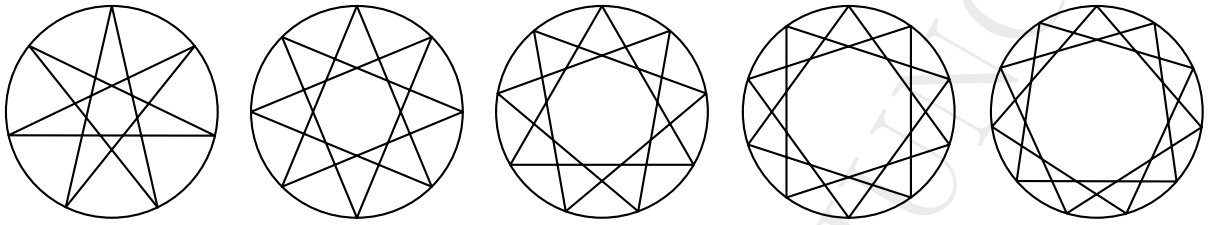
KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 199. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hảng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng. Để số tiền trong ngân hàng là hơn 120 triệu đồng thì chị Mai cần gửi ít nhất mấy tháng. KQ: ☐☐☐☐

Câu 200. Với mỗi số nguyên dương n, lấy $n+6$ điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình bên dưới. Gọi u_n là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số (u_n). Số đo góc (độ) ở đỉnh của ông sao có 15 đỉnh theo quy luật trên là bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐



$n=1$ $n=2$ $n=3$ $n=4$ $n=5$

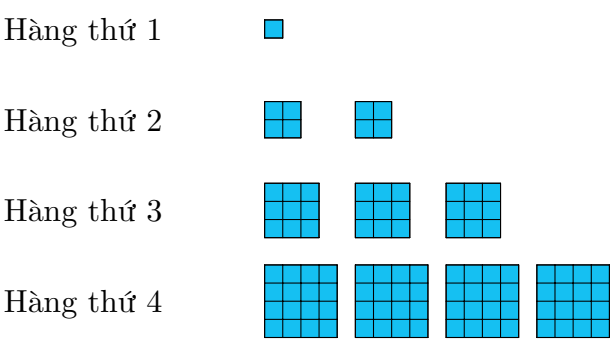
Câu 201. Bác Tâm mới mua một chiếc xe ô tô trị giá 900 triệu đồng. Bác muốn mua gói bảo hiểm thân vỏ cho chiếc xe của mình. Biết rằng giá bán T của gói bảo hiểm với thời hạn một năm được tính theo công thức $T = 1{,}3\% \cdot A$ (với A là giá trị của chiếc xe ô tô tại thời điểm bảo hiểm). Giả sử cứ sau một năm, giá trị của chiếc xe bị giảm đi 10% so với năm trước đó. Nếu trong 5 năm liên tục kể từ khi mua xe, bác Tâm đều mua gói bảo hiểm trên, thì tổng số tiền bác phải trả cho công ty bảo hiểm (*làm tròn đến hàng triệu*) bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 202. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot \mathrm{e}^{rt}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 300 con và sau 5 giờ có 1800 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 300 con để số lượng vi khuẩn đạt 2 332 800 con? KQ: ☐☐☐☐

Câu 203. Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm bắt đầu với $1{,}0 \cdot 10^9$ vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi bốn giờ có thể tiêu diệt $4{,}0 \cdot 10^8$ vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%. Nếu số vi khuẩn còn sống là 135 156 250 con thì đó là lần thử thuốc thứ bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 204.

Gọi u_n là tổng diện tích các hình vuông có ở hàng thứ n trong hình bên dưới (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích). Tính u_8. KQ: ☐☐☐☐



Câu 205. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con? KQ: ☐☐☐☐

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 206. Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richte?

KQ: | | | | |

Câu 207. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

KQ: | | | | |

Câu 208. Một người gửi tiết kiệm theo thể thức lãi suất kép với lãi suất 8,4%/ năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

K11 – CHƯƠNG 2

§2. CẤP SỐ CỘNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa 10

- Dãy số (u_n) (hữu hạn hoặc vô hạn) gọi là **cấp số cộng** nếu có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (với d là hằng số).
- Kí hiệu: $\div$ đặt trước một dãy số để chỉ rằng nó là một cấp số cộng.

$$\div u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n \text{ hay } \div (u_n).$$

- Hằng số d gọi là **công sai**.
- Nếu hằng số $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi**.

Nếu (u_n) là cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \ (k \geq 2).$$

1 Số hạng tổng quát của cấp số cộng

Định lí 1 Nếu một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \ n \geq 2.$$

2 Tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng

Định lí 2 Giả sử (u_n) là một cấp số cộng có công sai d. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$, khi đó

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \quad \text{hay} \quad S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Xét dãy số (u_n) có là một cấp số cộng không?

- **Cách 1.** Tính hiệu số $u_{n+1} - u_n$.
  - Nếu $u_{n+1} - u_n$ bằng hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng.
  - Nếu $u_{n+1} - u_n$ phụ thuộc vào n thì (u_n) không là một cấp số cộng.
- **Cách 2.** Tính tổng số $u_{n+1} + u_{n-1}$.
  - Nếu $u_{n+1} + u_{n-1}$ bằng $2u_n$ thì (u_n) là một cấp số cộng.
  - Nếu $u_{n+1} + u_{n-1}$ không bằng $2u_n$ thì (u_n) không là một cấp số cộng.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cách 3. Cách khác tốt hơn để chứng minh (u_n) không là một cấp số cộng. Tính cụ thể ba số hạng liên tiếp, ví dụ tính u_1, u_2, u_3.

— Nếu $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ thì (u_n) không là một cấp số cộng.

— Nếu $u_1 + u_3 \neq 2u_2$ thì (u_n) không là một cấp số cộng.

Ba số a, b, c là một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

(u_n) là một cấp số cộng khi và chỉ khi $u_{n-1} + u_{n+1} = 2u_n, \forall n \geq 2$.

Bài 1. Trong các dãy số (u_n) dãy nào là cấp số cộng?

a) $u_n = \dfrac{n}{2} - 1$

b) $u_n = (-1)^n + 3n$

Bài 2. Trong các dãy số (u_n) dãy nào là cấp số cộng?

a) $u_n = \dfrac{7 - 3n}{2}$

b) $u_n = \dfrac{n - 1}{2n + 1}$

Bài 3. Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng.

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 2020n - 2021$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = -2n + 5$.

Bài 4. Chứng minh các dãy số sau không phải là cấp số cộng.

a) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$.

Bài 5. Tìm x để ba số $u_1 = 10 - x, u_2 = 2x^2 + 3, u_3 = 5 - 4x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

DẠNG 2 Xác định các đại lượng của cấp số cộng

Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) bằng công thức

$$u_n = u_1 + (n - 1)d$$

Tìm số hạng thứ k bằng công thức $u_k = u_1 + (k - 1)d$

Bài 6. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng. Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2$ và $d = 4$.

Bài 7. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \dfrac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d.

Bài 8. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

Bài 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d.

Bài 10. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5 150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n.

Bài 11. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho.

Bài 12. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm số hạng đầu và công sai của (u_n). b) Tìm số hạng thứ 100 của (u_n).

Bài 13. Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2 018 để được cấp số cộng có 1 001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

Bài 14. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_6 + u_4 = -7 \\ u_8 - 2u_7 = 2u_4. \end{cases}$

Bài 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2 018?

Bài 16. Tìm một cấp số cộng có 5 số hạng biết tổng số hạng đầu và số hạng thứ 3 là 28 và tổng số hạng thứ 3 và số hạng cuối là 40.

Bài 17. Cho một cấp số cộng có 18 số hạng, số hạng cuối là -11 và công sai là -1. Tìm số hạng đầu.

Bài 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 15$ và $d = -2$. Tìm u_n.

Bài 19. Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

Bài 20. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17}.

Bài 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$. Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng.

Bài 22. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Bài 23. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n.

Bài 24. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5 000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

DẠNG 3 Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng

Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) được cho bởi công thức

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Bài 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

Bài 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

Bài 27. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ S_4 = 14. \end{cases}$

Bài 28. Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9\,800$. Tìm n.

Bài 29. Chu vi của một đa giác là 158 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 3 cm. Biết cạnh lớn nhất là 44 cm, tìm số cạnh của đa giác đó.

Bài 30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Bài 31. Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 32. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là bao nhiêu?

Bài 33. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là bao nhiêu?

Bài 34. Tính tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \cdots + (2n-1) - 2n$ với $n \geq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

Bài 35. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

Bài 36. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

Bài 37. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính S_{19}.

Bài 38. Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp). Hỏi hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

Bài 39. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, ... Số hàng cây trong khu vườn là bao nhiêu?

DẠNG 4 Giải phương trình (tìm x trong cấp số cộng)

- Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.
- Sử dụng các tính chất của cấp số cộng.
- Ta có thể dùng tính chất $u_3 - u_2 = u_2 - u_1$.

Bài 40. Cho các số -4; 1; 6; x theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x.

Bài 41. Nếu các số $5 + m$; $7 + 2m$; $17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

Bài 42. Với giá trị nào của x và y thì các số -7; x; 11; y theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng?

Bài 43. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là bao nhiêu?

Bài 44. Chu vi một đa giác là 158 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3$ cm. Biết cạnh lớn nhất là 44 cm. Tính số cạnh của đa giác đó.

Bài 45. Biết bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng bao nhiêu?

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 46. Xác định công sai, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số cộng sau:

a) 4, 9, 14, 19,...

b) 1, -1, -3, -5,...

Bài 47. Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số (u_n) sau và xét xem nó có phải là cấp số cộng không. Nếu dãy số đó là cấp số cộng, hãy tìm công sai d và viết số hạng tổng quát của nó dưới dạng $u_n = u_1 + (n-1)\,d$.

a) $u_n = 3 + 5n$.

b) $u_n = 6n - 4$.

c) $u_1 = 2, u_n = u_{n-1} + n$.

d) $u_1 = 2, u_n = u_{n-1} + 3$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 48. Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

Bài 49. Một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 5 và công sai bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để có tổng bằng 2700?

Bài 50. Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

Bài 51. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết

a) $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_6 = 8 \\ u_4^2 + u_2^2 = 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_2 \cdot u_5 = 52 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 34 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$

Bài 52. Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là 8, số hạng cuối là -55 và công sai là -7. Cấp số cộng này có bao nhiêu số hạng?

Bài 53. Cho một cấp số cộng có số hạng thứ 6 là -5 và công sai là 3. Số hạng nào có giá trị là 7?

Bài 54. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} S_4 = 18 \\ S_6 = 45. \end{cases}$

Bài 55. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $S_n = 5n^2 + 3n$.

Bài 56. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$. Tính S_7.

Bài 57. Cho cấp số cộng $-9; -6; -3; \ldots$ có tổng là 66. Tìm số hạng cuối cùng của cấp số cộng đó.

Bài 58. Tính tổng $S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - 95^2 + \ldots + 2^2 - 1^2$.

Bài 59. Một tam giác có 3 góc lập thành một cấp số cộng. Góc nhỏ nhất là $20°$. Tìm 3 góc của tam giác đó.

Bài 60. Một tứ giác lồi có 4 góc lập thành một cấp số cộng, góc lớn nhất là $126°$. Tìm 4 góc của tứ giác lồi đó.

Bài 61. Một tam giác vuông có 3 góc lập thành một cấp số cộng. Tìm 3 góc của tam giác đó.

Bài 62. Một tam giác có 3 cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính 3 cạnh của tam giác đó, biết chu vi của nó bằng 24 cm và độ dài các cạnh là số nguyên.

Bài 63. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 + 2u_4 = -21$, $S_{10} = -195$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d.

Bài 64. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_3 + u_{10} = -31 \\ 2u_4 - u_9 = 7. \end{cases}$

Bài 65. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ S_{12} = 129. \end{cases}$

Bài 66. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275. \end{cases}$

Bài 67. Tính tổng 10 số hạng đầu của một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$.

Bài 68. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n), biết $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 69. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1+3u_5=28 \\ S_6-u_3=29. \end{cases}$

Bài 70. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của CSC (u_n) biết $\begin{cases} u_3+u_5+u_7=45 \\ (u_4)^2-(u_2)^2=108 \\ u_1<0. \end{cases}$

Bài 71. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n), biết rằng $\begin{cases} u_2+u_5-u_3=10 \\ u_4+u_6=26. \end{cases}$

Bài 72. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_3+u_7=22 \\ u_9-u_2=28. \end{cases}$

Bài 73. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=4$, số hạng $u_n=37$ và $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_n=190$. Tìm n.

Bài 74. Một cấp số cộng (u_n) có 5 số hạng và có $u_1<0$ và công sai là $d\neq 0$. Hãy tìm các số hạng của cấp số cộng đó, biết rằng $\begin{cases} \dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\dfrac{1}{u_3u_4}+\dfrac{1}{u_4u_5}=\dfrac{1}{2} \\ u_5=2u_1. \end{cases}$

Bài 75. Cho cấp số cộng thỏa $\begin{cases} u_1+u_6=10 \\ S_{15}=165. \end{cases}$ Tìm số hạng u_{10} và tổng S_{20}.

Bài 76. Một tam giác vuông có chu vi bằng $3a$, và 3 cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

Bài 77. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng $(u)_n$, biết $\begin{cases} u_7-u_1=12 \\ 3u_3-2u_5=7. \end{cases}$

Bài 78. Cho a, b, c là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Chứng minh rằng

$$(a+b+c)^2+8(b-c)^2=4a^2+b^2+4c^2.$$

Bài 79. Cho 4 số $2x+1$, $3y$, $x-1$, $-y$ theo thứ tự là một cấp số cộng. Tìm x và y.

Bài 80. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2-3u_5+2u_7=3 \\ u_1+2u_4-2u_6=-7. \end{cases}$ Tính tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

Bài 81. Tính tổng 10 số hạng đầu của (u_n) biết $u_1=\dfrac{1}{3}$ và công sai $d=-\dfrac{1}{3}$.

Bài 82. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2, d=4$. Tính u_7 và $S=u_7+u_9+u_{11}+\cdots+u_{2017}$.

Bài 83. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1+u_3+u_5+u_7+u_9=55 \\ u_2+u_4+u_6+u_8+u_{10}=70. \end{cases}$ Tính

$$S=u_{2010}+u_{2011}+u_{2012}+\cdots+u_{2017}.$$

Bài 84. Một tam giác vuông có chu vi bằng $3a$ và ba cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

Bài 85. Chứng minh rằng ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số $\dfrac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Bài 86. Cho a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Chứng minh rằng

a) $a^2+2bc=c^2+2ab$.

b) $a^2+8bc=(2b+c)^2$.

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 87. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3mx^2+2m(m-4)x+9m^2-m=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

Bài 88. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng $x^4-10x^2+2m^2+7m=0$.

Bài 89. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

Bài 90. Vào năm 2020, dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm, dân số của thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người. Hãy ước tính dân số của thành phố này vào năm 2030.

Bài 91. Bạn An làm việc tại công ty A với mức lương khởi điểm là 5 triệu đồng một tháng. Cứ sau 12 tháng làm việc thì lương lại tăng thêm 1 triệu đồng. Tính tổng số tiền An nhận được khi làm đủ 30 năm tại công ty A.

Bài 92. Để chuẩn bị vốn từ vựng cho kì thi IELTS sắp tới, ngày đầu tiên, ban An học 3 từ vựng mới và ngay sau học nhiều hơn ngày trước đó 2 từ mới. Hỏi để có vốn từ mới tối thiểu là 2000 từ, bạn An cần phải học ít nhất bao nhiêu này?

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=\dfrac{n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (u_n) là dãy số tăng. **B.** (u_n) là dãy số giảm.
C. (u_n) là dãy số không tăng không giảm. **D.** (u_n) là cấp số cộng.

Câu 2. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4;1;6;x$. Khi đó giá trị của x bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 3. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-7;x;11;y$. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x=1;y=21$. **B.** $x=2;y=20$. **C.** $x=3;y-19$. **D.** $x=4;y=18$.

Câu 4. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $5;9;13;17;\ldots$ Khi đó u_n bằng

A. $5n+1$. **B.** $5n-1$. **C.** $4n+1$. **D.** $4n-1$.

Câu 5. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $4;7;10;13;\ldots$ Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy cấp số cộng đó $(n>1)$. Khi đó S_n bằng

A. $3n+1$. **B.** $\left(\dfrac{3n}{2}\right)\cdot n$. **C.** $\left(\dfrac{3n+5}{2}\right)\cdot n$. **D.** $\left(\dfrac{3n+2}{2}\right)\cdot n$.

Câu 6. Cho một cấp số cộng có $u_4=2$, $u_2=4$. Hỏi u_1 bằng bao nhiêu?

A. $u_1=6$. **B.** $u_1=1$. **C.** $u_1=5$. **D.** $u_1=-1$.

Câu 7. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n=7-3n$. **B.** $u_n=7-3^n$. **C.** $u_n=\dfrac{7}{3n}$. **D.** $u_n=7.3^n$.

Câu 8. Một cấp số cộng có 13 số hạng, số hạng đầu là 2 và tổng của 13 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng 260. Khi đó, giá trị của u_{13} bằng

A. 40. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 20.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tính công sai của cấp số cộng đã cho?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 10. Gọi $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \ldots + (2n-1) - 2n, \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Khi đó giá trị của S bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** n. **D.** $-n$.

Câu 11. Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, còn tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Khi đó, số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó có giá trị bằng

A. 25. **B.** 30. **C.** 35. **D.** 40.

Câu 12. Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó, công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 13. Một cấp số cộng có 15 số hạng. Biết rằng tổng của 15 số hạng đó bằng 225, và số hạng thứ mười lăm bằng 29. Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 14. Một cấp số cộng có 10 số hạng. Biết rằng tổng của 10 số hạng đó bằng 175, và công sai $d = 3$. Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

A. 01. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 15. Cho một cấp số cộng có 20 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $u_1 + u_{20} = u_2 + u_{19}$. **B.** $u_1 + u_{20} = u_5 + u_{16}$. **C.** $u_1 + u_{20} = u_8 + u_{13}$. **D.** $u_1 + u_{20} = u_9 + u_{11}$.

Câu 16. Trong một cấp số cộng có n số hạng $(n > k > 55)$. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $u_1 + u_n = u_2 + u_{n-1}$. **B.** $u_1 + u_n = u_5 + u_{n-4}$.
C. $u_1 + u_n = u_{55} + u_{n-55}$. **D.** $u_1 + u_n = u_k + u_{n-k+1}$.

Câu 17. Tìm điều kiện cần và đủ của công sai d để cấp số cộng (u_n) là dãy số tăng.

A. $d < 0$. **B.** $d > 1$. **C.** $d > 0$. **D.** $|d| \geq 1$.

Câu 18. Nếu cấp số cộng (u_n) có các số hạng $u_1 = 2$, $u_2 = 4$ thì công sai d bằng bao nhiêu?

A. $d = 2$. **B.** $d = 6$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = -2$.

Câu 19. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

A. $u_n = 2^n + 5$. **B.** $u_n = \dfrac{-2n+1}{5}$.
C. $u_n = (3n+1)^2 - 9n^2$. **D.** $u_n = 4n - 5$.

Câu 20. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số cộng?

A. $-\dfrac{2}{3}; -\dfrac{1}{3}; 0; \dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{3}; 1; \dfrac{4}{3}; \ldots$. **B.** $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; \ldots$.
C. $\dfrac{4}{5}; 1; \dfrac{7}{5}; \dfrac{9}{5}; \dfrac{11}{5}; \ldots$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}; \dfrac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \dfrac{4\sqrt{3}}{3}; \dfrac{5}{\sqrt{3}}; \ldots$.

Câu 21. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

A. 7; 12; 17. **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

Câu 22. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\dfrac{1}{2}$, công sai $d = \dfrac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $-\frac{1}{2};0;1;\frac{1}{2};1.$ **B.** $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}.$ **C.** $\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};2;\frac{5}{2}.$ **D.** $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}.$

Câu 23. Cho hai số -3 và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d=2$. Tìm n.

A. $n=12.$ **B.** $n=13.$ **C.** $n=14.$ **D.** $n=15.$

Câu 24. Biết các số $\mathrm{C}_n^1;\mathrm{C}_n^2;\mathrm{C}_n^3$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với $n>3$. Tìm n.

A. $n=5.$ **B.** $n=7.$ **C.** $n=9.$ **D.** $n=11.$

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là $5;9;13;17;\ldots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

A. $u_n=5n+1.$ **B.** $u_n=5n-1.$ **C.** $u_n=4n+1.$ **D.** $u_n=4n-1.$

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3$ và $d=\frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n=-3+\frac{1}{2}(n+1).$ **B.** $u_n=-3+\frac{1}{2}n-1.$

C. $u_n=-3+\frac{1}{2}(n-1).$ **D.** $u_n=-3+\frac{1}{4}(n-1).$

Câu 27. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n=7-3n.$ **B.** $u_n=7-3^n.$ **C.** $u_n=\frac{7}{3n}.$ **D.** $u_n=7\cdot 3^n.$

Câu 28. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n=(-1)^n(2n+1).$ **B.** $u_n=\sin\frac{\pi}{n}.$

C. $\begin{cases}u_1=1\\u_n=u_{n-1}-1\end{cases}.$ **D.** $\begin{cases}u_1=1\\u_n=2u_{n-1}\end{cases}.$

Câu 29. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

A. $u_n=-4n+9.$ **B.** $u_n=-2n+19.$ **C.** $u_n=-2n-21.$ **D.** $u_n=-2^n+15.$

Câu 30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5$ và $d=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15}=34.$ **B.** $u_{15}=45.$ **C.** $u_{13}=31.$ **D.** $u_{10}=35.$

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=\frac{1}{4}$ và $d=-\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_5=-\frac{5}{4}.$ **B.** $S_5=\frac{4}{5}.$ **C.** $S_5=\frac{5}{4}.$ **D.** $S_5=-\frac{4}{5}.$

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có $d=-2$ và $S_8=72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1.

A. $u_1=16.$ **B.** $u_1=-16.$ **C.** $u_1=\frac{1}{16}.$ **D.** $u_1=-\frac{1}{16}.$

Câu 33. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị là bao nhiêu?

A. $u_n=57.$ **B.** $u_n=61.$ **C.** $u_n=65.$ **D.** $u_n=69.$

Câu 34. Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai d của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

A. $d=2.$ **B.** $d=3.$ **C.** $d=4.$ **D.** $d=5.$

Câu 35. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n=\frac{3n^2-19n}{4}$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $u_1 = 2; d = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $u_1 = -4; d = \dfrac{3}{2}$. **C.** $u_1 = -\dfrac{3}{2}; d = -2$. **D.** $u_1 = \dfrac{5}{2}; d = \dfrac{1}{2}$.

Câu 36. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đã cho.

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 3n + 2$. **C.** $u_n = 5.3^{n-1}$. **D.** $u_n = 5.\left(\dfrac{8}{5}\right)^{n-1}$.

Câu 37. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng

A. $u_{1001} = 4005$. **B.** $u_{1001} = 4003$. **C.** $u_{1001} = 3$. **D.** $u_{1001} = 1$.

Câu 38. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_n = -1, u_{n+1} = 8$. Tính công sai d của cấp số cộng đó.

A. $d = -9$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = -7$. **D.** $d = 9$.

Câu 39. Cho cấp số cộng (u_n). Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau

A. $\dfrac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$. **B.** $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$.

C. $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$. **D.** $\dfrac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$.

Câu 40. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_{23} = 60$. Tính tổng S_{24} của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

A. $S_{24} = 60$. **B.** $S_{24} = 120$. **C.** $S_{24} = 720$. **D.** $S_{24} = 1440$.

Câu 41. Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $d = 2$. **B.** $d = -3$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = 5$.

Câu 42. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $d = \dfrac{1}{2}$. **B.** $d = \dfrac{1}{3}$. **C.** $d = 2$. **D.** $d = 3$.

Câu 43. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -4 \end{cases}$.

Câu 44. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 18 \\ d = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 4 \end{cases}$.

Câu 45. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d biết $d < 10$.

A. $d = 3$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = 5$. **D.** $d = 6$.

Câu 46. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$. Tính u_2.

A. $u_2 = 3$. **B.** $u_2 = 6$. **C.** $u_2 = 9$. **D.** $u_2 = 12$.

Câu 47. Tính tổng $T = 15 + 20 + 25 + \cdots + 7515$.

A. $T = 5651265$. **B.** $T = 5651256$. **C.** $T = 5651625$. **D.** $T = 5651526$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 48. Tính tổng $T = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \cdots + 2^2 - 1^2$.

A. $T = 500500$. **B.** $T = 500005$. **C.** $T = 505000$. **D.** $T = 500050$.

Câu 49. Cho cấp số cộng $u_1; u_2; u_3; \cdots; u_n$ có công sai d, các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác 0. Với giá trị nào của d thì dãy số $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \cdots; \frac{1}{u_n}$ là một cấp số cộng?

A. $d = -1$. **B.** $d = 0$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.

Câu 50. Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là

A. $20°$ và $70°$. **B.** $45°$ và $45°$. **C.** $20°$ và $45°$. **D.** $30°$ và $60°$.

Câu 51. Ba góc A, B, C $(A < B < C)$ của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng

A. $40°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $80°$.

Câu 52. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

Câu 53. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 - c^2 = ab - bc$. **B.** $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$. **C.** $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$. **D.** $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.

Câu 54. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 1$, $S_n = 55$, $d = 1$. Khi đó giá trị của n là bao nhiêu?

A. $n = 10$. **B.** $n = 9$. **C.** $n \in \{10; -11\}$. **D.** $n = 11$.

Câu 55. Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $u_n = u_1 - (n-1)d$. **B.** $u_n = u_1 + (n+1)d$. **C.** $u_n = u_1 + (n-1)d$. **D.** $u_n = u_1 + nd$.

Câu 56. Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_3 = 9 \\ u_4 = 3 \end{cases}$. Khi đó công sai là

A. 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -6.

Câu 57. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 = 6 \\ u_5 = -10 \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát u_n.

A. $u_n = 5 - 3n$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 2 - 3n$. **D.** $u_n = 5 + 3n$.

Câu 58. Một cấp số cộng có số hạng đầu và số hạng thứ 15 lần lượt là 1 và 43. Công sai của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 59. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tìm u_n.

A. $u_n = 3n - 2$. **B.** $u_n = 3n - 4$. **C.** $u_n = 3n - 3$. **D.** $u_n = 3n - 1$.

Câu 60. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_4 = 16; u_3 + u_7 = -4$. Tìm u_1, d?

A. $u_1 = -20{,}5; d = -7$. **B.** $u_1 = 20; d = -7$.
C. $u_1 = 12; d = -6$. **D.** $u_1 = 18; d = -5$.

Câu 61. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng. **B.** Dãy (u_n) là dãy bị chặn.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $u_k = \dfrac{u_{k-1} - u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 2.$ **D.** $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 2.$

Câu 62. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tìm công sai d.

A. $d = 5$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 8$.

Câu 63. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng các bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

A. 5760. **B.** 15120. **C.** 1920. **D.** 1680.

Câu 64. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -5$. **B.** $u_2 = -6$. **C.** $u_2 = 1$. **D.** $u_2 = 4$.

Câu 65. Cho dãy số có các số hạng đầu là $8, 15, 22, 29, 36, \ldots$ Viết công thức số hạng tổng quát u_n của dãy số trên?

A. $u_n = 7n + 7$.
B. $u_n = 7n$.
C. Dãy số không viết được dưới dạng công thức tổng quát.
D. $u_n = 7n + 1$.

Câu 66. Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_7 = 17 \end{cases}$. Tính

A. $u_{15} = 41$. **B.** $u_{15} = 44$. **C.** $u_{15} = -43$. **D.** $u_{15} = -44$.

Câu 67. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$, $u_2 = 7$. Số hạng thứ 8 của cấp số cộng này bằng

A. 31. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 35.

Câu 68. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Xác định số hạng u_{10}.

A. $u_{10} = -17$. **B.** $u_{10} = 21$. **C.** $u_{10} = -15$. **D.** $u_{10} = 23$.

Câu 69. Cho một tứ giác lồi, biết rằng 4 góc của tứ giác đó lập thành một cấp số cộng và góc nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{5}$ góc lớn nhất. Tìm số đo góc nhỏ nhất của tứ giác đã cho.

A. $30°$. **B.** $50°$. **C.** $20°$. **D.** $40°$.

Câu 70. Xét năm mệnh đề sau, với (u_n) là một cấp số cộng vô số phần tử, u_1 là một số hạng có giá trị xác định. Biết dãy (u_n) có một số hạng bằng 0, $u_1 \neq 0$.

i) Mọi số hạng của (u_n) đều bằng 0.
ii) Mọi số hạng khác của (u_n) đều là số dương.
iii) Mọi số hạng khác của (u_n) đều là số âm.
iv) Chỉ có một số hữu hạn số hạng là số âm.
v) Chỉ có một số hữu hạn số hạng là số dương.

Trong năm mệnh đề trên, số mệnh đề **sai** là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 71. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A. $-4; -3; -2$. **B.** $1; 2; 3$. **C.** $-3; -2; -1$. **D.** $-2; -1; 0$.

Câu 72. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng thứ 21 bằng

A. 41. **B.** 43. **C.** 42. **D.** 45.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 73. Cho hai cấp số cộng (u_n): $1; 6; 11; \ldots$ và (v_n): $4; 7; 10; \ldots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên?

A. 672. **B.** 504. **C.** 403. **D.** 402.

Câu 74. Cho hai cấp số cộng $(x_n) : 4, 7, 10, 13, \ldots$ và $(y_n) : 1, 6, 11, 16, \ldots$ Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

Câu 75. Một đa giác lồi có 10 cạnh và các góc trong của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 4^\circ$. Tìm góc trong nhỏ nhất của đa giác đó.

A. 126°. **B.** 26°. **C.** 60°. **D.** 162°.

Câu 76. Cho hai cấp số cộng $(a_n) : a_1 = 4; a_2 = 7; ..., a_{100}$ và $(b_n) : b_1 = 1; b_2 = 6; ..., b_{100}$. Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong hai dãy trên.

A. 32. **B.** 20. **C.** 33. **D.** 53.

Câu 77. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2; d = 4$. **B.** $u_1 = 2; d = 3$. **C.** $u_1 = 2; d = 2$. **D.** $u_1 = 3; d = 2$.

Câu 78. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{\sqrt{1 + u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n < \dfrac{1}{2018}$ bằng

A. 4072326. **B.** 4072324. **C.** 4072325. **D.** 4072327.

Câu 79. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{\sqrt[3]{3u_n^3 + 8}}$ với $\forall n \geq 1$. Hỏi có tất cả bao nhiêu số hạng của dãy (u_n) có giá trị thuộc đoạn $\left[\dfrac{1}{\sqrt[9]{2018}}; 1\right]$?

A. 31. **B.** 30. **C.** 2017. **D.** 2018.

Câu 80. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 3, u_2 = -1$. Chọn phương án **đúng**.

A. $u_3 = 7$. **B.** $u_3 = 2$. **C.** $u_3 = 4$. **D.** $u_3 = -5$.

Câu 81. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là

A. $\dfrac{1}{3}; 1; \dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{4}; 1; \dfrac{7}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}; 1; \dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}; 1; \dfrac{3}{2}$.

Câu 82. Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1, 8, 22, 43, ... Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng: 7, 14, 21, ..., $7n$. Hỏi số 35351 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho.

A. 102. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 103.

Câu 83. Tìm x để 3 số $x + 1, 3x - 2, x^2 - 1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

A. $x = 0$. **B.** $x = -1$.
C. $x = -1$ hoặc $x = -4$. **D.** $x = -1$ hoặc $x = 4$.

Câu 84. Biết bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tính $3x + 2y$?

A. 50. **B.** 70. **C.** 30. **D.** 80.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $1 - x$, x^2, $1 + x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

A. $x = \pm 1$. **B.** $x = \pm 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+mx+2m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1, m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 87. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{x}{y}$, $(x,y\in\mathbb{N}$, phân số tối giản), tính giá trị $x+y$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 88. Tìm a,b để phương trình $x^3+ax+b=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b=0$, $a>0$. **B.** $b>0$, $a<0$. **C.** $b=0$, $a<0$. **D.** $b=0$, $a=1$.

Câu 89. Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương (n,k) biết $n<20$ và các số $\mathrm{C}_n^{k-1},\mathrm{C}_n^k,\mathrm{C}_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 90. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4-20x^2+(m-1)^2=0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. 7. **B.** -2. **C.** 2. **D.** Đáp án khác.

Câu 91. Một cấp số cộng có 15 số hạng. Biết tổng của 15 số hạng đó bằng 120 và công sai bằng -4. Tìm số hạng đầu.

A. $u_1=-20$. **B.** $u_1=36$. **C.** $u_1=540$. **D.** $u_1=64$.

Câu 92. Người ta viết xen vào giữa hai số 3 và 61 thêm mười lăm số nữa để được một cấp số cộng. Hỏi tổng tất cả các số hạng của cấp số cộng này bằng bao nhiêu?

A. 543. **B.** 542. **C.** 544. **D.** 545.

Câu 93. Cho (u_n) là cấp số cộng có công sai d, (S_n) là tổng của n số hạng đầu tiên. Tìm số khẳng định đúng trong các khẳng định sau

i) $u_n=u_{n-1}+d\quad\forall n\geq 2, n\in\mathbb{N}$.

ii) $u_n=u_1+nd\quad\forall n\in\mathbb{N}^*$.

iii) $u_n=\dfrac{u_{n+1}+u_{n-1}}{2}\quad\forall n\geq 2, n\in\mathbb{N}$.

iv) $S_n=\dfrac{n}{2}[2u_1+(n-1)d]\quad\forall n\in\mathbb{N}^*$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 94. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) có $u_4=-12$, $u_{14}=18$.

A. $S_{16}=-24$. **B.** $S_{16}=26$. **C.** $S_{16}=-25$. **D.** $S_{16}=24$.

Câu 95. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $u_3+u_4+\cdots+u_k=\dfrac{k}{2}(u_3+u_k)$. **B.** $u_3+u_4+\cdots+u_k=\dfrac{k-2}{2}(u_1+u_k)$.

C. $u_3+u_4+\cdots+u_k=\dfrac{k}{2}(u_1+u_k)$. **D.** $u_3+u_4+\cdots+u_k=\dfrac{k-2}{2}(u_3+u_k)$.

Câu 96. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên là 24850. Tính giá trị của biểu thức $S=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_{48}u_{49}}+\dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=\dfrac{9}{246}$. **B.** $S=123$. **C.** $S=\dfrac{4}{23}$. **D.** $S=\dfrac{49}{246}$.

Câu 97. Cho phương trình $\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=3$. Biết S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0;100\pi)$, tính S?

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $\dfrac{7400\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{7525\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{7375\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{7550\pi}{3}$.

Câu 98. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

A. 77. **B.** 79. **C.** 76. **D.** 78.

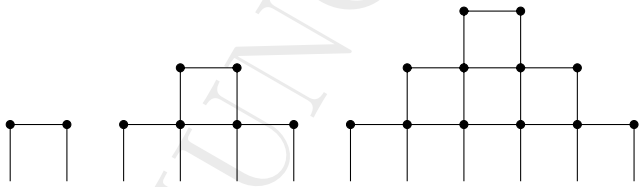
Câu 99. Giải phương trình $1+8+15+22+\cdots+x=7944$.

A. $x=330$. **B.** $x=220$. **C.** $x=351$. **D.** $x=407$.

Câu 100.

Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành hình tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần dùng đúng bao nhiêu que diêm?

A. 210. **B.** 39.
C. 100. **D.** 270.



Câu 101. Cho bốn số thực a, b, c, d là bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P=a^3+b^3+c^3+d^3$.

A. $P=64$. **B.** $P=80$. **C.** $P=16$. **D.** $P=79$.

Câu 102. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n=253$. Tìm n.

A. $n=10$. **B.** $n=9$. **C.** $n=12$. **D.** $n=11$.

Câu 103. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, $u_1=1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính tổng $S=\dfrac{1}{u_2\sqrt{u_1}+u_1\sqrt{u_2}}+\dfrac{1}{u_3\sqrt{u_2}+u_2\sqrt{u_3}}+\cdots+\dfrac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}}+u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}$.

A. 1. **B.** 2018. **C.** $1-\dfrac{1}{\sqrt{6052}}$. **D.** $\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{6052}}\right)$.

Câu 104. Cho cấp số cộng (u_n), $n\in\mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n=1-3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

A. -59048. **B.** -59049. **C.** -155. **D.** -310.

Câu 105. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_5+3u_3-u_2=-21\\3u_7-2u_4=-34\end{cases}$. Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n).

A. -285. **B.** -244. **C.** -253. **D.** -274.

Câu 106. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases}u_2-u_3+u_5=10\\u_4+u_6=26\end{cases}$. Tìm tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số (u_n).

A. $S_{10}=145$. **B.** $S_{10}=154$. **C.** $S_{10}=290$. **D.** $S_{10}=45$.

Câu 107. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$, tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S=\dfrac{1}{u_1\cdot u_2}+\dfrac{1}{u_2\cdot u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_{49}\cdot u_{50}}$.

A. $S=123$. **B.** $S=\dfrac{4}{23}$. **C.** $S=\dfrac{9}{246}$. **D.** $S=\dfrac{49}{246}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 108. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=-3$ và $u_2^2+u_3^2+u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S_{100}=-14400$. **B.** $S_{100}=-15450$. **C.** $S_{100}=-14250$. **D.** $S_{100}=-14650$.

Câu 109. Cho cấp số cộng (u_n). Gọi $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$. Biết rằng $\dfrac{S_p}{S_q}=\dfrac{p^2}{q^2}$ với $p\neq q$, $p,q\in\mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $\dfrac{u_{2017}}{u_{2018}}$.

A. $\dfrac{4034}{4035}$. **B.** $\dfrac{4031}{4035}$. **C.** $\dfrac{4031}{4033}$. **D.** $\dfrac{4033}{4035}$.

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_5+3u_3-u_2=-21\\3u_7-2u_4=-34\end{cases}$. Tính $S=u_4+u_5+\cdots+u_{30}$.

A. -1242. **B.** -1222. **C.** -1276. **D.** -1286.

Câu 111. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+n^3,\ \forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n-1}\geq 2039190$.

A. $n=2017$. **B.** $n=2020$. **C.** $n=2018$. **D.** $n=2019$.

Câu 112. Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $C=5A$. Xác định số đo các góc A, B, C.

A. $10^\circ,120^\circ,50^\circ$. **B.** $15^\circ,105^\circ,60^\circ$. **C.** $5^\circ,60^\circ,25^\circ$. **D.** $20^\circ,60^\circ,100^\circ$.

Câu 113. Bạn An muốn mua một món quà tặng mẹ nhân ngày mùng 8/3. Bạn quyết định tiết kiệm từ ngày 1/2/2017 đến hết ngày 6/3/2017. Ngày đầu An có 5000 đồng, kể từ ngày thứ hai số tiền An tiết kiệm được ngày sau cao hơn ngày trước mỗi ngày 1000 đồng. Tính số tiền An tiết kiệm được để mua quà tặng mẹ.

A. 1292000 đồng. **B.** 146200 đồng. **C.** 646000 đồng. **D.** 731000 đồng.

Câu 114. Hằng năm, sinh nhật Ông Tư đều đốt số nến tương ứng với số tuổi của mình. Đến nay đã đốt được tổng số là 2016 ngọn nến. Tính số tuổi của Ông Tư.

A. 62 tuổi. **B.** 63 tuổi. **C.** 65 tuổi. **D.** 64 tuổi.

Câu 115. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoang giếng. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 10 125 000 đồng. **B.** 5 250 000 đồng. **C.** 4 245 000 đồng. **D.** 4 000 000 đồng.

Câu 116. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiết theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

A. 47. **B.** 45 . **C.** 44 . **D.** 46.

Câu 117. Một công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty.

A. 83,7 (triệu đồng). **B.** 78,3 (triệu đồng). **C.** 73,8 (triệu đồng). **D.** 87,3 (triệu đồng).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
GV. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 118. Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 cm. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 cm. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

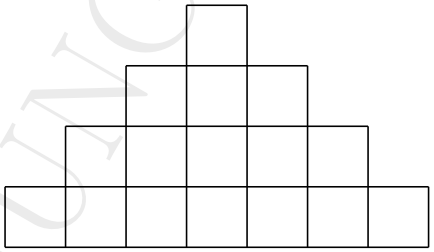
A. 373 m. **B.** 187 m. **C.** 384 m. **D.** 192 m.

Câu 119. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

Câu 120.

Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng $1, 3, 5, \cdots$ từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59. **B.** 30. **C.** 61. **D.** 57.

Câu 121. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 73. **B.** 75. **C.** 77. **D.** 79.

Câu 122. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

A. 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

Câu 123. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5, ... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

Câu 124. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 mét mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 5.2500.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng. **C.** 4.000.000 đồng. **D.** 4.245.000 đồng.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 125. Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3$, $b_n = \dfrac{2-3n}{4}$, $c_n = n^2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$.		
b) (a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$.		
c) (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\dfrac{1}{4}$ và công sai $d = \dfrac{3}{4}$.		
d) (c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 126. Cho bốn số -2, x, 6, y theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $x = 2$.		
b) $y = 8$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $P = y - x = 6$.		
d) $Q = x^2 + y^2 = 104$.		

Câu 127. Cho cấp số cộng (u_n), biết rằng $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng bằng 7.		
b) Số hạng $u_{85} = 501$.		
c) Số hạng $u_{10} = 52$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$.		

Câu 128. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng bằng 6.		
b) Số hạng $u_{85} = 341$.		
c) Số hạng $u_{10} = 42$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$.		

Câu 129. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2.		
b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3.		
c) Số hạng $u_{15} = 58$.		
d) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350.		

Câu 130. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $u_{11} = -65$.		
b) $u_5 + u_7 = -50$.		
c) Số-849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng.		
d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng.		

Câu 131. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Th.S NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 21$.		
b) Công sai của cấp số cộng bằng -2.		
c) Số hạng $u_{11} = -9$.		
d) Số -6048 là số hạng thứ 2024.		

Câu 132. Cho cấp số cộng (u_n), gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 5$.		
b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Công sai của cấp số cộng bằng 3.		
d) Số hạng $u_{11} = 25$.		

Câu 133. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thoả mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 25$.		
b) Công sai $d = -3$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Số hạng $u_{10} = -11$.		
d) Số hạng $u_{2024} = -8067$.		

Câu 134. Xét tính đúng, **sai** của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}, \frac{-1}{3}; 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}$, $d = \frac{1}{3}$.		
b) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.		
c) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3$, $d = 1$.		
d) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.		

Câu 135. Cho dãy số: -2; 1; 4; 7; 10. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy không phải là cấp số cộng.		
b) Dãy là một cấp số cộng hữu hạn.		
c) Dãy là một cấp số cộng với công sai $d = -2$.		
d) Số hạng tiếp theo của dãy số là 13.		

Câu 136. Cho các dãy số $a_n = 4(n+1) - 3$, $b_n = 4n^2$, $z_n = \dfrac{2 - 3n}{4}$ $(n \geq 1)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hai số hạng đầu của dãy a_n là $a_1 = 5$, $a_2 = 9$.		
b) Dãy b_n là một cấp số cộng.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Dãy z_n là một cấp số cộng với công sai $d = -\dfrac{3}{4}$.		
d) Có 2 dãy số là cấp số cộng.		

Câu 137. Cho cấp số cộng (u_n) có 7 số hạng với $u_2 = -1$ và công sai $d = -3$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng này là $u_1 = -4$.		
b) Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là -16.		
c) Tổng 7 số hạng của cấp số cộng là -49.		
d) Dạng khai triển của cấp số cộng là $2; -1; -4; -7; -11; -13; -16$.		

Câu 138. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$.

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng đã cho là $d = 4$.		
b) Số hạng thứ năm của cấp số cộng là $u_5 = 22$.		
c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{10} = 200$.		
d) Số 130 là số hạng thứ 30 trong cấp số cộng.		

Câu 139. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 1$.		
b) Công sai d của cấp số cộng là $d = -2$.		
c) Tổng của 20 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{20} = 590$.		
d) Số 313 là số hạng thứ 100 trong cấp số cộng.		

Câu 140. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là $5; 9; 13; 17; \ldots$

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng là 2.		
b) Số hạng thứ sáu của cấp số cộng là 25.		
c) Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là $u_n = 4n + 1$.		
d) Biết tổng n số hạng đầu bằng 230. Khi đó cấp số cộng có 15 số hạng.		

Câu 141. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_6 = 20$, $u_8 = 30$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_7 = 25$.		
b) Số hạng $u_3 = 10$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS.NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Công sai của cấp số cộng bằng $d = -5$.		
d) Số hạng $u_{2n} \geq 0, \forall n \geq 1$.		

Câu 142. Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 3$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = 4$.		
b) Số hạng tổng quát $u_n = 3n - 2, (n \geq 1)$.		
c) Biết $S_n = 14\,950$ thì $n = 120$.		
d) $S = \dfrac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \dfrac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \ldots + \dfrac{1}{u_{2\,024}\sqrt{u_{2\,023}} + u_{2\,023}\sqrt{u_{2\,024}}} = \dfrac{2\,023}{2\,024}$.		

Câu 143. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 5 + u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = 6$.		
b) Tỉ số $u_{2\,024} - u_{2\,023} = 5$.		
c) (u_n) là cấp số cộng với công sai của cấp số cộng bằng $d = 5$.		
d) Tổng $S = \dfrac{1}{u_1u_2} + \dfrac{1}{u_2u_3} + \ldots + \dfrac{1}{u_{48}u_{49}} + \dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$ lớn hơn 1.		

Câu 144. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $d = 5$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 5$.		
b) Tổng 6 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_6 = \dfrac{6\,(u_1 + u_6)}{2}$.		
c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 460.		
d) Tổng $S = \dfrac{1}{u_1u_2} + \dfrac{1}{u_2u_3} + \ldots + \dfrac{1}{u_{49}u_{50}} = \dfrac{49}{246}$.		

Câu 145. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = n + 5$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 6$.		
b) Công sai của cấp số cộng bằng 5.		
c) Tổng $T = u_2 + u_4 + u_6 + \ldots + u_{2\,024} = 4\,060\,216$.		
d) Tổng $S = \dfrac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \dfrac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{u_{2\,019}} + \sqrt{u_{2\,020}}} = \dfrac{2\,019}{45}$.		

Câu 146. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 1$; công sai d và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14 950.

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng trên là $S_n = n + \dfrac{n(n-1)}{2} \cdot d$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Công sai của cấp số cộng trên là $d=2$.		
c) Tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng trên bằng 225.		
d) $\dfrac{1}{u_2\sqrt{u_1}+u_1\sqrt{u_2}}+\dfrac{1}{u_3\sqrt{u_2}+u_2\sqrt{u_3}}+\ldots+\dfrac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}}+u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{6\,052}}\right)$.		

Câu 147. Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ tư bằng 36, tổng của số hạng thứ hai và số hạng cuối bằng 44.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=11$.		
b) Dãy cấp số cộng có tổng $u_1+u_5=40$.		
c) Dãy cấp số cộng có $u_2=16$.		
d) Tổng của 3 số hạng đầu tiên trong dãy cấp số cộng bằng 45.		

Câu 148. Cho dãy cấp số cộng (u_n) có $u_1=4$. Biết tổng 20 số hạng đầu tiên bằng 460.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số (u_n) có $d=2$.		
b) Dãy số (u_n) có $u_4=8$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Dãy số (u_n) có $S_{10}=120$.		
d) Dãy số (u_n) có hiệu $S_8-S_4=60$.		

Câu 149. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$, $u_3-u_{15}=84$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ 17 của cấp số cộng là $u_{17}=11$.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d=-7$.		
c) Số hạng thứ 2 của cấp số cộng là $u_2=130$.		
d) Tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{17}=1\,130$.		

Câu 150. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5$, công sai $d=3$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.		
b) Số hạng thứ 3 của cấp số cộng bằng 5.		
c) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng 250.		
d) Kể từ số hạng thứ 3 thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.		

Câu 151. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-12$, $u_{14}=18$.

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng là $d=3$.		

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
b) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 21$.		
c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là $u_9 = 3$.		
d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_5 = -60$.		

Câu 152. Cho cấp số cộng (u_n) có tổng n số hạng đầu là $S_n = -4n^2 + 17n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 13$.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d = 5$.		
c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -8n + 15$.		
d) Tổng $S = u_{10} + u_{12} + u_{14} + \ldots + u_{98} + u_{100}$ có giá trị là $S = -19\,274$.		

Câu 153. Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: -1; 2; 5; 8; 11; 14; 17. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.		
b) Số hạng $u_1 = -1$, $n = 7$, $d = 3$.		
c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$.		
d) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56.		

Câu 154. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \dfrac{3}{2}$, công sai $d = \dfrac{1}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \dfrac{n}{3}$.		
b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.		
c) $\dfrac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.		
d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2 620.		

Câu 155. Dãy các số chính phương sau đây không phải là cấp số cộng 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, ... Tuy nhiên, chúng ta có thể lập một cấp số cộng liên quan bằng cách tìm hiệu của các số hạng liên tiếp của dãy số này.

Phát biểu	Đ	S
a) Tám số hạng đầu của cấp số cộng được mô tả là 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15.		
b) Công sai $d = 2$.		
c) Số hạng tổng quát $u_n = 2n + 1$.		
d) Tổng của tám số hạng đầu là 81.		

Câu 156. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiết theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

cần mua có giá 400 đô la. Hỏi anh ấy cần tối thiểu bao nhiêu tuần để có đủ tiền để mua cây guitar đó?

Phát biểu	Đ	S
a) 47.		
b) 45.		

Phát biểu	Đ	S
c) 44.		
d) 46.		

Câu 157. Người ta trồng 3 003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số u_n là 1 cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$.		
b) Số hạng thứ 3 của dãy này là 3.		
c) Tổng số cây ở 10 hàng đầu là 55 cây.		
d) Nếu trồng theo quy luật trên ta sẽ trồng được 77 hàng.		

Câu 158. Người ta trồng 3 240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ...

Phát biểu	Đ	S
a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = 1$.		
b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có công sai là $d = 2$.		
c) Có tất cả 80 hàng cây.		
d) Hàng thứ 20 trồng được 40 cây.		

Câu 159. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 8 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 3, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 3, ... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 18 865 hạt?

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạt dẻ ở mỗi ô trên bàn cờ lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 8$ và $d = 3$.		
b) Số hạt dẻ ở ô thứ 5 là 20.		
c) Bàn cờ đó có 111 ô vuông.		
d) Tổng số hạt dẻ ở 10 ô cuối là 215.		

Câu 160. Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ n sử dụng.

Phát biểu	Đ	S
a) $u_2 = 630$.		
b) Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 50$.		
c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.		

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.		

Câu 161. Chiều cao (đơn vi: centimét) của một đứa trẻ n tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức $x_n = 75 + 5(n-1)$.

(Nguồn: bibabo.vn)

Phát biểu	Đ	S
a) Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 3 tuổi là 85 centimét.		
b) Dãy số (x_n) có là một cấp số cộng.		
c) Trung bình mỗi năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên 3 centimét.		
d) Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 5 tuổi là 90 centimét.		

Câu 162. Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều dài các thanh ngang của cái thang lập thành cấp số cộng.		
b) Cái thang đó có 8 bậc.		
c) Chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua là 304 cm, giả sử chiều dài các mối nối (phần gỗ bi cắt thành mùn cưa) là không đáng kể.		
d) Chiều dài các thanh ngang thứ 7 (từ dưới lên) là 33 cm.		

Câu 163. Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

- **Phương án 1.** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.
- **Phương án 2.** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lượng được tăng 1,8 triệu.

Phát biểu	Đ	S
a) Số tiền lương của người lao động theo phương án 1 qua mỗi năm lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 120$ và công sai $d = 18$.		
b) Số tiền lương của người lao động theo phương án 1 qua qua từng quý lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 24$ và công sai $d = 1{,}8$.		
c) Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án 2 khi ký hợp đồng 3 năm.		
d) Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án 1 khi ký hợp đồng 10 năm.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 164. Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là 16; 48; 80; 112; 144; ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng).

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng trên là $d = 32$.		
b) Tổng chiều dài quãng đường rơi tư do của người đó trong 10 giây đầu tiên là 1600 feet.		
c) Tổng chiều dài quãng đường rơi tư do của người đó trong 5 giây đầu tiên là 800 feet.		
d) Quãng đường rơi tự do của người đó tại giây thứ 5 là 144 feet.		

Câu 165. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó).

Phát biểu	Đ	S
a) Số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng.		
b) Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu 20 hàng ghế.		
c) Hàng ghế thứ 5 có 27 ghế.		
d) Hàng ghế thứ 10 có 42 ghế.		

Câu 166. Vào năm 2020, dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm dân số của thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người.

Phát biểu	Đ	S
a) Dân số mỗi năm của thành phố lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1200$, công sai $d = 30$.		
b) Ước tính số dân của thành phố đó vào năm 2025 là 1360 nghìn người.		
c) Dân số của năm 2030 tức 1500 (nghìn người).		
d) Dân số của năm 2040 tức 1800 (nghìn người).		

Câu 167. Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao 950 m so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là 1,5 m.

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng là một cấp số nhân.		
b) Công thức để tính chiều cao của thửa ruộng ở bậc thứ n so với mặt nước biển là $u_n = 950 + 1{,}5n$.		
c) Thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao 966,5 m so với mực nước biển.		
d) Thửa ruộng ở bậc thứ 10 có độ cao 966 m so với mực nước biển.		

Câu 168. Bác Tư vào làm cho một công ty với hợp đồng về tiền lương mỗi năm như sau: Năm thứ nhất được 240 triệu; từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 12 triệu.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Gọi u_n là số tiền lương của bác Tư nhận được vào năm thứ n. Khi đó, dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng.		
b) Tiền lương của bác Tư vào năm thứ 11 là 360 triệu đồng.		
c) Tiền lương của bác Tư vào năm thứ 8 là 320 triệu đồng.		
d) Tiền lương của bác Tư vào năm thứ 20 là 600 triệu đồng.		

Câu 169. Một cầu thang lên một đỉnh tháp có 268 bậc, độ cao của bậc thứ nhất (bậc thấp nhất) so với mặt đất là 15 cm. Từ bậc thứ hai trở lên, độ cao của mỗi bậc (so với bậc ở liền phía dưới) cũng bằng 15 cm. Gọi u_n là độ cao của bậc thứ n so với mặt đất (tính bằng centimét).

Phát biểu	Đ	S
a) $u_2 = 15$.		
b) Dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng với công sai $d = 15$.		
c) Dãy số (u_n) thoả mãn $u_n = 15n - 15$ với n là số nguyên dương, $1 < n \leq 268$.		
d) Bạn Dũng đang sắp đi lên đến đỉnh tháp thì nhìn thấy mình còn bước đúng 2 bậc nữa là đứng ở bậc cao nhất. Bạn Dũng ở độ cao so với mặt đất là 39,9 m.		

Câu 170. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Biết rằng số viên gạch ở các hàng lập thành một cấp số cộng.

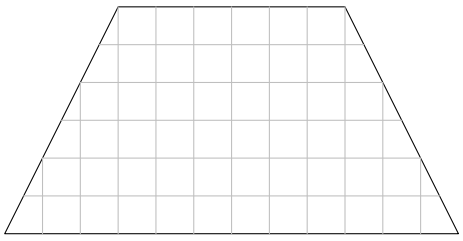
Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 100$.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d = 2$.		
c) Số viên gạch cho bậc trên cùng là 158 viên gạch.		
d) Số viên gạch để xây cầu thang là 3 870 viên gạch.		

Câu 171. Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế.

Phát biểu	Đ	S
a) Hội trường đã cho có số ghế ở các hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.		
b) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$.		
c) $u_{10} = 55$.		
d) Tổng tất cả số ghế của hội trường là 1 674 ghế.		

Câu 172.

Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4 m ở đáy và rộng 1,2 m ở đỉnh. Các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm × 10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Biết rằng số viên gạch ở các hàng lập thành cấp số cộng.



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 2{,}4$.		
b) Số viên gạch ở hàng trên cùng là 1,2.		
c) Công sai của cấp số cộng là $d = -1$.		
d) Số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường là 234 viên gạch.		

Câu 173. Trong một góc khán đài của một sân vận động có tất cả là 2 040 ghế, hàng ghế đầu tiên là 10 ghế, biết mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó. Biết rằng số ghế ở các hàng lập thành một cấp số cộng.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 10$.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d = -4$.		
c) Khán đài có 34 hàng ghế.		
d) Hàng ghế cuối cùng có 142 ghế.		

Câu 174. Anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35 000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1 400 đô la lương mỗi năm. Biết rằng tiền lương của anh Nam ở các năm lập thành một cấp số cộng.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là 35 000.		
b) Công sai của cấp số cộng là 1 400.		
c) Mức lương anh Nam nhận được sau 3 năm làm việc là 39 200.		
d) Mất 7 năm làm việc để tổng lương anh Nam nhận được là 319 200 đô la.		

Câu 175. Người ta trồng cây theo các hàng ngang với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4 950 cây.

Phát biểu	Đ	S
a) Ở hàng thứ chín có 9 cây.		
b) Công thức cho số hạng tổng quát là $u_n = 1 + n$.		
c) Có tất cả 99 hàng cây được trồng theo cách trên.		
d) Ở hàng cây cuối cùng có 100 cây.		

Câu 176. Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, chuông của một chiếc đồng hồ quả lắc sẽ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ. Biết rằng số tiếng chuông các giờ lập thành một cấp số cộng.

Phát biểu	Đ	S
a) Lúc 6 giờ đồng hồ đánh 1 tiếng chuông.		
b) Số hạng đầu của cấp số cộng là 1.		
c) Công sai của cấp số cộng là 1.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Tổng số tiếng chuông đồng hồ là 12 tiếng.		

Câu 177. Bác Hưng quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khỏe. Bác bắt đầu bằng cách bơi 10 phút vào ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút mỗi ngày sau đó.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu $u_1 = 10$.		
b) Công thức tổng quát của thời gian bơi của bác Hưng ở ngày thứ n là $u_n = 8 + 2n$ (đơn vị: phút).		
c) Bác Hưng đạt được mục tiêu bơi ít nhất 60 phút mỗi ngày vào ngày thứ 34 của chương trình.		
d) Tổng 1 200 phút là thời gian bác Hưng bơi trong 30 ngày đầu của chương trình.		

Câu 178. Bác Tư vào làm cho một công ty với hợp đồng về tiền lương mỗi năm như sau: Năm thứ nhất: 240 triệu đồng. Từ năm thứ hai trở đi: mỗi năm tăng thêm 12 triệu đồng. Biết rằng tiền lương của bác Tư qua các năm lập thành cấp số cộng.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng bằng 12.		
b) Công sai của cấp số cộng bằng 240.		
c) Số hạng $u_{15} = 408$.		
d) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 25 380.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 179. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2023$ và $u_5 = 2032$. Tính u_{15}. KQ: | | | | |

Câu 180. Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này. KQ: | | | | |

Câu 181. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính u_{10} KQ: | | | | |

Câu 182. Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Số 70 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng? KQ: | | | | |

Câu 183. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2; u_3 = 6$. Hỏi 2022 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó? KQ: | | | | |

Câu 184. Xác định công sai của cấp số cộng (u_n), biết $\begin{cases} u_9 - u_4 = 15 \\ u_3 \cdot u_8 = 184 \end{cases}$. KQ: | | | | |

Câu 185. Cho hai cấp số cộng (x_n): $4; 7; 10\ldots$ và (y_n): $1; 6; 11\ldots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung? KQ: | | | | |

Câu 186. Một tam giác vuông có chu vi bằng 9 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính diện tích của tam giác vuông đó (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 187. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng, biết công sai âm và thỏa $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=9 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=35 \end{cases}$.

KQ: | | | |

Câu 188. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=2$ và tổng của 25 số hạng đầu là 625. Tính u_5.

KQ: | | | |

Câu 189. Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

KQ: | | | |

Câu 190. Bốn góc của một tứ giác lập thành cấp số cộng. Biết hiệu giữa góc lớn nhất và góc nhỏ nhất là 6°. Số đo góc lớn nhất trong các góc đó là (đơn vị độ)

KQ: | | | |

Câu 191. Một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1, 8, 22, 43, ... Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng 7, 14, 21, ..., $7n$. Hỏi số 35 351 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

KQ: | | | |

Câu 192. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{27}+u_2=83$. Tính tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

KQ: | | | |

Câu 193. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5=-15$, $u_{20}=60$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

KQ: | | | |

Câu 194. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n=3n^2+4n$, $n\in\mathbb{N}^*$. Tính số hạng thứ 10.

KQ: | | | |

Câu 195. Cho cấp số cộng (u_n) có $d=-2$ và $S_8=72$ Tìm số hạng đầu tiên u_1. KQ: | | | |

Câu 196. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị là bao nhiêu?

KQ: | | | |

Câu 197. Phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của một cấp số cộng có số hạng đầu là 78 và công sai là -4 để được tổng là 702?

KQ: | | | |

Câu 198. Một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 5 và công sai bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để có tổng bằng 2 700?

KQ: | | | |

Câu 199. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2=3$ và $u_5=12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

KQ: | | | |

Câu 200. Chu vi của một đa giác là 158 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d=3$ cm Biết cạnh lớn nhất là 44 cm Khi đó số cạnh của đa giác đó là

KQ: | | | |

Câu 201. Trong dịp nghỉ lễ 02/9 gia đình anh An cần thuê một xe Taxi để di chuyển từ thủ đô Hà Nội về thăm quê tại TP Bắc Giang. Biết giá của kilômét đầu tiên là 10 000 đồng, kể từ kilômét thứ 2 giá của mỗi kilômét tăng thêm 500 đồng so với giá của kilômét trước đó. Biết quãng đường Taxi di chuyển từ thủ đô Hà Nội về TP Bắc Giang là 80 km. Hỏi gia đình anh An phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến Taxi đó? (đơn vị nghìn đồng)

KQ: | | | |

Câu 202. Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng. KQ: | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 203. Vào năm 2 020, dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm, dân số của thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người. Hãy ước tính dân số của thành phố này vào năm 2 030. (đơn vị triệu người) KQ: | | | | |

Câu 204. Vào năm 2 023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng 29,5°C. Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng 0,1°C. Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ 35°C trở lên. KQ: | | | | |

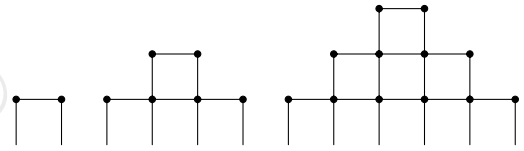
Câu 205. Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế, ... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 206. Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế hàng ngay trước đó một ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 60 nghìn đồng. Tính tổng số tiền vé rạp hát thu được. (Đơn vị: triệu đồng) KQ: | | | | |

Câu 207. Công ty A tuyển một kĩ sư xây dựng với mức lương năm đầu là 180 triệu đồng/năm và cam kết sau mỗi năm, tiền lương sẽ tăng thêm 8 triệu đồng/năm so với năm liền trước đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì tổng tiền lương của người kĩ sư đó bằng 2 160 triệu đồng. KQ: | | | | |

Câu 208.

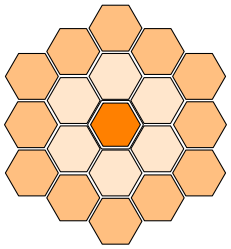
Nam chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Tính số que diêm để bạn Nam xếp được tháp có 10 tầng. KQ: | | | | |



1 tầng 2 tầng 3 tầng

Câu 209.

Mặt cắt của một tổ ong có hình lưới tạo bởi các ô hình lục giác đều như hình vẽ. Từ một ô đầu tiên, bước thứ nhất, các ong thợ tạo ra vòng 1 gồm 6 ô lục giác; bước thứ hai, các ong thợ sẽ tạo ra vòng 2 có 12 ô bao quanh vòng 1; bước thứ ba, các ong thợ sẽ tạo ra 18 ô bao quanh vòng 2; cứ thế tiếp tục như hình vẽ bên dưới. Tính số ô trên vòng thứ 8 mà ong thợ tạo ra? KQ: | | | | |



Câu 210. Một công ty thực hiện việc trả lương cho các công nhân theo phương thức sau Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 13,5 triệu đồng/ quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 500 000 đồng mỗi quý. Tính tổng số tiền lương một công nhân nhận được sau ba năm làm việc cho công ty. (đơn vị triệu đồng) KQ: | | | | |

Câu 211. Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2 015 Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122 550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4 901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng. Hỏi mô hình Kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng? KQ: | | | | |

Câu 212. Chiều cao (đơn vị: cen-ti-mét) của một đứa trẻ n tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức $x_n = 75 + 5(n-1)$. Hỏi trung bình một năm, chiều cao của đứa trẻ bình thường tăng lên bao nhiêu cen-ti-mét? KQ: | | | | |

Câu 213. Kí kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau

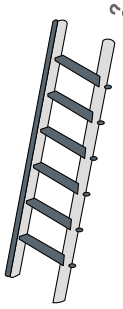
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.
- Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án nào khi kí hợp đồng 10 năm? (Đáp án ghi dưới dạng số 1 hoặc 2) KQ: | | | | |

Câu 214.

Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm,..., 31 cm. Tính chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua, giả sử chiều dài các mỗi nối (phần gỗ bị cắt thành mùn cưa) là không đáng kể. (Đơn vị: cm). KQ: | | | | |



Câu 215. Một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là 16, 48, 80, 112, 144, ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng). Tính tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên. KQ: | | | | |

Câu 216. Ở một loài thực vật lưỡng bội, tính trạng chiều cao cây do hai gene không alen là A và B cùng quy định theo kiểu tương tác cộng gộp. Trong kiểu gene nếu cứ thêm một alen trội A hay B thì chiều cao cây tăng thêm 5 cm. Khi trưởng thành, cây thấp nhất của loài này với kiểu gene $aabb$ có chiều cao 100 cm. Hỏi cây cao nhất với kiểu gene $AABB$ có chiều cao bao nhiêu? (Đơn vị: cm)

KQ: | | | | |

Câu 217. Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô đó giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng. (Đơn vị: triệu đồng) KQ: | | | | |

Câu 218. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ngồi ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ngồi ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế? KQ: | | | | |

Câu 219. Vào năm 2020, dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người. Hãy ước tính dân số của thành phố này vào năm 2030. (Đơn vị: nghìn người) KQ: | | | | |

Câu 220. Bác Tư vào làm cho một công ty với hợp đồng về tiền lương mỗi năm như sau

- Năm thứ nhất: 240 triệu đồng.
- Từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tăng thêm 12 triệu đồng.

Tính số tiền lương một năm của bác Tư vào năm thứ 11. (Đơn vị: triệu đồng) KQ: | | | | |

Câu 221. Chuông đồng hồ ở một toà tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ thì đánh đúng 1 tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng chuông? KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 222. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng có 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo có ít hơn 2 viên gạch so với bậc liền trước đó. Hỏi cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?

KQ: | | | | |

Câu 223. Một gười trồng cây thành các hàng ngang theo quy luật: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, ..., hàng thứ n có n cây. Biết rằng người đó trồng hết tổng cộng 4950 cây. Hỏi cây được trồng thành bao nhiêu hàng?

KQ: | | | | |

Câu 224. Bác Hưng quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khoẻ. Bác bắt đầu bằng cách bơi 10 phút vào ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút mỗi ngày sau đó. Hỏi bác Hưng đạt được mục tiêu bơi ít nhất 60 phút một ngày vào ngày thứ bao nhiêu của chương trình?

KQ: | | | | |

Câu 225. Bác Hưng quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khoẻ. Bác bắt đầu bằng cách bơi 10 phút vào ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút mỗi ngày sau đó. Hỏi tổng thời gian bác Hưng bơi được trong 30 ngày đầu tiên của chương trình là bao nhiêu phút?

KQ: | | | | |

Câu 226. Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua *(đơn vị: triệu đồng; làm tròn đến hàng phần chục)*.

KQ: | | | | |

Câu 227. Nếu tỉ lệ lạm phát là 3,5% mỗi năm và giá trung bình của một căn hộ chung cư mới tại thời điểm hiện tại là 2,5 tỉ đồng thì giá trung bình của một căn họ chung cư mới sau n năm nữa được cho bởi công thức $A_n = 2{,}5 \cdot (1{,}035)^n$ (tỉ đồng). Tìm giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau 5 năm nữa *(đơn vị: tỉ đồng; làm tròn đến hàng phần trăm)*.

KQ: | | | | |

Câu 228. Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 3 tháng, với lãi suất 3% một năm. Số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi mà bác An nhận được sau n quý (mỗi quý là 3 tháng) sẽ là $A_n = 200\left(1 + \dfrac{0{,}03}{4}\right)^n$, với $n = 0; 1; 2; \ldots$. Tìm số tiền bác An nhận được sau 2 năm *(đơn vị: triệu đồng; làm tròn đến hàng đơn vị)*.

KQ: | | | | |

Câu 229. Vi khuẩn E.Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E.Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể tử khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Giả sử ban đầu có 1 vi khuẩn E.Coli. Biết rằng sau 12 giờ sẽ có 2^α vi khuẩn E.Coli trong cơ thể. Tìm α.

KQ: | | | | |

Câu 230. Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm bắt đầu với $1{,}0 \cdot 10^9$ vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi bốn giờ có thể tiêu diệt $4{,}0 \cdot 10^8$ vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%. Có bao nhiêu triệu vi khuẩn còn sống trước lần sử dụng thuốc thứ năm *(làm tròn đến hàng đơn vị)*.

KQ: | | | | |

Câu 231. Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hỏi hội trường đó có bao nhiêu ghế?

KQ: | | | | |

Câu 232. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Xác định số gạch cho bậc trên cùng.

KQ: | | | | |

Câu 233. Anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35 000 đô-la cho năm đầu tiên và tăng thêm 1 400 đô la mỗi năm sau đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì anh Nam thu được ít nhất 300 000 đô la?

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

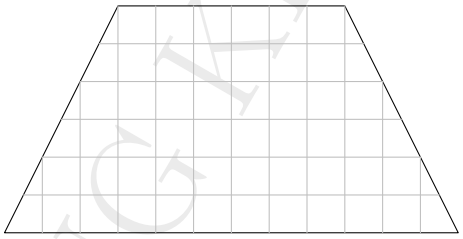
Câu 234. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Xác định số gạch cần để xây cầu thang.

KQ: | | | | |

Câu 235.

Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4 m ở đáy và rộng 1,2 m ở đỉnh (hình vẽ bên). Các viên gạch hình vuông có kích thước 10×10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

KQ: | | | | |



Câu 236. Một góc khán đài có tổng cộng 2 040 ghế, hàng ghế dưới cùng có 10 ghế và cứ mỗi hàng ghế phía sau sẽ có thêm 4 ghế so với hàng ghế ngay dưới nó. Xác định số hàng ghế của góc khán đài.

KQ: | | | | |

Câu 237. Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, chuông của một chiếc đồng hồ quả lắc sẽ đánh bao nhiêu tiếng, biết rằng nó chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ?

KQ: | | | | |

Câu 238. Bác Hưng quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khoẻ. Bác bắt đầu bằng cách bơi 10 phút vào ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút mỗi ngày sau đó. Bác đạt được mục tiêu bơi ít nhất 60 phút mỗi ngày vào ngày thứ bao nhiêu của chương trình?

KQ: | | | | |

Câu 239. Bác Hưng quyết định tham gia một chương trình bơi lội để duy trì sức khoẻ. Bác bắt đầu bằng cách bơi 10 phút vào ngày đầu tiên, sau đó thêm 2 phút mỗi ngày sau đó. Tính tổng thời gian bác Hưng bơi sau 30 ngày đầu của chương trình.

KQ: | | | | |

Câu 240. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây.... Cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính số hàng cây được trồng.

KQ: | | | | |

Câu 241. Một rạp hát có 15 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 15 ghế, hàng thứ hai có 18 ghế, hàng thứ ba có 21 ghế, ..., cứ thế tiếp tục cho đến hàng cuối cùng. Rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

KQ: | | | | |

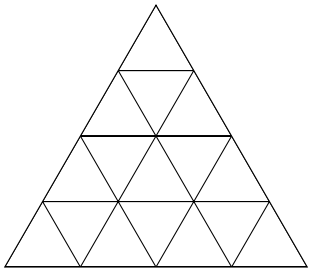
Câu 242. Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho Anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Tính tổng số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty đó.

KQ: | | | | |

Câu 243.

An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?

KQ: | | | | |



Câu 244. Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, chuông của một chiếc đồng hồ quả lắc sẽ đánh bao nhiêu tiếng, biết rằng nó chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ?

KQ: | | | | |

Câu 245. Trong sân vận động, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi dãy ghế thứ 10 bao nhiêu ghế?

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 246. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây ... Số hàng cây trong khu vườn là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 247. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ?

KQ: | | | | |

Câu 248. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5, ... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25 450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

KQ: | | | | |

Câu 249. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

KQ: | | | | |

Câu 250. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 2

§3. CẤP SỐ NHÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định nghĩa

Định nghĩa 11

- Dãy số (u_n) (hữu hạn hoặc vô hạn) gọi là cấp số nhân nếu có tính chất $u_{n+1} = u_n \cdot q$, $\forall n \in N^*$. (Với q là hằng số).
- Kí hiệu $\dfrac{\cdot\cdot}{\cdot\cdot}$ đặt trước một dãy số để chỉ rằng nó là một cấp số nhân.
- Hằng số q gọi là công bội.
- Nếu hằng số $q = 0$ thì cấp số nhân dạng $u_1, 0, 0, \ldots$.
- Nếu $q = 1$ thì cấp số nhân là một dãy số không đổi, dạng $u_1, u_1, u_1, \ldots$.

2 Số hạng tổng quát của cấp số nhân

Một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì $\boxed{u_n = u_1 \cdot q^{n-1},\ n \geq 2.}$

3 Tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân

Giả sử (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q \neq 1$. Khi đó $\boxed{S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}.}$

Khi $q = 1$ thì $S_n = n \cdot u_1$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Xét dãy số (u_n) có là một cấp số nhân không?

Căn cứ trên định nghĩa về cấp số nhân ta thực hiện

- Tính tỉ số $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.
- Nếu $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ bằng hằng số thì (u_n) là một cấp số nhân.
- Nếu $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ phụ thuộc vào n thì (u_n) không là một cấp số nhân.

Cách khác để chứng (u_n) không là một cấp số nhân.

- Tính cụ thể 3 số hạng liên tiếp, ví dụ tính u_1, u_2, u_3.
- Nếu $u_1 u_3 \neq u_2^2$ thì (u_n) không là một cấp số nhân.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Trần Nguyễn Hữu Chung Kiên

- *Ba số a, b, c là một cấp số nhân nếu $a \cdot c = b^2$.*
- *(u_n) là một cấp số nhân khi và chỉ khi $u_{n-1} \cdot u_{n+1} = u_n^2, \forall n \geq 2$.*

Bài 1. Trong các dãy số (u_n), dãy nào là cấp số nhân?

a) $u_n = 3^{n-1}$.

b) $u_n = 3n + 5$.

Bài 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$, công bội $q = \dfrac{-1}{2}$. Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân đó.

Bài 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -6$, $u_2 = -2$.

a) Tìm công bội q.

b) Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân đó.

Bài 4. Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân? Vì sao?

a) $125; 25; 5; 1; \dfrac{1}{5}$.

b) $2; -6; 18; 54$.

Bài 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3 \cdot 2^n$ $(n \geq 1)$. Dãy (u_n) có là cấp số nhân không? Vì sao?

Bài 6. Chứng minh rằng dãy số $(v_n) : v_n = (-1)^n \cdot 3^{2n}$ là một cấp số nhân.

Bài 7. Giá trị của a để $-\dfrac{1}{5}; a; \dfrac{-1}{125}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

Bài 8. Tìm x để 3 số $u_1 = 2 - x, u_2 = 2x, u_3 = 3 + x$ là một cấp số nhân.

Bài 9. Tìm 2 số a, b biết $1, a, b$ là cấp số nhân và $1, a + 8, b$ là cấp số cộng.

Bài 10. Cho dãy số u_n xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9, \quad (n \geq 1). \end{cases}$

a) Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = u_n + 3$, $n \geq 1$ là một cấp số nhân.

b) Tìm công thức tổng quát của dãy số u_n.

Bài 11. Xét các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân, (nếu có) tìm công bội của cấp số nhân đó.

a) $u_n = (-3)^{2n+1}$.

b) $u_n = (-1)^n \cdot 5^{3n+2}$.

c) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2. \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{9}{u_n}. \end{cases}$

Bài 12. Cho x, 3, y theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $x^4 = y\sqrt{3}$. Tìm x, y.

DẠNG 2 Xác định các đại lượng của cấp số nhân

- Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) bằng công thức $(u_n = u_1 \cdot q^{n-1})$.
- Tìm số hạng thứ k bằng công thức $\left(u_k = u_1 \cdot q^{k-1}\right)$.

Bài 13. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 25 \\ u_3 - u_1 = 50. \end{cases}$

a) Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Tìm số hạng thứ 8 của cấp số nhân (u_n).

Bài 14. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 4$, công bội $q = -\dfrac{1}{2}$. Tính u_7.

Bài 15. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Tìm u_1.

Bài 16. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Bài 17. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = \dfrac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8. \end{cases}$

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân.

b) Số $\dfrac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

Bài 18. Cho tứ giác $ABCD$ có 4 góc tạo thành 1 cấp số nhân có công bội bằng 2. Tìm 4 góc ấy

Bài 19. Cho 5 số lập thành một cấp số nhân. Biết công bội bằng một phần số hạng đầu tiên và tổng 2 số hạng đầu bằng 8.

Bài 20. Tìm số hạng thứ 10 cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144. \end{cases}$

Bài 21. Cho một cấp số nhân có 5 số hạng biết 2 số hạng đầu là số dương, tích số hạng đầu và số hạng thứ 3 là 16, tích số hạng thứ 3 và số hạng cuối là $\dfrac{1}{16}$. Tìm cấp số nhân này.

Bài 22. Dân số trung bình của Việt Nam năm 2020 là 97,6 triệu người, tỉ lệ tăng dân số là 1,14%/năm.

(Nguồn: Niên giám thống kê của Việt Nam năm 2020, NXB Thống kê, 2021)

Giả sử tỉ lệ tăng dân số không đổi qua các năm.

a) Sau 1 năm, dân số của Việt Nam sẽ là bao nhiêu triệu người (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Viết công thức tính dân số Việt Nam sau n năm kể từ năm 2020.

Bài 23. Bác Linh gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng tiền tiết kiệm với hình thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 6%/năm. Viết công thức tính số tiền (cả gốc và lãi) mà bác Linh có được sau n năm (giả sử lãi suất không thay đổi qua các năm).

DẠNG 3 Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

Tổng n số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) được cho bởi công thức $S_n = \dfrac{1-q^n}{1-q}u_1$, $(q \neq 1)$.

Bài 24. Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 6 số hạng biết $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 66 \\ u_3 - u_5 + u_6 = -132 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 25. Tính tổng $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{2^9}$.

Bài 26. Tính tổng n số hạng đầu của mỗi cấp số nhân sau:

a) $3; -6; 12; -24; \ldots$ với $n = 12$.

b) $\dfrac{1}{10}; \dfrac{1}{100}; \dfrac{1}{1000}; \ldots$ với $n = 5$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 27. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

Bài 28. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_4 = \dfrac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8. \end{cases}$ Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân.

Bài 29. Tính tổng $S_n = \left(2 + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \dfrac{1}{4}\right)^2 + \cdots + \left(2^n + \dfrac{1}{2^n}\right)^2$.

Bài 30. Tính tổng $S_n = 8 + 88 + 888 + \cdots + \underbrace{88\ldots8}_{n \text{ số } 8}$.

Bài 31. Viết 5 số xen giữa hai số 1 và 729 để được một cấp số nhân có 7 số hạng. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 32. Một tứ giác lồi có các góc lập thành một cấp số nhân. Tính số đo góc nhỏ nhất của tứ giác đó, biết góc nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{8}$ góc lớn nhất.

Bài 33. Bốn góc A, B, C, D theo thứ tự của một tứ giác lồi $ABCD$ lập thành một cấp số nhân, góc C gấp 4 lần góc A. Tìm 4 góc đó.

Bài 34. Giả sử anh Tuấn kí hợp đồng lao động trong 10 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Tuấn là 60 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Tuấn được tăng lên 8%. Tính tổng số tiền lương anh Tuấn lĩnh được trong 10 năm đi làm (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến hàng phần nghìn).

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 35. Trong các dãy số (u_n), dãy nào là cấp số nhân?

a) $u_n = 2^{2n+3}$. b) $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$.

Bài 36. Tìm số hạng đầu và công bội của các cấp số nhân sau

a) $3; 6; 12; 24; 48; \ldots$; b) $1; -\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{4}; -\dfrac{1}{8}; \dfrac{1}{16}; \ldots$; c) $9; 9; 9; 9; 9; \ldots$.

Bài 37. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân? Tìm số hạng đầu và công bội của các cấp số nhân đó.

a) $1; 11; 121; 12321; 1234321$. b) $1; -1; 1; -1; 1$. c) $4; 8; 12; 16$.

Bài 38. Cho cấp số nhân $1; 10; 100; 1000; 10000$. Biểu diễn số hạng 10 và 100 theo hai số hạng kề nó.

Bài 39. Tìm 2 số x, y biết $x + 6y$, $5x + 2y$, $8x + y$ là cấp số cộng và $x - 1$, $y + 2$, $x - 3y$ là cấp số nhân.

Bài 40. Tìm công thức tính số hạng tổng quát của dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 9 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \cdot 5^n - 4 \ , \ n \geqslant 1 \end{cases}$.

Bài 41. Xác định số hạng u_{2021} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1 \end{cases}, \forall n \geq 2$.

Bài 42. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân? Vì sao?

a) $5; -0{,}5; 0{,}05; -0{,}005; 0{,}0005$; b) $-9; 3; -1; \dfrac{1}{3}; -\dfrac{1}{9}$; c) $2; 8; 32; 64; 256$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 43. Chứng minh mỗi dãy số (u_n) với số hạng tổng quát như sau là cấp số nhân:

a) $u_n = \dfrac{-3}{4} \cdot 2^n$ b) $u_n = \dfrac{5}{3^n}$; c) $u_n = (-0{,}75)^n$.

Bài 44. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -5$, công bội $q = 2$.

a) Tìm u_9.

b) Số -320 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân trên?

c) Số 160 có phải là một số hạng của cấp số nhân trên không?

Bài 45. Xác định công bội, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số nhân sau

a) $1, 4, 16, \ldots$; b) $2, -\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{8}, \ldots$

Bài 46. Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số (u_n) sau và xem nó có phải là cấp số nhân không. Nếu nó là cấp số nhân, hãy tìm công bội q và viết công thức số hạng tổng quát của nó dưới dạng $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

a) $u_n = 5n$; b) $u_n = 5^n$; c) $u_1 = 1$, $u_n = nu_{n-1}$; d) $u_1 = 1$, $u_n = 5u_{n-1}$.

Bài 47. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) biết

a) $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20. \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240. \end{cases}$

Bài 48. Tìm 5 số lập thành một cấp số nhân có công bội bằng $\dfrac{1}{4}$ số thứ nhất và tổng 2 số đầu là 24.

Bài 49. Tìm 3 số lập thành một cấp số nhân có tổng là 63 và tích là 1728.

Bài 50. Viết 6 số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 51. Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 5 số hạng biết $\begin{cases} u_3 = 3 \\ u_5 = 27 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 52. Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 7 số hạng biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 53. Cho một cấp số nhân gồm 4 số hạng biết tổng của số hạng đầu và cuối là 27, tích của hai số hạng còn lại là 72. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 54. Bốn góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số nhân, góc lớn nhất gấp 8 lần góc nhỏ nhất. Tìm 4 góc đó.

Bài 55. Tìm một cấp số nhân có 6 số hạng, biết tổng 5 số hạng đầu là 31 và tổng 5 số hạng sau là 62.

Bài 56. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 2 \cdot 3^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Chứng minh (u_n) là cấp số nhân. b) Tìm số hạng đầu tiên và công bội.

Bài 57. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 \cdot u_3 = \dfrac{1}{9} \\ u_1 + u_2 + u_3 = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 58. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_5 - u_1 = 30 \\ u_4 - u_2 = 12 \end{cases}$.

Bài 59. Tìm số hạng thứ 4 của một cấp số nhân biết $u_3 = 3$, $u_5 = 27$ và công bội dương.

Bài 60. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102; \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40; \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43. \end{cases}$

Bài 61. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng thỏa $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102. \end{cases}$

a) Tìm số hạng đầu và công bội.

b) Tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên bằng 3069.

c) Số 12288 là số hạng thứ mấy.

Bài 62. Cho cấp số nhân (u_n). Tìm u_1 và q, biết rằng

a) $\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \dfrac{35}{2} \\ u_1 u_5 = 25 \\ u_i > 0 \quad (i = 1, \ldots, 5). \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325. \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20. \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 + u_6 = 165 \\ u_3 + u_4 = 60. \end{cases}$ e) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases}$ f) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351. \end{cases}$

g) $\begin{cases} 8u_2 + 5\sqrt{5}u_5 = 0 \\ u_1^3 + u_3^3 = 189. \end{cases}$ h) $\begin{cases} u_1 u_2 u_3 = 1728 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 63. \end{cases}$ i) $\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5. \end{cases}$

j) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 21. \end{cases}$

Bài 63. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a) $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144; \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325; \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240; \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64; \end{cases}$ e) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \dfrac{1}{u_3} = \dfrac{7}{12}; \end{cases}$ f) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 30 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 340. \end{cases}$

Bài 64. Tìm a, b biết rằng 1, a, b là ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng và 1, a^2, b^2 là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

Bài 65. Tìm số hạng đầu của cấp số nhân biết công bội bằng 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối bằng 486.

Bài 66. Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng 21. Nếu thêm $2, 3, 9$ lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Tìm 3 số đó.

Bài 67. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng, nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó.

Bài 68. Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 69. Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

Bài 70. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.

Bài 71. Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Bài 72. Tính các tổng sau:

a) $S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n$;

b) $S_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{2^3} + \cdots + \dfrac{1}{2^n}$;

c) $S_n = \left(3 + \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \dfrac{1}{9}\right)^2 + \cdots + \left(3^n + \dfrac{1}{3^n}\right)^2$;

d) $S_n = 6 + 66 + 666 + \cdots + \underbrace{666\ldots6}_{n \text{ số } 6}$.

Bài 73. Cho cấp số nhân (u_n), biết số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính số hạng u_7.

Bài 74. Tìm số hạng đầu và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 - u_2 + u_3 = -\dfrac{3}{2} \\ u_2 - u_3 + u_4 = -\dfrac{3}{4} \end{cases}$.

Bài 75. Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 39 \\ u_1 - u_4 = -26 \end{cases}$. Tìm công bội q và u_1.

Bài 76. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$.

Bài 77. Cho (u_n) là một cấp số nhân thỏa $\begin{cases} u_3 + u_5 = 20 \\ u_1 + u_3 = 5 \end{cases}$. Tìm u_1 và công bội q.

Bài 78. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ thỏa mãn $\begin{cases} u_2 = 10 \\ u_1 + 2u_3 = 45 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1, công bội q và tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n).

Bài 79. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_3 = \dfrac{27}{4}$.

a) Tìm công bội q và viết năm số hạng đầu của cấp số nhân trên.

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân trên.

Bài 80. Tìm m để phương trình $x^3 + (5-m)x^2 + (6-5m)x - 6m = 0$ có 3 nghiệm lập thành cấp số nhân.

Bài 81. Cho cấp số nhân (u_n) biết: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$. Hỏi tổng của bao nhiêu số hạng đầu tiên của cấp số nhân sẽ bằng 3069?

Bài 82. Một cấp số nhân có số hạng thứ 6 bằng 96 và số hạng thứ 3 bằng 12. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số nhân này.

Bài 83. Một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 5 và công bội bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân này để có tổng bằng 5115?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 84. Cho n là số nguyên dương và n tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, ..., A_nB_nC_n$, trong đó các điểm $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lần lượt nằm trên các cạnh B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i $(i = \overline{1, n-1})$ sao cho

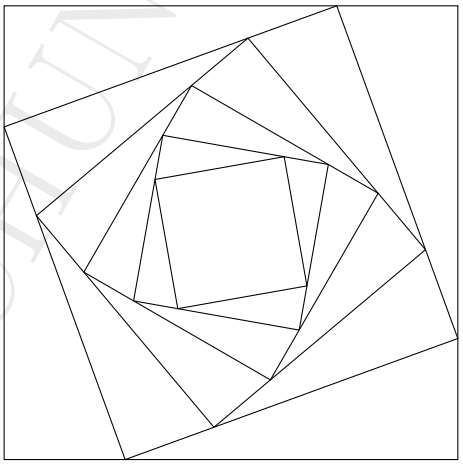
$$A_{i+1}C_i = 2A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 2B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 2C_{i+1}A_i.$$

Gọi S là tổng tất cả diện tích của n tam giác trên, biết rằng tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích bằng 2. Hãy tính S theo n và tìm số nguyên dương n sao cho $S = 3\left(1 - \dfrac{1}{3^{2017}}\right)$.

Bài 85. Ba số có tổng bằng $\dfrac{15}{2}$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Nếu cộng thêm 8 đơn vị vào số hạng thứ ba, ta được ba số hạng liên tiếp là một cấp số nhân. Tìm ba số đó.

Bài 86.

Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ). Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n$. Gọi $S_i\,(i \in \{1; 2; 3; \ldots\})$ là diện tích của hình vuông C_i. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n + \cdots$. Biết $T = \dfrac{32}{2}$, tính a?



Bài 87. Hàng tháng ông An gửi vào ngân hàng một số tiền như nhau là 5000000 đồng (vào ngày đầu mỗi tháng) với lãi suất 0,5% một tháng, biết tiền lãi của tháng trước được nhập vào tiền gốc của tháng sau. Hỏi sau 36 tháng ông An nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 88. Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày. Tính khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau 7314 ngày.

Bài 89. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nữa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

Bài 90. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôii lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

Bài 91. Một người bắt đầu đi làm được nhận được số tiền lương là 7000000 đồng một tháng. Sau 36 tháng người đó được tăng lương 7%. Hằng tháng người đó tiết kiệm 20% lương để gửi vào ngân hàng với lãi suất $0,3\%$/ tháng theo hình thức lãi kép. Biết rằng người đó nhận lương vào đầu tháng và số tiền tiết kiệm được chuyển ngay vào ngân hàng.

a) Hỏi sau 36 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?

b) Hỏi sau 60 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?

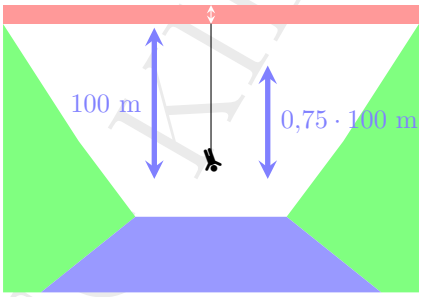
Bài 92. Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng.

Bài 93. Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là $0,91\%$. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 94.

Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống.



Bài 95. Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50 mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó. Tính tổng lượng thuốc (tính bằng mg) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

Bài 96. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1 %/năm. Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau n năm kể từ năm 2020.

b) Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

Bài 97. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

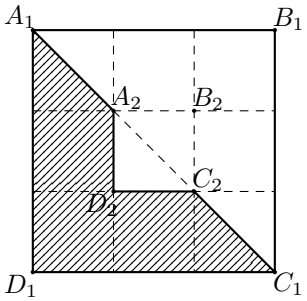
a) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.

b) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau n năm sử dụng.

c) Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

Bài 98.

Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu "đẹp". Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau



- **Bước 1.** Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.
- **Bước 2.** Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.
- **Bước 3.** Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là x, 12, y, 192. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x = 1, y = 144$. **B.** $x = 2, y = 72$. **C.** $x = 3, y = 48$. **D.** $x = 4, y = 36$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 2. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3, 9, 27, 81, ... Khi đó u_n bằng

A. 3^{n-1}. **B.** 3^n. **C.** 3^{n+1}. **D.** $3+3^n$.

Câu 3. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1, 4, 16, 64, ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số cộng đó ($n>1$). Khi đó, giá trị của S_n bằng

A. 4^{n-1}. **B.** $\left(\dfrac{1+4^{n-1}}{2}\right)^n$. **C.** $\dfrac{4^n-1}{4-1}$. **D.** $4\left(\dfrac{4^n-1}{4-1}\right)$.

Câu 4. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n=7-3n$. **B.** $u_n=7-3^n$. **C.** $u_n=\dfrac{7}{3n}$. **D.** $u_n=7\cdot 3^n$.

Câu 5. Tính $S=-2+4-8+16-32+\ldots+(-2)^{n-1}+(-2)^n, \quad \forall n\in\mathbb{N}^*$?

A. $2n$. **B.** 2^n. **C.** $\dfrac{-2\left(1-2^n\right)}{1-2}$. **D.** $-2\left(\dfrac{1-(-2)^n}{1-(-2)}\right)$.

Câu 6. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu là 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 7. Một cấp số nhân có 4 số hạng, số hạng đầu là 3 và số hạng thứ tư là 192. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó bằng

A. 390. **B.** 255. **C.** 256. **D.** -256.

Câu 8. Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $u_1\cdot u_{15}=u_2\cdot u_{14}$. **B.** $u_1\cdot u_{15}=u_5\cdot u_{11}$. **C.** $u_1\cdot u_{15}=u_6\cdot u_9$. **D.** $u_1\cdot u_{15}=u_4\cdot u_{12}$.

Câu 9. Cho một cấp số nhân có n số hạng ($n>k>55$). Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $u_1\cdot u_n=u_2\cdot u_{n-1}$. **B.** $u_1\cdot u_n=u_5\cdot u_{n-4}$.
C. $u_1\cdot u_n=u_{55}\cdot u_{n-55}$. **D.** $u_1\cdot u_k=u_k\cdot u_{n-k+1}$.

Câu 10. Một tam giác có các góc lập thành một cấp số nhân với công bội $q=2$. Khi đó số đo các góc trong tam giác ấy lần lượt là

A. $30°; 60°; 90°$. **B.** $\dfrac{\pi}{5};\dfrac{2\pi}{5};\dfrac{4\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi}{7};\dfrac{2\pi}{7};\dfrac{3\pi}{7}$.

Câu 11. Một tam giác ABC có độ dài ba cạnh làn a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó

A. $\sin A$, $\sin B$, $\sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
B. $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
C. $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
D. $\cot A$, $\cot B$, $\cot C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Câu 12. Cho cấp số nhân có 10 số hạng với công bội $q\neq 0$ và $u_1\neq 0$. Khi đó

A. $u_7=u_4\cdot q^3$. **B.** $u_7=u_4\cdot q^4$. **C.** $u_7=u_4\cdot q^5$. **D.** $u_7=u_4\cdot q^6$.

Câu 13. Cho cấp số nhân $(u_n)_n$, $q\neq 0$ và $u_1\neq 0$. Với $1<k<m$ đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $u_m=u_k\cdot q^k$. **B.** $u_m=u_k\cdot q^m$. **C.** $u_m=u_k\cdot q^{m-k}$. **D.** $u_m=u_k\cdot q^{m+k}$.

Câu 14. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64 thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có dạng

A. $u_n=2^{n-1}$. **B.** $u_n=2^n$. **C.** $u_n=2^{n+1}$. **D.** $u_n=2n$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 15. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{bc}$. **B.** $\dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{ac}$. **C.** $\dfrac{1}{c^2} = \dfrac{1}{ab}$. **D.** $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{c}$.

Câu 16. Một tứ giác có các góc tạo thành một cấp số nhân với công bội $q = 3$. Khi đó số đo các góc của tứ giác bằng

A. $\dfrac{\pi}{20}; \dfrac{3\pi}{20}; \dfrac{9\pi}{20}; \dfrac{27\pi}{20}$. **B.** $\dfrac{\pi}{40}; \dfrac{3\pi}{40}; \dfrac{9\pi}{40}; \dfrac{27\pi}{40}$. **C.** $30°; 60°; 90°; 180°$. **D.** $\dfrac{\pi}{15}; \dfrac{3\pi}{15}; \dfrac{9\pi}{15}; \dfrac{27\pi}{15}$.

Câu 17. Cho cấp số cộng $2; a; 6; b$. Tích $a \cdot b$ bằng

A. 32. **B.** 40. **C.** 12. **D.** 22.

Câu 18. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. Dãy $-2, 2, -2, 2, \ldots$.

B. Dãy $(u_n)_n$ được xác định bởi $u_n = 3^n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$.

C. Dãy $(u_n)_n$ được xác định bởi $u_n = \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \text{ với } n \geq 2, n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

D. Dãy số tự nhiên $1, 2, 3, \ldots$.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 2$, $u_2 = 8$. Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

A. 16. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Tìm công bội của dãy số (u_n).

A. $q = \dfrac{1}{2}$. **B.** $q = \sqrt{3}$. **C.** $q = \dfrac{3}{2}$. **D.** $q = 3$.

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là $u_n = u_1 q^{n-1}$, với công bội q và số hạng đầu u_1.

B. Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d$, với công sai d và số hạng đầu u_1.

C. Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + nd$, với công sai d và số hạng đầu u_1.

D. Nếu dãy số (u_n) là một cấp số cộng thì $u_{n+1} = \dfrac{u_n + u_{n+2}}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Tồn tại số thực q sao cho $u_{n+1} = q \cdot u_n \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. (u_n) là một dãy số có hữu hạn hoặc vô hạn phần tử.

C. $u_n \neq 0, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_{n+1}^2 = u_n \cdot u_{n+2}, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 0$ và $u_2 > 0$. Khẳng định sao sau đây **đúng**?

A. Dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = \dfrac{1}{1 + u_n}, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

B. Dãy số (w_n) xác định bởi $w_n = 2018 - u_n, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

C. Dãy số (z_n) xác định bởi $z_n = \dfrac{2019}{2018\sqrt{u_n}}, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

D. Dãy số (a_n) xác định bởi $a_n = u_n^2 + 1, \ \forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

Câu 24. Cho n là số tự nhiên. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2}u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$. **B.** $u_n = n^2 + 1, \forall n \geq 1$.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

C. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_n \cdot u_{n-1}, \forall n \geq 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2, \forall n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 25. Cho dãy số $-1; \dfrac{1}{3}; -\dfrac{1}{9}; \dfrac{1}{27}; -\dfrac{1}{81}$ ....Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số là cấp số nhân với $u_1 = -1; q = -\dfrac{1}{3}$.

B. Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = (-1)^n . \dfrac{1}{3^{n-1}}$.

C. Dãy số không phải là cấp số nhân.

D. Dãy số là dãy số không tăng không giảm.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -\dfrac{1}{2}$, $u_7 = -32$. Khi đó, công bội q của cấp số nhân là

A. $\pm\dfrac{1}{2}$. **B.** ± 2. **C.** ± 4. **D.** $\pm\dfrac{1}{4}$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8 = 6560$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = \dfrac{1}{3}$. **D.** $q = \pm 3$.

Câu 28. Cho tam giác ABC cân $(AB = AC)$, có cạnh đáy BC, đường cao AH, cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tính công bội q của cấp số nhân đó.

A. $\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **C.** $\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **D.** $\sqrt{2}+1$.

Câu 29. Cho các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) Mọi số hạng của một cấp cộng với công sai dương đều là số dương.

(II) Mọi số hạng của một cấp số nhân với công bội dương đều là số dương.

(III) Dãy số được xác định bởi $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ là một dãy bị chặn.

(IV) Dãy số được xác định bởi $a_n = 1 - n^2$ là một dãy số giảm và không bị chặn dưới.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q \neq 1$, S_n là tổng n số hạng đầu tiên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \dfrac{1-q^n}{1-q}$. **B.** $S_n = \dfrac{u_1}{1-q}$. **C.** $S_n = u_1 \cdot \dfrac{1-q^n}{1-q}$. **D.** $S_n = u_1 \cdot \dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$.

Câu 31. Cho dãy (u_n) với $u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$. Đặt $v_n = u_n - u_{n-1}$. Khi đó

A. (v_n) là cấp số nhân với công bội là 2. **B.** (v_n) là cấp số nhân với công bội là 3.

C. (v_n) là cấp số nhân với công bội là 6. **D.** (v_n) không là cấp số nhân.

Câu 32. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\dfrac{1}{2}; u_7 = -32$. Tìm q.

A. $q = \pm\dfrac{1}{2}$. **B.** $q = \pm 2$. **C.** $q = \pm 4$. **D.** $q = \pm 1$.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2\,(n \geqslant 1) \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = 2.3^n + 1$. **B.** $u_n = 2.3^{n-1} - 1$. **C.** $u_n = 2.3^n - 1$. **D.** $u_n = 2.3^{n-1} + 1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 34. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu là u_1, công bội là q. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Số hạng thứ n của dãy số là $u_n = u_1 \cdot q^n$.

B. Tổng n số hạng đầu của dãy số là $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

C. $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$, $\forall k \geq 2$.

D. $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$, $\forall k \geq 2$.

Câu 35. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = -2$, $u_n = 3u_{n-1} - 1$, $\forall n \geq 2$. Xác định số hạng tổng quát của dãy số đã cho.

A. $u_n = \dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{1}{2}$. **B.** $u_n = -\dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{1}{2}$. **C.** $u_n = -\dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{3}{2}$. **D.** $u_n = \dfrac{5}{2} \cdot 3^n + 2$.

Câu 36. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Trên cạnh BC, ta lấy điểm A_1 sao cho $CA_1 = x$. Gọi B_1 là hình chiếu của A_1 lên CA, C_1 là hình chiếu của B_1 lên AB, A_2 là hình chiếu của C_1 lên BC, B_2 là hình chiếu của A_2 lên CA, ... và cứ tiếp tục như thế. Hãy tìm giá trị của x theo a sao cho $A_{2018} \equiv A_1$.

A. $x = \dfrac{a}{3}$. **B.** $x = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $x = \dfrac{a}{2}$. **D.** $x = \dfrac{2a}{3}$.

Câu 37. Cho cấp số nhân $3, 15, 75, x, 1875$. Tìm x.

A. $x = 225$. **B.** $x = 375$. **C.** $x = 125$. **D.** $x = 80$.

Câu 38. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 765$, tìm n.

A. $n = 7$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 9$.

Câu 39. Cho cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = 12 \\ \dfrac{u_3}{u_8} = 243 \end{cases}$. Tìm u_9.

A. $u_9 = \dfrac{2}{2187}$. **B.** $u_9 = \dfrac{4}{6563}$. **C.** $u_9 = 78732$. **D.** $u_9 = \dfrac{4}{2187}$.

Câu 40. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha \, (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1+u_n}{2}}, \, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm u_{2017}.

A. $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **B.** $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

C. $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

Câu 41. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q. Tìm q.

A. $q = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. **B.** $q = \dfrac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$. **C.** $q = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $q = \dfrac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}$.

Câu 42. Cho năm số a, b, c, d, e khác 0, theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Biết $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị của $|S|$ với $S = abcde$.

A. $|S| = 42$. **B.** $|S| = 62$. **C.** $|S| = 32$. **D.** $|S| = 52$.

Câu 43. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ bảy gấp 243 lần số hạng thứ hai. Tìm các số hạng còn lại của cấp số nhân đó.

A. $u_1 = \dfrac{2}{9}; u_2 = \dfrac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. $u_1=\dfrac{2}{7};u_2=\dfrac{2}{3};u_3=2;u_5=18;u_6=54;u_7=162.$

C. $u_1=\dfrac{2}{9};u_2=\dfrac{2}{3};u_3=2;u_5=21;u_6=54;u_7=162.$

D. $u_1=\dfrac{2}{9};u_2=\dfrac{2}{3};u_3=2;u_5=18;u_6=54;u_7=162.$

Câu 44. Cho cấp số nhân (u_n) với các số hạng khác 0, tìm số hạng đầu u_1 biết $\begin{cases}u_1+u_2+u_3+u_4=15\\u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=85.\end{cases}$

A. $u_1=1,\ u_1=2.$ **B.** $u_1=1,\ u_1=8.$ **C.** $u_1=1,\ u_1=5.$ **D.** $u_1=1,\ u_1=9.$

Câu 45. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1&=1\\u_{n+1}&=2u_n+5\end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy.

A. $u_{2018}=3.2^{2018}+5.$ **B.** $u_{2018}=3.2^{2017}+1.$ **C.** $u_{2018}=3.2^{2018}-5.$ **D.** $u_{2018}=3.2^{2017}-5.$

Câu 46. Cho dãy số xác định bởi $u_1=1,\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}\left(2u_n+\dfrac{n-1}{n^2+3n+2}\right),\ n\in\mathbb{N}^*$. Tính u_{2018}.

A. $\dfrac{2^{2016}}{3^{2017}}+\dfrac{1}{2019}.$ **B.** $\dfrac{2^{2018}}{3^{2017}}+\dfrac{1}{2019}.$ **C.** $\dfrac{2^{2017}}{3^{2016}}+\dfrac{1}{2019}.$ **D.** $\dfrac{2^{2017}}{3^{2018}}+\dfrac{1}{2019}.$

Câu 47. Cho các số $x+2;\ x+14;\ x+50$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Khi đó x bằng

A. $x=4.$ **B.** $x=-4.$ **C.** $x=\pm4.$ **D.** $x=2.$

Câu 48. Cho các số $x+6y;\ 5x+2y;\ 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, đồng thời các số $x-1;\ y+2;\ x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x+2y$ bằng

A. 10. **B.** $-10.$ **C.** 14. **D.** $-14.$

Câu 49. Xác định số hạng u_{2018} của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=-2\\u_n=3u_{n-1}-1\end{cases},\forall n\geq 2.$

A. $u_{2018}=(-5)\cdot 3^{2017}+13.$ **B.** $u_{2018}=-\dfrac{2}{3}\cdot 3^{2017}.$

C. $u_{2018}=-\dfrac{5}{2}\cdot 3^{2017}+\dfrac{1}{2}.$ **D.** $u_{2018}=5\cdot 3^{2017}-17.$

Câu 50. Cho dãy số $(u_n)_n$ xác định bởi $u_1=2;\ u_n=2u_{n-1}+3n-1;\forall n\geq 2$. Giả sử u_n được viết lại dưới dạng tổng quát $u_n=a2^n+bn+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z};n\geq 2$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $-4.$ **B.** 4. **C.** $-3.$ **D.** 3.

Câu 51. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1=\sqrt{2},\ x_{n+1}=\sqrt{2+x_n},\ n\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. (x_n) là dãy số giảm. **B.** (x_n) là cấp số nhân. **C.** $\lim x_n=+\infty.$ **D.** $\lim x_n=2.$

Câu 52. Tìm x biết $1,\ x^2,\ 6-x^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

A. $x=\pm1.$ **B.** $x=\pm\sqrt{2}.$ **C.** $x=\pm2.$ **D.** $x=\pm\sqrt{3}.$

Câu 53. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

A. $m=-4.$ **B.** $m=3.$ **C.** $m=1.$ **D.** $m=-3.$

Câu 54. Tính tổng $S=-1+\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{10^2}+\ldots+\dfrac{(-1)^n}{10^{n-1}}+\ldots.$

A. $\dfrac{10}{11}.$ **B.** $-\dfrac{10}{11}.$ **C.** 0. **D.** $+\infty.$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 55. Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm và thỏa mãn $u_2 = 6$ và $u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. **B.** $2^{12} - 1$. **C.** $3 \cdot 2^{12} - 1$. **D.** $3 \cdot 2^{12}$.

Câu 56. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng đều dương và $\begin{cases} u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 2017 \\ \dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \cdots + \dfrac{1}{u_n} = 2018. \end{cases}$ Tính tích $u_1 \cdot u_2 \cdots u_n$.

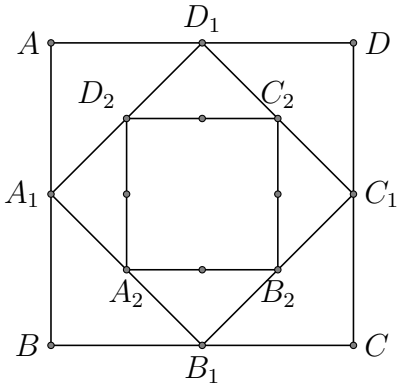
A. $\sqrt{\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n}$. **B.** $\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n$. **C.** $\sqrt{\left(\dfrac{2018}{2017}\right)^n}$. **D.** $\left(\dfrac{2018}{2017}\right)^n$.

Câu 57. Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn bằng $\dfrac{1}{4}$, tổng ba số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng $\dfrac{7}{27}$. Tổng của số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 58.

Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a, và có diện tích S_1. Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm quá trình trên ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3,... và cứ tiếp tục làm như thế ta được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \ldots, S_{100}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \cdots + S_{100}$.



A. $S = \dfrac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{100}}$. **B.** $S = \dfrac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{99}}$. **C.** $S = \dfrac{a^2}{2^{200}}$. **D.** $S = \dfrac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

Câu 59. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{20}$ là

A. $2^{20} - 20$. **B.** $2^{21} - 22$. **C.** 2^{20}. **D.** $2^{21} - 20$.

Câu 60. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính số hạng u_{50}.

A. 4024. **B.** 2402. **C.** 2240. **D.** 2024.

Câu 61. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5} - 1}$.

Câu 62. Cho n là số nguyên dương và n tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n$, trong đó các điểm lần $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lượt nằm trên các cạnh $B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i (i = 1, 2, \ldots, n-1)$ sao cho $A_{i+1}C_i = 3A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 3B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 3C_{i+1}A_i$. Gọi S là tổng tất cả các diện tích của tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n$ biết rằng tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích bằng $\dfrac{9}{16}$. Tìm số nguyên dương sao cho $S = \dfrac{16^{29} - 7^{29}}{16^{29}}$.

A. $n = 28$. **B.** $n = 2018$. **C.** $n = 29$. **D.** $n = 30$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 63. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \quad (n \geq 1) \end{cases}$.
Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$. **B.** $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$. **C.** $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$. **D.** $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Câu 64. Tính tổng $S = 1 + 11 + \cdots + \underbrace{111\ldots11}_{n \text{ số } 1}$.

A. $\frac{10}{81}(10^{n-1} - 1) - \frac{n}{9}$. **B.** $\frac{10}{81}(10^{n-1} - 1) + \frac{n}{9}$. **C.** $\frac{1}{81}(10^{n-1} - 1) - \frac{n}{9}$. **D.** $\frac{10}{81}(10^{n} - 1) - \frac{n}{9}$.

Câu 65. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = a(n+1) + b$, với $a, b \neq 0$. Khi đó

A. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = b$. **B.** (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = a$.
C. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = b$. **D.** (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = a$.

Câu 66. Ba số lập thành một cấp số nhân. Nếu số hạng thứ hai cộng thêm 2 ta được một cấp số cộng. Sau đó cộng thêm 9 với số hạng thứ ba ta lại được một cấp số nhân. Tính tổng ba số đó.

A. $-\frac{16}{25}$. **B.** $\frac{52}{25}$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $\frac{64}{25}$.

Câu 67. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng của ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$. **B.** $T = \frac{100}{27}$. **C.** $T = -\frac{100}{27}$. **D.** $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 68. Xét các số thực dương a, b sao cho $-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng và 2, $a+2$, $b-3$ là cấp số nhân. Khi đó $a^2 + b^2 - 3ab$ bằng

A. 89. **B.** 31. **C.** 76. **D.** 59.

Câu 69. Cho ba số a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 70. Cho ba số x; 5; $2y$ lập thành cấp số cộng và ba số x; 4; $2y$ lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng

A. $|x - 2y| = 8$. **B.** $|x - 2y| = 9$. **C.** $|x - 2y| = 6$. **D.** $|x - 2y| = 10$.

Câu 71. Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số $(a_n), n \geq 1$ là $S_n = 2n^2 + 3n$. Khi đó

A. (a_n) là một CSC với công sai bằng 1. **B.** (a_n) là một CSC với công sai bằng 4.
C. (a_n) là một CSN với công bội bằng 1. **D.** (a_n) là một CSN với công bội bằng 4.

Câu 72. Ba số phân biệt có tổng bằng 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 17.

Câu 73. Cho ba số dương x, y, z theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt cộng thêm các số 2, 3, 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số tạo thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 169$. **B.** $F = 379$. **C.** $F = 389$. **D.** $F = 179$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 74. Cho biết a, b, c là ba cạnh của một tam giác và theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $ac = b^2$.
B. $\frac{1}{c} + \frac{1}{a} = \frac{2}{b}$.
C. $(a+1)(c+1) = (b+1)^2$.
D. $(1-a)(c-1) = (b-1)^2$.

Câu 75. Cho các số $5x - y$, $2x + 3y$, $x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng; các số $(y+1)^2$; $xy + 1$, $(x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm $(x; y)$.

A. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$.
B. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$.
C. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$.
D. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{13}{4}; -\frac{13}{10}\right)$.

Câu 76. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2, u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \forall n \geq 2$. Biết rằng công thức tổng quát của dãy số đã cho có dạng $u_n = a \cdot 2^n + bn + c \forall n \geq 2$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Khi đó, tổng $a + b + c$ có giá trị bằng

A. -4.
B. 4.
C. -3.
D. 3.

Câu 77. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

A. $2; 4; 8; 16; \ldots$.
B. $1; -1; 1; -1; \ldots$.
C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \ldots$.
D. $a; a^3; a^5; a^7; \ldots$ $(a \neq 0)$.

Câu 78. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $1; 2; 4; 8; \ldots$.
B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \ldots$.
C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \ldots$.
D. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \ldots$.

Câu 79. Dãy số $1; 2; 4; 8; 16; 32; \ldots$ là một cấp số nhân với

A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.
B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.
C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.
D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Câu 80. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Hãy viết bốn số hạng đầu tiên.

A. $-2; 10; 50; -250$.
B. $-2; 10; -50; 250$.
C. $-2; -10; -50; -250$.
D. $-2; 10; 50; 250$.

Câu 81. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

A. 720.
B. 81.
C. 64.
D. 56.

Câu 82. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

A. $x = 14$.
B. $x = 32$.
C. $x = 64$.
D. $x = 68$.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị của x để ba số $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân

A. $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$.
B. $x = \pm\frac{1}{3}$.
C. $x = \pm\sqrt{3}$.
D. $x = \pm 3$.

Câu 84. Tìm x để ba số $1 + x; 9 + x; 33 + x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

A. $x = 1$.
B. $x = 3$.
C. $x = 7$.
D. $x = 3; x = 7$.

Câu 85. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là $-2; x; -18; y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$.

Câu 86. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x; 12; y; 192$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x = 1; y = 144$.
B. $x = 2; y = 72$.
C. $x = 3; y = 48$.
D. $x = 4; y = 36$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 87. Thêm hai số thực dương x và y vào giữa hai số 5 và 320 để được bốn số $5; x; y; 320$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhận. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 125 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 15 \\ y = 45 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 30 \\ y = 90 \end{cases}$.

Câu 88. Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là $x - 6; x$ và y. Tìm y, biết rằng công bội của cấp số nhân là 6

A. $y = 216$. **B.** $y = \dfrac{324}{5}$. **C.** $y = \dfrac{1296}{5}$. **D.** $y = 12$.

Câu 89. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x + 1$ và $4x^2 - 1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là

A. $2x - 1$. **B.** $2x + 1$. **C.** $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$. **D.** $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$.

Câu 90. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = \dfrac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\dfrac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 91. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \dfrac{3}{2}$.

C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \dfrac{15}{2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \dfrac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Câu 92. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = \dfrac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{3^n} - 1$. **C.** $u_n = n + \dfrac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \dfrac{1}{3}$.

Câu 93. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \dfrac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Câu 94. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0$, $n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_1; u_3; u_5; \ldots$. **B.** $3u_1; 3u_2; 3u_3; \ldots$.

C. $\dfrac{1}{u_1}; \dfrac{1}{u_2}; \dfrac{1}{u_3}; \ldots$. **D.** $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \ldots$.

Câu 95. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $3; 9; 27; 81; \ldots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

A. $u_n = 3^{n-1}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = 3^{n+1}$. **D.** $u_n = 3 + 3^n$.

Câu 96. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = -2$.

Câu 97. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $u_5 = -\dfrac{27}{16}$. **B.** $u_5 = -\dfrac{16}{27}$. **C.** $u_5 = \dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5 = \dfrac{27}{16}$.

Câu 98. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $S_6 = 130$. **B.** $u_5 = 256$. **C.** $S_5 = 256$. **D.** $q = -4$.

Câu 99. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

A. Số hạng thứ 5. **B.** Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7. **D.** Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 100. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\dfrac{1}{10}$. Số $\dfrac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

A. Số hạng thứ 103. **B.** Số hạng thứ 104.
C. Số hạng thứ 105. **D.** Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 101. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 9.

Câu 102. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $q = \dfrac{1}{9}$. **B.** $q = 9$. **C.** $q = -9$. **D.** $q = -\dfrac{1}{9}$.

Câu 103. Một dãy số được xác định bởi $u_1 = -4$ và $u_n = -\dfrac{1}{2}u_{n-1}$, $n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số đó là.

A. $u_n = 2^{n-1}$. **B.** $u_n = (-2)^{n-1}$. **C.** $u_n = -4\,(2^{-n+1})$. **D.** $u_n = -4\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 104. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = -1025$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = 1023$.

Câu 105. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; .... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $S_n = 4^{n-1}$. **B.** $S_n = \dfrac{n\,(1+4^{n-1})}{2}$. **C.** $S_n = \dfrac{4^n - 1}{3}$. **D.** $S_n = \dfrac{4\,(4^n - 1)}{3}$.

Câu 106. Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối u_6 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_6 = 32$. **B.** $u_6 = 104$. **C.** $u_6 = 48$. **D.** $u_6 = 96$.

Câu 107. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n.

A. $n = 9$. **B.** $n = 10$. **C.** $n = 11$. **D.** $n = 12$.

Câu 108. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_4 = 100$. **B.** $u_4 = 124$. **C.** $u_4 = 500$. **D.** $u_4 = 624$.

Câu 109. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \dfrac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $u_5 = \dfrac{2}{3^4}$. **B.** $u_5 = \dfrac{1}{3^5}$. **C.** $u_5 = 3^5$. **D.** $u_5 = \dfrac{5}{3^5}$.

Câu 110. Một cấp số nhân có số hạng thứ 7 bằng $\dfrac{1}{2}$, công bội bằng $\dfrac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

A. 4096. **B.** 2048. **C.** 1024. **D.** $\dfrac{1}{512}$.

Câu 111. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$.

A. $q = -3$. **B.** $q = -\dfrac{1}{3}$. **C.** $q = \dfrac{1}{3}$. **D.** $q = 3$.

Câu 112. Cho cấp số nhân u_1, u_2, u_3, ... với $u_1 = 1$. Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $q = -\dfrac{2}{5}$. **B.** $q = 0$. **C.** $q = \dfrac{2}{5}$. **D.** $q = 1$.

Câu 113. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ 6 bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?

A. $u_n = 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2n$.

Câu 114. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. **B.** $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$. **C.** $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$. **D.** $u_k = u_1 + (k-1)q$.

Câu 115. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$. **B.** $u_7 = u_4 \cdot q^4$. **C.** $u_7 = u_4 \cdot q^5$. **D.** $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Câu 116. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?

A. $u_m = u_k \cdot q^k$. **B.** $u_m = u_k \cdot q^m$. **C.** $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. **D.** $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$.

Câu 117. Cho một cấp số nhân có n số hạng $(n > k > 55)$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $u_1 \cdot u_n = u_2 \cdot u_{n-1}$. **B.** $u_1 \cdot u_n = u_5 \cdot u_{n-4}$.
C. $u_1 \cdot u_n = u_{55} \cdot u_{n-55}$. **D.** $u_1 \cdot u_n = u_k \cdot u_{n-k+1}$.

Câu 118. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384. \end{cases}$

A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 119. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 120. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. $q = 2$. **B.** $q = -4$. **C.** $q = 4$. **D.** $q = -2$.

Câu 121. Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ 3 bằng 1, tích của số hạng thứ 3 và số hạng cuối bằng $\dfrac{1}{16}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$.

Câu 122. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49\left(\dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \dfrac{1}{u_3} + \dfrac{1}{u_4} + \dfrac{1}{u_5}\right) \\ u_1 + u_3 = 35. \end{cases}$$

Tính $P = u_1 + 4q^2$.

A. $P = 24$. **B.** $P = 29$. **C.** $P = 34$. **D.** $P = 39$.

Câu 123. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$. Tìm q biết rằng $q > 1$.

A. $q = \dfrac{5}{4}$. **B.** $q = 4$. **C.** $q = \dfrac{4}{3}$. **D.** $q = 3$.

Câu 124. Ba số x; y; z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số x; $2y$; $3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q.

A. $q = \dfrac{1}{3}$. **B.** $q = \dfrac{1}{9}$. **C.** $q = -\dfrac{1}{3}$. **D.** $q = -3$.

Câu 125. Cho dãy số tăng a, b, c, $(c \in \mathbb{Z})$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời a, $b+8$, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng và a, $b+8$, $c+64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = a - b + 2c$.

A. $P = \dfrac{184}{9}$. **B.** $P = 64$. **C.** $P = \dfrac{92}{9}$. **D.** $P = 32$.

Câu 126. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q. Tìm q.

A. $q = 2$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = -\dfrac{3}{2}$. **D.** $q = \dfrac{3}{2}$.

Câu 127. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

A. $q = \dfrac{18 + \sqrt{73}}{24}$. **B.** $q = \dfrac{19 + \sqrt{73}}{24}$. **C.** $q = \dfrac{20 + \sqrt{73}}{24}$. **D.** $q = \dfrac{21 + \sqrt{73}}{24}$.

Câu 128. Gọi $S = 1 + 11 + 111 + \cdots + 111\cdots1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây?

A. $S = \dfrac{10^n - 1}{81}$. **B.** $S = 10\left(\dfrac{10^n - 1}{81}\right)$.

C. $S = 10\left(\dfrac{10^n - 1}{81}\right) - n$. **D.** $S = \dfrac{1}{9}\left[10\left(\dfrac{10^n - 1}{9}\right) - n\right]$.

Câu 129. Biết rằng $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \cdots + 11 \cdot 3^{10} = a + \dfrac{21 \cdot 3^b}{4}$. Tính $P = a + \dfrac{b}{4}$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

Câu 130. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{bc}$. **B.** $\dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{ac}$. **C.** $\dfrac{1}{c^2} = \dfrac{1}{ba}$. **D.** $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{c}$.

Câu 131. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng

A. 56^0. **B.** 102^0. **C.** 252^0. **D.** 168^0.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 132. Cho hình lập phương $A_1B_1C_1D_1.A_1'B_1'C_1'D_1'$ tâm O có cạnh bằng 1. Gọi A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}; A_{i+1}', B_{i+1}', C_{i+1}', D_{i+1}' lần lượt là trung điểm của OA_i, OB_i, OC_i, OD_i; OA_i', OB_i', OC_i', OD_i' với $i \in \mathbb{N}^*$. Gọi V_i, S_i lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối lập phương $A_iB_iC_iD_i.A_i'B_i'C_i'D_i'$. Tìm $\dfrac{S_{2018}}{V_{2018}}$.

A. 6. **B.** $3 \cdot 2^{2018}$. **C.** $\dfrac{3}{2^{2016}}$. **D.** $6 \cdot 2^{2018}$.

Câu 133. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, ...$). Tính chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.

Câu 134. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nữa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng.

A. 6m^2. **B.** 8m^2. **C.** 10m^2. **D.** 12m^2.

Câu 135. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khác trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn. **B.** Thua 20000 đồng. **C.** Thắng 20000 đồng. **D.** Thua 40000 đồng.

Câu 136. Vào đầu mỗi tháng chị Liên gửi tiết kiệm 3 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,6%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ tháng đầu tiên) thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng?

A. 29 tháng. **B.** 32 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 31 tháng.

Câu 137. Thầy Đ gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý (1 quý: 3 tháng) trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768 đồng. Hỏi số tiền Thầy Đ gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 120 triệu và 200 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 180 triệu và 140 triệu.

Câu 138. Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải học phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng với số tiền 10 triệu đồng với lãi suất 4% một năm. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm học, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 41600000 đồng. **B.** 44163000 đồng. **C.** 42465000 đồng. **D.** 46794000 đồng.

Câu 139. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 31 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 140. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 618051620 đồng. **B.** 484692514 đồng. **C.** 597618514 đồng. **D.** 539447312 đồng.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 141. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi số tiền lần đặt trước. Người đó thua 10 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 11. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu tiền?

A. Hòa vốn. **B.** Thua 20.000đ. **C.** Thắng 20.000đ. **D.** Thua 40.000đ.

Câu 142. Ông An gửi 320 triệu đồng vào hai ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (Số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. **B.** 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.
C. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng. **D.** 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Câu 143. Để tiết kiệm năng lượng một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân theo hình thức luỹ tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30, $\cdots$. Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 433868,89 đồng. **B.** 402903,08 đồng. **C.** 402832,28 đồng. **D.** 415481,84 đồng.

Câu 144. Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu có 10^5 tế bào thì sau hai giờ sẽ phân chia được thành bao nhiêu tế bào?

A. $2^7.10^5$ tế bào. **B.** $2^6.10^5$ tế bào. **C.** $2^5.10^5$ tế bào. **D.** 2^6 tế bào.

Câu 145. Một cửa hàng kinh doanh ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó cửa hàng này tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai lần tăng giá là bao nhiêu (nghìn đồng)?

A. 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 200.

Câu 146. Có một chiếc đồng hồ đánh chuông. Biết rằng số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi trong một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông, nếu nó chỉ đánh chuông vào giờ (mỗi ngày có 24 tiếng)?

A. 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

Câu 147. Một người thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12288 m^2). Tính diện tích của mặt trên cùng.

A. 8 m^2. **B.** 6 m^2. **C.** 12 m^2. **D.** 10 m^2.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 148. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội là q. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$, $\forall n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$.		
b) $u_n = \dfrac{u_{n-1} \cdot u_{n+1}}{2}$, $\forall n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.		
c) $u_{n-1} \cdot u_{n+1} = u_n^2$, $\forall n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.		
d) $u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$, $n \in \mathbb{N}^*$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 149. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 \cdot 5^n$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu $u_1 = 10$.		
b) Số hạng $u_5 = 160$.		
c) (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$ và số hạng đầu $u_1 = 2$.		
d) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = 10$.		

Câu 150. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = -1$.		
b) Số hạng $u_3 = -\dfrac{1}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Số hạng tổng quát $u_n = -2^{1-n}$.		
d) Tỉ số $\dfrac{u_3}{u_7} = 16$.		

Câu 151. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1$, $u_2 \cdot u_4 = 81$ và công bội $q > 0$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_3 = 8$.		
b) Số hạng $u_2 = 9$.		
c) Công bội của cấp số nhân bằng $q = 3$.		
d) Số 59 049 là số hạng thứ 10 của cấp số nhân.		

Câu 152. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 40$ và $u_6 = 160$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_5^2 = 4$.		
b) Số hạng $u_3 = 20$.		
c) Công bội của cấp số nhân bằng $q = -2$.		
d) Số hạng $u_{2n} > 0$.		

Câu 153. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = 6$.		
b) Số hạng tổng quát $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ $(n \geq 1)$.		
c) Biết $S_n = 765$ thì $n = 8$.		
d) Số hạng $u_{2n} > 0$.		

Câu 154. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 3u_n + 4$ với mọi $n \geq 1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = 7$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Số hạng $u_5 = 119$.		
c) Đặt $v_n = u_n + a$. Khi $a = -2$ thì (v_n) lập thành một cấp số nhân.		
d) Số hạng tổng quát $u_n = 3^n - 2$ $(n \geq 1)$.		

Câu 155. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n} \cdot u_n$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_2 = 2$.		
b) Tỉ số $\dfrac{u_{2\,023}}{u_{2024}} = 2$.		
c) Số hạng $u_{2024} = \dfrac{1}{2^{2024}}$.		
d) Tổng $S = u_1 + \dfrac{u_2}{2} + \dfrac{u_3}{3} + \ldots + \dfrac{u_{10}}{10}$ bằng $\dfrac{1\,023}{256}$.		

Câu 156. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có 20 số hạng, biết số hạng đầu của cấp số nhân đó là 2 và số hạng thứ 201 là -2^{20}. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Công bội của cấp số nhân đó là $q = 2$.		
b) Số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó bằng đó 2^{10}.		
c) Tổng 18 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng $\dfrac{2}{3} \cdot (1 + 2^{18})$.		
d) $(u_5)^2 = u_4 \cdot u_6$.		

Câu 157. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân cón $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và công bội của cấp số nhân đó là số âm. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Công bội của cấp số cộng đó là $q = -2$.		
b) Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng $-3 \cdot 2^{24}$.		
c) Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng $1 - 2^{101}$.		
d) $u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$.		

Câu 158. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ 2 của cấp số nhân đã cho là $u_2 = 6$.		
b) Số 192 là số hạng hạng thứ 7.		
c) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho $S_{10} = 1\,023$.		
d) Số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho là $u_n = -3 \cdot (-2)^{n-1}$.		

Câu 159. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6$ và $u_3 = 18$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Công bội của cấp số nhân là $q = 3$.		
b) $u_{k-1} + u_{k+1} = u_k^2$, $2 \le k \in \mathbb{N}^*$.		
c) Số hạng đầu của cấp số nhân là $u_1 = 1$.		
d) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho $S_{10} = 59\,048$.		

Câu 160. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) (u_n) là cấp số nhân có cộng bội là $q = 3$.		
b) $u_n = 2 \cdot 3^n$.		
c) $S_7 = 2\,189$.		
d) 39 366 là số hạng thứ 10 của cấp số nhân.		

Câu 161. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ năm của đãy số là 685.		
b) Đặt $v_n = u_n - \dfrac{1}{3}$. Ta có (v_n) là cấp số nhân.		
c) Số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \dfrac{1}{3}$.		
d) Ta có $S_8 = 58\,256$.		

Câu 162. Cho các dãy số sau đây: $u_n = (\sqrt{5})^{2n-3}$; $v_n = \dfrac{2}{n}$; $w_n = \dfrac{3^{n+1}}{2^n}$ và dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $16; 4; 1; \dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{16}; \dfrac{1}{64}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) (u_n) là một cấp số nhân công bội $q = 5$.		
b) (v_n) không phải là một cấp số nhân.		
c) (w_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $w = \dfrac{9}{2}$.		
d) Dãy số hữu hạn đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng $\dfrac{1}{8}$.		

Câu 163. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu $u_1 = -\dfrac{8}{3}$.		
b) Số hạng $u_5 = \dfrac{27}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $-\dfrac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8.		
d) Cấp số nhân có công bội $q = -\dfrac{3}{2}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 164. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1+u_5=51$; $u_2+u_6=102$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1=3$.		
b) Số hạng $u_4=48$.		
c) Số 12 288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n).		
d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là 765.		

Câu 165. Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn: $\begin{cases} u_4=\dfrac{2}{27} \\ u_3=243u_8 \end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1=2; u_2=\dfrac{2}{3}$.		
b) $u_5-u_3=-\dfrac{16}{81}$.		
c) Số $\dfrac{2}{6\,561}$ là số hạng thứ 8 của cấp số nhân.		
d) Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.		

Câu 166. Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4+u_6=-540 \\ u_3+u_5=180 \end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1=2$.		
b) Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số $q;1;3$ tạo thành một cấp số cộng.		
c) Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân.		
d) Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5 230 176 602.		

Câu 167. Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°.		
b) Số đo góc lớn nhất bằng 196°.		
c) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°.		
d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°.		

Câu 168. Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1+u_2+u_3=168$ và $u_4+u_5+u_6=21$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1=90$.		
b) Công bội của cấp số nhân bằng 2.		
c) Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\dfrac{3\,069}{16}$.		

Câu 169. Cho các dãy số $a_n = n^2 + n + 1$; $b_n = (n+2)\cdot 3^n$; $\begin{cases} c_1 = 2 \\ c_{n+1} = \dfrac{6}{c_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$; $d_n = (-4)^{2n+1}$.

Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) (a_n) không phải là cấp số nhân.		
b) (b_n) không phải là cấp số nhân.		

Phát biểu	Đ	S
c) (c_n) là một cấp số nhân.		
d) (d_n) là một cấp số nhân.		

Câu 170. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

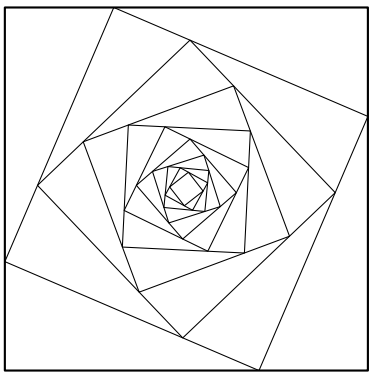
Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số (u_n) với $u_n = (-7)^n \cdot 5^{3n-1}$ là cấp số nhân với công bội $q = -875$.		
b) Dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$ là cấp số nhân với công bội $q = -4$.		
c) Dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ không là cấp số nhân.		
d) Dãy số (u_n) với $-\dfrac{1}{8}; -\dfrac{1}{4}; -\dfrac{1}{2}; 1$ không là cấp số nhân.		

Câu 171. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9.		
b) Công bội của cấp số nhân $q = 3$.		
c) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4 599.		
d) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.		

Câu 172.

Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 4. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 như hình vẽ bên. Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp như trên để nhận được hình vuông C_3, ... Tiếp tục quá trình trên, ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots$. Gọi a_n là độ dài của cạnh hình vuông C_n.



Phát biểu	Đ	S
a) Cạnh của hình vuông C_2 là $\dfrac{a_1\sqrt{10}}{2}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Diện tích của hình vuông C_2 là $\frac{5}{8}S_1$.		
c) Cạnh của hình vuông C_3 là $a_2\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$.		
d) Tổng diện tích của các hình vuông là 42,7.		

Câu 173. Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: "Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai,... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1$; $q = 2$.		
b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8.		
c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.		
d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.		

Câu 174. Vào năm con gái được 4 tuổi, một người chuẩn bị gửi tiết kiệm đầu mỗi năm một số tiền x (triệu đồng) ($x \in \mathbb{N}$) để đến năm 18 tuổi sẽ có được 200 triệu cho con gái đi học đại học. Hiện tại lãi suất tiền gửi hàng năm là 4,8%/năm. Giả sử lãi suất này được giữ ổn định.

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có $q = (1 + 4{,}8\%)$.		
b) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có $u_1 = x$.		
c) $x = 10$ (triệu đồng).		
d) Đến năm con gái được 10 tuổi, người này dự định khi con gái được 18 tuổi sẽ mua thêm cho con gái một chiếc xe máy trị giá 50 triệu đồng. Do đó, kể từ thời điểm con gái được 10 tuổi người này cần gửi tiết kiệm y triệu đồng đến khi con gái 18 tuổi. Giá trị nhỏ nhất của $y = 15$.		

Câu 175. Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Gọi u_n (ghế) là tổng số ghế ở hàng thứ n.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 2$.		
b) $u_2 = 18$.		
c) Số ghế ở hàng thứ 20 nhỏ hơn 54.		
d) Tổng số ghế trong nhà hát nhiều hơn 1 000.		

Câu 176. Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp để xuất hai phương án

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

trả lương như sau: Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu. Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.		
b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.		
c) Tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.		
d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.		

Câu 177.

Trong hội chợ tết, một công ty sữa muốn xếp 1 000 hộp sữa theo thứ tự từ trên xuống dưới như sau: Hàng thứ nhất có 1 hộp sữa, hàng thứ hai có 3 hộp sữa, hàng thứ ba có 5 hộp sữa, ... cứ như thế, số lượng hộp sữa của hàng sau lớn hơn số lượng hộp sữa của hàng trước nó là 2 hộp sữa (mô hình như hình bên).



Phát biểu	Đ	S
a) Gọi u_n là số hộp sữa ở hàng thứ n thì (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$.		
b) Số hộp sữa của hàng thứ 10 là 20 hộp sữa.		
c) Để xếp được 20 hàng thì cần 400 hộp sữa.		
d) Hàng cuối cùng có 900 hộp sữa.		

Câu 178. Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ôtô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

- **Đợt thứ nhất:** anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.
- **Đợt thứ hai:** do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kề trước nó.

Phát biểu	Đ	S
a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.		
b) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.		
c) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ triệu và $u_1 = 5$ triệu.		
d) Để đủ tiền mua ôtô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 179. Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n. Hỏi Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 120 triệu đồng.		
b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.		
c) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.		
d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.		

Câu 180. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (đế tháp có diện tích là 12 288 m^2).

Phát biểu	Đ	S
a) Diện tích tầng 11 là 4 m^2.		
b) Diện tích các tầng lập thành cấp số nhân có công bội $q = \dfrac{1}{2}$.		
c) Diện tích các tầng lập thành cấp số cộng có công sai $d = \dfrac{1}{2}$.		
d) Cần bao nhiêu m^2 gạch để lát nền từ tầng 1 đến hết tầng 11.		

Câu 181. Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.		
b) Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.		
c) Số lá sen lập thành cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.		
d) Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.		

Câu 182. Để tích lũy cho việc học đại học của cậu con trai đầu lòng, cô Lan quyết định hằng tháng bỏ ra 600 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi cậu con trai tròn ba tuổi và gửi tiền vào đầu mỗi tháng.

Phát biểu	Đ	S
a) Đến lần gửi khoản tiền thứ 180 thì cậu con trai tròn 18 tuổi.		
b) Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 2 là $0{,}6\,(1 + 0{,}5\%)$ triệu đồng.		
c) Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 5 (làm tròn đến hàng nghìn) là 3 030 000 đồng.		
d) Số tiền của cô Lan có trong chương trình vào thời điểm cậu con trai đầu lòng tròn 18 tuổi nhỏ hơn 160 triệu đồng.		

Câu 183. Anh Bình là nhân viên của một công ty A. Từ ngày 1/2/2024 anh Bình được nâng lương

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

lên bậc 4, mức lương anh hiện hưởng là 11 718 750 đồng mỗi tháng (chưa trừ thuế và bảo hiểm). Theo quy định của công ty, nếu không bị kỉ luật, không có khen thưởng đặc biệt thì cứ sau 3 năm anh Bình sẽ được nâng một bậc lương, tăng thêm 25% so với bậc lương trước, tối đa là bậc 7. Khi hết bậc 7 sẽ chuyển sang vượt khung. Lương vượt khung năm sau cao hơn năm trước 1% và vẫn nhận hàng tháng. Lương bậc 1 sẽ được tính sau khi hết đúng 1 năm tập sự. Anh Bình là người rất nghiêm túc, không vi phạm kỉ luật. Anh dự định sẽ làm việc 30 năm ở công ty này rồi nghỉ hưu (làm tròn đến đồng).

Phát biểu	Đ	S
a) Lương bậc 5 của anh Bình sẽ là 14 500 000 đồng.		
b) Lương bậc 1 của anh Bình là 6 000 000 đồng.		
c) Lương bậc 7 anh Bình là 23 250 000 đồng.		
d) Tổng tiền lương anh Bình nhận được kể từ khi hết tập sự đến khi nghỉ hưu là 5 554 357 709 đồng.		

Câu 184. Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều.		
b) Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều.		
c) Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều.		
d) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3 269 điều ước.		

Câu 185. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là r mỗi năm. Gọi a_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi. Khi đó:

Phát biểu	Đ	S
a) Số dân của tỉnh lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu là 2 và công bội là $1+r$.		
b) Công thức tính số dân của tỉnh sau n năm kể từ năm 2020 là $a_n = 2(1+r)^n$.		
c) Số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020 là $a_{10} = 2(1+r)^{10}$ (triệu dân).		
d) Nếu $r = 0{,}01$ thì số dân của tỉnh đó sau 15 năm kể từ năm 2020 là 2,2 triệu dân.		

Câu 186. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi r (so với năm trước đó). Khi đó:

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 1 năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô là $800(1-r)$ triệu đồng.		
b) Sau 2 năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô là $800(1-r)^2$ triệu đồng.		
c) Công thức tính giá trị còn lại của ô tô sau n năm sử dụng là $a_n = 800(1-r)^n$.		
d) Sau 10 năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô là $800(1-r)^{10} \approx 100$ triệu đồng nếu $r = 0{,}2$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 187. Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỷ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó.

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của chiếc máy ủi mỗi năm lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 0{,}6$.		
b) Giá trị của chiếc máy ủi sau 1 năm sử dụng là 2,4 tỷ đồng.		
c) Giá trị của chiếc máy ủi sau 5 năm sử dụng là 0,1875 tỷ đồng.		
d) Giá trị bị mất của chiếc máy ủi sau 3 năm sử dụng là 1,464 tỷ đồng.		

Câu 188. Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0,75%.

Phát biểu	Đ	S
a) Dân số của thành phố từ năm 2022 trở đi lần lượt tạo thành cấp số nhân có công bội là 1,0075.		
b) Dân số của thành phố vào năm n là $u_n = 2{,}1 \cdot 1{,}0075^{n-2022}$.		
c) Dân số của thành phố vào năm 2032 là khoảng 2,5 triệu người.		
d) Dân số của thành phố sẽ tăng gấp đôi vào năm 2110.		

Câu 189. Trong trò chơi mạo hiểm nhảy bungee, mỗi lần nhảy, người chơi sẽ được dây an toàn có tính đàn hồi kéo nảy ngược lên 60% chiều sâu của cú nhảy. Một người chơi bungee thực hiện cú nhảy đầu tiên có độ cao nảy ngược lên là 9 m.

Phát biểu	Đ	S
a) Độ cao các lần nảy lần lượt tạo thành cấp số nhân có công bội là $q = 0{,}6$.		
b) Độ cao lần nảy thứ n là $u_n = 9 \cdot 0{,}6^{n-1}$.		
c) Độ cao nảy ngược lên của người đó ở lần nảy thứ ba là $u_3 = 9$.		
d) Tổng các độ cao đã nảy ngược lên của người đó cho đến khi dừng lại là 22,5.		

Câu 190. Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50 mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó.

Phát biểu	Đ	S
a) Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số cộng.		
b) Lượng thuốc trong máu ngày thứ n của bệnh nhân là $u_n = 50 \cdot (0{,}5)^{n-1}$.		
c) Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số nhân với công bội $q = 0{,}5$.		
d) Tổng lượng thuốc trong máu 10 ngày liên tiếp là 60 mg.		

Câu 191. Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hàng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hàng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Ký hiệu a triệu đồng và $r\%$ lần lượt là số tiền gửi và lãi suất.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng thứ nhất là $u_1 = 500$ triệu đồng.		
b) Số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng thứ 3 là $u_3 = a(1+r)^2+a(1+r)+a$.		
c) Gọi u_n triệu đồng là số tiền mà cô Hoa có trong chương trình tích lũy ở lần gửi thứ n (vào đầu tháng thứ n). Khi đó $u_n = a\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$.		
d) Vào đầu tháng gửi thứ 180, tuổi của con gái cô Hoa là 17 tuổi.		

Câu 192. Các bệnh truyền nhiễm có thể lây lan rất nhanh. Giả sử có năm người bị bệnh trong tuần đầu tiên của một đợt dịch, và mỗi người bị bệnh sẽ lây bệnh cho bốn người vào cuối tuần tiếp theo. Tính đến hết tuần thứ 10 của đợt dịch, có bao nhiêu người đã bị lây bởi căn bệnh này?

Phát biểu	Đ	S
a) Số người bị bệnh trong tuần đầu tiên là 5 người.		
b) Số người bị bệnh vào cuối tuần thứ 10 là 1 310 720 người.		
c) Mỗi người bị bệnh sẽ lây bệnh cho 3 người vào cuối tuần tiếp theo.		
d) Dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 5$ và công bội $q = 4$.		

Câu 193. Nếu một kỹ sư được một công ty thuê với mức lương hằng năm là 180 triệu đồng và nhận được mức tăng lương hằng năm là 5 %. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mức lương năm thứ nhất là 189 (triệu đồng).		
b) Vì người kỹ sư được công ty thuê tăng lương hằng năm là 5 % nên tiền lương hằng năm là một cấp số nhân có công bội $q = 1 + 5\% = 1{,}05$.		
c) Khi bắt đầu năm thứ sáu làm việc cho công ty thì mức lương năm của người kỹ sư đó là 250 (triệu đồng).		
d) Tổng lương người kỹ sư nhận được sau tám năm là $S_8 \approx 1\,720$ (triệu đồng).		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 194. Cho cấp số nhân có $u_1 = \dfrac{1}{2}, q = -2$. Số $-1\,024$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

KQ: | | | | |

Câu 195. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51$, $u_2 + u_6 = 102$. Hỏi số 12 288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n)?

KQ: | | | | |

Câu 196. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = \dfrac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Số $\dfrac{2}{6\,561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân trên?

KQ: | | | | |

Câu 197. Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 198. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ bao nhiêu của (u_n)?
KQ: | | | | |

Câu 199. Ký hiệu S_n là tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân. Biết $S_3 = 1$, $S_6 = 9$. Tính giá trị S_{10} (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).
KQ: | | | | |

Câu 200. Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là $3\,375$ cm^3 và diện tích toàn phần là $1\,950$ cm^2. Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.
KQ: | | | | |

Câu 201. Một tam giác có ba cạnh lập thành một cấp số nhân. Biết cạnh lớn nhất hơn cạnh nhỏ nhất 10 cm và độ dài 3 cạnh đều là số tự nhiên. Tính tổng độ dài ba cạnh của tam giác đã cho.
KQ: | | | | |

Câu 202. Tìm số ở giữa của ba số khác nhau biết chúng tạo thành cấp số cộng có tổng bằng 6, nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai đồng thời giữ nguyên số hạng thứ ba ta được cấp số nhân.
KQ: | | | | |

Câu 203. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng (đơn vị độ) bằng bao nhiêu?
KQ: | | | | |

Câu 204. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_3 - u_3 = 72 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân trên.
KQ: | | | | |

Câu 205. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tính tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n).
KQ: | | | | |

Câu 206. Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\dfrac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.
KQ: | | | | |

Câu 207. Bạn Nam thả một quả bóng cao su từ độ cao 15 (m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa, *kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).
KQ: | | | | |

Câu 208. Anh Bình vay ngân hàng 1,2 tỉ đồng với lãi suất 1% một tháng. Anh muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, anh Bình bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 năm kể từ ngày vay. Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian anh Bình hoàn nợ. Hỏi theo cách đó, số tiền mà anh Bình phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu triệu đồng? *(làm tròn kết quả đến hàng phần chục).*
KQ: | | | | |

Câu 209. Một người vào trường đua ngựa đặt cược, anh ta nghĩ ra một chiến lược, đó là lần đầu anh ta đặt cược 3$, nếu thua cược anh ta sẽ gấp 2 số tiền cược so với lần trước đó đến khi nào thắng cược thì thôi. Anh ta đã thua 13 lần liên tiếp và thắng cược ở lần thứ 14. Sau đó anh ta rời khỏi trường đua. Biết rằng nếu thắng anh ta sẽ nhận được số tiền bằng đúng số tiền cược bỏ ra. Khi ra về anh ta lãi bao nhiêu tiền?
KQ: | | | | |

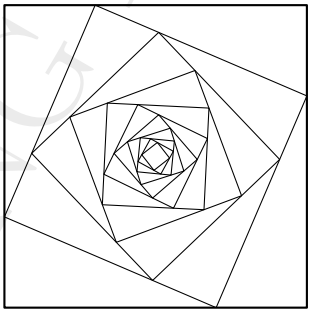
TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 210. Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho người dân theo hình thức như sau: Mỗi bậc gồm 10 số, bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số 11 đến số 20,... Bậc 1 có giá là 800 đồng/số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là $2,5\%$. Gia đình ông An sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi số tiền điện ông An phải đóng trong tháng 1 là bao nhiêu tiền, biết số tiền điện phải trả là một số tự nhiên có sáu chữ số có dạng $\overline{abc\,86d}$, tính $a+b+c+d$.

KQ: | | | | |

Câu 211.

Để trang trí cho một viên gạch lót nền hình vuông cạnh a người ta làm như sau. Cho hình vuông H_1 có cạnh bằng a. Chia mỗi cạnh của hình vuông này thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông H_2 có các đỉnh không trùng với trung điểm của hình vuông H_1. Lặp lại cách làm như trên với hình vuông H_2 để được hình vuông H_3 như hình vẽ bên. Tiếp tục quá trình trên ta nhận được dãy hình vuông $H_1, H_2, H_3, \ldots, H_n, \ldots$ Gọi s_n là diện tích của hình vuông H_n. Tổng diện tích tất cả các hình vuông được tạo thành là bao nhiêu khi $a=4$?



KQ: | | | | |

Câu 212. Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 200 triệu đồng với lãi suất $0,5\%$/tháng. Nếu mỗi tháng sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (đơn vị nghìn đồng) để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?

KQ: | | | | |

Câu 213. Ông An vay ngân hàng 1 tỉ đồng với lãi suất 12%/năm. Ông đã trả nợ theo cách: Bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, cuối tháng ông trả ngân hàng số tiền là a (triệu) và đã trả hết nợ sau đúng 2 năm kể từ ngày vay. Biết lãi suất ngân hàng được tính theo số dư nợ giảm dần. Hỏi số tiền mỗi tháng mà ông An phải trả là bao nhiêu? (đơn vị tính là triệu và *làm tròn kết quả đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 214. Anh An đang tập đầu tư chứng khoán. Ở cuối mỗi lần đầu tư, anh An hoặc mất hết tiền đã đầu tư hoặc lời bằng số tiền đã bỏ ra. Ví dụ, nếu anh An đầu tư a đồng, anh An sẽ mất a đồng nếu lỗ và sẽ có a đồng tiền lãi (cả vốn lẫn lãi là $2a$ đồng) nếu lời. Lần đầu tiên anh đầu tư 20 000 đồng, mỗi lần sau tiền đầu tư gấp đôi lần trước. Anh An lỗ 9 lần liên tiếp và lời ở lần thứ 10. Tính số tiền (triệu đồng) anh An có sau 10 lần đầu tư?

KQ: | | | | |

Câu 215. Cam Cao Phong được xem là đặc sản khá nổi tiếng. Thông thường mùa cam nơi đây bắt đầu vào tháng 9 năm nay và kéo dài tới hết tháng 4 năm sau. Đầu mùa thu hoạch cam, bác nông dân đã bán cam như sau: Người thứ nhất mua nửa số cam thu hoạch được, người thứ hai mua nửa số cam còn lại, người thứ ba mua nửa số cam còn lại,....Đến người thứ bảy, bác cũng bán nửa số cam còn lại và bác còn lại $6{,}25kg$. Hỏi vào đầu mùa thu hoạch, bác nông dân đã thu hoạch được được bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng, làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng bác bán cam với giá 25 ngàn đồng một kilogam và giả sử mỗi quả cam có khối lượng $250g$.

KQ: | | | | |

Câu 216. Ban đầu, một quả lắc đồng hồ dao động theo một cung tròn dài 46 cm. Sau mỗi lần đu liên tiếp, độ dài của cung tròn bằng 0,98 độ dài cung tròn ở ngay lần trước đó.Sau 15 lần dao động, quả lắc sẽ đi được quãng đường tổng cộng là bao nhiêu? *(Kết quả tính theo centimét và làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).*

KQ: | | | | |

Câu 217. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó). Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 218. Các bệnh truyền nhiễm có thể lây lan rất nhạnh. Giả sử có năm người bị bệnh trong tuần đầu tiên của một đợt dịch, và mỗi người bị bệnh sẽ lây bệnh cho bốn người vào cuối tuần tiếp theo. Tính đến hết tuần thứ 10 của đợt dịch, có bao nhiêu người đã bị lây bởi căn bệnh này? KQ: | | | | |

Câu 219. Nếu một kĩ sư được một công ty thuê với mức lương hằng năm là 180 triệu đồng và nhận được mức tăng lương hằng năm là 5%, thì mức lương của người kĩ sư đó là bao nhiêu khi bắt đầu năm thứ sáu làm việc cho công ty? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)* KQ: | | | | |

Câu 220. Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Có bắt đầu chương trình tích luỹ này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích luỹ được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiên thứ 180? Lúc này con gái cô Hoa bao nhiêu tuổi? KQ: | | | | |

Câu 221. Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0,75%. Nếu tốc độ gia tăng dân số vẫn giữ nguyên như trên thì ước tính vào năm nào dân số của thành phố đó sẽ tăng gấp đôi so với năm 2022? KQ: | | | | |

Câu 222. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên đưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng. KQ: | | | | |

Câu 223. Người ta thiết kế một tòa tháp 13 tầng. Biết rằng diện tích bề mặt sàn của mỗi tầng bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ diện tích bề mặt sàn của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt sàn của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt sàn tầng 13 của tháp biết đế tháp có diện tích là $640\,\text{m}^2$. KQ: | | | | |

Câu 224. Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhận tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50 mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi đùng thuốc 10 ngày liên tiếp (*kết quả làm tròn đến phần mười*). KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 2

§4. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG II

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho dãy số (u_n) viết dưới dạng khai triển $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$ Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số $(n \in \mathbb{N}^*)$.

A. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$. **B.** $u_n = \dfrac{n^2}{n^2+1}$. **C.** $u_n = \dfrac{n^2}{n+1}$. **D.** $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Viết (u_n) dưới dạng khai triển ta được

A. $-2; -\frac{1}{2}; -\frac{7}{4}; 2; -\frac{13}{6}; \ldots$. **B.** $-2; \frac{1}{2}; -\frac{7}{4}; 2; -\frac{13}{6}; \ldots$.

C. $2; -\frac{1}{2}; \frac{7}{4}; -2; \frac{13}{6}; \ldots$. **D.** $-2; \frac{1}{2}; \frac{7}{4}; 2; \frac{13}{6}; \ldots$.

Câu 3. Xác định số hạng u_{2018} của dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}, \forall n \geq 2$.

A. -4033. **B.** 4033. **C.** -4032. **D.** 4032.

Câu 4. Số hạng tổng quát của dãy (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2008 \\ u_2 = 2009 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \quad \text{với } n \geq 1 \end{cases}$ là

A. $u_n = n + 2007$. **B.** $u_n = 2n + 2006$. **C.** $u_n = n - 2007$. **D.** $u_n = -n + 2008$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = 2^{n+1} - 3$. **B.** $u_n = 2^{n+2} - 7$. **C.** $u_n = 2^n - 1$. **D.** $u_n = 2^{n-1} + 1$.

Câu 6. Số hạng tổng quát của dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \ldots$ là

A. $u_n = \dfrac{1}{n}$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{n+1}$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{2n}$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 6, u_n = u_{n-1} + 5$. Tính u_n?

A. $u_n = 5n + 1$. **B.** $u_n = 5(n+1)$. **C.** $u_n = 5^n + 1$. **D.** $u_n = 5^{n+1}$.

Câu 8. Số hạng tổng quát của dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, ... bằng

A. $u_n = 7n + 7$. **B.** $u_n = 7n$.

C. $u_n = 7n + 1$. **D.** u_n Không viết được dưới dạng công thức.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số.

A. $u_n = 5 + \dfrac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = \dfrac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = \dfrac{5 + (n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 10. Công thức tổng quát của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{2 + u_n^3}, n \geq 1 \end{cases}$ là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $u_n = \sqrt{6-2n}$. **B.** $u_n = \sqrt[3]{6+2n}$. **C.** $u_n = \sqrt[3]{5+3n}$. **D.** $u_n = \sqrt{3n+1}$.

Câu 11. Để chứng minh bằng quy nạp mệnh đề "$n^2 \geq n+5$ $(*)$ với mọi số tự nhiên $n \geq 3$" đúng, một học sinh thực hiện như sau

- **Bước 1.** Với $n = 3$, ta có $3^2 > 3+5 = 8$ (đúng).
- **Bước 2.** Giả sử $(*)$ đúng với $n = k \geq 3 (k \in \mathbb{N}^*)$, tức là: $k^2 \geq k+5$.
- **Bước 3.** Ta cần chứng minh $(*)$ cũng đúng với $n = k+1$, tức là chứng minh $k^2+1 \geq k+6$. Thật vậy, ta có $k^2+1 \geq (k+5)+1 = k+6$ (điều phải chứng minh).

Khẳng định nào sau đây về bài làm trên của học sinh là khẳng định đúng?

A. Sai từ Bước 1. **B.** Sai từ Bước 2. **C.** Sai từ Bước 3. **D.** Đúng.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1+u_n}{2}}, n \geq 1 \end{cases}$ với $0 < \alpha < \pi$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là

A. $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **B.** $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **C.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = \dfrac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \dfrac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + \sqrt{2} - 1}{1 - (\sqrt{2}-1)u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_{2018}.

A. $u_{2018} = 7 + 5\sqrt{2}$. **B.** $u_{2018} = 2$. **C.** $u_{2018} = 7 - 5\sqrt{2}$. **D.** $u_{2018} = 7 + \sqrt{2}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_2 = 2, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2$. Tính u_{2019}.

A. 2018. **B.** 4608289. **C.** 2037172. **D.** 2017.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n, n \geq 1 \end{cases}$.

Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$. **B.** $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$. **C.** $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$. **D.** $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, \forall n \geq 3. \end{cases}$ Tìm số hạng thứ 7 của dãy.

A. $u_7 = 13$. **B.** $u_7 = 21$. **C.** $u_7 = 17$. **D.** $u_7 = 7$.

Câu 18. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_n = \dfrac{1}{2 - u_{n-1}} \text{ với } n = 2, 3, \ldots \end{cases}$. Giá trị của u_4 bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 8$. Tính u_{10}.

A. 128. **B.** 256. **C.** 1024. **D.** 512.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n^2 - 3}{n}$ với $n \geq 1$. Tìm số hạng thứ ba của dãy số.

A. $u_3 = 5$. **B.** $u_3 = 15$. **C.** $u_3 = 4$. **D.** $u_3 = 3$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \dfrac{2^{n-1} + 1}{n}$, với mọi n nguyên dương. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 52,2. **B.** 51,3. **C.** 51,1. **D.** 102,3.

Câu 22. Cho dãy số $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = 3^n + 3$. **B.** $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$. **C.** $u_{n+1} = 3^n + 1$. **D.** $u_{n+1} = 3(n+1)$.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n-1}{n+2}$. Tìm số hạng thứ 100 và 200

A. $u_{100} = \dfrac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \dfrac{103}{34}$; $u_{200} = \dfrac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \dfrac{309}{202}$.

B. $u_{100} = \dfrac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \dfrac{130}{34}$; $u_{200} = \dfrac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \dfrac{390}{202}$.

C. $u_{100} = \dfrac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \dfrac{33}{34}$; $u_{200} = \dfrac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \dfrac{392}{202}$.

D. $u_{100} = \dfrac{2 \cdot 100 - 1}{100 + 2} = \dfrac{133}{34}$; $u_{200} = \dfrac{2 \cdot 200 + 1}{200 + 2} = \dfrac{399}{202}$.

Câu 24. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là $-1, 3, 19, 53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$. **B.** $u_{10} = 71$. **C.** $u_{10} = 1414$. **D.** $u_{10} = 971$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \dfrac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** Không có.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 2n + \sqrt{n^2 + 4}$. Dãy số đã cho có bao nhiêu số hạng là số nguyên.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2}{n+1}$ (a là hằng số). Số hạng u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \dfrac{an^2}{n+2}$. **B.** $u_{n+1} = \dfrac{an^2 + 1}{n+1}$. **C.** $u_{n+1} = \dfrac{a(n+1)^2}{n+2}$. **D.** $u_{n+1} = \dfrac{a(n+1)^2}{n+1}$.

Câu 28. Biết $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{x + x\cos x - \sin^3 x}{1 + \cos x} \mathrm{d}x = \dfrac{\pi^2}{a} - \dfrac{b}{c}$. Trong đó a, b, c là các số nguyên dương, phân số $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 16$. **B.** $T = 59$. **C.** $T = 69$. **D.** $T = 50$.

Câu 29. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018}, \ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 2026. **B.** 2027. **C.** 2028. **D.** 2029.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_1^2+u_2^2+10)=\ln(2u_1+6u_2)$ và $u_{n+2}+u_n=2u_{n+1}+1$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5050$ bằng

A. 100. **B.** 99. **C.** 101. **D.** 102.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_1=2018\\ u_{n+1}=\sqrt{u_n^2+n^2+2018},\ n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

A. 2026. **B.** 2027. **C.** 2028. **D.** 2029.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=\dfrac{n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (u_n) là dãy số tăng. **B.** (u_n) là dãy số giảm.
C. (u_n) là dãy số không tăng không giảm. **D.** (u_n) là cấp số cộng.

Câu 33. Xét tính tăng giảm của dãy số $u_n=\dfrac{3n^2-2n+1}{n+1}$.

A. Dãy số giảm. **B.** Dãy số tăng.
C. Dãy số không tăng không giảm. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 34. Xét tính tăng giảm của dãy số $u_n=n-\sqrt{n^2-1}$.

A. Dãy số giảm. **B.** Dãy số không tăng không giảm.
C. Dãy số tăng. **D.** Ba phương án đều sai.

Câu 35. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{an+2}{n+1}$, a là tham số. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

A. $a<1$. **B.** $a>1$. **C.** $a>2$. **D.** $a<2$.

Câu 36. Cho dãy số (u_n), biết: $1\leq u_n\leq 10, \forall n\in\mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Giá trị lớn nhất của dãy số là 1. **B.** Giá trị nhỏ nhất của dãy số là 10.
C. Giá trị lớn nhất của dãy số là 10. **D.** Dãy số không bị chặn.

Câu 37. Cho dãy số (u_n), biết: $u_n\geq 1, \forall n\in\mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Dãy số bị chặn trên. **B.** Dãy số bị chặn dưới.
C. Dãy số bị chặn. **D.** Dãy số không bị chặn.

Câu 38. Xét tính tăng giảm và bị chặn dãy số (u_n) với (u_n): $u_n=\dfrac{n+1}{n+2}$.

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Câu 39. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 40. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n=4-3n-n^2$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 41. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n=3n-1$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 42. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. Dãy số tăng, bị chặn trên. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn. **D.** Dãy số không bị chặn .

Câu 43. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{2^n}{n!}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Dãy số tăng, bị chặn trên. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. **D.** Dãy số giảm, bị chặn dưới.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) cho bởi $u_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Gọi M, m sao cho $m \le u_n \le M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $M + m$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 45. Cho dãy số (u_n), biết: $u_n = 1 + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{n^2}$. Gọi M, m sao cho $m \le u_n \le M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. $m, M \in (0;4)$. **B.** $m, M \in (1;4)$. **C.** $m, M \in (0;2)$. **D.** $m, M \in (1;5)$.

Câu 46. Xét tính bị chặn của dãy số $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn.

Câu 47. Xét tính bị chặn của dãy số sau $u_n = \dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{2 \cdot 4} + \cdots + \dfrac{1}{n\,(n+2)}$.

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn.
C. Bị chặn trên nhưng không bị chặn. **D.** Bị dưới trên nhưng không bị chặn.

Câu 48. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = \sqrt{2}$, $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. (x_n) là dãy số giảm. **B.** (x_n) là cấp số nhân. **C.** $\lim x_n = +\infty$. **D.** $\lim x_n = 2$.

Câu 49. Cho dãy số (u_n) với: $u_n = \dfrac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = 8 - 2n$. **B.** $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2}$.
C. Tổng của 5 số hạng đầu tiên là $S_5 = 12$. **D.** Dãy số này không phải là cấp số cộng.

Câu 50. Cho một cấp số cộng có $u_1 = \dfrac{1}{2}$; $d = -\dfrac{1}{2}$. Trong các kết quả dưới đây, kết quả nào đúng?

A. Cấp số cộng có dạng khai triển là $\dfrac{1}{2}; -\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{8}; -\dfrac{1}{16}; \dfrac{1}{32} \ldots$.
B. Cấp số cộng có dạng khai triển là $\dfrac{1}{2}; 0; -\dfrac{1}{2}; -1; -\dfrac{3}{2}; \ldots$.
C. Cấp số cộng có dạng khai triển là $\dfrac{1}{2}; 0; \dfrac{1}{2}; 0; \dfrac{1}{2}; \ldots$.
D. Cấp số cộng có dạng khai triển là $-\dfrac{1}{2}; 1; \dfrac{3}{2}; 2; \dfrac{5}{2}; \ldots$.

Câu 51. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = -6$. **B.** $d = 6$. **C.** $d = 3$. **D.** $d = 12$.

Câu 52. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** 5. **D.** 12.

Câu 53. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** cấp số cộng?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $3;1;-1;-2;-4$. **B.** $\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{5}{2};\frac{7}{2};\frac{9}{2}$. **C.** $1;1;1;1;1$. **D.** $-8;-6;-4;-2;0$.

Câu 54. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = 3 - 5n$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n).

A. $d = 3$. **B.** $d = -5$. **C.** $d = -3$. **D.** $d = 5$.

Câu 55. Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy là cấp số cộng?

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 4n$.
b) Dãy số (v_n) với $v_n = 2n^2 + 1$.
c) Dãy số (w_n) với $w_n = \frac{n}{3} - 7$.
d) Dãy số (t_n) với $t_n = \sqrt{5} - 5n$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d > 0$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.
B. Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
C. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
D. Dãy số (u_n) là dãy số dương.

Câu 57. Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + 1$ có phải là cấp số cộng không? Nếu phải hãy xác định số công sai d.

A. Không phải CSC. **B.** $d = 3$. **C.** $d = -3$. **D.** $d = 1$.

Câu 58. Dãy số (u_n) với $u_n = -3n + 1$ có phải là cấp số cộng không? Nếu phải hãy xác định số công sai d.

A. $d = -2$. **B.** $d = 3$. **C.** $d = -3$. **D.** $d = 1$.

Câu 59. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = -\frac{2}{3}$.
B. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = \frac{2}{3}$.
C. (u_n) không phải là cấp số cộng.
D. (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Câu 60. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Ta có công sai là

A. $d = 2$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = 3$. **D.** $d = 5$.

Câu 61. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. Dãy số (a_n), với $a_n = 2^n,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
B. Dãy số (b_n), với $b_1 = 1,\ b_{n+1} = 2b_n + 1,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. Dãy số (c_n), với $c_n = (2n-3)^2 - 4n^2,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
D. Dãy số (d_n), với $d_1 = 1,\ d_{n+1} = \frac{2018}{d_n + 1},\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 62. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 63. Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Xác định số đo các góc A, B, C.

A. $\begin{cases} A = 10^\circ \\ B = 120^\circ \\ C = 50^\circ \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} A = 15^\circ \\ B = 105^\circ \\ C = 60^\circ \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} A = 5^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 25^\circ \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} A = 20^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 100^\circ \end{cases}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 64. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A. $1; 2; 3$. **B.** $-4; -3; -2$. **C.** $-2; -1; 0$. **D.** $-3; -2; -1$.

Câu 65. Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng $30°$. Tìm các góc còn lại?

A. $75°; 120°; 165°$. **B.** $72°; 114°; 156°$. **C.** $70°; 110°; 150°$. **D.** $80°; 110°; 135°$.

Câu 66. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn ba số $\dfrac{1}{x+y}, \dfrac{1}{y+z}, \dfrac{1}{z+x}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Ba số x^2, y^2, z^2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
B. Ba số y^2, z^2, x^2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
C. Ba số y^2, x^2, z^2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
D. Ba số z^2, y^2, x^2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Câu 67. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = \dfrac{3n(n+3)}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây là đúng và đầy đủ nhất?

A. (x_n) là cấp số cộng với công sai âm. **B.** (x_n) là cấp số nhân với công bội âm.
C. (x_n) là cấp số cộng với công sai dương. **D.** (x_n) là cấp số nhân với công bội dương.

Câu 68. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_{99} bằng

A. 401. **B.** 403. **C.** 402. **D.** 404.

Câu 69. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2020$, công sai $d = 3$. Khi đó

A. $u_n = 2020 + 3n$. **B.** $u_n = 2019 + 3n$.
C. $u_n = 2020 + 3(n-1)$. **D.** $u_n = 2020 + 3(n+1)$.

Câu 70. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 71. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d, $n \geq 2$?

A. $u_n = u_1 + d$. **B.** $u_n = u_1 + (n+1)\,d$.
C. $u_n = u_1 - (n-1)\,d$. **D.** $u_n = u_1 + (n-1)\,d$.

Câu 72. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n.

A. $u_n = 1 + 4n$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 3 + 2n$. **D.** $u_n = 2 + 3n$.

Câu 73. Cho cấp số cộng (u_n) với $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Với S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Khi đó số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó là

A. $u_n = 5 + 4n$. **B.** $u_n = 2 + 3n$. **C.** $u_n = 4 + 5n$. **D.** $u_n = 3 + 2n$.

Câu 74. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng. **B.** Dãy (u_n) là dãy bị chặn.
C. $u_k = \dfrac{u_{k-1} - u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 2$. **D.** $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 2$.

Câu 75. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và $u_6 = 27$. Tìm công sai d.

A. $d = 8$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 7$. **D.** $d = 6$.

Câu 76. Xác định a để 3 số : $1 + 3a$; $a^2 + 5$; $1 - a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a. **B.** $a=0$.
C. $a=\pm 1$. **D.** $a=\pm\sqrt{2}$.

Câu 77. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-12; u_{14}=18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1=20,\ d=-3$. **B.** $u_1=-22,\ d=3$. **C.** $u_1=-21,\ d=-3$. **D.** $u_1=-21,\ d=-3$.

Câu 78. Cho cấp số cộng (u_n): $2, a, 6, b$. Khi đó tích $a.b$ bằng

A. 22. **B.** 40. **C.** 12. **D.** 32.

Câu 79. Cho một cấp số cộng có $u_1=-3;\ u_6=27$. Khi đó công thức của cấp số cộng là

A. $u_{n+1}=u_n+5$. **B.** $u_{n+1}=u_n+7$. **C.** $u_{n+1}=u_n+6$. **D.** $u_{n+1}=u_n+8$.

Câu 80. Cho cấp số cộng 2; 7; 12; 17; 22. Khi đó công thức của cấp số cộng là

A. $u_n=2+(n-1)\cdot 5$. **B.** $u_n=2+(n-1)\cdot 4$..
C. $u_n=2+(n-1)\cdot 3$. **D.** $u_n=2+(n-1)\cdot 6$.

Câu 81. Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, ... Viết công thức số hạng tổng quát u_n của dãy số trên?

A. $u_n=7n+7$.
B. $u_n=7n$.
C. Dãy số không viết được dưới dạng công thức tổng quát.
D. $u_n=7n+1$.

Câu 82. Cho một cấp số cộng có $u_1=\dfrac{1}{3};\ u_8=26$. Khi đó công thức của cấp số cộng là

A. $u_{n+1}=u_n+\dfrac{11}{3}$. **B.** $u_{n+1}=u_n+\dfrac{3}{11}$. **C.** $u_{n+1}=u_n+\dfrac{10}{3}$. **D.** $u_{n+1}=u_n+\dfrac{3}{10}$.

Câu 83. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=-5$. **B.** $u_2=-6$. **C.** $u_2=1$. **D.** $u_2=4$.

Câu 84. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=99\\ u_{n+1}=u_n-2n-1,\ n\geq 1\end{cases}$. Hỏi số -861 là số hạng thứ mấy?

A. 35. **B.** 31. **C.** 21. **D.** 34.

Câu 85. Cho cấp số cộng (u_n). Hãy chọn hệ thức **đúng** trong các hệ thức sau.

A. $\dfrac{u_{10}+u_{20}}{2}=u_5+u_{10}$. **B.** $u_{90}+u_{210}=2u_{150}$.
C. $u_{10}.u_{30}=u_{20}$. **D.** $\dfrac{u_{10}.u_{30}}{2}=u_{20}$.

Câu 86. Cho cấp số cộng (u_n) có $S_n=7n-2n^2$. Tính giá trị của biểu thức $P=u_3^2+u_5^2+u_7^2$.

A. $P=491$. **B.** $P=419$. **C.** $P=1089$. **D.** $P=803$.

Câu 87. Cho cấp số cộng (x_n) có $S_n=3n^2-2n$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

A. $u_1=2;\ d=7$. **B.** $u_1=1;\ d=6$. **C.** $u_1=1;\ d=-6$. **D.** $u_1=2;\ d=6$.

Câu 88. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

Câu 89. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng. Biết $\tan\dfrac{A}{2}\cdot\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{x}{y}$ với $\dfrac{x}{y}$ tối giản. Giá trị của $x+y$ bằng

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 90. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng. Biết $\tan\dfrac{A}{2}\cdot\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{x}{y}$ với $\dfrac{x}{y}$ tối giản. Giá trị của $x+y$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 91. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$ Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Câu 92. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=3$ và số hạng thứ năm $u_5=16$. Số hạng đầu u_1 bằng

A. 13. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 93. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Câu 94. 16 Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Khi đó u_5 có giá trị bằng

A. 15. **B.** 11. **C.** 14. **D.** 12.

Câu 95. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 12. **B.** 1250. **C.** 22. **D.** 27.

Câu 96. Tam giác ABC có số đo ba góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $\widehat{C}=5\widehat{A}$. Xác định số đo ba góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$

A. $\begin{cases}\widehat{A}=10^\circ\\ \widehat{B}=120^\circ\\ \widehat{C}=50^\circ\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}\widehat{A}=20^\circ\\ \widehat{B}=60^\circ\\ \widehat{C}=100^\circ\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\widehat{A}=15^\circ\\ \widehat{B}=105^\circ\\ \widehat{C}=60^\circ\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\widehat{A}=5^\circ\\ \widehat{B}=60^\circ\\ \widehat{C}=25^\circ\end{cases}$.

Câu 97. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-5, d=2$. Tìm số hạng thứ 10.

A. $u_{10}=20$. **B.** $u_{10}=13$. **C.** $u_{10}=15$. **D.** $u_{10}=10$.

Câu 98. Cho dãy số $\begin{cases}u_1=1\\ u_n=u_{n-1}+2\ (n>1)\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_5=9$. **B.** $u_3=4$. **C.** $u_2=2$. **D.** $u_6=13$.

Câu 99. Một cấp số cộng có 13 số hạng, số hạng đầu là 2 và tổng 13 số hạng đó là 260. Khi đó giá trị của số hạng cuối bằng

A. 36. **B.** 38. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 100. Cho cấp số cộng có công sai $d=\dfrac{1}{10}$, tổng của 5 số hạng đầu $S_5=-\dfrac{1}{2}$. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{10}{3}$. **C.** $-\dfrac{10}{3}$. **D.** $-\dfrac{3}{10}$.

Câu 101. Các số hạng xen giữa 9 và 53 để được cấp số cộng có năm chữ số là

A. $20, 31, 42$. **B.** $18, 27, 37$. **C.** $19, 29, 39$. **D.** $21, 33, 45$.

Câu 102. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases}u_2-u_3+u_5=-13\\ u_4+u_6=-20\end{cases}$. Số hạng thứ 55 trong cấp số cộng (u_n) là

A. 143. **B.** 121. **C.** 140. **D.** 124.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 103. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng $u_5 = 13$, $u_6 = 17$. Số hạng thứ 10 là

A. 33. **B.** 37. **C.** 40. **D.** 45.

Câu 104. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 31$. **B.** $u_{10} = -23$. **C.** $u_{10} = -20$. **D.** $u_{10} = 15$.

Câu 105. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5\ \forall n \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$.

A. 80. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 82.

Câu 106. Cho sấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3, u_4 = 7$. Tính giá trị của u_{15}.

A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Câu 107. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ tư bằng

A. -54. **B.** -162. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 108. Ba số 10; a; 40 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Giá trị của a bằng

A. 25. **B.** 400. **C.** 20. **D.** 50.

Câu 109. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $u_1 + u_7 = 16$. Khi đó u_3 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$. Số hạng thứ 2019 của cấp số cộng (u_n) là

A. 2021 hoặc 2001. **B.** 4019 hoặc 4039. **C.** 4041 hoặc 4021. **D.** 2041 hoặc 2021.

Câu 111. Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 7; 12; 17. **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

Câu 112. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A. $-4; -3; -2$. **B.** $1; 2; 3$. **C.** $-3; -2; -1$. **D.** $-2; -1; 0$.

Câu 113. Cho hai cấp số cộng $(x_n) : 4, 7, 10, 13, \ldots$ và $(y_n) : 1, 6, 11, 16, \ldots$ Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

Câu 114. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2; d = 4$. **B.** $u_1 = 2; d = 3$. **C.** $u_1 = 2; d = 2$. **D.** $u_1 = 3; d = 2$.

Câu 115. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 + u_4 = -2 \\ 2u_1 + u_6 = -6 \end{cases}$. Tập nghiệm của phương trình $-u_2x^2 + u_6x + u_5 = 0$ là

A. $S = \{\pm 1\}$. **B.** $S = \{\pm 2\}$. **C.** $S = \left\{\pm \frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S = \varnothing$.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 1 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính số hạng u_{50}.

A. 4024. **B.** 2404. **C.** 2240. **D.** 2024.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 117. Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là $1,\ 8,\ 22,\ 43,\ \ldots$ Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng: $7,\ 14,\ 21,\ \ldots,\ 7n$. Hỏi số 35351 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho.

A. 102. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 103.

Câu 118. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $1;-3;-7;-11;-15$. **B.** $1;-2;-4;-6;-8$. **C.** $1;-3;-5;-7;-9$. **D.** $1;-3;-6;-9;-12$.

Câu 119. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $1;-3;-6;-9;-12$. **B.** $1;-2;-4;-6;-8$. **C.** $1;-3;-5;-7;-9$. **D.** $1;-3;-7;-11;-15$.

Câu 120. Cho cấp số cộng có ba số hạng liên tiếp lần lượt là 5, a, 125. Giá trị của a bằng

A. 120. **B.** 60. **C.** 25. **D.** 65.

Câu 121. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $1;-3;-6;-9;-12$. **B.** $1;-2;-4;-6;-8$. **C.** $1;-3;-5;-7;-9$. **D.** $1;-3;-7;-11;-15$.

Câu 122. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $1-x$; x^2 ; $1+x$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 123. Cho ba số a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $a^2-c^2=ab-bc$. **B.** $a^2+c^2=2ab-2bc$. **C.** $a^2-c^2=2ab-2bc$. **D.** $a^2+c^2=2ab+2bc$.

Câu 124. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

A. $1,5,6,8$. **B.** $2,4,6,8$. **C.** $1,4,6,9$. **D.** $1,4,7,8$.

Câu 125. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n=n^2+1,\quad n\geq 1$. **B.** $u_n=2^n,\quad n\geq 1$.
C. $u_n=\sqrt{n+1}, n\geq 1$. **D.** $u_n=2n-3,\quad n\geq 1$.

Câu 126. Biết bốn số $6;x;-2;y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $x+2y$ bằng

A. -10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** -2.

Câu 127. Có bao nhiêu giá trị thực của x để 3 số a,b,c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, với $a=10-3x,\ b=2x^2+3,\ c=7-4x$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 128. Các dãy số có số hạng tổng quát u_n. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

A. $u_n=2n+5$. **B.** $49,43,37,31,25$. **C.** $u_n=1+3^n$. **D.** $u_n=(n+3)^2-n^2$.

Câu 129. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $1-x,\ x^2,\ 1+x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 130. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+mx+2m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1, m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 131. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=\dfrac{x}{y}$ $(x,y\in\mathbb{N}$, phân số tối giản), tính giá trị $x+y$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 132. Xác định a, b để phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b = 0, a > 0$. **B.** $b > 0, a < 0$. **C.** $b = 0, a < 0$. **D.** $b = 0, a = 1$.

Câu 133. Xen vào giữa hai số 4 và 40 bốn số để được một cấp số cộng? Tìm tổng bốn số đó?

A. 72. **B.** 88. **C.** 100. **D.** 66.

Câu 134. Hỏi có bao nhiêu giá trị $x \in (-2018; 2018)$ để $1 + \sin x$, $\sin^2 x$, $1 + \sin 3x$ lập thành một cấp số cộng.

A. 2567. **B.** 2568. **C.** 2569. **D.** 2570.

Câu 135. Xen vào giữa hai số 4 và 40 bốn số để được một cấp số cộng? Tìm tổng bốn số đó?

A. 72. **B.** 88. **C.** 100. **D.** 66.

Câu 136. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 20x^2 + (m-1)^2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. 7. **B.** -2. **C.** 2. **D.** Đáp án khác.

Câu 137. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 20x^2 + (m-1)^2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

A. 7. **B.** -2. **C.** 2. **D.** Đáp án khác.

Câu 138. Một cấp số cộng có 15 số hạng. Biết tổng của 15 số hạng đó bằng 120 và công sai bằng -4. Tìm số hạng đầu.

A. $u_1 = -20$. **B.** $u_1 = 36$. **C.** $u_1 = 540$. **D.** $u_1 = 64$.

Câu 139. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_3 + u_{13} = 80$. Tính S_{15}.

A. 800. **B.** 570. **C.** 600. **D.** 630.

Câu 140. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{20} = 600$. **B.** $S_{20} = 60$. **C.** $S_{20} = 250$. **D.** $S_{20} = 500$.

Câu 141. Tính tổng $T = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \cdots + 2^2 - 1^2$.

A. $T = 500500$. **B.** $T = 500005$. **C.** $T = 505000$. **D.** $T = 500050$.

Câu 142. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$, công sai $d = 2$. Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Tính $\dfrac{S_{2018}}{S_{2019}}$

A. $\dfrac{2018^2 - 1}{2019^2 - 1}$. **B.** $\dfrac{2016^2 - 1}{2017^2 - 1}$. **C.** $\dfrac{2017^2 - 1}{2018^2 - 1}$. **D.** $\dfrac{2019^2 - 1}{2010^2 - 1}$.

Câu 143. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

A. 800. **B.** 630. **C.** 570. **D.** 600.

Câu 144. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S_{100} = -14400$. **B.** $S_{100} = -14250$. **C.** $S_{100} = -15480$. **D.** $S_{100} = -14650$.

Câu 145. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -2$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng của 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. -2350. **B.** -2200. **C.** -2150. **D.** -2250.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 146. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$?

A. -20. **B.** -6. **C.** -8. **D.** -24.

Câu 147. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$. **B.** $S_{16} = 26$. **C.** $S_{16} = -25$. **D.** $S_{16} = 24$.

Câu 148. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S_{100} = -14400$. **B.** $S_{100} = -14250$. **C.** $S_{100} = -15480$. **D.** $S_{100} = -14650$.

Câu 149. Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \cdots + x = 7944$.

A. $x = 330$. **B.** $x = 220$. **C.** $x = 351$. **D.** $x = 407$.

Câu 150. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính $S = u_4 + u_5 + \cdots + u_{30}$.

A. -1242. **B.** -1222. **C.** -1276. **D.** -1286.

Câu 151. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$, tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \dfrac{1}{u_1 \cdot u_2} + \dfrac{1}{u_2 \cdot u_3} + \cdots + \dfrac{1}{u_{49} \cdot u_{50}}$.

A. $S = 123$. **B.** $S = \dfrac{4}{23}$. **C.** $S = \dfrac{9}{246}$. **D.** $S = \dfrac{49}{246}$.

Câu 152. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính giá trị của tổng

$$S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \cdots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}.$$

A. 1. **B.** 2018. **C.** $1 - \dfrac{1}{\sqrt{6052}}$. **D.** $\dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{6052}}\right)$.

Câu 153. Cho cấp số cộng có tổng 10 số hạng đầu tiên và 100 số hạng đầu tiên lần lượt là $S_{10} = 100$, $S_{100} = 10$. Khi đó tổng của 110 số hạng đầu tiên là

A. 90. **B.** -90. **C.** 110. **D.** -110.

Câu 154. Cho $x \in [0; 2019\pi]$ và $x = 2m\pi$ $(m \in \mathbb{Z})$. Tính tổng tất cả các giá trị của x biết $\sin x$, $\sin 2x$, $\sin 3x$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

A. $2018 \cdot 2020\pi$. **B.** $1009 \cdot 2020\pi$. **C.** $1009 \cdot 1010\pi$. **D.** $1008 \cdot 1009\pi$.

Câu 155. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 4\sin x - 2\cos x - 4 = 0$ trong đoạn $[0; 100\pi]$.

A. 2499π. **B.** 100π. **C.** 2475π. **D.** 2745π.

Câu 156. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. -244. **B.** -274. **C.** -253. **D.** -285.

Câu 157. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_{1001}^2$ bằng

A. 1 002 001. **B.** 1 001 001. **C.** 1 001 002. **D.** 1 002 002.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 158. Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0;100\pi)$ của phương trình

$$\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=3.$$

Tổng các phần tử của S là

A. $\dfrac{7550\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{7525\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{7375\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{7400\pi}{3}$.

Câu 159. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên là 24850. Tính giá trị của biểu thức $S=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_{48}u_{49}}+\dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=123$. **B.** $S=\dfrac{4}{23}$. **C.** $S=\dfrac{9}{246}$. **D.** $S=\dfrac{49}{246}$.

Câu 160. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\cos^3x+\sin^3x=\sin 2x+\sin x+\cos x$ trong $[0;2018\pi]$.

A. 8144648π. **B.** 4036π. **C.** 814666π. **D.** 4037π.

Câu 161. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên là 24850. Tính giá trị của biểu thức $S=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_{48}u_{49}}+\dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=\dfrac{9}{246}$. **B.** $S=123$. **C.** $S=\dfrac{4}{23}$. **D.** $S=\dfrac{49}{246}$.

Câu 162. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và biết tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=\dfrac{9}{246}$. **B.** $S=\dfrac{4}{23}$. **C.** $S=123$. **D.** $S=\dfrac{49}{246}$.

Câu 163. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_5+3u_3-u_2=-21\\3u_7-2u_4=-34\end{cases}$. Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n).

A. -285. **B.** -244. **C.** -253. **D.** -274.

Câu 164. Cho hai cấp số cộng (u_n) và (v_n) có tổng của n số hạng đầu tiên lần lượt là S_n, T_n. Biết $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{4n+1}{6n+2}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$, tính $\dfrac{u_{17}}{v_{17}}$.

A. $\dfrac{133}{200}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{69}{103}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 165. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+n^3,\ \forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n-1}\geq 2039190$.

A. $n=2017$. **B.** $n=2020$. **C.** $n=2018$. **D.** $n=2019$.

Câu 166. Cho dãy số $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=\sqrt{3u_n^2+2},\ \forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$ và $S=u_1^2+u_2^2+\cdots+u_{2018}^2+2018$. Hỏi S có bao nhiêu chữ số?

A. 963. **B.** 962. **C.** 607. **D.** 608.

Câu 167. Gọi S là tập hợp giá trị tham số m để phương trình $x^4-(3m+4)x^2+(m+1)^2=0$ có 4 nghiệm lập thành một cấp số cộng. Tính tổng các phần tử của S.

A. $S=\dfrac{16}{19}$. **B.** $S=\dfrac{60}{19}$. **C.** $S=-\dfrac{60}{19}$. **D.** $S=-\dfrac{16}{19}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 168. Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n nào sau đây là cấp số nhân?

A. $u_n = n^3 + 3n - 2$.

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases} (n \geq 1)$.

C. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$.

D. $u_n = 10n - 2$.

Câu 169. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là

A. $u_6 = 160$. **B.** $u_6 = -320$. **C.** $u_6 = -160$. **D.** $u_6 == 320$.

Câu 170. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2, u_2 = 10$. Công bội q của cấp số nhân này là

A. $q = -5$. **B.** $q = 8$. **C.** $q = -12$. **D.** $q = 12$.

Câu 171. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 172. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2, u_2 = 10$. Công bội q của cấp số nhân này là

A. $q = -5$. **B.** $q = 8$. **C.** $q = -12$. **D.** $q = 12$.

Câu 173. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 2$, $u_2 = 8$. Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

A. 16. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 174. Bốn số thực $2; x; 8; y$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của biểu thức $x^2 + y^2$ bằng

A. 260. **B.** 272. **C.** 257. **D.** 400.

Câu 175. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là một cấp số nhân.

$$(u_n)\colon u_n = 2n + 1; \quad (v_n)\colon v_n = 2 \cdot 3^n$$
$$(x_n)\colon x_n = 1 + 3^n; \quad (y_n)\colon y_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

A. Dãy $(x_n), (y_n)$. **B.** $(v_n), (y_n)$. **C.** Dãy $(v_n), (x_n), (y_n)$. **D.** Dãy $(u_n), (y_n)$.

Câu 176. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 0$ và $u_2 > 0$. Khẳng định sao sau đây **đúng**?

A. Dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = \dfrac{1}{1 + u_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

B. Dãy số (w_n) xác định bởi $w_n = 2018 - u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

C. Dãy số (z_n) xác định bởi $z_n = \dfrac{2019}{2018\sqrt{u_n}}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

D. Dãy số (a_n) xác định bởi $a_n = u_n^2 + 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, là cấp số nhân.

Câu 177. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_4 = 18$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. ± 3. **B.** 9. **C.** 16. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 178. Ba số $1, 2, -2a$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 179. Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = 3, q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy?

A. Số hạng thứ 15. **B.** Số hạng thứ 7. **C.** Số hạng thứ 6. **D.** Số hạng thứ 8.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 180. Cho cấp số nhân (u_n) có hạng đầu $u_1 = 2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8 = 6560$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = \dfrac{1}{3}$. **D.** $q = \pm 3$.

Câu 181. Cho các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) Mọi số hạng của một cấp cộng với công sai dương đều là số dương.

(II) Mọi số hạng của một cấp số nhân với công bội dương đều là số dương.

(III) Dãy số được xác định bởi $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ là một dãy bị chặn.

(IV) Dãy số được xác định bởi $a_n = 1 - n^2$ là một dãy số giảm và không bị chặn dưới.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 182. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, \ \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để $u_n > 1024$.

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 183. Cho tam giác ABC cân $(AB = AC)$, có cạnh đáy BC, đường cao AH, cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tính công bội q của cấp số nhân đó.

A. $\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **C.** $\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **D.** $\sqrt{2}+1$.

Câu 184. Nếu ba cạnh của một tam giác bất kì mà lập thành một cấp số nhân thì tập tất cả các giá trị của công bội có thể nhận được là $S = (a; b)$. Tính giá trị của $T = a + b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 185. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 27; 36; 54; 72\}$ gồm 14 phần tử. Chọn ngẫu nhiên ba phần tử phân biệt thuộc tập hợp S. Xác suất để ba phần tử đó lập thành ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân là

A. $\dfrac{9}{182}$. **B.** $\dfrac{19}{364}$. **C.** $\dfrac{17}{364}$. **D.** $\dfrac{5}{91}$.

Câu 186. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 5u_n + 8, \ n \geq 1$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n).

A. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 2$. **B.** $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} + 2$. **C.** $u_n = 3 \cdot 5^n + 2$. **D.** $u_n = 3 \cdot 5^{n-1}$.

Câu 187. Cho năm số a, b, c, d, e khác 0, theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân và tổng của chúng bằng 40. Biết $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{e} = 10$, tính giá trị của $|S|$ với $S = abcde$.

A. $|S| = 42$. **B.** $|S| = 62$. **C.** $|S| = 32$. **D.** $|S| = 52$.

Câu 188. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n \\ u_1 = 2 \end{cases}$, $n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = 2^n$. **B.** $u_n = 2^{n-1}$. **C.** $u_n = 2n$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.

Câu 189. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $u_3 = 27$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** ± 3.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 190 (Đề minh họa BDG 2019 – 2020).
Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 191. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 6. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -6.

Câu 192. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 64$. Công bội của cấp số nhân bằng
A. 21. **B.** ± 4. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 193. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3, 9, 27, 81, ... Khi đó u_n bằng
A. 3^{n-1}. **B.** 3^n. **C.** 3^{n+1}. **D.** $3 + 3^n$.

Câu 194. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$.
A. $\begin{cases} u_1 = 12 \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 12 \\ q = -2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = -12 \\ q = -2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = -12 \\ q = 2 \end{cases}$.

Câu 195. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases}$.
A. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 196. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_6 = 2$ và $u_9 = 6$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n).
A. $\begin{cases} q = \sqrt[3]{3} \\ u_1 = -\dfrac{2}{3\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} q = -\sqrt[3]{3} \\ u_1 = \dfrac{2}{3\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} q = \sqrt[3]{5} \\ u_1 = \dfrac{2}{3\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} q = \sqrt[3]{3} \\ u_1 = \dfrac{2}{3\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} \end{cases}$.

Câu 197. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?
A. $u_n = 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2n$.

Câu 198. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu là u_1, công bội là q. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Số hạng thứ n của dãy số là $u_n = u_1 \cdot q^n$.
B. Tổng n số hạng đầu của dãy số là $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.
C. $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$, $\forall k \geq 2$.
D. $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$, $\forall k \geq 2$.

Câu 199. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$.
A. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = -2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 200. Một cấp số nhân có số hạng đầu là 4374, số hạng thứ tám là 2. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\begin{cases} u_1 = 4374 \\ q = \dfrac{1}{3} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 4374 \\ q = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 4374 \\ q = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 4374 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 201. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$.

A. $u_1 = 3$ và $q = 2$. **B.** $u_1 = 9$ và $q = 2$. **C.** $u_1 = 9$ và $q = -2$. **D.** $u_1 = 3$ và $q = -2$.

Câu 202. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \, (n \geqslant 1) \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = 2.3^n + 1$. **B.** $u_n = 2.3^{n-1} - 1$. **C.** $u_n = 2.3^n - 1$. **D.** $u_n = 2.3^{n-1} + 1$.

Câu 203. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = -2$, $u_n = 3u_{n-1} - 1$, $\forall n \geq 2$. Xác định số hạng tổng quát của dãy số đã cho.

A. $u_n = \dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{1}{2}$. **B.** $u_n = -\dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{1}{2}$. **C.** $u_n = -\dfrac{5}{2} \cdot 3^n + \dfrac{3}{2}$. **D.** $u_n = \dfrac{5}{2} \cdot 3^n + 2$.

Câu 204. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \dfrac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đã cho.

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \dfrac{1}{3} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 4 \end{cases}$.

Câu 205. Ba cạnh của tam giác vuông lập thành ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Khi đó công bội của cấp số nhân đó là

A. $q = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$. **B.** $q = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. **C.** $q = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. **D.** $q = \sqrt{\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}}$.

Câu 206. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội q. Tìm q.

A. $\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2 + 2\sqrt{5}}}{2}$. **C.** $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2\sqrt{5} - 2}}{2}$.

Câu 207. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Trên cạnh BC, ta lấy điểm A_1 sao cho $CA_1 = x$. Gọi B_1 là hình chiếu của A_1 lên CA, C_1 là hình chiếu của B_1 lên AB, A_2 là hình chiếu của C_1 lên BC, B_2 là hình chiếu của A_2 lên CA, ... và cứ tiếp tục như thế. Hãy tìm giá trị của x theo a sao cho $A_{2018} \equiv A_1$.

A. $x = \dfrac{a}{3}$. **B.** $x = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $x = \dfrac{a}{2}$. **D.** $x = \dfrac{2a}{3}$.

Câu 208. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = -\sqrt{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = -\sqrt{3} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = \sqrt{3} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = -\sqrt{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$.

Câu 209. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_6 = 165 \\ u_3 + u_4 = 60 \end{cases}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 160 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = -2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 160 \\ q = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = -160 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = -5 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 160 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 210. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 8 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 8 \\ q = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = -8 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 8 \\ q = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 211. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = -4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** -6. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 212. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5, q = 3$ và $S_n = 200$, tìm n và u_n.

A. $n = 5$ và $u_n = 405$. **B.** $n = 6$ và $u_n = 1215$. **C.** $n = 7$ và $u_n = 3645$. **D.** $n = 4$ và $u_n = 135$.

Câu 213. Câu 5Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_2 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 214. Cho một cấp số nhân có $u_1 = 2$; $q = -2$, khi đó số hạng u_5 bằng

A. 32. **B.** 64. **C.** -32. **D.** -64.

Câu 215. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 216. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân có $u_6 = 192$ và $u_7 = 384$.

A. $u_1 = 5, q = 2$. **B.** $u_1 = 6, q = 2$. **C.** $u_1 = 6, q = 3$. **D.** $u_1 = 5, q = 3$.

Câu 217. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -\dfrac{1}{2}$ và $u_2 = 1$. Tính u_{10}.

A. $u_{10} = -256$. **B.** $u_{10} = 256$. **C.** $u_{10} = -512$. **D.** $u_{10} = 512$.

Câu 218. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Số 1024 là số hạng thứ

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 219. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 765$, tìm n.

A. $n = 7$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 9$.

Câu 220. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 32. **B.** $32\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** 10.

Câu 221. Một cấp số nhân có 4 số hạng, số hạng đầu là 3 và số hạng thứ tư là 192. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó bằng

A. 390. **B.** 255. **C.** 256. **D.** -256.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 222. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \dfrac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Số hạng thứ 6 của cấp số nhân đó bằng

A. 243. **B.** $\dfrac{2}{243}$. **C.** $\dfrac{1}{243}$. **D.** $\dfrac{5}{243}$.

Câu 223. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên.

A. $u_1 = 9;\ q = 2$. **B.** $u_1 = 9;\ q = -2$. **C.** $u_1 = -9;\ q = -2$. **D.** $u_1 = -9;\ q = 2$.

Câu 224. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \ldots$ Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó.

A. $u_{10} = 1\,953\,129$. **B.** $u_{10} = 39\,062\,500$. **C.** $u_{10} = 7\,812\,500$. **D.** $u_{10} = 49$.

Câu 225. Cho cấp số nhân có số hạng đầu là -2 và công bội là 2. Tính tổng 21 số hạng đầu tiên của cấp số nhân

A. 2 097 105. **B.** $-2\,097\,150$. **C.** $-4\,194\,302$. **D.** 4 194 302.

Câu 226. Cho dãy số $4, 12, 36, 108, 324, \ldots$. Số hạng thứ 10 của dãy số đó là

A. 73872. **B.** 77832. **C.** 72873. **D.** 78732.

Câu 227. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính u_3

A. $u_3 = 8$. **B.** $u_3 = 18$. **C.** u_5. **D.** u_6.

Câu 228. Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12; u_7 = 192$. Tìm u_{10}.

A. $u_{10} = 1536$. **B.** $u_{10} = 3072$. **C.** $u_{10} = -1536$. **D.** $u_{10} = -3072$.

Câu 229. Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 3$ thì u_3 bằng

A. 45. **B.** 135. **C.** 14. **D.** 15.

Câu 230. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 765$. Tìm u_n?

A. 48. **B.** 768. **C.** 384. **D.** 192.

Câu 231. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 3;\ q = 2$ và $u_n = 192$. Tìm n.

A. $n = 4$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = 6$.

Câu 232. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha\ (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1 + u_n}{2}},\ n \geq 1 \end{cases}$. Tìm u_{2017}.

A. $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **B.** $u_{2017} = \cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **C.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017} = \sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

Câu 233. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ bảy gấp 243 lần số hạng thứ hai. Tìm các số hạng còn lại của cấp số nhân đó.

A. $u_1 = \dfrac{2}{9}; u_2 = \dfrac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

B. $u_1 = \dfrac{2}{7}; u_2 = \dfrac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

C. $u_1 = \dfrac{2}{9}; u_2 = \dfrac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162$.

D. $u_1 = \dfrac{2}{9}; u_2 = \dfrac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 234. Cho cấp số nhân có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \dfrac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân bằng

A. 243. **B.** $\dfrac{2}{243}$. **C.** $\dfrac{147}{81}$. **D.** $\dfrac{2}{81}$.

Câu 235. Cho một cấp số nhân (u_n) có 15 số hạng. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $u_1 \cdot u_{15} = u_3 \cdot u_{14}$. **B.** $u_1 \cdot u_{15} = u_6 \cdot u_{10}$. **C.** $u_1 \cdot u_{15} = u_{12} \cdot u_4$. **D.** $u_1 \cdot u_{15} = u_5 \cdot u_{11}$.

Câu 236. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x + 1$ và $4x^2 - 1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là

A. $2x - 1$. **B.** $2x + 1$. **C.** $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$. **D.** $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$..

Câu 237. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n).

A. 2 000 000. **B.** 136 250. **C.** 39 062. **D.** 31 250.

Câu 238. Cho ba số x; 5; $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số x ; 4; $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng

A. $|x - 2y| = 10$. **B.** $|x - 2y| = 9$. **C.** $|x - 2y| = 6$. **D.** $|x - 2y| = 8$.

Câu 239. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q. Tìm q.

A. $q = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$. **B.** $q = \dfrac{\sqrt{2 + 2\sqrt{5}}}{2}$. **C.** $q = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. **D.** $q = \dfrac{\sqrt{2\sqrt{5} - 2}}{2}$.

Câu 240. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5,\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy.

A. $3 \cdot 2^{2018} + 5$. **B.** $3 \cdot 2^{2017} + 5$. **C.** $3 \cdot 2^{2018} - 5$. **D.** $3 \cdot 2^{2017} - 5$.

Câu 241. Tìm n: $T_n = \left(2 + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \dfrac{1}{4}\right)^2 + \cdots + \left(2 + \dfrac{1}{2^n}\right)^2 = 2n + \dfrac{(4^n - 1)\,(2^{2108} + 1)}{3 \cdot 4^n},\ n \in \mathbb{N}^*$.

A. $n \in \varnothing$. **B.** $n = 2017$. **C.** $n = 2018$. **D.** $n = 1008$.

Câu 242. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5,\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy.

A. $3 \cdot 2^{2018} + 5$. **B.** $3 \cdot 2^{2017} + 5$. **C.** $3 \cdot 2^{2018} - 5$. **D.** $3 \cdot 2^{2017} - 5$.

Câu 243. Cho các số $x + 6y$; $5x + 2y$; $8x + y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1$; $y + 2$; $x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x + 2y$ bằng

A. 10. **B.** -10. **C.** 14. **D.** -14.

Câu 244. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là x, 12, y, 192. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x = 1$, $y = 144$. **B.** $x = 2$, $y = 72$. **C.** $x = 3$, $y = 48$. **D.** $x = 4$, $y = 36$.

Câu 245. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1, 4, 16, 64, ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số cộng đó ($n > 1$). Khi đó, giá trị của S_n bằng

A. 4^{n-1}. **B.** $\left(\dfrac{1 + 4^{n-1}}{2}\right)^n$. **C.** $\dfrac{4^n - 1}{4 - 1}$. **D.** $4\left(\dfrac{4^n - 1}{4 - 1}\right)$.

Câu 246. Cho ba số $2x - 1; x; 2x + 1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó giá trị của biểu thức $27x^2 - 1$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 9.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 247. Cho dãy (a_n) là dãy các số dương sao cho $a_{n+2} = a_n.a_{n+1}$ với mọi số nguyên dương n. Khẳng định nào dưới đây đúng.

A. Dãy số (a_n) là một cấp số nhân với mọi giá trị dương của a_1 và a_2.
B. Dãy số (a_n) là một cấp số nhân khi và chỉ khi $a_1 = a_2$.
C. Dãy số (a_n) là một cấp số nhân khi và chỉ khi $a_1 = 1$.
D. Dãy số (a_n) là một cấp số nhân khi và chỉ khi $a_1 = a_2 = 1$.

Câu 248. Cho dãy số 2, x, y, 54 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính giá trị của $B = |x-y|$.

A. $B = 12$. **B.** $B = 3$. **C.** $B = 14$. **D.** $B = 0$.

Câu 249. Tìm tất cả giá trị của x sao cho ba số $2x-3$, $x+3$, $5x-3$ theo thứ tự đó là số hạng thứ 5, số hạng thứ 10 và số hạng thứ 15 của một cấp số nhân.

A. $x = 0$ hoặc $x = 3$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$ hoặc $x = -3$.

Câu 250. Tìm dãy số là một cấp số nhân trong các dãy số dưới đây.

A. $1, -2, 4, -8, 16, -32$. **B.** $1, 3, 9, 27, 53, 162$.
C. $2, 4, 8, 16, 32, 63$. **D.** $4, 2, 1, \dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{8}$.

Câu 251. Cho dãy số $-\dfrac{1}{5}$, a, $-\dfrac{1}{125}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số trên là một cấp số nhân.

A. $a = \pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $a = \pm\dfrac{1}{25}$. **C.** $a = \pm\dfrac{1}{5}$. **D.** $a = \pm 5$.

Câu 252. Tìm tất cả giá trị của x sao cho dãy số -4, x, -9 trở thành một cấp số nhân.

A. $x = 36$. **B.** $x = -\dfrac{13}{2}$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = -9$.

Câu 253. Tìm x biết 1, x^2, $6-x^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

A. $x = \pm 1$. **B.** $x = \pm\sqrt{2}$. **C.** $x = \pm 2$. **D.** $x = \pm\sqrt{3}$.

Câu 254. Cho hai số dương a và b sao cho a, $a+2b$, $2a+b$ theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng, còn $(b+1)^2$, $ab+5$, $(a+1)^2$ theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tính giá trị của $S = a+b$.

A. $S = -4$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Câu 255. Cho một cấp số nhân với công bội khác 1 có bốn số hạng. Biết ba số hạng đầu tiên lần lượt là số hạng thứ 1, 4, 8 của một cấp số cộng và tổng của chúng là $\dfrac{111}{9}$. Hãy xác định cấp số nhân trên.

A. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = \left(\dfrac{4}{3}\right)^{n-1} u_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

B. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = (-1)^{n-1} u_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

C. $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{3} \\ u_n = \left(\dfrac{4}{3}\right)^{n-1} u_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

D. $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{1}{3} \\ u_n = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1} u_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Câu 256. Gọi S là tập hợp các giá trị của $x \in [0; 2018\pi]$ thoả $\cos x$, $\cos 2x$, $\cos 3x$ theo thứ tự đã cho lập thành một cấp số nhân. Tìm E là tổng các giá trị phần tử của S.

A. $E = 1008 \cdot 2018\pi$. **B.** $E = 2018^2\pi$. **C.** $E = 1009 \cdot 2019\pi$. **D.** $E = 2017 \cdot 2018\pi$.

Câu 257. Cho ba số hạng liên tiếp a, b, c của một cấp số nhân. Biết $a+b+c = 14$ và $a^2+b^2+c^2 = 84$. Tính $P = a \cdot b \cdot c$.

A. $P = -64$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 64$. **D.** $P = 164$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 258. Một cấp số cộng (u_n) có công sai $d \neq 0$ gồm sáu số hạng có tổng bằng 51. Các số hạng u_1, u_2, u_6 là ba số hạng đầu tiên của một cấp số nhân (v_n). Hãy xác định cấp số nhân trên.

A. $\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_n = (-4)^{n-1} v_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

B. $\begin{cases} v_1 = 3 \\ v_n = 4^{n-1} v_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

C. $\begin{cases} v_1 = 3 \\ v_n = (-4)^{n-1} v_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

D. $\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_n = 4^{n-1} v_1 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Câu 259. Gọi S là tập hợp các giá trị của $x \in [0; 2018\pi]$ thoả $-\dfrac{1}{2}\cos x$, $1 + \cos 2x$, $\cos 3x$ theo thứ tự đã cho lập thành một cấp số nhân. Tìm E là tổng các giá trị phần tử của S.

A. $E = 2018 \cdot 3028\pi$. **B.** $E = 2018 \cdot 3025\pi$. **C.** $E = 2018 \cdot 3030\pi$. **D.** $E = 2018 \cdot 3027\pi$.

Câu 260. Số đo bốn góc $\widehat{A} = a$, $\widehat{B} = b$, $\widehat{C} = c$, $\widehat{D} = d$ của một tứ giác lồi $ABCD$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $P = a + b + 2c - d$ biết rằng số đo góc nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{8}$ số đo góc lớn nhất.

A. $P = 27°$. **B.** $P = 360°$. **C.** $P = 72°$. **D.** $P = 504°$.

Câu 261. Tổng vô hạn $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \cdots + \dfrac{1}{2^n} + \cdots$ bằng

A. 2. **B.** $2^n - 1$. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 262. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = -3$ và công bội $q = -2$.

A. $S_{10} = -1023$. **B.** $S_{10} = 1025$. **C.** $S_{10} = -1025$. **D.** $S_{10} = 1023$.

Câu 263. Một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -5$, $u_2 = 10$. Tổng của 15 số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** 0. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 264. Một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 4$ và công bội $q = 2$. Tính S_{20}

A. $S_{20} = -4914300$. **B.** $S_{20} = 4914300$. **C.** $S_{20} = -4194300$. **D.** $S_{20} = 4194300$.

Câu 265. Cho $S = 11 + 101 + 1001 + \cdots + \underbrace{1000\ldots01}_{(n-1) \text{ chữ số } 0}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S = 10\left(\dfrac{10^n - 1}{9}\right) + n$.

B. $S = \left(\dfrac{10^n - 1}{9}\right) + n$.

C. $S = 10\left(\dfrac{10^n - 1}{9}\right) - n$.

D. $S = 10\left(\dfrac{10^n - 1}{9}\right)$.

Câu 266. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 6$ và $u_4 = 48$. Tổng của 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

A. 208. **B.** 186. **C.** 178. **D.** 196.

Câu 267. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 = 40$ và $x_n = 1{,}1 \cdot x_{n-1}$ với mọi $n = 2, 3, 4, \ldots$. Tính giá trị $S = x_1 + x_2 + \cdots + x_{12}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. 855,4. **B.** 855,3. **C.** 741,2. **D.** 741,3.

Câu 268. Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792. Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n).

A. 5377. **B.** 5737. **C.** 3577. **D.** 3775.

Câu 269. Tính tổng vô hạn sau $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \cdots + \dfrac{1}{2^n} + \cdots$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 2^n-1. **B.** $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\dfrac{1}{2^n}-1}{\dfrac{1}{2}-1}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 270. Cho $S=-2+4-8+16-32+\ldots+(-2)^{n-1}+(-2)^n,\quad \forall n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó giá trị của S bằng

A. $2n$. **B.** 2^n. **C.** $\dfrac{-2\left(1-2^n\right)}{1-2}$. **D.** $-2\left(\dfrac{1-(-2)^n}{1-(-2)}\right)$.

Câu 271. Tính tổng 200 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=3u_n.\end{cases}$

A. $S_{200}=1-3^{200}$. **B.** $S_{200}=\dfrac{1-3^{200}}{2}$. **C.** $S_{200}=3^{200}-1$. **D.** $S_{200}=\dfrac{3^{200}-1}{2}$.

Câu 272. Tổng S của một cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q là

A. $S=\dfrac{u_1q}{1-q}$. **B.** $S=\dfrac{u_1}{1-u_1q}$. **C.** $S=\dfrac{u_1}{q-1}$. **D.** $S=\dfrac{u_1}{1-q}$.

Câu 273. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=3$, công bội $q=2$. Biết $S_n=765$. Giá trị của n bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 274. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+2n-1,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Tính số hạng u_{50}.

A. 4024. **B.** 2402. **C.** 2240. **D.** 2024.

Câu 275. Cho $x\in(-1010\pi;2020\pi)$. Tính tổng tất cả các giá trị của x biết $\sin x$, $\sin 2x$, $\sin 3x$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

A. 1529140π. **B.** 1530150π. **C.** 1527626π. **D.** $=1529645\pi$.

Câu 276. Cho cấp số nhân (u_n) có tất cả các số hạng đều dương thỏa mãn $u_1+u_2+u_3+u_4=5\left(u_1+u_2\right)$. Số tự nhiên n nhỏ nhất để $u_n>8^{100}u_1$ là

A. 102. **B.** 301. **C.** 302. **D.** 101.

Câu 277. Tổng các số hạng của một cấp số nhân lùi vô hạn bằng 56, còn tổng các bình phương của các số hạng của nó bằng 448. Số hạng đầu u_1 của cấp số nhân thuộc khoảng nào sau đây?

A. $u_1\in[115;120]$. **B.** $u_1\in(100;115)$. **C.** $u_1\in(10;15)$. **D.** $u_1\in[5;10]$.

Câu 278. Hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB=2^{50}$, diện tích S_1. Nối bốn trung điểm A_1,B_1,C_1,D_1 của lần lượt bốn cạnh AB,BC,CD,DA được hình vuông có diện tích S_2. Cứ tiếp tục như thế, ta được các hình vuông có diện tích $S_3;S_4$.... Tính tổng $S=S_1+S_2+\cdots+S_{100}$.

A. $S=2^{201}-2$. **B.** $S=2^{201}-1$. **C.** $S=2^{100}-2$. **D.** $S=2^{100}-1$.

Câu 279. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng đều dương và $\begin{cases}u_1+u_2+\cdots+u_n=2017\\\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}=2018.\end{cases}$

Tính tích $u_1\cdot u_2\cdots u_n$.

A. $\sqrt{\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n}$. **B.** $\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n$. **C.** $\sqrt{\left(\dfrac{2018}{2017}\right)^n}$. **D.** $\left(\dfrac{2018}{2017}\right)^n$.

Câu 280. Tính tổng $A=\left(3+\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(3^2+\dfrac{1}{3^2}\right)^2+\cdots+\left(3^n+\dfrac{1}{3^n}\right)^2$.

A. $\dfrac{\left(3^{2n}-1\right)\left(9\cdot3^{2n+1}+1\right)}{8\cdot3^{2n}}+2n$. **B.** $\dfrac{\left(3^{2n}-1\right)\left(9\cdot3^{2n}+1\right)}{8\cdot3^{2n}}+2n$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\dfrac{(3^{2n}-1)(9\cdot 3^{2n}+1)}{8\cdot 3^{2n}}+3n.$ **D.** $\dfrac{(3^{2n}-1)(9\cdot 3^{2n+1}+1)}{8\cdot 3^{2n}}+3n.$

Câu 281. Tính tổng $S=1+11+\cdots+\underbrace{111\ldots11}_{n \text{ số } 1}$.

A. $\dfrac{10}{81}(10^{n-1}-1)-\dfrac{n}{9}.$ **B.** $\dfrac{10}{81}(10^{n-1}-1)+\dfrac{n}{9}.$ **C.** $\dfrac{1}{81}(10^{n-1}-1)-\dfrac{n}{9}.$ **D.** $\dfrac{10}{81}(10^{n}-1)-\dfrac{n}{9}.$

Câu 282. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{2^n-5^n}{2^n+5^n}, n\geq 1$. Tính $S=\dfrac{1}{u_1-1}+\dfrac{1}{u_2-1}+\dfrac{1}{u_3-1}+\ldots+\dfrac{1}{u_{50}-1}$.

A. $S=\dfrac{2^{51}+152\cdot 5^{50}}{6\cdot 5^{50}}.$ **B.** $S=\dfrac{2^{51}-152\cdot 5^{50}}{6}.$

C. $S=\dfrac{2^{51}+152\cdot 5^{50}}{6}.$ **D.** $S=\dfrac{2^{51}-152\cdot 5^{50}}{6\cdot 5^{50}}.$

Câu 283. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1=1 \\ u_n=2u_{n-1}+1, n\geq 2 \end{cases}$. Tính tổng $S=u_1+u_2+\cdots+u_{20}$.

A. $2^{20}-20.$ **B.** $2^{21}-22.$ **C.** $2^{20}.$ **D.** $2^{21}-20.$

Câu 284. Cho n là số nguyên dương và n tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n$, trong đó các điểm lần $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lượt nằm trên các cạnh $B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i (i=1,2,\ldots,n-1)$ sao cho $A_{i+1}C_i=3A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i=3B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i=3C_{i+1}A_i$. Gọi S là tổng tất cả các diện tích của tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n$ biết rằng tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích bằng $\dfrac{9}{16}$. Tìm số nguyên dương sao cho $S=\dfrac{16^{29}-7^{29}}{16^{29}}$.

A. $n=28.$ **B.** $n=2018.$ **C.** $n=29.$ **D.** $n=30.$

Câu 285. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=a(n+1)+b$, với $a,b\neq 0$. Khi đó

A. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d=b.$ **B.** (u_n) là cấp số cộng với công sai $d=a.$

C. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=b.$ **D.** (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=a.$

Câu 286. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}+4u_n=4-5n \quad (n\geq 1) \end{cases}$.

Tính tổng $S=u_{2018}-2u_{2017}$.

A. $S=2015-3\cdot 4^{2017}.$ **B.** $S=2016-3\cdot 4^{2018}.$ **C.** $S=2016+3\cdot 4^{2018}.$ **D.** $S=2015+3\cdot 4^{2017}.$

Câu 287. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $1;2;3;4;5.$ **B.** $1;2;4;8;16.$ **C.** $1;-1;1;-1;1.$ **D.** $1;-2;4;-8;16.$

Câu 288. Cho 3 số a,b,c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s\neq 0$. Tính $\dfrac{a}{s}$.

A. $3.$ **B.** $\dfrac{4}{9}.$ **C.** $\dfrac{4}{3}.$ **D.** $9.$

Câu 289. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1=1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}.$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}.$ **C.** $2.$ **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}.$

Câu 290. Ba số x, 5, $3y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và x, 3, $3y$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó giá trị của $|3y-x|$ bằng

A. $8.$ **B.** $6.$ **C.** $9.$ **D.** $10.$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 291. Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số $(a_n), n \geq 1$ là $S_n = 2n^2 + 3n$. Khi đó

A. (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 1. **B.** (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 4.
C. (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 1. **D.** (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 4.

Câu 292. Cho biết a, b, c là ba cạnh của một tam giác và theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $ac = b^2$. **B.** $\dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{a} = \dfrac{2}{b}$.
C. $(a+1)(c+1) = (b+1)^2$. **D.** $(1-a)(c-1) = (b-1)^2$.

Câu 293. Xét các số thực dương a, b sao cho $-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng và $2, a+2, b-3$ là cấp số nhân. Khi đó $a^2 + b^2 - 3ab$ bằng

A. 89. **B.** 31. **C.** 76. **D.** 59.

Câu 294. Cho các số $5x - y$, $2x + 3y$, $x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng; các số $(y+1)^2$; $xy + 1$, $(x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm $(x; y)$.

A. $(x;y) = (0;0), \left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{4}{3}\right), \left(-\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{10}\right)$. **B.** $(x;y) = (0;0), \left(\dfrac{10}{3}; \dfrac{4}{3}\right), \left(-\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{10}\right)$.
C. $(x;y) = (0;0), \left(\dfrac{11}{3}; \dfrac{4}{3}\right), \left(-\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{10}\right)$. **D.** $(x;y) = (0;0), \left(\dfrac{10}{3}; \dfrac{4}{3}\right), \left(-\dfrac{13}{4}; -\dfrac{13}{10}\right)$.

Câu 295. Cho hai cấp số cộng (a_n): $a_1 = 4; a_2 = 7; \ldots; a_{100}$ và (b_n): $b_1 = 1; b_2 = 6; \ldots; b_{100}$. Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên?

A. 32. **B.** 20. **C.** 33. **D.** 53.

Câu 296. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng của ba số hạng đầu bằng $\dfrac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \dfrac{101}{27}$. **B.** $T = \dfrac{100}{27}$. **C.** $T = -\dfrac{100}{27}$. **D.** $T = -\dfrac{101}{27}$.

Câu 297. Cho ba số thực x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương $a\,(a \neq 1)$ thì $\log_a x$, $\log_{\sqrt{a}} y$, $\log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $P = \dfrac{1959x}{y} + \dfrac{2019y}{z} + \dfrac{60z}{x}$.

A. $\dfrac{2019}{2}$. **B.** 60. **C.** 2019. **D.** 4038.

Câu 298. Cho ba số dương x, y, z theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt cộng thêm các số 2, 3, 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số tạo thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 169$. **B.** $F = 379$. **C.** $F = 389$. **D.** $F = 179$.

Câu 299. Cho ba số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\dfrac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \dfrac{101}{27}$. **B.** $T = \dfrac{100}{27}$. **C.** $T = -\dfrac{100}{27}$. **D.** $T = -\dfrac{101}{27}$.

Câu 300. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2, u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1\,\forall n \geq 2$. Biết rằng công thức tổng quát của dãy số đã cho có dạng $u_n = a \cdot 2^n + bn + c\,\forall n \geq 2$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Khi đó, tổng $a + b + c$ có giá trị bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 301. Cho ba số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$. **B.** $T = \frac{100}{27}$. **C.** $T = -\frac{100}{27}$. **D.** $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 302. Cho các số thực dương a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và các số thực dương b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Biết rằng $a_1 = b_1$ và $a_5 = \frac{176}{17}b_5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{a_2 + a_3 + a_4}{b_2 + b_3 + b_4}$ bằng

A. $\frac{16}{17}$. **B.** $\frac{48}{17}$. **C.** $\frac{32}{17}$. **D.** $\frac{24}{17}$.

Câu 303. Cho hình lập phương $A_1B_1C_1D_1.A_1'B_1'C_1'D_1'$ tâm O có cạnh bằng 1. Gọi A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}; A'_{i+1}, B'_{i+1}, C'_{i+1}, D'_{i+1} lần lượt là trung điểm của OA_i, OB_i, OC_i, OD_i; OA_i', OB_i', OC_i', OD_i' với $i \in \mathbb{N}^*$. Gọi V_i, S_i lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối lập phương $A_iB_iC_iD_i.A_i'B_i'C_i'D_i'$. Tìm $\frac{S_{2018}}{V_{2018}}$.

A. 6. **B.** $3 \cdot 2^{2018}$. **C.** $\frac{3}{2^{2016}}$. **D.** $6 \cdot 2^{2018}$.

Câu 304. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ cạnh 1. Gọi A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1} thứ tự là trung điểm các cạnh A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (với $k = 1, 2, ...$). Tính chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.

Câu 305. Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Xác định số đo các góc A, B, C.

A. $10°, 120°, 50°$. **B.** $15°, 105°, 60°$. **C.** $5°, 60°, 25°$. **D.** $20°, 60°, 100°$.

Câu 306. Bạn An muốn mua một món quà tặng mẹ nhân ngày mùng 8/3. Bạn quyết định tiết kiệm từ ngày 1/2/2017 đến hết ngày 6/3/2017. Ngày đầu An có 5000 đồng, kể từ ngày thứ hai số tiền An tiết kiệm được ngày sau cao hơn ngày trước mỗi ngày 1000 đồng. Tính số tiền An tiết kiệm được để mua quà tặng mẹ.

A. 1292000 đồng. **B.** 146200 đồng. **C.** 646000 đồng. **D.** 731000 đồng.

Câu 307. Hằng năm, sinh nhật Ông Tư đều đốt số nến tương ứng với số tuổi của mình. Đến nay đã đốt được tổng số là 2016 ngọn nến. Tính số tuổi của Ông Tư.

A. 62 tuổi. **B.** 63 tuổi. **C.** 65 tuổi. **D.** 64 tuổi.

Câu 308. Người ta trồng cây theo hình tam giác với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,..., ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

A. 101. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 98.

Câu 309. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoang giếng. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 10 125 000 đồng. **B.** 5 250 000 đồng. **C.** 4 245 000 đồng. **D.** 4 000 000 đồng.

Câu 310. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la,

và trong mỗi tuần tiết theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

A. 47. **B.** 45 . **C.** 44 . **D.** 46.

Câu 311. Ông A để dành tiền như sau: Quí thứ nhất năm 2018 ông ấy để dành 4,5 triệu đồng và kể từ quý thứ 2 thì sẽ tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Tổng số tiền sau 3 năm để dành của ông A là

A. 56 triệu. **B.** 74,3 triệu. **C.** 72 triệu. **D.** 73,8 triệu.

Câu 312. Ông X vay của công ty A một khoản tiền 72 triệu đồng và ông này trả nợ cho công ty A như sau: Ở quý thứ nhất ông trả 3 triệu đồng và kể từ quý thứ 2 mức trả sẽ tăng thêm 0,2 triệu đồng mỗi quý. Hỏi sau bao lâu thì ông X trả hết nợ?

A. 4 năm. **B.** 3 năm. **C.** 5 năm. **D.** 6 năm.

Câu 313. Một công ty trả lương cho anh A mức lương là 4,5 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ 2 thì mức lương sẽ tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hỏi tổng số tiền sau 3 năm làm việc anh A nhận được là bao nhiêu?

A. 56 triệu. **B.** 74,3 triệu. **C.** 72 triệu. **D.** 73,8 triệu.

Câu 314. Một người muốn chia $1000 \cdot 000$ đồng cho bốn người con, đứa lớn hơn đứa nhỏ kế tiếp $100 \cdot 000$ đồng. Hỏi đứa con lớn nhất được bao nhiêu tiền.

A. $100 \cdot 000$ đồng. **B.** $200 \cdot 000$ đồng. **C.** $300 \cdot 000$ đồng. **D.** $400 \cdot 000$ đồng.

Câu 315. Người ta trồng 3003 cây theo hình một tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây,... Hỏi trồng được bao nhiêu hàng cây theo cách này?

A. 79 hàng. **B.** 76 hàng. **C.** 78 hàng. **D.** 77 hàng.

Câu 316. Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ trong ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 118.000.000 đồng. **B.** 126.066.666 đồng. **C.** 122.000.000 đồng. **D.** 135.500.000 đồng.

Câu 317. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

A. 168. **B.** 156. **C.** 132. **D.** 182.

Câu 318. Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,... Hỏi có bao nhiêu hàng cây được trồng?

A. 77. **B.** 243. **C.** 78. **D.** 244.

Câu 319. Ông A có một mảnh vườn và ông ta muốn trồng hoa theo hình tháp gồm nhiều hàng theo quy luật như sau: Hàng thứ nhất 3 cây hoa, hàng thứ 2 trồng 6 cây hoa, kể từ hàng thứ 2 trở đi thì hàng sau nhiều hơn hàng trước 4 cây hoa. Biết giá một cây hoa là 5000 đồng và mảnh vườn của ông A có thể trồng được 30 hàng như vậy. Hỏi ông A phải chi một khoảng tiền để trồng hoa là bao nhiêu?

A. 7.990.000 đồng. **B.** 9.005.000 đồng. **C.** 9.150.000 đồng. **D.** 8.990.000 đồng.

Câu 320. Người ta trồng cây theo hình tam giác, với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. 98. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 101.

Câu 321. Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng 94444200 người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,07%. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỷ lệ như vậy thì năm bao nhiêu dân số Việt Nam ở mức 120 triệu người?

A. 2037. **B.** 2040. **C.** 2038. **D.** 2039.

Câu 322. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng $\frac{2}{3}$ diện tích đế tháp. Biết diện tích mặt đế tháp là $6144m^2$. Tính diện tích mặt trên cùng.

A. 4m^2. **B.** 12m^2. **C.** 6m^2. **D.** 8m^2.

Câu 323. Thầy Đ gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý (1 quý: 3 tháng) trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768 đồng. Hỏi số tiền Thầy Đ gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 120 triệu và 200 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 180 triệu và 140 triệu.

Câu 324. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 31 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 325. Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải học phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng với số tiền 10 triệu đồng với lãi suất 4% một năm. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm học, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 41600000 đồng. **B.** 44163000 đồng. **C.** 42465000 đồng. **D.** 46794000 đồng.

Câu 326. Vào đầu mỗi tháng chị Liên gửi tiết kiệm 3 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,6%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ tháng đầu tiên) thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng?

A. 29 tháng. **B.** 32 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 31 tháng.

Câu 327. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 618051620 đồng. **B.** 484692514 đồng. **C.** 597618514 đồng. **D.** 539447312 đồng.

Câu 328. Anh A vào làm ở công ty X với mức lương ban đầu 10 triệu đồng/tháng. Nếu hoàn thành tốt nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng làm việc, mức lương của anh lại được tăng thêm 20%. Hỏi bắt đầu từ tháng thứ mấy kể từ khi vào làm công ty X, tiền lương mỗi tháng của anh nhiều hơn 20 triệu đồng? (biết rằng trong suốt thời gian làm ở công ty X anh A luôn hoàn thành tốt nhiệm vụ)

A. Tháng thứ 25. **B.** Tháng thứ 19. **C.** Tháng thứ 31. **D.** Tháng thứ 37.

Câu 329. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi số tiền lần đặt trước. Người đó thua 10 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 11. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu tiền?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Hòa vốn. **B.** Thua 20.000đ. **C.** Thắng 20.000đ. **D.** Thua 40.000đ.

Câu 330. Để tiết kiệm năng lượng một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân theo hình thức luỹ tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30, $\cdots$. Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 433868,89 đồng. **B.** 402903,08 đồng. **C.** 402832,28 đồng. **D.** 415481,84 đồng.

Câu 331. Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu có 10^5 tế bào thì sau hai giờ sẽ phân chia được thành bao nhiêu tế bào?

A. $2^7.10^5$ tế bào. **B.** $2^6.10^5$ tế bào. **C.** $2^5.10^5$ tế bào. **D.** 2^6 tế bào.

Câu 332. Tế bào vi rút X trong điều kiện môi trường thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Giả sử ban đầu có 1000 tế bào. Hỏi sau khoảng 2 giờ thì sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. 32000. **B.** 64000. **C.** 128000. **D.** 16000.

Câu 333. Có một số lượng vi khuẩn đang phát triển ở góc bồn rửa chén trong nhà bếp của bạn. Bạn sử dụng một chất tẩy bồn rửa chén và đã có 99% vi khuẩn bị tiêu diệt. Giả sử, cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi. Để số lượng vi khuẩn phục hồi như cũ thì cần ít nhất bao nhiêu phút (tính gần đúng)?

A. 80 phút. **B.** 100 phút. **C.** 120 phút. **D.** 133 phút.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 334. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\dfrac{1}{2}; u_2 = -\dfrac{2}{3}; u_3 = -\dfrac{3}{4}; u_4 = -\dfrac{4}{5}; u_5 = -\dfrac{5}{6}$.		
b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\dfrac{10}{11}; -\dfrac{100}{101}$.		
c) $-\dfrac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n).		
d) $-\dfrac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n).		

Câu 335. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1.		
b) Số hạng $u_2 = \dfrac{5}{4}; u_3 = \dfrac{7}{5}$.		
c) $u_4 > u_5$.		
d) Số $\dfrac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n).		

Câu 336. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \dfrac{1}{1\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + \dfrac{1}{5\cdot 7} + \cdots + \dfrac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ 2 021 là $\dfrac{2\,021}{4\,040}$.		
b) Số hạng thứ 2 022 là $\dfrac{2\,022}{4\,043}$.		
c) Số hạng thứ 2 023 là $\dfrac{2\,023}{4\,047}$.		
d) Tổng các số hạng thứ 2 021; 2 022; 2 023 và 2 024 nhỏ hơn 2.		

Câu 337. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \dfrac{1}{n}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $u_3 = \dfrac{2}{3}$.		
b) $u_7 - u_8 = \dfrac{1}{56}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{1}{n(n+1)}$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Câu 338. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{n}{4^n}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $u_n < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.		
b) Ta có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Ta có $u_{2024} < u_{2023}$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Câu 339. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$.		
b) $\dfrac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_{n+1} < u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.		
d) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.		

Câu 340. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \dfrac{1}{n}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $u_{n+1} > u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.		
b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		

Phát biểu	Đ	S
c) $u_n \geq 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.		
d) Dãy số đã cho bị chặn dưới.		

Câu 341. Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: -1; 2; 5; 8; 11; 14; 17.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số đã cho không phải là cấp số cộng.		
b) Số hạng $u_1 = -1$.		
c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$.		
d) Tổng tất cả các số hạng của dãy số bằng 56.		

Câu 342. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \dfrac{3}{2}$, công sai $d = \dfrac{1}{2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức của số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$.		
b) 5 là số hạng thứ tám của cấp số cộng đã cho.		
c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.		
d) Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng 2 620.		

Câu 343. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$.

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng đã cho bằng 7.		
b) Số hạng $u_{85} = 501$.		
c) Số hạng $u_{10} = 52$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21\,165$.		

Câu 344. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150.

Phát biểu	Đ	S
a) Công sai của cấp số cộng bằng 6.		
b) Số hạng $u_{85} = 341$.		
c) Số hạng $u_{10} = 42$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14\,705$.		

Câu 345. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} lần lượt là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số cộng đã cho bằng 2.		
b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3.		
c) Số hạng $u_{15} = 58$.		
d) Tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350.		

Câu 346. Cho cấp số cộng (u_n). Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 5$.		
b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Công sai của cấp số cộng bằng 3.		
d) Số hạng $u_{11} = 25$.		

Câu 347. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng thứ nhất của cấp số cộng đã cho $u_1 = 25$.		
b) Công sai của cấp số cộng đã cho $d = -3$.		
c) Số hạng $u_{10} = -11$.		
d) Số hạng $u_{2024} = -8\,067$.		

Câu 348. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $u_{11} = -65$.		
b) $u_5 + u_7 = -50$.		
c) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng.		
d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng.		

Câu 349. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 21$.		
b) Công sai của cấp số cộng bằng -2.		
c) Số hạng $u_{11} = -9$.		
d) Số -6048 là số hạng thứ 2024.		

Câu 350. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4$, $u_4 = 9$. Khi đó:

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu $u_1 = -\dfrac{8}{3}$.		
b) Số hạng $u_5 = \dfrac{27}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $-\dfrac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8.		
d) Cấp số nhân có công bội $q = -\dfrac{3}{2}$.		

Câu 351. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 + u_5 = 51$; $u_2 + u_6 = 102$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 3$.		
b) Số hạng $u_4 = 48$.		
c) Số 12 288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n).		
d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là 765.		

Câu 352. Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4 = \dfrac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 2$; $u_2 = \dfrac{2}{3}$.		
b) $u_5 - u_3 = -\dfrac{16}{81}$.		
c) Số $\dfrac{2}{6\,561}$ là số hạng thứ 8 của cấp số nhân.		
d) Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.		

Câu 353. Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 2$.		
b) Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số q; 1; 3 tạo thành một cấp số cộng.		
c) Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân.		
d) Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $5\,230\,176\,602$.		

Câu 354. Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số đo góc nhỏ nhất bằng $24°$.		
b) Số đo góc lớn nhất bằng $196°$.		
c) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng $220°$.		
d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng $168°$.		

Câu 355. Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng $u_1 = 90$.		
b) Công bội của cấp số nhân bằng 2.		
c) Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân.		
d) Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\dfrac{3\,069}{16}$.		

Câu 356. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9.		
b) Công bội của cấp số nhân $q = 3$.		
c) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4 599.		
d) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 357. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+1}{n^2}$. Hãy tính số hạng thứ 6 của dãy số (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*). KQ:

Câu 358. Cho dãy số (u_n) : $-3; -1; 1; 3; 5; \ldots$ Một hệ thức truy hồi xác định dãy số đã cho có dạng $\begin{cases} u_1 = -b \\ u_{n+1} = a \cdot u_n + 2. \end{cases}$ với $n \geq 1$ và a; b là các số tự nhiên. Tính $T = a + b$. KQ:

Câu 359. Số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n, \ \forall n \geq 1 \end{cases}$ có dạng $u_n = a^n$, với a là số tự nhiên. Xác định giá trị của a. KQ:

Câu 360. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-20; 20]$ để dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{mn+1}{n+1}$ là dãy số tăng? KQ:

Câu 361. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng (u_n) biết rằng $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. KQ:

Câu 362. Trong một khán phòng có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước đó 4 ghế, hỏi khán phòng đó có tất cả bao nhiêu ghế? KQ:

Câu 363. Cho bốn số thực tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tìm tích của bốn số đó. KQ:

Câu 364. Cho cấp số cộng có số hạng tổng quát $u_n = 5n - 7$, biết tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = 817$. Tìm n. KQ:

Câu 365. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tìm u_9. KQ:

Câu 366. Giải phương trình $2 + 7 + 12 + \cdots + x = 245$. KQ:

Câu 367. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng $x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$. KQ:

Câu 368. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tính tổng số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó. KQ:

Câu 369. Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102. \end{cases}$ KQ:

Câu 370. Biết $(u_1; q)$ là cặp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) : $\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43 \end{cases}$. Có bao nhiêu cặp $(u_1; q)$ thỏa cấp số nhân đã cho? KQ:

Câu 371. Biết $(u_1; q)$ là cặp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n): $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26. \end{cases}$ Có bao nhiêu cặp $(u_1; q)$ có công bội là số nguyên thỏa cấp số nhân đã cho? KQ:

Câu 372. Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases}$. KQ:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 373. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5$, $u_5 = 405$ và tổng $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 1\,820$. Tìm n.

KQ:

Câu 374. Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

KQ:

Câu 375. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $15u_1 - 4u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân đã cho.

KQ:

Câu 376. Biết một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39 366. Tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân có dạng $500a + b$, với a, b là các số tự nhiên. Tính $S = a + b$.

KQ:

Câu 377. Kết quả của tổng sau theo n:

$$S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \cdots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$$

có dạng $-1 + \dfrac{a^{n+1}}{3} - \dfrac{1}{3 \cdot a^n} + \dfrac{a}{2}n$ với a là số tự nhiên, tính a.

KQ:

Câu 378. Kết quả của tổng $S_n = 8 + 88 + 888 + \ldots + \underbrace{88\ldots8}_{n \text{ chữ số } 8}$ theo n có dạng $\dfrac{a(10^n - b)}{81} - \dfrac{8}{9}n$, với a; b là các số tự nhiên. Giá trị của $P = a - 30b$ bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 379. Tổng ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng là 21. Nếu lấy số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành một cấp số nhân. Tính tích ba số đó biết số hạng đầu có giá trị nhỏ hơn 4.

KQ:

Câu 380. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2\left(m^2 + 6m\right)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân.

KQ:

Câu 381. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \dfrac{2}{3}$. Số $\dfrac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân này?

KQ:

Câu 382. Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$ (trong đó S_2, S_3 theo thứ tự là tổng của hai và ba số hạng đầu của cấp số nhân). Tổng của năm số hạng đầu của cấp số nhân có công bội dương có giá trị bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 383. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để các số $2x - 1$; x; $2x + 1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?

KQ:

Câu 384. Cho các số $x + 6y$, $5x + 2y$, $8x + y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1$, $y + 2$, $x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

KQ:

Câu 385. Kết quả của tổng $S = 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \cdots + 79 \cdot 5^{78}$ được viết dưới dạng $a + \dfrac{315}{16} \cdot 5^b$ ($b \in \mathbb{N}$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $P = a + \dfrac{b}{16}$.

KQ:

Câu 386. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

KQ:

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 387. Một cấp số nhân hữu hạn có công bội $q=-3$, số hạng thứ ba bằng 27 và số hạng cuối bằng 1 594 323. Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng? KQ: | | | | |

Câu 388. Cho các số nguyên x và y thỏa mãn $5x-y$, $2x+3y$, $x+2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời $(y+1)^2$, $xy+1$, $(x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng giá trị x và y.

KQ: | | | | |

Câu 389. Cho tam giác ABC cân tại A. Biết rằng độ dài cạnh BC, trung tuyến AM và độ dài cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội q. Có bao nhiêu giá trị công bội q nguyên của cấp số nhân đó? KQ: | | | | |

Câu 390. Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng 21. Nếu thêm 2, 3, 9 lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Có bao nhiêu bộ 3 số thỏa các điều kiện trên?

KQ: | | | | |

Câu 391. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_{n+1}=\dfrac{n+1}{3n}\cdot u_n$. Tổng $S=u_1+\dfrac{u_2}{2}+\dfrac{u_3}{3}+\cdots+\dfrac{u_{10}}{10}$ có giá trị bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

KQ: | | | | |

Câu 392. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng. Nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tính tích 3 số đó?

KQ: | | | | |

Câu 393. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thì phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân? KQ: | | | | |

Câu 394. Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh bởi rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè. Ngôi nhà có chiều dài, chiều rộng là 6,8 m, chiều cao là 2,72 m. Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu hình hộp chữ nhật cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch nâu hình hộp chữ nhật là 0,2 m − 0,08 m − 1 m. Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà. KQ: | | | | |

Câu 395. Theo báo cáo của Chính phủ, dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỉ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là 1,33% thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu người? (*Đơn vị* triệu người, *làm tròn đến hàng đơn vị*) KQ: | | | | |

Câu 396. Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7 314 ngày (khoảng 20 năm) có dạng $\approx a{,}22\cdot 10^{-b}$ với a; b là các số tự nhiên. Tính $S=b-2a$.

KQ: | | | | |

Câu 397. Ông Minh gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng, lãi suất 7%/năm. Giả sử trong khoảng thời gian gửi tiền, ông Minh không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Sau 10 năm, tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà ông nhận được là $\approx \overline{a9b7c5000}$ với a; b; c là các số tự nhiên và đơn vị: đồng, kết quả gần đúng đến hàng nghìn. Tính $S=a+b+c$. KQ: | | | | |

Câu 398. Bạn Lan thả quả bóng cao su từ độ cao 12 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng với độ cao bằng $\dfrac{2}{3}$ độ cao trước đó. Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

11 TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11

Chương 3

GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 3

§1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Giới hạn hữu hạn của dãy số

a) Giới hạn **0** của dãy số.

Định nghĩa 12 Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ nhỏ hơn một số dương bất kì cho trước, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ hay $u_n \to 0$ khi $n \to +\infty$. Ta còn viết $\lim u_n = 0$.

Định lí 3 **Một số giới hạn cơ bản**

a) $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

b) $\lim q^n = 0$, $q \in \mathbb{R}$: $|q| < 1$.

b) Giới hạn hữu hạn của dãy số.

Định nghĩa 13 Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn hữu hạn** là số a (hay u_n dần tới a) khi n dần tới dương vô cực, nếu $\lim (u_n - a) = 0$. Khi đó, ta viết $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ hay $\lim u_n = a$ hay $u_n \to a$ khi $n \to +\infty$.

⚠ *Nếu $u_n = c$, (c là hằng số) thì* $\lim u_n = \lim c = c$.

2 Các phép toán về giới hạn hữu hạn của dãy số

Tính chất 1 Cho $\lim u_n = a$, $\lim v_n = b$ và c là hằng số. Khi đó

- $\lim (u_n + v_n) = a + b$.
- $\lim (u_n - v_n) = a - b$.
- $\lim (c \cdot u_n) = c \cdot a$.
- $\lim (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$.
- $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = \dfrac{a}{b}$ $(b \neq 0)$.
- Nếu $u_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

3 Một vài giới hạn đặc biệt

Với C là hằng số và $k \in \mathbb{Z}^+$, ta có

a) $\lim C = C$

b) $\lim \dfrac{C}{n} = 0$

c) $\lim \dfrac{C}{n^k} = 0$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

d) $\lim n^k = +\infty$ e) $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$ f) $\lim \sqrt{\dfrac{1}{n^k}} = 0$

g) $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$ h) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$ i) $\lim \sqrt{n} = +\infty$

4 Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

Định nghĩa 14 Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q thoả mãn $|q| < 1$ được gọi là **cấp số nhân lùi vô hạn**.
Cấp số nhân lùi vô hạn này có tổng là $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots = \dfrac{u_1}{1-q}$.

5 Giới hạn vô cực

Định nghĩa 15

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim u_n = +\infty$ hay $u_n \to +\infty$ khi $n \to +\infty$.
- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là $-\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu $\lim (-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim u_n = -\infty$ hay $u_n \to -\infty$ khi $n \to +\infty$.

⚠
- $\lim u_n = +\infty$ *khi và chỉ khi* $\lim (-u_n) = -\infty$.
- *Nếu* $\lim u_n = +\infty$ *hoặc* $\lim u_n = -\infty$ *thì* $\lim \dfrac{1}{u_n} = 0$.
- *Nếu* $\lim u_n = 0$ *và* $u_n > 0$ *với mọi* n *thì* $\lim \dfrac{1}{u_n} = +\infty$.
- $\lim n^k = +\infty$, $(k \in \mathbb{N}, k \geq 1)$.
- $\lim q^n = +\infty$, $(q > 1)$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Chứng minh dãy số có giới hạn

Để chứng minh $\lim u_n = 0$ ta chứng minh với mỗi số $a > 0$ nhỏ tùy ý luôn tồn tại một số n_0 sao cho $|u_n| < a$, $\forall n > n_0$.

Bài 1. Chứng minh rằng:

a) $\lim \dfrac{1}{n^2+1} = 0$. b) $\lim \dfrac{\sin^2 n}{n+2} = 0$.

c) $\lim \left(\dfrac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \dfrac{1}{3^{n+1}} \right) = 0$. d) $\lim \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+2} = 0$.

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-0{,}97)^n$. Tính $\lim u_n$.

Bài 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n + 2\sin(n+1)}{n\sqrt[3]{n} + 2\sqrt[3]{n}}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$. Tính $\lim u_n$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{-2n^3+3n^2+4}{n^4+4n^3+n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 6. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{(-1)^n \cdot 2^{5n+1}}{3^{5n+2}}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{(-5)^n+4^n}{(-7)^{n+1}+4^{n+1}}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n+\sqrt{n^2+1}}{n \cdot 3^n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{\sqrt{4n^2+1}-2n}{\sqrt{n^2+4n+1}-n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 11. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1+2+3+4+\cdots+n}{(1+3+3^2+3^3+\cdots+3^n)\cdot(n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \cdots + \dfrac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Tính $\lim (u_n - 1)$.

Bài 13. Dùng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{(-1)^n}{3n+2}$.

Bài 14. Dùng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{\sqrt[n]{n!}}{\sqrt{n^3+2n}}$.

Bài 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n\sqrt{n}+1}{n^2+2\sqrt{n}-3}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 16. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{5}{6}\cdots\dfrac{2n-1}{2n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 17. Dùng định nghĩa dãy số có giới hạn 0 tìm $\lim u_n$ với $u_n = \dfrac{1+\cos n^3}{2n+3}$.

Bài 18. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n+\sqrt{n^2+1}}{n.3^n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 19. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots2n}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 20. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{2^n}, (n \in \mathbb{N}^*). \end{cases}$

Bài 21. Tính các giới hạn sau:

a) $A = \lim \dfrac{2n+1}{n+2}$.

b) $B = \lim \dfrac{2n+1}{n^2+2}$.

c) $C = \lim \dfrac{(n+4)^6+1}{(2n^2-n)^3-4}$.

d) $D = \lim \dfrac{(3n+2)(n-1)^2}{(5n-3)(2n+3)^3}$.

Bài 22. Tính các giới hạn sau:

a) $A = \lim \dfrac{6n^3-2n+3}{2n^3-3n^2-5n+1}$

b) $B = \lim \dfrac{-2n^2+n+2}{3n^4+5}$

c) $C = \lim \dfrac{4n^5-3n^4-2n^3+7n-9}{-5n(3n^2-2n+1)(5-2n^2)}$

d) $D = \lim \dfrac{(2n^4+3n^2-5n+1)(2n+3)}{(3n^3+2)(1-n)^2(5n+7)}$

e) $E = \lim \dfrac{(2n+1)(n-3)+3n^2}{-3n^3+2n+7}$

f) $F = \lim \dfrac{(-n^3+3n^2-9n+8)(2n-3)^{97}}{(3n^3+2)^5(2n^{85}+11n^{70}-4n^{30}+5)}$

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

DẠNG 2 Tìm giới hạn của dãy số có chứa căn

Rút lũy thừa bậc cao nhất của tử và mẫu và làm tương tự dạng 1 với lưu ý

$$\lim\sqrt{n^2}=\lim|n|=\lim n\ (n>0 \text{ do } n\to+\infty).$$

Bài 23. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{n}+1}$.

b) $\lim\dfrac{2\sqrt{n}-3n^2}{2n^2-5n+3}$.

c) $\lim\dfrac{\sqrt{9n^2-n+1}-\sqrt{n^2+5n}}{\sqrt{4n^4+2}+4n}$.

d) $\lim\dfrac{\sqrt{2n+2}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$.

e) $\lim\dfrac{\sqrt[3]{n^3+n}}{3n+2}$.

f) $\lim\dfrac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

g) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+3}-2n+1}{\sqrt{n^2+2n}+3n}$.

h) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2-n+1}-n}{\sqrt{9n^2+3n}}$.

i) $\lim\dfrac{2n+1-\sqrt{n^2+2n-4}}{3n+\sqrt{n^2+7}}$.

j) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+3}-2n+1}{n(\sqrt{n^2+3}-2n)}$.

k) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2-1}+\sqrt[3]{8n^3+2n^2-3}}{\sqrt{16n^2+4n}-\sqrt[4]{n^4+1}}$.

Bài 24. Tìm các giới hạn sau đây:

a) $A=\lim\dfrac{5n\sqrt{2n^2-n}}{1+5n-3n^2}$

b) $B=\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+n}-7n}{3n^2-1}$

c) $C=\lim\dfrac{\sqrt{9n+4}}{3\sqrt{n}-7}$

d) $D=\lim\dfrac{5n+2-\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt{9n^2+7n-2}}$

e) $E=\lim\dfrac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{3n+1}}$

f) $F=\lim\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{3n^2+2}}$

DẠNG 3 Nhân với một lượng liên hợp

- $a^2-b^2=(a+b)(a-b)\Rightarrow\begin{cases}a-b=\dfrac{a^2-b^2}{a+b}\\ a+b=\dfrac{a^2-b^2}{a-b}.\end{cases}$
- $a-b=\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$ và $a+b=\dfrac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$.
- $\sqrt[3]{a}-b=\dfrac{\left(\sqrt[3]{a}-b\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2\right]}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2}=\dfrac{a-b^3}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2}$.
- $\sqrt[3]{a}+b=\dfrac{\left(\sqrt[3]{a}+b\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2\right]}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2}=\dfrac{a+b^3}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot b+b^2}$.
- $a-\sqrt[3]{b}=\dfrac{\left(a-\sqrt[3]{b}\right)\left[a^2+a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{a^2+a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}=\dfrac{a^3-b}{a^2+a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}$.
- $a+\sqrt[3]{b}=\dfrac{\left(a+\sqrt[3]{b}\right)\left[a^2-a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{a^2-a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}=\dfrac{a^3+b}{a^2-a\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$$\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}=\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}=\frac{a-b}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}.$$

$$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}=\frac{a+b}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}.$$

Bài 25. Tính các giới hạn sau:

a) $A=\lim\left(5n-\sqrt{25n^2-3n+5}\right)$.

b) $B=\lim\left(\sqrt{4n^2+n}-2n\right)$.

c) $C=\lim\left(\sqrt{n^2+2n-3}-\sqrt{n^2+7}\right)$.

d) $D=\lim\left(\sqrt{3n^2+2n-11}-\sqrt{3n^2-9}\right)$.

e) $E=\lim\left(\sqrt{n^2+3n+5}-n\right)$.

f) $F=\lim\left(\sqrt{9n^2+3n-4}-3n+2\right)$.

Bài 26. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2}-n\right)$.

b) $\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+4n^2+2}-2n+3\right)$.

c) $\lim\left(n+\sqrt[3]{4n^2-n^3}\right)$.

d) $\lim\left(\sqrt{4n^2+3n+7}-\sqrt[3]{8n^3+5n^2+1}\right)$.

e) $\lim\left(\sqrt{n^4+n^2+1}-\sqrt[3]{n^6+1}\right)$.

Bài 27. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+n}-n}{\sqrt{4n^2+3n}-2n}$.

b) $\lim\dfrac{2n-\sqrt{4n^2+n}}{n+\sqrt[3]{4n^2-n^3}}$.

Bài 28. Tính $\lim\left(2n-\sqrt{9n^2+n}+\sqrt{n^2+2n}\right)$.

Bài 29. Tính $\lim\left(\sqrt{n^2-2n}+2\sqrt[3]{n^2-8n^3}+3\sqrt{n^2+n}\right)$.

DẠNG 4 Tìm giới hạn của dãy số có chứa lũy thừa

Đặt nhân tử chung hoặc chia tử và mẫu cho a^n với cơ số a lớn nhất trong biểu thức.

Bài 30. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\left(5^n-2^n\right)$.

b) $\lim\left(3.2^{n+1}-5.3^n+7n\right)$.

c) $\lim\dfrac{9^n-3.4^n}{6.7^n+8^n}$.

d) $\lim\dfrac{1-2^n}{1+2^n}$.

e) Tìm $\lim\dfrac{4^n}{2\cdot3^n+4^n}$.

f) $\lim\dfrac{2^n+4^n}{4^n-3^n}$.

g) $\lim\dfrac{3\cdot2^n-5^n}{5\cdot4^n+6\cdot5^n}$.

h) $\lim\dfrac{3^n-2\cdot5^n}{7+3\cdot5^n}$.

i) $\lim\dfrac{4\cdot3^n+7^{n+1}}{2\cdot5^n+7^n}$.

j) $\lim\dfrac{4^{n+2}+6^{n+1}}{5^{n-1}+2\cdot6^{n+3}}$.

k) $\lim\dfrac{2^n-3^n+4\cdot5^{n+2}}{2^{n+1}+3^{n+2}+5^{n+1}}$.

l) $\lim\dfrac{2^n-3^n+5^{n+2}}{2^{n+1}+3^{n+2}+5^{n+1}}$.

m) $\lim\dfrac{2^n+3^n-4^{n+3}}{2^n-3^{n+1}+4^{n-1}}$.

n) $\lim\dfrac{(-2)^n-4\cdot5^{n+1}}{2\cdot4^n+3\cdot5^n}$.

o) $\lim\dfrac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

p) $\lim \dfrac{\left(\sqrt{5}\right)^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + \left(\sqrt{5}\right)^{n+1} - 3}$.

q) $\lim \dfrac{\pi^n + 3^n + 2^{2n}}{3\pi^n - 3^n + 2^{2n+2}}$.

r) $\lim \dfrac{\pi^{n+1} + 3^n + 2^n}{5 \cdot \pi^n - 4 \cdot 3^n + 2^{n+2}}$.

s) $\lim \dfrac{2 \cdot 5^{n+1} - 5^{n-2}}{3 \cdot 5^n + 4}$.

t) $\lim \dfrac{(-1)^n \cdot 2^{5n+1}}{3^{5n+2}}$.

u) $\lim \dfrac{2.3^{n-1} + 5.4^{n+1}}{9.4^n + 2^{n+1} + 9}$.

Bài 31. Tìm các giới hạn sau:

a) $A = \lim \dfrac{4 \cdot 3^n + 5^{n+1} + 2}{3 \cdot 2^n - 7 \cdot 5^n}$.

b) $B = \lim \dfrac{2^n - 5 \cdot 6^{n+1}}{3^n + 6^{n+1} + 1}$.

c) $C = \lim \dfrac{5 \cdot 3^n \left(4^n - 1\right) + 7^n}{3 \cdot 12^n - 9^{n+1}}$.

Bài 32. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \dfrac{3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^n}{1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^n}$.

b) $\lim \left(\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5^2} + \dfrac{1}{5^3} + \cdots + \dfrac{1}{5^n}\right)$.

c) $\lim \left(\dfrac{1}{2} + \left(-\dfrac{1}{4}\right) + \dfrac{1}{8} + \cdots + \dfrac{(-1)^{n+1}}{2^n}\right)$.

d) $\lim \dfrac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n}{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n}$.

e) $\lim \dfrac{1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{2^n}}{1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \cdots + \dfrac{1}{3^n}}$.

DẠNG 5 Dãy số (u_n) trong đó u_n là một tổng hoặc một tích của n số hạng (hoặc n thừa số)

Rút gọn u_n rồi tìm $\lim u_n$ theo định lí hoặc dùng nguyên lí định lí kẹp để suy ra $\lim u_n$.

- Cho hai dãy số (u_n) và (v_n). Nếu với $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = 0$.
- Cho 3 dãy số (x_n), (y_n), (z_n) và số thực L. Nếu $x_n \le y_n \le z_n$ và $\lim x_n = \lim z_n = L$ thì $\lim y_n = L$.

Bài 33. Tính giới hạn $\lim \left(\dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right)$.

Bài 34. Tính giới hạn $\lim \left(1 - \dfrac{1}{2^2}\right)\left(1 - \dfrac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)$.

Bài 35. Tính giới hạn $\lim \left(\dfrac{1}{\sqrt{4n^2+1}} + \dfrac{1}{\sqrt{4n^2+2}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{4n^2+n}}\right)$.

Bài 36. Tính giới hạn $\lim \dfrac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}$

Bài 37. Tính giới hạn $\lim \dfrac{3 \sin n - 4 \cos n}{2n^2 + 1}$.

Bài 38. Tính giới hạn $\lim \dfrac{\sin(n!)}{n^2 + 1}$.

Bài 39. Tính giới hạn $\lim \dfrac{(-1)^n}{n(n+1)}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 6 Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

Cấp số nhân $u(n)$ có công bội q được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn khi và chỉ khi $|q|<1$. Khi đó ta có $S=\dfrac{u_1}{1-q}$.

Bài 40. Tính tổng $S=-1+\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{10^2}+\cdots\cdots+\dfrac{(-1)^n}{10^{n-1}}+\ldots$.

Bài 41. Tính tổng

a) $S_1=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^4}+\dfrac{1}{3^6}+\ldots+\dfrac{1}{3^{2n}}+\ldots$

b) $S_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}-\dfrac{1}{2^4}+\ldots$

Bài 42. Cho số thập phân tuần hoàn $A=0{,}2121212121\ldots$. Chứng minh $A=\dfrac{7}{33}$.

Bài 43. Cho số thập phân vô hạn tuần hoàn $a=2{,}151515\ldots$ (chu kỳ 15), a được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản, trong đó m, n là các số nguyên dương. Tìm tổng $m+n$.

Bài 44. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0{,}32111\ldots$ được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $a-b$.

Bài 45. Tính tổng $T=1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\ldots+\dfrac{1}{3^n}+\ldots$

Bài 46. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,(3)$ dưới dạng phân số.

Bài 47. Chứng minh rằng $\lim n^2=+\infty$.

DẠNG 7 Giới hạn vô cực

Bài 48. Tìm các giới hạn sau đây

a) $A=\lim\left(8n^2-3n+4\right)$.

b) $B=\lim\left(2\cdot 3^n-5\cdot 4^n-7\right)$.

c) $C=\lim\dfrac{4n-3}{5n\cdot 2^n}$.

d) $D=\lim\dfrac{6n^3-2n+1}{4n^2+5}$.

e) $E=\lim\dfrac{n\sqrt{n^2+2}-3}{4n+3}$.

f) $F=\lim\dfrac{3n^2-2n+8}{(2n^2+3)\cdot 5^n}$.

Bài 49. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\left(n^4-2n^2+3\right)$.

b) $\lim\left(-2n^3+3n-1\right)$.

c) $\lim\left(-2n^2+4\right)^3$.

d) $\lim\left(2n-\sqrt{n^3+2n-2}\right)$.

e) $\lim\dfrac{2n^4-3n^3+2}{n^3+2}$.

f) $\lim\dfrac{(2n-1)\left(3n^2+2\right)^3}{-2n^5+4n^3-1}$.

g) $\lim\dfrac{3n^2-\sqrt{2n^4+3n-2}}{4n-\sqrt{3n^2+2}}$.

h) $\lim\left(n^2-n\sqrt{4n+1}\right)$.

Bài 50. Cho dãy số (u_n) xác định $u_1=0$, $u_2=1$, $u_{n+1}=2$, $u_n-u_{n-1}+2$ với mọi $n\geq 2$. Tìm giới hạn của dãy số (u_n).

DẠNG 8 Phương pháp sai phân và quy nạp tính giới hạn

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 51. $A=\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}$, $n\geq 2$, $n\in\mathbb{N}$.

Bài 52. $B=\dfrac{2^2-1}{2^2}\cdot\dfrac{3^2-1}{3^2}\ldots$, $n\geq 2$, $n\in\mathbb{N}$.

Bài 53. $C=1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+\ldots+99\cdot 100\cdot 101$.

Bài 54. $D=3\cdot 5\cdot 7+5\cdot 7\cdot 9+\ldots+(2n+1)(2n+3)(2n+5)$, $n\geq 1$, $n\in\mathbb{N}$.

Bài 55. Tính $E=1^3+2^3+\ldots+n^3$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 1$.

Bài 56. Cho $u_n=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}$. Tính limu u_n.

Bài 57. Cho $u_n=\dfrac{1}{3\cdot 5}+\dfrac{1}{5\cdot 7}+\dfrac{1}{7\cdot 9}+\ldots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

Bài 58. Tính $\lim\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{2n^2}$.

Bài 59. Tính giới hạn $\lim\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right]$.

Bài 60. Tìm giới hạn của dãy $\begin{cases}u_1=\sqrt{2}\\ u_{n+1}=\sqrt{2+u_n};\quad n\in\mathbb{N}^*.\end{cases}$

Bài 61. Tìm giới hạn của dãy $\begin{cases}u_1=3\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+\dfrac{3}{u_n}\right),\quad n\in\mathbb{N}^*.\end{cases}$

Bài 62. Tìm $\lim u_n$ biết (u_n) : $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{2}\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}\end{cases}$, $n=1,2,3,\ldots$.

Bài 63. Tìm $\lim u_n$ biết (u_n) : $\begin{cases}u_1=2\\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{2}\end{cases}$, $n=1,2,3,\ldots$.

Bài 64. Tìm $\lim\dfrac{u_n}{n^2}$ biết (u_n) : $\begin{cases}u_1=1,\ u_2=3\\ u_{n+2}=2u_{n+1}-u_n+1\end{cases}$, $n=1,2,3,\ldots$.

Bài 65. Tìm $\lim\dfrac{u_n}{3\cdot 2^n}$ biết (u_n) : $\begin{cases}u_1=1,\ u_2=6\\ u_{n+2}-3u_{n+1}+2u_n=0\end{cases}$, $n=1,2,3,\ldots$.

Bài 66. Tìm $\lim u_n$ biết (u_n) có giới hạn hữu hạn và (u_n) : $\begin{cases}u_1=1\\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n+3}{u_n+2},\ n=1,2,3,\ldots\end{cases}$

Bài 67. Tìm $\lim u_n$ biết (u_n) có giới hạn hữu hạn và (u_n) : $\begin{cases}u_1=\sqrt{2}\\ u_{n+1}=\sqrt{2+u_n},\ n=1,2,3,\ldots\end{cases}$

Bài 68. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases}u_1=1\\ u_{n+1}=\dfrac{2(2u_n+1)}{u_n+3},\ n=1,2,3,\ldots\end{cases}$ Biết dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn. Tính $\lim u_n$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 69. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$. Giả sử h là số dương bé tùy ý cho trước.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm số tự nhiên n để $|u_n| < h$;

b) Tính $\lim \dfrac{(-1)^n}{n}$.

Bài 70. Chứng minh rằng:

a) $\lim c = c$ với c là hằng số;

b) $\lim \dfrac{6n+1}{n} = 6$.

Bài 71. Chứng minh rằng $\lim \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$.

Bài 72. Xét dãy số $u_n = \dfrac{1}{n^2}$. Giải thích vì sao dãy số này có giới hạn là 0.

Bài 73. Chứng minh rằng

a) $\lim \left(\dfrac{-n^3}{n^3+1}\right) = -1$

b) $\lim \left(\dfrac{n^2+3n+2}{2n^2+n}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Bài 74. Chứng minh rằng

a) $\lim \left(\dfrac{3.3^n - \sin 3n}{3^n}\right) = 3$

b) $\lim \left(\sqrt{n^2+n} - n\right) = \dfrac{1}{2}$.

Bài 75. Chứng minh rằng

a) $\lim \dfrac{2n^2+n}{n^2+4} = 2$ b) $\lim \dfrac{6n+2}{n+5} = 6$ c) $\lim \dfrac{7^n - 2.8^n}{8^n+3^n} = -2$ d) $\lim \dfrac{2.3^n+5^n}{5^n+3^n} = 1$.

Bài 76. Chứng minh rằng

a) $\lim \left(\sqrt{4n^2+4n} - 2n\right) = 1$

b) $\lim \dfrac{\sqrt{n} + \sin^n n}{\sqrt{n}+1} = 1$

c) $\lim \dfrac{\sqrt{n^2+2n} - n}{n} = 0$

d) $\lim \left(\sqrt[3]{n^3+2n} - n\right) = 0$.

Bài 77. Chứng minh rằng

a) $\lim \dfrac{6^n \cos 3n + 5^n}{2^n + 2.7^n} = 0$

b) $\lim \dfrac{4n \sin^n 2n + \cos^n 2n}{4n^2+8n} = 0$

Bài 78. Xét dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+1}{n}$. Chứng minh rằng $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$.

Bài 79. Tính

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2+n+1}{2n^2-1}$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (n^2-2n)$.

Bài 80. Tính các giới hạn

a) $\lim \dfrac{\sqrt{n^2+2n} - 3}{n+2}$.

b) $\lim \dfrac{\sqrt{n^2+2n} - n - 1}{\sqrt{n^2+n}+n}$.

Bài 81. Tính giới hạn $\lim \dfrac{\sqrt{4n^4+2n} - 3n^2}{\sqrt{n^3+2n} - n}$.

Bài 82. Tính các giới hạn

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim \dfrac{7\cdot 5^n - 2\cdot 7^n}{5^n - 5\cdot 7^n}$. b) $\lim \dfrac{4\cdot 3^n + 7^{n+1}}{2\cdot 5^n + 7^n}$. c) $\lim \dfrac{4^{n+1} + 6^{n+2}}{5^n + 8^n}$.

Bài 83. Tính

a) $\lim \dfrac{\sin 10n + \cos 10n}{n^2+1}$. b) $\lim \dfrac{1 - \sin n\pi}{n+1}$.

Bài 84. Chứng minh các dãy số sau có giới hạn bằng 0.

a) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{2n^2+1}$. b) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{3^{n+1}}$. c) $u_n = \dfrac{\sqrt{2^n}}{3^n+1}$. d) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{3^{n+1}} + \dfrac{1}{5^{n+1}}$.

Bài 85. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)$; b) $\lim \dfrac{4n-3}{n}$; c) $\lim\left(5 + \dfrac{1}{n}\right)\left(6 - \dfrac{1}{4^n}\right)$.

Bài 86. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2+n+1}{2n^2+1}$. b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+2n} - n\right)$.

Bài 87. Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 3$. Tính

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n^2}{v_n - u_n}$; b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$.

Bài 88. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi

a) $u_n = \dfrac{n^2+1}{2n-1}$. b) $v_n = \sqrt{2n^2+1} - n$.

Bài 89. Tìm giới hạn của dãy (u_n), với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^3 + 2}. \end{cases}$

Bài 90. Tính giới hạn của dãy số sau $u_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{2n^2+4n-4}}{3n+15}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 91. Tính giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = (\sqrt{n^2-n+2} - n)$.

Bài 92. Tính giới hạn $\lim \sqrt[n]{a}$ với $a > 0$.

Bài 93. Tính các giới hạn sau

a) $u_n = \sqrt{n^2+1}$, $n \in \mathbb{N}^*$. b) $\lim\left(\sqrt{4n^2+3n+1} - 2n\right)$. c) $\lim\left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-5}\right)n$.

d) $\lim \dfrac{n^2 + \sqrt[3]{1-n^6}}{\sqrt{n^4+1} + n^2}$. e) $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{9n^2+2}}{2-n}$. f) $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1} + 2n - 1}{\sqrt{n^2+4n+1} + n}$.

g) $u_n = \sqrt{\dfrac{2n+9}{n+2}}$, $n \in \mathbb{N}^*$. h) $v_n = \sqrt{\dfrac{n^2+2n+4}{2n-3}}$, $n \geq 2$. i) $\lim\left(\sqrt{3}n - \sqrt{3n^2-2n-1}\right)$.

j) $\lim\left(\sqrt{n^2+2n} - n\right)$. k) $\lim\left(\sqrt{n^3+2n} - n^2\right)$. l) $\lim(\sqrt{n^2+3n+2} - n + 1)$.

m) $\lim(\sqrt{n^2+2n+3} - n)$. n) $\lim \dfrac{1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n+3}}$. o) $\lim(\sqrt{n^2+3n-1} - \sqrt{n+1})$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

p) $\lim \dfrac{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n+5}}{3n+3}$. q) $\lim \dfrac{\sqrt{n^3+3n^2-2n+1}}{n-1}$. r) $\lim\left(\sqrt{n^2+2n}-n-1\right)$.

s) $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1}-2n-1}{\sqrt{n^2+4n+1}-n}$. t) $\lim(\sqrt{n^2+2n+3}-1+n)$. u) $\lim(\sqrt[3]{n^3-3}-\sqrt{n^2+n-2})$.

v) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-2n}{\sqrt{n^2+1}}\right)$.

Bài 94. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$.

Bài 95. Tính giới hạn $\lim\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n}}\right)$.

Bài 96. Cho dãy số u_n thỏa: $\begin{cases}u_1=3,u_2=6\\2u_n=u_{n-1}+u_{n+1}-2;\end{cases}\forall n\in\mathbb{N}^*,\ n\geq 3$. Biết rằng u_n có duy nhất một công thức, tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n+2-\sqrt{u_n}}{n+1-\sqrt{u_n+3n-2}}$.

Bài 97. Tính giới hạn của $A=\lim\dfrac{\sqrt{1+2+\ldots+n}-n}{\sqrt[3]{1^2+2^2+\ldots+n^2}+2n}$.

Bài 98. Tính

a) $A=\lim\left[\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+\ldots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right]$.

b) $B=\lim\left[\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}\right]$.

Bài 99. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=\dfrac{2}{3}\\u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2\,(2n+1)\,u_n+1},\ \forall n\geq 1.\end{cases}$ Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy. Tính $\lim u_n$.

Bài 100. Cho dãy số (a_n) thỏa $\begin{cases}a_1=\dfrac{4}{3}\\\dfrac{(n+2)^2}{a_{n+1}}=\dfrac{n^2}{a_n}-(n+1);\end{cases}\forall n\geq 1,\ n\in\mathbb{N}$. Tìm $\lim a_n$.

Bài 101. Cho dãy số (u_n) xác định như sau: $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{3}\\u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2}-1.\end{cases}$ Tìm $\lim u_n$.

Bài 102. Cho dãy số (u_n) xác định như sau: $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+n.\end{cases}$ Tìm $\lim\dfrac{u_n}{u_{n+1}}$.

Bài 103. Cho dãy số (x_n): $\begin{cases}x_1=2017\\x_{n+1}=\dfrac{x_n^4+3}{4},\ \forall n\geq 1.\end{cases}$ Với mỗi $n\in\mathbb{N}^*$, đặt $y_n=\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{1}{x_i+1}+\dfrac{2}{x_i^2+1}\right)$. Chứng minh dãy số (y_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 104. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số

a) $1,(12)=1,121212\ldots$; b) $3,(102)=3,102102102\ldots$

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 105. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \ldots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \ldots$

Bài 106. Cho số thập phân vô hạn tuần hoàn $a = 0{,}212121\ldots$ (chu kỳ là 21). Tìm a dưới dạng phân số.

Bài 107. Tổng $S_n = 1 + 0{,}9 + (0{,}9)^2 + (0{,}9)^3 + \ldots + (0{,}9)^{n-1} + \ldots$ có kết quả bằng bao nhiêu?

Bài 108. Cho

$$\begin{aligned} S &= 1 + q + q^2 + q^3 + ..., \ |q| < 1 \\ T &= 1 + Q + Q^2 + Q^3 + ..., \ |Q| < 1 \\ E &= 1 + qQ + q^2Q^2 + q^3Q^3 + ... \end{aligned}$$

Biểu thị biểu thức E theo S, T.

Bài 109. Tìm số hạng u_1 của cấp số nhân lùi vô hạn, biết $S = 4$; $q = \frac{1}{2}$.

Bài 110. Tìm công bội của cấp số nhân lùi vô hạn, biết $S = -6$; $u_1 = -3$.

Bài 111. Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

a) So sánh $|q|$ với 1.

b) Tính $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ từ đó hãy tính $\lim S_n$.

Bài 112. Chứng minh rằng $\lim \left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^n = +\infty$.

Bài 113. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với $u_n = 3 + \frac{1}{n}; v_n = 5 - \frac{2}{n^2}$. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim u_n, \lim v_n$.

b) $\lim (u_n + v_n)$, $\lim (u_n - v_n)$, $\lim (u_n \cdot v_n)$, $\lim \frac{u_n}{v_n}$.

Bài 114. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{5n+1}{2n}$;

b) $\lim \frac{6n^2+8n+1}{5n^2+3}$;

c) $\lim \frac{\sqrt{n^2+5n+3}}{6n+2}$;

d) $\lim \left(2 - \frac{1}{3^n}\right)$;

e) $\lim \frac{3^n + 2^n}{4 \cdot 3^n}$;

f) $\lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{3^n}$.

Bài 115.

a) Tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_1 = \frac{2}{3}, q = -\frac{1}{4}$.

b) Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $1,(6)$ dưới dạng phân số.

Bài 116. Tính các giới hạn sau

a) $\lim \frac{3n^3 - 5n^2 + 1}{2n^3 + 6n^2 + 4n + 5}$.

b) $\lim \frac{n + 2n^2}{n^3 + 3n - 1}$.

c) $\lim \frac{n^7 + n^2}{n^3 + 3n - 1}$.

Bài 117. Tính các giới hạn sau

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\left(\sqrt{n^2+7}-\sqrt{n^2+5}\right)$.

b) $\lim\left(\sqrt{n^2-n+1}-n\right)$.

c) $\lim\left(\sqrt[3]{n^2-n^3}+n\right)$.

d) $\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\right]$.

Bài 118. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\dfrac{3^n-2\cdot 5^{n+1}}{2^{n+1}+5^n}$.

b) $\lim\dfrac{3^n-4\cdot 2^{n+1}-3}{3\cdot 2^n+4^n}$.

c) $\lim\dfrac{(-1)^n 2^{5n+1}}{3^{5n+2}}$.

d) $\lim\dfrac{3^n-4.2^{n+1}-3}{3.2^n+4^n}$.

Bài 119. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim(2^n+3^n)$;

b) $\lim\left[-4^n+(-2)^n\right]$.

Bài 120. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\left(\dfrac{1+3^n}{3\cdot 3^n+2^n}\right)$;

b) $\lim\left(\dfrac{4\cdot 3^n-2^n}{2\cdot 5^n+4^n}\right)$;

c) $\lim\left(\dfrac{7^n+1}{-2\cdot 3^n-3\cdot 6^n}\right)$.

Bài 121. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\dfrac{2^{3n}+3^{2n+1}}{2\cdot 9^n+4^n}$;

b) $\lim(2\cdot 3^n-4^{n+1}+7)$.

Bài 122. Tính giới hạn $\lim(2\cdot 3^n-n+1)$.

Bài 123. Tìm giới hạn $\lim\dfrac{1+\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{1}{3}\right)^n}{1+\dfrac{2}{5}+\left(\dfrac{2}{5}\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{2}{5}\right)^n}$.

Bài 124. Tìm giới hạn sau $\lim\dfrac{1+3+3^2+\cdots+3^n}{2\cdot 3^{n+1}+2^n}$.

Bài 125. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=1$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n-4}{u_n+6}, \forall n\geq 1$. Tính giới hạn $\lim\dfrac{u_n+1}{u_n+4}$.

Bài 126. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=3$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{2}, \forall n\geq 1$. Tính giới hạn $\lim u_n$.

Bài 127. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc $(0;20)$ sao cho $\lim\sqrt{3+\dfrac{an^2-1}{3+n^2}-\dfrac{1}{2^n}}$ là một số nguyên.

Bài 128. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{2n+b}{5n+3}$ trong đó b là tham số thực. Để dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn, giá trị của b bằng bao nhiêu?

Bài 129. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{4n^2+n+2}{an^2+5}$. Để dãy số đã cho có giới hạn bằng 2, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Bài 130. Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{(n^2+2n)(2n^3+1)(4n+5)}{(n^4-3n-1)(3n^2-7)}$.

Bài 131. Tính tổng $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\ldots+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}+\ldots$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 132. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2{,}222\ldots$ dưới dạng phân số.

Bài 133. Tính các giới hạn sau.

a) $\lim\dfrac{2n^2-n+3}{3n^2+2n+1}$. b) $\lim\dfrac{2n+1}{n^3+4n^2+3}$. c) $\lim\dfrac{3n^3+2n^2+n}{n^3+4}$. d) $\lim(n^2-4n+1)$.

e) $\lim\dfrac{n^2+1}{2n^4+n+1}$. f) $\lim\dfrac{2n^4+n^2-3}{3n^3-2n^2+1}$. g) $\lim\dfrac{1+3^n}{4+3^n}$. h) $\lim\dfrac{4.3^n+7^{n+1}}{2.5^n+7^n}$.

i) $\lim\dfrac{4^{n+1}+6^{n+2}}{5^n+8^n}$. j) $\lim\dfrac{2^n+5^{n+1}}{1+5^n}$. k) $\lim\dfrac{1+2.3^n-7^n}{5^n+2.7^n}$. l) $\lim\dfrac{1-2.3^n+6^n}{2^n(3^{n+1}-5)}$.

m) $\lim\dfrac{n+1}{2n+3}$. n) $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+n}-3n}{1-2n}$. o) $\lim\dfrac{n^4}{(n+1)(2+n)(n^2+1)}$.

Bài 134. Tính các giới hạn sau.

a) $\lim(\sqrt{n^2+2n}-n)$. b) $\lim(2n-\sqrt{4n^2-n+3})$. c) $\lim(\sqrt{n^2+2n}-n-1)$.

d) $\lim(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+2})$. e) $\lim(\sqrt[3]{2-n^3}+n)$. f) $\lim(\sqrt[3]{2n-n^3}+n-1)$.

g) $\lim(\sqrt{n^2-n}-n)$. h) $\lim(1+n^2-\sqrt{n^4+3n+1})$. i) $\lim\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2+4}}$.

j) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+1}-2n-1}{\sqrt{n^2+4n+1}-n}$. k) $\lim\dfrac{n^2+\sqrt[3]{1-n^6}}{\sqrt{n^4+1}-n^2}$. l) $\lim\dfrac{\sqrt{n^2-4n}-\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt{3n^2+1}-n}$.

Bài 135. Tính các giới hạn sau.

a) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+1}+2n-1}{\sqrt{n^2+4n+1}+n}$. b) $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+3}-n-4}{\sqrt{n^2+2}+n}$. c) $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+1}+2n}{\sqrt{n^2+4n+1}+n}$.

d) $\lim\dfrac{4n^2-n-1}{2n^2+3}$. e) $\lim(\sqrt{n^2+2n+4}-n)$. f) $\lim\dfrac{\sqrt{5n^2+1}+n}{1-2n^2}$.

Bài 136. Tính các giới hạn sau.

1. $\lim\dfrac{6n^3-2n+1}{n^3-2n}$. 2. $\lim\dfrac{1-n+2n^2}{5n^2+n}$. 3. $\lim\dfrac{2n^3-4n^2+3n+3}{n^3-5n+7}$.

4. $\lim\dfrac{-2n^2+n+2}{3n^4+5}$. 5. $\lim\dfrac{n^2+4n-5}{3n^3+n^2+7}$. 6. $\lim\dfrac{n^5+n^4-n-2}{4n^3+6n^2+9}$.

7. $\lim\dfrac{7n^2-3n+2}{n^2+5}$. 8. $\lim\dfrac{3n^3+2n-1}{2n^2-n}$. 9. $\lim\left(\dfrac{2n^3}{2n^2+3}+\dfrac{1-5n^2}{5n+1}\right)$.

10. $\lim\dfrac{-3n^5+7n^3-11}{n^5+n^4-3n}$. 11. $\lim\dfrac{2n^2-3}{n^6+5n^5}$. 12. $\lim\dfrac{\sqrt{2n^2-n}}{1-3n^2}$.

13. $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n+1}}{3n+2}$. 14. $\lim\dfrac{\sqrt{2n^4+3n-2}}{2n^2-n+3}$. 15. $\lim(3n^3-7n+11)$.

16. $\lim\sqrt{2n^4-n^2+n+2}$. 17. $\lim\dfrac{3^n+1}{2^n-1}$. 18. $\lim\dfrac{3^n-2.5^n}{7+3.5^n}$.

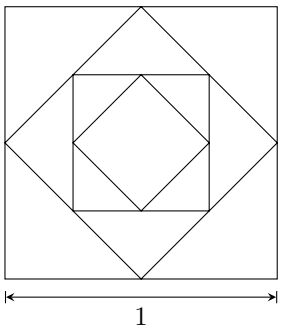
19. $\lim\dfrac{4^n-5^n}{2^n+3.5^n}$. 20. $\lim\dfrac{(-3)^n+5^n}{(-3)^{n+1}+5^{n+1}}$. 21. $\lim(\sqrt{3n-1}-\sqrt{2n-1})$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

22. $\lim(\sqrt{n^2+n+1}-n)$.
23. $\lim(\sqrt{n^2-n+3}-n)$.
24. $\lim(\sqrt{n^2-n+3}-n)$.
25. $\lim\dfrac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}$.
26. $\lim n^2(n-\sqrt{n^2+1})$.
27. $\lim\dfrac{2n+1-3n^3}{n^3+n^2}$.
28. $\lim\dfrac{3n^3-5n+2}{n^2+4}$.
29. $\lim\dfrac{3^n-4^n+1}{2.4^n+2^n}$.
30. $\lim\dfrac{(-3)^n+5^n}{(-3)^{n+1}+5^{n+1}}$.
31. $\lim(\sqrt{3n-1}-\sqrt{2n-1})$.
32. $\lim(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\sqrt{n}$.
33. $\lim(\sqrt{n^2+n+1}-n)$.
34. $\lim(\sqrt{n^2+n+2}-\sqrt{n+1})$.
35. $\lim(\sqrt{n+3}-\sqrt{n-5})$.
36. $\lim(\sqrt{n^2-n+3}-n)$.

Bài 137.

Từ hình vuông có độ dài cạnh bằng 1, người ta nối các trung điểm của cạnh hình vuông để tạo ra hình vuông mới như hình bên. Tiếp tục quá trình này đến vô hạn.

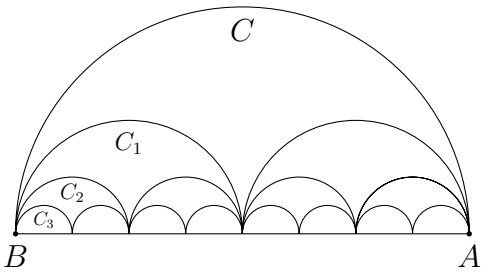


a) Tính diện tích S_n của hình vuông được tạo thành từ bước thứ n.

b) Tính tổng diện tích của tất cả các hình vuông được tạo thành.

Bài 138.

Gọi C là nửa đường tròn đường kính $AB=2R$. C_1 là đường gồm hai nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{2}$, C_2 là đường gồm bốn nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{4},\cdots$ C_n là đường gồm 2^n nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{2^n},\cdots$ Gọi p_n là độ dài của C_n, S_n là diện tích hình phẳng giới hạn bởi C_n và đoạn thẳng AB.

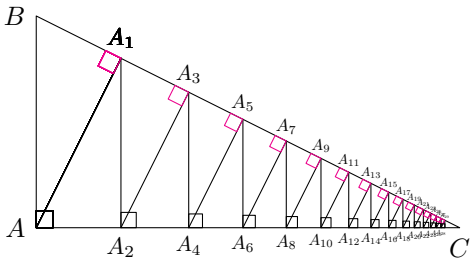


a) Tính p_n, S_n.

b) Tính giới hạn của các dãy số (p_n) và (S_n).

Bài 139.

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, có $AB=h$ và góc B bằng α (Hình vẽ bên). Từ A kẻ $AA_1\perp BC$, từ A_1 kẻ $A_1A_2\perp AC$, sau đó lại kẻ $A_2A_3\perp BC$. Tiếp tục quá trình trên, ta được đường gấp khúc vô hạn $AA_1A_2A_3\ldots$ Tính độ dài đường gấp khúc này theo h và α.



Bài 140. Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian $T=24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khỏe của con người (T được gọi là *chu kì bán rã*).

(Nguồn: Đại số và giải tích 11, NXB GD Việt Nam, 2021)

Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì thứ n.

a) Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số (u_n).

b) Chứng minh rằng (u_n) có giới hạn là 0.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

c) Từ kết quả câu b), chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn 10^{-6} g.

Bài 141. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5 . Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim (u_n v_n) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.

Câu 2. Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó $\lim (u_n v_n)$ là

A. 15. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 3. Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim (u_n - v_n)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim (u_n + 3) = 0$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 5. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thoả mãn $\lim u_n = 6$ và $\lim v_n = 2$. Giá trị của $\lim (u_n - v_n)$ bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 6. Cho hai dãy số (u_n) , (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = -4$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim (u_n \cdot v_n)$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim u_n = \dfrac{3}{2}$. Giá trị của $\lim (u_n + 4)$ bằng

A. $\dfrac{11}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** $\dfrac{13}{2}$. **D.** $\dfrac{13}{4}$.

Câu 8. Cho $\lim a_n = -3$, $\lim b_n = 5$. Khi đó $\lim (a_n - b_n)$ bằng

A. -2. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -8.

Câu 9. Nếu $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 1$ thì $\lim (u_n + v_n)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim (u_n - 2) = 0$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Cho hai dãy số (u_n), (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$, $\lim v_n = -3$. Giá trị của $\lim (u_n \cdot v_n)$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -1.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim u_n = -5$. Giá trị của $\lim (u_n - 2)$ bằng

A. 3. **B.** -7. **C.** 10. **D.** -10.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 13. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim(u_n - 3) = 0$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 14. Cho dãy số (u_n), (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 11$, $\lim v_n = 4$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 11. **D.** 15.

Câu 15. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2{,}13131313\ldots$.

A. $P = \dfrac{212}{99}$. **B.** $P = \dfrac{213}{100}$. **C.** $P = \dfrac{211}{100}$. **D.** $P = \dfrac{211}{99}$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a khi $n \to +\infty$, nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - a) = 0$.

B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 17. Cho các dãy số (u_n), (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 18. Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

- $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương. (I)
- $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$. (II)
- $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$. (III)

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \dfrac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$.
C. $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.

Câu 20. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). **B.** $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
C. $\lim \dfrac{1}{n} = 0$. **D.** $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

1 Dãy số dạng phân thức

Câu 21. Tính $L = \lim \dfrac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L = 1$. **B.** $L = 0$. **C.** $L = 3$. **D.** $L = 2$.

Câu 22. $\lim \dfrac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 23. $\lim \dfrac{1}{2n+7}$ bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 24. $\lim \dfrac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 25. Tìm $I = \lim \dfrac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 26. $\lim \dfrac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{3}{5}$. **D.** -3.

Câu 27. $\lim \dfrac{2\,018}{n}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 28. Tính giới hạn $L = \lim \dfrac{2n+1}{2+n-n^2}$.

A. $L = -\infty$. **B.** $L = -2$. **C.** $L = 1$. **D.** $L = 0$.

Câu 29. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \dfrac{n^2-2}{5n+3n^2}$. **B.** $u_n = \dfrac{n^2-2n}{5n+3n^2}$. **C.** $u_n = \dfrac{1-2n}{5n+3n^2}$. **D.** $u_n = \dfrac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Câu 30. Tính $I = \lim \dfrac{2n-3}{2n^2+3n+1}$.

A. $I = -\infty$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = +\infty$. **D.** $I = 1$.

Câu 31. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \dfrac{1}{2^2-1} + \dfrac{1}{3^2-1} + \cdots + \dfrac{1}{n^2-1}$.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 32. Tính giới hạn $\lim \left[\dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \dfrac{1}{n\,(n+1)}\right]$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 33. Tìm $L = \lim \left(\dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{1+2} + \cdots + \dfrac{1}{1+2+\cdots+n}\right)$.

A. $L = \dfrac{5}{2}$. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = 2$. **D.** $L = \dfrac{3}{2}$.

Câu 34. Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \dfrac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \cdots + \dfrac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$.
Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}+2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 35. Tính giá trị của $\lim \dfrac{\cos n + \sin n}{n^2+1}$

A. 1. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

2 Phân thức bậc tử bằng bậc mẫu

Câu 36. $\lim \dfrac{2n+1}{n-1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 37. $\lim \dfrac{2n+1}{n-1}$ bằng

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 38. $\lim \dfrac{3n+5}{2n-4}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{4}$. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 39. Tính $A = \lim\left(3+\dfrac{1}{n^2}\right)$.

A. $A=3$. **B.** $A=-\infty$. **C.** $A=+\infty$. **D.** $A=0$.

Câu 40. Tính giới hạn $J = \lim \dfrac{(n+1)(2n+3)}{n^3-2}$.

A. $J=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $J=2$. **C.** $J=0$. **D.** $J=-2$.

Câu 41. Giá trị của $\lim \dfrac{2n^2-3n+1}{n^2+2n}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 42. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng -1?

A. $\lim \dfrac{n-2\,021}{n-2\,022}$. **B.** $\lim \dfrac{n-2\,022}{2\,022n-1}$. **C.** $\lim \dfrac{2n-2\,022}{2\,022n-1}$. **D.** $\lim \dfrac{n^2-2\,022}{2\,022n-n^2}$.

Câu 43. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn bằng $\dfrac{1}{5}$?

A. $u_n=\dfrac{1-2n^2}{5n+5}$. **B.** $u_n=\dfrac{1-2n}{5n+5n^2}$. **C.** $u_n=\dfrac{n^2-2n}{5n+5n^2}$. **D.** $u_n=\dfrac{1-2n}{5n+5}$.

Câu 44. Tìm a để $\lim \dfrac{an^2-3n}{9n^2+5}=\dfrac{2}{3}$.

A. $a=4$. **B.** $a=6$. **C.** $a=8$. **D.** $a=9$.

Câu 45. Tính giới hạn $I = \lim \dfrac{(n+1)(4n-2)}{n^3+2}$.

A. $I=0$. **B.** $I=2$. **C.** $I=1$. **D.** $I=3$.

Câu 46. Tính $\lim \dfrac{1+19n}{18n+19}$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{19}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{19}{18}$.

Câu 47. Biết $\lim \dfrac{an+4}{4n+3}=-2$ tìm $2a+1$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $2a+1=-7$. **B.** $2a+1=-8$. **C.** $2a+1=-15$. **D.** $2a+1=-17$.

Câu 48. Kết quả của $I=\lim\dfrac{2n+2020}{3n+2021}$.

A. $I=\dfrac{3}{2}$. **B.** $I=\dfrac{2}{3}$. **C.** $I=\dfrac{2020}{2021}$. **D.** $I=1$.

Câu 49. Kết quả đúng của $\lim\dfrac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 50. Giá trị của $\lim\dfrac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 51. Kết quả của $\lim\dfrac{n-2}{3n+1}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 52. Tìm giới hạn $I=\lim\dfrac{3n-2}{n+3}$.

A. $I=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=3$. **D.** $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 53. Giới hạn $\lim\dfrac{1-2n}{3n+1}$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 54. Tính giới hạn $I=\lim\dfrac{2n+2\,017}{3n+2\,018}$.

A. $I=\dfrac{2}{3}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{2\,017}{2\,018}$. **D.** $I=1$.

Câu 55. $\lim\dfrac{1+19n}{18n+19}$ bằng

A. $\dfrac{19}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{18}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{19}$.

Câu 56. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\dfrac{1}{n}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$. **C.** $\dfrac{n+1}{n}$. **D.** $\dfrac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 57. $\lim\dfrac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 58. Tính giới hạn $\lim\dfrac{4n+2018}{2n+1}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 2018.

Câu 59. Tìm $\lim\dfrac{8n^5-2n^3+1}{4n^5+2n^2+1}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 4.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 60. Tính $\lim \dfrac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là

A. 2. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 61. $\lim \dfrac{2n^4-2n+2}{4n^4+2n+5}$ bằng

A. $\dfrac{2}{11}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 62. Giá trị của $\lim \dfrac{2n^2-3}{1-2n^2}$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 63. Giá trị $A = \lim \dfrac{n^2+n}{12n^2+1}$ bằng

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{24}$.

Câu 64. Tính $\lim \dfrac{5n+3}{2n+1}$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 65. $\lim \dfrac{n^3+4n-5}{3n^3+n^2+7}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 66. Tính giới hạn $\lim \dfrac{n^2-3n^3}{2n^3+5n-2}$.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 67. Tính giới hạn của $\lim \dfrac{2n-1}{3-n}$.

A. -2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 68. Tính giới hạn $I = \lim \dfrac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả

A. $I = -\dfrac{10}{3}$. **B.** $I = \dfrac{10}{3}$. **C.** $I = \dfrac{3}{10}$. **D.** $I = -\dfrac{2}{5}$.

Câu 69. $\lim \dfrac{2n+1}{n+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $+\infty$.

Câu 70. $\lim \dfrac{3n^2+1}{n^2-2}$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 71. Tính $\lim \dfrac{8n^2+3n-1}{4+5n+2n^2}$.

A. 2. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 4. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 72. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \dfrac{1}{n+1}$; $v_n = \dfrac{3}{n+3}$. Tính $\lim \dfrac{u_n}{v_n}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $+\infty$.

Câu 73. Giới hạn $\lim \dfrac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2\,019}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 74. Giá trị của $B = \lim \dfrac{4n^2 + 3n + 1}{(3n-1)^2}$ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 75. Tính $L = \lim \dfrac{n^3 + n^2 + 1}{2\,018 - 3n^3}$.

A. $\dfrac{1}{2\,018}$. **B.** -3. **C.** $+\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 76. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim \left(\dfrac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 77. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim \dfrac{an^2 + a^2 n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$. **B.** $0 < a < \dfrac{1}{2}$. **C.** $-1 < a < 0$. **D.** $1 < a < 3$.

Câu 78. Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$. Tính $a \cdot b$.

A. 192. **B.** 68. **C.** 32. **D.** 128.

Câu 79. Biết $\lim \dfrac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \dfrac{1}{2}$ với $a \neq 0$ là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -6.

Câu 80. Biết $\lim \dfrac{8n+1}{an-2} = 4$ với $a \neq 0$ là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -4. **B.** -6. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 81. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1 + 2 + 3 + \ldots + n}{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n = 0$. **B.** $\lim u_n = \dfrac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \to +\infty$. **D.** $\lim u_n = 1$.

Câu 82. Giới hạn $\lim \dfrac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 83. $\lim \dfrac{1 + 3 + 5 + \ldots + 2n + 1}{3n^2 + 4}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $+\infty$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 84. $\lim\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\ldots+\frac{n}{n^2}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 85. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n=\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\ldots+\frac{2n-1}{n^2}$ với $n\in\mathbb{N}^*$ Giá trị của $\lim u_n$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 86. Tìm $\lim\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\ldots+\frac{n}{n^2}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{n}$. **D.** 0.

Câu 87. Tính giới hạn $\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 88. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 89. $\lim\frac{(2n-1)^2(5+3n^3)}{(3n+4)^3(1-n)^2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 90. Tính $\lim\frac{(2n+1)^6}{(n+2)^4(2n-1)^2}$.

A. $\frac{1}{16}$. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 91. Dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1+2+3+\ldots+n}{1\,011n^2+1\,012}$. Khi đó $\lim(u_n+1)$ bằng

A. $\frac{2\,019}{2\,022}$. **B.** $\frac{2\,023}{2\,022}$. **C.** $\frac{2\,022}{2\,023}$. **D.** $\frac{2\,021}{2\,022}$.

3 Phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu

Câu 92. Tính $\lim(-2n^{2\,019}+3n^{2\,018}+4)$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** -2. **D.** 2 019.

Câu 93. Tính $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 81. **D.** 2.

Câu 94. Tính giới hạn $L=\lim\frac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$.

A. $L=+\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=\frac{1}{3}$. **D.** $L=-\infty$.

Câu 95. Tính giới hạn của dãy số $u_n=\frac{-2+3n-2n^3}{3n-2}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $\dfrac{-2}{3}$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 96. Tìm $\lim \dfrac{3n^4-2n+4}{4n^2+2n+3}$.

A. -1. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

4 Phân thức chứa căn

Câu 97. Giới hạn $\lim \dfrac{\sqrt{1+5+\ldots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 0.

Câu 98. $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 99. Cho $I=\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+5}+n}{4n-\sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là

A. $I=1$. **B.** $I=\dfrac{5}{3}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=\dfrac{3}{4}$.

Câu 100. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n=\dfrac{n\sqrt{1+3+5+\ldots+(2n-1)}}{2n^2+1}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 101. Tính $\lim \sqrt{\dfrac{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2}{2n\,(n+7)\,(6n+5)}}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{6}}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Câu 102. $\lim \dfrac{(2n-1)^2\,(5+3n^3)}{(3n+4)^3\,(1-n)^2}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{9}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Câu 103. Cho dãy số $u_n=n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$. Khi đó $\lim u_n$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 104. $\lim \left(\sqrt{n^2-3n+1}-n\right)$ bằng

A. -3. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 105. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\sqrt{n^2+an-3}-\sqrt{n^2+n}$, trong đó a là tham số thực. Tìm a để $\lim u_n=3$.

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 106. Giới hạn $\lim \left(\sqrt{n^2+18n}-n\right)$ bằng

A. 9. **B.** $+\infty$. **C.** 18. **D.** 0.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 107. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

A. $\lim \dfrac{3^{n+1}+2n}{5+3^n}$. **B.** $\lim \dfrac{3n^2+n}{4n^2-5}$.

C. $\lim\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+1}\right)$. **D.** $\lim \dfrac{2n^3+3}{1+2n^2}$.

Câu 108. Giới hạn $\lim \sqrt{n}\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n+3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 109. Tính giới hạn $\lim\left(n-\sqrt{n^2-4n}\right)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 110. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim\left(\sqrt{n^2-4n+7}+a-n\right)=0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 111. Tính $I=\lim\left[n\left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-1}\right)\right]$.

A. $I=+\infty$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=1{,}499$. **D.** $I=0$.

Câu 112. Tính $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 113. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{9n^2+2n-1}-\sqrt{4n^2+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 114. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{4n^2+n+1}-9n\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 115. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{4n^2+n}-\sqrt{4n^2+2}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 116. Tính giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{n^2+3n+5}-n+25\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 117. Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 118. Tính giới hạn: $\lim\dfrac{3n-\sqrt{4n^2+n+1}}{n+\sqrt{n^2-2n-2}}$.

A. -2. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 119. Tính giới hạn $\lim\dfrac{\sqrt{3n^2+1}+n}{1-2n^2}$.

A. -2. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 120. Tính giới hạn sau $L = \lim\left(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** 0.

Câu 121. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2-2} + \sqrt[3]{5n^2-8n^3}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 122. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt[3]{8n^3+3n^2+4} - 2n + 6\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{25}{4}$. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 123. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt[3]{2n-n^3} + n - 1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 124. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt[3]{n-n^3} + n + 2\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 125. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2} - n - 1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Câu 126. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt{n^4+n^2} - \sqrt[3]{n^6+1}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Câu 127. Tính giới hạn $L = \lim\left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt[3]{n^3+n^2}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{53}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 128. $\lim\left(2^n - 1\right)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 129. Giá trị đúng của $\lim\left(5^n\right)$ là

A. $+\infty$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 130. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\dfrac{4}{\mathrm{e}}\right)^n$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\dfrac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 131. $\lim_{n\to+\infty} 2^n$ bằng

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Áp dụng $\lim q^n = +\infty, \quad (|q| > 1)$.

Câu 132. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim\left(\dfrac{4}{3}\right)^n$. **D.** $\lim 2^n$.

Câu 133. $\lim\left(\dfrac{2\,018}{2\,019}\right)^n$ bằng.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 134. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $(0{,}999)^n$. **B.** $(-1)^n$. **C.** $(-1{,}0001)^n$. **D.** $(1{,}2345)^n$.

Câu 135. $\lim \dfrac{100^{n+1}+3\cdot 99^n}{10^{2n}-2\cdot 98^{n+1}}$ là

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** 0.

Câu 136. $\lim\left(3^n-4^n\right)$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 1.

Câu 137. Tính giới hạn $\lim \dfrac{3\cdot 2^{n+1}-2\cdot 3^{n+1}}{4+3^n}$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** -6.

Câu 138. Giới hạn nào có kết quả bằng 0?

A. $\lim \dfrac{1+2\cdot 2017^n}{2016^n+2018^n}$. **B.** $\lim \dfrac{1+2\cdot 2018^n}{2016^n+2017^{n+1}}$.

C. $\lim \dfrac{1+2\cdot 2018^n}{2017^n+2018^n}$. **D.** $\lim \dfrac{2\cdot 2018^{n+1}-2018}{2016^n+2018^n}$.

Câu 139. Tính $\lim \dfrac{2^n+1}{2\cdot 2^n+3}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 140. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(0;2019)$ để $\lim \sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}}\le \dfrac{1}{2187}$.

A. 2018. **B.** 2012. **C.** 2019. **D.** 2011.

Câu 141. Tính giới hạn $T=\lim\left(\sqrt{16^{n+1}+4^n}-\sqrt{16^{n+1}+3^n}\right)$.

A. $T=0$. **B.** $T=\dfrac{1}{4}$. **C.** $T=\dfrac{1}{8}$. **D.** $T=\dfrac{1}{16}$.

Câu 142. Tính tổng $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}+\cdots$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 143. Tổng $S=1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^3}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}+\cdots$ có giá trị là

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 144. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=-\dfrac{1}{2}$.

A. $S=2$. **B.** $S=\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\dfrac{2}{3}$.

Câu 145. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{4};\ldots;\dfrac{(-1)^{n+1}}{2^n};\ldots$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 146. Tính tổng $S=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{18}-\cdots+\dfrac{(-1)^{n-1}}{2\cdot 3^{n-1}}+\cdots$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $S=\dfrac{3}{4}$. **B.** $S=\dfrac{8}{3}$. **C.** $S=\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{3}{8}$.

Câu 147. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=-2$; $q=\dfrac{1}{2}$. Khi đó tổng S của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** $-\dfrac{4}{3}$. **C.** -4. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 148. Tính tổng $S=16-8+4-2+\cdots$

A. 32. **B.** $\dfrac{32}{3}$. **C.** 24. **D.** $-\dfrac{32}{3}$.

Câu 149. Cho tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn $S=1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{27}+\dfrac{1}{81}-\cdots$. Giá trị của S là

A. $S=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $S=-\dfrac{4}{3}$. **C.** $S=\dfrac{3}{4}$. **D.** $S=\dfrac{4}{3}$.

Câu 150. Tổng vô hạn sau đây $S=2+\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3^2}+\cdots+\dfrac{2}{3^n}+\cdots$ có giá trị bằng mấy?

A. 2. **B.** 4. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 3.

Câu 151. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=-\dfrac{1}{2}$.

A. $S=2$. **B.** $S=\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\dfrac{2}{3}$.

Câu 152. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3{,}15555\ldots=3{,}1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

A. $\dfrac{63}{20}$. **B.** $\dfrac{142}{45}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 153. Tổng $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2^n}+\cdots$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 154. Cho dãy số (u_n), $n\in\mathbb{N}^*$ thỏa mãn điều kiện $\begin{cases}u_1=3\\ u_{n+1}=-\dfrac{u_n}{5}\end{cases}$. Gọi $S=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 155. Cho dãy số (u_n) thoả mãn $\begin{cases}u_1=1\\ u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+4,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Tìm $\lim u_n$

A. $\lim u_n=1$. **B.** $\lim u_n=4$. **C.** $\lim u_n=12$. **D.** $\lim u_n=3$.

Câu 156. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=3$. Tìm $\lim\dfrac{n}{u_n}$

A. $L=\dfrac{1}{3}$. **B.** $L=\dfrac{1}{2}$. **C.** $L=3$. **D.** $L=2$.

Câu 157. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n=\sqrt{n+2018}-\sqrt{n+2017},\forall n\in\mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng.

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.

C. $0<u_n<\dfrac{1}{2\sqrt{2018}},\forall n\in\mathbb{N}^*$.

D. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 158. Đặt $f(n)=(n^2+n+1)^2+1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n=\dfrac{f(1).f(3).f(5)\cdots f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)\cdots f(2n)}$. Tìm $\lim n\sqrt{u_n}$

A. $\lim n\sqrt{u_n}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\lim n\sqrt{u_n}=\sqrt{3}$. **C.** $\lim n\sqrt{u_n}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\lim n\sqrt{u_n}=\sqrt{2}$.

Câu 159. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=0$ và $u_{n+1}=u_n+4n+3, \forall n\geq 1$. Biết

$$\lim \frac{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{4n}}+\sqrt{u_{4^2n}}+\cdots+\sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{2n}}+\sqrt{u_{2^2n}}+\cdots+\sqrt{u_{2^{2018}n}}}=\frac{a^{2019}+b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b<2019$. Tính giá trị $S=a+b-c$.

A. $S=-1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2017$. **D.** $S=2018$.

Câu 160. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

A. $u_n=\dfrac{(2017-n)^{2018}}{n\,(2018-n)^{2017}}$. **B.** $u_n=n\left(\sqrt{n^2+2018}-\sqrt{n^2+2016}\right)$.

C. $\begin{cases}u_1=2017\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\,(u_n+1)\,,n=1,2,3\ldots\end{cases}$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+\cdots+\dfrac{1}{n\,(n+1)}$.

Câu 161. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1=2016; u_{n-1}=n^2\,(u_{n-1}-u_n)$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*, n\geq 2$ tìm giới hạn của dãy số (u_n)

A. 1011. **B.** 1010. **C.** 1008. **D.** 1009.

Câu 162. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n=\dfrac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n=1,2,\ldots$. Tính giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_1+u_2+\cdots+u_n)$

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 163. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_1=2\\ 3\sqrt{4u_{n+1}+1}=\sqrt{4u_n+1}+4,(n\in\mathbb{N}^*)\end{cases}$. Tính $\lim u_n$

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 164. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=-2\\ u_n=3u_{n-1}-1,\forall n\geq 2\end{cases}$ khi đó $L=\lim\dfrac{u_n}{3^n}$

A. Không xác định. **B.** $L=+\infty$. **C.** $L=-\dfrac{5}{6}$. **D.** $L=0$.

Câu 165. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3,\ldots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n\geq 2$ tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S=S_1+S_2+\cdots+S_n+\cdots$?

A. $S=\dfrac{15\pi}{4}$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=\dfrac{9\pi}{2}$. **D.** $S=5\pi$.

Câu 166. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

A. $u_n=\dfrac{n\,(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}}$. **B.** $u_n=n\left(\sqrt{n^2+2020}-\sqrt{4n^2+2017}\right)$.

C. $u_n=\dfrac{2}{1.3}+\dfrac{2}{3.5}+\cdots+\dfrac{2}{(2n+1)\,(2n+3)}$. **D.** $\begin{cases}u_1=2018\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\,(u_n+1)\,,n\geq 1\end{cases}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 167. Cho dãy số (u_n) thỏa $u_1 = 1; u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết $\lim\left(u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2 - 2n\right) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 168. Với n là số tự nhiên lớn hơn 2 đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^4} + \cdots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 169. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathrm{Z}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + 2v_n)$ bằng

A. 0. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** -1. **D.** $\frac{1}{2}$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 170. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = 4n^2 - n + 3; v_n = 3n^2 + 7$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{4}{3}$.		
b) $\lim \frac{u_n}{(v_n)^2} = \frac{4}{9}$.		
c) $\lim \frac{(u_n)^2}{v_n} = \frac{16}{3}$.		
d) $\lim \frac{u_n + an^2 + 7}{v_n} = 8$ khi đó $a = 20$.		

Câu 171. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = 7^{n+1} - 3; v_n = 2 \cdot 7^n + 3^n$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{7}{2}$.		
b) $\lim \frac{u_n}{(v_n)^2} = \frac{7}{4}$.		
c) $\lim \frac{(u_n)^2}{v_n} = \frac{49}{2}$.		
d) $\lim \frac{u_n + a \cdot 7^n + 7}{v_n} = 8$ khi đó $a = 8$.		

Câu 172. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{9^n + 3^{n+2}}{6^n + 9^{n+a}}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $a = 0$ thì $\lim u_n = 1$.		
b) Khi $a = 1$ thì $\lim u_n = 9$.		
c) Khi $a = -1$ thì $\lim u_n = \frac{1}{9}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Có 2022 giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0;2024]$ để $\lim u_n \le \dfrac{1}{81}$.		

Câu 173. Cho $M=\lim\left(\sqrt{n^2+18n+1}\right)$, $N=\lim\left(\sqrt{4n^2+2n}-n\right)$, $P=\lim\left(\sqrt{n^2-3n+1}-n\right)$ và $Q=\lim\left(\sqrt{4n^2+3n}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $M=+\infty$.		
b) $N=1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $P=-\dfrac{3}{2}$.		
d) $Q=\dfrac{3}{2}$.		

Câu 174. Cho giới hạn $L=\lim\dfrac{5n^2-3an^4}{(1-a)n^4+2n+1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $a=0$ thì $L=0$.		
b) $a>2$ thì $L>0$.		
c) $a\in[0;1]$ thì $L>0$.		
d) Có 5 giá trị nguyên của $a\in[-10;10]$ để $L=\lim\dfrac{5n^2-3an^4}{(1-a)n^4+2n+1}>0$.		

Câu 175. Cho giới hạn $L=\lim\left(\sqrt{n^2+a^2n}-\sqrt{n^2+(a+2)\,n+1}\right)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $a=0$ thì $L=-1$.		
b) $a=-2$ thì $L=3$.		
c) $a=2$ thì $L=0$.		
d) Có 2 giá trị của a để $\lim\left(\sqrt{n^2+a^2n}-\sqrt{n^2+(a+2)n+1}\right)=0$.		

Câu 176. Tìm được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\cdots$, $T=1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}+\cdots$ Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\cdots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q=-\dfrac{1}{2}$.		
b) $T=1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}+\cdots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có $q=\dfrac{1}{3}$.		
c) $S>T$.		
d) $S=\dfrac{1}{T}$.		

Câu 177. Cho các giới hạn $L_1=\lim\dfrac{2^n}{3^n}=\lim f(n)$; $L_2=\lim\dfrac{3^n}{4^n}=\lim g(n)$ và $L_3=\lim\dfrac{a\cdot3^n+b\cdot2^n+c}{d\cdot3^n+e\cdot4^n}$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $L_1 = \dfrac{2}{3}$.		
b) $L_1 \neq L_2$.		
c) $L_1 \cdot L_2 = \lim [f(n) \cdot g(n)]$.		
d) Nếu $e = 0$ thì tồn tại duy nhất giá trị a sao cho $2L_3 = L_1 + 1$.		

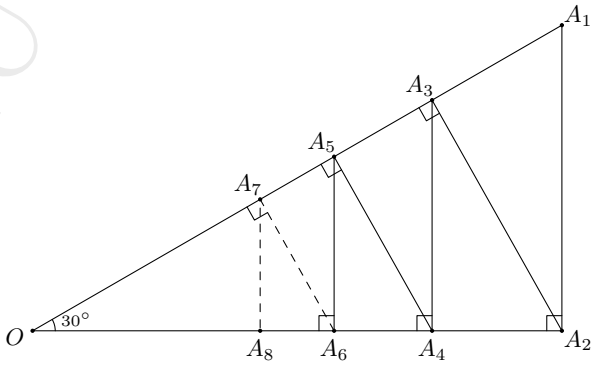
Câu 178. Cho các giới hạn $\begin{cases} L = \lim \dfrac{\sqrt{9n^2 - n + 1}}{4n - 2} = \lim f(n) \\ L' = \lim \left(\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2}\right) = \lim g(n) \\ L'' = \lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n + a\right) \end{cases}$, với tham số $a \in \mathbb{R}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $L = \dfrac{3}{4}$.		
b) $L + L' = 1$.		
c) $\lim [f(n) \cdot g(n)] = \dfrac{3}{8}$.		
d) Tồn tại duy nhất giá trị a để $L'' = \dfrac{2}{a}(L + L')$.		

Câu 179.

Cho tam giác OA_1A_2 vuông tại A_2, $A_1A_2 = a$ và $\widehat{A_1OA_2} = 30^\circ$. Hạ các đường vuông góc $A_2A_3 \perp OA_1$; $A_3A_4 \perp OA_2$; $A_4A_5 \perp OA_3$; ....

Đặt $\begin{cases} u_1 = A_1A_2; u_2 = A_2A_3; u_3 = A_3A_4; \ldots \\ S_1 = S_{OA_1A_2}; S_2 = S_{OA_2A_3}; S_3 = S_{OA_3A_4}; \ldots . \end{cases}$

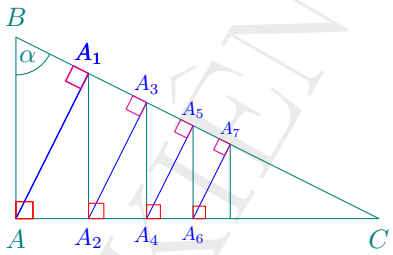


Phát biểu	Đ	S
a) $u_2 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.		
b) $S_n = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\dfrac{4}{3}\right)^{n-1}$.		
c) Tổng $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots = a\left(3 + 2\sqrt{3}\right)$.		
d) $\lim (S_1 + S_2 + S_3 + \ldots) = +\infty$.		

Câu 180.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A có $AB = h$ và góc B bằng α. Từ A kẻ $AA_1 \perp BC$, từ A_1 kẻ $A_1A_2 \perp AC$, sau đó lại kẻ $A_2A_3 \perp BC$. Tiếp tục quá trình trên, ta được đường gấp khúc vô hạn $AA_1A_2A_3\ldots$.



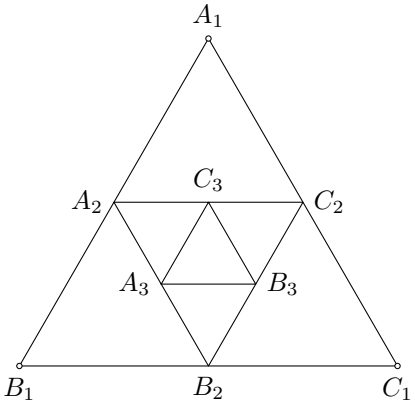
Phát biểu	Đ	S
a) $AA_1 = h\sin\alpha$.		
b) $A_{n-1}A_n = h\cos^n\alpha$.		
c) Độ dài đường gấp khúc $AA_1A_2A_3\ldots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = h\sin\alpha$ và công bội là $q = \sin\alpha$.		
d) Độ dài đường gấp khúc $AA_1A_2A_3\ldots$ bằng $\dfrac{h\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$.		

Câu 181. Cho tam giác T_1 có diện tích bằng 1. Giả sử có tam giác T_2 đồng dạng với tam giác T_1, tam giác T_3 đồng dạng với tam giác T_2, ..., tam giác T_n đồng dạng với tam giác T_{n-1} với tỉ số đồng dạng $\dfrac{1}{k}$ $(k > 1)$. Gọi diện tích các tam giác $T_1; T_2; \ldots; T_{n-1}; T_n$ lần lượt là $S_1; S_2; \ldots; S_{n-1}; S_n$.

Phát biểu	Đ	S
a) $S_2 = \dfrac{1}{k}S_1$.		
b) $S_n = \dfrac{1}{k^{2(n-1)}}$.		
c) Dãy số S_1; S_2; ... là cấp số nhân với $q = \dfrac{1}{k}$.		
d) $S_1 + S_2 + \cdots = \dfrac{k^2}{k^2-1}$.		

Câu 182.

Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác *trung bình* của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$, ... sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$.



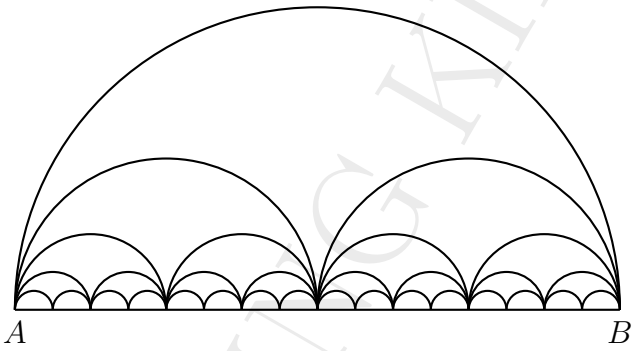
Phát biểu	Đ	S
a) $S_2 = \dfrac{3\pi}{4}$.		
b) $S_n = 3\pi \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.		
c) Dãy số $S_1; S_2; S_3; \ldots$ là một cấp số nhân có công bội $q = \dfrac{1}{2}$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots = 4\pi$.		

Câu 183.

Gọi (C) là nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$, (C_1) là đường gồm hai nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{2}$, (C_2) là đường gồm bốn nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{4}$, …, (C_n) là đường gồm 2^n nửa đường tròn đường kính $\dfrac{AB}{2^n}$. Gọi p_n là độ dài của (C_n), S_n là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_n) và đoạn thẳng AB.



Phát biểu	Đ	S
a) $p_1 = \dfrac{\pi R}{2}$.		
b) $S_1 = \dfrac{\pi R^2}{42}$.		
c) S_1; S_2; …; S_n là một cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{1}{2}$.		
d) S_n tăng khi n tăng.		

Câu 184. Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian $T = 24\,000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khoẻ của con người (T được gọi là chu kì bán rã). Biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn 10^{-6} gam.

(Nguồn: Đại số và Giải tích 11, NXB GD Việt Nam, 2021)

Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì thứ n.

Phát biểu	Đ	S
a) Dãy số u_n là một cấp số cộng.		
b) Số hạng tổng quát $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.		
c) $\lim u_n = \dfrac{1}{2}$.		
d) Sau ít nhất 31 chu kì khối lượng chất phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người.		

Câu 185. Từ độ cao 100 m, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử cứ sau mỗi lần chạm đất, quả bóng nảy lên một độ cao bằng $\dfrac{1}{4}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Gọi h_n là độ cao quả bóng đạt được ở lần nảy thứ n và S_n là tổng độ dài quãng đường đi được của quả bóng từ lúc bắt đầu thả quả bóng đến khi quả bóng chạm đất lần thứ n.

Phát biểu	Đ	S
a) Độ cao của quả bóng ở lần nảy lên thứ nhất là $h_1 = 25$ m.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Số hạng tổng quát của dãy số (h_n) là $\dfrac{100}{4n}$.		
c) Giới hạn của dãy số (h_n) bằng 0.		
d) Nếu quá trình nảy lên của quả bóng cứ tiếp tục diễn ra mãi thì tổng quãng đường quả bóng di chuyển được là $\dfrac{200}{3}$ m.		

Câu 186. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5 %.

Phát biểu	Đ	S
a) Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày đầu tiên là 150 mg.		
b) Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ hai là $150(1+0{,}05)$.		
c) Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ năm là 160 mg.		
d) Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài là $\dfrac{400}{361}$ mg.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 187. Tính giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2+1}$. KQ: | | | | |

Câu 188. Tính giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1+3+\cdots+2n+1}{3n^2+4}$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 189. Tính giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^3+2n+7}$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 190. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\dfrac{3n+2}{n+2}+a^2-4a\right)=0$. Tính tổng các phần tử của S. KQ: | | | | |

Câu 191. Tìm tất cả các giá trị của a để $\lim\dfrac{(an+1)^3(n^2+3n+5)}{(2n-1)^2(n^2+3)^2}=\dfrac{1}{2}$. KQ: | | | | |

Câu 192. Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^3}$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 193. Giả sử $\lim\dfrac{\sqrt{9n^2-4}-\sqrt[3]{n^3+n^2}}{5n+11}=\dfrac{a}{b}$ với $a, b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $T=2a-3b$.

KQ: | | | | |

Câu 194. Biết $\lim\dfrac{\sqrt{16n^4-4}-\sqrt[3]{n^6+\pi}}{an^2+\pi}=-12$ với $a\neq 0$. Biết $a=-\dfrac{m}{n}$ tối giản và $m, n\in\mathbb{N}^*$. Tính $m+n$. KQ: | | | | |

Câu 195. Biết $\lim\dfrac{\sqrt{n^4-4}-\sqrt[3]{27n^6+5}+9n+1}{an^2+n+1}=-1$ với $a\neq 0$. Tìm a. KQ: | | | | |

Câu 196. Cho dãy số (u_n) như sau $u_n=\dfrac{n}{1+n^2+n^4}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Tính giới hạn $\lim(u_1+u_2+\cdots+u_n)$.

KQ: | | | | |

Câu 197. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

KQ: | | | | |

Câu 198. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n=\dfrac{1}{2^2-1}+\dfrac{1}{3^2-1}+\cdots+\dfrac{1}{n^2-1}$. KQ: | | | | |

Câu 199. Tính giới hạn $\lim\left[\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]$. KQ: | | | | |

Câu 200. Tìm giới hạn sau $\lim\dfrac{1+2+2^2+\cdots+2^n}{1+3+3^2+\cdots+3^n}$. KQ: | | | | |

Câu 201. Cho giới hạn $\lim\dfrac{(a+2)\cdot 2^{2n-2}-3\cdot 4^n-5}{2\cdot 3^{n+3}-4^{n-1}}=2$. Tìm a. KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 202. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0;2\,023)$ để $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{5^n+9^{n+a}}} \le \dfrac{1}{2\,187}$?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 203. Có bao nhiêu số tự nhiên a sao cho $\lim\sqrt{\dfrac{9^n+3^{n+1}}{6^n+9^{n+2}}} \le \dfrac{1}{3^a}$?.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 204. Biết $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\dfrac{1}{2}$, với a là tham số. Khi đó $a-a^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 205. Tính $a+b$ biết $\lim\left(an-\sqrt{n^2+bn+2}\right)=1$.

KQ: ☐☐☐☐

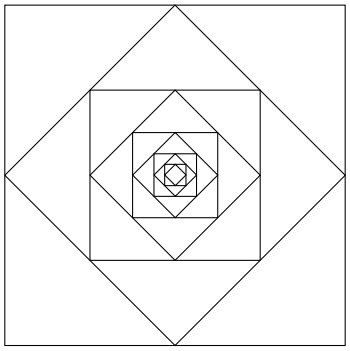
Câu 206. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a\in(0;20)$ sao cho $\lim\sqrt{3+\dfrac{an^2-1}{3+n^2}-\dfrac{1}{2^n}}$ là một số nguyên?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 207.

Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng $\sqrt{2}$, nối các trung điểm của bốn cạnh để tạo hình vuông tiếp theo. Tính tổng diện tích T của các hình vuông khi cho số hình vuông tăng lên vô hạn.

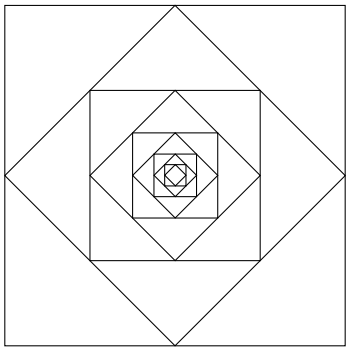
KQ: ☐☐☐☐



Câu 208.

Từ một hình vuông có cạnh bằng 1, người ta nối các trung điểm để tạo hình vuông mới. Tiếp tục quá trình đến vô hạn, tính tổng diện tích tất cả các hình vuông.

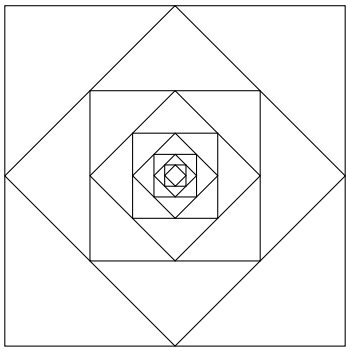
KQ: ☐☐☐☐



Câu 209.

Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng 1, nối các trung điểm của bốn cạnh để có hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh của hình vuông thứ hai để được hình vuông thứ ba. Cứ tiếp tục làm như thế, nhận được một dãy hình vuông. Kí hiệu P_n là chu vi của hình vuông thứ n và Q_n là tổng chu vi của n hình vuông đầu tiên. Tính $\lim Q_n$.

KQ: ☐☐☐☐



Câu 210. Xét dãy các tam giác đều với tam giác đầu tiên có cạnh bằng 3. Với mỗi số nguyên dương $n\ge 2$, tam giác sau là tam giác trung bình của tam giác trước. Tính tổng S của diện tích các đường

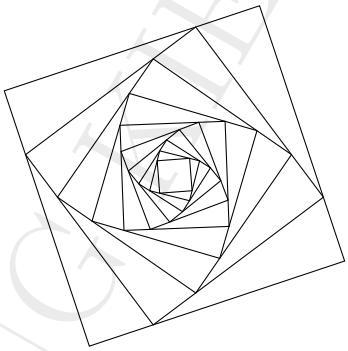
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

tròn ngoại tiếp dãy tam giác này khi $n \to \infty$. KQ: | | | | |

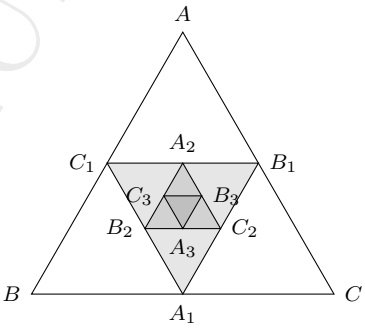
Câu 211.

Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 4. Người ta chia mỗi cạnh thành 4 phần bằng nhau và nối các điểm chia để tạo hình vuông C_2. Tiếp tục quá trình này, tính tổng diện tích của các hình vuông (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |



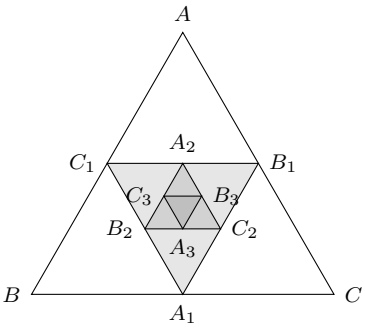
Câu 212.

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của BC, CA, AB được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích tam giác $A_nB_nC_n$. Tính S_3 (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



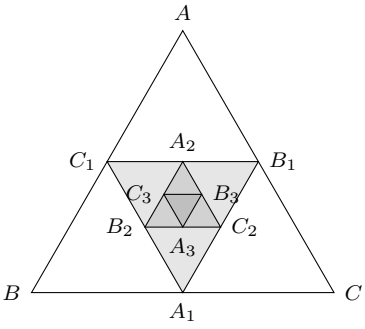
Câu 213.

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$. Thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$. Tính tổng diện tích các tam giác đều $A_nB_nC_n$ thu được (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



Câu 214.

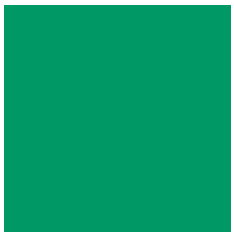
Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$. Thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$. Tính tổng các độ dài $l = AA_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_{n-1}A_n + \ldots$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

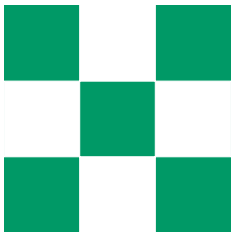


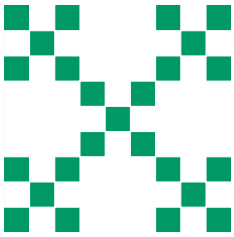
Câu 215. Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:
Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1. Tiếp tục quá trình này với mỗi hình vuông của H_1, chia thành chín phần rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2. Quá trình này tiếp diễn vô hạn ta nhận được một dãy hình H_n $(n = 1, 2, 3, ...)$. Gọi S_n là diện tích của H_n. Tính $\lim S_n$.

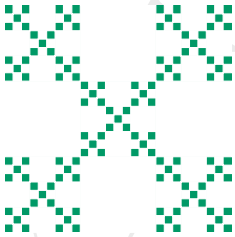
KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN


H_0
$a)$


H_1
$b)$

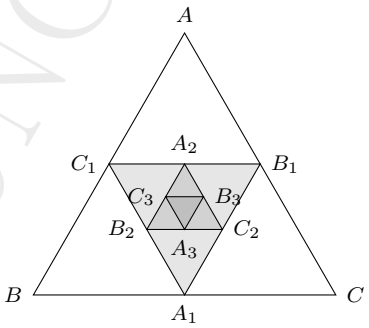

H_2
$c)$


H_3
$d)$

Câu 216.

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của BC, CA, AB được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích tam giác $A_nB_nC_n$. Tính S_3 (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

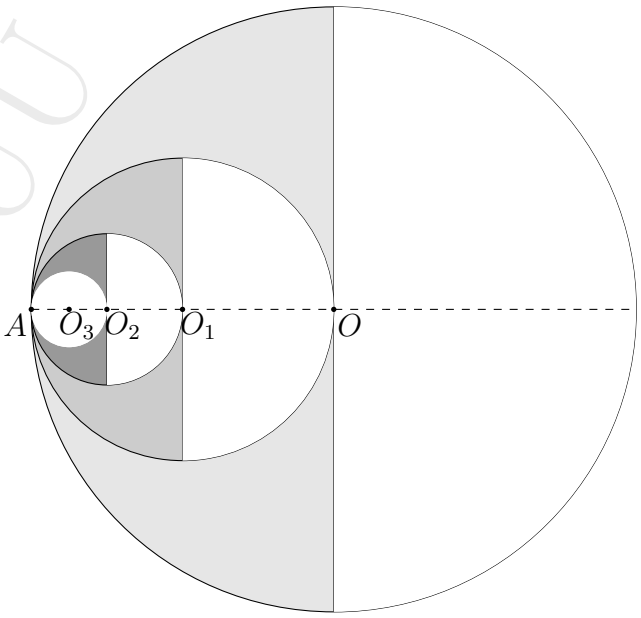
KQ: | | | | |



Câu 217.

Trong hình vẽ bên, cho đường tròn (C) tâm O, bán kính $r = 20\,\text{cm}$. Vẽ đường tròn (C_1) đi qua tâm O và tiếp xúc với (C). Đường tròn (C_1) có bán kính bằng một nửa bán kính của (C), tức là $r_1 = \dfrac{r}{2} = 10\,\text{cm}$. Tiếp tục, vẽ đường tròn (C_2) đi qua tâm của (C_1) và tiếp xúc với (C_1), với bán kính $r_2 = \dfrac{r_1}{2} = \dfrac{10}{2} = 5\,\text{cm}$. Quá trình này tiếp tục đến vô hạn, với mỗi đường tròn mới có bán kính bằng một nửa bán kính của đường tròn trước đó. Tính diện tích phần tô màu (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

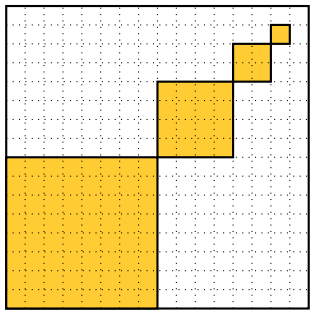
KQ: | | | | |



Câu 218.

Cho hình vuông cạnh 1. Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái. Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$ lần lượt là chu vi của các hình vuông được tô màu. Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu.

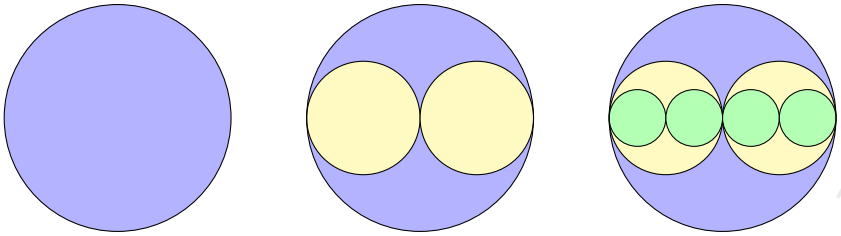
KQ: | | | | |



Câu 219. Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính $R = 10\,\text{cm}$. Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\dfrac{R}{2}$ chồng lên hình tròn đầu tiên. Tiếp tục cắt bốn hình tròn bán kính $\dfrac{R}{4}$ và chồng lên các hình trước, tiếp tục quá trình này mãi mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

KQ: | | | | |

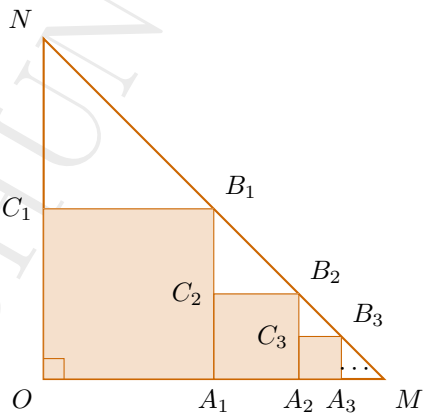


a) b) c)

Câu 220.

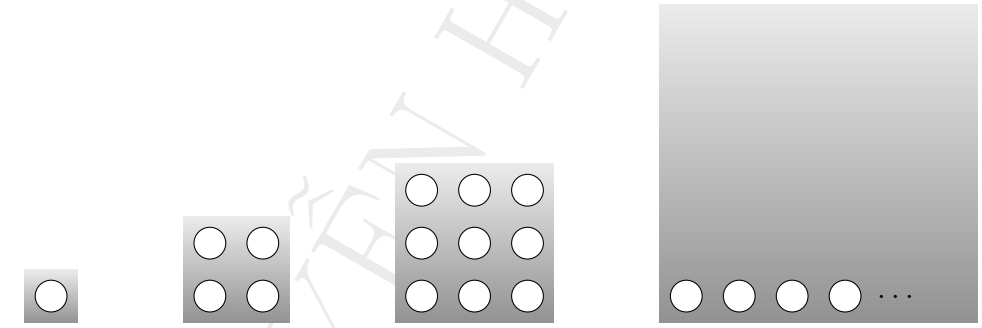
Cho tam giác OMN vuông cân tại O, $OM = ON = 1$. Trong tam giác OMN, vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM, MN, ON. Tiếp tục quá trình này, ta được một dãy các hình vuông. Tính tổng diện tích các hình vuông này. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |



Câu 221. Người ta làm lỗ thông gió của một ngôi nhà bằng cách ghép một dãy hình tròn có cùng bán kính là 3 cm. Kí hiệu u_n là tổng diện tích hình tròn ghép được ở bước thứ n. Tìm n nhỏ nhất để u_n vượt quá $9\pi\,\text{m}^2$.

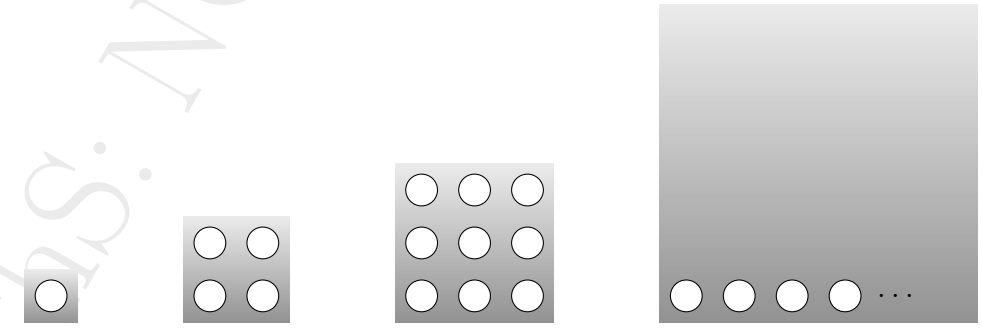
KQ: | | | | |



Bước 1 Bước 2 Bước 3 Bước ... Bước n

Câu 222. Người ta làm lỗ thông gió của một tòa nhà bằng cách ghép một dãy hình tròn có cùng bán kính là 3 cm. Kí hiệu u_n là tổng diện tích hình tròn ghép được ở bước thứ n. Tìm n nhỏ nhất để u_n vượt quá $900\pi\,\text{m}^2$.

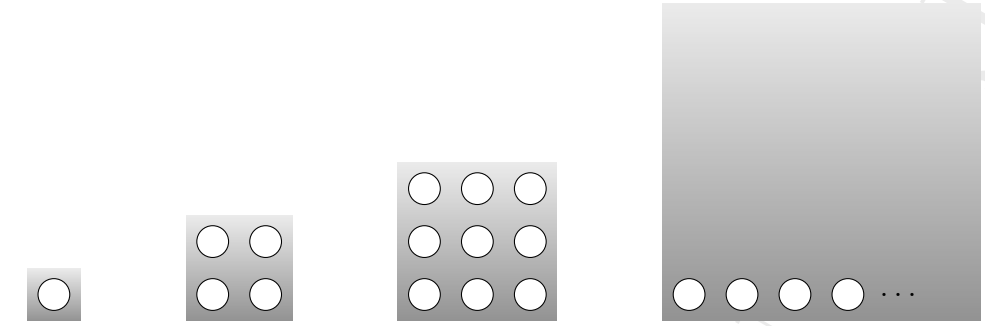
KQ: | | | | |



Bước 1 Bước 2 Bước 3 Bước ... Bước n

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 223. Người ta làm lỗ thông gió của một ngôi nhà bằng cách ghép một dãy hình tròn có cùng bán kính là 0,03 m. Kí hiệu u_n là tổng diện tích hình tròn ghép được ở bước thứ n. Tìm $u_{1\,000}$ (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: ☐☐☐☐



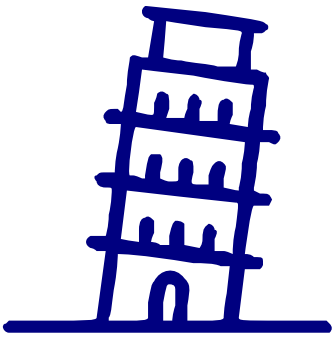
Câu 224. Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian $T = 24\,000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khoẻ của con người. Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì thứ n. Biết rằng sau một số năm nào đó khối lượng chất phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn 10^{-6} g. Tìm số chu kì bé nhất để chất phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người. KQ: ☐☐☐☐

Câu 225. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 192 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 4% lượng thuốc của ngày hôm trước. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 3. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 226. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*) KQ: ☐☐☐☐

Câu 227.

Từ độ cao 55,8 m của tháp nghiêng Pisa, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng từ lúc thả đến khi nằm yên là bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐



TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 3

§2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa 16 Giả sử $(a;b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$ hoặc trên $(a;b)\backslash\{x_0\}$. Ta nói hàm số $y=f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần đến x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì,$x_n\in(a;b)\backslash\{x_0\}$ và $x_n\to x_0$, ta có $f(x_n)\to L$.
Kí hiệu: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ hay $f(x)\to L$ khi $x\to x_0$.

Định lí 4 [Các phép toán về giới hạn hữu hạn của hàm số] Cho $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ và $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B$.

- $\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}(C)=C$ (C là hằng số).
- $\lim\limits_{x\to x_0}x^k=x_0^k$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}kf(x)=k\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=A+B$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]=A-B$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=A\cdot B$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{A}{B}$ với $B\neq 0$.
- $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt{f(x)}=\sqrt{A}$ (nếu $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in K(a,b)\setminus\{x_0\}$).

1 Giới hạn một phía

- $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=L$ và $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$;
- Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$ thì không tồn tại $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$.

Các phép toán về giới hạn hữu hạn của hàm số ở Định lí A vẫn đúng khi ta thay $x\to x_0$ bằng $x\to x_0^+$ hoặc $x\to x_0^-$.

2 Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực

- Với c là hằng số và k là số nguyên dương, ta luôn có

$$\lim_{x\to\pm\infty}c=c \text{ và } \lim_{x\to\pm\infty}\frac{c}{x^k}=0.$$

- Các phép toán trên giới hạn hàm số ở Định lí A vẫn đúng khi thay $x\to x_0$ bằng $x\to+\infty$ hoặc $x\to-\infty$.

3 Giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm

- Ta có các giới hạn thường dùng như sau:
  - $\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{1}{x-a}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{x-a}=-\infty$ ($a\in\mathbb{R}$);

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k = +\infty$ với k nguyên dương;
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn;
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k = -\infty$ với k là số lẻ.

Các phép toán trên giới hạn hàm số của Định lí A chỉ áp dụng được khi tất cả các hàm số được xét có giới hạn hữu hạn. Với giới hạn vô cực, ta có một số quy tắc sau đây.
Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = L \neq 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0^+} g(x) = +\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} g(x) = -\infty$) thì $\lim\limits_{x\to x_0^+} [f(x)\cdot g(x)]$ được tính theo quy tắc cho bởi bảng sau:

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0^+} g(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0^+} [f(x)\cdot g(x)]$
$L>0$	$+\infty$	$+\infty$
$L>0$	$-\infty$	$-\infty$
$L<0$	$+\infty$	$-\infty$
$L<0$	$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng khi thay x_0^+ thành x_0^- (hoặc $+\infty$, $-\infty$).

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Hàm số có giới hạn hữu hạn

Nếu hàm số $f(x)$ xác định trên K chứa x_0 thì $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-1}(x^2-x+7)$.
b) $\lim\limits_{x\to2}(3x^2+7x+11)$.
c) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}|x^2-4|$.
d) $\lim\limits_{x\to-1}|4x^3-2x-3|$.
e) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-3}{x^3+2}$.
f) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-x^3}{(2x-1)(x^4-3)}$.
g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^4-2x^5}{5x^4+3x^6+1}$.
h) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$.
i) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2+3}-2}$.
j) $\lim\limits_{x\to-2}\sqrt{\dfrac{x^4-4x^2+3}{7x^2+9x-1}}$.
k) $\lim\limits_{x\to3}\sqrt{\dfrac{9x^2-x}{(2x-1)(x^4-3)}}$.
l) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{3x^2-4}-\sqrt{3x-2}}{x+1}$.

Bài 2. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+\sqrt{x}-6}{4-x^2}$.
b) $B=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+2x-3}{2x^2-\sqrt{x-1}}$.
c) $C=\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos 2x}$.

DẠNG 2 Hàm số có giới hạn tại vô cực

Giới hạn hữu hạn tại vô cực

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;+\infty)$.

$$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L \Leftrightarrow \forall (x_n), x_n>a, x_n\to+\infty \Rightarrow f(x_n)\to L.$$

Định nghĩa $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=L$ *phát biểu hoàn toàn tương tự.*

Giới hạn vô cực

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;+\infty)$.

$$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Leftrightarrow \forall (x_n), x_n>a, x_n\to+\infty \Rightarrow f(x_n)\to+\infty.$$

Các định nghĩa $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ *phát biểu hoàn toàn tương tự.*

Một số giới hạn đặc biệt

— $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{c}{x^k}=0$ (với c là hằng số, k là số nguyên dương).

— $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k=+\infty$ với k nguyên dương; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k=+\infty$ với k là số chẵn; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k=-\infty$ với k là số lẻ.

— Nhận xét: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}[-f(x)]=+\infty$.

Bài 3. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2x^3+5x\right)$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x^4-2x^2+1\right)$. c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}\right)$.

Bài 4. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+3x+1)$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-2x^3-2x)$. c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+1}{x-2}$.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^3-x^2+1)$. e) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-3x^3+2x)$. f) $I=\lim\limits_{x\to+\infty}(-2x^3+4x+5)$.

Bài 5. Biết $\lim\limits_{x\to-2} f(x)=-1$. Khi đó $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{f(x)}{(x+2)^4}$ bằng bao nhiêu?

Bài 6. Biết $\lim\limits_{x\to1} f(x)=-2$. Khi đó $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{(x-1)^2}$ bằng bao nhiêu?

Bài 7. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

Bài 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-2\left(m^2-4\right)x^3\right]=-\infty$.

Bài 9. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-20;20]$ để $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+2}+mx-1\right)=-\infty$?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 3 Giới hạn một bên

- $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=L \Leftrightarrow \forall (x_n), x_0<x_n<b, \lim\limits_{n\to+\infty} x_n=x_0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} f(x_n)=L.$
- $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=L \Leftrightarrow \forall (x_n), a<x_n<x_0, \lim\limits_{n\to+\infty} x_n=x_0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} f(x_n)=L.$
- $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=L \Rightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L.$

Bài 10. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{|x-3|}{2x-6}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1^-}\sqrt{\dfrac{1-x^3}{3x^2+x}}$.

c) $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x^3-2x+3}{x^2+2x}$.

d) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+\sqrt{x}}{5x-\sqrt{x}}$.

e) $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2+4x+3}{\sqrt{x^3+x^2}}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{x^2}(x+2)}{2x^2-3x}$.

Bài 11. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$.

Bài 12. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{|x|(x+1)}{x^2+3x}$

b) $B=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-2x}{(x+1)|2-x|}$

c) $C=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{|1-x|x}{x^2-1}$

Bài 13. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\sqrt{1-x}} & \text{với } x<1\\ \sqrt{3x^2+1} & \text{với } x\ge 1\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

Bài 14. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{1-x} & \text{với } x<1\\ \sqrt{2x-2} & \text{với } x\ge 1\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$.

Bài 15. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-3 & \text{với } x\ge 2\\ x-1 & \text{với } x<2\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

Bài 16. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-2}+3 & \text{với } x\ge 2\\ ax-1 & \text{với } x<2\end{cases}$. Tìm a để tồn tại $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

Bài 17. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x>0\\ mx+m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 0\end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

Bài 18. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{1-x} & \text{với } x<1\\ \sqrt{2x-2} & \text{với } x\ge 1\end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ bằng bao nhiêu?

Bài 19. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{x} & \text{nếu } x>1\\ 5x-4 & \text{nếu } x\le 1\end{cases}$. Tìm $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 20. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x+2} & \text{nếu } x>2\\ x^2+x+1 & \text{nếu } x\le 2.\end{cases}$ Tìm $\lim\limits_{x\to 3}f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1}f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$.

DẠNG 4 Dạng vô định $\dfrac{0}{0}$

1. Nhận dạng: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=0$.

2. Phân tích tử và mẫu thành các nhân tử và giản ước

$$\lim_{x\to x_0}\frac{u(x)}{v(x)}=\lim_{x\to x_0}\frac{(x-x_0)A(x)}{(x-x_0)B(x)}=\lim_{x\to x_0}\frac{A(x)}{B(x)}$$ và tính $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{A(x)}{B(x)}$.

3. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm là x_0 thì $f(x)=(x-x_0)\cdot g(x)$.

4. Đặc biệt

- Nếu tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$, mà $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $f(x)$ được phân tích thành $f(x)=a\,(x-x_1)\,(x-x_2)$.
- Phương trình bậc ba $ax^3+bx^2+cx+d=0$ với $a\neq 0$.
  - Nếu $a+b+c+d=0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1=1$, để phân tích thành nhân tử ta dùng phép chia đa thức hoặc dùng sơ đồ Hooc - ner.
  - Nếu $a-b+c-d=0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1=-1$, để phân tích thành nhân tử ta dùng phép chia đa thức hoặc dùng sơ đồ Hooc - ner.

5. Nếu $u(x)$ và $v(x)$ có chứa dấu căn thì có thể nhân tử và mẫu với biểu thức liên hiệp, sau đó phân tích chúng thành tích để giản ước.

- $A-B$ lượng liên hợp là $A+B$.
- $A-B$ lượng liên hợp là $A+B$.
- $\sqrt{A}-B$ lượng liên hợp là $\sqrt{A}+B$.
- $\sqrt[3]{A}-B$ có liên hợp là $\sqrt[3]{A^2}+B\sqrt[3]{A}+B^2$.
- $\sqrt[3]{A}+B$ có liên hợp là $\sqrt[3]{A^2}-B\sqrt[3]{A}+B^2$.

Bài 21. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{4-x^2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^2-3x}{3x^3+10x^2-3x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-x-10}{4x^2+x-18}$.

d) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2+x-30}{2x^2-9x-5}$.

e) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-2x+4}{2x^2+5x+2}$.

f) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-3x^2-9x+2}{x^3-x+6}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(3x+1)(x^4-1)}{-3x^3+2x^2+1}$.

h) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^4-2x^2+1}{-x^4+2x+3}$.

i) $\lim\limits_{x\to 2^{2018}}\dfrac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}$.

j) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(2x^3-16)\sqrt{3x^2+4}}{4x^2-13x+10}$.

k) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(2x-1)(x+3)-4}{-2x^3+4x^2-5x+3}$.

l) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x^2-1)\sqrt{x^2+3}}{x^3+4x^2-5x}$.

Bài 22. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x+1}{1-x^2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-1}$.

c) $\lim\limits_{t\to a}\dfrac{t^4-a^4}{t-a}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

d) $\lim\limits_{y\to 1}\dfrac{y^4-1}{y^3-1}$

e) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4-x^2}{\sqrt{x+7}-3}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$.

h) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{\sqrt{x}-2}$.

i) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+4}-2}{4-\sqrt{2x^2+8}}$.

j) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[4]{x^2+12}-2}{x^2-4}$.

k) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[6]{x}-1}{x^2-1}$.

l) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$.

Bài 23. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{3x-9}$.

b) $B=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+8}-3x}$.

c) $C=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{\sqrt{2x+7}-3}$.

d) $D=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+15}-6}{x^2-1}$.

Bài 24. Tìm các giới hạn sau::

a) $A=\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{3x+4}-5}{49-x^2}$.

b) $B=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{x^2+3}}{3x^2-7x+4}$.

c) $C=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3+x-10}$.

d) $D=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x^3+3x^2-2}$.

e) $E=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{\sqrt{x^2+3x}-2}$.

f) $F=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$.

g) $G=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sqrt[3]{x+9}-2}$.

h) $H=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{4x}+\sqrt{3x+1}-4}{x^2-1}$.

i) $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}+\sqrt{x+16}-7}{x^2-3x}$.

Bài 25. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$.

b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+1}{x^3+1}$.

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

e) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x^2+\pi^{21})\sqrt[7]{1-2x}-\pi^{21}}{x}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$.

h) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$.

i) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}$.

Bài 26. Biết rằng $\lim\limits_{x\to -\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}$. Tính a.

Bài 27. Biết $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Tính giá trị của $P=a+b$.

Bài 28. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\dfrac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$.

Bài 29. Tính $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$.

Bài 30. Tính giá trị của cặp số (a,b) thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$.

Bài 31. Cho a, b là các số nguyên và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$. Tính a^2+b^2+a+b.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TSTG NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 32. Biết rằng $b>0$, $a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Tìm a, b?

Bài 33. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\dfrac{a\sqrt{2}}{b}$ với a, $b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a+b$.

Bài 34. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-ax+a-1}{x-1}=2$. Tính $M=a^2+2a$.

DẠNG 5 Dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$

- Nhận biết dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$.
  - $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty$.
  - $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to\pm\infty}u(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty}v(x)=\pm\infty$.
- Chia tử và mẫu cho x^n với n là số mũ cao nhất của biến ở mẫu (Hoặc phân tích thành tích chứa nhân tử x^n rồi giản ước)
- Nếu $u(x)$ và $v(x)$ có chứa biến x trong dấu căn thì đưa x^k ra ngoài dấu căn (với k là mũ cao nhất của biến x trong dấu căn), sau đó chia cả tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của x (thường là bậc cao nhất ở mẫu).
- Cách tính giới hạn dạng này hoàn toàn tương tự giới hạn dãy số.

Bài 35. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x-1}{2x^2+1}$;
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{7x^2-8x+1}{2x^3-3x+11}$;
c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{6x^3-2x+3}{2x^3-3x^2-5x+1}$;
d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+5x-7}{x^3-3x+3}$;
e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^4+x^2-1}{x^5+3x+9}$;
f) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^2-3x+12}{2x^3-7x^2+11}$.

Bài 36. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+6x+3}$.
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3}$.
c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$.
d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$.
e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-x+1}}{x+1}$.
f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+1}+2-x}{\sqrt{9x^2-3x}+2x}$.
g) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}$.
h) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$.
i) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$.
j) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.
k) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$.
l) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}$.
m) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}$.
n) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}$.

Bài 37. Tính các giới hạn sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^4+x^3-2x^2-3}{x-2x^4}$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4-2x^5}{5x^4+3x+2}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4-2x^5}{5x^4+3x^6+2}$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3x^4+4x^5+2}{9x^5+5x^4+4}}$.

e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+2}$.

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}-\sqrt{x+5}}{2x-7}$.

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+5)\sqrt{\dfrac{x}{x^3-1}}$.

h) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(-x^2+1)^3(1-2x)^{94}}{2x^{100}+3}$.

Bài 38. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(5x^2+2x+1)(2x-1)^2}{(3x+5)(3-2x)^3}$;

b) $B=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(1-x)(2x-1)(3x^2+4)}{2x^4-7x^3+x-1}$;

c) $C=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(1-x)(x-1)(2x+1)}{(x+2)^2(3-2x)^2}$;

d) $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(1-x)^2(x+3)}{(x-5)^2(x^2+2)}$.

Bài 39. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\sqrt{9x^2-x}}{3x+2}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2\sqrt{1-x}}{7-9x}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+\sqrt{4x^2-3x+1}}{2x-\sqrt{9x^2+2x}}$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+\sqrt{4x^2+1}}{x^2+\sqrt{x^2+2}}$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3+\sqrt{16x^2-3x}}{x^2+3x+1}$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{9x^2+1}}{2x+3}$

h) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}+\sqrt{9x^2+1}}{x+\sqrt{4x^2+2x+1}}$

i) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+\sqrt{16x^2+x+2}}{x+\sqrt{4x^2+3x}}$

Bài 40. Biết rằng $\dfrac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$ có giới hạn là $+\infty$ khi $x\to+\infty$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2-2a+4$.

Bài 41. Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm mối liên hệ giữa a và b để giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=3$.

Bài 42. Cho số thực a thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018}=\dfrac{1}{2}$. Khi đó, tính giá trị của a.

Bài 43. Tìm giá trị của tham số m để $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\dfrac{1}{2}$.

Bài 44. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}}=+\infty$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2-2a+4$.

DẠNG 6 Dạng vô định $\infty-\infty$, $0\cdot\infty$

- Nếu biểu thức chứa biến số dưới dấu căn thì nhân và chia với biểu thức liên hợp.
- Nếu biểu thức chứa nhiều phân thức thì quy đồng mẫu và đưa về cùng một biểu thức.
- Thông thường, các phép biến đổi này có thể cho ta khử ngay dạng vô định $\infty-\infty$; $0\cdot\infty$ hoặc chuyển về dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$; $\dfrac{0}{0}$.

Bài 45. Tính các giới hạn sau

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\left(\sqrt{x^2+5}-x\right)\right]$. c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)$.

d) $\lim\limits_{x\to0^-}\left[\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1}-1\right)\right]$. e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x}\sqrt{x^2+5}\right]$. f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\sqrt{x^2+5}=0$.

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+2}-x\right)$. h) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+x+1}}{x}$. i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+5}-\sqrt{x-7}\right)$.

j) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-5x}-x\right)$. k) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}\sqrt{x^2+5}=1$.

Bài 46. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(5x-\sqrt{25x^2-3x+5}\right)$ b) $B=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(5x-\sqrt{25x^2-3x+5}\right)$

c) $C=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+5x}-\sqrt{x^2-2}\right)$ d) $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2+5x-10}\right)$

e) $E=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{3x^2+7x+1}-\sqrt{3x^2-5}\right)$ f) $F=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-3-\sqrt{4x^2+4x+3}\right)$

g) $G=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+\sqrt{4x^2-x}\right)$ h) $H=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{9x^2+1}\right)$

Bài 47. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to2^-}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x^2-4}\right)$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2}-x\right)$ là

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ là d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{3x^3-1}+\sqrt{x^2+2}\right)$ là

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+4x}\right)$. f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{2x+1}\right)$.

Bài 48. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to0}\left[x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\right]$. b) $\lim\limits_{x\to0}x^2\left(\sin\pi x-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

Bài 49. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)$.

Bài 50. Tìm tất cả các giá trị của a để $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+1}+ax\right)$ là $+\infty$.

Bài 51. Biết rằng $a+b=4$ và $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{a}{1-x}-\dfrac{b}{1-x^3}\right)$ hữu hạn. Tính $L=\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{b}{1-x^3}-\dfrac{a}{1-x}\right)$.

Bài 52. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}$. Tính $S=5a$.

Bài 53. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$, tính giá trị của a.

Bài 54. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right]=0$. Tính $a-4b$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 7 Giới hạn của hàm số lượng giác (Dạng vô định $\frac{0}{0}$)

a) **Công thức lượng giác cơ bản**

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$	$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$	$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$	$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

b) **Công thức cộng**

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$	$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$
$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$	$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

c) **Công thức nhân đôi**

$\begin{aligned}\cos 2a&=\cos^2 a-\sin^2 a\\&=2\cos^2 a-1\\&=1-2\sin^2 a\end{aligned}$	$\sin 2a=2\sin a\cos a$

d) **Công thức nhân ba**

$\begin{aligned}\sin 3a&=3\sin a-4\sin^3 a\\\Rightarrow\sin^3 a&=\dfrac{3\sin a-\sin 3a}{4}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\cos 3a&=4\cos^3 a-3\cos a\\\Rightarrow\cos^3 a&=\dfrac{3\cos a+\cos 3a}{4}\end{aligned}$

e) **Công thức hạ bậc**

$\sin^2 a=\dfrac{1-\cos 2a}{2}$	$\cos^2 a=\dfrac{1+\cos 2a}{2}$

f) **Công thức biến đổi tổng thành tích**

$\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\cos a-\cos b=-2\sin\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$
$\sin a+\sin b=2\sin\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\sin a-\sin b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$

g) **Công thức biến đổi tích thành tổng**

$\cos a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$	$\sin a\cdot\sin b=-\dfrac{1}{2}\cdot[\cos(a+b)-\cos(a-b)]$
$\sin a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot[\sin(a+b)+\sin(a-b)]$	$\cos a\cdot\sin b=\dfrac{1}{2}\cdot[\sin(a+b)-\sin(a-b)]$

Bài 55. Tìm các giới hạn sau::

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

a) $A=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos 2x}$. b) $B=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{1-2\sin x}{4\cos^2 x-3}$. c) $C=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\sin 3x}{\sin x}$.

Bài 56. Tìm các giới hạn sau:

a) $A=\lim\limits_{x\to-\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x+\cos x}{\cos 2x}$; b) $B=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\sin 2x}{\cos 2x}$; c) $C=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$;

d) $D=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin 4x}{\sin x-\cos x}$; e) $E=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{1-2\cos x}{4\sin^2 x-3}$; f) $F=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 4x-\cos 2x}{\sin 5x-\sin x}$;

g) $G=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{\sin^2 x}$; h) $H=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos 2x}}{\tan^2 x}$; i) $I=\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{(1-\cos 2x)\cot x}$.

DẠNG 8 Giới hạn liên quan đến hàm ẩn

Bài 57. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-2}{x-1}=12$. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-2}{(x^2-1)\left[f(x)+1\right]}$.

Bài 58. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6}$.

Bài 59. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$.

Bài 60. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6}$.

Bài 61. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=-1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)+3}{x^2-1}=2$. Tính $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{f(x)+7}-\sqrt[3]{2f(x)+14}}{x^3+x^2}$.

Bài 62. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=4$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)+3}{x-4}=1$. Tính $L=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt[3]{f(x)+4}-1}{x-4}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 63. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x-3}(x\neq 3)$. Chứng minh rằng $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=6$.

Bài 64. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$. Chứng minh rằng $\lim\limits_{x\to -2}f(x)=-4$.

Bài 65. Cho hai hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ và $g(x)=x+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $f(x)=g(x)$; b) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}g(x)$.

Bài 66. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-1}$. Chứng tỏ rằng $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\dfrac{1}{2}$.

Bài 67. Cho $f(x)=x-1$ và $g(x)=x^3$. Tính các giới hạn sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to 1}[3f(x)-g(x)]$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{[f(x)]^2}{g(x)}$.

Bài 68. Sử dụng định nghĩa, tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -3}x^2$.

b) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x-5}$.

Bài 69. Biết rằng hàm số $f(x)$ thoả mãn $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=5$. Trong trường hợp này có tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$ hay không? Giải thích.

Bài 70. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+2x-8}{x^2+4x}$.

b) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{2x^2-5x+2}{1-2x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2+x-6}$.

d) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{1+x^3}{1-x^2}$.

Bài 71. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x+x^2+x^3}{1+x}$.

b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$.

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{|x-1|}{x^4+x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1}$.

e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+1}$.

f) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x-2}$.

g) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4-x^2}{x+1}$.

h) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}$.

i) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-6}{4-x}$.

j) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{17}{x^2+1}$.

k) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-2x^2+x-1}{3+x}$.

l) $\lim\limits_{x\to -\infty}(\sqrt{4x^2-x}+2x)$.

m) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{x^3+2x^2}$.

n) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-7x+2}{x^2-4}$.

o) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2-x}{\sqrt{x+7}-3}$.

p) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x^3+3x-4}{-x^3-x^2+1}$.

q) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1}-1\right)$.

r) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-5x^5+4x^6}{(1-x)^2}$.

Bài 72. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^2-3x+2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^3-2x^2+x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-5x^2+3x+9}{x^4-8x^2-9}$.

d) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+1}{x^3+1}$.

e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{100}-2x+1}{x^{50}-2x+1}$.

f) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x^2-x-2)^{20}}{(x^3-12x+16)^{10}}$.

Bài 73. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{2x+\sqrt{3x^2+1}}$.

b) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x-5\sqrt{x-1}}{3-\sqrt{x+4}}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[3]{12x+1}}{4x}$.

d) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{2x+9}-x-5}{\sqrt[3]{x+5}+\sqrt[3]{x+3}}$.

Bài 74. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^n-1}{x}$ với n là số nguyên dương.

Bài 75. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+ax}-1}{x}$ với $a\neq 0$.

Bài 76. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+ax}-1}{x}$ với $a\neq 0$.

Bài 77. Tính giới hạn $J=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[n]{1+ax}-1}{x}$ với $a\neq 0$, n là số nguyên và $n\geq 2$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Các giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^n-1}{x}=n$ *với* $n\in\mathbb{N}$; *và* $J=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[n]{1+ax}-1}{x}=\dfrac{a}{n}$ *với* $a\neq 0$, n *là số nguyên và* $n\geq 2$ *được gọi là các "giới hạn cơ bản".*

Bài 78. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{5-x^3}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$.

Bài 79. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-4x^2+4x-3}{x^2-3x}$.

b) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x^2+x^3}$.

d) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^{2017}+1}{x^{2018}+1}$.

Bài 80. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{3x+1}}{x^2-1}$.

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{2x-2}}{x^2-2x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}-1}$.

d) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x^2-2x}-\sqrt{2-x}}{x^2+5x+6}$.

Bài 81. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt[3]{x}\right)\cdots\left(1-\sqrt[n]{x}\right)}{(1-x)^{n-1}}$.

Bài 82. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x^2+1998)\sqrt[7]{1-2x}-1998}{x}$.

Bài 83. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{4x^2-x-5}{7x^2+5x-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4-x^2}{x+2}$.

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-4}$.

e) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$.

f) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^2-3x+2}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^3-2x^2+1}$.

h) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+1}{x^3+1}$.

i) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-5x^2+3x+9}{x^4-8x^2-9}$.

Bài 84. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{2x}$.

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-4}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{2x^3-3x^2}$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-x-2}{x^3-4x+3}$.

e) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-8x-9}{\sqrt{4-3x^2}-2x-3}$.

Bài 85. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[3]{x+1}}{3x}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{1-x+x^2}}{x^2-1}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{3x-2}-\sqrt[3]{4x^2-x-2}}{x^2-3x+2}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}+x-4}{x^2-3x+2}$.

e) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt[3]{x+4}+\sqrt[3]{4-3x}}{\sqrt{x^2+9}-\sqrt{x+21}}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{8x^3+x^2+6x+9}-\sqrt[3]{9x^2+27x+27}}{x^3}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{5-x^3}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$.

h) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{8x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-3x+2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 86. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x+1}+\sqrt{x^2+8}-5}{x^2-3x+2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x-\sqrt{x+2}-\sqrt{5x+26}}{x-2}$.

Bài 87. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x^2-x+2}+\sqrt{x+3}-3}{2x^2+5x+2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^5}-1}{1-x^4}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}-5}{x-1}$.

d) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{x}+x^2+x+1}{x+1}$.

e) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x-1}+x^4-3x^3+x^2+3}{\sqrt{2x}-2}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x}\cdot\sqrt{1+6x}-1}{x}$.

g) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}\cdot\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}$.

Bài 88. Cho $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$. Tính $I+J$.

Bài 89. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}+\sqrt{x+16}-7}{x}$.

b) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt[4]{x+9}-2}{x-7}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[5]{2x-1}-\sqrt[6]{3x-2}}{x-1}$.

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x}\sqrt[4]{1+4x}-1}{x}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt[3]{3x+1}}{x^2}$.

Bài 90. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[m]{1+\alpha x}\cdot\sqrt[n]{1+\beta x}-1}{x}$ với $\alpha\cdot\beta\neq 0$ và m, n là các số nguyên dương.

Bài 91. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^\alpha-a^\alpha}{x^\beta-a^\beta}$ với $a\neq 0$ và α, β là các số nguyên dương.

Bài 92. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x+2)^2-4}{x}$;

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x}$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$.

Bài 93. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-4x+3)$;

b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$.

Bài 94. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x+1}{3x-4}$;

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{7x-11}{2x+3}$;

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$;

d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$;

e) $\lim\limits_{x\to 6^-}\dfrac{1}{x-6}$;

f) $\lim\limits_{x\to 7^+}\dfrac{1}{x-7}$.

Bài 95. Với n là số nguyên dương, tính các giới hạn sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+x^2+\cdots+x^n-n}{x-1}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{n+1}-(n+1)x+n}{(x-1)^2}$.

c) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x^n-a^n)-na^{n-1}(x-a)}{(x-a)^2}$.

d) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$.

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[m]{1+\alpha x}-\sqrt[n]{1+\beta x}}{x}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+\dfrac{x}{3}}-\sqrt[4]{1+\dfrac{x}{4}}}{1-\sqrt{1-\dfrac{x}{2}}}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})\cdots(1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}}$.

h) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\sqrt{1+x^2}+x)^n-(\sqrt{1+x^2}-x)^n}{x}$.

Bài 96. Tính các giới hạn một bên

a) $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-2}{x-1}$;

b) $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{x^2-x+1}{4-x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Bài 97. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{nếu } x<0\\ 0 & \text{nếu } x=0\\ 1 & \text{nếu } x>0.\end{cases}$ Chứng tỏ rằng không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

Bài 98. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{nếu } 0<x<1\\ x+1 & \text{nếu } 1\le x<2.\end{cases}$ Tính $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$.

Bài 99. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}5x+2 & \text{nếu } x\neq 1\\ x^2-3 & \text{nếu } x<1.\end{cases}$ Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ (nếu có).

Bài 100. Tìm các giới hạn một bên của hàm số tại điểm được chỉ ra:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{9-x^2}{x-3} & \text{khi } x<3\\ 1-x & \text{khi } x\ge 3\end{cases}$ tại $x=3$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x}{8-x^3} & \text{khi } x>2\\ \dfrac{x^4-16}{x-2} & \text{khi } x<2\end{cases}$ tại $x=2$.

c) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\\ -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ tại $x=1$.

d) $f(x)=\begin{cases}x+3m & x<-1\\ x^2+x+m+3 & x\ge -1\end{cases}$; $x=-1$.

e) $f(x)=\begin{cases}x+m & x<0\\ \dfrac{x^2+100x+3}{x+3} & x\ge 0\end{cases}$; $x=0$.

Bài 101. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

Bài 102. Cho hàm số $g(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{|x-2|}$. Tìm $\lim\limits_{x\to 2^+}g(x)$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}g(x)$.

Bài 103. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{|x-1|}$.

Bài 104. Cho $f(x)=2+\dfrac{4}{x-1}$. Sử dụng định nghĩa, tìm $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 105. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$;

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}-x\right)$.

Bài 106. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}$.

b) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{1}{x-2}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3$; $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3$.

d) $\lim\limits_{x\to2^-}\sqrt{2-x}$.

e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-2x\right)$.

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-2x}{x^2+1}$.

g) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Bài 107. Tính $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x(1-x)}$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1}{x(1-x)}$.

Bài 108. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$. Tìm $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)$.

Bài 109. Tính $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+4x+1}{x^4-5x^3+2x^2-x+3}$

Bài 110. Tính $D=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+\sqrt{x^2+2}}{\sqrt[3]{8x^3+x^2+1}}$

Bài 111. Tìm giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$.

Bài 112. Tìm giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Bài 113. Tìm giới hạn $D=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(\sqrt{9x^4+7}-\sqrt[3]{27x^6-5}\right)$.

Bài 114. Tính $D=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-6x^5+7x^3-4x+3}{8x^5-5x^4+2x^2-1}$.

Bài 115. Tính $D=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+2}-\sqrt[3]{6x^2+5}}{\sqrt[4]{16x^4+3}-\sqrt[5]{8x^4+7}}$.

Bài 116. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}$.

Bài 117. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+2}$.

Bài 118. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\right)$.

Bài 119. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-5-\sqrt{4x^2-4x-1}\right)$.

Bài 120. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+2}-\sqrt{x^2+1}\right)$.

Bài 121. Tính giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}x^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{x^3+1}-\sqrt{x^3-1}\right)$.

Bài 122. Tìm giới hạn $D=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{4x^2+5}-\sqrt[3]{8x^3-1}\right)$.

Bài 123. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1=\lim\limits_{x\to\sqrt[3]{2}}(x^3-2x^6+1)$;

b) $I_2=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x^5-x^4+4x^3-3)$;

c) $I_3=\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^5-x^4+4x^3-3)$;

d) $I_4=\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^3-x^2+4x+2)$;

e) $I_5=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3-x^2+4x+2)$;

f) $I_6=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^6+2x^3-4x^2+4x)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 124. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{x^2-2x+6}$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{-x^2+5}{x-3}$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to3^-} \dfrac{2x^2+\sqrt{3-x}}{x-3}$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to-2^+} \dfrac{|x^2-4|}{x+2}$.

Bài 125. Tính giới hạn một bên của các hàm số sau tại điểm được chỉ ra:

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x<1 \\ x & \text{khi } x\geq 1, \end{cases}$ $x=1$;

b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x-2} & \text{khi } x>2 \\ \dfrac{x-1}{6} & \text{khi } x\leq 2, \end{cases}$ $x=2$.

Bài 126. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to+\infty} (-6x^4+2x^3-x+5)$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2-3}+2x\right)$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{4x^2-3}-2x\right)$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(x+\sqrt[3]{x^3-1}\right)$.

Bài 127. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{\sqrt{-4-4x}+3x^2}{x+1}$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{3x+1}{2-x}$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{2x^2-5x+2}{(x-2)^2}$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to-3^+} \dfrac{\sqrt{x+7}-2}{|x^2-9|}$.

Bài 128. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{khi } x>1 \\ m-2x & \text{khi } x\leq 1 \end{cases}$. Xác định các giá trị của tham số m để $f(x)$ có giới hạn tại điểm $x=1$.

Bài 129. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to+\infty} (4x^3-\sqrt{x^2+2})$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-\sqrt[3]{2x^6+x^4-1}}{x^2+\sqrt{x}}$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt[3]{2x^6+x^4-1}}{1-x^2}$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{16x^8+3}-x^2}{x(x+2)(x+4)(x+6)}$.

Bài 130. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to-4^+} \dfrac{x^3-16x}{|x+4|}$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to-4^-} \dfrac{\sqrt{x^2-16}}{|x+4|}$.

Bài 131. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax^2+3ax-4a}{x-1} & \text{khi } x<1 \\ 2bx+1 & \text{khi } x\geq 1 \end{cases}$. Biết rằng a, b là các số thực thỏa mãn hàm số $f(x)$ có giới hạn tại $x=1$.

a) Tìm mối quan hệ giữa a và b.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = a^2+b^2$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 132. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^5 + x^4 - 4x^2 + 1}{x^3 - 1}$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^4 + 9x^3 + 11x^2 - 4}{(x+2)^2}$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^{11} + 1}{x^7 + 1}$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x + x^2 + \cdots + x^{2018} - 2018}{x^2 - 1}$.

Bài 133. Tìm các giá trị của a, b sao cho $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - ax - b) = 0$.

Bài 134. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x - 1 + \sqrt{5 - 2x}}{x^2 + x - 2}$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2\sqrt{2 - x} - \sqrt[3]{9 - x}}{1 - x}$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt[3]{7 + 6x} - \sqrt{5 + 4x}}{(x+1)^2}$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 2017x} \cdot \sqrt[3]{1 + 2018x} - 1}{x}$.

Bài 135. Tính các giới hạn sau:

a) $I_1 = \lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 1} - x - 1)$;

b) $I_2 = \lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} + x - 1)$;

c) $I_3 = \lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - \sqrt[3]{8x^3 + 3x^2})$;

d) $I_4 = \lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2017}{1 - x^{2017}} - \dfrac{2018}{1 - x^{2018}} \right)$.

Bài 136. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{4x + 1} - 3}{x^2 - 4}$.

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x + 2} - 2}{\sqrt{x + 7} - 3}$.

Bài 137. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x} - \sqrt[3]{1 + x}}{x}$.

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{8x + 11} - \sqrt{x + 7}}{x^2 - 3x + 2}$.

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 4x} - \sqrt[3]{1 + 6x}}{x^2}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{8x + 11} - \sqrt{x + 7}}{2x^2 - 5x + 2}$.

e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{5 - x^3} - \sqrt[3]{x^2 + 7}}{x^2 - 1}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 4x}.\sqrt{1 + 6x} - 1}{x}$.

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 2x}.\sqrt[3]{1 + 4x} - 1}{x}$.

h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x + 1} - \sqrt{1 - x}}{x}$.

Bài 138. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2 + 1}{2x^2 - x + 1}$.

b) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{2x^2 - x + 1}{x - 2}$.

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$.

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x\sqrt{x} + 1}{x^2 + x + 1}$.

e) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x} + 2x}$.

f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2 - 5x + 2}{2|x| + 1}$.

g) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{(2x - 1)\sqrt{x^2 - 3}}{x - 5x^2}$.

h) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x} + 3x}{\sqrt{4x^2 + 1} - x + 2}$.

Bài 139. Tìm các giới hạn sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1-\sqrt{4x^2-4x-3})$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x^3-1})$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})$.

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{2x+1})$.

f) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt[3]{3x^3-1}+\sqrt{x^2+2})$.

Bài 140. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x-15}{x-2}$.

c) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1+3x-2x^2}{x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$.

e) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$.

f) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$.

g) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x^2-x-6}{x^2-4x+4}$.

h) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{2x+1}{(2x-1)^2}$.

Bài 141. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x^5+7x^3-11}{x^5+x^4-3x}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x^5+7x^3-11}{x^4-3x}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x^4+7x^3-11}{x^5+x^4-3x}$.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-x+1}}{x+1}$.

e) $\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{x^2-6}{9+3x}$.

f) $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x-1}{3+3x}$.

g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$.

h) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{x^2-2}$.

Bài 142. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{(x-2)^2}$.

b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-3x+1}{x^3-x^2-x+1}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-4x}-x)$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+3}+x)$.

Bài 143. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{\sqrt{x+5}-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x-1}$.

c) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^n-nx+n-1}{(x-1)^2}$.

d) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{10-x}-2}{x-2}$.

e) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{2x+1}}{x-4}$.

Bài 144. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+5x+4}{x+4}$.

b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{2x^2-x-1}$.

c) $\lim\limits_{x->1}\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.

d) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4-16}{x^3+2x^2}$.

e) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2-x}{\sqrt{x+7}-3}$.

f) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$.

Bài 145. Tìm các giới hạn sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1}{x-3}$.
b) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-3x+3}{x-2}$.
c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+3}{(x-1)^2}$.

d) $\lim\limits_{x->0^+}\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$.
e) $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x+1}{x-3}$.
f) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1-x}{(x-4)^2}$.

g) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}$.
h) $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{-2x+1}{x+2}$.

Bài 146. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-x+3}{2x-1}$.
b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x^3+3x-4}{-x^3-x^2+1}$.
c) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+5}}{2x-1}$.

d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+2x}{3x-1}$.
e) $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+2x+3}-x)$.
f) $\lim\limits_{x\to +\infty}(2x-\sqrt{4x^2-x+3})$.

g) $\lim\limits_{x\to -\infty}(\sqrt{x^2+x-1}-\sqrt{x^2-x-1})$.

Bài 147. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}(-x^3+x^2-x+1)$.
b) $\lim\limits_{x\to -\infty}(x^4-2x^2-3)$.
c) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{3x^2-5x}$.

d) $\lim\limits_{x\to +\infty}(-2x^3-2x^2+x-3)$.
e) $\lim\limits_{x\to +\infty}(x^4-x^2+x-1)$.
f) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}$.

g) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-6}{4-x}$.
h) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{17}{x^2+1}$.
i) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-2x^2+x-1}{3+x}$.

j) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-5}{(x-2)^2}$.
k) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-7}{x-1}$.
l) $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-7}{x-1}$.

m) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-1}{x+1}$.
n) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4-x^2}{x+1}$.

Bài 148. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(3x+1)(2-3x)}{x+1}$.
2) $\lim\limits_{x\to 0}2x\left(1-\dfrac{7x+11}{x}\right)$.
3) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}|x^2-4|$.

4) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{x}-3}{9x-x^2}$.
5) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x^2-x+5}{x^3-2}$.
6) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x^4-3x+5}{x^4-2x^2}$.

7) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{3x^6-2x^5+5}}{3x^3-2}$.
8) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^6-5x+1}}{5x^3-2}$.
9) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt[3]{\dfrac{x^2+5}{6x^2-3x+2}}$.

10) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{|3-x|}{3-x}$.
11) $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{|3-x|}{3-x}$.
12) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{|3-x|}{3-x}$.

13) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$.
14) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$.
15) $\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}}\dfrac{x^3+2\sqrt{2}}{x^2-2}$.

16) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^4-27x}{2x^2-3x-9}$.
17) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{x^2+6x+8}$.
18) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x}+2x}{2x+3}$.

19) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}$.
20) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x+1}{x-2}$.
21) $\lim\limits_{x\to +\infty}(2x^3-5x^2+3x-1)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

22) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-5}{x^2+1}$.

23) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-4-\sqrt{x^2-7x+2})$.

24) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$.

25) $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$.

26) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$.

27) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x+10}{9-3x^3}$.

28) $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{x^3+3\sqrt{3}}{x^2-3}$.

29) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}$.

30) $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-x}$.

31) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{3x}$.

32) $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{3-x}{\sqrt{27-x^3}}$.

33) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^3-8}}{x^2-2x}$.

34) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$.

35) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

36) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-4x+3}{(x-1)^2}$.

37) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{1-\sqrt{x}}$.

38) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$.

39) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2+2x-15}{x+5}$.

40) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x(x+5)-6}$.

41) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+3x-4}{x^2+4x}$.

42) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$.

43) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$.

44) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-1}{x^2+2x-3}$.

45) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+4x^2+4x}{x^2-x-6}$.

46) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$.

47) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{5-x}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}$.

48) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{3x-5}-1}{x-2}$.

49) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{x^2-25}$.

50) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x-3}{\sqrt{2x+10}-4}$.

51) $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$.

Bài 149. Cho hàm số $H(t)=\begin{cases}0 \text{ khi } t<0\\1 \text{ khi } t\geq 0\end{cases}$ (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$). Tính $\lim\limits_{x\to0^+}H(t)$ và $\lim\limits_{x\to0^-}H(t)$.

Bài 150. Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t)=\dfrac{50t}{t+4}$, $(t\geq0)$ bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo. Tính $\lim\limits_{t\to+\infty}N(t)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

Bài 151. Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x)=50000+105x$.

a) Tính chi phí trung bình $\overline{C}(x)$ để sản xuất một sản phẩm.

b) Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\overline{C}(x)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

Bài 152. Trong Thuyết tương đối của Einstein, khối lượng của vật chuyển động với vận tốc v cho bởi công thức $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, trong đó m_0 là khối lượng của vật khi nó đứng yên, c là vận tốc ánh sáng. Chuyện gì xảy ra với khối lượng của vật khi vận tốc của vật gần với vận tốc ánh sáng?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Hàm số có giới hạn hữu hạn

Câu 1. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x+2}{-2x^2+x+3}$

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 2. $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+3x+2)$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Câu 3. Với giá trị nào của tham số m thì $\lim\limits_{x\to -1}(mx^2+3x-2m)=0$?

A. $m=-3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Câu 4. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-ax+1}{x+1}=3$. Khi đó giá trị của a là

A. 4. **B.** 0. **C.** -4. **D.** 3.

Câu 5. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1}=a+b\sqrt{2}$. Tính $a+b$ được kết quả đúng bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 6. Tìm m để $A=\dfrac{1}{2}$ với $A=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x+m}{mx-2}$

A. 3. **B.** 2. **C.** -10. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 7. Tìm m để $A=7$ với $A=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x+m^2-1}{-x+2}$

A. ± 2. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 8. Cho $I=\lim\limits_{x\to -1}(x^4-2mx+m^2+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $I<12$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 9. Cho các giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}[3f(x)-4g(x)]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 10. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}|x^2-4|$ bằng

A. -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 12. Cho $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}[f(x)+4x-1]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 9.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Giới hạn một bên

Câu 13. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 14. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 15. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+2}{x-2}$ có kết quả nào sau đây?

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 16. Tính $N=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+2}{x-3}$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3^+}f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to 3^-}f(x)=-5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=5$. **B.** $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=0$.
C. Không tồn tại $\lim\limits_{x\to 3}f(x)$. **D.** $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-5$.

Câu 18. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-1}{x^2-4}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 3. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 19. Giới hạn $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{x-a}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2a}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x^3-2x & \text{khi } x\geq 1\\ x^3-3x & \text{khi } x<1\end{cases}$. Khi đó, $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$ bằng

A. -4. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+1 & \text{khi } x\leq 2\\ 3x-2 & \text{khi } x>2\end{cases}$. Khi đó, $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** -8. **D.** 9.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}4x^2+1 & \text{khi } x<-3\\ 2 & \text{khi } x\geq -3\end{cases}$. Khi đó, $\lim\limits_{x\to(-3)^+}f(x)$ bằng

A. -3. **B.** 37. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{khi } x\geq 1\\ 2x+1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=3$. **C.** $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=-1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$.

Câu 24. Xác định $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x^2}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** Không tồn tại. **D.** $+\infty$.

Câu 25. Biết $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{3x^2-2x}}{|x|}=a$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0$. **B.** $a=0$. **C.** $a<0$. **D.** a là số vô tỉ.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.
B. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.
C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.
D. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 28. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 29. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$.
B. $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^3+2x+3)$.
C. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$.
D. $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

3 Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực

Câu 30. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2+a=18$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-cx\right)=-2$. Tính $P=a+b+5c$.

A. $P=18$. **B.** $P=12$. **C.** $P=9$. **D.** $P=5$.

Câu 31. Gọi a,b là các số thực thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Khi đó $3a+8b$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 32. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+4x}\right)$ là

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 33. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{2x+1}\right)$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 34. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+bx\right)=5$. Khi đó giá trị của $a+b$ là

A. -9. **B.** 6. **C.** 9. **D.** -6.

Câu 35. Biết rằng tồn tại duy nhất một số thực m để $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+mx+1}+x\right)=-\dfrac{1}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in(-1;0)$. **C.** $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-2;-1)$.

Câu 36. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3-3ax^2+1}-bx\right)=5$, khi đó

A. $2a+b=-9$. **B.** $a+b=-8$. **C.** $a+2b=-8$. **D.** $a-b=-8$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 37. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-ax^2+10}-2bx\right)=1$, khi đó

A. $2a+b=-11$. **B.** $a+b=-11$. **C.** $a+2b=-11$. **D.** $a-b=-11$.

Câu 38. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}-x\sqrt{2}\right)=a\sqrt{2}+b$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S=4a+b$.

A. $S=5$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=-5$.

Câu 39. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2-3x+1}+x\sqrt{5}\right)=\dfrac{a}{b}\sqrt{5}$, ($a$ là số nguyên, b là số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 13.

4 Giới hạn vô cực

Câu 40. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 41. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}x^{2023}$ ta được kết quả là

A. 2023. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 42. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}x^{2024}$ ta được kết quả là

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** 2024.

Câu 43. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+3x^2)$ ta được kết quả là

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 44. Tìm $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x+5}{(x+3)^2}$ ta được kết quả là

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 45. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 46. Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^5-3x^3+x+1)$ là

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 4. **D.** $+\infty$.

Câu 47. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2-x+1}{x+2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 48. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(|x|^3+2x^2+3|x|\right)$ là

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 49. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x+1}{(2-x)^4}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -2. **D.** 1.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 50. Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}(-4x^5-3x^3+x+1)$ là

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** -4.

Câu 51. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3}$ là

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 52. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3}$ có kết quả là

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 53. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{2x^2+x+1}$.

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 54. Giá trị của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x+x^2}{x+4}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 55. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 56. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** 5.

Câu 57. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $-\dfrac{5}{4}$. **C.** $-\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 58. Giá trị $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+8}{x-2}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 59. Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}$.

A. $L=-2$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $L=2$.

Câu 60. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{3-x}$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 61. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2\,018x+3}{2x^2+2\,018x}$ được

A. $2\,018$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2\,018}$.

Câu 62. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2+1}$ có kết quả là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 63. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-3x^3+1}{4x^3-2x^4-x^5-3}$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 64. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{1}{9}$.

Câu 65. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 66. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)$.

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 67. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 68. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 69. Giá trị $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 70. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{2x+1}$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 71. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}$ bằng.

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 72. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$.

A. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 73. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng

A. a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\dfrac{a+b}{c}$.

Câu 74. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 75. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{6x-2}$ bằng

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 76. Giá trị $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{4x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 77. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1.

Câu 78. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=1$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=0$.

Câu 79. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 80. Tính giới hạn $K=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$.

A. $K=0$. **B.** $K=1$. **C.** $K=-2$. **D.** $K=4$.

Câu 81. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 82. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+x-x^2}{x}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 83. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Câu 84. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x}{x^2-1}$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 85. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x+1}{x}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 86. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 87. Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=3$ thì

A. $\dfrac{a-1}{b}=3$. **B.** $\dfrac{a+1}{b}=3$. **C.** $\dfrac{-a-1}{b}=3$. **D.** M.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 88. Cho số thực a thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2\,017}{2x+2\,018}=\dfrac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 89. Để $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[3;6]$. **B.** $[-3;0]$. **C.** $[-6;-3]$. **D.** $[1;3]$.

Câu 90. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2-a)\,x-3}{x-\sqrt{x^2+1}}=+\infty$. Giá trị nhỏ nhất của $P=a^2-2a+4$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 91. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 92. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

5 Dạng vô định $\dfrac{0}{0}$

Câu 93. Tính giới hạn $A=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$.

A. $A=-\infty$. **B.** $A=0$. **C.** $A=3$. **D.** $A=+\infty$.

Câu 94. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=20$. **B.** $S=17$. **C.** $S=10$. **D.** $S=25$.

Câu 95. Giá trị của $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2018}+x-2}{x^{2017}+x-2}$ bằng $\dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của a^2-b^2.

A. 4 037. **B.** 4 035. **C.** $-4\,035$. **D.** 4 033.

Câu 96. $\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 97. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to-3}\left|\dfrac{-x^2-x+6}{x^2+3x}\right|$ là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 98. Tìm $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-(1+a^2)\,x+a}{x^3-a^3}$.

A. $\dfrac{2a^2}{a^2+3}$. **B.** $\dfrac{2a^2-1}{3a^2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^2-1}{3}$.

Câu 99. Tìm $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-3x^2+2}{x^3+2x-3}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $+\infty$.

Câu 100. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\sqrt{\dfrac{9x^2-x}{(2x-1)(x^4-3)}}$ là

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** 5.

Câu 101. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{\dfrac{x^2-x+1}{x^2+2x}}$ là

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 102. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x^2+\pi^{21})\sqrt[7]{1-2x}-\pi^{21}}{x}$ là

A. $-\dfrac{2\pi^{21}}{7}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$.

C. $-\dfrac{2\pi^{21}}{5}$. **D.** $\dfrac{1-2\pi^{21}}{7}$.

Câu 103. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 104. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$ là

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{13}{12}$. **C.** $\dfrac{11}{12}$. **D.** $-\dfrac{13}{12}$.

Câu 105. Biết rằng $b>0$, $a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $1<a<3$. **B.** $b>1$. **C.** $a^2+b^2>10$. **D.** $a-b<0$.

Câu 106. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}=\dfrac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S=a+b$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 107. Biết $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+bx+c}{x-3}=8$ $(b,\,c\in\mathbb{R})$. Tính $P=b+c$.

A. $P=-13$. **B.** $P=-11$. **C.** $P=5$. **D.** $P=-12$.

Câu 108. Cặp $(a;b)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ là

A. $a=-3$, $b=0$. **B.** $a=3$, $b=0$.

C. $a=0$, $b=-9$. **D.** Không tồn tại cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

Câu 109. Cho a, b là số nguyên và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$. Tính a^2+b^2+a+b.

A. 18. **B.** 1. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 110. Hãy xác định xem kết quả nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x}=2$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{x-4}=1$.

C. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=-1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}=\dfrac{9}{8}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 111. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-ax+a-1}{x-1}=2$. Tính $M=a^2+2a$.

A. $M=3$. **B.** $M=1$. **C.** $M=-1$. **D.** $M=8$.

Câu 112. Tìm giới hạn $L=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$.

A. $L=1$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=0$. **D.** $L=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 113. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-1}=-\dfrac{1}{2}$, $(a,\,b\in\mathbb{R})$. Tổng $S=a^2+b^2$ bằng

A. $S=13$. **B.** $S=9$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Câu 114. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2+x}-2\sqrt{3}}{x-3}$?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{12}$. **D.** $-\dfrac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 115. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{13}{12}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{10}{11}$.

Câu 116. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a+2b$ bằng

A. 13. **B.** 3. **C.** 14. **D.** 8.

Câu 117. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2-3x+4}-2}{x}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 118. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}$.

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 119. Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+x^2}-2}{x^2}$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 120. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 121. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$, với $a,\,b\in Z$, $b>0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a-b$là

A. 1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 122. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$ là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 123. Tính $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=a\sqrt{b}$ (a là số nguyên, b là số nguyên tố). Khi đó giá trị của $a+b$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 124. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}$.

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 125. Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$.

A. $I=\dfrac{7}{8}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{3}{8}$. **D.** $I=\dfrac{3}{4}$.

Câu 126. Giá trị $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}}{2x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 127. Biết rằng $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}+b$, với a, b là các số nguyên. Tính a^2+b^2.

A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 13.

Câu 128. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=a$. Hỏi a không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x^2+x+1>0$. **B.** $-2x+1>0$. **C.** $x^2-5x+6<0$. **D.** $x^2-3x\geq 0$.

Câu 129. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{a}$ với a là số nguyên dương. Tính a^2.

A. 49. **B.** 25. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 130. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2025\,(x^2-4)}{2|x-2|}$ bằng

A. 4 050. **B.** $-4\,050$. **C.** $\dfrac{80\,683}{20}$. **D.** $-\dfrac{80\,683}{20}$.

Câu 131. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{3x^2-4x+1}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{4x+3}{x+5}$.

C. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 132. Với a là số thực khác 0, $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)\,x+a}{x^2-a^2}$ bằng

A. $a-1$. **B.** $a+1$. **C.** $\dfrac{a-1}{2a}$. **D.** $\dfrac{a+1}{2a}$.

Câu 133. Biết $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{x^2+2x-3}=\dfrac{a}{b}$, $a,b\in\mathbb{Z}$; $b\neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của $a\cdot b$ bằng

A. -10. **B.** 10. **C.** -15. **D.** 7.

Câu 134. Biết $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}}\dfrac{2x^2-5x-3}{2x^2+11x+5}=-\dfrac{a}{b}$; a, $b\in\mathbb{Z}$; $b\neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của $a\cdot b$ bằng

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. 63. **B.** 16. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 135. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5x+3}-\sqrt{3}}{x}=\dfrac{m}{n\sqrt{k}}$ (m, n, k nguyên dương và nguyên tố cùng nhau). Tính $m-n+k$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 136. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{2x+1}-1}=\dfrac{a}{b}$ (với a, b nguyên dương và nguyên tố cùng nhau). Khẳng định nào sao đây là đúng?

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=-3$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=1$.

Câu 137. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{2x-1}-1}=\dfrac{a}{b}$ (với a, b nguyên dương và nguyên tố cùng nhau). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b=-5$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=5$.

Câu 138. Tính $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x^2-3x+2}+\dfrac{1}{x^2-5x+6}\right)$.

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 139. Cho a thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-(a^2-1)x+a^2-2}{x-1}=-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a<-2$. **B.** $a<3$. **C.** $a>1$. **D.** $a>0$.

Câu 140. Có bao nhiêu giá trị $a>0$ sao cho $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-(1+a^2)x+a}{x^3-a^3}=\dfrac{1}{3}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 141. Cho a và b là các số thực thỏa mãn $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+ax+b}{x+1}=3$. Tính $a+b$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 142. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-(a+2)x+a+1}{x^3-1}$.

A. $\dfrac{2-a}{3}$. **B.** $\dfrac{-2-a}{3}$. **C.** $-\dfrac{a}{3}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Câu 143. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3a^2}-2a}{x-a}+a$. Tính $\lim\limits_{x\to a}f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\dfrac{2a-1}{2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\dfrac{2a+1}{2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\dfrac{2}{2a+1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\dfrac{2}{2a-1}$.

Câu 144. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a+b=8$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2ax+1}-\sqrt{bx+1}}{x}=5$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a\in(2;4)$. **B.** $a\in(3;8)$. **C.** $b\in(3;5)$. **D.** $b\in(4;9)$.

Câu 145. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $a-b$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{9}{8}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 146. Biết rằng $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Tính $a-b$.

A. 25. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{13}{12}$.

Câu 147. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2}\right)=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên. Tính tổng $P=a^2+b^2$.

A. $P=5$. **B.** $P=3$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Câu 148. Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$ là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{13}{12}$. **C.** $\dfrac{11}{12}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 149. Biết rằng $b>0$, $a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $a^2+b^2>10$. **B.** $a^2-b^2>6$. **C.** $a-b\geq 0$. **D.** $1\leq a\leq 3$.

Câu 150. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}-\sqrt{4+x}}{x^2-1}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với a,b là các số nguyên dương và nguyên tố cùng nhau. Tính $P=a-b$.

A. $P=5$. **B.** $P=1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=3$.

Câu 151. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt[3]{9-x}}{x-1}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $b-a$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 152. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2-\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3}+x-3}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $3a+2b$ bằng

A. 12. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 153. Biết $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $a-b$ bằng

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 154. Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x^2+x+2}}{x-1}$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 155. Cho $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}\cdot\sqrt{x+4}-2}\right)=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là các số nguyên dương. Tính tổng $T=a+b$.

A. $T=43$. **B.** $T=23$. **C.** $T=13$. **D.** $T=53$.

Câu 156. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}\,(x-1)}=\dfrac{a\sqrt{2}}{b}+c$ với a, b nguyên dương, $c\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b+c$ bằng

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. 5. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 51.

Câu 157. Tính $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2^{2018}-x^{1009}}{4-x}$.

A. $+\infty$. **B.** $1009\cdot 2^{2016}$. **C.** $1009\cdot 2^{2018}$. **D.** $1009\cdot 4^{2018}$.

Câu 158. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^m-x^n}{x-1}$, $(m;n\in\mathbb{N}^*)$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** m. **D.** $m-n$.

Câu 159. Tính giới hạn của hàm số $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^n-nx+n-1}{(x-1)^2}$.

A. $\dfrac{n^2-n}{2}$. **B.** $\dfrac{n^2+n}{2}$. **C.** $\dfrac{n}{2}$. **D.** $\dfrac{n^2}{2}$.

Câu 160. Biết rằng $a+b=4$ và $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{a}{1-x}-\dfrac{b}{1-x^3}\right)$ hữu hạn. Tính $L=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{b}{1-x^3}-\dfrac{a}{1-x}\right)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

6 Dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$

Câu 161. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{-x+3}$ bằng

A. $\dfrac{-5}{3}$. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 162. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}$ bằng bao nhiêu?

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 163. Giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x^2-3x+7}{3-4x^2}$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 164. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 165. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}+5x}{x+1}$.

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 166. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{2x^2+1}\right)\sqrt{\dfrac{4x^5-x^4+5}{2x-3}}$.

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 167. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+1}}{x+1}$ bằng

A. -9. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 9.

Câu 168. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+\sqrt{3x^2-2}}{\sqrt{4x^2+1}-|x|}=\dfrac{\sqrt{3}+b}{c}$ $(a,\,b\in\mathbb{Z})$. Giá trị của $A=bc$?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $A=6$. **B.** $A=-6$. **C.** $A=2$. **D.** $A=-2$.

Câu 169. Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-1)(3x+2)(4x-5)}{8x^3+2x+7}$.

A. $L=3$. **B.** $L=\dfrac{3}{4}$. **C.** $L=\dfrac{4}{3}$. **D.** $L=-3$.

Câu 170. Cho $a\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$. Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-2}{ax^2-1}\right)=3$ thì giá trị của a bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 171. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{9x^2+1}}{2x+3}$.

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 172. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-x}{3x-2}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 173. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^4-5x^3}{3x^4+3x+2}=\dfrac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương, a và b là các số nguyên tố cùng nhau). Khẳng định nào **đúng**?

A. $a=-5$, $b=3$. **B.** $a=5$, $b=3$. **C.** $a=-2$, $b=3$. **D.** $a=2$, $b=3$.

Câu 174. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+3x+1}{x+1}+ax+b\right)=1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

7 Dạng vô định $\infty-\infty$

Câu 175. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-1$.

Câu 176. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+\sqrt{5}x\right)=\sqrt{5}a+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 177. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+8x+2020}+3x\right)$ là

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{-4}{3}$. **D.** $+\infty$.

Câu 178. Tính $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$.

A. $I=-4$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Câu 179. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right)$ bằng

A. -2. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 180. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}-x\right)$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\infty$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 181. Tìm $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)$.

A. -1. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 182. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Câu 183. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 184. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\dfrac{a}{b}\sqrt{2}$, $(a,b\in\mathbb{Z},\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 185. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+1}+x-1\right)$. Kết quả là

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 186. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{3x+\sqrt{2x}}}-\sqrt{x}\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 187. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 188. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 189. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$ bằng

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 190. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2ax+1}+x\right)=1$ thì giá trị của a thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-5;-2]$. **B.** $[1;3)$. **C.** $[3;5)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 191. Giá trị của tham số $a\in\mathbb{R}$ để giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax-3}-2x+1\right)=1$ là

A. $a=2$. **B.** $a=-2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=\pm2$.

Câu 192. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-2-\sqrt{4x^2-4x-3}\right)$.

A. -1. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 5.

Câu 193. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=5$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=-5$.

Câu 194. Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\dfrac{1}{2}$?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 195. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

A. $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=\dfrac{46}{31}$. **C.** $I=\dfrac{17}{11}$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 196. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$.

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 197. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

A. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{x^3-1}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{x+10}$.

C. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 198. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)=-2$. Tính giá trị của a.

A. -6. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -12.

Câu 199. Tính $M=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x}\right)$.

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 200. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,\,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 201. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Tính giá của biểu thức $P=a^2-2b^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=0$. **C.** $P=16$. **D.** $P=8$.

Câu 202. Tìm $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)$.

A. -1. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 203. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\dfrac{a}{b}\sqrt{2}$, $(a,\,b\in\mathbb{Z},\,\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 204. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b\right)=\dfrac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta\colon y=ax+6b$ đi qua điểm $M\,(3;42)$ với $a,\,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2$ là

A. 104. **B.** 100. **C.** 41. **D.** 169.

Câu 205. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$. Khi đó giá trị a là

A. 10. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -10.

Câu 206. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

8 Dạng vô định $0\cdot\infty$

Câu 207. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}\left(\sqrt{4x^2+1}-x\right)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
T.S. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** -3.

Câu 208. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}(x^3-1)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$.

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 209. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 210. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}x\sqrt{\dfrac{2x+1}{3x^3+x^2+2}}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 211. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-2x)\sqrt{\dfrac{3x-11}{x^3-1}}$ bằng

A. $-2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

.

Câu 212. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)\sqrt{\dfrac{3x}{x^2-1}}$ bằng

A. $-2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 213. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\left(\sqrt{x^2+16}-x\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 214. Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}\left(\sqrt{x^2+16}\right)$ bằng

A. -1. **B.** -4. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 215. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 3^+}(x-3)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 216. Kết quả của $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x^3+1)\cdot\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

9 Giới hạn liên quan đến hàm ẩn

Câu 217. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-20}{x-2}=10$. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}$.

A. $T=\dfrac{4}{15}$. **B.** $T=\dfrac{12}{25}$. **C.** $T=\dfrac{6}{25}$. **D.** $T=\dfrac{4}{25}$.

Câu 218. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x-1}$ tồn tại hữu hạn. Tính $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=7$. **D.** $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=+\infty$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 219. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=2$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3f(x)-7}{2x-4}$ tồn tại hữu hạn. Tính $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\dfrac{7}{3}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\dfrac{14}{3}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=7$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=5$.

Câu 220. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=0$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2f(x)+1}{x^2}$ tồn tại hữu hạn. Tính $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-1$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 221. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=8$. Tính $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x)+4}-3}{x-1}$.

A. $L=8$. **B.** $L=\dfrac{4}{3}$. **C.** $L=40$. **D.** $L=-40$.

Câu 222. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=0$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3f(x)-12}{x}=7$. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{f(x)}-2}{x}=\dfrac{a}{b}$, $(a,\,b\in\mathbb{Z},\,b>0)$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b$.

A. $T=18$. **B.** $T=19$. **C.** $T=20$. **D.** $T=21$.

Câu 223. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=-1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2f(x)-1}{x+1}=3$. Hỏi giá trị của $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{4f(x)+7}-3}{x^2-1}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 224. Cho hàm số $y=f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x=4$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)+3}{x-4}=1$. Tính $L=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt[3]{f(x)+4}-1}{x-4}$.

A. $L=\dfrac{1}{4}$. **B.** $L=\dfrac{1}{3}$. **C.** $L=\dfrac{2}{3}$. **D.** $L=\dfrac{1}{2}$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 225. Giả sử ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=a$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=b, a, b\in\mathbb{R}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)\cdot g(x)]=a\cdot b$.		
b) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-g(x)]=a-b$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{a}{b}$.		
d) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+g(x)]=a+b$.		

Câu 226. Cho $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-2$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{f(x)}$ bằng vô cực.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{x-3}$ tồn tại hữu hạn.		
c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{(x-3)^2}=-\infty$.		
d) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)^2}{f(x)}=0$.		

Câu 227. Cho a, b là hai số nguyên thỏa $2a-5b=-8$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=4$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lvert a\rvert\le 5$.		
b) $a-b>1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $a^2+b^2>50$.		
d) $a+b>9$.		

Câu 228. Biết giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z}$, $b>0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $a-b=1$.		
b) $a+b=15$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $a-2b=-9$.		
d) $2a+b=26$.		

Câu 229. Gọi a,b là các giá trị để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-4}, & x<-2\\ x+1, & x\ge -2\end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $3a-b=12$.		
b) $3a=2b$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $a+b=21$.		
d) $-a+b=4$.		

Câu 230. Cho giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{ax^2+bx+c}{x-3}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $a=0$, $b=1$, $c=-3$ thì $I=1$.		
b) Khi $a=1$, $b=-4$, $c=3$ thì $I=0$.		
c) Khi $a=1$, $b=0$, $c=-9$ thì $I=6$.		
d) Khi $a=1$, biết rằng có duy nhất một cặp số thực $(b;c)$ thỏa mãn $I=3$. Khi đó $b+c=-3$.		

Câu 231. Cho giới hạn $I_1=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{x-3}}$, $I_2=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}+a\sqrt[3]{x+5}+b}{x-3}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $I_1=0$.		
b) Khi $a=0, b=-2$ thì $I_2=1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Khi $a=0, b=-2$ thì $I_1+I_2=2$.		
d) Khi $a=-1, b=0$ thì $I_2=\dfrac{1}{6}$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 232. Cho $f(x)=\sqrt{4x^2-7x+12}$ và $g(x)=a|x|-17$ với a là tham số. Đặt $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Với $a=-1$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$.		
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2$.		
d) Nếu $L=\dfrac{2}{3}$ thì $a=3$.		

Câu 233. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$ và $g(x)=\dfrac{2x}{x+1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=2$.		
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-g(x)]=0$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$.		
d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$.		

Câu 234. Cho $f(x)=\dfrac{-2x+1}{x-1}$ và $g(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=-3$.		
b) $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to1^+}[f(x)+g(x)]=-2$.		
d) $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=-\infty$.		

Câu 235. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+1, & x\le1\\ \sqrt{x^2+a}, & x>1\end{cases}$ với a là tham số thuộc tập số thực $\mathbb{R}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0)=1$.		
b) $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=a$.		
d) Để tồn tại $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ thì $a=8$.		

Câu 236. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}f(x)=\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}$ và $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}f(x)=2$.		
b) Nếu $a=1$ và $b=0$ thì $\lim\limits_{x\to2}g(x)=5$.		
c) Nếu $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}f(x)=a\sqrt{3}+b$ thì $a+b=3$.		
d) Nếu $\lim\limits_{x\to1}g(x)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}=1$ thì $a+b=-1$.		

Câu 237. Cho hàm số $f(x)=x^2-3x+2$. Khi đó

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}=-1$.		
b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x^3-x^2-x-2}>0$.		
d) Để $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{ax+b}=2$ thì $a+b=\dfrac{3}{2}$.		

Câu 238. Cho hàm số $f(x)=x^2-5x+4$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{\sqrt{x}-2}=12$.		
b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{\sqrt{x^2-6x+9}-1}<0$.		
c) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x+5}-3}>18$.		
d) Để $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{f(x)+9}-3}{2}=2$ thì $4a+2b=-1$.		

Câu 239. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^m-3x+2}{3x^n+5}$, với $m,n\in\mathbb{N}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $m=n=2$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.		
b) Khi $m=2,n=3$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$.		
c) Khi $m=3,n=2$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.		
d) Khi $1<m<n$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.		

Câu 240. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+a}{x-b}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $a=1,b=2$ thì $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=+\infty$.		
b) Khi $a>1,b=2$, thì $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=+\infty$.		
c) Khi $a>1,b=2$, thì $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=-\infty$.		
d) Khi $a=-1,b>2$ thì $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=-\infty$.		

Câu 241. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x-1}{x^2-(m+2)x+2m}=+\infty$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $I_1=\lim\limits_{x\to 2^+}(2x-1)=3$.		
b) $I_2=\lim\limits_{x\to 2^+}[x^2-(m+2)x+2m]=0$ và $x^2-(m+2)x+2m>0$ khi $x>2,\forall m\in S$.		
c) $-12\in S$.		
d) Có 3 số nguyên dương trong tập hợp S.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 242. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x-2, & x<-1\\ \sqrt{x^2+1}, & x\geq -1.\end{cases}$ Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\sqrt{5}$.		
b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-3$.		
c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\sqrt{2}$.		
d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x\to -1$.		

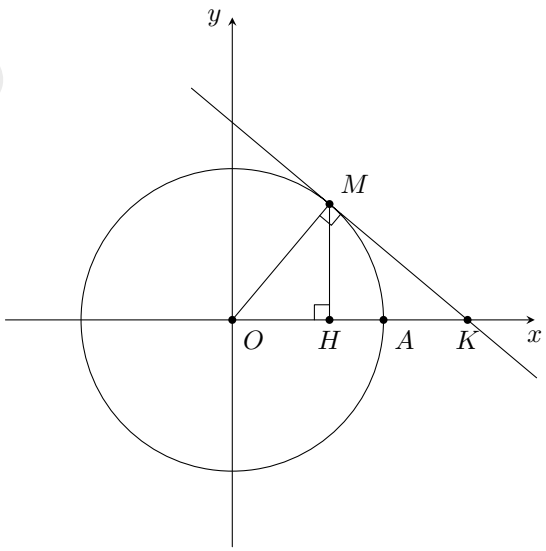
Câu 243. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x<2\\ \sqrt{x+2}, & x\geq 2.\end{cases}$ Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=-8$.		
b) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-3$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=2$.		
d) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4$.		

Câu 244.

Cho điểm $M\left(t;\sqrt{1-t^2}\right)$, $0<t<1$ nằm trên đường tròn đơn vị $(C)\colon x^2+y^2=1$, điểm $A(1;0)$ là một giao điểm của (C) với trục hoành. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành, K là giao điểm của tiếp tuyến của (C) tại M với trục hoành.



Phát biểu	Đ	S
a) Điểm M dần đến điểm A khi $t\to 1^-$.		
b) $HA=1+t$.		
c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có là $t(x-t)+\sqrt{1-t^2}\left(y-\sqrt{1-t^2}\right)=0$.		
d) Khi điểm M dần đến điểm A thì tỉ số $\dfrac{HK}{HA}$ dần đến 2.		

Câu 245. Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t)=\dfrac{50t}{t+4}$ $(t\geq 0)$ bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo.

Phát biểu	Đ	S
a) Trung bình sau 1 ngày đào tạo, nhân viên có thể lắp được 10 bộ phận mỗi ngày.		

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
b) An và Nam là hai nhân viên thực tập của công ty sản xuất máy tính. An được đào tạo trong 6 ngày còn Nam được đào tạo trong 4 ngày thì An lắp được nhiều hơn Nam 7 bộ phận mỗi ngày.		
c) Nếu được đào tạo trong 4 ngày thì một nhân viên lắp được nhiều nhất là 25 bộ phận mỗi ngày.		
d) Tối đa một nhân viên chỉ có thể lắp được 60 bộ phận mỗi ngày.		

Câu 246. Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 50\,000 + 105x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra càng nhiều thì chi phí trung bình giảm.

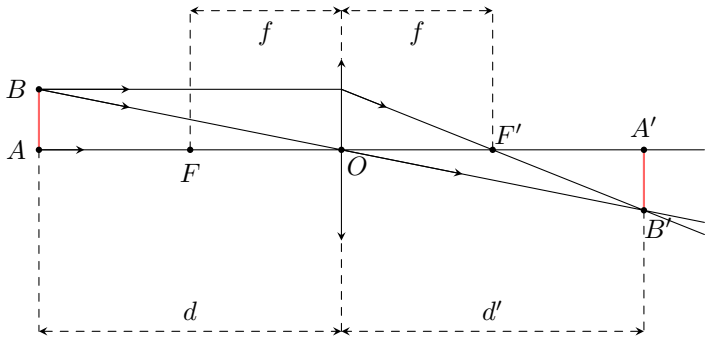
Phát biểu	Đ	S
a) Chi phí sản xuất 1 sản phẩm là 50 105.		
b) Chi phí trung bình cho bởi công thức $\overline{C}(x) = C(x) \cdot x$.		
c) Chi phí trung bình $\overline{C}(x)$ để sản xuất một sản phẩm là $\overline{C}(x) = \dfrac{50\,000}{x} + 105$ (nghìn đồng/sản phẩm).		
d) Mức chi phí trung bình thấp nhất là 105.		

Câu 247. Trong hồ có chứa 6 000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút.

Phát biểu	Đ	S
a) Sau thời gian 4 phút, số lít nước bơm vào hồ là 60 lít.		
b) Sau thời gian 4 phút, lượng muối trong hồ là 1 600 (gam).		
c) Công thức tính nồng độ muối của nước trong hồ sau t phút là $C(t) = \dfrac{30t}{400 + t}$ gam/lít.		
d) Khi thời gian t phút càng lớn, nồng độ muối trong hồ sẽ càng cao nhưng không vượt quá $C(t) = 20$ gam/lít.		

Câu 248.

Một thấu kính hội tụ có tiêu cự là $f > 0$ không đổi. Gọi d và d' lần lượt là khoảng cách từ vật thật và ảnh của nó tới quang tâm O của thấu kính. Ta có công thức $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{f}$.



Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách $d' = \dfrac{d - f}{d \cdot f} = g(d)$.		
b) $\lim\limits_{d \to f^-} g(d) = -\infty$.		
c) $\lim\limits_{d \to f^+} g(d) = +\infty$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Khi vật ở rất xa thì ảnh của vật nằm trên tiêu điểm.		

Câu 249. Cho điểm M thay đổi trên parabol $y = x^2$; H là hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành. Gọi x là hoành độ của điểm H.

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ của điểm $M\,(x; x^2)$.		
b) Độ dài $OM = \sqrt{x^2 + x^4}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Độ dài $MH = x^2$.		
d) $\lim\limits_{x \to +\infty} (OM - MH) = 1$.		

Câu 250. Một đơn vị sản xuất hàng thủ công ước tính chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x + 55$ (triệu đồng).

Phát biểu	Đ	S
a) Chi phí để sản xuất 100 sản phẩm là 255 triệu đồng.		
b) Chi phí biên tại $x = 100$ là 255 triệu đồng.		
c) Chi phí trung bình để sản xuất mỗi đơn vị sản phẩm là $f(x) = \dfrac{C(x)}{x} = \dfrac{2x + 55}{x}$.		
d) Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm càng lớn.		

Câu 251. Số lượng xe ô tô vào một đường hầm được cho bởi $f(v) = \dfrac{290{,}4v}{0{,}36v^2 + 13{,}2v + 264}$, trong đó v m/s là vận tốc trung bình của các xe khi đi vào đường hầm.

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{v \to 40} f(v) \approx 7$.		
b) Lưu lượng xe vào hầm ở thời điểm vận tốc trung bình của các xe đạt 20 m/s là khoảng 9 xe ô tô trong 1 s.		
c) $f'(v) = \dfrac{290{,}4\,(-0{,}36v^2 + 264)}{(0{,}36v^2 + 13{,}2v + 264)^2}$.		
d) Lưu lượng xe lớn nhất khi $v \approx 26{,}07$ (km/h).		

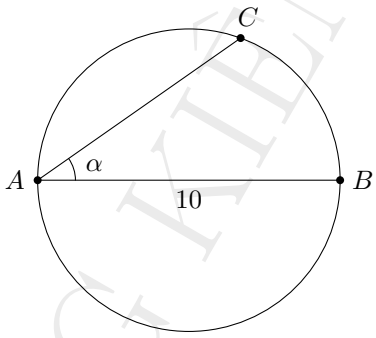
Câu 252. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian (tính theo ngày) là $g(t) = 45t^2 - t^3$ (người). Tốc độ truyền bệnh (người/ngày) là $g'(t)$. Tốc độ trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm t_1, t_2 là $V_{\text{tb}} = \dfrac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $g'(t) = 90t - 3t^2$.		
b) Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ 17.		
c) $\lim\limits_{t \to 10} \dfrac{g(t) - g(10)}{t - 10} = 400$.		
d) Tốc độ tăng người bệnh ngay tại thời điểm $t = 10$ ngày là 600 người/ngày.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
GV. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 253.

Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính $AB = 10$ m, một người xuất phát từ A bơi thẳng theo dây cung AC tạo với đường kính AB một góc $\alpha \left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$, rồi chạy bộ theo cung nhỏ CB đến điểm B. Gọi $S(\alpha)$ là quãng đường người đó đã di chuyển.



Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường $S(\alpha) = 10(\alpha + \cos\alpha)\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$.		
b) Hàm số $y = S(\alpha)$ liên tục trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.		
c) $\lim\limits_{\alpha \to 0^+} S(\alpha) = 10$.		
d) $\lim\limits_{\alpha \to \frac{\pi}{2}^+} S(\alpha) = 20\pi$.		

Câu 254. Một bể chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Nước muối có chứa 30 gam muối trên mỗi lít nước được bơm vào bể với tốc độ 25 lít/phút.

Phát biểu	Đ	S
a) Sau t phút thì lượng muối trong bể là $750t$ (gam).		
b) Sau t phút thì thể tích nước trong bể là $5\,000 + 25t$ (lít).		
c) Sau t phút nồng độ muối của nước trong bể là $C(t) = \dfrac{30t}{300 + t}$.		
d) Lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị 20 gam/lít.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 255. Biết $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3} = \dfrac{a}{b}$; $a, b \in \mathbb{Z}$; $b \neq 0$; $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a \cdot b$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 256. Biết rằng $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b\right) = -5$. Tính tổng $a + b$. KQ: | | | | |

Câu 257. Để $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị của m. KQ: | | | | |

Câu 258. Cho $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{a\sqrt{x^2 + 2} + 2023}{x + 2024} = \dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + bx + 3} - x\right) = 2$. Tính giá trị của $P = 4a + b$. KQ: | | | | |

Câu 259. Cho $C = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - mx + m - 1}{x^2 - 1}$. Tìm tham số thực m để $C = 2$. KQ: | | | | |

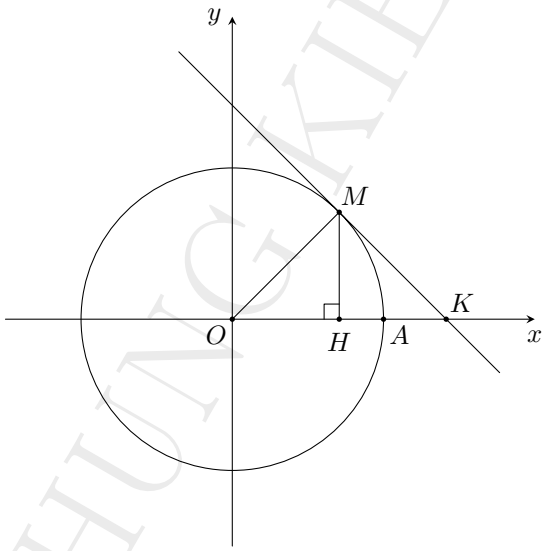
Câu 260. Cho $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}} = \dfrac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - b$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 261.

Cho điểm $M\left(t, \sqrt{1-t^2}\right)$, $0 < t < 1$ nằm trên đường tròn đơn vị (C): $x^2+y^2=1$, điểm $A(1,0)$ là một giao điểm của (C) với trục hoành. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành, K là giao điểm của tiếp tuyến của (C) tại M với trục hoành. Khi điểm M dần đến điểm A, thì tỉ số $\dfrac{HK}{HA}=k$. Tính giá trị k. KQ: | | | | |



Câu 262. Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t)=\dfrac{50t}{t+4}$ $(t\geq 0)$ bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo. Tính $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t)$.

KQ: | | | | |

Câu 263. Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x)=50\,000+105x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra càng nhiều thì chi phí trung bình giảm. Mức chi phí trung bình thấp nhất là bao nhiêu nghìn đồng? KQ: | | | | |

Câu 264. Trong hồ có chứa 6 000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Khi bơm nước biển vào hồ chứa, không giới hạn thời gian thì nồng độ muối trong hồ chứa là bao nhiêu gam/lít? KQ: | | | | |

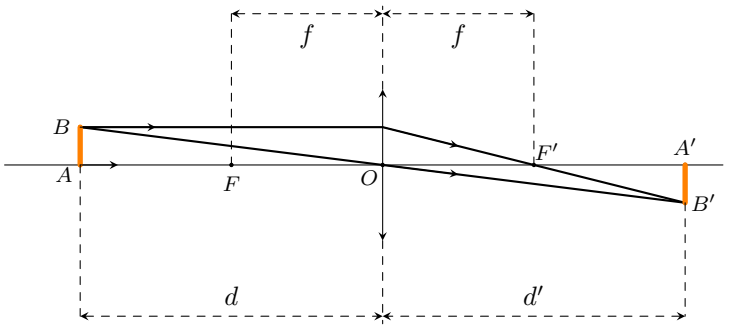
Câu 265. Một đơn vị sản xuất hàng thủ công ước tính chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x)=2x+55$ triệu đồng. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm là với bao nhiêu triệu đồng? KQ: | | | | |

Câu 266. Số lượng xe ô tô vào một đường hầm được cho bởi công thức $f(v)=\dfrac{290v+47}{0{,}36v^2+13v+264}$, trong đó v (m/s) là vận tốc trung bình của các xe khi đi vào đường hầm. Tính lưu lượng xe vào hầm ở thời điểm vận tốc trung bình của các xe đạt 20 (m/s) (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 267.

Một thấu kính hội tụ có tiêu cự là $f=15$ cm. Gọi d và d' lần lượt là khoảng cách từ vật thật và ảnh của nó tới quang tâm O của thấu kính (xem hình bên dưới). Ta có công thức $\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d'}=\dfrac{1}{f}$ hay $d'=\dfrac{df}{d-f}$. Vị trí ảnh của vật cách quang tâm O bao nhiêu khi vật ở rất xa thấu kính. KQ: | | | | |



THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

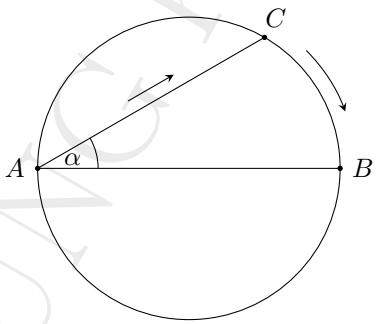
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 268. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian (tính theo ngày) là $g(t) = 45t^2 - t^3$(người). Tốc độ trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm t_1, t_2 là $V_{\text{tb}} = \dfrac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$.

Tính tốc độ trung bình gia tăng số người bệnh ngày thứ 10. KQ: ☐☐☐☐

Câu 269.

Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính $AB = 10\,\text{m}$, một người xuất phát từ A bơi thẳng theo dây cung AC tạo với đường kính AB một góc α $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$, rồi chạy bộ theo cung nhỏ CB đến điểm B. Gọi $S(\alpha)$ là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{6}} S(\alpha)$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: ☐☐☐☐



Câu 270. Một cái hồ đang chứa $200\,\text{m}^3$ nước mặn với nồng độ muối $10\,\text{kg/m}^3$. Người ta ngọt hóa nước trong hồ bằng cách bơm nước ngọt vào hồ với tốc độ $2\,\text{m}^3$/phút. Tính nồng độ muối đơn vị kg/m^3 sau khi bơm nước vào hồ 24 giờ (*kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 271. Một xưởng sản xuất muốn sản xuất một lô hàng đồ chơi. Biết chi phí cố định là 10 triệu đồng và chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 20 000 đồng. Gọi x $(x \geq 1)$ là số sản phẩm sẽ sản xuất và $g(x)$ (Đơn vị nghìn đồng) là chi phí trung bình của mỗi sản phẩm. Khi đó, chi phí trung bình của mỗi sản phẩm thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 272. Một cửa hàng bán trà sữa phải chi 30 000 VNĐ để thuê mặt bằng cố định hàng tháng. Mỗi ly trà sữa bán ra, cửa hàng phải chi 8 VNĐ tiền nguyên liệu và nhân công. Gọi x $(x \geq 1)$ là số ly trà sữa cửa hàng bán được trong tháng và $P(x)$ (đơn vị VNĐ) là tổng chi phí cửa hàng phải trả trong tháng bao gồm tiền thuê mặt bằng và chi phí cho x ly trà sữa. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi ly trà sữa là $F(x) = \dfrac{P(x)}{x}$. Xem $F(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$. Khi đó, chi phí trung bình của mỗi ly trà sữa thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 273. Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \dfrac{2\,025x - 1\,500}{45x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm không vượt quá bao nhiêu triệu đồng. KQ: ☐☐☐☐

Câu 274. Một cửa hàng bán được 2 000 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, cửa hàng đặt hàng từ Nhà máy sản xuất thành nhiều lần trong năm, số tivi đặt cho nhà máy là như nhau cho các lần đặt hàng. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về cửa hàng chỉ để trưng bày được một nửa, một nửa số hàng còn lại phải lưu kho. Chi phí gửi trong kho là 100 nghìn đồng một cái. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200 nghìn đồng cộng thêm 100 nghìn đồng mỗi cái. Hàm tổng chi phí cửa hàng phải trả là $f(x)$ với x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần. Tính chi phí trung bình mỗi cái tivi cửa hàng phải trả là bao nhiêu nghìn đồng.

KQ: ☐☐☐☐

1.	C	2.	C	3.	A
4.	C	5.	B	6.	C
7.	A	8.	B	9.	C

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

10.	B	11.	D	12.	D
13.	B	14.	C	15.	B
16.	B	17.	C	18.	D
19.	D	20.	C	21.	D
22.	D	23.	B	24.	C
25.	A	26.	A	27.	B
28.	B	29.	A	30.	B
31.	C	32.	B	33.	A
34.	A	35.	C	36.	A
37.	B	38.	B	39.	D
40.	A	41.	D	42.	A
43.	B	44.	C	45.	A
46.	A	47.	B	48.	B
49.	A	50.	B	51.	B
52.	C	53.	A	54.	C
55.	C	56.	A	57.	C
58.	D	59.	D	60.	A
61.	B	62.	D	63.	A
64.	B	65.	C	66.	A
67.	A	68.	B	69.	B
70.	D	71.	D	72.	C
73.	C	74.	D	75.	B
76.	B	77.	B	78.	A
79.	B	80.	C	81.	D
82.	B	83.	B	84.	C
85.	D	86.	D	87.	A
88.	A	89.	C	90.	A
91.	A	92.	B	93.	C
94.	B	95.	A	96.	D
97.	C	98.	B	99.	B
100.	C	101.	B	102.	A
103.	C	104.	B	105.	A
106.	A	107.	A	108.	A
109.	A	110.	D	111.	A
112.	B	113.	A	114.	C
115.	B	116.	C	117.	C
118.	C	119.	A	120.	B
121.	A	122.	C	123.	A
124.	D	125.	A	126.	D
127.	A	128.	C	129.	D
130.	A	131.	D	132.	C
133.	D	134.	A	135.	A
136.	A	137.	D	138.	C
139.	B	140.	B	141.	A
142.	C	143.	B	144.	B
145.	A	146.	B	147.	A
148.	A	149.	B	150.	B
151.	A	152.	A	153.	C

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

154. D	155. A	156. C
157. B	158. D	159. A
160. C	161. D	162. A
163. D	164. B	165. D
166. B	167. C	168. D
169. A	170. D	171. D
172. B	173. D	174. A
175. A	176. B	177. C
178. B	179. C	180. B
181. D	182. A	183. B
184. D	185. D	186. C
187. A	188. A	189. C
190. D	191. C	192. B
193. B	194. D	195. D
196. B	197. D	198. B
199. C	200. C	201. C
202. D	203. D	204. C
205. D	206. A	207. D
208. B	209. B	210. B
211. A	212. D	213. C
214. A	215. B	216. B
217. D	218. B	219. A
220. D	221. B	222. B
223. A	224. B	225. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) Đ
226. (a) S (b) S (c) Đ (d) Đ	227. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) Đ	228. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ
229. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) Đ	230. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) Đ	231. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ
232. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) Đ	233. (a) S (b) S (c) Đ (d) S	234. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ
235. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ	236. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) Đ	237. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S
238. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ	239. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S	240. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S
241. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S	242. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S	243. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S
244. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) Đ	245. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S	246. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) Đ
247. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S	248. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) Đ	249. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S
250. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S	251. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S	252. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ
253. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S	254. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S	255. 7
256. 6	257. -4	258. 2
259. -2	260. 1	261. 2
262. 50	263. 105	264. 30
265. 2	266. 9	267. 15
268. 600	269. 13,9	270. 0,65
271. 20	272. 8	273. 45
274. 50		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 3

§3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Hàm số liên tục tại một điểm

Định nghĩa 17 Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0} = f(x_0)$.

Nhận xét. Để hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 thì phải có cả ba điều sau

a) Hàm số xác định tại x_0. b) Tồn tại $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$. c) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

Khi hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại điểm x_0 thì ta nói $f(x)$ gián đoạn tại điểm x_0 và x_0 được gọi là điểm gián đoạn của hàm số $f(x)$.

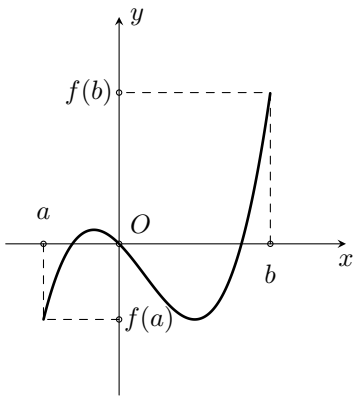
2 Hàm số liên tục trên một khoảng, trên một đoạn

Định nghĩa 18

- Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$.
  Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a;b)$ nếu $f(x)$ liên tục tại mọi điểm trong khoảng ấy.
- Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[a;b]$.
  Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu $f(x)$ liên tục tại trên khoảng $(a;b)$ và $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

Nhận xét.

Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ là một đường liền, có điểm đầu, điểm cuối như hình vẽ bên. Nếu hai điểm này nằm về hai phía so với trục hoành thì đường liền nói trên luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm. Điều này có thể được phát biểu dưới dạng như sau: Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)<0$ thì luôn tồn tại ít nhất một điểm $c\in(a;b)$ sao cho $f(c)=0$.



3 Tính liên tục của hàm số sơ cấp

Định nghĩa 19

- Hàm số đa thức $P(x)$, các hàm số lượng giác $y=\sin x$, $y=\cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số phân thức $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, hàm số căn thức $y=\sqrt{P(x)}$, các hàm số lượng giác $y=\tan x$,

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$y = \cot x$ liên tục trên các khoảng của tập xác định của chúng. Trong đó, $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức.

NHẬN XÉT. Hàm số thuộc những loại trên được gọi chung là hàm số sơ cấp. Khi nói xét tính liên tục của một hàm số mà không nói gì thêm thì ta xét tính liên tục của hàm số đó trên những khoảng của tập xác định của chúng.

4 Tổng, hiệu, tích, thương của hàm số liên tục

Định nghĩa 20 Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0. Khi đó:

- Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$, $y = f(x) \cdot g(x)$ liên tục tại x_0.
- Hàm số $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ tại một điểm x_0

Bước 1. Tính $f(x_0)$.

- Nếu $f(x_0)$ không xác định $\to$ Hàm số không liên tục tại x_0.
- Nếu $f(x_0)$ xác định $\to$ Bước 2.

Bước 2. Tính $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$.

- Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ không tồn tại $\to$ Hàm số không liên tục tại x_0.
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ tồn tại $\to$ Bước 3.

Bước 3. So sánh

- Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ thì hàm số liên tục tại x_0.
- Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$ thì hàm số không liên tục tại x_0.

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x + 1}$ tại $x_0 = 2$.

Bài 2. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x + 1}$ tại $x_0 = -1$.

Bài 3. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{x + \sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2}$ tại $x_0 = 1$.

Bài 4. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x - 3\cos x}{\sin x + 2}$ tại $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

Bài 5. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ tại $x_0 = -2$.

Bài 6. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{3x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x + 4}$ tại $x_0 = -2$.

Bài 7. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 - 3x + 2}$ tại $x_0 = 1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

DẠNG 2 Xét tính liên tục của hàm phân nhánh tại $x = x_0$.

Bài 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 1$.

Bài 9. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+3x}{x^2+4x+3} & \text{nếu } x \neq -3 \\ \dfrac{3}{2} & \text{nếu } x = -3 \end{cases}$ tại $x_0 = -3$.

Bài 10. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3+x+3}{x^3+1} & \text{nếu } x \neq -1 \\ \dfrac{7}{3} & \text{nếu } x = -1 \end{cases}$ tại $x_0 = -1$.

Bài 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x}{\sqrt{x+8}-3} & \text{nếu } x \neq 1 \\ -6 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 1$.

Bài 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-7x+5x^2-x^3}{x^2-3x+2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ 1 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 2$.

Bài 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3x+10}-x-4}{x+2} & \text{nếu } x \neq -2 \\ -\dfrac{1}{4} & \text{nếu } x = -2 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = -2$.

DẠNG 3 Xét tính liên tục của hàm phân nhánh tại $x = x_0$.

Bài 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{nếu } x < 2 \\ 3x-2 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 2$.

Bài 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2+x-2 & \text{nếu } x < 1 \\ \sqrt{x^2+3x-1} & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 1$.

Bài 16. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3-x+1}{x+1} & \text{nếu } x < -1 \\ 4x+9 & \text{nếu } x \geq -1 \end{cases}$ tại $x_0 = -1$.

Bài 17. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4-\sqrt{x^2+2x+8}}{x^2-3x+2} & \text{nếu } x < 2 \\ 2x-\dfrac{19}{4} & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$ tại $x_0 = 2$.

Bài 18. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{nếu } x > 1 \\ -\sqrt{5-x} & \text{nếu } x \leq 1 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 1$.

Bài 19. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+3 & \text{nếu } x \leq 2 \\ 4x-3 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$ tại các điểm $x_0 = 1$, $x_0 = 5$, $x_0 = 2$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 20. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}-1} & \text{nếu } x<1\\ -2x & \text{nếu } x\geq 1\end{cases}$ tại các điểm $x_0=0$, $x_0=2$, $x_0=1$.

DẠNG 4 Tìm tham số để hàm phân nhánh liên tục tại x_0.

- **Bước 1.** Tính giới hạn của $f(x)$ tại x_0. Giả sử ta được L.
- **Bước 2.** Tính giá trị của hàm số $f(x)$ tại x_0.
- **Bước 3.** Giải phương trình $h(m)=L$ để suy ra giá trị của m.

Bài 21. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x+1} & \text{nếu } x\neq -1\\ 2m+5 & \text{nếu } x=-1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=-1$.

Bài 22. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+7x-8}{x+8} & \text{nếu } x\neq -8\\ m & \text{nếu } x=-8\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=-8$.

Bài 23. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^3+x} & \text{nếu } x\neq 0\\ 2a+1 & \text{nếu } x=0\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=0$.

Bài 24. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4-8x}{x+2-x^2} & \text{nếu } x\neq 2\\ -3m^2 & \text{nếu } x=2\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

Bài 25. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{x-1} & \text{nếu } x<1\\ mx+\sqrt{x+3} & \text{nếu } x\geq 1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=1$.

Bài 26. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x} & \text{nếu } x<2\\ m(x+1)+1 & \text{nếu } x\geq 2\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=2$.

Bài 27. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{6-3\sqrt{2x^2+2}}{x^2-2x-3} & \text{nếu } x<-1\\ mx^3+x+1 & \text{nếu } x\geq -1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=-1$.

Bài 28. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x} & \text{nếu } x<0\\ 3x+a+1 & \text{nếu } x\geq 0\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm $x_0=0$.

Bài 29. Tính giá trị của a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x^2-3x+2} & \text{khi } x\neq 2\\ \dfrac{2a+1}{6} & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

Bài 30. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{|2x^2-7x+6|}{x-2} & \text{khi } x<2\\ a+\dfrac{1-x}{2+x} & \text{khi } x\geq 2\end{cases}$. Tìm a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=2$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

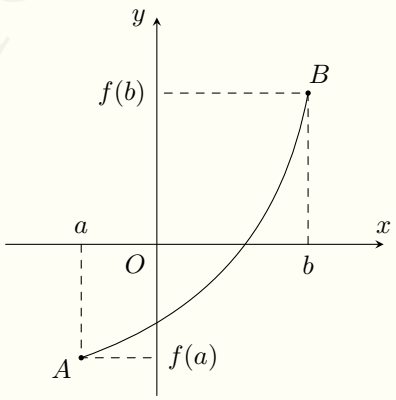
Bài 31. Tìm giá trị của tham số a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x>1\\ ax-\dfrac{1}{2} & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$.

Bài 32. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos 2x-1}{\sin^2 x} & \text{nếu } x\neq 0\\ 2a-1 & \text{nếu } x=0\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=0$.

Bài 33. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x^3-x} & \text{nếu } x\neq 1\\ 2-5a & \text{nếu } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

DẠNG 5 Hàm số liên tục trên một khoảng

- Hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a;b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng ấy.
- Hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[a;b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$ và $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.
- **Nhận xét:** Đồ thị của một hàm số liên tục trên khoảng $(a;b)$ là một "**đường liền**" trên khoảng đó.



Định lí 5

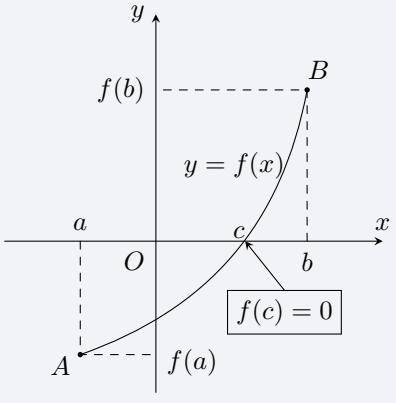
- Mọi hàm số đa thức đều liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Mọi hàm số hữu tỉ đều liên tục trên tập xác định.
- Mọi hàm lượng giác đều liên tục trên tập xác định.

Định lí 6 Tổng, hiệu, tích, thương (mẫu khác 0), hàm số chứa căn thức ($f(x)\ge 0$) của các hàm số liên tục tại một điểm là hàm số liên tục tại tại điểm đó.

Định lí 7

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)<0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c\in(a;b)$ sao cho $f(c)=0$.

Nói cách khác, nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm $x_0\in(a;b)$.



TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 34. Cho hàm số $\begin{cases} \dfrac{x^2}{x-1} & \text{nếu } x<1 \\ \sqrt{x-1} & \text{nếu } x\geq 1 \end{cases}$

a) Tìm tập xác định của $f(x)$?

b) Xét tính liên tục của hàm số trên tập xác định của nó.

Bài 35. Tìm các khoảng liên tục của hàm số

a) $y=x^3+3x^2+x$; b) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$; c) $y=\dfrac{x+1}{x^2+x-2}$; d) $y=\tan x+\cos x$.

Bài 36. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+2 & \text{khi } x\geq 0 \\ x^2+a & \text{khi } x<0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 37. Định a để hàm số $f(x)=\begin{cases} ax+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\leq 2 \\ \dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x>2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 38. Định a để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{8x+1}-1}{x} & \text{khi } x>0 \\ x^2+2x-4a & \text{khi } x\leq 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 39. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{9-x}}{x} & \text{khi } 0<x<9 \\ m & \text{khi } x=0 \\ \dfrac{3}{x} & \text{khi } x\geq 9 \end{cases}$. Tìm m để $f(x)$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

Bài 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \sqrt{2x-4}+3 & \text{khi } x\geq 2 \\ \dfrac{x+1}{x^2-2mx+3m+2} & \text{khi } x<2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} a^2x^2 & \text{khi } x\leq \sqrt{2}, a\in\mathbb{R} \\ (2-a)x^2 & \text{khi } x>\sqrt{2} \end{cases}$. Tìm a để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} 3x+a-1 & \text{khi } x\leq 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x>0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 43. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x>4 \\ \dfrac{(a+2)\,x}{4} & \text{khi } x\leq 4 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Bài 44. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-4x^2+3}{x-1} & \text{khi } x\neq 1 \\ ax+\dfrac{5}{2} & \text{khi } x=1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 45. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \sqrt{2x-4}+3 & \text{khi } x\geq 2 \\ \dfrac{x+1}{x^2-2mx+3m+2} & \text{khi } x<2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 46. Cho a, b là hai số thực sao cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2ax-1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $a-b$.

Bài 47. Nếu hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+b & \text{khi } x<-5\\ x+17 & \text{khi } -5\le x\le 10\\ ax+b+10 & \text{khi } x>10\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a+b$ bằng bao nhiêu?

Bài 48. Tìm tham số thực m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-12}{x+4} & \text{khi } x\neq -4\\ mx+1 & \text{khi } x=-4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=-4$.

Bài 49. Biết rằng hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+5x+6}{x+2} & \text{khi} x>-2\\ mx+n & \text{khi} x\le -2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và n là một số thực tùy ý, tính m.

DẠNG 6 Chứng minh phương trình có nghiệm

Bài 50. Chứng minh phương trình $2x^3-6x+1=0$ có ít nhất hai nghiệm.

Bài 51. Chứng minh rằng phương trình $x^4-3x+1=0$ có nghiệm.

Bài 52. Chứng minh rằng phương trình $2x^3-6x+1=0$ có 3 nghiệm trong khoảng $(-2;2)$.

Bài 53. Chứng minh rằng phương trình $x^3+(m+3)x^2+(1-m)x-1=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Bài 54. Chứng minh rằng phương trình $a\cos 3x+b\cos 2x+c\cos x+\sin x=0$ luôn có nghiệm trên $[0;2\pi]$.

Bài 55. Chứng minh rằng với mọi giá trị thực của tham số m, phương trình $x^3-2x^2+x-1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{m}{x+3}=0$ luôn có nghiệm.

Bài 56. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(2m^2-5m+2)(x-1)^{2017}(x^{2018}-2)+2x+3=0$ có nghiệm.

Bài 57. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^3-3x^2+(2m-2)x+m-3=0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1<-1<x_2<x_3$.

Bài 58. Với mọi giá trị thực của m, chứng minh phương trình $(m^2+2m+3)(x^4-5x^2+4)+4x^3-9x=0$ luôn có ít nhất ba nghiệm thực.

Bài 59. Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^5-3x-1=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

Bài 60. Cho phương trình $ax^2+bx+505c=0$ $(a\neq 0)$ thỏa mãn $a+2b+2022c=0$. Chứng minh phương trình trên có nghiệm.

Bài 61. Cho phương trình $(m^2-m+5)x^3-3x-6=0$. Chứng minh rằng với mọi $m\in\mathbb{R}$, phương trình đã cho có ít nhất 1 nghiệm.

Bài 62. Với mọi giá trị thực của tham số m, chứng minh phương trình $(1-m^2)x^5-3x-1=0$ luôn có nghiệm thực.

Bài 63. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2-3m+2)x^3-3x+1=0$ có nghiệm.

Bài 64. Chứng minh phương trình $x^4-3x^3+5x-6=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-2;-1)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 65. Chứng minh phương trình $m(x-1)^3(x-2)+2x-3=0$ luôn có nghiệm với mọi m.

Bài 66. Chứng minh phương trình $m^2x^4+2mx^3+3x-1=0$ luôn có nghiệm với mọi m.

Bài 67. Chứng minh phương trình $\cos 2x=2\sin x-2$ có ít nhất hai nghiệm thuộc $\left(\frac{\pi}{6};\pi\right)$.

Bài 68. Chứng minh rằng phương trình $x^5+x^3-10=0$ có ít nhất một nghiệm.

Bài 69. Chứng minh phương trình $\cos x+m\cos 2x=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 70. Cho hàm số $f(x)=x^3+2x+\dfrac{6}{x-2}$.

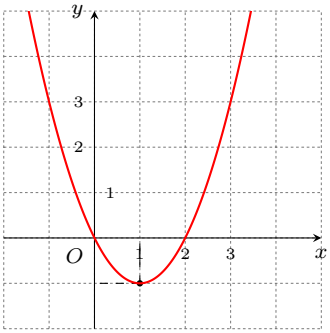
a) Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại $x=3$.

b) Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ trên tập xác định của hàm số đó.

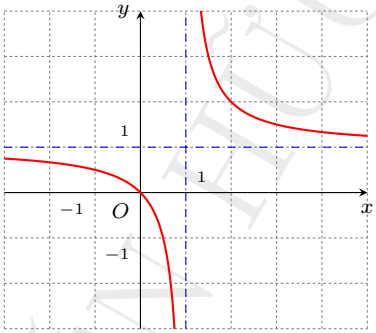
Bài 71. Dùng định nghĩa xét tính liên tục của hàm số $f(x)=2x^3+x+1$ tại điểm $x=2$.

Bài 72. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x-1}$.

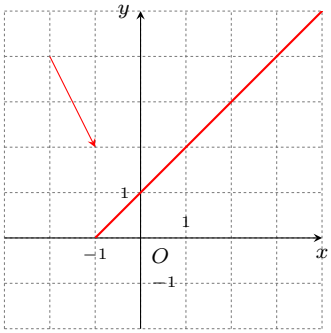
Bài 73. Trong các hàm số có đồ thị ở hình dưới, hàm số nào liên tục trên tập xác định của nó? Giải thích.



a) Đồ thị hàm số $f(x)=x^2-2x$



b) Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$



c) Đồ thị hàm số $h(x)=\begin{cases}-2x & \text{nếu } x<-1\\ x+1 & \text{nếu } x\geq 1\end{cases}$

Bài 74. Bạn Nam cho rằng: "Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0, còn hàm số $y=g(x)$ không liên tục tại x_0, thì hàm số $y=f(x)+g(x)$ không liên tục tại x_0". Theo em, ý kiến của bạn Nam đúng hay sai? Giải thích.

Bài 75. Xét tính liên tục của mỗi hàm số sau trên tập xác định của nó?

a) $f(x)=x^2+\sin x$.

b) $g(x)=x^4-x^2+\dfrac{6}{x-1}$.

c) $h(x)=\dfrac{2x}{x-3}+\dfrac{x-1}{x+4}$.

Bài 76. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}x-1 & \text{nếu } x\in(0;1)\\ 1 & \text{nếu } x=1\end{cases}$ trên nửa khoảng $(0;1]$.

Bài 77. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$. Tìm các khoảng liên tục của hàm số $f(x)$.

Bài 78. Tìm các khoảng liên tục của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 79. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục tại $x=1$. Biết $f(1)=2$ và $\lim\limits_{x\to 1}[2f(x)-g(x)]=3$. Tính $g(1)$.

Bài 80. Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng:

a) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+5x+6}$;

b) $f(x)=\begin{cases}1+x^2 & \text{nếu } x<1\\ 4-x & \text{nếu } x\geq 1.\end{cases}$

Bài 81. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ tại điểm $x_0=2$.

Bài 82. Xét tính liên tục của **hàm dấu** $s(x)=\begin{cases}1 & \text{nếu } x>0\\ 0 & \text{nếu } x=0\\ -1 & \text{nếu } x<0\end{cases}$ tại điểm $x_0=0$.

Bài 83. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}x & \text{nếu } x>0\\ 0 & \text{nếu } x=0\\ -x & \text{nếu } x<0\end{cases}$ tại điểm $x_0=0$.

Bài 84. Cho $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2-x}}{x}$ với $x\neq 0$. Phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục tại $x=0$?

Bài 85. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}a-x^2 & \text{với } x\neq 1 \text{ và } a\in\mathbb{R}\\ 3 & \text{với } x=1\end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x=1$ là bao nhiêu?

Bài 86. Tìm b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^3-x+6}} & \text{với } x\neq 3 \text{ và } x\neq -2\\ b+3 & \text{với } x=3 \text{ và } b\in\mathbb{R}\end{cases}$ liên tục tại $x=3$.

Bài 87. Với giá trị nào của a thì hàm số $f(x)=\begin{cases}a-2 & \text{khi } x<2\\ \sin\dfrac{\pi}{2} & \text{khi } x\geq 2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

Bài 88. Tìm số a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x>2\\ ax+2 & \text{nếu } x\leq 2\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

Bài 89. Tìm giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+5}} & \text{với } -5<x<4\\ mx+2 & \text{với } x=4\\ \dfrac{\sqrt{x}}{3} & \text{với } x>4\end{cases}$ liên tục tại $x=4$.

Bài 90. Tìm giá trị của a hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+8}-3}{x^2-4x+3} & \text{nếu } x<1\\ \dfrac{1}{6}\cos\pi x+a^2-x & \text{nếu } x\geq 1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

Bài 91. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ a & \text{nếu } x=1\end{cases}$ tại $x_0=1$.

Bài 92. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{nếu } x>0\\ x & \text{nếu } x\leq 0\end{cases}$ tại điểm $x_0=0$.

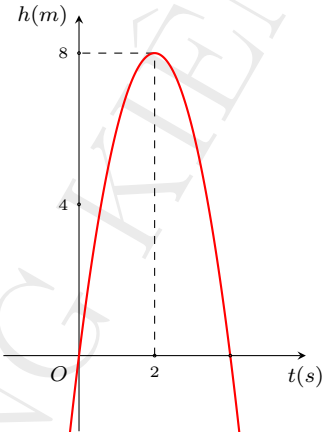
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 93.

Hình bên cạnh biểu thị độ cao h (m) của một quả bóng được đá lên thời gian t (s), trong đó $h(t) = -2t^2 + 8t$.



a) Chứng tỏ hàm số $h(t)$ liên tục trên tập xác định.

b) Dựa và đồ thì hãy xác định $\lim\limits_{t\to 2}\left(-2t^2+8t\right)$.

Bài 94. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-6x+5}{x^2-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ -2 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 1$.

Bài 95. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{2x-3}}{2-x} & \text{nếu } x \neq 2 \\ 1 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 2$.

Bài 96. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ -\dfrac{3}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 4$.

Bài 97. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + \dfrac{1}{4} & \text{nếu } \quad x \leq 2 \\ \dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } \quad x > 2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$.

Bài 98. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ m^2+3m & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$.

Bài 99. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{nếu } x < 0 \\ m + \dfrac{x^3-3x+1}{x+2} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 0$.

Bài 100. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3-\sqrt{8-4x}}{x-1} & \text{nếu } x < 1 \\ 14ax & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 1$.

Bài 101. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2-4x+1}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 5a^2-3 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

Bài 102. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 2a - \dfrac{5}{4} & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 0$.

Bài 103. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-x^2+2x-2}{3x+a} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 3x+a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số a để $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Bài 104. Tìm a, b để hàm số $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+3 & \text{nếu } x<1 \\ 5 & \text{nếu } x=1 \\ 2x-3b & \text{nếu } x>1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

Bài 105. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1+x}}{x} & \text{nếu } x<0 \\ m+\dfrac{x^3-3x+1}{x+2} & \text{nếu } x\geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x_0=0$.

Bài 106. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-a^2}{x-a}+b & \text{nếu } x>a \\ 1 & \text{nếu } x=a \\ b-2x & \text{nếu } x<a \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số liên tục tại $x_0=a$.

Bài 107. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x-3}+\sqrt[4]{2x-3}}{x-2} & \text{nếu } x\neq 2 \\ \dfrac{a}{6} & \text{nếu } x=2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0=2$.

Bài 108. Tìm số tự nhiên n để hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+x^2+\cdots+x^n-n}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1 \\ 15 & \text{nếu } x=1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

Bài 109. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases} \sin x & \text{nếu } x\geq 0 \\ -x+m & \text{nếu } x<0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 110. Một bảng giá cước taxi được cho như sau:

Giá mở cửa (0,5 km đầu)	Giá cước các km tiếp theo đến 30 km	Giá cước từ km thứ 31
10 000 đồng	13 500 đồng	11 000 đồng

a) Viết công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển.

b) Xét tính liên tục của hàm số ở câu a.

Bài 111. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & \text{nếu } x\neq 4 \\ 2a+1 & \text{nếu } x=4. \end{cases}$

a) Với $a=0$, xét lính liên tục của hàm số tại $x=4$.

b) Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x=4$.

c) Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục trên tập xác định của nó?

Bài 112. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại điểm x_0 được chỉ ra.

a) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+3}{x-1} & \text{khi } x\neq 1 \\ -1 & \text{khi } x=1 \end{cases}$ tại $x_0=-1$.

b) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1 \\ \dfrac{1}{4} & \text{khi } x=1 \end{cases}$ tại $x_0=1$.

c) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2-7x+5x^2-x^3}{x^2-3x+2} & x\neq 2 \\ 1 & x=2 \end{cases}$, $x_0=2$.

d) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} & \text{khi } x>5 \\ (x-5)^2+3 & \text{khi } x\leq 5 \end{cases}$, $x_0=5$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 113. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{nếu } x\neq 3\\ a & \text{nếu } x=3\end{cases}$. Tìm a để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 114. Tìm m, n để hàm số liên tục tại điểm được chỉ ra.

a) $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x<1\\ 2mx-3 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$ tại $x_0=1$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$ tại $x_0=2$.

c) $f(x)=\begin{cases}m & \text{khi } x=0\\ \dfrac{x^2-x-6}{x(x-3)} & \text{khi } x\neq 0, x\neq 3\\ n & \text{khi } x=3\end{cases}$ tại $x_0=0; x_0=3$.

d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3x+m & \text{khi } x=1\end{cases}$ tại $x_0=1$.

Bài 115. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-27}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ x^2+m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=3$.

Bài 116. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ x^2+3x+m & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=2$.

Bài 117. Xét tính liên tục của các hàm số

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2}; & x>2\\ 5-x; & x\leq 2\end{cases}$ tại $x=2$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{x}; & x\neq 0\\ 4m+1; & x=0\end{cases}$ tại $x=0$.

Bài 118. Tìm điều kiện của số thực a sao cho các hàm số sau liên tục tại x_0.

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x+1} & \text{khi } x\neq -1\\ a & \text{khi } x=-1\end{cases}$, $x_0=-1$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ a-1 & \text{khi } x=2\end{cases}$ với $x_0=2$.

c) $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x<1\\ 2ax-3 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$ với $x_0=1$.

d) $f(x)=\begin{cases}3x^2-1 & \text{khi } x<1\\ 2a+1 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$ với $x_0=1$.

Bài 119. Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của chúng.

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x+1} & \text{khi } x\neq -1\\ -3 & \text{khi } x=-1\end{cases}$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{(x-1)^2} & \text{khi } x\neq 1\\ 3 & \text{khi } x=1\end{cases}$.

Bài 120. Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của chúng.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $f(x)=\begin{cases}x^2+3x & \text{khi } x\geq 2\\ 6x+1 & \text{khi } x<2.\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x\geq -2\\ 2-x & \text{khi } x<-2.\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{khi } x\geq 3\\ 2x+4 & \text{khi } 0\leq x<3\\ 3x^2-5 & \text{khi } x<0.\end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases}x^2-3x+5 & \text{khi } x>1\\ 3 & \text{khi } x=1\\ 2x+1 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases}3x-2 & \text{khi } x>-1\\ 1 & \text{khi } x=-1\\ x^2-6 & \text{khi } x<-1.\end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{khi } x\geq 3\\ x^2 & \text{khi } 1\leq x<3\\ 4x^2-3 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Bài 121. Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của chúng.

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x^2-4} & \text{khi } x\neq 2\\ 1 & \text{khi } x=2\end{cases}$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3 & \text{khi } x=1\end{cases}$.

Bài 122. Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của chúng:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x\neq -2\\ -4 & \text{khi } x=-2\end{cases}$.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} & \text{khi } x\neq \sqrt{2}\\ 2\sqrt{2} & \text{khi } x=\sqrt{2}\end{cases}$.

Bài 123. Tìm các giá trị của m để các hàm số liên tục trên tập xác định của chúng.

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$.

b) $f(x)=\begin{cases}x^2+x & \text{khi } x<1\\ 2 & \text{khi } x=1\\ mx+1 & \text{khi } x>1\end{cases}$.

Bài 124. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{8+x}-\sqrt{4-x}}{x}, & \text{với } x\neq 0\\ \dfrac{1}{3}, & \text{với } x=0\end{cases}$ tại điểm $x_0=0$.

Bài 125. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{(1+2017x)^{2018}-(1+2018x)^{2017}}{x^2}, & \text{với } x\neq 0\\ 2017\cdot 2018, & \text{với } x=0.\end{cases}$ trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Bài 126. Tìm giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{x^2+4}-2}, & \text{với } x\neq 0\\ m, & \text{với } x=0\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=0$.

Bài 127. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{4-x^2}}{x^2}, & \text{với } x\neq 0\\ \dfrac{1}{4}, & \text{với } x=0\end{cases}$ trên tập xác định.

Bài 128. Tìm tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+2x-m & \text{khi } x\neq 2\\ x+m & \text{khi } x=2\end{cases}$, liên tục tại điểm $x_0=2$.

Bài 129. Tìm tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x-3}{x+1} & \text{khi } x\neq -1\\ m^2+5m & \text{khi } x=-1\end{cases}$, liên tục tại $x_0=-1$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 130. Tìm tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x+5}-3}{x^2-1} & \text{khi } x>1\\ 2m+3 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ gián đoạn tại $x_0=1$.

Bài 131. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-5x+2}{2-x} & \text{khi } x\neq 2\\ m^2-m-5 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm m để hàm số gián đoạn tại $x=2$.

Bài 132. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}-1}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ a-3 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x=3$.

Bài 133. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}m^2-m+3 & \text{khi } x=1\\ \dfrac{x^2+mx-1-m}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

Bài 134. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+m & \text{khi } x=1\\ \dfrac{x^3-3x^2+x+1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

Bài 135. Tìm a, b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\left(\sqrt{x+3}-2\right)}{x^2-1} & \text{khi } x>1\\ ax^2+bx+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x<1\\ a-b-\dfrac{7}{4} & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

Bài 136. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+(2m-3)x-m+1}{2x-1} & \text{khi } x\neq \dfrac{1}{2}\\ 2m & \text{khi } x=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Bài 137. Chứng minh rằng phương trình $2x^4-2x^3-3=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1;0)$.

Bài 138. Chứng minh rằng phương trình $6x^3+3x^2-31x+10=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Bài 139. Chứng minh rằng phương trình $x-1+\sin x=0$ có nghiệm.

Bài 140. Chứng minh rằng phương trình $\left(m^2+m+4\right)x^{2017}-2x+1=0$ luôn có ít nhất một nghiệm âm với mọi giá trị của tham số m.

Bài 141. Chứng minh rằng phương trình $a\cos 2x+b\sin x+\cos x=0$ luôn có nghiệm với mọi tham số a,b.

Bài 142. Chứng minh phương trình $x^4-x^3-2x^2-15x-25=0$ có ít nhất 1 nghiệm dương và 1 nghiệm âm.

Bài 143. Chứng minh phương trình $x^4-2x^2+3x-1=0$ có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 144. Chứng minh rằng phương trình $x^5-3x^4+5x-2=0$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Bài 145. Chứng minh rằng phương trình $x+1+\cos x=0$ có nghiệm.

Bài 146. Chứng minh rằng phương trình $\sqrt{x^5+2x^3+25x^2+14x+2}=3x^2+x+1$ có đúng 5 nghiệm phân biệt.

Bài 147. Chứng minh rằng phương trình $\left(1-m^2\right)x^5-3x-1=0$ có ít nhất một nghiệm với mọi giá trị của m.

Bài 148. Chứng minh rằng phương trình $\dfrac{x^4-x^2+mx-3m+1}{x^2-x-2}=m$ có ít nhất 2 nghiệm với mọi $m>1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 149. Chứng minh rằng phương trình $\dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{1}{\sin x}=m$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

Bài 150. Cho phương trình $f(x)=ax^2+bx+c=0$, biết $a.f(c)<0$. Chứng minh rằng phương trình $a(ax^2+bx+c)^2+b\left(ax^2+bx+c\right)+c=x$ có nghiệm.

Bài 151. Chứng minh rằng phương trình $x^5+3x+1=0$ có đúng một nghiệm.

Bài 152. Chứng minh rằng phương trình $m(x-2)^3(x-3)+2x-5=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

Bài 153. Tìm m để phương trình $m(x-1)(x+2)+2x+1=0$ có nghiệm.

Bài 154. Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số

a) $(1-m^2)(a+1)^3+a^2-x-3=0$.

b) $\cos x+m\cos 2x=0$.

c) $m(2\cos x-\sqrt{2})=2\sin 5x+1$.

Bài 155. Chứng minh rằng các phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

a) $x^3-3x+1=0$

b) $2x+6\sqrt[3]{1-x}=3$

Bài 156. Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm:

a) $x^5-3x+3=0$.

b) $x^4+x^3-3x^2+x+1=0$.

Bài 157. Chứng minh rằng phương trình $ax^2+bx+c=0$ luôn có nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{1}{3}\right]$ với $a\neq 0$ và $2a+6b+19c=0$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên K, $x_0\in K$. Khi đó, hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 khi

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=f\left(x_0\right)$.
B. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=f\left(x_0\right)$.
C. $\lim\limits_{x\to x_0}f\left(x_0\right)=f(x)$.
D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f\left(x_0\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;\,b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a;\,b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f\left(b\right)$.
B. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f\left(b\right)$.
C. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f\left(b\right)$.
D. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f\left(a\right)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f\left(b\right)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x=2$?

A. $y=\sqrt{x+2}$.
B. $y=\sin x$.
C. $y=\dfrac{x^2}{x-2}$.
D. $y=x^2-3x+2$.

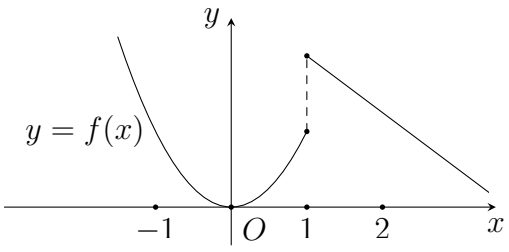
Câu 4. Hàm số $y=\dfrac{1}{x\left(x-2\right)\left(x^2-9\right)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$.
B. $x=2$.
C. $x=-3$.
D. $x=1$.

Câu 5.

Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên Chọn mệnh đề **sai**.

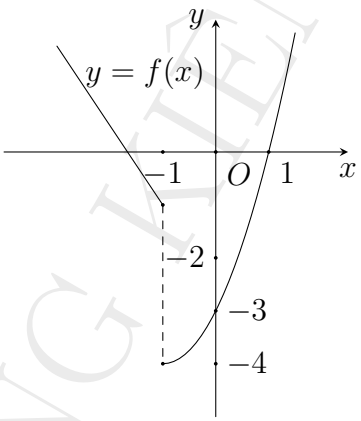
A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$.
B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=0$.
C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=-1$.
D. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=2$.



TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6.

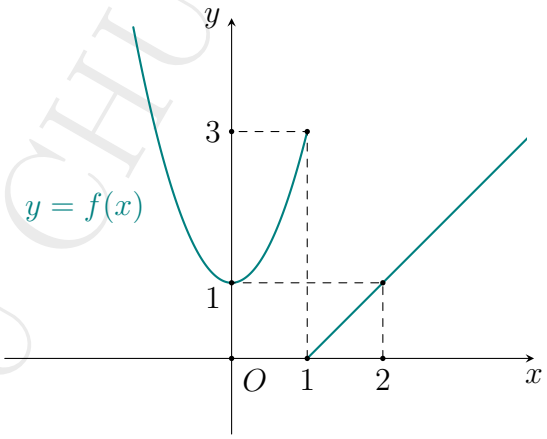
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây



A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.
B. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng$(-3;-2)$.
C. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=-1$.
D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng$(-3;2)$.

Câu 7.

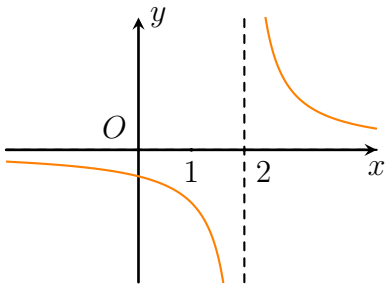
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trên khoảng $(-1;3)$ hàm số gián đoạn tại điểm nào dưới đây?



A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 8.

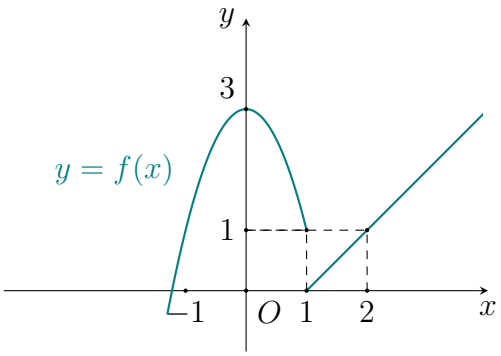
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại



A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Câu 9.

Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Hàm số $y=\dfrac{-5}{x\left(x^2-4\right)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

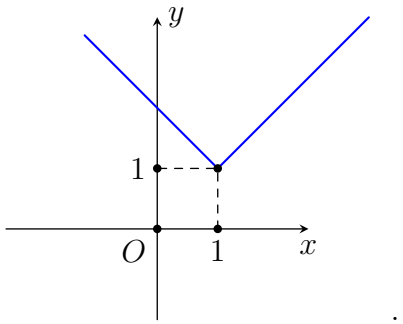
A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

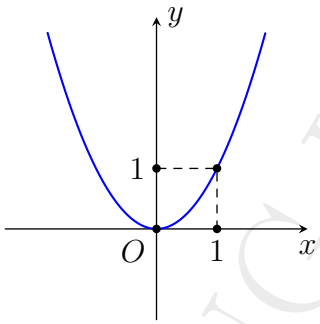
Câu 11. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$?

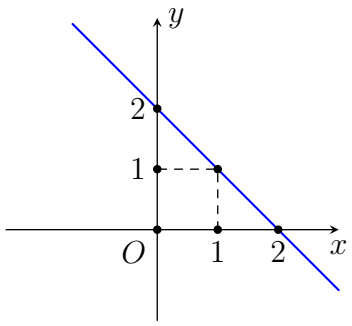
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

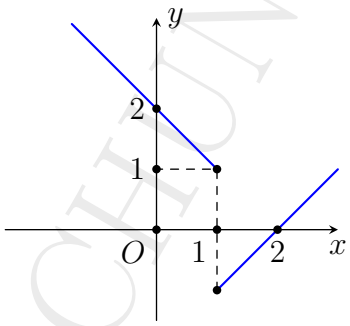
A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=(x+1)(x^2+2)$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 12. Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số **không** liên tục tại $x=1$?

A.


B.


C.


D.


Câu 13. Hàm số $y=\dfrac{1}{2x-4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^3}{1-x}, & \text{khi } x<1\\ 1, & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng trong các kết luận dưới đây?

A. Hàm số y liên tục phải tại $x=1$. **B.** Hàm số y liên tục tại $x=1$.
C. hàm số y liên tục trái tại $x=1$. **D.** Hàm số y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3}, & \text{khi } x\neq 3\\ -1, & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số gián đoạn tại $x_0=1$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x_0=-1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x_0=3$. **D.** Hàm số liên tục tại $x_0=3$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}, & \text{khi } x\neq 2\\ 4, & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x=2$.
C. $f(4)=2$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=2$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=0$.
C. Hàm số liên tục tại $x=1$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$?

A. $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 19. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = (x+1)(x^2+2)$. **B.** $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$.

C. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 20. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

A. $y = \dfrac{3x-4}{x-2}$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 21. Hàm số $y = \dfrac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng bao nhiêu?

A. $x_0 = 2\,018$. **B.** $x_0 = 1$. **C.** $x_0 = 0$. **D.** $x_0 = -1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x = \pm 1$. **B.** Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục tại các điểm $x = -1$. **D.** Hàm số liên tục tại các điểm $x = 1$.

Câu 23. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 2$?

A. $y = (x-1)(x-2)$. **B.** $y = \dfrac{(x-2)(x^2+3)}{x-2}$.

C. $y = \dfrac{x-2}{x+2}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x^2+2}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ x + 2\,021 & \text{khi } x \le 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số liên tục tại $x = 3$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$. **D.** Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\cos x, & \text{khi } x < 0 \\ \dfrac{x^2}{1+x}, & \text{khi } 0 \le x < 1 \\ x^2, & \text{khi } x \ge 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại mọi điểm x thuộc $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 0$.

C. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 1$.

D. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 26. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \ne -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$.

A. $m = 2$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 0$.

Câu 27. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 5 & \text{khi } x \le 1 \\ 2ax - 3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a - 4b$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 5$. **C.** $P = -5$. **D.** $P = 4$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \ne 1 \\ a^2 + 11 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số a

để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$. Giá trị của m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$ là

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+3x-14}{x^2-4} & \text{khi } x\neq 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x=2$?

A. $-\dfrac{11}{4}$. **B.** $-\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{11}{4}$.

Câu 31. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x\neq -2\\ m & \text{khi } x=-2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$.

A. $m=-4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=0$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2m+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=1$ là

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 33. Để hàm số $y=\begin{cases}x^2+3x+2 & \text{khi } x\leq -1\\ 4x+a & \text{khi } x>-1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-1$ thì giá trị của a là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 34. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3x+m & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{2\,016}+x-2}{\sqrt{2\,018x+1}-\sqrt{x+2\,018}} & \text{khi } x\neq 1\\ k & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

A. $k=2\sqrt{2\,019}$. **B.** $k=\dfrac{2\,017\sqrt{2\,018}}{2}$. **C.** $k=1$. **D.** $k=\dfrac{20\,016}{2\,017\sqrt{2\,019}}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ a & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $a=0$. **B.** $a=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1$.

Câu 37. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+b & \text{khi } x\leq -1\\ x+a & \text{khi } x>-1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $a=b-2$. **B.** $a=-2-b$. **C.** $a=2-b$. **D.** $a=b+2$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi m bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 39. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ m-1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 40. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ m^2+m-1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 41. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 2x+a & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$?

A. $\dfrac{15}{4}$. **B.** $-\dfrac{15}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 1.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x>2\\ m^2x-4m+6 & \text{khi } x\leq 2\end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho liên tục tại $x=2$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x^2+2x-1}-2}{x^2-1}, & x\neq 1\\ 4-m, & x=1\end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=1$ khi m bằng

A. $m=3$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=7$. **D.** $m=-7$.

Câu 44. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}, & x<-1\\ mx+2, & x\geq -1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$.

A. $m=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=\dfrac{5}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x\neq 0\\ 2a-\dfrac{5}{4} & \text{khi } x=0\end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $a=\dfrac{4}{3}$. **C.** $a=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+3 & \text{khi } x\neq 1\\ 3x+m-1 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ a & \text{khi } x=2\end{cases}$. Hàm số liên tục tại $x=2$ khi a bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{3-x} & \text{khi } x\neq 3\\ \dfrac{mx+2}{3} & \text{khi } x=3\end{cases}$. Hàm số liên tục tại điểm $x=3$ khi m bằng

A. $-\dfrac{11}{12}$. **B.** $\dfrac{11}{12}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 49. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x>4\\ mx+1 & \text{khi } x\leq 4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=4$.

A. $m=\dfrac{7}{4}$. **B.** $m=8$. **C.** $m=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x}{x-2} & \text{khi } x>2\\ mx-4 & \text{khi } x\leq 2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ n & \text{khi } x=1\end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì giá trị của biểu thức $m+n$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Câu 53. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x+1} & \text{khi } x>-1\\ mx-2m^2 & \text{khi } x\leq -1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$.

A. $m\in\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $m\in\{1\}$. **C.** $m\in\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $m\in\left\{-1;\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 54. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x} & \text{khi } x<2\\ mx+m+1 & \text{khi } x\geq 2\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=2$.

A. $m=\dfrac{1}{6}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 55. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x\neq 0\\ 2a-\dfrac{5}{4} & \text{khi } x=0\end{cases}$. Tìm các giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=-\dfrac{3}{4}$. **B.** $a=\dfrac{4}{3}$. **C.** $a=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 56. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x\neq \dfrac{1}{2}\\ \dfrac{c}{2} & \text{khi } x=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$, $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$. Biết hàm số liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$. Tính $S=a\cdot b\cdot c$.

A. $S=-36$. **B.** $S=18$. **C.** $S=36$. **D.** $S=-18$.

Câu 57. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ a & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_1=1$.

A. $a=1$. **B.** $a=0$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-1$.

Câu 58. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ m & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 59. Để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-3x+1}{2(x-1)} & \text{khi } x\neq 1\\ m & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ thì giá trị m bằng

A. 0,5. **B.** 1,5. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 60. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3m & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số gián đoạn tại $x=1$.

A. $m\neq 2$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m\neq -2$. **D.** $m\neq 3$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\sqrt{1-x} & \text{khi } x\geq 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x\neq 1\\ \sqrt{8+a^2} & \text{khi } x=1\end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 63. Giá trị của tham số a để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ a+2x & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{15}{4}$. **D.** 4.

Câu 64. Hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{khi } x\leq 1\\ x+m & \text{khi } x>1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$ khi m nhận giá trị

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 65. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x\neq 4\\ a+2 & \text{khi } x=4\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x=4$.

A. $a=\dfrac{5}{2}$. **B.** $a=-\dfrac{11}{6}$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Câu 66. Tìm tham số thực m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-12}{x+4} & \text{khi } x\neq -4\\ mx+1 & \text{khi } x=-4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-4$.

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=5$.

Câu 67. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ m & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{3}{4}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1\\ m^2+m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\leq 1\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

A. $m\in\{0;1\}$. **B.** $m\in\{0;-1\}$. **C.** $m\in\{1\}$. **D.** $m\in\{0\}$.

Câu 69. Tìm a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$: $f(x)=\begin{cases}2x+a & \text{khi } x\leq 1\\ \dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$.

A. $a=-2$. **B.** $a=1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-1$.

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ m^2 & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=\pm 1$.

Câu 71. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+4x+3}{x+1} & \text{khi } x>-1\\ mx+2 & \text{khi } x\leq -1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-1$.

A. $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=4$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 72. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 2m+1 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=2$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{13}{2}$. **C.** $m=\dfrac{11}{2}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 73. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^2+2x+8}{x+2} & \text{khi } x\neq -2\\ m^2x^2+5mx & \text{khi } x=-2\end{cases}$ $(m\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=-2$. Số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2+5x+6}$. Khi đó hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-3;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-3;3)$.

Câu 75. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2+5x+4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-5;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 76. Hàm số $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 77. Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x-3\cos x$. **B.** $y=1+\tan x$. **C.** $y=x-\cot x$. **D.** $y=\dfrac{1}{\cos x}$.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2 & \text{khi } x=1.\end{cases}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x\neq 1$ và gián đoạn tại $x=1$.
B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không liên tục trên $(1;+\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại điểm $x=1$.

Câu 79. Hàm số nào sau đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=x^2-3x+2$. **D.** $y=\dfrac{3x}{x+2}$.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên khoảng $(1;5)$.
B. Hàm số gián đoạn tại $x=2020$.
C. Hàm số liên tục tại $x=2$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x=2$.

Câu 81. Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(0;5)$?

A. $y=\dfrac{3x-2}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{5x+1}{x-4}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-1}$.

Câu 82. Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x+\cos x$. **B.** $y=x-\tan x$. **C.** $y=1+\cot x$. **D.** $y=\dfrac{1}{\cos x}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 83. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + 6x + 20$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \dfrac{x}{x^2 + x + 2}$. **D.** $y = \dfrac{x}{x + 1}$.

Câu 84. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$. **D.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

Câu 85. Cho bốn hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$, $f_2(x) = \dfrac{3x + 1}{x - 2}$, $f_3(x) = \cos x + 3$ và $f_4(x) = \log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 86. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \tan x + 5$. **B.** $f(x) = \dfrac{x^2 + 3}{5 - x}$. **C.** $f(x) = \sqrt{x - 6}$. **D.** $f(x) = \dfrac{x + 5}{x^2 + 4}$.

Câu 87. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.
B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Câu 88. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \sqrt{x}$. **B.** $f(x) = x^4 - 4x^2$. **C.** $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^4 - 4x^2}{x + 1}}$. **D.** $f(x) = \dfrac{x^4 - 4x^2}{x + 1}$.

Câu 89. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$. **B.** $y = \dfrac{x}{x + 1}$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \dfrac{x}{|x| + 1}$.

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{nếu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số f có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

A. 2018. **B.** 1009. **C.** 642. **D.** 321.

Câu 91. Cho hàm số $y = \begin{cases} x + 2 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 3$.

Câu 92. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2mx^2 - 4 & \text{khi } x \leq 3 \\ 5 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{18}$. **C.** 18. **D.** 2.

Câu 93. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 4 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 2b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm giá trị của biểu thức $P = a - 3b$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 5$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = -5$.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 94. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-7x+6}{x^2-3x+2}, & \text{khi } x\neq 1 \text{ và } x\neq 2\\ 2a, & \text{khi } x=1\\ b-3, & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $P=a^2+b^2$.

A. $P=68$. **B.** $P=45$. **C.** $P=41$. **D.** $P=10$.

Câu 95. Tìm m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}, & x\neq 1\\ mx+1, & x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 96. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ ax+3 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=-1$. **B.** $a=\dfrac{1}{6}$. **C.** $a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ m-2 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 98. Tìm m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+2\sqrt{x-2} & \text{khi } x\geq 2\\ 5x-5m+m^2 & \text{khi } x<2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m=2;\ m=3$. **B.** $m=-2;\ m=-3$. **C.** $m=1;\ m=6$. **D.** $m=-1;\ m=-6$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & \text{khi } x\leq 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=4$. **D.** $a=2$.

Câu 100. Cho biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{khi } x(x-2)\neq 0\\ a & \text{khi } x=0\\ b & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T=2$. **B.** $T=122$. **C.** $T=101$. **D.** $T=145$.

Câu 101. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}m^2x^2 & \text{khi } x\leq 2\\ (1-m)x & \text{khi } x>2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 102. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}-m & \text{khi } x\geq 0\\ mx+1 & \text{khi } x<0\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 103. Tìm P để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x>1\\ 6Px-3 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $P=\dfrac{5}{6}$. **B.** $P=\dfrac{1}{2}$. **C.** $P=\dfrac{1}{6}$. **D.** $P=\dfrac{1}{3}$.

Câu 104. Hàm số $f(x)=\begin{cases}ax+b+1, & \text{khi } x>0\\ a\cos x+b\sin x, & \text{khi } x\le 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $a-b=1$. **B.** $a-b=-1$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Câu 105. Cho hàm số $y=\begin{cases}3x+1 & \text{khi } x\ge -1\\ x+m & \text{khi } x<-1\end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=5$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x>0\\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{khi } x\le 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 107. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{khi } x\ne 3\\ a & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tập các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên S là

A. $\left\{\dfrac{2}{5}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{1}{5}\right\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\left\{\dfrac{3}{5}\right\}$.

Câu 108. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x>4\\ mx+1 & \text{khi } x\le 4\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=8$ hoặc $m=-\dfrac{7}{4}$. **B.** $m=\dfrac{7}{4}$.

C. $m=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$ hoặc $m=\dfrac{7}{4}$.

Câu 109. Nếu hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+b & \text{khi } x<-5\\ x+17 & \text{khi } -5\le x\le 10\\ ax+b+10 & \text{khi } x>10\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 110. Cho hàm số $f(x)=x^5-4x^4-4x^3+14x^2+4x-10$. Số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên $\mathbb{R}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 111. Cho phương trình $x^3-3x^2+2=0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2;3)$.

B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2;3)$.

C. Phương trình (1) vô nghiệm.

D. Phương trình (1) có hai nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 112. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2;1)$.
B. Phương trình (1) vô nghiệm.
C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0;2)$.
D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 113. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$

A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$.
B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.
C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.
D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Câu 114. Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 115. Phương trình $3x^5 + 5x^3 + 10 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-10;-2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 116. Cho phương trình $2x^3 - 8x - 1 = 0(1)$. Khẳng định nào sai?

A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.
B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.
C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.
D. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-5;-1)$.

Câu 117. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và thỏa mãn $f(a) = b$, $f(b) = a$ với $a, b > 0$, $a \neq b$. Khi đó phương trình nào sau đây có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

A. $f(x) = 0$. **B.** $f(x) = x$. **C.** $f(x) = -x$. **D.** $f(x) = a$.

Câu 118. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ ax + 3 & \text{nếu } x = 2. \end{cases}$

Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = -1$. **B.** $a = \dfrac{1}{6}$. **C.** $a = \dfrac{4}{3}$. **D.** $a = -\dfrac{4}{3}$.

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ m - 2 & \text{nếu } x = 1. \end{cases}$

Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Câu 120. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{nếu } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{nếu } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m = 2$; $m = 3$. **B.** $m = -2$; $m = -3$. **C.** $m = 1$; $m = 6$. **D.** $m = -1$; $m = -6$.

Câu 121. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=4$. **D.** $a=2$.

Câu 122. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{nếu } x(x-2)\neq 0\\ a & \text{nếu } x=0\\ b & \text{nếu } x=2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T=2$. **B.** $T=122$. **C.** $T=101$. **D.** $T=145$.

Câu 123. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}m^2x^2 & \text{nếu } x\leq 2\\ (1-m)x & \text{nếu } x>2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 124. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}-m & \text{nếu } x\geq 0\\ mx+1 & \text{nếu } x<0\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Câu 125. Tìm P để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{nếu } x>1\\ 6Px-3 & \text{nếu } x\leq 1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $P=\dfrac{5}{6}$. **B.** $P=\dfrac{1}{2}$. **C.** $P=\dfrac{1}{6}$. **D.** $P=\dfrac{1}{3}$.

Câu 126. Hàm số $f(x)=\begin{cases}ax+b+1 & \text{nếu } x>0\\ a\cos x+b\sin x & \text{nếu } x\leq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $a-b=1$. **B.** $a-b=-1$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=-1$.

Câu 127. Cho hàm số $y=\begin{cases}3x+1 & \text{nếu } x\geq -1\\ x+m & \text{nếu } x<-1,\end{cases}$ m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=5$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 128. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{nếu } x>0\\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{nếu } x\leq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 129. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{nếu } x\neq 3\\ a & \text{nếu } x=3.\end{cases}$

Tập các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên S là

A. $\left\{\dfrac{2}{5}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{1}{5}\right\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\left\{\dfrac{3}{5}\right\}$.

Câu 130. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{nếu } x>4\\ mx+1 & \text{nếu } x\leq 4\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=8$ hoặc $m=-\dfrac{7}{4}$. **B.** $m=\dfrac{7}{4}$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

C. $m=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$ hoặc $m=\dfrac{7}{4}$.

Câu 131. Nếu hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+b & \text{nếu } x<-5\\ x+17 & \text{nếu } -5\le x\le 10\\ ax+b+10 & \text{nếu } x>10\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 132. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-3x+1}{2(x-1)} & \text{khi } x\neq 1\\ m & \text{khi } x=1\end{cases}$, với m là tham số.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) $f(1)=m$.		
c) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi $m=\dfrac{1}{2}$.		

Câu 133. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x>0\\ mx^2+2m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 0\end{cases}$, với m là tham số.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathscr{D}=[-4;+\infty)$.		
b) $f(0)=2m+\dfrac{1}{4}$.		
c) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\dfrac{1}{4}$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=\dfrac{1}{4}$.		

Câu 134. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-3}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ x-3m & \text{nếu } x=1\end{cases}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$.		
b) Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty;0)$.		
c) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=-1$.		
d) Hàm số không xác định tại $x=1$.		

Câu 135. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{3x-2}-x} & \text{khi } x>1\\ x+m & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ với m là tham số và hàm số $g(x)=3x-1$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ gián đoann tại $x=-2$.		
b) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=2$.		
c) Hàm số $f(x)+g(x)$ liên tục tại $x=-3$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi $m=1$.		

Câu 136. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-x-1}{x^2-5x+4} & \text{khi } x>1\\ 3x+m & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ với m là tham số và hàm số $g(x)=x^2-x-2$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;1)$.		
b) Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.		
c) Hàm số $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$.		
d) Với $m=\dfrac{11}{4}$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên tập xác định.		

Câu 137. Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 4{,}5 & \text{khi } x=2\end{cases}$ và $g(x)=\dfrac{2}{x-1}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.		
b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4$.		
c) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.		
d) Hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.		

Câu 138. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ x+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ và $g(x)=4x^2-x+1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $f(1)=2$.		
b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.		
c) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.		
d) Hàm số $y=f(x)-g(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=1$.		

Câu 139. Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\\ [7pt]\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$, $g(x)=x^2-3x+1$ và $h(x)=\sin\dfrac{\pi x}{4}$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		
b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		
c) Hàm số $h(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 2$.		
d) Hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		

Câu 140. Cho các hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4} & \text{khi } x > 2 \\ \dfrac{5x-9}{2} & \text{khi } x \le 2 \end{cases}$ và $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{khi } x > 2 \\ \dfrac{1-x}{4} & \text{khi } x \le 2. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.		
b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x) = \dfrac{1}{4}$.		
c) Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0 = 2$.		
d) Hàm số $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.		

Câu 141. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x \le 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \dfrac{1}{2}$.		
b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		
c) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		
d) Hàm số $y = f(x) + g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.		

Câu 142. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x^2-3x+2} & \text{khi } x \ne 2 \\ \dfrac{2a+1}{6} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ và $g(x) = \sin\dfrac{\pi x}{4}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \dfrac{1}{2}$.		
b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.		
c) Khi $a = 1$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$.		
d) Khi $a = 0$ thì hàm số $y = f(x) + g(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$.		

Câu 143. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{5x+11}}{2x^2-5x-18} & \text{khi } x > -2 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x \le -2 \end{cases}$ và $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x-6}{x+2} & \text{khi } x \ne -2 \\ 2x + a & \text{khi } x = -2. \end{cases}$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\dfrac{5}{26}$.		
b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=-2$.		
c) Để hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=-2$ thì $a=1$.		
d) Khi $a=-1$ thì hàm số $y=f(x)\cdot g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0=-2$.		

Câu 144. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{x+5}}{x^2-5x-4} & \text{khi } x>-1\\ x^3-9x & \text{khi } x\le -1\end{cases}$ và $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{khi } x\ne -1\\ 2a+x & \text{khi } x=-1.\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\dfrac{1}{8}$.		
b) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.		
c) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=-1$ khi $a=\dfrac{1}{2}$.		
d) Khi $a=-\dfrac{1}{2}$ hàm số $y=f(x)-g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=-1$.		

Câu 145. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x>0\\ 3x+m+1 & \text{khi } x\le 0\end{cases}$, m là tham số.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=-3$.		
b) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$.		
c) Khi $m=1$, hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=0$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=0$.		

Câu 146. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{x^3-1} & \text{khi } x>1\\ mx+2 & \text{khi } x\le 1.\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ xác định tại $x=1$.		
b) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=-2$.		
c) Khi $m=-2$, hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=1$.		

Câu 147. Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ 3m-2 & \text{khi } x=1\cdot\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

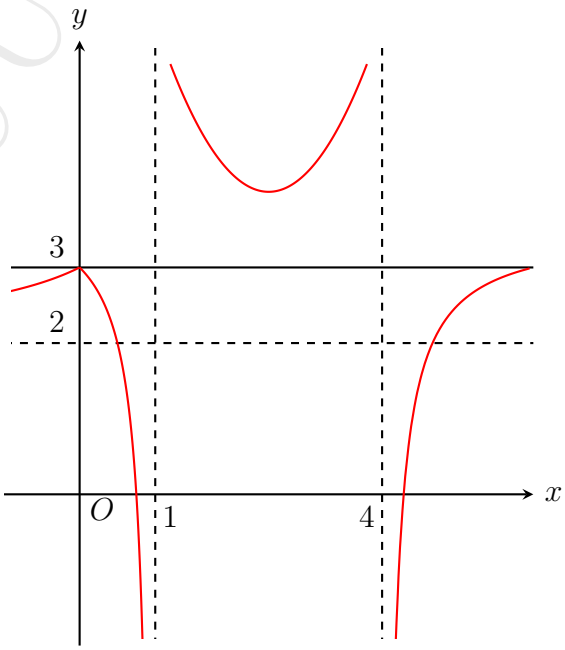
Phát biểu	Đ	S
a) Với $m=0$ hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.		
b) Với $m=\dfrac{-1}{2}$ hàm số $f(x)$ gián đoạn tại tại $x=1$.		
c) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi $m=\dfrac{11}{12}$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m=\dfrac{12}{11}$.		

Câu 148. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ m & \text{khi } x=1.\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số liên tục tại điểm $x=0$.		
b) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$.		
c) Với $m=1$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.		
d) Với $m=-1$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.		

Câu 149.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số liên tục tại điểm $x=0$.		
b) Hàm số liên tục tại điểm $x=1$.		
c) Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$.		
d) Hàm số liên tục trên $(1;4)$.		

Câu 150. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & \text{khi } x\geq 1\\ mx-1, & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) $f(1)=2$.		
b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=1$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=m-1$.		
d) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m=1$.		

Câu 151. Cho hàm số $h(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x<0\\ x^2+1 & \text{khi } 0\leq x\leq 2\\ 3x-1 & \text{khi } x>2.\end{cases}$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số liên tục tại $x=-1$.		
b) Hàm số liên tục tại $x=3$.		

Phát biểu	Đ	S
c) Hàm số liên tục tại $x=0$.		
d) Hàm số liên tục tại $x=2$.		

Câu 152. Cho hàm số $f(x)=-4x^3+4x-1$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.		
b) Phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$.		
c) Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.		
d) Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3;\frac{1}{2}\right)$.		

Câu 153. Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0$. Khi đó

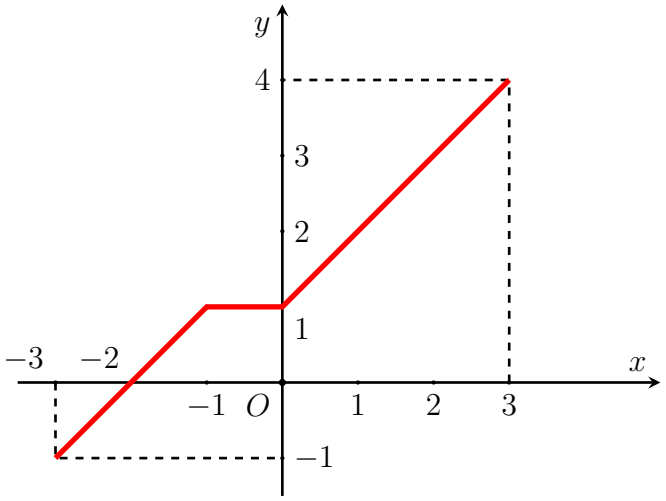
Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.		
b) Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-2;0)$.		
c) Phương trình chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2;1)$.		
d) Phương trình có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0;2)$.		

Câu 154. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức thoả điều kiện $f(-1)=-2$, $f(1)=2$, $f(5)=10$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.		
b) Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(1;5)$.		
c) Phương trình $f(x)=7$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(1;5)$.		
d) Phương trình $m[f(x)-1](x+1)-m=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số $m\neq 0$.		

Câu 155.

Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên.

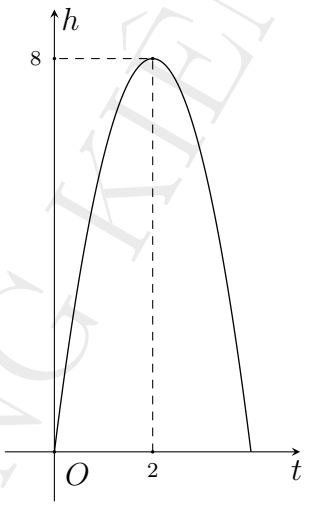


Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số liên tục trên khoảng $(-3;-1)$.		
b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$.		
c) $f(-0,5)>f(2)$.		
d) Hàm số liên tục trên tập xác định.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 156.

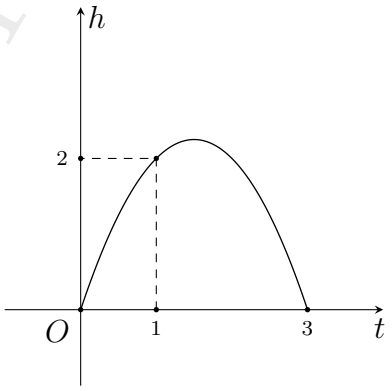
Hình vẽ bên biểu thị độ cao $h(t)$ mét của một quả bóng được đá lên theo thời gian t giây, trong đó $h(t) = -2t^2 + 8t$.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $h(t)$ liên tục trên tập xác định.		
b) $\lim\limits_{t\to 2}(-2t^2+8t) = 8$.		
c) Tầm bay cao của quả bóng là 8 m.		
d) Tầm bay xa của quả bóng là 3,5 giây.		

Câu 157.

Hình bên biểu thị độ cao h m của một quả bóng được đá lên theo thời gian t giây, trong đó $h(t) = at^2 + bt$.



Phát biểu	Đ	S
a) Dựa vào đồ thị, ta có $a + b = 2$.		
b) Hàm số $h(t)$ liên tục trên khoảng $(0;3)$.		
c) Với m thuộc $(0;3)$, ta có $\lim\limits_{t\to m} h(t) = -m^2 + 3m$.		
d) Quả bóng đạt độ cao lớn nhất khi $t = 2$.		

Câu 158. Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $C(x)$ (đồng) với $C(x) = \begin{cases} 60\,000 & \text{khi} \quad 0 < x \le 2 \\ 100\,000 & \text{khi} \quad 2 < x \le 4 \\ 200\,000 & \text{khi} \quad 4 < x \le 24. \end{cases}$ khi thời gian đậu xe là x (giờ).

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{x\to 2^-} C(x) = 60\,000$.		
b) Hàm số $C(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$.		
c) $\lim\limits_{x\to 4^+} C(x) = 200\,000$.		
d) Hàm số $C(x)$ liên tục trên tập xác định.		

Câu 159. Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một đơn vị khối lượng ở khoảng cách r tính từ tâm của nó là $F(r) = \begin{cases} \dfrac{GMr}{R^3} & \text{khi} \quad 0 < r < R \\ \dfrac{GM}{r^2} & \text{khi} \quad r \ge R \end{cases}$, trong đó M là khối lượng, R là bán kính của Trái Đất, G là hằng số hấp dẫn.

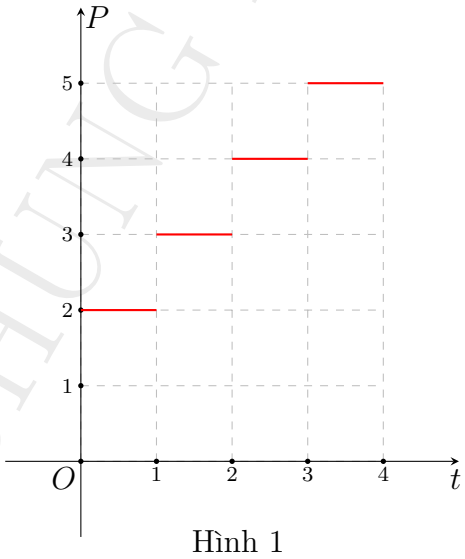
Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{r\to R^-} F(r) = F(R)$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Hàm số $F(r)$ liên tục trên khoảng $(0;R)$.		
c) $\lim\limits_{r\to R^+} F(r)=\dfrac{GM}{r^2}$.		
d) Hàm số $F(r)$ liên tục trên $(0;+\infty)$.		

Câu 160.

Tại một nhà gửi xe, phí gửi xe ô tô con được tính 20 nghìn đồng cho 1 giờ đầu và 10 nghìn đồng cho mỗi giờ tiếp theo. Gọi $P(t)$ (tính theo chục nghìn đồng) là số tiền phí gửi xe ô tô con tại nhà gửi xe này trong t giờ (với $0<t\le 4$).



Hình 1

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo giờ là $P(t)=\begin{cases}2 & \text{khi} \quad 0<t\le 1\\ 3 & \text{khi} \quad 1<t\le 2\\ 4 & \text{khi} \quad 2<t\le 3\\ 5 & \text{khi} \quad 3<t\le 4\end{cases}$.		
b) Hình 1 là đồ thị của hàm số $P(t)$.		
c) Hàm số liên tục trên mỗi khoảng xác định.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên tập xác định.		

Câu 161. Một bảng giá cước taxi được cho như sau:

Giá mở cửa 0,5 km	Giá cước các km tiếp theo đến 30 km	Giá cước từ km thứ 31
10 000 đồng	13 500 đồng	11 000 đồng

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển là $f(x)=\begin{cases}10\,000x & \text{khi} \quad x\le 0{,}5\\ 10\,000+13\,500(x-0{,}5) & \text{khi} \quad 0{,}5<x\le 30\\ 408\,250+11\,000(x-30) & \text{khi} \quad x>30\end{cases}$.		
b) $f(0{,}5)=5\,000$.		
c) $\lim\limits_{x\to 30^-} f(x)=408\,250$.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên tập xác định.		

Câu 162. Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ $20°C$, mỗi phút tăng $4°C$ trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút $2°C$ trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ ($°C$) trong tủ theo thời gian t (phút) có dạng $T(t)=\begin{cases}20+4t & \text{khi} \quad 0\le t\le 70\\ a-2t & \text{khi} \quad 70<t\le 120\end{cases}$, a là hằng số.

Phát biểu	Đ	S
a) $T(50)=200$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Hàm số $T(t)$ liên tục trên khoảng $(0;70)$.		
c) $\lim\limits_{t\to 70^+} T(t) = 300$.		
d) Biết rằng $T(t)$ là hàm liên tục trên tập xác định. Khi đó $a = 440$.		

Câu 163.

Biểu giá bán lẻ điện sinh hoạt của EVN được áp dụng theo Quyết định 1062/QĐ-BCT với mức giá bán lẻ điện chưa bao gồm thuế giá trị gia tăng, cụ thể như hình bên.

kWh	Giá tiền (đồng/kWh)
Từ 1 đến 50	1 728
Từ 51 đến 100	1 786
Từ 101 đến 200	2 074
Từ 201 đến 300	2 612
Từ 301 đến 400	2 919
Từ 401 trở lên	3 015

Phát biểu	Đ	S
a) Giá tiền được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = \begin{cases} 1{,}728 & \text{khi} \quad 0 < x \le 50 \\ 86\,400 + (x-50)1\,786 & \text{khi} \quad 50 < x \le 100 \\ 175\,700 + (x-100)2\,074 & \text{khi} \quad 100 < x \le 200 \\ 383\,100 + (x-200)2\,612 & \text{khi} \quad 200 < x \le 300 \\ 605\,000 + (x-300)2\,219 & \text{khi} \quad 300 < x \le 400 \\ 826\,900 + (x-400)3\,015 & \text{khi} \quad x > 400 \end{cases}$.		
b) Hàm số $T(x)$ liên tục trên khoảng $(50;100)$.		
c) $T(250) = 513\,700$.		
d) $\lim\limits_{x\to 100^+} T(x) = 175\,500$.		

Câu 164. Một điểm dịch vụ trông giữ xe ô tô thu phí 30 nghìn đồng trong giờ đầu tiên và thu thêm 20 nghìn đồng cho mỗi giờ tiếp theo.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số mô tả số tiền phí theo thời gian trông giữ là $f(x) = \begin{cases} 30 & \text{khi} \quad 0 < x \le 1 \\ 10 + 20x & \text{khi} \quad x > 1 \end{cases}$.		
b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 30$.		
c) Một người gửi xe ô tô trong 2,5 giờ thì số tiền phải trả là 55 nghìn đồng.		
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.		

Câu 165. Chi phí sản xuất $C = f(Q) = \begin{cases} Q+2 & \text{khi } 0 < Q \le 3 \\ \dfrac{Q^2 - 2Q - 3}{Q-3} & \text{khi } Q > 3 \end{cases}$ phụ thuộc lượng đầu ra của sản phẩm Q.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\lim\limits_{Q\to 0^+} f(Q)$ không tồn tại.		
b) $\lim\limits_{Q\to 3^-} f(Q) = 5$.		
c) $\lim\limits_{Q\to 3^+} f(Q) = 1$.		
d) Hàm số $f(Q)$ liên tục trên $(0;+\infty)$.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 166. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{mx^2-(m-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8+m^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để hàm số liên tục tại $x = 1$? KQ: ☐☐☐☐

Câu 167. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2m - \dfrac{5}{4}x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m (*làm tròn đến hàng phần trăm*) sao cho hàm số liên tục tại $x = 0$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 168. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx^2 - \dfrac{3x}{4} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 169. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = m + 4n$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 170. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x+m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 171. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8+a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x = 1$? KQ: ☐☐☐☐

Câu 172. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax+1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 173. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx+1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x = 2$. KQ: ☐☐☐☐

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 174. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x-5 & \text{khi } x\le -2\\ ax-1 & \text{khi } x>-2.\end{cases}$ Với giá trị nào của a thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=-2$?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 175. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4-5x^2+4}{x^3+1} & \text{khi } x<-1\\ m^2x^2+2mx-5 & \text{khi } x\ge -1\end{cases}$. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại điểm $x=-1$. Tính tích các phần tử của S.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 176. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+4}-\sqrt{2x+8}}{x-4} & \text{khi } x\ne 4\\ a+2 & \text{khi } x=4\end{cases}$. Biết hàm số liên tục tại $x_0=4$ khi $a=\dfrac{m}{n}$, với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính tích $m\cdot n$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 177. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} & \text{khi } x>8\\ ax+4 & \text{khi } x\le 8\end{cases}$. Tính giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=8$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 178. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x\ne 0\\ 3 & \text{khi } x=0.\end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số liên tục tại $x_0=0$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2-x+36a<0$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 179. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}m^2+mx-2 & \text{khi } x\ne 1\\ 0 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tính tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x=1$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 180. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x>1\\ ax+1 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm $x=1$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 181. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x>2\\ (1-a)x & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Tính tổng tất cả các giá trị của a để hàm số liên tục trên tập xác định.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 182. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}-m & \text{khi } x\ge 0\\ mx+2 & \text{khi } x<0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 183. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & \text{khi } x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 184. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx-4 & \text{khi } x\le 1\\ 2ax-2b & \text{khi } x>1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P=a-3b$.

KQ: ☐☐☐☐

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 185. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1} & \text{khi } x>1\\ -2ax+1 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 186. Tìm giá trị của a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x>2\\ a^2x+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 187. Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\ 8+4a+2b+c<0.\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với trục hoành.

KQ: ☐☐☐☐

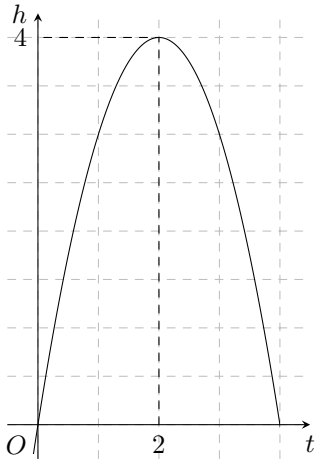
Câu 188. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a+c>8+2b$ và $a+b+c<-1$. Tính số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 189.

Hình vẽ biểu thị độ cao h (m) của một quả bóng được đá lên theo thời gian t (s), xác định $\lim\limits_{t\to 2}h(t)$.

KQ: ☐☐☐☐



Câu 190. Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $C(x)=\begin{cases}60\,000 & \text{khi} \quad 0<x\le 2\\ 50\,000+ax & \text{khi} \quad 2<x\le 4\\ 100\,000+b & \text{khi} \quad 4<x\le 24.\end{cases}$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ). Tìm a để hàm $C(x)$ liên tục tại $x=2$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 191. Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ $20°C$, mỗi phút tăng $4°C$ trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút $2°C$ trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ ($°C$) trong tủ theo thời gian t (phút) có dạng $T(t)=\begin{cases}20+4t \text{ khi } 0\le t\le 70\\ a-2t \text{ khi } 70<t\le 120\end{cases}$, ($a$ là hằng số). Biết rằng, $T(t)$ là hàm liên tục trên tập xác định. Tìm giá trị của a.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 192. Một bãi đỗ xe tính phí 60 nghìn đồng cho giờ đầu tiên (hoặc một phần của giờ đầu tiên) và thêm 40 nghìn đồng cho mỗi giờ (hoặc một phần của mỗi giờ) tiếp theo, tối đa là 200 nghìn đồng. Khi một người có thời gian đỗ xe tăng dần đến 3 giờ và một người có thời gian đỗ xe giảm dần đến 3 giờ thì chênh lệch chi phí giữa hai người là bao nhiêu nghìn đồng?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 193. Lực hấp dẫn tác dụng lên một đơn vị khối lượng ở khoảng cách r tính từ tâm Trái Đất là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$F(r)=\begin{cases}\dfrac{GM}{R^3}r & \text{khi } r<R\\ \dfrac{GM}{r^2} & \text{khi } r\geq R\end{cases}$. Trong đó M và R lần lượt là khối lượng và bán kính của Trái Đất, G là hằng số hấp dẫn. Biết rằng hàm số $F(r)$ liên tục trên $[a;+\infty)$. Tính a. KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 3

§4. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG III

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Cho dãy số (u_n) có tính chất $|u_n - 1| < \dfrac{2}{n}$. Có kết luận gì về giới hạn của dãy số này?

Bài 2. Tìm giới hạn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{n^2}{3n^2 + 7n - 2}$; b) $v_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{3^k + 5^k}{6^k}$; c) $w_n = \dfrac{\sin n}{4n}$.

Bài 3. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \dfrac{2n^2 + 6n + 1}{8n^2 + 5}$; b) $\lim \dfrac{4n^2 - 3n + 1}{-3n^3 + 5n^2 - 2}$; c) $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2 - n + 3}}{8n - 5}$;

d) $\lim \left(4 - \dfrac{2^{n+1}}{3^n}\right)$; e) $\lim \dfrac{4.5^n + 2^{n+2}}{6.5^n}$; f) $\lim \dfrac{2 + \frac{4}{n^3}}{6^n}$.

Bài 4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số.

a) $1,(01)$; b) $5,(132)$.

Bài 5. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$; b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$; c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2 - x}{(1 - x)^2}$; d) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x + 2}{\sqrt{4x^2 + 1}}$.

Bài 6. Tính các giới hạn một bên:

a) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^2 - 9}{|x - 3|}$ b) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x}{\sqrt{1 - x}}$.

Bài 7. Chứng minh rằng giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|x|}{x}$ không tồn tại.

Bài 8. Giải thích tại sao các hàm số sau đây gián đoạn tại điểm đã cho.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$; b) $g(x) = \begin{cases} 1 + x & \text{nếu } x < 1 \\ 2 - x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$.

Bài 9. Cho $F(r) = \begin{cases} \dfrac{GMr}{R^3} & \text{nếu } r < R \\ \dfrac{GM}{r^2} & \text{nếu } r \geq R, \end{cases}$ là lực hấp dẫn tác dụng lên một đơn vị khối lượng ở khoảng cách r tính từ tâm Trái Đất, trong đó M và R lần lượt là khối lượng và bán kính của Trái Đất, G là hằng số hấp dẫn. Xét tính liên tục của hàm số $F(r)$.

Bài 10. Tìm tập xác định của các hàm số sau và giải thích tại sao các hàm này liên tục trên các khoảng xác định của chúng.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $f(x)=\dfrac{\cos x}{x^2+5x+6}$; b) $g(x)=\dfrac{x-2}{\sin x}$.

Bài 11. Tìm các giá trị của a để hàm số $f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{nếu } x\le a\\ x^2 & \text{nếu } x>a\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 12. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{n^2+2n}{3n^2+n+1}$. b) $\lim\dfrac{n^2+2n}{2n^2+3n-1}$. c) $\lim\dfrac{2^{5n+1}+3}{3^{5n+2}+1}$.

d) $\lim\dfrac{(-1)^n+4.3^n}{(-1)^{n+1}-2.3^n}$. e) $\lim(\sqrt{n^2-3n}-\sqrt{n^2+1})$. f) $\lim\dfrac{n}{\sqrt{3n^2+1}-\sqrt{n^2-1}}$.

Bài 13. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$. b) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$. c) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^3-4x^2+4x-3}{x^2-3x}$.

d) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^4-5x^3+3x^2+1}{3x^4-8x^3+6x^2-1}$. e) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$. f) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16}$.

g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}$. h) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+2}{2x^2+5x+2}$. i) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+2)^2-1}{x^2-1}$.

Bài 14. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{3-\sqrt{x+7}}$. b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$. c) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x^2+2x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$. e) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{\sqrt{x+3}-2}$. f) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{4-\sqrt{x^2+16}}$.

Bài 15. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{2x^2-3x+2}{x+2}$. b) $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{|x-1|}{x^2+3x-4}$. c) $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{3x^3-4x+1}{x+1}$.

d) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x^2-5x+2}{(x-2)^2}$. e) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{3x+4}{3-x}$. f) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$.

g) $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$. h) $\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x-3)^2}$. i) $\lim\limits_{x\to2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$.

Bài 16. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+4x-1}{x^4-5x^3+2x^2-x+3}$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x-1}{2x^2+x+1}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{2x^4-x^3+x}{3x^4+2x^2-7}}$. d) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+1}+x)$.

e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+3\sqrt{1-x}}{1-x}$. f) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+2x}+x)$.

Bài 17. Tính các giới hạn sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $\lim\limits_{x\to -3}(4x^2-5x+6)$; b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x-2}$; c) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$.

Bài 18. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{6x+8}{5x-2}$; b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{6x+8}{5x-2}$; c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2-x+1}}{3x-2}$;

d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2-x+1}}{3x-2}$; e) $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3x^2+4}{2x+4}$; f) $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3x^2+4}{2x+4}$.

Bài 19. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+a & \text{nếu } x<2\\ 4 & \text{nếu } x=2\\ -3x+b & \text{nếu } x>2.\end{cases}$

a) Với $a=0, b=1$, xét tính liên tục của hàm số tại $x=2$.

b) Với giá trị nào của a, b thì hàm số liên tục tại $x=2$?

c) Với giá trị nào của a, b thì hàm số liên tục trên tập xác định?

Bài 20. Xét tính liên tục của hàm số tại điểm x_0 đã chỉ ra:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{12-6x}{x^2-7x+10} & \text{khi } x\neq 2\\ 2 & \text{khi } x=2\end{cases}$, $x_0=2$. b) $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x<0\\ 1-\sqrt{x} & \text{khi } x\geq 0\end{cases}$, $x_0=0$.

Bài 21. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{n^2+2n}{3n^2+n+1}$. b) $\lim\dfrac{n^2+2n}{2n^2+3n-1}$. c) $\lim\dfrac{2^{5n+1}+3}{3^{5n+2}+1}$.

d) $\lim\dfrac{(-1)^n+4.3^n}{(-1)^{n+1}-2.3^n}$. e) $\lim(\sqrt{n^2-3n}-\sqrt{n^2+1})$. f) $\lim\dfrac{n}{\sqrt{3n^2+1}-\sqrt{n^2-1}}$.

Bài 22. Tìm giới hạn của các dãy số sau

a) $u_n=\sqrt{n^2+4}-\sqrt{n^2+2}$. b) $u_n=\sqrt[3]{n^3+2n^2}-n+2$.

c) $u_n=\sqrt{4n^2+n}+\sqrt[3]{2n^2-8n^3}$. d) $u_n=n\left(\sqrt[3]{n^3-3n^2}-3n\right)$.

e) $u_n=2n+\sqrt[3]{n^2-8n^3}$. f) $u_n=\dfrac{\sqrt{n^4+1}}{n}-\dfrac{\sqrt{4n^6+2}}{n^2}$.

g) $u_n=\dfrac{1+2+2^2+\cdots+2^n}{1+3+3^2+\cdots+3^n}$.

Bài 23. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$. b) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$. c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-4x^2+4x-3}{x^2-3x}$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^4-5x^3+3x^2+1}{3x^4-8x^3+6x^2-1}$. e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$. f) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16}$.

g) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}$. h) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+2}{2x^2+5x+2}$. i) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+2)^2-1}{x^2-1}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 24. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{3-\sqrt{x+7}}$.

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x^2+2x-3}$.

d) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{\sqrt{x+3}-2}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{4-\sqrt{x^2+16}}$.

Bài 25. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+x^4+x+1}{x^4+x^3-x-1}$.

b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{6-x}+2x+3}{2x^2-18}$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^3+2x}-\sqrt{3}}{\sqrt{4x+2}-\sqrt{6}}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{2x^2+3x+13}-2x+1}{x^2-5x+6}$.

e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[4]{1+x}-1}$.

g) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{2x^2+4x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-4}$.

Bài 26. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{2x^2-3x+2}{x+2}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{|x-1|}{x^2+3x-4}$.

c) $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{3x^3-4x+1}{x+1}$.

d) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x^2-5x+2}{(x-2)^2}$.

e) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{3x+4}{3-x}$.

f) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$.

g) $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$.

h) $\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x-3)^2}$.

i) $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$.

Bài 27. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{3-x}$.

b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{10+2x^3}+x-1}{x^2+3x+2}$.

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{x+1-\sqrt[3]{4x^2+28}}$.

d) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x^2}}$.

e) $\lim\limits_{x\to 8^+}\dfrac{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x-8}-2}{\sqrt{x^2-64}}$.

Bài 28. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+4x-1}{x^4-5x^3+2x^2-x+3}$.

b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+x-1}{2x^2+x+1}$.

c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{2x^4-x^3+x}{3x^4+2x^2-7}}$.

d) $\lim\limits_{x\to -\infty}(\sqrt{x^2+1}+x)$.

e) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x+3\sqrt{1-x}}{1-x}$.

f) $\lim\limits_{x\to -\infty}(\sqrt{x^2+2x}+x)$.

Bài 29. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2x^3+2x+1}{2x^2}-x+3\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x^2+x-1}{x+2}-\dfrac{2x^2+3x}{x+3}\right)$.

c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(x+1)(3-2x^2)+x^6}{x^7+1}$.

d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{16x^2+4x-3}-\sqrt{4x^2+3}}{2x^2+3x-1}$.

Bài 30. Xét tính liên tục của hàm số:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{12-6x}{x^2-7x+10} & \text{khi } x\neq 2\\ 2 & \text{khi } x=2\end{cases}$; $x=2$. b) $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x<0\\ 1-\sqrt{x} & \text{khi } x\geq 0\end{cases}$ tại $x=0$.

Bài 31. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x>1\\ 3x-7 & \text{khi } x\leq 1\end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số f tại điểm $x=1$.

Bài 32. Xét tính liên tục của các hàm số sau tại x_0

a) $y=\begin{cases}\dfrac{4-\sqrt{x^2+2x+8}}{x^2-3x+2}; x<2\\ 2x-\dfrac{19}{4}; x\geq 2\end{cases}$; $x_0=2$. b) $y=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+1}-(x+1)}{2-\sqrt[3]{2x+6}} & x>1\\ \dfrac{3}{2} & x=1\\ x+\dfrac{1}{2} & x<1\end{cases}$; $x_0=1$.

Bài 33. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 2x+1 & \text{khi } x=2\end{cases}$ tại $x=2$.

Bài 34. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ a+1 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x=2$.

Bài 35. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ 2 & \text{khi } x=3\end{cases}$ tại $x_0=3$.

Bài 36. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2-10x-25}{2x-10} & \text{khi } x>5\\ x^2-4x+5 & \text{khi } x\leq 5\end{cases}$ tại $x_0=5$.

Bài 37. Định a để hàm số sau liên tục tại $x_0=-3$: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4-13x^2+36}{x^3+3x^2+x+3} & \text{khi } x\neq -3\\ ax^2-12 & \text{khi } x=-3\end{cases}$.

Bài 38. Tìm giá trị của a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3} & \text{khi } x\neq 1\\ a & \text{khi } x=1.\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 39. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2} & \text{nếu } x\neq 2\\ 3a+x & \text{nếu } x=2.\end{cases}$ Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0=2$.

Bài 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3x+3}}{x-2} & \text{khi } x<2\\ \dfrac{2mx-3m+2}{x-3} & \text{khi } x\geq 2\end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x_0=2$.

Bài 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^3-x-2}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ m-2x & \text{nếu } x=1\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 42. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3x}-2}{x-1} & \text{khi } x>1\\ mx+2 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

Bài 43. Tìm giá trị của tham số a để hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2 & \text{khi } x\le 2\\ x^2+x-1 & \text{khi } x>2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bài 44. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-\sqrt{6-5x}}{x+2}, & x\neq -2\\ 2ax+1, & x=-2\end{cases}$ (a là tham số). Tính giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x=-2$.

Bài 45. Định a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ a+\dfrac{4-x}{x+2} & \text{khi } x\ge 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

Bài 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$ chứa x_0. Chứng minh rằng nếu $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=L$ thì hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0.

Bài 47. Tìm các khoảng và nửa khoảng mà trên đó hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4-8x}{x^2-x-2} & \text{khi } x\neq -1, x\neq 2\\ 8 & \text{khi } x=2\\ 4 & \text{khi } x=-1\end{cases}$ liên tục.

Bài 48. Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ mx & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

Bài 49. Xác định m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2m-3 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$

Bài 50. Cho hàm số $f\colon [0;1]\to[0;1]$ liên tục. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một số thực $c\in[0;1]$ sao cho $f(c)=c$.

Bài 51. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

a) $(m^2+m+1)x^4+2x-2=0$. b) $\cos x+m\cos 2x=0$. c) $\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{\cos x}=m$.

Bài 52. Giả sử hai hàm số $y=f(x)$ và $y=f\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ đều liên tục trên $[0;1]$ và $f(0)=f(1)$. Chứng minh rằng phương trình $f(x)-f\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=0$ luôn có nghiệm trong $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Bài 53. Chứng minh rằng với mọi giá trị của các tham số a, b, c thì các phương trình sau luôn có nghiệm:

a) $x^3+ax^2+bx+c=0$.

b) $ab(x-a)(x-b)+bc(x-b)(x-c)+ca(x-c)(x-a)=0$.

c) $x^4+ax^3+bx^2+cx-\dfrac{2b}{3}-\dfrac{2}{3}=0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

d) $a\cos 2x + b\sin x + \cos x = 0$.

Bài 54. Chứng minh rằng phương trình $(m^2+1)\,x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.

Bài 55. Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $2a + 3b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm thuộc $(0;1)$.

Bài 56. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và m, n là 2 số dương tùy ý. Chứng minh rằng phương trình $f(x) = \dfrac{mf(a) + nf(b)}{m+n}$ có nghiệm thuộc $[a;b]$.

Bài 57. Chứng minh rằng phương trình

a) $x^5 - 5x - 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm.

b) $x^3 - 3x = m$ có ít nhất hai nghiệm với mọi giá trị của $m \in (-2;2)$.

c) $\sqrt{x^3 + 6x + 1} - 2 = 0$ có nghiệm dương.

Bài 58. Chứng minh rằng phương trình $a\cos^4 x + b\cos^3 x - 2\cos x = 2a\sin^3 x$ luôn có nghiệm với mọi tham số a, b, c.

Bài 59. Cho a, b, c là các số thực. Biết $a \neq 0$ và $2a + 3b + 8c = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

Bài 60. Chứng minh rằng phương trình $|x|^3 - 3mx^2 + 9(m^2+3)|x| - 54 = 0$ luôn có ít nhất hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị thực của tham số m.

Bài 61. Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ thỏa mãn $3a + 4b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm trong khoảng $\left(0; \dfrac{7}{8}\right)$.

Bài 62. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3$ (1). Chứng minh rằng phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm.

Bài 63. Chứng minh rằng phương trình $-x^3 + 4x^2 + x - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt trên khoảng $(-2;5)$.

Bài 64. Chứng minh rằng phương trình $x^5 - x - 2 = 0$ có nghiệm x_0 thỏa mãn $x_0 > \sqrt[9]{8}$.

Bài 65. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a) \neq f(b)$. Hai số c, d bất kì thỏa mãn $cd > 0$. Chứng minh rằng tồn tại số r thỏa $cf(a) + df(b) - (c+d)f(r) = 0$.

Bài 66. Chứng minh rằng phương trình $a\sin 3x + b\cos 2x + c\cos x + \sin x = 0$ luôn có nghiệm với mọi tham số a, b, $c \in \mathbb{R}$.

Bài 67. Cho $2a + 3b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình $a \cdot \tan^2 x + b \cdot \tan x + c = 0$ luôn có nghiệm thuộc $\left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Bài 68. Chứng minh phương trình $x^3 + 4x + 4 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trên $(-1;1)$.

Bài 69. Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^{2017} - 2017x - 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi m.

Bài 70. Chứng minh phương trình $(m^2 + m + 1)\,x^{2017} + x^5 - 32 = 0$ luôn có ít nhất một nghiệm dương với mọi giá trị của tham số m.

Bài 71. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a) \neq f(b)$. Hai số c, d bất kì thỏa mãn $cd > 0$. Chứng minh rằng tồn tại số r thỏa $cf(a) + df(b) - (c+d)f(r) = 0$.

Bài 72. Cho phương trình $(m^2+1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có ba nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

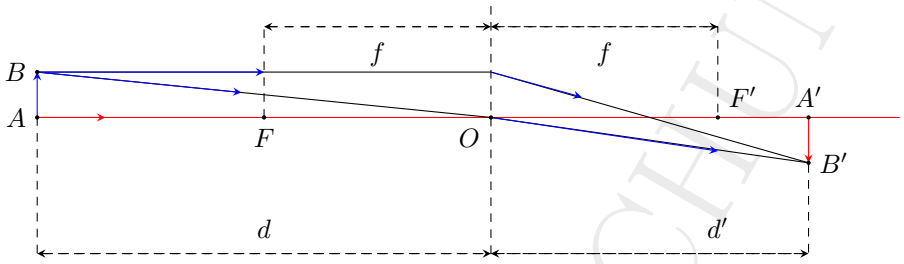
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 73. Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC, tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_1B_1C_1, \ldots$, tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n, \ldots$ Gọi $p_1, p_2, \ldots, p_n, \ldots$ và $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$ theo thứ tự là chu vi và diện tích của các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \ldots, A_nB_nC_n, \ldots$.

a) Tìm giới hạn của các dãy số (p_n) và (S_n).

b) Tìm các tổng $p_1 + p_2 + \ldots + p_n + \ldots$ và $S_1 + S_2 + \ldots + S_n + \ldots$.

Bài 74. Một thấu kính hội tụ có tiêu cự là f. Gọi d và d' lần lượt là khoảng cách từ một vật thật AB và từ ảnh $A'B'$ của nó tới quang tâm O của thấu kính như hình vẽ bên dưới. Công thức thấu kính là $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d} = \dfrac{1}{f}$.



a) Tìm biểu thức xác định hàm số $d' = \varphi(d)$.

b) Tìm $\lim\limits_{d \to f^+} \varphi(d)$, $\lim\limits_{d \to f^-} \varphi(d)$ và $\lim\limits_{d \to f} \varphi(d)$. Giải thích ý nghĩa của các kết quả tìm được.

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n}$. Mệnh đề đúng là

A. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$. **B.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$. **C.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$. **D.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$.

Câu 2. Cho $u_n = \dfrac{2 + 2^2 + \ldots + 2^n}{2^n}$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 3. Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \dfrac{2}{3^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}$. Mệnh đề đúng là

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$. **B.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. **C.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$. **D.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 là

A. $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$. **B.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

C. $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$. **D.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x - x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{|x+1|}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$.
C. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ a & \text{nếu } x=1\end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi

A. $a=0$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n), (v_n) thỏa $\lim u_n=2$, $\lim v_n=1$. Tính $\lim(2u_n-3v_n)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 10. Nếu $\lim u_n=L$ (với $u_n\geq -9$ với $\forall n\in\mathbb{N}^*$) thì $\lim\sqrt{u_n+9}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\sqrt{L+9}$. **B.** $L+9$. **C.** $L+3$. **D.** $\sqrt{L}+3$.

Câu 11. Giới hạn $\lim\dfrac{1}{n}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** ∞. **D.** $+\infty$.

Câu 12. $\lim\limits_{n\to+\infty}3^n$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 13. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn khác 0?

A. $u_n=\dfrac{2n-1}{n}$. **B.** $u_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$. **C.** $u_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}$.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim u_n=L$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $u_n>0\ \forall n$ thì $L>0$. **B.** Nếu $L\geq 0$ thì $u_n\geq 0\ \forall n$.
C. $\lim\sqrt{u_n}=\sqrt{L}$. **D.** $\lim u_n^2=L^2$.

Câu 15. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Nếu $\lim|u_n|=+\infty$ thì $\lim u_n=+\infty$. **B.** Nếu $\lim u_n=0$ thì $\lim|u_n|=0$.
C. Nếu $\lim u_n=-a$ thì $\lim|u_n|=a$. **D.** Nếu $\lim|u_n|=+\infty$ thì $\lim u_n=-\infty$.

Câu 16. Tính $\lim(-5n^2-2n+3)$.

A. 5. **B.** -5. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 17. Kết quả của giới hạn $\lim\left[3^n-\sqrt{5}^n\right]$.

A. $-\sqrt{5}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 3.

Câu 18. Cho $\lim u_n=+\infty$ và $\lim v_n=a$ với a là một số thực. Xét các mệnh đề sau:

i) $\lim(u_n\cdot v_n)=+\infty$.
ii) $\lim(u_n-v_n)=+\infty$.
iii) Nếu $a=0$ thì $\lim(u_n\cdot v_n)=0$.
iv) $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=+\infty$.

Trong các mệnh đều trên, có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 19. Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_a=a$, $\lim v_n=b$. Xét các mệnh đề sau:

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

i) $\lim(u_n+v_n)=a+b$. ii) $\lim(u_n-v_n)=a-b$.

iii) $\lim(u_n\cdot v_n)=a\cdot b$. iv) $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(5-\dfrac{x^2\cos 2x}{x^2+1}\right)$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 4.

C. 5. **D.** Không tồn tại giới hạn.

Câu 21. Cho dãy (u_n). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu dãy $(|u_n|)$ có giới hạn hữu hạn thì dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn.

B. Nếu dãy (u_n) không có giới hạn hữu hạn thì dãy $(|u_n|)$ cũng không có giới hạn hữu hạn.

C. Nếu dãy (u_n^2) có giới hạn hữu hạn thì dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn.

D. Nếu dãy $(\sqrt{u_n})$ có giới hạn hữu hạn thì dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn.

Câu 22. Tính $L=\lim\left(\dfrac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}}+\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}+\cdots+\dfrac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}\right)$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 23. Tính $\lim\dfrac{\sin 2018n}{n}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 2018.

Câu 24. Giới hạn $\lim\dfrac{\sin n+1}{n}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 25. Tính $I=\lim\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n}}\right)$.

A. $I=+\infty$. **B.** $I=3$. **C.** $I=2$. **D.** $I=1$.

Câu 26. Tính giá trị của $I=\lim\dfrac{n^3+n\cdot\sin^2 n}{10000n^3-n+2}$.

A. $I=0{,}0001$. **B.** $I=\dfrac{1}{1000}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=0{,}00001$.

Câu 27. Tính $\lim n\left(\sqrt{4n^2+3}-\sqrt[3]{8n^3+n}\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 28. Tính $T=\lim\dfrac{n\sin n-3n^2}{n^2}$.

A. $T=+\infty$. **B.** $T=-\infty$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-3$.

Câu 29. Tính $I=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a+aa+\cdots+\overbrace{aaa\ldots a}^{n\text{ số }a}}{10^n}$, $a=\overline{1,9}$.

A. $I=+\infty$. **B.** $I=\dfrac{a}{10}$. **C.** $I=a$. **D.** $I=\dfrac{10a}{81}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 30. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 1$. **B.** $\lim u_n = 4$. **C.** $\lim u_n = 3$. **D.** $\lim u_n = 0$.

Câu 31. Tính $I = \lim\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \cdots + \frac{2n-1}{2^n}\right)$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = +\infty$.

Câu 32. Tìm giới hạn $\lim \frac{2n+1}{n+1}$

A. $I = 0$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 2$.

Câu 33. Tính $\lim \frac{8n-1}{\sqrt{4n^2+n+1}}$

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 34. Tính $\lim \frac{1-2n}{3n+1}$.

A. -5. **B.** 7. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 35. Tính $I = \lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 8$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 4$.

Câu 36. Giá trị của $A = \lim \frac{2n+1}{n-2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Kết quả của giới hạn $\lim(n+1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 38. Tính giá trị của $T = \lim \frac{\sqrt{9n^2-n} - \sqrt{n+2}}{3n-2}$.

A. $T = 3$. **B.** $T = +\infty$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = 1$.

Câu 39. Giới hạn dãy số $\lim \frac{2^n + 3 \cdot 4^n}{4^n - 5 \cdot 3^n}$ bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** 12. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 40. Tính $\lim \frac{1+\sqrt{n}}{n}$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41. Tìm $\lim \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$.

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{25}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 42. Trong các giới hạn dãy số dưới đây, giới hạn có kết quả đúng là

A. $\lim \frac{3n^2 - 14}{10n + 2} = \frac{3}{10}$. **B.** $\lim \frac{5n-4}{n^2-1} = 5$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

C. $\lim \dfrac{-2n^2-1}{5n^2-8} = -\dfrac{2}{5}$. **D.** $\lim \dfrac{n^2-5}{n+4} = 0$.

Câu 43. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \dfrac{2n^2-3n^4}{-2n^4+n^2}$. **B.** $\lim \dfrac{3+2n^3}{2n^2-1}$. **C.** $\lim \dfrac{2n^2-3}{-2n^3-4}$. **D.** $\lim \dfrac{2n-3n^3}{-2n^2-1}$.

Câu 44. Tìm giới hạn $I = \lim \dfrac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = -\dfrac{2}{3}$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = -2$.

Câu 45. Giới hạn $\lim \left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right]$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 46. Biết $\lim \dfrac{2an^3-6n^2+2}{n^3+n} = 4$ với a là tham số thực. Tính $M = a^4 - a$.

A. $M = 10$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 12$. **D.** $M = 14$.

Câu 47. Giá trị của giới hạn $\lim \left(\dfrac{n-n^2}{3+2n^2} - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$ là

A. -1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 48. Giá trị của $\lim \dfrac{1^2+2^2+\cdots+n^2}{n(n^2+1)}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 49. Tính $I = \lim \dfrac{\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+\cdots+\frac{n}{2}}{n^2+1}$.

A. $I = \dfrac{1}{4}$. **B.** $I = \dfrac{1}{2}$. **C.** $I = \dfrac{1}{8}$. **D.** $I = 1$.

Câu 50. $L = \lim \dfrac{\sqrt{1+2+3+\cdots+n}}{n} = ?$

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51. Tính $C = \lim \dfrac{(2n^3+1)^5(n+2)^{35}}{(2n^2+1)^{25}}$.

A. $C = \dfrac{1}{2^{20}}$. **B.** $C = 0$. **C.** $C = \dfrac{1}{2^{25}}$. **D.** $C = \dfrac{1}{10000}$.

Câu 52. Tính $\lim \dfrac{1+3^2+3^4+\cdots+3^{2n}}{1+5+5^2+\cdots+5^n}$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** 0.

Câu 53. Cho a, b là các hằng số, b khác 0. Tính $\lim \dfrac{2an^3-4n^2+2an+1}{bn^3-5bn+3b-1}$.

A. $\dfrac{2a}{b}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 54. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2(n+1) \quad \text{với } n = 1, 2, 3, \ldots \end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 55. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \dfrac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1, 2, \ldots$ Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_1+u_2+\cdots+u_n)$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết dãy số (u_n) tăng và không bị chặn trên. Đặt $v_n = \dfrac{1}{u_1-1}+\dfrac{1}{u_2-1}+\dfrac{1}{u_3-1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 57. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = u_n(u_n^{2017}+1), \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính giới hạn

$$L = 2018\lim\left(\frac{u_1^{2017}}{\sqrt{u_2}+\dfrac{u_2}{\sqrt{u_1}}}+\frac{u_2^{2017}}{\sqrt{u_3}+\dfrac{u_3}{\sqrt{u_2}}}+\cdots+\frac{u_{n+1}^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\dfrac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}\right).$$

A. 2018^2. **B.** 2018. **C.** $\sqrt{2018}$. **D.** $2018\sqrt{2018}$.

Câu 58. Tìm giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+1}-2n\right)$.

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\infty$.

Câu 59. Tìm giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+3n+1}-n\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 60. Giá trị của $H = \lim n\left(\sqrt[3]{8n^3+n}-\sqrt{4n^2+3}\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 61. $\lim\left[n\left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-1}\right)\right]$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $1{,}499$. **D.** 0.

Câu 62. Giá trị đúng của $\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right)\right]$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 63. Giá trị của $N = \lim\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2+1}-n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 64. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn hữu hạn?

A. $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n^2-2}-\sqrt{n^2+4}}$. **B.** $u_n = \dfrac{2n^3-11n+1}{n^2-2}$.

C. $u_n = \sqrt{n^2+2n}-n$. **D.** $u_n = 3^n+2^n$.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 65. Giá trị của $H=\lim\left(\sqrt{n^2+n+1}-n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 66. $\lim\left(n-\sqrt[3]{n^3+3n^2+1}\right)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 67. Tính giới hạn $I=\lim\left(\sqrt{n^2-2n+3}-n\right)$?

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=0$. **D.** $I=+\infty$.

Câu 68. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $\dfrac{1}{2}$?

A. $\lim\dfrac{n^3-2n-3}{2n^2+1}$. **B.** $\lim\dfrac{2n^2-2n-3}{n^2+1}$.

C. $\lim\dfrac{n^2-2n-3}{2n^3+1}$. **D.** $\lim(\sqrt{n^2+n-1}-n)$.

Câu 69. Tìm $\lim\left(\sqrt{4n^2+3n+7}-\sqrt[3]{8n^3+5n^2+1}\right)$?

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{7}{6}$. **D.** $+\infty$.

Câu 70. Tìm $\lim(2n-\sqrt{9n^2+n}+\sqrt{n^2+2n})$

A. 0. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 71. Tìm $\lim\left(\sqrt{n^4+n^2+1}-\sqrt[3]{n^6+1}\right)$

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 72. Giới hạn $\lim\left(\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{4n^2+n}\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{8}$.

Câu 73. Giá trị của $N=\lim\left(\sqrt{4n^2+1}-\sqrt[3]{8n^3+n^2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $-\dfrac{1}{12}$. **D.** $+\infty$.

Câu 74. Với n là số nguyên dương, đặt

$$S_n=\frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}}+\frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}.$$

Khi đó, $\lim S_n$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Câu 75. Tìm $\lim(\sqrt{n^2-2n}+2\sqrt[3]{n^2-8n^3}+3\sqrt{n^2+n})$

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** 6. **D.** $-\dfrac{5}{12}$.

Câu 76. Tổng $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 77. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.
B. $\lim \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$.
C. $\lim \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$.
D. $\lim q^n = 0$ $(q < 1)$.

Câu 78. Tính tổng vô hạn $S = 9 + 3 + 1 + \dfrac{1}{3} + \cdots + \dfrac{1}{3^{n-3}} + \cdots$

A. $S = 14$.
B. $S = 15$.
C. $S = \dfrac{27}{2}$.
D. $S = 16$.

Câu 79. Cho số thập phân vô hạn tuần hoàn $a = 2{,}151515\ldots$ (chu kỳ 15), a được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản, trong đó $m,\ n$ là các số nguyên dương. Tìm tổng $m + n$.

A. $m + n = 104$.
B. $m + n = 312$.
C. $m + n = 38$.
D. $m + n = 114$.

Câu 80. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0{,}32111\ldots$ được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$, trong đó $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tính $a - b$.

A. $a - b = 611$.
B. $a - b = -611$.
C. $a - b = 27901$.
D. $a - b = -27901$.

Câu 81. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q < 1$ và mọi số hạng đều dương. Có bao nhiêu khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây?

- Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
- Dãy số (w_n) là cấp số nhân với $w_n = u_n \cdot u_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
- Nếu $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ thì $\lim S_n = \dfrac{u_1}{1 - q}$

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 82. Cho biết $1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{1}{4} + \left(-\dfrac{1}{8}\right) + \cdots + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots = \dfrac{a}{b}$, trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $T = a + b$.

A. $T = 2$.
B. $T = 5$.
C. $T = 4$.
D. $T = 3$.

Câu 83. Tính tổng $S = 9 + 3 + 1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \cdots + \dfrac{1}{3^{n-3}} + \cdots$.

A. $S = \dfrac{27}{2}$.
B. $S = 14$.
C. $S = 16$.
D. $S = 15$.

Câu 84. Dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{9}\left(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2\right), n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\dfrac{1}{2}$.
B. $\dfrac{1}{3}$.
C. $\dfrac{3}{4}$.
D. $\dfrac{2}{3}$.

Câu 85. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{5} \end{cases}$. Tìm giới hạn $\lim u_n$.

A. $I = \dfrac{1}{3}$.
B. $I = \dfrac{2}{5}$.
C. $I = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$.
D. $+\infty$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 86. Cho m, n là các số thực thuộc khoảng $(-1;1)$ và các biểu thức
$M = 1 + m + m^2 + m^3 + \cdots$
$N = 1 + n + n^2 + n^3 + \cdots$
$P = 1 + mn + m^2n^2 + m^3n^3 + \cdots$
Khẳng định nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $P = \dfrac{MN}{M+N+1}$. **B.** $P = \dfrac{MN}{M+N-1}$.
C. $P = \dfrac{1}{M} + \dfrac{1}{N} - \dfrac{1}{MN}$. **D.** $P = \dfrac{1}{M} + \dfrac{1}{N} + \dfrac{1}{MN}$.

Câu 87. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $A = 0{,}353535\ldots$ được biểu diễn bởi phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$. Tính $T = ab$.

A. 3456. **B.** 3465. **C.** 3645. **D.** 3546.

Câu 88. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0{,}5111\ldots$ được biểu diễn bởi phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$. Tính tổng $T = a + b$.

A. 17. **B.** 68. **C.** 133. **D.** 137.

Câu 89. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích V_1. Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác $B_1C_1D_1$, $C_1D_1A_1$, $D_1A_1B_1$, $A_1B_1C_1$ và có thể tích V_2,... cứ như vậy cho đến tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của $P = \lim\limits_{n\to+\infty}(V_1 + V_2 + \cdots V_n)$.

A. $\dfrac{V}{26}$. **B.** $\dfrac{V}{27}$. **C.** $\dfrac{8V}{9}$. **D.** $\dfrac{82V}{81}$.

Câu 90. Từ một hình vuông có diện tích là 1m^2. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh của hình vuông, bạn An dùng kéo cắt theo hình vuông $MNPQ$ để được hình vuông thứ hai. Bạn An lại tiếp tục cắt theo bốn trung điểm các cạnh của hình vuông $MNPQ$ để được hình vuông thứ ba, và cứ tiếp tục như vậy. Tính tổng diện tích tất cả các hình vuông đã có.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 91. Tam giác mà ba đỉnh của nó lần lượt là trung điểm các cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$, ... sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \cdots + S_n + \cdots$.

A. $S = \dfrac{15\pi}{4}$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = \dfrac{9\pi}{2}$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 92. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0{,}17232323\ldots$ được biểu diễn bởi phân số tối giản $\dfrac{b}{a}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a - b > 2^{15}$. **B.** $a - b > 2^{14}$. **C.** $a - b > 2^{13}$. **D.** $a - b > 2^{12}$.

Câu 93. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$, ...sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \cdots + S_n + \cdots$?

A. $S = \dfrac{15\pi}{4}$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = \dfrac{9\pi}{2}$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 94. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$.
B. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n+1}{n-3}=2$.
C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2-2n+1)=+\infty$.
D. $\lim\limits_{n\to+\infty}n^k=-\infty\ (k\in\mathbb{N}^*)$.

Câu 95. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1=2$, $u_{n+1}=\sqrt{2+u_n}$ với mọi n nguyên dương. Tính $\lim u_n$.

A. 2. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** -1.

Câu 96. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+2, n\geq 1.\end{cases}$ Gọi $S_n=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_nu_{n+1}}$. Tính $L=\lim S_n$.

A. $L=\dfrac{1}{2}$. **B.** $L=\dfrac{1}{6}$. **C.** $L=1$. **D.** $L=0$.

Câu 97. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $u_1=1, u_2=3, u_{n+2}=2u_{n+1}-u_n+1, n=1,2,\ldots$ Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{n^2}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 98. Tính $L=\lim\left(2^n\cdot\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{\text{n dấu căn}}\right)$.

A. $L=\pi$. **B.** $L=3$. **C.** $L=\dfrac{3\pi}{4}$. **D.** Đáp án khác.

Câu 99. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+2, n\geq 1\end{cases}$. Gọi $S_n=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\cdots+\dfrac{1}{u_nu_{n+1}}$. Tính $\lim S_n$.

A. $\lim S_n=1$. **B.** $\lim S_n=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\lim S_n=0$. **D.** $\lim S_n=\dfrac{1}{2}$.

Câu 100. Cho $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a;\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=a+b$.
B. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=|a+b|$.
C. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=|a|+|b|$.
D. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=|a-b|$.

Câu 101. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}c=\pm\infty$ với c là hằng số.
B. $\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$.
C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{c}{x}=0$ với c là hằng số.
D. $\lim\limits_{x\to+\infty}x^k=+\infty$ với k là số nguyên dương.

Câu 102. Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=3$. Tính $M=\lim\limits_{x\to x_0}[3f(x)-4g(x)]$.

A. $M=5$. **B.** $M=2$. **C.** $M=-6$. **D.** $M=3$.

Câu 103. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_0}f(x)}+\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_0}g(x)}$.
B. $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)}+\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{g(x)}$.
C. $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]}$.
D. $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\left[\sqrt[3]{f(x)}+\sqrt[3]{g(x)}\right]$.

Câu 104. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=m$, $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=n$. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-g(x)]$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI CHUẨN KIẾN THỨC THPT 2018 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $m+n$. **B.** $m-n$. **C.** mn. **D.** $\dfrac{m}{n}$.

Câu 105. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có giới hạn hữu hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=M$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{f(x)\cdot g(x)}=\sqrt[3]{L\cdot M}$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{L}{M}$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{f(x)-g(x)}=\sqrt{L-M}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}|f(x)\cdot g(x)|=L\cdot M$.

Câu 106. Tính $I=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{|x|}{x}$.

A. 1. **B.** -1. **C.** Không tồn tại . **D.** 0.

Câu 107. Với k là số nguyên dương thì $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^k}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** x. **D.** 0.

Câu 108. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^3+1 & \text{khi } x<1\\ 0 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$. Khi đó, $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Câu 109. Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{2k}$ là

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 110. Cho $\lim\limits_{x\to3} f(x)=-2$. Giá trị $\lim\limits_{x\to3}[f(x)+4x-1]$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** -11. **D.** 9.

Câu 111. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L>0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=+\infty$.

B. Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L<0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=-\infty$.

C. Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L>0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

D. Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$.

Câu 112. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x\to a$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\pm g(x)]=\lim\limits_{x\to a} f(x)\pm\lim\limits_{x\to a} g(x)$.

B. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)]=\lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to a} g(x)$.

C. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$.

D. Nếu $f(x)\geq 0$ và $\lim\limits_{x\to a} f(x)\geq 0$, thì $\lim\limits_{x\to a}\sqrt{f(x)}=\sqrt{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$.

Câu 113. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số có giới hạn hữu hạn khi $x\to x_0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=\lim\limits_{x\to x_0} f(x)+\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$. **B.** $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=\left|\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\right|+\left|\lim\limits_{x\to x_0} g(x)\right|$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|+\lim\limits_{x\to x_0}|g(x)|$. **D.** $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)+g(x)|=\left|\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]\right|$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 114. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+1 & \text{khi } x>2\\ 2x^2-x+1 & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 115. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là đúng?

A. $\lim\limits_{x\to 0}\cos\dfrac{1}{x}=1$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0}\cos\dfrac{1}{x}$ không tồn tại.

C. $\lim\limits_{x\to 0}\cos\dfrac{1}{x}=0$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}\cos\dfrac{1}{x}=-1$.

Câu 116. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ thỏa $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-2x\right)=2$. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-4x^2}{2x+3}$.

A. 4. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 117. Tính $\lim\limits_{x\to 0}(3x^2-4x+7)$.

A. $-\infty$. **B.** 10. **C.** 7. **D.** $+\infty$.

Câu 118. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x$ tại điểm $M(-1;-4)$ có hệ số góc k là

A. $k=4$. **B.** $k=3$. **C.** $k=0$. **D.** $k=6$.

Câu 119. Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x+3}$.

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Câu 120. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để $B>7$ với $B=\lim\limits_{x\to 1}(x^3+3x+m^2-2m)$.

A. $\left[\begin{array}{l}m<1\\ m>3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>3\end{array}\right.$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $1<m<3$.

Câu 121. Cho $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{-3x+1}{5x+1}=-\dfrac{1}{2}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $7a^2-48=25$. **B.** $a^2-3a+8=18$. **C.** $7-a=10$. **D.** $5-\sqrt{a^2+7}=1$.

Câu 122. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3ax+b}{x+3}=4$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2ax+b\sqrt{x^2+9}}{x-5}=13$. Giá trị của $|a-b|$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{26}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** 10.

Câu 123. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3ax^5-2b\sqrt{4x^2-4x+1}}{\sqrt{4x^2+5x}-2x}=b-a$ và $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(3x^2+4x-4)(3a-2bx)}{x^2-4}=50$. Khi đó biểu thức $P=\sqrt{a^2+b^2}$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 124. Tìm $L=\lim\limits_{x\to 3}\left(5x^2-7x\right)$.

A. $L=+\infty$. **B.** $L=24$. **C.** $L=0$. **D.** $L=-21$.

Câu 125. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2+\dfrac{3}{x}}{4-\dfrac{1}{x}}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** -3.

Câu 126. Cho a, b là các số thực khác 0. Nếu $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}=-1$ thì $a+b$ bằng

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. 8. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 127. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-15}{x-3}=12$. Tính $T=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6}$.

A. $T=\dfrac{3}{20}$. **B.** $T=\dfrac{3}{40}$. **C.** $T=\dfrac{1}{4}$. **D.** $T=\dfrac{1}{20}$.

Câu 128. Nếu $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2$ và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{g(x)-1}{x-1}=3$ thì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x)\cdot g(x)+4}-3}{x-1}$ bằng

A. $\dfrac{23}{7}$. **B.** 7. **C.** 17. **D.** $\dfrac{17}{6}$.

Câu 129. Trong các khẳng định sai, khẳng định nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x}=0$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^4}=0$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 130. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 131. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$.

A. $I=1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2$. **D.** $I=+\infty$.

Câu 132. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào là giới hạn có dạng vô định?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-4}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-5x}{(1-x)^2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+x^2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-\cos x}{\cos 2x+1}$.

Câu 133. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2x^2+1)(2x^2+x)}{(2x^4+x)(x+1)}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 134. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{1-x}$.

A. -1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 135. Giả sử $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+ax}-1}{2x}=L$. Hệ số a bằng bao nhiêu để $L=3$.

A. 12. **B.** -12. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 136. Cho $2a+b=2$ và $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{ax^2+bx-4}{x-2}=5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a=-1,b=4$. **B.** $a=1,b=0$. **C.** $a=\dfrac{3}{2},b=-1$. **D.** $a=-2,b=6$.

Câu 137. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-2x-15}{2x-10}$.

A. -4. **B.** -1. **C.** 4. **D.** $+\infty$.

Câu 138. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-1}$.

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 139. Giá trị $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-3}{x+1}$ bằng bao nhiêu?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 140. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\dfrac{a}{b}$, trong đó a,b là hai số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=13$. **B.** $P=0$. **C.** $P=5$. **D.** $P=40$.

Câu 141. Giá trị của $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3}$ $(a\neq 0)$ là

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{a+1}{3a^2}$. **C.** $\dfrac{a-1}{3a}$. **D.** $\dfrac{a-1}{3a^2}$.

Câu 142. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=\dfrac{a}{b}$, ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $3a-b$.

A. -5. **B.** -11. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 143. Cho $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+2x}-\sqrt{1+6x}}{x}=-\dfrac{m}{n}$; trong đó m,n là các số tự nhiên, $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $A=m+n$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 144. Tính $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-x-6}$.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $-\dfrac{4}{9}$. **C.** $-\dfrac{2}{15}$. **D.** $\dfrac{2}{15}$.

Câu 145. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}$.

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 146. Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 147. Tính $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{(\sin x+\cos x+1)^{2018}+2^{2018}\cdot(\sin x-2)}{4x^3-\pi^2 x}$.

A. $\dfrac{2^{2019}}{\pi^2}$. **B.** $-\dfrac{1009.2^{2017}}{\pi^2}$. **C.** $-\dfrac{2^{2018}}{\pi^2}$. **D.** $\dfrac{1009\cdot 2^{2018}}{\pi^2}$.

Câu 148. Tìm giới hạn $B=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\alpha x}\sqrt[3]{1+\beta x}\sqrt[4]{1+\gamma x}-1}{x}$ với $\alpha\beta\gamma\neq 0$.

A. $B=+\infty$. **B.** $B=-\infty$. **C.** $B=\dfrac{\gamma}{4}-\dfrac{\beta}{3}+\dfrac{\alpha}{2}$. **D.** $B=\dfrac{\gamma}{4}+\dfrac{\beta}{3}+\dfrac{\alpha}{2}$.

Câu 149. Biết $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{8x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-3x+2}=\dfrac{m}{n}$, trong đó $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản, m và n là các số nguyên dương. Tính tổng $2m+n$.

A. $2m+n=71$. **B.** $2m+n=69$. **C.** $2m+n=70$. **D.** $2m+n=68$.

Câu 150. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x^2+x+1)^{2018}+(x+2)^{2018}-2\cdot 3^{2018}}{(x-1)(x+2017)}$

A. $4\cdot 3^{2017}$. **B.** 3^{2017}. **C.** $2\cdot 3^{2017}$. **D.** $8\cdot 3^{2017}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 151. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}+2x}{2x+3}$.

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 152. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x+2}-x\right)$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $-\dfrac{7}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 153. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 154. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Tính giá trị biểu thức $T=a-4b$.

A. $T=3$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=5$.

Câu 155. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x-2}\right)$.

A. $I=\dfrac{3}{2}$. **B.** $I=\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=\dfrac{17}{11}$. **D.** $I=\dfrac{46}{31}$.

Câu 156. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+bx+1}-x)=2$, khi đó b bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 157. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-2x\right)=+\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-2x\right)=-\infty$.

Câu 158. Để tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^4+5x^2}-3x^2\right)$ bạn A trình bày các bước giải như sau:

Bước 1: Nhân chia lượng liên hợp: $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2}{\sqrt{9x^4+1}+3x^2}$.

Bước 2: Đưa x^4 ra ngoài dấu căn: $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2}{|x^2|\sqrt{9+\dfrac{1}{x^4}}+3x^2}$.

Bước 3: Đặt nhân tử chung x^2 và vì $x\to-\infty$ nên $x\neq 0$, do vậy đơn giản tử và mẫu cho x^2 thì được $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2}{x^2\left(-\sqrt{9+\dfrac{1}{x^4}}+3\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{-\sqrt{9+\dfrac{1}{x^4}}+3}$.

Bước 4: Từ đó có kết quả $I=-\infty$. Bạn A đã trình bày **sai** ở bước nào?

A. Bước 2. **B.** Bước 1. **C.** Bước 3. **D.** Bước 4.

Câu 159. Tìm giá trị của tham số m để $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx-2}{2x+1}=2$.

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 160. Biết rằng tồn tại duy nhất một số thực m để $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+mx+1}+x\right)=-\dfrac{1}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in(-1;0)$. **C.** $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-2;-1)$.

Câu 161. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax-1}-x\right)=5$. Khi đó giá trị của tham số a là

A. 10. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -10.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 162. Tính $L = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x^2-4}\right)$.

A. Không tồn tại L. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = -\infty$. **D.** $L = 0$.

Câu 163. Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+1} + x - 1\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 164. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$.

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}(-x^3 + x^2 + 2)$. **B.** $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

C. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3-1}{2x^2+x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

Câu 165. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{x} = +\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{x} = -\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^2} = +\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^3} = +\infty$.

Câu 166. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{5x+2} - |x-1|}{x+1} & \text{khi } x > 1 \\ 4x - 2 & \text{khi } x \le 1 \end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **B.** 2. **C.** $-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **D.** -2.

Câu 167. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2-x+5}{x+3}$

A. $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2-x+5}{x+3} = +\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2-x+5}{x+3} = 2$.

C. $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2-x+5}{x+3} = -\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2-x+5}{x+3} = -2$.

Câu 168. Tính $I = \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{(x-2)^2}$.

A. $I = 0$. **B.** $I = +\infty$. **C.** $I = -\infty$. **D.** $I = 1$.

Câu 169. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{x^2+1}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x}+1}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x}{(x+1)^2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}$.

Câu 170. Tính $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x^2+\sqrt{3-x}}{x-3}$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 171. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x-1}{x}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 172. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2|x| - 1 & \text{với } x \le -2 \\ \sqrt{2x^2+1} & \text{với } x > -2 \end{cases}$. Tìm $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$.

A. Không tồn tại. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $+\infty$.

Câu 173. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x-1}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0 . **D.** 2 .

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 174. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 175. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}, x>0\\ mx+m+\dfrac{1}{4}, x\le 0\end{cases}$ m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=\dfrac{21}{2}$. **D.** $m=\dfrac{-1}{2}$.

Câu 176. Tính $I=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{|3x+6|}{x+2}$.

A. $I=3$. **B.** $I=0$. **C.** Không tồn tại. **D.** $I=-3$.

Câu 177. Gọi a,b là các giá trị để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-4} & \text{khi } x<-2\\ x+1 & \text{khi } x\ge -2\end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2. Tính $3a-b$.

A. 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 178. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^2-2}{2x^2+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 179. $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2+1}{x-1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 180. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-x^2+11)$

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 181. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

Câu 182. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+5}+ax\right)=+\infty$ nếu

A. $a\ge 1$. **B.** $a\le 1$. **C.** $a>1$. **D.** $a<1$.

Câu 183. $\lim\limits_{x\to+\infty}(-5x^{2017}-x^{2000}+1)$ bằng

A. -6. **B.** $+\infty$. **C.** -5. **D.** $-\infty$.

Câu 184. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 185. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}(2020x^2-x^4)$ bằng

A. 2019. **B.** $+\infty$. **C.** 2020 . **D.** $-\infty$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 186. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 187. Xác định $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x^2}$.

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** Không tồn tại. **D.** $+\infty$..

Câu 188. Cho a, b, $c\in\mathbb{R}^*$. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b, c để $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{ax-b\sqrt{9x^2+2}}{cx+1}=5$.

A. $\dfrac{a+3b}{c}=-5$. **B.** $\dfrac{a-3b}{c}=-5$. **C.** $\dfrac{a-3b}{c}=5$. **D.** $\dfrac{a+3b}{c}=5$.

Câu 189. Biết $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}}=+\infty$, tham số a. Giá trị nhỏ nhất của $P=a^2-2a+4$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 190. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}\right)$.

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** Không tồn tại.

Câu 191. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+1}{(2-x)^4}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 192. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-2x+4}{3x+1}$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 193. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x-3}{2x}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 0 . **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 194. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-1}{2x+5}$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 195. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 196. Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x+2}{2018x-1}$.

A. $\dfrac{5}{2018}$. **B.** -2. **C.** -5. **D.** $-\infty$.

Câu 197. Cho biết $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-7x+12}}{a|x|-17}=\dfrac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 198. Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\dfrac{a+b}{c}$.

Câu 199. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}$ bằng

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** 0.

Câu 200. Giá trị của m để $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\dfrac{1}{2}$ thuộc tập hợp nào?

A. $m\in[-3;0]$. **B.** $m\in[-6;-3]$. **C.** $m\in[1;3]$. **D.** $m\in[3;6]$.

Câu 201. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 202. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 203. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 204. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+1}{2x-1}$.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 205. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+4+6+\cdots+2n}{n^2-n}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 206. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+2}$.

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+2}=-\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+2}=-2$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+2}=0$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+2}=2$.

Câu 207. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số bằng 3?

A. 19. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 36.

Câu 208. Tính giới hạn sau $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+1}{\sqrt[3]{8x^6-4x^3}}$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 209. Tính $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2-3}{x^6+5x^5}$.

A. $-\dfrac{3}{5}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -3.

Câu 210. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3ax+2b\sqrt{x^2-3x+1}}{x-\sqrt{4x^2+3x}}=\dfrac{1}{3}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+b\sqrt{x^2-3x+1}}{2x-\sqrt{9x^2+2x}}=-7$. Khi đó $|a-b|$ bằng

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 1. **B.** 8. **C.** 35. **D.** 7.

Câu 211. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{2x+3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 212. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{m\,x^2-7x+5}{2x^2+8x-1}=-4$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-8$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-3$.

Câu 213. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}+ax-b\right)=-5$. Tính tổng $a+b$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 214. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)\geq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)\leq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$.

Câu 215. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng (a,b). Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a,b]$ nếu điều kiện nào sau đây xảy ra?

A. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=a$, $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=b$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=a$, $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=b$.

Câu 216. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0 khi nào?

A. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x)$. **B.** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$. **C.** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(0)$. **D.** $f(x_0)=0$.

Câu 217. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng (a,b). Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a,b]$ nếu điều kiện nào sau đây xảy ra?

A. $\lim\limits_{x\to a^-}f\left(x\right)=f\left(a\right)$, $\lim\limits_{x\to b^+}f\left(x\right)=f\left(b\right)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^+}f\left(x\right)=f\left(a\right)$, $\lim\limits_{x\to b^-}f\left(x\right)=f\left(b\right)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^-}f\left(x\right)=a$, $\lim\limits_{x\to b^+}f\left(x\right)=b$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^+}f\left(x\right)=a$, $\lim\limits_{x\to b^-}f\left(x\right)=b$.

Câu 218. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0 thì có đạo hàm tại điểm đó.

B. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì liên tục tại điểm đó.

C. Hàm số $y=f(x)$ xác định tại điểm x_0 thì có đạo hàm tại điểm đó.

D. Hàm số $y=f(x)$ luôn có đạo hàm tại mọi điểm thuộc tập xác định của nó.

Câu 219. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

B. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)<0$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có đúng một nghiệm trên $(a;b)$.

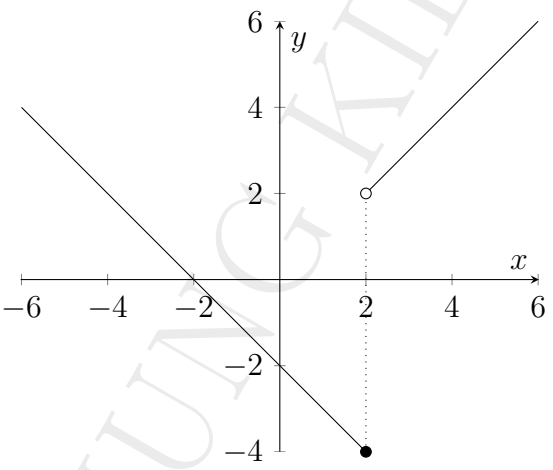
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm trên $[a;b]$.

Câu 220.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

B. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$.

C. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ không tồn tại.

D. Hàm số $f(x)$ không xác định tại $x=2$.

Câu 221. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm.

II. $f(x)$ không liên tục trên $[a;b]$ và $f(a).f(b)\geq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

A. Chỉ I đúng. **B.** Chỉ II đúng. **C.** Cả I và II đúng. **D.** Cả I và II sai.

Câu 222. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên khoảng $(a;b)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$.

B. Hàm số $k(x)=f(x).g(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$.

C. Hàm số $u(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên khoảng $(a;b)$.

D. Hàm số $v(x)=af(x)+bg(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ với $a,\ b$ là các hằng số.

Câu 223. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ thì $f(x)$ cũng liên tục trên mọi khoảng con của $(a;b)$.

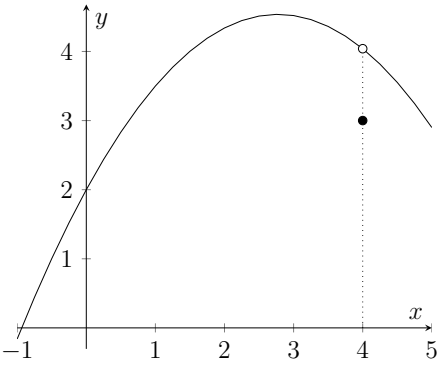
B. Mọi hàm số đa thức đều liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Mọi hàm số phân thức hữu tỉ đều liên tục trên mọi khoảng mà nó xác định.

D. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên hai khoảng liên tiếp $(a;b)$ và $(b;c)$ thì $f(x)$ cũng liên tục trên khoảng $(a;c)$.

Câu 224.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=4$.

B. $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$.

C. $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ tồn tại.

D. Hàm số xác định tại $x=4$.

Câu 225. Tìm khẳng định **đúng** trong hai khẳng định sau

I. $f(x)$ liên tục trên $[a,b]$ và $f(a)\cdot f(b)>0$ thì tồn tại ít nhất số $c\in(a,b)$ sao cho $f(c)=0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

II. $f(x)$ liên tục trên (a,b) và (b,c) nhưng không liên tục trên (a,c).

A. Chỉ I đúng. **B.** Chỉ II đúng.
C. Cả I và II đều sai. **D.** Cả I và II đều đúng.

Câu 226. Cho một hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng (a,b).
B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
C. Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.
D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên khoảng $(a;b)$.

Câu 227. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x\sqrt{4-x}}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Hàm số xác định trên $(-\infty;0)\cup(0;4)$.
B. Hàm số liên tục tại $x=2$.
C. Hàm số không liên tục tại $x=0$ và $x=4$.
D. Vì $f(-1)=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$; $f(2)=\sqrt{2}$ nên $f(-1)\cdot f(2)<0$, suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(-1;2)$.

Câu 228. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $m\le f(x)\le M$, $\forall x\in[a;b]$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

A. Luôn tồn tại $x_1\in[a;b]$ sao cho $f(x)\ge f(x_1)$, $\forall x\in[a;b]$.
B. Luôn tồn tại $x_2\in[a;b]$ sao cho $f(x)\le f(x_2)$, $\forall x\in[a;b]$.
C. Với mọi $k\in[m;M]$, luôn tồn tại $c\in[a;b]$ sao cho $f(c)=k$.
D. Đồ thị của hàm số là một đường liền nét trên đoạn $[a;b]$.

Câu 229. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a;b]$. Tìm mệnh đề **đúng**.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
B. Nếu $f(a)\cdot f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a;b)$.

Câu 230. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x^2-4}-2}{x-2} & x\ne 2\\ a & x=2.\end{cases}$ Tìm a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 231. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-2x & \text{nếu } x\ne 1\\ 2m+1 & \text{nếu } x=1\end{cases}$. Chọn m bằng bao nhiêu để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$?

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 232. Hàm số nào trong các hàm số sau gián đoạn tại $x=-3$ và $x=1$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $y=\sqrt{(x+3)(x-1)}$.

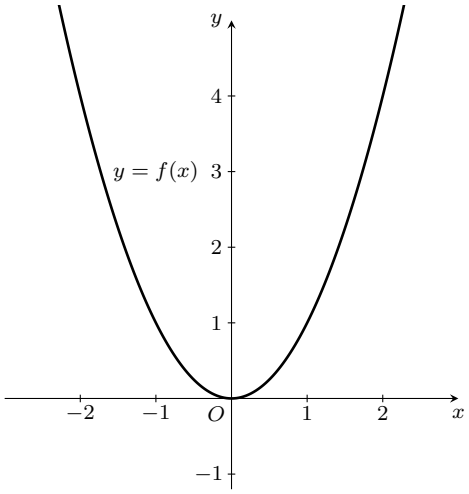
B. $y=\dfrac{x+2}{(x-1)(4x+12)}$.

C. $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}$.

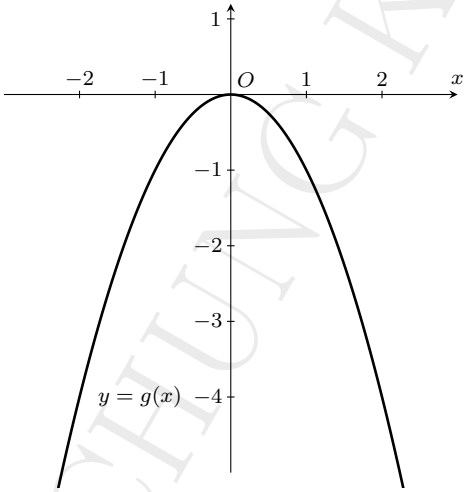
D. $y=x^2+2x-3$.

Câu 233. Các đồ thị của các hàm số $y=f(x), y=g(x), y=h(x), y=t(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đồ thị nào thể hiện hàm số không liên tục trên khoảng $(-2;2)$?

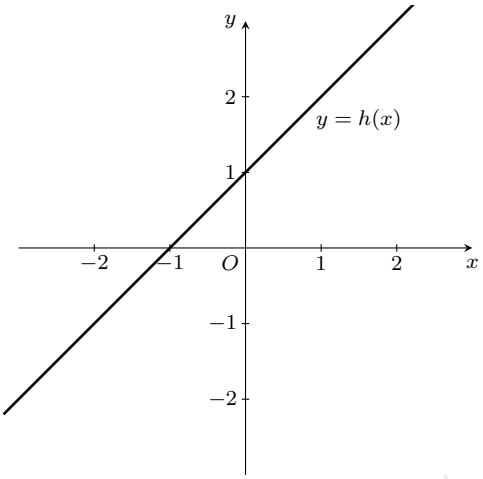
A.



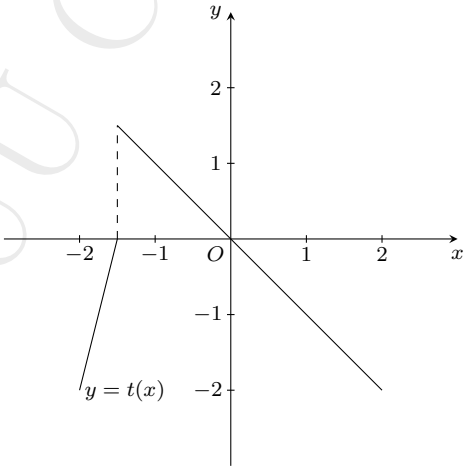
B.



C.



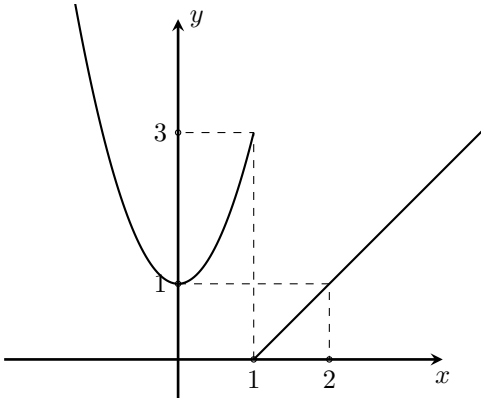
D.



Câu 234.

Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.



Câu 235. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a, hàm số $f(x)$ liên tục lại $x=a$ nếu

A. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x\to a$.

B. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=a$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=+\infty$.

D. $\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$.

Câu 236. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ với $x\neq 2$ và $f(2)=m^2-2$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$x=2$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\pm\sqrt{3}$. **D.** ± 3.

Câu 237. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x=2$

A. $y=\sqrt{1-x^2}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$. **D.** $y=x-2$.

Câu 238. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-2x & \text{khi } x\neq 3\\ 3m^2 & \text{khi } x=3\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=3$.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=1$ và $m=-1$. **D.** $m=\sqrt{3}$.

Câu 239. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x-4}{x+4}$ với $x\neq -4$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=-4$ thì giá trị $f(-4)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 240. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$. (II) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

(III) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\dfrac{1}{2}$.

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (I) và (III). **C.** Chỉ (II) và (III). **D.** Chỉ (I).

Câu 241. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & \text{nếu } x\leq 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{nếu } x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=0$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=2$. **D.** $a=4$.

Câu 242. Hàm số nào sau đây **không** liên tục tại $x=1$?

A. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ 3x-1 & \text{nếu } x=1\end{cases}$. **B.** $f(x)=\begin{cases}x^2-2 & \text{nếu } x<1\\ 2-3x & \text{nếu } x\geq 1\end{cases}$.

C. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-x-1}{x-1} & \text{nếu } x\neq 1\\ 2x-1 & \text{nếu } x=1\end{cases}$. **D.** $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x} & \text{nếu } x>1\\ 2x-3 & \text{nếu } x\leq 1\end{cases}$.

Câu 243. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-2 & \text{khi } x\neq 3\\ 2m & \text{khi } x=3\end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho liên tục tại $x_0=3$.

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Câu 244. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+m & \text{khi } x\geq 2\\ 3x-1 & \text{khi } x<2\end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho liên tục tại $x_0=2$.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 245. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{với } x\neq 2\\ 2m+1 & \text{với } x=2\end{cases}$. Với giá trị nào của m sau đây để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 246. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x>4\\ mx+1 & \text{khi } x\leq 4\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=4$.

A. $m=8$. **B.** $m=-\dfrac{7}{4}$. **C.** $m=\dfrac{7}{4}$. **D.** $m=-8$.

Câu 247. Giá trị của b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 2b+1 & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tai $x=2$ là

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{8}$.

Câu 248. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-6}{x-2} & \text{khi } x>2\\ -2ax+1 & \text{khi } x\leq 2.\end{cases}$ Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x=2$.

A. $a=2$. **B.** $a=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=1$. **D.** $a=-1$.

Câu 249. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+mx & \text{khi } x\leq 1\\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{-3}{4}$. **D.** 0.

Câu 250. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5}x^5+\dfrac{4}{3}x^3-5x+3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

B. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho gián đoạn tại $x_0=\dfrac{1}{5}$.

D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 251. Tìm P để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x>1\\ 6Px-3 & \text{khi } x\leq 1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $P=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P=\dfrac{5}{6}$. **C.** $P=\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=\dfrac{1}{6}$.

Câu 252. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{5x-1}-3}{x^2-4} & \text{nếu } x\neq 2\\ \dfrac{a^2-4a}{24} & \text{nếu } x=2.\end{cases}$

Tổng các giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=2$ là

A. 6. **B.** 4 . **C.** -6 . **D.** -4 .

Câu 253. Hàm số $y=\sqrt{15x^2+34x+15}$ liên tục trên tập nào?

A. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{5}\right]$. **B.** $\left[-\dfrac{5}{3};-\dfrac{3}{5}\right]$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{5}{3}\right]$. **D.** $\left[-\dfrac{5}{3};+\infty\right)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 254. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \cot x$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = x^3 - x$. **D.** $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 255. Hàm số nào trong các hàm số sau **không** liên tục trên khoảng $(-1;1)$?

A. $y = \cos x$. **B.** $y = \sin x$.

C. $y = \tan x$. **D.** $y = \begin{cases} \sin x, & \text{nếu } x \geq 0, \\ \cos x, & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$.

Câu 256. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$. **B.** $y = \dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 257. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x^2}{x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Vì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ nên $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.
B. Hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$.
C. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.
D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 258. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số $y = 2x^3 - 10x^2 + 3x + 2017$ liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = \dfrac{1}{x^2+x+1}$ liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \dfrac{1}{x^3+1}$ liên tục tại mọi điểm $x \neq -1$.
D. Hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{2-x}}$ liên tục tại mọi điểm $x \neq 2$.

Câu 259. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{khi } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** $f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty]$.
C. $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-1]$. **D.** $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.

Câu 260. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = 2$. **B.** $a = 3$. **C.** $a = 1$. **D.** $a = 4$.

Câu 261. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \tan x + 5$. **B.** $f(x) = \dfrac{x^2+3}{5-x}$. **C.** $f(x)\sqrt{x-6}$. **D.** $f(x) = \dfrac{x+5}{x^2+4}$.

Câu 262. Tìm số thực a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + a & , \text{với } x \neq 1 \\ 2 & , \text{với } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 263. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$. **B.** $f(x) = \sqrt{4x^2 - 8x - 12}$.
C. $f(x) = \dfrac{x+3}{x^2+4}$. **D.** $f(x) = \sqrt{4x^2 - 8x + 12}$.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 264. Tìm số thực a để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-3x+a & ,\text{với } x\neq 1\\ 2 & ,\text{với } x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 265. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x^2-1 \text{ khi } x<0\\ 1 \text{ khi } x=0\\ x+1 \text{ khi } x>0\end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho gián đoạn tại $x=0$.
B. Hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.
C. Hàm số đã cho liên tục trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.
D. Hàm số đã cho liên tục trên nửa khoảng $(-\infty;0]$.

Câu 266. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+6}{3x^2-27}, x\neq\pm 3\\ \dfrac{-1}{9}, x=\pm 30\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc khoảng $(-3;3)$.
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=-3$.
C. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=3$.
D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 267. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4+x}{x^2+x} & \text{nếu } x\neq 0; x\neq -1\\ 3 & \text{nếu } x=-1\\ 1 & \text{nếu } x=0\end{cases}$

A. liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[-1;0]$.
C. liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=0$.
D. liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x=-1$.

Câu 268. Trong các hàm số $f_1(x)=\begin{cases}x+\sqrt{x-1} & \text{khi } x\geq 1\\ 2-x & \text{khi } x<1,\end{cases}$ $f_2(x)=\sin x$, $f_3(x)=\sqrt{x+1}$, $f_4(x)=x^3-3x$, có tất cả bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 269. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sin x & \text{nếu } \cos x\geq 0\\ 1+\cos x & \text{nếu } \cos x<0\end{cases}$. Hỏi hàm số f có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0;2018)$?

A. 2018. **B.** 1009. **C.** 542. **D.** 321.

Câu 270. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan x}{x}, x\neq 0\wedge x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\\ 0, x=0\end{cases}$. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\dfrac{3\pi}{4};-\dfrac{\pi}{4}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right)$. **C.** $(-\pi;\pi)$. **D.** $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu 271. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax+3 & \text{khi } x\geq 1\\ x^2+x-1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Tìm a để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $a=0$. **B.** $a=1$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-2$.

Câu 272. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ mx+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 273. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 2m-4 & \text{khi } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 274. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x\neq 4\\ a+2 & \text{khi } x=4\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0=4$.

A. $a=\dfrac{5}{2}$. **B.** $a=-\dfrac{11}{6}$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Câu 275. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-mx+m-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2m+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m\in(-\infty;0)$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m\in(2;4)$. **D.** $m\in(4;+\infty)$.

Câu 276. Cho a, $b\neq 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ 4x^2+5b & \text{khi } x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=10b$. **B.** $a=5b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=2b$.

Câu 277. Giá trị của tham số a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{nếu } x>1\\ ax-\dfrac{1}{2} & \text{nếu } x\leq 1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 278. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\leq 1\\ ax+1 & \text{khi } x>1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $a=\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1$.

Câu 279. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-4}+1 & \text{khi } x\geq 4\\ m & \text{khi } x<4\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=3$. **B.** $m=4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 280. Tìm a để các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x\neq 0\\ 3 & \text{khi } x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{-1}{6}$. **D.** 1.

Câu 281. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{khi } x\le 1\\ x+m & \text{khi } x>1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$ khi m nhận giá trị

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 282. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} & \text{khi } x>4\\ 3x-m & \text{khi } x\le 4\end{cases}$ liên tục tại $x_0=4$ khi m nhận giá trị là

A. 44. **B.** -20. **C.** 20. **D.** -44.

Câu 283. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x\ne 1\\ m+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 284. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} & \text{khi } x=3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x=3$.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 285. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2}{x-1}, & \text{khi } x>1,\\ n, & \text{khi } x=1,\\ mx+1, & \text{khi } x<1.\end{cases}$ Biết hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$. Tính m, n?

A. $n=1$ và $m=0$. **B.** $n=0$ và $m=1$. **C.** $n=m=1$. **D.** $n=-1$ và $m=0$.

Câu 286. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} & \text{nếu } x>2\\ x^2+3b & \text{nếu } x<2\\ 2a+b-6 & \text{nếu } x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$. Tính $I=a+b$?

A. $I=\dfrac{19}{30}$. **B.** $I=-\dfrac{93}{16}$. **C.** $I=\dfrac{59}{24}$. **D.** $I=-\dfrac{173}{16}$.

Câu 287. Biết hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & \text{khi } x\in[0;4]\\ 1+m & \text{khi } x\in(4;6]\end{cases}$ liên tục trên $[0;6]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m<2$. **B.** $2\le m<3$. **C.** $3<m<5$. **D.** $m\ge 5$.

Câu 288. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+a & \text{khi } x\le 1\\ \dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x>1.\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-2$.

Câu 289. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2-7x-6}{x-3} & \text{khi } x>3\\ x^2+5mx+2 & \text{khi } x\le 3\end{cases}$ liên tục với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m=7$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 290. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$ liên tục tại $x=3$.

A. $m=4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=1$.

Câu 291. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+mx & \text{khi } x\leq 1\\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 292. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}+2x-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3m-2 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 293. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{2x-4}+3 & \text{khi } x\geq 2\\ \dfrac{x+1}{x^2-2mx+3m+2} & \text{khi } x<2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=-\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=5$. **D.** $m=0$.

Câu 294. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\ a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 295. Chứng minh rằng phương trình $x^3-x+3=0$ có ít nhất một nghiệm. ***Một bạn học sinh trình bày lời giải như sau:***

- **Bước 1.** Xét hàm số $y=f(x)=x^3-x+3$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- **Bước 2.** Ta có $f(0)=3$ và $f(-2)=-3$.
- **Bước 3.** Suy ra $f(0)f(-2)>0$.
- **Bước 4.** Vậy phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm.

Hãy tìm bước giải **sai** của bạn học sinh trên?

A. **Bước 1**. **B.** **Bước 2**. **C.** **Bước 3**. **D.** **Bước 4**.

Câu 296. Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$.

II. $f(x)$ không liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)\geq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có thuộc khoảng $(a;b)$.

A. Chỉ I đúng. **B.** Chỉ II đúng. **C.** Cả I và II đúng. **D.** Cả I và II sai.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 297. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-1)<0$, $f(1)>0$, thì luôn tồn tại số c thuộc khoảng $(-1;1)$ sao cho

A. $f(c)=0$. **B.** $f(c)=-1$. **C.** $f(c)=1$. **D.** $f(c)=2$.

Câu 298. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và $f(0)=-1$, $f(3)=1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $x=0$ là một nghiệm của phương trình $f(x)=0$.
B. $x=1$ là một nghiệm của phương trình $f(x)=0$.
C. $x=3$ là một nghiệm của phương trình $f(x)=0$.
D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0;3)$.

Câu 299. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x\sqrt{4-x}}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây.

A. Hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $K=(-\infty;0)\cup(0;4)$.
B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$.
C. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=0$ và $x=4$.
D. Vì $f(-1)=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$; $f(2)=\sqrt{2}$ nên $f(-1)\cdot f\left(\sqrt{2}\right)<0$, suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1;2)$.

Câu 300. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $m(x-1)^3(x-2)+2x-3=0$ vô nghiệm.

A. $\forall m\in\mathbb{R}$. **B.** $m=1$. **C.** Không có giá trị m. **D.** $m=0$.

Câu 301. Cho hàm số $f(x)=x^5+x-1$. Xét phương trình $f(x)=0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(0;1)$.
B. Phương trình (1) vô nghiệm.
C. Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(0;1)$.
D. Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 302. Xét các mệnh đề sau

(1) Phương trình $x^3+4x+4=0$ không có nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

(2) Phương trình $x^3+x-1=0$ không có nghiệm dương bé hơn 1.

Chọn đáp án đúng.

A. Cả mệnh đề (1) và (2) đều đúng. **B.** Mệnh đề (1) và (2) sai.
C. Chỉ có mệnh đề (2) đúng. **D.** Chỉ có mệnh đề (1) đúng.

Câu 303. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)<0$, $f(1)>0$, $f(2)<0$, $f(3)>0$. Chọn khẳng định **đúng** về số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trong các khẳng định dưới đây?

A. Có đúng 3 nghiệm. **B.** Có đúng 2 nghiệm.
C. Có ít nhất 3 nghiệm. **D.** Không có nghiệm.

Câu 304. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ sao cho $f(0)=1$, $f(3)=4$. Xét phương trình $f(x)-3=0$ (1). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Phương trình (1) vô nghiệm.
B. Phương trình (1) có nghiệm $x=0$.
C. Phương trình (1) có nghiệm $x=3$.
D. Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(0;3)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 305. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ sao cho $f(-1)=2$, $f(4)=7$. Xét phương trình $f(x)=5 \quad (1)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Phương trình (1) vô nghiệm.
B. Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(-1;4)$.
C. Phương trình (1) có nghiệm $x=2$.
D. Phương trình (1) có nghiệm $x=7$.

Câu 306. Cho hàm số $f(x)=3x^3+2x-2$. Xét phương trình $f(x)=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Phương trình có 4 nghiệm.
B. Phương trình có ít nhất một nghiệm.
C. Phương trình vô nghiệm.
D. Phương trình có nghiệm trên khoảng $(1;2)$.

Câu 307. Cho hàm số $f(x)=-4x^3+4x-1$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. Phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$.
C. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.
D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 308. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)\cdot f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
C. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$, thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên khoảng $(a;b)$.
D. Nếu $f(a)\cdot f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

Câu 309. Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho không có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.
B. Phương trình đã cho không có nghiệm trong khoảng $(-2;0)$.
C. Phương trình đã cho chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2;1)$.
D. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(0;2)$.

Câu 310. Cho phương trình $x^5+3x^2-14x-7=0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. Phương trình có đúng 3 nghiệm trong $(-1;2)$.
B. Phương trình không có nghiệm trong $(1;2)$.
C. Phương trình có ít nhất 2 nghiệm trong $(-1;2)$.
D. Phương trình có 1 nghiệm trong $(0;1)$.

Câu 311. Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình $(m^2-3m+2)x^3-3x+1=0$ có nghiệm?

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\{1;2\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 312. Cho phương trình $(m^2+1)x^2+(3m^2+2)x+2m^2+\dfrac{1}{2}=0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt với mọi $m\in\mathbb{R}$.
B. Phương trình $f(x)=0$ có đúng một nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$.
C. Phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm âm phân biệt với mọi $m\in\mathbb{R}$.
D. Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 313. Cho phương trình $-x^3+2x^2+m^2x-m^2=0$ (1), với $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Phương trình (1) luôn có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.
B. Phương trình (1) luôn có nghiệm.
C. Phương trình (1) không có nghiệm âm.
D. Phương trình (1) có tối đa 3 nghiệm.

Câu 314. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng. Trên khoảng $(-2;2)$ phương trình $2x^3-6x+1=0$

A. vô nghiệm. **B.** có đúng 2 nghiệm. **C.** có đúng 1 nghiệm. **D.** có đúng 3 nghiệm.

Câu 315. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)\geq x^4+\dfrac{2}{x^2}-2x,\ \forall x>0$ và $f(1)=-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0;+\infty)$.
B. phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm trên $(0;1)$.
C. phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm trên $(1;2)$.
D. phương trình $f(x)=0$ có 1 nghiệm trên $(2;5)$.

Câu 316. Cho phương trình $x^{12}+1=4x^4.\sqrt{x^n-1}$, $(n\in\mathbb{Z}^+)$. Tìm số n nhỏ nhất để phương trình có nghiệm.

A. $n=3$. **B.** $n=5$. **C.** $n=\dfrac{1}{2}$. **D.** $n=10$.

Câu 317. Cho phương trình $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ thỏa mãn $\dfrac{a}{m+2}+\dfrac{b}{m+1}+\dfrac{c}{m}=0$, với $m>0$. Chọn câu khẳng định đúng trong các câu sau.

A. Phương trình luôn có nghiệm $x\in(-2;-1)$. **B.** Phương trình luôn có nghiệm $x\in(1;2)$.
C. Phương trình luôn có nghiệm $x\in(2;3)$. **D.** Phương trình luôn có nghiệm $x\in(0;1)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

PHẦN II

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11

11

Chương 4

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 4

§1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

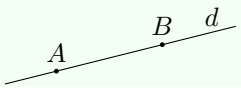
1 Mặt phẳng trong không gian

- **Điểm thuộc mặt phẳng:** Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P).
  - Nếu điểm A thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói A nằm trên (P) hay (P) chứa A, hay (P) đi qua A và kí hiệu là $A \in (P)$.
  - Nếu điểm B không thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói B nằm ngoài (P) hay (P) không chứa B và kí hiệu là $B \notin (P)$.
- **Biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng:** Để biểu diễn một hình trong không gian lên một mặt phẳng (tờ giấy, mặt bảng, ...), ta thường dựa vào các quy tắc sau:
  - Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
  - Giữ nguyên tính liên thuộc (thuộc hay không thuộc) giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.
  - Giữ nguyên tính song song, tính cắt nhau giữa các đường thẳng.
  - Biểu diễn đường nhìn thấy bằng nét liền và biểu diễn đường bị che khuất bằng nét đứt.

2 Các tính chất thừa nhận của hình học không gian

Tính chất 2

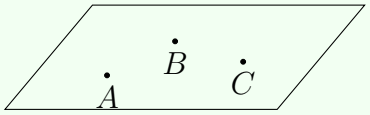
Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.



Đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt A, B được kí hiệu là AB. Ta cũng nói đường thẳng AB xác định bởi hai điểm A, B.

Tính chất 3

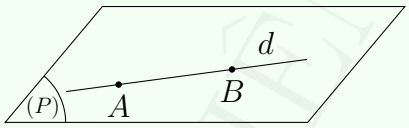
Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.



Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được kí hiệu là mặt phẳng (ABC).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Tính chất 4
Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

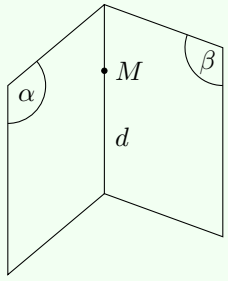


Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

Tính chất 5 Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.

Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.

Tính chất 6
Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

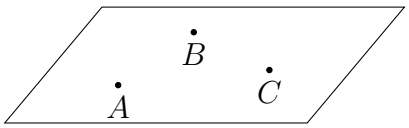


Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của (P) và (Q), kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$.

Tính chất 7 Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

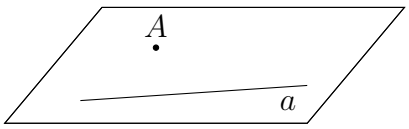
3 Cách xác định mặt phẳng

- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.



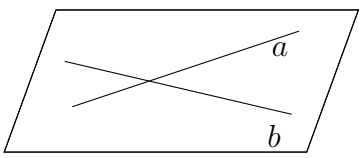
Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng kí hiệu là $mp\,(ABC)$ hay (ABC).

- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.



Mặt phẳng xác định bởi điểm A và đường thẳng a không qua điểm A kí hiệu là $mp(A, a)$ hay (A, a).

- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.



Mặt phẳng xác định bởi điểm hai đường thẳng a, b cắt nhau kí hiệu là $mp(a, b)$.

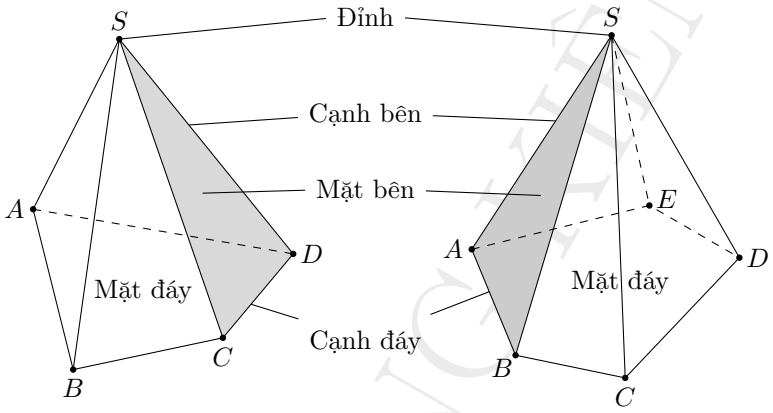
4 Hình chóp và hình tứ diện

a. Hình chóp: Cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$ nằm trong mặt phẳng (α) và điểm S không thuộc (α). Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình tạo bởi n

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

tam giác đó và đa giác $A_1A_2\dots A_n$ được gọi là hình chóp, kí hiệu $S.A_1A_2\dots A_n$.

Trong hình chóp $S.A_1A_2\dots A_n$, ta gọi

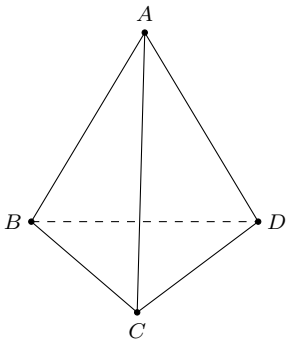


- điểm S là **đỉnh**;
- các tam giác SA_1A_2, $SA_2A_3,\dots$, SA_nA_1 là các **mặt bên**;
- đa giác $A_1A_2\dots A_n$ là **mặt đáy**;
- các đoạn thẳng SA_1, $SA_2,\dots$, SA_n là các **cạnh bên**;
- các cạnh của đa giác $A_1A_2\dots A_n$ là các **cạnh đáy**.

Ta gọi hình chóp có đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác,... lần lượt là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...

b. Hình tứ diện: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB và BCD được gọi là hình tứ diện (hay tứ diện), kí hiệu $ABCD$.

Trong tứ diện $ABCD$, ta gọi



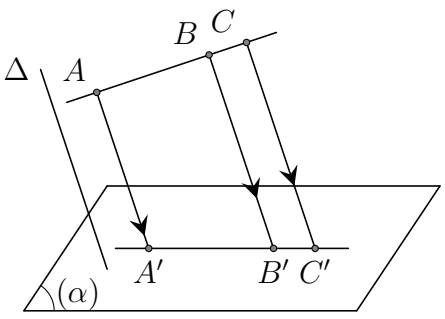
- các điểm A, B, C, D là các **đỉnh**;
- các đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, CD, BD là các **cạnh** của tứ diện;
- hai cạnh không đi qua một đỉnh là **hai cạnh đối diện**;
- các tam giác ABC, ACD, ADB, BCD là các **mặt** của tứ diện;
- đỉnh không thuộc một mặt của tứ diện là **đỉnh đối diện** với mặt đó.

- *Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều được gọi là hình tứ diện đều.*
- *Một tứ diện có thể xem như là một hình chóp tam giác với đỉnh là một đỉnh tuỳ ý của tứ diện và đáy là mặt của tứ diện không chứa đỉnh đó.*

5 Phép chiếu song song

a. Phép chiếu song song:

- Biến ba điểm thẳng hàng thẳng ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa chúng.

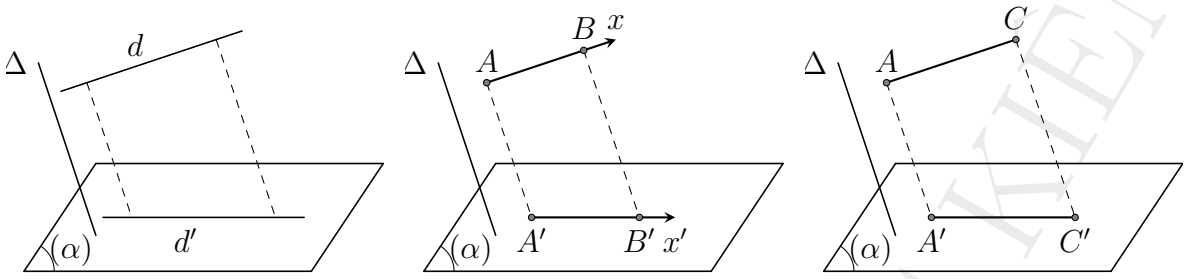


Vẽ A, B, C thẳng hàng, B ở giữa A và C thì trong không gian vẽ đúng như vậy

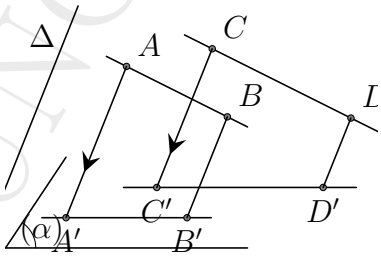
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

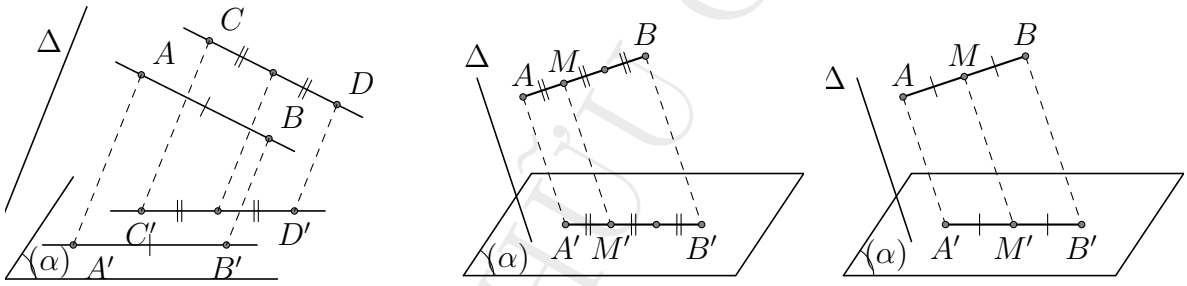
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.



- Biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.



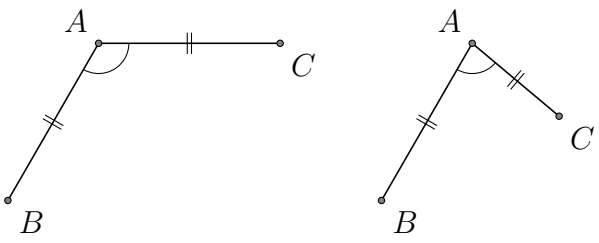
- Không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song, hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



Vẽ trung điểm của một đoạn thẳng, vẽ một điểm chia một đoạn thẳng theo tỉ số k, vẽ hai đoạn thẳng song song và đoạn này gấp k lần đoạn kia thì trong không gian được vẽ đúng như vậy.

b. Các tính chất KHÔNG được bảo toàn qua phép chiếu song song

- Hai đoạn thẳng không song song và bằng nhau thì trong không gian không cần vẽ đúng sự bằng nhau giữa chúng.
- Hai đoạn thẳng không song song và đoạn này gấp k lần đoạn kia thì trong không gian không cần vẽ đúng tỉ lệ ấy.
- Hai góc bằng nhau (không là hai góc có cạnh tương ứng song song) thì trong không gian không cần vẽ đúng sự bằng nhau giữa chúng.
- Góc vuông trong không gian có thể được vẽ thành một góc tù hay góc nhọn.
- Góc nhọn trong không gian có thể được vẽ bằng góc tù và ngược lại.

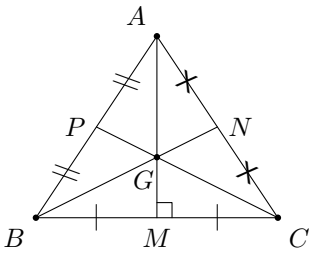


Hình học phẳng Hình học không gian

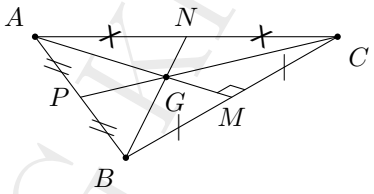
c. Các phép biểu diễn cơ bản

i. Tam giác ABC cân tại A.

- $AB = AC$ và AB không song song AC nên không cần vẽ sự bằng nhau của AB và AC.
- $AM \perp BC$ thì trong không gian không cần vẽ đúng sự vuông góc này.



Trong mặt phẳng



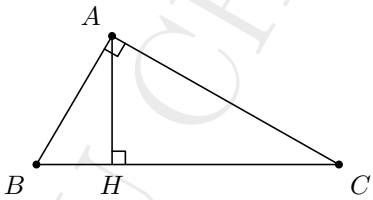
Trong không gian

- M, N, P là trung điểm BC, CA, AB thì vẽ đúng là trung điểm.
- Tỉ lệ mà trọng tâm G chia các đường trung tuyến được bảo toàn.

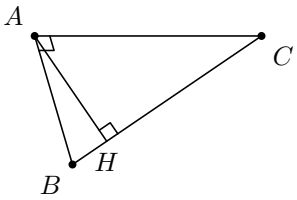
ii. Tam giác ABC đều giống tam giác cân.

iii. Tam giác ABC vuông tại A.

- $AB \perp AC$ thì trong không gian không cần vẽ đúng sự vuông góc.
- Chân đường cao H nằm gần điểm B hơn thì trong không gian vẽ đúng tỉ lệ như vậy.



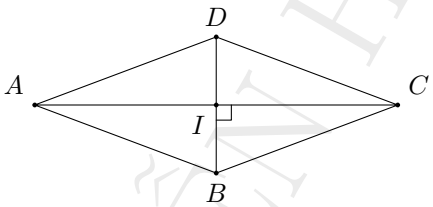
Trong mặt phẳng



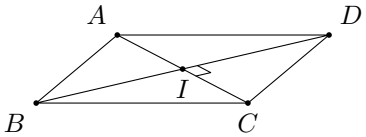
Trong không gian

iv. Hình bình hành $ABCD$: Trong mặt phẳng vẽ thế nào thì trong không gian vẽ đúng như vậy.

v. Hình thoi $ABCD$.



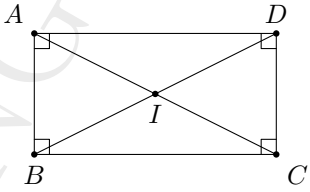
Trong mặt phẳng



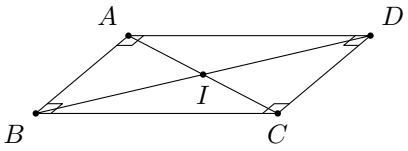
Trong không gian

- Giống hình bình hành.
- $AC \perp BD$ thì trong không gian không cần vẽ đúng sự vuông góc này.

vi. Hình chữ nhật $ABCD$.



Trong mặt phẳng

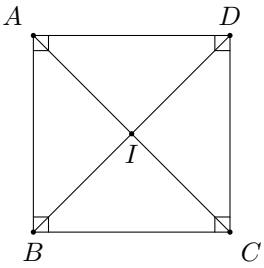


Trong không gian

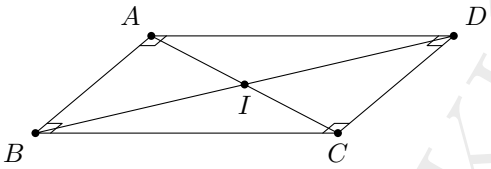
- Giống hình bình hành.
- $AC = BD$ và AC không song song BD nên không cần vẽ $AC = BD$.
- Các góc A, B, C, D thì không cần vẽ đúng sự vuông góc.

vii. Hình vuông $ABCD$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN



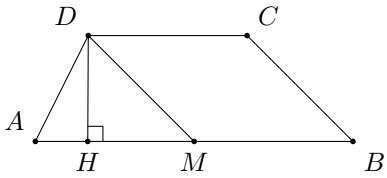
Trong mặt phẳng



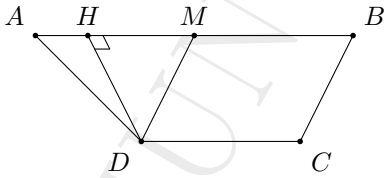
Trong không gian

- Giống hình chữ nhật.

viii. Hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD đồng thời $AB = 2CD$.



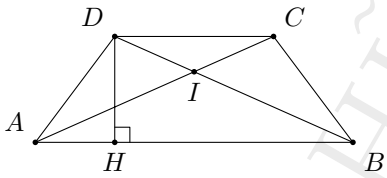
Trong mặt phẳng



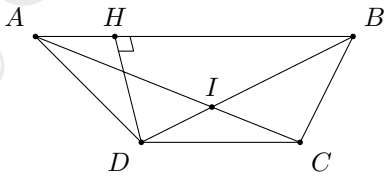
Trong không gian

- Đáy lớn AB nên đặt ở trên.
- $AB = 2DC$ và $AB \parallel DC$ nên trong không gian vẽ đúng như vậy. Chân đường cao H nằm gần điểm A hơn điểm M thì trong không gian vẽ đúng tỉ lệ như vậy.
- M là trung điểm AB thì trong không gian vẽ đúng là trung điểm.

ix. Hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB và CD.



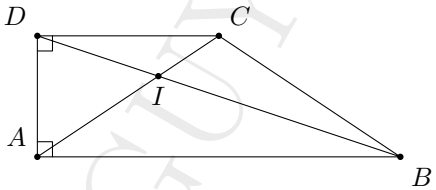
Trong mặt phẳng



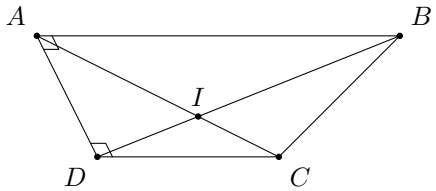
Trong không gian

- $AB \parallel DC$ nên trong không gian vẽ đúng như vậy.
- $AD = BC$ và AD không song song BC nên không cần vẽ sự bằng nhau của AD và BC.
- $AC = BD$ và AC không song song BD nên không cần vẽ sự bằng nhau của AC và BD.

x. Hình thang $ABCD$ vuông tại A, D đồng thời $AB = 2CD$.



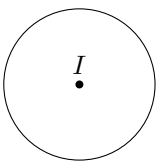
Trong mặt phẳng



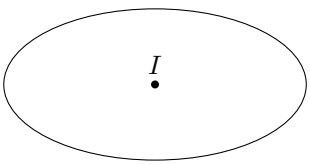
Trong không gian

- Các góc A, D vuông thì không cần vẽ đúng sự vuông góc này.
- $AB = 2DC$ và $AB \parallel DC$ nên trong không gian vẽ đúng như vậy.

xi. Đường tròn.



Trong mặt phẳng



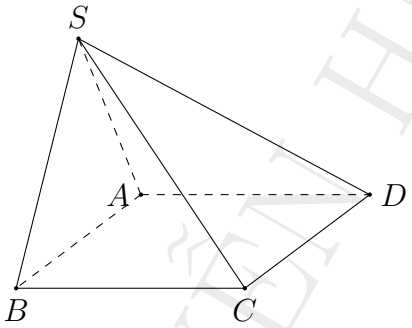
Trong không gian

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

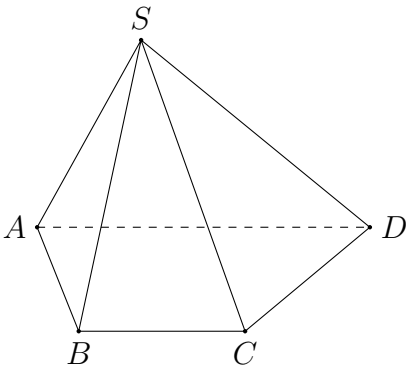
Hình học phẳng	Hình học không gian
Tam giác thường, tam giác cân, tam giác đều, tam giác vuông, tam giác vuông cân.	Vẽ thành tam giác thường
Hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông.	Vẽ thành hình bình hành.
Hình thang thường, hình thang cân, hình thang vuông.	Vẽ thành hình thang thường và tỉ số độ dài của hai cạnh đáy được bảo toàn.
Đường tròn.	Vẽ thành Elip.
Trung điểm của một đoạn thẳng.	Vẽ đúng là trung điểm.
Một điểm chia một đoạn thẳng theo tỉ số. k	Vẽ đúng tỉ số k.
Hai đoạn thẳng song song và bằng nhau.	Vẽ đúng song song và bằng nhau.
Hai đoạn thẳng song song và đoạn này bằng k lần đoạn kia.	Vẽ đúng song song và đoạn này bằng k lần đoạn kia.

- *Đường thẳng thì vẽ đường thẳng, đoạn thẳng thì vẽ đoạn thẳng.*
- *Hai đường thẳng song song thì vẽ song song, hai đường thẳng cắt nhau thì vẽ cắt nhau.*
- *Hình vẽ phải giữ nguyên quan hệ "thuộc" giữa điểm và đường thẳng.*
- *Dùng nét vẽ liền để vẽ đường nhìn thấy và nét đứt để vẽ cho đường bị khuất.*

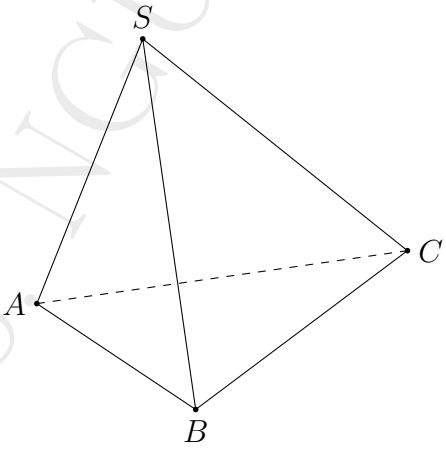
d. Một số hình thường gặp



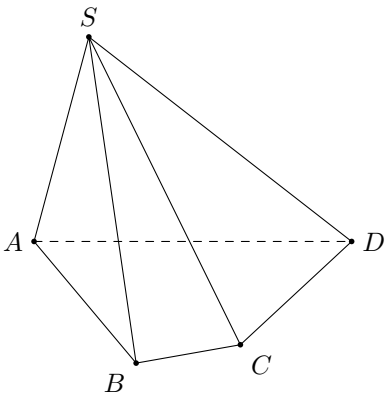
Hình chóp đáy là hình bình hành (hình chữ nhật, hình vuông, hình thoi).



Hình chóp đáy là hình thang.



Tứ diện.



Hình chóp đáy là tứ giác.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Tìm giao tuyến giữa hai mặt phẳng

Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta có thể tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng. Khi đó giao tuyến là đường thẳng đi qua hai điểm chung đó.

Trả lời hai trong các câu hỏi sau để tìm ra 2 điểm chung:

- **H1.** Xem trong cách ký hiệu hai mặt phẳng, có điểm nào giống nhau không?
- **H2.** Xem trong mặt này có điểm nào thuộc mặt kia không?
- **H3.** Xem trong mặt này có đường nào cắt một đường nằm trong mặt kia không?

Để chứng minh ba điểm thẳng hàng, ta chứng minh 3 điểm đó thuộc hai mặt phẳng. Khi đó 3 điểm đó sẽ thẳng hàng trên giao tuyến của hai mặt phẳng.

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (SAC) và (SBD);

b) (SAC) và (MBD);

c) (MBC) và (SAD);

d) (SAB) và (SCD).

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm E, F, G sao cho $EB > AE$, $AF > FC$, $BG > GD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (EFG) và (ACD), (EFG) và (BCD), (EFG) và (ABD).

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC. K là điểm thuộc BD sao cho $KD < KB$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (IJK) và (ACD);

b) (IJK) và (ABD).

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD).

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ).

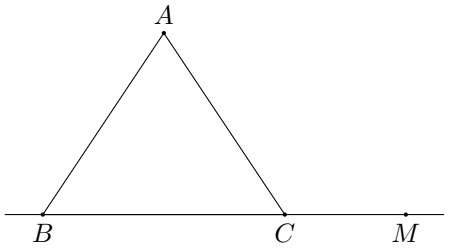
Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).

Bài 8.

Cho tam giác ABC và một điểm $M \in BC$.

a) Điểm M có thuộc mặt phẳng (ABC) hay không?

b) Đường thẳng AM có nằm trong mặt phẳng (ABC) hay không?



Bài 9. Cho tam giác ABC và một điểm S không thuộc mặt phẳng (ABC). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Chỉ ra một điểm chung của hai mặt phẳng (SBN), (SCM) và khác điểm S.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBN) và (SCM) có đi qua trọng tâm của $\triangle ABC$ hay không?

Bài 10. Cho hai đường thẳng cắt nhau a, b và gọi S là một điểm không thuộc mp(a,b). Xác định giao tuyến của mp(S,a) và mp(S,b).

Bài 11. Trong không gian, cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P). Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Nếu a chứa một điểm nằm trong (P) thì a nằm trong (P).

b) Nếu a chứa hai điểm phân biệt thuộc (P) thì a nằm trong (P).

c) Nếu a và b cùng nằm trong (P) thì giao điểm (nếu có) của a và b cũng nằm trong (P).

d) Nếu a nằm trong (P) và a cắt b thì b nằm trong (P).

Bài 12. Cho tam giác ABC và điểm S không thuộc mặt phẳng (ABC). Lấy D, E là các điểm lần lượt thuộc các cạnh SA, SB và D, E khác S.

a) Đường thẳng DE có nằm trong mặt phẳng (SAB) không?

b) Giả sử DE cắt AB tại F. Chứng minh rằng F là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (CDE).

Bài 13. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng phân biệt a, b nằm trong (P). Một đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b tại hai điểm phân biệt. Chứng minh rằng đường thẳng c nằm trong mặt phẳng (P).

Bài 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và M là một điểm thuộc cạnh SC (M khác S, C). Giả sử hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại N. Chứng minh rằng đường thẳng MN là giao tuyến của hai mặt phẳng (ABM) và (SCD).

Bài 15. Cho tam giác ABC và điểm S không nằm trong mặt phẳng (ABC). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM).

Bài 16. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

b) Lấy điểm M trên AB và N trên AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN).

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (SBC) và (SAD). b) (SAC) và (SBD).

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên AB và N trên AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (ABN) và (SMC). b) (DMN) và (SBC).

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. Gọi M là điểm thuộc miền trong của tam giác SCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (SBC) và (SAD). b) (SAC) và (SBD). c) (SBM) và (SAC).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I là 3 điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC và AD. Gọi E là điểm thuộc miền trong tam giác BCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (IBC) và (DMN). b) (MNE) và (ABE).

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi K là trung điểm của SO. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (AKD) và (SBC). b) (BAK) và (SCD).

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ có AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F.

a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAB) và (SCD), (SAC) và (SBD).

b) Tìm giao tuyến của (SEF) với các mặt phẳng (SAD), (SBC).

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SO. Tìm giao tuyến của (MNP) với các mp (SAB), (SAD), (SBC) và (SCD).

Bài 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của AC. J, K là hai điểm bất kỳ nằm trên cạnh BC, BD. Tìm giao tuyến của mp(IJK) với (ACD) và (ABD).

Bài 25. Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đoạn AB và AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho đường thẳng MN cắt đường thẳng BD tại I. Hãy xét xem điểm I thuộc những mặt phẳng nào? Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (BCD).

Bài 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC.

a) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (IBC) và (JAD).

b) M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC. Tìm $(IBC) \cap (DMN)$.

Bài 27. Cho tứ diện $(ABCD)$. M là một điểm bên trong ABD, N là một điểm bên trong ACD. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (AMN) và (BCD), (DMN) và (ABC).

Bài 28. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC, MP không song song với AD. Tìm các giao tuyến sau:

a) $(MNP) \cap (ABC)$. b) $(MNP) \cap (ABD)$. c) $(MNP) \cap (BCD)$. d) $(MNP) \cap (ACD)$.

Bài 29. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN không song song với BC, trong tam giác BCD lấy điểm I. Tìm các giao tuyến sau:

a) $(MNI) \cap (ABC)$. b) $(MNI) \cap (BCD)$. c) $(MNI) \cap (ABD)$. d) $(MNI) \cap (ACD)$.

Bài 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Tìm các giao tuyến sau:

a) $(SAC) \cap (SBD)$. b) $(SAB) \cap (SCD)$. c) $(SAD) \cap (SBC)$.

Bài 31. Cho tứ diện $ABCD$. Trong 2 tam giác ABC và BCD lấy 2 điểm M, N. Tìm các giao tuyến sau:

a) $(BMN) \cap (ACD)$. b) $(CMN) \cap (ABD)$ c) $(DMN) \cap (ABC)$.

Bài 32. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm I, trong 2 tam giác BCD và ACD lần lượt lấy 2 điểm J, K. Tìm các giao tuyến sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) $(ABJ) \cap (ACD)$. b) $(IJK) \cap (ACD)$. c) $(IJK) \cap (ABD)$. d) $(IJK) \cap (ABC)$.

Bài 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC.

a) Chứng minh rằng IB và JA là 2 đường thẳng chéo nhau.

b) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (IBC) và (JAD).

c) Gọi M là điểm nằm trên đoạn AB; N là điểm nằm trên đoạn AC. Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (IBC) và (DMN).

Bài 34. Cho tứ diện $ABCD$ có E là trung điểm của AB. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng (ECD) với các mặt phẳng (ABC); (ABD); (BCD); (ACD).

Bài 35. Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không nằm trong mp chứa tứ giác. Tìm giao tuyến của:

a) (SAC) và (SBD). b) (SAB) và (SCD). c) (SAD) và (SBC).

Bài 36. Cho tứ diện $SABC$ và một điểm I trên đoạn SA; d là đường thẳng trong (ABC) cắt $AB; BC$ tại $J; K$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (I, d) với các mặt phẳng (SAB); (SAC); (SBC).

Bài 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi; M là điểm trên cạnh CD. Tìm giao tuyến của các mặt phẳng:

a) (SAM) và (SBD). b) (SBM) và (SAC).

Bài 38. Cho tứ diện $ABCD$; M là điểm nằm trong ΔABC; N là điểm nằm trong ΔACD. Tìm giao tuyến của:

a) (AMN) và (BCD). b) (CMN) và (ABD).

Bài 39. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy M, N, P sao cho MN không song song với BC. Tìm giao tuyến của (BCD) và (MNP).

Bài 40. Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$ có các cặp cạnh đối không song song và điểm $S \notin (\alpha)$. Xác định giao tuyến của

a) (SAC) và (SBD). b) (SAB) và (SCD). c) (SAD) và (SBC).

Bài 41. Cho tam giác ABC và một điểm S không thuộc mp (ABC), một điểm I thuộc đoạn SA. Một đường thẳng a không song song với AC cắt các cạnh AB, BC theo thứ tự tại J, K. Tìm giao tuyến của các cặp mp sau:

a) (I, a) và (SAC). b) (I, a) và (SAB). c) (I, a) và (SBC).

Bài 42. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mp

a) Chứng minh AB và CD chéo nhau.

b) Trên các đoạn thẳng AB và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho đường thẳng MN cắt đường thẳng BD tại I. Hỏi điểm I thuộc những mp nào. Xác định giao tuyến của hai mp (CMN) và (BCD).

Bài 43. Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD, N là một điểm bên trong tam giác ACD. Tìm giao tuyến của các cặp mp sau:

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

a) (AMN) và (BCD). b) (DMN) và (ABC).

Bài 44. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M nằm trên AB sao cho $4AM = MB$; N nằm trên AC sao cho $AN = 3NC$; điểm I nằm trong BCD. Tìm giao tuyến của:

a) (MNI) và (BCD). b) (MNI) và (ABD). c) (MNI) và (ACD).

Bài 45. Cho tứ diện $ABCD$; gọi I, J lần lượt là trung điểm của $AD; BC$.

a) Tìm giao tuyến của (IBC) và (JAD).

b) M là điểm trên AB; N là điểm trên AC. Tìm giao tuyến của (IBC) và (DMN).

Bài 46. Cho hai đường thẳng $a; b \subset (P)$ và điểm S không thuộc (P). Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng chứa a và S với mặt phẳng chứa b và S?

Bài 47. Cho tứ diện $ABCD$; trên $AB; AC$ lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $\dfrac{AM}{MB} \neq \dfrac{AN}{NC}$. Tìm giao tuyến của (DMN) và (BCD).

Bài 48. Cho bốn điểm $ABCD$ không đồng phẳng; gọi $I; K$ là trung điểm $AD; BC$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD)?

Bài 49. Trong mặt phẳng (α) cho hình thang $ABCD$ có đáy là $AB; CD$; S là điểm nằm ngoài mặt phẳng hình thang. Tìm giao tuyến của:

a) (SAD) và (SBC). b) (SAC) và (SBD).

Bài 50. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang hai đáy là $AD; BC$. Gọi $M; N$ là trung điểm $AB; CD$ và G là trọng tâm tam giác SAD. Tìm giao tuyến của

a) (GMN) và (SAC). b) (GMN) và (SBC).

Bài 51. Trong mặt phẳng (α) cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O. Gọi c là một đường thẳng cắt (α) tại điểm I khác O.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (O, c) và (α).

b) Gọi M là một điểm trên c khác I. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (M, a) và (M, b). Chứng minh rằng giao tuyến này luôn luôn nằm trong một mặt phẳng cố định khi M di động trên c.

DẠNG 2 Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Muốn tìm giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng α, ta tiến hành như sau:

- **Bước 1.** Chọn mặt phẳng phụ β chứa đường thẳng d. (Sao cho giao tuyến giữa α và β là dễ tìm).
- **Bước 2.** Tìm $\Delta = \alpha \cap \beta$.

Khi đó $M = d \cap \Delta$.

Bài 52. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SA, SC sao cho MN không song song với AC. Gọi O là điểm nằm trong tam giác ABC. Tìm giao điểm của các đường thẳng AC, BC và AB với mặt phẳng (OMN).

Bài 53. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD. Gọi E, F lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SB, SD sao cho EF không song song với BD .

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao điểm của EF với (SAC).

b) Tìm giao điểm của BC với (AEF).

Bài 54. Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP)

Bài 55. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM).

Bài 56. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

Bài 57. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là trên cạnh BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

Bài 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC. Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP). Tính tỷ số $\dfrac{SQ}{SD}$.

Bài 59. Cho hình tứ diện $ABCD$ và E là một điểm nằm trong tam giác BCD. Gọi F là một điểm nằm giữa A và E. Xác định giao điểm của đường thẳng BF và mặt phẳng (ACD).

Bài 60. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và lấy một điểm E thuộc cạnh SA của hình chóp (E khác S, A). Trong mặt phẳng $(ABCD)$ vẽ một đường thẳng d cắt các cạnh CB, CD lần lượt tại M, N và cắt các tia AB, AD lần lượt tại P, Q.

a) Xác định giao điểm của mp(E, d) với các cạnh SB, SD của hình chóp.

b) Xác định giao tuyến của mp(E, d) với các mặt của hình chóp.

Bài 61. Cho hình tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, BC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $AM = CM$, $BN = CN$, $BP = 2DP$.

a) Xác định giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP).

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP).

Bài 62. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $MA = 2MS$, $NS = 2NC$.

a) Xác định giao điểm của MN với mặt phẳng (ABC).

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (BMN) với mặt phẳng (ABC).

Bài 63. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi M là trung điểm của SA.

a) Xác định giao điểm của CD với mặt phẳng (SAB).

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC).

Bài 64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Lấy điểm P thuộc đoạn BD sao cho $BP > PD$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ACD).

Bài 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$ và O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy điểm M thuộc SD. Tìm giao điểm của đường thẳng SO, SA với mặt phẳng (MBC).

Bài 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi M là điểm thuộc miền trong của tam giác SCD.

a) Tìm giao điểm N của đường thẳng CD và mặt phẳng (SBM).

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC).

c) Tìm giao điểm P của đường thẳng SC và mặt phẳng (ABM).

Bài 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi N là điểm trên đoạn SC sao cho $CN = 2SN$.

a) Tìm giao điểm I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD).

b) Chứng minh I là trung điểm của SO.

Bài 68. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN không song song với CD. Gọi O là một điểm bên trong ΔBCD.

a) Tìm giao tuyến của (OMN) và (BCD).

b) Tìm giao điểm của BC và BD với mặt phẳng (OMN).

Bài 69. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang, cạnh đáy lớn AB. Gọi I, J, K là ba điểm lần lượt trên SA, AB, BC.

a) Tìm giao điểm của IK với (SBD).

b) Tìm các giao điểm của mặt phẳng (IJK) với SD và SC.

Bài 70. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. K là một điểm trên cạnh BD và không trùng với trung điểm của BD. Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (MNK).

Bài 71. Cho tứ diện $ABCD$. M, N là hai điểm lần lượt trên AC và AD. O là một điểm bên trong ΔBCD. Tìm giao điểm của:

a) MN và (ABO).

b) AO và (BMN).

Bài 72. Cho hình chóp $S.ABCD$. M là một điểm trên cạnh SC.

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD).

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Bài 73. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, BC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, K. Tìm các giao điểm:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) CD với (MNK). b) AD với (MNK).

Bài 74. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BC lần lượt lấy các điểm M, N, P. Tìm các giao điểm sau:

a) MN với (ADP). b) BC với (DMN).

Bài 75. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M, trong tam giác BCD lấy điểm N. Tìm các giao điểm sau:

a) $BC \cap (DMN)$. b) $AC \cap (DMN)$. c) $MN \cap (ACD)$.

Bài 76. Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong tứ giác $ABCD$ lấy một điểm O, tìm giao điểm của AM với các mặt phẳng (SBC), (SCD).

Bài 77. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC lấy 2 điểm M, N; trong tam giác BCD lấy điểm P. Tìm các giao điểm sau:

a) $MP \cap (ACD)$. b) $AD \cap (MNP)$. c) $BD \cap (MNP)$.

Bài 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy không phải hình thang. Trên cạnh SC lấy một điểm E.

a) Tìm giao điểm F của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABE).

b) Chứng minh rằng 3 đường thẳng AB, CD và EF đồng qui

Bài 79. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M, trong 2 tam giác BCD và ACD lần lượt lấy 2 điểm N, K. Tìm các giao điểm sau:

a) $CD \cap (ABK)$. b) $MK \cap (BCD)$. c) $CD \cap (MNK)$. d) $AD \cap (MNK)$.

Bài 80. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC. Xác định $I = AN \cap (SBD)$ và $J = MN \cap (SBD)$.

Bài 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn AB. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SB và SC.

a) Xác định giao tuyến (SAD) và (SBC). b) Tìm giao điểm của SD với mặt phẳng (AIJ).

Bài 82. Cho tứ diện $SABC$. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của SA và AB. Trên đoạn SC ta lấy điểm K sao cho $CK = 3KS$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (IHK).

b) Gọi M là trung điểm IH. Tìm giao điểm của KM với mặt phẳng (ABC).

Bài 83. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD ta lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của:

a) CD với mặt phẳng (MNP). b) AD với mặt phẳng (MNP).

Bài 84. Cho tứ diện $ABCD$. Trong 2 tam giác ABC và BCD lấy 2 điểm I, J. Tìm các giao điểm sau:

a) $IJ \cap (SBC)$. b) $IJ \cap (SAC)$.

Bài 85. Cho 2 hình thang $ABCD$, $ABEF$ có chung đáy lớn AB và không cùng nằm trong 1 mặt phẳng.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

a) Xác định các giao tuyến sau $(AEC) \cap (BFD)$; $(BCE) \cap (AFD)$.

b) Lấy 1 điểm M trên đoạn DF. Tìm giao điểm $AM \cap (BCE)$.

Bài 86. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD ta lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$.

a) Tìm giao điểm E của đường thẳng CD với mặt phẳng (IJK). Chứng minh rằng $DE = DC$.

b) Tìm giao điểm F của đường thẳng AD với mặt phẳng (IJK). Chứng minh rằng $FA = 2FD$.

c) Chứng minh rằng FK song song IJ.

d) Gọi M và N là hai điểm bất kỳ lần lượt nằm trên hai cạnh AB và CD. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (IJK).

Bài 87. Cho tứ diện $SABC$. Lấy các điểm A', B', C' lần lượt nằm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$; $SB' = \frac{1}{2}SB$; $SC' = \frac{1}{2}SC$.

a) Tìm giao điểm E, F của các đường thẳng $A'B'$ và $A'C'$ lần lượt với mặt phẳng (ABC).

b) I, J lần lượt là các điểm đối xứng của A' qua B' và C'. Chứng minh rằng $IJ = BC$ và $BI = CJ$.

c) Chứng minh rằng BC là đường trung bình của tam giác AEF.

Bài 88. Cho tứ diện $SABC$. Gọi D là điểm trên SA, E là điểm trên SB và F là điểm trên AC (DE và AB không song song).

a) Xác định giao tuyến của hai mp (DEF) và (ABC).

b) Tìm giao điểm của BC với mặt phẳng (DEF).

c) Tìm giao điểm của SC với mặt phẳng (DEF).

Bài 89. Cho tứ diện $SABC$; M; N lần lượt là các điểm nằm trong hai tam giác SAB; SBC. MN cắt (ABC) tại P. Xác định giao điểm P.

Bài 90. Cho tứ diện $ABCD$; M là trung điểm AB; N và P lần lượt là các điểm nằm trên AC; AD sao cho $AN : AC = 3 : 4$; $AP : AD = 2 : 3$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng MN với (BCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng BD với (MNP).

c) Gọi Q là trung điểm NP. Tìm giao điểm của MQ với (BCD).

Bài 91. Cho A; B; C; D là bốn điểm không đồng phẳng. M; N lần lượt là trung điểm của AC; BC. Trên đoạn BD lấy P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của:

a) CD với (MNP). b) AD với (MNP).

Bài 92. Cho hình chóp $S.ABC$; O là điểm trong ΔABC; D và E là các điểm nằm trên SB; SC. Tìm giao điểm của

a) DE với (SAO). b) SO với (ADE).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 93. Cho tứ diện $SABC$. I; H lần lượt là trung điểm SA; AB. Trên đoạn SC lấy điểm K sao cho $CK = 3KS$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BC với (IHK)?

b) Gọi M là trung điểm HI. Tìm giao điểm của đường thẳng KM với (ABC)?

Bài 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang $ABCD$ đáy lớn AB. I; J; K là ba điểm trên SA; SB; SC. Tìm giao điểm IK và (SBD) ; giao điểm (IJK) và SD ; SC.

Bài 95. Gọi I; J lần lượt là hai điểm nằm trong hai tam giác ABC; ABD của tứ diện $ABCD$. M là điểm tuỳ ý trên CD. Tìm giao điểm IJ và mặt phẳng (AMB).

Bài 96. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành $ABCD$. M là trung điểm SD.

a) Tìm giao điểm I của BM và (SAC)? Chứng minh $BI = 2IM$?

b) Tìm giao điểm J của của SA và (BCM)? Chứng minh J là trung điểm SA?

c) N là điểm tuỳ ý trên BC. Tìm giao điểm của MN với (SAC)?

Bài 97. Trong mặt phẳng (α) cho tam giác đều ABC. Gọi (β) là mặt phẳng cắt (α) theo giao tuyến BC. Trong mặt phẳng (β) ta vẽ hai nửa đường thẳng Bx và Cy song song với nhau và nằm cùng một phía với (α). Trên Bx và Cy ta lấy B' và C' sao cho $BB' = 2CC'$.

a) Tìm giao điểm D của đường thẳng BC với mặt phẳng $(AB'C')$ và tìm giao tuyến của mặt phẳng $(AB'C')$ với mặt phẳng (α).

b) Trên đoạn AC' ta lấy điểm M sao cho $AM = \dfrac{2}{3}AC'$. Tìm giao điểm I của đường thẳng $B'M$ với mặt phẳng (α) và chứng minh I là trung điểm của AD.

c) Chứng minh rằng nếu B' và C' theo thứ tự chạy trên Bx và Cy sao cho $BB' = 2CC'$ thì mặt phẳng $(AB'C')$ luôn luôn cắt (α) theo một giao tuyến cố định.

d) Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Cạnh AC cắt DE tại G. Hãy tính tỉ số $\dfrac{AG}{AC}$ và chứng minh rằng $AD = 2AF$.

Bài 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Một mặt phẳng (P) lần lượt cắt các cạnh SA, SB, SC tại A', B', C'.

a) Dựng giao điểm D' của mặt phẳng (P) với cạnh SD.

b) Gọi I là giao điểm của $A'C'$ với SO. Chứng minh rằng $\dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SC}{SC'} = 2\dfrac{SO}{SI}$.

DẠNG 3 Chứng minh thẳng hàng, đồng quy

- Muốn chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt.
- Muốn chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng này là điểm chung của hai mặt phẳng mà giao tuyến là đường thẳng thứ ba.

Bài 99. Cho ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau. Chứng minh rằng ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm, hay còn gọi là ba đường thẳng đồng quy.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 100. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi D,E,F lần lượt là ba điểm trên ba cạnh SA, SB, SC sao cho DE cắt AB tại I,EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Bài 101. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là các điểm thuộc ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, AD cắt EG tại H. Chứng minh ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Bài 102. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Chứng minh rằng các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Bài 103. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Bài 104. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I, J là hai điểm cố định trên SA và SC với $SI > IA$ và $SJ < JC$. Một mặt phẳng (P) quay quanh IJ cắt SB tại M, SD tại N.

a) Chứng minh rằng IJ, MN và SO đồng qui ($O = AC \cap BD$). Suy ra cách dựng N khi biết M.

b) AD cắt BC tại E, IN cắt MJ tại F. CMR: S, E, F thẳng hàng.

c) IN cắt AD tại P, MJ cắt BC tại Q. CMR PQ luôn đi qua 1 điểm cố định khi (P) di động.

Bài 105. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là các điểm trên AB, AC, BD sao cho EF không song song BC và EG không song song AD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (BCD).

b) Tìm R và S lần lượt là giao điểm của AD và CD với mặt phẳng (EFG).

c) Chứng minh ba điểm F, S, R thẳng hàng.

Bài 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Gọi (P) là mặt phẳng qua 3 điểm M, N và B.

a) Tìm các giao tuyến (P) với (SAB) và (SBC).

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng SO với mặt phẳng (P) và giao điểm K của đường thẳng SD với mặt phẳng (P).

c) Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SDC).

d) Xác định các giao điểm E, F của các đường thẳng DA, DC với (P). Chứng minh rằng E, B, F thẳng hàng.

Bài 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC cắt BD tại O và AB cắt CD tại P. Điểm M thuộc cạnh SA (M khác S, M khác A). Gọi N là giao điểm của MP và SB, I là giao điểm của MC và DN. Chứng minh rằng S, O, I thẳng hàng.

Bài 108. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm cạnh CD. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA.

a) Chứng minh rằng các điểm M, N thuộc mặt phẳng (ABI).

b) Gọi G là giao điểm của AM và BN. Chứng minh rằng: $\dfrac{GM}{GA} = \dfrac{GN}{GB} = \dfrac{1}{3}$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, ABC. Chứng minh rằng các đường thẳng CP, DQ cùng đi qua điểm G và $\dfrac{GP}{GC}=\dfrac{GQ}{GD}=\dfrac{1}{3}$.

Bài 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ sao cho $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy một điểm M.

a) Tìm giao điểm N của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB).

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng AB, CD, MN đồng qui.

Bài 110. Cho mặt phẳng (P) và ba điểm A, B, C không thẳng hàng ở ngoài (P). Giả sử các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt cắt (P) tại D, E, F. Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

Bài 111. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H. Chứng minh CD, IG, HF đồng qui.

Bài 112. Cho hai điểm cố định A, B ở ngoài mặt phẳng (P) sao cho AB không song song với (P). M là một điểm di động trong không gian sao cho MA, MB cắt (P) tại A', B'. Chứng minh $A'B'$ luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 113. Cho tứ diện $SABC$. Qua C dựng mặt phẳng (P) cắt AB, SB tại B_1, B'. Qua B dựng mặt phẳng (Q) cắt AC, SC tại C_1, C'.BB', CC' cắt nhau tại O; BB_1, CC_1 cắt nhau tại O_1. Giả sử OO_1 kéo dài cắt SA tại I. Chứng minh:

a) AO_1, SO', BC đồng qui.

b) I, B_1, B' và I, C_1, C' thẳng hàng.

Bài 114. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và một điểm O nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Gọi A', B', C' là các điểm lần lượt nằm trên các đường thẳng OA, BO, OC. Giả sử $A'B' \cap AB = D$, $B'C' \cap BC = E$, $C'A' \cap CA = F$. Chứng minh rằng 3 điểm D, E, F thẳng hàng.

Bài 115. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là điểm nằm trên đường thẳng BD nhưng ngoài đoạn BD. Trong mặt phẳng (ABD) ta vẽ một đường thẳng qua I cắt hai đoạn AB và AD lần lượt tại K và L. Trong mặt phẳng (BCD) ta vẽ một đường thẳng qua I cắt hai đoạn CB và CD lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh rằng 4 điểm K, L, M, N cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Gọi $O_1 = BN \cap DM; O_2 = BL \cap DK$ và $J = LM \cap KN$. Chứng minh rằng ba điểm A, J, O_1 thẳng hàng và ba điểm C, J, O_2 cũng thẳng hàng.

c) Giả sử hai đường thẳng KM và LN cắt nhau tại H, chứng minh rằng điểm H nằm trên đường thẳng AC.

Bài 116. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến d. Ta lấy hai điểm A, B thuộc mặt phẳng (α) nhưng không thuộc d và một điểm O nằm ngoài (α) và (β). Các đường thẳng OA, OB lần lượt cắt (β) tại A' và B'. Giả sử đường thẳng AB cắt d tại C.

a) Chứng minh rằng ba điểm O, A, B không thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng ba điểm A', B', C thẳng hàng và từ đó suy ra ba đường thẳng AB, AB và d đồng qui.

Bài 117. 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB và ABC.

a) Chứng minh rằng hai đường thẳng AA' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Gọi I là giao điểm của AA' và BB', chứng minh rằng $\dfrac{IA'}{IA}=\dfrac{IB'}{IB}=\dfrac{1}{3}$.

c) Chứng minh rằng các đường thẳng AA', BB', CC' đồng qui.

Bài 118. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, AC, AD sao cho $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{NC}{NA}=\dfrac{PD}{PA}=\dfrac{1}{2}$. Gọi $I=MN\cap BC$ và $J=MP\cap BD$.

a) Chứng minh rằng các đường thẳng MG, PI, NJ đồng phẳng

b) Gọi E và F lần lượt là trung điểm của CD và NI; $H=MG\cap BE$; $K=GF\cap(BCD)$, chứng minh rằng các điểm H, K, I, J thẳng hàng.

Bài 119. Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB và AC sao cho $\dfrac{AM}{AB}\neq\dfrac{AN}{AC}$. Mặt phẳng (P) thay đổi luôn luôn đi qua MN, cắt CD và BD lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tìm quĩ tích giao điểm I của ME và NF.

c) Tìm quĩ tích giao điểm J của MF và NE.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP

Bài 120. Cho tứ diện $ABCD$ có M là trung điểm AB; N, P lần lượt nằm trên BC, CD.

a) Tìm giao tuyến của (ABC) và (ANP) ; (ABC) và (MNP).

b) Tìm giao tuyến của (ACD) và (MNP); (ABD) và (MNP).

Bài 121. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, M là trung điểm SA. Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC); (SAB) và (SCD); (MBD) và (SAC).

Bài 122. Cho tứ diện $S.ABC$, M là điểm nằm trên tia đối của tia SA, O là điểm nằm trong tam giác ABC. Tìm các giao điểm sau:

a) $BC\cap(SOA)$. b) $MO\cap(SBC)$. c) $AB\cap(MOC)$. d) $SB\cap(MOC)$.

Bài 123. Cho tứ diện $S.ABC$, hai điểm M và N lần lượt thuộc SA và SB, O là điểm nằm trong tam giác ABC. Tìm các giao điểm sau:

a) $AB\cap(SOC)$. b) $MN\cap(SOC)$. c) $SO\cap(CMN)$. d) $AB\cap(CMN)$.

Bài 124. Cho tam giác ABC không nằm trong mặt phẳng (P). Giả sử AB, BC, CA lần lượt cắt (P) tại M, N, E. Chứng minh M, N, E thẳng hàng.

Bài 125. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Một mặt phẳng cắt các cạnh SA, SB, SC , SD lần lượt tại A', B', C', D'. Giả sử AB cắt CD tại E, $A'B'$ cắt $C'D'$ tại E'.

a) Chứng minh S, E, E' thẳng hàng.

b) Chứng minh $A'C'$, $B'D'$, SO là ba đường thẳng đồng quy.

Bài 126. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hbh O. M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, CD.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao điểm E của (MNP) với SO.

b) Tìm giao điểm Q của SA với (MNP).

c) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB; QP và AC; QN và AD. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Bài 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD. Gọi M là một điểm thuộc miền trong tam giác SCD. Xác định giao tuyến của (MAB) với các mặt của hình chóp nói trên.

Bài 128. Cho hình chóp $S.ABCD$, AB không song song với CD. M là trung điểm SA, N là một điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD); (SAC) và (SBD) ; (BMN) và $(ABCD)$.

b) Tìm giao điểm của SD và (SAB).

c) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (BMN) với các mặt của hình chóp.

Bài 129. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang. M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Bài 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là một tứ giác. M là một điểm thuộc miền trong tam giác SCD. I là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD.

a) Tìm giao tuyến hai mặt phẳng (SBM) và (SAC).

b) Tìm giao điểm của BM và (SAC).

c) Xác định giao tuyến của (ABM) với các mặt của hình chóp.

Bài 131. Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm AC, BC và G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N. Một mặt phẳng (β) qua BC cắt SD và SA lần lượt tại P và Q.

a) Gọi $I = AM \cap DN$, $J = BP \cap EQ$. Chứng minh rằng bốn điểm S, I, J, G thẳng hàng.

b) Giả sử $AN \cap DM = K$, $BQ \cap EP = L$. Chứng minh rằng S, K, L thẳng hàng.

Bài 132. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến d. Trong (α) lấy hai điểm A, B sao cho $AB \cap d = I$. O là một điểm nằm ngoài (α) và (β) sao cho OA và OB lần lượt cắt (β) tại A' và B'.

a) Chứng minh: I, A', B' thẳng hàng.

b) Trong (α) lấy điểm C sao cho A, B, C không thẳng hàng. Giả sử OC cắt (β) tại C', BC cắt $B'C'$ tại J, CA cắt $C'A'$ tại K. Chứng minh rằng I, J, K thẳng hàng.

Bài 133. Cho hình chóp $S.ABCD$. Trên cạnh SC lấy một điểm E không trùng với S và C.

a) Tìm giao điểm F của đường thẳng SD với (ABE).

b) Giả sử AB không song song với CD, hãy chứng minh AB, CD và EF đồng quy.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 134. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, O là tâm của đáy; M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Gọi (P) là mặt phẳng qua M, N và B.

a) Tìm giao tuyến của (P) với các mặt (SAB), (SBC).

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng SO với (P) và giao điểm K của đường thẳng SD với (P).

c) Xác định giao tuyến của (P) với (SAD) và (SDC).

d) Xác định giao điểm E, F của các đường thẳng DA, DC với (P) và chứng tỏ E, B, F thẳng hàng.

Bài 135. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD. Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC.

a) Chứng minh đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng (ABC).

b) Khi EF cắt BC tại I, chứng minh I là điểm chung của hai mặt phẳng (BCD) và (DEF).

Bài 136. Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$ có các cạnh đối không song song nhau, lấy 1 điểm S nằm ngoài (α), nối S với các đỉnh của tứ giác $ABCD$ ta được hình chóp $S.ABCD$. Tìm giao tuyến của:

a) (SAC) và (SBD). b) (SAB) và (SCD). c) (SAD) và (SBC).

Bài 137. Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$.

a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau (SAC) và (SBD) ; (SAD) và (SBC).

b) Trên cạnh SD lấy điểm M. Tìm giao tuyến của (SAD) và (BCM); (SAC) và (BCM).

Bài 138. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

b) Gọi M, N là hai điểm lần lượt lấy trên hai đoạn thẳng AB và AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN).

Bài 139. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D. Trên hai đoạn AB và AC lấy 2 điểm M và N sao cho $\dfrac{AM}{BM} = 1$ và $\dfrac{AN}{NC} = 2$. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng (DMN) với các mặt phẳng (ABD), (ACD), (ABC), (BCD).

Bài 140. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD. Gọi I và J tương ứng là 2 điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD.

a) Hãy xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD).

b) Lấy N thuộc miền trong của tam giác ABD sao cho JN cắt đoạn AB tại L. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNJ) và (ABC).

Bài 141. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác $ABCD$ có hai cạnh đối diện không song song. Lấy M thuộc miền trong của tam giác SCD. Tìm giao tuyến của:

a) (SBM) và (SCD). b) (AMB) và (SCD). c) (ABM) và (SAC).

Bài 142. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ACD).

Bài 143. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm I và lấy điểm J, K lần lượt là điểm thuộc miền trong các tam giác BCD và ACD. Gọi L là giao điểm của JK với mặt phẳng (ABC).

a) Hãy xác định điểm L.

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (IJK) với các mặt của tứ diện $ABCD$.

Bài 144. Cho tứ diện $ABCD$ có các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Lấy điểm K thuộc đoạn BD (K không phải là trung điểm của BD). Tìm giao điểm của đường thẳng AD và mp (MNK).

Bài 145. Cho hình chóp $S.ABCD$. Lấy M, N và P lần lượt là các điểm trên các đoạn SA, AB, và BC sao cho chúng không trùng với trung điểm các đoạn thẳng ấy. Tìm giao điểm (nếu có) của mặt phẳng (MNP) với các cạnh của hình chóp.

Bài 146. Cho hình chóp $S.ABCD$. M và N tương ứng là các là các điểm thuộc các cạnh SC và BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

Bài 147. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AB và CD không song song. Gọi M là 1 điểm thuộc miền trong của tam giác SCD.

a) Tìm giao điểm N của đường thẳng CD và mặt phẳng (SBM).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC).

c) Tìm giao điểm I của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC).

d) Tìm giao điểm P của SC và mặt phẳng (ABM), từ đó suy ra giao tuyến của (SCD) và (ABM).

Bài 148. Cho hình chóp $S.ABCD$, trên các cạnh SA, SB, SC lấy các điểm M, N, P.

a) Tìm giao điểm MN với $(ABCD)$.

b) Tìm giao điểm NP với $(ABCD)$.

c) Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (MNP).

Bài 149. Cho tứ diện $ABCD$. Trong 3 tam giác ABC, ACD và BCD lần lượt lấy M, N, P.

a) Tìm giao điểm MN và (BCD).

b) Tìm giao tuyến giữa các mặt của tứ diện với mặt phẳng (MNP).

Bài 150. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ đáy lớn AB. Gọi M, N là trung điểm của SB và SC.

a) Tìm giao tuyến (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao điểm SD và (AMN).

c) Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (AMN).

Bài 151. Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong tam giác SCD ta lấy điểm M.

a) Tìm giao tuyến (SBM) và (SAC).

b) Tìm giao điểm của BM và (SAC).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

c) Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (ABM).

Bài 152. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với AB là đáy lớn. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

c) Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (AMN).

Bài 153. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm các cạnh CB và CD, M là điểm bất kỳ trên cạnh SA. Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với (MHK).

Bài 154. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy lớn $AD = 2BC$. Gọi N là trung điểm của SB, M nằm trên cạnh SA sao cho $AM = 2MS$. Gọi (α) là mặt phẳng thay đổi qua MN cắt BC và AD tại P và Q.

a) Chứng minh rằng 4 đường thẳng MN, AB, CD và PQ đồng qui tại một điểm I.

b) Gọi J và K lần lượt là giao điểm của SC và SD với (α), chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

c) Tìm $(\alpha) \cap (SAC)$ và $(\alpha) \cap (SBD)$.

d) Gọi $R = MQ \cap NP$, chứng minh rằng điểm R chạy trên một đường thẳng cố định khi (α) thay đổi.

Bài 155. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của AD, J là điểm đối xứng với D qua C, K là điểm đối xứng với D qua B.

a) Tìm giao tuyến giữa các mặt của tứ diện với mặt phẳng (IJK).

b) Tính diện tích của hình tạo bởi các giao tuyến ở câu a).

Bài 156. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, điểm N trên cạnh AD sao cho $DN = 2NA$.

a) Tìm giao điểm K của đường thẳng BN và mặt phẳng (SCD).

b) Gọi F là điểm trên cạnh SB sao cho $SF = 2FB$. Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (MFC).

Bài 157. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh SB và SC.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

b) Tìm giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (AMN).

Bài 158. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC và P là trọng tâm tam giác BCD.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (BCD).

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đoạn giao tuyến giữa các mặt của hình chóp với mặt phẳng (MNP).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 159. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB, O là giao điểm của AC và BD. Gọi M là trung điểm SC và G là trọng tâm tam giác SBC.

a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (SAC) và (SBD), (SDG) và (SAB).

b) Tìm giao điểm N của SD và (MAB).

c) Gọi K là giao điểm của AM và NB. Chứng minh S, K, O thẳng hàng.

Bài 160. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của SA, F là điểm trên cạnh SB sao cho $SF = 2FB$ và G là trọng tâm của tam giác SCD.

a) Tìm giao điểm I của đường thẳng SG và mặt phẳng $(ABCD)$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBI) và (SAC).

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (EFG). Tìm giao điểm K của đường thẳng SC và mặt phẳng (EFG).

c) Gọi L là giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (EFG). Chứng minh rằng ba đường thẳng EK, FL và SO đồng quy.

Bài 161. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác có các cạnh đối không song song.

a) Gọi M là điểm trên cạnh SC (M không trùng với S và C). Tìm giao điểm của AM và (SBD).

b) Gọi H là giao điểm của SD và (ABM), I là giao điểm của BM và (SAD). Chứng minh rằng A, I, H thẳng hàng.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

DẠNG 4 Câu hỏi lý thuyết

Câu 1. Điểm A thuộc mặt phẳng (P) được kí hiệu là

A. $A \not\subset (P)$. **B.** $A \notin (P)$. **C.** $A \subset (P)$. **D.** $A \in (P)$.

Câu 2. Điểm A không thuộc mặt phẳng (P) được kí hiệu là

A. $A \not\subset (P)$. **B.** $A \notin (P)$. **C.** $A \subset (P)$. **D.** $A \in (P)$.

Câu 3. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) được kí hiệu là

A. $d \not\subset (P)$. **B.** $d \notin (P)$. **C.** $d \subset (P)$. **D.** $d \in (P)$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm CD. Chọn khẳng định đúng.

A. $AM \subset (ABC)$. **B.** $AM \subset (ABD)$. **C.** $AM \subset (ACD)$. **D.** $AM \subset (BCD)$.

Câu 5. Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.
C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Câu 6. Trong các tính chất sau, tính chất nào **không đúng**?

A. Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
B. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

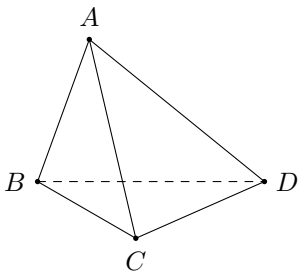
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

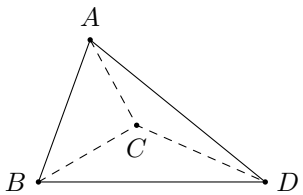
Câu 7. Cho biết mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Qua ba điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua ba điểm xác định duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

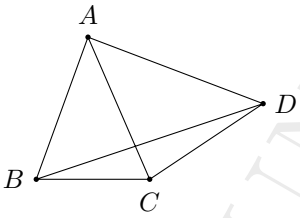
Câu 8. Trong các hình vẽ sau hình nào là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



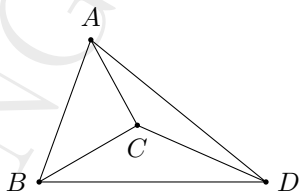
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1, Hình 2, Hình 4.
B. Hình 1, Hình 2, Hình 3, Hình 4.
C. Hình 1.
D. Hình 1, Hình 2, Hình 3.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M, K, A, C. **B.** M, N, A, C. **C.** M, N, K, C. **D.** M, N, K, E.

Câu 10. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 11. Cho tam giác ABC, lấy điểm I trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A \in (ABC)$. **B.** $I \in (ABC)$. **C.** $(ABC) \equiv (IBC)$. **D.** $BI \not\subset (ABC)$.

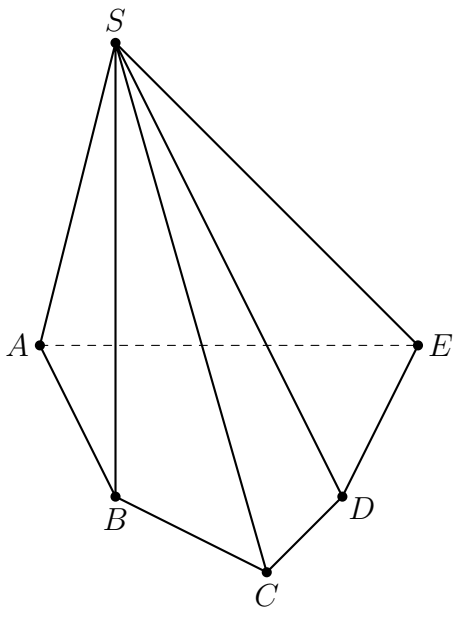
Câu 12. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm phân biệt.
B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau.
D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 13.

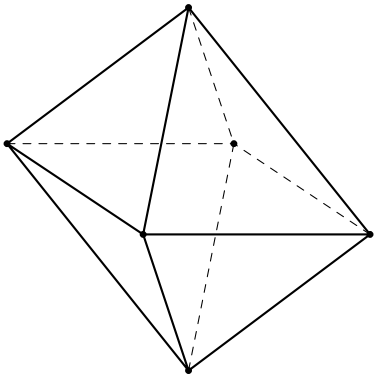
Cho hình chóp $S.ABCDE$, số mặt của hình chóp đó là bao nhiêu?

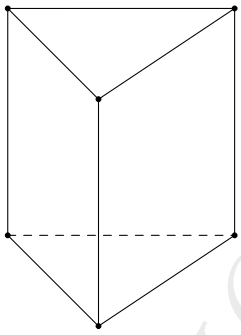
A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

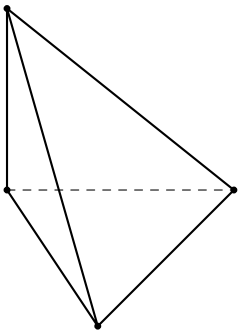


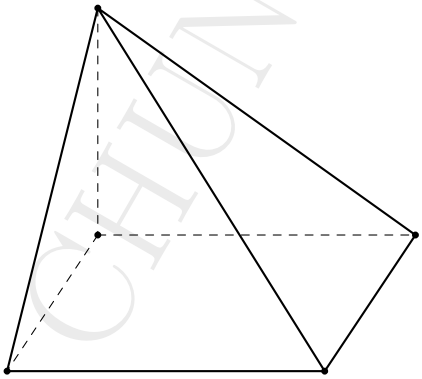
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Hình vẽ nào sau đây biểu diễn hình chóp tứ giác?

A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây **sai**?

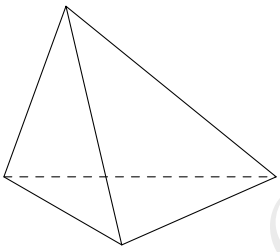
A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

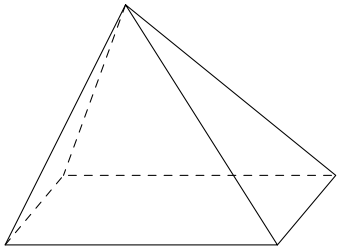
B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

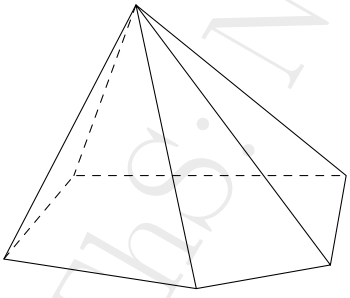
C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

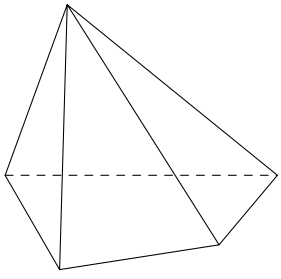
D. Trong không gian, qua một điểm và một đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Câu 16. Trong các hình vẽ sau đâu là hình biểu diễn của hình tứ diện?

A. 
Hình 1

B. 
Hình 2

C. 
Hình 3

D. 
Hình 4

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Điểm M thuộc cạnh SO (M khác S và M khác O). Trong các mặt phẳng sau, điểm M nằm trên mặt phẳng nào?

A. $(ABCD)$. **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** (SCD).

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $AM = \dfrac{1}{3}SA$, điểm N thuộc cạnh SC sao cho $SN = \dfrac{3}{4}SC$. Đường thẳng MN cắt đường thẳng nào trong các đường sau?

A. SB. **B.** BD. **C.** AD. **D.** AC.

Câu 19. Cho tam giác ABC, gọi M là điểm thuộc phần kéo dài của đoạn thẳng BC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M \in (ABC)$. **B.** $M \notin BC$. **C.** $M \notin (ABC)$. **D.** $M \subset (ABC)$.

Câu 20. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
B. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
D. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

Câu 21. Cho điểm A thuộc mặt phẳng (P), cách viết nào dưới đây là đúng

A. $(P) \in A$. **B.** $A \notin (P)$. **C.** $A \subset (P)$. **D.** $A \in (P)$.

Câu 22. Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó thoả mãn điều kiện nào sau đây?

A. Đi qua ba điểm bất kỳ.
B. Chứa một đường thẳng và một điểm thuộc đường thẳng đó.
C. Chứa hai đường thẳng cắt nhau.
D. Đi qua bốn điểm bất kỳ trong không gian.

Câu 23. Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 24. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sao đây?

A. (BCD). **B.** (ABD). **C.** (CMN). **D.** (ACD).

DẠNG 5 Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AD//BC)$. Gọi H là trung điểm AB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SHD) và (SAC) là:

A. SI (I là giao điểm của HD và AC). **B.** SK (K là giao điểm của AB và CD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD). **D.** SA.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (CDA) là đường thẳng

A. AC. **B.** CD. **C.** AB. **D.** BD.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC cắt BD tại M và AB cắt CD tại N. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SB. **B.** SN. **C.** SM. **D.** SC.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có đáy lớn là AD. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) là

A. SI với I là giao điểm của BM và AC.
B. SJ với J là giao điểm của AM và BC.
C. SO với O là giao điểm của AC và BD.
D. SP với P là giao điểm của AB và CD.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang có 2 đáy là AD và BC Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC, O là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt (AMN) và (SBD) là

A. DN. **B.** DM. **C.** OM. **D.** SO.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD.
B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
C. SE (E là trung điểm của AB).
D. SF (F là trung điểm của CD).

Câu 31. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC. IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây ?

A. (IBC) và (KBD). **B.** (IBC) và (KCD). **C.** (IBC) và (KAD). **D.** (ABI) và (KAD).

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$ có các cặp cạnh đối không song song. Giả sử $AC \cap BD = O$ và $AD \cap BC = I$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

A. SO. **B.** SI. **C.** SC. **D.** SB.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AD \cap BC = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SM. **B.** SN. **C.** SC. **D.** SB.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD. Gọi M là trung điểm của CD; I là giao điểm của AC và BM; O là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBM) là

A. Đường thẳng AM. **B.** Đường thẳng SO. **C.** Đường thẳng SI. **D.** Đường thẳng SM.

Câu 35. Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng nằm trên một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy 2 điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I. Giao tuyến của mặt phẳng (ABD) và (ADC) là

A. AD. **B.** DB. **C.** MN. **D.** CI.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC. **B.** Đường thẳng SB. **C.** Đường thẳng SD. **D.** Đường thẳng SA.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SM. **B.** SN. **C.** SO. **D.** SA.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

A. SK (K là trung điểm của AB).
B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
C. SF (F là trung điểm của CD).
D. SD.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD)

A. SA. **B.** AC. **C.** SO. **D.** SD.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang$ABCD(AD \parallel BC)$. Gọi M là trung điểm của CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SP với P là giao điểm của AB và CD.
B. SI với I là giao điểm của AC và BM.
C. SO với O là giao điểm của AC và BD.
D. SJ với J là giao điểm của AM và BD.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

A. SO. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SC.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
B. $IJCD$ là hình thang.
C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AD \cap BC = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. SM. **B.** SA. **C.** MN. **D.** SN.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC.
B. SA và BD chéo nhau.
C. AM cắt (SBD).
D. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO.

Câu 46. Cho tứ diện$ABCD$, M là trung điểm của AB, N là điểm trên AC mà $AN = \dfrac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \dfrac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD, F là giao điểm của MN và BC. Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

A. CP. **B.** NE. **C.** MF. **D.** CE.

Câu 47. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC. IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

A. (IBC) và (KBD). **B.** (IBC) và (KCD). **C.** (IBC) và (KAD). **D.** (ABI) và (KAD).

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC. G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. Qua I và song song với AB.
B. Qua J và song song với BD.
C. Qua G và song song với CD.
D. Qua G và song song với BC.

DẠNG 6 Tìm giao điểm

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD; G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF.
B. Giao điểm của đường thẳng EG và CD.
C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC.
D. Điểm F.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là điểm thuộc cạnh SC ($M \neq S, C$). Gọi K là giao điểm của AM và SO. Giao điểm của đường thẳng SD và (ABM) là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Giao điểm của SD và AB.
B. Giao điểm của SD và AM.
C. Giao điểm của SD và BK.
D. Giao điểm của SD và BM.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt thuộc đoạn AB, SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB.
B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).
C. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI, trong đó I là giao điểm của CM và BD.
D. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD.

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC; G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng(ABC) là

A. Điểm A.
B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN.
C. Điểm N.
D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây

A. $IA = 3IM$. **B.** $IM = 3IA$. **C.** $IM = 2IA$. **D.** $IA = 2IM$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC. Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC.
B. $DQ = 2AQ$.
C. $AQ = 2DQ$.
D. $AQ = 3DQ$.

Câu 55. Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng ACD là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF.
B. Điểm F.
C. Giao điểm của đường thẳng EG và CD.
D. Giao điểm của đường thẳng EG và AC.

Câu 56. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I \in AM$. **B.** $I \in BC$. **C.** $I \in AC$. **D.** $I \in AB$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\dfrac{SG}{SI} = \dfrac{3}{5}$. Tìm giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI.
B. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.
C. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD.
D. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB.

Câu 58. Cho tứ diện $ABCD$, trên AC lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$. Giao điểm của MN và CD là I. Khi đó, giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM. **B.** MN. **C.** ON. **D.** OI.

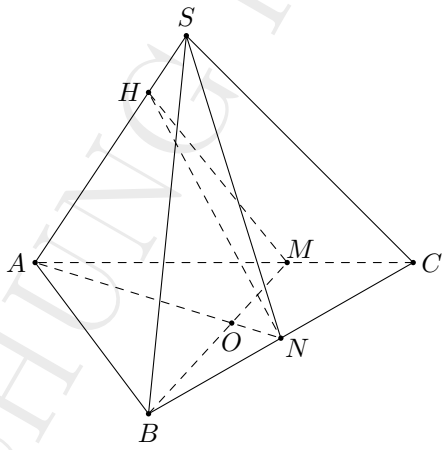
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC, $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

A. Giao điểm của SD và IO.
B. Giao điểm của SD và JM.
C. Giao điểm của SD và IJ.
D. Giao điểm của SD và JO.

Câu 60.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên. Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AB, BC, SA sao cho MN không song song với AB. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM. Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBO). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM.
B. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM.
C. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB.
D. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác. Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với $(ABCD)$ là điểm K. Hãy chọn cách xác định điểm K.

A. K là giao điểm của MN với AC.
B. K là giao điểm của MN với AB.
C. K là giao điểm của MN với BC.
D. K là giao điểm của MN với BD.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Cách xác định điểm E là

A. E là giao điểm của MN với SO.
B. E là giao điểm của KN với SO.
C. E là giao điểm của KH với SO.
D. E là giao điểm của KM với SO.

DẠNG 7 Chứng minh ba điểm thẳng hàng

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Câu 64. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, AC sao cho LM không song song AB, LN không song song SC. Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. A, I, J. **B.** S, I, J. **C.** M, I, J. **D.** L, I, J.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).
C. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).
D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 66. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng. **B.** B, C, I thẳng hàng.
C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC; M là trung điểm của SC và M cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).
C. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.
C. Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.
D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kỳ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

A. Các đường thẳng AB, CD, $C'D'$ đồng quy. **B.** Các đường thẳng AB, CD, $A'B'$ đồng quy.
C. Các đường thẳng $A'C'$, $B'D'$, SI đồng quy. **D.** Các đường thẳng SB, AD, $B'C'$ đồng quy.

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC. Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G. Biết EH cắt FG tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, B. **B.** I, C, B. **C.** I, D, B. **D.** I, C, D.

Câu 71. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào đúng?

A. Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy. **B.** Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.
C. Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy. **D.** Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD; gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD; điểm P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.		
b) Giao điểm E của đường thẳng SO và (MNP) là giao điểm của MN và SO.		
c) Giao điểm Q của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của PE và SO.		
d) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD. Khi đó I, J, K thẳng hàng.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB, O là giao điểm của AC và BD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D.		
b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC.		
c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D.		
d) Gọi I giao điểm của SO và mặt phẳng $(MNCD)$. Khi đó $SI = 2IO$.		

Câu 74. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, K lần lượt là trung điểm của SC và AD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Ba điểm S, O, I thẳng hàng.		
b) Ba điểm K, O, I thẳng hàng.		
c) DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J, khi đó S, J, I thẳng hàng.		
d) Mặt phẳng (α) qua M cắt các cạnh SA, SB, SD lần lượt tại P, N, Q thì SO, MP, NQ đồng quy.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 75. Cho các khẳng định sau:

1) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

2) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

3) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

4) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên. KQ: | | | | |

Câu 76. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 77. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có tổng số mặt và số cạnh là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 78. Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt? KQ: | | | | |

Câu 79. Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A? KQ: | | | | |

Câu 80. Trong tất cả các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

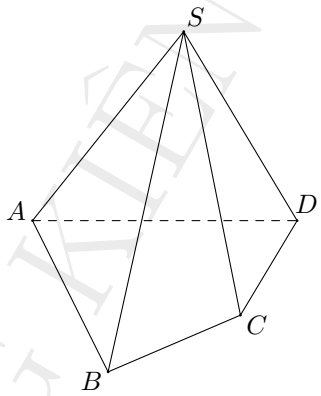
KQ: | | | | |

Câu 81.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua S và hai trong số bốn điểm A, B, C, D?

KQ: | | | | |



Câu 82. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABD$, $\triangle ACD$. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (AGJ) và (BCD). Biết $\triangle BCD$ là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ D đến đường thẳng d.

KQ: | | | | |

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm SC và I là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD). Biết rằng $\triangle SAC$ vuông tại S và $AC = 6$. Tính độ dài đoạn OI.

KQ: | | | | |

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng a, $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Điểm M là trung điểm SC. Gọi N giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM). Tính tỉ số $\dfrac{SN}{SD}$.

KQ: | | | | |

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 2$. Lấy điểm M là trung điểm SB, lấy điểm E đối xứng với B qua C, N là giao điểm của SC và BE. Lấy điểm F đối xứng với C qua A, đường thẳng NF cắt SA tại P. Trong mặt phẳng (SAB) đường thẳng MP cắt AB tại G. Tính tổng $EG + GF$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

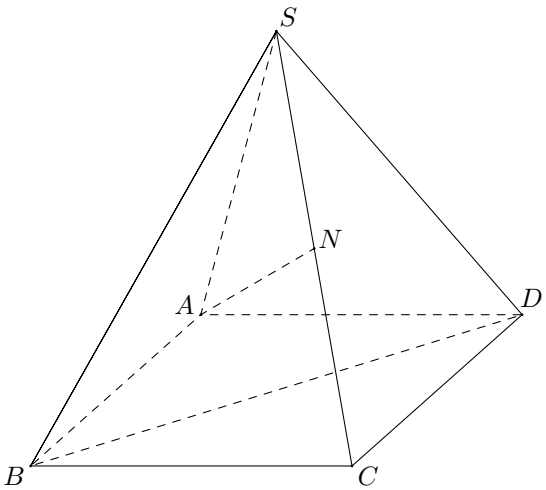
Câu 86. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M, P lần lượt là trung điểm SA và SC, một mặt phẳng (α) qua MP cắt SB, SD lần lượt tại N và Q. Gọi I là giao điểm MP và NQ. Tính tỉ số $\dfrac{SI}{IO}$.

KQ: | | | | |

Câu 87.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành như hình vẽ. Gọi N là trung điểm SC, H là giao điểm của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD). Biết $AH = k \cdot HN$, tìm k?

KQ: | | | | |



Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 3BC$. M là điểm nằm trên cạnh SD thỏa mãn $\dfrac{SM}{SD} = \dfrac{1}{3}$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\dfrac{SN}{SC}$.

KQ: | | | | |

Câu 89. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng 8. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC; P là trọng tâm tam giác BCD. Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với tứ

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TÁC: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

diện tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỉ số $\dfrac{KS}{KD}$.

KQ: | | | | |

Câu 91. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC và AD sao cho $AM = 2MB$, $AN = NC$ và $AP = 3PD$. Gọi Q là trung điểm cạnh BC, I là trung điểm của đoạn DQ và S là giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng AI. Tính $\dfrac{AI}{AS}$ (*làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\dfrac{SH}{SC}$.

KQ: | | | | |

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của cạnh SD, N thuộc cạnh SA sao cho $NS = 2NA$. Gọi I là giao điểm của mặt phẳng (OMN) và đường thẳng CD. Tính $\dfrac{IC}{ID}$.

KQ: | | | | |

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC. Gọi I là giao điểm của AN và (SBD), J là giao điểm của MN với (SBD). Tính tỉ số $\dfrac{IB}{IJ}$.

KQ: | | | | |

Câu 95. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của (PQR) và cạnh AD. Tính tỉ số $\dfrac{SA}{SD}$.

KQ: | | | | |

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A' là điểm trên đoạn SA sao cho $SA' = \dfrac{2}{3}SA$. Mặt phẳng (α) qua A' cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính giá trị biểu thức $T = \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'} - \dfrac{SC}{SC'}$.

KQ: | | | | |

Câu 97. Cho hình tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, BC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $AM = CM$, $BN = CN$, $BP = 2DP$. Gọi K là giao điểm của AD và mặt phẳng (MNP). Tỷ số $\dfrac{AK}{AD}$ bằng bao nhiêu? *(Làm tròn đến hàng phần trăm)*

KQ: | | | | |

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \dfrac{1}{4}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SC}$.

KQ: | | | | |

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỉ số $\dfrac{KS}{KD}$.

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB$; $\triangle SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó tỉ số $\dfrac{SG}{GO}$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \dfrac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SC}$. *(Làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: ☐☐☐☐

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\dfrac{SQ}{SC}$. *(Làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: ☐☐☐☐

Câu 103. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\dfrac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k = \dfrac{IN}{IA} + \dfrac{JN}{JM}$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 105. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\dfrac{FA}{FD}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \dfrac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\dfrac{SN}{SC}$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD), J là giao điểm của MN với (SBD). Tính tỉ số $\dfrac{IB}{IJ}$?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tính tỉ số $\dfrac{KS}{KA}$? *(Làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: ☐☐☐☐

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \dfrac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SC}$. *(Làm tròn đến hàng phần mười)* KQ: ☐☐☐☐

Câu 110. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 8. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (CGD) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 111. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt các mặt của tứ diện bởi mặt phẳng (GCD), các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: ☐☐☐☐

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 112. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 5. Các điểm E, F lần lượt trung điểm $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt các mặt của khối lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 113. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Mặt trung trực của đoạn AC' cắt các mặt của hình lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 114. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC, K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KB = 2KD$. Mặt phẳng (IJK) cắt các mặt của hình tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó. (*Làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

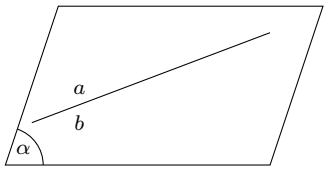
K11 – CHƯƠNG 4

§2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

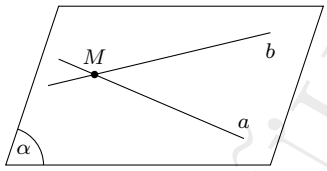
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó có thể xảy ra một trong hai trường hợp sau:

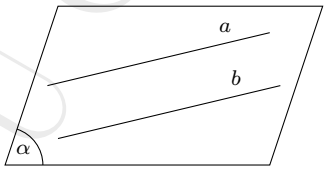
- **Trường hợp 1:** Có một mặt phẳng chứa a và b. Khi đó ta nói a và b *đồng phẳng*. Theo kết quả của hình học phẳng, có ba khả năng sau đây xảy ra:
  - Nếu a và b có hai điểm chung thì ta nói a trùng b, kí hiệu $a \equiv b$.
  - Nếu a và b có một điểm chung duy nhất M thì ta nói a và b cắt nhau tại M, kí hiệu $a \cap b = M$.
  - Nếu a và b không có điểm chung thì ta nói a và b *song song với nhau*, kí hiệu $a \parallel b$.
- **Trường hợp 2:** Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b. Khi đó ta nói hai đường thẳng a và b *chéo nhau* hay a *chéo với* b.



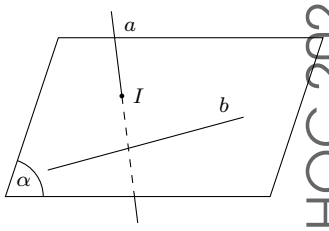
$a \equiv b$



$a \cap b = M$



$a \parallel b$

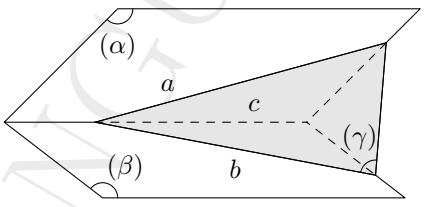


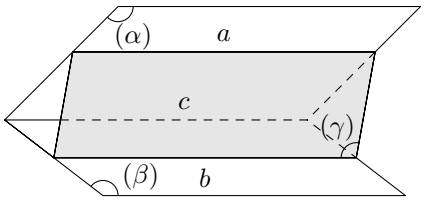
a, b chéo nhau

Định nghĩa 21 Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

- *Hai đường thẳng gọi là* ***chéo nhau*** *nếu chúng không đồng phẳng.*
- *Cho hai đường thẳng song song a và b. Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó, kí hiệu $mp(a, b)$.*

Định lí 8 Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.





$$\begin{cases} (\alpha) \cap (\gamma) = a \\ (\beta) \cap (\gamma) = b \\ (\alpha) \cap (\beta) = c \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \parallel b \parallel c \\ a, b, c \text{ đồng quy.} \end{array} \right.$$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

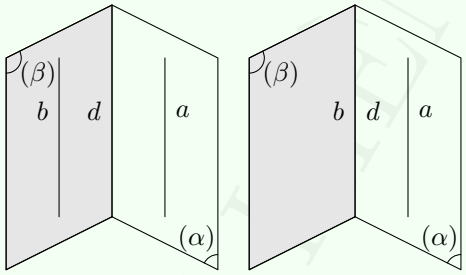
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hệ quả 1

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).

$$\begin{cases} a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d \parallel a \parallel b \\ d \parallel a, d \equiv b. \end{array}\right.$$



Cách xác định giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song a và b

- ***Bước 1.*** *Tìm một điểm chung của hai mặt phẳng.*
- ***Bước 2.*** *Giao tuyến là đường thẳng kẻ từ điểm chung và song song với a hoặc b.*

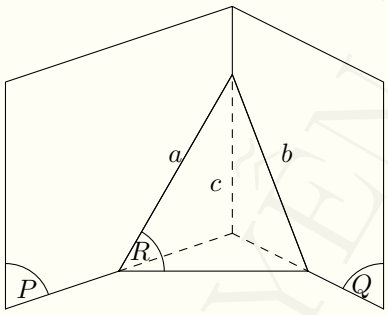
Định lí 9 Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

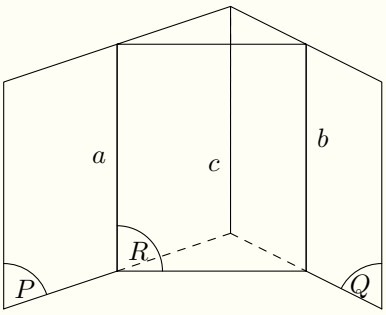
$$\begin{cases} a \parallel c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

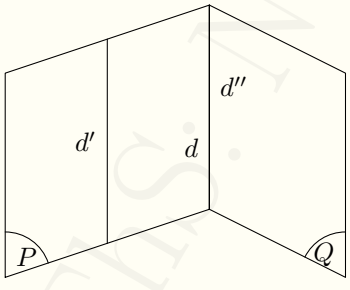
DẠNG 1 Chứng minh đường thẳng song song hoặc đồng quy, giao tuyến của 2 mặt chứa 2 đường thẳng song song

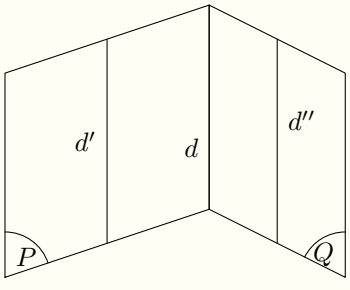
- Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song với nhau.

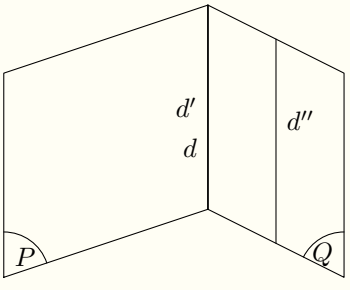




Hệ quả 2 Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

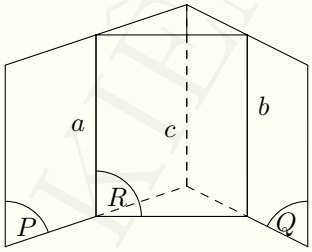






- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau

$$\begin{cases} a \not\equiv b \\ a \parallel c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$$



- Tìm giao tuyến của 2 mặt chứa 2 đường thẳng song song
  - **Bước 1.** Xác định điểm $S \in (\alpha) \cap (\beta)$ (S là một điểm chung của (α) và (β))
  - **Bước 2.** Xác định đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$ sao cho $a \parallel b$.
  - **Bước 3.** Kết luận $(\alpha) \cap (\beta) = Sx$ với Sx là đường thẳng đi qua điểm S và $Sx \parallel a \parallel b$.

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, BC, AD. Chứng minh rằng tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng $IJ \parallel CD$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm nằm nằm trên các cạnh BC, SC, SD, AD sao cho $MN \parallel BS$, $NP \parallel CD$, $MQ \parallel CD$. Chứng minh rằng $PQ \parallel SA$.

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD. Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Gọi P là giao điểm của SC và (ADN), I là giao điểm của AN và DP. Chứng minh rằng $SI \parallel CD$.

Bài 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q, R, S là bốn điểm lần lượt trên các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng nếu bốn điểm P, Q, R, S đồng phẳng thì

a) PQ, SR, AC hoặc song song hoặc đồng qui. b) PS, RQ, BD hoặc song song hoặc đồng qui.

Bài 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC. Trên cạnh PD lấy điểm P sao cho $DP = 2PB$.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng (ABD), (BCD).

b) Trên cạnh AD lấy điểm Q sao cho $DQ = 2QA$. Chứng minh PQ song song với mặt phẳng (ABC), ba đường thẳng DC, QN, PM đồng quy.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh ON song song với mặt phẳng (SAD).

c) Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M thuộc cạnh SA. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC).

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

a) (SAB) và (SCD). b) (MBC) và (SAD). c) (MEF) và (SAC).

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K, điểm M thuộc cạnh SD.

a) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC). b) Tìm giao điểm N của KM và (SBC).

c) Chứng minh rằng AM, BN, (d) đồng quy.

DẠNG 2 Giao điểm sử dụng giao tuyến song song

- **Bước 1.** Xác định giao tuyến song song Sx.
- **Bước 2.** Giao tuyến Sx cắt mặt đang xét tại 1 điểm.
- **Bước 3.** Kết luận giao điểm cần tìm.

Thông thường "S" sẽ nằm trong mặt phẳng còn lại.

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $SM = \dfrac{2}{3}SA$, trên đoạn SB lấy điểm N sao cho $SN = 2NB$. Điểm P nằm trên cạnh SC và không trùng với S.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SCD).

b) Tìm giao điểm của SD và (MNP).

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA $(M \neq A, M \neq S)$. Tìm giao điểm K của BM với mặt phẳng (SCD).

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đạy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh BC, AD, SD lần lượt lấy các điểm I, J, K sao cho $\dfrac{BI}{BC} = \dfrac{AJ}{AD} = \dfrac{SK}{SD}$. Tìm giao điểm của SC với mặt phẳng (IJK).

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, P và I lần lượt là trung điểm của AB, SC và SB. Một mặt phẳng (α) qua MP và song song với AC và cắt các cạnh SA, BC tại N, Q.

a) Chứng minh đường thẳng BC song song với mặt phẳng (IMP) .

b) Xác định các đoạn giao tuyến cắt bởi (α) và các mặt của hình chóp. Các đoạn giao tuyến này tạo thành hình gì?

c) Tìm giao điểm của đường thẳng CN và mặt phẳng (SMQ) .

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC vàC. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, N và song song với đường thẳng AC.

a) Tìm giao tuyến của (α) với $(ABCD)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với (α).

c) Xác định các đoạn giao tuyến cắt bởi (α) và các mặt của hình chóp.

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AD, BC, SA.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IMN) và (SAC); (IMN) và (SAB).

b) Tìm giao điểm của SB và (IMN).

c) Xác định các đoạn giao tuyến cắt bởi mặt phẳng (IDN) và các mặt của hình chóp $S.ABCD$.

Bài 19. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và N là trung điểm SA.

a) Tìm giao điểm của AC và mặt phẳng (SBD).

b) Xác định các đoạn giao tuyến cắt bởi mặt phẳng (NBC) và các mặt của hình chóp. Các đoạn giao tuyến tạo thành hình gì?

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 20. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.

b) Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc mặt phẳng.

c) Nếu a và b cùng song song với c thì a song song với b.

d) Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào cắt nhau, cặp đường thẳng nào song song, cặp đường thẳng nào chéo nhau?

a) AB và CD. b) AC và BD. c) SB và CD.

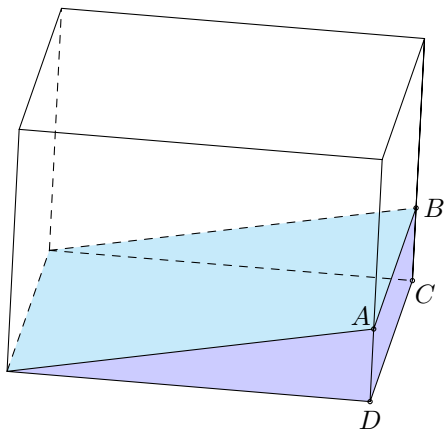
Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hãy xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng AB và CD; SA và BC.

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC, SD. Chứng minh rằng tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Bài 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC, SD. Chứng minh rằng tứ giác $MNCD$ là hình thang.

Bài 25.

Một bể kính chứa nước có đáy là hình chữ nhật được đặt nghiêng như hình bên. Giải thích tại sao đường mép nước AB song song với cạnh CD của bể nước.



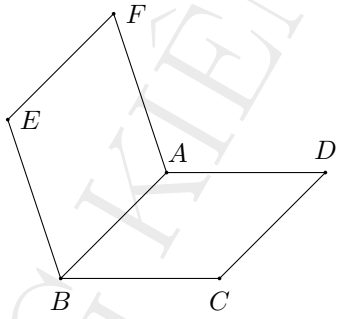
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 26.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng như hình bên



a) Quan sát bốn đường thẳng AB, BC, CD, DA. Chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau, các cặp đường thẳng song song.

b) Trong ba đường thẳng AB, AF, BE có hai đường thẳng nào chéo nhau hay không?

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Trong các đường thẳng AB, AC, CD, hai đường thẳng nào song song, hai đường thẳng nào cắt nhau?

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh SA, SB. Trong các đường thẳng SA, MN, AB có hai đường thẳng nào chéo nhau hay không?

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Bài 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD và P là một điểm nằm trên cạnh AB (P khác A và B). Đường thẳng CD cắt mặt phẳng (MNP) tại điểm Q. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với đường thẳng PQ.

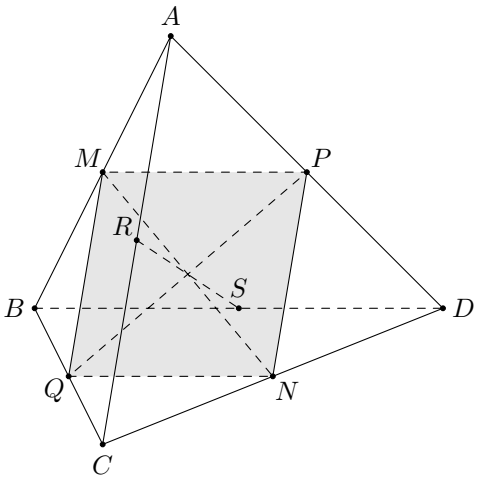
Bài 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R và S lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, BC, AD, AC và BD. Chứng minh rằng:

a) $MP \parallel QN$ và $MP = QN$.

b) Các đoạn thẳng MN, PQ, RS cùng đi qua trung điểm G của mỗi đoạn.

Bài 31.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, AD, BC, AC, BD (hình bên).



a) Chứng minh tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng các đoạn thẳng MN, PQ, RS cùng đi qua trung điểm của mỗi đoạn.

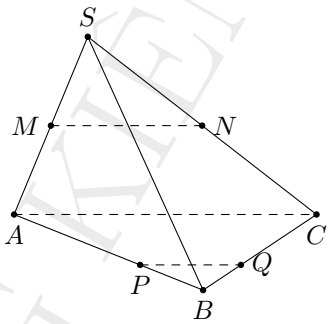
Bài 32. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và ABD. Chứng minh rằng đường thẳng G_1G_2 song song với đường thẳng CD.

Bài 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB. Chứng minh rằng đường thẳng NC song song với đường thẳng MD.

Thầy. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 34.

Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, SC. Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, BC sao cho $\dfrac{BP}{BA}=\dfrac{BQ}{BC}=\dfrac{1}{3}$. Chứng minh rằng MN song song với PQ.



Bài 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA; I, J, K, L lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SM, SN, SP, SQ.

a) Chứng minh rằng bốn điểm I, J, K, L đồng phẳng và tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng $IK \parallel BC$.

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(IJKL)$ và (SBC).

Bài 36. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD. Trên cạnh AC lấy điểm K. Gọi M là giao điểm của BK và AI, N là giao điểm của DK và AJ. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với đường thẳng BD.

Bài 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB, SD. Xác định giao tuyến của mỗi cặp mặt phẳng (SAD) và (SBC); (MNP) và $(ABCD)$.

Bài 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $(AB \parallel CD)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SD.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MAB) và (SCD).

b) Gọi N là giao điểm của đường thẳng SC và mặt phẳng (MAB). Chứng minh rằng MN là đường trung bình của tam giác SCD.

Bài 39. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD và P là một điểm thuộc cạnh AC. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (BPD) và chứng minh giao tuyến đó song song với BD.

Bài 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$ và điểm M thuộc SD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng CM và mặt phẳng (SAB).

Bài 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và điểm M thuộc SD.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng CM và mặt phẳng (SAB).

c) Mặt phẳng (BCM) cắt SA tại N. Chứng minh tứ giác $BCMN$ là hình thang.

Bài 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$ và điểm M thuộc cạnh SD.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (MAB).

Bài 43. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và BC. Lấy điểm I thuộc cạnh SB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAB).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng (IMN).

Bài 44. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD); (SBC) và (SAD).

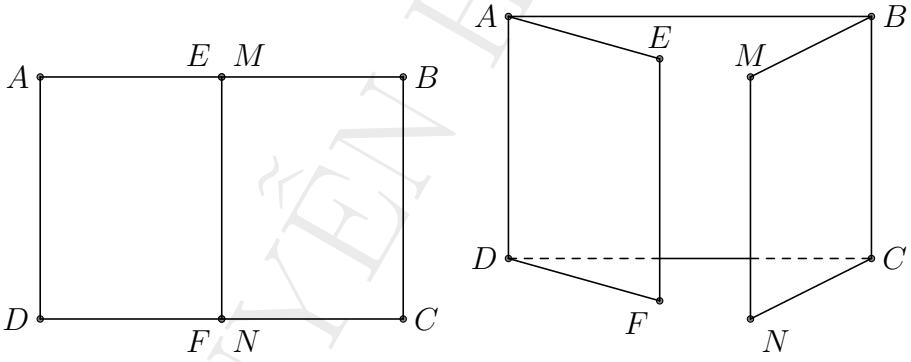
b) Điểm H thuộc cạnh SB sao cho $SH = 2HB$, K là giao điểm của đường thẳng AH với mặt phẳng (SCD). Chứng minh $CK \parallel SD$.

c) Điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B). Mặt phẳng (R) đi qua M song song với cạnh AD và SB lần lượt cắt SA, SD, CD tại các điểm N,P,Q. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.

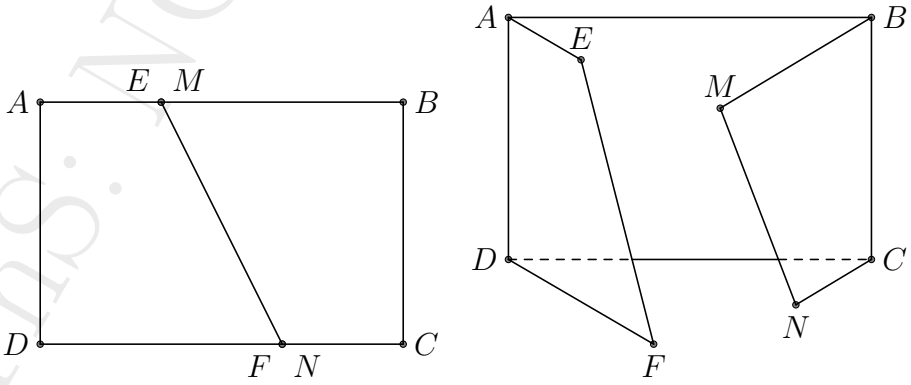
Bài 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BC, SC, SD, AD sao cho $MN \parallel BS$, $NP \parallel CD$, $MQ \parallel CD$. Chứng minh rằng $PQ \parallel SA$.

Bài 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Bài 47. Khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau. Hãy giải thích tại sao?



Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang thì có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau hay không?



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chọn khẳng định đúng

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Câu 2. Chọn khẳng định **sai**.

A. Hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì không chéo.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng nằm trên bất kì mặt nào.
D. Hai đường thẳng có từ 2 điểm chung thì trùng nhau.

Câu 3. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3, biết d_1 song song với d_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_3 chéo nhau.
B. d_1, d_3 cắt nhau.
C. d_1, d_3 song song với nhau.
D. d_1, d_3 trùng nhau.

Câu 4. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. b và c song song.
B. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
C. b và c cắt nhau.
D. b và c chéo nhau.

Câu 5. Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

A. song song.
B. chéo nhau.
C. cắt nhau.
D. trùng nhau.

Câu 6. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.
B. Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
C. Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a song song với b.
D. Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 7. Chọn khẳng định đúng:

A. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

Câu 9. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.

D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.

B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.

C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song.

Câu 13. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 14. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và CD thuộc b. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau.

B. Cắt nhau.

C. Song song với nhau.

D. Chéo nhau.

Câu 15. Cho ba mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3

A. Đôi một cắt nhau.

B. Đôi một song song.

C. Đồng quy.

D. Đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 16. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c, biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

A. Trùng nhau hoặc chéo nhau.

B. Cắt nhau hoặc chéo nhau.

C. Chéo nhau hoặc song song.

D. Song song hoặc trùng nhau.

Câu 17. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.

B. Nếu c cắt a thì c cắt b.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b.

Câu 18. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M ở ngoài a và ngoài b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua M cắt cả a và b?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 19. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng ấy?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 20. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau.
B. AB và CD chéo nhau.
C. AB và CD song song.
D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. IJ song song với CD.
B. IJ song song với AB.
C. IJ chéo CD.
D. IJ cắtAB.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT. **B.** MQ và RT. **C.** MN và RT. **D.** PQ và RT.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD. **D.** AB.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ.

A. $MP \parallel NQ$.
B. $MP \equiv NQ$.
C. MP cắt NQ.
D. MP, NQ chéo nhau.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và (SBC). Tìm mệnh đề đúng

A. d qua S và song song với BC.
B. d qua S và song song với AB.
C. d qua S và song song với DC.
D. d qua S và song song với BD.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SC và P nằm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AP$. Gọi Q là giao điểm của BC và mặt phẳng (MNP). Khi đó tỉ số $\dfrac{BQ}{CQ}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB). Khi đó hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng

A. song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 28. Cho các mệnh đề sau:

(I) Hai đường thẳng song song với nhau thì đồng phẳng.

(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (ACD). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d qua D và song song với AC. **B.** d qua B và song song với AC.
C. d qua hai điểm A và C. **D.** d qua hai điểm B và D.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SC ($M \neq S$ và $M \neq C$). Gọi d là đường thẳng qua điểm S và song song với AB, d' là đường thẳng qua điểm S và song song với AD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. BM không cắt mặt phẳng (SAD).
B. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc SD.
C. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc d.
D. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc d'.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD. **D.** AB.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP). Tính $\dfrac{QC}{QA}$.

A. $\dfrac{QC}{QA} = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{QC}{QA} = \dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{QC}{QA} = 2$. **D.** $\dfrac{QC}{QA} = \dfrac{5}{2}$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ = \dfrac{1}{3}AB \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ = \dfrac{2}{3}AB \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ = \dfrac{1}{3}CD \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ = \dfrac{2}{3}CD \end{cases}$.

Câu 34. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O. M , N lần lượt là trung điểm của SA, SB.

a) MN song song với AB. **b)** MN song song với CD.
c) MO và SD cắt nhau. **d)** NO và SC cắt nhau.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC. Xét các mệnh đề

a) Đường thẳng IO song song với SA.
b) Mặt phẳng (IBD) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác.
c) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD).
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG).

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng qua S và song song với AC.
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với CD.
d) M trên SD sao cho $SM = \dfrac{2}{3}SD$. Giao tuyến của (CGM) và (SBC) là đường thẳng CB.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC.

a) MN cắt mặt phẳng (SBD).
b) SB cắt mặt phẳng (MCD).
c) SD cắt mặt phẳng (MBC).
d) BN cắt mặt phẳng (SAD).

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của SA, G là trọng tâm $\triangle SBC$ và $E \in SD$ sao cho $3SE = 2SD$.

a) Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ICD).
b) Đường thẳng GO cắt mặt phẳng (SCD).
c) Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ACE).
d) Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (ACE).

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC.
B. d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB.
D. d qua S và song song với BD.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. qua I và song song với AB.
B. qua J và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

A. SC.
B. đường thẳng qua S và song song với AB.
C. đường thẳng qua G và song song với DC.
D. đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Các đoạn giao tuyến cắt bởi mặt phẳng (IBC) và các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành

A. tam giác IBC.
B. hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
C. hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
D. tứ giác $IBCD$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Các đoạn giao tuyến cắt bởi mặt phẳng (α) qua MN và các mặt của tứ diện tạo thành đa giác (T). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (T) là hình chữ nhật.
B. (T) là tam giác.
C. (T) là hình thoi.
D. (T) là tam giác; hình thang hoặc hình bình hành.

Câu 44. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại $S, SB = 8$. Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ tạo thành một đa giác có diện tích bằng

A. $6\sqrt{2}$.
B. $8\sqrt{2}$.
C. $10\sqrt{2}$.
D. $9\sqrt{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi P là giao điểm của SC và (AND). Gọi I là giao điểm của AM và DP. Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình vuông. **D.** Hình thoi.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD. Tính $\dfrac{SA}{SD}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC. Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S. Chọn khẳng định đúng?

A. $AD = 3DS$. **B.** $AD = 2DS$. **C.** $AS = 3DS$. **D.** $AS = DS$.

Câu 48. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Gọi A' là trọng tâm của tam giác BCD. Tính $\dfrac{GA}{GA'}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN. Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD.
B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD.
C. A_1 là trực tâm tam giác BCD.
D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường nào không song song với NP?

A. BD. **B.** MQ. **C.** BC. **D.** AD.

Câu 51. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BA, BC. Trong các đường thẳng sau, đường nào song song với MN ?

A. AB. **B.** AD. **C.** AC. **D.** BD.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

A. AD. **B.** EF. **C.** AB. **D.** DC.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAC. Khi đó đường thẳng MN song song với đường thẳng nào dưới đây?

A. AB. **B.** SC. **C.** BC. **D.** AC.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. AC. **B.** BC. **C.** SO. **D.** BD.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SBC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $GK \parallel AB$. **B.** $GK \parallel BC$. **C.** $GK \parallel AC$. **D.** $GK \parallel SB$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA và SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT. **B.** MQ và RT. **C.** MN và RT. **D.** PQ và RT.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1; G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$; $\triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. CD. **B.** BD. **C.** AD. **D.** AB.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với G_1G_2?

A. AD. **B.** BC. **C.** SA. **D.** MN.

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng không song song với $A'B'$ là

A. $C'D'$. **B.** AB. **C.** CD. **D.** SC.

Câu 60. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN \parallel CD$. **B.** $MN \parallel AD$. **C.** $MN \parallel BD$. **D.** $MN \parallel CA$.

Câu 61. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và AC. Gọi G là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $BG = 2GC$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng.

A. qua N và song song với BD. **B.** qua G và song song với CD.
C. qua G và song song với BC. **D.** qua M và song song với AB.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

A. đường thẳng CI, với $I = MN \cap BD$. **B.** đường thẳng MN.
C. đường thẳng BD. **D.** đường thẳng d đi qua C và $d \parallel BD$.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD). Kết luận nào sau đây **sai**.

A. d cắt SB. **B.** $d \parallel AD$. **C.** d cắt SA. **D.** d và AC chéo nhau.

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

A. d là đường thẳng đi qua M và song song với AD.
B. d là đường thẳng đi qua M và song song với BC.
C. d là đường thẳng đi qua M và song song với AC.
D. d là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD.
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Câu 66. Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC.
B. $(SAB) \cap (SAD) = SA$.
C. $AD \parallel (SBC)$.
D. SA và CD chéo nhau.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

A. AD. **B.** IJ. **C.** BJ. **D.** BI.

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.
C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.
D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Câu 69. Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BG là trọng tâm tam giác SAB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

A. Giao tuyến (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK.
B. Giao tuyến (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD.
C. Giao tuyến (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB.
D. Giao tuyến (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \parallel CD)$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Câu 71. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

A. đường thẳng qua M và song song với SC.
B. đường thẳng qua P và song song với AB.
C. đường thẳng PM.
D. đường thẳng qua S và song song với AB.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm $\triangle SAB$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB.
B. đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC.
D. đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AD.
B. AC.
C. DC.
D. BD.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC.
B. BC.
C. AB.
D. SA.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC, H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. H là giao điểm của AM và SD.
B. H là giao điểm của AM và SB.
C. H là giao điểm của AM và BD.
D. H là giao điểm của AM và SO.

Câu 77. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$.
B. $BC = AD$.
C. $AC = BD$.
D. $AB = CD$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MCD) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AD} = \dfrac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
B. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.
C. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.
D. Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

Câu 81. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC, CC'. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình lập phương tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mặt phẳng (AMN) cắt các mặt của hình chóp tạo thành các đoạn giao tuyến, các đoạn giao tuyến này tạo thành một hình thang.
B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.
D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng đi qua M, song song với BC và AD cắt các mặt của tứ diện tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Câu 84. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là

A. tứ giác $MNPK$ với K là điểm tuỳ ý trên cạnh AD.
B. tam giác MNP.
C. hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
D. hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của OB, (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và song song với SB. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là hình

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** tứ giác.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Mặt phẳng (MNE) cắt các mặt của tứ diện tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là

A. tam giác MNE.
B. tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD.
C. hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
D. hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 87. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. E là điển trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Mặt phẳng (MNE) cắt các mặt của tứ diện tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là

A. tam giác MNE.
B. tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.
C. hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC.
D. hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\dfrac{SG}{SI} = \dfrac{3}{5}$. Mặt phẳng (MNG) cắt các mặt của hình chóp tạo thành các đoạn giao tuyến, hình tạo thành bởi các đoạn giao tuyến trên là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 89. Trong không gian cho ba đường thẳng a, b và c phân biệt. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu a và b cùng song song với c thì chúng song song với nhau.		
b) Nếu a và c chéo nhau, đồng thời b và c chéo nhau thì a và b chéo nhau.		
c) Nếu a và b song song với nhau, đồng thời b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.		
d) Nếu a và b cắt nhau, đồng thời b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.		

Câu 90. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ABC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) IJ song song với CD.		
b) IJ song song với AB.		

Phát biểu	Đ	S
c) IJ song song MN.		
d) IJ cắt AB.		

Câu 91. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c phân biệt. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.		
b) Nếu a và b cùng song song với c thì a và b song song.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Nếu a và b cắt nhau, c và b cắt nhau thì a và c cắt nhau.		
d) Nếu a và b chéo nhau, c và b chéo nhau thì a và c song song.		

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh SB, SC sao cho $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SG}{SC}=\dfrac{2}{3}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $MG \parallel AD$.		
b) $MG \parallel BC$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $MG \parallel AB$.		
d) $MG \parallel AC$.		

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) d đi qua điểm S.		
b) $d \parallel CD$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $d \parallel AD$.		
d) $d \parallel AB$.		

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $MN \parallel AD$.		
b) $MN \parallel BC$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $MN \parallel AB$.		
d) $MN \parallel AC$.		

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, AC cắt BD tại O. Gọi M là trung điểm của SC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $OM \parallel SD$.		
b) $AB \parallel CD$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $OM \parallel SB$.		
d) $OM \parallel SA$.		

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, AB, CD. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBC). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) d đi qua trung điểm của SC.		
b) $d \parallel AD$.		

Phát biểu	Đ	S
c) d cắt NP.		
d) $d \parallel BC$.		

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAD$ và $\triangle ACD$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) KG song song với đường thẳng SB.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) KG song song với đường thẳng SC.		
c) KG song song với đường thẳng SA.		
d) KG song song với đường thẳng SO.		

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, tâm O. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SAD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) IJ song song với đường thẳng MN.		
b) IJ song song với đường thẳng BD.		
c) IJ song song với đường thẳng BC.		
d) IJ song song với đường thẳng SO.		

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi E là giao điểm của AB và CD, F là trung điểm AD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là đường thẳng SA.		
b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SE.		
c) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song cạnh CD.		
d) Giao tuyến của (SAB) và (SFC) là đường thẳng d' đi qua S và song song cạnh CD.		

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là tứ giác không có cạnh nào song song với nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là điểm thuộc miền trong của tam giác SAB, I là giao điểm của AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).		
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO.		
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SM.		
d) Nếu $BC \parallel AD$ thì giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm M.		

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm D.		
b) Giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC.		
c) Giao điểm của đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABNM)$ là điểm D.		
d) Gọi E là giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC). Khi đó $SE = 2BC$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và OB. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao điểm của SC và mặt phẳng (AMN) là điểm N.		
b) Giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác SAC.		
c) Giao điểm của NI và mặt phẳng (SAD) là điểm K thuộc đường thẳng SA.		
d) Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là trung điểm của SD.		

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) AB song song CD.		
b) SA cắt SC.		

Phát biểu	Đ	S
c) SA song song BC.		
d) SC chéo nhau AB.		

Câu 104. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC và BD. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và J đồng thời cắt các cạnh AC, AD lần lượt tại hai điểm M và N. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IJ = \dfrac{1}{2}CD$.		
b) MN cắt DC.		
c) $IJNM$ là một hình thang.		
d) Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AC thì $IJNM$ là hình bình hành.		

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC, gọi M là điểm nằm trên cạnh SA. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAB) và (SCD), (MBC) và (SAD), (MEF) và (SAC). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $EF \parallel AC$.		
b) d_1 đi qua điểm S và song song với AC.		
c) d_2 đi qua điểm M và song song với BC.		
d) d_3 đi qua điểm M và song song với AC.		

Câu 106. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Gọi giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng Gx. Mặt phẳng (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IJ \parallel CD$.		
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC.		
c) Nếu $CD = 6$ thì $2IJ + 3MN = 17$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Nếu $CD = 6$ thì $3IJ + 2MN = 18$.		

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SO. Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N. Hai đường thẳng CN và DM cắt nhau tại K. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD).		
b) $SN = \frac{2}{3}SB$.		
c) $MN = \frac{AB}{2}$.		
d) SK và BC chéo nhau.		

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD là đáy lớn. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE.		
b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N. Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành.		
c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm.		
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{2}{3}$.		

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh SC và SB. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB.		
b) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB.		
c) Giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.		
d) Giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB.		

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD).		
b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC.		
c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD.		
d) $CD \parallel IJ$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 111. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b? KQ: | | | | |

Câu 112. Cho hai đường thẳng phân biệt trong không gian, có thể xảy ra một trong các trường hợp sau

(I) Cắt nhau. (II) Song song với nhau. (III) Trùng nhau. (IV) Chéo nhau.

Có bao nhiêu khẳng định đúng. KQ: | | | | |

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC, xét các mệnh đề sau

(I) Đường thẳng IO song song với SA.

(II) Mặt phẳng (IBD) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành là một tứ giác.

(III) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD).

(IV) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên. KQ: | | | | |

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm ΔSAB; ΔSCD. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BM; CN. Tính tỉ số $\dfrac{SI}{CD}$.

KQ: | | | | |

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$. có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Biết tứ giác tạo bởi các giao tuyến của (IJG) và các mặt hình chóp là một hình bình hành, $AB = 6$. Khi đó, tính độ dài cạnh CD. KQ: | | | | |

Câu 116. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, các điểm N, P lần lượt là trung điểm BD, AD và Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{QA}{QC}$.

KQ: | | | | |

Câu 117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và SO. Gọi H là giao điểm của SC với (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SH}{SC}$.

KQ: | | | | |

Câu 118. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh bằng nhau và bằng 10. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AE = 2EB$, F là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BF = 2FC$ và G là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CG = 2GD$. Tính độ dài đoạn giao tuyến của mặt phẳng (EFG) và mặt bên (ACD). KQ: | | | | |

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 120. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của (PQR) và cạnh AD. Tính tỉ số $\dfrac{SA}{SD}$.

KQ: | | | | |

Câu 121. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\dfrac{PA}{PD}$.

KQ: | | | | |

Câu 122. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\dfrac{QC}{QA}$. KQ: | | | | |

Câu 123. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm của tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\dfrac{SH}{SC}$.

KQ: | | | | |

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng (SBC), (SCA), (SAB) theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó tổng tỉ số $T = \dfrac{OA'}{SA} + \dfrac{OB'}{SB} + \dfrac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm k với $AB = kCD$ để mặt phẳng (GIJ) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành hình bình hành. KQ: | | | | |

Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 3MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\dfrac{QC}{QA}$. KQ: | | | | |

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$ và $AB = 3CD$). Gọi H là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SH = 3HC$. Gọi K là giao điểm của SB và (ADH). Tính tỉ số $\dfrac{SK}{SB}$.

KQ: | | | | |

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

KQ: | | | | |

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỉ số $\dfrac{KS}{KD}$.

KQ: | | | | |

Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AD \parallel BC$, $AB = 2$, $AD = 8$, $BC = 4$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Mặt phẳng (α) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $\dfrac{SA}{SM} = 3$. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó.

KQ: | | | | |

Câu 131. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và BC, cắt các mặt của hình chóp theo một

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

tứ giác có diện tích bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

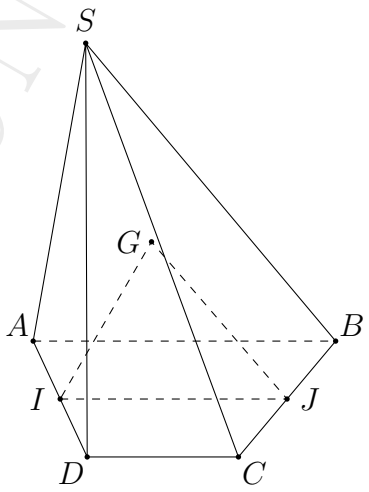
Câu 132. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm CA, CB và P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$, Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó. KQ: | | | | |

Câu 133. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là hai điểm di động trên các cạnh AD và BC sao cho $AM = CP = x$ $(0 < x < a)$. Mặt phẳng (α) qua MP, song song với CD cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu khi $a = 10$? KQ: | | | | |

Câu 134.

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Mặt phẳng (GIJ) cắt SA, SB lần lượt tại M, N. Biết $AB = kCD$, tìm k để $MNIJ$ là hình bình hành.

KQ: | | | | |



Câu 135. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC. Gọi K là một điểm trên cạnh BD với $KB = 2KD$. Mặt phẳng (IJK) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*). KQ: | | | | |

Câu 136. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, tâm O. Mặt bên SAB là tam giác đều. Ngoài ra $\widehat{SAD} = 90^\circ$. Gọi Dx là đường thẳng song song với SC. Gọi giao điểm I của Dx với (SAB). Mặt phẳng (ACI) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó (*kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*). KQ: | | | | |

Câu 137. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, K là trung điểm cạnh SB. Gọi E là điểm trên SC sao cho $\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{1}{3}$, gọi H là giao điểm của KE và (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{HE}{HK}$ (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*). KQ: | | | | |

Câu 138. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, AC, BD, G là trung điểm NI. Giả sử giao điểm của GM và (ABD) là F. Tính tỉ số $\dfrac{FA}{FB}$. KQ: | | | | |

Câu 139. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của (PQR) và cạnh AD. Tính tỉ số $\dfrac{SA}{SD}$.

KQ: | | | | |

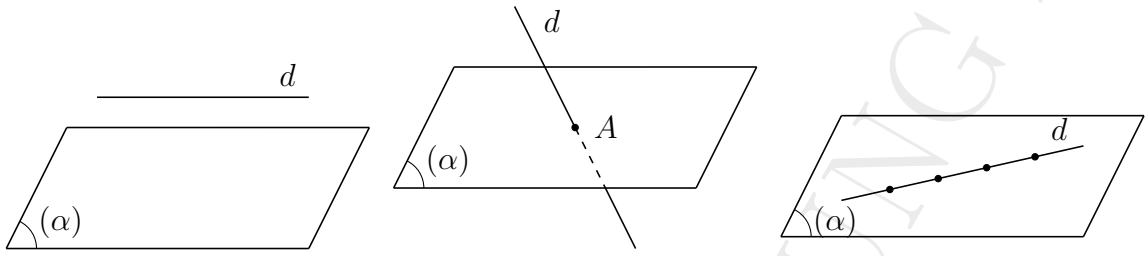
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 4

§3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

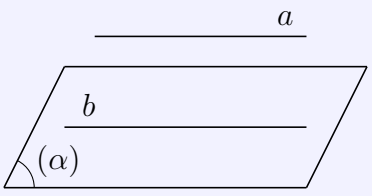
Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng



$d \parallel (\alpha)$ $d \cap (\alpha) = A$ $d \subset (\alpha)$

Định lí 10 Phương pháp chính để chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng.
Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (α) và a song song với một đường thẳng b nằm trong (α) thì đường thẳng a song song với (α).

$$\begin{cases} a \not\subset (\alpha) \\ a \parallel b \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\alpha).$$



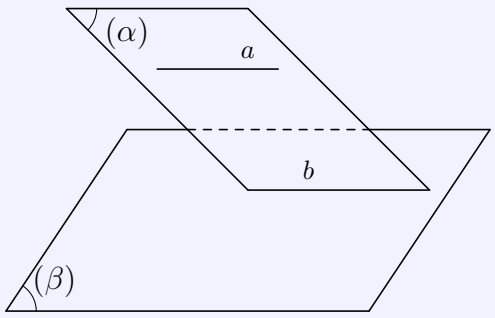
Như vậy để chứng minh một đường thẳng song song với mặt phẳng, ta chỉ cần chỉ ra được đường thẳng đó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng.

Vì vậy khi giải các bài toán trong quan hệ song song, cần chú ý các dấu hiệu song song như:

- Các hình đặc biệt: Hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.
- Đường trung bình tam giác, các góc so le trong, đồng vị, ...
- Các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ trong tam giác (Định lý Thalès).

Định lí 11 Phương pháp xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.
Nếu $mp(\alpha)$ chứa đường thẳng a và a song song với $mp(\beta)$ thì giao tuyến của (α) và (β) (nếu có) sẽ song song với đường thẳng a.

$$\begin{cases} a \subset (\alpha) \\ a \parallel (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = b \end{cases} \Rightarrow b \parallel a.$$



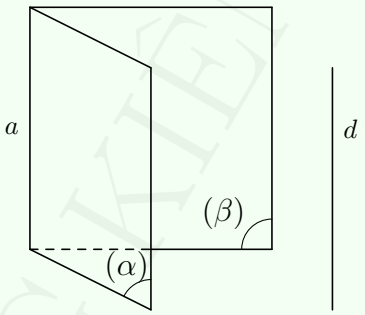
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hệ quả 3 Phương pháp xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel d \\ (\beta) \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \end{cases} \Rightarrow a \parallel d.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Để chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng, ta chứng minh đường thẳng đó song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đã cho $\begin{cases} a \parallel b \\ b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (P)$.

Nếu không có sẵn đường thẳng b trong mặt phẳng (P) thì ta tìm đường thẳng b bằng cách chọn mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P). Giao tuyến của (P) và (Q) chính là đường thẳng b cần tìm.

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Chứng minh rằng $MN \parallel (BCD)$.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC, ACD. Chứng minh rằng $IJ \parallel (BCD)$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy nhỏ $AB = a$, đáy lớn $CD = 2a$. Gọi E là trung điểm của SC. Chứng minh rằng $BE \parallel (SAD)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của đoạn AD.

a) Xác định mặt phẳng chứa SD và song song với BM.

b) Xác định mặt phẳng chứa CD và song song với SB.

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của $\triangle ABD$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.

Bài 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và BCD. Chứng minh rằng $MN \parallel (ABD)$ và $MN \parallel (ACD)$.

Bài 7. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

Bài 8. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE$, $BN = \dfrac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

Bài 9. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng đường thẳng MG song song với (ACD).

Bài 10. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm $(BDF) \cap (ACE)$.

b) Chứng minh $OO' \parallel (ADF)$ và $OO' \parallel (BCE)$.

c) Gọi M và N là trọng tâm $\triangle ABD$ và $\triangle ABF$. Chứng minh $MN \parallel (DCFE)$.

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD, M là điểm trên đoạn DC sao cho $DC = 3DM$.
Chứng minh rằng $MG \parallel (SBC)$.

Bài 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABD và ACD . Chứng minh G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (BCD).

Bài 13. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là O và O'.

a) Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AF, AD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AF$, $AN = \dfrac{1}{3}AD$. Chứng minh $MN \parallel (DCEF)$.

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB, I là trung điểm của AB và M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AD$. Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt CI tại N. Chứng minh:

a) $NG \parallel (SCD)$; b) $MG \parallel (SCD)$.

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD, P là trung điểm của SA. Chứng minh:

a) MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD);

b) SB song song với (MNP);

c) SC song song với (MNP).

d) Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm của hai tam giác ABC và SBC . Chứng minh G_1G_2 song song với (SAD).

Bài 16. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của $\triangle ABD$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.

Bài 17. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE, BN = \dfrac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

Bài 18. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$.

a) Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

b) Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và ABF. Chứng minh $GG' \parallel (DCEF)$.

Bài 19. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ABD, M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và BCD. Chứng minh rằng $MN \parallel (ABD), MN \parallel (ACD)$.

Bài 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh BC; (α) là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD, cắt các cạnh BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q. Chứng minh rằng $MNPQ$ là hình bình hành.

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ là hình bình hành; F, G lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Chứng minh rằng FG song song với các mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Gọi E là trung điểm của SA. Chứng minh rằng SB, SC song song với mặt phẳng (FGE) .

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh SB, song song với cạnh AB, cắt các cạnh SA, SD, SC lần lượt tại Q, P và N. Hãy xác định hình tính của tứ giác $MNPQ$?

DẠNG 2 Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Ngoài hai cách đã đề cập ở các bài trước, ta có hai cách sau để tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

Cách 1. Dùng định lý $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow d \parallel a.$

Cách 2. Dùng hệ quả $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \parallel (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow d \parallel a.$

Bài 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AB và CD. Đặt (α) là mặt phẳng qua MN và song song với BC. Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$.

Bài 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB, song song với BD và SA. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp.

Bài 26. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M, N tương ứng là trung điểm AB, AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN).

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB, SC.

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SB, N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN = 2CN$.

a) Chứng minh rằng $OM \parallel (SCD)$.

b) Xác định giao tuyến của (SCD) và (AMN).

Bài 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) Chứng minh $MN \parallel (SBC)$, $SB \parallel (OMN)$, $SC \parallel (OMN)$.

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (OMN) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ là đáy là hình thang đáy lớn AD. Gọi I là trung điểm của SB. Gọi (P) là mặt phẳng qua I, song song với SD, AC.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) và (SBD).

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) và $(ABCD)$.

Bài 31. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD, M là một điểm trên đoạn IJ. Gọi (P) là mặt phẳng qua M, song song với AB và CD.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ICD).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 32. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD. Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC.

a) Tìm các giao tuyến của (P) với các mặt phẳng (SBC), (SCD), (SAC).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 33. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC, H, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAC, SBC.

a) Chứng minh $AB \parallel (SMN)$, $HK \parallel (SAB)$.

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (CHK) và (ABC).

c) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) đi qua MN và $(P) \parallel SC$ cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 34. Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 35. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Một mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 36. Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P). Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P).

b) Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau.

c) Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P).

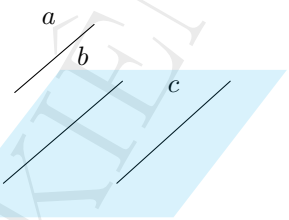
d) Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 37.

Cho ba đường thẳng a, b, c đôi một song song với nhau và không cùng nằm trong một mặt phẳng. Chứng minh rằng đường thẳng a song song với $\text{mp}(b, c)$.



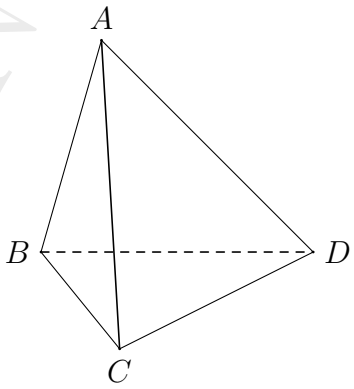
Bài 38. Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Chứng minh rằng có một mặt phẳng chứa a và song song với b.

Bài 39.

Cho hình tứ diện $ABCD$. Trong các mặt phẳng chứa các mặt của hình tứ diện, hãy cho biết:

a) Đường thẳng AB cắt các mặt phẳng nào;

b) Đường thẳng AB nằm trong các mặt phẳng nào.



Bài 40. Cho tứ diện $ABCD$, điểm E nằm giữa hai điểm A và C. Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, CD. Xác định các giao tuyến của (P) và các mặt của tứ diện. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

Bài 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi E là một điểm nằm giữa S và A. Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, AD. Xác định giao tuyến của (P) và các mặt bên của hình chóp. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

Bài 42. Cho hai tam giác ABC và ABD không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, AD.

a) Đường thẳng AM có song song với mặt phẳng (BCD) hay không? Hãy giải thích tại sao.

b) Đường thẳng MN có song song với mặt phẳng (BCD) hay không? Hãy giải thích tại sao.

Bài 43. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh BC, CD. Chứng minh rằng đường thẳng BD song song với mặt phẳng (AMN).

Bài 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh rằng $AB \parallel (SCD)$.

Bài 45. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Bài 46. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy một điểm M. Gọi (R) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng AC và BD. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với mặt phẳng (ABC).

Bài 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và SB. Chứng minh rằng

a) Có duy nhất một mặt phẳng (R) là mặt phẳng chứa MN và song song với AD.

b) Đường thẳng AD song song với giao tuyến d của hai mặt phẳng (SBC) và (R).

Bài 48. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, điểm I nằm trên cạnh BC sao cho $BI = 2IC$. Chứng minh rằng IG song song với mặt phẳng (ACD).

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với giao tuyến d của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).

Bài 50. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABF và ABC. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng (ACF).

Bài 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, ABC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng (SCD) và NG song song với mặt phẳng (SAC).

Bài 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi E là một điểm nằm giữa S và A. Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, AD. Xác định giao tuyến của (P) và các mặt bên của hình chóp. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

Bài 53. Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.

Bài 54. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và BCD. Chứng minh GG' song song với mặt phẳng (ABC).

Bài 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD.

a) Chứng minh MN song song với (SBC) và (SAD).

b) Gọi P là trung điểm cạnh SA. Chứng minh SB và SC đều song song với mặt phẳng (MNP).

Bài 56. Cho tứ diện $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh AB, AC và I là điểm bất kỳ trên cạnh AC.

a) Chứng minh MN song song với mặt phẳng (SBC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SC và mặt phẳng (MNI).

Bài 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC; P là điểm thuộc SA.

a) Chứng minh đường thẳng CD song song với mặt phẳng (MNP).

b) Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SAB).

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (NMP). Chứng minh $MNQP$ là hình thang.

d) Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng qua hai cạnh bên của $MNQP$. Chứng minh SE song song với mặt phẳng $ABCD$.

Bài 58. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) M, N là 2 điểm lần lượt trên hai cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE$, $BN = \dfrac{1}{3}BD$. Chứng minh $MN \parallel (CDFE)$.

Bài 59. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD.

a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC), (SAD).

b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP).

c) Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC. Chứng minh $G_1G_2 \parallel (SBC)$.

Bài 60. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác ABD. M là 1 điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.

Bài 61. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng

a) Điều kiện cần và đủ để $OO' \parallel$(BCD) là $\dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AB + AC}{AB + AD}$.

b) Điều kiện cần và đủ để OO' song song với 2 mặt phẳng (BCD), (ACD) là $BC = BD$ và $AC = AD$.

Bài 62. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN.

a) Tìm giao điểm A' của đường thẳng AG với mp(BCD).

b) Qua M kẻ đường thẳng Mx song song với AA' và Mx cắt (BCD) tại M'. Chứng minh B, M', A thẳng hàng và $BM' = M'A' = A'N$.

c) Chứng minh $GA = 3GA'$.

Bài 63. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J là trung điểm của BC và CD.

a) Chứng minh rằng $BD \parallel (AIJ)$.

b) Gọi H, K là trọng tâm của các tam giác ABC và ACD. Chứng minh rằng $HK \parallel (ABD)$.

Bài 64. 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. G là trọng tâm của tam giác SAB và E là điểm trên cạnh AD sao cho $DE = 2EA$. Chứng minh rằng $GE \parallel$(SCD).

Bài 65. Cho 2 hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không đồng phẳng.

a) Gọi M, N là trung điểm của AD, BE. Chứng minh rằng $MN \parallel (CDE)$.

b) Trên các đoạn AC và BF lần lượt lấy P, Q sao cho $AM = kAC$; $BN = kBF (0 < k < 1)$. Chứng minh rằng $MN \parallel (CDEF)$.

Bài 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm của AB và AD. Mặt phẳng (α) chứa MN và $\parallel SA$.

a) Dựng giao điểm của SC và (α).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

TS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 67. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và // với 2 cạnh AC, BD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành, M là 1 điểm thay đổi trên cạnh AB. Mặt phẳng (α) qua M và // SA và AD.

a) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, chứng minh đa giác đó là hình thang.

b) Chứng minh rằng đoạn giao tuyến của (α) với (SCD) thì song song với SD.

c) Tìm quĩ tích giao điểm 2 cạnh bên của đa giác trên khi M thay đổi trên cạnh SD.

Bài 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB. Điểm M thay đổi trên cạnh BC, mặt phẳng (α) qua M và // AB và SC.

a) Dựng giao tuyến (SAD) (SBC).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

c) Chứng minh rằng đoạn giao tuyến của (α) với (SAD) thì // SD.

Bài 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm SA, SB. Điểm P thay đổi trên cạnh BC.

a) Chứng minh rằng CD // (MNP).

b) Chứng minh rằng các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một hình thang.

c) Gọi I là giao điểm 2 cạnh bên của hình thang trên, tìm quĩ tích điểm I.

Bài 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB. Điểm M thay đổi trên cạnh SA.

a) Tìm các giao tuyến $(SAD) \cap (SBC)$; $(SAB) \cap (SCD)$.

b) Dựng giao điểm $N = SB \cap (CDM)$.

c) Gọi $I = CM \cap DN$; $J = DM \cap CN$. Chứng minh rằng khi M thay đổi trên cạnh SA thì I, J chạy trên 2 đường thẳng cố định.

Bài 72. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = CD = a$ và AB vuông góc CD. Lấy 1 điểm M trên cạnh AC, đặt $AM = x\,(0 < x < a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M, song song với AB và CD cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, P, Q.

a) Chứng minh rằng $MNPQ$ là 1 hình chữ nhật.

b) Tính diện tích $MNPQ$ theo a và x.

c) Xác định x để diện tích $MNPQ$ là lớn nhất.

Bài 73. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc CD, tam giác BCD vuông tại C và góc $BDC = 30°$; M là 1 điểm thay đổi trên cạnh BD; $AB = BD = a$; đặt $BM = x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với AB, CD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SB = b$ và tam giác SAC cân tại S. Trên cạnh AB lấy một điểm M, đặt $AM = x(0 < x < a)$. Mặt phẳng (α) qua M, song song AC và SB lần lượt cắt BC, SC, SA tại N, P, Q. Xác định hình tính và tính diện tích $MNPQ$. Xác định x để diện tích ấy lớn nhất.

Bài 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a, SAB là tam giác vuông tại A với $SA = a$. Gọi M là một điểm thay đổi trên cạnh AD, đặt $AM = x$ $(0 < x < a)$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song CD và SA.

a) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

b) Tính diện tích đa giác trên theo a và x.

Bài 76. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm trên AB, CD. Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SA.

a) Tìm các giao tuyến của (P) với (SAB) và (SAC).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

c) Tìm điều kiện của MN để đa giác trên là hình thang.

Bài 77. Trong mặt phẳng (P), cho tam giác ABC vuông tại A, góc $B = 60°$, $AB = a$. Gọi O là trung điểm của BC. Lấy điểm S ở ngoài (P) sao cho $SB = a$ và $SB \perp OA$. Gọi M là 1 điểm trên cạnh AB. Mặt phẳng (Q) qua M và song song với SB và OA, cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q. Đặt $x = BM$ $(0 < x < a)$.

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình thang vuông.

b) Tính diện tích hình thang đó. Tìm x để diện tích lớn nhất.

Bài 78. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD. Mặt phẳng (P) qua MN và $/\!/$ với SC.

a) Tìm các giao tuyến của (P) với các mặt phẳng (SBC), (SCD) , (SAC).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 79. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (P) đi qua một điểm M trên đoạn IJ và song song với AB và CD.

a) Tìm giao tuyến của (P) với (ICD).

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 80. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành. Gọi C' là trung điểm của SC, M là 1 điểm di động trên cạnh SA. Mặt phẳng (P) di động luôn đi qua $C'M$ và song song với BC.

a) Chứng minh (P) luôn chứa một đường thẳng cố định.

b) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó. Xác định vị trí M để đa giác đó là hình bình hành.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

c) Tìm tập hợp giao điểm của 2 cạnh đối của đa giác trên khi M di động trên cạnh SA.

Bài 81. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và BD; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (IJE) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác SCD.

a) Xác định giao điểm của MG và mặt phẳng (SAC).

b) Xác định giao điểm của SC và mặt phẳng (AMG).

c) Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (AMG) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (IJG) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

Bài 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành. Một mặt phẳng (α) qua O đồng thời song song với SA và CD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác, dựng đa giác đó.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Câu hỏi lý thuyết

Câu 1. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \parallel b$, $b \parallel (\alpha)$. Khi đó

A. $a \parallel (\alpha)$. **B.** $a \subset (\alpha)$.
C. a cắt (α). **D.** $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 3. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \parallel (\alpha)$, $b \subset (\alpha)$. Khi đó

A. $a \parallel b$. **B.** a, b chéo nhau.
C. $a \parallel b$ hoặc a,b chéo nhau. **D.** a, b cắt nhau.

Câu 4. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.
C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.

Câu 5. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.
C. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.
D. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Câu 6. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b.
B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b.
C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b.
D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Câu 8. Cho $d \parallel (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d'. Khi đó

A. $d \parallel d'$. **B.** d cắt d'. **C.** d và d' chéo nhau. **D.** $d \equiv d'$.

Câu 9. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 10. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b.
B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b.
C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M, song song với a và b (với M là điểm cho trước).
D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b.

Câu 11. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (M) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (M) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (M) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (M).
B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (M).
C. Một mặt phẳng (M), vô số mặt phẳng (P).
D. Vô số mặt phẳng (P) và (M).

Câu 12. Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng a song song với mp (α)?

A. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.
B. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
C. $a \cap (\alpha) = \varnothing$.
D. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.

Câu 13. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α). Chọn phương án đúng?

A. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (α).
B. a song song với mặt phẳng (α) khi và chỉ khi a và (α) không có điểm chung.
C. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì mọi mặt phẳng chứa a đều song song với mặt phẳng (α).
D. Nếu a song song với một đường thẳng song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mặt phẳng (α).

Câu 14. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) thỏa mãn $a \parallel (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$. Khi đó

A. $a \parallel b$.
B. a, b chéo nhau.
C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.
D. a, b cắt nhau.

Câu 15. Trong không gian, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với (P).
B. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến d thì d song song với a.
C. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P), (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b. Nếu (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d thì d song song với a.
D. Nếu hai đường thẳng phân biệt a, b cùng song song với mặt phẳng (P) thì a, b song song nhau.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là đúng?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Nếu đường thẳng a song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P).
B. Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P).
C. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P).
D. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

Câu 17. Trong không gian, vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng có bao nhiêu trường hợp?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.
C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
D. Nếu $b \parallel (\alpha)$ và (β) chứa b thì (β) sẽ cắt (α) theo giao tuyến là đường thẳng song song với b.

Câu 19. Mệnh đề nào *sai* trong các mệnh đều sau?

A. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng đã cho.
B. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

Câu 20. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.
B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
C. a và b chéo nhau.
D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 21. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P). Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

A. a song song b. **B.** a cắt b.
C. a và b chéo nhau. **D.** a và b không có điểm chung.

Câu 22. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó

A. Hoặc song song hoặc trùng nhau. **B.** Chéo nhau.
C. Trùng nhau. **D.** Song song.

Câu 23. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \parallel a$.
C. Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.
D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 24. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta \parallel d$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. Nếu $d \parallel (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b \parallel d$.
C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
D. Nếu $d \parallel c$, $c \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.

Câu 25. Cho các mệnh đề sau:

- Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).
- Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).
- Nếu $a \parallel (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.
- Nếu $a \parallel (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 26. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 27. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.
B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).
D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Câu 28. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 29. Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
B. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.
D. $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Câu 30. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng (P), (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a, d trùng nhau. **B.** a, d chéo nhau. **C.** a song song d. **D.** a, d cắt nhau.

Câu 31. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).
B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).
C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).
D. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

2 Đường thẳng và mặt phẳng song song

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (ABC). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (ACD).

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $HK \parallel (SBD)$. **B.** $HK \parallel (SAD)$. **C.** $HK \parallel (SCD)$. **D.** $HK \parallel (SBC)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $JI \parallel (SAC$. **B.** $JI \parallel (SAB)$. **C.** $JI \parallel (SBC$. **D.** $JI \parallel (SCD$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng BC song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. (SAD). **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAC). **D.** (SAB).

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Khi đó

A. $EF \parallel (BCD$. **B.** EF cắt $(BCD$. **C.** $EF \parallel (ABD$. **D.** $EF \parallel (ABC$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $OM \parallel (SCD)$. **B.** $OM \parallel (SBD)$. **C.** $OM \parallel (SAB)$. **D.** $OM \parallel (SAD)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**

A. $MN \parallel (SAC)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SBD)$. **D.** $MN \parallel (ACD)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác và SAB và SAD. Gọi M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ \parallel (SBD)$. **B.** $IJ \parallel (SBM)$. **C.** $IJ \parallel (SBC)$. **D.** $IJ \parallel (SCD)$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng

A. $IJ \parallel (BCD)$. **B.** $IJ \parallel (ABC)$. **C.** $IJ \parallel (ACD)$. **D.** $IJ \parallel (ABD)$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB$, $\triangle SCD$, khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC). **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (SBC)$. **B.** $MN \parallel (SBD)$. **C.** $MN \parallel (ABCD)$. **D.** $MN \parallel (SCD)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (SAB)$. **B.** $MN \parallel (SBC)$. **C.** $MN \parallel (SBD)$. **D.** $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC). **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $MN \parallel (ABC)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SAC)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $JI \parallel (SAC)$. **B.** $JI \parallel (SAB)$. **C.** $JI \parallel (SBC)$. **D.** $JI \parallel (SAD)$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SA, CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

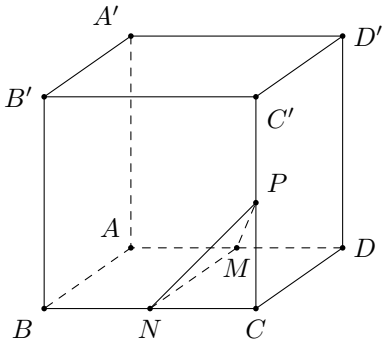
A. $HK \parallel (SBC)$. **B.** $HK \parallel (SBD)$. **C.** $HK \parallel (SAC)$. **D.** $HK \parallel (SAD)$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trong tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$ và P là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $GQ \parallel (ACD)$. **B.** $GQ \parallel (BCD)$.
C. GQ cắt (BCD). **D.** Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Câu 50.

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC'.



i) $A'B' \parallel (MNP)$.

ii) $(MNP) \parallel (BC'D')$

iii) $(MNP) \parallel (B'C'D')$.

iv) DD' cắt mặt phẳng (MNP).

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 51. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm O và O'. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $OO' \parallel (ADF)$. **B.** $OO' \parallel (BCE)$. **C.** $OO' \parallel (ACE)$. **D.** $OO' \parallel (DCEF)$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Mệnh đề nào đưới đây **sai**?

A. $HK \parallel (SBD)$. **B.** $OK \parallel (SAD)$. **C.** $OH \parallel (SAB)$. **D.** $HK \parallel (SAB)$.

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AA' và $B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng

A. $(A'MN)$. **B.** $(C'MN)$. **C.** $(A'CN)$. **D.** (CMN).

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SA, mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AC. Mặt phẳng (α) cắt AB, BC, SC, SD, BD lần lượt tại N, E, F, I, J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. $MN \parallel (SCD)$. **B.** $EF \parallel (SAD)$. **C.** $NF \parallel (SAD)$. **D.** $IJ \parallel (SAB)$.

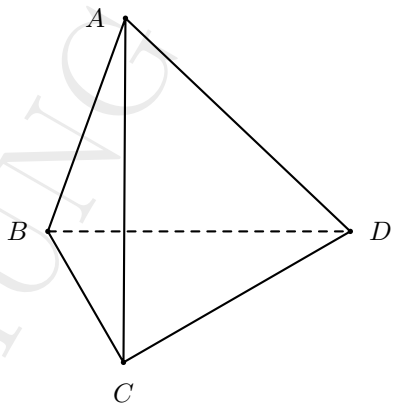
Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK = \dfrac{1}{2}KD$, M là giao điểm của của BD và AI. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $MK \parallel (SCD)$. **B.** $MK \parallel (SBD)$. **C.** $MK \parallel (ABCD)$. **D.** $MK \parallel (SAB)$.

Câu 56.

Cho tứ diện $ABCD$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (BCD) là

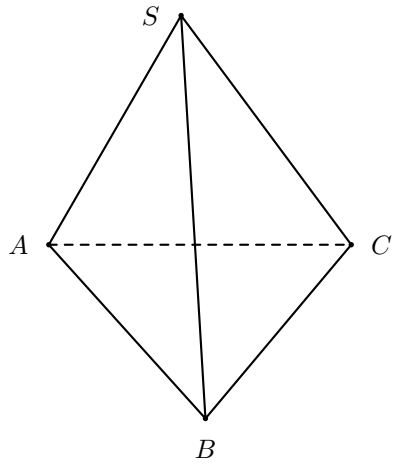
A. $BC \parallel (BCD)$. **B.** $BC \subset (BCD)$.
C. $BC \cap (BCD) = A$. **D.** $BC \cap (BCD) = D$.



Câu 57.

Cho hình chóp $S.ABC$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là

A. $SB \parallel (ABC)$. **B.** $SB \subset (ABC)$.
C. $SB \cap (ABC) = A$. **D.** $SB \cap (ABC) = B$.



Câu 58. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (ABCD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SCD)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là

A. MN nằm trên $(ABCD)$. **B.** MN cắt $(ABCD)$.
C. MN song song $(ABCD)$. **D.** MN và $(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 60. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (BCD)$. **B.** $GQ \parallel (BCD)$.
C. MN cắt (BCD). **D.** Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Câu 61. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$. M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $OO_1 \parallel (BEC)$. **B.** $OO_1 \parallel (AFD)$. **C.** $OO_1 \parallel (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC. Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S. **B.** M, P, R, S. **C.** M, R, S, N. **D.** M, N, P, Q.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Vị trí tương đối giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) là

A. $AB \cap (SCD) = B$. **B.** $AB \cap (SCD) = S$. **C.** $AB \subset (SCD)$. **D.** $AB \parallel (SCD)$.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$. Cho các mệnh đề sau

a) $AD \subset (ABC)$. b) $AD \cap (ABC)$. c) $AB \subset (ABC)$. d) $AC \parallel (ABD)$.

Trong các mệnh đề đã cho, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 65. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ACD, M thuộc đoạn BC sao cho $CM = 2MB$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $MG \parallel (ABC)$. **B.** $MG \parallel (ABD)$. **C.** $MG \parallel CD$. **D.** $MG \parallel BD$.

Câu 66. Cho tam giác $A'B'C'$, dựng các đường thẳng $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$ sao cho chúng không thuộc mặt phẳng $(A'B'C')$ và lần lượt đi qua các điểm A', B', C'. Trên các đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $AB \parallel A'B'$, $BC \parallel B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', $B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BMN). **B.** $(C'MN)$. **C.** $(A'CN)$. **D.** $(A'BN)$.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, H lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng CN và SH. Trong các khẳng định sau có bao nhiêu khẳng định đúng?

a) $MN \parallel (SBC)$. b) $AD \parallel (SBC)$. c) $HN \parallel (SBC)$. d) $IJ \parallel (HMN)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M là trung điểm SC. Đường thẳng OM song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAD) và (SBC). **B.** (SAD) và (SBA).
C. (SBA) và (SCD). **D.** (SAC) và $(ABCD)$.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SA. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. MN song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).
B. SB và SC song song với (MNE).
C. ME song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).
D. EO song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SCD).

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, I là trung điểm của AB và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AD$. MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SBD). **D.** (SCD).

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\dfrac{SP}{SA} = \dfrac{SQ}{SB} = \dfrac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. PQ cắt $(ABCD)$. **B.** $PQ \subset (ABCD)$.
C. $PQ \parallel (ABCD)$. **D.** PQ và CD chéo nhau.

Câu 72. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. **B.** Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.
C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$. **D.** $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AB$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. MN chéo SC. **B.** $MN \parallel (SBD)$. **C.** $MN \parallel (ABCD)$. **D.** $MN \cap (SAC) = H$.

Câu 74. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$, M là trung điểm của CD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. MO_2 cắt (BEC). **B.** O_1O_2 song song với (BEC).
C. O_1O_2 song song với (EFM). **D.** O_1O_2 song song với (AFD).

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. $(SAC$. **B.** $(SBD$. **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ \parallel (SCD$. **B.** $IJ \parallel (SBM)$. **C.** $IJ \parallel (SBC$. **D.** $IJ \parallel (SBD$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $OM \parallel (SCD)$. **B.** $OM \parallel (SBD)$. **C.** $OM \parallel (SAB)$. **D.** $OM \parallel (SAD)$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SC} = \dfrac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC).
B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC.
C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF).
D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF).

Câu 79. Cho tứ diện ABC. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (ABC).

Câu 80. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $MN \parallel (SBD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SAC)$. **D.** $MN \parallel (SCD)$.

Câu 81. Cho tứ diện $ABCD$, lấy điểm M là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD. Hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình vuông. **D.** Hình thoi.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 82. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M, trên đoạn thẳng BC lấy điểm N. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD và gọi (H) là hình tạo bởi các giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện. Xác định vị trí của điểm N trên đoạn BC sao cho (H) là một hình bình hành.

A. $BN = \dfrac{1}{2}BC$. **B.** $BN = 2BC$. **C.** $BN = \dfrac{3}{2}BC$. **D.** $3BN = 2BC$.

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một

A. hình vuông. **B.** hình thang cân. **C.** hình bình hành. **D.** hình chữ nhật.

Câu 84. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD, cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác có diện tích là

A. $\dfrac{400}{9}$. **B.** $\dfrac{20}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD. (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình thang. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình vuông.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S hoặc A). (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình thang. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình tam giác.

Câu 87. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB. Các đoạn giao tuyến mà mặt phẳng (P) cắt các mặt của tứ diện tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình bình hành. **C.** hình tam giác. **D.** tam giác đều.

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AB, điểm M là trung điểm CD. Mặt phẳng (α) qua M và song song với cả SA, BC, cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình thoi. **D.** hình thang.

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).
B. Mặt phẳng (IBD) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác.
C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. ngũ giác. **B.** tam giác. **C.** tứ giác. **D.** lục giác.

Câu 91. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. hình vuông. **B.** hình chữ nhật. **C.** hình tam giác. **D.** hình bình hành.

Câu 92. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là trung điểm của AC, (P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SC cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. ngũ giác. **B.** hình bình hành.
C. tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. **D.** hình thang.

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB. Mặt phẳng (ADM) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình chữ nhật. **C.** hình bình hành. **D.** hình tam giác.

Câu 94. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. ngũ giác. **B.** tứ giác. **C.** tam giác. **D.** lục giác.

Câu 95. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{MA}{AD} = \dfrac{NC}{CB} = \dfrac{1}{3}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng MN và song song với CD cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. một tam giác.
B. một hình bình hành.
C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình chữ nhật. **C.** hình bình hành. **D.** tam giác.

Câu 97. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình thang. **C.** hình chữ nhật. **D.** tam giác.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. lục giác. **B.** tứ giác. **C.** tam giác. **D.** ngũ giác.

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm SA. Mặt phẳng (α) đi qua M, song song với SC và AD cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình thang cân. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình bình hành.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 100. Cho biết tính đúng **sai** của mỗi phát biểu sau

Phát biểu	Đ	S
a) Hai mặt phẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.		
b) Nếu mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.		
d) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.		

Câu 101. Cho biết tính đúng **sai** của mỗi phát biểu sau

Phát biểu	Đ	S
a) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau.		
b) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng chéo nhau.		
c) Hai đường thẳng có điểm chung thì chúng cắt nhau.		
d) Hai đường thẳng không thể cùng nằm trên một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.		

Câu 102. Trong không gian cho ba đường thẳng a, b và c phân biệt. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.		
b) Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.		
c) Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b, đường thẳng b và đường thẳng c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng c chéo nhau hoặc cắt nhau.		
d) Nếu đường thẳng a cắt b, hai đường thẳng b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.		

Câu 103. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b.

Phát biểu	Đ	S
a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b.		
b) Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b.		
c) Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b.		
d) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b.		

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $MN \parallel (SBC)$.		
b) $MN \parallel (SAD)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) SB cắt với mặt phẳng (MNP).		
d) SC cắt với mặt phẳng (MNP).		

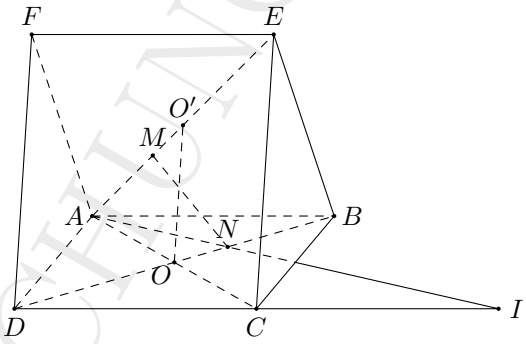
Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA, cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD.		
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA.		
c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ.		
d) Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB.		

Câu 106.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O'. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE$, $BN = \dfrac{1}{3}BD$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) OO' song song với mặt phẳng (ADF).		
b) OO' cắt mặt phẳng (BCE).		
c) $\dfrac{BN}{BD} = \dfrac{2}{3}$.		
d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.		

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) AB song song CD.		
b) SA cắt SC.		

Phát biểu	Đ	S
c) SA song song BC.		
d) SC chéo nhau AB.		

Câu 108. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, BD. Gọi (P) là mặt phẳng qua I, J và cắt các cạnh AC, AD lần lượt tại hai điểm M, N. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IJ = \dfrac{1}{2}CD$.		
b) MN cắt DC.		
c) $IJNM$ là một hình thang.		
d) Để $IJNM$ là hình bình hành thì M là trung điểm của đoạn AC.		

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $EF \parallel AC$.		
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC.		
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC.		
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC.		

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\dfrac{SJ}{SF} = \dfrac{2}{3}$.		
b) $IJ \parallel (ABCD)$.		
c) BC song song với mặt phẳng (SAD), (SEF).		
d) BC cắt mặt phẳng (AIJ).		

Câu 111. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.		
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD.		
c) $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{1}{3}$.		
d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\dfrac{16}{9}$.		

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD.		
b) $\dfrac{DN}{DB} = \dfrac{1}{3}$.		
c) MN song song với mặt phẳng (SCD).		
d) NG cắt với mặt phẳng (SAC).		

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$ và $\triangle SBC$. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $AC \parallel (SIJ)$.		
b) HK cắt IJ.		
c) $HK \parallel (SAC)$.		
d) Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC.		

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE$, I là trung điểm AD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) OI song song với mặt phẳng (SAB).		
b) OI song song với mặt phẳng (SCD).		
c) IE song song với AC.		
d) $GE \parallel (SBC)$.		

Câu 115. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'.

Phát biểu	Đ	S
a) mp(AA', BB') song song với mp(CC', DD').		
b) $A'B' \parallel C'D'$.		
c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang.		
d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' \parallel AA'$.		

Câu 116. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O'. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE$, $BN = \dfrac{1}{3}BD$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) OO' song song với mặt phẳng (ADF).		
b) OO' cắt mặt phẳng (BCE).		
c) $\dfrac{BN}{BD} = \dfrac{2}{3}$.		
d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.		

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD.		
c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB.		
d) Hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang.		

Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA, cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD.		
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA.		
c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ.		
d) Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB.		

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\dfrac{SJ}{SF} = \dfrac{2}{3}$.		
b) $IJ \parallel (ABCD)$.		
c) BC song song với mặt phẳng (SAD), (SEF).		
d) BC cắt mặt phẳng (AIJ).		

Câu 120. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.		
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD.		
c) $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{1}{3}$.		
d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\dfrac{16}{9}$.		

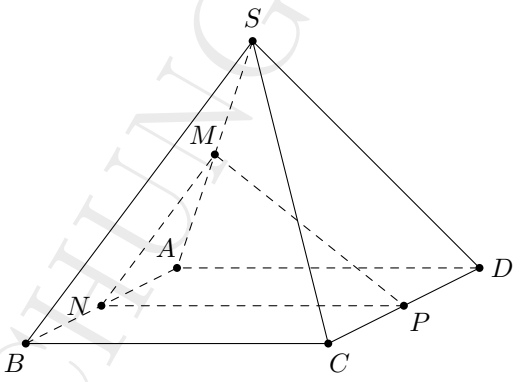
Câu 121. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu $a \cap (\alpha) = \varnothing$ thì $a \parallel (\alpha)$.		
b) Nếu $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $a \parallel (\alpha)$.		
c) Nếu a và (α) có 2 điểm chung thì $a \subset (\alpha)$.		
d) Nếu $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\alpha)$.		

Câu 122.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các đoạn SA, AB, CD như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S
a) $SB \parallel (MNP)$.		
b) $AD \parallel (MNP)$.		
c) Giao tuyến của (SAD) và (MNP) là đường thẳng song song với AD.		
d) Giao tuyến của (SAB) và (MNP) là đường thẳng song song với MN.		

Câu 123. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không đồng phẳng có tâm lần lượt là I và J.

Phát biểu	Đ	S
a) $IJ \parallel (ADF)$.		
b) $IJ \parallel (CEB)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $IJ \parallel (CEA)$.		
d) $IJ \parallel (CDFE)$.		

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB.

Phát biểu	Đ	S
a) MN song song với mặt phẳng (SAB).		
b) MO song song với mặt phẳng (SBC).		
c) NO song song với mặt phẳng (SBD).		
d) CD song song với mặt phẳng (MNO).		

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = 2CD$. Trên các cạnh SA, SB, SD lấy các điểm M, N, P sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{SP}{SD} = \dfrac{2}{3}$.

Phát biểu	Đ	S

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMP) là đường thẳng đi qua S và song song với AD.		
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng đi qua S và song song với AB.		
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm của AB.		
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) là đường thẳng đi qua Q và song song với MN với $Q = PA \cap MD$.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 126. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD song song với BC và $AD = 2BC$. Gọi E là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BC = 4BE$. Lấy F thuộc cạnh SA sao cho $FA = k \cdot FS$. Biết rằng EF song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó, giá trị của k bằng bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC. Một mặt phẳng song song với AC và BD cắt SA, SB lần lượt tại M và N. Tính tỉ số $\dfrac{MN}{AB}$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (P) với các cạnh SB và SD, K là giao điểm của ME và CB, gọi J là giao điểm của MF và CD. Chứng minh 3 điểm K, A, J nằm trên đường thẳng song song với EF và tìm tỉ số $\dfrac{EF}{KJ}$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

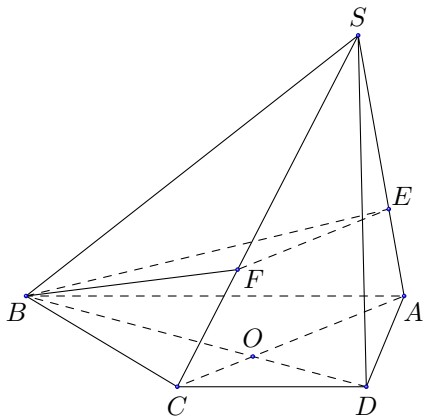
Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD và M là điểm thuộc cạnh BC sao cho GM song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó, tỉ số diện tích của hai tam giác MAB và MAC bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 130.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA và F thuộc cạnh SC sao cho $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SC} = \dfrac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF). Gọi P là giao điểm của SD với (α). Tính tỉ số $\dfrac{SP}{SD}$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |



Câu 131. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC, còn N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = \dfrac{1}{3}AB$. Giao điểm Q của DC với (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{DQ}{DC}$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 132. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD. Gọi tứ giác $MNPQ$ là thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP). Tính diện tích thiết diện $MNPQ$. KQ: | | | | |

Câu 133. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và AB. Gọi G là một điểm trên đoạn thẳng SK sao cho $SG = m \cdot SK$. Mặt phẳng (GIJ) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác. Tìm m để tứ giác đó là hình bình hành. KQ: | | | | |

Câu 134. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt các mặt của tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD ta thu được các đoạn giao tuyến tạo thành một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó (*làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 135. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 9$ cm, $CB = 6$ cm. Lấy M là điểm bất kì trên cạnh CD. Cắt các mặt của tứ diện bởi mặt phẳng (α) qua M và song song với AD và BC ta thu được các đoạn giao tuyến tạo thành một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó. KQ: | | | | |

Câu 136. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với hai cạnh đáy AB, CD. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC và G là trong tâm của tam giác SAB. Cắt các mặt của hình chóp bởi mặt phẳng (IGK) ta thu được các đoạn giao tuyến tạo thành một hình bình hành khi và chỉ khi $AB = k \cdot CD$. Tính k. KQ: | | | | |

Câu 137. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD và P là điểm trên cạnh AC sao cho $PA = 2PC$. Trong ba đường thẳng MN, NP, PM có bao nhiêu đường thẳng song song với mặt phẳng (BCD)? KQ: | | | | |

Câu 138. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Đường thẳng MN song song với bao nhiêu mặt phẳng trong bốn mặt của tứ diện? KQ: | | | | |

Câu 139. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA. Có tất cả bao nhiêu cạnh của hình chóp song song với mặt phẳng (MNQ).

KQ: | | | | |

Câu 140. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD. Khi đó đoạn thẳng G_1G_2 song song với bao nhiêu mặt của tứ diện $ABCD$. KQ: | | | | |

Câu 141. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M là trung điểm AB. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng BC và AD. Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB. Biết khi $AD = kBC$ thì $MNPQ$ là hình thoi. Hãy xác định giá trị của k, ($k \in \mathbb{R}$, $k > 0$). KQ: | | | | |

Câu 142. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. Gọi M là điểm trên SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD, cắt hình chóp theo một tứ giác. Hãy xác định diện tích của tứ giác đó (*làm tròn tới hàng phần mười*). KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

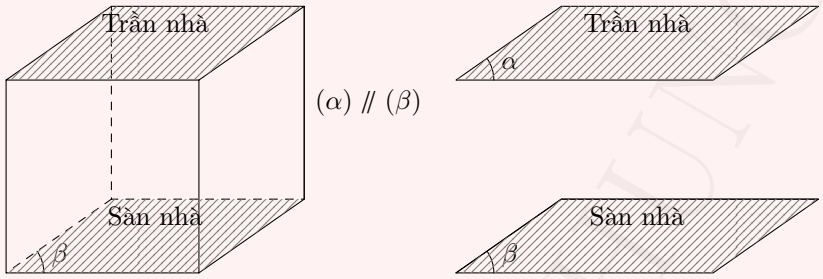
K11 – CHƯƠNG 4

§4. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định nghĩa và tính chất

Định nghĩa 22 Hai mặt phẳng (α) và (β) song song nếu chúng không có điểm chung.



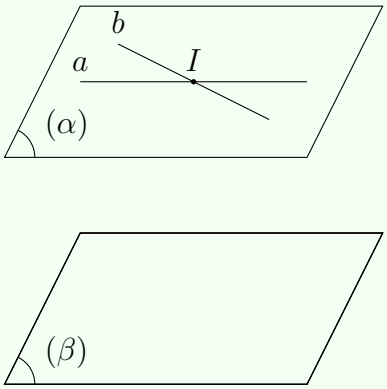
Tính chất 8 Nếu đường thẳng $d \subset (\alpha)$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì đường thẳng $d \parallel (\beta)$.

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha) \parallel (\beta)\\ d \subset (\alpha)\end{array}\right\} \Rightarrow d \parallel (\beta)$$

Tính chất 9

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với một mặt phẳng (β) thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

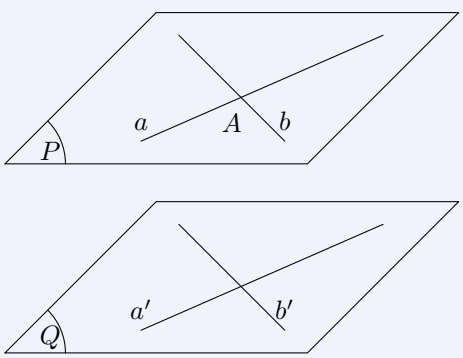
$$\left.\begin{array}{l}a, b \subset (\alpha)\\ a \cap b = I\\ a \parallel (\beta)\\ b \parallel (\beta)\end{array}\right\} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$$



Định lí 12 Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q). Nếu một mặt phẳng (R) cắt mặt phẳng (P) thì cũng cắt mặt phẳng (Q) và hai giao tuyến song song với nhau.

Định lí 13

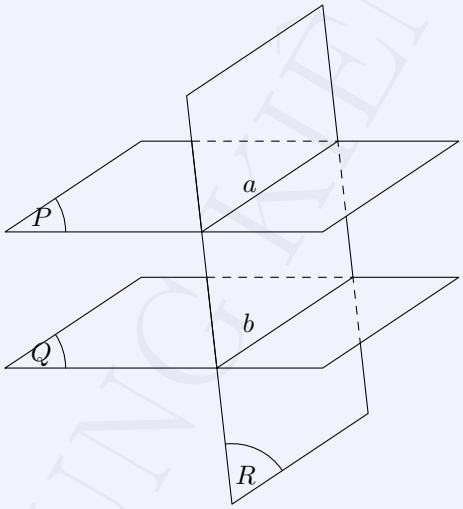
Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.



TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

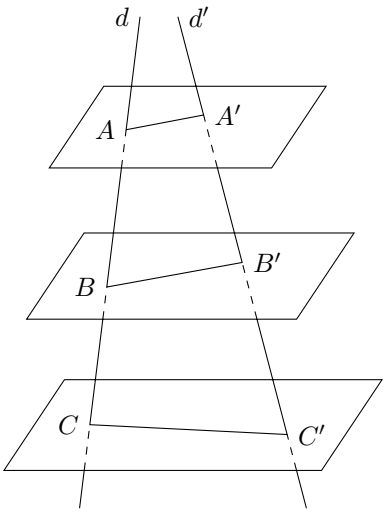
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Định lí 14
Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu (R) cắt (P) thì cắt (Q) và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.



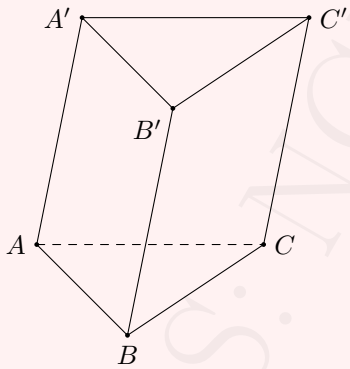
2 Định lý Thalès trong không gian

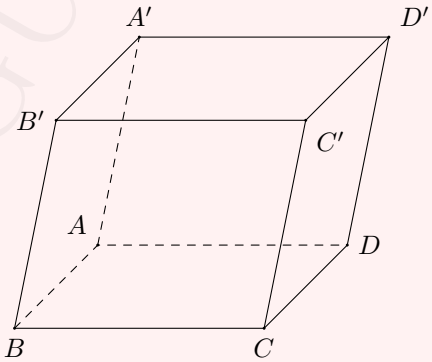
Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

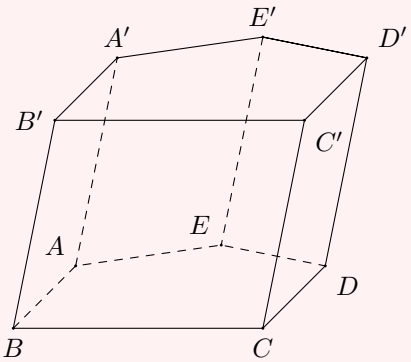


3 Hình lăng trụ

Định nghĩa 23 Hình lăng trụ là hình không gian có 2 mặt phẳng đáy là 2 đa giác song song và bằng nhau, các mặt bên là hình bình hành.
Tên của lăng trụ dựa vào tên của đa giác đáy: Hình lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác ...







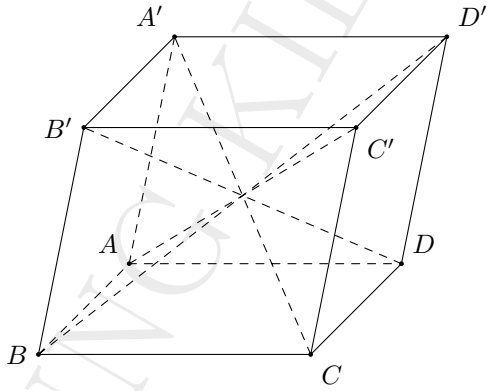
Tính chất 10 Các cạnh bên của hình lăng trụ thì song song và bằng nhau.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

4 Hình hộp

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành. Trong một hình hộp ta có

- Sáu mặt là sáu hình bình hành. Mỗi mặt đều có một mặt song song với nó.
- Hai mặt như thế gọi là hai mặt đối diện.
- Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo.
- Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Chứng minh hai mặt phẳng song song

Để chứng minh hai mặt phẳng song song, ta chứng minh mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cắt nhau và song song với mặt phẳng kia.

$$\begin{cases} a \parallel c,\ b \parallel d \\ a,\ b \subset (P) \\ c,\ d \subset (Q) \\ a \cap b = \{A\} \end{cases} \Rightarrow (P) \parallel (Q).$$

Áp dụng. Chứng minh đường thẳng a song song với mặt phẳng (P).

$$\begin{cases} a \subset (Q) \\ (Q) \parallel (P) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (P).$$

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD, AD \parallel BC, AD = 2BC$. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AD, SD.

a) Chứng minh $(EFB) \parallel (SCD)$. Từ đó chứng minh $CI \parallel (EFB)$.

b) Tìm giao tuyến của (SBC) và (SAD). Tìm giao điểm K của FI với giao tuyến này, chứng minh $(SBF) \parallel (KCD)$.

Bài 2. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh

a) $(ADF) \parallel (BCE)$.

b) $(DEF) \parallel (MM'N'N)$.

Bài 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a) $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G và G' của hai tam giác BDA' và $B'D'C$.

c) G và G' chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E là điểm thuộc đoạn AC', F là một điểm trên đoạn $B'D'$, G là một điểm thuộc đoạn CD' sao cho $AE=\dfrac{1}{3}AC'$, $D'F=\dfrac{1}{3}D'B$, $CG=\dfrac{1}{3}CD'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và $A'D'$. Chứng minh rằng $(EFG)\parallel(AIJ)$.

Bài 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' đôi một song song với nhau.

a) Chứng minh hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ song song với nhau.

b) Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm G và G' lần lượt của hai $\triangle BDA'$ và $B'D'C$.

c) Chứng minh G và G' chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) Chứng minh $(OMN)\parallel(SBC)$.

b) Giả sử hai tam giác SAD và ABC đều là tam giác cân tại A. Gọi AE và AF lần lượt là các đường phân giác trong của các tam giác ACD và SAB. Chứng minh EF song song với mặt phẳng (SAD).

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA. Chứng minh rằng mặt phẳng (DMP) song song với mặt phẳng (SBN).

Bài 8. Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy M là điểm tùy ý trên cạnh AD ($M\neq A,\ D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt DB, DC tại N, P. Chứng minh rằng $NP\parallel BC$.

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, ABC, SAC. Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3)\parallel(SBC)$.

Bài 10. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O, O' và không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh rằng

a) $(ADF)\parallel(BCE)$. b) $(MOO')\parallel(ADF)$. c) $(MOO')\parallel(BCE)$.

DẠNG 2 Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng chứa các yếu tố song song

$$\begin{cases}(P)\parallel(Q)\\(\alpha)\cap(P)=a\\(\alpha)\cap(Q)=b\end{cases}\Rightarrow a\parallel b.$$

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD. Gọi (α) và (β) là mặt phẳng qua điểm M và lần lượt song song với mặt phẳng (SBD) và (SAC).

a) Xác định hình phẳng giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp.

b) Xác định hình phẳng giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (β) với các mặt của hình chóp.

c) Gọi H và K lần lượt là giao điểm của (α) và (β) với AC và BD. Chứng minh tứ giác $OHMK$ là hình bình hành.

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm H. Mặt phẳng (P) đi qua H và song song với (SAB). Tìm giao tuyến của

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$. b) hai mặt phẳng (P) và (SBC).

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kì trên cạnh AB, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với (SBC). Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp.

Bài 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, $A'D'$. Xác định giao tuyến của (MNP) và $(A'B'C'D')$, $(AA'B'B)$.

Bài 15. Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$. Ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với (P) lần lượt đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (P') cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Chứng minh

a) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành. b) $AA' + CC' = BB' + DD'$.

Bài 16. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh AD và BC lần lượt là P và Q.

a) Cho trước điểm P, hãy nói cách dựng điểm Q.

b) Gọi K là giao điểm của MN và PQ. Chứng minh rằng $KP = KQ$.

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC, lấy điểm $P \in SA$.

a) Tìm giao tuyến (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm SD và (MNP).

c) Xác định hình phẳng giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (MNP) với các mặt của hình chóp.

d) Gọi $J \in MN$. Chứng minh rằng $OJ \parallel (SAD)$.

DẠNG 3 Định lý Thales trong không gian

Ta dùng một trong hai cách sau

- $\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ d \cup (\alpha) = A, d \cup (\beta) = B \\ d' \cup (\alpha) = A', d' \cup (\beta) = B' \\ d \parallel d' \end{cases} \Rightarrow AB = A'B'.$
- $\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \parallel (\gamma) \\ d \cap (\alpha) = A, d \cap (\beta) = B, d \cap (\gamma) = C \\ d' \cap (\alpha) = A', d' \cap (\beta) = B', d' \cap (\gamma) = C' \end{cases} \Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'}.$

Bài 18. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Chứng minh rằng các mặt phẳng (ABC'), (BCA') và (CAB') có một điểm chung O ở trên đoạn GG' nối trọng tâm $\triangle ABC$ và trọng tâm $\triangle A'B'C'$. Tính $\dfrac{OG}{OG'}$.

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12$, $SB = 15$, $SC = 17$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM = 3$, $MN = 5$, $NA = 4$. Gọi (P), (Q) là hai mặt phẳng song song với (ABC) lần lượt đi qua M, N. Và (P) cắt SB, SC tại M_1, M_2, (Q) cắt SB, SC tại N_1, N_2. Tính độ dài các đoạn thẳng M_1N_1 và M_2N_2.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$, $(0 < x < a\sqrt{2})$.

a) Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Chứng minh khi $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN \parallel A'C$.

Bài 21. Cho tứ điểm $ABCD$, M là một điểm lưu động trên cạnh AB; N là điểm lưu động trên cạnh CD. Chứng minh rằng trung điểm I của đoạn MN thuộc một mặt phẳng cố định.

Bài 22. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC, BF lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2AM$, $NF = 2BN$. Qua M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh AB, cắt cạnh AD, AF theo thứ tự tại M_1, N_1. Chứng minh rằng:

a) $MN \parallel DE$. b) $M_1N_1 \parallel (DEF)$. c) $(MNM_1N_1) \parallel (DEF)$.

Bài 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACC', $A'B'C'$. Chứng minh rằng $(IJK) \parallel (BCC'B')$ và $(A'JK) \parallel (AIB')$.

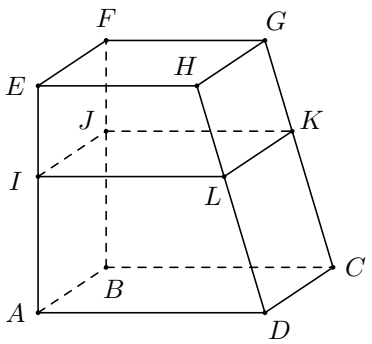
Bài 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$ $(0 < x < a\sqrt{2})$.

a) Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Chứng minh khi $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN \parallel A'C$.

Bài 25.

Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $(ABCD)$ và mâm tầng trên $(EFGH)$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 80$ cm, $CG = 90$ cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa $(IJKL)$ song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI = 36$ cm (Hình bên). Hãy giúp bác thợ mộc tính độ dài GK để đặt mâm tầng giữa cho kệ để đồ đúng vị trí.



C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 26. Trong không gian cho ba mặt phẳng phân biệt (P), (Q), (R). Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Nếu (P) chứa một đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q).

b) Nếu (P) chứa hai đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q).

c) Nếu (P) và (Q) song song với (R) thì (P) song song với (Q).

d) Nếu (P) và (Q) cắt (R) thì (P) và (Q) song song với nhau.

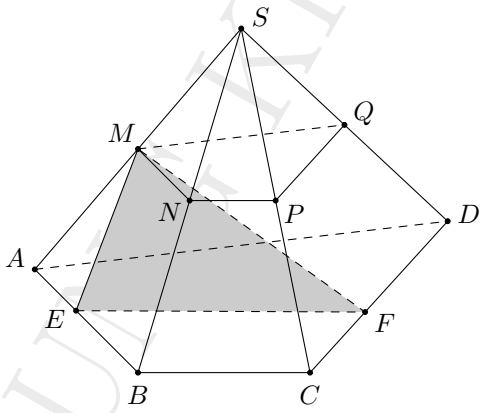
Bài 27. Bạn Chung cho rằng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) luôn song song với (Q). Phát biểu của bạn Chung có đúng không? Vì sao?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 28. Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d đôi một song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng (P). Một mặt phẳng cắt a, b, c, d lần lượt tại bốn điểm A', B', C', D'. Chứng minh rằng $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

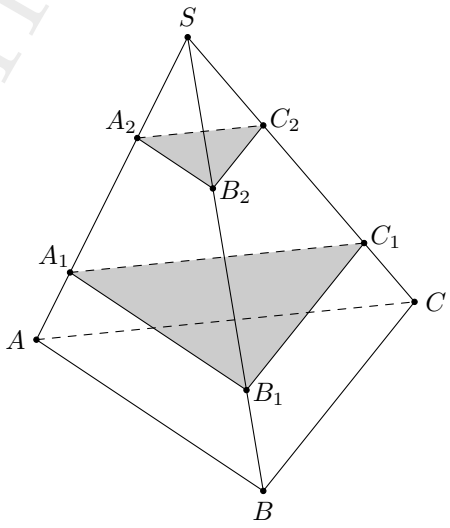
Bài 29.

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc cạnh AB và CD. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MEF) và mặt phẳng $(MNPQ)$.



Bài 30.

Cho hình tứ diện $SABC$. Trên cạnh SA lấy các điểm A_1, A_2 sao cho $A_2A_1 = 2A_1A$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) và lần lượt đi qua A_1, A_2. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại B_1, C_1. Mặt phẳng (Q) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại B_2, C_2. Chứng minh $B_2B_1 = 2B_1B$ và $C_2C_1 = 2C_1C$.



Bài 31. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (ABC)$.

Bài 32. Cho hai hình bình hành $ABCD$, $ABMN$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Chứng minh rằng $(ADN) \parallel (BCM)$.

Bài 33. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Lấy các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC.

a) Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (ABCD)$.

b) Giả sử mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q. Chứng minh rằng Q là trung điểm của SD.

Bài 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC, SA.

a) Chứng minh hai mặt phẳng (MNP) và (SCD) song song.

b) Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng SB tại Q. Chứng minh Q là trung điểm SB.

c) MP và NQ cắt nhau tại I. Chứng minh SI song song với AD và BC.

Bài 35. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ với mặt phẳng (ABC).

Bài 36. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Chứng minh rằng $(AFD) \parallel (BEC)$.

b) Gọi M là trọng tâm của tam giác ABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Tính $\dfrac{AN}{NC}$.

Bài 37. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trên một mặt phẳng. Lấy các điểm M và N lần lượt trên AC và BD sao cho $AM = BN$. Chứng minh rằng

a) Chứng minh $(BCE) \parallel (ADF)$.

b) $MN \parallel (CDEF)$.

Bài 38. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Ax, By, Cz, Dt là bốn nữa đường thẳng song song, cùng chiều và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) cắt chúng lần lượt tại A', B', C', D'.

a) Chứng minh hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(CC'D'D)$ song song.

b) Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $AA' + CC' = BB' + DD'$.

Bài 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm trên AD và (α) là mặt phẳng qua M và song song với AB và SC.

a) Chứng minh hai mặt phẳng (α) và (SDC) song song.

b) Chứng minh SD song song với mặt phẳng (α).

Bài 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm SA, SD và AD.

a) Chứng minh MN song song với mặt phẳng (SBC).

b) Chứng minh hai mặt phẳng (SCB) và (OMN) song song.

c) SK cắt MN tại I. Chứng minh OI song song với mặt phẳng (SCB).

d) Mặt phẳng (OMN) cắt AB tại H. Chứng minh H là trung điểm AB.

Bài 41. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD.

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q là trung điểm của AB, ON. Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

Bài 42. Cho tứ diện $ABCD$. I, J là hai điểm di động lần lượt trên các cạnh AD, BC sao cho $\dfrac{IA}{ID} = \dfrac{JB}{JC}$.

a) Chứng minh rằng IJ luôn song song với 1 mặt phẳng cố định.

b) Tìm tập hợp điểm M chia đoạn IJ theo tỉ số k cho trước.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O. M, N lần lượt là trung điểm của SA, CD.

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD. Chứng minh IJ song song (SAB).

c) Giả sử hai tam giác SAD, ABC đều cân tại A. Gọi AE, AF là các đường phân giác trong của các tam giác ACD và SAB. Chứng minh $EF \parallel (SAD)$.

Bài 44. Cho hai nửa đường thẳng chéo nhau Ax, By. M và N là hai điểm di động lần lượt trên Ax, By sao cho $AM = BN$. Vẽ $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BA}$.

a) Chứng minh MP có phương không đổi và MN luôn song song với 1 mặt phẳng cố định.

b) Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh rằng I nằm trên 1 đường thẳng cố định khi M, N di động.

Bài 45. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M', N'.

a) Chứng minh $(CBE) \parallel (ADF)$.

b) Chứng minh $(DEF) \parallel (MNN'M')$.

c) Gọi I là trung điểm của MN, tìm tập hợp điểm I khi M, N di động.

Bài 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$. Chứng minh rằng các đường phân giác ngoài của các góc BAC, CAD, DAB đồng phẳng.

Bài 47. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O với $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) di động luôn song song với mp(SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC.

a) Xác định hình phẳng giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp.

b) Tính diện tích hình phẳng trên theo a, b và $x = AI$.

Bài 48. Cho hai mặt phẳng $(P) \parallel (Q)$. ABC nằm trong (P) và đoạn thẳng MN nằm trong (Q).

a) Tìm giao tuyến của (MAB) và (Q); của (NAC) và (Q).

b) Tìm giao tuyến của (MAB) và (NAC).

Bài 49. Từ bốn đỉnh của hình bình hành $ABCD$ vẽ bốn nửa đường thẳng song song cùng chiều Ax, By, Cz, Dt không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt bốn nửa đường thẳng tại A', B', C', D'.

a) Chứng minh $(Ax, By) \parallel (Cz, Dt)$.

b) Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $AA' + CC' = BB' + DD'$.

Bài 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ADB.

a) Chứng minh $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

b) Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của $(G_1G_2G_3)$ với các mặt của tứ diện. Tính diện tích đa giác đó khi biết diện tích tam giác BCD là S.

c) M là điểm di động bên trong tứ diện sao cho G_1M luôn song song với (ACD). Tìm tập hợp các điểm M.

Bài 51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$.

a) Chứng minh $CB' \parallel (AHC')$.

b) Tìm giao điểm của AC' với (BCH).

c) Mặt phẳng (P) qua trung điểm của CC' và song song với AH và CB'. Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của lăng trụ. Tính tỉ số mà các đỉnh của đa giác chia cạnh tương ứng của lăng trụ.

Bài 52. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC'. Chứng minh rằng mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng (ABC).

Bài 53. Cho hình tứ diện $SABC$. Trên cạnh SA lấy các điểm A_1, A_2 sao cho $AA_1 = A_1A_2 = A_2S$. Gọi (P), (Q) là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) và lần lượt đi qua A_1, A_2. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại B_1, C_1. Mặt phẳng (Q) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại B_2, C_2. Chứng minh $BB_1 = B_1B_2 = B_2S$ và $CC_1 = C_1C_2 = C_2S$.

Bài 54. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB và CD. Qua các điểm A, D lần lượt vẽ các đường thẳng m, n song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh rằng mặt phẳng (B, m) và mặt phẳng (C, n) song song với nhau.

Bài 55. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ song song.

b) Chứng minh đường chéo AC' đi qua các trọng tâm G_1, G_2 của 2 tam giác $BDA', B'D'C$. Chứng minh G_1, G_2 chia đoạn AC' làm ba phần bằng nhau.

c) Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của $(A'B'G_2)$ với các mặt của hình hộp. Đa giác đó là hình gì?

Bài 56. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Trên AB, CC', $C'D'$, AA' lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = C'N = C'P = AQ = x$ $(0 \le x \le a)$.

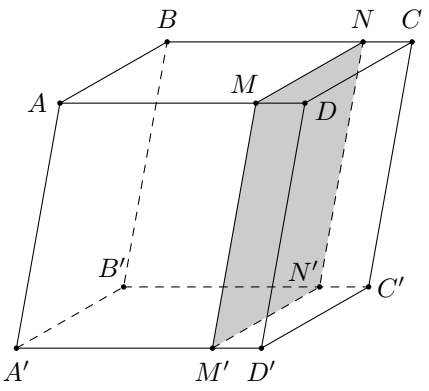
a) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng và MP, NQ cắt nhau tại 1 điểm cố định.

b) Chứng minh mp$(MNPQ)$ luôn chứa 1 đường thẳng cố định. Tìm x để $(MNPQ) \parallel (A'BC')$.

c) Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của $(MNPQ)$ với các mặt của hình lập phương. Đa giác đó là hình gì? Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của chu vi đa giác đó.

Bài 57.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng song song với mặt bên $(ABB'A')$ của hình hộp và cắt các cạnh AD, BC, $A'D'$, $B'C'$ lần lượt tại M, N, M', N'. Chứng minh rằng $ABNM.A'B'N'M'$ là hình hộp.



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

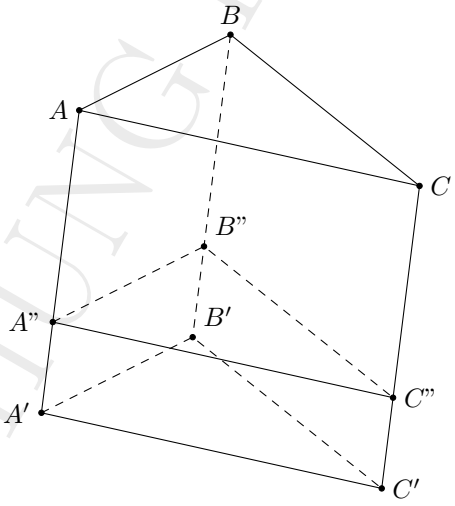
Bài 58. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

a) Tìm giao tuyến của $(AB'C')$ và $(BA'C')$.

b) Gọi M, N lần lượt là 2 điểm bất kì trên AA' và BC. Tìm giao điểm của $B'C'$ với mặt phẳng $(AA'N)$ và giao điểm của MN với mp$(AB'C')$.

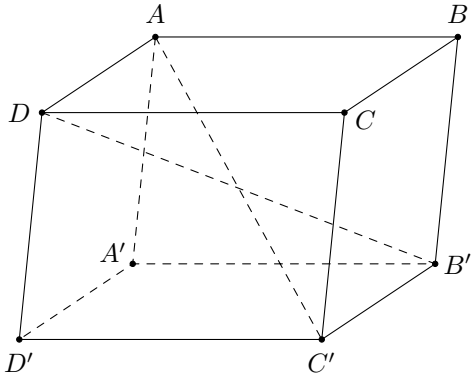
Bài 59.

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (hình vẽ bên). Một mặt phẳng song song với mặt đáy của hình lăng trụ cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại A", B", C". Chứng minh rằng $ABC.A"B"C"$ là hình lăng trụ.



Bài 60.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên). Chứng minh rằng các đường chéo AC', BD', CA' và DB' của hình hộp cùng đi qua trung điểm của mỗi đường.



Bài 61. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại A", B", C", D". Hỏi hình tạo bởi các điểm A, B, C, D, A", B", C", D" là hình gì?

Bài 62. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và $A'B'C'$. Chứng minh rằng

a) tứ giác $AGG'A'$ là hình bình hành.

b) $AGC.A'G'C'$ là hình lăng trụ.

Bài 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm của AD, O là giao điểm của AC và BE, I là điểm nằm trên đoạn OC. Mặt phẳng (P) qua I và song song với (SBE). Tìm các giao tuyến của các mặt của hình chóp với mặt phẳng (P).

Bài 64. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BB', AB', $B'C'$ và H là điểm bất kì thuộc cạnh AA' và (P) là mặt phẳng đi qua H và song song với mặt phẳng (MNP). Chứng minh các đoạn giao tuyến của hình lăng trụ với mặt phẳng (P) tạo thành một hình thang.

Bài 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD). Tìm giao tuyến của các mặt của hình chóp với mặt phẳng (P).

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M là trung điểm của AB. Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (α) đi qua M và song song với mặt phẳng (SAD) với các mặt của hình chóp. Đa giác đó là hình gì?

Bài 67. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên ba cạnh AB, DD', $C'B'$ lần lượt lấy ba điểm M, N, P không trùng với các đỉnh sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{D'N}{D'D}=\dfrac{B'P}{B'C'}$. Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (MNP) với các mặt của hình hộp.

Bài 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình thoi cạnh a, SAD là tam giác đều. Gọi M là một điểm thuộc cạnh AB, $AM=x$, (P) là mặt phẳng qua M song song với (SAD). Tính diện tích đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp.

Bài 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tam giác SAB đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SA, SB và M là một điểm trên cạnh AD, mặt phẳng (HKM) cắt BC tại N. Đặt $AM=x\,(0\le x\le a)$. Tính giá trị x để diện tích đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của $(HKMN)$ với các mặt của hình chóp đạt giá trị nhỏ nhất.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Câu 3. Trong các mệnh đều sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.
D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Các cạnh bên của hình chóp cụt đôi một song song.
B. Các mặt bên của hình chóp cụt đều là các hình thang.
C. Hai đáy của hình chóp cụt là hai đa giác đồng dạng.
D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Câu 5. Trong các mệnh đều sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Trong hình chóp cụt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
B. Các mặt bên của hình chóp cụt là các hình thang.
C. Các mặt bên của hình chóp cụt là các hình thang cân.
D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cụt đồng quy tại một điểm.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β)?

A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ (với (γ) là mặt phẳng nào đó).
B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β).
C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β).
D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β).

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β).
B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β).
C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $(a) \parallel (\beta)$.
D. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α).

Câu 8. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β), đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β).

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu

A. chúng không có điểm chung.
B. chúng có một đường thẳng chung.
C. chúng có đúng một điểm chung.
D. chúng có ít nhất một điểm chung.

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hình hộp là hình tứ diện.
B. Hình tứ diện là hình hộp.
C. Hình lập phương là hình hộp.
D. Hình hộp là hình lập phương.

Câu 11. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Qua một điểm bất kỳ có một và chỉ một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước.
B. Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.
C. Ba mặt phẳng phân biệt đôi một song song với nhau cắt trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
D. Hai mặt phẳng song song cắt mặt phẳng thứ ba theo hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 12. Cho mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng c. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu $a \parallel c$ thì $(P) \parallel (Q)$.
B. Nếu $b \parallel c$ thì $(P) \parallel (Q)$.
C. Nếu $a \parallel (Q)$ và $b \parallel (Q)$ thì $(P) \parallel (Q)$.
D. Nếu a, b cắt nhau, $a \parallel (Q)$ và $b \parallel (Q)$ thì $(P) \parallel (Q)$.

Câu 13. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q). Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q). Gọi I là trung điểm của MN. Chọn khẳng định **đúng**.

A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q).
B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q).
C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P).
D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P).

Câu 14. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P)?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.
B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$. **D.** $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.
C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a$, $(\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Câu 16. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$. **B.** $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$. **D.** a và b chéo nhau.

Câu 17. Hai đường thẳng a và b nằm trong (α). Hai đường thẳng a' và b' nằm trong (β). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$. **B.** Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.
C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$. **D.** Nếu a cắt b và $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 18. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ. Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. p và q cắt nhau. **B.** p và q chéo nhau.
C. p và q song song. **D.** Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (NOM) cắt (OPM). **B.** $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$. **D.** $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành. **B.** Tam giác cân. **C.** Tam giác vuông. **D.** Tam giác đều.

Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. **B.** $(ABB'A') \parallel (DCC'D')$.
C. $(ACC'A') \parallel (ABD)$. **D.** $(A'B'C') \parallel (ABD)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAD). **B.** (SAC). **C.** (SBD). **D.** (SBC).

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh SC, SB, CD. Khẳng định nào đúng?

A. $(OMN) \parallel (SBD)$. **B.** $(OME) \parallel (SBD)$. **C.** $(SCD) \parallel (SAB)$. **D.** $(OMN) \parallel (SAD)$.

Câu 24. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Gọi O, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh FD, FA, FC, EB, FB. Khẳng định nào sai?

A. $(OMN) \parallel (ABC)$. **B.** $(OMN) \parallel (ACD)$. **C.** $(DMN) \parallel (ACP)$. **D.** $(DMN) \parallel (ACQ)$.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm các cạnh GH, GF, BD. Mặt phẳng (AFH) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (OMN). **B.** (GBD). **C.** (AMN). **D.** (BCD).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi O, M, N lần lượt là tâm của các hình $ABCD$, $CGHD$, $EFGH$.
Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $(OMN) \parallel (BFC)$. **B.** $(OMN) \parallel (CGF)$. **C.** $(OMN) \parallel (ABE)$. **D.** $(OMN) \parallel (AEH)$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, AC cắt BD tại O và $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó mặt phẳng $(AB'D')$ sẽ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(A'O'C')$. **B.** (BDA'). **C.** (BDC'). **D.** (BDC).

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(ABCD)$ với $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (CIJ). **D.** (SLC).

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ABCD)$. **B.** (SBC). **C.** (SAB). **D.** (SCD).

Câu 30. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD, ABC, và M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BD, CD, BC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(DJK) \parallel (ABC)$. **B.** $(IJK) \parallel (BCD)$. **C.** $(KMN) \parallel (ABC)$. **D.** $(IJK) \parallel (AMD)$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACC' và $AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

A. $(BC'A)$. **B.** (ABA'). **C.** $(BB'C')$. **D.** $(CC'A)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{16}{9}$. **B.** $\dfrac{14}{9}$. **C.** $\dfrac{25}{9}$. **D.** 1.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O, $AB = 8$, $SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB). Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{5}$. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\Delta \parallel AB$. **B.** $\Delta \parallel AC$. **C.** $\Delta \parallel BC$. **D.** $\Delta \parallel AA'$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (AHC'). **B.** $(AA'H)$. **C.** (HAB). **D.** $(HA'C)$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CB'. **B.** BB'. **C.** BC. **D.** BA'.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.
B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.
C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$.
D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.

Câu 39. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $ABCD$ là hình bình hành.
B. Các đường thẳng A_1C, AC_1, DB_1, D_1B đồng quy.
C. $(ADD_1A_1) \parallel (BCC_1B_1)$.
D. AD_1CB là hình chữ nhật.

Câu 40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.
B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.
C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Câu 41. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A'BC) \parallel (AB'C')$. **B.** $(BA'C') \parallel (B'AC)$. **C.** $(ABC') \parallel (A'B'C)$. **D.** $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với

A. $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$. **C.** (ADD'). **D.** $(BB'A')$.

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. **B.** $(AB'D') \parallel (C'BD)$. **C.** $(DA'C') \parallel (ACB)$. **D.** $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với

A. $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$. **C.** (ADD'). **D.** $(BB'A')$.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(IJK) \parallel (SAB)$. **B.** $(IJK) \parallel (SAC)$. **C.** $(IJK) \parallel (SDC)$. **D.** $(IJK) \parallel (SBC)$.

Câu 46. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(A'C'C)$. **C.** $(BC'D)$. **D.** (BDA').

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(C'BD)$ song song với mặt phẳng

A. $(A'B'C'D')$. **B.** $(BCC'B')$. **C.** $(B'D'C)$. **D.** $(B'D'A)$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy AD, BC. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (JAD) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (IBC) cắt SA, SD lần lượt tại P, Q. Phát biểu nào dưới đây sai?

A. MN song song với (SPQ).
B. PQ song song với (JBC).
C. $(MNPQ)$ song song với $(ABCD)$.
D. (IBC) song song với (JAD).

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SCD). **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAB).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD. Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SAB). **C.** (SAD). **D.** (SCD).

Câu 52. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(DC'D')$. **B.** (CDA'). **C.** $(A'DD')$. **D.** $(A'C'A)$.

Câu 53. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Biết K là trung điểm AD. Mặt phẳng (OKO') song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(BCC'B')$. **B.** $(DCC'D')$. **C.** $(A'C'CA)$. **D.** (BDA').

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.
B. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.
C. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
D. $(BA'D') \parallel (ADC)$.

Câu 55. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 56. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $BB'DC$ là một tứ giác.
B. $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.
C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
D. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

Câu 57. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC', $AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

A. $(BC'A)$. **B.** $(AA'B)$. **C.** $(BB'C)$. **D.** $(CC'A)$.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SCD). **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAB).

Câu 59. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. BA'. **B.** BB'. **C.** BC. **D.** CB'.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD; N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \dfrac{NC}{2}$; P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \dfrac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC.
B. MN cắt (SBC).
C. $(MNP) \parallel (SAD)$.
D. $MN \parallel (SBC)$ và $(MNP) \parallel (SBC)$.

Câu 61. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O', không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB, xét các khẳng định:

(I): $(ADF) \parallel (BCE)$;

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- **(II):** $(MOO') \parallel (ADF)$;
- **(III):** $(MOO') \parallel (BCE)$;
- **(IV):** $(ACE) \parallel (BDF)$.

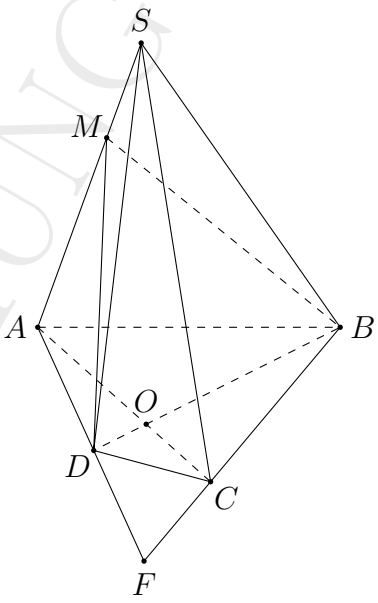
Những khẳng định nào đúng?

A. I. **B.** I; II. **C.** I; II; III. **D.** I; II; III; IV.

Câu 62.

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cạnh đối không song song. Gọi $O = AC \cap BD$, $F = BC \cap AD$. Điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến (d) của cặp mặt phẳng (MBD) và (SAC).

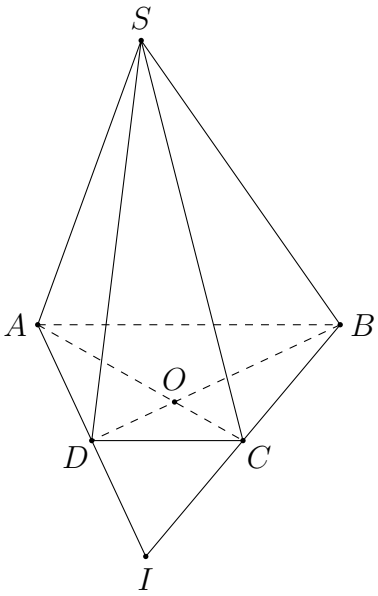
A. $d = SO$. **B.** $d = SF$. **C.** $d = MO$. **D.** $d = MF$.



Câu 63.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $(AB \parallel CD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AD và BC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là SC.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI.
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SID) và (SCO) là SI.



Câu 64. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC). Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA. Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Đoạn thẳng song song với AB. **B.** Tập hợp rỗng.
C. Đường thẳng song song với AB. **D.** Nửa đường thẳng.

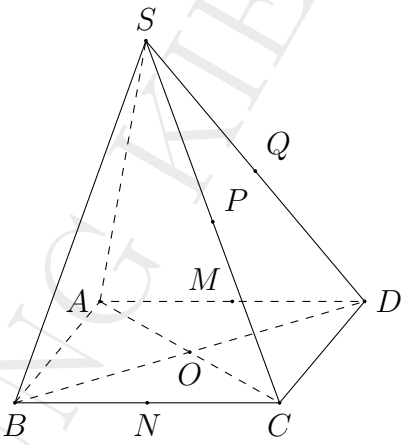
Câu 65. Nếu một mặt phẳng cắt các mặt của một lăng trụ tam giác theo các đoạn giao tuyến lập thành một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 3 cạnh. **B.** 4 cạnh. **C.** 5 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Câu 66.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, SC, SD. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB). Giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là



A. MN và PN. **B.** MN và PQ.
C. QP và QM. **D.** NP và MQ.

Câu 67. Nếu một mặt phẳng cắt các mặt của một hình hộp theo các đoạn giao tuyến lập thành một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

A. 4 cạnh. **B.** 5 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 7 cạnh.

Câu 68. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến lập thành một

A. tam giác. **B.** hình thang. **C.** hình bình hành. **D.** hình chữ nhật.

Câu 69. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác (T). Khẳng định nào sau đây không **sai**?

A. (T) là hình chữ nhật. **B.** (T) là hình bình hành.
C. (T) là hình thoi. **D.** (T) là hình vuông.

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi I là trung điểm đoạn CD, M là điểm nằm trên đoạn BC (M khác B và C). Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI), cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác vuông cân. **B.** tam giác đều. **C.** hình bình hành. **D.** tam giác cân.

Câu 71. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác. **B.** hình thang. **C.** hình bình hành. **D.** hình chữ nhật.

Câu 72. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) chứa BD và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác đều. **B.** tam giác thường. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình bình hành.

Câu 73. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mặt phẳng (α) qua AC và song song với BB' cắt các mặt của hình lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính chu vi đa giác này.

A. $2(1+\sqrt{2})a$. **B.** a^3. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $(1+\sqrt{2})a$.

Câu 74. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC), mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** tam giác cân tại M. **C.** tam giác đều. **D.** hình thoi.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 75. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC), mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp $S.ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình thang. **D.** hình vuông.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình bình hành. **C.** tứ giác. **D.** tam giác.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ $(0 < x < a)$ cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** tam giác. **C.** tứ giác. **D.** hình thang.

Câu 78. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt các mặt của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thang. **B.** hình ngũ giác. **C.** hình lục giác. **D.** hình tam giác.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 79. Cho hai đường thẳng a và b nằm trong mặt phẳng (α). Hai đường thẳng a' và b' nằm trong mặt phẳng (β). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.		
b) Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.		
c) Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.		
d) Nếu a cắt b, a cắt b và $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.		

Câu 80. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) Cho (a) và (b) là hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt (a) thì nó cũng cắt (b).		
b) Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.		
c) Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến đó song song với nhau.		
d) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.		

Câu 81. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Nếu mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với (Q) thì (P) song song với (Q).		
c) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).		
d) Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với (Q) thì (P) song song với (Q).		

Câu 82. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) BD' và $B'C'$ chéo nhau.		
b) $A'C$ và DD' chéo nhau.		
c) DC' và AB' chéo nhau.		
d) $AB'C'D$ và $A'BCD'$ là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.		

Câu 83. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AD \parallel (BEF)$.		
b) $(AFD) \parallel (BEC)$.		
c) $(ABD) \parallel (EFC)$.		
d) Sáu điểm A, B, C, D, E, F là 6 đỉnh của một hình lăng trụ tam giác.		

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi E là một điểm bất kỳ thuộc cạnh SA và (P) là mặt phẳng qua E và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của mp(P) với mặt bên (SAB) là đường thẳng đi qua E và song song với CD.		
b) Giao tuyến của mp(P) với mặt bên (SBC) là đường thẳng song song với BC.		
c) Giao tuyến của mp(P) với mặt bên (SCD) là đường thẳng song song với BD.		
d) Hình tạo bởi các giao tuyến của mp(P) với các mặt bên của hình chóp là hình bình hành.		

Câu 85. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) mp(AA', BB') song song với mp(CC', DD').		
b) $A'B' \parallel C'D'$.		
c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' \parallel AA'$.		

Câu 86. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, $A'B'C'$, ACC'. Gọi M, M' và N lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$ và CC'. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AMM'A'$ là hình bình hành.		
b) $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{1}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) (IKG) cắt $(BCC'B')$.		
d) $(A'KG) \parallel (AIB')$.		

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $HI \parallel (ABCD)$.		
b) $(HIK) \parallel (ABCD)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) SM và HI chéo nhau.		
d) (SMN) cắt (HIK).		

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $MN \parallel (SBC)$.		
b) $(OMN) \parallel (SBC)$.		
c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).		
d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB).		

Câu 89. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD$, $B'D'C$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A'D'CB$ là hình bình hành.		
b) $(A'BD) \parallel (B'D'C)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'.		
d) $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AC'$.		

Câu 90. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm $\triangle ABE$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $EFDC$ là hình thang.		
b) $FD \parallel EC$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $(ADF) \parallel (BCE)$.		
d) $\dfrac{AN}{NC} = 3$.		

Câu 91. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $(BDA') \parallel (B'D'C)$.		
b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.		
c) $AG_1 = 2G_1G_2$.		
d) Mặt phẳng $(A'B'G_2)$ cắt hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành.		

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) ON chéo nhau với SB.		
b) $(OMN) \parallel (SBC)$.		
c) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC).		
d) Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR) \parallel (SCD)$.		

Câu 93. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $II' \parallel BB'$.		
b) $AA'I'I$ là hình bình hành.		
c) IA' song song $(AB'C')$.		
d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng AI', $A'I$.		

Câu 94. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, $A'B'C'$, ACC'. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AMM'A'$ là hình bình hành.		
b) $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{1}{3}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) (IKG) cắt $(BCC'B')$.		
d) $(A'KG) \parallel (AIB')$.		

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $HI \parallel (ABCD)$.		
b) $(HIK) \parallel (ABCD)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) SM và HI chéo nhau.		
d) (SMN) cắt (HIK).		

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $MN \parallel (SBC)$.		
b) $(OMN) \parallel (SBC)$.		
c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).		
d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB).		

Câu 97. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $(BDA') \parallel (B'D'C')$.		
b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.		
c) $AG_1 = 2G_1G_2$.		
d) Mặt phẳng $(A'B'G_2)$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành.		

Câu 98. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD$, $B'D'C$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A'D'CB$ là hình bình hành.		
b) $(A'BD) \parallel (B'D'C)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'.		
d) $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AC'$.		

Câu 99. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm $\triangle ABE$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $EFDC$ là hình thang.		
b) $FD \parallel EC$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $(ADF) \parallel (BCE)$.		
d) $\dfrac{AN}{NC} = 3$.		

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) ON chéo nhau với SB.		
b) $(OMN) \parallel (SBC)$.		
c) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC).		
d) Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR) \parallel (SCD)$.		

Câu 101. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $II' \parallel BB'$.		
b) $AA'I'I$ là hình bình hành.		
c) IA' song song $(AB'C')$.		
d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng AI', $A'I$.		

Câu 102. Cho tứ diện $ABCD$ gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IJ \parallel CD$.		
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC.		
c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N. Khi đó $2IJ+3MN = 17$.		
d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N. Khi đó $3IJ+2MN = 18$.		

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O. Gọi I là trung điểm SO. Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD).		
b) Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$.		
c) Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$.		
d) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM. Khi đó SK và BC chéo nhau.		

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD, K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE.		
b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N. Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành.		
c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm.		
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\triangle KMN}}{S_{\triangle KEF}} = \frac{2}{3}$.		

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD. Khi đó

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

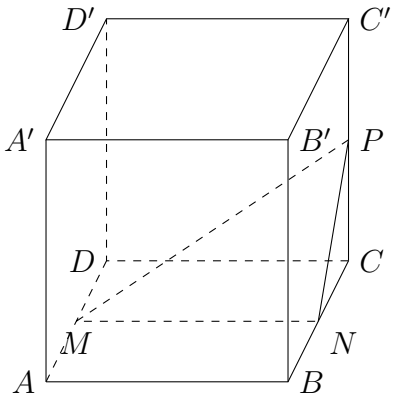
Phát biểu	Đ	S
a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD).		
b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC.		
c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD.		
d) $CD \parallel IJ$.		

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB.		
b) Giao tuyến $(SCD);(SAD)$ và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB.		
c) Gọi $M \in SC$ giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.		
d) Gọi $N \in SB$ giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB.		

Câu 107.

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, CC'. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $A'B' \parallel (MNP)$.		
b) $(MNP) \parallel (BC'D')$.		
c) $(MNP) \subset (B'C'D')$.		
d) DD' cắt (MNP).		

Câu 108. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, $A'B'C'$, ACC'. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $BB' \parallel (ACC'A')$.		
b) $(ABC) \parallel (A'B'C')$.		

Phát biểu	Đ	S
c) IG cắt $(BCC'B')$.		
d) $(IKG) \parallel (BCC'B')$.		

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 9$; $SB = 12$; $SC = 15$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM = 4$; $MN = 3$; $NA = 2$. Vẽ hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt đi qua M, N cắt SB theo thứ tự tại M'; N' và cắt SC theo thứ tự tại M''; N''. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $SM' = 4$.		
b) $M'N' = 4$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $M'N' + M''N'' = 9$.		
d) $N''C = \dfrac{10}{3}$.		

Câu 110. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD$; $B'D'C$. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $A'D'CB$ là hình bình hành.		
b) $(A'BD) \parallel (B'D'C)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'.		
d) $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 111. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

a) Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

b) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

c) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

d) Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q). Khi đó, nếu $a \parallel a'$; $b \parallel b'$ thì $(P) \parallel (Q)$.

e) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.

KQ: | | | | |

Câu 112. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

a) $AC \parallel B'D'$. b) $(BB'D') \parallel (ACC')$. c) $(AA'D) \parallel (BCC')$.

d) AD' cắt $(A'BC')$. e) $(DD'C) \parallel (AA'B)$. f) $(ABCD) \parallel (A'D'C'B')$.

KQ: | | | | |

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $AB = 8$ Hai cạnh bên $SA = SB = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB). Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp. Giả sử đa giác đó có diện tích bằng $a\sqrt{5}$, tính a.

KQ: | | | | |

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 2. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (α) song song với (SBD) và qua trung điểm I của đoạn thẳng AO. Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp. Gọi S là diện tích đa giác đó, tính S^2.

KQ: | | | | |

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = \sqrt{5}$, hai đáy $AB = 11$, $CD = 7$. Mặt phẳng (α) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $2SO = 5SI$. Xác định đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp. Tính diện tích đa giác đó.

KQ: | | | | |

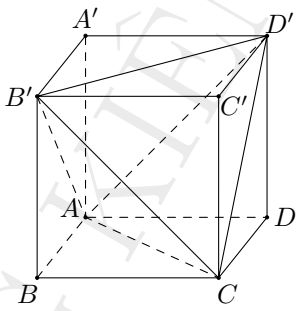
Câu 116. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD). Tính diện tích đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 — HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 117.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt các mặt của tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC), các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích của đa giác đó được khi $a = 6$. KQ: | | | | |



Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). Khi $a = 7$, tính diện tích đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) với hình chóp. KQ: | | | | |

Câu 119. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', $B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$. KQ: | | | | |

Câu 120. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q sao cho $AM = 5$, $BN = 8$, $CP = 7$. Tính DQ. KQ: | | | | |

Câu 121. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh AA', BB', CC', sao cho $AM = \dfrac{1}{2}AA'$, $BN = \dfrac{1}{3}BB'$, $CP = \dfrac{1}{4}CC'$. Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng DD'. Khi đó tỉ số $\dfrac{D'Q}{DD'}$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 122. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có hai đáy là AB, CD, $AB = 2CD$. Điểm M thuộc cạnh AD (M không trùng với A và D) sao cho $\dfrac{MA}{AD} = x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB). Tìm x để diện tích đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp bằng một nửa diện tích tam giác SAB. KQ: | | | | |

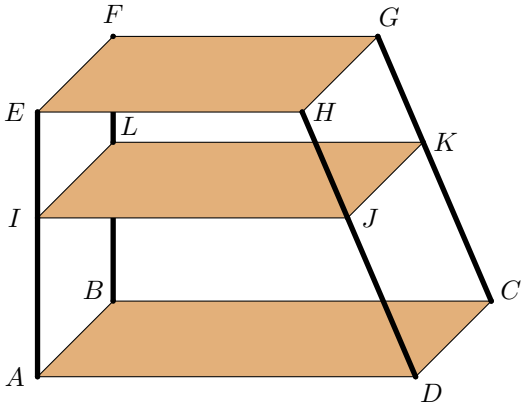
Câu 123. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang và $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. Gọi $O = AC \cap BD$. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SC} = \dfrac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF). Gọi P là giao điểm của SD với (α). Tính $\dfrac{SP}{SD}$. KQ: | | | | |

Câu 124. Một khay đá viên gồm 6 ngăn nhỏ có dạng là các hình chóp cụt với miệng và đáy là hình vuông. Đo được độ dài cạnh đáy nhỏ, cạnh đáy lớn lần lượt bằng 10 mm, 30 mm và chiều cao mặt bên bằng 27 mm. Tính chiều cao của một ngăn đá. KQ: | | | | |

Câu 125.

Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $(ABCD)$ và mâm tầng trên $(EFGH)$ song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 100$ cm, $CG = 120$ cm và muốn đóng thêm mâm tầng giữa $(IJKL)$ song song với hai mâm tầng trên, tầng dưới và $EI = 42$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng KG.

KQ: | | | | |



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 4

§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG

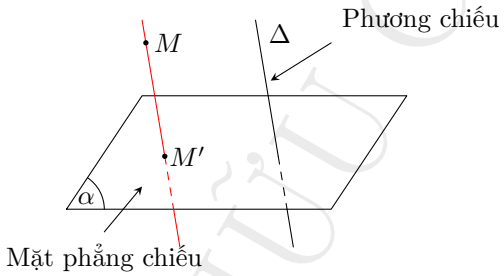
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Phép chiếu song song

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian ta xác định điểm M' như sau:

- Nếu M thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và Δ.
- Nếu M không thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và đường thẳng qua M song song với Δ. Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ lên (α) theo phương Δ.

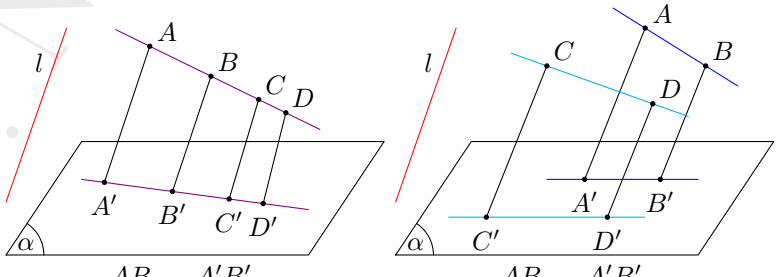
Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương Δ được gọi là phương chiếu.



Cho hình $\mathcal{H}$. Tập hợp $\mathcal{H}'$ các hình chiếu M' của các điểm M thuộc qua phép chiếu song song được gọi là hình chiếu của $\mathcal{H}$ qua phép chiếu song song đó.

2 Tính chất của phép chiếu song song

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

3 Hình biểu diễn của một hình ở trong không gian

Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.
Hình biểu diễn của các hình thường gặp

- Tam giác: Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác có dạng tùy ý cho trước (có thể là tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông,v.v...)
- Hình bình hành: Một hình bình hành bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tùy ý cho trước (có thể là hình bình hành, hình vuông, hình thoi, hình chữ nhật...)
- Hình thang: Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.
- Hình tròn: Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn cho hình tròn

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

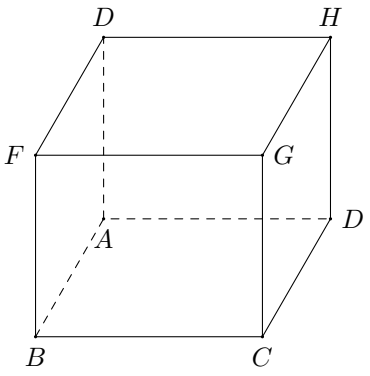
DẠNG 1 Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian

Để vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian, ta cần chú ý một số điểm sau:

- Nếu trên hình $\mathscr{H}$ có hai đoạn thẳng cùng phương thì trên hình $\mathscr{H}'$ hình chiếu của hai đoạn thẳng đó phải cùng phương. Tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải bằng tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên H.
- Trung điểm của một đoạn thẳng có hình chiếu là trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.
- Trong tam giác có một góc tù, ta cần chú ý chân đường cao kẻ từ đỉnh của góc nhọn không nằm trên cạnh đối diện mà nằm ở trên phần kéo dài của cạnh ấy.
- Một góc bất kì có thể biểu diễn cho mọi góc (nhọn, vuông, tù).
- Một tam giác bất kì có thể là hình biểu diễn của mọi tam giác (cân, đều, vuông).
- Hình bình hành có thể dùng làm hình biểu diễn cho các hình có tính chất của hình bình hành (vuông, thoi, chữ nhật,...)
- Một đường tròn được biểu diễn bởi một đường elip hoặc một đường tròn, hoặc đặc biệt có thể là một đoạn thẳng.

Bài 1.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BC và theo phương BG.



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 2. Cho tam giác ABC. Hãy chọn mặt phẳng chiếu (P) và phương chiếu d để hình chiếu của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) là

a) một tam giác cân.

b) một tam giác vuông.

Bài 3. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.

a) Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC'.

b) Gọi M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB. Xác định hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC'.

Bài 4. Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2CD$.

Bài 5. Vẽ hình biểu diễn của một lục giác đều.

Bài 6. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi $A'B'C'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d. Chứng minh rằng tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Bài 7. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, biến M thành M'. Chứng minh rằng $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

DẠNG 2 Các bài toán liên quan đến phép chiếu song song

Các bài toán liên quan đến phép chiếu song song thường là dựa vào các tính chất của phép chiếu song song để chứng minh một vấn đề nào đó. Cần chú ý rằng trong các bài toán dạng này, việc tìm phương chiếu đóng vai trò khá quan trọng.

Bài 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD.

a) Chứng minh hình chiếu G' của điểm G trên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AB là trọng tâm của tam giác BCD.

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và AC. Tìm hình chiếu song song của các điểm M, N theo phép chiếu nói trên.

Bài 9. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $BCC'B'$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Tìm điểm M trên đoạn DB', và điểm N trên đường chéo AC sao cho $MN \parallel BC'$.

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Tìm ảnh của $\triangle MNE$ trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (ABC) theo phương SC.

b) Tìm ảnh của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên (ABC) theo phương trung tuyến SI của $\triangle SAB$.

Bài 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$, xác định hình chiếu của tam giác $C'MN$.

Bài 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.

a) Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC'.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Gọi M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB. Xác định hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC'.

Bài 13. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi $A'B'C'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d. Chứng minh rằng tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Bài 14. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, biến M thành M'. Chứng minh rằng $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

Bài 15. Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2CD$.

Bài 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC'. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, đồng thời cắt AN và $A'B$. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{IM}{IJ}$.

Bài 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', $B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 18. Những mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là **đúng**?

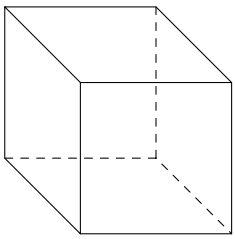
a) Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.

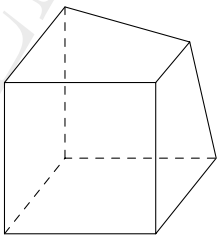
c) Phép chiếu song song biến tam giác đều thành tam giác cân.

d) Phép chiếu song song biến hình vuông thành hình bình hành.

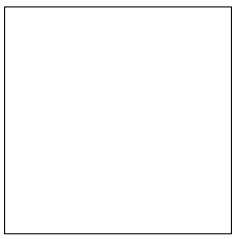
Bài 19. Trong các *Hình a, b, c*, hình nào biểu diễn hình lập phương?



a)

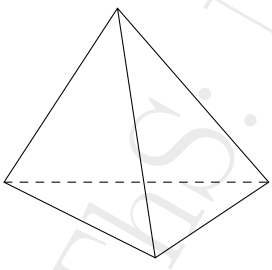


b)

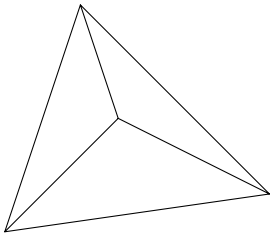


c)

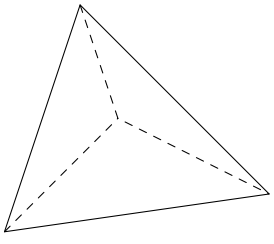
Bài 20. Trong các Hình $a), b), c)$, hình nào là hình biểu diễn cho hình tứ diện?



a)



b)



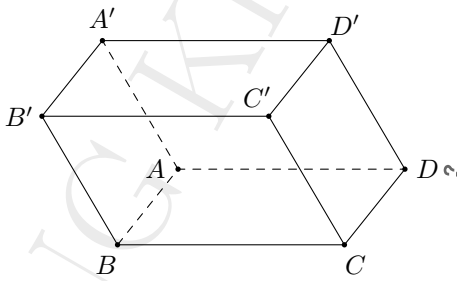
c)

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 21. Nếu tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC qua một phép chiếu song song thì tam giác ABC có phải là hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ qua một phép chiếu song song hay không? Hãy giải thích.

Bài 22.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình bên). Xác định ảnh của các điểm A', B', C', D' qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'A$.



Bài 23. Cho mặt phẳng (P), đoạn thẳng AB và đường thẳng ℓ cắt mặt phẳng (P). Giả sử đường thẳng AB không song song với ℓ. Nêu cách xác định hình chiếu song song của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) theo phương ℓ.

Bài 24. Cho mặt phẳng (P), tam giác ABC và đường thẳng ℓ cắt mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AB, BC, CA đều không song song hoặc trùng với đường thẳng ℓ. Xác định hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương ℓ trong mỗi trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (ABC) không song song với ℓ;

b) Mặt phẳng (ABC) song song hoặc chứa ℓ.

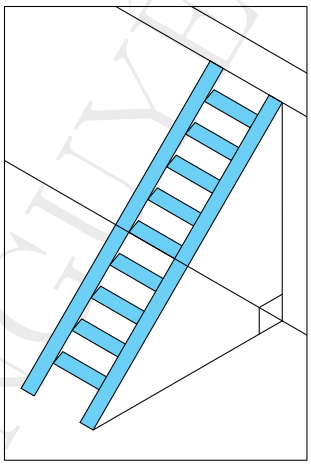
Bài 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$.

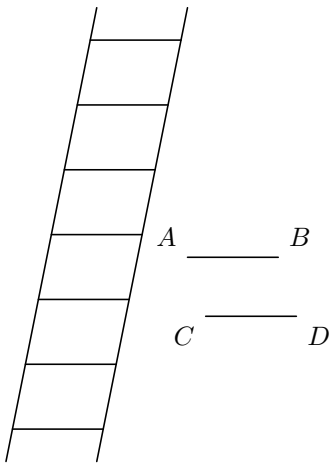
Bài 26. Vẽ hình biểu diễn của

a) Một tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn;

b) Một lục giác đều.

Bài 27. Trong hình bên dưới, AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời. Hãy giải thích tại sao AB song song với CD.





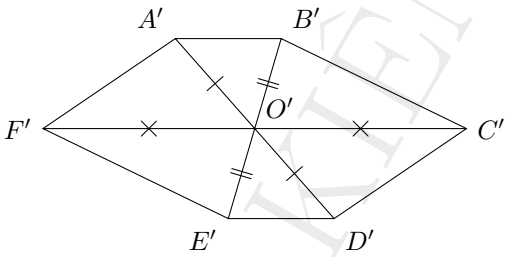
Bài 28. Phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Chứng minh rằng phép chiếu đó biến trọng tâm của tam giác ABC thành trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Bài 29. Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2$ cm, $CD = 6$ cm.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 30.

Hình vẽ bên có thể là hình biểu diễn của một hình lục giác đều hay không? Vì sao?



D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng song song.
B. Hình chiếu song song của một hình bình hành là một hình bình hành.
C. Phép chiếu song song biến một tam giác thành một tam giác nếu mặt phẳng chứa tam giác không cùng phương với phương chiếu.
D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì song song.
C. Hình chiếu song song của một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình chiếu song song của một lục giác đều là một lục giác đều.

Câu 4. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b'. Khi đó:

A. a và b phải song song với nhau.
B. a và b phải cắt nhau.
C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.
D. a và b không thể song song.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì song song.
C. Hình chiếu song song của hai một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình chiếu song song của một lục giác đều là một lục giác đều.

Câu 6. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b'. Khi đó

A. a' và b' phải song song với nhau.
B. a' và b' phải cắt nhau.
C. a' và b' có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.
D. a' và b' không thể song song.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b'. Khi đó

A. a và b phải song song với nhau.
B. a và b phải cắt nhau.
C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.
D. a và b không thể song song.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.
C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.
D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.

Câu 9. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thoi.

Câu 10. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau không thể có vị trí nào trong các vị trí tương đối sau?

A. Cắt nhau. **B.** Chéo nhau. **C.** Song song. **D.** Trùng nhau.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.
B. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.
C. Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
D. Hình chiếu song song của đường thẳng là đường thẳng.

Câu 12. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành

A. hai đường thẳng song song. **B.** hai đường thẳng trùng nhau.
C. hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau. **D.** hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 13. Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D có hình chiếu song song trên mặt phẳng (P) lần lượt là bốn điểm A', B', C', D'. Những trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

A. Hình bình hành. **B.** Hình tam giác cân.
C. Đoạn thẳng. **D.** Bốn điểm thẳng hàng.

Câu 14. Hình chiếu song song của một hình thang $ABCD$ không thể là hình nào dưới đây?

A. $A'B'C'D'$ là bốn đỉnh của một hình bình hành.
B. D' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.
C. D' là trung điểm cạnh $A'B'$.
D. Hai điểm B', C' nằm giữa hai điểm A' và D'.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu của tam giác $A'D'C'$ theo phương $B'B$ lên mặt phẳng (ABC) là hình nào?

A. ADC. **B.** ADB. **C.** BCD. **D.** ABC.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD. Hình chiếu G' của điểm G trên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AB là

A. Trọng tâm của tam giác BCD. **B.** Trung điểm BC.
C. Trung điểm CD. **D.** Trung điểm BI với I là trung điểm CD.

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. A' hình chiếu của A trên $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương là đường thẳng nào?

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

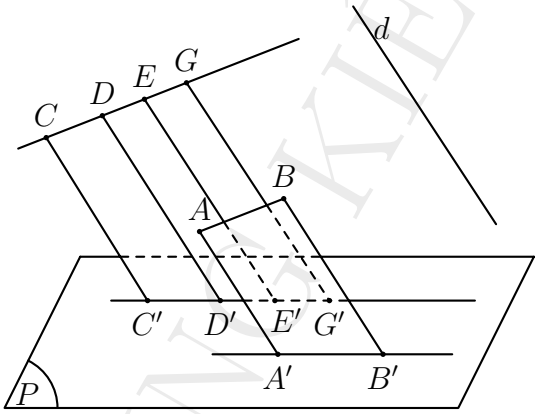
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. CC'. **B.** CA'. **C.** $C'A'$. **D.** $B'A'$.

Câu 18.

Trong hình bên, ta có phép chiếu song song theo phương d và mặt phẳng chiếu (P); $AB \parallel CG$ và $AB = DG$; A', B', C', D', E', G' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, E, G qua phép chiếu nói trên. Khi đó, có bao nhiêu khẳng định đúng trong các mệnh đề sau

(i) $\dfrac{DG}{AB} = \dfrac{D'G'}{A'B'} = 1$. (ii) $\dfrac{C'D'}{D'E'} = \dfrac{CD}{DE}$. (iii) $D'G' = A'B'$.



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

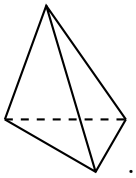
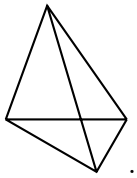
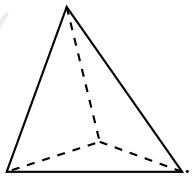
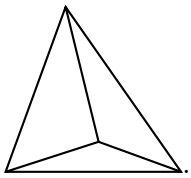
Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' mặt phẳng chiếu là $(A'B'C')$ biến G thành G'. Tìm mệnh đề đúng?

A. G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. **B.** G' là trung điểm của $A'B'$.
C. G' là trực tâm tam giác $A'B'C'$. **D.** G' là trung điểm của $B'C'$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \dfrac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ theo phương của đường thẳng SO lần lượt là P, Q. Tính tỉ số $\dfrac{OP}{OQ}$.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 21. Trong không gian, hình nào không phải là hình biểu diễn của hình chóp tam giác?

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

Câu 22. Hình biểu diễn của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ lên $(BC'D)$ theo phương AB là

A. Một tam giác. **B.** Một hình bình hành.
C. Một ngũ giác. **D.** Một lục giác.

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình biểu diễn của $\triangle A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$ là

A. Một tam giác ABC.
B. Một tam giác BCI, với I là điểm sao cho C là trung điểm của DI.
C. Một tam giác ACD.
D. Một tam giác DCM, với M là điểm sao cho C là trung điểm của BM.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$, $AB = 3CD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm SB, SC và K là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN). Tính tỷ số $\dfrac{SK}{SD}$.

A. $\dfrac{SK}{SD} = \dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{SK}{SD} = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{SK}{SD} = \dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{SK}{SD} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. A'. **B.** C'. **C.** B'. **D.** I'.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (BCD) là điểm nào sau đây?

A. D.
B. Trung điểm của CD.
C. Trung điểm của BD.
D. Trọng tâm tam giác BCD.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một mặt phẳng.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S.
B. Trung điểm của SD.
C. A.
D. D.

Câu 29. Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác. Yếu tố nào sau đây được bảo toàn?

A. Đường phân giác.
B. Trung điểm của một cạnh.
C. Đường cao.
D. Tâm đường tròn ngoại tiếp.

Câu 30. Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là

A. giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC.
B. giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC.
C. giao điểm của hai đường cao của tam giác ABC.
D. giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC.

Câu 31. Hình biểu diễn của một tam giác đều là hình nào sau đây?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác cân. **C.** Tam giác vuông. **D.** Tam giác.

Câu 32. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC. Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC. **B.** Trung điểm AB. **C.** Điểm A. **D.** Điểm B.

Câu 33. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là

A. Đoạn thẳng MN. **B.** Điểm O. **C.** Tam giác CMN. **D.** Đoạn thẳng BD.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$, $A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

A. O'. **B.** A'. **C.** B'. **D.** C'.

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$, $A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của cạnh AB lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương OO' là

A. $B'C'$. **B.** $A'B'$. **C.** $A'D'$. **D.** $A'C'$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là

A. A'. **B.** B'. **C.** D'. **D.** C'.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Hình chiếu song song của điểm C theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của AD.
C. A. **D.** D.

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của A lên mặt phẳng $(BCC'B')$ qua phép chiếu song song theo phương của đường thẳng $C'D$ là

A. điểm B'. **B.** điểm B. **C.** điểm A'. **D.** điểm D'.

Câu 39. Qua phép chiếu song song, tính chất nào **không** được bảo toàn?

A. Chéo nhau. **B.** Đồng qui. **C.** Song song. **D.** Thẳng hàng.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M', trong đó M là trung điểm của BC. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. M' là trung điểm của $A'B'$. **B.** M' là trung điểm của $B'C'$.
C. M' là trung điểm của $A'C'$. **D.** M' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm

A. A'. **B.** B'. **C.** C'. **D.** I'.

Câu 42. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương ℓ. Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(\alpha) \parallel (P)$. **B.** $(\alpha) \equiv (P)$.
C. $(\alpha) \parallel \ell$ hoặc $(\alpha) \supset \ell$. **D.** $(\alpha) \parallel \ell$.

Câu 43. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Câu 44. Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau. **B.** Một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng song song. **D.** Cả ba trường hợp trên.

Câu 45. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.
B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.
C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.
D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Câu 46. Hình chiếu của hình vuông **không thể** là hình nào trong các hình sau?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

Câu 47. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
B. Một tam giác bất kỳ đề có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 48. Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là

A. Điểm A. **B.** Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A. **D.** Đường thẳng đi qua A hoặc chính A.

Câu 49. Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là

A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC.
B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC.
C. Giao điểm của hai đường cao của tam giác ABC.
D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của BC.
C. B. **D.** C.

Câu 51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC. **B.** Trung điểm AB. **C.** Điểm A. **D.** Điểm B.

Câu 52. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là

A. Đoạn thẳng MN. **B.** Điểm O. **C.** Tam giác CMN. **D.** Đoạn thẳng BD.

Câu 53. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', $B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 54. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đ	S
a) Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.		
b) Một tam giác bất kỳ đề có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.		
c) Một đường thẳng không thể song song với hình chiếu của nó.		
d) Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.		

Câu 55. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cắt nhau.		
b) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa các điểm.		
c) Cho mặt phẳng (P), đường thẳng l cắt (P) và điểm M không nằm trên đường thẳng l. Gọi điểm M' là ảnh của điểm M lên mặt phẳng (P) theo phương chiếu l của phép chiếu song song. Khi đó MM' song song l.		
d) Phép chiếu song song làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		

Câu 56. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đ	S
a) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.		
b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.		
c) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.		
d) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.		

Câu 57. Xét tính đúng **sai** của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đ	S
a) Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng.		
b) Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc là một đoạn thẳng.		
c) Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông hoặc là một đoạn thẳng.		
d) Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi hoặc là một đoạn thẳng.		

Câu 58. Cho các đoạn thẳng và đường thẳng **không** song song hoặc **không** trùng với phương chiếu. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.		
b) Phép chiếu song song **không** làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.		
c) Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		
d) Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.		

Câu 59. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét phép chiếu song song theo phương chiếu AA'. Khi đó

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu của C' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là C.		
b) Hình chiếu của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là A'.		
c) Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hình chiếu của O lên mặt phẳng $(ABCD)$ là O'.		
d) Hình chiếu của AC lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là $A'C'$.		

Câu 60. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu của C lên $(A'B'C')$ theo phương chiếu DA' trong phép chiếu song song là điểm C'.		
b) Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương chiếu OO' trong phép chiếu song song là điểm A'.		
c) Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$. Hình chiếu của I lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương chiếu AI' trong phép chiếu song song là điểm A'.		
d) Gọi G là trọng của $\triangle ABC$. Gọi G' là hình chiếu của G lên $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu II' trong phép chiếu song song. Khi đó G' là trọng tâm $\Delta A'B'C'$.		

Câu 61. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AI' \parallel IB'$.		
b) Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương $A'I$ là điểm C'.		
c) Trong $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		
d) $\Delta MAA'$ là hình chiếu song song của $\Delta CAA'$ theo phương AI' trên $(A'B'C')$.		

Câu 62. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $ADC'B'$ là hình bình hành.		
b) Hình chiếu song song của A lên mặt phẳng $(BCC'B')$ qua phép chiếu song song theo phương của đường thẳng $C'D$ là B'.		
c) Hình chiếu song song của $\triangle AB'D'$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$ qua phép chiếu song song theo phương $C'D'$ là $\triangle BB'C'$.		
d) Hình chiếu của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ lên mặt phẳng $(BC'D)$ theo phương AB là một hình tam giác.		

Câu 63. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là trung điểm AB.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là điểm A.		
c) Hình chiếu song song của điểm B' lên (ABC) theo phương chiếu $C'C$ là điểm B.		
d) Hình chiếu song song của điểm N lên $(A'AC)$ theo phương BC là trung điểm AC.		

Câu 64. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Cho phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu của điểm I là điểm B'.		
b) Hình chiếu của điểm A là điểm I'.		
c) Hình chiếu của điểm A là điểm A'.		
d) Hình chiếu của điểm B là điểm B'.		

Câu 65. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AA' \parallel CC'$.		
b) A' hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương CC'.		
c) Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB. Hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương BB' là điểm $M' \in A'B'$.		
d) Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$. Ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương AA' trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$.		

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM.		
b) $\dfrac{AO}{AN} = \dfrac{1}{3}$.		
c) $\dfrac{AN}{AC} = 4$.		
d) $\dfrac{CN}{CA} = \dfrac{1}{4}$.		

Câu 67. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ gọi I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $AI' \parallel IB'$.		
b) Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương $A'I$ là điểm C'.		
c) Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) M là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 68. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề dưới đây
(a) Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
(b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
(c) Phép chiếu song song biến tam giác đều thành tam giác cân.
(d) Phép chiếu song song biến hình vuông thành hình bình hành. KQ: ☐☐☐☐

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$, M là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi N là hình chiếu song song của điểm M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD). Khi đó $\dfrac{EN}{ED}$ bằng bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: ☐☐☐☐

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \dfrac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song với phương chiếu là đường thẳng SO lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ lần lượt là P, Q. Tính tỉ số $\dfrac{OP}{OQ}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 71. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I là trung điểm AB. Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC và hình chiếu của tam giác $AA'C'$ lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương IB'. Tính $\dfrac{S'}{S}$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng 2. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \dfrac{1}{3}SD$. Tính diện tích hình chiếu song song của tam giác AMN lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương của đường thẳng SO. KQ: ☐☐☐☐

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N. Tính tỉ số $\dfrac{CN}{CA}$. KQ: ☐☐☐☐

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 4

§6. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG IV

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

1 Hình chóp

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng sau

a) (SAD) và (SBC). b) (SAB) và (SCD). c) (SAC) và (SBD).

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng sau:

a) (SAD) và (SBC); b) (SAB) và (SCD); c) (SAC) và (SBD).

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BD. Điểm P thuộc cạnh AC sao cho $PA = 2PC$.

a) Xác định giao điểm E của đường thẳng MP với mặt phẳng (BCD).

b) Xác định giao điểm Q của đường thẳng CD với mặt phẳng (MNP).

c) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (ACD) với mặt phẳng (MNP).

d) Gọi I là giao điểm của MQ và NP, G là trọng tâm của tam giác ABD. Chứng minh C, I, G thẳng hàng.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB và $AB = 3a$, $CD = 2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là điểm trên cạnh SA sao cho $AM = \dfrac{3}{5}SA$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao điểm N của mặt phẳng (MCD) và SB. Chứng minh $ON \parallel (SAD)$

c) Gọi $I = SO \cap MC$. Tính $\dfrac{OI}{SI}$.

Bài 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD); (SBC) và (SAD).

b) Điểm H thuộc cạnh SB sao cho $SH = 2HB$, K là giao điểm của đường thẳng AH với mặt phẳng (SCD). Chứng minh $CK \parallel SD$.

c) Điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B). Mặt phẳng (R) đi qua M song song với cạnh AD và SB lần lượt cắt SA, SD, CD tại các điểm N, P, Q. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao tuyến của (SCM) và (SBD).

b) Tìm giao điểm K của SA và (OMN).

c) Chứng minh rằng $MN \parallel (SBC)$.

d) Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (OMN) và các mặt của hình chóp tạo thành hình gì?

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB, O là giao điểm của AC và BD. Gọi M là trung điểm SC và G là trọng tâm tam giác SBC.

a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (SAC) và (SBD), (SDG) và (SAB).

b) Tìm giao điểm N của SD và (MAB).

c) Gọi K là giao điểm của AM và NB. Chứng minh S, K, O thẳng hàng.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (SAC).

b) Gọi K là trung điểm SD. Tìm giao điểm G của BK với mặt phẳng (SAC) hãy cho biết tính chất của điểm G.

Bài 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có AB và CD không song song với nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và SA.

a) Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$; tìm giao tuyến của mặt phẳng (DMN) và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Gọi O là điểm ở miền trong tứ giác $ABCD$. Tìm giao điểm của đường thẳng SO và mặt phẳng (MAB).

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cặp cạnh đáy không song song với nhau. Trên AB lấy điểm M, trên SC lấy điểm N (M, N không trùng với các đầu mút).

a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (SCD). b) Tìm giao điểm của AN với (SBD).

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SC, SB, SD.

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD), (PBC) và (SAD).

b) Tìm giao điểm I của AM và (SBD). Chứng minh $AI = 2IM$.

c) Tìm giao điểm J của AN và (SDC). Chứng minh tứ giác $SJBA$ là hình bình hành.

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ADC. Chứng minh IG song song với (SAD).

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBP) và (SAD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (OMN).

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

c) Chứng minh rằng PO song song (SCB).

d) Chứng minh rằng MP song song (SCB).

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABC$, M là một điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M và song song SA, SB và SC cắt các mặt (SBC), (SCA), (SAB) lần lượt tại các điểm A', B', C'. Nêu cách dựng các điểm A', B', C' và chứng minh $\dfrac{MA'}{SA}+\dfrac{MB'}{SB}+\dfrac{MC'}{SC}=1$.

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AD \parallel BC$ và $AD=2BC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và AD.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BCE) và (SAD). Suy ra giao điểm I của SD với (BCE).

b) Chứng minh $CI \parallel (BEF)$.

c) Tìm giao điểm K của FI với (SBC). Chứng minh $(SBF) \parallel (KCD)$.

d) Gọi O là giao điểm của AC và BF, (α) là một mặt phẳng đi qua O và song song với SA, BC. Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (α) và các mặt của hình chóp tạo thành hình gì?

Bài 15. Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn $CD=2AB$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm BC và SC.

a) Chứng minh $MN \parallel (SBD)$.

b) Tìm giao tuyến của (SAB) và (AMN).

c) Tìm giao điểm của SD và (AMN).

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD. Chứng minh $AG \parallel (SBC)$.

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC và G là trọng tâm tam giác ABC.

a) Tìm giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Chứng minh I là trọng tâm tam giác SBD.

b) Chứng minh IG song song với mặt phẳng (SAB).

c) Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm E và F. Các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt của hình chóp tạo thành hình gì?

d) Gọi K là giao điểm của ME và BC, J là giao điểm của MF và CD. Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF. Tính tỉ số $\dfrac{EF}{KJ}$.

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AD. Gọi M là một điểm di động trên cạnh SD (M không trùng S và D).

a) Chứng minh $AD \parallel (MBC)$.

b) Tìm giao điểm N của đường thẳng SA và (MBC).

c) Gọi K là giao điểm của MB và NC. Chứng minh K nằm trên một đường thẳng cố định khi M động trên cạnh SD.

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn $AB=2DC$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và O là giao điểm của AC và BD.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SDC) và (SAB), (SAD) và (SBC).

b) Mặt phẳng (GCD) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

c) Chứng minh GO song song với mặt phẳng (SAD).

d) Gọi E là trung điểm của BC. Tìm giao điểm H của SB và mặt phẳng (GDE). Tính $\dfrac{HB}{HS}$.

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, E, N, F và H lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SB, SC, SD, BC và AD.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD); giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (EFN).

b) Chứng minh AF song song với mặt phẳng (CHM). Mặt phẳng (CHM) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

c) Tìm giao điểm T của mặt phẳng (AMN) với SC. Chứng minh SH song song với mặt phẳng (EFD).

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD; G là trọng tâm của tam giác ABC; K là điểm trên cạnh SD sao cho $KD = 2KS$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$ và $MN \parallel (SBC)$.

c) Chứng minh $GK \parallel (SAB)$.

d) Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với (SBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn AB, SD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD); (OMN) và (SAD).

b) Chứng minh đường thẳng SB song song với mặt phẳng (ANC).

c) Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SBC).

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với đáy lớn $AB = 3CD$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm AD, BC. Chứng minh rằng đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAB).

c) Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. Mặt phẳng (EFG) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SD. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (AMN) với mỗi mặt phẳng sau

a) (SCD); b) (SBC).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$) và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB. Chứng minh rằng

a) $MN \parallel (SCD)$;

b) $DM \parallel (SBC)$;

c) Lấy điểm I thuộc cạnh SD sao cho $\dfrac{SI}{SD} = \dfrac{2}{3}$. Chứng minh rằng $SB \parallel (AIC)$.

Bài 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC và cạnh AB lần lượt lấy điểm M và N sao cho $CM = 2SM$ và $BN = 2AN$.

a) Xác định giao điểmK của mặt phẳng (ABM) với đường thẳng SD. Tính tỉ số $\dfrac{SK}{SD}$.

b) Chứng minh rằng $MN \parallel (SAD)$.

Bài 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD, SCD.

a) Chứng minh rằng $GK \parallel (ABCD)$.

b) Mặt phẳng chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, E, F. Chứng minh rằng tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Bài 27. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 3AM$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AD và BC.

a) Xác định giao điểm K của mặt phẳng (P) với đường thẳng CD.

b) Tính tỉ số $\dfrac{KC}{CD}$.

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác có cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau

a) (SAC) và (SBD).

b) (SAC) và (MBD).

c) (MBC) và (SAD).

d) (SAB) và (SCD).

Bài 29. Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm I thuộc đoạn SA. Một đường thẳng không song song với AC cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại J và K. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng

a) (IJK) và (SAC);

b) (IJK) và (SAB);

c) (IJK) và (SBC).

Bài 30. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang với đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB.

a) Chứng minh $MN \parallel CD$.

b) Tìm giao điểm P của SC với (AND). Kéo dài AN và DP cắt nhau tại I. Chứng minh $SI \parallel AB \parallel CD$. Tứ giác $SIBA$ là hình gì? Vì sao?

Bài 31. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành.

b) Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.

Bài 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD.

a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC), (SAD).

b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP).

c) Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC. Chứng minh rằng $G_1G_2 \parallel (SAC)$.

Bài 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SA,SB,AD lần lượt lấy M,N,P sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{PD}{DA}$. Chứng minh:

a) $MN \parallel (ABCD)$ b) $SD \parallel (MNP)$ c) $NP \parallel (SCD)$

Bài 34. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD.

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, ON. Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$

Bài 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD. Chứng minh rằng $IJ \parallel (SAB)$.

Bài 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD.

a) Tìm giao tuyến của (SCM) và (SBD).

b) Tìm giao điểm K của SA và (OMN).

c) Chứng minh rằng $MN \parallel (SBC)$.

d) Mặt phẳng (OMN) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SD và AB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $SD = 3SM$ và $AN = 2NB$. Chứng minh $MN \parallel (SBC)$.

Bài 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm SC.

a) Chứng minh $SA \parallel (BDM)$.

b) Tìm giao điểm của SB và mặt phẳng (ADM).

c) Gọi G, I lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SCD, E là điểm trên BD sao cho $DE = \dfrac{1}{3}BD$. Chứng minh rằng $(SAG) \parallel (IEC)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình thang có AD là đáy lớn. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của SA, SD, CD.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Chứng minh $MN \parallel (SBC)$.

c) Mặt phẳng (MNK) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 40. Hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N, P lần lượt là ba điểm trên BC, DC và SC sao cho $CM = 3MB, CN = 3ND$ và $SC = 4SP$. Chứng minh SB song song với mặt phẳng (MNP).

Bài 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của OA, M là giao điểm của DI và AB, G là trọng tâm của tam giác SAC.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AGB) và mặt phẳng (SCD).

b) Chứng minh rằng MG song song với mặt phẳng (SAD).

Bài 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi E, I, N lần lượt là trung điểm của SA, BC, CD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ECD) và (SAB). Suy ra giao điểm F của đường thẳng SB và mặt phẳng (ECD).

b) Chứng minh rằng $(OEI) \parallel (SCD)$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EIN) và (SCD).

c) Lấy điểm H thuộc cạnh SB sao cho $BH = 2SH$, gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm của tam giác SBC. Chứng minh rằng $AH \parallel (MNG)$.

Bài 43. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên hai đường chéo AC, BF lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{BN}{BF} = k$ $(k \neq 0, k \neq 1)$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng MN, song song với đường thẳng AB, cắt AD và AF lần lượt tại M' và N'. Chứng minh rằng đường thẳng $M'N'$ song song với mặt phẳng (DEF).

Bài 44. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và K theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và ABD. Chứng minh rằng đường thẳng IK song song với mặt phẳng (BCD) khi và chỉ khi $\dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AB + AC}{AB + AD}$.

Bài 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là trung điểm của cạnh SC.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng DE với mặt phẳng (SAB).

c) Gọi F là trọng tâm của tam giác ACD. Chứng minh rằng đường thẳng SD song song với mặt phẳng (AEF).

Bài 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SA.

a) Xác định giao tuyến d của hai mặt phẳng (MBD) và (SAC). Chứng tỏ d song song với mặt phẳng (SCD).

b) Mặt phẳng (MBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M nằm trên cạnh SB sao cho $SM = 2MB$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Chứng minh đường thẳng MG song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng MG và song song với đường thẳng SA cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC và G là trọng tâm tam giác ABC.

a) Tìm giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Chứng minh I là trọng tâm tam giác SBD.

b) Chứng minh IG song song với mặt phẳng (SAB).

c) Gọi (P) là mặt phẳng chứa AM và song song với BD, cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm E và F. (P) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

d) Gọi K là giao điểm của ME và BC, J là giao điểm của MF và CD. Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF. Tính tỉ số $\dfrac{EF}{KJ}$.

Bài 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và SB.

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SAD)$.

b) Tìm giao điểm I của SC và mặt phẳng (OMN).

c) Mặt phẳng (OMN) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AD gấp đôi đáy bé BC. Gọi I là trung điểm SD.Chứng minh $IC \parallel (SAB)$.

Bài 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, G là trọng tâm của $\triangle SAB$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG).

b) Mặt phẳng (IJG) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì? Tìm điều kiện của AB và CD để đa giác đó là một hình bình hành.

Bài 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình thang, cạnh đáy lớn $AD = 2BC$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và SI. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 2MB$.

a) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (KBC).

b) Tìm giao điểm J của đường thẳng BC và mặt phẳng (SKM).

c) Gọi G là trọng tâm $\triangle SAD$. Chứng minh rằng $JK \parallel (GMC)$.

d) Mặt phẳng (KBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, chứng minh đa giác đó là hình bình hành.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 53. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh bằng nhau và bằng $6a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Gọi K là một điểm trên cạnh BD với $BK = 2KD$.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (DIJ) và (DAB).

b) Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm $\triangle ACB$ và $\triangle ABD$. Chứng minh $G_1G_2 \parallel (BDC)$.

c) Mặt phẳng (IJK) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì? Tính diện tích đa giác đó theo a.

Bài 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành; E, F lần lượt là trung điểm của SA, SC.

a) Chứng minh $AC \parallel (BEF)$.

b) Mặt phẳng (BEF) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là tứ giác lồi $ABCD$ có các cặp cạnh đối không song song và M là một điểm trên cạnh SA (không trùng với S và A).

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD. (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 56. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm AD và N là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Kí hiệu (α) là một mặt phẳng đi qua MN và song song với CD. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì? Tìm vị trí điểm N để đa giác đó là hình bình hành.

Bài 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SD và AB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $SD = 3SM$ và $AN = 2NB$. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc cạnh SA, SB sao cho $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SB} = \dfrac{2}{3}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SAB).

b) Chứng minh $EF \parallel (SCD)$.

c) Xác định giao điểm I của đường thẳng DF và mặt phẳng (SAC).

d) Mặt phẳng (OEF) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 59. Cho hình chóp $S.ABCD$, mặt đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AD. Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh SA (M không trùng S và A). Tìm giao điểm của đường thẳng DM với mặt phẳng (SBC).

Bài 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD, biết $AD = 2BC$, tam giác SAD cân tại S. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và SD. Lấy các điểm M, E, Q lần lượt trên các cạnh SC, cạnh AB và cạnh SB sao cho $SC = 3SM$, $EB = 2EA$, $SB = 3SQ$.

a) Tìm giao điểm N của BM và mặt phẳng (SAD).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Chứng minh $(CHK) \parallel (SAB)$.

c) Chứng minh $EM \parallel (SAD)$.

d) Mặt phẳng (P) chứa EM và song song với BC, cắt CD tại R. Mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi N là trung điểm của SD. Tìm giao điểm I của đường thẳng BN và mặt phẳng (SAC).

Bài 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là trung điểm của SA.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (IBD).

b) Chứng minh đường thẳng SC song song với mặt phẳng (IBD).

c) Tìm giao điểm K của đường thẳng SB và mặt phẳng (ICD).

Bài 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD và $AD = 2BC$. Gọi M, N, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, SD, AD; E là giao điểm của BD và CK.

a) Chứng minh $(MNI) \parallel (SBC)$.

b) Chứng minh $ME \parallel (SBC)$

Bài 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và SB.

a) Chứng minh: $(OMN) \parallel (SAD)$.

b) Tìm giao điểm I của SC và mặt phẳng (OMN).

c) Mặt phẳng (OMN) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Gọi K là trung điểm của OM. Chứng minh rằng đường thẳng NK song song với mặt phẳng (SBC).

Bài 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD).

b) Tìm giao điểm của SB và (MCD).

c) Chứng minh hai mặt phẳng (MNO) và (SBC) song song.

d) Một mặt phẳng (α) qua điểm M và song song với SB, AC. (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và AD.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BCE) và (SAD). Suy ra giao điểm I của SD với (BCE).

b) Chứng minh $CI \parallel (BEF)$.

c) Tìm giao điểm K của FI với (SBC). Chứng minh $(SBF) \parallel (KCD)$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

d) Gọi O là giao điểm của AC và BF, (α) là một mặt phẳng đi qua O và song song với SA, BC. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

c) Tìm giao điểm P của mặt phẳng (OMN) với AB.

d) Gọi Q là giao điểm của OP với CD. Gọi I là giao điểm của MP với QN. Chứng minh SI song song với AB và $AB = 2SI$.

Bài 69. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$, I là giao điểm của AC và BD. Gọi M là trung điểm của SD, E là trung điểm đoạn CM và G là điểm đối xứng của E qua M, SE cắt CD tại K. Chứng minh $(IKE) \parallel (ADG)$.

Bài 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, ABC, SBD. Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng G_2G_3. Chứng minh $G_1M \parallel (SBD)$.

Bài 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của ΔSAD và ΔSBC.

a) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD).

c) Chứng minh $MN \parallel (ABCD)$.

Bài 72. Cho hình chóp $S.ABC$, lấy điểm O thuộc miền trong tam giác ABC, điểm I thuộc đoạn SO. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song với (SBC). Tìm giao tuyến của

a) Mặt phẳng (IEF) và mặt phẳng (ABC).

b) Mặt phẳng (IEF) và mặt phẳng (SAC).

Bài 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Trên đoạn AM lấy điểm K. Mặt phẳng qua K song song với MNE cắt SB, AD lần lượt tại P, Q. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (KPQ) và mặt phẳng (SAD).

Bài 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O và $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Gọi I là điểm nằm giữa hai điểm O và A, mặt phẳng (α) qua điểm I và song song với (SBD). Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì? Tính diện tích đa giác đó.

Bài 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O có $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC. (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì? Tính diện tích đa giác đó theo a, b và $x = AI$.

Bài 76. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AD, CC' sao cho $\dfrac{AM}{MD} = \dfrac{CN}{NC'}$. Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với (ACB') cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD, biết $AD = 2BC$, tam giác SAD cân tại S. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và SD. Lấy các điểm M, E, Q lần lượt trên các cạnh SC, cạnh AB và cạnh SB sao cho $SC = 3SM$, $EB = 2EA$, $SB = 3SQ$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tìm giao điểm N của BM và mặt phẳng (SAD).

b) Chứng minh $(CHK) \parallel (SAB)$.

c) Chứng minh $EM \parallel (SAD)$.

d) Mặt phẳng (P) chứa EM và song song với BC, cắt CD tại R. (P) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 78. Cho tứ diện $S.ABC$, M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB, BC.

a) Chứng minh $NP \parallel (SAC)$.

b) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SNP); (SBC) và (MNP)

c) Tìm giao điểm của SC với (MNP).

Bài 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB, CD.

a) Chứng minh $AD \parallel (MNP)$, $(SBC) \parallel (MNP)$

b) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD); (SAD) và (SBC); (SAD) và (MNP)

c) Tìm giao điểm Q của SD với (MNP). Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

d) Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 80. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD. M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SD.

a) Chứng minh $MN \parallel (SBC)$, $AD \parallel (BMN)$.

b) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) ; (SAD) và (SBC).

c) P là trung điểm AB. Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (SBC)$

d) Tìm $(ABD) \cap (MNP)$; $(MNP) \cap (ABCD)$.

e) Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD.

a) Chứng minh $NP \parallel (SBD)$. Tìm giao tuyến giữa (SBD) và (MNP); suy ra giao điểm Q của SD với (MNP).

b) Tìm giao điểm I của SA với (MNP).

c) Gọi J là giao điểm của NP và AD. Chứng minh I, J, Q là ba điểm thẳng hàng.

Bài 82. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD. Chứng minh rằng $G_1G_2 \parallel (ABC)$ và $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

Bài 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

c) Gọi I là giao điểm của đường thẳng CN và mp(SAB). Chứng minh $SI \parallel (ABCD)$.

d) Gọi J là giao điểm của DM và (SBC). Chứng minh $(SIJ) \parallel (ABCD)$.

Bài 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O; M, N, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC.

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SCD)$.

b) Chứng minh $(QMN) \parallel (ABCD)$.

c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và OM. Chứng minh $IK \parallel (SCD)$.

Bài 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và tam giác ABC.

a) Chứng minh $G_1G_2 \parallel (SAC)$ và $G_1G_2 \parallel (SCD)$.

b) Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BC = 3BM$. Chứng minh $(MG_1G_2) \parallel (SCD)$. Mặt phẳng (MG_1G_2) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 86. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai hình bình hành đó.

a) Chứng minh OO' song song với hai mặt phẳng (ADF) và (BCE).

b) Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và ABE. Chứng minh $MN \parallel (CEF)$.

Bài 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB. Lấy điểm M trên đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

a) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC).

b) Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N. Chứng minh $NG \parallel (SCD)$.

c) Chứng minh $MG \parallel (SCD)$.

Bài 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD và $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là trọng tâm của tam giác SCD.

a) Chứng minh $OG \parallel (SBC)$.

b) Cho M là trung điểm của SD. Chứng minh $CM \parallel (SAB)$.

c) Trên đoạn SC lấy điểm I sao cho $SC = \dfrac{3}{2}SI$. Chứng minh $SA \parallel (BID)$.

Bài 89. Cho tứ diện $ABCD$, trên cạnh BC lấy điểm M. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với AB và CD. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là điểm di động trên đoạn AB. Một mặt phẳng (α) qua M và song song với SA và BC. (α) cắt SB, SC và CD lần lượt tại N, P, Q.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

b) Gọi I là giao điểm của MN và PQ. Chứng minh rằng I nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 91. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn luôn đi qua các trung điểm I, K của các cạnh BA và BC. Các cạnh DA và DC lần lượt cắt (P) tại M, N.

a) Tứ giác $MNKI$ có tính chất gì? Tìm vị trí của M, N để tứ giác đó là hình bình hành.

b) Gọi $O = MK \cap NI$. Chứng tỏ rằng điểm O luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

c) Gọi d là giao tuyến của (P) và (OAC). Chứng minh rằng khi (P) thay đổi thì đường thẳng d luôn luôn nằm trong một mặt phẳng cố định và có phương không đổi.

Bài 92. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên ba cạnh AB, DD', $C'B$ lần lượt lấy 3 điểm M, N, P không trùng với các đỉnh sao cho $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{D'N}{D'D} = \dfrac{B'P}{B'C'}$. Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (AB'D')$. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 93. Cho hình chóp $S.ABCD$. Tứ giác đáy có AB và CD cắt nhau tại E, AD và BC cắt nhau tại F, AC và BD cắt nhau tại G. Mặt phẳng (P) cắt SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'.

a) Tìm giao điểm D' của SD với (P).

b) Tìm điều kiện của (P) để $A'B' \parallel C'D'$.

c) Với điều kiện nào của (P) thì $ABCD$ là hình bình hành? Chứng minh rằng khi đó

$$\frac{SA'}{SA} + \frac{SC'}{SC} = \frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD}.$$

d) Tính diện tích tứ giác $A'B'C'D'$.

Bài 94. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với AB cắt AD và AF lần lượt tại M' và N'.

a) Tứ giác $MNM'N'$ là hình gì?

b) Chứng minh $M'N' \parallel EC$.

c) Chứng minh $MN \parallel (DEF)$.

Bài 95. Cho tứ diện $ABCD$; I là điểm nằm ngoài đoạn BD.(α) là mặt phẳng qua I, cắt AB; BC; CD; DA tại M; N; P; Q.

a) Chứng minh I; M; Q thẳng hàng và ba điểm I; N; P cũng thẳng hàng?

b) Chứng minh MN; AC; PQ đồng quy?

Bài 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SD; E là điểm trên cạnh BC.

a) Tìm giao điểm N của SC với (AME)?

b) Tìm giao tuyến của (AME) với (SAC)?

c) Tìm giao điểm của K của SA với (MBC)? Chứng minh K là trung điểm SA.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm SD; E là điểm trên cạnh SB sao cho $SE = 3EB$.

a) Tìm giao điểm F của CD với mặt phẳng (AIE)?

b) Tìm giao tuyến d của (AIE) với (SBC)?

c) Chứng minh BC; AF; d đồng qui?

Bài 98. Cho tứ diện $S.ABC$, M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB, BC.

a) Chứng minh $NP \parallel (SAC)$.

b) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SNP); (SBC) và (MNP).

c) Tìm giao điểm của SC với (MNP).

d) Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 99. Cho 2 hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong 2 mặt phẳng khác nhau.

a) Chứng minh rằng $(ADF) \parallel (BCE)$.

b) Gọi I, J, K là trung điểm của các cạnh AB, CD, EF. Chứng minh rằng $(DIK) \parallel (JBE)$.

Bài 100. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K, L là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD. Chứng minh rằng $(HKL) \parallel (BCD)$.

Bài 101. Cho 2 tam giác ABC và DEF nằm trên 2 mặt phẳng (α), (β) song song với nhau.

a) Dựng các giao tuyến $(\alpha) \cap (AEF)$; $(\beta) \cap (BCD)$.

b) Dựng giao tuyến $(AEF) \cap (BCD)$.

Bài 102. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD. M là 1 điểm nằm trên cạnh AB, mặt phẳng (α) qua M và song song với (SBC). Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thay đổi trên cạnh BC, mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt phẳng (SAB).

a) Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, chứng minh đa giác đó là hình thang.

b) Chứng minh rằng $CD \parallel (\alpha)$.

c) Tìm quỹ tích giao điểm 2 cạnh bên của hình thang trên.

Bài 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AD = CD = a$; $AB = 2a$, tam giác SAB vuông cân tại A. Trên cạnh AD lấy điểm M. Đặt $AM = x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với (SAB).

a) Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

b) Tính diện tích và chu vi của đa giác trên theo a và x.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành, $AB = a, AD = 2a$. Mặt bên SAB là 1 tam giác vuông cân tại A. Trên cạnh AD ta lấy 1 điểm M, đặt $AM = x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt phẳng (SAB) cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q $(0 < x < 2a)$.

a) Chứng minh rằng $MNPQ$ là hình thang vuông.

b) Tính diện tích $MNPQ$ theo a và x

c) Gọi $I = MQ \cap NP$.Tìm tập hợp điểm I khi M chạy trên cạnh AD.

Bài 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SD.

a) Xác định giao điểm $K = BI \cap (SAC)$.

b) Trên IC lấy điểm H sao cho $HC = 2HI$. Chứng minh $KH \parallel (SAD)$.

c) Gọi N là điểm trên SI sao cho $SN = 2NI$. Chứng minh $(KHN) \parallel (SBC)$.

d) Mặt phẳng (KHN) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SC, AB, AD.

a) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (SBC) và (SAD).

b) Tìm giao điểm I của AM và (SBD).

c) Gọi $J = BP \cap AC$. Chứng minh rằng $IJ \parallel (SAB)$.

d) Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 108. Cho tứ diện $ABCD$; I là điểm nằm ngoài đoạn BD. Mặt phẳng (α) qua I cắt AB; BC; CD; DA tại M; N; P; Q.

a) Chứng minh $I; M; Q$ thẳng hàng và ba điểm I; N; P cũng thẳng hàng?

b) Chứng minh MN; AC; PQ đồng qui?

Bài 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SD; E là điểm trên cạnh BC.

a) Tìm giao điểm N của SC với (AME)?

b) Tìm giao tuyến của (AME) với (SAC)?

c) Tìm giao điểm của K của SA với (MBC)? Chứng minh K là trung điểm SA.

Bài 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. F là trung điểm CD; E là điểm trên cạnh SC sao cho $SE = 2EC$. Tìm tiết diện tạo bởi (AEF) với hình chóp.

Bài 111. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. F là trung điểm SC; E là điểm trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

a) Mặt phẳng (AEF) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

b) Tìm giao điểm của SB với (AEF)?

TS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

2 Hình lăng trụ

Bài 112. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. P là điểm trên OO' sao cho $\dfrac{O'P}{O'O} = \dfrac{1}{4}$. Mặt phẳng (α) qua P, song song với AC và $B'D$ cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 113. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AD, $A'B'$. Chứng minh rằng:

a) $BD \parallel B'D'$, $(A'BD) \parallel (CB'D')$ và $MN \parallel (BDD'B')$.

b) Đường thẳng AC' đi qua trọng tâm G của tam giác $A'BD$.

Bài 114. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và AA'.

a) Xác định giao điểm của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng $B'C$.

b) Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng $B'C$. Tính tỉ số $\dfrac{KB'}{KC}$.

Bài 115. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BC.

a) Chứng minh $MN \parallel (A'BC')$.

b) Lấy điểm K trên cạnh AB sao cho $AK = 2KB$. Gọi Q là giao điểm của đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (MNK), gọi P là giao điểm của MB' và $A'B$. Chứng minh $PQ \parallel (AB'C)$.

Bài 116. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và AA'.

a) Xác định giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng $B'C$.

b) Gọi K là giao điểm của của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng $B'C$. Tính tỉ số $\dfrac{KB'}{KC}$.

Bài 117. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Lấy M, M' lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, $B'C'$; lấy các điểm G, G', K lần lượt thuộc các đoạn AM, $A'M'$, $A'B$ sao cho $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{A'G'}{A'M'} = \dfrac{A'K}{A'B} = \dfrac{2}{3}$.

a) Chứng minh rằng $C'M \parallel (A'BM')$.

b) Chứng minh rằng $G'K \parallel (BCC'B')$.

c) Chứng minh rằng $(GG'K) \parallel (BCC'B')$.

d) Gọi (α) là mặt phẳng đi qua K và song song với mặt phẳng (ABC). Mặt phẳng (α) cắt cạnh CC' tại điểm I. Tính $\dfrac{IC}{IC'}$.

Bài 118. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, $C'D'$.

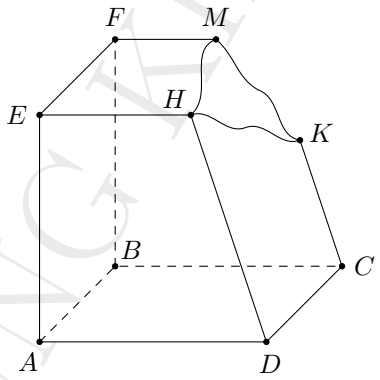
a) Chứng minh rằng $(A'DN) \parallel (B'CM)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng $D'B$ với các mặt phẳng $(A'DN)$, $(B'CM)$. Chứng minh rằng $D'E = BF = \dfrac{1}{2}EF$.

Bài 119.

Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) \parallel (EFMH)$, $CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (hình bên). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



a) Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH, BF với mặt phẳng (R). Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Tính FJ.

Bài 120. Từ 4 đỉnh của hình bình hành $ABCD$ vẽ 4 nửa đường thẳng song song, cùng chiều Ax, By, Cz, Dt sao cho chúng cắt mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) cắt 4 đường thẳng theo thứ tự nói trên tại A', B', C', D'.

a) Chứng minh $(Ax, By) \parallel (Cz, Dt)$ và $(Ax, Dt) \parallel (By, Cz)$.

b) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình gì? Chứng minh $AA' + CC' = BB' + DD'$

Bài 121. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình thang với $AD = CD = BC = a$, $AB = 2a$. Mặt phẳng (P) qua A cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P.

a) Tứ giác $AMNP$ là hình gì? So sánh AM và NP.

b) Tìm tập hợp giao điểm của AN và MP khi (P) di động.

c) Chứng minh rằng $BM + 2DP = 2CN$.

Bài 122. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. M, N lần lượt là trung điểm AA', CC'. Một điểm P nằm trên cạnh DD'.

a) Xác định giao điểm Q của BB' và (MNP).

b) Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

c) Tìm giao tuyến của (MNP) với $(ABCD)$.

Bài 123. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên AD và CC' sao cho $\dfrac{AM}{MD} = \dfrac{CN}{NC'}$.

a) Chứng minh rằng đường thẳng $MM \parallel (ACB')$.

b) Mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với (ACB') cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 124. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và $B'C'$

a) Chứng minh rằng $AI \parallel A'I'$.

b) Tìm giao điểm IA với (ABC).

c) Tìm giao tuyến của (ABC) và (BAC).

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 125. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh rằng $(BA'C') \parallel (ACD')$.

b) Tìm các giao điểm $I = BD \cap (BA'C'); J = B'D \cap (ACD')$. Chứng minh rằng 2 điểm I, J chia đoạn $B'D$ thành 3 phần bằng nhau.

c) Gọi M, N là trung điểm của $C'B'$ và DD'. Mặt phẳng (BMN) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 126. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, K, G lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, $A'B'C'$ và ACC'. Chứng minh rằng

a) $(IKG) \parallel (BB'C'C)$. b) $(A'KG) \parallel (AIB')$.

Bài 127. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm $A'B'$.

a) Chứng minh rằng $CB' \parallel (AHC')$.

b) Tìm giao tuyến $d = (AB'C') \cap (A'BC)$. Chứng minh rằng $d \parallel (BB'C'C)$.

Bài 128. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và AC.

a) Mặt phẳng (MNB') cắt các mặt của hình lăng trụ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

b) Gọi P là trung điểm $B'C'$. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình lăng trụ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

Bài 129. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là tâm của các mặt bên $AA'C'C$ và $BB'D'D$. Chứng minh rằng $MN \parallel (ABCD)$.

Bài 130. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh $(BA'D) \parallel (B'D'C)$.

b) Chứng minh AC' qua trọng tâm G và G' của tam giác $A'BD$ và $CB'D'$.

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Trong không gian, hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi

A. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng.
D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba.

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Trong không gian, đường thẳng song song với mặt phẳng khi và chỉ khi

A. Đường thẳng đó song song với một đường thẳng thuộc mặt phẳng.
B. Đường thẳng và mặt phẳng không có điểm chung.
C. Đường thẳng đó không có điểm chung với một đường thẳng thuộc mặt phẳng.
D. Đường thẳng đó không có điểm chung với hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 4. Trong không gian, hai mặt phẳng song song với nhau khi và chỉ khi

A. Có một mặt phẳng chứa hai đường thẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng còn lại.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng.
C. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba.
D. Hai mặt phẳng không có điểm chung.

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Hình biểu diễn của hình thang (không phải là hình bình hành) có thể là hình bình hành.
B. Hình biểu diễn của một tam giác đều có thể là một tam giác.
C. Hình biểu diễn của một đường tròn có thể là một elip.
D. Hình biểu diễn của một hình vuông có thể là một hình bình hành.

Câu 6. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song.
C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 7. Phát biểu nào dưới đây là định lý Thales trong không gian

A. Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyết song song các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
B. Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyết bất kỳ các đoạn thẳng tương ứng bằng nhau.
C. Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyết bất kỳ các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
D. Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyết song song các đoạn thẳng tương ứng bằng nhau.

Câu 8. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường thẳng b. Vị trí trương đối của hai đường thẳng a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song. **D.** trùng nhau.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Đường thẳng SB song song với mặt phẳng

A. (CDM). **B.** (ACM). **C.** (ADM). **D.** (ACD).

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng

A. $(ABCD)$. **B.** $(BCC'B')$. **C.** (BDA'). **D.** (BDC').

Câu 11. Cho ba mặt phẳng (P), (Q), (R) đôi một song song với nhau. Đường thẳng a cắt các mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{2}{3}$ và đường thẳng b cắt các mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ lần lượt tại A',B',C'. Tỉ số $\dfrac{A'B'}{B'C'}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD; K là giao điểm của mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SC. Tỉ số $\dfrac{SK}{SC}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, $B'C'$. Hình chiếu của qua phép chiếu song song trên $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu AA' là

A. $\triangle B'A'M'$. **B.** $\triangle C'D'M'$. **C.** $\triangle DMM'$. **D.** $\triangle B'D'M'$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 14. Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 16. Trong mặt phẳng (α), cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α). Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 4 điểm nói trên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 17. Cho tứ giác $ABCD$, có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 18. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
B. Nếu A, B, C thẳng hàng và (P), (Q) có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q).
C. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q).

Câu 19. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

A. CD và NP. **B.** CD và MN. **C.** CD và MP. **D.** CD và AP.

Câu 20. Cho tam giác ABC. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh tam giác ABC?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 21. Trong mặt phẳng (α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 22. Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào ở trên cùng một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong số năm điểm đã cho?

A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 14.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD. **B.** SO, O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG, G là trung điểm AB. **D.** SF, F là trung điểm CD.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD \parallel BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI, I là giao điểm AC và BM. **B.** SJ, J là giao điểm AM và BD.
C. SO, O là giao điểm AC và BD. **D.** SP, P là giao điểm AB và CD.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 25. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l. Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $(\alpha) \parallel (P)$.
B. $(\alpha) \equiv (P)$.
C. $(\alpha) \parallel$ hoặc $(\alpha) \supset l$.
D. Cả ba phương án đều sai.

Câu 26. Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b, mặt phẳng chiếu là (P), hai đường thẳng a và b biến thành a' và b'. Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song.

A. Cắt nhau. **B.** Chéo nhau. **C.** Song song. **D.** Trùng nhau.

Câu 27. Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E \notin (\alpha)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A, B, C, D, E.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 28. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là.

A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 29. Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A, B, C, D.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 30. Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 31. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sao đây.

A. (BCD). **B.** (ABD). **C.** (CMN). **D.** (ACD).

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến nào của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng.

A. SN. **B.** SC. **C.** SB. **D.** SM.

Câu 33. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mặt phẳng (α). Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD \parallel BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI, I là giao điểm AC và BM.
B. SJ, J là giao điểm AM và BD.
C. SO, O là giao điểm AC và BD.
D. SP, P là giao điểm AB và CD.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng

A. SN. **B.** SA. **C.** MN. **D.** SM.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 37. Hình hộp có số mặt chéo là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SN. **B.** SC. **C.** SB. **D.** SM.

Câu 39. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b.
B. Nếu c chéo a thì c chéo b.
C. Nếu c cắt a thì c chéo b.
D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Câu 40. Xét các mệnh đề sau trong không gian, hỏi mệnh đề nào **sai**?

A. Mặt phẳng (P) và đường thẳng a không nằm trên (P) cùng vuông góc với đường thẳng b thì song song nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 41. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 42. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN \parallel CD$.
C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Chọn câu **sai**.

A. $G_1G_2 = \dfrac{1}{3}AB$. **B.** BG_1, AG_2 và CD đồng qui.
C. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. **D.** $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**.

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE \parallel CD$.
C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. AM. **B.** $A'N$. **C.** $(BC'M)$. **D.** $(AC'M)$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.AB'C'D'$, khẳng định nào đúng về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$?

A. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD$.
B. $(A'BD) \parallel (CB'D')$.
C. $(A'BD) \equiv (CB'D')$.
D. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD'$.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.
B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC)$.
D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (AB'C'D')$.
B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.
D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. (MON) cắt (OPM).
B. $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.
D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 52. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.
B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.
C. $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$.
D. a và b chéo nhau.

Câu 53. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6 . **C.** 2. **D.** 12.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD, N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \dfrac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \dfrac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào đúng?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC.
B. MN cắt (SBC).
C. $(MNP) \parallel (SAD)$.
D. $MN \parallel (SBC)$ và $(MNP) \parallel (SBC)$.

Câu 55. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình tứ diện đều là hình có 4 cạnh bằng nhau.
B. Hình chóp tam giác là hình có 3 đỉnh, 3 cạnh và 3 mặt.
C. Hình chóp tam giác là hình tứ diện.
D. Hình chóp tứ giác là hình có 4 mặt là tứ giác.

Câu 56. Khối lăng trụ bát giác có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 16. **C.** 24. **D.** 12.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 57. Ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì

A. cùng thuộc một đường tròn.
B. cùng thuộc một đường Elip.
C. cùng thuộc một đường thẳng.
D. cùng thuộc một nửa đường tròn.

Câu 58. Hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. Vô số.
B. 2.
C. Không có mặt phẳng nào.
D. 1.

Câu 59. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua 4 điểm không thẳng hàng.
B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng và một điểm.
C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm.
D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua hai đường thẳng song song cho trước.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tính độ dài đoạn thẳng SG.

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.
B. $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.
C. $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.
D. $a\sqrt{3}$.

Câu 61. Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \subset (P)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

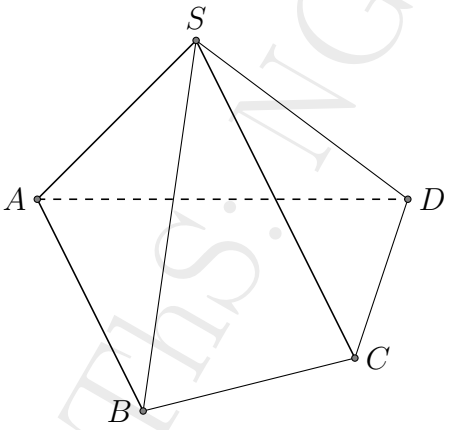
A. Nếu A, B, C cùng thuộc (P) mà A, B, C thẳng hàng thì $A, B, C \in d$.
B. $\forall A, A \in d \Rightarrow A \in (P)$.
C. Nếu $A \in (P)$ thì $A \in d$.
D. Nếu $A \notin d$ thì $A \notin (P)$.

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xác định vị trí tương đối của MQ và NP.

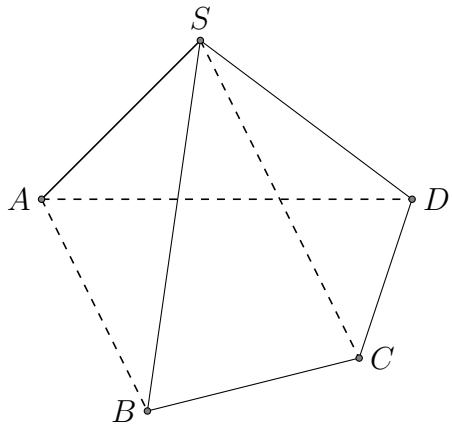
A. MQ cắt NP.
B. $MQ \parallel NP$.
C. $MQ \equiv NP$.
D. MQ, NP chéo nhau.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$, trong các cách vẽ sau cách vẽ nào **sai**?

A.

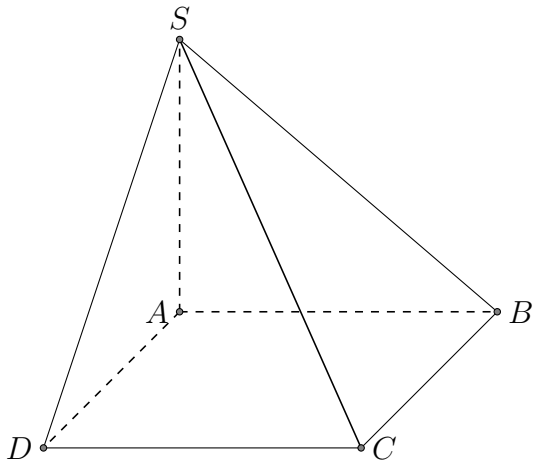


B.

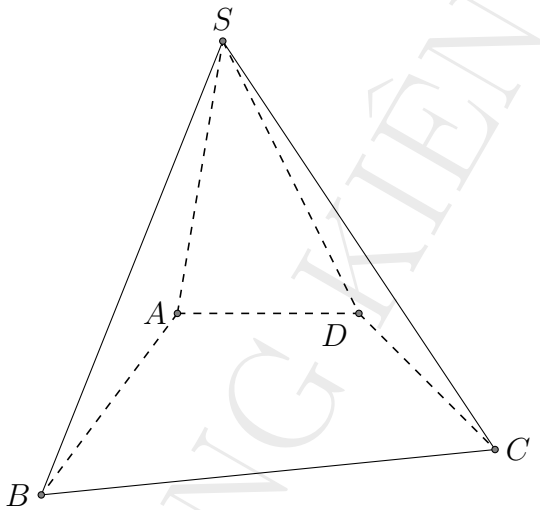


ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C.



D.



Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD, N là trọng tâm giác SAB. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (SBC) tại điểm I. Tính tỉ số $\dfrac{IN}{IM}$.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 65. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AB, BC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là

A. KD. **B.** Không có.
C. Đường thẳng đi qua K và song song với AB. **D.** KI.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD. **B.** SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
C. SG (G là trung điểm AB). **D.** SF (F là trung điểm CD).

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$, AB cắt CD tại E và AC cắt BD tại F. Giao tuyến của mặt phẳng (SEF) với mặt phẳng (SBC) là

A. SJ với $I = EF \cap BC$. **B.** SC.
C. SA. **D.** SJ với $I = ES \cap BC$.

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI (I là giao điểm của AC và BM). **B.** SJ (J là giao điểm của AM và BD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD). **D.** SP (P là giao điểm của AB và CD).

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm $\triangle BCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

A. AH (H là hình chiếu của B trên CD). **B.** AN (N là trung điểm của CD).
C. AK (K là hình chiếu của C trên BD). **D.** AM (M là trung điểm của AB).

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ và E là một điểm trên cạnh SC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAE) và (SBD) là

A. SB. **B.** SO với $O = AC \cap BD$.
C. SD. **D.** SI với $I = AE \cap BD$.

Câu 71. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. MN. **B.** AM.
C. BG (G là trọng tâm tam giác ACD). **D.** AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Câu 72. Cho tứ giác $ABCD$ có cặp cạnh đối AB, CD không song song với nhau và S là điểm không nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó giao tuyến của cặp mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. SO với $O = AC \cap BD$. **B.** SA.
C. SD. **D.** SK với K là giao điểm của AB và CD.

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD. Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

A. KI. **B.** KJ. **C.** MI. **D.** MH.

Câu 74. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD. Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC. Khi EF và BC cắt nhau tại I, thì I **không phải** là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD) và (DEF). **B.** (BCD) và (ABC). **C.** (BCD) và (AEF). **D.** (BCD) và (ABD).

Câu 75. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N là các điểm lần lượt nằm trong các tam giác ABC và ACD. Giao tuyến của các mặt phẳng (AMN) và (BCD) là

A. EF với $E = AM \cap BC$ và $F = AN \cap CD$. **B.** EF với $E = AM \cap BD$ và $F = AN \cap CD$.
C. EF với $E = AM \cap BC$ và $F = AN \cap BD$. **D.** BD.

Câu 76. Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD, M là điểm trên đoạn AO, (M không trùng với A và O). Giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với (ABC) là

A. CP với $P = MD \cap AN$ và $N = DO \cap BC$. **B.** CP với $P = MD \cap AB$.
C. CN với $N = DO \cap BC$. **D.** AC .

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Trên cạnh SB lấy điểm M. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SAC).

A. SI. **B.** AE (E là giao điểm của DM và SI).
C. DM. **D.** DE (E là giao điểm của DM và SI).

Câu 78. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

A. CD và NP. **B.** CD và MN. **C.** CD và MP. **D.** CD và AP.

Câu 79. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây

A. (ABD). **B.** (CMN). **C.** (BCD). **D.** (ACD).

Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$, lấy I là trung điểm của AB, J thuộc BC sao cho $BJ = 3JC$. Gọi K là giao điểm của AC với IJ. Khi đó điểm K **không** thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. (CIJ). **B.** (ABC). **C.** (BCD). **D.** (ACD).

Câu 81. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của CD, điểm P thuộc tia đối của tia BD sao cho $PD = 3PB$, mặt phẳng (APM) cắt BC tại Q. Tính tỉ số $\dfrac{CQ}{QB}$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 3.

Câu 82. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AD và BC; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Điểm N.
B. Giao điểm của MG và AN.
C. Giao điểm của MG và BC.
D. Giao điểm của MG và BD.

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm giao điểm K của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC).

A. $K = MG \cap AC$. **B.** $K = MG \cap AB$. **C.** $K = MG \cap BC$. **D.** $K = MG \cap AN$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $JM \subset (SAB)$.
B. $DM \subset (SCI)$.
C. S, I, J thẳng hàng.
D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD và G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao đểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AC.
B. Điểm F.
C. Giao điểm của đường thẳng EG và AF.
D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD.

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, AB và CD lần lượt lấy các điểm E, F và G sao cho EF và BD không song song. Gọi giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (EFG) là điểm I. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = BC \cap HG, H = BD \cap EF$.
B. $I = BC \cap HF, H = BD \cap EF$.
C. $I = BC \cap EG$.
D. $I = BC \cap EF$.

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\dfrac{SH}{SC}$.

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 88. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi I là trung điểm của SP. Giao điểm của MI và (SNQ) là

A. Giao điểm của SN và MI.
B. Giao điểm của SQ và MI.
C. Giao điểm của SO và MI.
D. Giao điểm của NQ và MI.

Câu 89. Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, A' là trọng tâm của tam giác BCD. Tính $\dfrac{GA}{GA'}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC. I là giao điểm của AN với (SBD), J giao điểm của MN với (SBD). Tính tỉ số $\dfrac{IB}{IJ}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{11}{3}$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (P) cắt tia SA, SB, SC, SG theo thứ tự tại A', B', C', G'. Tính $\left(\dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SC}{SC'}\right).\dfrac{SG}{SG'}$ được kết quả là

A. 4. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác $ABCD$ sao cho AD không song song với BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD. H là giao điểm của MN và mặt phẳng (SAC). O là giao điểm của AC và BD. Biết $OB = OD$. Tính tỉ số $HM : HN$

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP HKI NĂM HỌC 2025 — 2026 CHUẨN FORM MỚI

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 93. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD mà không trùng với các đỉnh của tứ diện. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. một tam giác. **B.** một ngũ giác. **C.** một đoạn thẳng. **D.** một tứ giác.

Câu 94. Cho tứ diện $ABCD$, M, N lần lượt là các điểm nằm trong tam giác ABD, ACD. Mặt phẳng (DMN) cắt các mặt của hình tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD, SC. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AD, DC sao cho $MD = \dfrac{1}{4}AD, CD = 4CN$. Gọi K là một điểm nằm trên cạnh BC (K không trùng B và C) sao cho KN không song song với BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MF \parallel AB$.
B. $MN \parallel CA$.
C. Mặt phẳng (KMN) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác.
D. Mặt phẳng (KMN) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tam giác.

Câu 97. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó **không** thể là

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tứ giác. **D.** tam giác.

Câu 98. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC. Mặt phẳng (MNQ) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB. P là một điểm trên cạnh BC. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là

A. hình chữ nhật. **B.** hình thang. **C.** hình tam giác. **D.** hình bình hành.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình bình hành.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm SD, E thuộc cạnh BC sao cho $BE = 2EC$, mặt phẳng (AME) cắt SC tại F. Tính tỉ số diện tích hai tam giác SFD và FCD.

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, SAB, SAC, SBC là các tam giác vuông cân tại S, M là trung điểm SA; N, P lần lượt là điểm đối xứng với A qua B, C. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó.

A. $\dfrac{a^2\sqrt{34}}{36}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{34}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{22}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{11}}{18}$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$. Điểm C' nằm trên cạnh SC và không trùng với S. Mặt phẳng (ABC') cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 104. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD'. Mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. ngũ giác. **B.** tứ giác. **C.** tam giác. **D.** lục giác.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AD. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Mặt phẳng (ABG) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Câu 106. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại S và $SB = 8$. Mặt phẳng (ACI) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, đa giác đó có diện tích bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $10\sqrt{2}$. **D.** $9\sqrt{2}$.

Câu 107. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Cắt các mặt của hình lăng trụ bởi một mặt phẳng ta được các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác được gọi là thiết diện. Số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là bao nhiêu?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = SB = SC = 2a$. Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng SB mà $SM = m$ $(0 < m < 2a)$. Mặt phẳng (α) qua M, song song với SA và BC cắt hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có chu vi là

A. $4a - 2m$. **B.** $4a$. **C.** $4a - m$. **D.** $2a + m$.

Câu 109. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm ở trên đoạn thẳng AG. Đường thẳng BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.
C. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$. **D.** J là trung điểm của AM.

Câu 110. Cho tứ diện $S.ABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC. Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. K, I, J. **B.** K, M, J. **C.** N, I, J. **D.** M, I, J.

Câu 111. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD, G là trọng tâm tam giác SAB và K là giao điểm của GM với mặt phẳng $(ABCD)$. Tỉ số $\dfrac{KB}{KC}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy không phải là hình thang, AD và BC cắt nhau tại O, điểm M thuộc cạnh SO (M khác 2 đầu mút), MA cắt SD tại E, MB cắt SC tại F. Trong các bộ 3 đường thẳng sau, bộ 3 đường thẳng nào đồng quy?

A. AF, BE, SO. **B.** AF, AB, BD. **C.** EF, CD, AB. **D.** AF, BE, AB.

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD, OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\dfrac{KS}{KA}$ là

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 114. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau .
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 115. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.
B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.
C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.

Câu 116. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 117. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Câu 118. Trong không gian, xét các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng nếu không cắt nhau, không trùng nhau thì song song.
C. Hai đường không có điểm chung thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

Câu 119. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì

A. chéo nhau. **B.** có điểm chung.
C. cắt nhau hoặc chéo nhau. **D.** không có điểm chung.

Câu 120. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song. **D.** trùng nhau.

Câu 121. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Câu 122. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 123. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Nếu c cắt a thì c và b chéo nhau.
B. Nếu $c \parallel a$ thì $c \parallel b$ hoặc $c \equiv b$.
C. Nếu c và a chéo nhau thì c và b chéo nhau.
D. Nếu c và a cắt nhau thì c và b cắt nhau.

Câu 124. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 125. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
C. Hai đường thẳng song song nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 126. Trong không gian, cho ba đường thẳng a; b và c trong đó $a \parallel b$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu a cắt c thì b cắt c.
B. Nếu a và c chéo nhau thì b và c chéo nhau.
C. Nếu c cắt a thì c và b chéo nhau.
D. Nếu c song song với a thì c song song hay trùng với b.

Câu 127. Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a. Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 128. Hãy chọn mệnh đề đúng?

A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.
B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.
C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Câu 129. Trong không gian cho hai đường thẳng a và b cắt nhau. Đường thẳng c cắt cả hai đường thẳng a và b. Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

a) (I) a, b, c luôn đồng phẳng.
b) (II) a, b đồng phẳng.
c) (III) a, c đồng phẳng.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 130. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau.
B. Cắt nhau.
C. Song song với nhau.
D. Chéo nhau.

Câu 131. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 132. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. GE cắt AD.
B. GE và CD chéo nhau.
C. $GE \parallel CD$.
D. GE cắt BC.

Câu 133. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $MN \parallel BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$.
B. $MNPQ$ là hình bình hành.
C. MQ và NP chéo nhau.
D. $BD \parallel PQ$ và $PQ = \frac{1}{2}BD$.

Câu 134. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

A. EF.
B. DC.
C. AD.
D. AB.

Câu 135. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. IJ cắt AB.
B. IJ song song với CD.
C. IJ song song với AB.
D. IJ chéo CD.

Câu 136. Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là I, điểm S ở ngoài (P), gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB; mặt phẳng (MNI) cắt BC, AD lần lượt tại P và Q. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?

A. $PQ \parallel AB$.
B. $PQ = CD$.
C. NQ cắt SI.
D. $NP \parallel SC$.

Câu 137. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB \parallel CD$, $AB > CD$. Gọi M là trung điểm của SB, E đối xứng với A qua M. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $CD \parallel SE$.
B. $SEBA$ là hình bình hành.
C. SC và DE chéo nhau.
D. SC và BE chéo nhau.

Câu 138. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD. Khi đó ta có

A. MN cắt BC.
B. $MN \parallel BD$.
C. MN cắt AD.
D. $MN \parallel CD$.

Câu 139. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ) là đường thẳng:

A. KD.
B. KI.
C. qua K và song song với AB.
D. Không có.

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT.
B. MQ và RT.
C. MN và RT.
D. PQ và RT.

Câu 141. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song sonng với PQ.
B. MN chéo với PQ.
C. MN cắt với PQ.
D. MN trùng với PQ.

Câu 142. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A và cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB'=2$, $DD'=4$. Khi đó CC' bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 143. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC=2MB$, các điểm N, P lần lượt là trung điểm của BD, AD. Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP), tính tỉ số $\dfrac{QC}{QA}$.

A. $\dfrac{QC}{QA}=\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{QC}{QA}=\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{QC}{QA}=2$. **D.** $\dfrac{QC}{QA}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 144. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính $\dfrac{KS}{KD}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 145. Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm tam giác BCD. M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn AG. BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. A, G, M thẳng hàng. **B.** J là trung điểm AM.
C. $AM=(ACD)\cap(ABG)$. **D.** $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Câu 146. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ Sx, Sy lần lượt song song với AB, AD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx.
B. Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy.
C. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx.
D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx.

Câu 147. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, AB, CD. Khi đó giao điểm của BC với mặt phẳng (MNP) chính là

A. Trung điểm của AC. **B.** Trung điểm của BC.
C. Giao điểm của MP và BC. **D.** Giao điểm của MN và CD.

Câu 148. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Biết $AB\parallel CD$ và $AB=\dfrac{3}{2}CD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB và P là giao điểm của đường thẳng DN với mặt phẳng (SAC). Tính tỉ số $\dfrac{PO}{PS}$.

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 149. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k=\dfrac{IA}{IN}+\dfrac{JM}{JN}$.

A. $k=4$. **B.** $k=5$. **C.** $k=2$. **D.** $k=3$.

Câu 150. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB\parallel CD, AB=3CD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SB, SC và K là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN). Tính tỉ số $\dfrac{SK}{SD}$.

A. $\dfrac{SK}{SD}=\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{SK}{SD}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{SK}{SD}=\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{SK}{SD}=\dfrac{2}{3}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 151. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác BCD và ACD và G là giao điểm của AG_1 và BG_2. Tính diện tích của tam giác GAB.

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^2\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

Câu 152. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. đường thẳng đi qua S song song với AB, CD.
B. đường thẳng đi qua S.
C. điểm S.
D. mặt phẳng (SAD).

Câu 153. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình chữ nhật. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SPQ) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** NQ. **C.** MP. **D.** SP.

Câu 154. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình thang vuông. **D.** Hình bình hành.

Câu 155. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MAB) và (MDC) là

A. BC.
B. AD.
C. Đường thẳng đi qua M và song song với AB.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.

Câu 156. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau.
B. $MN \parallel CD$.
C. MN và SC cắt nhau.
D. MN và CD chéo nhau.

Câu 157. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại O, điểm M thuộc cạnh SB. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **SAI**?

A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (ADM) và (SAC) là AE với E là trung điểm SC.
B. MO và SA là hai đường thẳng chéo nhau.
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SBD) là MD.
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MDB) và (SAD) là SD.

Câu 158. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng AD.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng BD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng AC.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với đường thẳng CD.

Câu 159. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi M là trung điểm SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. một hình bình hành.
B. một tam giác.
C. một hình tứ giác (không là hình thang).
D. một hình thang (không là hình bình hành).

Câu 160. Cho tứ diện $ABCD$, biết M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

MN cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác (T). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (T) là hình chữ nhật.
B. (T) là tam giác.
C. (T) là hình thoi.
D. (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Câu 161. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Mặt phẳng (IBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. tam giác IBC.
B. hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
C. hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
D. tứ giác $IBCD$.

Câu 162. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

A. SC.
B. đường thẳng qua S và song song với AB.
C. đường thẳng qua G và song song với DC.
D. đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 163. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Mặt phẳng (MNE) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. tam giác MNE.
B. tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.
C. hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
D. hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 164. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG).

A. Giao tuyến là đường thẳng song song với AB.
B. Giao tuyến là đường thẳng song song vơi CD.
C. Giao tuyếnlà đường thẳng song song với đường trung bình của hình thang $ABCD$.
D. Giao tuyến là đường thẳng IJ.

Câu 165. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I. Gọi M là trung điểm của CD. Trên cạnh SM lấy điểm N sao cho $SN = \dfrac{1}{3}SM$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (NAD) và (NBC) cắt SI tại P. Tính $\dfrac{SP}{PI} \cdot \dfrac{SN}{NM}$.

A. 2.
B. 1.
C. $\dfrac{1}{4}$.
D. $\dfrac{1}{9}$.

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm AO. Mặt phẳng (P) qua I và song song với BD, SA cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác.
B. lục giác.
C. hình bình hành.
D. ngũ giác.

Câu 167. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và SD. Thiết diện của mặt phẳng (CMN) với hình chóp là

A. một tam giác.
B. một tứ giác.
C. một ngũ giác.
D. một lục giác.

Câu 168. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD, E là một điểm thuộc cạnh AD (E khác A và D). Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện của tứ diện với (IJE) là hình thoi.

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

A. Tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$ và E là trung điểm của AD.
B. Tứ diện $ABCD$ có $AD = BC$ và E là trung điểm của AD.
C. Tứ diện $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD và E là trung điểm của AD.
D. Tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$ và $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$.

Câu 169. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD. Tính diện tích S của thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$. **B.** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $S = \dfrac{a^2}{4}$. **D.** $S = \dfrac{a^2}{4}$.

Câu 170. Cho tứ diện $ABCD, M, N, P$ lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD gọi d là giao tuyến của (ABD) và (MNP), d cắt AD tại Q. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AC = BD$. **B.** $AB = CD$. **C.** $AB = BC$. **D.** $MP = NQ$.

Câu 171. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $AB = a$, $\widehat{SAD} = 90^\circ$ và tam giác SAB là tam giác đều. Gọi Dt là đường thẳng đi qua D và song song với SC; I là giao điểm của Dt và mặt phẳng (SAB). Mặt phẳng (AIC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tứ giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** lục giác.

Câu 172. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm SA, SB, G là trong tâm tam giác ABC. C' là điểm di động trên cạnh SC. Gọi G' là giao điểm của SG với $(A'B'C')$. Khi C' di động trên SC, biểu thức nào sau đây có giá trị không thay đổi?

A. $\dfrac{SG}{SG'} - \dfrac{SC}{SC'}$. **B.** $2\dfrac{SG}{SG'} - 3\dfrac{SC}{SC'}$. **C.** $\dfrac{2SG}{3SG'} - \dfrac{SC}{SC'}$. **D.** $3\dfrac{SG}{SG'} - \dfrac{SC}{SC'}$.

Câu 173. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a, $\parallel b$?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 174. Trong không gian cho đường thẳng Δ và mp(P), đường thẳng Δ song song với mp(P) nếu

A. Δ không nằm trong mp(P) và Δ song song với một đường thẳng nằm trong mp(P).
B. Δ song song với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mp(P).
C. Δ không nằm trong mp(P).
D. Δ song song với mọi đường thẳng nằm trong mp(P).

Câu 175. Cho đường thẳng a, d và mặt phẳng (α), (β) thỏa mãn $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a \parallel d$. **B.** a cắt d. **C.** a trùng d. **D.** a và d chéo nhau.

Câu 176. Trong các giả thiết sau đây, giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
B. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.
D. $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Câu 177. Cho các giải thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
B. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.
D. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 178. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a song song với b?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 179. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta \parallel d$.
B. Nếu $d \parallel (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì d và b hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.
D. Nếu $d \parallel c$ và $c \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.

Câu 180. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Cho các mệnh đề sau

a) Nếu mặt phẳng (P) song song với a thì b song song với mặt phẳng (P).

b) Nếu mặt phẳng (P) song song với a thì (P) chứa b.

c) Nếu mặt phẳng (P) song song với a thì (P) song song với b hoặc chứa b.

d) Nếu mặt phẳng (P) cắt a thì (P) cũng cắt b.

e) Nếu mặt phẳng (P) cắt a thì (P) có thể song song với b.

f) Nếu mặt phẳng (P) chứa a thì (P) có thể song song với b.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 181. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thoả mãn yêu cầu trên?

A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).
B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳngg (Q).
C. Một mặt phẳng (Q), vố số mặt phẳngg (P).
D. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

Câu 182. Cho các mệnh đề sau

(1) Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

(2) Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

(3) Nếu $a \parallel (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.

(4) Nếu $a \parallel (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 183. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O không nằm trong Δ. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng song song với đường thẳng Δ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 184. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song hoặc trùng nhau.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 185. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì đó phải đồng quy.

D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 186. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \parallel b$.
B. a, b không có điểm chung.
C. a, b cắt nhau.
D. a, b chéo nhau.

Câu 187. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Một phẳng (P), một phẳng (Q).
B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).
C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).
D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).

Câu 188. Cho tứ diện $ABCD$ lấy I, J lần lượt là trung điểm của AB, AD. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ABD).
B. (ABC).
C. (ACD).
D. (CBD).

Câu 189. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chọn khẳng định đúng.

A. $BD \parallel (SAC)$.
B. $CD \parallel (SAB)$.
C. $CD \parallel (SAC)$.
D. $BD \parallel (SAD)$.

Câu 190. Cho tứ diện $ABCD$ lấy I, J lần lượt là trung điểm của AB, AD. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ABD).
B. (ABC).
C. (ACD).
D. (CBD).

Câu 191. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi I là hình chiếu song song của G lên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AD. Chọn khẳng định đúng.

A. I là điểm bất kì trong tam giác BCD.
B. I là trực tâm tam giác BCD.
C. I là trọng tâm tam giác BCD.
D. $IG \perp (BCD)$.

Câu 192. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC, lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MG song song (BCD).
B. MG song song (ACB).
C. MG song song (ABD).
D. MG song song (ACD).

Câu 193. Cho hai bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong mội mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$, $ABEF$. M là trung điểm của CD. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **ĐÚNG**?

(1) $AD \parallel (MOO_1)$
(2) $BE \parallel (MOO_1)$
(3) $OO_1 \parallel (CDEF)$
(4) CD cắt (BEF)

A. 2.
B. 4.
C. 1.
D. 3.

Câu 194. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của CB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $PQ \parallel (BCD)$.
B. $GQ \parallel (BCD)$.
C. $PQ \parallel (ACD)$.
D. $Q \in (GDP)$.

Câu 195. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $IO \parallel (SAB)$.
B. $IO \parallel (SAD)$.
C. Mặt phẳng (IBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tứ giác.
D. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

Câu 196. Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $IJ \parallel (BCD)$. **B.** $IJ \parallel (ABD)$. **C.** $IJ \parallel (ABC)$. **D.** $IJ \parallel (BIJ)$.

Câu 197. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là

A. MN nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$.
B. MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
C. MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.
D. MN và mặt phẳng $(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 198. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MO \parallel (SCD)$. **B.** $MO \parallel (SAB)$. **C.** $NO \parallel (SBC)$. **D.** $NO \parallel (SAB)$.

Câu 199. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và SBC. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $G_1G_2 \parallel (SAD)$.
B. G_1G_2 và SA không có điểm chung.
C. $G_1G_2 \parallel (SAB)$.
D. G_1G_2 và SA là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 200. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB. Lấy điểm M trên đoạn AD sao cho $AD = 3AM$. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại J, đường thẳng JG không song song với mặt phẳng.

A. (SCD). **B.** (SAD). **C.** (SBC). **D.** (SAC).

Câu 201. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. BG_1, AG_2 và CD đồng qui.
B. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
C. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.
D. $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AB$.

Câu 202. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$?

A. $x = \dfrac{2}{3}$. **B.** $x = \dfrac{1}{3}$. **C.** $x = \dfrac{1}{4}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 203. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O của đáy.
B. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng BC.
C. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.
D. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng BD.

Câu 204. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SG (G là trung điểm AB).
B. SD.
C. SF (F là trung điểm CD).
D. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 205. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SO với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
B. SD.
C. SG với G là trung điểm AB.
D. SF với F là trung điểm CD.

Câu 206. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. d qua S và song song với DC.
B. d qua S và song song với BD.
C. d qua S và song song với BC.
D. d qua S và song song với AB.

Câu 207. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. SA.
B. Đường thẳng qua điểm S và song song với AD, BC.
C. Đường thẳng qua điểm S và song song với AB, CD.
D. SO với O là giao điểm của AC và BD.

Câu 208. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm đoạn SB, G là trọng tâm tam giác SAD. Gọi J là giao điểm của AD với (OMG) khi đó $\dfrac{JD}{AD}$ bằng

A. $\dfrac{2}{5}$.
B. $\dfrac{1}{4}$.
C. $\dfrac{2}{3}$.
D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 209. Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, điểm P là trung điểm của CD, điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AD}$. Tìm k để ba véc-tơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MQ}$ đồng phẳng.

A. $k=2$.
B. $k=-2$.
C. $k=\dfrac{1}{2}$.
D. $k=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 210. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với SA, mặt phẳng (α) cắt SC tại K. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $SK=2KC$.
B. $SK=3KC$.
C. $SK=KC$.
D. $SK=\dfrac{1}{2}KC$.

Câu 211. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với BC, AD cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác đều.
B. tam giác vuông.
C. hình bình hành.
D. ngũ giác.

Câu 212. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Mặt phẳng (AMN) cắt các mặt của hình lăng trụ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành.
B. hình tam giác vuông.
C. hình thang.
D. hình tam giác cân.

Câu 213. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi M là trung điểm của OC. Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình tam giác.
B. hình bình hành.
C. hình chữ nhật.
D. hình ngũ giác.

Câu 214. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM=2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích của đa giác đó.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^2}{5}$.
B. $\dfrac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.
C. $\dfrac{4\sqrt{26}a^2}{15}$.
D. $\dfrac{2\sqrt{3}a^2}{5}$.

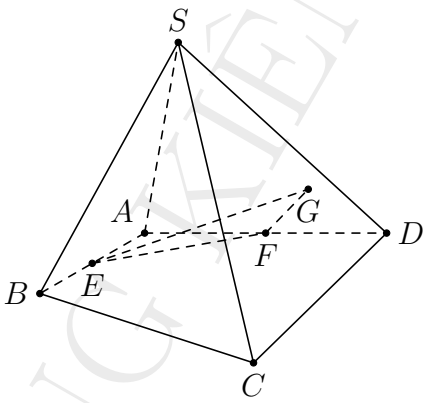
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 215.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có G là điểm nằm trong tam giác SCD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD (tham khảo hình vẽ bên). Mặt phẳng (EFG) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình tam giác. **B.** hình tứ giác.

C. hình ngũ giác. **D.** hình lục giác.



Câu 216. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm $\triangle SAB$. Biết mặt phẳng (IJG) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB = 3CD$. **B.** $AB = \dfrac{1}{3}CD$. **C.** $AB = \dfrac{3}{2}CD$. **D.** $AB = \dfrac{2}{3}CD$.

Câu 217. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB và song song với BD, SA cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** ngũ giác. **C.** hình thang. **D.** tam giác.

Câu 218. Cho tứ diện $ABCD$, cắt các mặt của tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD với $AB = 6$, $CD = 8$, các đoạn giao tuyến tạo thành một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\dfrac{31}{7}$. **B.** $\dfrac{21}{7}$. **C.** $\dfrac{24}{7}$. **D.** $\dfrac{15}{7}$.

Câu 219. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$), cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại S, $SA = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q. Đặt $AM = x$ $(0 < x < a)$. Biết x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** a.

Câu 220. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SA và N là giao điểm của SB và (MCD). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. N là trung điểm SC.

B. Tứ giác $MNCD$ là hình bình hành.

C. Tứ giác $MNCD$ là hình bình thang đáy lớn là CD gấp đôi đáy bé MN.

D. Tứ giác $MNCD$ là hình bình thang đáy lớn MN gấp đôi CD.

Câu 221. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM = C'N = DP = \dfrac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành đa giác, tính diện tích S của đa giác đó.

A. $S = \dfrac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S = \dfrac{17\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S = \dfrac{11\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S = \dfrac{5\sqrt{3}a^2}{18}$.

Câu 222. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $IJ \parallel (BCD)$. **B.** $IJ \parallel (ACD)$. **C.** $IJ = \dfrac{1}{3}CD$. **D.** $IJ = \dfrac{1}{6}CD$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 223. Trong không gian, cho các đường thẳng a, b và mặt phẳng (P), (Q). Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Nếu $(P)//(Q)$ và $a \subset (P)$ thì $a//(Q)$.
B. Nếu $a//(P)$ và $b//(Q)$ thì $a//b$.
C. Nếu $a//b$ và $a \subset (P)$, $b \subset (Q)$ thì $(P)//(Q)$.
D. Nếu $(P)//(Q)$ và $a \subset (P)$, $b \subset (Q)$ thì $a//b$.

Câu 224. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **đúng**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì trùng nhau.
D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Câu 225. Xét các mệnh đề sau:

a) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với mọi đường thẳng trong (Q).

b) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) song song với nhau.

c) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng trong (P) đều song song với mọi đường thẳng trong (Q).

d) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và đường thẳng a song song với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (P).

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 226. Hình lăng trụ có các mặt bên là hình gì?

A. Hình thoi. **B.** Hình vuông. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình bình hành.

Câu 227. Cho đường thẳng $a \subset mp(P)$ và đường thẳng $b \subset mp(Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b chéo nhau.
B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.
D. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

Câu 228. Đặc điểm nào sau đây là đúng với hình lăng trụ?

A. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.
B. Đáy của hình lăng trụ là hình bình hành.
C. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên là hình bình hành.
D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.

Câu 229. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Các mặt liền kề của một hình hộp nằm trên những mặt phẳng song song với nhau.
B. Các mặt đối diện của một hình lăng trụ tứ giác nằm trên những mặt phẳng song song với nhau.
C. Các mặt đối diện của một hình hộp nằm trên những cặp mặt phẳng song song.
D. Các mặt đối diện của một hình lăng trụ tứ giác nằm trên những mặt phẳng song song.

Câu 230. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận mp $(\alpha) \parallel$ mp (β) ?

A. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β).
B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β).
C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β).
D. $(\alpha) \parallel \gamma$ và $(\beta) \parallel \gamma$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 231. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β).
B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β).
C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
D. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong (α).

Câu 232. Cho các khẳng định sau:

a) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

b) Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

c) Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng chéo nhau thì chúng song song với nhau.

d) Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

e) Một đường thẳng bất kì cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

f) Trong không gian có ba vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng.

g) Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (P). Qua M ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng (P).

h) Cho đường thẳng $d \parallel (P)$, khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa d và song song với (P).

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 233. Đoạn thẳng nối hai đỉnh mà hai đỉnh đó không cùng nằm trên một mặt phẳng của hình lăng trụ (hoặc hình hộp, hoặc hình chóp cụt) được gọi là *đường chéo* của nó. Tổng bình phương tất cả các đường chéo của hình hộp bằng

A. Tổng bình phương độ dài hai đường chéo của hai đa giác đáy.
B. Hai lần tổng bình phương độ dài hai đường chéo của bốn mặt bên.
C. Tổng bình phương tất cả các cạnh của hình hộp đó.
D. Tổng bình phương tất cả các cạnh của đa giác đáy.

Câu 234. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.
B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.
D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 235. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $A'B' \parallel (SBD)$. **B.** $A'B' \parallel (SAD)$. **C.** $(A'C'D') \parallel (ABC)$. **D.** $A'C' \parallel BD$.

Câu 236. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BDA'). **B.** $(A'C'C)$. **C.** (BDC'). **D.** (BCA').

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 237. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$) và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (CIJ). **D.** (SJC).

Câu 238. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào?

A. $(BA'C')$. **B.** $(C'BD)$. **C.** (BDA'). **D.** (ACD').

Câu 239. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SCD). **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAB).

Câu 240. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. $(BA'C') \parallel (ACD')$. **B.** $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$. **D.** $(ABA') \parallel (CB'D')$.

Câu 241. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM). **B.** $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$. **D.** $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 242. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d đi qua S và song song với BD. **B.** d đi qua S và song song với BC.
C. d đi qua S và song song với AB. **D.** d đi qua S và song song với DC.

Câu 243. Cho tam giác ABC có $BC = a, \widehat{BAC} = 135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thỏa mãn $SA = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M, N. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°.

Câu 244. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình thoi. **B.** tam giác cân tại M. **C.** tam giác đều. **D.** hình bình hành.

Câu 245. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Mặt phẳng (α) qua M song song với (SBC) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình vuông. **C.** hình tam giác. **D.** hình thang.

Câu 246. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $AB = 8$, $SA = SB = 6$. (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với (SAB) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích của đa giác đó.

A. 12. **B.** $6\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** 13.

Câu 247. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (IBD) cắt các mặt của hình lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình chữ nhật. **B.** hình thang. **C.** hình bình hành. **D.** tam giác.

Câu 248. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC'. Mặt phẳng (MNP) cắt các mặt của hình lập phương theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 249. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$ cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó.

A. $\dfrac{16}{9}$. **B.** $\dfrac{25}{9}$. **C.** $\dfrac{14}{9}$. **D.** 1.

Câu 250. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm bất kì trên đoạn thẳng SO. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình ngũ giác. **C.** hình tam giác. **D.** hình thang cân.

Câu 251. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). (P) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** tam giác cân không đều.
C. tam giác vuông. **D.** tam giác đều.

Câu 252. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm bất kì trên đoạn thẳng SO. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$ cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình bình hành. **B.** hình ngũ giác. **C.** hình tam giác. **D.** hình thang cân.

Câu 253. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a và G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác thì đa giác đó có diện tích bằng

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 254. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB và AD. Mặt phẳng (α) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình vuông. **D.** hình chữ nhật.

Câu 255. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB', BC. Mặt phẳng (DMN) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** tứ giác.

Câu 256. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Mặt phẳng song song với AB, CD cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\dfrac{31}{7}$. **B.** $\dfrac{18}{7}$. **C.** $\dfrac{24}{7}$. **D.** $\dfrac{15}{7}$.

Câu 257. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. Gọi M là điểm trên SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là

A. $\dfrac{400}{9}$. **B.** $\dfrac{20}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Câu 258. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB, M là điểm di động trên đoạn thẳng AI. Mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời song song với mặt phẳng (SIC) cắt các mặt của tứ diện theo các đoạn giao tuyến tạo thành

A. một hình thoi. **B.** một tam giác cân tại M.
C. một tam giác đều. **D.** một hình bình hành.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 259. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt các mặt của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một

A. hình ngũ giác. **B.** hình lục giác. **C.** hình tam giác. **D.** hình tứ giác.

Câu 260. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. (P) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, diện tích đa giác đó bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 261. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O. $AB = 8$, $SA = SB = 6$. (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, diện tích đa giác đó bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{5}$. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 262. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. (NOM) cắt (OPM). **B.** $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(MNP) \parallel (SBD)$. **D.** $(PON) \cap (MNP) = NP$.

Câu 263. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB//CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD, (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có diện tích bằng $\dfrac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB. Tính tỉ số $x = \dfrac{MA}{MD}$.

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{2}{3}$.

Câu 264. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB//CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD, (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB). Mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có diện tích bằng $\dfrac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB. Tính tỉ số $x = \dfrac{MA}{MD}$.

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{2}{3}$.

Câu 265. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tại A', B', C', D' tương ứng, sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Câu 266. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $(G_1G_2G_3)$ cắt (BCD). **B.** $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.
C. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCA)$. **D.** $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung (ACD).

Câu 267. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các tia song song với nhau, cùng nằm về một phía và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) đi qua A và cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B_0, C_0, D_0 với $BB_0 = 2, DD_0 = 4$. Tính độ dài đoạn CC_0

A. $CC_0 = 4$. **B.** $CC_0 = 6$. **C.** $CC_0 = 5$. **D.** $CC_0 = 3$.

Câu 268. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 269. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn OA và $AI = x$ $(0 < x < a)$. (α) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác, tính diện tích đa giác đó theo a, b và x.

A. $\dfrac{2bx^2\sqrt{3}}{a^2}$. **B.** $\dfrac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$. **C.** $\dfrac{3bx^2\sqrt{2}}{a^2}$. **D.** $\dfrac{b^2x^2\sqrt{2}}{a^2}$.

Câu 270. Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\dfrac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 271. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là các hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$, $(0 < x < a\sqrt{2})$. Khi đó với mọi giá trị x thì đường thẳng MN luôn song song với đường thẳng nào sau đây?

A. $(AD'C'B)$. **B.** $(A'DC'B)$. **C.** $(A'D'CB)$. **D.** $(ADC'B')$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

PHẦN III

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11

11

Chương 5

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

THẦY KIÊN TOÁN: DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

K11 – CHƯƠNG 5

§1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ MỐT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Khái niệm về thống kê

Thống kê là khoa học về các phương pháp thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lý số liệu.

2 Mẫu số liệu

- ***Dấu hiệu*** là một vấn đề hay hiện tượng nào đó mà người điều tra quan tâm tìm hiểu. Mỗi đối tượng điều tra gọi là một ***đơn vị điều tra***. Mỗi đơn vị điều tra có một số liệu, số liệu đó gọi là giá trị của dấu hiệu trên đơn vị điều tra đó.
- Một tập con hữu hạn các đơn vị điều tra được gọi là một ***mẫu***. Số phần tử của một mẫu được gọi là ***kích thước mẫu***. Các giá trị của dấu hiệu thu được trên mỗi mẫu được gọi là một ***mẫu số liệu*** (mỗi giá trị như thế con gọi là một số liệu của mẫu).
- Nếu thực hiện điều tra trên mọi đơn vị điều tra thì đó là điều tra toàn bộ. Nếu chỉ điều tra trên một mẫu thì đó là điều tra mẫu.

3 Số liệu ghép nhóm

Định nghĩa 24 Mẫu số liệu ghép nhóm thường được trình bày dưới dạng bảng thống kê *Bảng tần số ghép nhóm* có dạng như sau

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	$\ldots$	$[u_k;u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

- *Tần số của giá trị x_i là số lần lặp lại giá trị x_i trog mẫu số liệu.*
- *Bảng trên gồm k nhóm $[u_j;u_{j+1})$ với $1 \le j \le k$, mỗi nhóm gồm một số giá trị được ghép theo một tiêu chí xác định.*
- *Cỡ mẫu $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$.*
- *Giá trị chính giữa mỗi nhóm được dùng làm giá trị đại diện cho nhóm ấy. Ví dụ nhóm $[u_1;u_2)$ có giá trị đại diện là $\frac{1}{2}(u_1+u_2)$.*
- *Hiệu $u_{j+1}-u_j$ được gọi là độ dài của nhóm $[u_j;u_{j+1})$.*

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

4 Một số quy tắc ghép nhóm của mẫu số liệu

Mỗi mẫu số liệu có thể được ghép nhóm theo nhiều cách khác nhau nhưng thường tuân theo một số quy tắc sau:

- Sử dụng từ $k=5$ đến $k=20$ nhóm. Cỡ mẫu càng lớn thì cần càng nhiều nhóm số liệu. Các nhóm có cùng độ dài bằng L thoả mãn $R<k\cdot L$, trong đó R là khoảng biến thiên, k là số nhóm.
- Giá trị nhỏ nhất của mẫu thuộc vào nhóm $[u_1;u_2)$ và càng gần u_1 càng tốt. Giá trị lớn nhất của mẫu thuộc nhóm $[u_k;u_{k+1})$ và càng gần u_{k+1} càng tốt.

⚠
- *Các đầu mút của các nhóm có thể không là giá trị của mẫu số liệu.*
- *Ta hay gặp các bảng số liệu ghép nhóm là số nguyên, chẳng hạn như bảng thống kê số lỗi chính tả trong bài kiểm tra giữa học kì 1 môn Ngữ Văn của học sinh khối 11 như sau:*

Số lỗi	$[1;2]$	$[3;4]$	$[5;6]$	$[7;8]$	$[9;10]$
Số bài	122	75	14	5	2

- *Bảng số liệu này không có dạng như bảng trên. Để thuận lợi cho việc tính các số đặc trưng cho bảng số liệu này, người ta hiệu chỉnh về dạng như bảng trên bằng cách thêm và bớt* 0,5 *đơn vị vào đầu mút bên phải và bên trái của mỗi nhóm số liệu như sau:*

Số lỗi	$[0{,}5;2{,}5)$	$[2{,}5;4{,}5)$	$[4{,}5;6{,}5)$	$[6{,}5;8{,}5)$	$[8{,}5;10{,}5)$
Số bài	122	75	14	5	2

5 Số trung bình

Định nghĩa 25 Số trung bình cuả mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu $\overline{x}$, được tính như sau

$$\overline{x}=\frac{n_1c_1+n_2c_2+\cdots+n_kc_k}{n},$$

trong đó $n=n_1+n_2+\cdots+n_k$.

⚠ *Ý nghĩa của số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc. Nó thường dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.*

6 Mốt

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.
Giả sử nhóm chứa mốt là $[u_m;u_{m+1})$, khi đó mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là M_0, được xác định bởi công thức

$$M_0=u_m+\frac{n_m-n_{m-1}}{(n_m-n_{m-1})+(n_m-n_{m+1})}\cdot(u_{m+1}-u_m).$$

⚠
- *Nếu không có nhóm kề trước của nhóm chứa mốt thì* $u_{m-1}=0$.
- *Nếu không có nhóm kề sau của nhóm chứa mốt thì* $n_{m+1}=0$.
- *Mốt của mẫu số liệu không ghép nhóm là giá trị có khả năng xuất hiện cao nhất khi lấy mẫu. Mốt của mẫu số liệu sau khi ghép nhóm* M_0 *xấp xỉ với mốt của mẫu số liệu không*

ghép nhóm. Các giá trị nằm xung quanh M_0 thường có khả năng xuất hiện cao hơn các giá trị khác.

- *Một mẫu số liệu ghép nhóm có thể có nhiều nhóm chứa mốt và nhiều mốt.*

7 Biểu đồ

Các loại biểu đồ thường dùng là biểu đồ hình cột, biểu đồ đường gấp khúc và biểu đồ hình quạt. Số liệu vẽ biểu đồ được lấy từ các bảng tần số - tần suất.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

1 Mẫu số liệu ghép nhóm

Bài 1. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	$[45;50)$
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Bài 2. Chỉ số BMI (đo bằng w/h^2, trong đó w là cân nặng đơn vị là kilôgam, h là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau:

$$19{,}2 \quad 21{,}1 \quad 16{,}8 \quad 23{,}5 \quad 20{,}6 \quad 25{,}2 \quad 18{,}7 \quad 19{,}1.$$

Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ.

Bài 3. Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:

43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56
53 50 42 55 52 48 46 45 54 52 50 47 44
54 55 60 63 58 55 60 58 53.

Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm $[40;45)$.

Bài 4. Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

Chiều cao (cm)	$[150;160)$	$[160;167)$	$[167;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Cỡ áo	S	M	L	XL	XXL

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164 164 164
165 165 165 165 165 166 166 166 166 167 167 168 168
168 168 169 169 170 171 171 172 172 174.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.

b) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

Bài 5. Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$
Số ngày	7	15	12	6

Bài 6. Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22
20 19 17 44 5 18 23 28 25 34 46 27.

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 7. Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514
508 505 504 504 503 499 496 492.

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 8. 100 người thực hiện bài trắc nghiệm để đo chỉ số IQ, kết quả thu được như sau:

Chỉ số IQ	Dưới 70	$[70;85)$	$[85;115)$	$[115;130)$	$[130;145)$	Từ 145 trở lên
Số người	2	15	45	20	15	3

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Người có chỉ số IQ từ 85 đến dưới 115 là ở mức trung bình. Xác định tỉ lệ người có IQ cao hơn mức trung bình.

Bài 9. Theo Tổ chức Y tế Thế giới (WHO), thiếu máu là tình trạng giảm lượng huyết sắc tố (Hb) dẫn tới sự thiếu cung cấp oxygen cho các mô trong cơ thể. Đối với nam giới trên 15 tuổi, chỉ số Hb (đơn vị tính là g/l) lớn hơn hoặc bằng 130 được xem là không bị thiếu máu, từ 110 đến dưới 130 là thiếu máu mức nhẹ, từ 80 đến dưới 110 là thiếu máu mức vừa, dưới 80 là mức nặng. Đo chỉ số Hb của một số học sinh nam lớp 12 cho kết quả như sau:

132 135 137 131 129 125 140 147 138 137 128 112
127 129 125 98 139 138 139 141 140 105 136 133
137 138 108 133 136 141 144 134 136 137 142.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Ghép nhóm cho mẫu số liệu này theo mức độ thiếu máu.

Bài 10. Từ 1/7/2019, dựa trên thu nhập bình quân đầu người (kí hiệu là $GNIPC$, tính theo đô la Mĩ), Ngân hàng Thế giới xác định một nền kinh tế ở mức thu nhập thấp nếu GNIPC nhỏ hơn 1 026, ở mức thu nhập dưới trung bình nếu GNIPC từ 1 026 đến dưới 3 996, ở mức thu nhập trên trung bình nếu GNIPC từ 3 996 đến dưới 12 376 và ở mức thu nhập cao nếu GNIPC từ 12 376 trở lên (Theo Ngân hàng Thế giới). Thu nhập bình quân đầu người của một số nền kinh tế thuộc khu vực châu Á Thái Bình Dương năm 2021 được cho như sau:

102 450 70 700 67 580 55 290 47 490 45 440 44 570 28 730 19 170
18 530 16 520 13 790 12 904 11 090 11 040 10 440 9 450 8 150
7 220 6 960 5 800 4 430 4 340 4 280 4 230 2 100.

a) Ghép nhóm mẫu số liệu trên theo mức thu nhập của nền kinh tế.

b) $GNIPC$ của Việt Nam năm 2021 là 11 040. Nền kinh tế Việt Nam được xếp Ở mức nào?

Bài 11. Thống kê chỉ số chất lượng không khí (AQI) tại một địa điểm vào các ngày trong tháng 6/2022 được cho trong bảng sau:

Chỉ số AQI	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	Trên 200
Số ngày	5	11	7	4	3

a) Dọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Chất lượng không khí được xem là tốt nếu AQI nhỏ hơn 50, là trung bình nếu AQI từ 50 đến dưới 100. Trong tháng 6/2022 tại địa điểm này có bao nhiêu ngày chất lượng không khí dưới mức trung bình?

Bài 12. Trẻ sơ sinh được xem là nhẹ cân nếu cân nặng khi sinh dưới 2 kg, là thừa cân nếu cân nặng khi sinh trên 4 kg, là có cân nặng trung bình nếu cân nặng khi sinh từ 2 kg đến 4 kg. Thống kê cân nặng (tính theo kg) của 15 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện cho kết quả như sau:

3,4 2,7 1,9 3,5 3,3 2,8 4,2 2,6 2,8 3,0 3,7 3,9 4,1 2,7 2,5.

a) Tìm số trẻ nhẹ cân, thừa cân, có cân nặng trung bình trong 15 trẻ sơ sinh trên.

b) Xây dựng mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

Bài 13. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra Toán 45 phút của các bạn trong lớp được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45]$
Só học sinh	2	7	10	25

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Có bao nhiêu học sinh hoàn thành bài kiểm tra trước khi hết giờ trên 5 phút?

Bài 14. Tính giá trị đại điện và độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ở bảng sau:

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Khoảng tuổi	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số khách hàng nữ	3	?	?	?	?

Bài 15. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4 62,6 54,2 56,8 58,8 59,4 60,7 58 59,5 63,6 61,8 52,3 63,4 57,9
49,7 45,1 56,2 63,2 46,1 49,6 59,1 55,3 55,8 45,5 46,8 54 49,2 52,6.

Hãy chia mẫu dữ liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 16. Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau:

12 29 12 19 15 21 19 29 28 12 15 25 16 20 29
21 12 24 14 10 12 10 23 27 28 18 16 10 20 21.

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 17.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm. Hãy cho biết:

a) Mẫu số liệu đó có bao nhiêu số liệu; bao nhiêu nhóm;

b) Tần số của mỗi nhóm.

Nhóm	Tần số
[0; 10)	8
[10; 20)	7
[20; 30)	9
[30; 40)	6
	$n = 30$

Bài 18. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 42 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h):

47,5 49,5 46 51 52,5 45 61
42 67 48 63 65 62,5 49,5
43,5 41 57,5 63,5 56,5 53 48
61,5 46 57 69 44,5 52 50
45 55 47 60 67,5 62 58
56 51,5 57,5 59 52 43 56.

Lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích luỹ cho mẫu số liệu trên có sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng:

$$[40; 45), [45; 50), [50; 55), [55; 60), [60; 65), [65; 70).$$

Bài 19. Cho mẫu số liệu về số tiền điện phải trả của 50 gia đình trong một tháng ở một khu phố (đơn vị: nghìn đồng).

Giá trị	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825)
Số lượng gia đình	6	15	10	6	9	4

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 20. Hãy sử dụng dữ liệu ở bảng dưới để tư vấn cho đại lí bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Số khách hàng mua bảo hiểm ở từng độ tuổi

Độ tuổi	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số khách hàng nam	4	6	10	7	3
Số khách hàng nam	3	9	6	4	2

Bài 21. Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau

Nhiệt độ $(^\circ)$C	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$
Số ngày	7	15	12	6

Bài 22. Thời gian ra sân (giờ) của một cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

(Theo: https://www.premierleague.com/)

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 23. Cho mẫu số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường (đơn vị: gam).

Giá trị	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$
Số lượng củ khoai	3	6	12	6	3

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Bài 24. Bảng thống kê sau cho biết điện năng tiêu thụ của 30 hộ ở một khu dân cư trong một tháng như sau (đơn vị: kW):

50	47	30	65	63	70	38	34	48	53	33	39	32	40	50
55	50	61	37	37	43	35	65	60	31	33	41	45	55	59

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 8 nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 5.

Bài 25. Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

Chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.

Bài 26. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên của một công ty như sau

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

a) Mẫu số liệu đã cho có phải là mẫu số nhiệu ghép nhóm hay không?

b) Nêu các nhóm và tần số tương ứng? Tổng số nhân viên công ty là bao nhiêu?

Bài 27. Cho bảng khảo sát về cân nặng của học sinh trong lớp như sau

Cân nặng (kg)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số học sinh	2	14	11	10	3

Khoảng cân nặng nào mà học sinh chiếm nhiều nhất?

Bài 28. 100 người thực hiện bài trắc nghiệm để đo chỉ số IQ, kết quả thu được như sau

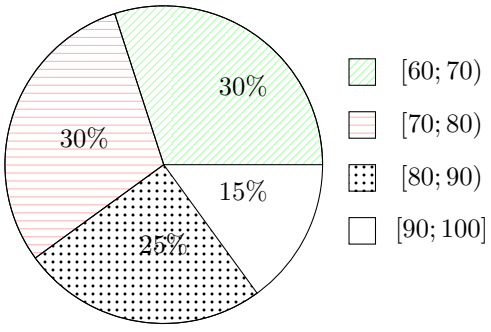
Chỉ số IQ	Dưới 70	[70; 85)	[85; 115)	[115; 130)	[130; 145)	Từ 145 trở lên
Số người	2	15	45	20	15	3

a) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Người có chỉ số IQ từ 85 đến dưới 115 là ở mức trung bình. Xác định tỉ lệ người có IQ cao hơn mức trung bình.

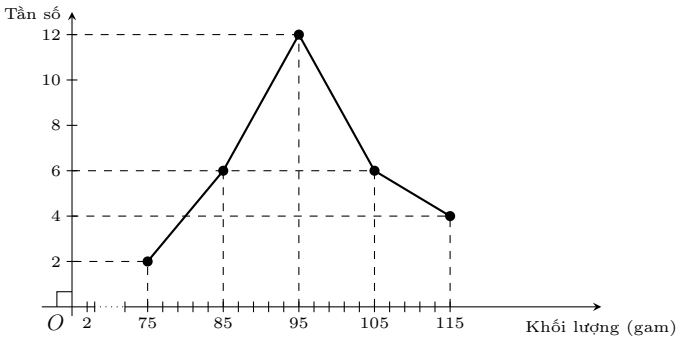
Bài 29.

Biểu đồ tần suất hình quạt hình bên mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp của dữ liệu điểm thi của 20 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100). Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp của dữ liệu đó.



Bài 30.

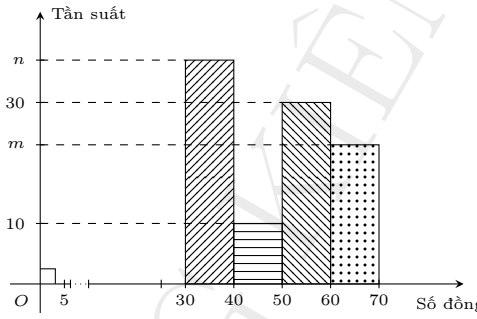
Cho biểu đồ đường gấp khúc tần số hình bên mô tả khối lượng của 30 củ khoai tây sau khi thu hoạch (đơn vị: gam). Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp của dữ liệu đó, sử dụng các lớp [70; 80), [80; 90), [90; 100), [100; 110), [110; 120].



TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 31.

Cho biểu đồ tần suất hình cột về số đồng hồ bán được của một cửa hàng ở thị trấn X trong 30 ngày như hình vẽ. Tìm giá trị của m và n biết $m-n=14$.



Bài 32. Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau:

12	29	12	19	15	21	19	29	28	12	15	25	16	20	29
21	12	24	14	10	12	10	23	27	28	18	16	10	20	21

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 33.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm. Hãy cho biết

a) Mẫu số liệu có bao nhiêu số liệu; bao nhiêu nhóm?

b) Tần số của mỗi nhóm.

Nhóm	**Tần số**
$[0;5)$	11
$[5;10)$	31
$[10;15)$	45
$[15;20)$	21
$[20;26)$	12
	$n=120$

Bài 34. Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.

Độ tuổi	Dưới 15 tuổi	Từ 15 đến dưới 65 tuổi	Từ 65 tuổi trở lên
Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651

a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm hay không?

b) Nêu các nhóm và tần số tương ứng. Dân số Việt Nam năm 2019 là bao nhiêu?

Bài 35. Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon.

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

Chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.

Bài 36. Một trường trung học phổ thông chọn 36 học sinh nam của khối 11, đo chiều cao của các bạn học sinh đó và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: centimét):

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164 164
164 165 165 165 165 165 166 166 166 166 167 167
168 168 168 168 169 169 170 171 171 172 172 174

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có 5 nhóm ứng với 5 nửa khoảng:

$$[160;163),\ [163;169),\ [166;169),\ [169;172),\ [172;175).$$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 37. Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau

Nhiệt độ (° C)	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$
Số ngày	7	15	12	6

Bài 38. Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514
508 505 504 504 503 499 496 492

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 39. Một cảnh sát giao thông ghi tốc độ (đơn vị: km/h) của 30 chiếc xe qua trạm như sau

53	47	59	66	36	69	83	77	42	57	51	60	78	63	46
63	42	55	63	48	75	60	58	80	44	59	60	75	49	63

Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp gồm 6 lớp với độ dài mỗi đoạn của lớp là 7.

Bài 40.

Bảng bên phân bố tần số của đại lượng X. Trong bảng còn số chưa biết x. Tìm x.

Dấu hiệu	9	10	12	15	16
Tần số	1	2	3	x	4

Bài 41. Nói về tiền lương, Amara đang tham gia phỏng vấn tìm việc làm tại một công ty kỹ thuật. Cô ấy nói rằng mức lương trung bình của 37 công nhân tại đây là nhiều hơn 40 000 USD. Sử dụng những thông tin có trong bảng cho biết liệu Amara có nên mong đợi mức lương hơn 40 000 USD nếu cô làm việc cho công ty này. Hãy giải thích tại sao?

Người lao động	**Mức lương (USD)**
Giám đốc	375 000
Phó giám đốc	325 000
Nhân viên bán hàng (15)	35 000
Thư ký (10)	16 000
Nhân viên trực điện thoại (10)	12 000

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 42. Điều tra về số tiền mua sách (đơn vị: nghìn đồng) trong một năm của 50 sinh viên, người ta thu được bảng số liệu thống kê sau

203	37	141	43	55	303	252	758	321	123
425	27	72	87	215	358	521	863	284	279
608	302	703	68	149	327	127	125	489	234
498	968	350	57	75	503	712	440	185	404
98	552	101	612	333	451	901	875	789	202

Từ bảng số liệu thống kê trên, người ta lập bảng phân bố tần số ghép lớp như hình bên. Xét tốp 20% sinh viên dùng nhiều tiền để mua sách nhất. Người mua ít nhất trong nhóm này mua hết bao nhiêu tiền?

Lớp	Tần số
$[0;99]$	10
$[100;199]$	7
$[200;299]$	7
$[300;399]$	7
$[400;499]$	6
$[500;599]$	3
$[600;699]$	2
$[700;799]$	4
$[800;899]$	2
$[900;999]$	2
Cộng	$n=50$

Bài 43. Kết quả khảo sát ở 43 tỉnh (đơn vị: %) ghi lại số phần trăm những trẻ em mới sinh có trọng lượng dưới 2500 gam được cho ở bảng phân bố tần số ghép lớp bên dưới.

Lớp	$[4,5;\ 5,4]$	$[5,5;\ 6,4]$	$[6,5;\ 7,4]$	$[7,5;\ 8,4]$	$[8,5;\ 9,4]$	Cộng
Tần số	9	6	17	8	3	$n=43$

Tính tỷ lệ phần trăm số tỉnh có số phần trăm những trẻ em mới sinh có trọng lượng dưới 2500 gam không vượt quá $7,4\%$ (*làm tròn một chữ số thập phân*).

Bài 44. Theo Tổ chức Y tế Thế giới (WHO), thiếu máu là tình trạng giảm lượng huyết sắc tố (Hb) dẫn tới sự thiếu cung cấp oxygen cho các mô trong cơ thể. Đối với nam giới trên 15 tuổi, chỉ số Hb (đơn vị tính là g/l) lớn hơn hoặc bằng 130 được xem là không bị thiếu máu, từ 110 đến dưới 130 là thiếu máu mức nhẹ, từ 80 đến dưới 110 là thiếu máu mức vừa, dưới 80 là mức nặng. Đo chỉ số Hb của một số học sinh nam lớp 12 cho kết quả như sau

$$132, 135, 137, 131, 129, 125, 140, 147, 138, 137, 128, 112,$$
$$127, 129, 125, 98, 139, 138, 139, 141, 140, 105, 136, 133,$$
$$137, 138, 108, 133, 136, 141, 144, 134, 136, 137, 142.$$

Ghép nhóm cho mẫu số liệu này theo mức độ thiếu máu.

Bài 45. Từ 1/7/2019, dựa trên thu nhập bình quân đầu người (kí hiệu là GNIPC, tính theo đô la Mĩ), Ngân hàng Thế giới xác định một nền kinh tế ở mức thu nhập thấp nếu GNIPC nhỏ hơn 1026, ở mức thu nhập dưới trung bình nếu GNIPC từ 1026 đến dưới 3996, ở mức thu nhập trên trung bình nếu GNIPC từ 3996 đến dưới 12376 và ở mức thu nhập cao nếu GNIPC từ 12376 trở lên (Theo Ngân hàng Thế giới). Thu nhập bình quân đầu người của một số nền kinh tế thuộc khu vực châu Á Thái Bình Dương năm 2021 được cho như sau

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

102450	70700	67580	55290	47490	45440	44570	28730	19170
18530	16520	13790	12904	11090	11040	10440	9450	8150
7220	6960	5800	4430	4340	4280	4230	2100	

(Theo *statistica.com*)

a) Ghép nhóm mẫu số liệu trên theo mức thu nhập của nền kinh tế.

b) GNIPC của Việt Nam năm 2021 là 11040. Nền kinh tế Việt Nam được xếp ở mức nào?

Bài 46. Thống kê chỉ số chất lượng không khí (AQI) tại một địa điểm vào các ngày trong tháng 6/2022 được cho trong bảng sau:

Chỉ số AQI	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	Trên 200
Số ngày	5	11	7	4	3

1) Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm.

2) Chất lượng không khí được xem là tốt nếu AQI nhỏ hơn 50, là trung bình nếu AQI từ 50 đến dưới 100. Trong tháng 6/2022 tại địa điểm này có bao nhiêu ngày chất lượng không khí dưới mức trung bình?

Bài 47. Trẻ sơ sinh được xem là nhẹ cân nếu cân nặng khi sinh dưới 2 kg, là thừa cân nếu cân nặng khi sinh trên 4 kg, là có cân nặng trung bình nếu cân nặng khi sinh từ 2 kg đến 4 kg. Thống kê cân nặng (tính theo kg) của 15 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện cho kết quả như sau

3,4 2,7 1,9 3,5 3,3 2,8 4,2 2,6 2,8 3,0 3,7 3,9 4,1 2,7 2,5

1) Tìm số trẻ nhẹ cân, thừa cân, có cân nặng trung bình trong 15 trẻ sơ sinh trên.

2) Xây dựng mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

Bài 48. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra Toán 45 phút của các bạn trong lớp được cho như sau

Thời gian (phút)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45]$
Số học sinh	2	7	10	25

1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

2) Có bao nhiêu học sinh hoàn thành bài kiểm tra trước khi hết giờ trên 5 phút?.

Bài 49. Tính giá trị đại diện và độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ở bảng sau:

Khoảng tuổi	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số khách hàng nữ	3	?	?	?	?

Bài 50. Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Khoảng tuổi	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số khách hàng nữ	5	12	23	17	3

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Có bao nhiêu sinh viên được khảo sát trong bảng số liệu trên?

Bài 51. Một trường Trung học cơ sở chọn 36 học sinh nam của khối 9 để đo chiều cao của các bạn học sinh đó và thu được mẫu số liệu như bảng sau (đơn vị là cm)

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164
164	164	164	165	165	165	165	165	166	166
166	166	167	167	168	168	168	168	169	169
170	171	171	172	172	174				

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

Bài 52. Cho bảng khảo sát về cân nặng của học sinh trong lớp như sau

Cân nặng (kg)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Số học sinh	7	10	11	10	3	1

Độ dài của các nhóm là bao nhiêu?

Bài 53. Cho bảng khảo sát về cân nặng của học sinh trong lớp như sau

Cân nặng (kg)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Số học sinh	7	10	11	10	3	1

1) Mẫu số liệu đã cho có phải là mẫu số nhiệu ghép nhóm hay không?

2) Nêu các nhóm và tần số tương ứng?

Bài 54.

Thành tích chạy 50 m của học sinh lớp 10A của trường THPT B được thống kê trong bảng bên.

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2	8,6
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3	8,5
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4	8,1
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7	7,6
7,7	7,8	7,5	7,7	7,8		

a) Từ mẫu số liệu không ghép nhóm trên, hãy ghép các số liệu thành 6 nhóm theo các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Trong lớp 10A, có bao nhiêu học sinh chạy 50 m mà khoảng thời gian dưới 8 giây.

Bài 55. Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau

Chiều cao (cm)	$[150;160)$	$[160;167)$	$[167;170$	$[170;175)$	$[175;180)$
Cỡ áo	S	M	L	XL	XXL

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét)

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

1) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.

2) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

Bài 56. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7	58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1	55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Hãy chia mẫu dữ liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 57. Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau

12	29	12	19	15	21	19	29	28	12	15	25	16	20	29
21	12	24	14	10	12	10	23	27	28	18	16	10	20	21

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 58.

Bảng biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm. Hãy cho biết

1) Mẫu số liệu đó có bao nhiêu số liệu; bao nhiêu nhóm;

2) Tần số của mỗi nhóm.

Nhóm	Tần số
$[0;10)$	8
$[10;20)$	7
$[20;30)$	9
$[30;40)$	6
	$n=30$

Bài 59. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 42 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h). Lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích luỹ cho mẫu số liệu trên có sáu nóm ứng với sáu nửa khoảng

$$[40;45) \quad [45;50) \quad [50;55) \quad [55;60) \quad [60;65) \quad [65;70)$$

Bài 60. Một cửa hàng đã thống kê số ba lô bán được mỗi ngày trong tháng 9 với kết quả cho như sau.

12	29	12	19	15	21	19	29	28	12	15	25	16	20	29
21	12	24	14	10	12	10	23	27	28	18	16	10	20	21

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm, hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

Bài 61. Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Tần số	4	6	11	6	3	2

Tính độ dài của nhóm $[90;100)$.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 62. Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị mm).

Chiều dài	[5,45; 5,85)	[5,85; 6,25)	[6,25; 6,65)	[6,65; 7,05)	[7,05; 7,45)	[7,45; 7,85)
Tần số	5	9	15	19	16	8

Tính giá trị đại diện và độ dài của nhóm [6,25; 6,65).

Bài 63. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2, 5)	[2, 5; 3)	[3; 3, 5)	[3, 5; 4)	[4; 4, 5)	[4, 5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Tính giá trị đại diện của nhóm [2,5; 3).

Bài 64.

Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như bảng bên. Ghép nhóm số liệu trên thành các nhóm [0; 5); [5; 10); [10; 15); [15; 20); [20; 25); [25; 30); [30; 35). Tính tần số của nhóm [15; 20).

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

2 Số trung bình

Bài 65. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng dưới.

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Bài 66. Để kiểm tra thời gian sả dụng pin của một chiếc điện thoại mới, chị An thống kê thời gian sử dụng điện thoại của mình từ lúc sạc đầy pin cho đến khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng (giờ)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13, 15)	[15; 17)
Số lần	2	5	7	6	3

Hãy ước lượng thời gian sử dụng trung bình từ lúc chị An sạc đầy pin điện thoại cho tới khi hết pin.

Bài 67. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Bài 68. Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian (giờ)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Bài 69. Thống kê số lần đi học muộn trong học kì của các bạn trong lớp, Nam thu được kết quả sau:

Số lần đi muộn	$0-2$	$3-5$	$6-8$	$9-11$	$12-14$
Số học sinh	23	8	5	3	1

Trung bình mỗi học sinh trong lớp đi muộn bao nhiêu buổi trong học kì?

Bài 70. Nồng độ cồn trong hơi thở (đơn vị tính là miligam/1 lít khí thở) của 20 lái xe ô tô vi phạm được cho như sau:

0,09 0,18 0,47 1,20 0,28 0,45 0,72 0,15 0,75 0,36
0,21 0,15 0,23 0,30 0,41 0,13 0,05 0,38 0,42 0,79 .

Theo quy định, mức phạt nồng độ cồn đối với lái xe ô tô như sau:

- **Mức 1.** Nồng độ cồn trong hơi thở chưa vượt quá 0,25 phạt từ 6 đến 8 triệu đồng;
- **Mức 2.** Nồng độ cồn trong hơi thở từ trên 0,25 đến 0,4 phạt từ 16 đến 18 triệu đồng;
- **Mức 3.** Nồng độ cồn trong hơi thở vượt quá 0,4 phạt từ 30 đến 40 triệu đồng.

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng lái xe vi phạm theo mức tiền bị phạt.

b) Trung bình mỗi lái xe bị phạt bao nhiêu tiền? Tổng số tiền phạt của 20 lái xe khoảng bao nhiêu?

Bài 71. Một bưu tá thống kê lại số bưu phẩm gửi đến một cơ quan mỗi ngày trong tháng 6/2022 ở bảng sau:

30 32 28 34 37 26 44 24 22 38
34 20 30 27 28 34 38 32 42 39
43 42 32 26 36 32 37 24 29 32

a) Tính số trung bình và mốt của mẫu số liệu trên.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số bưu phẩm	$[20;24]$	$[25;29]$	$[30;34]$	$[35;39]$	$[40;44]$
Số ngày	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 72. Một kĩ thuật viên ghi lại cân nặng của 20 chi tiết máy ở bảng sau (đơn vị: gam):

5,63	5,58	5,42	5,58	5,56	5,54	5,55	5,40	5,60	5,56
5,46	5,51	5,58	5,48	5,61	5,50	5,54	5,64	5,43	5,63

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Tính cân nặng trung bình của mỗi chi tiết máy.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là $[5{,}40; 5{,}45)$ và ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 73. Kết quả khảo sát cân nặng của 20 quả cam Canh ở mỗi lô hàng 1 và lô hàng 2 được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[100; 110)$	$[110; 120)$	$[120; 130)$	$[130; 140)$	$[140; 150)$
Số quả cam Canh ở lô hàng 1	1	4	5	4	6
Số quả cam Canh ở lô hàng 2	2	3	6	4	5

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam Canh ở lô hàng 1 và lô hàng 2.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam Canh ở lô hàng nào nặng hơn?

Bài 74. Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	$[16; 21)$	$[21; 26)$	$[26; 31)$	$[31; 36)$	$[36; 41)$
Số học sinh	4	6	8	18	4

a) Tính giá trị đại diện c_p với $1 \le p \le 5$, của từng nhóm số liệu.

b) Tính $n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5$

c) Tính $\overline{x} = \dfrac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5}{40}$.

Bài 75. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$
Số cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Bài 76.

Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như bảng bên.

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7
58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1
55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6.

a) Chia mẫu dữ liệu trên thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Ước lượng cân nặng trung bình của học sinh lớp 11.

Bài 77. Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TÀI LIỆU NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

15	16	13	21	17	23	15	21	6	11	12	23	19	25	11
25	7	29	10	28	29	24	6	11	23	11	21	9	27	15

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số xe	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số lần	?	?	?	?	?

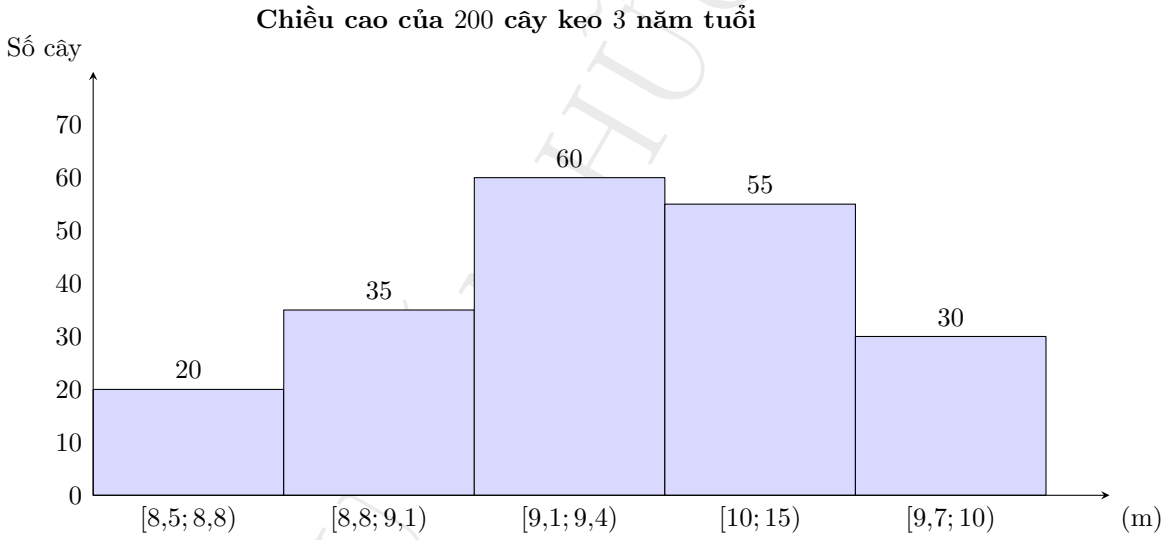
c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 78. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 79. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 80.

Xét mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm như hình bên. Tính giá trị trung bình cho bởi công thức

$$\overline{x} = \frac{m_1x_1 + \ldots + m_5x_5}{n}.$$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 47)	x_1 =?	$n_1 = 6$
[47; 54)	x_2 =?	$n_2 = 12$
[54; 61)	x_3 =?	$n_3 = 10$
[61; 68)	x_4 =?	$n_4 = 5$
[68; 75)	x_5 =?	$n_5 = 3$
		$n = 36$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 81. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp $11D$ cho trong bảng sau

Cân nặng	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$	$[65{,}5;70{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Bài 82. Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau

Thời gian (giờ)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Bài 83. Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau

Số câu trả lời đúng	$[16;21)$	$[21;26)$	$[26;31)$	$[31;36)$	$[36;41)$
Số học sinh	4	6	8	18	4

a) Tính giá trị đại diện x_i, $1 \le i \le 5$, của từng nhóm số liệu.

b) Tính giá trị đại diện x_i, $1 \le i \le 5$, của từng nhóm số liệu.

c) Tính $\overline{x} = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{40}$.

Bài 84. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Bài 85. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp $11D$ cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$	$[65{,}5;70{,}5)$
Số họ sinh	10	7	16	4	2	3

Bài 86. Khối lượng 30 chi tiết máy được cho bởi bảng sau

Khối lượng (gam)	250	300	350	400	450	500	Tổng
Tần số	4	4	5	6	4	7	30

Tính số trung bình $\overline{x}$ (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) của bảng nói trên.

Bài 87. Tìm hiểu thời gian xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Bài 88.

Chiều cao của 20 cây giống được cho bởi bảng bên. Tính số trung bình (*làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy*).

Lớp (cm)	Tần số
$[40;44]$	2
$[45;49]$	5
$[50;54]$	3
$[55;59]$	4
$[60;64]$	3
$[64;69]$	3
	$N=20$

Bài 89. Một đoàn gồm 80 học sinh của tỉnh A (gồm lớp 11 và lớp 12) tham dự kì thi giỏi toán của tỉnh (thang điểm 20) và điểm trung bình của họ là 10. Biết rằng số học sinh lớp 11 nhiều hơn 50% số học sinh lớp 12 và điểm trung bình của học sinh khối 12 cao hơn điểm trung bình của học sinh khối 11 là 50%. Hãy tính điểm trung bình của học sinh khối 12.

Bài 90. Sau một kì thi học sinh giỏi Toán, người ta thống kê kết quả (thang điểm 20) và thu được bảng tần số sau.

Lớp điểm	$[6;10]$	$[11;15]$	$[16;20]$	Cộng
Tần số	22	12	6	40

Nếu những học sinh chỉ cần đạt điểm trung bình của bảng điểm trên đều được nhận Giấy Khen của ban tổ chức, thì số học sinh được nhận Giấy Khen là bao nhiêu?

Bài 91. Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian nảy mầm một loại hạt đậu mới trong các điều kiện khác nhau

Thời gian (phút)	420	440	450	480	500	540
Tần số	8	17	18	16	11	10

Tính giá trị trung bình $\overline{x}$ (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian nảy mầm loại hạt mới nói trên.

Bài 92. Điều tra thời gian hoàn thành một sản phẩm của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu sau (thời gian tính bằng phút).

10	12	13	15	11	13	16	18	19	21
23	21	15	17	16	15	20	13	16	11

Số trung bình và mốt của mẫu là bao nhiêu?

Bài 93. Khối lượng 30 chi tiết máy được cho bởi bảng sau

Khối lượng(gam)	250	300	350	400	450	500	Cộng
Tần số	4	4	5	6	4	7	30

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tính số trung bình $\bar{x}$ (*làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy*) của bảng nói trên.

Bài 94.

Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số như bảng bên. Tính chiều dài trung bình của 74 lá cây trên theo đơn vị milimét (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45; 5,85)	5,65	5
[5,85; 6,25)	6,05	9
[6,25; 6,65)	6,45	15
[6,65; 7,05)	6,85	19
[7,05; 7,45)	7,25	16
[7,45; 7,85)	7,65	8
[7,85; 8,25)	8,05	2
		$n = 74$

Bài 95. Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian nảy mầm một loại hạt mới trong các điều kiện khác nhau

Thời gian(phút)	420	440	450	480	500	540
Tần số	8	17	18	16	11	10

Tính giá trị trung bình $\bar{x}$ (*làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy*) về thời gian nảy mầm loại hạt mới nói trên.

Bài 96.

Chiều cao của 20 cây giống được cho bởi bảng bên. Tính số trung bình $\bar{x}$ (*làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy*).

Lớp (cm)	**Tần số**
[40; 44]	2
[45; 49]	5
[50; 54]	3
[55; 59]	4
[60; 64]	3
[65; 69]	3
	$N = 20$

Bài 97. Một cửa hàng bán 3 loại hoa quả nhập khẩu: Bưởi, Dưa vàng và Lê với số liệu tính toán được cho bởi bảng (trong một quý) sau khi giảm giá mỗi loại lần lượt là x, y, z trên 1 kg

Loại quả	Lê	Dưa vàng	Bưởi
Giá bán (nghìn/1kg)	$200 - x$	$300 - y$	$400 - z$
Số lượng bán (kg)	$200 + x$	$300 + y$	$400 + z$

Biết rằng $x + y + z = 90$ (nghìn). Tính giá trị $x; y; z$ để lợi nhuận bình quân của một 1 kg hoa quả đạt được cao nhất.

Bài 98. Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau.

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hãy ước lượng trung bình số câu trả lời đúng của các học sinh lớp 11A1?

Bài 99.

Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như bảng bên. Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong bảng trên sau khi ghép nhóm và so sánh kết quả tìm được với cân nặng trung bình của mẫu số liệu gốc.

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7
58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1
55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Bài 100. Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét):

72,1	72,9	70,2	70,9	72,2	71,5	72,5	69,3	72,3	69,7
72,3	71,5	71,2	69,8	72,3	71,1	69,5	72,2	71,9	73,1
71,6	71,3	72,2	71,8	70,8	72,2	72,2	72,9	72,7	70,7

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	$[69,2;70)$	$[70;70,8)$	$[70,8;71,6)$	$[71,6;72,4)$	$[72,4;73,2)$
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Khả năng anh Văn ném được bao nhiêu mét là cao nhất?

Bài 101. Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau.

15	16	13	21	17	23	15	21	6	11	12	23	19	25	11
25	7	29	10	28	29	24	6	11	23	11	21	9	27	15

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau.

Số xe	$[6;10]$	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

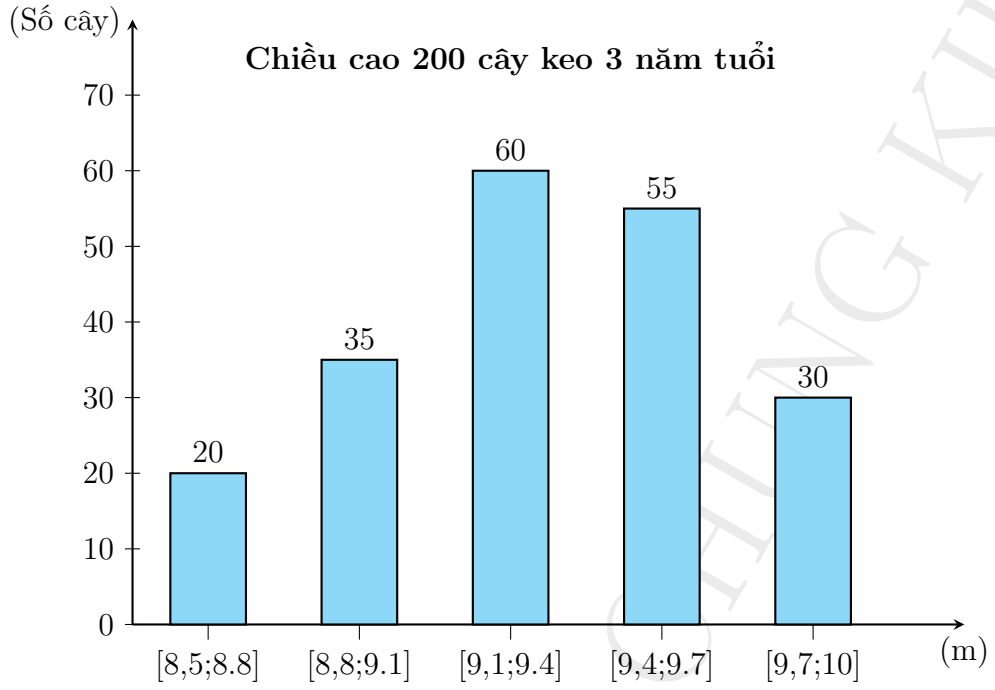
Bài 102. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong ba tháng ở bảng sau.

Số sách	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$	$[36;40]$	$[41;45]$	$[46;50]$
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu nghép nhóm trên.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 103. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu nghép nhóm trên.

Bài 104.

Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như bảng bên.

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

a) Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.

b) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép là $[40;50)$; $[50;60)$; $[60;70)$; $[70;80)$.

c) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 105. Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị cm) thu được kết quả như sau:

175	163	146	150	176	162	147	151	176	161	149	152	177
165	148	153	176	169	152	155	170	144	168	160	170	143
167	160	170	142	166	160	165	141	174	161	166	144	173
162	175	156	161	172	175	157	162	171	176	160	158	170
176	164	159	170	175	163	160	170					

a) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép là $[135;145)$; $[145;155)$; $[155;165)$; $[165;175)$; $[175;185)$.

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 106. Tổng số lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm).

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3
220,7 189,8 243,2 165,9 165,9 134 173
169 189 254 168 255

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
Số năm				

b) Hãy ước lượng lượng mưa trung bình từ mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 107. Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh. Hỏi lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn?

Điểm thi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Bài 108. Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29)
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường.

Bài 109. Một lần kiểm tra toán của một lớp gồm 55 học sinh, thống kê điểm số như sau:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	0	3	3	5	4	12	10	8	7	1	2

a) Tính số điểm toán trung bình của 55 học sinh trên.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số học sinh	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số điểm toán của 55 học sinh từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 110. Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45; 49)	[49; 53)	[53; 57)	[57; 61)	[61; 65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tính cân nặng trung bình của 28 học sinh trên.

Bài 111. Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 11 giờ đến 11 giờ 30 phút buổi trưa. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

25	21	23	29	37	23	25	31	26	16	32	33	29	16	31
25	17	29	21	28	36	24	26	21	18	21	21	19	27	25

a) Tính số xe trung bình đi qua trạm thu phí trong mỗi phút.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số xe	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$	$[36;40]$
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình số xe đi qua trạm thu phí trong mỗi phút từ bảng tần số ghép nhóm trên.

3 Mốt

Bài 112. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau

Mức giá (triệu đồng/m^2)	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	54	78	120	45	12

a) Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

Bài 113. Số cuộc gọi điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau

Số cuộc gọi	$[3;5]$	$[6;8]$	$[9;11]$	$[12;14]$	$[15;17]$
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Hãy dự đoán xem khả năng người đó thực hiện bao nhiêu cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Bài 114. Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

a) Có thể tìm được giá trị chính xác cho mốt của mẫu số liệu gốc về thời gian xem ti vi của học sinh không?

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

b) Mốt thuộc nhóm nào là hợp lí nhất? Nên lấy số nào trong nhóm để ước lượng cho mốt?

Bài 115. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Bài 116. Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31
19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
7 9 7 8 3 5 12 15 18 3
12 14 2 9 6 15 15 7 6 12.

a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0; 5)$. Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Bài 117. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

a) Xác định mốt và giải thích ý nghĩa.

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

Bài 118. Mức thưởng tết (triệu đồng) mà các công nhân một nhà máy nhận được như sau:

Mức thưởng	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25]
Số công nhân	13	35	47	25

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm. Cho biết ý nghĩa của giá trị thu được.

Bài 119. Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

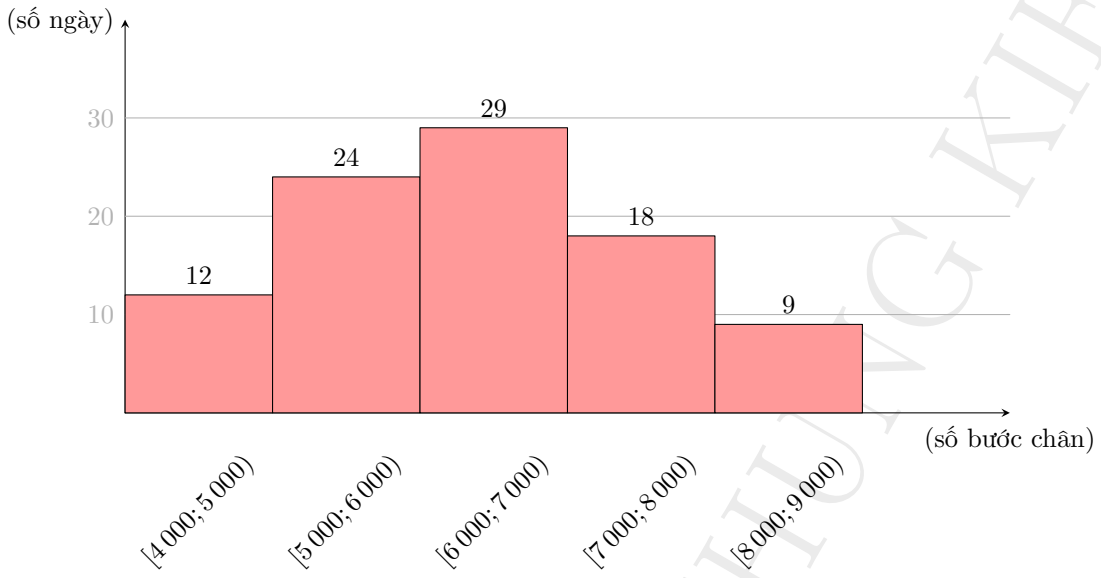
Quãng đường	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

a) Tính quãng đường trung bình một cầu thủ chạy trong trận đấu này.

b) Tính mốt của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 120. Thảo thống kê lại số bước chân bạn đi mỗi ngày trong 3 tháng. Kết quả được biểu diễn ở biểu đồ bên dưới.



a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm, kèm theo giá trị đại diện biểu diễn dữ liệu thống kê trên.

b) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 121. Nhân ngày hội đọc sách, các học sinh của một trường trung học phổ thông mang sách cũ đến tặng thư viện trường và trao đổi với các bạn học sinh khác. Bảng sau thống kê số sách cũ mà các bạn học sinh lớp 11B mang đến trường.

Số sách	$[1;3]$	$[4;6]$	$[7;9]$	$[10;12]$	$[13;15]$
Số học sinh	5	14	10	8	3

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 122. Diện tích các tỉnh và thành phố khu vực Nam Bộ được thống kê ở bảng sau:

Tỉnh/ thành phố	Diện tích (km^2)	Tỉnh/ thành phố	Diện tích (km^2)
Bình Phước	6 877	Vĩnh Long	1 526
Tây Ninh	4 041	Đồng Tháp	3 384
Bình Dương	2 695	An Giang	3 537
Đồng Nai	5 864	Kiên Giang	6 349
Bà Rịa - Vũng Tàu	1 981	Cần Thơ	1 439
TP.Hồ Chí Minh	2 061	Hậu Giang	1 622
Long An	4 495	Sóc Trăng	3 312
Tiền Giang	2 511	Bạc Liêu	2 669
Bến Tre	2 395	Cà Mau	5 221
Trà Vinh	2 358		

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

a) Hãy tính diện tích trung bình của mỗi tỉnh/thành phố khu vực Nam Bộ.

b) Dựa vào số liệu trên, hãy hoàn thiện bảng tần số ghép nhóm về diện tích các tỉnh khu vực Nam Bộ theo mẫu sau:

Diện tích (km^2)	$[1\,000; 2\,500)$	$[2\,500; 4\,000)$	$[4\,000; 5\,500)$	$[5\,500; 7\,000)$
Số tỉnh/thành phố	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 123. Bảng sau thống kê số lượt chở khách mỗi ngày của một lái xe taxi trong 30 ngày.

15	13	7	5	18	13	11	9	10	8	14	11	16	10	9
13	11	12	13	15	12	13	6	8	17	13	6	18	12	13

a) Hãy tính số trung bình và mốt của mẫu số liệu trên.

b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là $[4{,}5; 7{,}5)$.

c) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Bài 124. Bảng sau thống kê cân nặng (đơn vị: kg) của một số con ngan đực 88 ngày tuổi ở một trang trại.

4,60	4,62	4,64	4,65	4,67	4,67	4,68	4,68	4,70	4,70
4,70	4,70	4,71	4,71	4,72	4,73	4,74	4,76	4,77	4,77
4,77	4,78	4,78	4,80	4,82	4,84	4,84	4,85	4,87	4,89
4,89	4,90	4,92	4,92	4,93	4,94	4,94	4,95	4,97	4,97
4,97	4,99	4,99	5,01	5,02	5,03	5,04	5,05	5,06	5,07

a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên với nhóm đầu tiên là $[4{,}6; 4{,}7)$.

b) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 125. Bảng sau thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của một số cây giống sau khi nảy mầm được 2 tuần.

Chiều cao (cm)	$[6{,}2; 6{,}7)$	$[6{,}7; 7{,}2)$	$[7{,}2; 7{,}7)$	$[7{,}7; 8{,}2)$	$[8{,}2; 8{,}7)$
Số cây	10	21	28	12	9

Hãy ước lượng chiều cao trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 126. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

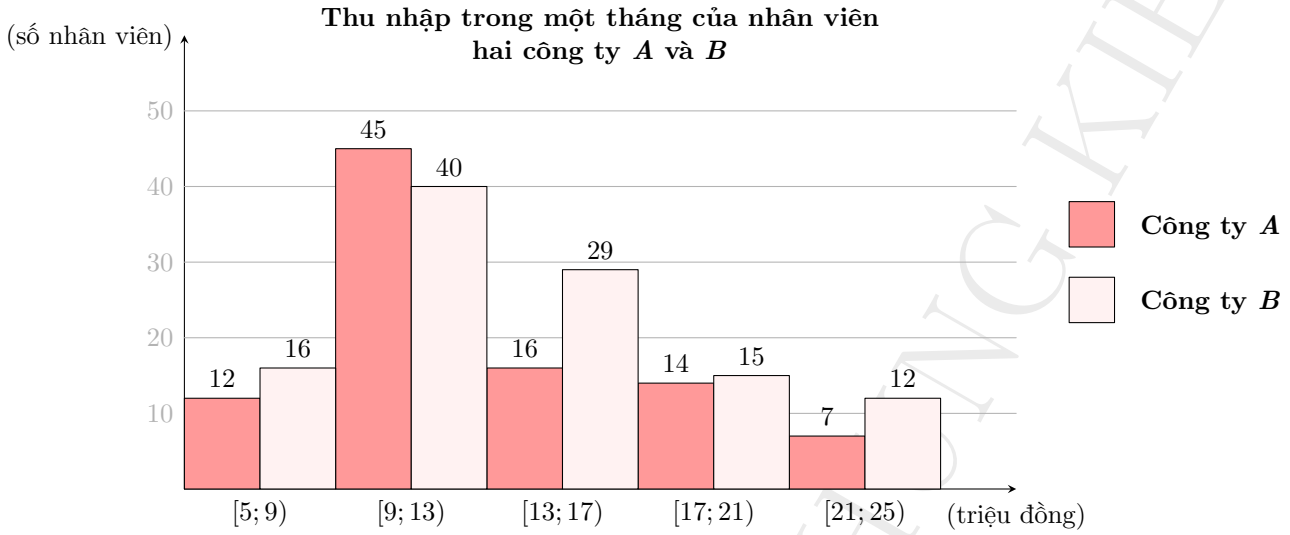
Mức giá (triệu đồng/m^2)	$[10; 14)$	$[14; 18)$	$[18; 22)$	$[22; 26)$	$[26; 30)$
Số khách hàng	54	78	120	45	12

a) Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 127. Thống kê lại thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện trong biểu đồ dưới đây.



Hãy so sánh thu nhập trung bình của nhân viên hai công ty theo số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm.

Bài 128. Số cuộc gọi điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[3; 5]	[6; 8]	[9; 11]	[12; 14]	[15; 17]
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Hãy dự đoán xem khả năng người đó thực hiện bao nhiêu cuộc gọi mỗi ngày là cao nhất.

Bài 129. Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét)

72,1	72,9	70,2	70,9	72,2	71,5	72,5	69,3	72,3	69,7
72,3	71,5	71,2	69,8	72,3	71,1	69,5	72,2	71,9	73,1
71,6	71,3	72,2	71,8	70,8	72,2	72,2	72,9	72,7	70,7

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Khả năng anh Văn ném được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

Bài 130. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Chiều cao(m)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số cây	4	10	14	6	4	2

a) Xác định số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Bài 131. Mẫu số liệu sau ghi lại cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam)

17	40	39	40,5	42	51	41,5	39	41	30
40	42	40,5	39,5	41	40,5	37	39,5	40	41
38,5	39,5	40	41	39	40,5	40	38,5	39,5	41,5

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có tám nhóm ứng với tám nửa khoảng

$$[15;20)\,,[20;25)\,,[25;30)\,,[30;35)\,,[35;40)\,,[40;45)\,,[45;50)\,,[50;55)\,.$$

b) Xác định số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu.

Bài 132. An tìm hiểu hàm lượng chất béo (đơn vị: g) có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo (g)	[2; 6)	[6; 10)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Xác định giá trị trung bình của mẫu số liệu.

b) Tìm mốt của mẫu số liệu.

Bài 133. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 bạn học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị nhận được?

Bài 134. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Bài 135. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị tính được?

Bài 136. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp $11A$.

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị tính được?

Bài 137. Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31 19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
7 9 7 8 3 5 12 15 18 3 12 14 2 9 6 15 15 7 6 12

a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0;5)$. Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Bài 138. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

a) Xác định mốt và giải thích ý nghĩa.

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

Bài 139. Đo chiều cao của 40 học sinh trường THPT X, ta có bảng số liệu sau

150	151	151	151	152	152	153	153	154	155
155	156	156	156	157	159	159	160	160	161
161	162	164	165	166	166	167	167	167	168
168	169	170	170	171	171	172	173	174	175

Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp với các lớp là

$$[150;154), [155;160), [160;165), [165;170), [170;175].$$

Từ đó, hãy tính số trung bình, mốt của bảng phân bố tần số ghép lớp đã lập (*tính chính xác đến chữ số thập phân thứ hai*).

Bài 140. Điểm kiểm tra môn Toán của 35 học sinh lớp 10A được thống kê trong bảng phân bố tần số sau đây (thang điểm 10):

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	2	1	2	1	2	3	x	5	y	4	3	$n = 35$

Biết rằng mẫu số liệu trên có 2 mốt. Hãy tìm x và y.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 141. Điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 10B được thống kê trong bảng phân bố tần số sau đây (thang điểm 10):

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	2	1	2	1	2	x	5	7	y	5	4	$n=40$

Biết rằng mẫu số liệu trên có 2 mốt. Hãy tìm x và y.

Bài 142. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	3	5	$n+6$	$20-n$	9

Trong đó n là số tự nhiên và giá trị x_4 là mốt duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho. Tìm n?

Bài 143. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	5	10	n^2	16	$6n-5$

Tìm tất cả các giá trị n để x_3 là mốt duy nhất của bảng phân bố tần số đã cho.

Bài 144. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Bài 145. Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tính mốt của bảng số liệu thống kê trên.

Bài 146. Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp.

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tính mốt của bảng số liệu thống kê trên.

Bài 147. Điểm bài kiểm tra một tiết môn toán của 40 học sinh lớp 11A1 được thống kê như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	$3n-8$	$2n+4$	3	2	4	5	40

Trong đó $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$. Tính mốt của bảng số liệu thống kê đã cho.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 148. Một bác sĩ mắt ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột.

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20
15	12	18	17	25	17	21	15	12	18
16	23	14	18	19	13	16	19	18	17

Tính mốt M_o của bảng số liệu đã cho.

Bài 149. Kết quả kiểm tra môn Toán của lớp 11D như sau

5 6 7 5 6 9 10 8 5 5 4 5 4 5 7 4 5 8 9 10
5 3 5 6 5 7 5 8 4 9 5 6 5 6 8 8 7 9 7 9

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên có bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng

$$[3;5),[5;7),[7;9),[9;11).$$

b) Mốt của bảng số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

Bài 150. Tuổi thọ của 30 bóng đèn được thắp thử (đơn vị: giờ) được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới.

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

Hãy tính mốt của bảng số liệu thống kê trên.

Bài 151. Một bác sĩ mắt ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20
15	12	18	17	25	17	21	15	12	18
16	23	14	18	19	13	16	19	18	17

Tính mốt M_O của bảng số liệu đã cho.

Bài 152. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	12	5	n^2	16	$6n-5$

Tìm tất cả các số tự nhiên n để $M_O = x_3$ là mốt duy nhất của bảng phân bố tần số đã cho.

Bài 153. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	5	2	n	$20-n$	8

Tìm các số tự nhiên n để $M_O = x_4$ là mốt duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 154. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tần số	5	n^2+3	3	$7n-9$	$n+1$	7

Gọi S là tập hợp tất cả các số n nguyên dương sao cho $M_O = x_2$ và $M_O = x_4$ là hai mốt của bảng phân bố tần số đã cho. Tính số phần tử của tập hợp S.

Bài 155. Cho bảng phân bố tần số

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	2	$x+y$	$2x-y$	5	6

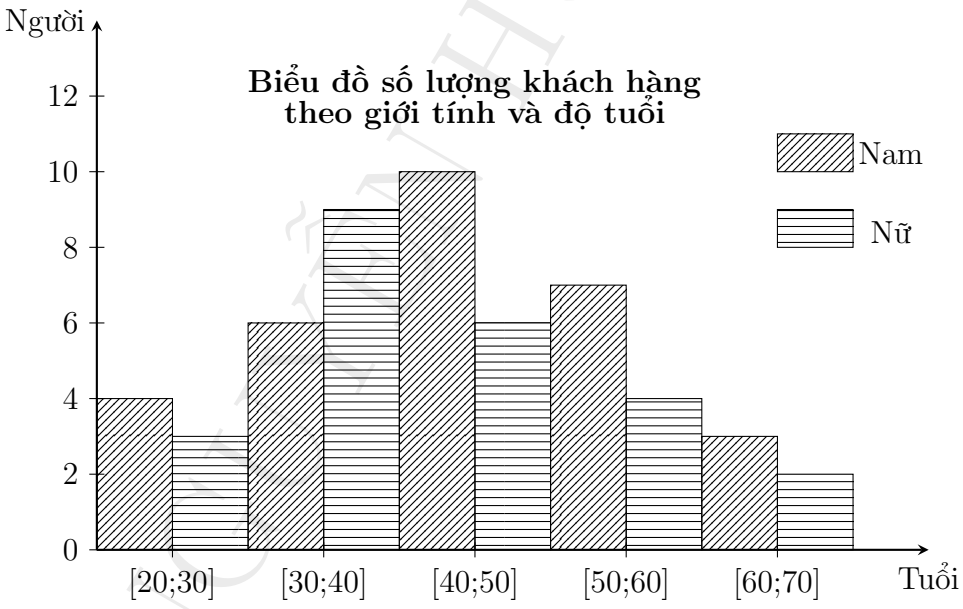
với x, y là các số tự nhiên. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ để x_5 là mốt của bảng số liệu đã cho.

Bài 156. Cho bảng phân bố tần số

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	6	$3x+y$	$3y-3x$	$x+y$	4

với x, y là các số tự nhiên. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ để bảng số liệu thống kê đã cho có mốt là 3 giá trị khác nhau.

Bài 157. Một đại lí bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau.



Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lí bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Bài 158. Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Tần số				

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 159. Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau:

Nhiệt độ (°C)	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$	$[20;22)$
Tần số	1	3	12	9	5

Tính mốt của mẫu số liệu trên.

Bài 160. Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85 86 86 86 86 86 87 87 87 87 87 88 88 88 88 89
89 89 89 89 89 89 90 90 90 90 91 91 91 92 93
93 93 93 94 94 94 94 94 94

a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam.

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	$[85;87)$	$[87;89)$	$[89;91)$	$[91;93)$	$[93;95)$
Số quả	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.

d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

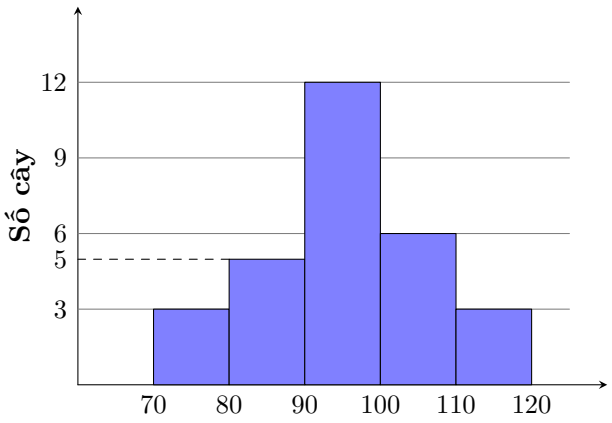
Bài 161.

Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp trong hình bên. Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Tiền lương	Số người
$[800;890]$	15
$[900;990]$	25
$[1000;1090]$	28
$[1100;1190]$	35
$[1200;1290]$	40
$[1300;1390]$	30
$[1400;1490]$	27

Bài 162.

Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ bên. Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Bài 163. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

Bài 164. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất là bao nhiêu?

Bài 165. Anh Thắng ghi lại cự li 20 lần ném tạ sắt 3 kg của mình ở bảng sau (đơn vị: mét):

12,1	12,9	10,2	10,9	12,2	11,5	12,5	9,3	12,3	9,7
12,3	11,5	11,2	9,8	11,5	12,1	9,5	11,5	10,9	13,1

a) Tính cự li trung bình của mỗi lần ném.

b) Tổng hợp lại kết quả ném tạ xa của anh Thắng vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau

Cự li (m)	[9,2; 10)	[10; 10,8)	[10,8; 11,6)	[11,6; 12,4)	[12,4; 13,2)
Số lần	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng cự li trung bình mỗi lần ném tạ xa từ bảng tần số ghép nhóm trên.

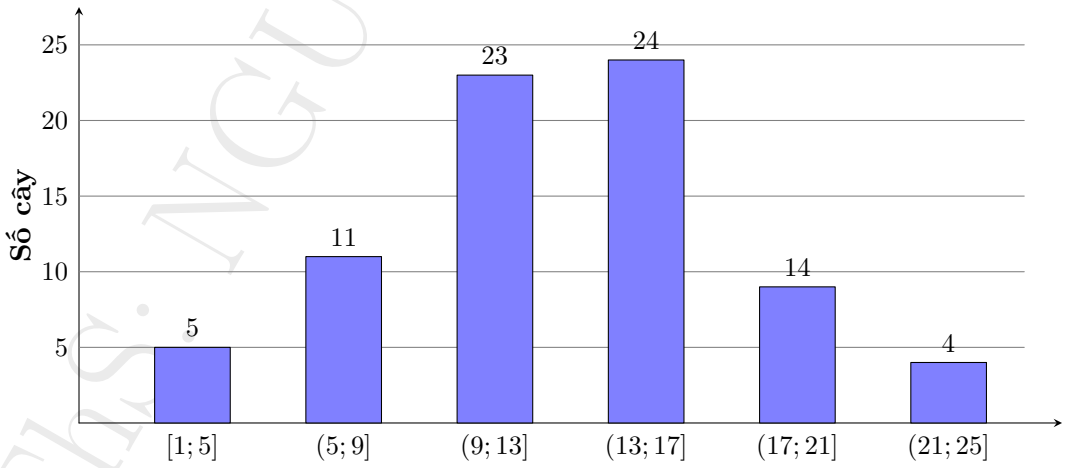
d) Khả năng anh Thắng ném tạ xa được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

Bài 166. Một Thư viện trường THPT trong tỉnh Quảng Ninh thống kê số lượng sách học sinh được mượn mỗi ngày trong 60 ngày ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	10	11	14	9	8	5	3

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 167. Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi.



Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Câu hỏi lý thuyết

Câu 1. Điền từ thích hợp và chỗ trống: "Mẫu số liệu ... là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu".

A. Không ghép nhóm. **B.** Ghép nhóm.
C. Ghép nhóm và không ghép nhóm. **D.** Cả ba câu trên đều sai.

Câu 2. Mỗi nhóm số liệu ghép nhóm là tập hợp gồm:

A. các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo nhiều tiêu chí xác định.
B. các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo hai tiêu chí xác định.
C. các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định.
D. các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo ba tiêu chí xác định.

Câu 3. Nhóm số liệu ghép nhóm thường được cho dưới dạng

A. $[a;b]$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.
B. $(a;b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.
C. $(a;b]$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.
D. $[a;b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

Câu 4. Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm ta làm thế nào?

A. Bước 1: Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.
Bước 2: Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm.
B. Bước 1: Đếm số giá trị giống nhau của mẫu số liệu.
Bước 2: Lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.
C. Cả **A.**, **B.** đều **sai**.
D. Cả **A.**, **B.** đều đúng.

2 Mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 5. Mẫu số liệu (T) được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:

Tổng điểm	< 6	$[6;7)$	$[7;8)$	$\cdots$	$[28;29)$	$[29;30)$
Số học sinh	23	69	129	$\cdots$ 216	12	

Tổng số giá trị của mẫu số liệu là

A. 2589863. **B.** 14586632. **C.** 125863. **D.** 1379008.

Câu 6. Mẫu số liệu được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:

Tổng điểm	< 6	$[6;7)$	$[7;8)$	$\cdots$	$[28;29)$	$[29;30)$
Số học sinh	23	69	129	$\cdots$	216	12

Số lượng thí sinh có ít nhất một môn học có điểm từ 6 đến dưới 7 là

A. 23. **B.** 192. **C.** 56. **D.** 69.

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian	[15;20	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Mẫu số liệu được chia thành bao nhiêu nhóm?

A. 6 nhóm. **B.** 5 nhóm. **C.** 7 nhóm. **D.** 8 nhóm.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng

Số tiền (Nghìn đồng)	[0;50	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	31

Có bao nhiêu sinh viên chi từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng?

A. 5. **B.** 23. **C.** 12. **D.** 17.

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau

Nhiệt độ ($°C$)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

Có bao nhiêu ngày có nhiệt độ từ 28°C đến dưới 31°C?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 10. Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

Chiều cao (cm)	[150;160	[160;167)	[167;170)	[170;175)	[175;180)
Cỡ áo	S	M	L	XL	XXL

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là cm)

160	161	161	162	162	162	163	163	163
164	164	164	164	165	165	165	165	165
166	166	166	166	167	167	168	168	168
168	169	169	170	171	171	172	172	174

Số học sinh có chiều cao vừa vặn với size L là bao nhiêu?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 11. Cho bảng khảo sát về tiền điện của một số hộ gia đình:

Số tiền (nghìn đồng)	[350; 400)	[400; 450)	[450; 500)	[500; 550)	[550; 600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Các nhóm số liệu ở bảng trên có độ dài là bao nhiêu?

A. 45. **B.** 48. **C.** 50. **D.** 54.

Câu 12.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu như bảng bên. Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có bao nhiêu nhóm?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 12.

Chiều cao	Số học sinh
[150;152	5
[152;154	18
[154;156	40
[156;158	26
[158;160	8
[160;162	3

Câu 13. Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ghép nhóm được tính thế nào?

A. $a-b$. **B.** $a+b$. **C.** ab. **D.** $b-a$.

Câu 14. Tìm hiểu thời gian xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Có bao nhiêu học sinh có thời gian xem ti vi từ 20 giờ đến dưới 25 giờ trong tuần trước?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15. Cho bảng khảo sát về cân nặng học sinh trong lớp:

Cân nặng (kg)	$45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Số học sinh	2	14	11	10	3

Khoảng cân nặng mà số học sinh chiếm nhiều nhất là

A. $[60;65)$. **B.** $[55;60)$. **C.** $[50;55)$. **D.** $[60;65)$.

Câu 16. Cho bảng khảo sát về chiều cao học sinh trong lớp:

Chiều cao (cm)	$[150;160)$	$[160;167)$	$[167;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	12	18	8	3	1

Nhóm số liệu nào có độ dài bằng 7?

A. $[150;160)$. **B.** $[167;170)$. **C.** $[175;180)$. **D.** $[160;167)$.

Câu 17. Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp:

Cân nặng	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	20	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

A. 37. **B.** 35. **C.** 33. **D.** 31.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 18. Bảng số liệu nào gồm các nhóm độ dài bằng 10

Bảng 1	Điểm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
	Số học sinh	9	14	12	5
Bảng 2	Cân nặng (kg)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số giáo viên	5	3	4	2
Bảng 3	Chiều cao (m)	[2, 5; 3)	[3; 3, 5)	[3, 5; 4)	[4; 4, 5)
	Số cây	12	6	7	5
Bảng 4	Tiền (nghìn đồng)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
	Số sách	14	16	12	18

A. Bảng 1. **B.** Bảng 2. **C.** Bảng 3. **D.** Bảng 4.

Câu 19. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100]
Số thí sinh	4	6	15	12	10	6	4	3

Có bao nhiêu học sinh thi trượt môn Toán? Biết rằng thí sinh đạt từ 50 điểm trở nên thì tính là đỗ.

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 27.

Câu 20.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả như bảng bên. Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

A. 156, 5. **B.** 157. **C.** 157, 5. **D.** 158.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150; 152)	5
2	[152; 154)	18
3	[154; 156)	40
4	[156; 158)	26
5	[158; 160)	8
6	[160; 162)	3
		$N = 100$

Câu 21. Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150; 154)	[154; 158)	[158; 162)	[162; 166)	[166; 170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 12.

Câu 22. Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150; 154)		[158; 162)	[162; 166)	[166; 170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Giá trị đại diện của nhóm $[162; 166)$ là

A. 162. **B.** 164. **C.** 166. **D.** 4.

Câu 23. Đo cân nặng của một số học sinh lớp $11D$ cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[40,5; 45,5)$	$[45,5; 50,5)$	$[50,5; 55,5)$	$[55,5; 60,5)$	$[60,5; 65,5)$	$[65,5; 70,5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Giá trị đại diện của nhóm $[60,5; 65,5)$ là

A. $55,5$. **B.** 63. **C.** $60,5$. **D.** 5.

Câu 24. Tìm hiểu thời gia xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

Giá trị đại diện của nhóm $[20; 25)$ là

A. $22,5$. **B.** 23. **C.** 20. **D.** 5.

Câu 25. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ $18,5$ phút đến dưới $21,5$ phút?

A. 24. **B.** 15. **C.** 2. **D.** 20.

Câu 26.

Để đánh giá kết quả của một đề tài sau khi áp dụng vào thực tiễn dạy học người ta thực nghiệm bằng cách ra đề kiểm tra một tiết cho ba lớp $12A$, $12B$ và $12C$. Kết quả điểm của học sinh ba lớp như bảng bên. Lớp nào có tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi cao nhất?

Lớp 12A	Điểm	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 10]$
	Số học sinh	9	14	12	5
Lớp 12B	Điểm	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 10]$
	Số học sinh	12	16	8	3
Lớp 12C	Điểm	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 10]$
	Số học sinh	15	17	5	1

A. Lớp $12A$.
B. Lớp $12B$.
C. Lớp $12C$.
D. Cả 3 lớp có tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi bằng nhau.

Câu 27. Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng sau:

Độ dài (cm)	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
Số lá	8	18	24	10

Hỏi số lá có chiều dài từ 30 cm đến 50 cm chiếm bao nhiêu %?

A. 40%. **B.** $16,7\%$. **C.** $56,7\%$. **D.** $33,3\%$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 28. Thành tích chạy 50 m của học sinh lớp 10A ở trường THPT C (đơn vị: giây) được cho bằng bảng sau:

Thành tích (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
Số học sinh	5	10	9	4

Bảng số liệu tần suất các nhóm nào sau đây là **đúng**?

Bảng 1	Thành tích (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
	Tần suất (%)	17,9	35,7	32,1	14,3
Bảng 2	Thành tích (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
	Tần suất (%)	32,1	35,7	17,9	14,3
Bảng 3	Thành tích (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
	Tần suất (%)	14,3	35,7	32,1	32,1
Bảng 4	Thành tích (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
	Tần suất (%)	17,9	32,1	35,7	14,3

A. Bảng 1. **B.** Bảng 2. **C.** Bảng 3. **D.** Bảng 4.

Câu 29.

Cho bảng số liệu thống kê tiền lãi (nghìn đồng) của mỗi ngày trong 14 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo nhhư hình bên. Bảng số liệu ghép nhóm nào sau đây là **đúng**?

69	37	39	65	31	33	63
51	44	62	33	47	55	42

Bảng 1	Số tiền lãi (nghìn đồng)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số ngày	5	3	2	4
Bảng 2	Số tiền lãi (nghìn đồng)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số ngày	5	3	4	2
Bảng 3	Số tiền lãi (nghìn đồng)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số ngày	5	2	3	4
Bảng 4	Số tiền lãi (nghìn đồng)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số ngày	3	5	2	4

A. Bảng 1. **B.** Bảng 2. **C.** Bảng 3. **D.** Bảng 4.

Câu 30. Một trường trung học cơ sở chọn 36 học sinh nam của khối 9 để đo chiều cao của các bạn học sinh đó và thu được mẫu số liệu theo bảng sau (đơn vị là centimet)

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164
164	164	164	165	165	165	165	165	166	166
166	166	167	167	168	168	168	168	169	169
170	171	171	172	172	174				

Từ mẫu số liệu không ghép nhóm trên, hãy ghép các số liệu thành 5 nhóm theo các nửa khoảng có độ dài bằng nhau. Các nhóm đó là

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $[160;163);[163;165);[165;170);[170;172);[172;175)$.
B. $[160;165);[165;168);[168;170);[170;172);[172;175)$.
C. $[160;163);[163;166);[166;169);[169;172);[172;175)$.
D. $[160;162);[162;166);[166;168);[168;170);[172;175)$.

Câu 31.

Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như bảng bên. Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0;5)$. Tần suất nhóm $[10;15)$ là

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

A. 15%. **B.** 22,5%. **C.** 25%. **D.** 27,5%.

Câu 32.

Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng bên. Thành tích chạy 50 m của học sinh lớp $10A$ ở trường THPT B (đơn vị: giây). Trong lớp $10A$, số học sinh chạy 50 m hết 7 giây đến dưới 8,5 giây chiếm bao nhiêu phần trăm?

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2	8,6
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3	8,5
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4	8,1
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7	
7,6	7,7	7,8	7,5	7,7	7,8	

A. 30,30%. **B.** 27,27%. **C.** 12,12%. **D.** 69,69%.

Câu 33.

Tuổi thọ của 35 bóng đèn (đơn vị: giờ). Từ mẫu số liệu không ghép nhóm trên, ghép các số liệu thành 4 nhóm theo các nửa khoảng có độ dài bằng nhau. Độ dài của mỗi nhóm là

1120	1150	1121	1170	1136	1150	1140
1130	1165	1142	1133	1157	1115	1132
1162	1179	1109	1131	1147	1168	1152
1134	1116	1177	1145	1164	1111	1125
1144	1160	1155	1103	1127	1166	1101

A. 20. **B.** 22. **C.** 23. **D.** 25.

Câu 34.

Chiều cao của 35 cây bạch đàn (đơn vị: m). Từ mẫu số liệu không ghép nhóm trên, ghép các số liệu thành 6 nhóm theo các nửa khoảng có độ dài bằng nhau. Nhóm chiếm tỉ lệ cao nhất là

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2	7,2
7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7	8,0	7,7
7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	8,5	6,9	8,0	7,6	7,9
7,3	8,5	8,4	8,0	8,8					

A. $[7,0;7,5)$. **B.** $[7,5;8,0)$.
C. $[8,0;8,5)$. **D.** $[8,5;9,0)$.

Câu 35. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm $[20;40)$ là

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 40.

Câu 36. Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	$[4,5;5,5)$	$[5,5;6,5)$	$[6,5;7,5)$	$[7,5;8,5)$	$[8,5;9,5)$
Số học sinh	3	7	9	15	6

Giá trị đại diện của nhóm $[7,5;8,5)$ là

A. 7. **B.** 7,5. **C.** 8. **D.** 8,5.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 37.

Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X, người ta ghi được bảng sau bên. Giá trị đại diện của nhóm $[1000;1090]$ là

A. 1045. **B.** 28. **C.** 1000. **D.** 1090.

Lớp	Tần số
$[800;890]$	15
$[900;990]$	25
$[1000;1090]$	28
$[1100;1190]$	35
$[1200;1290]$	40
$[1300;1390]$	30
$[1400;1490]$	27

Câu 38. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm $[40;60)$ là

A. 0. **B.** 42. **C.** 50. **D.** 100.

Câu 39. Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau

Mức thưởng tết	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Giá trị đại diện của nhóm $[15;20)$ là

A. 5. **B.** 17,5. **C.** 30. **D.** 130.

Câu 40. Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Chiều cao	$[150;156)$	$[156;162)$	$[162;168)$	$[168;174)$	$[174;180)$	$[180;186)$
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Giá trị đại diện của nhóm $[162;168)$ là

A. 5. **B.** 40. **C.** 130. **D.** 165.

Câu 41.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả như bảng bên. Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

A. 156,5. **B.** 157. **C.** 157,5. **D.** 158.

Nhóm	Chiều cao	Số học sinh
1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	18
3	$[154;156)$	40
4	$[156;158)$	26
5	$[158;160)$	8
6	$[160;162)$	3
		$N=100$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 42. Đo cân nặng của một số học sinh lớp $11D$ cho trong bảng sau

Cân nặng	$[40{,}5;\,45{,}5)$	$[45{,}5;\,50{,}5)$	$[50{,}5;\,55{,}5)$	$[55{,}5;\,60{,}5)$	$[60{,}5;\,65{,}5)$	$[65{,}5;\,70{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Giá trị đại diện của nhóm $[45{,}5;\,50{,}5)$ là

A. 55,5. **B.** 48. **C.** 60,5. **D.** 5.

Câu 43. Tìm hiểu thời gian xem tivi trong tuần trước của một số học sinh thu được kết quả sau

Thời gian	$[0;\,5)$	$[5;\,10)$	$[10;\,15)$	$[15;\,20)$	$[20;\,25)$
Số học sinh	8	16	4	2	2

Giá trị đại diện của nhóm $[20;\,25)$ là

A. 22,5. **B.** 23. **C.** 20. **D.** 5.

3 Số trung bình

Câu 44. Giả sử mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	Nhóm 1	Nhóm 2	$\ldots$	Nhóm k
Giá trị đại diện	c_1	c_2	$\ldots$	c_k
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

Đặt $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu $\overline{x}$ được tính theo công thức nào

A. $\overline{x} = \dfrac{n_1c_1 + n_2c_2 + \cdots + n_kc_k}{n}$.

B. $\overline{x} = \dfrac{n_1c_1 + n_2c_2 + \cdots + n_kc_k}{2n}$.

C. $\overline{x} = \dfrac{n_1^2c_1 + n_2^2c_2 + \cdots + n_k^2c_k}{n}$.

D. $\overline{x} = \dfrac{n_1c_1 + n_2c_2 + \cdots + n_kc_k}{\sqrt{n}}$.

Câu 45. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau

Khoảng chiều cao	$[6{,}5;\,7{,}0)$	$[7{,}0;\,7{,}5)$	$[7{,}5;\,8{,}0)$	$[8{,}0;\,8{,}5)$
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25
Tần số	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên.

A. 7,407 m. **B.** 4,707 m. **C.** 7,704 m. **D.** 7,5 m.

Câu 46. Khi thống kê chiều cao của 40 bạn lớp $11A$, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Chiều cao	$[150;\,160)$	$[160;\,170)$	$[170;\,180)$	$[180;\,190)$
Số bạn	5	12	16	7

Số trung bình cộng bằng

A. 165,6. **B.** 156,6. **C.** 155,6. **D.** 156,5.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 47. Tìm hiểu thời gian làm bài tập về nhà (đơn vị: giờ) trong tuần trước của một số học sinh thu được kết quả như sau

Thời gian	$[18;20)$	$[20;22)$	$[22;24)$
Số học sinh	16	35	8

Tính thời gian làm bài tập về nhà trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

A. 20,73 giờ. **B.** 21,73 giờ. **C.** 20,72 giờ. **D.** 21,72 giờ.

Câu 48. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị triệu đồng)

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 49. Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau

Nhiệt độ $(^\circ C)$	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$
Số ngày	7	15	12	6

Nhiệt độ trung bình là

A. 25,456. **B.** 24,775. **C.** 23,021. **D.** 22,036.

Câu 50. Thống kê cân nặng (đơn vị kg) của học sinh lớp $11D$ cho trong bảng dưới đây

Cân nặng	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$	$[65{,}5;70{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp $11D$.

A. 51,81. **B.** 50,1. **C.** 52,83. **D.** 50,81.

Câu 51. Tiền lãi (nghìn đồng) trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo

Lớp tiền lãi	$[29{,}5;40{,}5)$	$[40{,}5;51{,}5)$	$[51{,}5;62{,}5)$	$[62{,}5;73{,}5)$	$[73{,}5;84{,}5)$	$[84{,}5;95{,}5)$
Tần số	3	5	7	6	5	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu.

A. 63,23. **B.** 61,25. **C.** 62,35. **D.** 63,23.

Câu 52. Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	$[4{,}5;5{,}5)$	$[5{,}5;6{,}5)$	$[6{,}5;7{,}5)$	$[7{,}5;8{,}5)$	$[8{,}5;9{,}5)$
Số học sinh	3	7	9	15	6

Điểm trung bình giữa kỳ I của lớp là

A. 7,35. **B.** 7,45. **C.** 8,35. **D.** 6,45.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 53. Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)	[6,5; 7,5)	[7,5; 8,5)	[8,5; 9,5)
Số học sinh	3	7	9	15	6

Điểm trung bình giữa kỳ I của lớp là

A. 7,35. **B.** 7,45. **C.** 8,35. **D.** 6,45.

Câu 54. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Thời gian(phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình mỗi em tự học ở nhà là

A. 75,5 phút. **B.** 85,6 phút. **C.** 75,6 phút. **D.** 94,5 phút.

Câu 55. Kiểm tra cân nặng 25 quả dưa của hai nhà vườn A và B cho kết quả như bảng sau

Cân nặng (kg)	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Số quả của vườn A	2	6	4	10	3
Số quả của vườn B	3	7	8	5	2

Cân nặng trung bình của mỗi quả dưa ở vườn A là

A. 5,24 kg. **B.** 4,24 kg. **C.** 3,24 kg. **D.** 5,24 kg.

Câu 56. Kiểm tra cân nặng 25 quả dưa của hai nhà vườn A và B cho kết quả như bảng sau

Cân nặng(kg)	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Số quả của vườn A	2	6	4	10	3
Số quả của vườn B	3	7	8	5	2

Trung bình mỗi quả dưa vườn B nặng là

A. 3,84 kg. **B.** 4,84 kg. **C.** 2,84 kg. **D.** 3,74 kg.

Câu 57. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7	58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1	55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng

A. 55,6. **B.** 65,5. **C.** 48,8. **D.** 57,7.

Câu 58. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị triệu đồng)

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 59. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở lô hàng A được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng

A. 162,7. **B.** 161,7. **C.** 163,7. **D.** 164,7.

Câu 60. Dưới đây là một mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	
Tần số	6	8	7	6	$n=27$

Số trung bình của mẫu số liệu là một số thỏa mãn điều kiện

A. $\overline{x}\approx 112{,}8$. **B.** $\overline{x}\approx 107{,}8$. **C.** $\overline{x}\approx 99{,}1$. **D.** $\overline{x}\approx 85{,}5$.

4 Mốt

Câu 61. Gọi i là nhóm có tần số lớn nhất. Gọi u, g, n_i lần lượt là đầu mút trái, độ dài và tần số của nhóm i; n_{i-1}, n_{i+1} lần lượt là tần số của nhóm $i-1$, nhóm $i+1$. Gọi M_o là Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M_o=u+\left(\dfrac{n_i-n_{i-1}}{2n_i-n_{i-1}-n_{i+1}}\right)\cdot g$. **B.** $M_o=u+\left(\dfrac{n_i\cdot n_{i-1}}{2n_i-n_{i+1}-n_{i-1}}\right)\cdot g$.

C. $M_o=u\cdot\left(\dfrac{n_i-n_{i-1}}{2n_i-n_{i-1}-n_{i+1}}\right)-g$. **D.** $M_o=u+\left(\dfrac{n_{i+1}-n_{i-1}}{2n_i-n_{i-1}-n_{i+1}}\right)\cdot g$.

Câu 62. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là

A. $[20;40)$. **B.** $[60;80)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 63. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

A. $[80;100)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Câu 64. Thời gian truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Nhóm chứa mốt là nhóm nào?

A. [9,5; 12,5). **B.** [12,5; 15,5). **C.** [15,5; 18,5). **D.** [18,5; 21,5).

Câu 65. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có số mốt là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 66. Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Số mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 67. Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Chiều cao	[150; 156)	[156; 162)	[162; 168)	[168; 174)	[174; 180)	[180; 186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. [150; 156). **B.** [162; 168). **C.** [168; 174). **D.** [180; 186).

Câu 68. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

Thời gian(phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Nhóm chứa mốt là

A. [30; 60). **B.** [60; 90). **C.** [90; 120). **D.** [120; 150).

Câu 69. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là

A. [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 70. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 71. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 72. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Nhóm chứa mốt là nhóm nào?

A. $[9{,}5;12{,}5)$. **B.** $[12{,}5;15{,}5)$. **C.** $[15{,}5;18{,}5)$. **D.** $[18{,}5;21{,}5)$.

Câu 73. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2{,}5)$	$[2{,}5;3)$	$[3;3{,}5)$	$[3{,}5;4)$	$[4;4{,}5)$	$[4{,}5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

Xác định mốt?

A. 3,3125. **B.** 3,2645. **C.** 3,4534. **D.** 2,9345.

Câu 74. Số sản phẩm bán được của mặt hàng X tại một cửa hàng trong 30 ngày được thống kê trong bảng sau:

Số sản phẩm	$[3;5]$	$[6;8]$	$[9;11]$	$[12;14]$	$[15;17]$
Số học sinh	3	5	7	10	5

Cửa hàng đó bán được cao nhất bao nhiêu sản phẩm mỗi ngày?

A. 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 75. Điểm kiểm tra giữa kỳ I của một lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

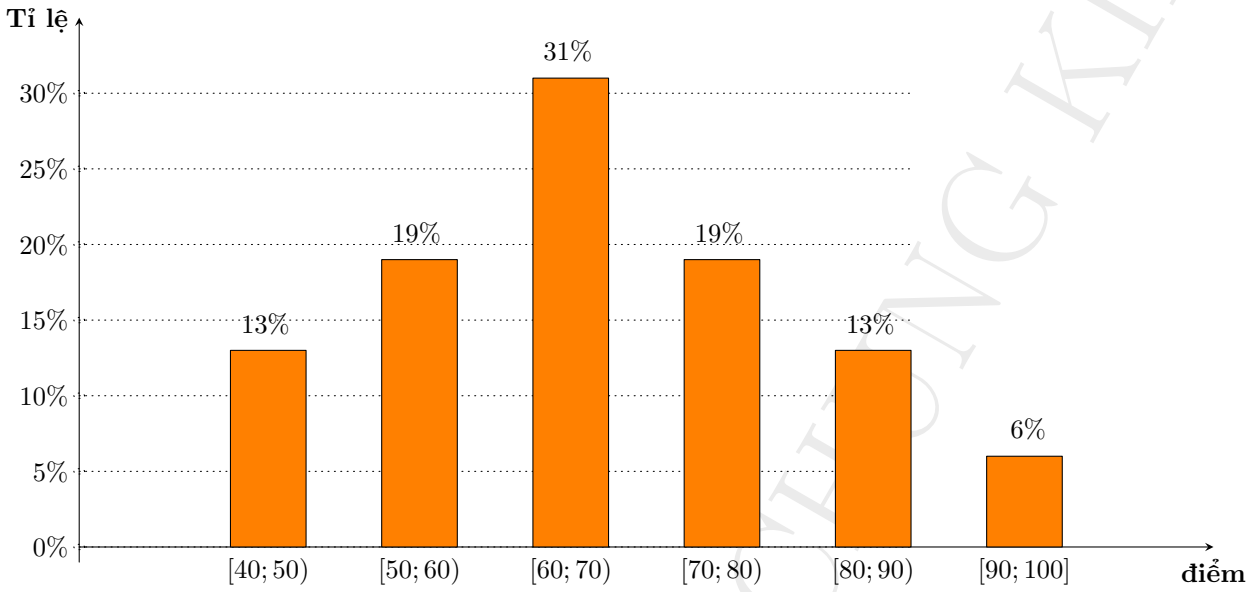
Điểm	$[4{,}5;5{,}5)$	$[5{,}5;6{,}5)$	$[6{,}5;7{,}5)$	$[7{,}5;8{,}5)$	$[8{,}5;9{,}5)$
Số học sinh	3	7	9	15	6

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Mốt của số liệu ghép nhóm trên là

A. 8,4. **B.** 8,9. **C.** 7,9. **D.** 11,6.

Câu 76. Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây



Hãy ước lượng mốt của mẫu số liệu trên?

A. 55. **B.** 65. **C.** 72. **D.** 68.

Câu 77. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

Thời gian(phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Mốt của số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 102,86. **B.** 102,85. **C.** 102,8. **D.** 102,9.

Câu 78. Kiểm tra cân nặng 25 quả dưa của hai nhà vườn A và B cho kết quả như bảng sau:

Cân nặng (kg)	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Số quả của vườn A	2	6	4	10	3
Số quả của vườn B	3	7	8	5	2

Nếu lấy một quả dưa bất kỳ của vườn A thì khả năng cao nhất là lấy được quả dưa nặng bao nhiêu kg?

A. 3,84 kg. **B.** 4,84 kg. **C.** 4,9 kg. **D.** 4,96 kg.

Câu 79. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_0 = \dfrac{70}{3}$. **B.** $M_0 = \dfrac{50}{3}$. **C.** $M_0 = \dfrac{70}{3}$. **D.** $M_0 = \dfrac{80}{3}$.

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 80. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($°C$)	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$
Số ngày	6	12	9	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 81. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao của 50 học sinh $11A$ như sau

Khoảng chiều cao	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của số liệu ghép nhóm này.

A. 153,18. **B.** 152,18. **C.** 154,01. **D.** 156,72.

Câu 82. Điểm kiểm tra giữa kỳ I của một lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	$[4,5;5,5)$	$[5,5;6,5)$	$[6,5;7,5)$	$[7,5;8,5)$	$[8,5;9,5)$
Số học sinh	3	7	9	15	6

Mốt của số liệu ghép nhóm trên là

A. 8,4. **B.** 8,9. **C.** 7,9. **D.** 11,6.

Câu 83. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

Thời gian	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	9	10	9	15	7

Mốt của số liệu ghép nhóm trên là

A. 102,86. **B.** 102,85. **C.** 102,8. **D.** 102,9.

Câu 84. Kiểm tra cân nặng 25 quả dưa của hai nhà vườn A và B cho kết quả như bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[1,,5;2,5)$	$[2,5;3,5)$	$[3,5;4,5)$	$[4,5;5,5)$	$[5,5;6,5)$
Số quả của vườn A	2	6	4	10	3
Số quả của vườn B	3	7	8	5	2

Nếu lấy một quả dưa bất kỳ của vườn A thì khả năng cao nhất là lấy được quả dưa nặng bao nhiêu kg?

A. 3,84 kg. **B.** 4,84 kg. **C.** 4,9 kg. **D.** 4,96 kg.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 85. Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 được cho trong bảng sau

Nhiệt độ ($^\circ C$)	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$	$[20;22)$
Tần số	1	3	12	9	5

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 15,7. **B.** 16,0. **C.** 17,5. **D.** 17,0.

Câu 86.

Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng bên. Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 32. **B.** 34. **C.** 33. **D.** 35.

Số sách	Số ngày
$[16;20]$	3
$[21;25]$	6
$[26;30]$	15
$[31;35]$	27
$[36;40]$	22
$[41;45]$	14
$[46;50]$	5

Câu 87. Thời gian đề học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0{,}5;10{,}5)$	$[10{,}5;20{,}5)$	$[20{,}5;30{,}5)$	$[30{,}5;40{,}5)$	$[40{,}5;50{,}5)$
Só học sinh	2	10	6	4	3

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 17,42. **B.** 14,56. **C.** 17,16. **D.** 12,67.

Câu 88. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15,,5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Só học sinh	3	12	15	24	2

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 18,37. **B.** 19,37. **C.** 19,73. **D.** 18,73.

Câu 89.

Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm bên. Mốt của bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

A. 7,73. **B.** 6,12. **C.** 5,09. **D.** 7,03.

Nhóm điểm	Tần số
$[1;3)$	3
$[3;5)$	2
$[5;7)$	10
$[7;9)$	14
$[9;11)$	7
	$n=36$

Câu 90. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 91. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_0=\dfrac{70}{3}$. **B.** $M_o=\dfrac{50}{3}$. **C.** $M_o=\dfrac{70}{2}$. **D.** $M_o=\dfrac{80}{3}$.

Câu 92. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 93. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ $(^\circ C)$	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$
Số ngày	6	12	9	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 94. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian chạy 50 m của 20 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian (giây)	$[7{,}8;8{,}0)$	$[8{,}0;8{,}2)$	$[8{,}2;8{,}4)$	$[8{,}4;8{,}6)$	$[8{,}6;8{,}8)$
Số học sinh	9	3	5	2	1

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 9,72. **B.** 9,27. **C.** 7,92. **D.** 7,29.

Câu 95. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 96. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của 100 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian (phút)	$[33;35)$	$[35;37)$	$[37;39)$	$[39;41)$	$[41;43)$	$[43;45)$
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Tính mốt của mẫu số liệu trên.

A. 38,93. **B.** 38,39. **C.** 39,28. **D.** 39,82.

Câu 97. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	$[6,5;7,0)$	$[7,0;7,5)$	$[7,5;8,0)$	$[8,0;8,5)$
Số cây	6	15	11	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 7,35. **B.** 7,34. **C.** 3,75. **D.** 7,43.

Câu 98.

Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật. Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là bao nhiêu?

A. 56,6. **B.** 53,3. **C.** 55. **D.** 50,6.

Nhóm	Tần số
$[30;40)$	4
$[40;50)$	10
$[50;60)$	14
$[60;70)$	6
$[70;80)$	4
$[80;90)$	2
	$n=40$

Câu 99. Khảo sát về số giờ mượn sách thư viện của học sinh khối 11 trường Y ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ mượn	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	54	78	120	45	12

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 120. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 100. Thống kê về thời lượng mỗi trận đấu bi-a trong vòng tứ kết giải đấu European Open người ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số trận	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 18. **B.** 18,5. **C.** 19. **D.** 19,5.

Câu 101. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

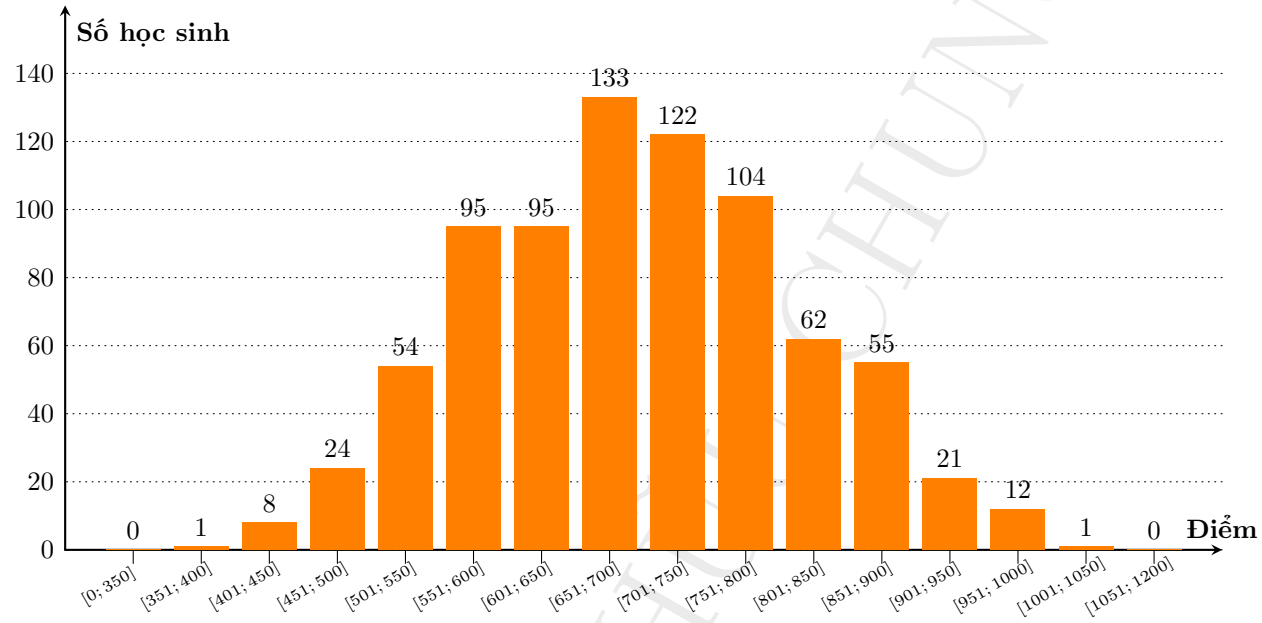
Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 102. Cho đồ thị thể hiện điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học vào năm 2020 dưới đây.

Điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học năm 2020



Giá trị đại diện cho nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 625,5. **B.** 675,5. **C.** 725,5. **D.** 775,5.

Câu 103. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở lô hàng A được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	1	3	7	10	4

Nhóm chứa mốt là nhóm nào?

A. [150; 155). **B.** [155; 160). **C.** [165; 170). **D.** [170; 175).

Câu 104. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có mốt là

A. 59. **B.** 40. **C.** 52. **D.** 53.

Câu 105. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 106. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp $11A$

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 153,18. **B.** 153,81. **C.** 154,18. **D.** 153,28.

Câu 107. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	
Tần số	4	5	23	6	2	$N=40$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 73. **B.** 74. **C.** 75. **D.** 76.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 108. Cân nặng (kg) của một số học sinh lớp 11 được cho như bảng sau

Cân nặng	$[45;49)$	$[49;53)$	$[53;57)$	$[57;61)$	$[61;65)$
Số học sinh	5	7	11	9	6

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu $n=38$.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[49;53)$ là 52.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là $[53;57)$.		
d) Cân nặng trung bình của mỗi học sinh là 55.		

Câu 109. Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau

Số sách	$[16;20)$	$[21;25)$	$[26;30)$	$[31;35)$	$[36;40)$
Số ngày	4	5	11	7	3

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm $[16;20]$ là 18.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là $[36;40]$.		
c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 28.		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 28,4.		

Câu 110. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phát biểu	Đ	S
a) Số học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút là 24.		
b) Nhóm chứa mốt là $[18{,}5;21{,}5)$.		
c) Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[18{,}5;21{,}5)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[18{,}5;21{,}5)$.		

Câu 111. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau

Cân nặng (gam)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
ố quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện nhóm $[150;155)$ bằng 152,5.		
b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là 163,7 (gam).		
c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là 162,1 (gam).		
d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.		

Câu 112. Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau

Độ tuổi	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số người	6	12	16	7	2

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện nhóm $[50;60)$ là 55.		
b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.		
c) Nhóm chứa mốt là nửa khoảng $[30;40)$.		
d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 113.

Một nhà thực vật học đô chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như hình bên. (*Các kết quả tính được trong bài làm tròn đến hàng phần trăm*)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45; 5,85)	5,65	5
[5,85; 6,25)	6,05	9
[6,25; 6,65)	6,45	15
[6,65; 7,05)	6,85	19
[7,05; 7,45)	7,25	16
[7,45; 7,85)	7,65	8
[7,85; 8,25)	8,05	2

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây gần bằng 6,4 (mm).		
b) Độ dài nhóm là 0,4.		
c) Nhóm chứa mốt là [7,05; 7,45).		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,65.		

Câu 114. Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau

Số cuộc gọi	[2,5; 5,5)	[5,5; 8,5)	[8,5; 11,5)	[11,5; 14,5)	[14,5; 17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

Phát biểu	Đ	S
a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là 8,1.		
b) Nhóm chứa mốt là [5.5; 8,5).		
c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,21.		
d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.		

Câu 115. Thâm niên giảng dạy của một số giáo viên trường THPT được ghi lại ở bảng sau

Thâm niên (Số năm)	[1; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số giáo viên	4	12	16	8	3

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu bằng 43.		
b) Số trung bình của mẫu ghép nhóm là 11,84.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [10; 15).		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 11,74.		

Câu 116. Số câu trả lời đúng một bài thi trắc nghiệm môn Sinh học gồm 50 câu của lớp 11 A ở một trường THPT như sau:

Số câu đúng	[14; 21)	[21; 28)	[28; 35)	[35; 42)	[42; 49)
Số học sinh	4	8	25	6	7

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm $[14;21)$ là 17,5.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[21;28)$ là 24,5.		
c) Giá trị đại diện của nhóm $[42;49)$ là 45,5.		
d) Số câu đúng trung bình là 32,26.		

Câu 117. Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facbook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20
15 12 18 17 25 17 21 15 12 18
16 23 14 18 19 13 16 19 18 17

Phát biểu	Đ	S
a) Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: 16,37 giờ.		
b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facbook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau Số giờ | $[12;15)$ | $[15;18)$ | $[18;21)$ | $[21;24)$ | $[24;27)$ Giá trị đại diện | 13,5 | 16,5 | 18,5 | 21,5 | 24,5 Số học sinh | 5 | 12 | 8 | 4 | 1		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ý là nhóm $[15;18)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu ý bằng 16,91.		

Câu 118. Người ta tiến hành phỏng vấn 30 người về một bộ phim mới chiếu trên truyền hình. Người điều tra yêu cầu cho điểm bộ phim (thang điểm là 100). Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây

Số điểm	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số người	2	6	10	8	4

Phát biểu	Đ	S
a) Ước lượng số trung bình của mẫu ghép là 77.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[90;100)$ là 95.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[80;90)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 74,67.		

Câu 119.

Chiều cao của 35 cây bạch đàn sinh trưởng của 12 tháng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mét).

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều cao sinh trưởng trung bình của mỗi tháng của cây bạch đàn là 8,05 m.		
b) Tổng hợp lại kết quả chiều cao của cây bạch đàn vào bảng tần số ghép nhóm Chiều cao (m) | [6,5; 7,0) | [7,0; 7,5) | [7,5; 8) | [8; 8,5) | [8,5; 9,0) | [9,0; 9,5) Số cây | 2 | 4 | 9 | 11 | 6 | 3		
c) Ước lượng chiều cao trung bình mỗi tháng của cây bạch đàn từ bảng tần số ghép nhóm ở ý là 8,09 (m).		
d) Chiều cao tăng trưởng của cây bạch đàn được 8,18 m là cao nhất.		

Câu 120. Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau

Điểm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Số học sinh	8	7	10	5

Phát biểu	Đ	S
a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.		
b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 30.		
c) Điểm trung bình của các học sinh là 7,9.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 10.		

Câu 121. Số người đến thư viện đọc sách trong 30 ngày của tháng 4 ở một thư viện được thống kê như bảng dưới

Lượng người	[24; 30)	[30; 36)	[36; 42)	[42; 48)	[48; 54)
Tần số	3	7	10	6	4

Phát biểu	Đ	S
a) Độ dài của mỗi nhóm là 5.		
b) Giá trị đại diện của nhóm [30; 36) là 33.		
c) Số người đến đọc trung bình mỗi ngày của thư viện (*làm tròn đến hàng đơn vị*) là 40.		
d) Mốt của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng đơn vị) là 36.		

Câu 122. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được lưu lại ở bảng sau

Mức giá (triệu đồng/m^2)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Phát biểu	Đ	S
a) Độ dài của nhóm [10; 14) bằng 4.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Giá trị đại diện của nhóm [10,14) là 12.		
c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 19,52.		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là 19,44.		

Câu 123. Anh An ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét)

72,1	72,9	70,2	70,9	72,2	71,5	72,5	69,3	72,3	69,7
72,3	71,5	71,2	69,8	72,3	71,1	69,5	72,2	71,9	73,1
71,6	71,3	72,2	71,8	70,8	72,2	72,2	72,9	72,7	70,7

Phát biểu	Đ	S
a) Cự li trung bình của mỗi lần ném là 72,3 (m).		
b) Số lần ném của anh An cự li [70,8; 71,8] là 10.		
c) Tổng hợp lại kết quả ném của anh An vào bảng tần số ghép nhóm ta được bảng sau Cự li (m) | [69,2; 70) | [70; 70,8) | [70,8; 71,6) | [71,6; 72,4) | [72,4; 73,2) Số lần | 4 | 2 | 9 | 10 | 5 Khi đó cự li trung bình mỗi lần ném từ bảng tần số ghép nhóm trên là 71,5 m.		
d) Khả năng anh An ném được cao nhất là 72 m.		

Câu 124.

Thảo thống kê lại số bước chân bạn đi mỗi ngày trong 3 tháng. Kết quả được tổng hợp ở bảng bên.

Số bước chân	Số ngày
[4 000; 5 000)	12
[5 000; 6 000)	24
[6 000; 7 000)	29
[7 000; 8 000)	18
[8 000; 9 000)	9

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu bằng 5.		
b) Giá trị đại diện của nhóm thứ 4 là 7 500.		
c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 6 369,57.		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là 6 362,5.		

Câu 125. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau

Điểm số môn Toán	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số học sinh đạt được	1	6	12	14	8

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu bằng 40.		
b) Giá trị đại diện của nhóm [2; 4) bằng 3.		
c) Độ dài của nhóm [6; 8) bằng 3.		
d) Độ dài của nhóm [8; 10) bằng 2.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 126. Một mẫu số liệu được cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Tần số	11	31	45	21	12

Phát biểu	**Đ**	**S**
a) Mẫu trên có 110 số liệu.		
b) Mẫu trên chia thành 5 nhóm.		
c) Tần số của nhóm $[0;5)$ bằng 11.		
d) Tần số của nhóm $[20;25)$ là cao nhất.		

Câu 127. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm số môn Toán	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh đạt được	1	6	12	14	8

Phát biểu	**Đ**	**S**
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu bằng 40.		
b) Giá trị đại diện nhóm $[2;4)$ bằng 3.		
c) Độ dài nhóm $[6;8)$ bằng 3.		
d) Độ dài nhóm $[8;10)$ bằng 2.		

Câu 128. Một trường trung học phổ thông có 36 học sinh nam của khối 11, đo chiều cao của các bạn học sinh đó, người ta thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: centimét).

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164
164	165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167
168	168	168	168	169	169	170	171	171	172	172	174

Phát biểu	**Đ**	**S**
a) Giá trị lớn nhất $x_{\max} = 174$.		
b) Giá trị nhỏ nhất $x_{\min} = 160$.		
c) Khoảng biến thiên là 15.		
d) Ta có bảng tần số ghép nhóm sau: Chiều cao | $[160;163)$ | $[163;166)$ | $[166;169)$ | $[169;172)$ | $[172;175)$ Số học sinh | 6 | 10 | 12 | 3 | 3		

Câu 129. Bảng sau thống kê thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên trong một giải marathon:

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất $x_{\max} = 145$.		
b) Giá trị nhỏ nhất $x_{\min} = 129$.		
c) Khoảng biến thiên bằng 15.		
d) Mẫu số liệu ghép nhóm: Thời gian | Số VĐV [127,5; 130,5) | 3 [130,5; 133,5) | 1 [133,5; 136,5) | 4 [136,5; 139,5) | 3 [139,5; 142,5) | 9 [142,5; 145,5) | 10 .		

Câu 130. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện nhóm [150; 155) bằng 152,5.		
b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là 163,7 (gam).		
c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là 162,1 (gam).		
d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.		

Câu 131. Một mẫu số liệu đươc cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[0,5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Tần số	4	7	16	8	5

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 40.		
b) Nhóm [0,5; 2,5) có giá trị đại diện là 1,5.		
c) Nhóm [4,5; 6,5) có giá trị đại diện là 5,5.		
d) Nhóm [8,5; 10,5) có độ dài lớn nhất trong các nhóm còn lại.		

Câu 132. Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện nhóm $[50;60)$ là $\dfrac{50+60}{2}=55$.		
b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.		
c) Nhóm chứa mốt là nửa khoảng $[30;40)$.		
d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.		

Câu 133.

Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình 74 lá cây (đơn vị: milimet) và thu được bảng tần số ghép nhóm như hình bên.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45; 5,85)	5,65	5
[5,85; 6,25)	6,05	9
[6,25; 6,65)	6,45	15
[6,65; 7,05)	6,85	19
[7,05; 7,45)	7,25	16
[7,45; 7,85)	7,65	8
[7,85; 8,25)	8,05	2

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây $\approx 6{,}4$ (mm).		
b) Độ dài của nhóm là 0,4.		
c) Nhóm chứa mốt là $[7{,}05;7{,}45)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\approx 6{,}65$.		

Câu 134. Số cuộc điện thoại một người thực hiện trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2,5; 5,5)	[5,5; 8,5)	[8,5; 11,5)	[11,5; 14,5)	[14,5; 17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

Phát biểu	Đ	S
a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là 8,1.		
b) Nhóm chứa mốt là $[5{,}5;8{,}5)$.		
c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\approx 7{,}21$.		
d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.		

Câu 135. Thống kê tuổi thọ của các bóng đèn do một nhà máy sản xuất ta có bảng số liệu sau

Tuổi thọ (giờ)	[1200; 1300)	[1300; 1400)	[1400; 1500)	[1500; 1600)	[1600; 1700)
Số bóng	15	20	48	42	25

Phát biểu	Đ	S
a) Bảng số liệu trên gồm 5 nhóm.		
b) Số lượng bóng đèn là 120 bóng đèn.		
c) Giá trị đại diện của nhóm $[1200;1300)$ là 1250.		
d) Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ở trên là 100.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 136. Số tiền thu từ heo đất của một trường THPT phát động ở 40 lớp thu được trong năm học được tổng hợp qua bảng sau

Số tiền (triệu đồng)	[1,5; 1,7)	[1,7; 1,9)	[1,9; 2,1)	[2,1; 2,3)	[2,3; 2,5)
Số lớp	5	6	13	7	9

Phát biểu	Đ	S
a) Bảng số liệu trên gồm 5 nhóm.		
b) Giá trị đại diện nhóm [1,9; 2,1) là 2,0.		
c) Giá trị đại diện nhóm [1,5; 1,7) là 1,6.		
d) Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu ở trên là 0,3.		

Câu 137. Thâm niên giảng dạy của một số giáo viên trường THPT được ghi lại ở bảng sau

Thâm niên (số năm)	[1; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số giáo viên	4	12	16	8	3

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu bằng 50.		
b) Số trung bình của mẫu ghép nhóm là 11,84.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [10; 15).		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 11,74.		

Câu 138. Thống kê số giờ tự học của học sinh tại một trường THPT trong một tuần, người ta ghi được kết quả sau (đơn vị: giờ).

14	12,5	15	16,5	17	14,5	13	15,5	16,5	17,5
16,5	18,5	19	20	19,5	17	16,5	14	18	21
15,5	13,5	12,5	14,5	17,5	19	19,5	20,5	20	17
14,5	13	14,5	18	16	15	13	18,5	14,5	12,5

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng số giờ tự học của học sinh là 829,5 giờ.		
b) Tổng hợp kết quả tự học của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau: Giờ tự học: [12,5; 14,5) | [14,5; 16,5) | [16,5; 18,5) | [18,5; 20,5) | [20,5; 22,5) Số học sinh: 9 | 13 | 17 | 9 | 2		
c) Thời gian trung bình học của mỗi học sinh dựa vào bảng tần số ghép nhóm tìm được ở ý (b) là 16,78.		
d) Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,28 giờ.		

Câu 139. Số câu trả lời đúng một bài thi trắc nghiệm môn Sinh học gồm 50 câu của nhóm 11*A* ở một trường THPT như sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Số câu đúng	[14; 21)	[21; 28)	[28; 35)	[35; 42)	[42; 49)
Số học sinh	4	8	25	6	7

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm [14; 21) là 17,5.		
b) Giá trị đại diện của nhóm [21; 28) là 24,5.		
c) Giá trị đại diện của nhóm [42; 49) là 45,5.		
d) Số câu đúng trung bình là 32,26.		

Câu 140. Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facebook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20
15 12 18 17 25 17 21 15 12 18
16 23 14 18 19 13 16 19 18 17

Phát biểu	Đ	S
a) Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần 16,37 giờ.		
b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facebook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ý (b) là nhóm [15; 18).		
d) Mốt của mẫu số liệu ý (b) bằng 16,91.		

Số giờ	[12; 15)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

Câu 141.

Chiều cao của 35 cây bạch đàn sinh trưởng của 12 tháng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mét). Khi đó

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều cao sinh trưởng trung bình của mỗi tháng của cây bạch đàn là 8,05 (m).		
b) Tổng hợp lại kết quả chiều cao của cây bạch đàn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau.		
c) Ước lượng chiều cao trung bình mỗi tháng của cây bạch đàn từ bảng tần số ghép nhóm ở ý (b) là $\approx 8{,}09$ (m).		
d) Chiều cao tăng trưởng của cây bạch đàn được 8,18 (m) là cao nhất.		

Chiều cao (m)	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9,0)	[9,0; 9,5)
Số cây	2	4	9	11	6	3

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 142. Người ta tiến hành phỏng vấn 30 người về một bộ phim mới chiếu trên truyền hình. Người điều tra yêu cầu cho điểm bộ phim (thang điểm là 100). Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép nhóm sau đây:

Số điểm	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số người	2	6	10	8	4

Phát biểu	**Đ**	**S**
a) Ước lượng số trung bình của mẫu ghép là 77.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[90;100)$ là 95.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[80;90)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 74,67.		

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 143. Khảo sát số lần sử dụng Facebook của một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số lần sử dụng Facebook	$[3;5]$	$[6;8]$	$[9;11]$	$[12;14]$	$[15;17]$
Số ngày	2	5	11	8	4

Xác định mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

Câu 144. Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một nhóm 11.

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng (kg) trung bình của học sinh nhóm 11 đó (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 145. Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một lớp 11:

Cân nặng (kg)	$[40{,}5;45{,}5)$	$[45{,}5;50{,}5)$	$[50{,}5;55{,}5)$	$[55{,}5;60{,}5)$	$[60{,}5;65{,}5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng (kg) trung bình của học sinh lớp 11 đó (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 146. Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	$[8{,}5;8{,}8)$	$[8{,}8;9{,}1)$	$[9{,}1;9{,}4)$	$[9{,}4;9{,}7)$	$[9{,}7;10)$
Số cây	36	45	83	65	21

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 147. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở lô hàng A được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng (kết quả *làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 148. Dưới đây là một mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	
Tần số	6	8	7	6	$N = 27$

Trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |

Câu 149. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $a+b$ KQ: | | | | |

Câu 150. Thời gian truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $a+b$ KQ: | | | | |

Câu 151. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

Câu 152. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $2a+b$ KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 153. Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

Câu 154. Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao	[150; 156)	[156; 162)	[162; 168)	[168; 174)	[174; 180)	[180; 186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $a-2b$ KQ: | | | | |

Câu 155. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $3a+2b$ KQ: | | | | |

Câu 156. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Nhóm chứa mốt là nhóm $[a;b)$. Tính $a+b$ KQ: | | | | |

Câu 157. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm mốt của mẫu số liệu trên. KQ: | | | | |

Câu 158. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu (triệu đồng)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm mốt của mẫu số liệu trên. KQ: | | | | |

Câu 159. Thời gian truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh cho trong bảng sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[a;b)$. Tính $a+3b$ KQ: | | | | |

Câu 160. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được thu thập theo mẫu số liệu sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[4; 4,5)	[4,5; 5,5)
Tần số	4	9	14	11	7

Xác định mốt (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

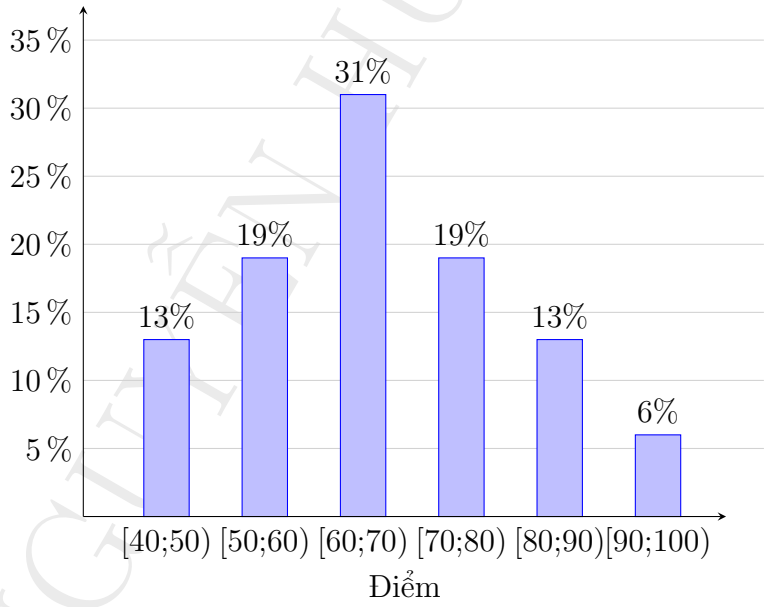
Câu 161. Số sản phẩm bán được của một hãng X tại một cửa hàng trong 30 ngày được thống kê trong bảng sau:

Số sản phẩm	[3; 5]	[6; 8]	[9; 11]	[12; 14]	[15; 17]
Số ngày	3	5	7	10	5

Cửa hàng đó bán được cao nhất bao nhiêu sản phẩm mỗi ngày (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)?

KQ: | | | | |

Câu 162. Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Tìm mốt của mẫu số liệu trên. KQ: | | | | |

Câu 163. Điểm kiểm tra giữa kì I của một lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau:

Điểm	[4; 5,5)	[5,5; 6,5)	[6,5; 7,5)	[7,5; 8,5)	[8,5; 9,5)
Số học sinh	3	7	9	15	6

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 164. Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Tìm mốt của số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |

Câu 165. Kiểm tra cân nặng 25 quả dưa của hai nhà vườn A và B cho kết quả như bảng sau:

Cân nặng (kg)	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Số quả của vườn A	2	6	4	10	3
Số quả của vườn B	3	7	8	5	2

Nếu lấy một quả dưa bất kì của vườn A thì khả năng cao nhất là lấy được quả dưa nặng bao nhiêu kg?

KQ: | | | | |

Câu 166. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |

Câu 167. Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Công ty bất động sản Đất Vàng nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 168. Người ta tiến hành phỏng vấn 50 người về phim chiếu rạp Lật mặt 6 của Lý Hải. Người điều tra yêu cầu cho điểm phim theo thang điểm 100. Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây:

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số người	4	7	9	18	12

Hãy ước lượng mốt của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

KQ: | | | | |

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 5

§2. TRUNG VỊ VÀ TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Trung vị

Định nghĩa 26

- Gọi n là cỡ mẫu.
- Giả sử nhóm $[u_m;u_{m+1})$ chứa trung vị;
- n_m là tần số của nhóm chứa trung vị;
- $C=n_1+n_2+\cdots+n_{m-1}$.

Khi đó $M_e=u_m+\dfrac{\dfrac{n}{2}-C}{n_m}\cdot(u_{m+1}-u_m)$.

Từ dữ liệu ghép nhóm nói chung không thể xác định chính xác trung vị của mẫu số liệu gốc. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.

2 Tứ phân vị

Định nghĩa 27 Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_2, cũng chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.
Để tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_1, ta thực hiện như sau:

- Giả sử nhóm $[u_m;u_{m+1})$ chứa tứ phân vị thứ nhất;
- n_m là tần số của nhóm tứ phân vị thứ nhất;
- $C=n_1+n_2+\cdots+n_{m-1}$.

Khi đó

$$Q_1=u_m+\frac{\dfrac{n}{4}-C}{n_m}\cdot(u_{m+1}-u_m).$$

Tương tự, để tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Q_3, ta thực hiện như sau:

- Giả sử nhóm $[u_j;u_{j+1})$ chứa tứ phân vị thứ ba;
- n_j là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ ba;
- $C=n_1+n_2+\ldots+n_{j-1}$.

Khi đó

$$Q_3=u_j+\frac{\dfrac{3n}{4}-C}{n_j}\cdot(u_{j+1}-u_j).$$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó x_m và x_{m+1} thuộc hai nhóm liên tiếp, ví dụ như $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$ và $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$ thì ta lấy $Q_k = u_j$.

Ý nghĩa của tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

- *Ba điểm tứ phân vị chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm thành bốn phần đều nhau.*
- *Giống như với trung vị, nói chung không thể xác định chính xác các điểm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.*
- *Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.*
- *Tứ phân bị thứ nhất và thứ ba đo xu thế trung tâm của nửa dưới (các dữ liệu nhỏ hơn Q_2) và nửa trên (các dữ liệu lớn hơn Q_2) của mẫu số liệu.*

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1 Trung vị của mẫu số liệu ghép lớp

- **Bước 1.** Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p là $[a_p; a_{p+1})$.
- **Bước 2.** Trung vị là

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \ldots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p).$$

trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p. Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \ldots + m_{p-1} = 0$.

Bài 1. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Bài 2.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \le v < 155$	18
$155 \le v < 160$	28
$160 \le v < 165$	35
$165 \le v < 170$	43
$170 \le v < 175$	41
$175 \le v < 180$	35

Bài 3. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ ở một lô hàng cho trong bảng sau

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

DẠNG 2 Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1, giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p;a_{p+1})$. Khi đó $Q_1=a_p+\dfrac{\dfrac{n}{4}-(m_1+\ldots+m_{p-1})}{m_p}\cdot(a_{p+1}-a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p, với $p=1$, ta quy ước $m_1+\ldots+m_{p-1}=0$.
Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3, giả sử đó là nhóm thứ p là $[a_p;a_{p+1})$. Khi đó $Q_3=a_p+\dfrac{\dfrac{3n}{4}-(m_1+\ldots+m_{p-1})}{m_p}\cdot(a_{p+1}-a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p, với $p=1$, ta quy ước $m_1+\ldots+m_{p-1}=0$.
Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e.

NHẬN XÉT. Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\dfrac{r\cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn thứ phân vị này.
Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

Bài 4. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian luyện tập (giờ)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Huấn luyện viên muốn xác định nhóm gồm 25% các vận động viên có số giờ luyện tập cao nhất. Hỏi huấn luyện viên nên chọn các vận động viên có thời gian luyện tập từ bao nhiêu giờ trở lên vào nhóm này?

Bài 5. Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1, tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng sau:

Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Bài 6.

Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng bên ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150\le v<155$	18
$155\le v<160$	28
$160\le v<165$	35
$165\le v<170$	43
$170\le v<175$	41
$175\le v<180$	35

Bài 7. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 8. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm.

Bài 9. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

Bài 10.

Phỏng vấn một số học sinh lớp 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.

b) Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

Bài 11. Điều tra số học sinh của 30 lớp học, ta được bảng số liệu như sau:

35	39	39	40	40	41	41	41	41	44	44	45	45	45	46
48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	50	50	50	50	51

Tính số trung vị của bảng nói trên.

Bài 12. Điểm học kì một của một học sinh được cho bởi bảng số liệu

5	6	6	7	7	8	8	8,5	9

(Đơn vị: điểm), tính số trung vị.

Bài 13. Điều tra số học sinh giỏi khối 10 của 15 trường cấp ba trên địa bàn tỉnh A, ta được bảng số liệu

22	29	29	29	30	31	32	32	33	34	34	35	35	35	36

Tính số trung vị.

Bài 14. Để đảm bảo bảng số liệu được phân bố đồng đều người ta điều chỉnh các giá trị x, y sao cho số trung bình cộng và số trung vị bằng nhau. Khi đó bảng số liệu được cho như sau:

Giá trị	40	50	$60+x$	$90+y$	
Tần số	20	30	$60-x$	$90-y$	200

Biết rằng $x \leq 0$. Tìm x?

Bài 15. Hai lớp 10A và 10B của một trường THPT cùng làm bài thi môn Toán, chung một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở hai bảng phân bố tần số sau đây

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Điểm	3	5	6	7	8	9	10	Cộng
Lớp 10A	7	9	3	3	7	12	4	45

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Lớp 10B	6	6	7	8	9	5	4	45

a) Hãy tính số trung vị từ các bảng phân bố tần số đã cho (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Xét xem kết quả bài thi môn Toán của lớp nào đồng đều hơn?

Bài 16. Hai lớp 10C và 10D của một trường THPT cùng làm bài thi môn Văn, chung một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở hai bảng phân bố tần số sau đây

Điểm	10	9	8	7	6	3	3	Cộng
Lớp 10C	4	12	7	3	3	9	7	45

Điểm	10	9	8	7	6	5	4	Cộng
Lớp 10D	4	5	9	8	7	6	6	45

Hãy tính số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt từ các bảng phân bố tần số đã cho (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 17. Đo chiều cao của 40 học sinh trường THPT Y, ta có bảng số liệu sau

150	150	150	151	152	152	153	154	154	155
155	156	156	157	157	158	159	160	160	161
162	163	164	165	166	167	167	167	168	168
169	169	170	171	171	172	173	174	175	175

a) Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp với các lớp là

$$[150;154),[155;160),[160;165),[165;170),[170;175].$$

b) Từ đó, hãy tính số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt của bảng phân bố tần số ghép lớp đã lập (tính chính xác đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 18. Điểm kiểm tra môn Toán cuối học kỳ 1 của một nhóm 16 học sinh là

$$8,9,7,0,2,7,9,10,4,5,7,8,8,9,10,7.$$

Tìm mốt, số trung vị và tứ phân vị của các số liệu thống kê đã cho.

Bài 19. Tiền thưởng của 35 nhân viên trong một công ti được thống kê trong bảng tần số ghép lớp sau đây (đơn vị: triệu đồng)

Lớp	$[20;24]$	$[25;29]$	$[30;34]$	$[35;39]$	$[40;44]$	Cộng
Tần số	2	7	15	8	3	$n=35$

Tính số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Bài 20. Điều tra về chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT, người ta thu được bảng số liệu thống kê sau:

160	163	166	162	164	167	165	169	163	167	171	168
165	161	170	171	164	172	162	167	173	169	164	166
164	166	165	167	161	168	164	174	165	168	163	161

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

a) Lập bảng phân bố tần số ghép lớp, sử dụng các lớp sau:

$$[160;163),[163;166),[166;169),[169;172),[172;175).$$

b) Tính số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Bài 21. Điều tra về cân nặng của cá (đơn vị: kg) trong ao nuôi, người ta thu được bảng số liệu thống kê sau:

3,5	8,5	6,5	5,5	4,5	5,6	9,5	5,9	7,5	3,8
6,8	4,2	7,3	5,7	8,0	5,9	3,6	7,8	6,4	7,9
7,1	6,0	7,6	4,0	6,1	6,7	6,3	6,9	6,2	7,7
6,1	3,8	6,2	6,6	6,3	6,4	7,5	3,9	7,5	6,0
9,0	6,0	7,5	3,6	6,1	6,0	5,4	6,4	9,2	4,7

a) Lập bảng phân bố tần số ghép lớp, sử dụng các lớp sau: $[3{,}5;5{,}0),[5{,}0;6{,}5),[6{,}5;8{,}0),[8{,}0;10]$.

b) Tính số trung bình, trung vị, mốt (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Bài 22. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp:

Lớp các giá trị x	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14]$	Cộng
Tần số n_i	15	30	55	100

Tìm mốt, số trung vị và tứ phân vị của các số liệu thống kê đã cho.

Bài 23.

Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp bên. Hãy tính trung vị của bảng số liệu.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	$[10;20)$	18
2	$[20;30)$	8
3	$[30;40)$	10
4	$[40;50)$	24
	Cộng	60

Bài 24. Điểm thi học kì của một học sinh như sau: 5, 5, 2, 6, 3, 5, 9, 8, 7, 10, 9. Tìm số trung bình và số trung vị.

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 25. Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng $x_1, x_2, \ldots, x_{35}$ trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau

Số tiền (nghin đồng)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$
Số khách hàng	3	15	10	7

Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong bảng trên và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 26. Tốc độ phát triển của một loại Vi-rút trong 10 ngày với các điều kiện khác nhau (đơn vị nghìn con) được thống kê như sau

20	100	30	980	440	20	20	150	60	270

Trong trường hợp này ta chọn số nào dưới đây làm giá trị đại diện là tốt nhất? Tính giá trị đại diện đó.

Bài 27. Quan sát 9 con chuột chạy qua một mê hồn trận và ghi lại thời gian (tính bằng phút) của chúng trong bảng sau:

Con chuột	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Thời gian chạy	1	2,5	3	1,5	2	1,25	1	0,9	30

a) Tính số trung bình, số trung vị và mốt của thời gian chuột ra khỏi mê hồn trận?

b) Trong trường hợp này nên chọn đại lượng nào để thể hiện xu thế trung bình của mẫu?

Bài 28. Trong kỳ thi Tiếng Anh cấp chứng chỉ B1 theo chuẩn Châu Âu của trường Đại học Cần Thơ, điểm thi của 32 thí sinh (thang điểm 100) như sau:

79	65	85	52	81	55	65	49
42	68	66	56	57	65	72	69
60	50	63	74	88	78	95	41
87	61	72	53	47	90	74	68

a) Lập bảng phân bố tần số ghép lớp của mẫu số liệu trên với các lớp $[40;50)$, $[50;60)$, ..., $[90;100)$.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu theo bảng phân bố tần số ghép lớp (chính xác đến hàng phần trăm).

Bài 29. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số hoc sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 30. Tổng số lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm)

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3 220,7 189,8 243,2
165,9 165,9 134 173 169 189 254 168 255

a) Xác định số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
So năm	?	?	?	?

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

c) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 31. Bảng sau thống kê số ca nhiễm mới SARS-CoV-2 mỗi ngày trong tháng 12/2021 tại Việt Nam.

Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca
1	15139	9	15965	17	15685	25	16046
2	14295	10	15474	18	16363	26	15667
3	14254	11	16830	19	16586	27	15310
4	14598	12	15264	20	15420	28	14866
5	14927	13	16035	21	16806	29	14299
6	15215	14	15871	22	17044	30	20454
7	14433	15	16192	23	16860	31	17004
8	15223	16	15720	24	16633		

a) Xác định số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau

Số ca (nghìn)	$[14; 15{,}5)$	$[15{,}5; 17)$	$[17; 18{,}5)$	$[18{,}5; 20)$	$[20; 21{,}5)$
Số ngày	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 32. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số cây	3	8	7	3

Gọi x_1, x_2, …, x_{21} là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, x_1, …, x_3 thuộc $[0; 5)$, x_4, …, x_{11} thuộc $[5; 10)$, …. Hỏi trung vị thuộc nhóm nào?

Bài 33.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Tốc độ v (km/h)	**Số lần**
$150 \le v < 155$	18
$155 \le v < 160$	28
$160 \le v < 165$	35
$165 \le v < 170$	43
$170 \le v < 175$	41
$175 \le v < 180$	35

Bài 34.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Tốc độ v (km/h)	**Số lần**
$150 \le v < 155$	18
$155 \le v < 160$	28
$160 \le v < 165$	35
$165 \le v < 170$	43
$170 \le v < 175$	41
$175 \le v < 180$	35

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 35. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Số cây	3	8	7	3

Hãy cho biết tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm nào.

Bài 36. Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng $x_1, x_2, \ldots, x_{35}$ trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$
Số khách hàng	3	15	10	7

Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong Bảng 3.1 và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Bài 37. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	$0-9$	$10-19$	$20-29$	$30-39$	$40-49$
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	$50-59$	$60-69$	$70-79$	$80-89$	$90-99$
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

Bài 38. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số học sinh khối 11
$[4;5)$	6	4	10
$[5;6)$	10	8	18
$[6;7)$	13	10	23
$[7;8)$	9	11	20
$[8;9)$	7	8	15

a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.

b) Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Bài 39. Độ bão hoà oxygen trong máu (còn được gọi là chỉ số SpO_2) biểu thị cho tỉ lệ hemoglobin có oxygen trên tổng lượng hemoglobin trong máu. Chỉ số SpO_2 (đơn vị đo là %) từ $97-99$ là oxygen trong máu tốt, $94-96$ là oxygen trong máu trung bình, $90-93$ là oxygen trong máu thấp, dưới 90 là trường hợp cấp cứu trên lâm sàng (Theo Vinmec.com). Đo chỉ số SpO_2 ở một số bệnh nhân Covid-19 người ta thu được kết quả sau:

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$SpO_2(\%)$	$90-93$	$94-96$	$97-99$
Số bệnh nhân	12	31	7

a) Cho biết các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Tính số trung bình, trung vị và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Bài 40. Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tìm trung vị của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

Bài 41. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
b) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Hỏi công ty nên gửi đến các hộ tiêu thụ từ bao nhiêu mét khối nước trở lên?

Bài 42. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	18	20	24	15	13

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
b) Người ta muốn chia măng cụt trong thùng ra làm ba loại theo cân nặng, bao gồm: loại nhỏ, loại vừa và loại to. Các loại này lần lượt chiếm khoảng 25%, 50% và 25% số măng cụt trong thùng. Hãy xác định ngưỡng cân nặng để phân loại quả.

Bài 43. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

85	195	187	198	43	223	280	71	205	277
298	142	162	89	167	122	175	168	148	253
234	187	85	193	224	233	117	81	39	85

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.
b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là $[0;60)$. Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Bài 44. Một nhóm gồm 45 học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 40 câu hỏi. Số câu trả lời đúng của mỗi bạn được ghi lại ở bảng sau:

24	35	37	24	30	23	21	39	28	20	32	37	17	40	34
27	34	30	21	26	26	38	37	16	35	19	20	22	25	38
34	29	39	40	36	18	31	24	36	33	24	24	36	26	37

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số câu trả lời đúng	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$	$[36;40]$
Số học sinh	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 45. Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 46. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km/h)	$[75;80)$	$[80;85)$	$[85;90)$	$[90;95)$	$[95;100)$
Số xe	5	12	18	24	19

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 47. Thâm niên công tác của các công nhân hai nhà máy A và B.

Thâm niên công tác (năm)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Số công nhân nhà máy A	35	13	12	12	8
Số công nhân nhà máy B	14	26	24	11	5

a) Hãy so sánh thâm niên công tác của nhân viên hai nhà máy theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của hai mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 48. Thầy giáo thống kê lại số lần kéo xà đơn của các học sinh nam khối 11 ở bảng sau:

Số lần	$[6;10]$	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$
Số học sinh	35	54	32	17	5

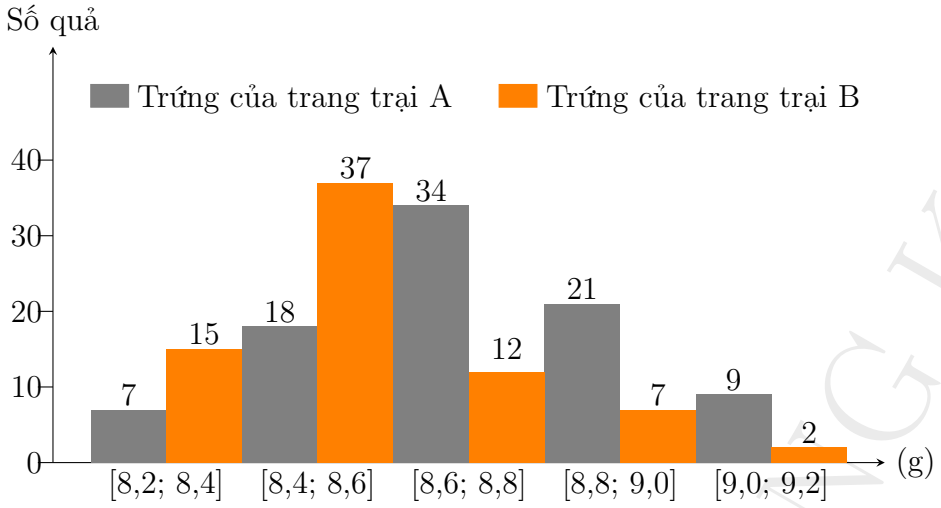
a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Thầy giáo dự định chọn 25% học sinh có số lần kéo thấp nhất để bồi dưỡng thể lực thêm. Thầy giáo nên chọn học sinh có thành tích kéo xà đơn dưới bao nhiêu lần để bồi dưỡng thể lực?

Bài 49. Kết quả kiểm tra cân nặng của một số quả trứng chim cút được lựa chọn ngẫu nhiên ở hai trang trại chăn nuôi A và B được biểu diễn ở biểu đồ sau (đơn vị: g).

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI



a) Hãy so sánh cân nặng của trứng chim cút của hai trang trại A và B theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của cân nặng trứng chim cút của trang trại A.

Bài 50. Một công ty bảo hiểm thống kê lại độ tuổi các khách hàng mua bảo hiểm xe ô tô ở bảng sau:

Độ tuổi	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$
Số khách hàng	25	38	62	42	37	29

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 51. Các bạn học sinh một lớp thống kê số túi nhựa mà gia đình bạn đó sử dụng trong một tuần. Kết quả được tổng hợp lại ở bảng sau:

Số túi	$[5;9]$	$[10;14]$	$[15;19]$	$[20;24]$	$[25;29]$
Số gia đình	8	15	12	7	2

a) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu trên.

b) Cô giáo dự định trao danh hiệu "Gia đình xanh" cho 25% gia đình các bạn sử dụng ít túi nhựa nhất. Cô giáo nên trao danh hiệu cho các gia đình dùng không quá bao nhiêu túi nhựa?

Bài 52. Bảng sau thống kê doanh số bán hàng của các nhân viên một trung tâm thương mại trong một ngày.

Doanh số (triệu đồng)	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Sô nhân viên	4	8	12	7	5

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Trung tâm thương mại dự định sẽ thưởng cho 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu?

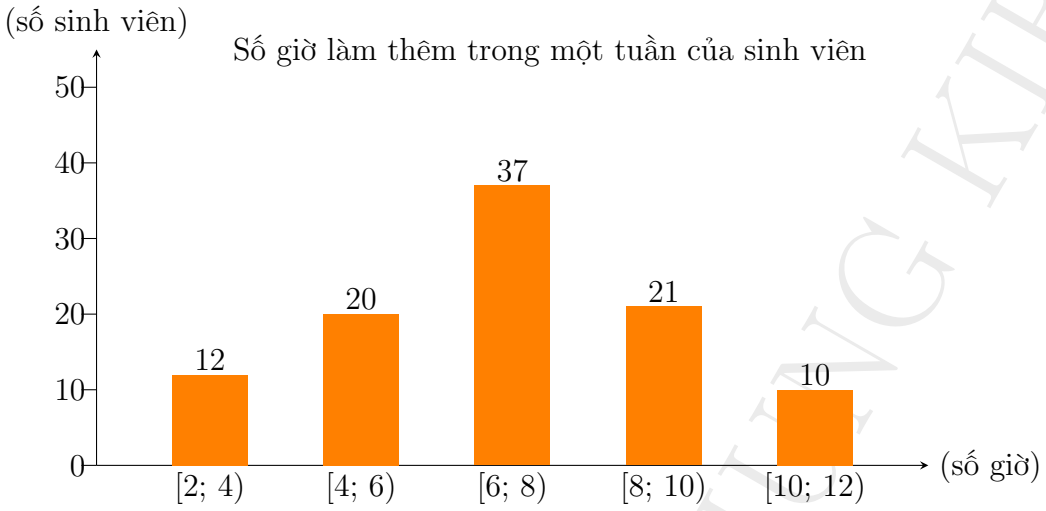
Bài 53. Một cửa hàng sách thống kê số truyện thiếu nhi bán được trong hai tháng ở bảng sau:

Số sách	$[14;20]$	$[21;27]$	$[28;34]$	$[35;41]$	$[42;48]$
Số ngày	5	7	25	15	9

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Bài 54. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên dưới. Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của số liệu đó.



Bài 55.

Xác định trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng dưới đây (*làm tròn các kết quả đến hàng phần mười*).

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
$[40;45)$	5	5
$[45;50)$	10	15
$[50;55)$	7	22
$[55;60)$	9	31
$[60;65)$	7	38
$[65;70)$	4	42
	$n=42$	

Bài 56.

Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ (đơn vị: phút) của một người trong 120 ngày như ở Bảng dưới đây. Xác định các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu đó (*làm tròn các kết quả đến hàng phần mười*).

Nhóm	Tần số
$[0;4)$	13
$[4;8)$	29
$[8;12)$	48
$[12;16)$	22
$[16;20)$	8
	$n=120$

Bài 57. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả táo	4	7	12	6	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 58. Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$
Số học sinh	58	87	54	44	23

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Bài 59.

Tiền lương nhận được trong 1 giờ làm việc của nhân viên công ty A được thống kê theo mẫu số liệu ghép nhóm như bảng bên (đơn vị: ngàn đồng). Hãy xác định các tứ phân vị của mẫu số liệu đó.

Các lớp tiền lương	Số nhân viên
$[50;60)$	8
$[60;70)$	10
$[70;80)$	16
$[80;90)$	14
$[90;100)$	10
$[100;110)$	5
$[110;120)$	2

Bài 60. Mức lương hàng tháng ở 1 công ty được Công đoàn thu thập theo bảng sau (đơn vị triệu đồng).

Mức lương	$[6;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Nhân viên	17	38	27	21	7

a) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Chủ tịch Công đoàn muốn đề nghị hỗ trợ cho nhóm 25% số nhân viên có mức lương thấp nhất và ước lượng rằng số nhân viên này không ít hơn 10. Nhận định của chủ tịch có hợp lí hay không?

Bài 61. Lương tháng của một số giáo viên THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2	12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0
8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8	13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau.

Lương tháng (triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số nhân viên	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 62. Một học sinh làm bài kiểm tra môn Toán gồm 30 câu trong 1 tháng được thống kê lại như sau:

8	18	22	11	25	23	21	13	14	15
18	25	10	11	24	12	14	14	6	8

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau

Điểm số	$[6;10]$	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$
Số trận	?	?	?	?

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

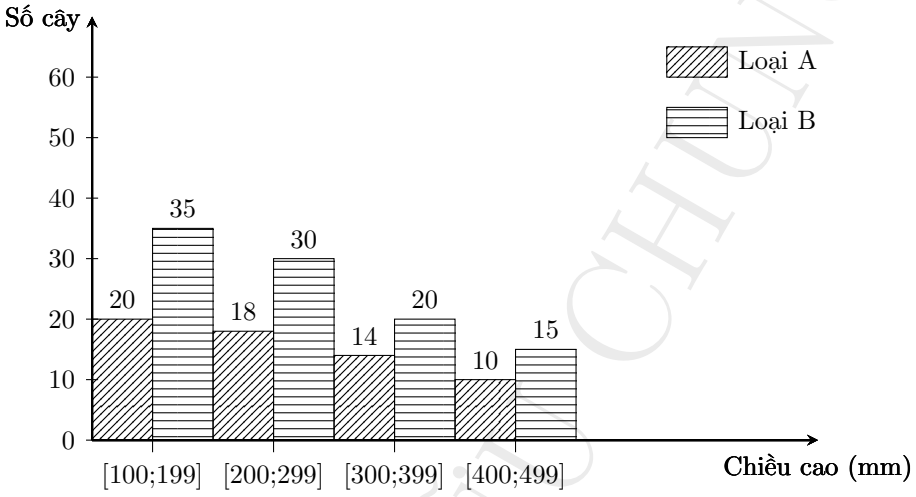
c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài 63. Trong một cuộc đua Marathon được tổ chức ở thành phố A người ta thống kê lại được như sau

Thời gian	$[120;140)$	$[140;160)$	$[160;180)$	$[180;200)$	$[200;220)$
Số người	4	6	10	15	25

Hãy ước lượng số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài 64. Chiều cao của hai loài hoa được một người thống kê theo biểu đồ sau



a) Hãy so sánh chiều cao của loài A và loài B theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của chiều cao của loài A và loài B.

Bài 65.

Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Nhóm	Tần số
$[30;40)$	4
$[40;50)$	10
$[50;60)$	14
$[60;70)$	6
$[70;80)$	4
$[80;90)$	2
	$n=40$

a) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Bài 66. Mẫu số liệu sau ghi lại cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam)

17	40	39	40,5	42	51	41,5	39	41	30
40	42	40,5	39,5	41	40,5	37	39,5	40	41
38,5	39,5	40	41	39	40,5	40	38,5	39,5	41,5

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có tám nhóm ứng với tám nửa khoảng $[15;20)$, $[20;25)$, $[25;30)$, $[30;35)$, $[35;40)$, $[40;45)$, $[45;50)$, $[50;55)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

b) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

Bài 67. An tìm hiểu hàm lượng chất béo (đơn vị: g) có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo (g)	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Xác định giá trị trung bình, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tìm mốt của mẫu số liệu.

Bài 68.

Để chuẩn bị cho đồ án tốt nghiệp, một sinh viên y khoa đã khảo sát huyết áp tối đa của một số bệnh nhân và lập được bảng tần số ghép nhóm như hình bên.

Huyết áp	Tần số
$[90;110)$	6
$[110;130)$	20
$[130;150)$	35
$[150;170)$	45
$[170;190)$	30
$[190;210)$	16

a) Xác định trung bình, trung vị, tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu.

b) Hãy giải thích vì sao trong trường hợp này, cả ba giá trị trung bình, trung vị và mốt tìm được đều đại diện tốt cho huyết áp của nhưng bệnh nhân được khảo sát.

Bài 69. Một câu lạc bộ thể dục thể thao đã ghi lại số giờ các thành viên của mình sử dụng cơ sở vật chất của câu lạc bộ để tập luyện trong một tháng. Họ tổ chức dữ liệu thu được vào bảng sau

Thời gian (giờ)	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$	$[21;25)$
Tần số (Số người)	10	14	31	2	5	23

Hãy tính (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

a) trung vị của mẫu số liệu.

b) trung bình của mẫu số liệu. Trong trường hợp này thì trung bình hay trung vị đại diện tốt hơn cho mẫu số liệu?

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1 Trung vị

Câu 1. Giả sử nhóm k là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2}$, tức là $cf_{k-1} < \frac{n}{2}$ nhưng $cf_k \geq \frac{n}{2}$. Gọi r, d, n_k lần lượt là đầu mút trái, độ dài, tần số của nhóm k; cf_{k-1} là tần số tích lũy của nhóm $k-1$. Công thức trung vị nào sau đây là đúng?

A. $M_e = r + \left(\dfrac{\frac{n}{2} - cf_{k-1}}{n_k}\right) \cdot d.$

B. $M_e = r + \left(\dfrac{\frac{n}{2} + cf_{k-1}}{n_k}\right) \cdot d.$

C. $M_e = d + \left(\dfrac{\frac{n}{2} - cf_{k-1}}{n_k}\right) \cdot r.$

D. $M_e = d + \left(\dfrac{\frac{n}{2} + cf_{k-1}}{n_k}\right) \cdot r.$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 2. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

A. $[0;20)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_e=\dfrac{175}{7}$. **B.** $M_e=\dfrac{165}{5}$. **C.** $M_e=\dfrac{165}{7}$. **D.** $M_e=\dfrac{165}{3}$.

Câu 5. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;\ 9)$. **B.** $[9;\ 11)$. **C.** $[11;\ 13)$. **D.** $[13;\ 15)$.

Câu 6. Cho bảng số liệu đo chiều cao của 40 học sinh nam tại một trường THPT như sau:

Chiều cao (cm)	$[141;147)$	$[147;153)$	$[153;159)$	$[159;165)$	$[165;171)$	$[171;177)$
Số học sinh	6	4	2	6	10	12

Số trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm nào?

A. $[153;159)$. **B.** $[159;165)$. **C.** $[147;153)$. **D.** $[165;171)$.

Câu 7. Thời gian đọc sách mỗi ngày của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số học sinh	3	10	12	15	20

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 25. **B.** 26. **C.** 25,56. **D.** 26,67.

Câu 8. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 12,18. **B.** 12,81. **C.** 13,35. **D.** 13,53.

Câu 10. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê huyết áp của 20 người, ta có bảng số liệu sau:

Huyết áp (mmHg)	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$	$[120;130)$
Số người	4	2	3	6	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 100,67. **B.** 101,67. **C.** 101,76. **D.** 100,76.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tần số của nhóm chứa trung vị là

A. 5. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 12. Khảo sát về số giờ mượn sách thư viện của học sinh khối 11 trường Y ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ mượn	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	54	78	120	45	12

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 8,75. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 13. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cân nặng	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 50. **B.** 60. **C.** 55. **D.** 48.

Câu 14. Thống kê về thời lượng mỗi trận đấu bi-a trong vòng tứ kết giải đấu European Open người ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số trận	3	12	15	24	2

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 18. **B.** 18,1. **C.** 18,2. **D.** 18,3.

Câu 15. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên là?

A. 6,286. **B.** 9,286. **C.** 9,386. **D.** 6,386.

Câu 16. Cân nặng của các em học sinh nam lớp $11A$ được thống kê ở bảng sau

Cân nặng	$[45;49)$	$[49;53)$	$[53;57)$	$[57;61)$	$[61;65)$
Số học sinh	4	5	7	7	5

Trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 55,85. **B.** 55,87. **C.** 53,86. **D.** 55,86.

Câu 17. Cân nặng của học sinh khối 10 của trường Ngô Quyền vào đầu năm được thống kê như bảng dưới đây:

Cân nặng	$[37,5;42,5)$	$[42,5;47,5)$	$[47,5;52,5)$	$[52,5;57,5)$	$[57,5;62,5)$	$[62,5;67,5)$
Số học sinh	27	123	150	272	45	10

Trung vị của mẫu số liệu trên gần với kết quả nào sau dưới đây

A. 52,75. **B.** 53,75. **C.** 54,24. **D.** 53,18.

Câu 18. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 19. Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[60;70)$. **B.** $[70;80)$. **C.** $[80;90)$. **D.** $[90;100)$.

Câu 20. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 17. **B.** 18,1. **C.** 19,3. **D.** 18,5.

Câu 21. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả sầu riêng ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[1{,}5;2)$	$[2;2{,}5)$	$[2{,}5;3)$	$[3;3{,}5)$	$[3{,}5;5)$
Số quả sầu riêng	1	7	12	3	2

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 3,1875. **B.** 2,6875. **C.** 4,5625. **D.** 3,6875.

Câu 22. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0{,}9;0{,}95)$	$[0{,}95;1)$	$[1;1{,}05)$	$[1{,}05;1{,}1)$	$[1{,}1;1{,}15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 1,02. **B.** 1,07. **C.** 1,15. **D.** 1,2.

Câu 23. Kết quả khảo sát chiều cao của học sinh nam lớp 11A cho kết quả như bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu ghép nhóm trên là

A. 165. **B.** 160. **C.** 166,875. **D.** 161,875.

Câu 24. Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này. Số liệu thống kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	$[15;25)$	$[25;35)$	$[35;45)$	$[45;55)$	$[55;65)$
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

A. 27,14. **B.** 47,14. **C.** 37,14. **D.** 57,14.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Tứ phân vị

Câu 25. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 26. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 27. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau

Tuổi thọ (ngày)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số lượng	5	10	25	33	27

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[60;80)$. **C.** $[80;100)$. **D.** $[20;40)$.

Câu 28. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Hãy tìm nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên?

A. $[20;40)$. **B.** $[0;20)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 29. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập của một số học sinh thu được kết quả sau

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_3 = 13$. **B.** $Q_3 = 14$. **C.** $Q_3 = 15$. **D.** $Q_3 = 12$.

Câu 30. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 31.

Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ của một người trong 120 ngày như ở bảng bên. Giá trị các tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là

A. 9,5; 12; 6,3. **B.** 6,3; 9,5; 12. **C.** 9,5; 6,3; 12. **D.** 12; 6,3; 9,5.

Nhóm	Tần số
$[0;4)$	13
$[4;8)$	29
$[8;12)$	48
$[12;16)$	22
$[16;20)$	8
	$n=120$

Câu 32. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa như ở bảng sau

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_1=13{,}5$. **B.** $Q_1=13{,}9$. **C.** $Q_1=15{,}75$. **D.** $Q_1=13{,}75$.

Câu 33. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8. **D.** 8,6.

Câu 34. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê huyết áp của 20 người, ta có bảng số liệu sau:

Huyết áp (mmHg)	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$	$[120;130)$
Số người	4	2	3	6	3	2

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 74. **B.** 85. **C.** 96. **D.** 101.

Câu 35. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau

Điểm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 15,44. **B.** 13,29. **C.** 13,92. **D.** 14,54.

Câu 36. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp $11D3$ người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cân nặng	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 50. **B.** 48. **C.** 40. **D.** 45.

Câu 37. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp $11D3$ người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

Cân nặng	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. 60. **B.** 62,5. **C.** 65. **D.** 70.

Câu 38. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. 115. **B.** 117. **C.** 71. **D.** 112.

Câu 39. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau

Doanh thu	$[7;10)$	$[10;13)$	$[13;16)$	$[16;19)$	$[19;22)$
Số ngày	3	4	6	5	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 11,5. **B.** 12,5. **C.** 13,5. **D.** 14,5.

Câu 40. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau

Doanh thu	$[7;10)$	$[10;13)$	$[13;16)$	$[16;19)$	$[19;22)$
Số ngày	3	4	6	5	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 16,2. **B.** 17,2. **C.** 18,2. **D.** 19,2.

Câu 41. Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Số lần sạc	2	5	8	5	1

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Thầy NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 9,3. **B.** 10,3. **C.** 10,2. **D.** 9,2.

Câu 42. Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Số lần sạc	2	5	8	5	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 12,2. **B.** 12,3. **C.** 12,4. **D.** 12,5.

Câu 43. Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	8	18	11	12	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 8,4. **B.** 8,9. **C.** 8,0. **D.** 8,7.

Câu 44. Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	8	18	11	12	8

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 12,2. **B.** 12,8. **C.** 12,0. **D.** 13,2.

Câu 45. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới.

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Tần Số học viên	10	30	55	42	9

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 3,8. **B.** 3,5. **C.** 2,2. **D.** 3,9.

Câu 46. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới.

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Tầ Số học viên	10	30	55	42	9

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 6,1. **B.** 6,7. **C.** 6,9. **D.** 6,5.

Câu 47. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8. **D.** 8,6.

Câu 48. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 49. Đo chiều cao của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	$[150;154)$	$[154;158)$	$[158;162)$	$[162;166)$	$[166;170)$
Tần số	25	50	200	175	50

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu trên gần với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 161,4. **B.** 161,5. **C.** 160,8. **D.** 165,5.

Câu 50. Đo chiều cao của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	$[150;154)$	$[154;158)$	$[158;162)$	$[162;166)$	$[166;170)$
Tần số	25	50	200	175	50

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $[150;154)$. **B.** $[154;158)$. **C.** $[158;162)$. **D.** $[162;166)$.

Câu 51. Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số người	7	16	4	2	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 63. **B.** 60. **C.** 64. **D.** 64.

Câu 52. Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Số người	7	16	4	2	1

Tứ phân vị thứ ba gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 75. **B.** 65. **C.** 70. **D.** 80.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 53. Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 11$, $Q_2 = 14$, $Q_3 = 21{,}5$.
B. $Q_1 = 10$, $Q_2 = 14$, $Q_3 = 21$.
C. $Q_1 = 12$, $Q_2 = 15$, $Q_3 = 22$.
D. $Q_1 = 11$, $Q_2 = 14$, $Q_3 = 23$.

Câu 54. Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám mỗi ngày trong tháng 6 năm 2020 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	$[1;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số người	7	5	10	6	2

Số bệnh nhân đến khám nhiều hơn 23 người trên ngày chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

A. 25%. **B.** 50%. **C.** 75%. **D.** 10%.

Câu 55. Chiều cao của một số cây được cho trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_1 = 13{,}5$. **B.** $Q_1 = 13{,}9$. **C.** $Q_1 = 15{,}75$. **D.** $Q_1 = 13{,}75$.

Câu 56. Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau

Lương tháng (triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số nhân viên	3	6	8	7

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 9$; $Q_2 = 10$, $Q_3 \approx 12$.
B. $Q_1 = 9$; $Q_2 = 10{,}75$, $Q_3 \approx 12{,}3$.
C. $Q_1 = 9$; $Q_2 = 11$, $Q_3 \approx 13$.
D. $Q_1 = 10{,}73$; $Q_2 = 11$, $Q_3 \approx 13$.

Câu 57.

Tìm tứ phân vị thứ nhất cho mẫu số liệu ghép nhóm bên.

A. 150,57. **B.** 160,57. **C.** 170,57. **D.** 180,57.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \le v < 155$	18
$155 \le v < 160$	28
$160 \le v < 165$	35
$165 \le v < 170$	43
$170 \le v < 175$	41
$175 \le v < 180$	35

Câu 58. Thời gian hoàn thành bài tập về nhà môn Toán của một số bạn học sinh đưa cho trong bảng sau:

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 19. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

Câu 59. Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét) rồi tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	[69,2; 70)	[70; 70,8)	[70,8; 71,6)	[71,6; 72,4)	[72,4; 73,2)
Số lần	4	2	9	10	5

Khả năng anh Văn ném được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

A. 47,7. **B.** 65,6. **C.** 71,5. **D.** 49,9.

Câu 60. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là

A. [2; 3,5). **B.** [3,5; 5). **C.** [5; 6,5). **D.** [6,5; 8).

Câu 61. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

A. [2; 3,5). **B.** [3,5; 5). **C.** [5; 6,5). **D.** [6,5; 8).

Câu 62. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

A. [2; 3,5). **B.** [3,5; 5). **C.** [5; 6,5). **D.** [6,5; 8).

Câu 63. Số lượng huy chương vàng tại Sea Games 31 được thống kê trong bảng sau:

Số huy chương	[0; 10)	[10; 50)	[50; 100)	[100; 210)
Quốc gia	5	2	3	1

Xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 10. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 30.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 64. Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B. Kết quả được ghi lại trong bảng sau:

Khối lượng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)
Số học sinh	4	13	7	5	6	2	1	2

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

A. [40; 45]. **B.** [45; 50]. **C.** [50; 55]. **D.** [55; 60].

Câu 65. Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B. Kết quả được ghi lại trong bảng sau:

Khối lượng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)
Số học sinh	4	13	7	5	6	2	1	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

A. [40; 45]. **B.** [45; 50]. **C.** [50; 55]. **D.** [55; 60].

Câu 66. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực môn Toán của 120 học sinh một trường THPT được cho trong bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

A. [40; 45]. **B.** [45; 50]. **C.** [50; 55]. **D.** [55; 60].

Câu 67.

Đo chiều cao các em học sinh khối 10 ta thu được kết quả như bảng bên. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 152,2. **B.** 153,3. **C.** 154,1. **D.** 151,5.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150; 152)	5
[152; 154)	18
[154; 156)	40
[156; 158)	26
[158; 160)	8
[160; 162)	3

Câu 68.

Chiều dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho như bảng bên. Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\frac{95}{3}$. **B.** $\frac{91}{3}$. **C.** $\frac{89}{3}$. **D.** $\frac{93}{3}$.

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10; 20)	8
[20; 30)	18
[30; 40)	24
[40; 50)	10

Câu 69. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$n = 40$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị

A. 74. **B.** 75. **C.** 76. **D.** 77.

Câu 70.

Khối lượng của 30 củ khoai lang thu hoạch ở 1 hộ gia đình được cho như bảng bên. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 90. **B.** 95. **C.** 98. **D.** 97.

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
$[70;80)$	3
$[80;90)$	6
$[90;100)$	12
$[100;110)$	6
$[110;120)$	3

Câu 71.

Chiều cao của học sinh lớp 5 được mô tả như bảng bên. Tứ phân vị thứ nhất của bảng phân bố ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây?

A. $[95;100]$. **B.** $[101;107]$. **C.** $[108;112]$. **D.** $[113;115]$.

Lớp chiều cao	Tần số
$[98;103)$	6
$[103;108)$	7
$[108;113)$	9
$[113;118)$	5
$[118;123)$	6
$[123;128)$	4
$[128;133)$	2
$[133;138)$	2
$[138;143)$	3
$[143;148]$	1

Câu 72.

Điểm của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang 100 điểm) được phân bố như bảng bên. Tứ phân vị thứ ba của bảng phân bố ghép nhóm bằng

A. $\dfrac{310}{4}$. **B.** $\dfrac{315}{3}$. **C.** $\dfrac{220}{4}$. **D.** $\dfrac{230}{3}$.

Lớp điểm	Tần số n_i
$[40;50)$	4
$[50;60)$	6
$[60;70)$	10
$[70;80)$	6
$[80;90)$	4
$[90;100]$	2

Câu 73. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. $[0;20)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Câu 74. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Nhóm	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	
Tần số	4	5	23	6	2	$n=40$

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. $Q_1 \approx 71$; $Q_2 \approx 76$; $Q_3 \approx 78$.
B. $Q_1 \approx 71$; $Q_2 \approx 75$; $Q_3 \approx 78$.
C. $Q_1 \approx 70$; $Q_2 \approx 76$; $Q_3 \approx 79$.
D. $Q_1 \approx 70$; $Q_2 \approx 75$; $Q_3 \approx 79$.

Câu 75. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 76. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 77. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8. **D.** 8,6.

Câu 78. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 79. Lương tháng của một số nhân viên một văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng).

Lương tháng (triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số nhân viên	3	6	8	7

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

A. $Q_1 = 9;\ Q_2 = 10{,}75;\ Q_3 = 12{,}3$.
B. $Q_1 = 9;\ Q_2 = 10{,}75;\ Q_3 = 14{,}3$.
C. $Q_1 = 9;\ Q_2 = 11{,}75;\ Q_3 = 12{,}3$.
D. $Q_1 = 10;\ Q_2 = 10{,}75;\ Q_3 = 12{,}3$.

Câu 80. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian luyện tập (giờ)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

A. 3,6875. **B.** 5,417. **C.** 7,042. **D.** 7, 68.

Câu 81. Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 11 tiến hành thu nhặt vỏ chai nhựa để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ chai của học sinh khối 11 ở bảng sau

Số vỏ chai nhựa	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$	$[31;35]$
Số học sinh	53	82	48	39	18

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 19,51. **B.** 19,59. **C.** 20,2. **D.** 18,6.

Câu 82. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[9{,}5;12{,}5)$	$[12{,}5;15{,}5)$	$[15{,}5;18{,}5)$	$[18{,}5;21{,}5)$	$[21{,}5;24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 18,1. **B.** 18,5. **C.** 17,2. **D.** 15,6.

Câu 83. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ ở một lô hàng cho trong bảng sau

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[170;175)$. **B.** $[155;160)$. **C.** $[165;170)$. **D.** $[160;165)$.

Câu 84. Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau

Số lần gặp sự cố	$[1;2]$	$[3;4]$	$[5;6]$	$[7;8]$	$[9;10]$
Số xe	17	33	25	20	5

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép số trên.

A. 2,64. **B.** 2,89. **C.** 2,73. **D.** 2,98.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 85.

Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp $11A$ trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam). Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép số trên.

A. $Q_1 = 49$ (kg); $Q_2 = 50$ (kg); $Q_3 = 52{,}5$ (kg).
B. $Q_1 = 48$ (kg); $Q_2 = 55$ (kg); $Q_3 = 62{,}5$ (kg).
C. $Q_1 = 47$ (kg); $Q_2 = 54$ (kg); $Q_3 = 63{,}5$ (kg).
D. $Q_1 = 46$ (kg); $Q_2 = 53$ (kg); $Q_3 = 64{,}5$ (kg).

Nhóm	Tần số
$[30;40)$	2
$[40;50)$	10
$[50;60)$	16
$[60;70)$	8
$[70;80)$	2
$[80;90)$	2

Câu 86. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0{,}9;0{,}95)$	$[0{,}95;1{,}0)$	$[1{,}0;1{,}05)$	$[1{,}05;1{,}1)$	$[1{,}1;1{,}15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $Q_1 = 0{,}58$; $Q_2 = 1{,}02$; $Q_3 = 1{,}048$.
B. $Q_1 = 0{,}98$; $Q_2 = 1{,}02$; $Q_3 = 1{,}248$.
C. $Q_1 = 0{,}98$; $Q_2 = 1{,}22$; $Q_3 = 1{,}048$.
D. $Q_1 = 0{,}98$; $Q_2 = 1{,}02$; $Q_3 = 1{,}048$.

Câu 87. Tổng lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm)

121,8	158,3	334,9	200,9	165,6	161,5	194,3	220,7	189,8	234,2
165,9	165,9	134	173	169	189	254	168	255	

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

Hoàn thiện bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau và tìm tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu góp nhóm đó.

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	$[120;175)$	$[175;230)$	$[230;285)$	$[285;340)$
Số năm	x	y	z	t

A. $x = 10$; $y = 5$; $z = 3$; $t = 1$; $Q_2 = 172{,}5$.
B. $x = 9$; $y = 6$; $z = 3$; $t = 1$; $Q_2 = 172{,}5$.
C. $x = 10$; $y = 5$; $z = 2$; $t = 2$; $Q_2 = 182{,}5$.
D. $x = 10$; $y = 4$; $z = 4$; $t = 1$; $Q_2 = 162{,}5$.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 88. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	5	8	4	1

Phát biểu	Đ	S
a) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là $[13;15)$.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[9;11)$.		
c) Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[9;11)$.		
d) Số trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[11;13)$.		

Câu 89. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh được cho ở bảng sau

Doanh thu	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Số ngày	8	10	15	25	13	7	3

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu $n = 81$.		
b) Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[8;8,5)$.		
c) Số trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[7,5;8)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng $[7,5;8)$.		

Câu 90. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương của nhân viên trong một công ty như sau

Lương (triệu đồng)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)
Số nhân viên	6	12	4	2	1

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là 10,5.		
b) Trung bình lương các nhân viên là 16,5 triệu đồng.		
c) Nhóm chứa trung vị là $[15;18)$.		
d) Tứ phân vị thứ ba là 15,56.		

Câu 91. Khảo sát chiều cao của học sinh lớp 11C1, thu được bảng số liệu ghép nhóm như sau

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	7	15	12	8	3

Phát biểu	Đ	S
a) Lớp 11C1 có 43 học sinh.		
b) Chiều cao trung bình của học sinh 11C1 thuộc khoảng $(161;162)$.		
c) Số học sinh có chiều cao không dưới 160 cm là 22 học sinh.		
d) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{961}{6}$ cm.		

Câu 92. Điểm kiểm tra giữa học kì 1 của lớp 11A1 được thống kê như bảng dưới

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Điểm	[6; 7)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Số học sinh	3	5	10	6	2

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của số liệu là $n = 25$.		
b) Nhóm chứa mốt của số liệu là $[7; 8)$.		
c) Số học sinh đạt điểm khá (từ 8 điểm trở lên) là 18.		
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là: $Q_1 = 6{,}7$.		

Câu 93. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng.

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 35.		
b) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là $[7{,}5; 8{,}0)$.		
c) Điểm trung bình của các học sinh là 7,9 (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).		
d) Mốt của mẫu số liệu là 7,35 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).		

Câu 94. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11.

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 12.		
b) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là $[40; 60)$.		
c) Nhóm chứa trung vị là $[60; 80)$.		
d) Tứ phân vị thứ nhất là 32.		

Câu 95. Dưới đây là hai bảng thống kê doanh số bán hàng của 20 nhân viên tại một cửa hàng điện thoại trong tháng 9 đối với hai nhãn hàng Oppo và Samsung.

Bảng thống kê doanh số điện thoại bán được của Oppo trong tháng 9.

Doanh số	[18; 20]	[21; 23]	[24; 26]	[27; 29]	[30; 32]
Số nhân viên	2	5	8	3	2

Bảng thống kê doanh số điện thoại bán được của Samsung trong tháng 9.

Doanh số	[15; 19]	[20; 24]	[25; 29]	[30; 34]	[35; 39]
Số nhân viên	5	8	5	1	1

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Chủ cửa hàng điện thoại muốn dành phần thưởng khích lệ cho các nhân viên bán được doanh số cao. Điều kiện được nhận quà là phải nằm trong Top 5 nhân viên đạt doanh số điện thoại Samsung cao nhất và đồng thời phải nằm trong Top 10 nhân viên đạt doanh số điện thoại Oppo cao nhất

Phát biểu	Đ	S
a) Đối với 20 nhân viên bán hàng được khảo sát thì bảng thống kê cho thấy điện thoại của nhãn hàng Oppo dễ bán hơn so với điện thoại của hãng Samsung. (so sánh dựa trên giá trị trung bình của 2 bảng thống kê).		
b) Đối với điện thoại của hãng Samsung, khả năng một nhân viên bán được 26 chiếc là cao nhất.		
c) Anh An nghĩ mình sẽ nhận được thưởng vì anh An bán được 25 chiếc điện thoại Oppo và 26 chiếc điện thoại Samsung.		
d) Chị Bình nghĩ mình cũng sẽ nhận được thưởng dù chị chỉ bán được 24 chiếc điện thoại Oppo nhưng chị bán được tới 27 chiếc điện thoại Samsung.		

Câu 96.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả như bảng bên.

Nhóm chiều cao (cm)	Số học sinh
$[150;152)$	5
$[152;154)$	18
$[154;156)$	40
$[156;158)$	26
$[158;160)$	8
$[160;162)$	3

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng số học sinh điều tra bằng 100.		
b) Chiều cao trung bình của các em học sinh trên là 155,46.		
c) Số trung vị của mẫu số liệu trên bằng 156,35.		
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên bằng 154,1.		

Câu 97. Điều tra về chiều cao của 100 học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau

Chiều cao (cm)	$[150;152)$	$[152;154)$	$[154;156)$	$[156;158)$	$[158;160)$	$[160;162)$
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là 157.		
b) Chiều cao trung bình của mẫu số liệu là 155.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là 156.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 154,61.		

Câu 98. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên một trường đại học X được cho bởi bảng sau

Số giờ làm thêm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$
Số sinh viên	12	20	37	21	10

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
a) Số sinh viên được điều tra là 100.		
b) Số giờ làm thêm trung bình của mỗi sinh viên trường đại học X không ít hơn 6.		
c) Mốt của mẫu số liệu trên là 7,5.		
d) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu lớn hơn 6,5.		

Câu 99.

Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu bên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
$[4;5)$	8	4
$[5;6)$	10	6
$[6;7)$	13	12
$[7;8)$	15	18
$[8;9)$	7	8

Phát biểu	Đ	S
a) Độ dài của nhóm bằng 1.		
b) Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam nhiều hơn các bạn học sinh nữ.		
c) Phần lớn học sinh được khảo sát trong khối 11 ngủ nhiều hơn 6,5 giờ.		
d) 75% học sinh được khảo sát trong khối 11 ngủ ít nhất 5,5 giờ.		

Câu 100. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phát biểu	Đ	S
a) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là $[40;60)$.		
b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng 70.		
c) Thời gian trung bình học sinh tập thể dục thuộc khoảng $(50;53)$.		
d) Mốt của mẫu số liệu trên là 52.		

Câu 101. Khảo sát cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A cho trong bảng dưới đây

Cân nặng (kg)	$[40;45,5)$	$[45,5;50,5)$	$[50,5;55,5)$	$[55,5;60,5)$	$[60,5;65,5)$	$[65,5;70,5)$
Số học sinh	9	7	16	5	2	3

Phát biểu	Đ	S
a) Số học sinh được khảo sát là 42 học sinh.		
b) Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A không ít hơn 52 kg.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Mốt của mẫu số liệu trên là 51,75.		
d) Tứ phân vị thứ nhất lớn hơn 47.		

Câu 102. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 nằm trong khoảng (8,1; 8,3).		
b) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị lớn hơn 8,2.		
c) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [8; 8,5).		
d) Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng (8,3; 8,5).		

Câu 103. Kết quả đo chiều cao của 25 học sinh nam lớp 10A của một trường THPT.

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm [160; 165) là 162,5.		
b) Độ dài của nhóm [155; 160) là 4.		
c) Chiều cao trung bình các bạn học sinh nam trong lớp $\overline{x} = 162{,}1$.		
d) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $M_e = 162$.		

Câu 104. Thống kê số trẻ em dưới 10 tuổi trong một khu dân cư ta được bẳng số liệu như sau

Tuổi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số trẻ	3	8	12	12	4

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ mẫu của bảng số liệu trên là 39.		
b) [2; 4) là nhóm chứa mốt.		
c) Tuổi trung bình trẻ em được thống kê là $\overline{x} \approx 5{,}31$.		
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = 3{,}6875$.		

Câu 105. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số hoc sinh lớp 11 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Phát biểu	Đ	S
a) Tần số của nhóm $[9{,}5;10)$ là 4.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[7;7{,}5)$ là 7.		
c) Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 là 8,12.		
d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên 8,12.		

Câu 106. Thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam) được cho ở bảng sau

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Tần số	4	10	18	10	2

Phát biểu	Đ	S
a) Số học sinh có số cân nặng từ 40 kg đến dưới 50 kg là 18.		
b) Nhóm $[50;60)$ là nhóm chứa mốt.		
c) Cân nặng trung bình của các bạn học sinh trong lớp 11A là 54 kg.		
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50 kg.		

Câu 107. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng số học sinh được khảo sát là 42 học sinh.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[20;40)$ là 25.		
c) Có 16 học sinh tập thể dục ít nhất 1 giờ trong ngày.		
d) Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc nhóm $[20;40)$.		

Câu 108. Thời gian tự học mỗi ngày của học sinh khối 11 được thống kê trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$	$[180;210)$
Số học sinh	8	10	13	7	2

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng số học sinh được khảo sát là 40.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[90;120)$ là 105.		
c) Trung bình thời gian tự học mỗi ngày của các bạn được khảo sát là 135 phút.		
d) Có 13 học sinh tự học ít nhất 2 giờ mỗi ngày.		

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 109. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (Phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phát biểu	Đ	S
a) Nhóm chứa mốt là [18,5; 21,5).		
b) Thời gian học sinh truy cập nhiều nhất của các học sinh đó là 16 phút.		
c) Thời gian truy cập trung bình của các học sinh đó là 16 phút.		
d) Trung vị của mẫu số liệu trên là 20.		

Câu 110. Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên của một công ty như sau

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Phát biểu	Đ	S
a) Mẫu số liệu được ghép thành 7 nhóm.		
b) Độ dài mỗi nhóm của mẫu số liệu bằng 15.		
c) Số nhân viên đi từ nhà đến nơi làm việc từ 25 phút đến dưới 30 phút là 25.		
d) Nhóm có số nhân viên nhiều nhất là nhóm [45; 50).		

Câu 111. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Phát biểu	Đ	S
a) Số ngày doanh thu bán hàng ít hơn 9 triệu là 7 ngày.		
b) Số ngày doanh thu vượt quá 11 triệu là 4 ngày.		
c) Doanh thu trung bình trong 20 ngày bán hàng là 9,4 triệu.		
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 7,87.		

Câu 112. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là $[40;60)$.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[80;100)$ là 80.		
c) Mốt của mẫu số liệu trên là 52.		
d) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $[40;60)$.		

Câu 113. Khi điều tra về chiều cao của 40 học sinh lớp 11A bộ phận y tế của nhà trường thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Chiều cao (cm)	$[140;146)$	$[146;152)$	$[152;158)$	$[158;164)$	$[164;170]$
Số học sinh	3	12	11	8	6

Phát biểu	Đ	S
a) Số học sinh có chiều cao trên 152 cm là 25.		
b) Tất cả học sinh của lớp đều có chiều cao không dưới 140 cm.		
c) Nhóm chứa trung vị là nhóm thứ 3.		
d) Chiều cao trung bình của 40 học sinh là 155,3 cm.		

Câu 114. Thống kê điểm trung bình môn Toán của 82 học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phát biểu	Đ	S
a) Số học sinh đạt từ 9 điểm trở lên là 11.		
b) Giá trị đại diện của nhóm 4 là 8,25.		
c) Điểm trung bình môn Toán của 82 hoc sinh lớp 11 là 8,3.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 8,21.		

Câu 115.

Cho bảng tần số về cân nặng của 180 người dân trong một xã như bảng bên (đơn vị: kg).

Nhóm	Tần số
$[0;10)$	6
$[10;20)$	15
$[20;30)$	37
$[30;40)$	48
$[40;50)$	22
$[50;60)$	29
$[60;70)$	23

Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm 2 là 15.		
b) Có 100 người có cân nặng nhỏ hơn 40 kg.		
c) Cân nặng trung bình của người dân là 38,5 kg.		
d) Mốt của mẫu số liệu là 32,97 kg.		

Câu 116. Số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: cm) được cho trong bảng sau

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Chiều cao (cm)	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số tích lũy	4	14	28	34	38	40

Phát biểu	Đ	S
a) Tần số của nhóm chiều cao $[50;60)$ là 14.		
b) Chiều cao trung bình của mẫu số liệu là 55,5.		
c) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 54,286.		
d) Tứ phân vị Q_2 của mẫu số liệu trên là 66,4.		

Câu 117.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả bảng bên.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	18
3	$[154;156)$	40
4	$[156;158)$	26
5	$[158;160)$	8
6	$[160;162)$	3

Phát biểu	Đ	S
a) Nhóm chứa Q_1 là nhóm $[152;154)$.		
b) Cỡ của mẫu bằng 40.		
c) Nhóm chứa Q_1 là nhóm thứ 4.		
d) Tứ phân vị Q_1 bằng 63,16.		

Câu 118. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giờ)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	3	8	12	12	4

Phát biểu	Đ	S
a) Số vận đuộng viên được khảo sát là 39.		
b) Tứ phân vị thứ nhất là x_{10} thuộc nhóm $[0;2)$.		
c) Tứ phân vị thứ hai là x_{20} thuộc nhóm $[4;6)$.		
d) Tứ phân vị thứ ba là x_{30} thuộc nhóm $[8;10)$.		

Câu 119. Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau

Điểm	Dưới 20	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số trường	4	19	6	2	3	1

Phát biểu	Đ	S
a) Cỡ của mẫu là 35.		
b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[40;60)$.		

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Mốt của mẫu số liệu trên là 54,286.		
d) Tứ phân vị Q_3 của mẫu số liệu trên là 35,42.		

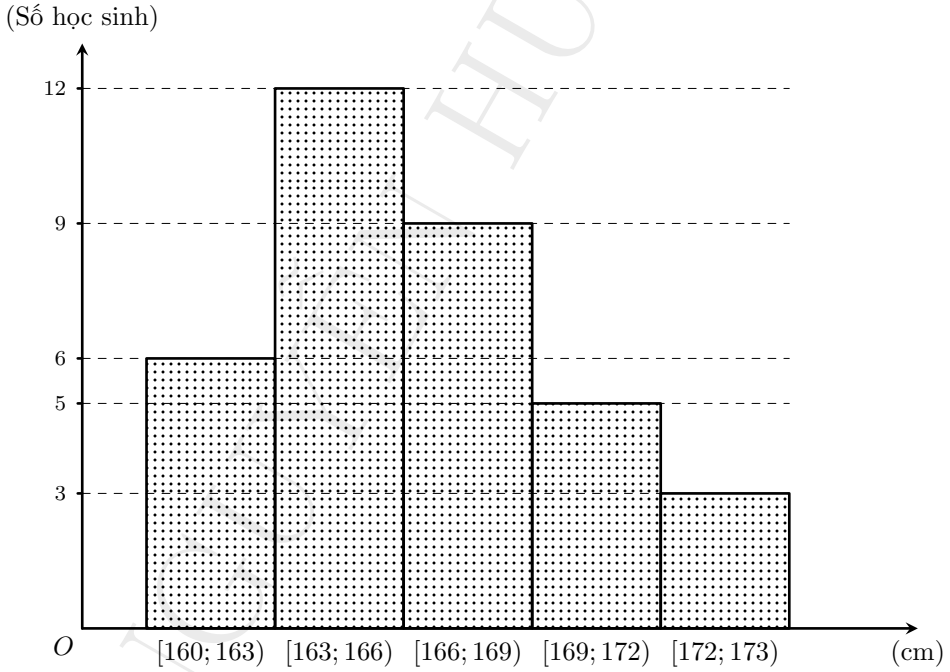
Câu 120. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số hoc sinh lớp 11 được cho ở bảng sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm trung bình môn Toán là 8,12.		
b) Tứ phân vị thứ nhất bằng 8,15.		
c) Tứ phân vị thứ hai bằng 7,58.		
d) Mốt của mẫu số liệu bằng 8,21.		

F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 121. Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (*làm tròn đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

Câu 122. Kết quả thu thập điểm số môn Toán của 25 học sinh khi tham gia kì thi học sinh giỏi Toán khối 11 (thang điểm 20) cho ta bảng tần số ghép nhóm sau

Nhóm	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	1	7	12	3	2

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 123. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Nhóm	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 124. Điều tra về số lượng học sinh khối 11 trong một lớp học, người ta thu được dữ liệu của 100 học sinh và có bảng phân phối tần số ghép nhóm sau

Nhóm	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)
Tần số	9	15	25	30	21

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 125. Một học viện bóng đá điều tra về lứa tuổi của 100 học viên trẻ đăng kí đầu tiên để tham gia khóa học mới và thu được bảng sau

Nhóm tuổi	[8; 9]	[10; 11]	[12; 13]	[14; 15]	[16; 17]
Số học viên	14	20	33	18	15

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 126. Người ta ghi chép lại trọng lượng (gam) một loại cá rô được nuôi trong ao theo một chế độ đặc biệt sau 6 tháng, họ có bảng tần số ghép nhóm sau

Trọng lượng	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)	[110; 120)
Số cá	13	24	55	61	31	16

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 127. Nghiên cứu thời gian chạy 1 vòng sân trường 300 m của 41 học sinh lớp 11A trường THPT được giáo viên bộ môn Thể dục ghi lại, có kết quả sau

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	5	8	13	9	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 128. Kết quả khảo sát hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây cho ở bảng sau

Hàm lượng vitamin C (%)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số lượng	3	4	5	2	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 129. Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau

Số đo chiều cao (m)	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)
Số cây	6	9	15	4	1

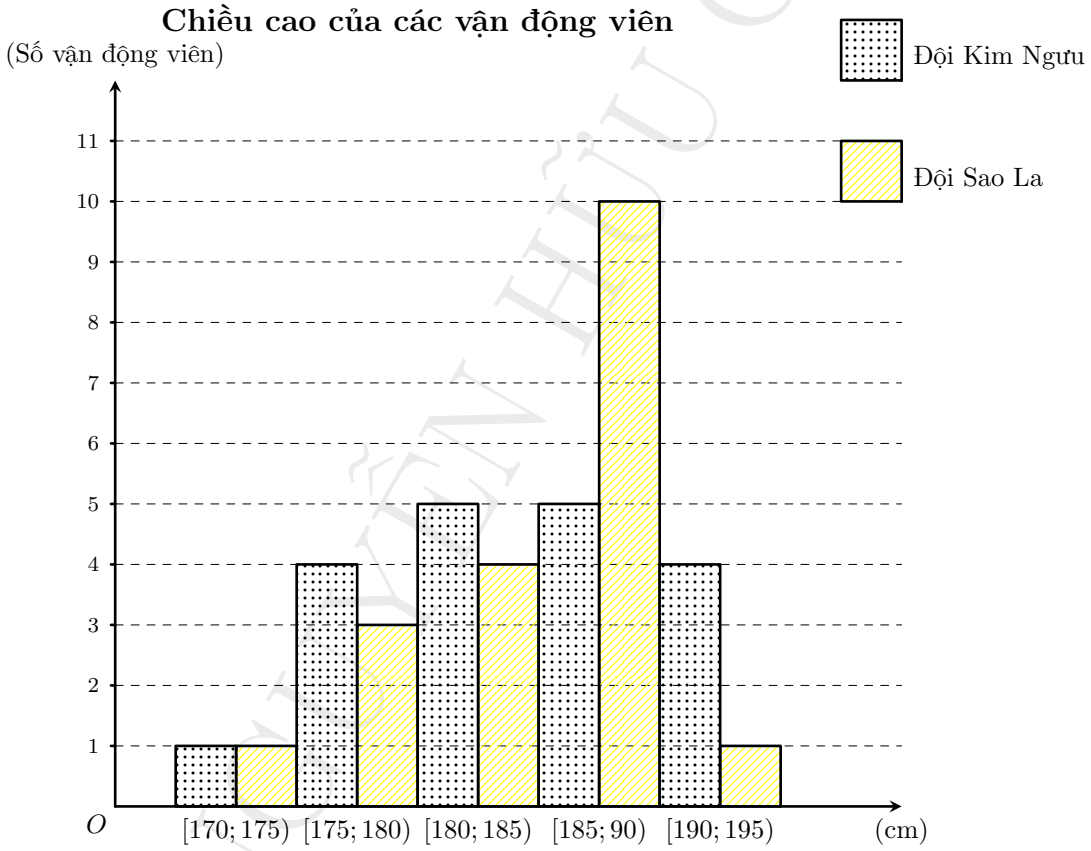
Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 130. Số tiền mà học sinh lớp 11 chi cho ăn uống sinh hoạt trong 01 tuần được tổng hợp ở bảng sau

Số tiền (nghìn đồng)	[300; 340)	[340; 380)	[380; 420)	[420; 460)	[460; 500)
Số học sinh	5	9	12	7	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |

Câu 131. Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Tính tổng chiều cao trung bình của các vận động viên của hai đội bóng (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 132. Kết quả bài kiểm tra toán Giữa HKI của lớp 11A được ghi lại ở bảng sau

Điểm số	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10, 5)
Số học sinh	1	5	22	10	7

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

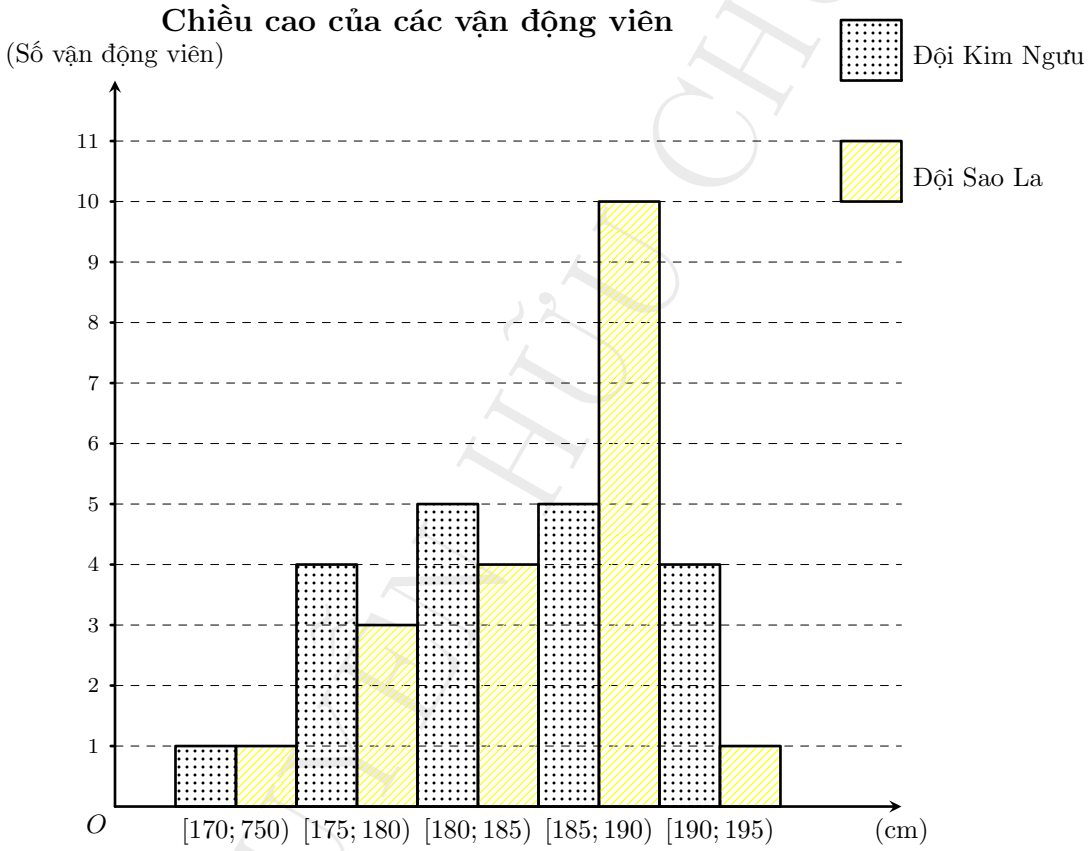
Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 50% học sinh trong lớp có điểm từ bao nhiêu trở lên (*làm tròn đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |

Câu 133. Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại trong bảng sau

Thời gian (giây)	$[21;21,5)$	$[21,5;22)$	$[22;22,5)$	$[22,5;23)$	$[23;23,5)$
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng dữ liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây (*làm tròn đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |

Câu 134. Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Tính tổng số trung vị của các vận động viên của hai đội bóng (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 135. Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Điểm thi	[1,5; 4,5)	[4,5; 7,5)	[7,5; 10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần mười*)?

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 136. Khảo sát thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh khối 11 được cho trong bảng sau

Thời gian	[9,5; 19,5)	[19,5; 29,5)	[29,5; 39,5)	[39,5; 49,5)	[49,5; 59,5)
Số học sinh	3	10	21	26	14

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần mười*)?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 137. Đo chiều cao của 500 học sinh trong một trường THPT X ta thu được kết quả như sau

Chiều cao	[150; 154)	[154; 158)	[158; 162)	[162; 166)	[166; 170)
Tần số	25	50	200	175	50

Tính chiều cao trung bình của 500 học sinh trong một trường THPT X (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 138.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: ☐☐☐☐

Tốc độ (km/h)	Số lần
$150 \le v < 155$	18
$155 \le v < 160$	28
$160 \le v < 165$	35
$165 \le v < 170$	43
$170 \le v < 175$	41
$175 \le v < 180$	35

Câu 139. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ (đơn vị: gam) ở một lô hàng cho trong bảng sau

Cân nặng (gam)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 140. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này (*làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: ☐☐☐☐

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K11 – CHƯƠNG 5

§3. BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG V

A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Dựa vào bảng trên, trả lời các câu hỏi từ 1 đến 5.

Câu 1. Giá trị đại diện của nhóm $[20;40)$ là

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 40.

Câu 2. Mẫu số liệu ghép nhóm này có số mốt là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

A. $[20;40)$. **B.** $[40;60)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 4. Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. $[0;20)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Câu 5. Nhóm chứa trung vị là

A. $[0;20)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Câu 6. Điểm kiểm tra môn Toán cuối năm của một nhóm gồm 9 học sinh lớp 6 lần lượt là

$$1;1;3;6;7;8;8;9;10.$$

Điểm trung bình của cả nhóm gần nhất với số nào dưới đây?

A. $7,5$. **B.** 7. **C.** $6,5$. **D.** $5,9$.

Câu 7. Kết quả điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 10A được trình bày ở bảng sau

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	cộng
Tần số	2	8	7	10	8	3	2	40

Tính số trung bình cộng của bảng trên (*làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân*).

A. 6,4. **B.** 6,8. **C.** $6,7$. **D.** 10.

Câu 8. Thời gian chạy 50 m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Hỏi trung bình mỗi học sinh chạy 50 m hết bao lâu ?

A. 8,54. **B.** 4. **C.** $8,50$. **D.** $8,53$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 9. Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra giữa học kì 2 môn toán như là

$$5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8.$$

Tính điểm trung bình của tổ học sinh đó.

A. 7. **B.** 8. **C.** $7,3$. **D.** $7,5$.

Câu 10. Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho ở bảng dưới.

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	4	40

Tính tiền thưởng trung bình.

A. 3725000 đồng. **B.** 3745000 đồng. **C.** 3715000 đồng. **D.** 3625000 đồng.

Câu 11. Giá của một số loại túi xách (đơn vị nghìn đồng) được cho như sau: 350, 300, 650, 300, 450, 500, 300, 250. Tìm số trung vị của mẫu số liệu sau

A. 325. **B.** 300. **C.** 450. **D.** 400.

Câu 12. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: 60, 72, 63, 83, 68, 90, 74, 86, 74, 80, 82. Tìm số trung vị của mẫu số liệu vừa cho

A. 73. **B.** 74. **C.** 90. **D.** 68.

Câu 13. Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

Giá tri	30	31	33	34	35	36	37	
Tần số	2	1	2	2	3	2	1	$N = 13$

Tìm M_e cho bảng số liệu trên?

A. 33. **B.** 34. **C.** 35. **D.** 36.

Câu 14. Đề khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người ta chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán của các học sinh được cho ở bảng tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Số trung vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

A. $M_e = 6$. **B.** $M_e = 7{,}5$. **C.** $M_e = 6{,}5$. **D.** $M_e = 6$. .

Câu 15. Khảo sát 50 khách hàng ở một shop giày dép. Số size dép mà các khách hàng thường sử dụng:

size	35	36	37	38	39	40
Tần số	7	11	x	y	8	5

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $37{,}5$ vậy x, y là bao nhiêu?

A. $x = 7$, $y = 12$. **B.** $x = 8$, $y = 11$. **C.** $x = 7$, $y = 13$. **D.** $x = 6$, $y = 13$. .

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 16. Điểm kiểm tra toán của một lớp cho kết quả như sau: 7; 9; 6; 10; 5; 8; 4. Tứ phân vị thứ nhì của mẫu số liệu trên là

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 17. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

A. 18. **B.** 15. **C.** 40. **D.** 46.

Câu 18. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

A. 18. **B.** 15. **C.** 40. **D.** 46.

Câu 19. Số học sinh của các lớp khối 12 trong một trường trung học được thống kê như sau: 35; 40; 37; 46; 38; 42. Tứ phân vị thứ nhì của mẫu số liệu được thống kê ở trên là

A. 40. **B.** 39. **C.** 36. **D.** 42.

Câu 20. Số nhân khẩu của các hộ gia đình ở một khu vực trong thành phố được thống kê như sau: 2; 5; 3; 7; 11; 12; 4; 6; 5. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

A. 10. **B.** 11. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 21. Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	114	115

Tìm số mốt

A. $M_0 = 111$. **B.** $M_0 = 113$. **C.** $M_0 = 114$. **D.** $M_0 = 117$.

Câu 22. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tìm mốt

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 23.

Cho bảng phân bố tần số khối lượng 30 quả trứng gà của một rổ trứng gà. Tìm số mốt.

A. 25. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 35.

Khối lượng (g)	Tần số
25	3
30	5
35	10
40	6
45	4
50	2
Cộng	30

Câu 24. Số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong một bài kiểm tra 1 tiết môn toán:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	$N = 40$

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Mốt của dấu hiệu là

A. $M_0 = 6$. **B.** $M_0 = 18$. **C.** $M_0 = 5$. **D.** $M_0 = 7$.

Câu 25. Thời gian chạy $50\,m$ của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Mốt của dấu hiệu bằng

A. $M_0 = 9$. **B.** $M_0 = 8,5$. **C.** $M_0 = 8,7$. **D.** $M_0 = 8,4$.

Câu 26. Số trung bình của mẫu số liệu $23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41$ là

A. $43,89$. **B.** $46,25$. **C.** $47,36$. **D.** $40,53$.

Câu 27. Trung vị của mẫu số liệu $4; 6; 7; 6; 5; 4; 5$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 6.

Câu 28. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $21; 35; 17; 43; 8; 59; 72; 119$ là

A. 19. **B.** 26. **C.** 39. **D.** 43.

Câu 29. Khối lượng cơ thể lúc trưởng thành của 10 con chim được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: gam). 165, 150, 155, 165, 170, 165, 150, 155, 160. Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 150. **B.** 155. **C.** 160. **D.** 165.

Câu 30. Số nhân khẩu trong các hộ gia đình ở một xóm được thống kê ở bảng sau:

Số nhân khẩu	1	2	3	4	5	6
Số hộ gia đình	1	4	7	11	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

A. $3,5$. **B.** 2. **C.** $3,7$. **D.** 5.

Câu 31. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $5; 13; 5; 7; 10; 2; 3$ là

A. 10. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 32. Cho bảng phân bố tần số về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

Sản lượng	111	112	113	114	115	116	117
Tần số	1	3	4	5	4	2	1

Số trung bình của bảng số liệu trên là

A. 114. **B.** $114,5$. **C.** $113,9$. **D.** $113,5$.

Câu 33. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây.

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	N=100

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Số trung bình của bảng số liệu trên là

A. $6,23$. **B.** 7. **C.** $6,5$. **D.** $6,24$.

Câu 34. Cho bảng phân bố tần số về sản lượng cafe thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

Sản lượng	111	112	113	114	115	116	117
Tần số	1	3	4	5	4	2	1

Số trung vị của bảng số liệu trên là

A. 117. **B.** $113,5$. **C.** 114. **D.** 111.

Câu 35. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây.

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	N=100

Mốt của bảng số liệu trên là

A. 7. **B.** 6. **C.** 100. **D.** 10.

Câu 36. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là 60, 78, 80, 64, 70, 76, 80, 74, 86, 90. Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1=70; Q_2=77; Q_3=80$. **B.** $Q_1=72; Q_2=78; Q_3=80$.
C. $Q_1=70; Q_2=76; Q_3=80$. **D.** $Q_1=70; Q_2=75; Q_3=80$.

Câu 37. Bảng sau đây cho biết chiều cao của một nhóm học sinh: 160, 178, 150, 164, 168, 176, 156, 172 các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1=158; Q_2=164; Q_3=174$. **B.** $Q_1=158; Q_2=166; Q_3=174$.
C. $Q_1=160; Q_2=168; Q_3=176$. **D.** $Q_1=150; Q_2=164; Q_3=178$.

Câu 38. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2022 (số liệu gần đúng). Sân vận động Cẩm phả, Thiên Trường, Hàng Đẫy, Thanh Hoá, Mỹ Đình. Chỗ ngồi 20, 120, 21, 315, 23, 405, 20, 120, 37, 546. Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vân động Quốc gia Mỹ Đình?

A. Mốt và số trung bình giữ nguyên, trung vị thay đổi.
B. Mốt và số trung vị giữ nguyên, số trung bình thay đổi.
C. Số trung bình giữ nguyên, mốt và trung vị thay đổi.
D. Mốt giữ nguyên, số trung bình và trung vị sẽ thay đổi.

Câu 39. Tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên trong một công ty du lịch lần lượt là $6,5$; $8,4$; $6,9$; $7,2$; $2,5$; $6,7$; $3,0$ (đơn vị: triệu đồng). Số tiền đại diện cho tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên là

A. $6,7$ triệu đồng. **B.** 7 triệu đồng. **C.** $5,9$ triệu đồng. **D.** 6 triệu đồng.

Câu 40. Điểm điều tra về chất lượng sản phẩm mới (thang điểm 100) như sau: 80, 65, 51, 48, 45, 61, 30, 35, 84, 83, 60, 58, 75, 72, 68, 39, 41, 54, 61, 72, 75, 72, 61, 50, 65. Tính tổng số trung vị, tứ phân vị dưới và tứ phân vị trên.

A. 178. **B.** 180. **C.** 186. **D.** 182.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 41. Thời gian tự học (đơn vị phút) của một số học sinh lớp 12 được cho như sau 30, 60, 45, 120, 45, 150, 180, 60, 30, 30. Tìm mốt cho mẫu số liệu này?

A. 60. **B.** 30. **C.** 45. **D.** 120.

Câu 42. Số lượng học sinh nữ của một trường Trung học phổ thông được cho như sau:

Khối 10	Khối 11	Khối 12
218	244	210

Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên.

A. 231. **B.** 227. **C.** 224. **D.** 230.

Câu 43. Hãy tìm trung vị cho mẫu số liệu điểm kiểm tra môn Toán của Lớp 11B: 3, 5, 6, 7, 1, 10, 3, 4

A. $4,5$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $5,5$.

Câu 44. Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu tuổi của các nhân viên trong công ty X: 18, 30, 20, 22, 21, 40, 50, 22, 20, 19, 25, 30, 45, 40, 35, 50.

A. $25,5$. **B.** 30. **C.** $27,5$. **D.** 25.

Câu 45. Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu tuổi của các nhân viên trong công ty Y: 18, 30, 20, 22, 21, 40, 50, 22, 20, 19, 25, 30, 45, 40, 35

A. 23. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 25.

Câu 46. Kết quả thi tốt nghiệp THPT môn Toán trong kỳ thi tốt nghiệp THPT năm vừa qua của trường A được cho trong bảng sau:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số lượng	0	0	3	5	15	30	52	36	25	8	2

Hãy tính điểm trung bình môn Toán trong kỳ thi tốt nghiệp THPT năm vừa qua của các học sinh của trường A (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

A. $6,18$. **B.** $6,17$. **C.** $5,0$. **D.** $6,0$.

Câu 47. Người ta đã thống kê số gia cầm bị tiêu hủy trong vùng dịch của 6 xã A, B,...,F như sau (đơn vị: nghìn con):

Xã	A	B	C	D	E	F
Số lượng gia cầm bị tiêu hủy	12	25	27	15	45	5

Tìm trung vị cho mẫu số liệu về số gia cầm bị tiêu huỷ đã cho.

A. 20. **B.** 21. **C.** $21,5$. **D.** 27 .

Câu 48. Bảng số liệu sau đây cho biết sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 16 hộ gia đình: 111, 112, 113, 112, 114, 127, 128, 125, 119, 118, 113, 126, 120, 115, 123, 116. Các tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là

A. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 124$. **B.** $Q_1 = 117, Q_2 = 113, Q_3 = 124$.
C. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 123$. **D.** $Q_1 = 113, Q_2 = 122, Q_3 = 123$.

Câu 49. Điểm kiểm tra cuối học kỳ I môn Toán của 11 học sinh khối 10 như sau: 5, 7, 8, 7, 6, 7, 8, 9, 10, 5, 8. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho là

A. 6. **B.** 7. **C.** $6,5$. **D.** 0.

Câu 50. Một Shop bán quần áo đã thống kê cỡ áo nam bán được trong một tháng cho kết quả như sau:

Cỡ (size) áo	37	38	39	40	41	42	43
Số lượng	2	5	16	27	30	23	3

Mốt của mẫu số liệu đã cho là

A. 41. **B.** 44. **C.** 27. **D.** 30.

Câu 51. Một Shop bán giày nam đã thống kê cỡ giày bán được trong một tháng để biết được nên nhập cỡ giày nào nhiều, kết quả thống kê được cho trong bảng sau:

Cỡ (size) giày	37	38	39	40	41	42	43
Số lượng	3	5	18	21	32	28	4

Căn cứ vào mẫu thống kê, Shop nên nhập cỡ giày nào với số lượng nhiều nhất?

A. 41. **B.** 43. **C.** 38. **D.** 39.

Câu 52. Bạn Danh cân lần lượt 50 quả vài thiều Thanh Hà được lựa chọn ngẫu nhiên từ vườn nhà mình và được kết quả như sau:

Cân nặng (đơn vị: gam)	8	19	20	21	22
Số quả	1	10	19	17	3

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 19. **B.** $19,5$. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 53. Số xe ô tô của một cửa hàng bán được mỗi tháng trong năm 2021 được ghi lại ở bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số xe	45	28	31	34	32	35	37	33	33	35	34	37

Hãy tìm tứ phân vị Q_1.

A. $31,5$. **B.** 32. **C.** $32,5$. **D.** 34.

Câu 54. Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	n	m	6

Tìm n biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là $22,1$ tạ.

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 55. Cho mẫu số liệu : 152; 154; 156; 158; 160. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 153. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 159.

Thc. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Câu 56. Cho mẫu số liệu sau:

156 158 160 162 164

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 57. Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của Bình:

12 7 10 9 12 9 7 11 10 14 8 6 13 8 11 8

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $R = 8$ và $\Delta_Q = 4$. **B.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 3,5$.
C. $R = 8$ và $\Delta_Q = 3,5$. **D.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 4$.

Câu 58. Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn Tổ 1 lớp 10 A được cho bởi mẫu liệu sau:

1 9,5 8 9 9 7 6 6

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

A. 1. **B.** 9,5. **C.** 9. **D.** 1 và 9,5.

Câu 59. Chiều cao (đơn vị cm) của 9 em học sinh Tổ 2 lớp 10 A được cho bởi mẫu liệu sau:

185 140 155 142 156 158 143 157 150

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

A. 140. **B.** 185. **C.** 155. **D.** 140 và 185.

Câu 60. Cân nặng (đơn vị kg) của 12 em học sinh Tổ 3 lớp 10A được cho bởi mẫu liệu sau:

36 80 50 70 48 47 47 43 42 40 41 47

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

A. 36. **B.** 80. **C.** 36 và 80. **D.** 70 và 80.

Câu 61. Điểm kiểm tra học kì các môn của một học sinh lớp 10 A được cho bởi mẫu liệu sau: 7 5 7 7 6 3 9 1,5 6 6 10 6 . Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

A. 1,5. **B.** 10. **C.** 1,5 và 10. **D.** 1,5; 3 và 10.

Câu 62. Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 9 ngày liên tiếp được ghi lại như sau:

27 26 21 28 25 30 26 23 26

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 63. Số ghế trống của một rạp chiếu phim trong 12 ngày qua là

8 11 20 10 2 17 15 5 16 15 25 6

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau. $Q_1 = 15$; $Q_2 = 16$; $Q_3 = 15,5$. B. $Q_1 = 6$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 17$. C. $Q_1 = 7$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16,5$. D. $Q_1 = 8$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16$.

A. $Q_1 = 15$; $Q_2 = 16$; $Q_3 = 15,5$.
B. $Q_1 = 6$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 17$.
C. $Q_1 = 7$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16,5$.
D. $Q_1 = 8$; $Q_2 = 13$; $Q_3 = 16$.

Câu 64. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là

4 5 6 8 9 11 13 16 16 18 20 21 25 30 31 33 36 37 40 41

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 20. **B.** 22. **C.** 24. **D.** 26.

Câu 65. Điều tra năng suất lúa của 7 hec ta trồng lúa của hai vùng A và B ta thu được mẫu số liệu sau:
Vùng A: 41 44 45 47 51 53 54
Vùng B: 43 44 47 48 50 51 52
Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Năng suất trung bình của hai vùng A và B là như nhau.
B. Khoảng tứ phân vị của vùng A lớn hơn khoảng tứ phân vị của vùng B.
C. Vùng A trồng lúa ổn định hơn vùng B.
D. Khoảng biến thiên ở vùng A lớn hơn khoảng biến thiên của vùng B.

Câu 66. Điểm toán của một học sinh trong 5 bài kiểm tra 15 phút được cho như sau: 1; 5; 6; 7; 9. Điểm số bất thường trong mẫu số liệu trên là

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 67. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của một số học sinh lớp 10 trường THPT A (đơn vị kg):

45	50	43	48	45	45	38
48	35	50	43	45	48	

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

A. 35. **B.** 45. **C.** 50. **D.** Không có.

Câu 68. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 15 và tứ phân vị thứ ba là 20. Giá trị nào sau đây bất thường?

A. 8. **B.** 10. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 69. Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ nhất là 25 và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 10. Khẳng định nào sau đây là luôn đúng?

A. $Q_3 \geq 35$. **B.** $Q_3 < 35$. **C.** $Q_3 \leq 30$. **D.** $Q_3 \geq 45$.

Câu 70. Mẫu số liệu cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn học sinh trong tổ

164 159 170 166 163 168 170 158 162

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu là

A. $R = 10$. **B.** $R = 11$. **C.** $R = 12$. **D.** $R = 9$.

Câu 71. Mẫu số liệu về điểm kiểm tra 9 môn của một học sinh như sau:

6,5 8 9 8,5 7 7,5 6 7,25 9,5

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Các giá trị Q_1; Q_3 là các tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $Q_1 = 6,75$; $Q_3 = 7,5$.
B. $Q_1 = 6,75$; $Q_3 = 8,75$.
C. $Q_1 = 7,5$; $Q_3 = 8,75$.
D. $Q_1 = 6,75$; $Q_3 = 8,5$.

Câu 72. Nhiệt độ của thành phố Thanh Hóa ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là

24 21 30 34 28 35 33 36 25 27

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng:

A. $\Delta_Q = 12$.
B. $\Delta_Q = 11$.
C. $\Delta_Q = 13$.
D. $\Delta_Q = 9$.

Câu 73. Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:

163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là 10 kw. Gọi Δ_Q; Δ'_Q lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\Delta_Q = \Delta'_Q$.
B. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$.
C. $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$.
D. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Câu 74. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống của một rạp chiếu phim trong 11 ngày

0 7 8 22 20 15 18 19 13 11 39

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

A. 0.
B. 0 và 39.
C. 39.
D. Không có.

Câu 75. Điểm trung bình 12 môn của một học sinh được cho như sau

8,6 8,2 8,1 8,8 8,8 8,1 8,2 8,0 6,5 9,8 7,8 7,8

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

A. 6,5.
B. 9,8.
C. Không có.
D. 6,5 và 9,8.

Câu 76. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 64 và tứ phân vị thứ ba là 90. Giá trị nào sau đây bất thường?

A. 25.
B. 130.
C. 27.
D. 125.

Câu 77. Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ ba là 64 và giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 94. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $Q_1 \geq 44$.
B. $Q_1 < 44$.
C. $Q_1 \leq 30$.
D. $Q_1 \geq 30$.

Câu 78. Giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là

A. Số trung bình.
B. Mốt.
C. Số trung vị.
D. Tứ phân vị.

Câu 79. Điểm trung bình thi học kỳ II môn Toán của một nhóm gồm N học sinh lớp 12A6 là 8,1. Biết rằng tổng điểm môn toán của nhóm này là 72,9. Tìm số học sinh của nhóm.

A. 20.
B. 9.
C. 8.
D. 15.

Câu 80. Thống kê điểm kiểm tra một tiết môn toán của một nhóm 12 học sinh lớp $11A$ ta được 1; 2; 2; 4; 4; 5; 6; 7; 7; 7; 9; 10. Tìm mốt của mẫu số liệu.

A. 7.
B. 1.
C. 5,5.
D. 10.

Câu 81. Cho dãy số liệu thống kê: 48, 36, 33, 38, 32, 48, 42, 33, 39. Khi đó số trung vị là

A. 32.
B. 36.
C. 38.
D. 40.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 82. Cho mẫu số liệu thống kê $\{2;4;6;8;10\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là

A. 7. **B.** 12. **C.** 6,5. **D.** 6.

Câu 83. Điểm thi toán cuối năm của một nhóm gồm 7 học sinh lớp 11A là $1;3;4;5;7;8;9$. Trung vị của dãy số liệu đã cho là

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 84. Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho bởi bảng dưới.

Tiền thưởng	1	2	3	4	5	Tổng
Tần số	10	12	11	15	2	50

Mốt của mẫu số liệu là

A. 4. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 85. Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

9	7	15	8	22

Trung vị của dãy số liệu đã cho là

A. 9. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 86. Tuổi đời của 16 công nhân trong xưởng sản xuất được thống kê trong bảng sau

Tuổi	25	26	27	29	30	31	Tổng
Số người	2	3	4	3	3	1	16

Số trung bình $\overline{x}$ của mẫu số liệu trên là

A. 28. **B.** 27,75. **C.** 27,875. **D.** 27.

Câu 87. Điểm thi HKII môn Toán của tổ một lớp $10A$ liệt kê như sau: $2;5;7{,}5;8;5;7;6{,}5;9;4{,}5;10$. Tính điểm trung bình của 10 học sinh đó (quy tròn đến chữ thập phân thứ nhất).

A. 7. **B.** 5,5. **C.** 6. **D.** 6,5.

Câu 88. Số áo bán được trong quý I ở một cửa hàng bán áo sơ mi nam được thống kê như sau:

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42
Tần số (Số áo bán được)	13	45	126	125	110	40	12

Giá trị mốt của bảng phân bố tần số trên bằng

A. 38. **B.** 126. **C.** 42. **D.** 39.

Câu 89. Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra cuối học kì 1 môn toán như là

$$7;5;6;6;6;8;7;5;6;9.$$

Tìm mốt của dãy.

A. $M_0 = 7$. **B.** $M_0 = 6$. **C.** $M_0 = 5$. **D.** $M_0 = 8$.

Câu 90. Cân nặng của 40 học sinh lớp 10 trường THPT Lê Quý Đôn được cho bởi bảng sau

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Lớp cân nặng kg)	[35; 37)	[37; 39)	[39; 41)	[41; 43)	
Tần số (Số áo bán được)	6	9	11	14	N = 40

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

A. $\overline{x} = 38{,}26$. **B.** $\overline{x} = 40{,}25$. **C.** $\overline{x} = 39{,}65$. **D.** $\overline{x} = 40{,}83$.

Câu 91. Bảng sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số học sinh lớp 10.

Số lần	0	1	2	3	4	5
Số học sinh	2	4	6	12	8	3

Các tứ phân vị cho mẫu số liệu lần lượt là

A. 3,2,4. **B.** 2,3,4. **C.** 4,2,3. **D.** 2,4,3.

Câu 92. Để được cấp chứng chỉ A - Anh văn của một trung tâm ngoại ngữ, học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm, thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100 và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên. Qua 5 lần thi Hoàng đạt điểm trung bình là 64,5 điểm. Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Hoàng phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

A. 92,5. **B.** 97,5. **C.** 95,5. **D.** 97,8.

Câu 93. Cho mẫu số liệu thống kê $\{6{,}5, 5{,}2, 9{,}10{,}8\}$. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 94. Điểm thi HK1 của một học sinh lớp 10 như sau:

9	9	7	8	9	7	10	8	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 95. Điểm kiểm tra giữa kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 của lớp $10B$ là

Tổ 1	7	8	8	10	8	9	6	8	
Tổ 2	7	7	8	9	8	7	8	7	8

So sánh khoảng biến thiên, cho biết tổ nào học đồng đều hơn?

A. Tổ 1. **B.** Tổ 2.
C. Hai tổ học đều như nhau. **D.** Không thể so sánh được.

Câu 96. Sản lượng gạo của Việt Nam từ năm 2007 đến 2017 được thống kê như sau:

2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
4,53	4,68	6,05	6,75	7,18	7,72	6,68	6,32	6,57	4,89	5,77

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 1,92. **B.** 2,82. **C.** 3,11. **D.** 3,19.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 97. Mẫu số liệu sau cho biết điểm kiểm tra cuối kì 1 môn Toán tổ 1 lớp $10A$ như sau

7	8	6	9	8	5	7	9	10	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 16.

Câu 98. Mẫu số liệu sau đây cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của một nhóm học sinh nữ lớp 10. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

151	152	153	154	155	160	160	162	163	165	165	165	166	167	167

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 99. Cho mẫu số liệu thống kê bảng điểm toán kiểm tra học kì I của lớp $10A$ như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	5	7	12	14	10	2

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị bất thường.

A. 12. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 17.

Câu 100. Ba nhóm học sinh gồm 410 người, 15 người, 25 người. Khối lượng trung bình của mỗi nhóm lần lượt là 50 kg, 38 kg, 40 kg. Khối lượng trung bình của cả ba nhóm học sinh gần nhất với số nào dưới đây?

A. 41,6 kg. **B.** 42,4 kg. **C.** 41,8 kg. **D.** 42,6 kg.

Câu 101. Cho dãy số liệu thống kê 48; 36; 33; 38; 32; 48; 42; 33; 39. Khi đó số trung vị là

A. 32. **B.** 36. **C.** 38. **D.** 40.

Câu 102. Số trái cam hái được từ 4 cây cam trong vườn là 2; 8; 12; 16. Số trung vị là

A. 5. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 9,5.

Câu 103. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20). Kết quả như sau

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Số trung bình là

A. $\overline{x} = 15{,}20$. **B.** $\overline{x} = 15{,}21$. **C.** $\overline{x} = 15{,}23$. **D.** $\overline{x} = 15{,}25$.

Câu 104.

Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả như bảng bên. Số trung bình là

A. 155,46. **B.** 155,12. **C.** 154,98. **D.** 154,75.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150; 152)	5
2	[152; 154)	18
3	[154; 156)	40
4	[156; 158)	26
5	[158; 160)	8
6	[160; 162)	3
		$N = 100$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 105. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Giá trị tứ phân vị thứ hai Q_2, chính là số trung vị của mẫu.

B. Giá trị tứ phân vị thứ hai Q_2, chính là số trung vị của mẫu. Khi ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

C. Giá trị tứ phân vị thứ hai Q_2, chính là số trung vị của mẫu. Khi ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự giảm dần.

D. Giá trị tứ phân vị thứ hai Q_2, chính là số trung vị của mẫu. Khi ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự bất kỳ.

Câu 106. Trong các khẳng định sau. Khẳng định nào đúng?

A. Tứ phân vị thứ nhất Q_1, còn được gọi là tứ phân vị trên và đại diện cho nửa mẫu số liện phía trên.

B. Tứ phân vị thứ ba Q_3 còn được gọi là tứ phân vị trên và đại diện cho nửa mẫu số liệu phía trên.

C. Tứ phân vị thứ ba Q_3 còn được gọi là tứ phân vị dưới và đại diện cho nửa mẫu số liệu phía dưới.

D. Tứ phân vị thứ nhất Q_1, còn được gọi là tứ phân vị dưới và đại diện cho nửa mẫu số liện phía trên.

Câu 107. Cho các mẫu số liệu sau 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3. Tứ phân vị Q_1; Q_2; Q_3 của các mẫu số trên lần lượt là

A. 5; 3; 10. **B.** 10; 5; 3. **C.** 3; 5; 10. **D.** 5; 10; 3.

Câu 108. Cho các mẫu số liệu sau 2; 3; 10; 13; 5; 15; 5; 5; 7; 11; 0; 20. Tứ phân vị Q_3 của các mẫu số trên là

A. 6. **B.** 11. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 109. Thống kê điểm kiểm tra một tiết môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh lớp $11B$ ta được 7; 5; 8; 8; 8; 7; 5; 8; 9; 6. Tìm mốt của mẫu số liệu.

A. $M_0 = 7$. **B.** $M_0 = 8$. **C.** $M_0 = 5$. **D.** $M_0 = 9$.

Câu 110. Một cửa hàng bán giày, thống kê số giày bán ra trong một tháng theo các cỡ khác nhau và có bảng tần số sau

Cỡ giày (x)	35	36	37	38	39	40	41	42
Số giày bán được (n)	14	40	182	189	170	35	12	9

Mốt của mẫu số liệu này là bao nhiêu?

A. 38. **B.** 39. **C.** 36. **D.** 42.

Câu 111. Tuổi thọ của 30 bóng đèn được thắp thử (đơn vị: giờ) được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây 1180; 1150; 1190; 1170; 1180; 1180; 1160; 1170; 1160; 1150; 1190; 1180; 1180; 1170; 1180; 1190; 1180; 1180; 1180; 1180; 1180; 1160; 1160; 1160; 1180; 1160; 1180; 1180; 1150; 1170. Hãy tính mốt của bảng số liệu thống kê trên.

A. 1170. **B.** 1180. **C.** 1190. **D.** 1180.

Câu 112. Điểm bài kiểm tra một tiết môn Hóa của lớp $11C$ được thống kê bằng bảng số liệu dưới đây

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	$2n+4$	$3n-8$	3	2	4	5	40

Trong đó $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$. Tính mốt của bảng số liệu thống kê đã cho.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 113. Điều tra thời gian hoàn thành một sản phẩm của 20 công nhân trong một phân xưởng, người ta thu được mẫu số liệu sau (thời gian tính bằng phút).

10	12	13	15	11	13	16	18	19	21
23	21	15	17	16	15	20	13	16	11

Khi đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 23. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 33.

Câu 114. Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^\circ C$) tại thành phố Hải Phòng được thống kê trong bảng sau

23	25	28	28	30	32	32	35	35	38

Khi đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 23. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 38.

Câu 115. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg) 2,977; 3,155; 3,920; 3,412; 4,236; 2,593; 3,270; 3,813; 4,042; 3,387. Khi đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2{,}5;3)$. **B.** $(1{,}5;2{,}5)$. **C.** $(3;3{,}5)$. **D.** $(3{,}5;4)$.

Câu 116. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 56 và tứ phân vị thứ ba là 84. Khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là

A. 28. **B.** 14. **C.** 54. **D.** 140.

Câu 117. Điểm thi học kì I của tổ 1 lớp $10A$ được ghi lại trong bảng sau

8	6,5	7	5	5,5	8	4	5	7	8	4,5	10	7	8	6

Khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này là

A. 13. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 118. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 56 và tứ phân vị thứ 3 là 84. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. 140. **B.** 28. **C.** 138. **D.** 26.

Câu 119. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 24 và tứ phân vị thứ 3 gấp 3 lần tứ phân vị thứ nhất. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. 96. **B.** 48. **C.** 38. **D.** 28.

Câu 120. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 15 và tứ phân vị thứ 3 gấp 5 lần tứ phân vị thứ nhất. Giá trị nào sau đây được xem là giá trị bất thường?

A. 86. **B.** 17. **C.** 180. **D.** 160.

Câu 121. Số lượng học sinh giỏi Quốc Gia của 11 trường trung học phổ thông được cho như sau 1; 0; 0; 0; 2; 0; 6; 3; 4; 10; 20. Giá trị nào sau đây được xem là giá trị bất thường?

A. 0. **B.** 10; 20. **C.** 20. **D.** Không tồn tại.

Câu 122. Số lượng học sinh giỏi Quốc Gia của 10 trường trung học phổ thông được cho như sau 1; 0; 0; 0; 2; 0; 6; 3; 4; 9. Giá trị nào trong các giá trị 0; 1; 9 được xem là giá trị bất thường?

A. 0. **B.** 0; 1. **C.** Không tồn tại. **D.** 9.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 123. Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2022 (đơn vị %) được cho như sau

7,8	3,2	7,7	8,7	8,6	8,4	7,2	3,6
5,0	4,4	6,7	7,0	4,5	6,0	5,4	

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mẫu số liệu tập trung với mật độ cao ở bên phải của Q_2, mật độ thấp ở bên trái của Q_2.
B. Mẫu số liệu tập trung với mật độ thấp ở bên phải của Q_2, mật độ cao ở bên trái của Q_2.
C. Tứ phân vị Q_1 của các mẫu số trên là $Q_1 = 6{,}7$.
D. Tứ phân vị Q_3 của các mẫu số trên là $Q_3 = 4{,}5$.

Câu 124. Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tần số	2	5	n^2+3	7	$n+1$	$7n-9$

Gọi S là tập hợp tất cả các số n nguyên dương sao cho $M_0 = x_3$ và $M_0 = x_6$ là hai mốt của bảng phân bố tần số đã cho. Tính số phần tử của tập S.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 125. Cho mẫu số liệu sau cho biết số điểm thi môn Toán THPT năm 2022 của 10 học sinh tại một lớp của Trường THPT A.

7,6	7	6,8	8	9,2	9	9,6	8	7	7,8

Khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này là

A. 2. **B.** 1,2. **C.** 0,9. **D.** 7.

Câu 126. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của 40 học sinh như sau

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Khi đó khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị lần lượt là

A. 7 và 1,5. **B.** 5 và 2. **C.** 7 và 5. **D.** 1 và 2.

Câu 127. Mức lương khởi điểm của 6 sinh viên vừa tốt nghiệp đại học (đơn vị là triệu đồng) được cho như sau 3,5; 9,2; 9,2; 9,5; 10,5; 30. Có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

a) Số trung vị của mẫu số liệu trên là một số trong dãy số liệu trên.

b) Tứ phân vị dưới của mẫu số liệu là một số không xuất hiện trong dãy số liệu trên.

c) Tứ phân vị trên của mẫu số liệu là một số xuất hiện trong dãy số liệu trên.

d) Có hai giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 128. Cho dãy số liệu thống kê 11, 13, 14, 15, 12, 10. Số trung bình cộng của dãy thống kê đó bằng

A. 13,5. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 12,5.

Câu 129. Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong bài kiểm tra 1 tiết môn Toán

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung bình là?

A. 6,1. **B.** 6,5. **C.** 6,7. **D.** 6,9.

Câu 130. Số điểm kiểm tra 1 môn của một nhóm gồm 11 học sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	4	5	7	8	9	10	
Tần số	2	1	2	3	1	2	$N = 11$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 7. **B.** 7,5. **C.** 8. **D.** 8,5.

Câu 131. Cho dãy số liệu thống kê: 48, 36, 33, 38, 32, 48, 42, 33, 39. Khi đó số trung vị là

A. 32. **B.** 36. **C.** 38. **D.** 40.

Câu 132. Ba nhóm học sinh gồm 10 người, 15 người, 25 người. Cân nặng trung bình của mỗi nhóm lần lượt là 50 kg, 38 kg, 40 kg. Khối lượng trung bình của ba nhóm học sinh đó là

A. 26 kg. **B.** 41,4 kg. **C.** 42,4 kg. **D.** 37 kg.

Câu 133. Điểm số của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán ở tỉnh A (thang điểm là 20) được thống kê theo bảng sau:

Điểm (x)	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số (n)	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Trung bình cộng của bảng số liệu trên là

A. 15. **B.** 15,50. **C.** 16. **D.** 15,23.

Câu 134. Cho Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong bài kiểm tra một tiết môn Toán

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung vị là

A. 6,5. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 135. Thống kê điểm kiểm tra 15 phút môn Toán của một lớp 10 của trường THPT M.V. Lômônôxốp được ghi lại như sau:

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8	9	Cộng
Tần số (n)	1	2	4	9	9	5	5	$N = 35$

Thc. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 136. Một cửa hàng bán 3 loại hoa quả nhập khẩu: Lê, Dưa vàng và Bưởi với số liệu tính toán được cho bởi bảng (trong một quý) sau khi giảm giá mỗi loại lần lượt là x, y, z trên 1 kg

Loại quả	Lê	Dưa vàng	Bưởi
Giá bán (nghìn/1kg)	$200-x$	$300-y$	$400-z$
Số lượng bán (kg)	$200+x$	$300+y$	$400+z$

Biết rằng $x+y+z=90$ (nghìn). Tính giá trị x, y, z để lợi nhuận bình quân của 1 kg hoa quả đạt được cao nhất.

A. $x=y=z$. **B.** $x=y=z=20$. **C.** $x=y=z=10$. **D.** $x=y=z=30$.

Câu 137. Cho mẫu số liệu gồm bốn số tự nhiên khác nhau và khác 0, biết số trung bình là 6 và số trung vị là 5. Tìm các giá trị của mẫu số liệu đó sao cho hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đạt giá trị nhỏ nhất

A. $1;2;8;13$. **B.** $1;3;7;13$. **C.** $4;5;6;12$. **D.** $3;4;6;11$.

Câu 138. Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị (như hình bên dưới).



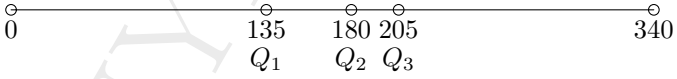
Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là gì?

A. Số trung bình. **B.** Tứ phân vị. **C.** Mốt. **D.** Trung vị.

Câu 139. Mỗi mẫu số liệu có bao nhiêu tứ phân vị

A. 4. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 140. Biết các điểm Q_1, Q_2, Q_3 biểu diễn các tứ phân vị.



Hãy cho biết giá trị của tứ phân vị trên là

A. 135. **B.** 180. **C.** 205. **D.** 340.

Câu 141. Phát biểu nào sau đây là đúng

A. Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.
B. Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số nhỏ nhất.
C. Mốt của mẫu số liệu là giá trị chính giữa của mẫu số liệu (số các số liệu là lẻ).
D. Mốt của mẫu số liệu là duy nhất.

Câu 142. Thời gian dành cho học môn Toán (đơn vị giờ) trong một ngày của một học sinh lớp 10 được cho như sau

0	0	1	1	1	3	4	4	5	6

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tìm Mốt cho mẫu số liệu này.

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 143. Số lượng học sinh giỏi tham gia đội học sinh giỏi môn Toán 10 của một trường được cho như sau:

0	0	4	0	0	0	10	0	6	0

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 144. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu

118	62	81	93	99	127

A. $Q_1 = 48, Q_2 = 81, Q_3 = 99$.
B. $Q_1 = 41, Q_2 = 45, Q_3 = 97$.
C. $Q_1 = 45, Q_2 = 99, Q_3 = 48$.
D. $Q_1 = 43, Q_2 = 69, Q_3 = 47$.

Câu 145. Kết quả thi thử môn Toán của lớp 10A như sau:

5	6	7	5	6	9	10	8	5	5	4	5	4	5	7	4	5	8	9	10
5	4	5	6	5	7	5	8	4	9	5	6	5	6	8	8	7	9	7	9

Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

A. $Mo = 5$. **B.** $Mo = 10$. **C.** $Mo = 8$. **D.** $Mo = 4$.

Câu 146. Bảng số liệu sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số học sinh lớp 10

Số lần	0	1	2	3	4	5
Số học sinh	2	4	6	12	8	3

Hãy tìm các tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

A. $Q_2 = 3; Q_1 = 2;\ Q_3 = 4$.
B. $Q_2 = 4; Q_1 = 2;\ Q_3 = 5$.
C. $Q_2 = 4; Q_1 = 3;\ Q_3 = 5$.
D. $Q_2 = 2; Q_1 = 4;\ Q_3 = 5$.

Câu 147. Hàm lượng Protein (đơn vị miligam, $1mg = 0{,}001$ g) trong 100 g một số loại thịt được cho bởi bảng số liệu sau:

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tìm các tứ phân vị.

A. $Q_2 = 180; Q_1 = 135;\ Q_3 = 205$.
B. $Q_2 = 170; Q_1 = 125;\ Q_3 = 205$.
C. $Q_2 = 180; Q_1 = 115;\ Q_3 = 210$.
D. $Q_2 = 170; Q_1 = 125;\ Q_3 = 205$.

Câu 148. Trong một mẫu số liệu, $x_{\max}, x_{\min}$ lần lượt được gọi là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của một mẫu số liệu. Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu bằng

A. $R = \dfrac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$. **B.** $R = x_{\max} - x_{\min}$. **C.** $R = x_{\max} \cdot x_{\min} \cdot 3$. **D.** $R = \dfrac{x_{\max}}{x_{\min}}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 149. Trong một mẫu số liệu, Q_1, Q_3 lần lượt được gọi là tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba. Khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu bằng:

A. $\Delta_Q = \dfrac{Q_1 + Q_3}{2}$. **B.** $\Delta_Q = \dfrac{Q_1 - Q_3}{2}$. **C.** $\Delta_Q = Q_1 + Q_3$. **D.** $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 150. Trong một mẫu số liệu bất kỳ, tứ phân vị thứ hai có giá trị bằng

A. Số trung bình. **B.** Phương sai. **C.** Số trung vị. **D.** Mốt.

Câu 151. Trong một mẫu số liệu bất kỳ, số phần tử các tứ phân vị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

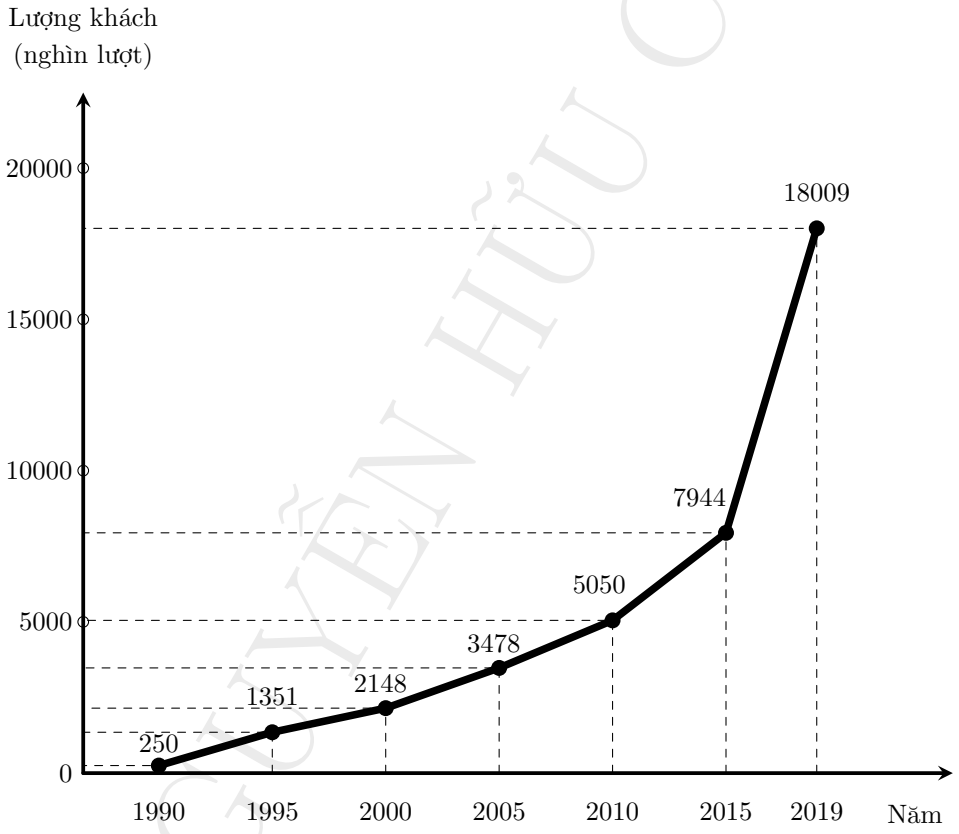
Câu 152. Cho mẫu số liệu 21, 23, 25, 24, 22. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 153. Cho mẫu số liệu 21, 22, 23, 24, 25. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 154. Biểu đồ đoạn thẳng ở hình dưới cho biết lượng khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong một số năm (từ 1990 đến 2019).



(Theo https://www.vietnamtourism.gov.vn)

Mẫu số liệu được nhận từ biểu đồ trên có khoảng tứ phân vị bằng

A. 17759. **B.** 6629. **C.** 2163. **D.** 4466.

Câu 155. Số điểm kiểm tra 1 môn của một nhóm gồm 11 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	4	5	7	8	9	10	
Tần số	2	1	2	3	1	2	$N = 11$

TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu trên bằng

A. 7. **B.** 7,5. **C.** 8. **D.** 8,5.

Câu 156. Các tứ phân vị của mẫu số liệu 48, 36, 33, 38, 32, 48, 42, 33, 39 là

A. 33; 38; 45. **B.** 32; 38; 44. **C.** 34,5; 32; 37,5. **D.** 33,5; 38; 47,5.

Câu 157. Các giá trị bất thường của mẫu số liệu 5, 6, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 35, 38, 42 là

A. 5, 42. **B.** 5, 6, 38, 42. **C.** 5, 6, 42. **D.** 5, 35, 38, 42.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU HỌC TẬP TOÁN 11 – HKI NĂM HỌC 2025 – 2026 CHUẨN FORM MỚI