

ĐỀ 1

Câu 1: (4,5 điểm) Tìm các họ nguyên hàm:

a) $\int \frac{2x+1}{x-1} dx$ b) $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$

Câu 2: (4,0 điểm) Tính các tích phân:

a) $\int_1^e (1+2x) \ln x dx$ b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$

Câu 3: (1,5 điểm)

Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x(x-1)(x-2)$ và trục hoành.

ĐỀ 2

Câu 1: (4 điểm) Tìm các họ nguyên hàm:

a) $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x} dx$
b) $\int \tan^3 x dx$.

Câu 2: (4,5 điểm) Tính các tích phân:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cos x dx$ b) $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln^2 x - 9)}$

Câu 3: (1,5 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \ln x$, $x = 2$ và trục Ox .

ĐỀ 3

Câu 1: (4,5 điểm) Tính các tích phân sau

a. $I = \int_1^2 \frac{2x^3 - 1}{x^2} dx$, b. $J = \int_1^e \frac{\ln^3 x - \ln^2 x}{x} dx$
c. $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+2x) \cos 2x dx$, d. $L = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} e^x dx$

Câu 2: (1,5 điểm) Tính diện tích hình phẳng (S) giới hạn bởi: $y = x^2 - 4$ và $y = |x+2|$

Câu 3: (2 điểm) Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi:

$\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$. Tính thể tích do hình phẳng (S) quay quanh trục Ox

Bài 4: (2 điểm) Tính các tích phân sau: $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x^4 + 1}$

ĐỀ 4

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu 1 (2 điểm). Chứng minh rằng hàm số $F(x) = \ln(x^2 + 4)$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} \text{ trên } \mathbb{R}.$$

Câu 2 (3 điểm). Cho hàm số $f(x) = \frac{8x^3}{2x-1}$

a. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ sao cho $F(1) = 2012$.

Câu 3 (3 điểm). Tính các tích phân sau.

a. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(e^{4x} + \sin 2x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$

b. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cdot dx}{1 + \cos x}$

II. PHẦN RIÊNG CHO TỪNG BAN

A. Phần riêng cho ban KHTN

Câu 4A (2 điểm). Tính tích phân sau. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

B. Phần riêng cho ban cơ bản A + D

Câu 4B (2 điểm). Tính tích phân sau. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x + 3) \cdot \cos 2x \cdot dx$

ĐỀ 5

Câu 1: Tìm các nguyên hàm của các hàm số sau:

a/ $f(x) = x^3 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}$

b) $f(x) = \sin 3x + \cos 5x - 2e^{2x}$

Câu 2: Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 11x + 30}$

b) $\int_1^3 (x+1) \cdot \ln x \cdot dx$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$

Câu 3: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 4$

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

	Đáp án	Biểu điểm
Câu 1: a (2,5 điểm)	$\int \frac{2x+1}{x-1} dx = \int \left(2 + \frac{3}{x-1} \right) dx$ $= \int 2dx + 3 \int \frac{1}{x-1} dx = 2x + 3 \ln x-1 + C$	1,0đ 0,5đ x 3
b.(2,0 điểm)	$\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10} = \int \frac{dx}{(x-5)(x-2)}$ $= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-2} \right) dx$ $= \frac{1}{3} \int \frac{1}{x-5} dx - \frac{1}{3} \int \frac{1}{x-2} dx = \frac{1}{3} \ln x-5 - \frac{1}{3} \ln x-2 + C$ $= \frac{1}{3} \ln \left \frac{x-5}{x-2} \right + C$	0,5đ 0,5đ 0,75đ 0,25đ
Câu 2: a.(2,0 điểm)	$I = \int_1^e (1+2x) \ln x dx$ $\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (1+2x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x + x^2 \end{cases}$ $\Rightarrow I = \int_1^e (1+2x) \ln x dx = \left(x + x^2 \right) \ln x \Big _1^e - \int_1^e (1+x) dx$ $= \left(x + x^2 \right) \ln x \Big _1^e - \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^e = \frac{e^2 + 3}{2}$	1,0đ 0,5đ 0,5đ
b.(2,0 điểm)	$J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)}$ Ta có $\cot x - \cot \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)}{\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)}$	

	$= \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos x - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin x}{\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ Nên $J = \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\cot x - \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right] dx$ $= \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x dx - \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx$ $= \sqrt{2} \ln(\sin x) \Big _{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - \sqrt{2} \ln\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \Big _{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{2} \ln 2$	0,75đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ
Câu 3: (1,5 điểm)	Ta có $x(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$ Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 x(x-1)(x-2) dx = \int_0^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx$ Vì $x^3 - 3x^2 + 2x = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ -x^3 + 3x^2 - 2x & \text{khi } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ Nên $S = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$ $= \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big _0^1 - \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big _1^2 = \frac{1}{2} (\text{đvdt})$	0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ