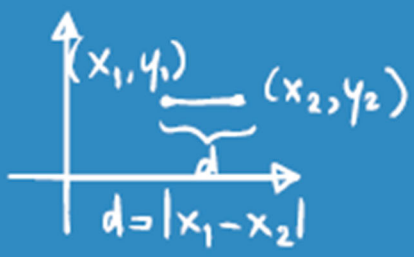
TOÁN THẦY AN

CHUYÊN ĐỀ: KHẢO SÁT HÀM SỐ (QUYỂN 2)

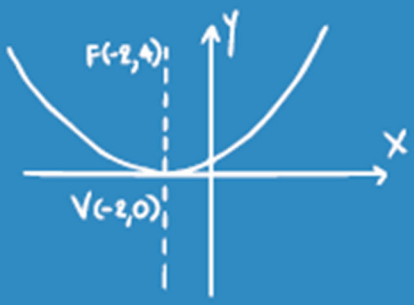
TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Đây là sách của:

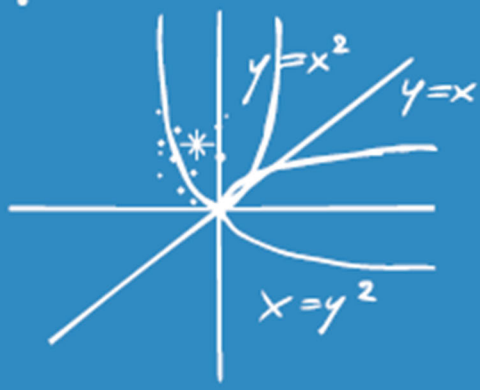


CHUYÊN ĐỀ

KHẢO SÁT HÀM SỐ







TOÁN THẦY AN

Sưu tầm và biên soạn: Tô Quốc An

facebook.com/toanthayan

toanthayan@gmail.com

DĐ: 0988 32 33 71

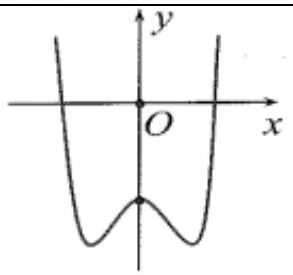
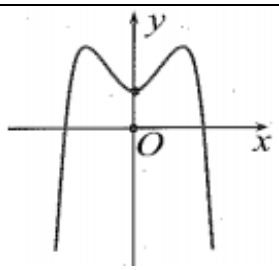
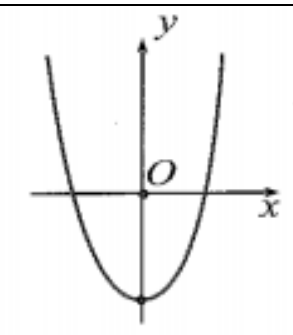
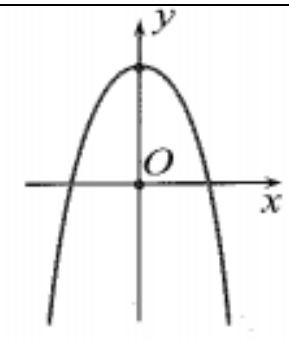
BÀI 11: KHẢO SÁT HÀM TRÙNG PHƯƠNG

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

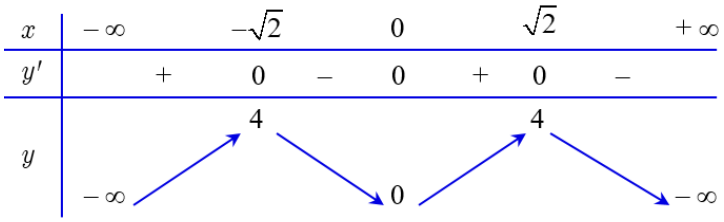
Xác định hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ *dựa vào BBT hoặc đồ thị.*

- Các dạng đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$.
- Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$.
- Đồ thị hàm số cũng thể hiện bảng biến thiên và ngược lại.
- Hàm số là ***hàm số chẵn*** nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số luôn có một ***điểm cực trị nằm trên trục*** Oy.

Trường hợp	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ *có* 3 ***nghiệm phân biệt*** $a.b.....0$		
Phương trình $y' = 0$ *có* 1 ***nghiệm*** $a.b.....0$		

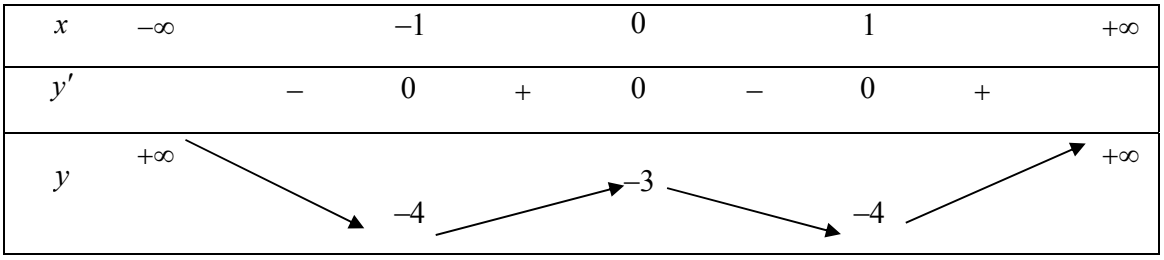
B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Hàm số nào có bảng biến thiên ở hình dưới?



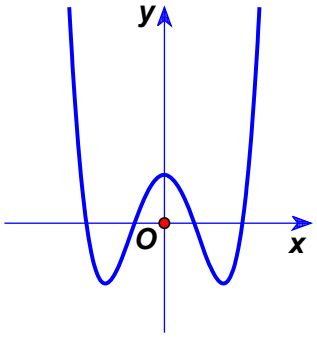
A. $y=x^4-3x^2$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2$. **C.** $y=-x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Câu 2. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào



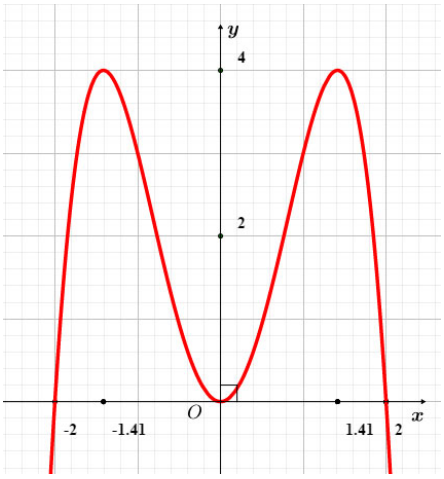
A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Câu 3. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?



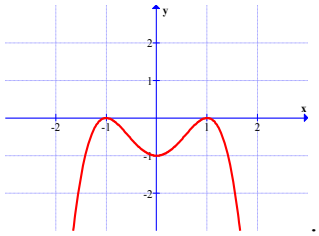
A. $y=x^4+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

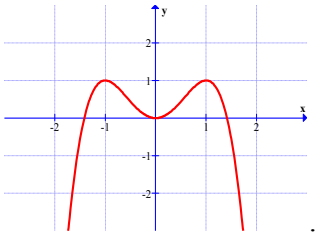
Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

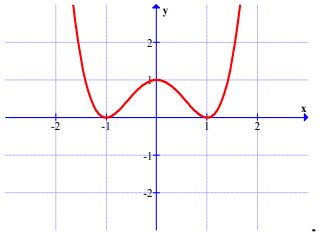


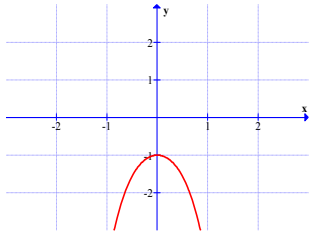
A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2$. **D.** $y=x^4-3x^2$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ là đồ thị nào sau đây?

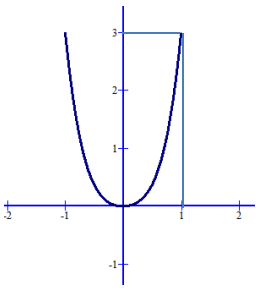
A. 

B. 

C. 

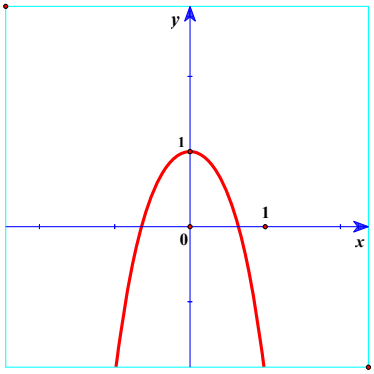
D. 

Câu 6. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



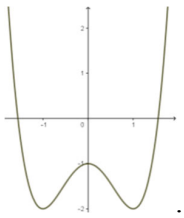
A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=3x^4-x^2+1$. **C.** $y=2x^4+x^2$. **D.** $y=x^2$.

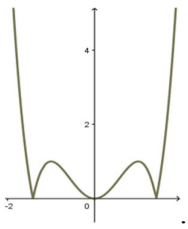
Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

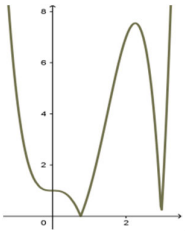


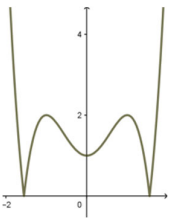
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 8. Hàm số $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$ có đồ thị là hình nào sau đây

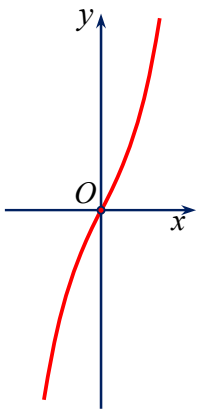
A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) không cắt trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=2x^4-x^2+2$. **B.** $y=x^4+x^2-2$. **C.** $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$. **D.** $y=-4x^4-x^2-1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp các giá trị m để phương trình $f(\cos 2x)-2m-1=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{-\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$ **C.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ **D.** $\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{4};\frac{1}{4}\right)$

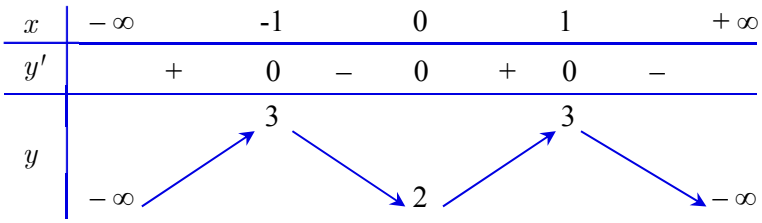
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

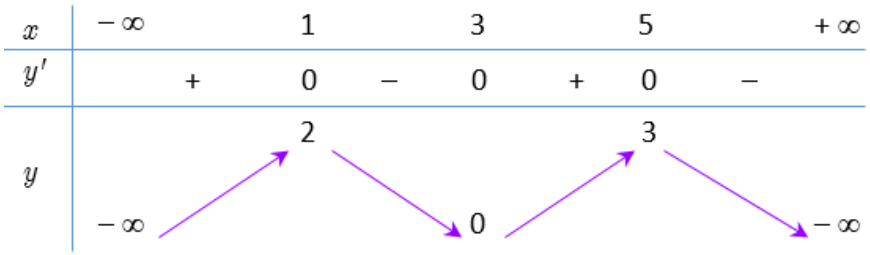
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 2. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên cho bởi bảng sau. Chọn đáp án Câu **sai** trong các kết luận sau:



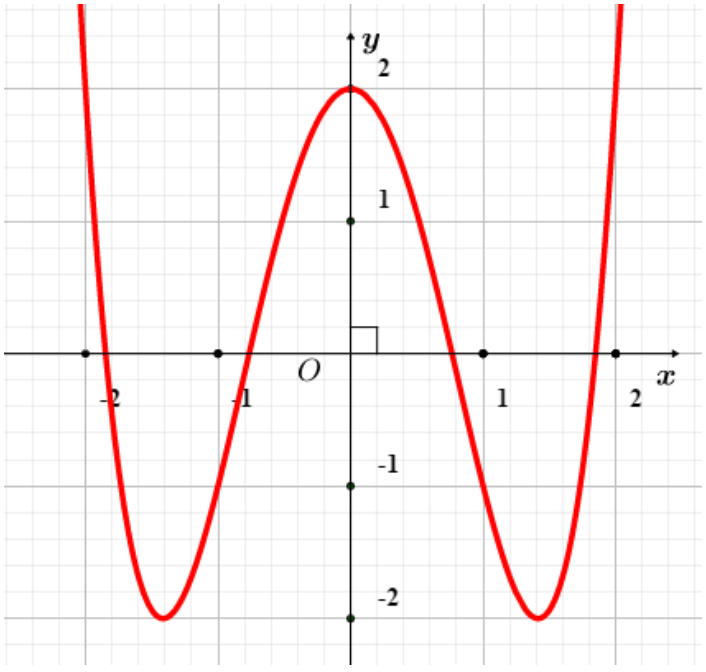
A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.

B. $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(3;5)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2);(5;3)$.

D. $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(1;3);(5;+\infty)$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=-x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-4x^2-2$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=x^4+4x^2+2$

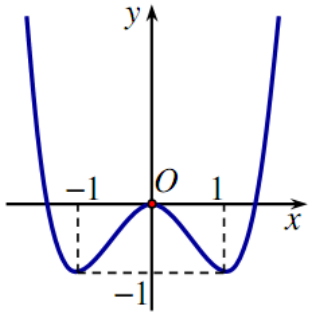
Câu 5. Bảng biến thiên dưới đây có thể là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	-2	↘	$-\infty$

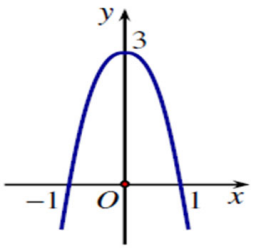
A. $y=-x^4-2x+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4-2x-3$.

Câu 6. **[TR THPT YÊN DŨNG 3]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A;\ B;C;\ D$ dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$

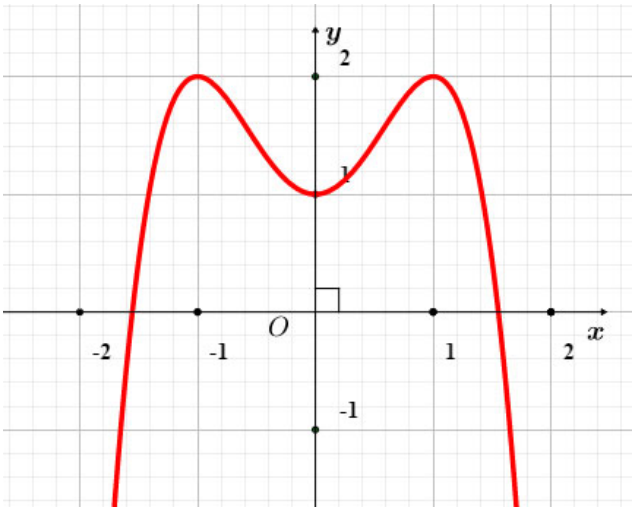


Câu 7. **(THPT-Đống Đa-Hà Nội lần 1)**Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^2+2x-3$.. **B.** $y=x^3+3x^2-3$.. **C.** $y=x^4+2x^2-3$.. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

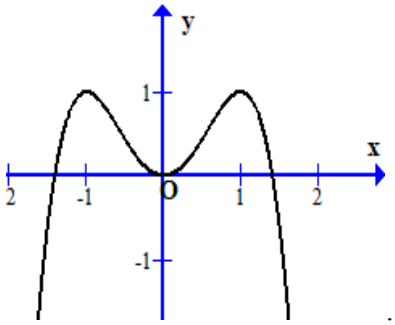
Câu 8. **[2D1-5.1-1]** ***(THPT Chu Văn An)*** Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



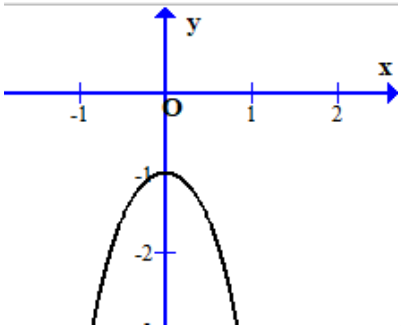
A. $y=x^4-2x^2-2$.. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$.. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 9. Hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ có đồ thị nào trong các đồ thị sau:

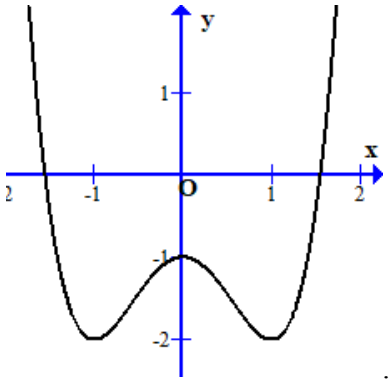
A.



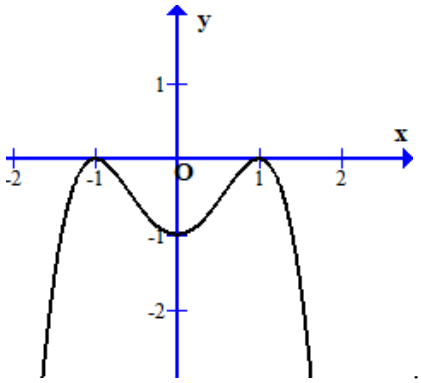
B.



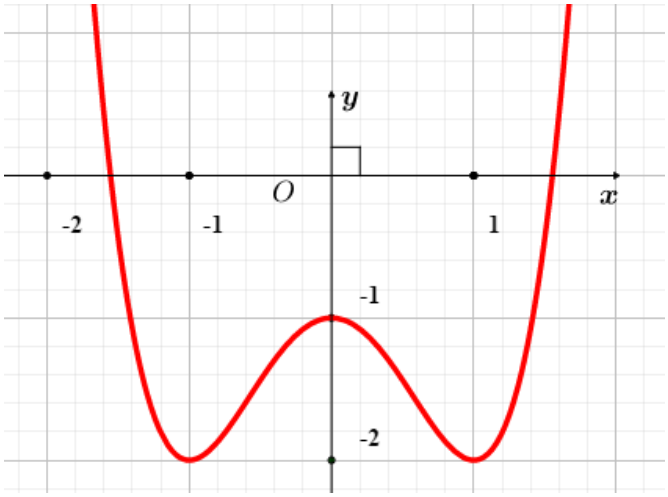
C.



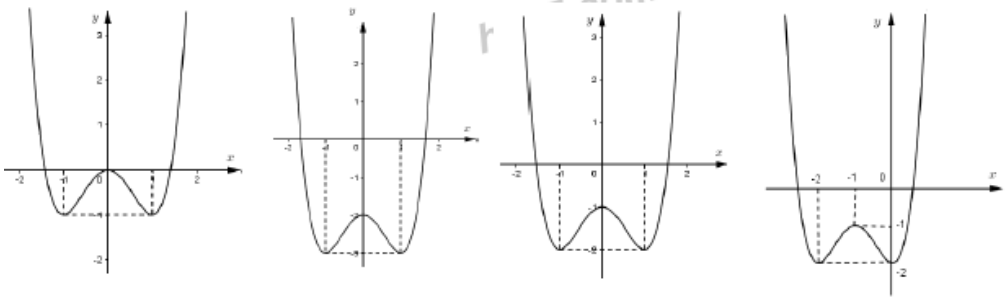
D.



Câu 10. **[2D1-5.1-2] (THPT Lam Sơn – Thanh Hóa – Lần 1 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên R và có đồ thị như hình bên:



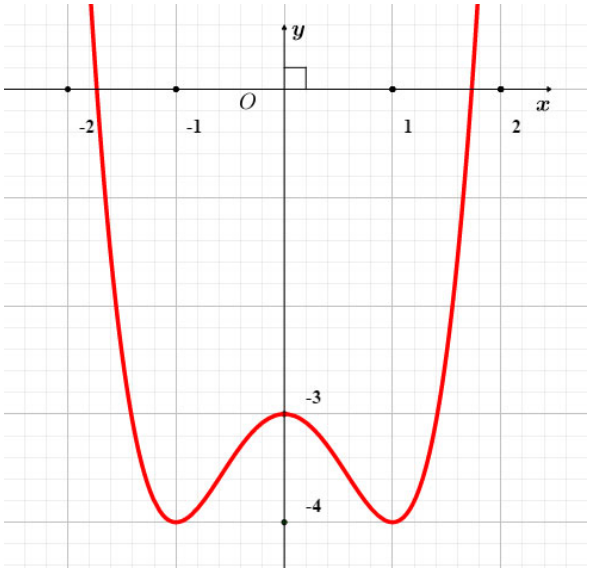
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=f(x)+1$?



(I) (II) (III) (IV)

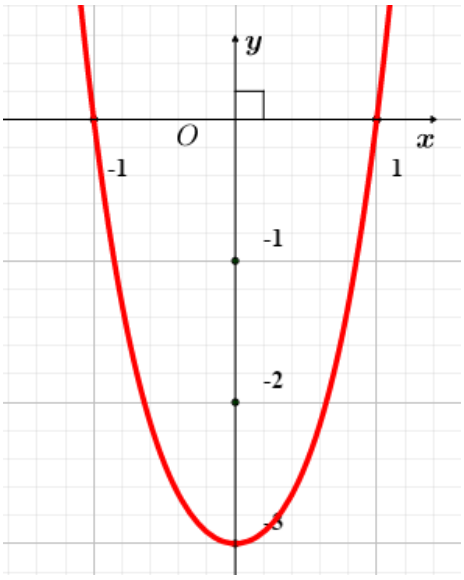
A. (III). **B. (II).** **C. (IV).** **D. (I)**

Câu 11. **[2D1-5.1-1] [Trường THPT Hải Hậu – Lần 1]** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



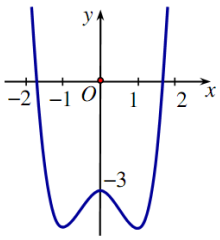
A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$. **C.** $y=x^4-3x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$

Câu 12. **[2D1-5.1-1] [Trường THPT Hải Hậu – Lần 1]** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



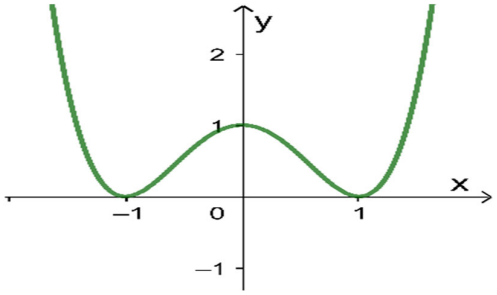
A. $y=-x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$

Câu 13. **(THPT SƠN TÂY)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào dưới đây?



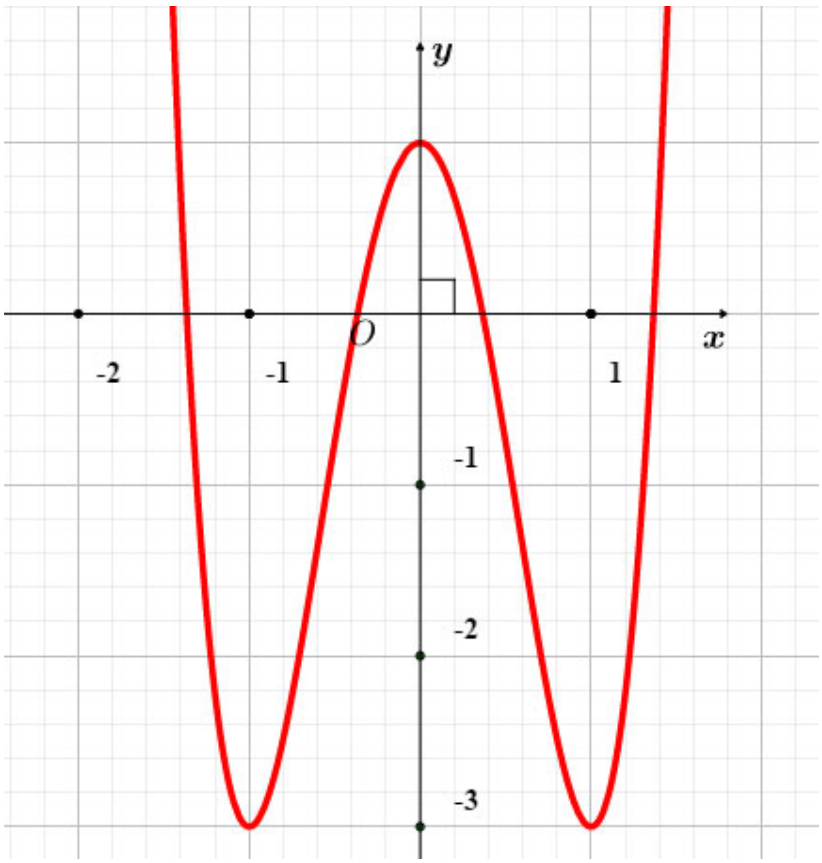
A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về hàm số $y=f(x)$.



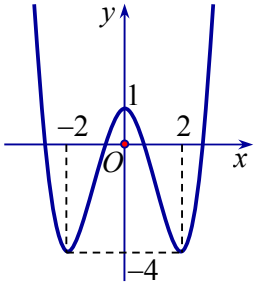
A. $y=x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^4+1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?



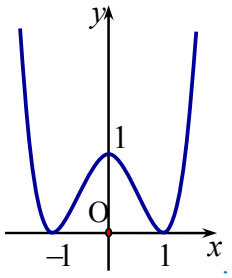
A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

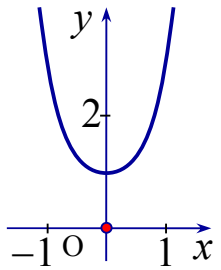
Câu 16. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^4-2x^2+1\right)=m$ có nghiệm là

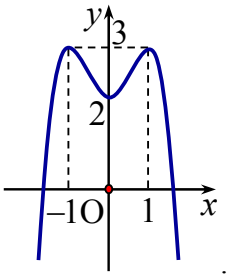


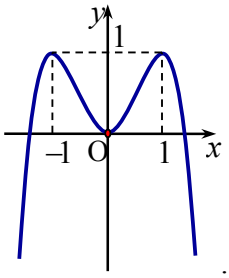
A. $[-4;+\infty)$. **B.** $(-4;1)$. **C.** $[0;1]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ có dạng:

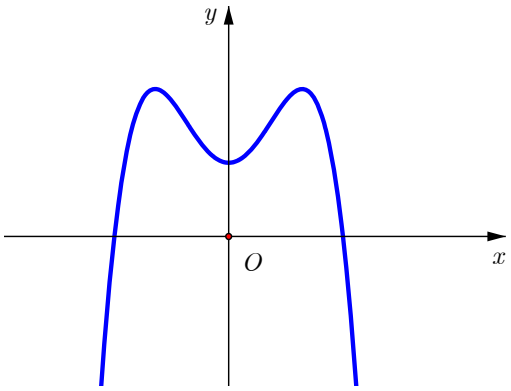
A. 

B. 

C. 

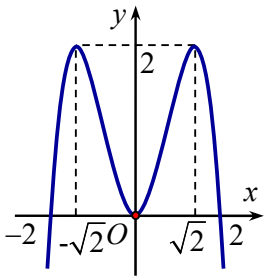
D. 

Câu 18. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



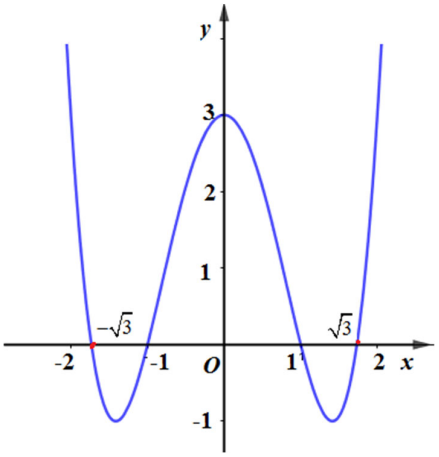
A. $y=-x^4+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right)=m$ có nghiệm là



A. $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[0;2]$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

C. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

D. $x_0=2$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

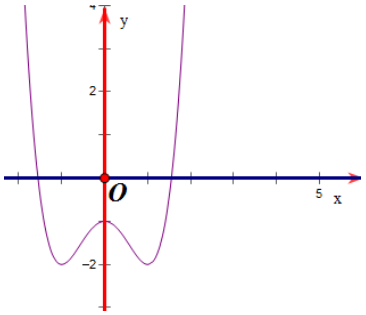
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3. **(THPT CHUYÊN LAM SƠN-THANH HÓA LẦN 1 NĂM 2018)** Bảng biên thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

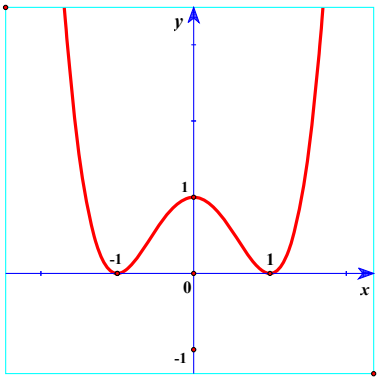
A. $y=x^4+2x^2+3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 4. ***(TRƯỜNG THPT C PHỦ LÝ - HÀ NAM)*** Đường cong hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định **sai** về hàm số $f(x)$:



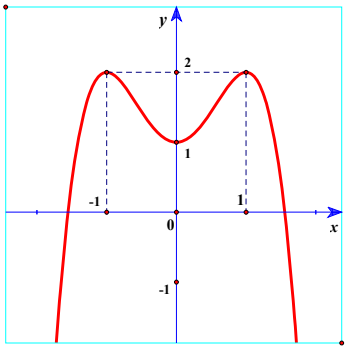
A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với Ox.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1;\,0)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số $f(x)$:



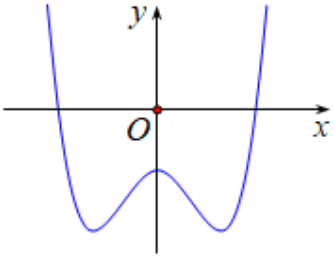
A. Hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 2 khi $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là 1 khi $x=0$.

D. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$.

Câu 7. **(THPT QG 2017 Mã đề 110)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



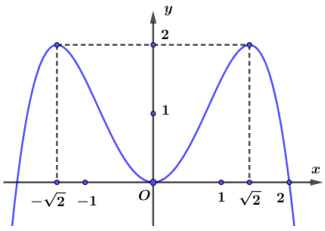
A. Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt

B. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực

C. Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm thực phân biệt

D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực

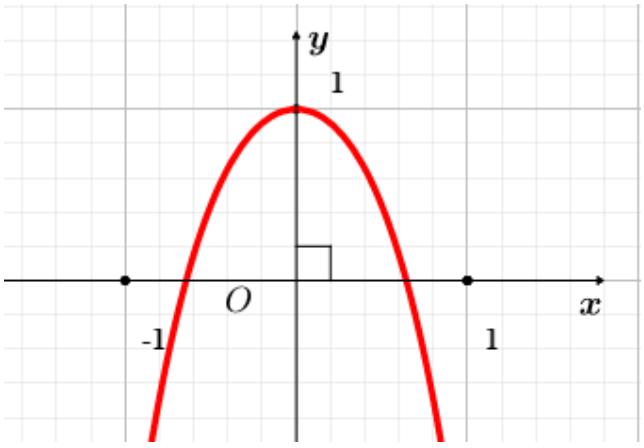
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Đồ thị (C) nhận Oy làm trục đối xứng. **B.** (C) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt.

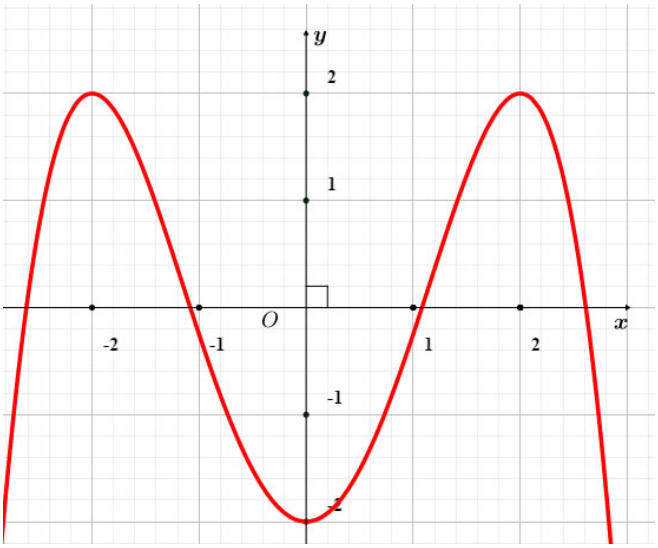
C. Hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 9. **[2D1-5.1-1] (THPT VIỆT ĐỨC)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 10. **[2D1-5.1-3] (Toan Luyen de THPTQG)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét 4 mệnh đề sau

(1) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=0$

(2) Hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

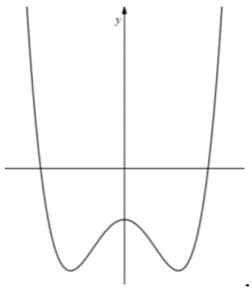
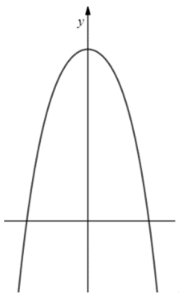
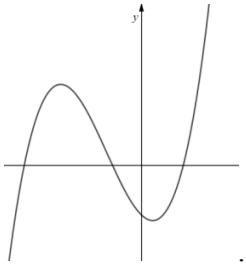
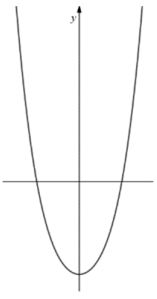
(3) Phương trình $f(x)=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt

(4) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là -2 trên đoạn $[-2;2]$

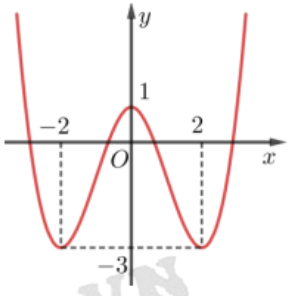
Hỏi trong 4 mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2

Câu 11. **[2D1-5.2-2] (Giữa kỳ 1- THPT Yên Hòa 2018 – Hà Nội)**Đồ thị nào sau đây không thể là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực và $a\neq 0$?

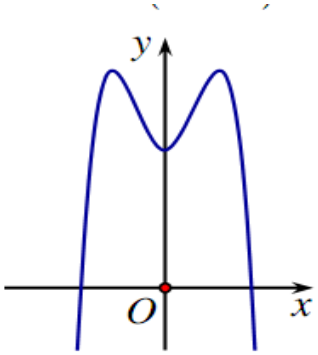
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Câu 12. **[2D1-5.1-1] [THPT YÊN LẠC 2- VĨNH PHÚC- LẦN 2]** Đường cong của hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



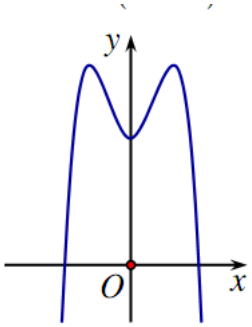
A. $y=x^4-8x^2+1$. **B.** $y=-x^4+8x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=|x|^3-3x^2+1$.

Câu 13. [2D1-5.1-2] [TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH] Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây?



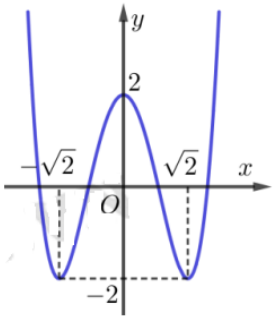
A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x-4$. **C.** $y=-x^3+2x+4$. **D.** $y=-x^4+3x+4$

Câu 14. [2D1-5.1-2] **(THPT Chuyên Đại Học Vinh - Nghệ An - 2018)** Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây?



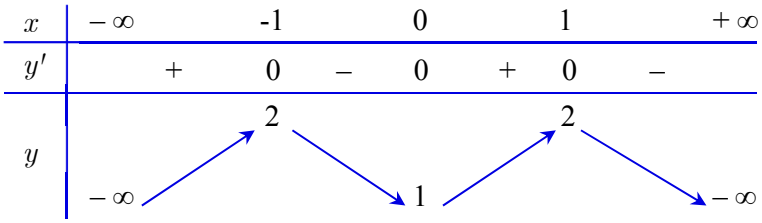
A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x-4$. **C.** $y=-x^3+2x+4$. **D.** $y=-x^4+3x+4$

Câu 15. [2D1-5.1-2] **(THPT Chuyên Thái Bình – Lần 2)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



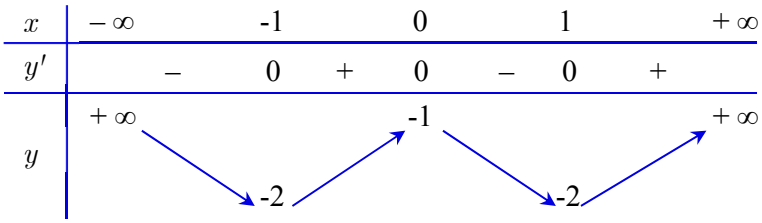
A. $y=x^4-4x^2-2$. **B.** $y=x^4-4x^2+2$. **C.** $y=x^4+4x^2+2$. **D.** $y=-x^4+4x^2+2$

Câu 16. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?



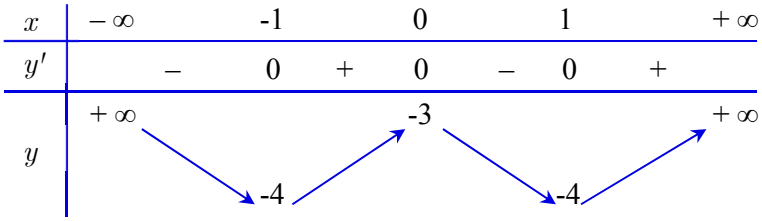
A. $y=x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

Câu 17. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?



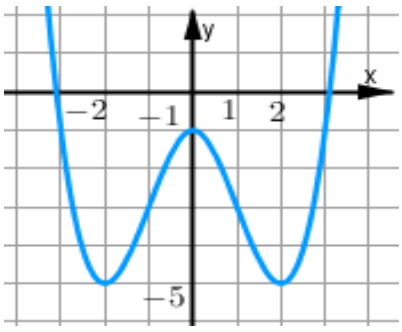
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 18. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?



A. $y=x^4-3x^2-4$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị (C) của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ như hình vẽ.

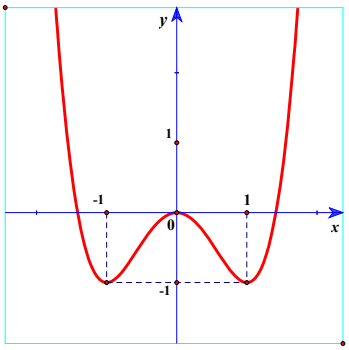


Tìm hàm số $y=f(x)$ trong các hàm số số sau:

A. $f(x)=x^3-3x^2-1$. **B.** $f(x)=x^4-8x^2-1$.

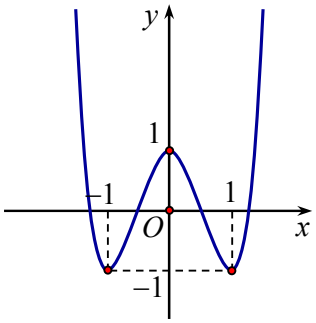
C. $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^2-1$. **D.** $f(x)=x^3-2x^2-1$.

Câu 20. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



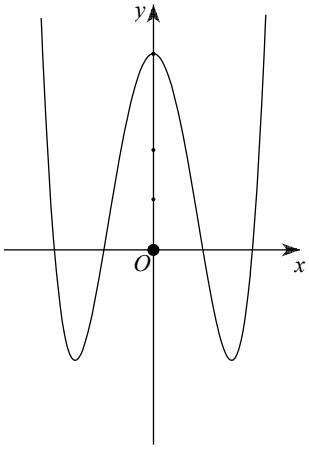
A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Câu 21. Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2$.

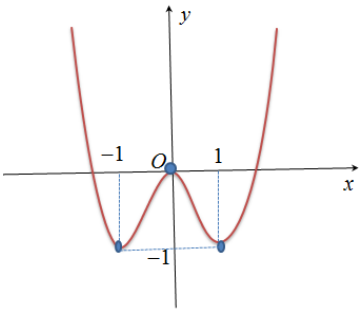
Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

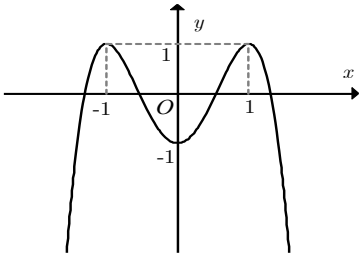
A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 23. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



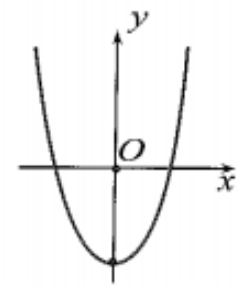
A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 24. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



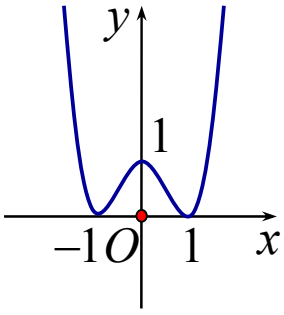
A. $y=-2x^4+4x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+4x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 25. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=2x^4+3x^2-2$. **B.** $y=2x^3+3x^2-2$. **C.** $y=2x^4-3x^2-2$. **D.** $y=-2x^4+3x^2-2$.

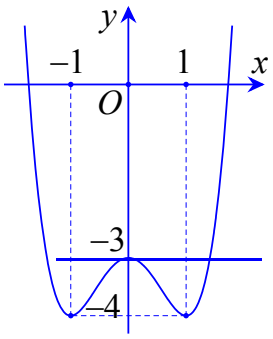
Câu 26. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

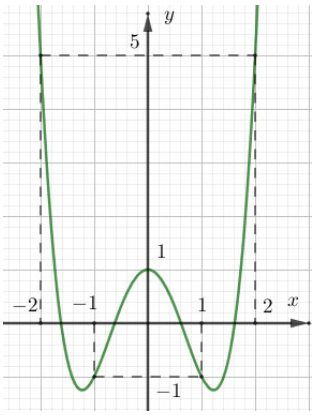
A. $a>0, b<0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c=1$. **C.** $a<0, b>0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.



A. $m>-3$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $m>4$; $m=0$.

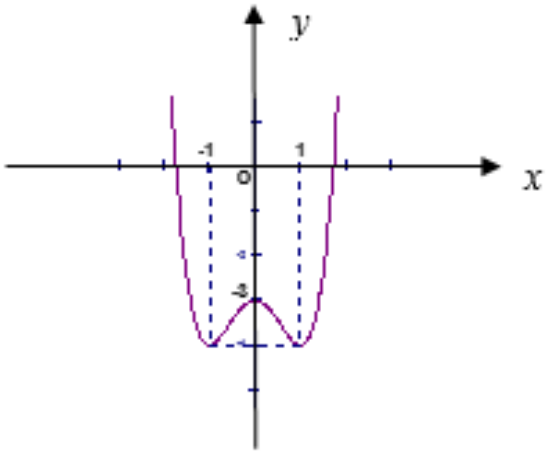
Câu 28. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm phân biệt là

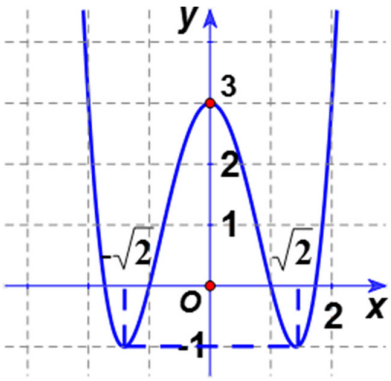
A. $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

Câu 29. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-2x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-2x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt ?



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

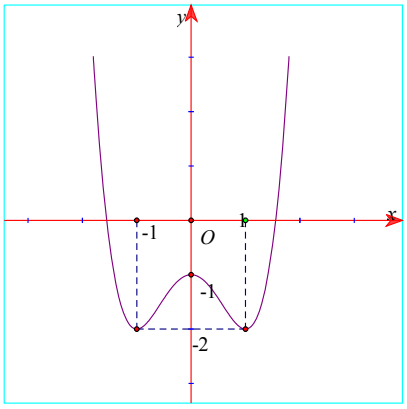
Câu 30. Hàm số . $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$. $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

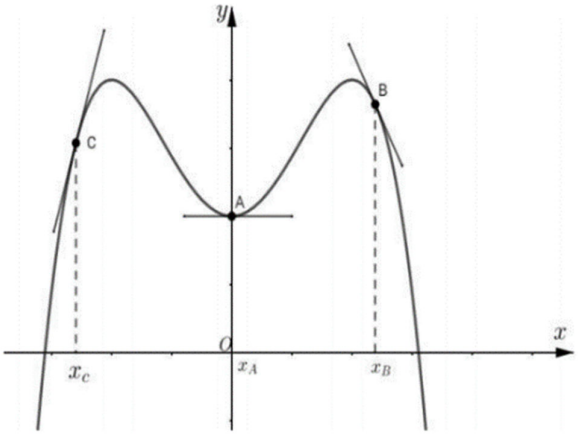
A. $y=-x^4+2x^2+3$. **B.** $y=-x^4+4x^2+3$. **C.** $y=\left(x^2-2\right)^2+1$. **D.** $y=\left(x^2-2\right)^2-1$.

Câu 31. Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án **A, B, C, D** dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-3x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=2x^4-2x^2-1$.

Câu 32. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, với $a\neq 0$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên dưới.

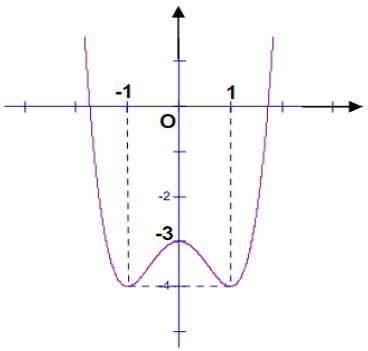


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x_C)<f'(x_A)<f'(x_B)$. **B.** $f'(x_B)<f'(x_A)<f'(x_C)$.

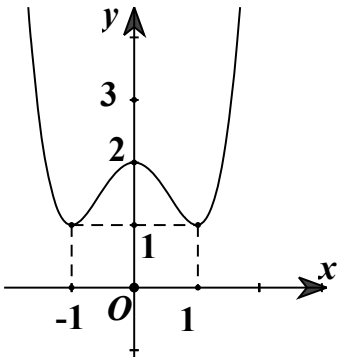
C. $f'(x_A)<f'(x_C)<f'(x_B)$. **D.** $f'(x_A)<f'(x_B)<f'(x_C)$.

Câu 33. **(THPT B Hải Hậu - Nam Định - Lần 1 - 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



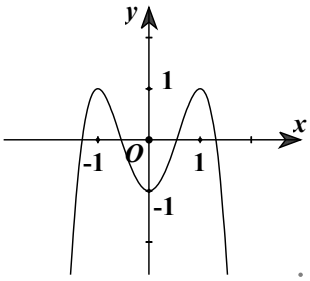
A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$. **C.** $y=x^4-3x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$.

Câu 34. **[2D1-5.2-2]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



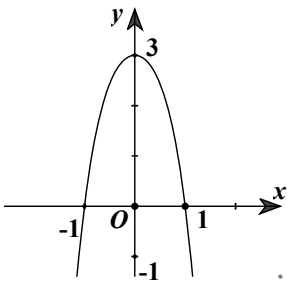
A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 35. **[2D1-5.2-2]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



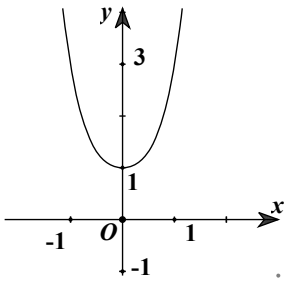
A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 36. **[2D1-5.2-1]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



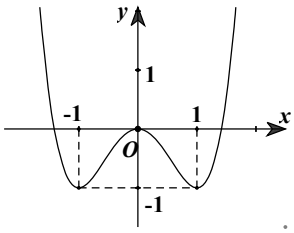
A. $y=-x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Câu 37. [2D1-5.2-1] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



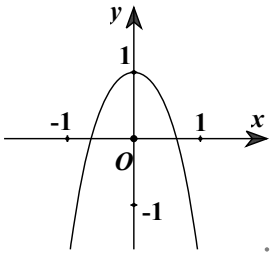
A. $y=x^4+x^2+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Câu 38. [2D1-5.2-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



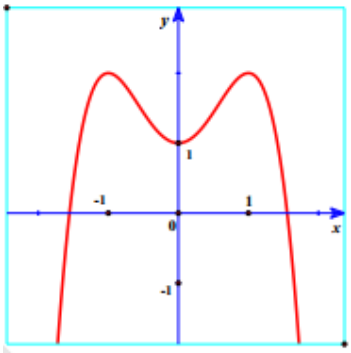
A. $y=x^4-3x^2+1$ **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Câu 39. [2D1-5.2-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



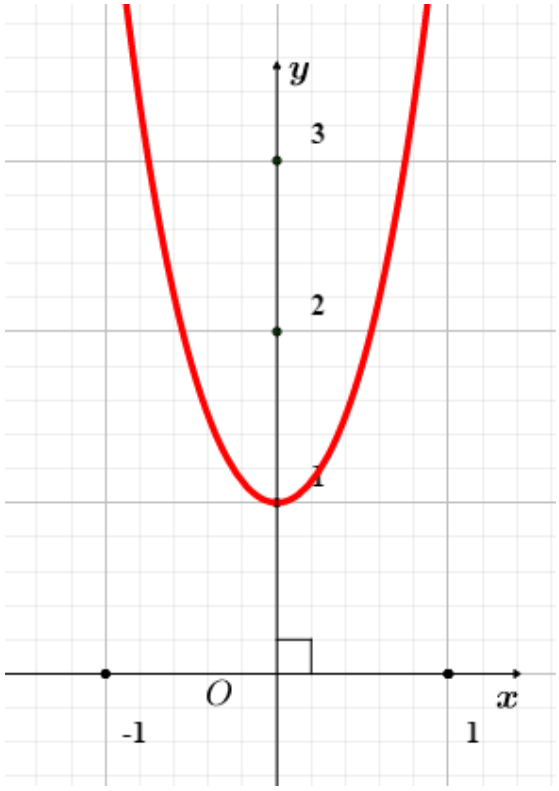
A. $y=-x^4+2x^2+1$ **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 40. [2D1-5.1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

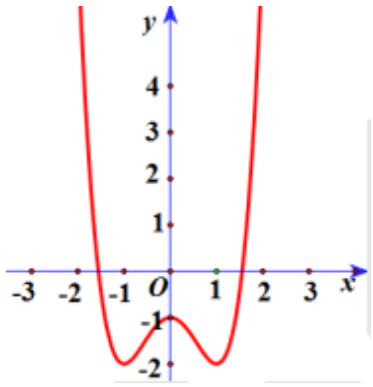
Câu 41. [2D1-5.1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



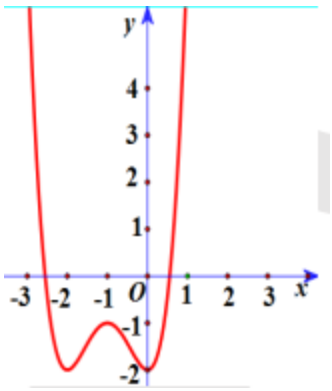
A. $y=x^4+3x^2+1.$ **B.** $y=x^4-2x^2+1.$ **C.** $y=x^4-3x^2+1.$ **D.** $y=-x^4+2x^2+1.$

Câu 42. [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?

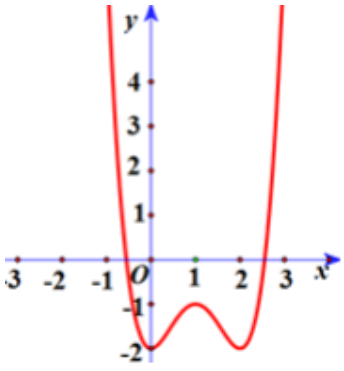
A.



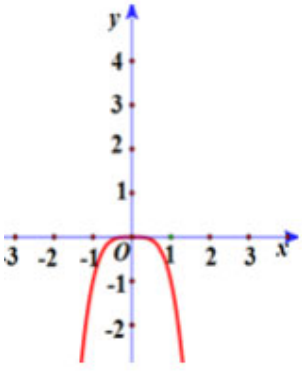
B.



C.

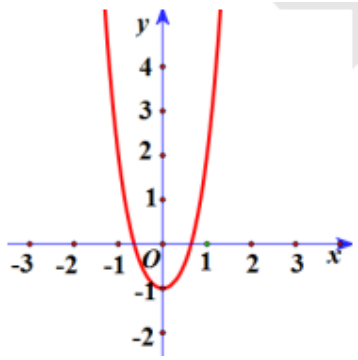


D.

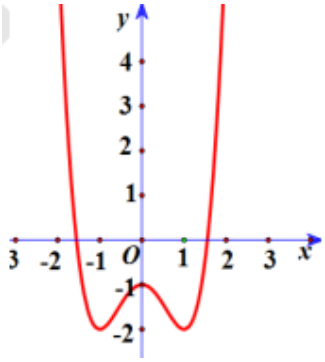


Câu 43. Cho hàm số $(C): y = x^4 + 2x^2 - 1$. Đồ thị hàm số (C) □là đồ thị nào trong các đồ thị sau?

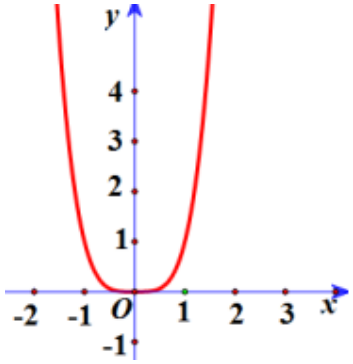
A.



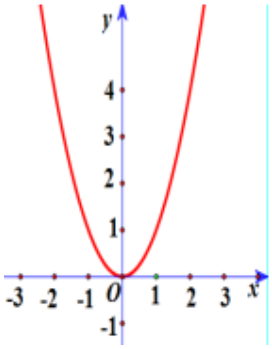
B.



C.

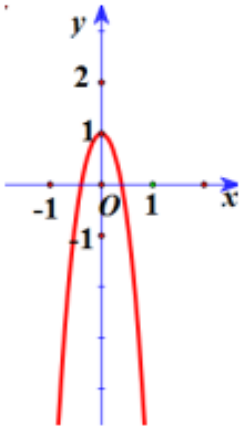


D.

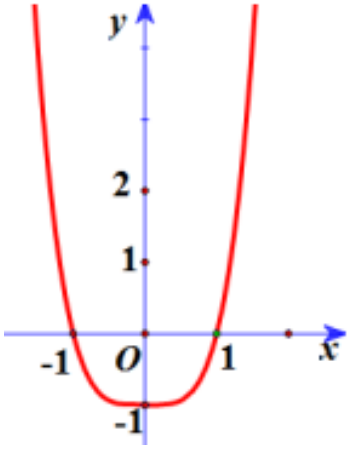


Câu 44. [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số $y = -3x^4 - 6x^2 + 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây

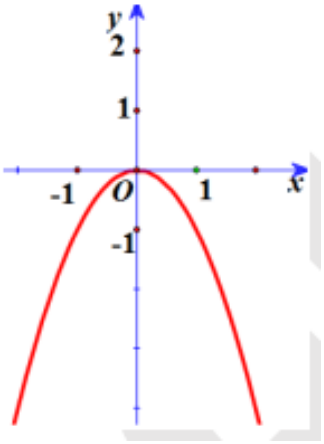
A.



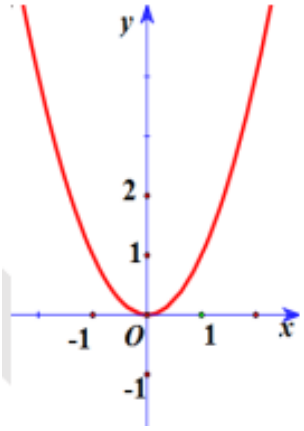
B.



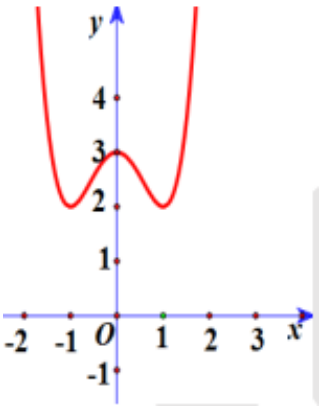
C.

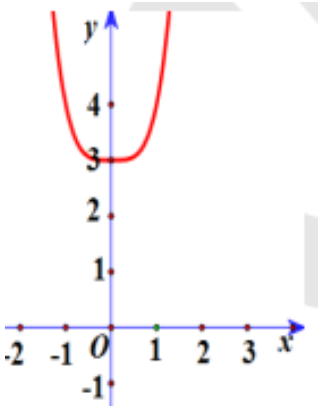


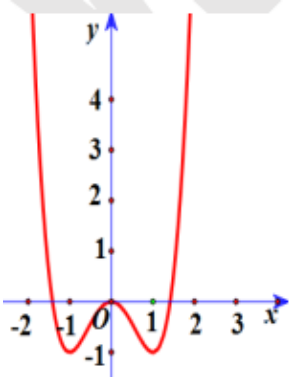
D.

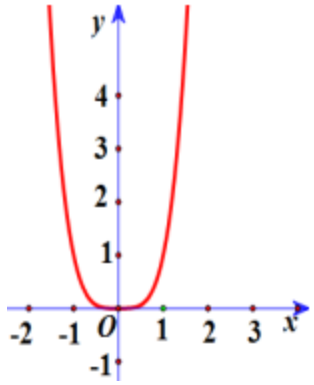


Câu 45. [2D1-5.1-2] Cho hàm số $(C): y = x^4 - (m^2+1)x^2 + 3$.. Đồ thị nào dưới đây có thể □là đồ thị của hàm số đã cho?

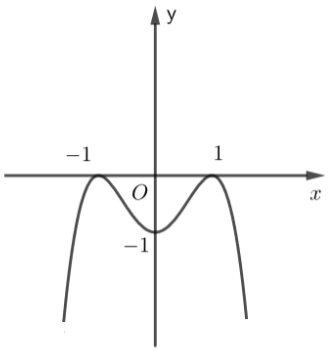
A.


B.


C.


D.


Câu 46. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



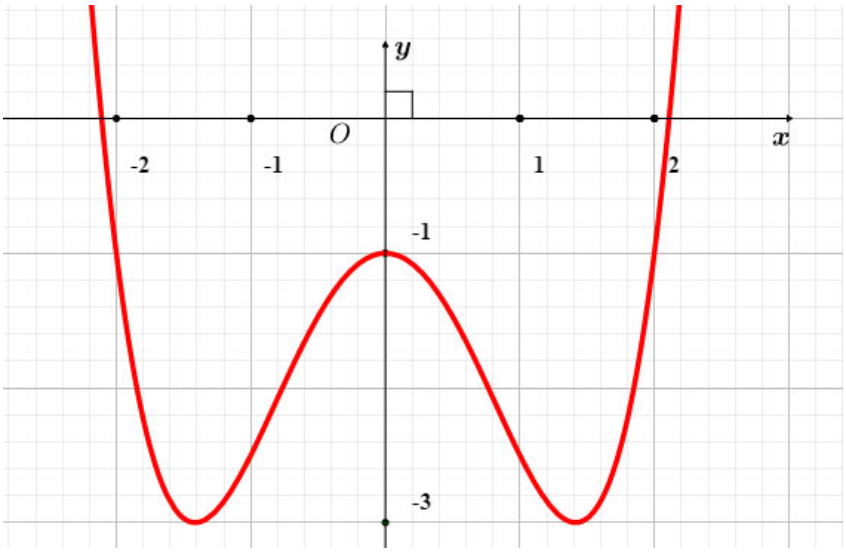
A. $y = -x^2 + 2x - 1$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m<-3$. **C.** $m<-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-3 \end{array}\right.$.

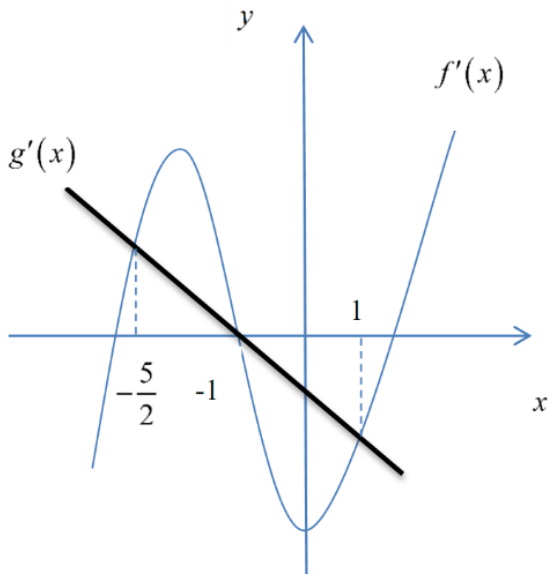
Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-2x^2-1$ có đồ thị (C) hình vẽ. Xác định m để phương trình $x^4-4x^2-2-m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.



A. $-6<m<-2$. **B.** $-3<m<-1$. **C.** $-3\le m\le -1$. **D.** $-6\le m\le -2$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x)=mx^2+nx+p$ $(a,b,c,d,e,m,n,p\in\mathbb{R})$.

Các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ có đồ thị như sau



Hỏi phương trình $f(x)+p=g(x)+e$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

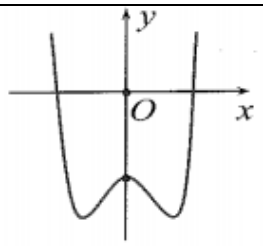
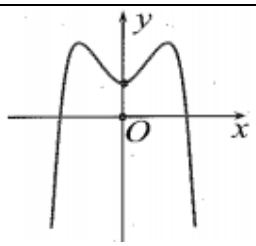
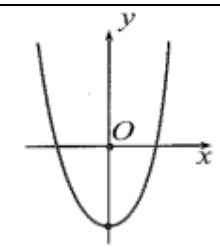
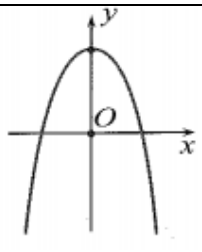
BÀI 11: KHẢO SÁT HÀM TRÙNG PHƯƠNG

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

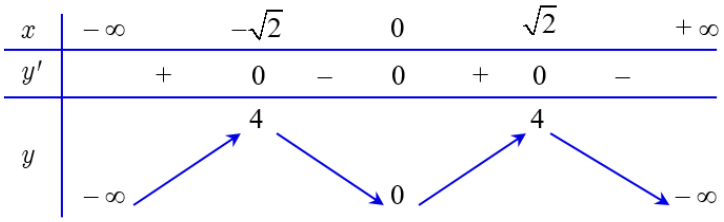
Xác định hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ *dựa vào BBT hoặc đồ thị.*

- Các dạng đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$.
- Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$.
- Đồ thị hàm số cũng thể hiện bảng biến thiên và ngược lại.
- Hàm số là ***hàm số chẵn*** nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số luôn có một ***điểm cực trị nằm trên trục*** Oy.

Trường hợp	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ *có* 3 ***nghiệm phân biệt*** $a.b < 0$		
Phương trình $y' = 0$ *có* 1 ***nghiệm*** $a.b \geq 0$		

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Hàm số nào có bảng biến thiên ở hình dưới?



A. $y=x^4-3x^2$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2$. **C.** $y=-x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Lời giải

Chọn D

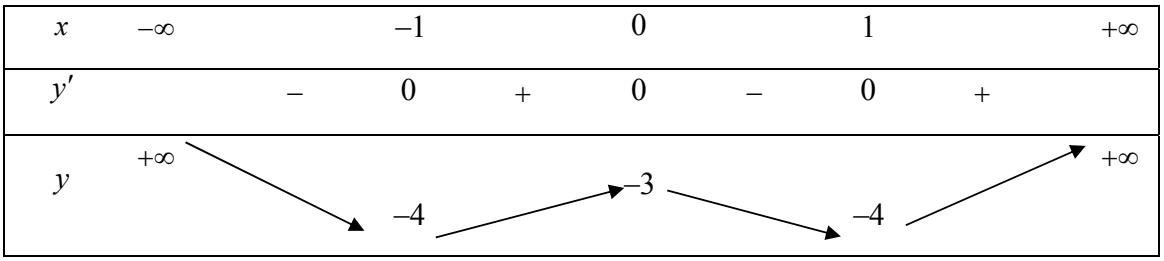
Bảng biến thiên đã cho là của hàm trùng phương có $a<0$, nên loại A.

Hàm trùng phương có 3 cực trị nên $a.b<0$. Suy ra loại C.

Điểm cực đại $A\left(\sqrt{2},4\right)$, nên loại B

Vậy $y=-x^4+4x^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

Câu 2. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào



A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Lời giải

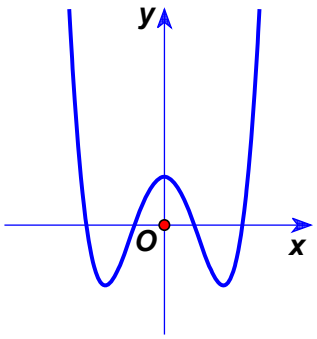
Chọn đáp án C

Hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ (loại B).

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0 \Rightarrow$ Hàm số cần tìm là $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 3. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=x^4+3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

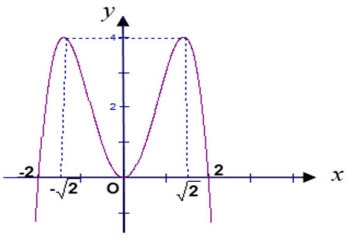
Chọn B.

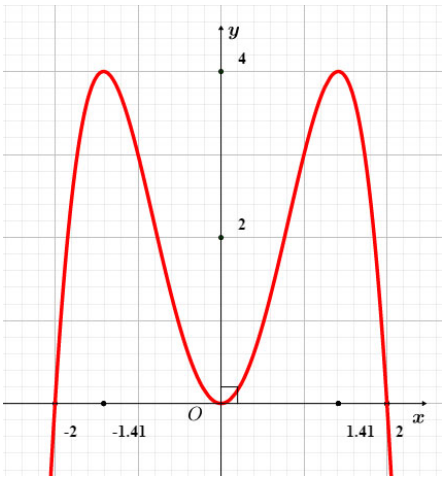
Dựa vào dạng đồ thị ta thấy đường cong hình bên là đồ thị hàm số bậc 4 với $a>0$.

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow a.b<0\Rightarrow b<0$.

Suy ra đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$.

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?





A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2$. **D.** $y=x^4-3x^2$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0\Rightarrow$ Loại đáp án **D**.

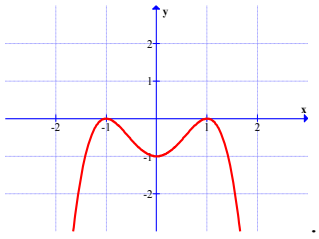
Đáp án **B** loại vì: $y'=-4x^3-4x=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow$

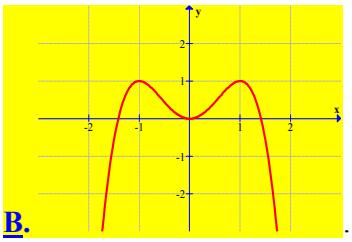
Đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị.

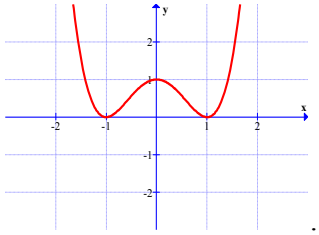
Đáp án **A**: $y'=-4x^3+8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow$

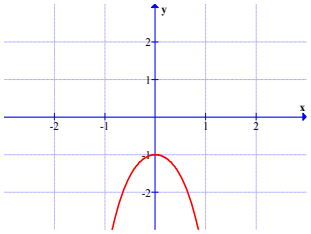
Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lần lượt là: $O(0;0)$, $A\left(\sqrt{2};4\right)$, $B\left(-\sqrt{2};4\right)$. Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ là đồ thị nào sau đây?

A. 

B. 

C. 

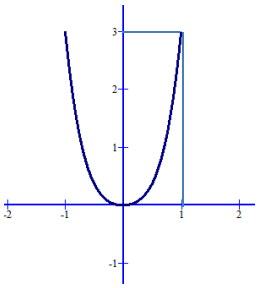
D. 

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Vì đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ đi qua gốc tọa độ nên chỉ có đáp án B đúng.

Câu 6. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=3x^4-x^2+1$. **C.** $y=2x^4+x^2$. **D.** $y=x^2$.

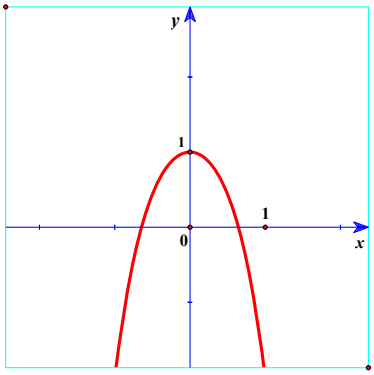
Lời giải

Chọn C.

Đường cong trên đi qua điểm $(0;0)$ và $(1;3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=2x^4+x^2$ thỏa yêu cầu.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



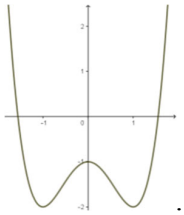
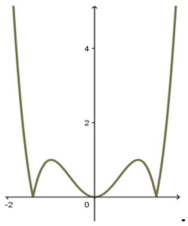
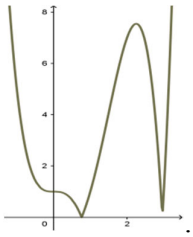
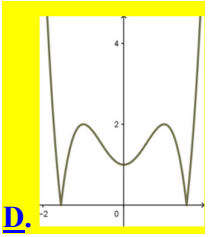
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương: x có 1 cực trị và hướng xuống nên $a<0$ nên loại A, B, **C.**

Câu 8. Hàm số $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$ có đồ thị là hình nào sau đây

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.** 

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tiến Lợi; Fb:Nguyễn Tiến Lợi

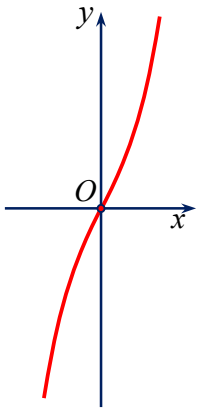
Chọn D

+ Vì hàm số $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$ luôn nhận giá trị dương với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên loại **A.**

+ Vì đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$ không đi qua gốc tọa độ nên loại B.

+ Vì hàm số $y=\left|x^4-2x^2-1\right|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng nên loại **C.**

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) không cắt trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=2x^4-x^2+2$. **B.** $y=x^4+x^2-2$. **C.** $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$. **D.** $y=-4x^4-x^2-1$.

Lời giải

Chọn C.

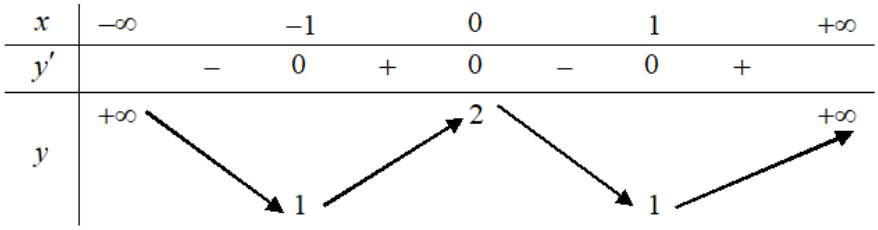
Ta có $y'=4ax^3+2bx$, $y''=12ax^2+2b$.

Vì hàm số $y=f'(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y''>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$, do đó $a>0$ và $b>0$.

Lại do đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cắt trục Ox nên suy ra hàm số cần tìm là $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$ (hàm số $y=x^4+x^2-2$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt do $ac<0$).

Vậy hàm số cần tìm là $y=\frac{1}{4}x^4+x^2+1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ



Tập hợp các giá trị m để phương trình $f(\cos 2x)-2m-1=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{-\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$ **C.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ **D.** $\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{4};\frac{1}{4}\right)$

Lời giải

Chọn A

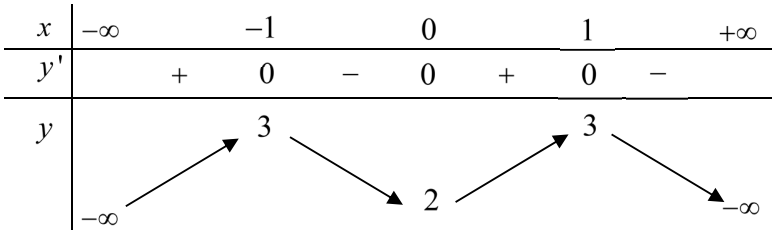
Đặt $\cos 2x=t, x\in\left(\frac{-\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$.

Yêu cầu đề bài tương đương với phương trình $f(t)=2m+1$ có nghiệm $t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$.

Từ bảng biến thiên suy ra yêu cầu $\Leftrightarrow 1\le 2m+1\le 2\Leftrightarrow 0\le m\le\frac{1}{2}$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

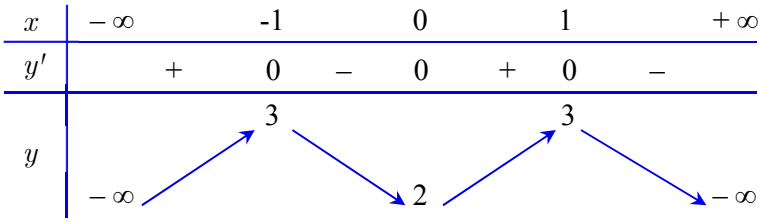
Lời giải

Chọn D.

Dựa vào BBT và các phương án lựa chọn, ta thấy:

Đây là dạng hàm số trùng phương có hệ số $a<0$. Loại A và C.
Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ nên loại B.

Câu 2. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

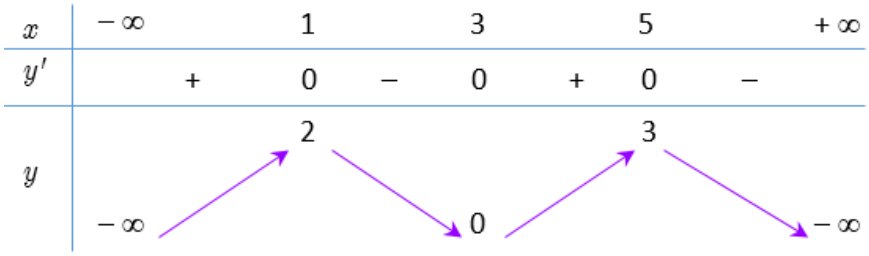
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$ nên loại A, C.

+/ Đồ thị có điểm cực trị nằm trên Oy là $A(0;2)$ nên loại B.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên cho bởi bảng sau. Chọn đáp án Câu **sai** trong các kết luận sau:



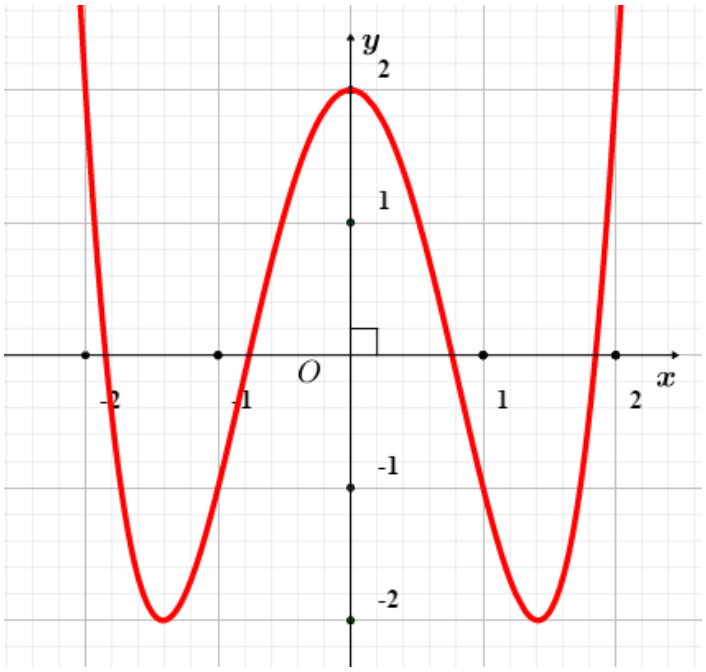
A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.

B. $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(3;5)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2);(5;3)$.

D. $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(1;3);(5;+\infty)$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=-x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-4x^2-2$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=x^4+4x^2+2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị có bề lõm quay lên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow b<0$.

Tại $x=0$ thì $y=2\Rightarrow c=2$.

Câu 5. Bảng biến thiên dưới đây có thể là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-x^4-2x+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4-2x-3$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Hoàng Anh; Fb:TrungAnh

Chọn B

Bốn đáp án đều là hàm số bậc bốn nên ta gọi hàm số cần tìm là
$y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$

Vì $f(0)=-3\Rightarrow$ loại đáp án $y=-x^4-2x+3$.

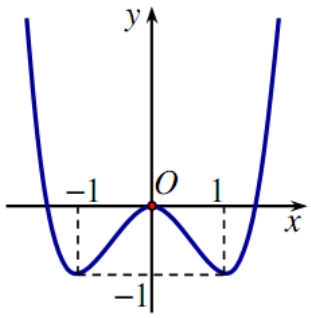
Vì hàm số có ba điểm cực trị nên loại đáp án $y=-x^4-2x-3$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow a<0\Rightarrow$ loại đáp án $y=x^4-2x^2-3$.

Đáp án $y=-x^4+2x^2-3$ thỏa mãn tất cả các yếu tố trên bảng biến thiên.

Câu 6. **[TRƯỜNG THPT YÊN DŨNG 3]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A;\ B;C;\ D$ dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$



Hướng dẫn giải

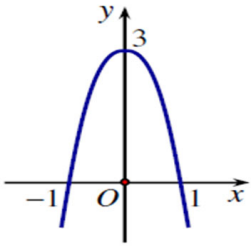
Đáp án D

Hàm số đi từ trên xuống nên $a>0$ vậy loại đáp án. **B.**

Hàm số đạt cực trị tại $x=-1;0;1$. Đây cũng sẽ là nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow$

Chỉ có A,D thỏa mãn, tuy nhiên đồ thị đi qua điểm $(0;0)$ nên chỉ có đồ thi D là thỏa mãn.

Câu 7. **[2D1-5.1-1] (THPT-Đống Đa-Hà Nội lần 1)**Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^2+2x-3$.. **B.** $y=x^3+3x^2-3$.. **C.** $y=x^4+2x^2-3$.. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

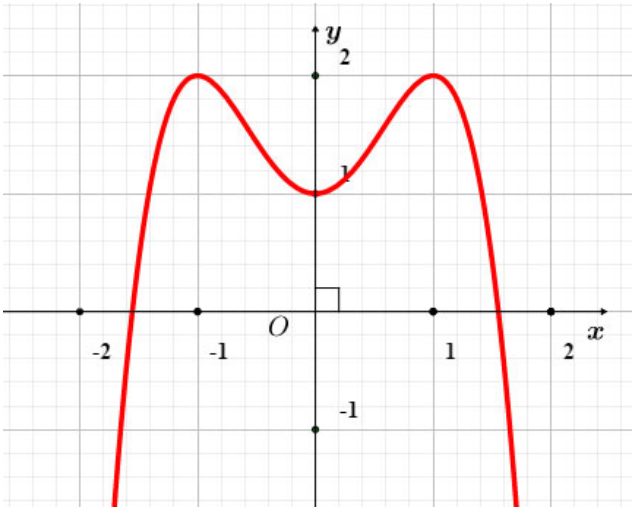
Hướng dẫn giải

Đáp án D

Từ đồ thị ta thấy khi x -> ±∞ thì y -> -∞

□ chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 8. **[2D1-5.1-1]** ***(THPT Chu Văn An)*** Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-2$.. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$.. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$.. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

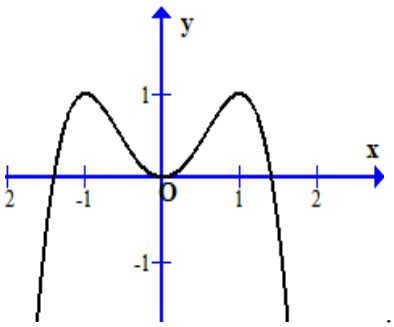
Lời giải

Đáp án B

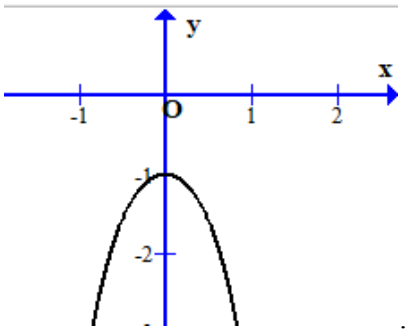
Từ đồ thị ta thấy $a<0$, mà đồ thị có 3 cực trị nên $a.b<0\Rightarrow b>0$..

Câu 9. Hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ có đồ thị nào trong các đồ thị sau:

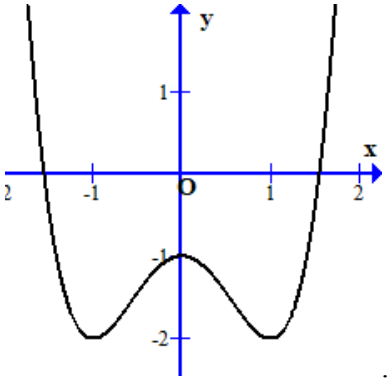
A.



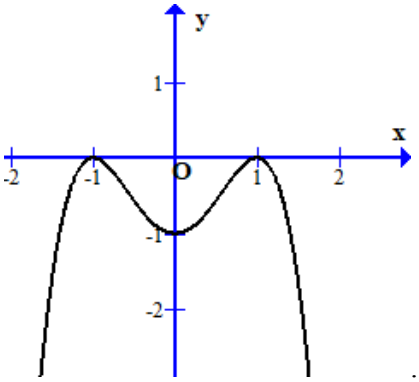
B.



C.



D.

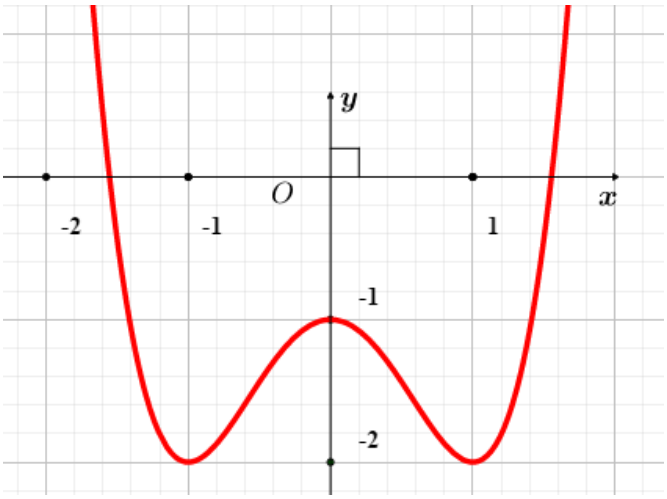


Lời giải

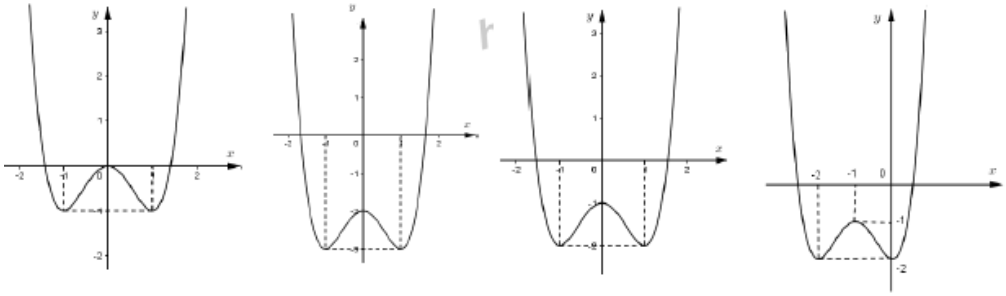
Chọn D.

Theo thứ tự các bước: Ta thấy $ab=(-1)2=-2<0$, từ đây suy ra đồ thị hàm số có ba điểm cực trị, mặt khác $a=-1<0$ nên đồ thị có dạng M. Loại B và C. Ở đây để tìm nhanh nhất thì ta dựa vào $y(0)=-1$ từ đây ta chọn D.

Câu 10. **[2D1-5.1-2] (THPT Lam Sơn – Thanh Hóa – Lần 1 – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên R và có đồ thị như hình bên:



Đồ thị nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+1$?



(I) (II) (III) (IV)

A. (III). **B. (II).** **C. (IV).** **D. (I)**

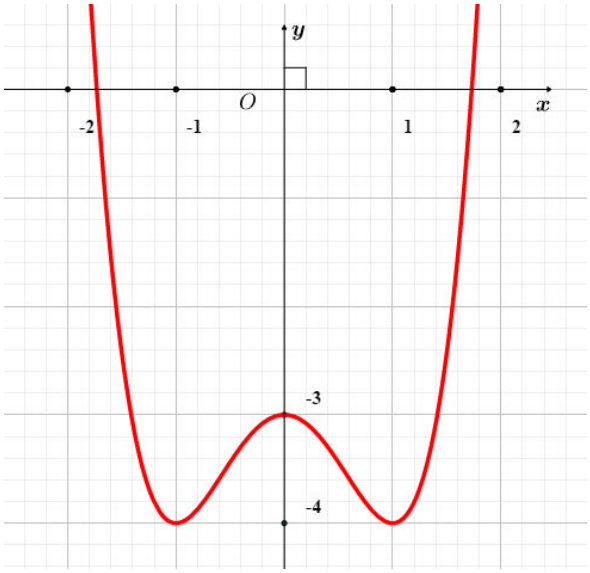
Hướng dẫn giải

Đáp án D

Phương pháp: Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+1$ là ảnh của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ qua phép tịnh tiến theo vector $\left(0;1\right)$.

Cách giải: Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+1$là ảnh của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$qua phép tịnh tiến theo vector $\left(0;1\right)$. Ta thấy chỉ có đáp án **(I)** đúng.

Câu 11. **[2D1-5.1-1] [Trường THPT Hải Hậu – Lần 1]** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$. **C.** $y=x^4-3x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$

Hướng dẫn giải

Đáp án là A

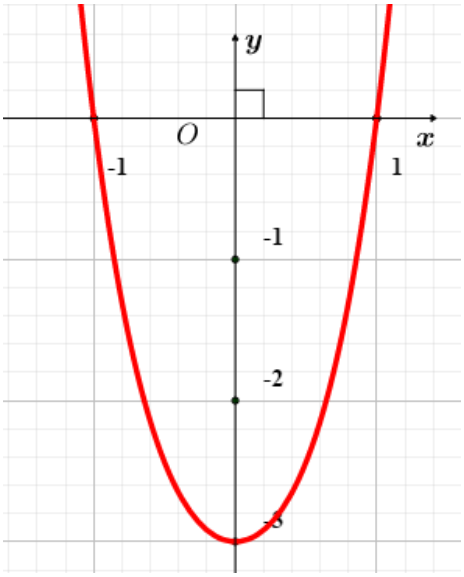
Từ đồ thị của hàm số ta dễ dàng thấy được:

Cực tiểu **(-1, -4)**, **(1, -4)**

Cực đại **(0, -3)**

Kiểm tra ta thấy phương án A là thỏa mãn $\Rightarrow$ Chọn **A**

Câu 12. **[2D1-5.1-1] [Trường THPT Hải Hậu – Lần 1]** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$

Hướng dẫn giải

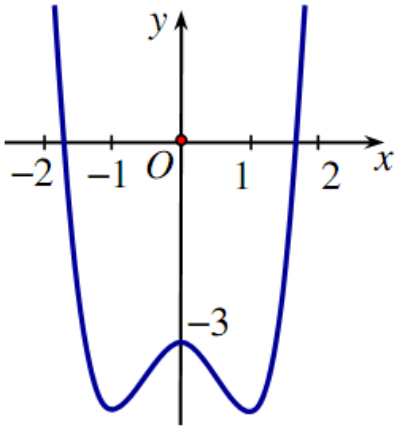
Đáp án là D

Từ đồ thị của hàm số ta thấy GTNN của hàm số là điểm có tọa độ **(0, -3)**.

Do hàm số chỉ có một điểm cực trị nên $y'=0$ phải có duy nhất một nghiệm x_0 và $y(x_0)=-3$.

Kiểm tra ta chỉ thấy đáp án D là phù hợp. $\Rightarrow$ Chọn phương án. **D.**

Câu 13. **[2D1-5.1-1] (THPT SƠN TÂY)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

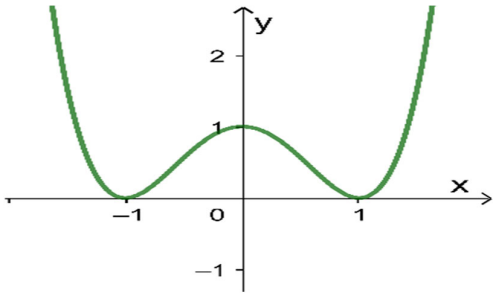
Chọn C

Từ đồ thị hàm số thì đây là hàm bậc 4 với hệ số $a>0$ nên loại đáp án. **A.**

Hàm số có 3 cực trị nên hệ số $b<0$ loại đáp án. **B.**

Lại thấy $y=x^4-x^2-3, y'=4x^3-2x, x_{CT}=\frac{1}{\sqrt{2}}, y_{CT}=-3,25$ thỏa mãn với đồ thị hàm cần tìm.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về hàm số $y=f(x)$.



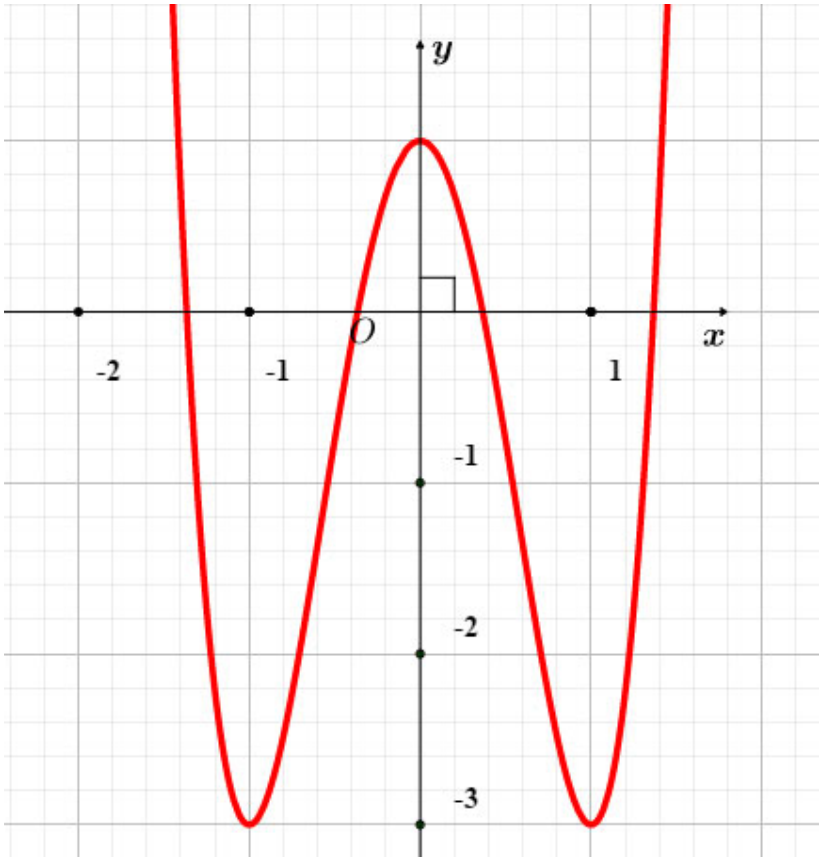
A. $y=x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^4+1$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình dáng đồ thị suy ra hàm số $y=f(x)$ là hàm số trùng phương có hệ số $a>0$ nên chọn đáp án B.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

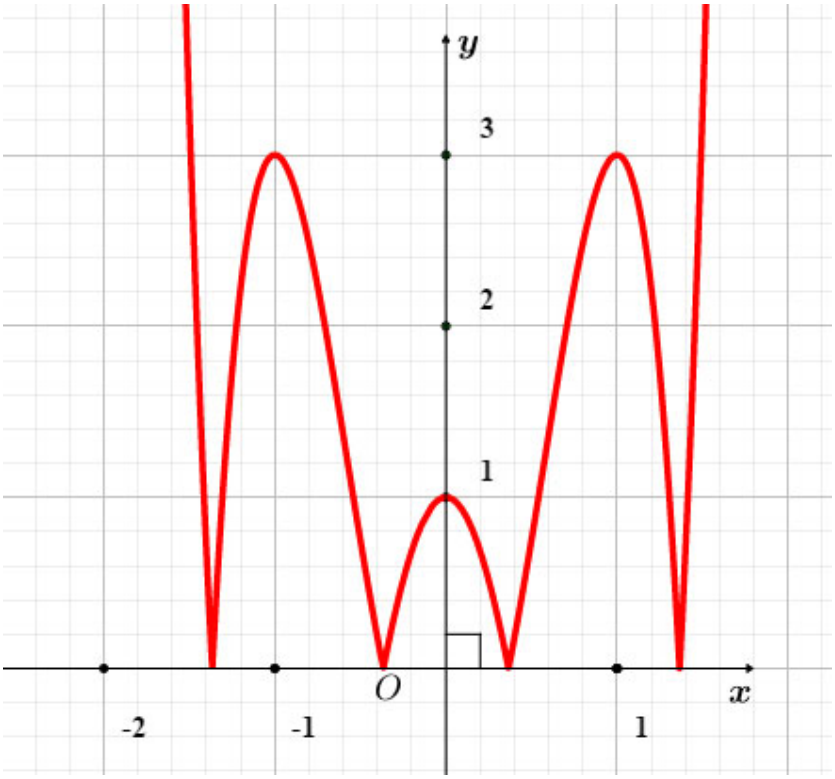


A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

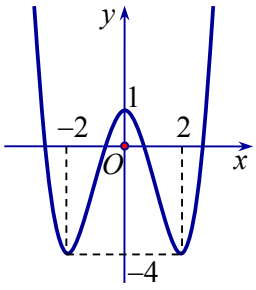
Chọn D

Ta có đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$,ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực đại.

Câu 16. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^4-2x^2+1\right)=m$ có nghiệm là



A. $\left[-4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-4;1\right)$. **C.** $\left[0;1\right]$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Lời giải

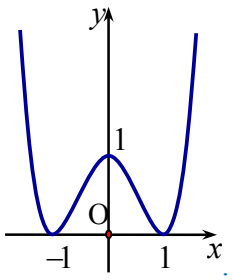
Chọn A.

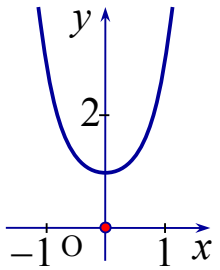
Đặt $t=x^4-2x^2+1=\left(x^2-1\right)^2$. Với $x\in\mathbb{R}$ thì $t\in[0;+\infty)$.

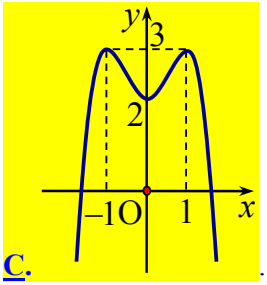
Do đó phương trình $f\left(x^4-2x^2+1\right)=m$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[0;+\infty)$.

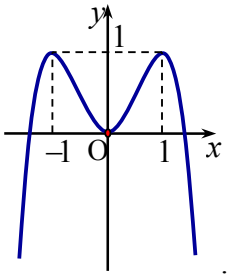
Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m\in\left[-4;+\infty\right)$.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ có dạng:

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Tác giả:Vũ Thị Loan; Fb:Loan Vu

Chọn C

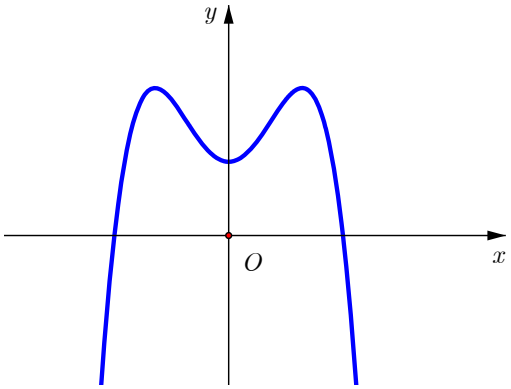
Hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ với $a=-4$, $b=2$ và $c=2$.

Vì $a=-4<0$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}=-\infty$ nhìn vào đồ thị ta loại câu **A** và câu **B**

Ta có $c=2$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$, do đó loại câu **D**

Vậy **C** là đáp án đúng.

Câu 18. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Tác giả: chánh nghĩa

Chọn B

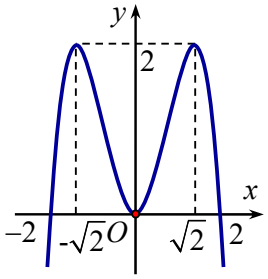
Dựa vào hình dạng đồ thị thì là đồ thị hàm số bậc 4 $y=ax^4+bx^2+c\,(a\neq 0)$,

+ Có 3 cực trị suy ra $a.b<0$ loại đáp án A và C

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn 0 suy ra $c>0$ loại đáp án D

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right)=m$ có nghiệm là



A. $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[0;2]$.

Lời giải

Chọn D

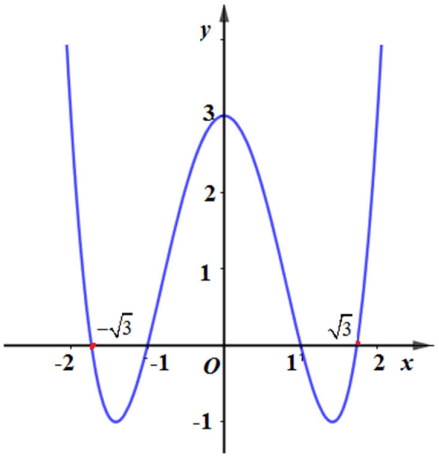
Điều kiện của phương trình: $x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Đặt $t=\sqrt{2-x^2}$. Với $x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ thì $t\in\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Do đó phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right)=m$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m\in[0;2]$.

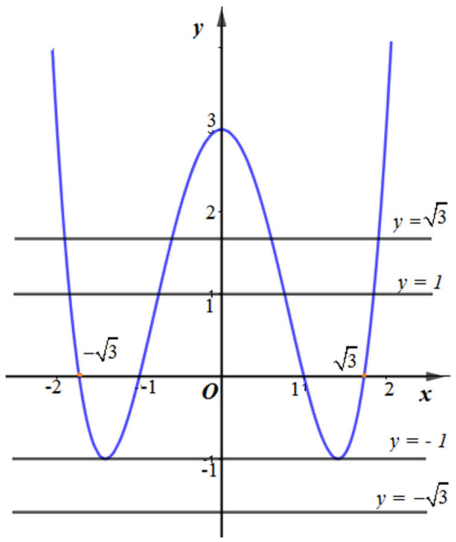
Câu 20. Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Quan sát đồ thị hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$, ta thấy:

$$\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^4-4x^2+3=1 & (1)\\ x^4-4x^2+3=\sqrt{3} & (2)\\ x^4-4x^2+3=-1 & (3)\\ x^4-4x^2+3=-\sqrt{3} & (4)\end{array}\right.$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình (4) vô nghiệm.

Dễ dàng chỉ ra rằng: 10 nghiệm của cả 4 phương trình trên là phân biệt

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm thực phân biệt.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

C. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

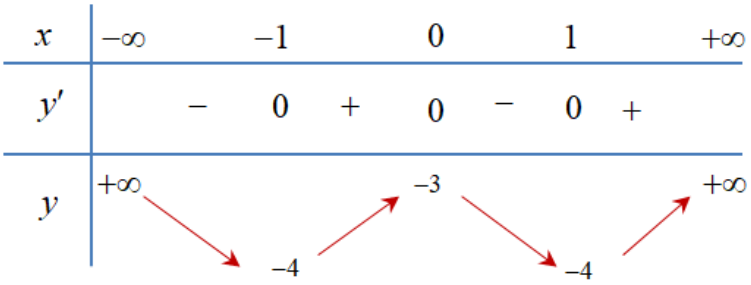
D. $x_0 = 2$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

Lời giải

Chọn D.

Giá trị cực đại của hàm số là $f(-2) = f(2) = 1$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là



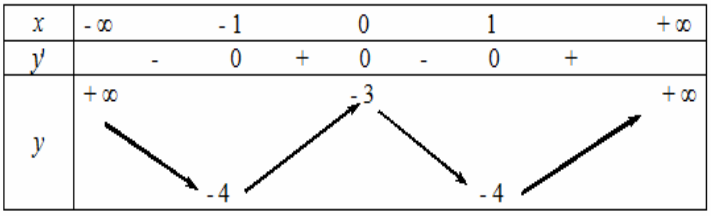
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ phương trình này có hai nghiệm phân biệt.

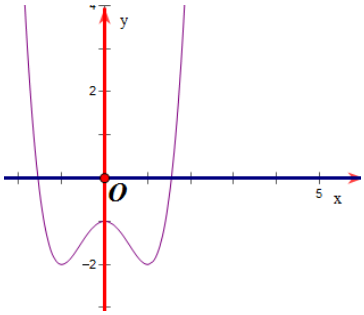
Câu 3. **(THPT CHUYÊN LAM SƠN-THANH HÓA LẦN 1 NĂM 2018)** Bảng biên thiên dưới đây là của hàm số nào?



A. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Lời giải
Đáp án. **C.**

Câu 4. **[2D1-5.1-1]** ***(TRƯỜNG THPT C PHỦ LÝ - HÀ NAM)*** Đường cong hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



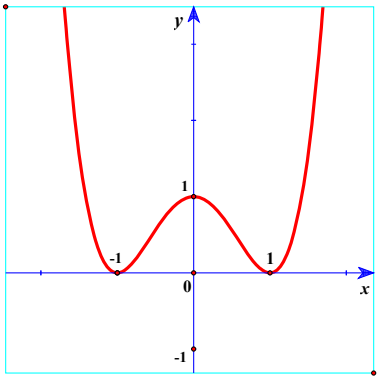
A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$

Lời giải

Đáp án A

Đồ thị hàm số hướng lên trên nên $a>0$; hàm số có ba cực trị nên $a.b<0\Rightarrow b<0$ và hàm số nằm phía dưới trục Ox nên hệ số $c<0$. Vậy hàm số cần tìm là: $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định **sai** về hàm số $f(x)$:



A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với Ox.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

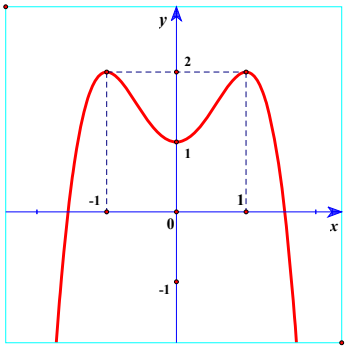
D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta suy ra hàm trùng phương nên đồ thị không có đường tiệm cận.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định **sai** về hàm số $f(x)$:



A. Hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 2 khi $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là 1 khi $x=0$.

D. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$.

Lời giải

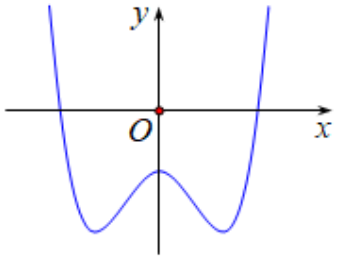
Chọn C.

Từ đồ thị suy ra:

1. Hàm số đạt CĐ tại $x=\pm1$, đạt CT tại $x=0$.

2. Hàm số không có GTNN vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$ và GTLN của hàm số là 2 khi $x=\pm1$.

Câu 7. **(THPT QG 2017 Mã đề 110)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt

B. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực

C. Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm thực phân biệt

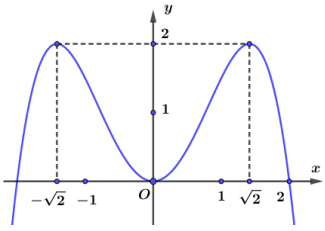
D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Đồ thị (C) nhận Oy làm trục đối xứng.

B. (C) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt.

C. Hàm số có 3 điểm cực trị.

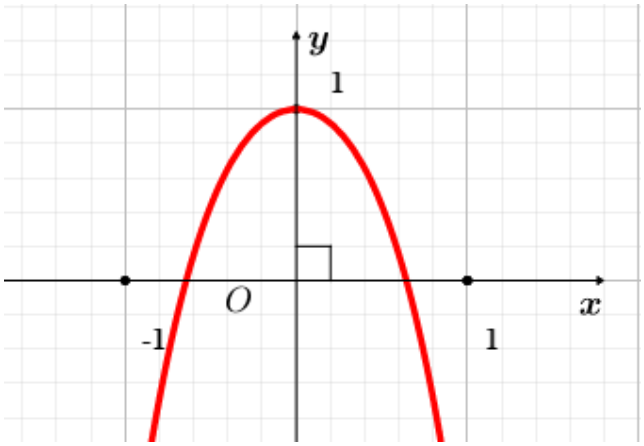
D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=\pm\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đáp án **B** sai vì đồ thị hàm số (C) và trục hoành có 3 điểm chung.

Câu 9. **[2D1-5.1-1] (THPT VIỆT ĐỨC)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

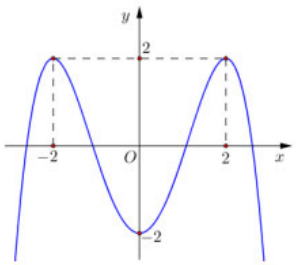
Lời giải

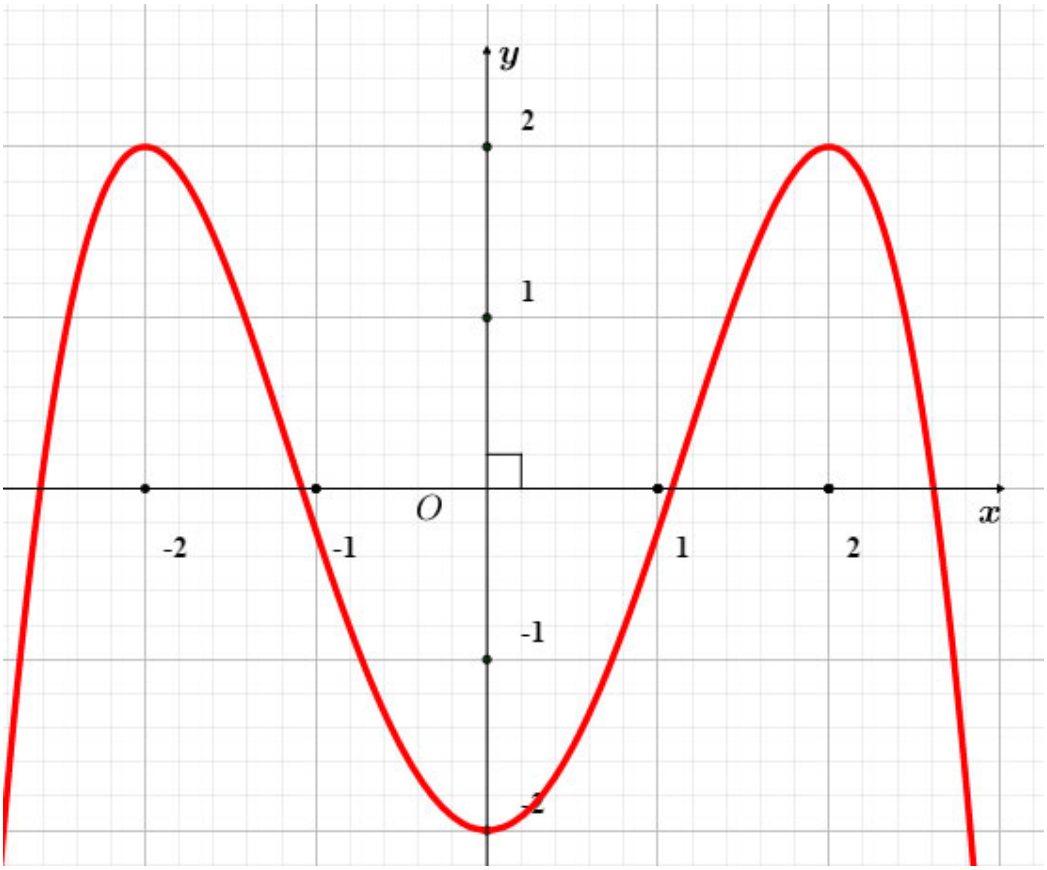
Chọn D

Đồ thị quay bề lõm xuống dưới nên có hệ số bậc bốn âm. Do đó loại các đáp án B,. **C.**

Do đồ thị chỉ có một điểm cực trị nên chọn. **D.**

Câu 10. **[2D1-5.1-3] (Toan Luyen de THPTQG)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.





Xét 4 mệnh đề sau

(1) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=0$

(2) Hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

(3) Phương trình $f(x)=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt

(4) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là -2 trên đoạn $[-2;2]$

Hỏi trong 4 mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

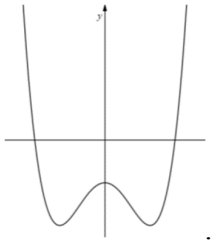
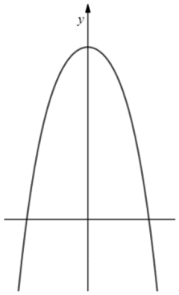
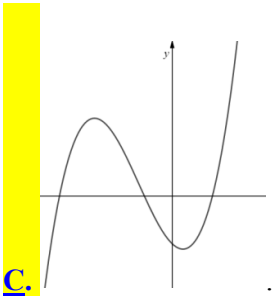
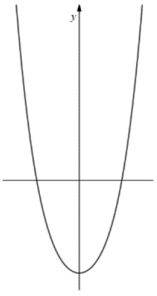
Chọn D

(1) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=0$ ➔ sai

(2) Hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.==>

(3) Phương trình $f(x)=0$ có đúng **bốn** nghiệm phân biệt➔ sai

Câu 11. **[2D1-5.2-2] (Giữa kỳ 1- THPT Yên Hòa 2018 – Hà Nội)**Đồ thị nào sau đây không thể là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực và $a\neq 0$?

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Lời giải

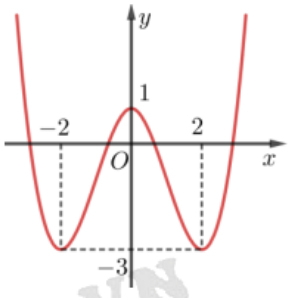
Đáp án C

$y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$

$y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$

Suy ra đồ thị hàm số hoặc có một cực trị hoặc có ba cực trị.

Câu 12. **[2D1-5.1-1] [THPT YÊN LẠC 2- VĨNH PHÚC- LẦN 2]** Đường cong của hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

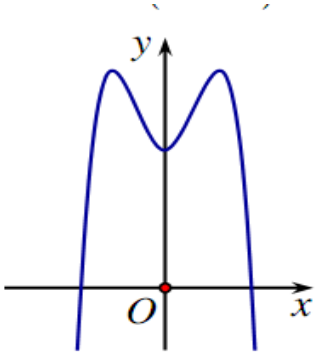


A. $y=x^4-8x^2+1$. **B.** $y=-x^4+8x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=|x|^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. **[2D1-5.1-2] [TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH]** Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây?



A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x-4$.

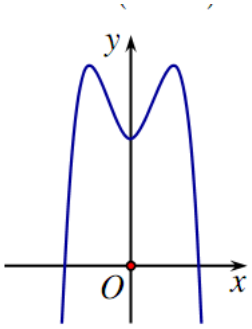
C. $y=-x^3+2x+4$. **D.** $y=-x^4+3x+4$

Lời giải

Chọn D

• Đồ thị hình bên là hàm số bậc bốn **(trùng phương)** có hệ số $a<0$ nên loại A, B,. **C.**

Câu 14. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Đại Học Vinh - Nghệ An - 2018)** Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây?



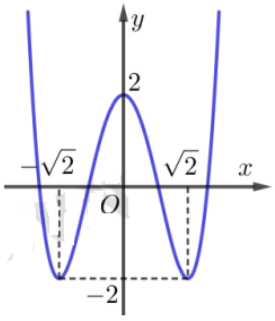
A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x-4$. **C.** $y=-x^3+2x+4$. **D.** $y=-x^4+3x+4$

Lời giải

Đáp án D

• Đồ thị hình bên là hàm số bậc bốn **(trùng phương)** có hệ số $a<0$ nên loại A;B;**C.**

Câu 15. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Thái Bình – Lần 2)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-4x^2-2$. **B.** $y=x^4-4x^2+2$. **C.** $y=x^4+4x^2+2$. **D.** $y=-x^4+4x^2+2$

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

Câu 17. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

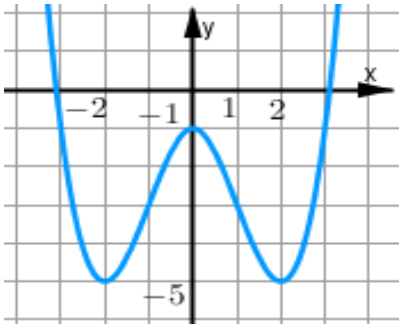
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 18. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-3x^2-4$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị (C) của hàm số $y=f(|x|)$ như hình vẽ.



Tìm hàm số $y=f(x)$ trong các hàm số số sau:

A. $f(x)=x^3-3x^2-1$. **B.** $f(x)=x^4-8x^2-1$.

C. $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^2-1$. **D.** $f(x)=x^3-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$, có $y=f\left(|x|\right)=f(x)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có điểm cực tiểu $A(2;-5)$.

+ Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-1$

$f(-1)=0$;

Có $f'(x)=3x^2-6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

$f''(x)=6x-6$

$f''(2)=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

$f(2)=-5$ nên đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(2;-5)$.

+ Xét hàm số $f(x)=x^4-8x^2-1$

$f(2)=-17$ (loại)

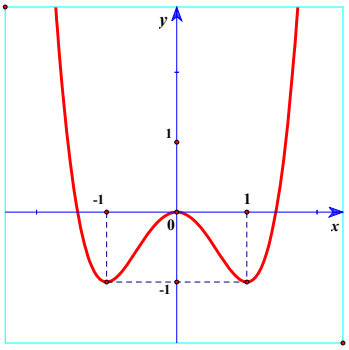
+ Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^2-1$

$f(2)=-8$ (loại)

+ Xét hàm số $f(x)=x^3-2x^2-1$

$f(2)=-1$ (loại)

Câu 20. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

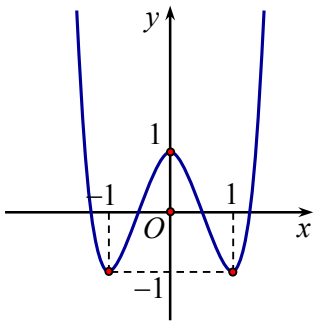
Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có 3 cực trị và hướng lên trên nên $a>0, b<0$. Do đó loại B, **D.**

Do đồ thị qua $O(0;0)$ nên $c=0$ loại **A.**

Câu 21. Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2$.

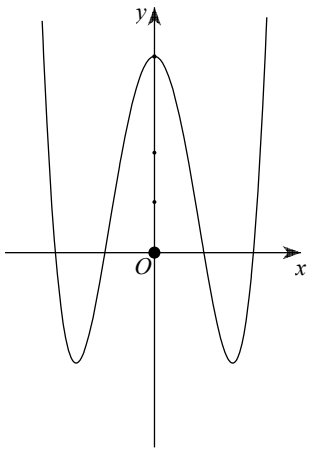
Lời giải

Chọn B.

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a>0$ và đi qua điểm $(0;1)$ $\Rightarrow$ loại A, C,**D.**

Vậy đó là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

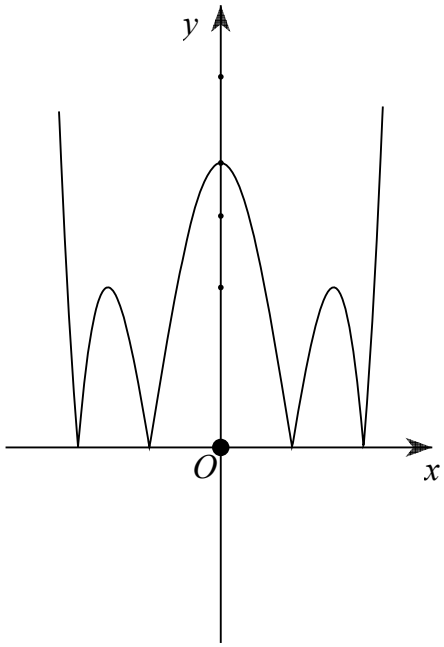


Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

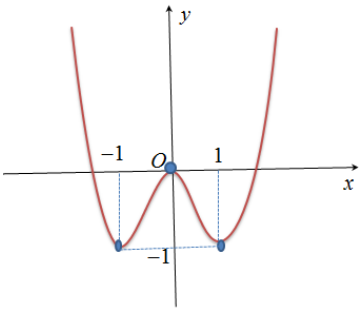
Lời giải

Chọn D



Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$, từ đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 7 cực trị.

Câu 23. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy đây là dạng đồ thị của hàm số trùng phương:

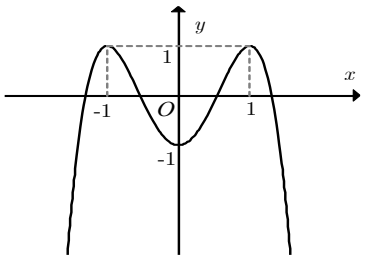
+ Đồ thị hướng lên trên nên hệ số a dương. Do đó loại A,**C**

+ Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O\left(0;0\right)$ nên loại đáp án **D**

+ Xét đáp án B: Hệ số $a=1>0$, $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\left(0;0\right)$, $\left(-1;-1\right)$, $\left(1;-1\right)$. Vậy đáp án B đúng.

Câu 24. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-2x^4+4x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+4x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

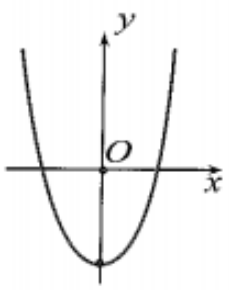
Ta có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$; $B(1;1)$ và $C(-1;1)$

Xét $y=-2x^4+4x^2-1$

Thế tọa độ điểm $A(0;-1)$ thỏa mãn ; thế tọa độ điểm $B(1;1)$: $1=-2.1+4.1-1$

Thế tọa độ điểm $C(-1;1)$ thỏa mãn.

Câu 25. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=2x^4+3x^2-2$. **B.** $y=2x^3+3x^2-2$. **C.** $y=2x^4-3x^2-2$. **D.** $y=-2x^4+3x^2-2$.

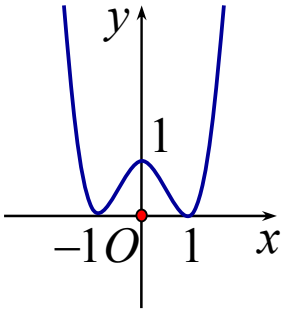
Lời giải

+/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ nên loại phương án D.

+/ Hàm số có 1 cực trị $\Rightarrow ab\geq 0$ nên loại phương án C.

+/ Đường cong là đồ thị của hàm trùng phương hoặc hàm số bậc hai nên loại phương án B.

Câu 26. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>0, b<0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c=1$. **C.** $a<0, b>0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

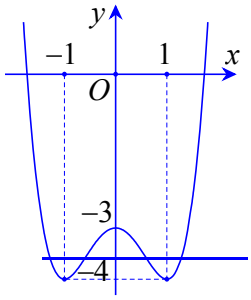
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án **C.**

+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án **D.**

+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

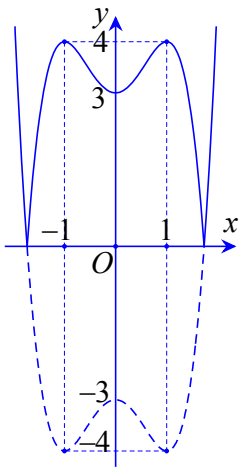


A. $m>-3$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $m>4$; $m=0$.

Lời giải

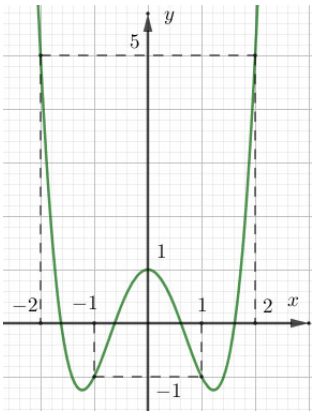
Chọn đáp án D.

Ta có đồ thị của hàm số $|f(x)|$ như hình vẽ.



Do đó để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Câu 28. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(x\right)+2m=0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

Theo đồ thị trên hình vẽ, ta thấy đồ thị đi qua các điểm $A\left(0;1\right)$, $B\left(1;-1\right)$ và $C\left(2;5\right)$. Do đó ta có hệ phương trình

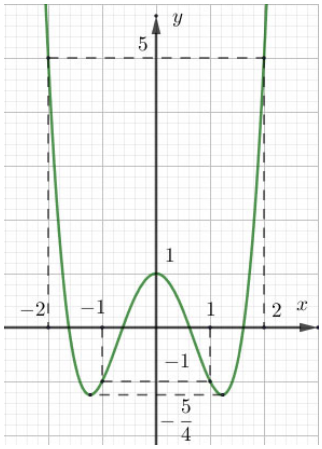
$$\begin{cases} c=1 \\ a+b+c=-1 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=1 \\ b=-2 \end{cases}.$$

Ta có $f\left(x\right)=x^4-3x^2+1$

$f'\left(x\right)=4x^3-6x$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}} \end{array}\right. .$$

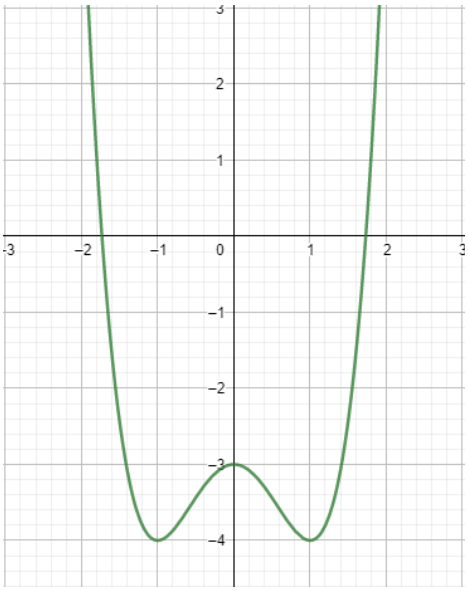
Ta được đồ thị



Do đó phương trình $f(x)+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$-\frac{5}{4}<-2m<1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}.$$

Câu 29. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-2x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-2x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt ?



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

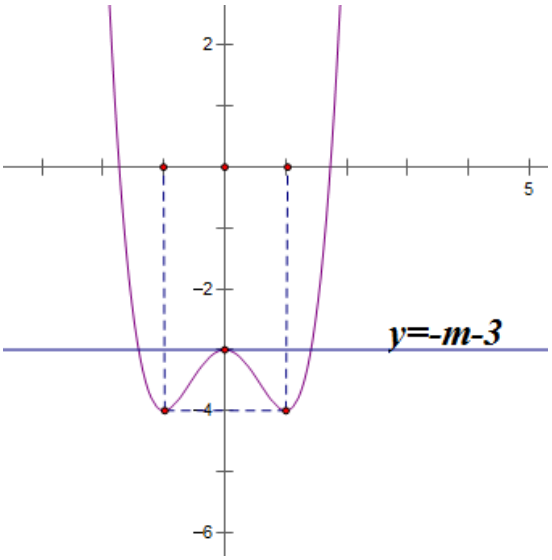
Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^4-2x^2+m=0$ (1)

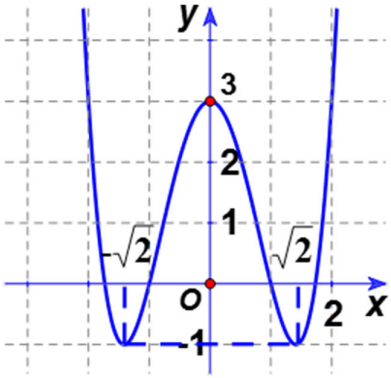
$\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=-m-3$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và đường thẳng $y=-m-3$ có phương song song với trục hoành



Dựa vào đồ thị, phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m-3=-3 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 30. Hàm số . $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$. $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=-x^4+2x^2+3$. **B.** $y=-x^4+4x^2+3$. **C.** $y=(x^2-2)^2+1$. **D.** $y=(x^2-2)^2-1$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

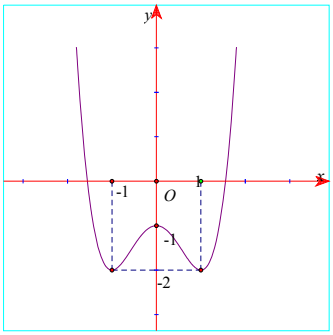
Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $y_{CD}=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}$, $y_{CT}=-1$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b<0$.

Vậy $y=(x^2-2)^2-1=x^4-4x^2+3$.

Câu 31. Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án **A, B, C, D** dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-3x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=2x^4-2x^2-1$.

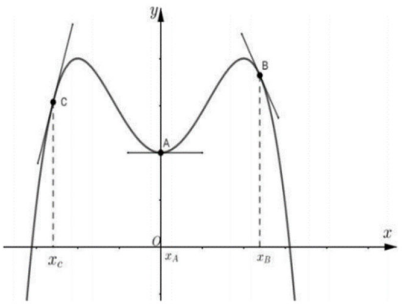
Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a>0$ nên loại đáp án C

Mặt khác hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=-1$ nên.

Câu 32. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$, với $a\neq 0$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x_C)<f'(x_A)<f'(x_B)$. **B.** $f'(x_B)<f'(x_A)<f'(x_C)$.

C. $f'(x_A)<f'(x_C)<f'(x_B)$. **D.** $f'(x_A)<f'(x_B)<f'(x_C)$.

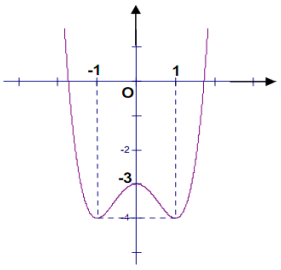
Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ ta có: $f'(x_A)=0$, $f'(x_B)<0$, $f'(x_C)>0$.

Vậy $f'(x_B)<f'(x_A)<f'(x_C)$.

Câu 33. **[2D1-5.2-2] (THPT B Hải Hậu - Nam Định - Lần 1 - 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$. **C.** $y=x^4-3x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn A

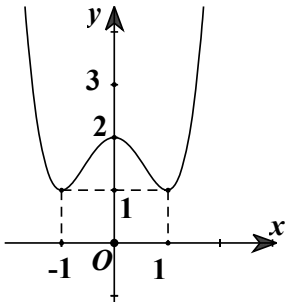
Từ đồ thị của hàm số ta dễ dàng thấy được:

Cực tiểu **(-1, -4)**, **(1, -4)**

Cực đại **(0, -3)**

Kiểm tra ta thấy phương án A là thỏa mãn $\Rightarrow$ Chọn **A**

Câu 34. [2D1-5.2-2] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

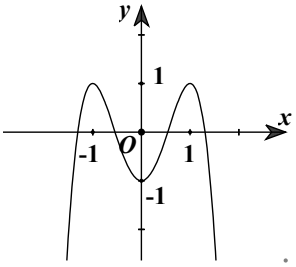
Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số của x^4 phải dương nên loại phương án A.

Để ý thấy khi $x=0$ thì $y=2$ nên loại phương án D.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0$ và $x=\pm 1$ nên chỉ có B phù hợp.

$$y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$$

Câu 35. [2D1-5.2-2] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số của x^4 phải âm nên loại phương án A.

Để ý thấy khi $x=0$ thì $y=-1$ suy ra $c=-1$ nên loại phương án D.

Ta thấy đồ thị tiếp xúc với đường thẳng $y=1$ nên thử thế $y=1$ vào B và C. Kết quả nào đưa về được bình phương một tổng thì nhận. Khi đó ta được B

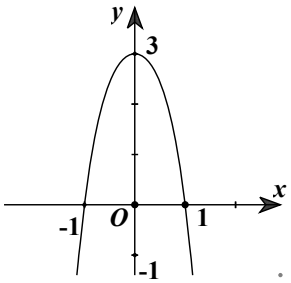
Thật vậy:

$-2x^4+4x^2-1=1 \Leftrightarrow 2x^4-4x^2+2=0 \Leftrightarrow 2(x^2-1)^2=0.$

Cách khác: Nhìn đồ thị qua điểm có tọa độ (1;1) nên thay vào B và C thì chỉ có B thỏa.

Chọn B

Câu 36. [2D1-5.2-1] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=-x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+2x^2+3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Hướng dẫn giải

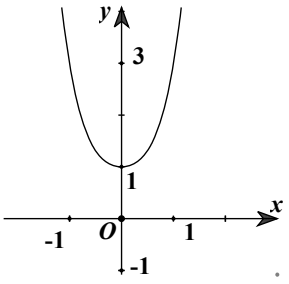
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=0$ thì $y=3$ nên loại phương án B.

Hàm số có 1 cực trị nên a,b cùng dấu. Loại **C**

Hình dáng đồ thị cho thấy $a<0$ nên loại **D. Chọn A.**

Câu 37. [2D1-5.2-1] Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=x^4+x^2+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Hướng dẫn giải

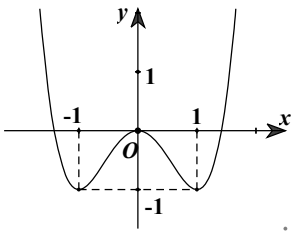
Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=0$ thì $y=1$ nên loại phương án A và B.

Hàm số có 1 cực trị nên a,b cùng dấu. Loại **C**

Chọn D.

Câu 38. [2D1-5.2-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-3x^2+1$ **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

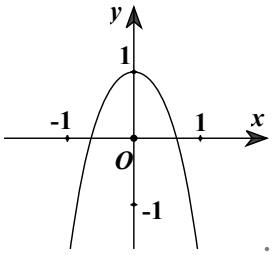
Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương.

$y=ax^4+bx^2+c\,(a\neq 0)$ có 3 cực trị nên $a>0,b<0$. Do đó loại **B,D.**

Đồ thị qua điểm $O(0;0)$ nên $c=0$ loại A.

Chọn C.

Câu 39. [2D1-5.2-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+1$ **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Hướng dẫn giải

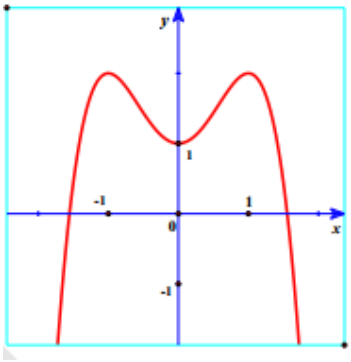
Chọn D

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương.

$y=ax^4+bx^2+c\,(a\neq 0)$ có 1 cực trị và hướng xuống nên $a<0,b<0$. Do đó loại **A,B,C.**

Chọn D.

Câu 40. [2D1-5.1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



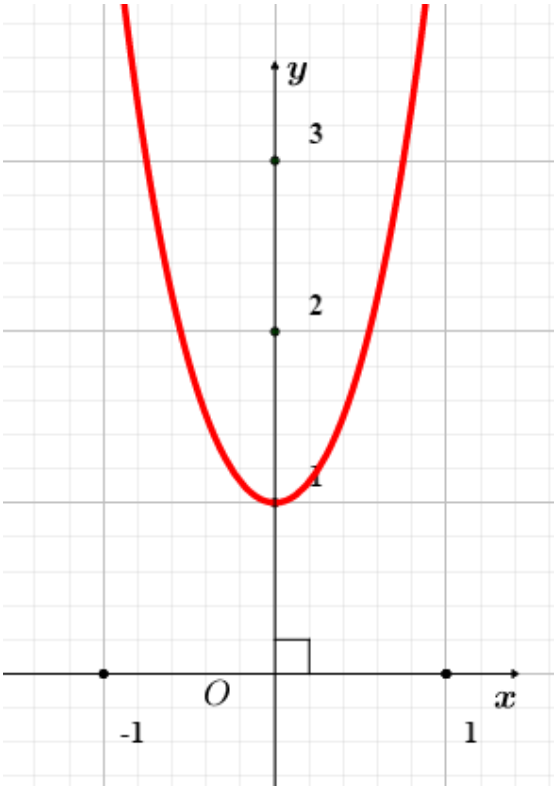
A. $y=x^4-3x^2+1.$ **B.** $y=x^4-2x^2+1.$ **C.** $y=-x^4+2x^2+1.$ **D.** $y=-x^4-2x^2+1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương có 3 cực trị và hướng xuống nên loại A, B, **D.**

Câu 41. **[2D1-5.1-1]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4+3x^2+1.$ **B.** $y=x^4-2x^2+1.$ **C.** $y=x^4-3x^2+1.$ **D.** $y=-x^4+2x^2+1.$

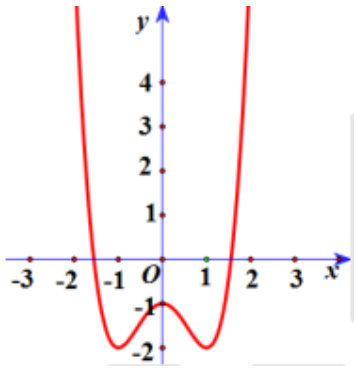
Hướng dẫn giải

Chọn A.

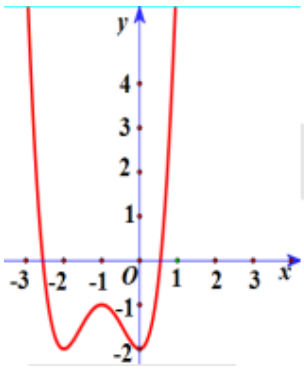
Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương có 1 cực trị và hướng lên nên loại B, C, **D.**

Câu 42. [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?

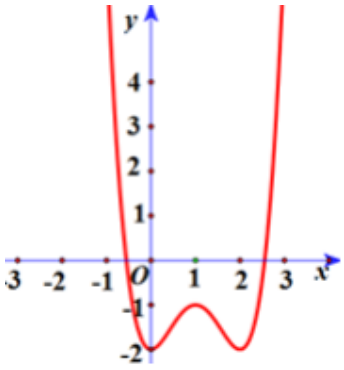
A.



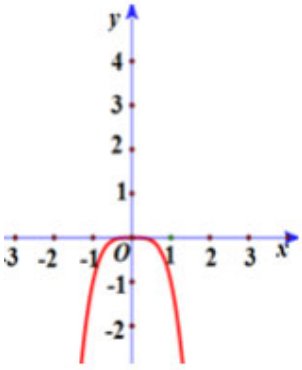
B.



C.



D.



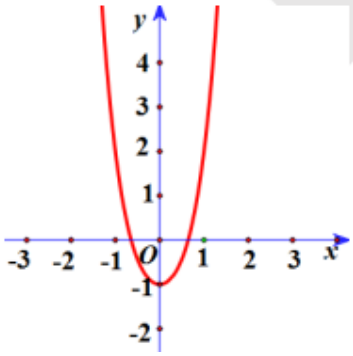
Hướng dẫn giải

Chọn A.

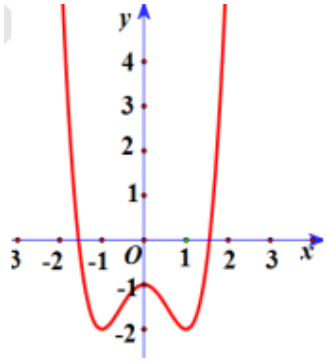
Hàm số qua $(0;1)$ do đó loại B,C,**D.**

Câu 43. [2D1-5.1-1] Cho hàm số $(C): y = x^4 + 2x^2 - 1$. Đồ thị hàm số (C) là đồ thị nào trong các đồ thị sau?

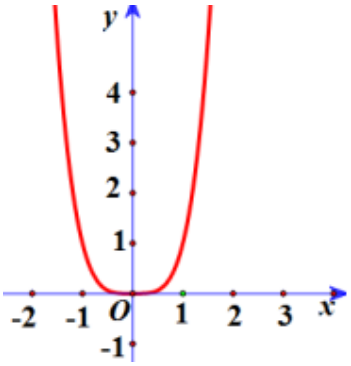
A.



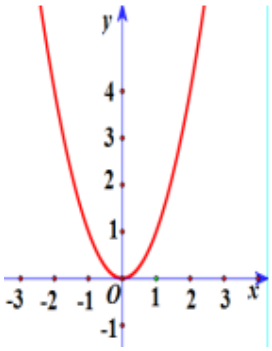
B.



C.



D.



Hướng dẫn giải

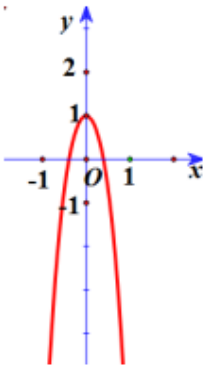
Chọn A.

Hàm số qua $(0;-1)$ do đó loại C,**D.**

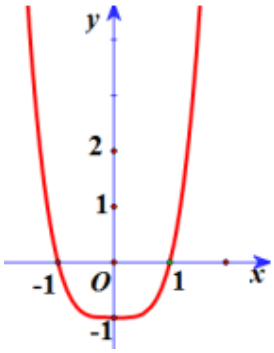
Do $a.b>0$ nên loại **B.**

Câu 44. [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số $y=-3x^4-6x^2+1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây

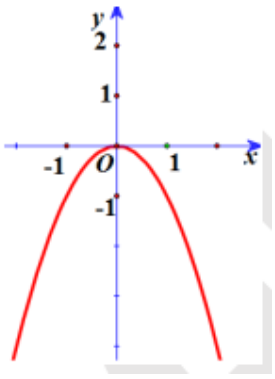
A.



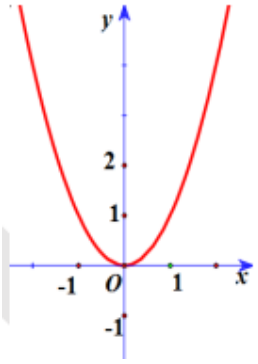
B.



C.



D.



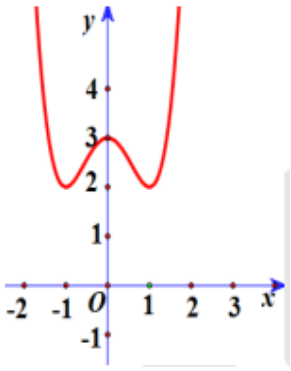
Hướng dẫn giải

Chọn A.

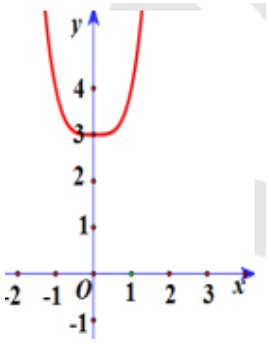
Hàm số qua $(0;1)$ do đó loại B,C,**D.**

Câu 45. [2D1-5.1-2] Cho hàm số $(C): y=x^4-\left(m^2+1\right)x^2+3$.. Đồ thị nào dưới đây có thể □là đồ thị của hàm số đã cho?

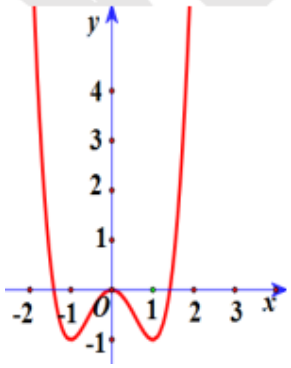
A.



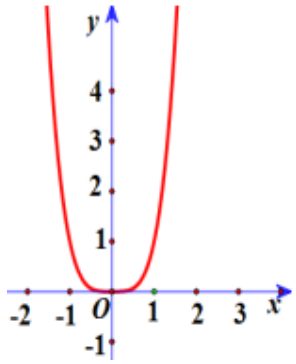
B.



C.



D.



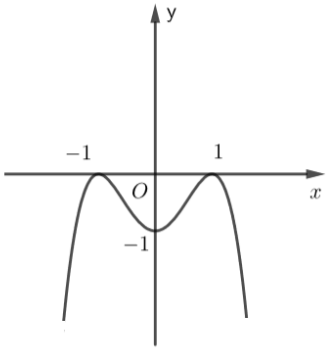
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số qua $(0;1)$ do đó loại B,C,**D.**

Do $a=1, b=-\left(m^2+1\right)<0$ nên đồ thị hàm số hướng lên và có 3 cực trị (loại B, D). Đồ thị hàm số qua $(0;3)$ nên chọn **A.**

Câu 46. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^2+2x-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoàng Duy Minh; Fb: Nguyễn Hoàng Duy Minh

Chọn D

Hàm số bậc 4 $y=ax^4+bx^2+c$ có

+ 1 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab \ge 0$.

+ 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

Nhận xét:

Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc 4 và đi qua các điểm $(-1;0);(0;-1);(1;0)$.

- $y = -x^2 + 2x - 1$ là hàm số bậc 2 nên có đồ thị là parabol $\Rightarrow$ Loại.
- $y = -x^4 - 2x^2 - 1$ có hệ số $a.b = (-1)(-2) = 2 > 0$ nên chỉ có 1 cực trị $\Rightarrow$ Loại.
- Hàm số với $y = -x^4 + x^2 - 1$ có $x = 1 \Rightarrow y = -1 \ne 0$ nên không thỏa đồ thị $\Rightarrow$ Loại.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

A. $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m < -3$. **C.** $m < -\frac{3}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m < -3 \end{array}\right.$.

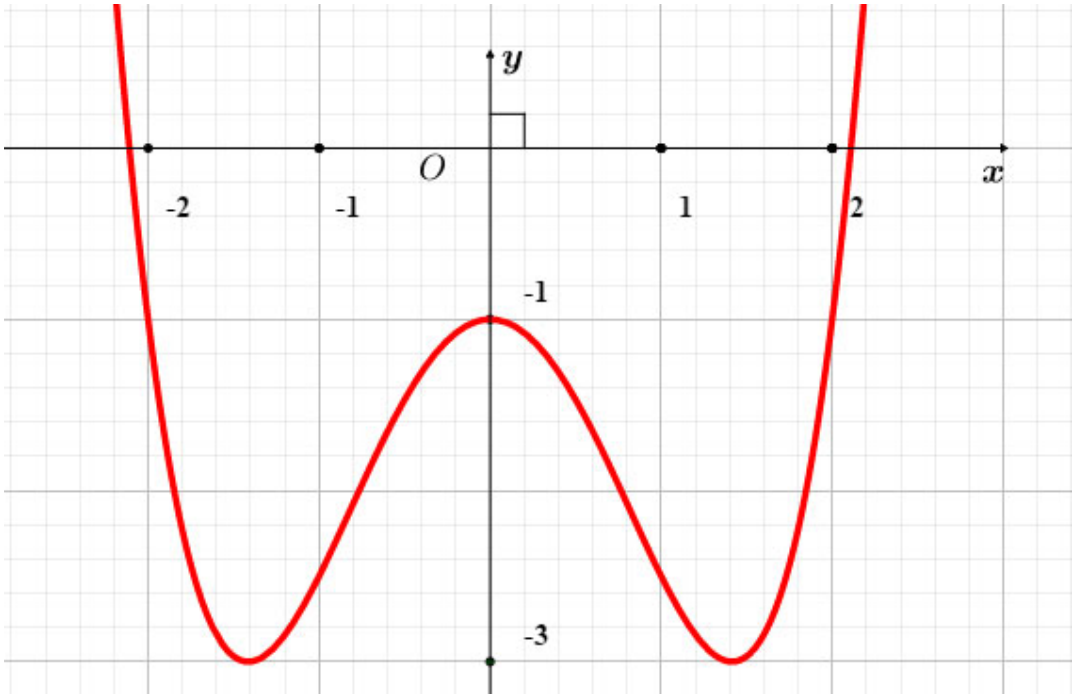
Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$ (*)

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, để phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{array}\right.$

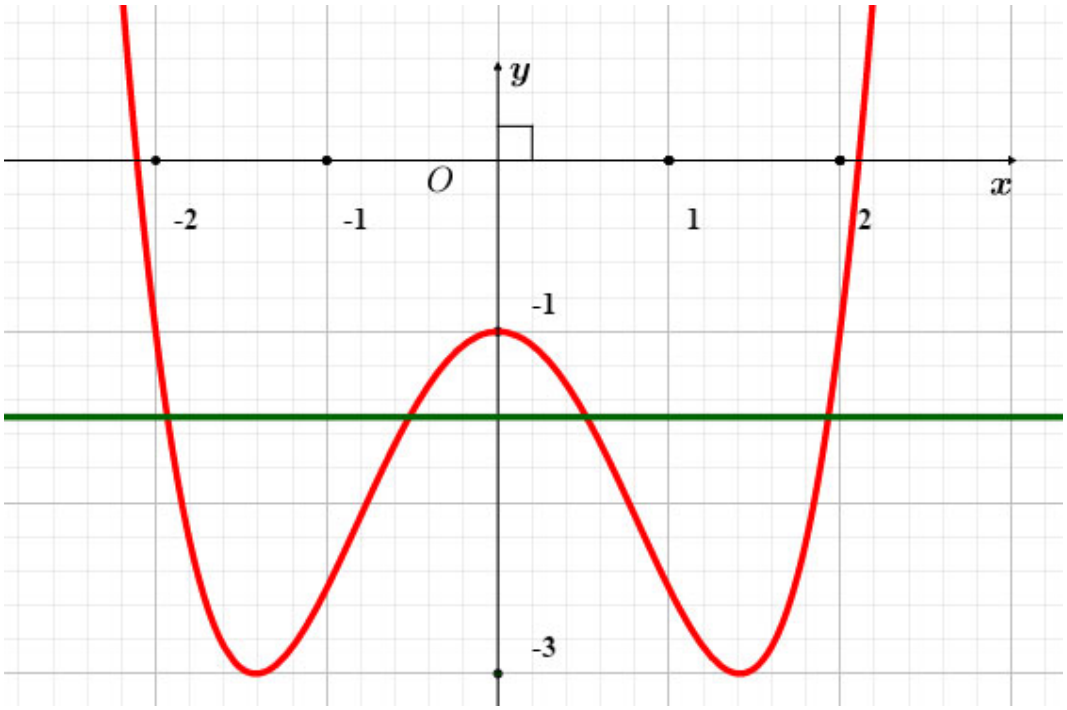
Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 1$ có đồ thị (C) hình vẽ. Xác định m để phương trình $x^4 - 4x^2 - 2 - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.



A. $-6<m<-2$. **B.** $-3<m<-1$. **C.** $-3\le m\le -1$. **D.** $-6\le m\le -2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $x^4-4x^2-2-m=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4-2x^2-1=\frac{m}{2}\,(*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và

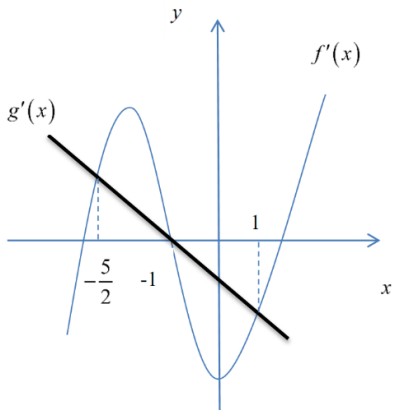
đường thẳng $(d):y=\frac{m}{2}$.

Nên nghiệm của phương trình $(*)$ chính là số giao điểm của (C) và (d)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3<\frac{m}{2}<-1\Leftrightarrow -6<m<-2$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x)=mx^2+nx+p$ $(a,b,c,d,e,m,n,p\in\mathbb{R})$.

Các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ có đồ thị như sau



Hỏi phương trình $f(x)+p=g(x)+e$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$ và $g'(x)=2mx+n$

Có $f'(x)-g'(x)=4ax^3+3bx^2+2(c-m)x+d-n$

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên $a\neq 0$.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)-g'(x)=4a\left(x+\frac{5}{2}\right)(x+1)(x-1)=4a\left(x^3+\frac{5}{2}x^2-x-\frac{5}{2}\right)$

Đồng nhất hệ số ta có: $b=\frac{10}{3}a$, $c-m=-2a$, $d-n=-10a$

$f(x)+p=g(x)+e$

$\Leftrightarrow ax^4+bx^3+cx^2+dx+e+p=mx^2+nx+p+e$

$\Leftrightarrow ax^4+bx^3+cx^2+dx=mx^2+nx$

$\Leftrightarrow ax^4+bx^3+(c-m)x^2+(d-n)x=0$

$\Leftrightarrow ax^4+\frac{10}{3}ax^3-2ax^2-10ax=0$

$\Leftrightarrow x^4+\frac{10}{3}x^3-2x^2-10x=0$.

Phương trình có 4 nghiệm.

BÀI TOÁN 12 : XÁC ĐỊNH THAM SỐ HÀM TRÙNG PHƯƠNG

A. LÝ THUYẾT:

Xác định hệ số a,b,c *của hàm số* $y=ax^4+bx^2+c$ *dựa vào BBT, đồ thị.*

■ *Hàm số:* $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$.

‣ ***Xác định hệ số*** a **:**

⊙ Hướng đồ thị bên phải ***đi lên*** thì …….. Hướng đồ thị bên phải ***đi xuống*** thì ……..

‣ ***Xác định hệ số*** b **:** *(Dựa vào hệ số* a *để kết luận)*

⊙ Đồ thị hàm số có **3 *điểm cực trị*** thì …….. Đồ thị hàm số có 1 ***điểm cực trị*** thì ……

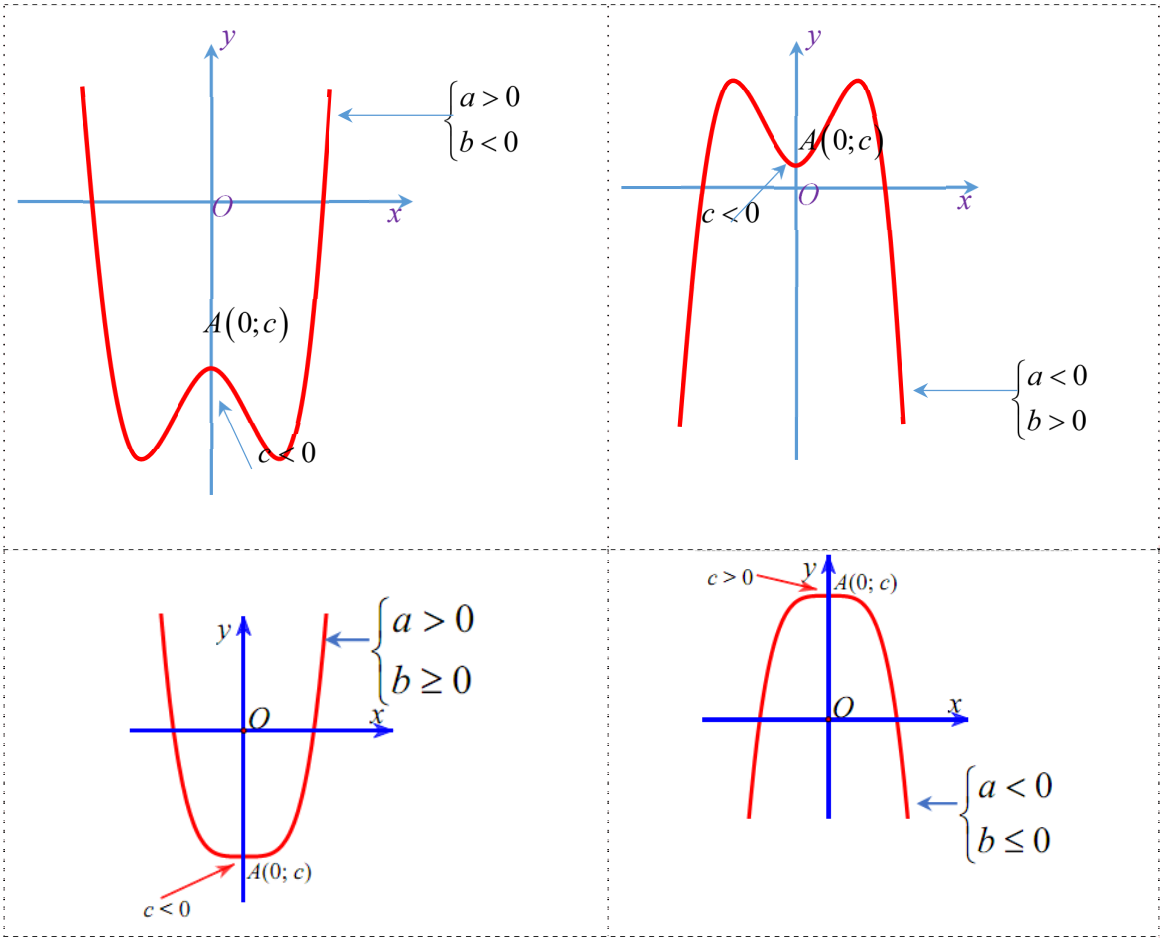
‣ ***Xác định hệ số*** c **:** Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;c)$.

⊙ Điểm $A(0;c)$ ***nằm phía trên*** trục Ox *thì* ……..……

Điểm $A(0;c)$ ***nằm phía dưới*** trục Ox thì ……..……..

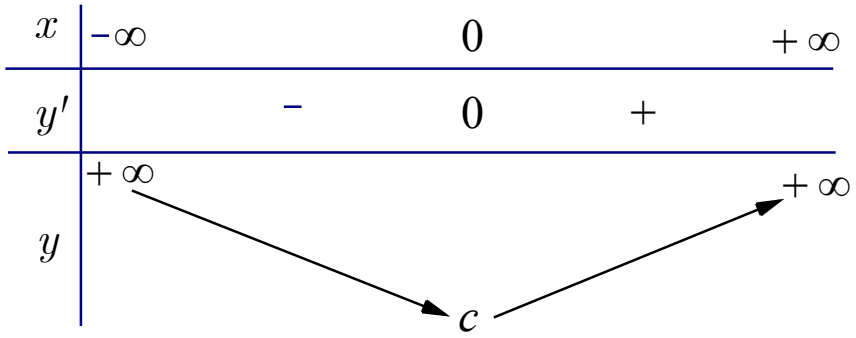
⊙ Điểm $A(0;c)$ ***trùng với gốc tọa độ*** $O(0;0)$ *thì* ……..

Hình vẽ minh họa



B. VÍ DỤ MINH HỌA

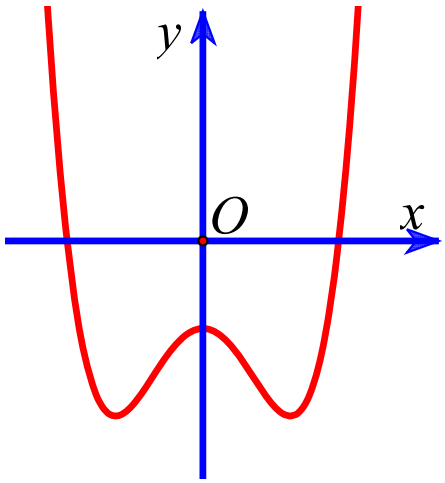
Câu 1. Để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

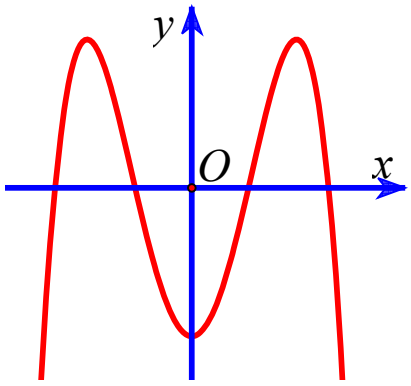
A. $\begin{cases}a<0\\ b\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ b\leq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ b\leq 0\end{cases}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



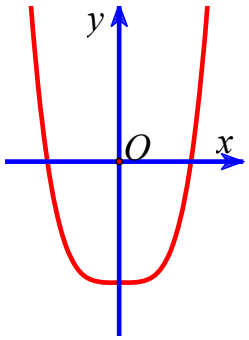
A. $a>0;b>0;c<0$. **B.** $a>0;b<0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b>0;c<0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



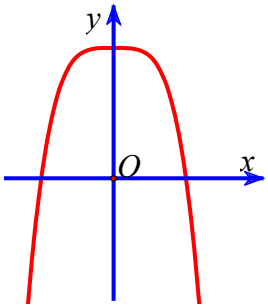
A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



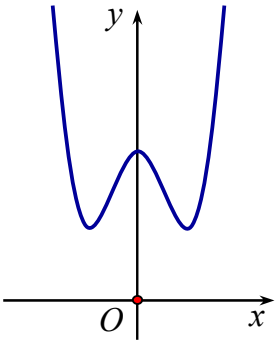
A. $a<0;b\geq 0;c<0$. **B.** $a>0;b\geq 0;c<0$. **C.** $a>0;b>0;c<0$. **D.** $a>0;b\geq 0;c>0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây là **đúng**?



A. $a<0;b\leq 0;c>0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c>0$. **D.** $a<0;b\leq 0;c<0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (a, b, c là các hằng số thực; $a\neq 0$) có đồ thị (C) như sau:



Xác định dấu của $a+c$ và b

A. $a+c<0$ và $b>0$. **B.** $a+c<0$ và $b<0$. **C.** $a+c>0$ và $b>0$. **D.** $a+c>0$ và $b<0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Tính $P=a^2+b^2+c^2$.

A. $P=4$. **B.** $P=6$. **C.** $P=8$. **D.** $P=2$.

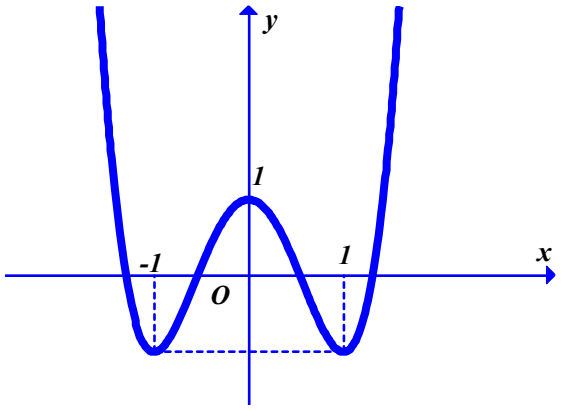
Câu 8. [2D1-5.5-3] Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	-3	↘	-5	↗	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P=a+2b+3c$

A. $P=-15$. **B.** $P=8$. **C.** $P=15$. **D.** $P=-8$.

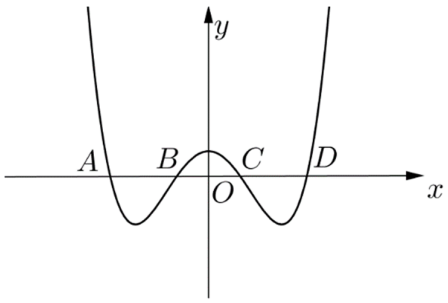
Câu 9. Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị $f(a+b+c)$.

A. $f(a+b+c)=-2$. **B.** $f(a+b+c)=2$. **C.** $f(a+b+c)=-1$. **D.** $f(a+b+c)=1$.

Câu 10. **(THPT Chuyên Lê Qúy Đôn - Quảng Trị lần 1 năm 2016-2017)** Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D như hình vẽ bên. Biết rằng $AB=BC=CD$, mệnh đề nào sau dây đúng?

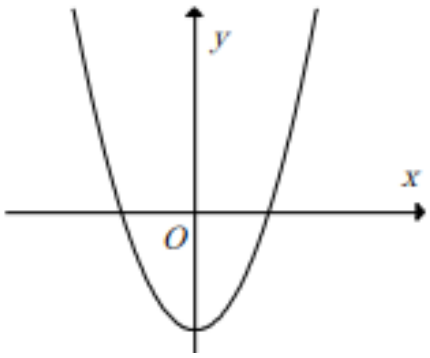


A. $a>0,b<0,c>0,100b^2=9ac$. **B.** $a>0,b>0,c>0,9b^2=100ac$.

C. $a>0,b<0,c>0,9b^2=100ac$. **D.** $a>0,b>0,c>0,100b^2=9ac$.

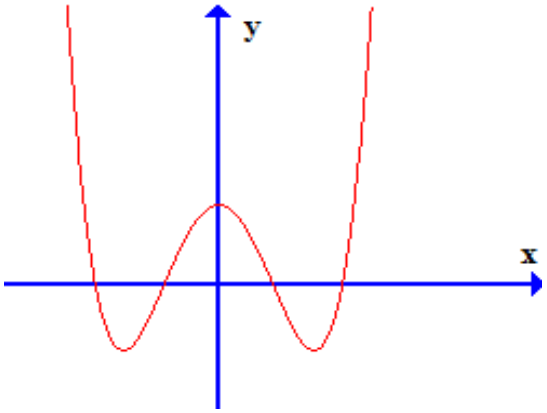
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

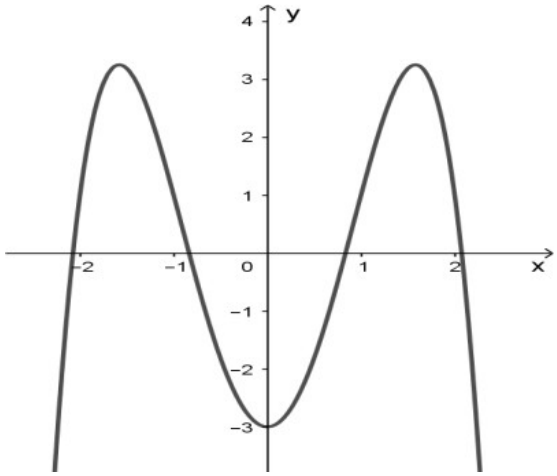
Câu 2. Cho hàm số $y=a.x^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **C.** $a<0,\ b>0,\ c>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

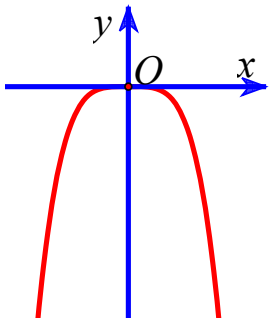
Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

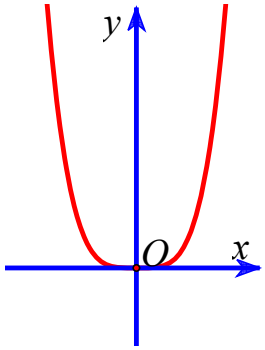
A. $a>0,b<0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



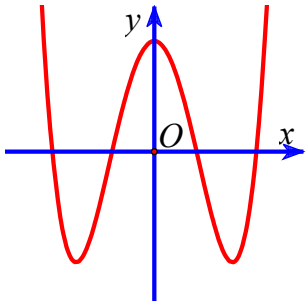
A. $a<0;b\leq 0;c>0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$. **C.** $a<0;b\leq 0;c=0$. **D.** $a<0;b\geq 0;c=0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



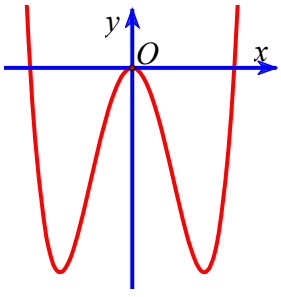
A. $a>0;b<0;c=0$. **B.** $a>0;b\geq 0;c<0$. **C.** $a<0;b\leq 0;c=0$. **D.** $a>0;b\geq 0;c=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



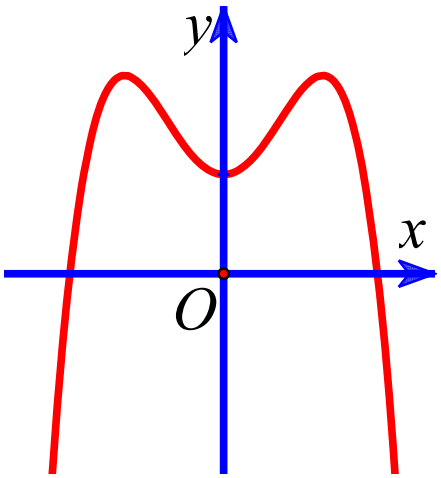
A. $a>0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c>0$. **D.** $a>0;b<0;c>0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



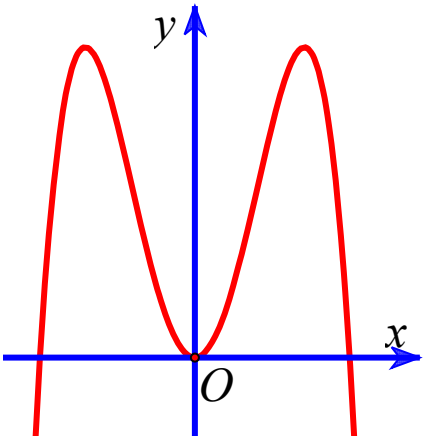
A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c=0$. **D.** $a>0;b<0;c=0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



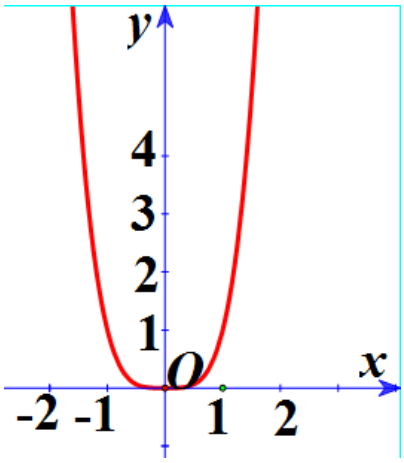
A. $a<0;b<0;c>0$. **B.** $a>0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

Câu 9. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a<0;b<0;c=0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c=0$. **D.** $a<0;b>0;c=0$.

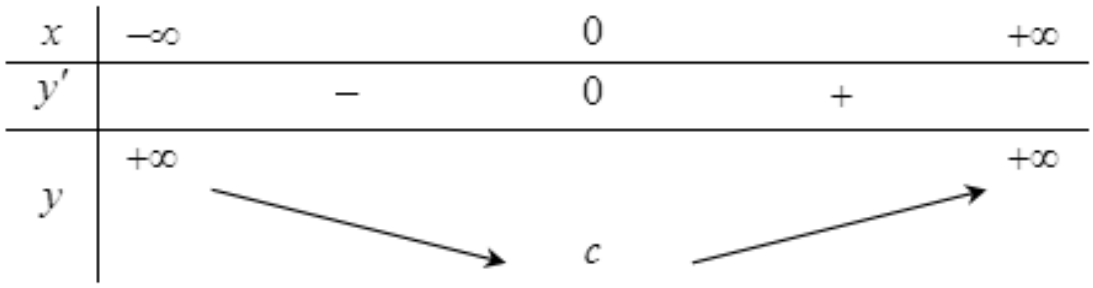
Câu 10. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó:



A. $a>0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b\geq 0,\ c=0$.

C. $a<0,\ b\leq 0,\ c=0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c=0$.

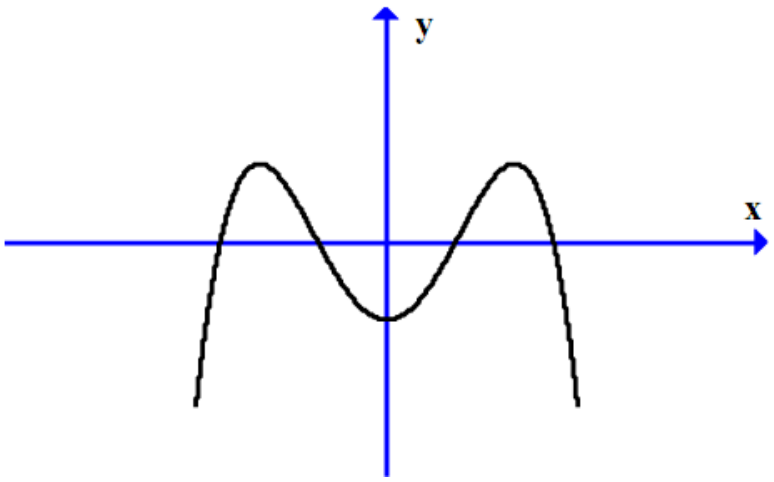
Câu 11. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$ và có bảng biến thiên như hình sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a<0$ và $b\geq 0$. **B.** $a>0$ và $b\geq 0$. **C.** $a<0$ và $b\leq 0$. **D.** $a>0$ và $b\leq 0$.

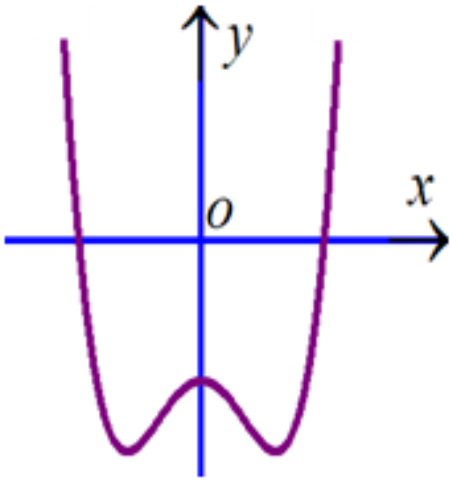
Câu 12. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a, b và c là

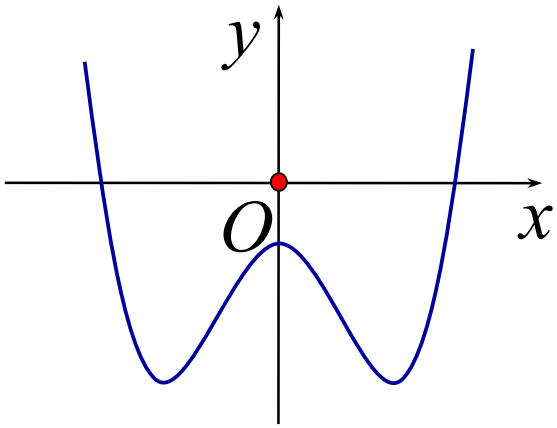
A. $a<0, b<0, c<0$. **B.** $a>0, b<0, c<0$. **C.** $a<0, b>0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c<0$.

Câu 13. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



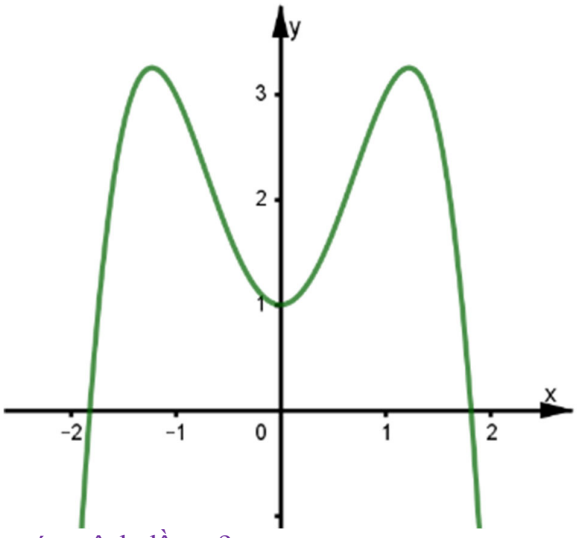
A. $a<0, b>0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Câu 14. Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c<0$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:

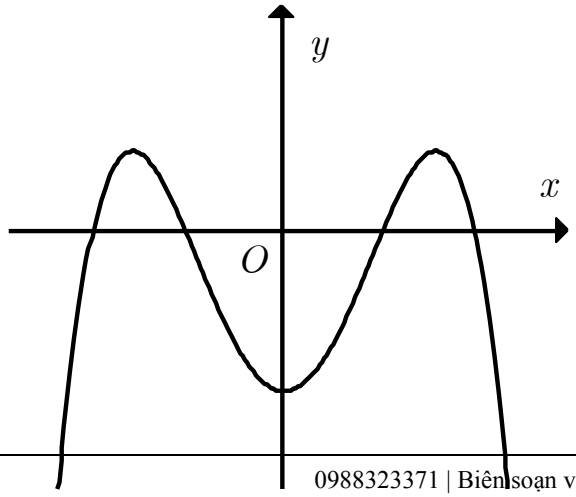


Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

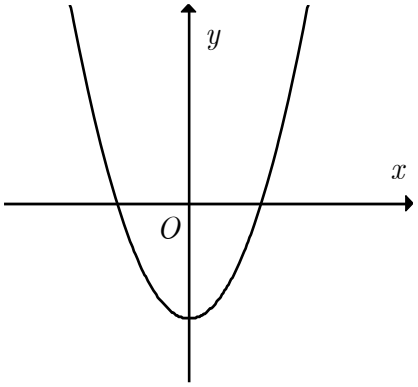
Câu 16. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c<0$. **C.** $a<0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

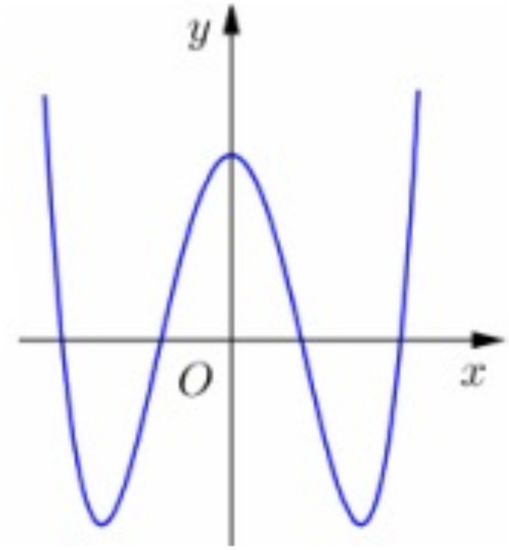


Câu 17. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0,\ b\geq 0,\ c<0.$ **B.** $a>0,\ b<0,\ c\leq 0.$ **C.** $a>0,\ b\geq 0,\ c>0.$ **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0.$



Câu 18. ***(TRƯỜNG THPT C PHỦ LÝ - HÀ NAM)*** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

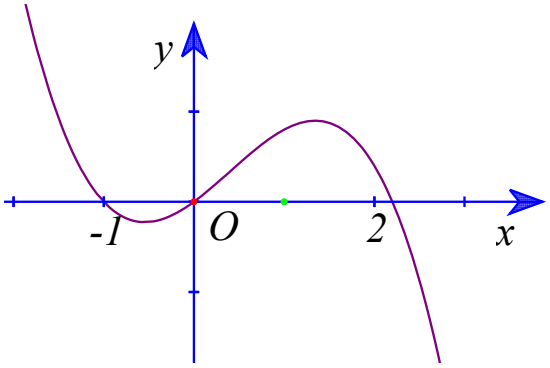


Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $a<0,b>0,c>0.$ **B.** $a>0,b>0,c>0.$ **C.** $a>0,b<0,c<0.$ **D.** $a>0,b<0,c>0$

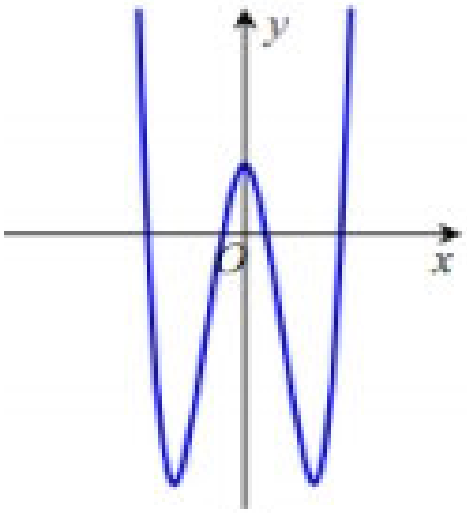
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $a+c>0.$ **B.** $a+b+c+d<0.$ **C.** $a+c<b+d.$ **D.** $b+d-c>0.$

Câu 20. [2D1-5.3-3] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$.

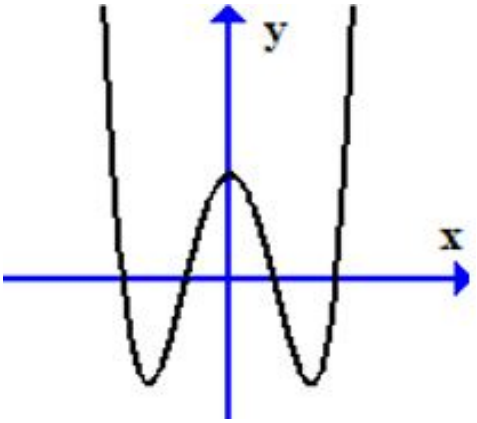
B. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$.

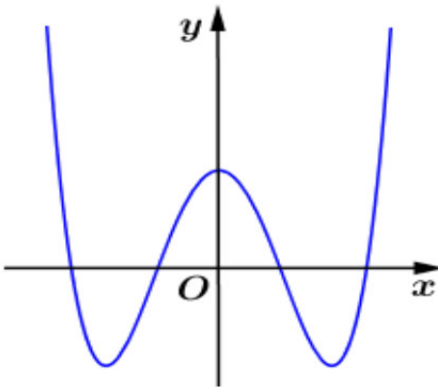
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số . $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$. có đồ thị dạng như hình bên?



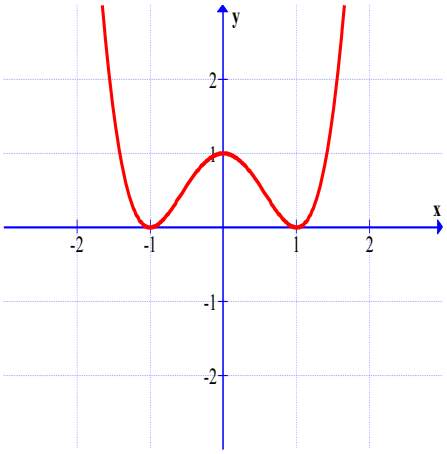
A. $a>0$ và $b>0$. **B.** $a>0$ và $b<0$. **C.** $a<0$ và $b>0$. **D.** $a<0$ và $b<0$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

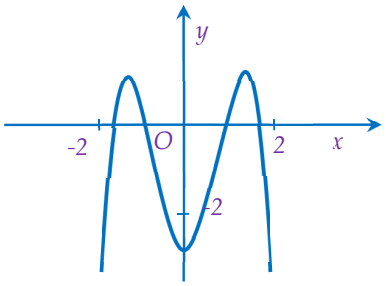
Câu 3. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $a<0$, $b>0$, $c=1$. **B.** $a>0$, $b>0$, $c=1$.

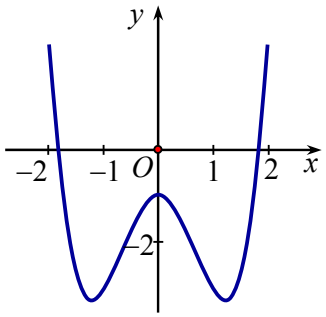
C. $a>0$, $b<0$, $c=1$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c>0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



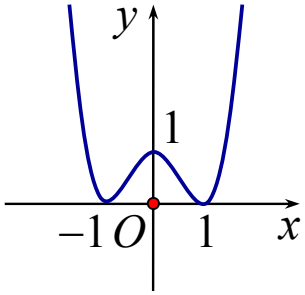
A. $a>0,\ b<0,\ c>0$.
B. $a<0,\ b>0,\ c<0$.
C. $a<0,\ b<0,\ c<0$.
D. $a>0,\ b<0,\ c<0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



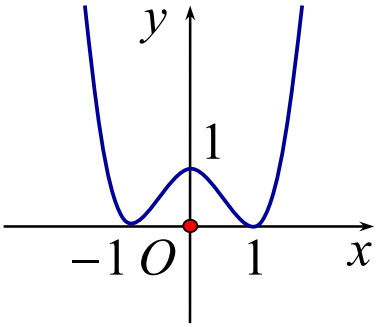
Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a>0,b<0,c>0$.
B. $a>0,b<0,c<0$.
C. $a>0,b>0,c<0$.
D. $a<0,b>0,c<0$.

Câu 6. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



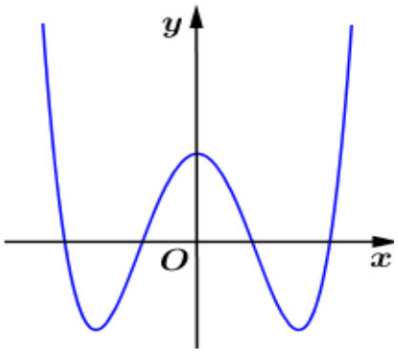
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $a>0,\ b<0,\ c=1$.
B. $a>0,\ b>0,\ c=1$.
C. $a<0,b>0,c=1$.
D. $a>0,b>0,c>0$.

Câu 7. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



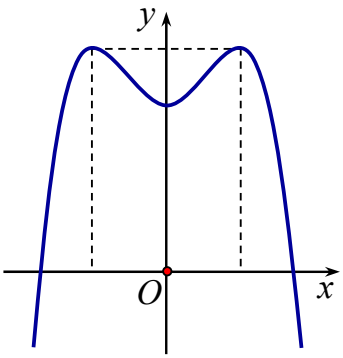
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $a>0,\ b<0,\ c=1$.
B. $a>0,\ b>0,\ c=1$.
C. $a<0,b>0,c=1$.
D. $a>0,b>0,c>0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



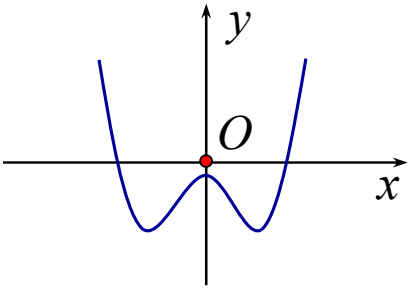
A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

Câu 9. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



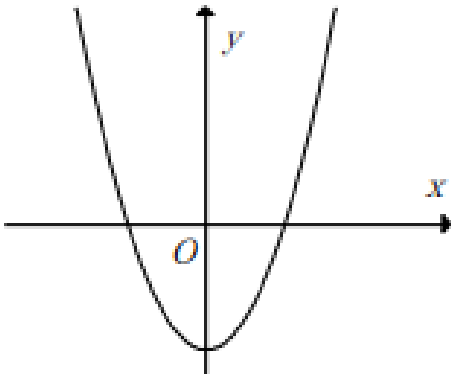
A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c<0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **D.** $a<0;\ b<0;\ c<0$.

Câu 10. Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ được cho dạng như hình vẽ, ta có:



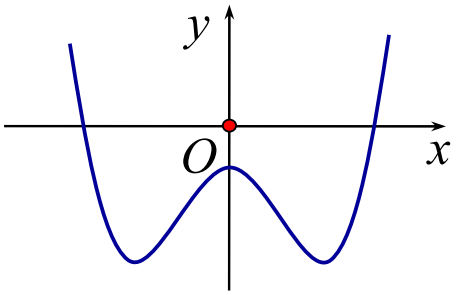
A. $a>0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a>0;b>0;c<0$.

Câu 11. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



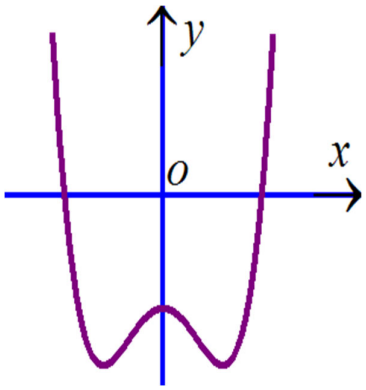
A. $a>0,b<0,c\leq 0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **D.** $a>0,b\geq 0,c<0$.

Câu 12. Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

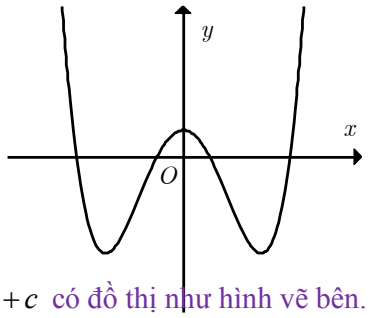
Câu 13. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thự**C.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?



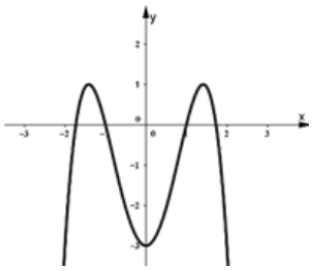
A. $a>0$, $b<0$, $c<0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$. **C.** $a<0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c<0$.

Câu 14. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0,\ b>0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

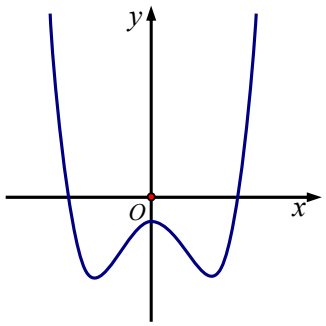


Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



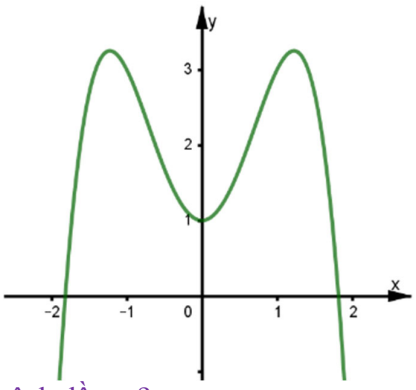
A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$

Câu 16. Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (a khác 0) được cho dạng như hình vẽ, ta có



A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b>0,\ c<0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

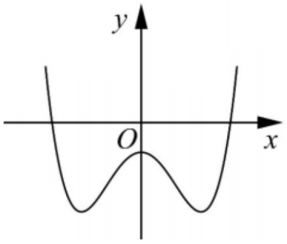
Câu 17. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

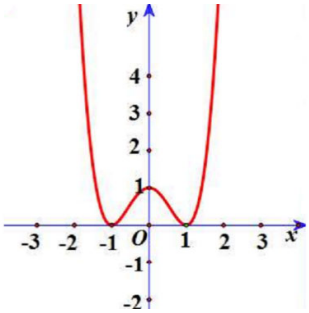
A. $a<0;\ b>0;\ c<0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b<0;\ c>0$.

Câu 18. **[2D1-5.3-1] (THPT HOA LƯ A)** Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

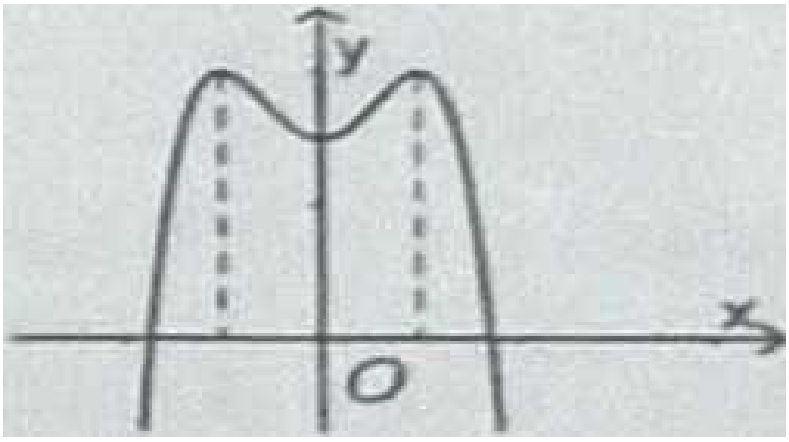
Câu 19. **[2D1-5.3-2] (THI THỬ THPT XUÂN HÒA)** Giả sử hàm số $y=\mathrm{ax}^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $a>0,b<0,c=1$. **B.** $a>0,b>0,c=1$.

C. $a><0,b<0>,c=1$. **D.** $a>0,b>0,c>0$.

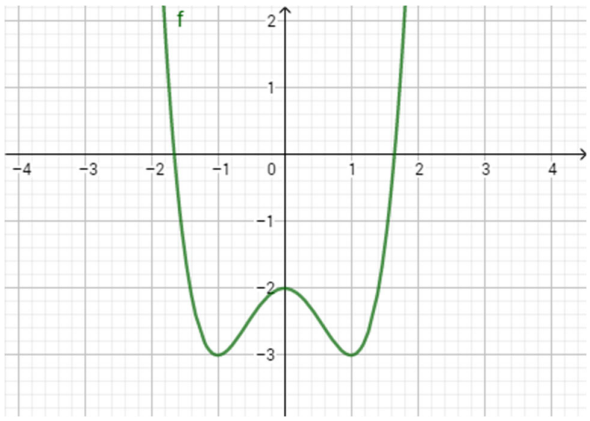
Câu 20. **[2D1-5.3-3] (THPT NGUYỄN ĐỨC THUẬN)** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0;b>0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b<0;c<0$.

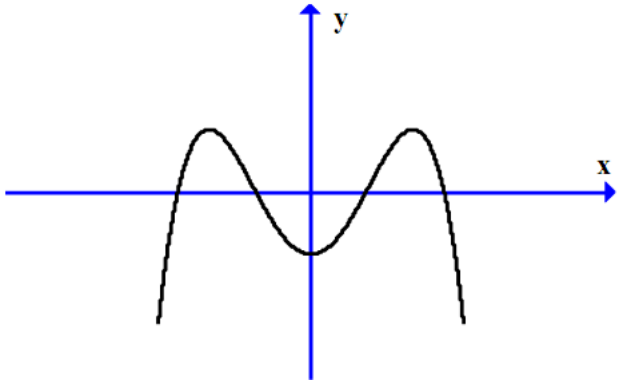
Câu 21. **[2D1-5.9-3] (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình, lần 1)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0$.. **B.** $a>0,b<0,c<0$.. **C.** $a>0,b>0,c<0$.. **D.** $a<0,b>0,c<0$.

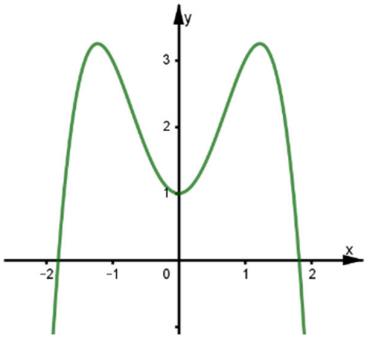
Câu 22. **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a, b và c là

A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

Câu 23. **(THPT Thanh Miện - Hải Dương - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

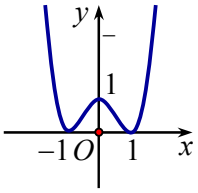
A. $a<0;\ b>0;\ c>0$.

B. $a>0;\ b<0;\ c>0$.

C. $a<0;\ b<0;\ c>0$.

D. $a<0;\ b>0;\ c<0$.

Câu 24. **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN)** Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

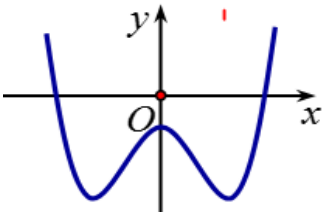
A. $a>0,\ b<0,\ c=1$.

B. $a>0,\ b>0,\ c=1$.

C. $a<0, b>0, c=1$.

D. $a>0, b>0, c>0$.

Câu 25. **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-Lần 1-2018)** Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



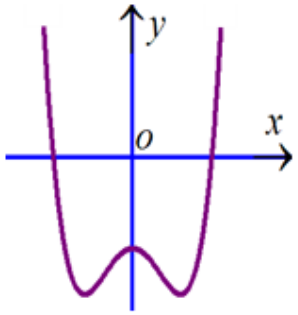
A. $a>0, b<0, c<0$.

B. $a>0, b>0, c<0$.

C. $a>0, b<0, c>0$.

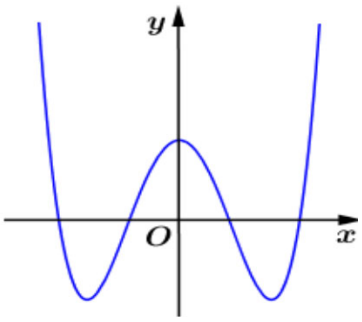
D. $a<0, b>0, c<0$.

Câu 26. **(THPT Trần Nhân Tông - Quảng Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



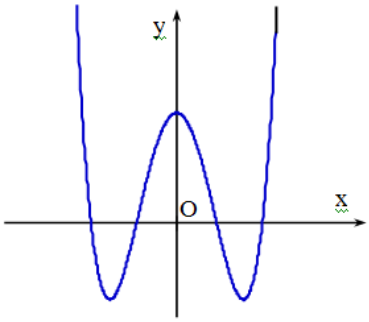
A. $a<0$, $b>0$, $c<0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $a>0$, $b<0$, $c<0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c>0$.

Câu 27. **(THPT Yên Định - Thanh Hóa - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

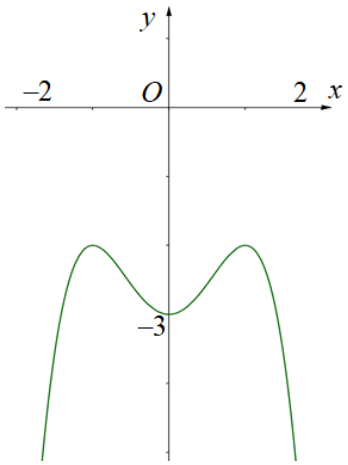
Câu 28. **[THPT Hoàng Văn Thụ (Hòa Bình) - 2017]** Cho hàm số $y=ax^4-bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

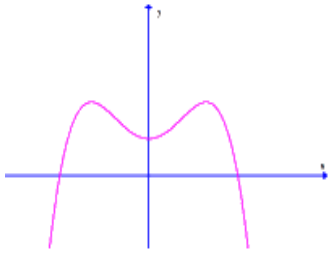
A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Câu 29. **[THPT – THD Nam Định - 2017]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 30. **[SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH PHÚ THỌ]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.

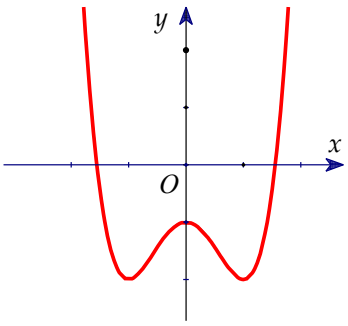


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0$, $b<0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c<0$.

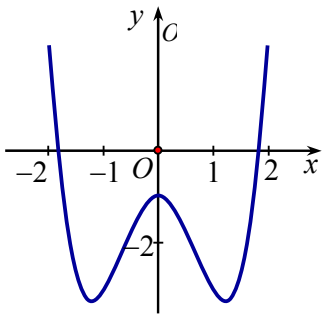
C. $a<0$, $b>0$, $c>0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c>0$.

Câu 31. **[THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU]** Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị dạng như hình bên?



A. $a>0$ và $b>0$. **B.** $a>0$ và $b<0$. **C.** $a<$ và $b>0$. **D.** $a<0$ và $b<0$.

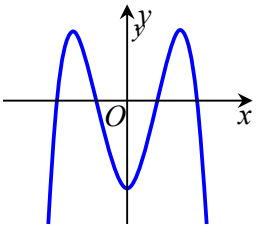
Câu 32. **(THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

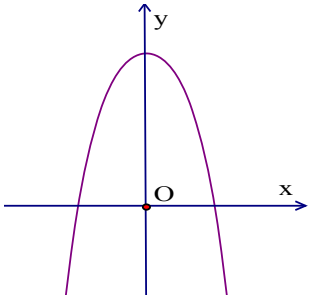
A. $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b>0,c<0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

Câu 33. **[THPT TIÊN LÃNG]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. |Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



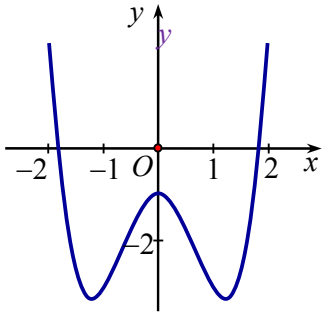
A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

Câu 34. **[SGD – HÀ TĨNH]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây đúng?



A. $a<0$, $b\le 0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $\Leftrightarrow d$, $b>0$, $c>0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c\ge 0$.

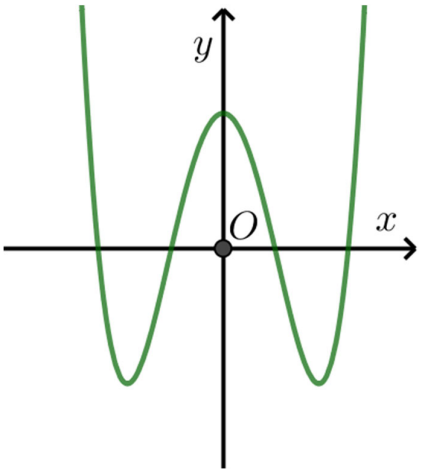
Câu 35. **(THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b>0,c<0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

Câu 36. [2D1-5.3-2] Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

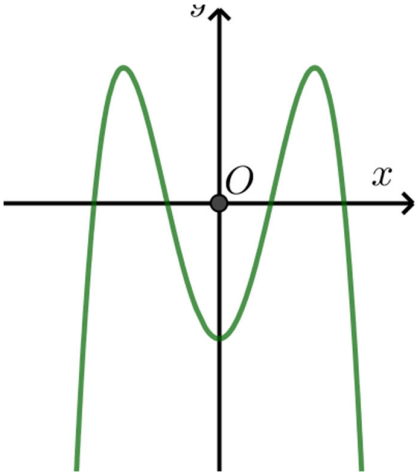


Đâu là phương án đúng khi kết luận về dấu của a, b, c.

A. $a>0$, $b>0$, $c<0$ **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$

C. $a>0$, $b<0$, $c<0$ **D.** $a<0$, $b<0$, $c<0$

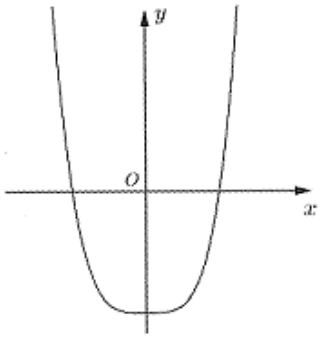
Câu 37. [2D1-5.3-2] Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

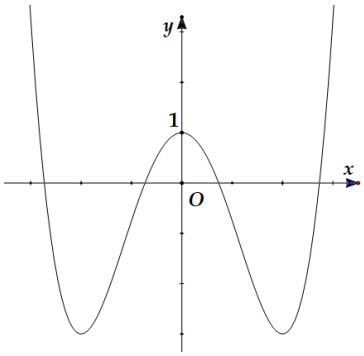
A. $a<0$, $b<0$, $c>0$ **B.** $a<0$, $b>0$, $c<0$ **C.** $a<0$, $b<0$, $c<0$ **D.** $a>0$, $b<0$, $c<0$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).Chọn điều kiện đúng của a, b để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.



A. $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$.

Câu 39. **[2D1-5.1-3] (THPT ĐOÀN KẾT – HAI BÀ TRƯNG – HÀ NỘI – 2018)** Hãy xác định *a, b, c* để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



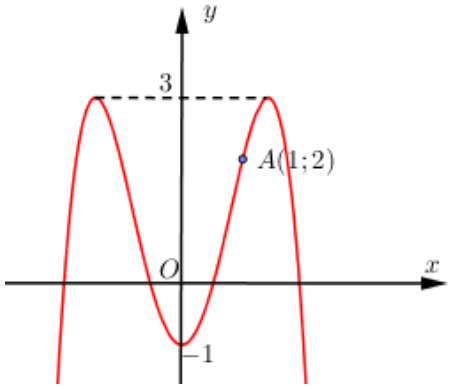
A. $a=\frac{1}{4}, b=-2, c=2$.

B. $a=4, b=-2, c=1$.

C. $a=4, b=2, c=1$.

D. $a=\frac{1}{4}, b=-2, c>0$.

Câu 40. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$. Biểu thức $A=a^2+b^2+c^2$ có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau?



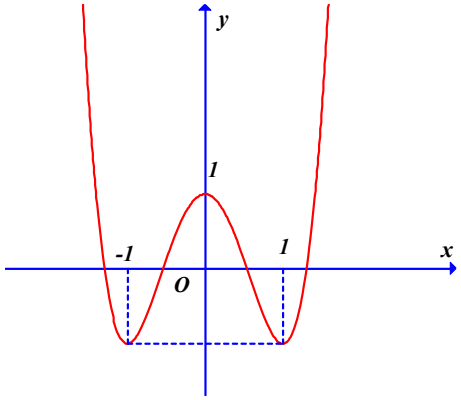
A. $A=24$.

B. $A=20$.

C. $A=18$.

D. $A=6$.

Câu 41. Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị $f(a+b+c)$.

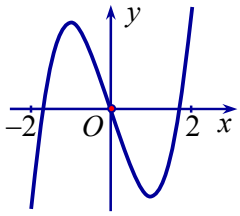
A. $f(a+b+c)=-2$.

B. $f(a+b+c)=2$.

C. $f(a+b+c)=-1$.

D. $f(a+b+c)=1$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{a}{4}x^4+\frac{c}{2}x^2+d$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm uốn.

BÀI TOÁN 12 : XÁC ĐỊNH THAM SỐ HÀM TRÙNG PHƯƠNG

A. LÝ THUYẾT:

Xác định hệ số a,b,c *của hàm số* $y=ax^4+bx^2+c$ *dựa vào BBT, đồ thị.*

■ *Hàm số:* $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$.

▸ ***Xác định hệ số*** a **:**

⊙ Hướng đồ thị bên phải ***đi lên*** thì $a>0$. Hướng đồ thị bên phải ***đi xuống*** thì $a<0$.

▸ ***Xác định hệ số*** b **:** *(Dựa vào hệ số* a *để kết luận)*

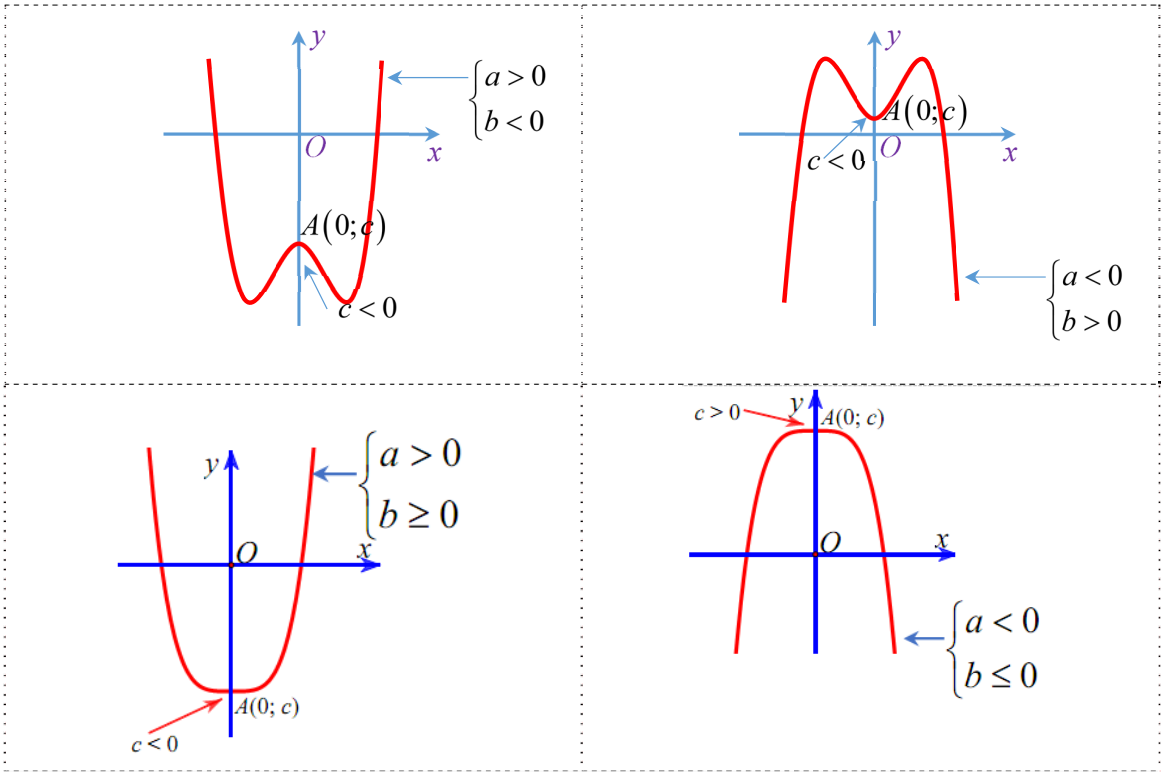
⊙ Đồ thị hàm số có **3 *điểm cực trị*** thì $a.b<0$. Đồ thị hàm số có 1 ***điểm cực trị*** thì $a.b\geq 0$.

▸ ***Xác định hệ số*** c **:** Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;c)$.

⊙ Điểm $A(0;c)$ ***nằm phía trên*** trục Ox *thì* $c>0$. Điểm $A(0;c)$ ***nằm phía dưới*** trục Ox thì $c<0$.

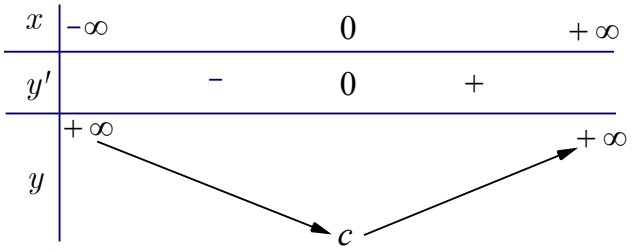
⊙ Điểm $A(0;c)$ ***trùng với gốc tọa độ*** $O(0;0)$ *thì* $c=0$.

Hình vẽ minh họa



B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\begin{cases}a<0\\ b\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ b\leq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ b\leq 0\end{cases}$.

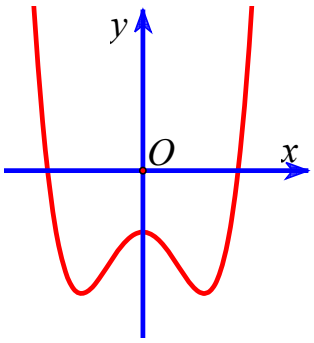
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có một cực trị

$\Rightarrow\begin{cases}a>0\\ ab\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\end{cases}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a>0;b>0;c<0$. **B.** $a>0;b<0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b>0;c<0$.

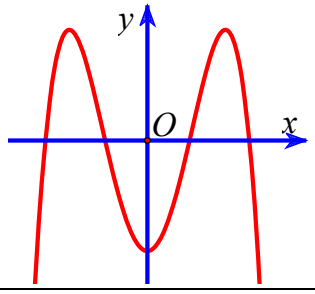
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có 3 cực trị $\Rightarrow\begin{cases}a>0\\ b<0\end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm bên dưới trục $Ox\Rightarrow c<0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0$.

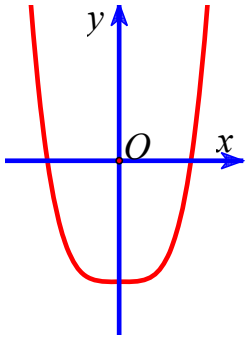
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi xuống và có 3 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm bên dưới trục $Ox \Rightarrow c<0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a<0;b\geq 0;c<0$. **B.** $a>0;b\geq 0;c<0$. **C.** $a>0;b>0;c<0$. **D.** $a>0;b\geq 0;c>0$.

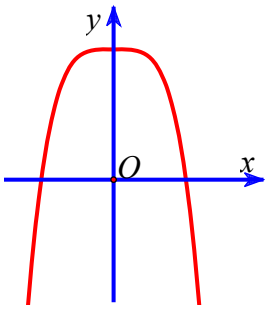
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có 1 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm bên dưới trục $Ox \Rightarrow c<0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây là **đúng**?



A. $a<0;b\leq 0;c>0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c>0$. **D.** $a<0;b\leq 0;c<0$.

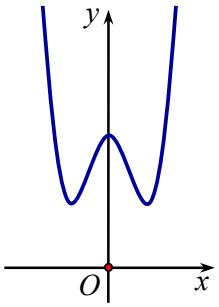
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi xuống và có 1 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b\leq 0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm trên $Ox \Rightarrow c>0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (a, b, c là các hằng số thực; $a\neq 0$) có đồ thị (C) như sau:



Xác định dấu của $a+c$ và b

A. $a+c<0$ và $b>0$. **B.** $a+c<0$ và $b<0$. **C.** $a+c>0$ và $b>0$. **D.** $a+c>0$ và $b<0$.

Lời giải

Chọn B.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

$y(0)>0 \Rightarrow c>0$.

$\Rightarrow a+c>0$.

$y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow a.b<0 \Rightarrow b<0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Tính $P=a^2+b^2+c^2$.

A. $P=4$. **B.** $P=6$. **C.** $P=8$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn B.

Đạo hàm $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$.

Phương trình $y'=0$ có nghiệm $x=1$ nên ta có $2a+b=0$. (1)

Lại có $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a+b+c=2 \end{cases}$. (2)

Giải hệ gồm (1) và (2), ta được $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases} \longrightarrow P=a^2+b^2+c^2=6$.

Câu 8. [2D1-5.5-3] Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	-3	↘	-5	↗	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P=a+2b+3c$

A. $P=-15$. **B.** $P=8$. **C.** $P=15$. **D.** $P=-8$.

Lời giải

Chọn A.

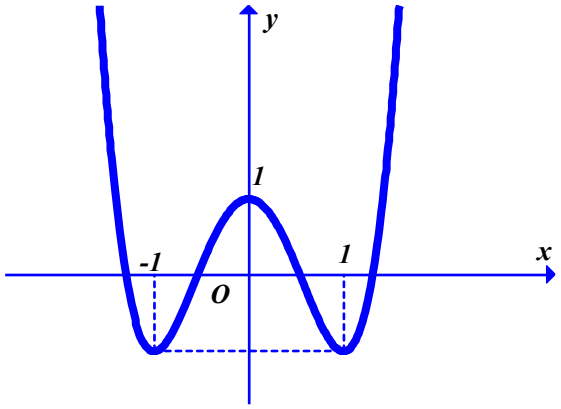
Ta có: Đồ thị đi qua điểm $(0;c)$ suy ra $c=-3$

Tại $x=1\Rightarrow y=a+b+c=-5\Rightarrow a+b=-2$

Do $x=1$ là điểm cực trị suy ra $y'(1)=0\Leftrightarrow 4a+2b=0$

Do đó $\begin{cases}c=-3\\a=2\\b=-4\end{cases}\Rightarrow P=-15$.

Câu 9. Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị $f(a+b+c)$.

A. $f(a+b+c)=-2$. **B.** $f(a+b+c)=2$. **C.** $f(a+b+c)=-1$. **D.** $f(a+b+c)=1$.

Lời giải

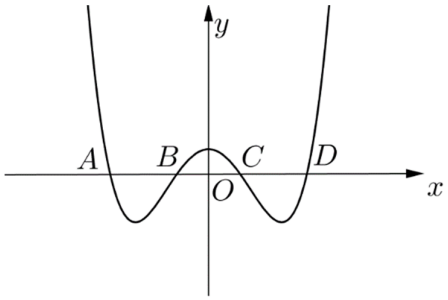
Chọn C.

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\begin{cases}f(0)=c=1\\f'(\pm1)=2a+b=0\\f(\pm1)=a+b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=1\\a=2\\b=-4\end{cases}$.

Suy ra $f(x)=2x^4-4x^2+1\Rightarrow f(a+b+c)=f(-1)=-1$.

Câu 10. **(THPT Chuyên Lê Qúy Đôn - Quảng Trị lần 1 năm 2016-2017)** Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D như hình vẽ bên. Biết rằng $AB=BC=CD$, mệnh đề nào sau dây đúng?



A. $a>0,b<0,c>0,100b^2=9ac$.

B. $a>0,b>0,c>0,9b^2=100ac$.

C. $a>0,b<0,c>0,9b^2=100ac$.

D. $a>0,b>0,c>0,100b^2=9ac$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$. Mặt khác đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$. Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$. Loại B,D.

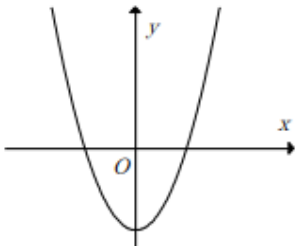
Xét pt hoành độ giao điểm $ax^4+bx^2+c=0(1)$. Đặt $t=x^2,t\geq 0$ pt thành $at^2+bt+c=0$

Phương trình có 2 nghiệm $t>0$ (do cắt tại 4 điểm) thỏa mãn: $\begin{cases} t_1+t_2=-\dfrac{b}{a} \\ t_1t_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}(I)$

Giả sử $A(-\sqrt{t_1};0),B(-\sqrt{t_2};0)$ thì $C(\sqrt{t_2};0),D(\sqrt{t_1};0)$ $(x_1>x_2)$ do tính đối xứng của đồ thị chẵn. Mà $AB=BC=CD\Rightarrow\sqrt{t_1}-\sqrt{t_2}=2\sqrt{t_2}\Leftrightarrow\sqrt{t_1}=3\sqrt{t_2}\Leftrightarrow t_1=9t_2(II)$ từ (I) và (II) suy ra: $9b^2=100ac$

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



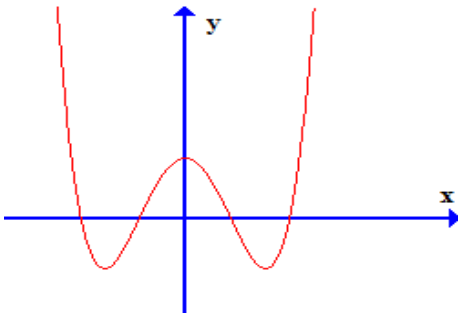
A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c\leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}a>0\\ a.b\geq 0\\ c<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\\ c<0\end{cases}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=a.x^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **C.** $a<0,\ b>0,\ c>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

Lời giải

Chọn B

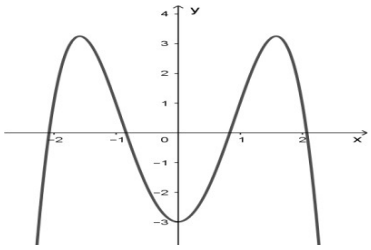
Hàm số là hàm bậc 4 trùng phương có:

+Nhìn dạng đồ thị suy ra $a>0$

+Chọn $x=0\Rightarrow y=c\Rightarrow c>0$

+Vì hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow a,b$ trái dấu nên $b<0$

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a>0,b<0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn B

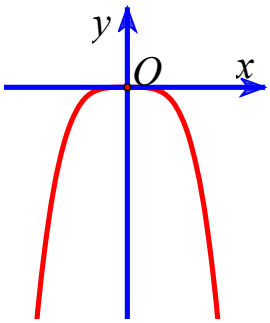
Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty;\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $\frac{b}{a}<0$ do đó $b>0$.

Đồ thị hàm cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Suy ra: Mệnh đề đúng $a<0,b>0,c<0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a<0;b\leq 0;c>0$. **B.** $a<0;b<0;c>0$. **C.** $a<0;b\leq 0;c=0$. **D.** $a<0;b\geq 0;c=0$.

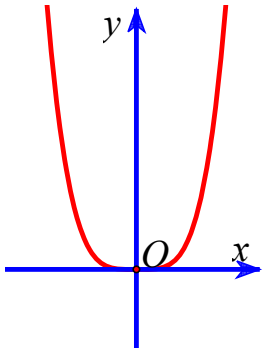
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi xuống và có 1 cực trị $\Rightarrow\begin{cases}a<0\\b\leq 0\end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ Trùng với gốc tọa độ $O\Rightarrow c=0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a>0;b<0;c=0$. **B.** $a>0;b\ge 0;c<0$. **C.** $a<0;b\le 0;c=0$. **D.** $a>0;b\ge 0;c=0$.

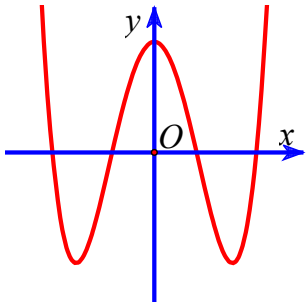
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có 1 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ trùng với gốc tọa độ $O \Rightarrow c=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a>0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c>0$. **D.** $a>0;b<0;c>0$.

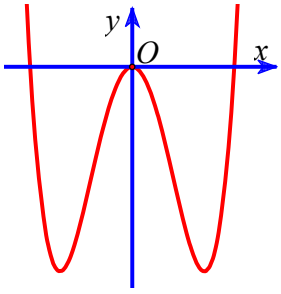
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có 3 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm bên trên trục $Ox \Rightarrow c>0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c=0$. **D.** $a>0;b<0;c=0$.

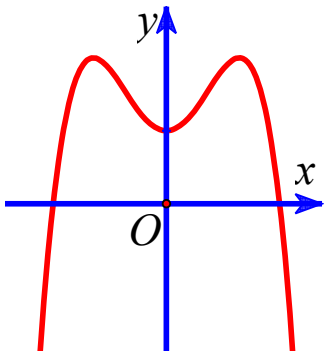
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi lên và có 3 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ trùng với $O \Rightarrow c=0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a<0;b<0;c>0$. **B.** $a>0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

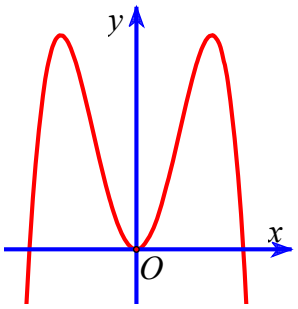
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi xuống và có 3 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ nằm bên trên trục $Ox \Rightarrow c>0$.

Câu 9. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **đúng?**



A. $a<0;b<0;c=0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b>0;c=0$. **D.** $a<0;b>0;c=0$.

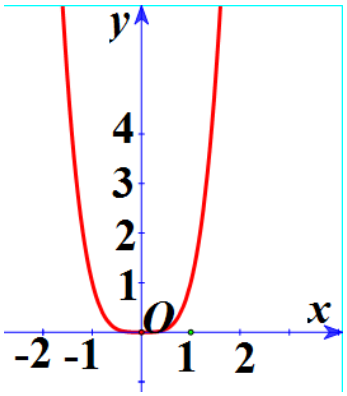
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có nhánh bên phải đi xuống và có 3 cực trị $\Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$.

Đồ thị cắt Oy tại điểm $(0;c)$ trùng với $O \Rightarrow c=0$.

Câu 10. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó:



A. $a>0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b\ge 0,\ c=0$.

C. $a<0,\ b\le 0,\ c=0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c=0$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hướng lên nên $a>0$. Có 1 cực trị nên $ab\ge 0$ suy ra $b\ge 0$. Qua $O(0;0)$ nên $c=0$. Do đó chọn câu **B.**

Câu 11. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \ (a\ne 0)$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	c	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a<0$ và $b\ge 0$. **B.** $a>0$ và $b\ge 0$. **C.** $a<0$ và $b\le 0$. **D.** $a>0$ và $b\le 0$.

Lời giải

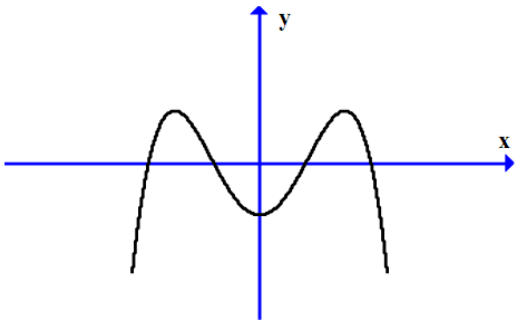
Chọn B

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	c	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có một cực trị $\Rightarrow a.b\ge 0\Rightarrow b\ge 0$. Vậy KĐ "$a>0$ và $b\ge 0$" là đúng.

Câu 12. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a, b và c là

A. $a<0, b<0, c<0$. **B.** $a>0, b<0, c<0$. **C.** $a<0, b>0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c<0$.

Lời giải

Chọn C.

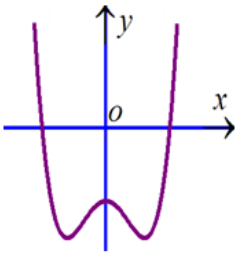
Nhìn vào đồ thị ta có $a<0$ và $c<0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên b và a trái dấu $\Rightarrow b>0$.

Vậy $a<0, b>0, c<0$.

Câu 13. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0, b>0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Lời giải

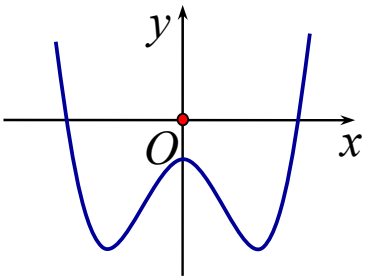
Chọn C.

Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Câu 14. Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0, b<0, c<0$. **B.** $a>0, b>0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c>0$. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

Lời giải

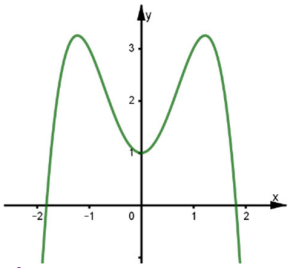
Chọn A.

Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra $a>0$. Loại D

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0$. Loại B

Giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. Loại C

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

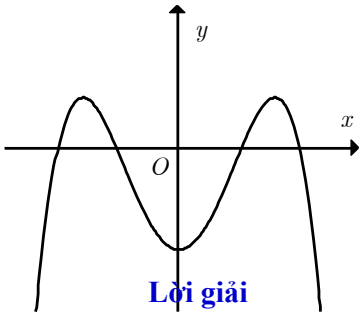
Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 16. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a<0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c<0$. **C.** $a<0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.



Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số thể hiện $a<0$.

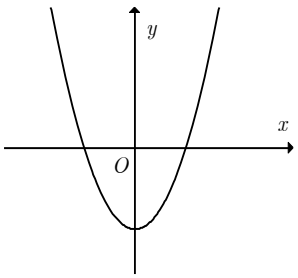
Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\longrightarrow b>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c<0$.

Câu 17. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0,\ b\geq 0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c\leq 0$. **C.** $a>0,\ b\geq 0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.



Lời giải

Chọn A.

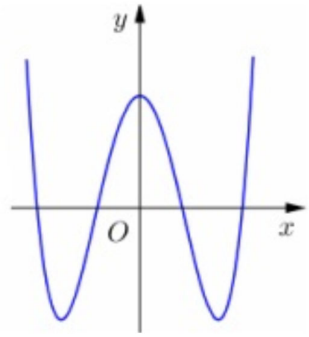
Dựa vào dáng điệu đồ thị suy ra $a>0$.

Hàm số có 1 điểm cực trị nên $ab\geq 0\xrightarrow{a>0}b\geq 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Vậy $a>0,\ b\ge 0,\ c<0$.

Câu 18. ***(TRƯỜNG THPT C PHỦ LÝ - HÀ NAM)*** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$

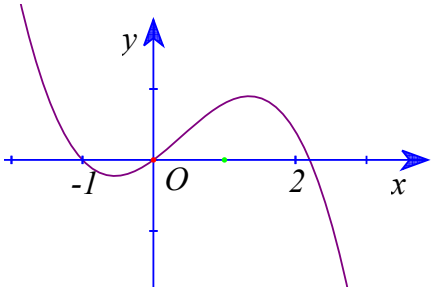
Lời giải

Đáp án D

Dựa vào đồ thị hàm số dễ dàng nhận biết $a>0,c>0$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên a,b trái dấu. Từ đó ta có $a>0,b<0,c>0$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $a+c>0$. **B.** $a+b+c+d<0$. **C.** $a+c<b+d$. **D.** $b+d-c>0$.

Lời giải

Chọn A

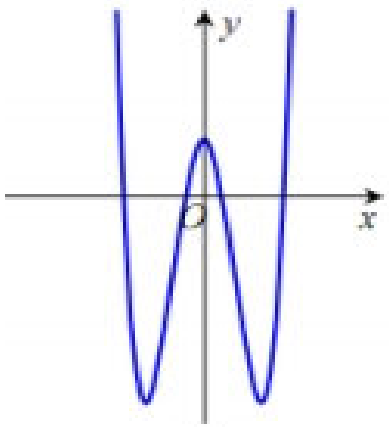
Có $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có:

- $a<0(1)$
- $f'(0)=0\Rightarrow d=0\Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx$.
- $f'(-1)=0\ \Leftrightarrow -4a+3b-2c=0\ \Rightarrow 3b=4a+2c(2)$.
- $f'(2)>0\Leftrightarrow 32a+12b+4c>0\Leftrightarrow 8a+3b+c>0$

$\overset{(2)}{\Rightarrow}8a+(4a+2c)+c>0\ \Leftrightarrow 3(a+c)>-9a\ \overset{(1)}{\Rightarrow}3(a+c)>0\Rightarrow a+c>0$.

Câu 20. [2D1-5.3-3] Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a>0,b<0,c>0,b^2-4ac>0$.
B. $a>0,b<0,c>0,b^2-8ac>0$.
C. $a>0,b<0,c>0,b^2-4ac<0$.
D. $a>0,b<0,c>0,b^2-8ac<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

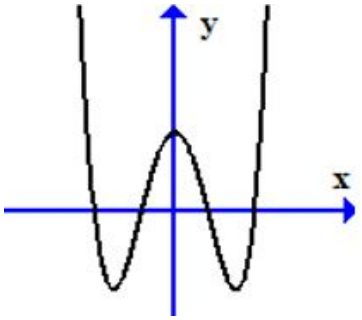
Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$; đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$;

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;c)\Rightarrow c>0$.

Với $x^2=\dfrac{-b}{2a}$ thế vào ta được $y_{CT}=a.\dfrac{b^2}{4a^2}-\dfrac{b^2}{2a}+c<0\Leftrightarrow\dfrac{-b^2}{4a}+c<0\Leftrightarrow b^2-4ac>0$..

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số . $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$. có đồ thị dạng như hình bên?



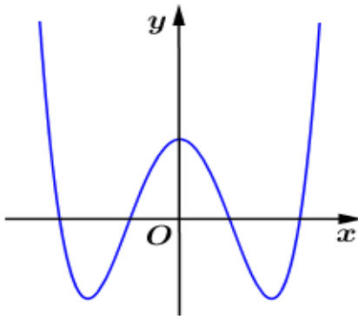
A. $a>0$ và $b>0$. **B.** $a>0$ và $b<0$. **C.** $a<0$ và $b>0$. **D.** $a<0$ và $b<0$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số có dạng W, có ba điểm cực trị nên $a>0;b<0$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

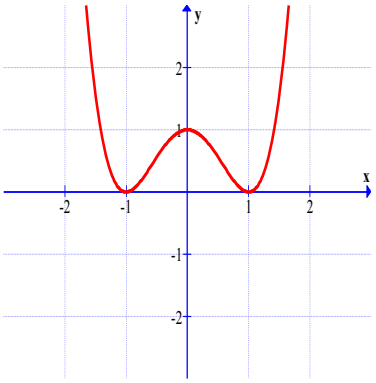
Lời giải

Chọn B.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0,b<0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Câu 3. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $a<0$, $b>0$, $c=1$. **B.** $a>0$, $b>0$, $c=1$.

C. $a>0$, $b<0$, $c=1$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c>0$.

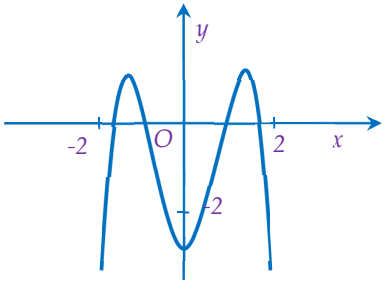
Lời giải

Chọn C.

Do đồ thị qua (0; 1) nên $c=1$. Đồ thị hướng lên nên $a>0$ và có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Do đó chọn câu **C.**

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,\ b<0,\ c>0$.
B. $a<0,\ b>0,\ c<0$.
C. $a<0,\ b<0,\ c<0$.
D. $a>0,\ b<0,\ c<0$.

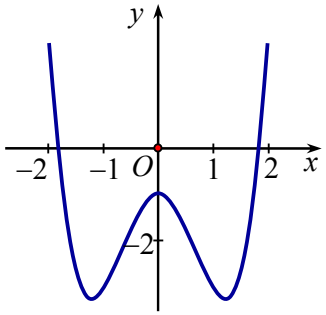
Lời giải

Chọn B.

- Đồ thị là của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a<0$ nên loại hai phương án **A**, **D.**
- Đồ thị có 3 điểm cực trị nên phương trình $y'=4ax^3+2bx=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Điều kiện $-ab>0\Rightarrow b>0$. Vậy chọn phương án **B.**

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c<0$.

Lời giải

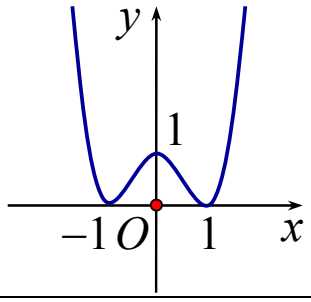
Chọn B.

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c<0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$

Câu 6. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>0, b<0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c=1$. **C.** $a<0, b>0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

Lời giải

Chọn A.

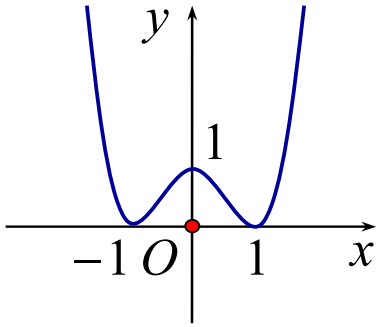
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án **C**

+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án **D**

+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Câu 7. Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>0, b<0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c=1$. **C.** $a<0, b>0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

Lời giải

Chọn A.

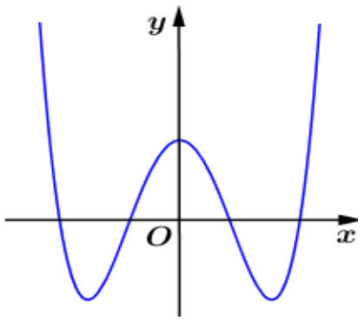
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án **C**.

+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án **D**.

+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0, b>0, c>0$. **B.** $a>0, b<0, c>0$. **C.** $a<0, b>0, c>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0$.

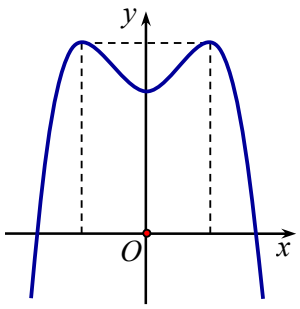
Lời giải

Chọn B.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0, b<0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Câu 9. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



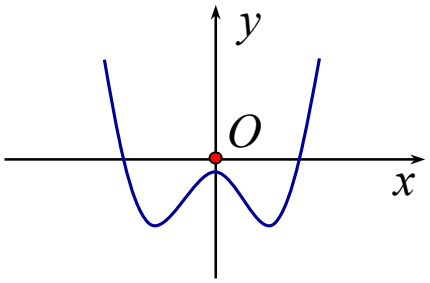
A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c<0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **D.** $a<0;\ b<0;\ c<0$.

Lời giải:

Chọn A.

Đồ thị hàm số có dạng đồ thị của hàm số bậc bốn hệ số a âm, giao điểm của đồ thị với trục tung nằm trên điểm O nên hệ số c dương. Đồ thị hàm số có ba cực trị nên hệ số b trái dấu với hệ số a, hay hệ số b dương.

Câu 10. Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$ được cho dạng như hình vẽ, ta có:



A. $a>0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a>0;b>0;c<0$.

Lời giải

Chọn A.

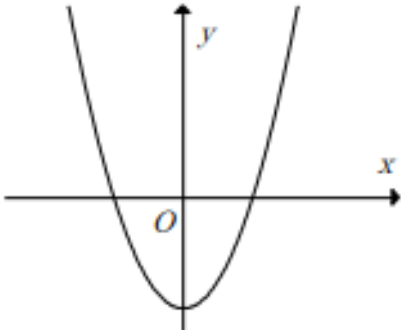
Dựa vào đồ thị ta thấy:

↳ $a>0\Rightarrow$ loại D.

↳ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $b<0\Rightarrow$ loại B.

↳ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c<0\Rightarrow$ Chọn A

Câu 11. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



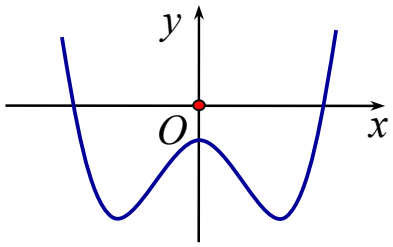
A. $a>0,b<0,c\leq 0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **D.** $a>0,b\geq 0,c<0$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}a>0\\ a.b\geq 0\\ c<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ b\geq 0\\ c<0\end{cases}$.

Câu 12. Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn B.

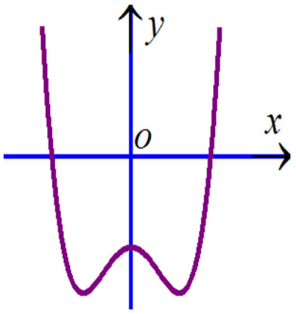
Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra $a>0$. Loại D.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0$. Loại B.

Giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. Loại C.

Câu 13. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b<0$, $c<0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$. **C.** $a<0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c<0$.

Lời giải

Chọn A.

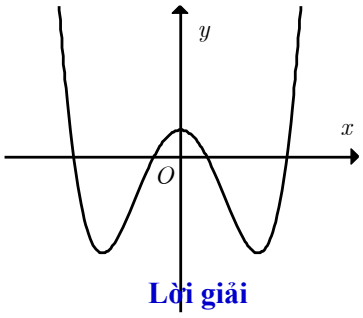
Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Câu 14. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>0,\ b>0,\ c<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.



Lời giải

Chọn C.

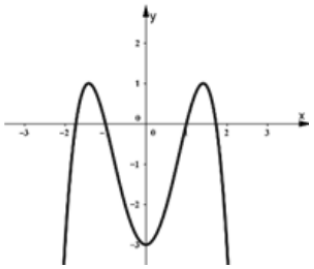
Đồ thị hàm số thể hiện $a>0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\xrightarrow{a>0}b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Vậy $a>0,\ b<0,\ c>0.$

Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$

Lời giải

Chọn C

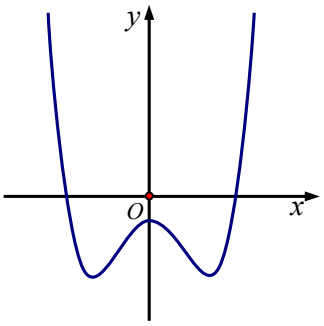
Nhánh bên phải của đồ thị khi nhìn từ trái sang phải đi xuống nên $a<0$

Khi $x=0$ suy ra $y=c$. Đồ thị cắt trục Oy tại $y=-3\ \Rightarrow c=-3<0$

Ta có: $y'=4ax^3+2bx=0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $-\dfrac{b}{2a}>0\Rightarrow ab<0\ \Rightarrow b>0$.

Câu 16. Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (a khác 0) được cho dạng như hình vẽ, ta có



A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b>0,\ c<0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

Lời giải

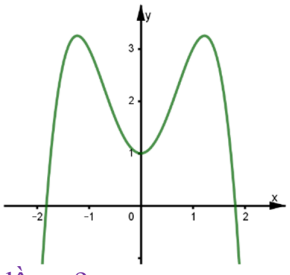
Chọn B.

Đồ thị có dạng quay lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 0 nên $c<0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b<0\Rightarrow b<0$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a<0;\ b>0;\ c<0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b<0;\ c>0$.

Lời giải

Chọn B.

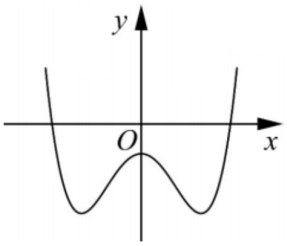
Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 18. **[2D1-5.3-1] (THPT HOA LƯ A)** Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a>0, b<0, c<0$. **B.** $a>0, b>0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c>0$. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

Lời giải

Chọn A

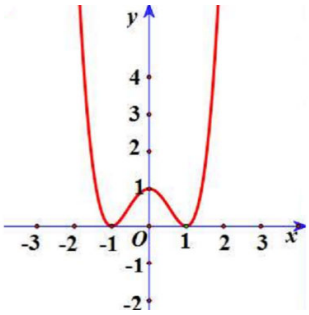
Sử dụng đồ thị tìm các tính chất tham số:

Do ĐTHS có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a>0$

ĐTHS cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c<0$

ĐTHS có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0\Rightarrow b<0$ **(vì** $a>0$**)**.

Câu 19. **[2D1-5.3-2] (THI THỬ THPT XUÂN HÒA)** Giả sử hàm số $y=\text{ax}^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $a>0, b<0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c=1$.

C. $a><0, b<0>, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c>0$.

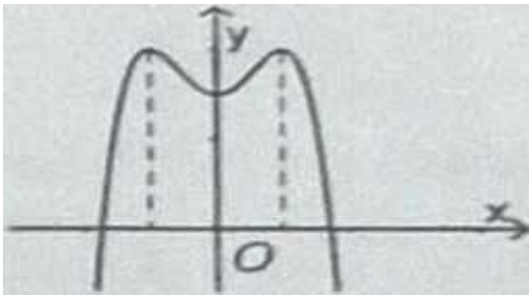
Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đồ thị ta thấy đồ thị giao với trục Oy (x=0) tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên $c=1$.

Trên khoảng $(1;+\infty)$ hàm số đồng biến nên a>0. Hàm số có 3 cực trị nên $a.b<0$ do đó $b<0$.

Câu 20. **[2D1-5.3-3] (THPT NGUYỄN ĐỨC THUẬN)** Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0; b>0; c>0$. **B.** $a<0; b>0; c<0$. **C.** $a>0; b<0; c<0$. **D.** $a<0; b<0; c<0$.

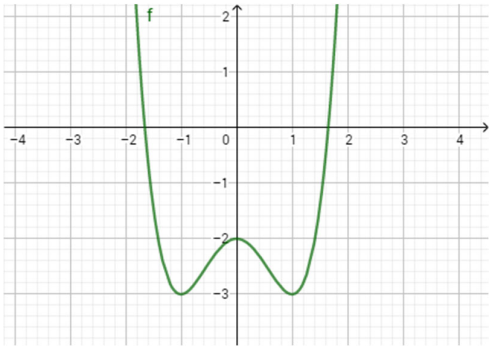
Lời giải

Chọn A

• Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi: $ab<0$.

• Từ đồ thị ta có: $a<0 \Rightarrow b>0$ mà $c>0$ nên chọn. **A.**

Câu 21. **[2D1-5.9-3] (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình, lần 1)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0, b<0, c>0$.. **B.** $a>0, b<0, c<0$.. **C.** $a>0, b>0, c<0$.. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

Lời giải

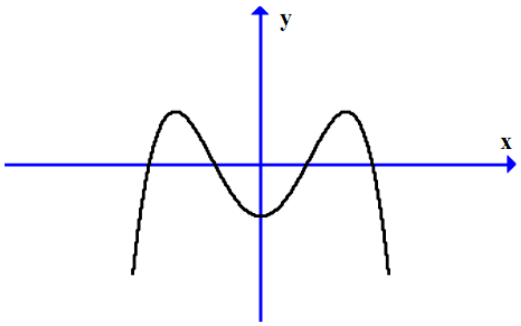
Chọn B

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$

Hàm số có 3 cực trị suy ra a, b trái dấu suy ra $b<0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;c)$ nằm dưới trục hoành suy ra $c<0$.

Câu 22. **(THPT Kinh Môn - Hải Dương - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a, b và c là

A. $a<0, b<0, c<0$. **B.** $a>0, b<0, c<0$. **C.** $a<0, b>0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c<0$.

Lời giải

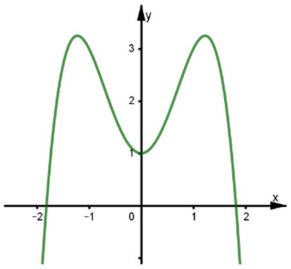
Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có $a<0$ và $c<0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên b và a trái dấu $\Rightarrow b>0$.

Vậy $a<0, b>0, c<0$.

Câu 23. **(THPT Thanh Miện - Hải Dương - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$.

C. $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

Lời giải

Chọn A

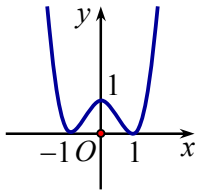
Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a<0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab<0$ mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y=c>0$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 24. **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN)** Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>0, b<0, c=1$.

B. $a>0, b>0, c=1$.

C. $a<0, b>0, c=1$.

D. $a>0, b>0, c>0$.

Lời giải

Chọn A

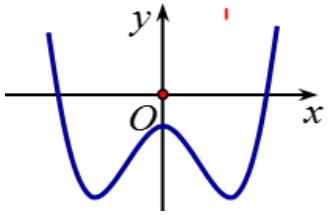
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án **C.**

+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án **D.**

+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Câu 25. **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-Lần 1-2018)** Cho hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0, b<0, c<0$.

B. $a>0, b>0, c<0$.

C. $a>0, b<0, c>0$.

D. $a<0, b>0, c<0$.

Lời giải

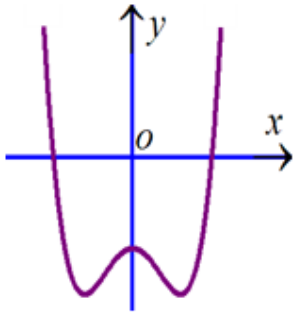
Chọn A

Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra $a>0$. Loại **D.**

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0$. Loại **B.**

Giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. Loại **C.**

Câu 26. **(THPT Trần Nhân Tông - Quảng Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c<0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c>0$.

Lời giải

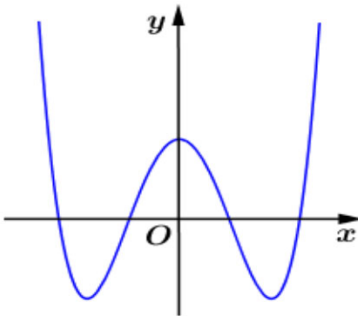
Chọn C

Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Câu 27. **(THPT Yên Định - Thanh Hóa - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b>0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c<0$.

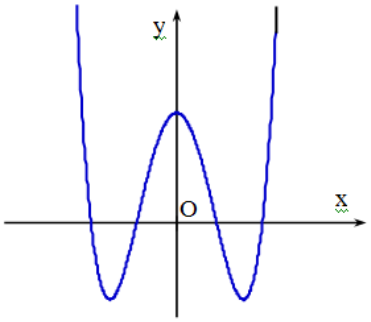
Lời giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0,b<0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Câu 28. **[THPT Hoàng Văn Thụ (Hòa Bình) - 2017]** Cho hàm số $y=ax^4-bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Lời giải

Chọn A

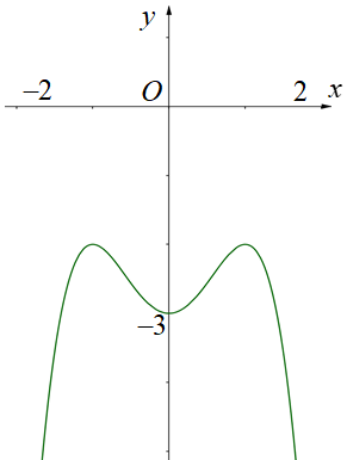
Ta có $y'=4ax^3-2bx=0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0$ và $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên.

$$y'=0\Leftrightarrow 2x\left(2ax^2-b\right)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{\dfrac{b}{2a}} \\ x=-\sqrt{\dfrac{b}{2a}} \end{array}\right.$$ với $a>0,\ b>0$ loại B và C.

Thay $x=0\Rightarrow y=c>0$ loại D.

Câu 29. **[THPT – THD Nam Định - 2017]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

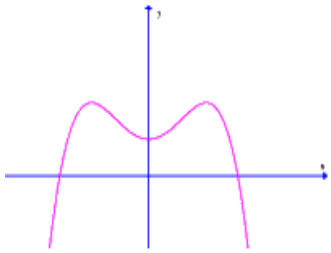
Lời giải

Chọn B

Đồ thị có 2 cực đại 1 cực tiểu đại nên $a<0,b>0$; $y(0)=c=-3$ nên $c<0$.

Nhận xét: Với đáp án cho như trên thì chỉ cần nhận xét về a và c là đủ kết luận.

Câu 30. **[SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH PHÚ THỌ]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0$, $b<0$, $c>0$.

B. $a<0$, $b>0$, $c<0$.

C. $a<0$, $b>0$, $c>0$.

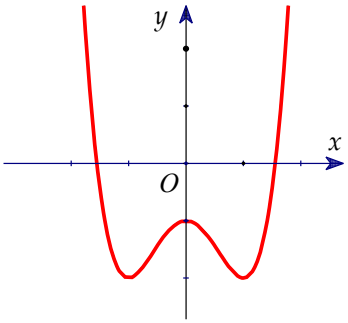
D. $a<0$, $b<0$, $c>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, đồ thị 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu nên: $a<0$, $b>0$. Mà đồ thị cắt Oy phía trên Ox nên $c>0$. Vậy, $a<0$, $b>0$, $c>0$.

Câu 31. **[THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU]** Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị dạng như hình bên?



A. $a>0$ và $b>0$.

B. $a>0$ và $b<0$.

C. $a<$ và $b>0$.

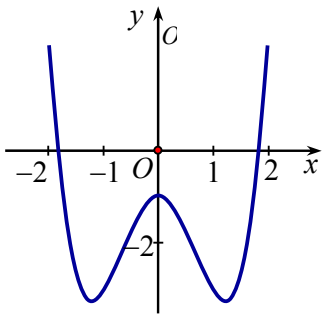
D. $a<0$ và $b<0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng của đồ thị ta thấy: Đồ thị đạt cực đại tại điểm $x=0$ nên hệ số $a>0$ và đồ thị có ba cực trị nên a và b trái dấu. Vậy $a>0$ và $b<0$.

Câu 32. **(THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b>0,c<0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

Lời giải

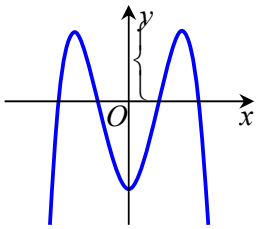
Chọn B

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c<0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$

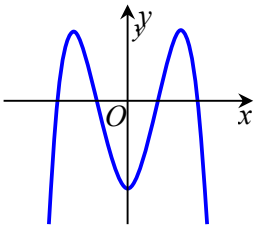
Câu 33. **[THPT TIÊN LÃNG]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. |Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}=-\infty\Rightarrow a<0$

$y(0)<0$ mà $y(0)=c\Rightarrow c<0$

$y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x^2=\dfrac{-b}{2a}$

Hàm số có ba điểm cực trị nên $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Do đó $\frac{-b}{2a}>0\Leftrightarrow b>0$ (vì $a<0$). Vậy $a<0,b>0,c<0$.

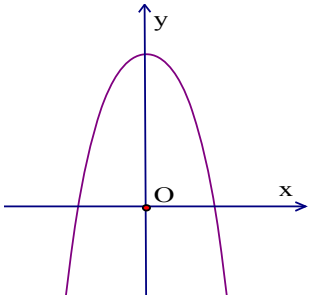
Ghi nhớ: với hàm số trùng phương:

+ Đồ thị "úp xuống" thì $a<0$.

+ Đồ thị có "3 điểm cực trị" thì a,b trái dấu.

+ Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ y_0 thì y_0 chính là c.

Câu 34. **[SGD – HÀ TĨNH]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây đúng?



A. $a<0$, $b\le 0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $\Leftrightarrow d$, $b>0$, $c>0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c\ge 0$.

Lời giải

Chọn A

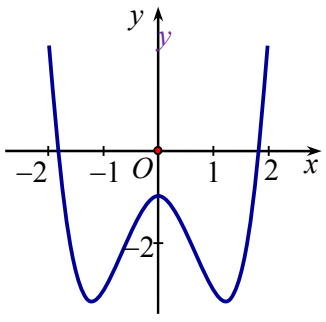
Nhìn vào hàm số có thể phân tích thấy các đặc điểm như sau:

Parabol quay xuống nên hệ số $a<0$

Do đồ thị chỉ có một điểm cực trị nên a,b cùng dấu hoặc $b=0\ \Rightarrow\ b\le 0$.

Tại $x=0$ thì tung độ có giá trị dương nên $c>0$

Câu 35. **(THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0.$ **B.** $a>0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b>0,c<0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

Lời giải

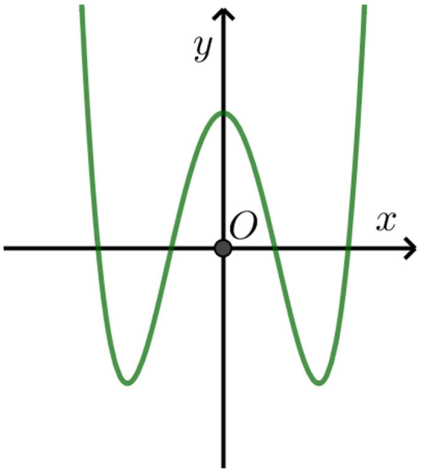
Chọn B

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c<0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$

Câu 36. [2D1-5.3-2] Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Đâu là phương án đúng khi kết luận về dấu của a, b, c.

A. $a>0$, $b>0$, $c<0$ **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$ **C.** $a>0$, $b<0$, $c<0$ **D.** $a<0$, $b<0$, $c<0$

Lời giải

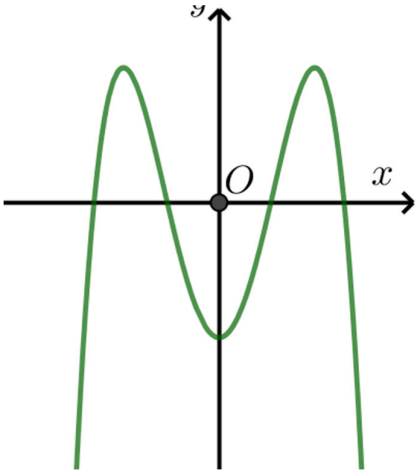
Chọn B

Do " điểm cuối " của đồ thị có hướng đi lên $\Rightarrow a>0\rightarrow$ loại **D**.

Do đồ thị cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ dương nên hệ số $c>0\rightarrow$ loại **C.**

Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$, mà $a>0$,nên $b<0\rightarrow$ chọn **B**.

Câu 37. [2D1-5.3-2] Hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0$, $b<0$, $c>0$ **B.** $a<0$, $b>0$, $c<0$ **C.** $a<0$, $b<0$, $c<0$ **D.** $a>0$, $b<0$, $c<0$.

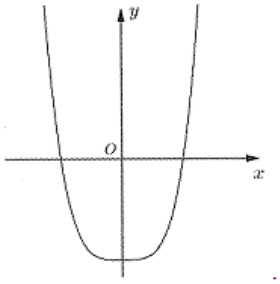
Lời giải

Chọn B

Do " điểm cuối " của đồ thị có hướng đi xuống $\Rightarrow a<0 \rightarrow$ loại **D**.

Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$, mà $a<0$,nên $b>0 \rightarrow$ chọn **B**.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).Chọn điều kiện đúng của $a,\ b$ để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.



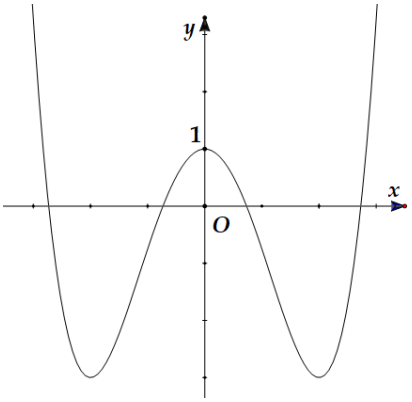
A. $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì $a>0$. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2ax^2+b=0\end{array}\right.$ chỉ có một nghiệm, do đó $ab>0\Rightarrow b>0$.

Câu 39. **[2D1-5.1-3] (THPT ĐOÀN KẾT – HAI BÀ TRƯNG – HÀ NỘI – 2018)** Hãy xác định *a, b, c* để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



A. $a=\frac{1}{4}, b=-2, c=2$. **B.** $a=4, b=-2, c=1$.

C. $a=4, b=2, c=1$. **D.** $a=\frac{1}{4}, b=-2, c>0$.

Lời giải

Đáp án D

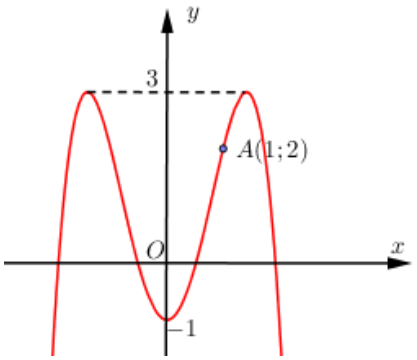
$x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow c=1 \quad (1)$

$x=1\Rightarrow y=\frac{1}{4}\Rightarrow a+b+c=\frac{1}{4} \quad (2)$

$x=2\Rightarrow y=-2\Rightarrow 16a+4b+c=-2 \quad (3)$

Từ **(1)**, **(2)**, **(3)** chọn. **D.**

Câu 40. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$. Biểu thức $A=a^2+b^2+c^2$ có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau?



A. $A=24$. **B.** $A=20$. **C.** $A=18$. **D.** $A=6$.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên $c=-1\ (1)$.

Đồ thị đi qua điểm $(1;2)$ nên $a+b+c=2\ (2)$.

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

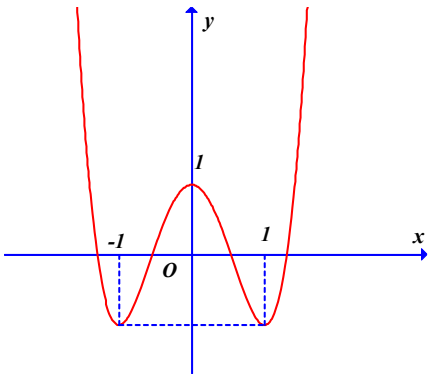
Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị, do đó $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\end{array}\right.$

Ngoài ra $y\left(\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\right)=a.\dfrac{b^2}{4a^2}+b.\left(-\dfrac{b}{2a}\right)+c=\dfrac{b^2}{4a}-\dfrac{b^2}{2a}+c=-\dfrac{b^2}{4a}+c=3\ (3)$

Giải hệ (1), (2), (3) ta được $c=-1$, $a=-1$, $b=4$ hoặc $c=-1$, $a=-9$, $b=12$.

Bộ $c=-1$, $a=-1$, $b=4$ thỏa $A=a^2+b^2+c^2=18$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 41. Biết rằng hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị $f(a+b+c)$.

A. $f(a+b+c)=-2$. **B.** $f(a+b+c)=2$.

C. $f(a+b+c)=-1$. **D.** $f(a+b+c)=1$.

Lời giải

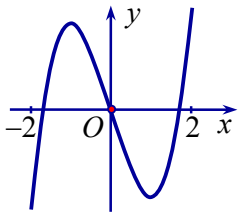
Chọn C

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} f(0)=c=1 \\ f'(\pm 1)=2a+b=0 \\ f(\pm 1)=a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=2 \\ b=-4 \end{cases}$.

Suy ra $f(x)=2x^4-4x^2+1 \Rightarrow f(a+b+c)=f(-1)=-1$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{a}{4}x^4+\frac{c}{2}x^2+d$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm uốn.

Lời giải

Chọn C.

Ta có dựa vào đồ thị thì y' là hàm số bậc 3. Do $y=f'(x)$ là hàm số lẻ và $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên nó có dạng $y'=ax^3+cx\,(a>0,c<0)$. Do đó $y=a\frac{x^4}{4}+c\frac{x^2}{2}=\frac{x^2}{4}(ax^2+2c)+m$.

Dễ thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 3 nghiệm nên hàm số có 3 cực trị nên đáp án **A.** đúng.

Hàm số $y=a\frac{x^4}{4}+c\frac{x^2}{2}=\frac{x^2}{4}(ax^2+2c)+m$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng, nên đáp án **B.** đúng.

Ta có $y''=3ax^2+c$ vì $a>0,c<0$ nên phương trình $y''=0$ có hai nghiệm phân biệt nên hàm số luôn có hai điểm uốn, do đó đáp án **D.** đúng.

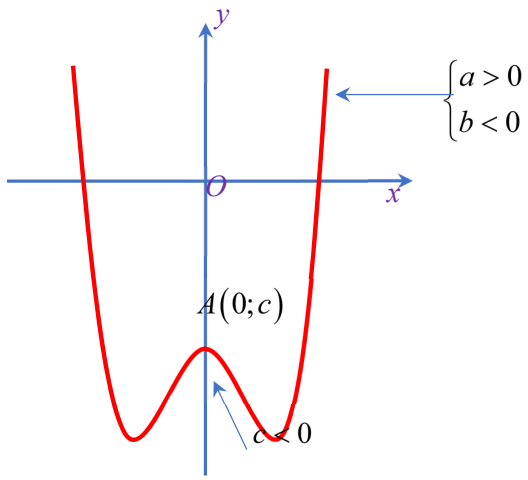
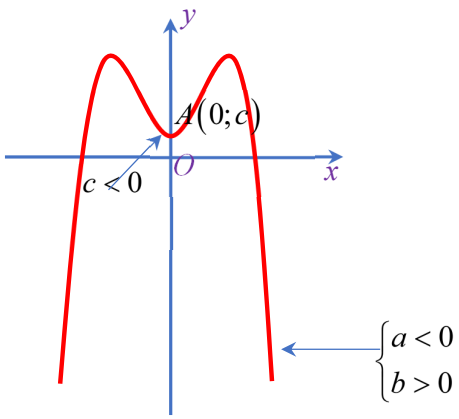
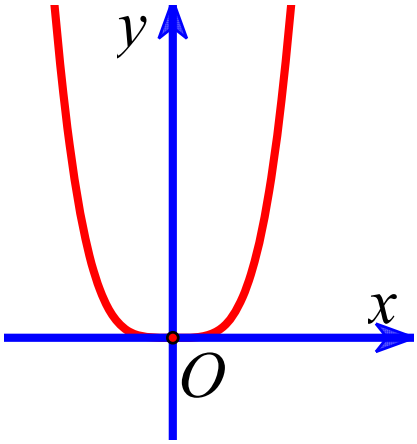
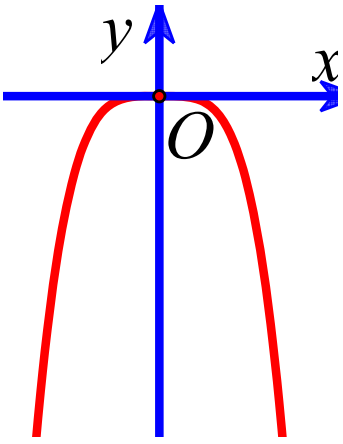
BÀI TOÁN 13 : ĐIỀU KIỆN CỰC TRỊ CỦA HÀM TRÙNG PHƯƠNG

A. LÝ THUYẾT:

Xác định điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ *có cực trị*

■ *Hàm số:* $y = ax^4 + bx^2 + c$ *. Hệ số* a *có thể bằng* 0 *.*

- Hàm số có 3 cực trị ……;
- Hàm số có 1 cực trị ……...
- *Có* 4 *trường hợp sau có thể xảy ra:*

Trường hợp 1: ***Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu***	***Trường hợp 2:*** ***Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu***
	
Trường hợp 3: ***Hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại***	***Trường hợp 4:*** ***Hàm số có 1 cực đại và và không có cực tiểu***
$\begin{cases} a=0 \\ b>0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}$ 	$\begin{cases} a=0 \\ b<0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a<0 \\ b\leq 0 \end{cases}$ 

Lưu ý: Trường hợp 3 và 4 khi hệ số $a = 0$ đồ thị hàm số sẽ là parabol $y = bx^2 + c$, đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. [THPT chuyên Hưng Yên lần 2] Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 3 điểm. **D.** 4 điểm.

Câu 2. [NB] [THPT Hoàng Văn Thụ (Hòa Bình) -2017] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có cực trị $y=x^4-2(m+1)x^2+m$..

A. $m<-1$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m>-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1(a\neq 0)$. Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại thì a,b cần thoả mãn:

A. $a<0,b<0$. **B.** $a>0,b<0$. **C.** $a<0,b>0$. **D.** $a>0,b>0$.

Câu 4. [2D1-2.5-3] (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại ?

A. $1\le m\le 3$ **B.** $m\le 1$ **C.** $m\ge 1$ **D.** $1<m\le 3$

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$. Trong điều kiện nào sau đây thì hàm số có ba cực trị:

A. a,b cùng dấu và c bất kì. **B.** a,b trái dấu và c bất kì.

C. $b=0$ và a,c bất kì. **D.** $c=0$ và a,b bất kì.

Câu 6. Để đồ thị hàm số $y=-x^4-(m-3)x^2+m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $m\ge 3$. **B.** $m>3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m<3$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+1$ có đúng một điểm cực tiểu.

A. $m\in[0;1]$. **B.** $m\in[1;+\infty)$. **C.** $m\in(0;+\infty)$. **D.** $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 8. [Sở GDĐT Lâm Đồng lần 2] Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Diện tích của tam giác ABC là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2

Câu 9. (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 8 Tuần HK1 - 2018 - BTN) Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;\ 1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$??

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 10. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0<m<\sqrt[3]{4}$ **B.** $m<1$ **C.** $0<m<1$ **D.** $m>0$

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. [THPT An Lão lần 2] Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

B. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu.

C. Hàm số không có cực đại, chỉ có 1 cực tiểu.

D. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Câu 2. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a<0,\ b\le 0$. **B.** $a>0,\ b\ge 0$. **C.** $a>0,\ b<0$. **D.** $a<0,\ b>0$.

Câu 3. (THPT Lê Quý Đôn - Hải Phòng - 2018 - BTN) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

A. $m\le -1$. **B.** $-1<m<0,5$. **C.** $-1,5<m\le 0$. **D.** $-1\le m\le 0$.

Câu 4. [THPT Thuận Thành 3- 2017] Hàm số $y=x^4-(m+3)x^2+m^2-2$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\ge 0$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\ge -3$. **D.** $m\le -3$.

Câu 5. [CHUYÊN NGOẠI NGỮ-LẦN 1-2018] Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4+4mx^3+3\left(m+1\right)x^2+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 6. (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) Cho hàm số $y=\left(m+1\right)x^4-\left(m-1\right)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. [VD-BTN-2017] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(m+1\right)x^4-mx^2+\dfrac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m<-1$.. **B.** $-1\le m\le 0$.. **C.** $m>1$.. **D.** $-1\le m<0$..

Câu 8. [2D1-2.5-3] (GKI CS2 LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m^2-1)x^2+1-2m$ có một cực tiểu và hai cực đại.

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+2(m-1)x^2+2$ có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$ có ba điểm cực trị.

A. $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left[0;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-1;0\right)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Câu 11. Để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+1$ có ba điểm cực trị thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $0<m<3$. **B.** $0\le m\le 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ 0\le m\le 3 \end{array}\right.$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây luôn có 3 điểm cực trị với mọi giá trị m ?

A. $y=(m^2+1)x^4-x^2+2m^2-1$. **B.** $y=x^4+(m^2-m)x^2+m-3$.

C. $y=-m^2x^4+x^2+m^2+m+1$. **D.** $y=x^4+(m^2+m+1)x^2+1-3m$.

Câu 13. Tìm tham số m để đồ thị hàm số sau $y=x^4+2(m+1)x^2+1$. có 3 điểm cực trị ?

A. $m<-1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ge -1$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 14. **(THPT Kim Liên - HN - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$.

C. $m\in(-1;0)$. **D.** $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$.

Câu 15. **(THPT Hoàng Hóa - Thanh Hóa - Lần 2 - 2018 - BTN)** Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4-m^3x^2+2018$ có ba điểm cực trị

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\ne 0$.

Câu 16. **(THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-8x^2+10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC ?

A. $S=64$. **B.** $S=24$. **C.** $S=32$. **D.** $S=12$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+2mx^2+4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ.

A. $m=-2$ hoặc $m=2$. **B.** $m=-2$.

C. $m=2$. **D.** Không có giá trị m nào.

Câu 18. **[2D1-2.4-3] (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A. $m=-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $m=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$ **B.** $m=-1$; $m=1$

C. $m=1$ **D.** $m\ne 0$

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=f(x)=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 4 ?

A. $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **B.** $m=-\sqrt[5]{16}$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=\sqrt[3]{16}$

Câu 20. Cho hàm số: $y=x^4-2mx^2+m+1$ .Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có một góc bằng 120^0

A. $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $m=1+\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=-\sqrt[3]{5}$. **D.** $m=\dfrac{-1}{\sqrt[3]{3}}$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại.

A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1<m\le 3$.

Câu 2. Để đồ thị hàm số $y=x^4+(2m+3)x^2+m^2-4$ có đúng một điểm cực trị thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $m\ge -\dfrac{3}{2}$. **B.** $m>-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m\le -\dfrac{3}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{3}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$. Tìm m để đồ thị hàm số có đúng 1 cực trị?

A. $0\le m\le 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $0<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ có 1 điểm cực trị

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0]$. **D.** $m\in[0;1]$.

Câu 5. Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị:

A. $m\ge 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m\le 0$.

Câu 6. **[THPT Hà Huy Tập- 2017]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+2017\quad(1)$ có đúng một cực tiểu.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $m\in[1;+\infty)$. **D.** $m\in[0;1]$

Câu 7. **(SGD Bắc Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=mx^4-(2m+1)x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại?

A. $-\dfrac{1}{2}\le m\le 0$. **B.** $-\dfrac{1}{2}\le m<0$. **C.** $m\le -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\ge -\dfrac{1}{2}$.

Câu 8. **[BTN 172-2017]** Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị?

A. $m\le 0$. **B.** $m\le 0\cup m\ge 1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1(a\ne 0)$. Để hàm số có một cực trị và là cực tiểu thì a,b cần thoả mãn:

A. $a<0,b\ge 0$. **B.** $a<0,b>0$. **C.** $a>0,b<0$. **D.** $a>0,b\ge 0$.

Câu 10. Hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+m^2-2m+3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:

A. $m\geq 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $m=2$.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+m$ chỉ có đúng một cực trị.

A. $0<m\leq 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$. **D.** $0\leq m\leq 1$.

Câu 12. **[2D1-2.5-3] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m\leq 0$ **B.** $m=-1$ **C.** $m\geq 1$ **D.** $m\geq 0$

Câu 13. **(Sở GD Kiên Giang-2018-BTN)** Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có 3 cực trị.

A. $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\geq 0$.

Câu 14. **(SGD Bình Dương - HKI - 2017 - 2018 - BTN)** Hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị khi các giá trị của m là:

A. $4<m<5$. **B.** $m<0$. **C.** $m>8$. **D.** $m>8$

Câu 15. Hàm số $y=-x^4+(m+2)x^2+5$ có 3 cực trị với điều kiện m nào sau đây?

A. $m<-3$. **B.** $m>-2$.

C. $-3<m<-2$. **D.** $m=-2$ hay $m=-3$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$ **B.** $m>2$. **C.** $-1\leq m\leq 2$. **D.** $m<-1$.

Câu 17. **[THPT An Lão lần 2- 2017]** Cho hàm số $y=mx^4+(m^2-6)x^2+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có 3 điểm cực trị trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 18. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Câu 19. **[Sở GDĐT Lâm Đồng lần 05]** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-3m+1\ (1)$ (m là tham số). Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m\leq 1$. **B.** $0<m\leq 1$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m>0$.

Câu 20. **[2D1-2.5-3] (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m+4$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều?

A. $m\in\left\{0;\sqrt{3};-\sqrt{3}\right\}$ **B.** $m\in\left\{0;\sqrt[6]{3};-\sqrt[6]{3}\right\}$ **C.** $m\in\left\{\sqrt[6]{3};-\sqrt[6]{3}\right\}$ **D.** $m\in\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}$

Câu 21. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m(C)$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-2$.

Câu 22. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+1$ có ba điểm cực trị thỏa mãn giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất?

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Câu 23. **[CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN-QUẢNG TRỊ-LẦN 1-2018]** Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị A,B,C sao cho $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=1$, với $A\in Oy$

A. $m=-1$. **B.** $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **C.** $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^4-2\left(m^2-m+1\right)x^2+m-1(C)$. có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số (C) có cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu nhỏ nhất?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $m>0$.

Câu 27. **[2D1-2.14-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0;-3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?.

A. $m\in\left(\frac{9}{5};2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in(2;3)$. **D.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$

Câu 28. **(THPT Trần Nhân Tông - Quảng Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m=1$, $m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m=0$, $m=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $m=0$, $m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m=1$, $m=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=3$.

Câu 30. Tìm m để đồ thị hàm số $f(x)=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.

A. $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\sqrt{3}$. **D.** $m=\sqrt[3]{3}$.

Câu 31. ***(Đề thi dự bị ĐH khối A năm 2004)*** Tìm m để hàm số $y=x^4-2m^2x^2+1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$.

C. $m=0$. **D.** $m=-1$ hoặc $m=1$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2\left(m^2-m+1\right)x^2+2017-m$ có ba điểm cực trị sao cho khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu bằng $\sqrt{3}$?

A. $m=-\frac{3}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=-x^4-2\left(m-4\right)x^2-m^2-14$. Với $m\in\left(\alpha;\beta\right)$ là tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị và $y_{CD}^2<16$. Tính $T=4\left(\alpha+\beta\right)+16\alpha.\beta$.

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\left(3m+1\right)x^2+2\left(m+1\right)$. Tìm m để đồ thị $\left(C_m\right)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm trùng với gốc tọa.?

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=-\frac{2}{3}$.

C. $m=\frac{1}{3}$. **D.** $m=-\frac{2}{3}$ hoặc $m=\frac{2}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số: $y=x^4-2\left(m-1\right)x^2+m^2-2m$ .Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36. **[2D1-2.5-3] (THPT YÊN MỸ HƯNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Gía trị m để đồ thị hàm $y=x^4+2mx^2-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ là:

A. $m=2$ **B.** $m=\pm2$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=-1$

Câu 37. Tìm tất cả giá trị tham số m để hàm số $y=mx^4+4x^2+2017^m-2016$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

BÀI TOÁN 13 : ĐIỀU KIỆN CỰC TRỊ CỦA HÀM TRÙNG PHƯƠNG

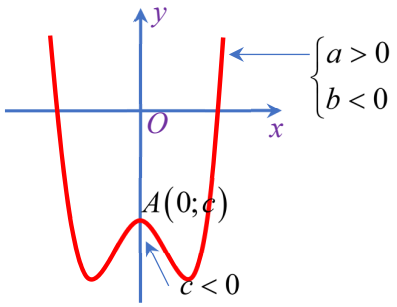
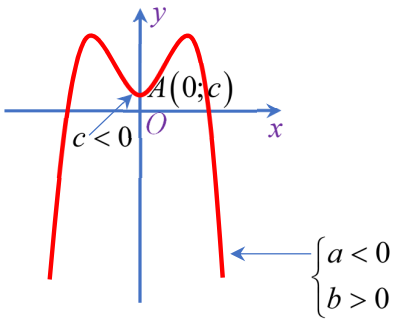
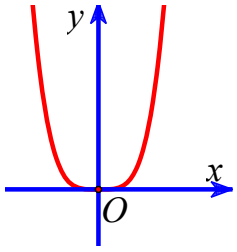
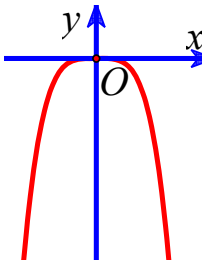
A. LÝ THUYẾT:

Xác định điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ *có cực trị*

■ *Hàm số:* $y = ax^4 + bx^2 + c$ *. Hệ số* a *có thể bằng* 0 .

‣ Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow ab < 0$; Hàm số có 1 cực trị $\Rightarrow ab \geq 0$.

‣ *Có* 4 *trường hợp sau có thể xảy ra:*

Trường hợp 1: ***Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu***	***Trường hợp 2:*** ***Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu***
	
Trường hợp 3: ***Hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại***	***Trường hợp 4:*** ***Hàm số có 1 cực đại và và không có cực tiểu***
$\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ 	$\begin{cases} a = 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ 

Lưu ý: Trường hợp 3 và 4 khi hệ số $a = 0$ đồ thị hàm số sẽ là parabol $y = bx^2 + c$, đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. [THPT chuyên Hưng Yên lần 2] Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 3 điểm. **D.** 4 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x\Rightarrow y'=x^3-x^2-x+1$.

Suy ra: $y'=0\Leftrightarrow x^3-x^2-x+1=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị tại $x=-1$.

Câu 2. [NB] [THPT Hoàng Văn Thụ (Hòa Bình) -2017] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có cực trị $y=x^4-2(m+1)x^2+m$..

A. $m<-1$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $ab<0$ thì hàm số có ba cực trị.
Nếu $ab\geq 0$ thì hàm số có 1 cực trị.
Vậy hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ luôn có cực trị với mọi số thực a,b,c.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1(a\neq 0)$. Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại thì a,b cần thoả mãn:

A. $a<0,b<0$. **B.** $a>0,b<0$. **C.** $a<0,b>0$. **D.** $a>0,b>0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(ax^2+b\right);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\frac{b}{2a}\end{array}\right.$.

Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại $\left\{\begin{array}{l}a<0\\-\frac{b}{2a}>0\end{array}\right.$.

Câu 4. [2D1-2.5-3] (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại ?

A. $1\leq m\leq 3$ **B.** $m\leq 1$ **C.** $m\geq 1$ **D.** $1<m\leq 3$

Lời giải

Chọn A

TH1: Nếu $m=1\Rightarrow y=4x^2+1$. Suy ra hàm số không có cực đại .

TH2: Nếu $m>1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3)\ge 0\Leftrightarrow m\le 3$. Suy ra $1<m\le 3$.

Vậy $1\le m\le 3$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a\ne 0)$. Trong điều kiện nào sau đây thì hàm số có ba cực trị:

A. a,b cùng dấu và c bất kì. **B.** a,b trái dấu và c bất kì.

C. $b=0$ và a,c bất kì. **D.** $c=0$ và a,b bất kì.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{b}{a}\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $x^2=-\dfrac{b}{2a}$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0. Vậy $-\dfrac{b}{2a}>0$. Khi đó a,b trái dấu và c bất kì.

Câu 6. Để đồ thị hàm số $y=-x^4-(m-3)x^2+m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $m\ge 3$. **B.** $m>3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m<3$.

Lời giải

Chọn A

Có $a=-1<0$ nên đồ thị hàm số có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì

$\begin{cases} a<0 \\ b\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-1<0 \\ -(m-3)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 3$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+1$ có đúng một điểm cực tiểu.

A. $m\in[0;1]$. **B.** $m\in[1;+\infty)$. **C.** $m\in(0;+\infty)$. **D.** $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

+ Với $m=1$ thì $y=x^2+1$, hàm số có đúng một điểm cực tiểu.

+ Với $m-1>0\Leftrightarrow m>1$, hàm số có đúng một điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow ab\ge 0\Leftrightarrow m(m-1)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1\end{array}\right.$.

Do $m>1$ nên các giá trị m thỏa mãn trong trường hợp này là $m>1$.

+ Với $m-1<0\Leftrightarrow m<1$, hàm số có đúng một điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow ab<0\Leftrightarrow m(m-1)<0\Leftrightarrow 0<m<1$ (thỏa mãn $m<1$).

Tóm lại các giá trị cần tìm của m là: $m>0$.

Câu 8. **[Sở GDĐT Lâm Đồng lần 2]** Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Diện tích của tam giác ABC là:

A. 3. **B.** 1.

C. 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn D

$y'=8x^3-8x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0\vee x=\pm 1$.

Ba điểm cực trị: $A(0;1)$, $B(1;-1)$, $C(1;-1)\Rightarrow S_{ABC}=2$.

Câu 9. **(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 8 Tuần HK1 - 2018 - BTN)** Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;\ 1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$??

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$.

Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số: $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$, $C\left(-\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$.

$BC=4\Leftrightarrow 4m=16\Leftrightarrow m=4$.

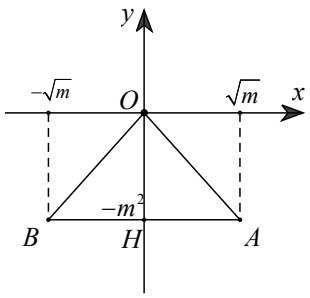
Câu 10. [2D1-2.4-3] **(MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1 .

A. $0<m<\sqrt[3]{4}$ **B.** $m<1$ **C.** $0<m<1$ **D.** $m>0$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$



Ta có $y'=4x^3-4mx$. $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$. Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $O(0;0)$, $A\left(\sqrt{m};-m^2\right)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$.

Do đó $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OH.AB=\frac{1}{2}m^2.2\sqrt{m}=m^2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow 0<m<1.$

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. [THPT An Lão lần 2] Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

B. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu.

C. Hàm số không có cực đại, chỉ có 1 cực tiểu.

D. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Có $y'=-4x^3+4x$.

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Vì hàm số là hàm trùng phương có hệ số $a<0$ và phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Câu 2. **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a<0,\ b\le 0$. **B.** $a>0,\ b\ge 0$. **C.** $a>0,\ b<0$. **D.** $a<0,\ b>0$.

Lời giải

Chọn B

* Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

* Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{b}{2a}\end{array}\right.$.

* Hàm số có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu khi và chỉ khi

$\begin{cases}a>0\\-\dfrac{b}{2a}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b\ge 0\end{cases}$.

Câu 3. **(THPT Lê Quý Đôn - Hải Phòng - 2018 - BTN)** Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

A. $m\le -1$. **B.** $-1<m<0,5$. **C.** $-1,5<m\le 0$. **D.** $-1\le m\le 0$.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp $m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai. Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có cực tiểu thì $m<0$, do đó $m=-1$ thỏa mãn,

Trường hợp $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne\pm 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases}a<0\\ab>0\end{cases}$, do đó ta có

$\begin{cases}m^2-1<0\\\left(m^2-1\right).m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Vậy với $-1\le m\le 0$ thì đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

Câu 4. **[THPT Thuận Thành 3- 2017]** Hàm số $y=x^4-(m+3)x^2+m^2-2$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\ge 0$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\ge -3$. **D.** $m\le -3$.

Lời giải

Chọn B

$y=x^4-(m+3)x^2+m^2-2$.

$ab>0\Leftrightarrow -m-3>0\Leftrightarrow m<-3$.

Câu 5. **[CHUYÊN NGOẠI NGỮ-LẦN 1-2018]** Cho hàm số $f(x)=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=4x^3+12mx^2+6(m+1)x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2+6mx+3(m+1)=0(*)\\x=0\end{array}\right.$.

Để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Ta có $\Delta'<0\Leftrightarrow(3m)^2-2.3.(m+1)<0\Leftrightarrow 9m^2-6m-6<0$

$\Leftrightarrow -0,5\approx\dfrac{1-\sqrt{7}}{3}<m<\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}\approx 1,2$. Vậy $S=\{0;1\}$.

Câu 6. **(THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-(m-1)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp $m=-1$, suy ra $y=2x^2+1\Rightarrow$ Hàm số có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại nên loại $m=-1$.

Trường hợp $m\neq -1$

Ta có: $y'=4(m+1)x^3-2(m-1)x=2x\left[2(m+1)x^2-(m-1)\right]$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\g(x)=2(m+1)x^2-(m-1)=0(*)\end{array}\right.$

Vì hàm trùng phương luôn đạt cực trị tại điểm $x=0$ nên để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases}m+1<0\\-m+1\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\m\ge 1\end{cases}$, suy ra không tồn tại m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. **[VD-BTN-2017]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+\dfrac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m<-1$.. **B.** $-1\le m\le 0$.. **C.** $m>1$.. **D.** $-1\le m<0$..

Lời giải

Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y=x^2+\frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$$y'=4(m+1)x^3-2mx=4(m+1)x\left[x^2-\frac{m}{2(m+1)}\right].$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1)>0 \\ \frac{m}{2(m+1)}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\leq 0$.

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1\leq m\leq 0$.

Câu 8. **[2D1-2.5-3] (GKI CS2 LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m^2-1)x^2+1-2m$ có một cực tiểu và hai cực đại.

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4mx^3+2(m^2-1)x=0 \Leftrightarrow 2x(2mx^2+m^2-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2mx^2+m^2-1=0 \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \frac{1-m^2}{2m}>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ 0<m<1 \end{array}\right. \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-1 \Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)$

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+2(m-1)x^2+2$ có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ ab<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=m>0 \\ b=2(m-1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$ có ba điểm cực trị.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$. **B.** $m\in(-1;0)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow ab<0\Leftrightarrow -m(m+1)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right.$.

Câu 11. Để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+1$ có ba điểm cực trị thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $0<m<3$. **B.** $0\le m\le 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ 0\le m\le 3 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow ab<0\Leftrightarrow m(m^2-9)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3 \end{array}\right.$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây luôn có 3 điểm cực trị với mọi giá trị m ?

A. $y=(m^2+1)x^4-x^2+2m^2-1$. **B.** $y=x^4+(m^2-m)x^2+m-3$.

C. $y=-m^2x^4+x^2+m^2+m+1$. **D.** $y=x^4+(m^2+m+1)x^2+1-3m$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=(m^2+1)x^4-x^2+2m^2-1$ có $a=m^2+1\neq 0,\forall m$ và $a.b=-(m^2+1)<0,\forall m$ nên đồ thị hàm số luôn có 3 điểm cực trị với mọi giá trị của m.

Câu 13. Tìm tham số m để đồ thị hàm số sau $y=x^4+2(m+1)x^2+1.$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m<-1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ge -1$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải:

Chọn A.

Cách 1: Tập xác định: $D=\mathbb{R}$; Đạo hàm $y'=4x^3+2(m+1)x=2x(2x^2+m+1);$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{-m-1}{2}\ (1) \end{array}\right.$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'$có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1)***có hai nghiệm phân biệt khác 0*** $\Leftrightarrow -m-1>0\Leftrightarrow m<-1$

Vậy với $m<-1$ hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Cách 2: Để đồ thị hàm số có đúng 3 điểm cực trị thì $2(m+1)<0\Leftrightarrow m<-1$.

Câu 14. **(THPT Kim Liên - HN - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$.

C. $m\in(-1;0)$. **D.** $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(m+1)m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>0\end{array}\right.$. Vậy $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Câu 15. **(THPT Hoàng Hóa - Thanh Hóa - Lần 2 - 2018 - BTN)** Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4-m^3x^2+2018$ có ba điểm cực trị

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=4mx^3-2m^3x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4mx^3-2m^3x=0\ (*)$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, suy ra $m\neq 0$.

Câu 16. **(THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-8x^2+10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC ?

A. $S=64$. **B.** $S=24$. **C.** $S=32$. **D.** $S=12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=10\\x=2\Rightarrow y=-6\\x=-2\Rightarrow y=-6\end{array}\right.$.

Không mất tính tổng quát giả sử $A(0;10)$, $B(2;-6)$, $C(-2;-6)$.

Tam giác ABC cân tại A. Gọi H là trung điểm của BC, khi đó $H(0;-6)$.

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.16.4=32$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+2mx^2+4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ.

A. $m=-2$ hoặc $m=2$. **B.** $m=-2$.

C. $m=2$. **D.** Không có giá trị m nào.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right)$.

Hàm số có 3 cực trị khi $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a.b<0\Leftrightarrow m<0$.

Khi đó, $y'=0\Leftrightarrow x=0;x=\pm\sqrt{-m}$.

Tọa độ 3 điểm cực trị là $A(0;4),B\left(\sqrt{-m};-m^2+4\right),C\left(-\sqrt{-m};-m^2+4\right)$.

Ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ $\Leftrightarrow -m^2+4=0\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Kết hợp điều kiện ta được $m=-2$.

Câu 18. **[2D1-2.4-3] (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A. $m=-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $m=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ **B.** $m=-1;m=1$

C. $m=1$ **D.** $m\neq 0$

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-6mx$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=4m^3\\x=2m\Rightarrow y=0\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m\neq 0$.

Khi đó, hai điểm cực trị của đồ là $A\left(0;4m^3\right)$ và $B(2m;0)$, $(m\neq 0)$.

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=4\Leftrightarrow\frac{1}{2}.\left|4m^3\right|\left|2m\right|=4\Leftrightarrow m^4=1\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=f(x)=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 4?

A. $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **B.** $m=-\sqrt[5]{16}$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=\sqrt[3]{16}$

Lời giải

Chọn C

Giải theo tự luận:

Tính $y'=4x^3-4mx$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó ba điểm cực trị là $A\left(0;2m+m^4\right),B\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right),C\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$.

Do ΔABC luôn cân tại A vì $AB=AC$ .Gọi H là trung điểm của BC nên $H\left(0;m^4-m^2+2m\right)$

$\Rightarrow AH=m^2$. $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}m^2\sqrt{4m}=4\Leftrightarrow m^5=16\Leftrightarrow m=\sqrt[5]{16}$.

Giải theo phương pháp trắc nghiệm **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

Áp dụng công thức giải nhanh cho tam giác có diện tích bằng $S_o\ (S_o = 4)$.

Ta có: $32a^3S_0^2 + b^5 = 0 \Leftrightarrow 32.1.4^2 + (-2m)^5 = 0 \Leftrightarrow 32m^5 = 32.16 \Leftrightarrow m^5 = 16 \Leftrightarrow m = \sqrt[5]{16}$.

Câu 20. Cho hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ .Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có một góc bằng 120^0

A. $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $m = 1 + \sqrt[3]{3}$. **C.** $m = -\sqrt[3]{5}$. **D.** $m = \dfrac{-1}{\sqrt[3]{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Giải theo tự luận

. Điều kiện xác định: $\forall x \in R$.

. $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Phương trình y'=0 có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ m > 0.

Với m>0 thì đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là $A(0; m-1),\ B(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1),$ $C(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$

Theo giả thiết ΔABC có một góc bằng 120^0, do tính chất đối xứng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên ΔABC cân tại A $\Rightarrow \widehat{BAC} = 120^0$.

Ta có : $AB^2 = AC^2 = m^4 + m$, $BC^2 = 4m$

Theo định lí côsin trong ABC có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120^0 \Leftrightarrow$ $BC^2 = 3AB^2 \Leftrightarrow m(3m^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$ (thoả mãn điều kiện m>0).

Vậy $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Giải theo phương pháp trắc nghiệm :

Cách 1: ***(Phương pháp riêng)*** ΔABC luôn cân tại đỉnh A(0;c) và có 1 góc 120^0. Nếu H là trung điểm BC thì $\angle$ BAH=60^0 $\Rightarrow \tan BAH = \dfrac{BH}{AH} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{a}{a^4} \Rightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Ta đồng nhất hệ số x^2 tức là $-2m = -2a^2 \Leftrightarrow m = a^2 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Cách 2: **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

Điều kiện để có 3 cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>0$

Khi đó tam giác tạo thành từ ba điểm cực trị có một góc bằng 120° ứng với

$3b^3=-8a\Leftrightarrow 3(-2m)^3=-8.1\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại.

A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1<m\le 3$.

Lời giải

Chọn D

+ Với $m=1$ thì $y=4x^2+1$, hàm số chỉ có cực tiểu nên không thỏa mãn.

+ Với $m\ne 1$, hàm số không có cực đại

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ab\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=m-1>0\\b=-2(m-3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 1<m\le 3$

Câu 2. Để đồ thị hàm số $y=x^4+(2m+3)x^2+m^2-4$ có đúng một điểm cực trị thì tất cả giá trị thực của tham số m là:

A. $m\ge -\dfrac{3}{2}$. **B.** $m>-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m\le -\dfrac{3}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do $a=1>0$ nên đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị thì $a.b\ge 0\Leftrightarrow 2m+3\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{3}{2}$

Câu 3. Cho hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$. Tìm m để đồ thị hàm số có đúng 1 cực trị?

A. $0\le m\le 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge 1\end{array}\right.$. **C.** $0<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Lời giải:

Chọn B.

Để đồ thị hàm số có đúng 1 điểm cực trị thì $m(m-1)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge 1\end{array}\right.$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ có 1 điểm cực trị

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0]$. **D.** $m\in[0;1]$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị

$\Leftrightarrow ab \ge 0 \Leftrightarrow m(m-1) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$.

Câu 5. Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một cực trị:

A. $m \ge 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$.

C. $0 \le m \le 1$. **D.** $m \le 0$.

Lời giải

Chọn B

* Nếu $m = 0$ thì $y = -x^2 + 1$ là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

* Khi $m \ne 0$, ta có: $y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 2x\left[2mx^2 + (m-1)\right]; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{1-m}{2m} \end{array}\right.$.

Để hàm số có một cực trị khi $\dfrac{1-m}{2m} \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$.

Câu 6. **[THPT Hà Huy Tập- 2017]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + mx^2 + 2017 \quad (1)$ có đúng một cực tiểu.

A. $m \in (0;+\infty)$. **B.** $m \in (0;1) \cup (1;+\infty)$. **C.** $m \in [1;+\infty)$. **D.** $m \in [0;1]$

Lời giải

Chọn C

TH1: $a = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = x^2 + 2017$ có 1 cực tiểu.

TH2: $a \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 1$. Hàm số có đúng 1 cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$

Câu 7. **(SGD Bắc Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại?

A. $-\dfrac{1}{2} \le m \le 0$. **B.** $-\dfrac{1}{2} \le m < 0$. **C.** $m \le -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m \ge -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với $m = 0$, $y = -x^2 + 1$ là một parabol có một điểm cực đại.

Với $m\neq 0$, $y'=4mx^3-2(2m+1)x=2x\left(2mx^2-2m-1\right)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2m+1}{2m}\end{array}\right.$ y

hàm số là hàm trùng phương, khi đó hàm số có một điểm cực đại khi và chỉ khi $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm hoặc $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm.

Trường hợp $m>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\\dfrac{2m+1}{2m}>0\end{cases}\Leftrightarrow m>0$.

Trường hợp $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\\dfrac{2m+1}{2m}\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\leq m<0$.

Vậy với $m\geq -\dfrac{1}{2}$ thì hàm số có một điểm cực đại.

Câu 8. **[BTN 172-2017]** Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị?

A. $m\leq 0$. **B.** $m\leq 0\cup m\geq 1$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $m\geq 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(-3)=-4;\mathrm{y}'=4mx^3+2(m-1)x=2x\left(2mx^2+m-1\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2mx^2+m-1=0(*)\end{array}\right.$.

Hàm số chỉ có 1 cực trị suy ra (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

$\Leftrightarrow\Delta\leq 0\Leftrightarrow -2m(m-1)\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq 0\\m\geq 1\end{array}\right.$.

Câu 9. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1(a\neq 0)$. Để hàm số có một cực trị và là cực tiểu thì a,b cần thoả mãn:

A. $a<0,b\geq 0$. **B.** $a<0,b>0$. **C.** $a>0,b<0$. **D.** $a>0,b\geq 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2a^2+b\right);y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{b}{2a}\end{array}\right.(*)$.

Để hàm số có một cực trị thì $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0.

$\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a}\leq 0\Leftrightarrow ab\geq 0$.

Khi đó, để cực trị này là cực tiểu thì $a>0$. Vậy $a>0,b\geq 0$.

Câu 10. Hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+m^2-2m+3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:

A. $m \ge 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm trùng phương có 1 điểm cực trị khi $ab \ge 0 \Leftrightarrow m-2 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge 2$.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$ chỉ có đúng một cực trị.

A. $0 < m \le 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $0 \le m \le 1$.

Lời giải

Chọn C.

Trường hợp 1: $m = 0$. Ta có hàm số $y = -x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m = 0$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $m \ne 0$, $y' = 4mx^3 - 2(m-1)x$.

Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m-1}{m} \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Kết hợp TH1 và TH2 ta có $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$.

Câu 12. **[2D1-2.5-3] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^4 - mx^2 + \dfrac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m \le 0$ **B.** $m = -1$ **C.** $m \ge 1$ **D.** $m \ge 0$

Lời giải

Chọn A

$y' = 2x^3 - 2mx = 2x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Vì $a = \dfrac{1}{2} > 0$ nên hàm số có cực đại mà không có cực tiểu $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ chỉ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \le 0$.

Câu 13. **(Sở GD Kiên Giang-2018-BTN)** Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 - 3$ có 3 cực trị.

A. $m > 0$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > -1$. **D.** $m \ge 0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$.

$YCBT \Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 14. **(SGD Bình Dương - HKI - 2017 - 2018 - BTN)** Hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị khi các giá trị của m là:

A. $4 < m < 5$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 8$. **D.** $m > 8$

Lời giải

Chọn B

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$.

Câu 15. **(THPT Nguyễn Hữu Quang)** Hàm số $y=-x^4+(m+2)x^2+5$ có 3 cực trị với điều kiện m nào sau đây?

A. $m<-3$. **B.** $m>-2$.

C. $-3<m<-2$. **D.** $m=-2$ hay $m=-3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=-x^4+(m+2)x^2+5$ có 3 cực trị $ab<0\Leftrightarrow -(m+2)<0\Leftrightarrow m>-2$.

Câu 16. **(THPT Lê Hoàn - Thanh Hóa - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$ **B.** $m>2$.

C. $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn A

$y'=4(m+1)x^3+4(m-2)x=4x\left((m+1)x^2+m-2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(m+1)x^2+m-2=0\end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\dfrac{2-m}{m+1}>0\Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 17. **[THPT An Lão lần 2- 2017]** Cho hàm số $y=mx^4+\left(m^2-6\right)x^2+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có 3 điểm cực trị trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m>0,m\in\mathbb{Z}\\\dfrac{m^2-6}{m}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0,m\in\mathbb{Z}\\-\sqrt{6}<m<\sqrt{6}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\{1;2\}$.

Câu 18. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\dfrac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\to y=2\\x=\pm1\to y=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;2)$, $B(-1;1)$, $C(1;1)$.

Nhận xét ΔABC cân tại A. Vì vậy $S=\frac{1}{2}|y_A-y_B|.|x_C-x_B|=\frac{1}{2}.1.2=1$.

Câu 19. **[Sở GDĐT Lâm Đồng lần 05]** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-3m+1\,(1)$ (m là tham số). Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m\le1$. **B.** $0<m\le1$. **C.** $m\le0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

+ $m\le0$, $y'\ge0,\forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow m\le0$ thoả mãn.

+ $m>0$, $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt: $-\sqrt{m}$, 0, $\sqrt{m}$.

Hàm số (1) đồng biến trên (1; 2) $\Leftrightarrow\sqrt{m}\le1\Leftrightarrow0<m\le1$. Vậy $m\in(-\infty;1]$.

Câu 20. **[2D1-2.5-3] (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m+4$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều?

A. $m\in\{0;\sqrt{3};-\sqrt{3}\}$ **B.** $m\in\{0;\sqrt[6]{3};-\sqrt[6]{3}\}$ **C.** $m\in\{\sqrt[6]{3};-\sqrt[6]{3}\}$ **D.** $m\in\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m\ne0$.

Khi đó, 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;m+4)$, $B(|m|;-m^4+m+4)$, $C(-|m|;-m^4+m+4)$.

Tam giác ABC có $AB=AC$ nên tam giác ABC cân tại A, suy ra tam giác ABC đều

$\Leftrightarrow AB=BC\Leftrightarrow\sqrt{m^2+m^8}=2|m|\Leftrightarrow m^8+m^2=4m^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\pm\sqrt[6]{3}\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $m\in\left\{-\sqrt[6]{3};\sqrt[6]{3}\right\}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m(C)$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4mx\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m}\end{array}\right.$

Gọi $A(0;m);B\left(\sqrt{m};-m^2+m\right);C\left(-\sqrt{m};-m^2+m\right)$ là các điểm cực trị

Khi đó $BC=2\sqrt{m};AB=AC=\sqrt{m^4+m}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\sqrt{m^5}$

Vậy $r=\dfrac{2s}{p}=\dfrac{2\sqrt{m^5}}{2\sqrt{m^4+m}+2\sqrt{m}}=1\Rightarrow m=2$.

Câu 22. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+1$ có ba điểm cực trị thỏa mãn giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất?

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x=4x\left(x^2-m^2-1\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m^2+1}\end{array}\right.$.

Ta có $a=1>0$ nên $x_{CT}=\pm\sqrt{m^2+1}\Rightarrow y_{CT}=-\left(m^2+1\right)^2+1$.

Do $m^2+1\ge1\Rightarrow-\left(m^2+1\right)^2\le-1\Rightarrow y_{CT}\le0\Rightarrow\max y_{CT}=0$ khi $m=0$.

Câu 23. **[CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN-QUẢNG TRỊ-LẦN 1-2018]** Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$.

C. $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=4x^3-4\left(1-m^2\right)x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1-m^2\end{array}\right.$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì $1-m^2>0\Leftrightarrow -1<m<1$.

Gọi các điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$A\left(0;m+1\right), B\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right), C\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$.

Gọi H là trung điểm của BC. Khi đó $H\left(0;-m^4+2m^2+m\right)$.

Do $AB=AC$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AH.BC=\left(1-m^2\right)^2.\sqrt{1-m^2}\le 1$.

Dấu "=" xảy ra khi $1-m^2=1\Leftrightarrow m=0$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị A,B,C sao cho $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=1$, với $A\in Oy$

A. $m=-1$. **B.** $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **C.** $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+m=0\quad(1)\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0. Điều này xảy ra khi $m<0$. Khi đó (1) có hai nghiệm là $x_1=\sqrt{-m}$, $x_2=-\sqrt{-m}$.

Vậy hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{-m};1-m^2\right)$, $C\left(-\sqrt{-m};1-m^2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;1)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{-m};-m^2\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{-m};-m^2\right)$

Theo giả thiết $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=1\Leftrightarrow\frac{1}{m^4-m}+\frac{1}{m^4-m}=1$

$\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^4-2\left(m^2-m+1\right)x^2+m-1(C)$. có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số (C) có cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu nhỏ nhất?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2-m+1\right)x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m^2-m+1} \end{array}\right.$

Khoảng cách giữa hia điểm cực trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \left(2\sqrt{m^2-m+1}\right)_{\min} \Leftrightarrow \left(2\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\right)_{\min}$

Do $\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}} \geq 0$ nên $\Leftrightarrow \left(2\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\right)_{\min} \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Câu 26. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^4-2mx^2$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó ba điểm cực trị là $O(0;0)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2\right)$. Ta giác OBC cân tại O, với $I\left(0;-m^2\right)$ trung điểm của BC

Theo yêu cầu bài toán, ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}OI.BC=\frac{1}{2}\left|-m^2\right|.2\sqrt{m}<1 \Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 27. **[2D1-2.14-3] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0;-3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?.

A. $m\in\left(\frac{9}{5};2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in(2;3)$. **D.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x\left(x^2-m\right) \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$;

Với điều kiện $m>0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A\left(0;m^4-2m^2\right)$; $B\left(-\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$; $C\left(\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$. Để $ABDC$ là hình thoi điều kiện là $BC\perp AD$ và trung điểm I của BC trùng với trung điểm J của AD. Do tính đối xứng ta luôn có $BC\perp AD$ nên chỉ cần $I\equiv J$ với $I\left(0;\, m^4-3m^2\right)$, $J\left(0;\frac{m^4-2m^2-3}{2}\right)$.

ĐK : $m^4-2m^2-3=2m^4-6m^2 \Leftrightarrow m^4-4m^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

Câu 28. **(THPT Trần Nhân Tông - Quảng Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m=1,\ m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

B. $m=0,\ m=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $m=0,\ m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

D. $m=1,\ m=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x=4x\left(x^2-m-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m+1 \end{array}\right. (1)$

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>-1$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=m^2 \\ x=\pm\sqrt{m+1} \Rightarrow y=(m+1)^2-2(m+1)^2+m^2=-2m-1 \end{array}\right.$.

Như vậy $A\left(0;m^2\right)$, $B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right) \\ \overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right) \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} AB=\sqrt{m+1+(m+1)^4} \\ AC=\sqrt{m+1+(m+1)^4} \end{array}\right. \Rightarrow AB=AC$.

Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow AH \perp BC$ và $H(0;-2m-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(0;-m^2-2m-1\right) \Rightarrow AH=\left|-m^2-2m-1\right|=(m+1)^2$.

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow 2R.AH=AB.AC$.

Mà $R=1$ và $\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{m+1};0\right) \Rightarrow BC=2\sqrt{m+1}$

$\Rightarrow 2(m+1)^2=m+1+(m+1)^4 \Rightarrow (m+1)^3+1=2(m+1)$

$\Rightarrow m^3+3m^2+m=0 \Rightarrow m=0,\ m=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ.

A. $m=1$.

B. $m=2$.

C. $m=\frac{1}{2}$.

D. $m=3$.

Lời giải:

Chọn A.

Giải theo tự luận:

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x\left[x^2 - m\right]$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a.b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \forall m \\ -2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0 \ (1)$$

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A\left(0; 2m^4 - m\right)$, $B\left(-\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m\right)$, $C\left(\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m\right)$

Có $A \in Oy$. Khi đó ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ $\Leftrightarrow y_B = 0 = y_C \Leftrightarrow 2m^4 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Điều kiện để có ba điểm cực trị $ab < 0 \Leftrightarrow -2m < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ $\Leftrightarrow c - \dfrac{b^2}{4a} = 0 \Leftrightarrow 2m^4 - m - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

❖ Chú ý:

- Các điểm cực trị đồ thị hàm số thuộc các trục tọa độ: $\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = 0 \\ ab < 0 \end{cases}$

Câu 30. Tìm m để đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.

A. $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \sqrt{3}$. **D.** $m = \sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn D

Giải theo tự luận

$f'(x) = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$. Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 = m$.

Để hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ m > 0

$\Rightarrow$ 3 nghiệm là: $x_1 = -\sqrt{m}$; $x_2 = 0$; $x_3 = \sqrt{m}$ $\Rightarrow$ 3 điểm CĐ, CT là:

$A\left(-\sqrt{m}, m^4 - m^2 + 2m\right); B\left(0, m^4 + 2m\right); C\left(\sqrt{m}, m^4 - m^2 + 2m\right)$

$\Rightarrow AB = BC = \sqrt{m + m^4}$; $AC = 2\sqrt{m}$.

Để A, B, C lập thành tam giác đều

thì $AB = BC = AC \Leftrightarrow \sqrt{m + m^4} = 2\sqrt{m} \Rightarrow m = \sqrt[3]{3}$

Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Cách 1:

(Phương pháp riêng)

Ta xét bài toán tam giác đều thì đường cao trong tam giác đều $AH = a^4$; $BC = 2a$ *và*

$$AH = \frac{BC.\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a^4 = \frac{2a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a^4 - \sqrt{3}a = 0 \Leftrightarrow a(a^3 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \sqrt[6]{3} \Leftrightarrow a^2 = \sqrt[3]{3} \\ a = 0(l) \end{array}\right.$$

Ta đồng nhất hệ số x^2 **tức là** $-2m = -2a^2 \Leftrightarrow m = a^2 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$ **Đáp án C**

Cách 2: **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

Điều kiện có 3 cực trị là $ab < 0 \Leftrightarrow 1.(-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0$

Khi đó tam giác ΔABC đều $\Leftrightarrow b^3 = -24a \Leftrightarrow (-2m)^3 = -24.1 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 31. ***(Đề thi dự bị ĐH khối A năm 2004)*** Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$.

C. $m = 0$. **D.** $m = -1$ hoặc $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

Giải theo tự luận: Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 4x(x^2 - m^2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$, khi đó đồ thị có 3 điểm cực trị là $A(0,1); B(-m, 1-m^4), C(m, 1-m^4)$. Do y là hàm chẵn nên YCBT $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Cách 1: ***(Phương pháp riêng)***

Δ ABC vuông cân sử dụng tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông độ dài của đường trung tuyến hạ từ đỉnh góc vuông bằng nửa cạnh huyền. AH=$\frac{1}{2}$ BC

$$\Leftrightarrow a^4 = \frac{1}{2}2a \Leftrightarrow a^4 = a \Leftrightarrow a(a^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 1 \end{array}\right.$$ Loai a <0

quay trở lại bài toán VD5: ta chỉ cần đồng nhất hệ số của x^2 tức là : $-2m^2 = -2a^2$

$$\Leftrightarrow m^2 = a^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = a \\ m = -a \end{array}\right.$$ do a=1 (Ta vừa nói trên) m=1 hoặc m=-1

Cách 2: **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

Áp dụng công thức giải nhanh cho tam giác vuông cân (tam giác luôn cân):

$8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8 + (-2m^2)^3 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2\left(m^2-m+1\right)x^2+2017-m$ có ba điểm cực trị sao cho khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu bằng $\sqrt{3}$?

A. $m=-\frac{3}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Lời giải:
Chọn C.
Giải theo tự luận:

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2-m-1\right)x=4x\left[x^2-\left(m^2-m-1\right)\right]$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}a\neq 0\\ a.b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\neq 0\forall m\\ -2\left(m^2-m+1\right)<0\forall m\end{cases}\quad(1)$$

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(0;2m^4-m\right),\ B\left(-\sqrt{m^2-m+1};y_B\right),\ C\left(\sqrt{m^2-m+1};y_C\right)$$

với $y_B=y_C=-m^4+2m^3-3m^2+m+2017$

$$BC=\sqrt{3}\Leftrightarrow BC^2=3\Leftrightarrow\left(2\sqrt{m^2-m+1}\right)^2+\left(y_C-y_B\right)^2=3\Leftrightarrow 4\left(m^2-m+1\right)=3\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$$

Giải theo phương pháp trắc nghiệm:Áp dụng công thức giải nhanh về khoảng cách

$BC=\sqrt{\frac{-2b}{\mathrm{a}}}=m_0$ của hai điểm cực tiểu (hoặc hai điểm cực đại):

$$am_o^2+2b=0\Leftrightarrow 4m^2-4m+1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$$

Câu 33. Cho hàm số $y=-x^4-2\left(m-4\right)x^2-m^2-14$. Với $m\in\left(\alpha;\beta\right)$ là tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị và $y_{CD}^2<16$. Tính $T=4\left(\alpha+\beta\right)+16\alpha.\beta$.

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải:
Chọn A.
Giải theo tự luận:

Ta có $y'=-4x^3-4\left(m-4\right)x=-4x\left[x^2+m-4\right]$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}a\neq 0\\ a.b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\neq 0\forall m\\ 2\left(m-4\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow m<4\quad(1)$$

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(0;-m^2-14\right),\ B\left(-\sqrt{4-m};-8m+2\right),\ C\left(\sqrt{4-m};-8m+2\right)$$

Do $a=-1<0$ nên $y_{CD}=-8m+2$.

Khi đó $y_{CD}^2<16\Leftrightarrow(-8m+2)^2<16\Leftrightarrow 64m^2-32m-12<0\Leftrightarrow -\frac{1}{4}<m<\frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{-1}{4}<m<\frac{3}{4}\Rightarrow T=4(\alpha+\beta)+16\alpha.\beta=-1$.

Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}a\neq 0\\ a.b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\neq 0\forall m\\ 2(m-4)<0\end{cases}\Leftrightarrow m<4$$

Do $a=-1<0$ nên $y_{CD}=c-\frac{b^2}{4a}=-8m+2$.

Khi đó $y_{CD}^2<16\Leftrightarrow(-8m+2)^2<16\Leftrightarrow 64m^2-32m-12<0\Leftrightarrow -\frac{1}{4}<m<\frac{3}{4}$

suy ra $\frac{-1}{4}<m<\frac{3}{4}\Rightarrow T=4(\alpha+\beta)+16\alpha.\beta=-1$.

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-(3m+1)x^2+2(m+1)$. Tìm m để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm trùng với gốc tọa.?

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=-\frac{2}{3}$.

C. $m=\frac{1}{3}$. **D.** $m=-\frac{2}{3}$ hoặc $m=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Giải theo tự luận

Điều kiện đồ thị hàm số có 3 cực trị là:

$ab=-\frac{3m+1}{4}<0\Leftrightarrow m>\frac{-1}{3}$ (*).

Áp dụng công thức 3 điểm cực trị $B\left(-\sqrt{\frac{-b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right);A(0;c);C\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ ta có:

$A(0;2m+2),B\left(-\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right),C\left(\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right)$

Suy ra $G\left(0;-6m^2-2m+\frac{4}{3}\right)$ là trọng tâm của ABC

Do $G\equiv O\Leftrightarrow -6m^2-2m+\frac{4}{3}=0\Leftrightarrow m=\frac{-2}{3}$(L) hoặc $m=\frac{1}{3}$(N) suy ra $m=\frac{1}{3}$ đáp án **D.**

Giải theo phương pháp trắc nghiệm **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

+)Điều kiện đồ thị hàm số có 3 cực trị là:

$ab = -\dfrac{3m+1}{4} < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{-1}{3}$ (*).

+) $O(0;0)$ là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow 3y_0 = 3c - \dfrac{b^2}{2a} \Leftrightarrow 0 = 3c - \dfrac{b^2}{2a} \Leftrightarrow 6ac - b^2 = 0$

$$\Leftrightarrow 6.\frac{1}{4}.2(m+1) - (3m+1)^2 = 0 \Leftrightarrow -9m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{3} \\ m = -\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $m = \dfrac{1}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số: $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^2 - 2m$ .Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Giải theo tự luận: Điều kiện để hàm số có 3 cực trị

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x\left[x^2 - (m-1)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 1 (1) \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị thì pt (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 0 tức là

$m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ (*).Khi đó 3 điểm cực trị lần lượt là $A(0; m^2 - 2m)$, B($\sqrt{m-1}$;-1),

C(-$\sqrt{m-1}$;-1). $AB = AC = \sqrt{m^4 - 4m^3 + 6m^2 - 3m}$, $BC = 2\sqrt{m-1}$

Tam giác ABC cân tại A, có $A \in Oy$. Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow H(0;-1)$

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AH.BC = \dfrac{1}{2}|y_B - y_A|.|x_C - x_B| = |m^2 - 2m + 1|\sqrt{m-1}$;

$$R = \frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}} = 1 \Leftrightarrow \frac{|m^4 - 4m^3 + 6m^2 - 3m|2\sqrt{m-1}}{4|m^2 - 2m + 1|\sqrt{m-1}} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^4 - 4m^3 + 4m^2 + m - 2 = 0 \\ m^4 - 4m^3 + 8m^2 - 7m + 2 = 0 \end{array}\right.$$

+) Giải $m^4 - 4m^3 + 4m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1; m = 2 \\ m = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \end{array}\right.$.

+) Giải $m^4-4m^3+8m^2-7m+2=0$

Ta có $m^4-4m^3+8m^2-7m+2=m^4-4m^3+6m^2-4m+1+2m^2-3m+1$

$=(m-1)^4+(m-1)(2m-1)>0\forall m>1$

Giải theo phương pháp trắc nghiệm

Cách 1: ***(Phương pháp riêng)***Ta xét $A(0;0)$,. $B(a;-a^4)$, $C(-a;-a^4)$.Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do tam giác luôn cân tại A nên I thuộc trục oy, $IA=IB=IC=r$. theo đề ra $r=1$ nên $IA=1$ hay $y_I=-1$ nên $I(0;-1)$

Ta tính $IB^2=a^2+(a^4-1)^2=1\Leftrightarrow a^8-2a^4+a^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a^2 \\ a^6-2a^2+1=0 \end{array}\right.$

Đặt $t=a^2$ suy ra $t^3-2t+1=0\Leftrightarrow(t-1)(t^2+t-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ t=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}(l) \end{array}\right.$

Từ đó $\left[\begin{array}{l} a^2=1 \\ a^2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Ta đồng nhất hệ số $-2(m-1)=-2a^2\Leftrightarrow m=1+a^2$ Suy ra $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$ đáp án C

Cách 2: **(Sử dụng công thức giải nhanh)**

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m>1$ (*)

Áp dụng công thức: $R=\dfrac{b^3-8a}{8|a|b}\Leftrightarrow 1=\dfrac{(-2(m-1))^3-8}{8(-2(m-1))}\Leftrightarrow m^3-3m^2+m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \end{array}\right.$..

Câu 36. **[2D1-2.5-3] (THPT YÊN MỸ HƯNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Gía trị m để đồ thị hàm $y=x^4+2mx^2-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ là:

A. $m=2$ **B.** $m=\pm 2$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=-1$

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có

$y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-m\end{array}\right.\quad(1)$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0$

Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{-m}\end{array}\right.$

Tọa độ 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A\left(0;-1\right);B\left(\sqrt{-m};-m^2-1\right);C\left(-\sqrt{-m};-m^2-1\right)\Rightarrow\overrightarrow{CB}=\left(2\sqrt{-m};0\right)\Rightarrow BC=2\sqrt{-m}$

Gọi H là trung đểm $BC\Rightarrow H\left(0;-m^2-1\right)\Rightarrow AH=m^2$

Theo bài ra: $S_{ABC}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}AH.BC=4\sqrt{2}\Leftrightarrow m^2.2\sqrt{-m}=8\sqrt{2}\Leftrightarrow m^5=-2^5\Leftrightarrow m=-2$.

Cách 2:

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích

$S_0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}ab<0\\32a^3S^2+b^5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2m.1<0\\32.1^3.\left(4\sqrt{2}\right)^2+\left(2m\right)^5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 37. Tìm tất cả giá trị tham số m để hàm số $y=mx^4+4x^2+2017^m-2016$ có 3 cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

Với $a=m,b=4$. Hàm số có 3 cực trị là $ab<0$, tức là phải có: $m.4<0\Rightarrow m<0$

$32a^3(S_0)^2+b^5=0\Leftrightarrow 32.m^3(4\sqrt{2})^2+4^5=0\Leftrightarrow m^3+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

BÀI TOÁN 14 : KHẢO SÁT HÀM HỮU TỶ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

Xác định hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ *dựa vào bảng biến thiên, đồ thị.*

■ Hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (ad-bc\neq 0)$.

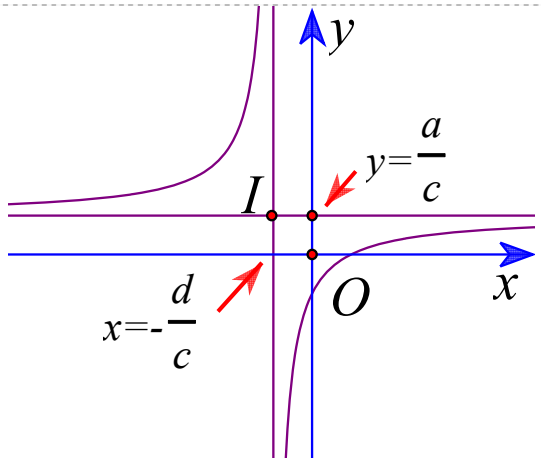
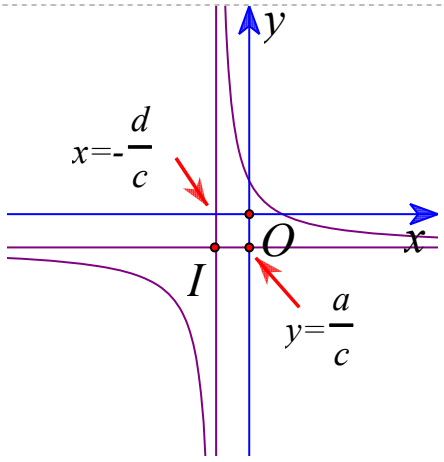
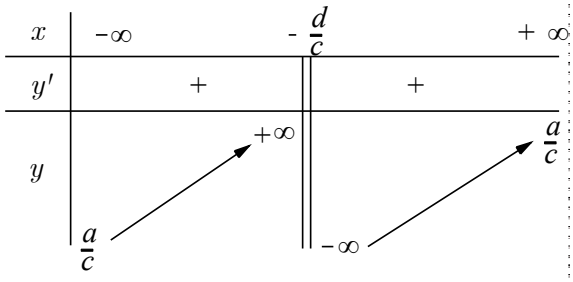
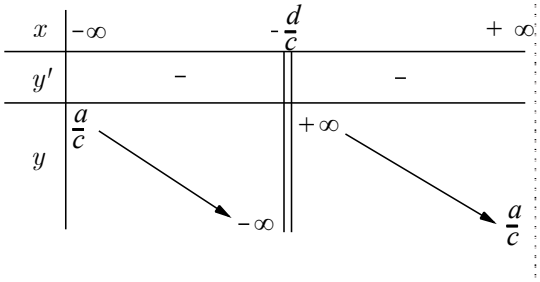
‣ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$;

$y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

‣ Đồ thị hàm số có ***tiệm cận đứng*** là ……; ***tiệm cận ngang*** là ……...

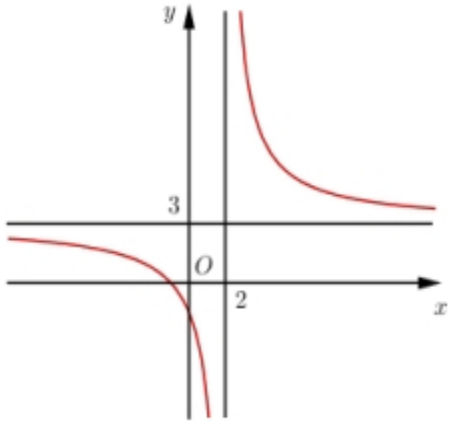
‣ Đồ thị hàm số có ***tâm đối xứng*** ……

‣ Các dạng đồ thị hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

Hàm số đồng biến $y'>0\Leftrightarrow ad-bc>0$	***Hàm số đồng biến*** $y'<0\Leftrightarrow ad-bc<0$
	
	

B. VÍ DỤ MINH HỌA

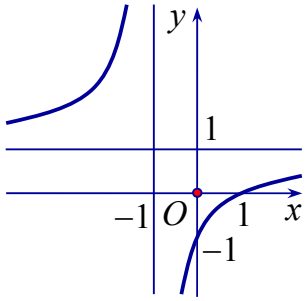
Câu 1. [2D1-5.1-1] **(SỞ GD-ĐT TRÀ VINH-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thựC.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

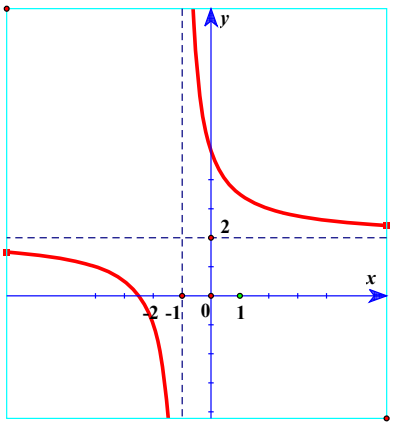
A. $y'>0,\ \forall x\neq 2$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 3$. **C.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 3$.

Câu 2. [2D1-5.1-1] **(SỞ GD-ĐT GIA LAI -2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



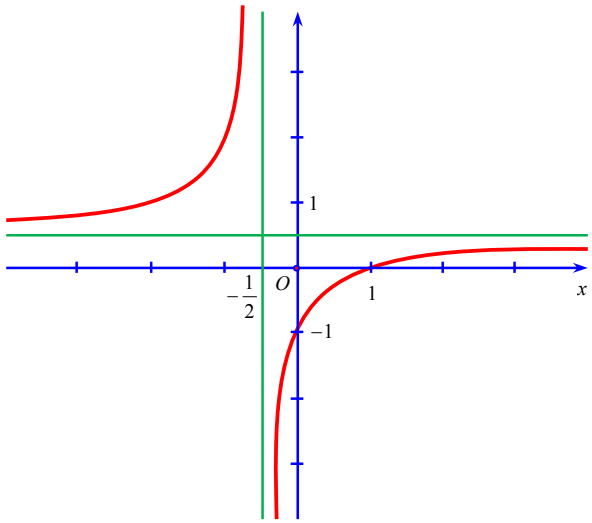
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+4}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$.

Câu 3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3+3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 4. **[2D1-5.1-2] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$.

Câu 5. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1

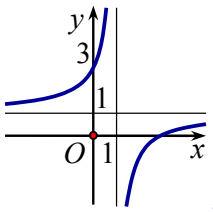
A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$.

Câu 6. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

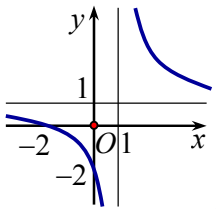
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	1

A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

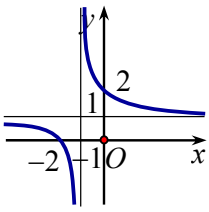
Câu 7. **[2D1-5.1-1] (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?



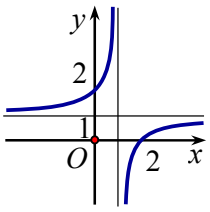
A. .



B. .

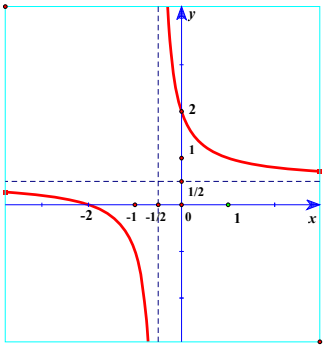


C. .

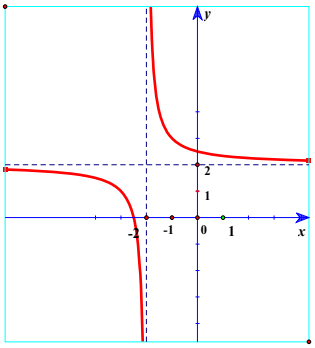


D. .

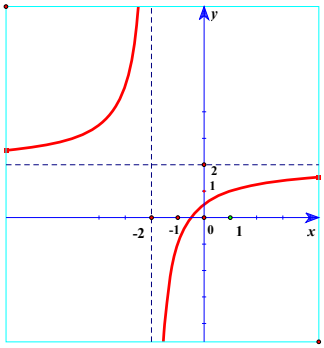
Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn đáp án **sai**?



Hình (I)



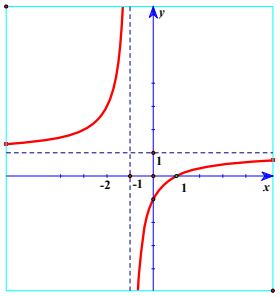
Hình (II)



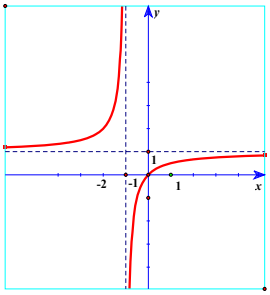
Hình (III)

A. Hình (I) và (III). **B.** Hình (III). **C.** Hình (I). **D.** Hình (II).

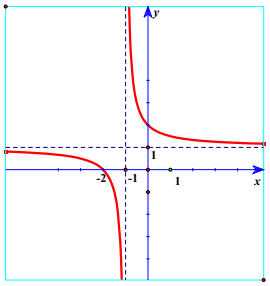
Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x+1}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?



Hình (I)



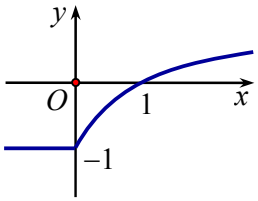
Hình (II)



Hình (III)

A. Hình (I) và (II). **B.** Hình (I). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (III).

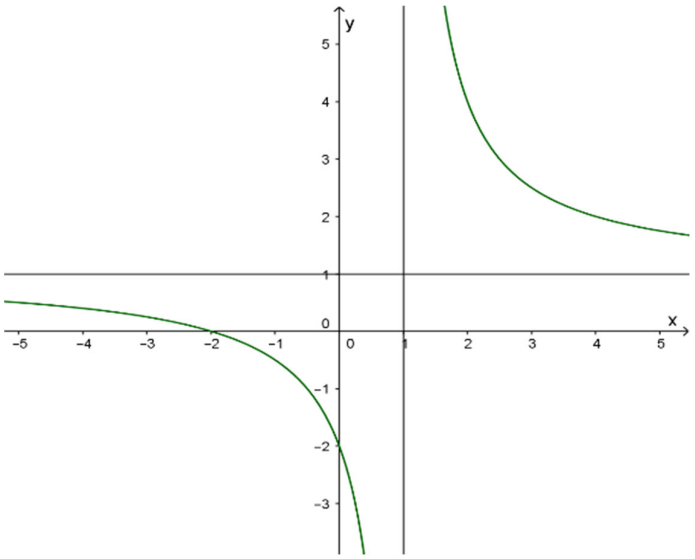
Câu 10. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$.

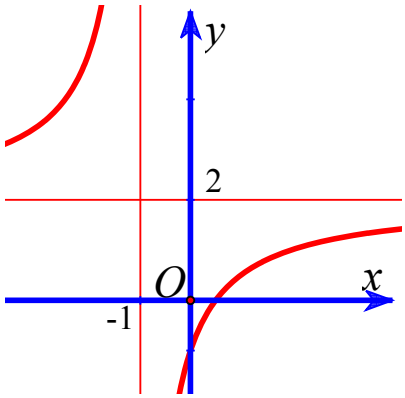
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ sau đây là hình dạng đồ thị của hàm số nào



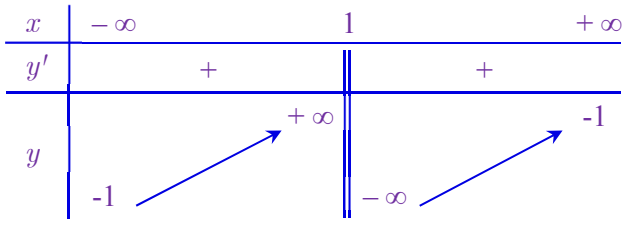
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 2. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



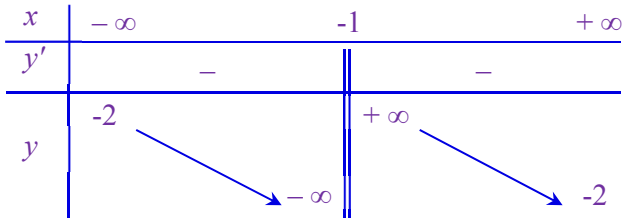
A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 3. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.

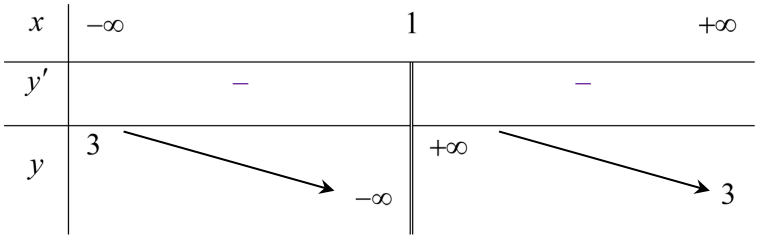
Câu 4. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?



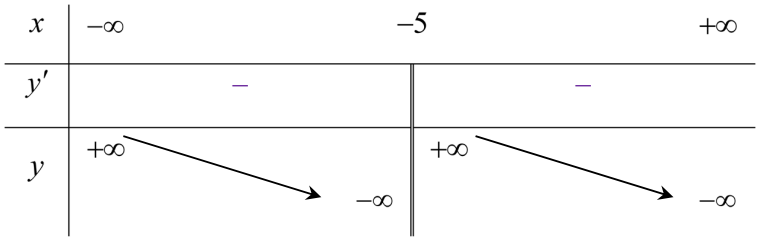
A. $y=\dfrac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-3-2x}{x+1}$.

Câu 5. Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

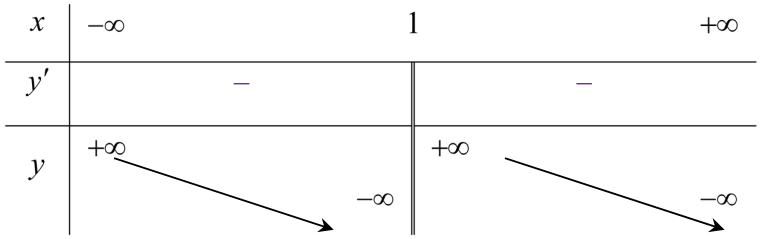
A.



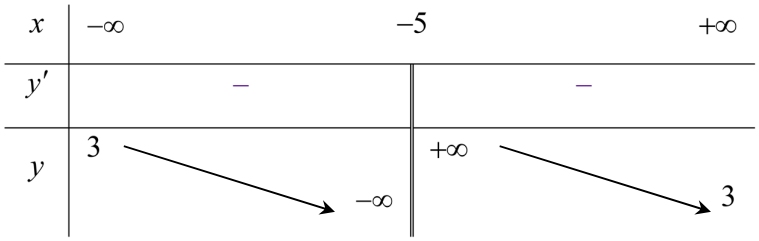
B.



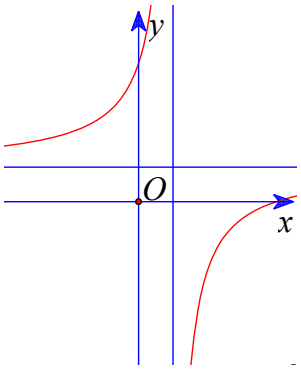
C.



D.

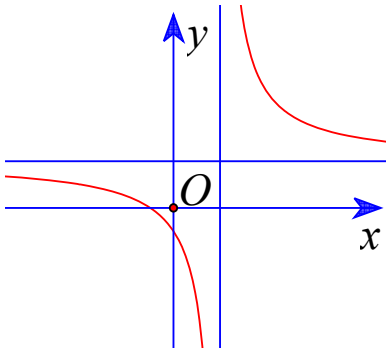


Câu 6. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-5}{x+4}$. **D.** $y=\dfrac{-3x+2}{x-2}$.

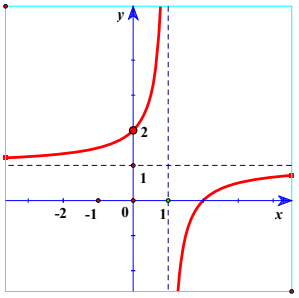
Câu 7. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



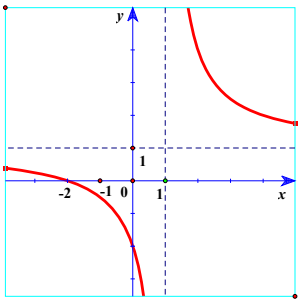
A. $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$.

Câu 8. Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

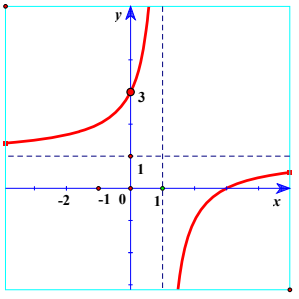
A.



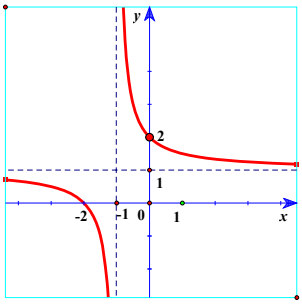
B.



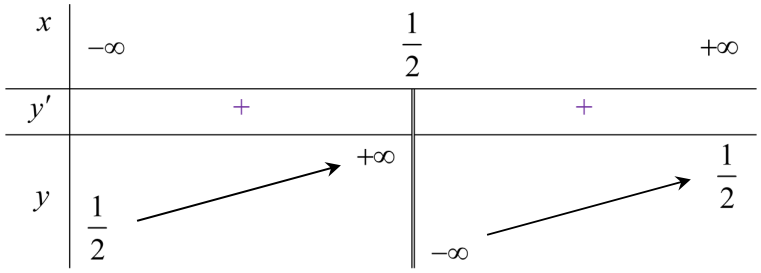
C.



D.



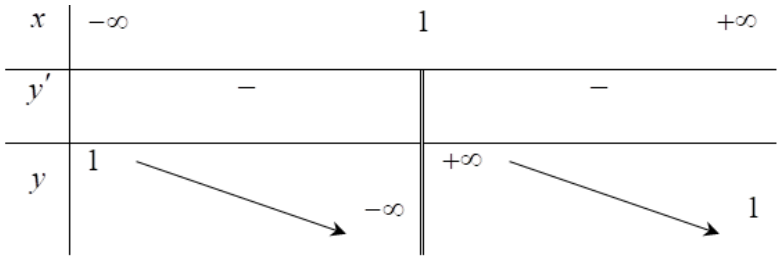
Câu 9. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Hỏi hàm số đó là hàm nào?

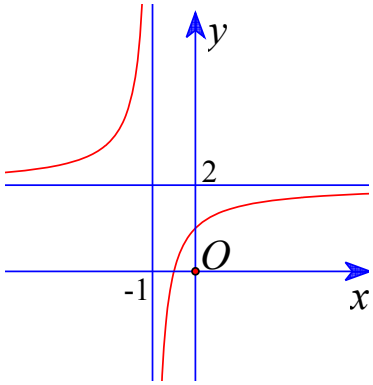
A. $y=\dfrac{-x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Câu 10. Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?



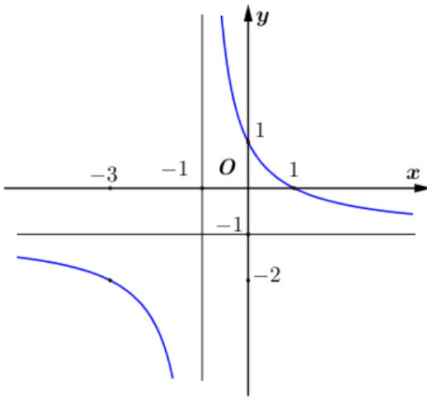
A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Câu 11. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

Câu 12. **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



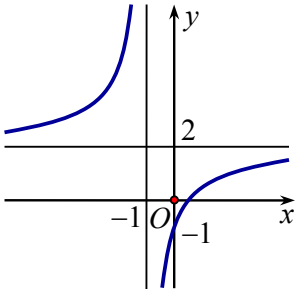
A. $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Câu 13. **(THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC -LẦN 1-903-2018)** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

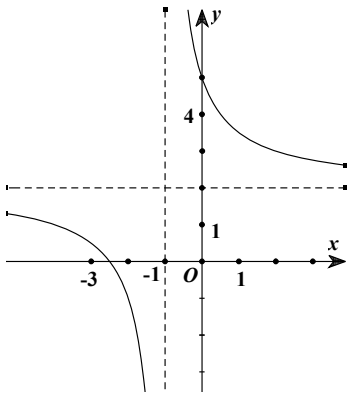
A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

Câu 14. **[2D1-5.1-1] (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



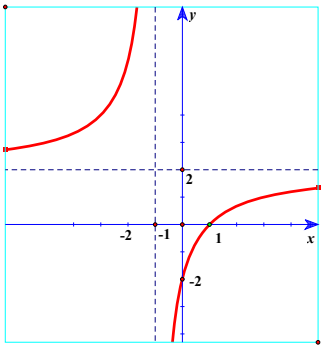
A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 15. **[2D1-5.1-1] (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



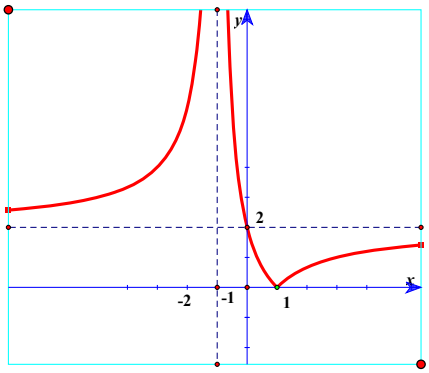
A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

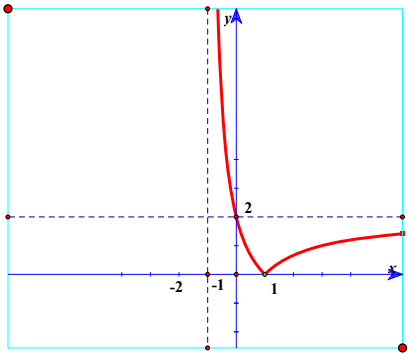


Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

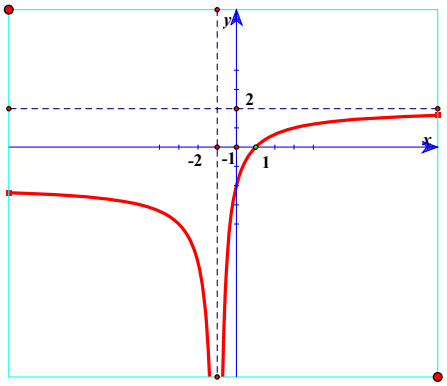
A.



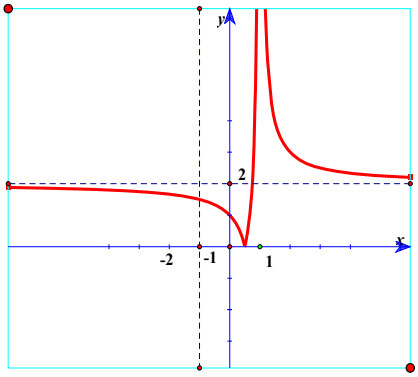
B.



C.

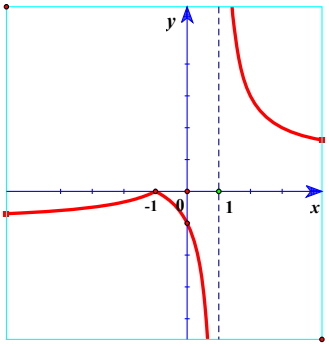


D.

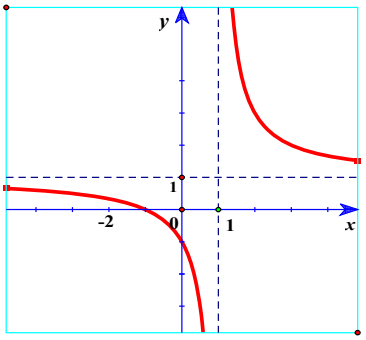


Câu 17. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau:

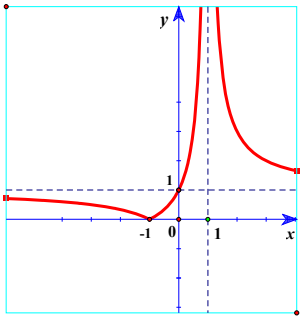
A.



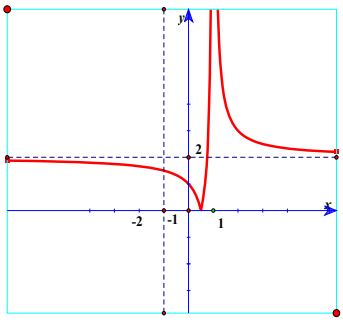
B.



C.



D.

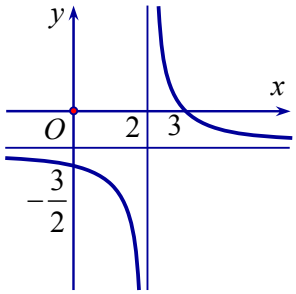


Câu 18. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	1

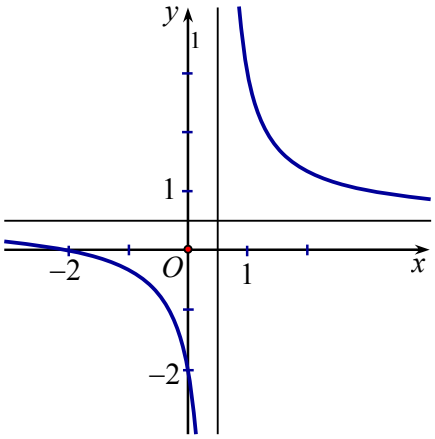
A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Câu 19. **[2D1-5.1-2] (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?

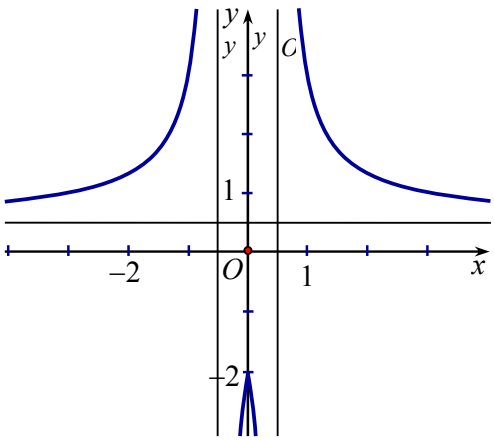


A. $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x-3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

Câu 20. **[2D1-5.1-3] (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH -HỌC KÌ I-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1

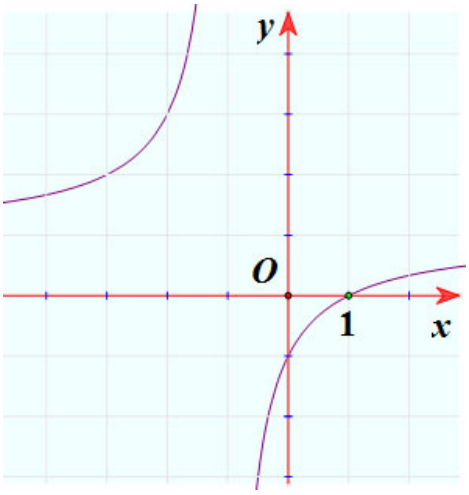


Hình 2

A. $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **B.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$.

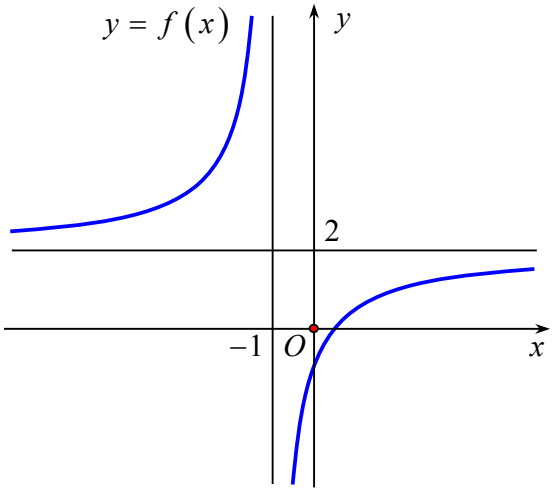
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[2D1-5.1-2] (AN LÃO HẢI PHÒNG_LẦN 3-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



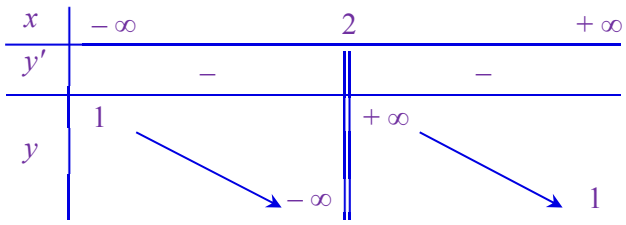
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Câu 3. **[2D1-5.1-1] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)**Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

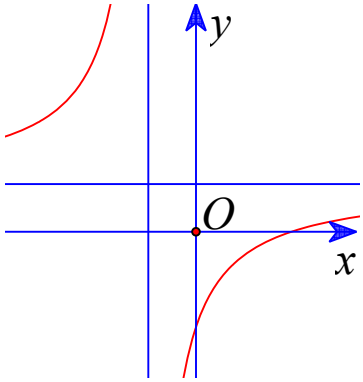
A. $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 4. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?



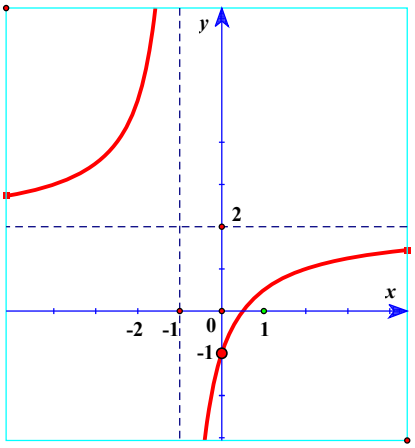
A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 5. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

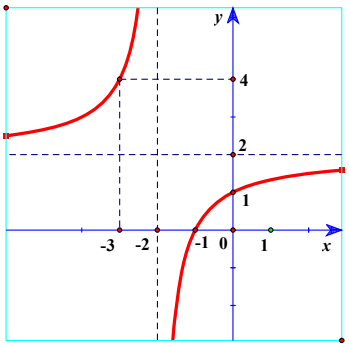
Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



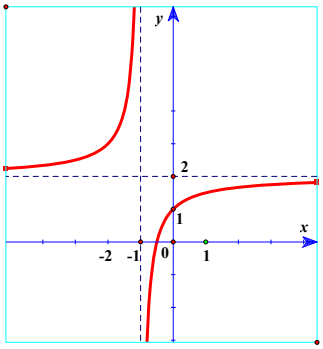
A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$.

Câu 7. Hàm số $y=\dfrac{2+2x}{2+x}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

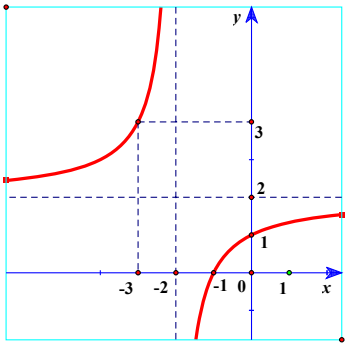
A.



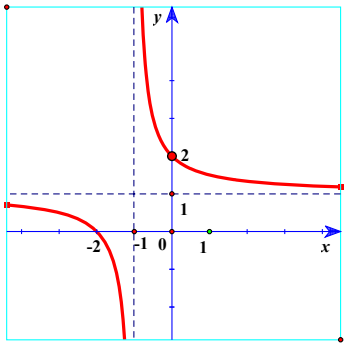
B.



C.



D.



Câu 8. **[2D1-5.1-2] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

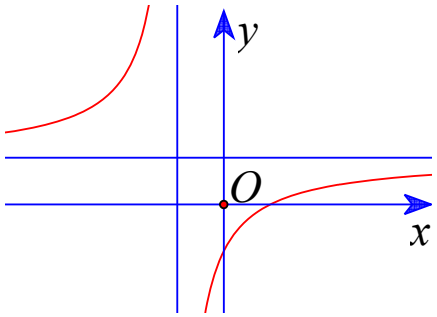
A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{1+x}$.

Câu 9. Bảng biến thiên ở hình bên dưới là bảng biến thiên của một trong bốn hàm số ở các đáp án A, B, C, **D.** Hàm số đó là hàm số nào ?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

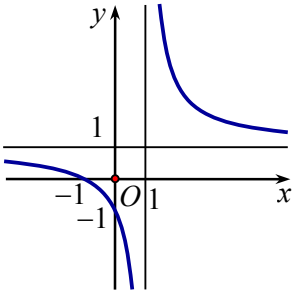
A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$.

Câu 10. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+4}{x+2}$.

Câu 11. **[2D1-5.1-1] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



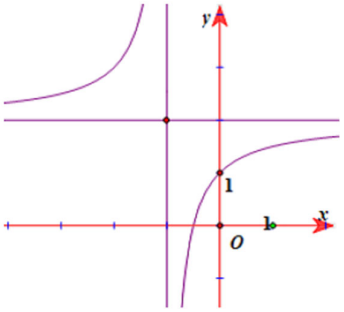
A. $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 12. **[2D1-5.1-1](THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	1

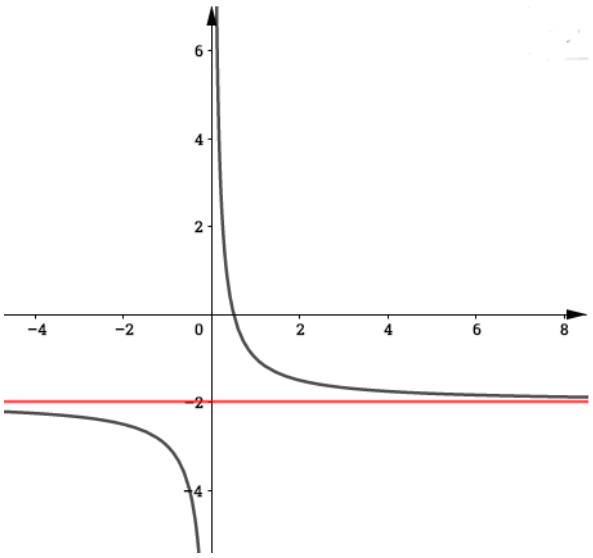
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$.

Câu 13. **[2D1-5.1-1] (THPT Phan Chu Trinh - Đaklak - L2 - 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



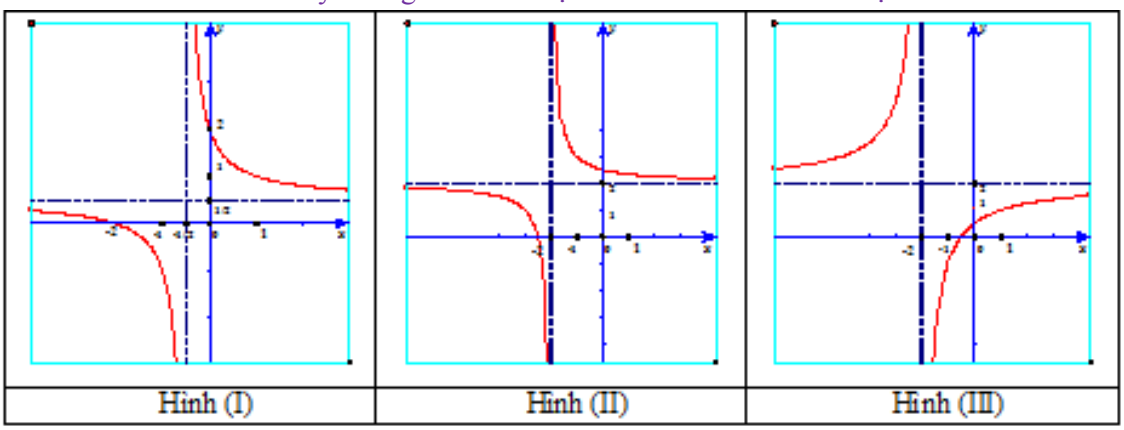
A. $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 14. [2D1-5.1-1] (SỞ GD VÀ ĐT HA NAM-2018) Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



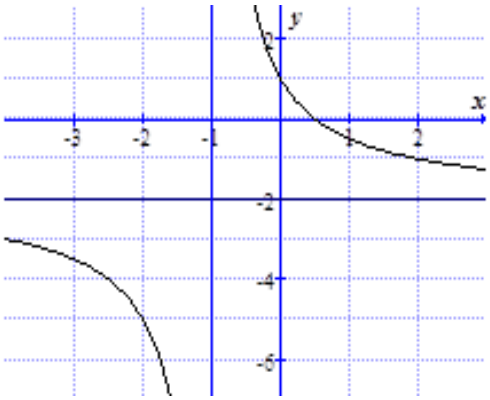
A. $y=\dfrac{-x+1}{2x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x}$.

Câu 15. [2D1-5.1-2] (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-năm-2018) Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ với m là tham số. Các hình nào dưới đây không thể là đồ thị của hàm số đã cho với mọi $m\in\mathbb{R}$?



A. Hình (III). **B.** Hình (II). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (I).

Câu 16. [2D1-5.1-3] [SGD THANH HÓA-2018-LẦN 1] Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



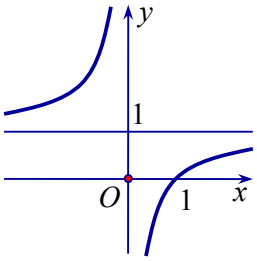
A. $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 17. **[2D1-5.1-2] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC-LẦN 1-2018)** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$			

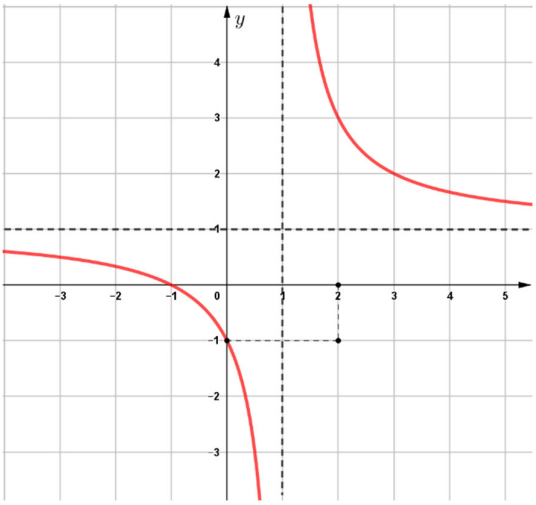
A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

Câu 18. **[2D1-5.1-2] (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

Câu 19. **[2D1-5.1-1] (CHUYÊN THÁI BÌNH-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



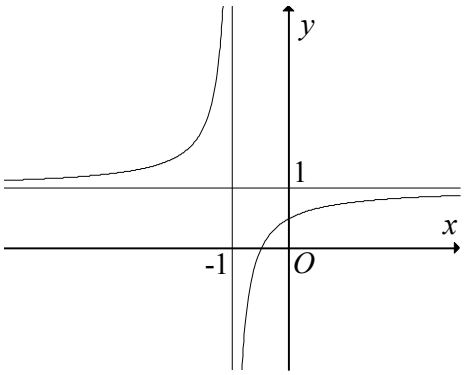
A. $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 20. Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$			

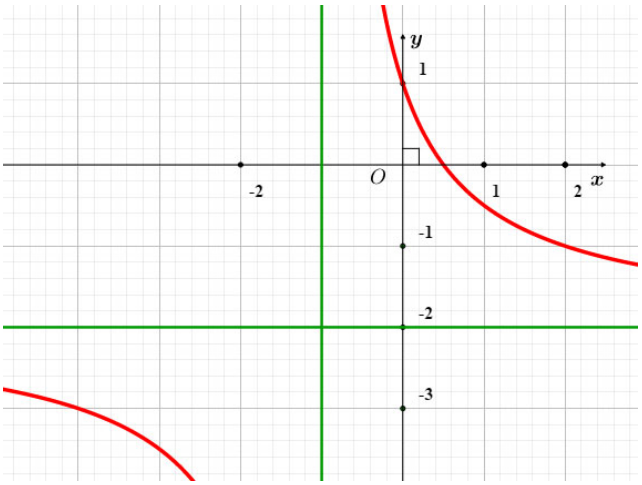
A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

Câu 21. **[2D1-5.1-1] (SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



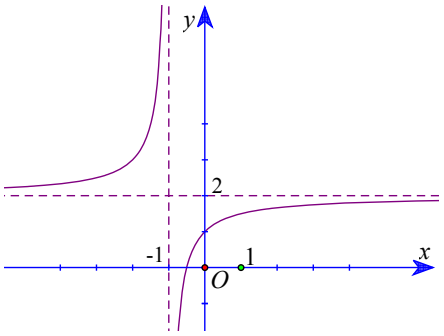
A. $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 22. **[2D1-5.1-1] (SỞ GD-ĐT THANH HÓA-2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



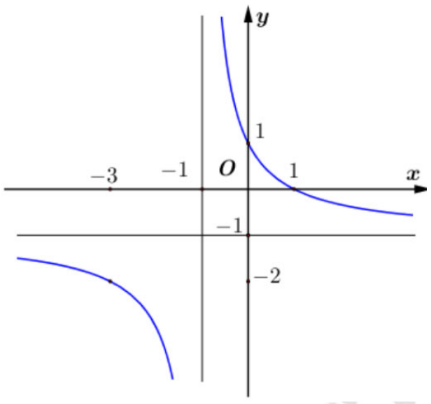
A. $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$.

Câu 23. **[2D1-5.1-1] (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?



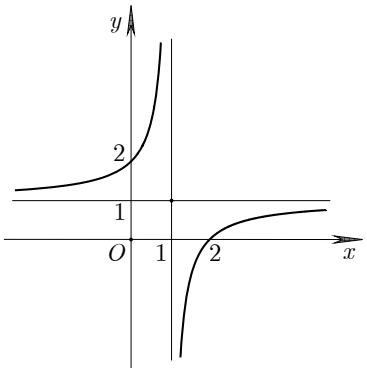
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

Câu 24. **[2D1-5.1-1] (THPT YÊN ĐỊNH THANH HÓA -LẦN 1-2018)** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



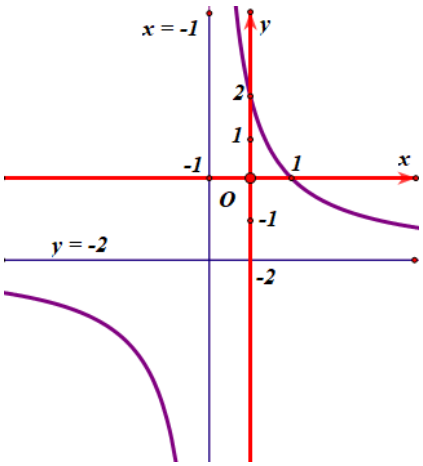
A. $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Câu 25. **[2D1-5.1-2] (CHUYÊN ĐH VINH-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



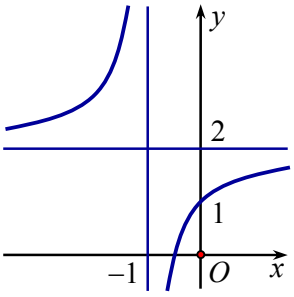
A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 26. **[2D1-5.1-1] (THPT LÊ QUY ĐÔN QUẢNG TRỊ-2018)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



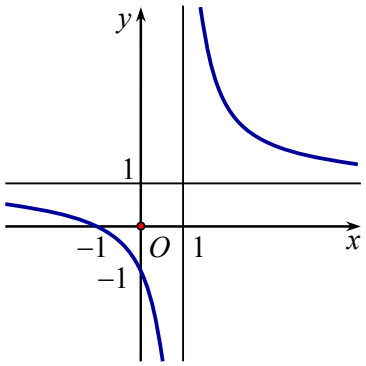
A. $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 27. **[2D1-5.1-2] (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



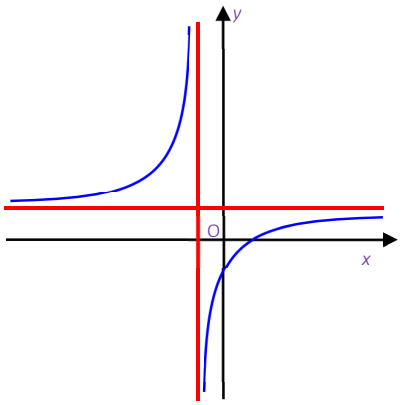
A. $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 28. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



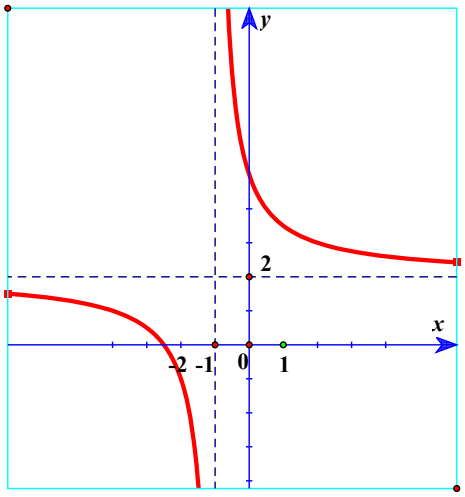
A. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 29. [2D1-5.1-2] **(CÔNG TY GD-TÂN HỒNG PHONG-2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



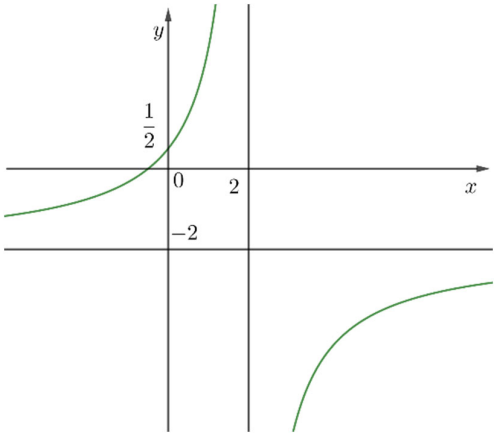
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 30. [2D1-5.1-2] **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



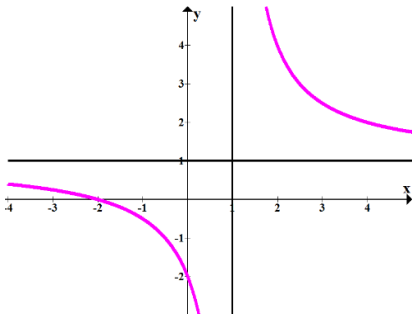
A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Câu 31. [2D1-5.1-2] Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



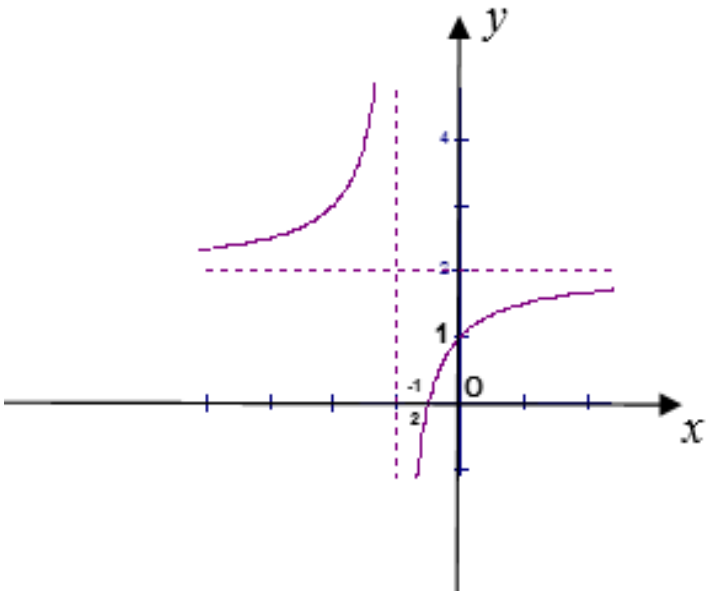
A. $y=\dfrac{2x+1}{8-4x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-2}$.

Câu 32. **[2D1-5.1-2] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



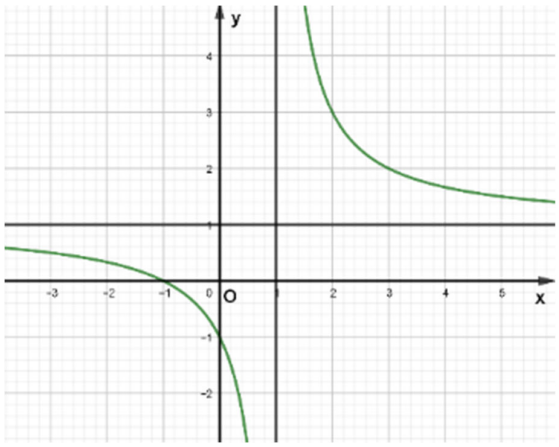
A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{1-x}$.

Câu 33. **[2D1-5.1-2] (THPT YÊN LẠC-LẦN 1-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



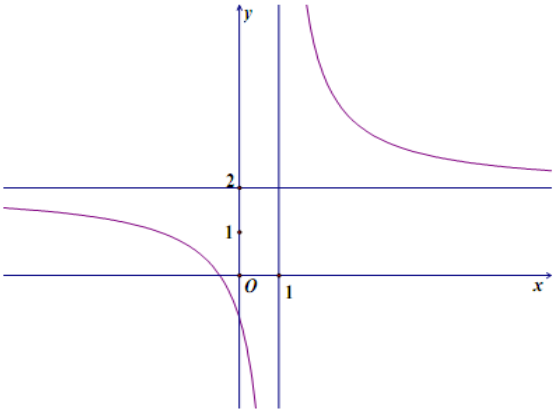
A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 34. **[2D1-5.1-1] (Đề Thử Nghiệm - Mã đề 01 - 2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



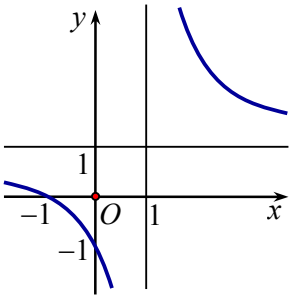
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 35. **[2D1-5.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



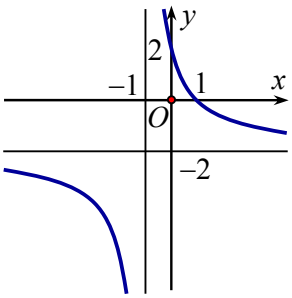
A. $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{-1+x}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$.

Câu 36. **[2D1-5.1-2] (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



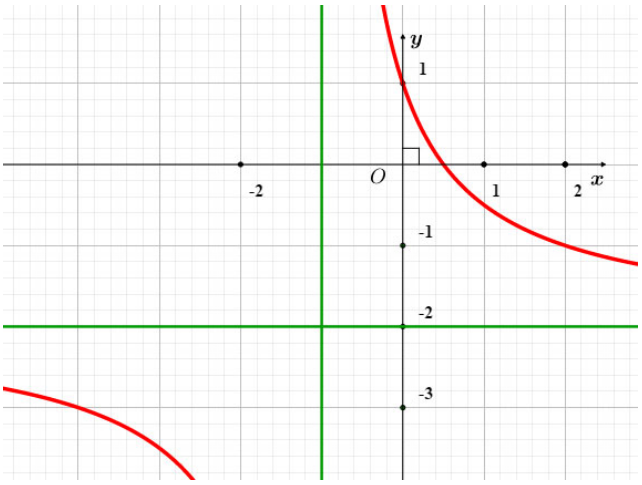
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 37. **[2D1-5.1-2] (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



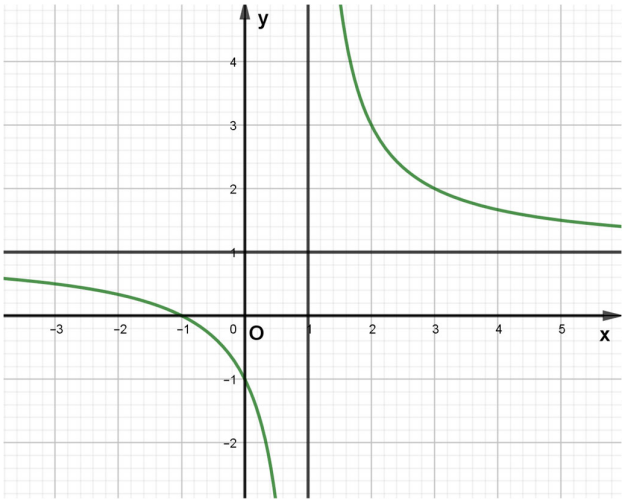
A. $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 38. **[2D1-5.1-2] (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



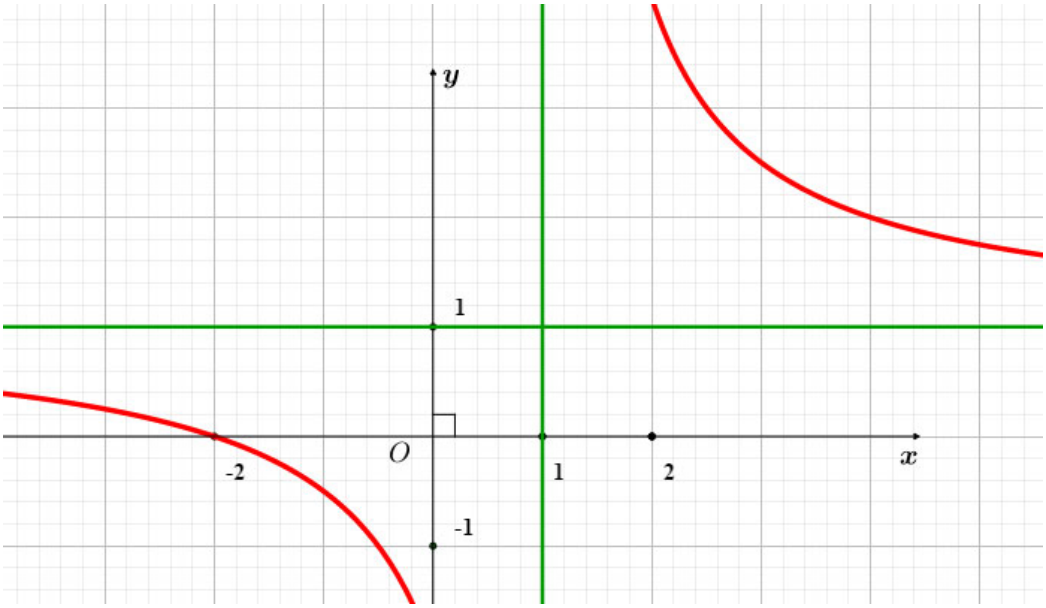
A. $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$.

Câu 39. **[2D1-5.1-2] (SỞ GD-ĐT PHÚ THỌ-2018)** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



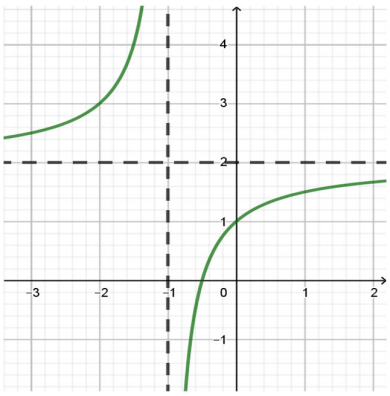
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Câu 40. **[2D1-5.1-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2018)** Hình vẽ sau đây là hình dạng đồ thị của hàm số nào



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 41. **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

BÀI TOÁN 14 : KHẢO SÁT HÀM HỮU TỶ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

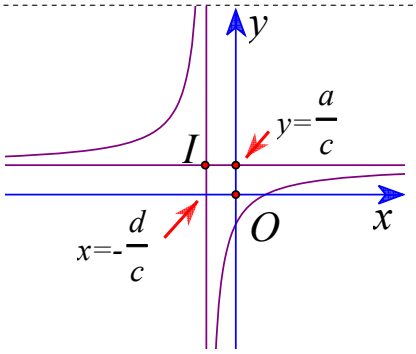
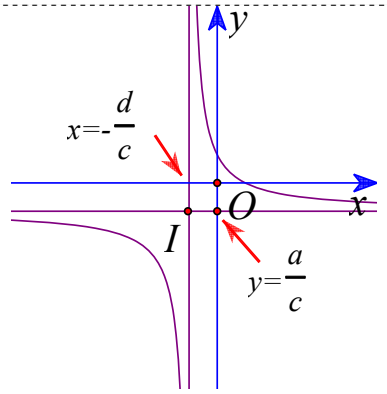
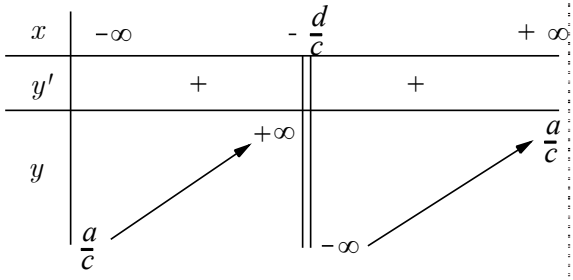
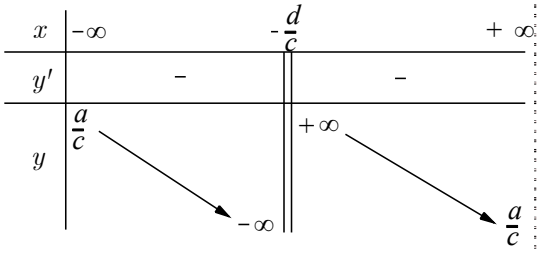
Xác định hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ *dựa vào bảng biến thiên, đồ thị.*

■ Hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(ad-bc\neq 0\right)$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$; $y'=\dfrac{ad-bc}{\left(cx+d\right)^2}$.

‣ Đồ thị hàm số có ***tiệm cận đứng*** là $x=-\dfrac{d}{c}$; ***tiệm cận ngang*** là $y=\dfrac{a}{c}$.

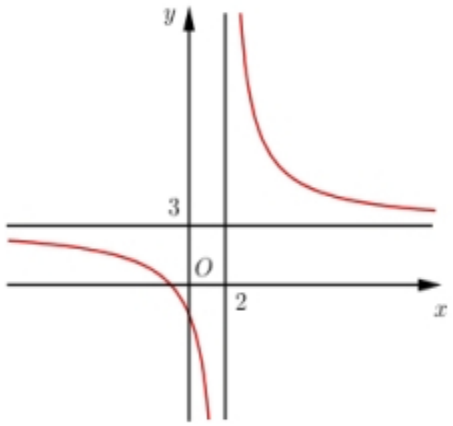
‣ Đồ thị hàm số có ***tâm đối xứng*** $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$

‣ Các dạng đồ thị hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

Hàm số đồng biến $y'>0\Leftrightarrow ad-bc>0$	***Hàm số đồng biến*** $y'<0\Leftrightarrow ad-bc<0$
	
	

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. [2D1-5.1-1] (SỞ GD-ĐT TRÀ VINH-2018) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

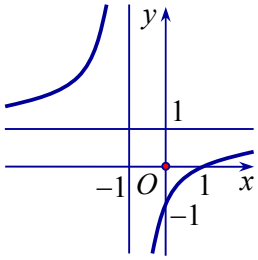
A. $y'>0,\ \forall x\neq 2$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 3$. **C.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 3$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số giảm trên từng khoảng xác định nên $y'<0$ với $\forall x\neq 2$.

Câu 2. [2D1-5.1-1] (SỞ GD-ĐT GIA LAI -2018) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



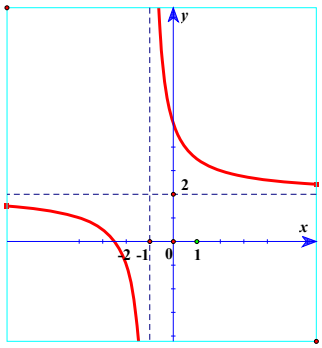
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+4}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=1$ nên ta chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3+3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải.

Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay đây là hàm có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại đáp án **A, C.**

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có $ab-bc=1>0$ nên loại đáp án **D.**

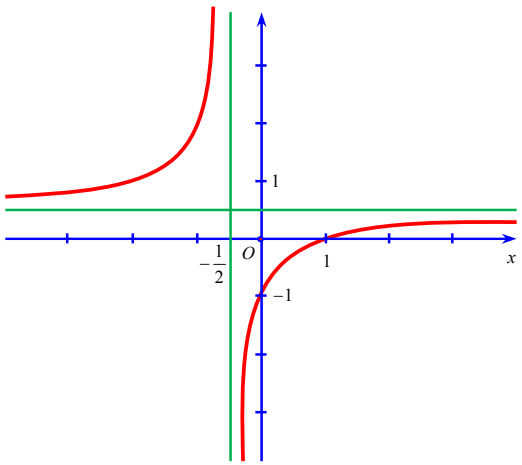
Hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$ có $ad-bc=-3<0$ nên chọn đáp án **B.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay đây là hàm có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại đáp án **A, C.**

$\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2x+1}{x+1}\right)\right|_{x=1}=0,25>0$ suy ra hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ đồng biến trên tập xác định, **loại D.**

Câu 4. **[2D1-5.1-2] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{-1}{2}$,

tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$,

hàm số đồng biến trên tập xác định, đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 5. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1	↘	‖	↘	-1
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

[Phương pháp tự luận]

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$. suy ra loại đáp án **A.**

Nhìn vào bảng biến thiên , hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

$y=\dfrac{-x-2}{x-1}$ có $ad-bc=3>0$. Loại đáp án **B.** $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$ có $ad-bc=4>0$. Loại đáp án **D.**

$y=\dfrac{-x+3}{x-1}$ có $ad-bc=-2<0$. Chọn đáp án **C.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$

suy ra loại đáp án **A.**

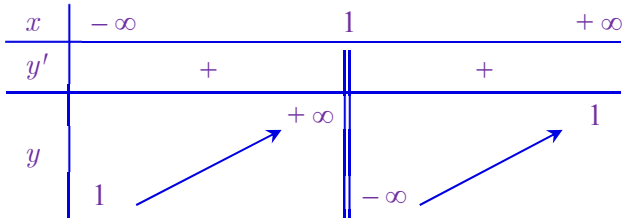
Nhìn vào bảng biến thiên , hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

$\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{-x-2}{x-1}\right)\right|_{x=0}=3>0$ suy ra loại đáp án **B.**

$\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{-x-3}{x-1}\right)\right|_{x=0}=4>0$ suy ra loại đáp án **D.**

$\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{-x+3}{x-1}\right)\right|_{x=0}=-2<0$ suy ra chọn đáp án **C.**

Câu 6. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

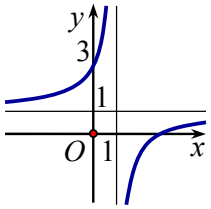
Lời giải

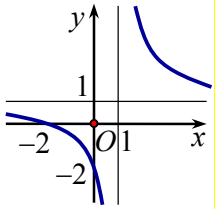
Chọn A

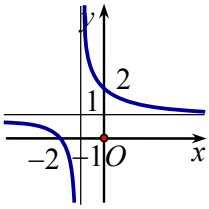
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow$ loại C, D.

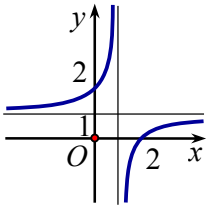
Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn A ($y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0,\forall\neq 1$).

Câu 7. **[2D1-5.1-1] (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

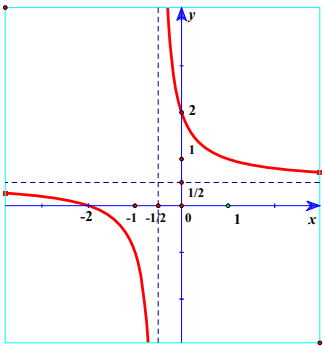
Chọn B.

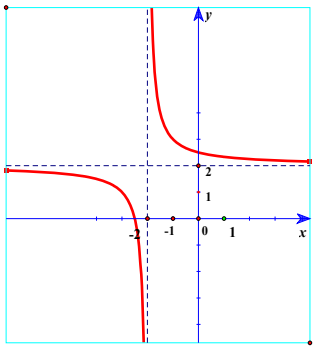
Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

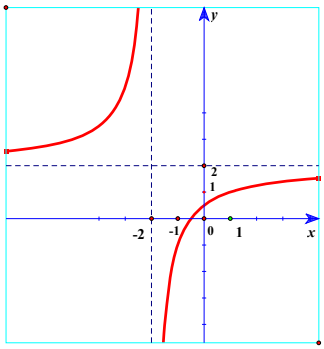
Vậy loại phương án A và phương án **D.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$ nên loại phương án **C.**

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn đáp án **sai**?







Hình (I) Hình (II) Hình (III)

A. Hình (I) và (III). **B.** Hình (III). **C.** Hình (I). **D.** Hình (II).

Lời giải.

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

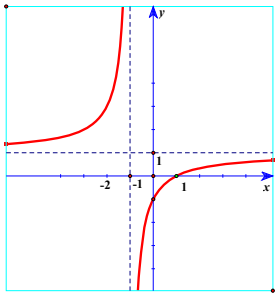
Ta có $y'=\dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}$, $y'<0\Leftrightarrow m^2-1<0\Leftrightarrow -1<m<1$; $y'>0\Leftrightarrow m^2-1>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$.

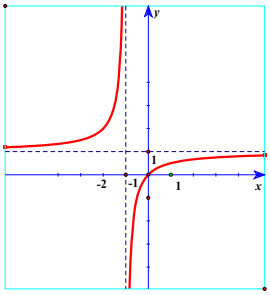
Hình (I) có $m=-\dfrac{1}{2}\in(-1;1)$ nên $y'<0$ suy ra hàm số nghịch biến, do đó Hình (I) đúng.

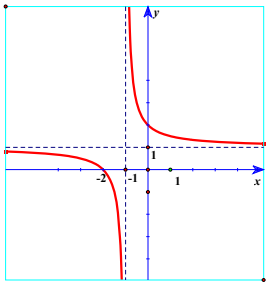
Hình (II) có $m=-\dfrac{3}{2}<-1$ nên $y'>0$ suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (II) sai.

Hình (III) có $m=-2<-1$ nên $y'>0$ suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (III) đúng.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x+1}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?







Hình (I) Hình (II) Hình (III)

A. Hình (I) và (II). **B.** Hình (I). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (III).

Lời giải.

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

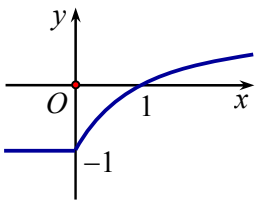
$y'=\dfrac{m^2+2}{(x+1)^2}$ suy ra $y'>0\,\forall m$, và $y=\dfrac{x-m^2-1}{x+1}$ đi qua điểm $(0;-1)$.

Hình (I) đúng.

Hình (II) sai vì không đi qua điểm $(0;-1)$.

Hình (III) sai vì không đi qua điểm $(0;-1)$.

Câu 10. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$.

Lời giải

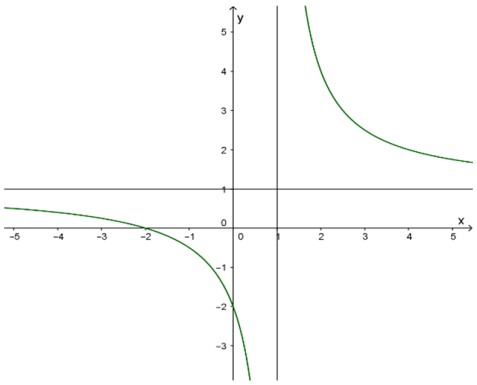
Chọn A.

+) Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D=\mathbb{R}$ nên loại phương án **B.**

+) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại phương án C, **D.**

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Hình vẽ sau đây là hình dạng đồ thị của hàm số nào



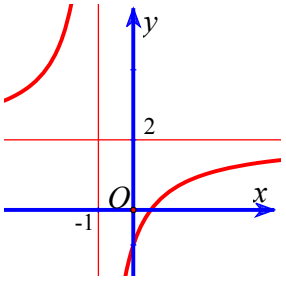
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$. Chỉ có hàm số ở câu B mới thỏa được điều này.

Câu 2. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=2$ nên loại C, D.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn B ($y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$).

Câu 3. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$		
y	-1	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	-1

A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow$ loại A, B.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn D ($y'=\dfrac{3}{(x-1)^2}>0,\forall x\neq 1$).

Câu 4. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'	$-$		$-$		
y	-2	$\searrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\searrow$	-2

A. $y=\dfrac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-3-2x}{x+1}$.

Lời giải

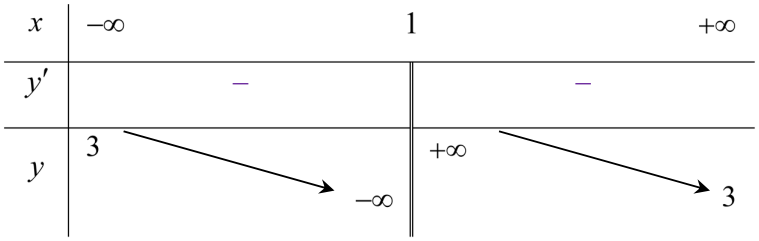
Chọn C

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại A, B.

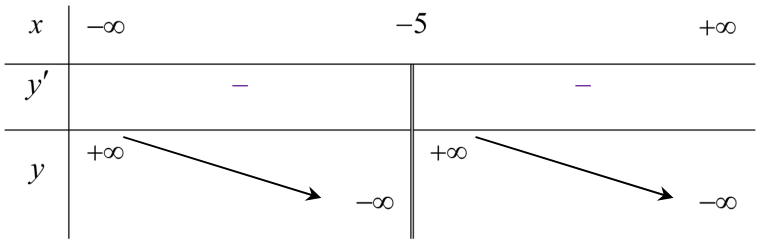
Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên chọn C ($y'=\dfrac{-3}{(x+1)^2}<0,\forall x\neq -1$).

Câu 5. Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

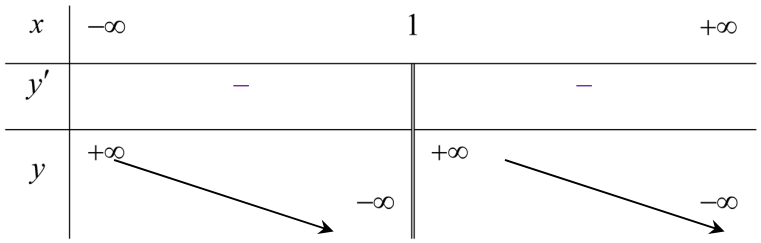
A.



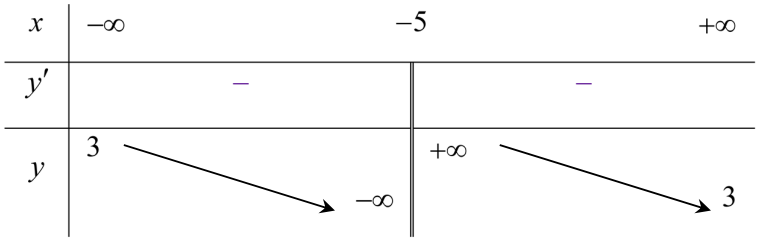
B.



C.



D.

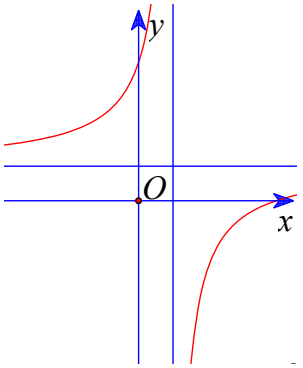


Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$ tiệm cận ngang $y=3$

Câu 6. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-5}{x+4}$. **D.** $y=\dfrac{-3x+2}{x-2}$.

Lời giải

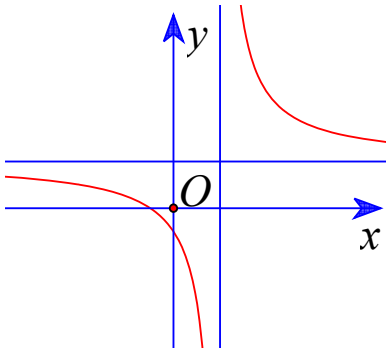
Chọn B

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên phải Oy, tiệm cận ngang nằm bên trên Ox nên loại C, D.

Từ đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn B

($y'=\dfrac{3}{(x-1)^2}>0,\forall x\neq 1$).

Câu 7. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$.

Lời giải

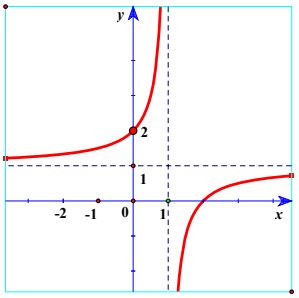
Chọn D

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên phải trục Oy nên loại A, B.

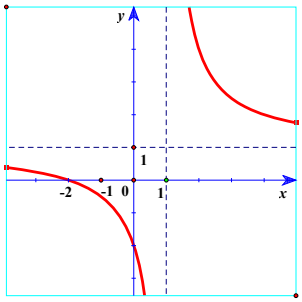
Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên chọn D ($y'=\dfrac{-6}{(2x-2)^2}<0,\forall x\neq 1$).

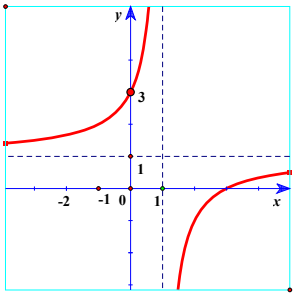
Câu 8. Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

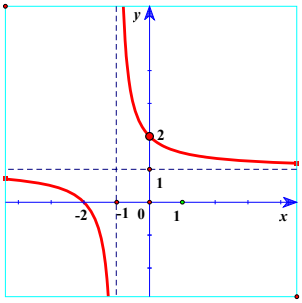
A.



B.



C. 

D. 

Lời giải.

Chọn A

[Phương pháp tự luận]

Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$. Tiệm cận ngang $y=1$ nên loại **trường hợp D.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ đi qua điểm $(0;2)$ nên chọn **đáp án A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)\Big|_{x=10}=\dfrac{1}{81}>0$ suy ra hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ đồng biến trên tập xác định, **loại B, D.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ đi qua điểm $(0;2)$ nên chọn **đáp án A.**

Câu 9. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$\dfrac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{1}{2}$
			$-\infty$		

Hỏi hàm số đó là hàm nào?

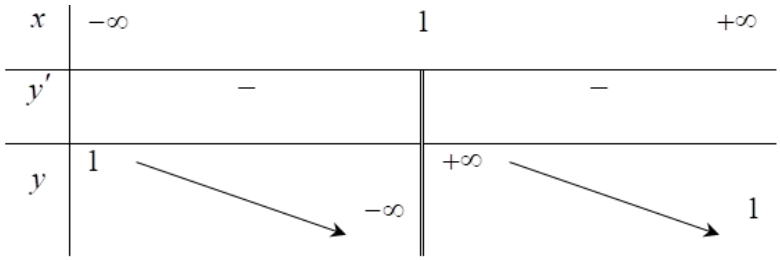
A. $y=\dfrac{-x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó loại đáp án A, B, **C.**

Câu 10. Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

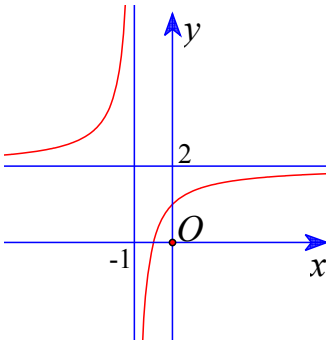
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 11. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

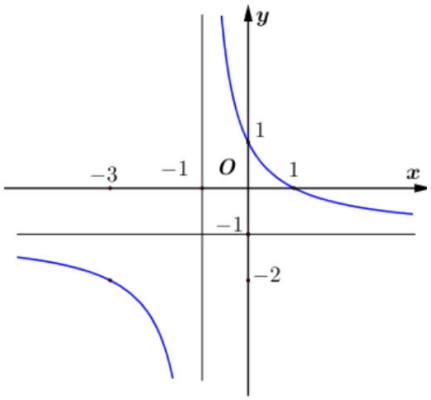
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=2$ nên loại A,D.

Từ đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn B ($y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$).

Câu 12. **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. Vậy loại phương án **C.**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=1$. Vậy loại phương án **A, D.**

Vậy ta chọn phương án **B.**

Câu 13. **(THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC -LẦN 1-903-2018)** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

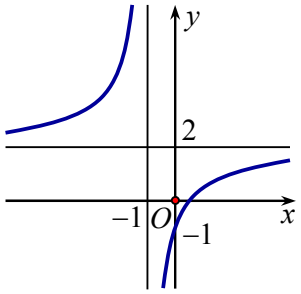
Lời giải

Chọn A.

Ta có : Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là : $x=2$ và tiệm cận ngang $y=2$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

Nên chọn đáp án A : $y=\dfrac{2x-1}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

Câu 14. **[2D1-5.1-1] (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

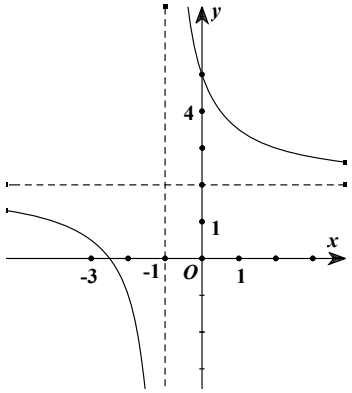
Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)\Rightarrow$ loại đáp án B và **D.**

Câu 15. **[2D1-5.1-1] (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào độ thị hàm số ta có:

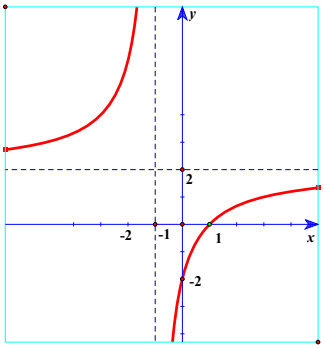
+ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=-1$.

+ Đồ thị hàm số có TCN là $y=2$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 5.

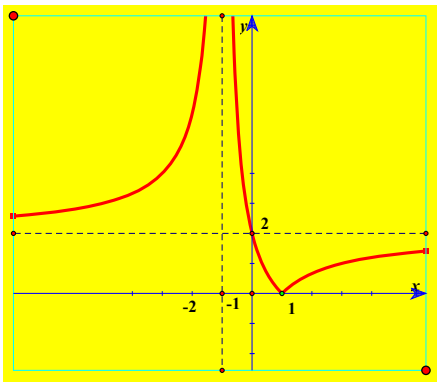
Suy ra đường cong là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

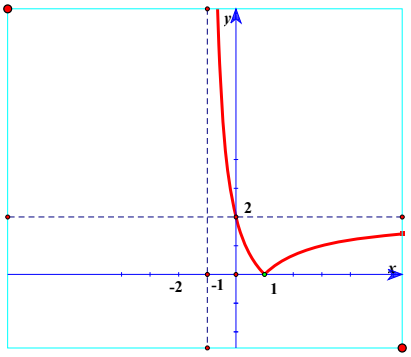


Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

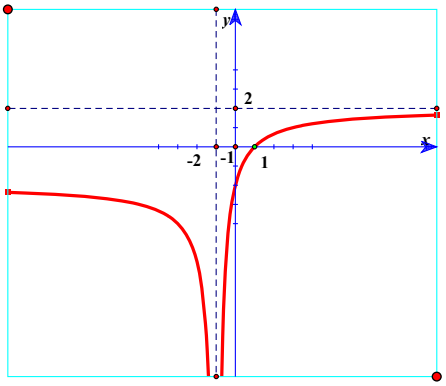
A.



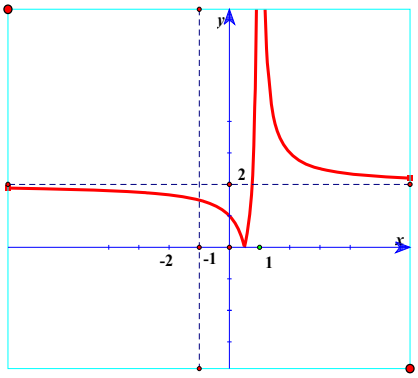
B.



C.



D.



Lời giải.

Chọn A

Ta có $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|=\begin{cases}\dfrac{2x-2}{x+1} & neu \quad \dfrac{2x-2}{x+1}\ge 0\\ -\dfrac{2x-2}{x+1} & neu \quad \dfrac{2x-2}{x+1}<0\end{cases}$

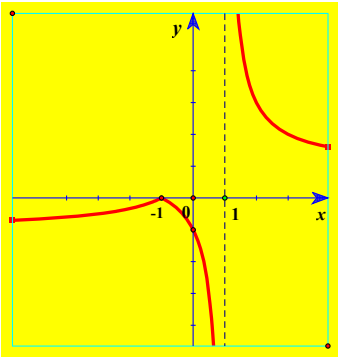
Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{2x-2}{x+1}\right|$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ nằm phía trên trục hoành.

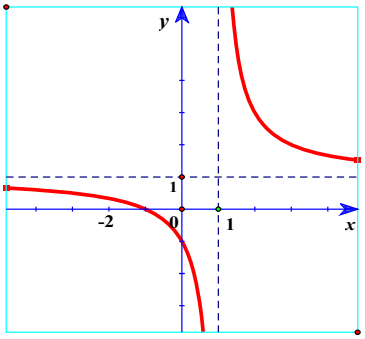
+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau:

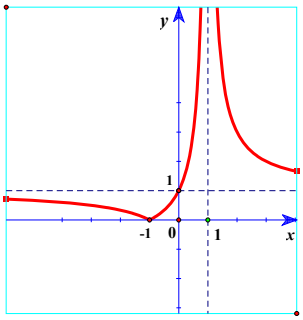
A.



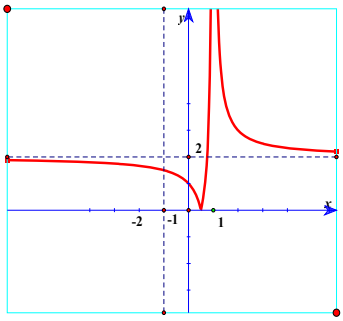
B.



C.



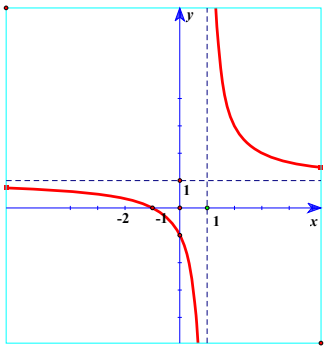
D.



Lời giải.

Chọn A

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$



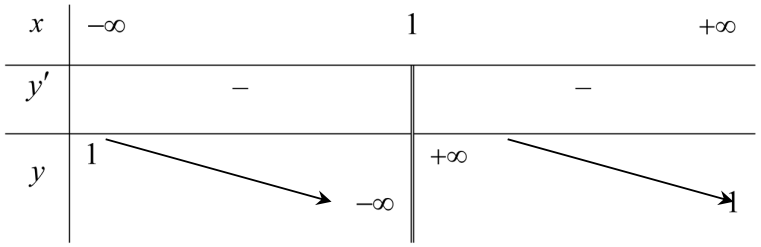
$$y=\frac{|x+1|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1} & neu \quad x\geq -1\\ -\dfrac{x+1}{x-1} & neu \quad x<-1\end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên phải đường thẳng $x=-1$.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên trái đường thẳng $x=-1$ qua trục hoành.

Câu 18. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

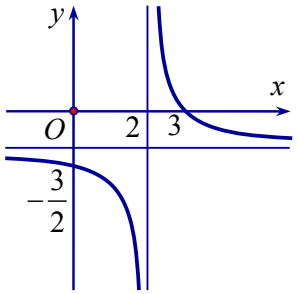
Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$ nên ta loại các đáp án **A** và**C.**

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án **D.**

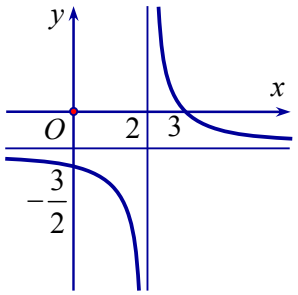
Câu 19. **[2D1-5.1-2] (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x-3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

Lời giải

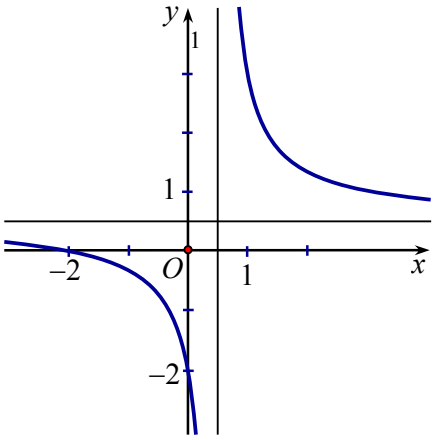
Chọn A.



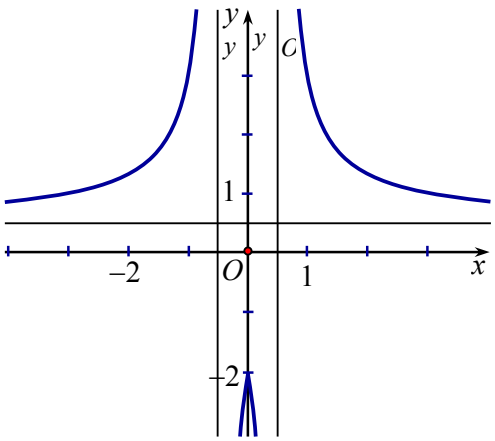
Dựa vào đồ thị ta suy ra tiệm cận đứng và tiệm cận ngang có phương trình lần lượt là $x=2$; $y=-1$ đồng thời đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=3$.

Chỉ có hàm số ở câu A thỏa yêu cầu.

Câu 20. **[2D1-5.1-3] (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH -HỌC KÌ I-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **B.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **D.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$.

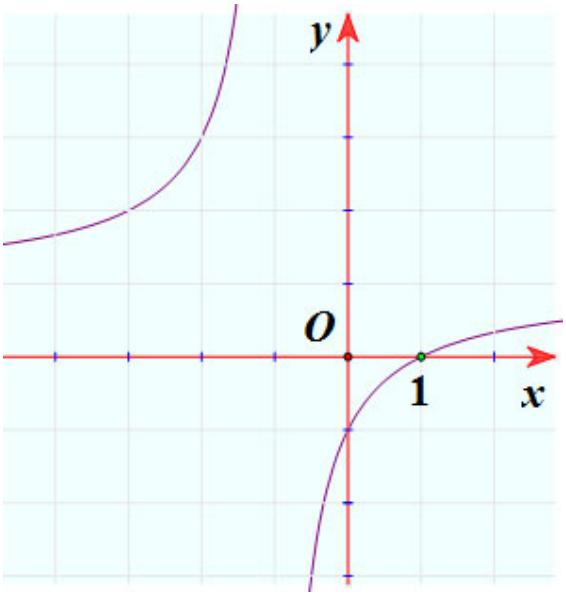
Lời giải

Chọn A.

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[2D1-5.1-2] (AN LÃO HẢI PHÒNG_LẦN 3-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



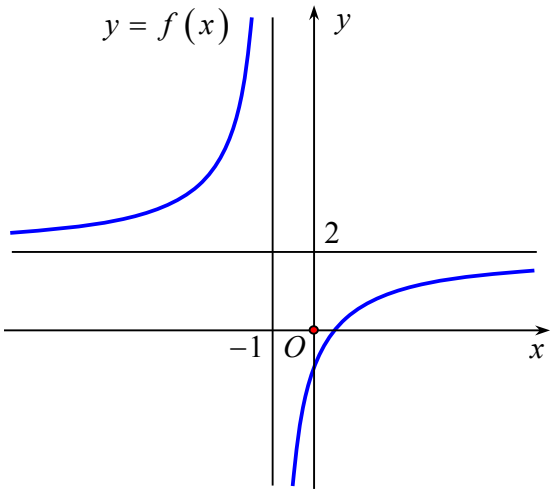
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên chọn A.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại được các hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$, $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ nên loại được hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 3. **[2D1-5.1-1] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)**Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

A. $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

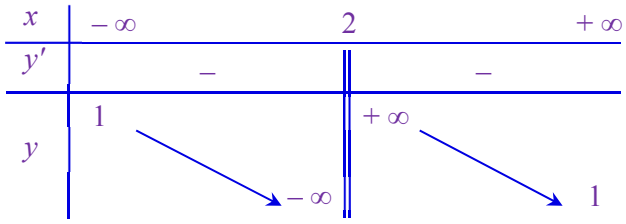
Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$, đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, do đó đáp án **A** sai.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Hơn nữa, $y'=\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$; do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Chọn đáp án. **B.**

Câu 4. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?



A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

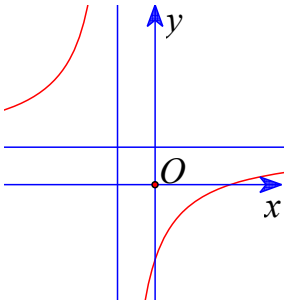
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2\Rightarrow$ loại A, C.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên chọn D ($y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$).

Câu 5. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



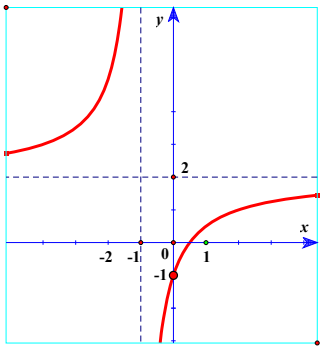
A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên trái Oy, tiệm cận ngang nằm bên trên Ox nên loại A, B, D.

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$.

Lời giải.

Chọn A

[Phương pháp tự luận]

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$. Loại **B, D.**

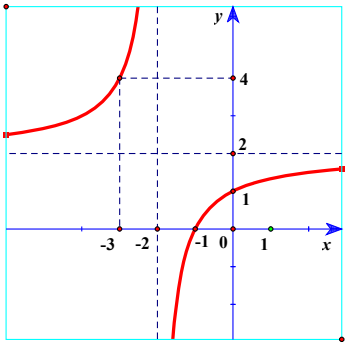
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)$.

$y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ khi $x=0\Rightarrow y=1$. Loại đáp án **B.**

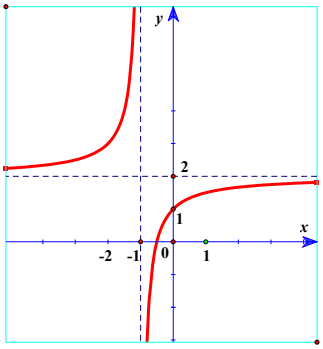
$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ khi $x=0\Rightarrow y=-1$. Chọn đáp án **A.**

Câu 7. Hàm số $y=\dfrac{2+2x}{2+x}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

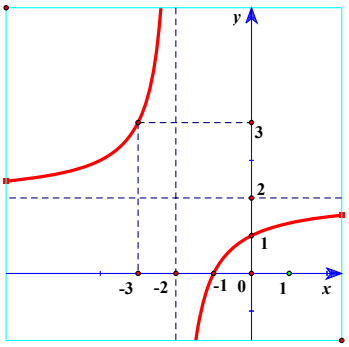
A.



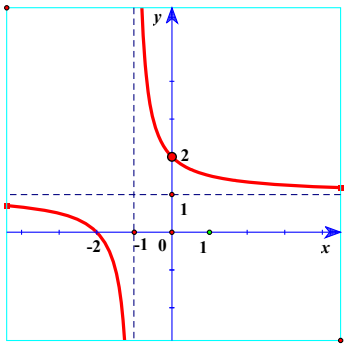
B.



C.



D.



Lời giải.

Chọn A

[Phương pháp tự luận]

Hàm số $y=\dfrac{2+2x}{2+x}$ có tiệm cận đứng $x=-2$. Tiệm cận ngang $y=2$ nên loại **đáp án B, D.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2+2x}{2+x}$ đi qua điểm $(-3;4)$ nên chọn **đáp án A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2+2x}{2+x}\right)_{x=1}\approx 0,2>0$ suy ra hàm số $y=\dfrac{2+2x}{2+x}$ đồng biến trên tập xác định, **loại D.**

Sử dụng chức năng CALC của máy tính: $x=1$ nên chọn **đáp án A.**

Câu 8. **[2D1-5.1-2] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{1+x}$.

Lời giải

Chọn B.

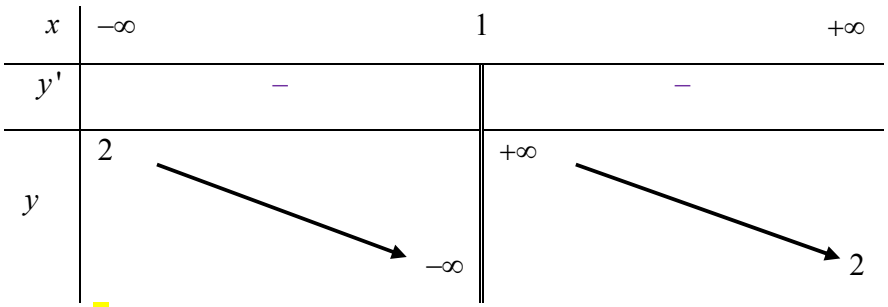
Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định và có 2 đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là $x=-1$ và $y=2$.

$y=\dfrac{2x+3}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\Rightarrow$ Loại đáp án **A.**

$y=\dfrac{2x+1}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\ \Rightarrow$ Chọn đáp án **B.**

Câu 9. Bảng biến thiên ở hình bên dưới là bảng biến thiên của một trong bốn hàm số ở các đáp án A, B, C, **D.** Hàm số đó là hàm số nào ?



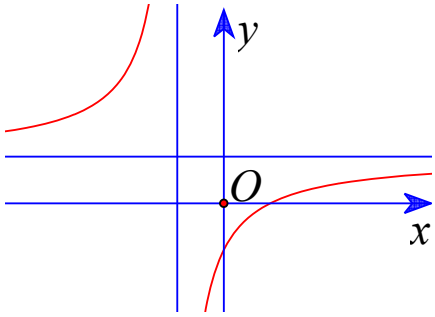
A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1,$ tiệm cận ngang $y=2$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Đáp án C sai vì tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$. đáp án D sai vì tiệm cận đứng $x=-1$, đáp án B sai vì $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0$

Câu 10. Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+4}{x+2}$.

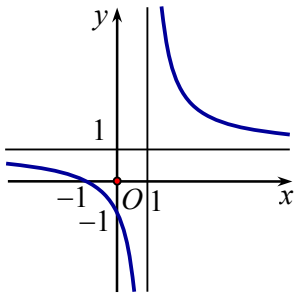
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên trái trục Oy nên loại B, C.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chọn A ($y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$).

Câu 11. **[2D1-5.1-1] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



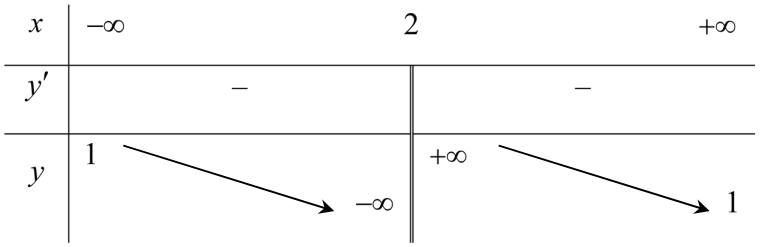
A. $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$ và tiệm cận đứng là $x=1$ đồng thời đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 12. **[2D1-5.1-1](THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?



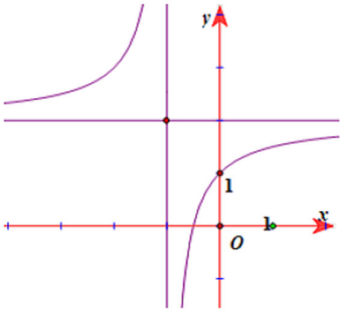
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{2+x}$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên hàm số phải là $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 13. **[2D1-5.1-1] (THPT Phan Chu Trinh - Đaklak - L2 - 2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



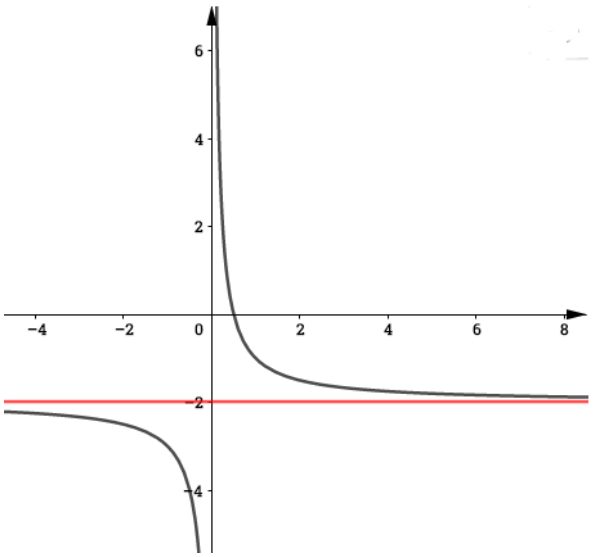
A. $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị thấy có đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=2$ nên chọn phương án D.

Câu 14. **[2D1-5.1-1] (SỞ GD VÀ ĐT HA NAM-2018)** Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y=\dfrac{-x+1}{2x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x}$.

Lời giải

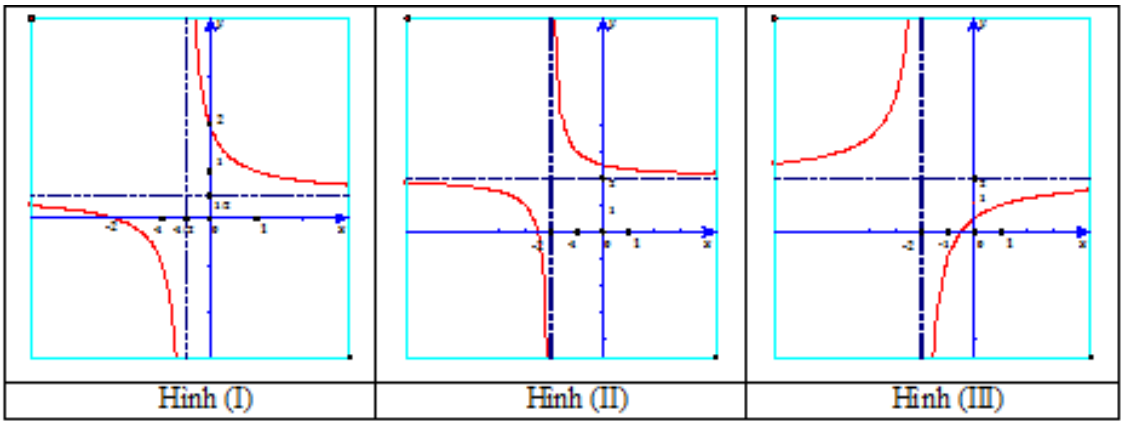
Chọn D.

Ta thấy đây là đồ thị hàm số phân thức bậc nhất chia bậc nhất có tiệm cận đứng $x=0$ và tiệm cận ngang $y=-2$

Tổng quát: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{-d}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$

Nhìn vào bốn đáp án dễ thấy đáp án đúng là **D**.

Câu 15. **[2D1-5.1-2] (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-năm-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ với m là tham số. Các hình nào dưới đây không thể là đồ thị của hàm số đã cho với mọi $m\in\mathbb{R}$?



A. Hình (III). **B.** Hình (II). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (I).

Lời giải

Chọn B.

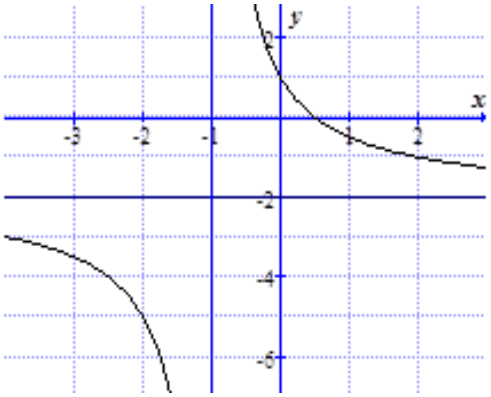
Ta có $y' = \dfrac{m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $x = -\dfrac{1}{m}$, cắt trục Oy tại $x = \dfrac{1}{m}$.

Đồ thị hàm số có TCĐ $x = -m$, có TCN $y = m$.

Ở đồ thị hình (II) ta có TCĐ $x = -2 \Rightarrow m = 2$ mà đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\dfrac{5}{2}$.

Câu 16. **[2D1-5.1-3] [SGD THANH HÓA-2018-LẦN 1]** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải.

Chọn D

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$ và cắt Oy tại điểm $(0;1)$ nên là đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 17. **[2D1-5.1-2] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC-LẦN 1-2018)** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	-2

A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

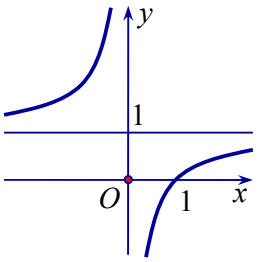
Lời giải

Chọn C.

Theo bảng biến thiên thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$ nên loại A, D.

Lại có $y'<0$, $\forall x\neq -2$ nên loại B.

Câu 18. **[2D1-5.1-2] (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

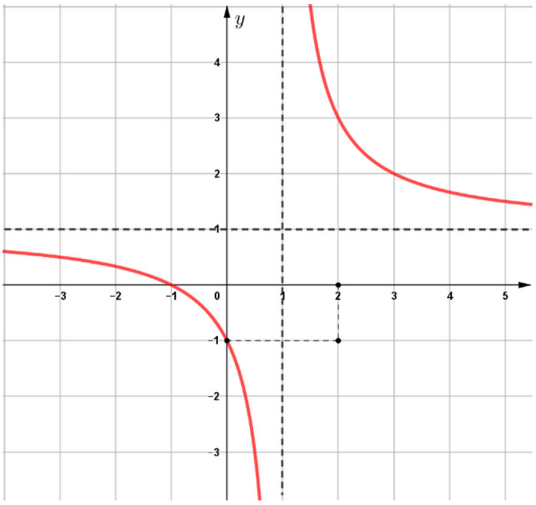
Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang nên ta loại đáp án B và **C.**

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=1$ thì $y=0$ nên đáp án D thỏa mãn.

Câu 19. **[2D1-5.1-1] (CHUYÊN THÁI BÌNH-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$ và tiệm cận đứng là $x=1$ đồng thời đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 20. Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

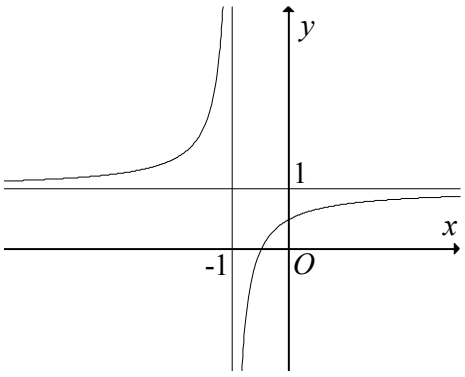
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 21. **[2D1-5.1-1] (SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



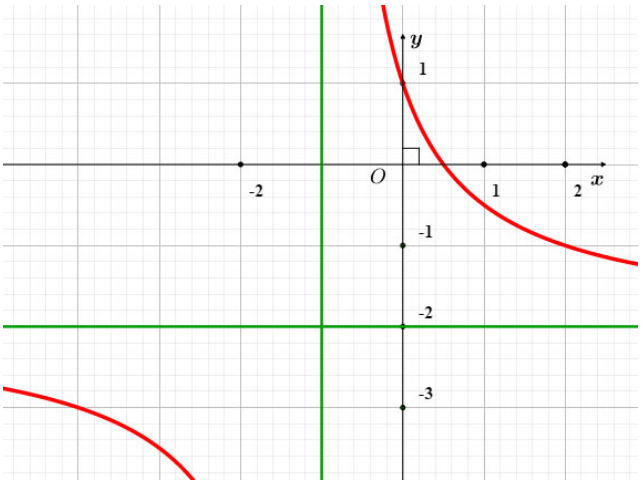
A. $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0\in(-1;0)$ nên loại phương án **A**, **B**, **D**.

Câu 22. **[2D1-5.1-1] (SỞ GD-ĐT THANH HÓA-2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$.

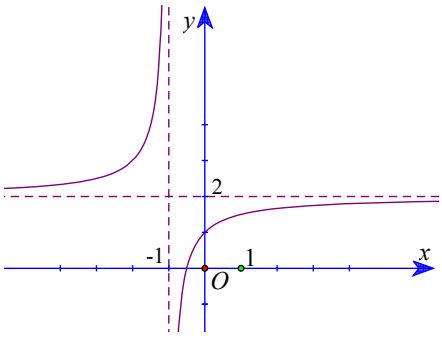
Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị nhận hai đường thẳng $x=-1$ và $y=-2$ là tiệm cận.

Đồ thị là đường đi xuống nên hàm số là hàm nghịch biến và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên hàm số cần tìm là $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 23. **[2D1-5.1-1] (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?



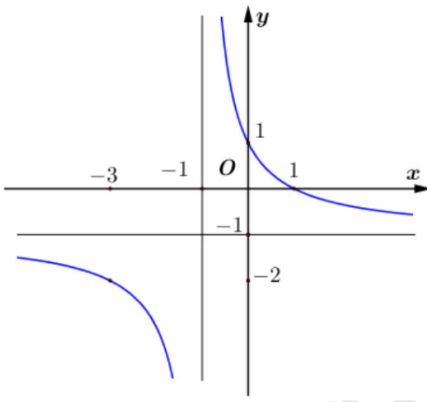
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$ nên chọn phương án B.

Câu 24. **[2D1-5.1-1] (THPT YÊN ĐỊNH THANH HÓA -LẦN 1-2018)** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

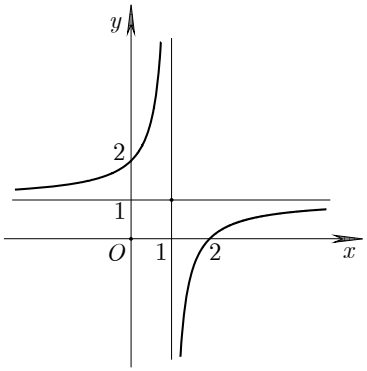
Dựa vào hình vẽ:

□ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. Vậy loại phương án **C.**

□ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=1$. Vậy loại phương án **A, D.**

Vậy ta chọn phương án **B.**

Câu 25. **[2D1-5.1-2] (CHUYÊN ĐH VINH-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

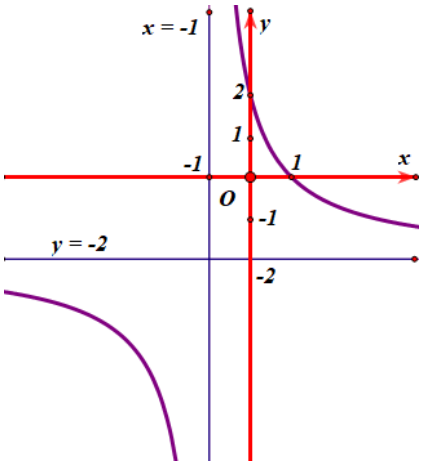
Lời giải

Chọn B.

* Đồ thị hàm số có TCĐ $x=1$ nên loại đáp án A và C.

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;2)$ nên ta loại D.

Câu 26. **[2D1-5.1-1] (THPT LÊ QUY ĐÔN QUẢNG TRỊ-2018)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



A. $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

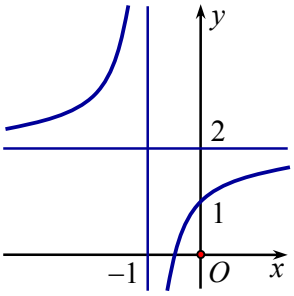
Lời giải

Chọn A.

Ta có từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số giảm, có tiệm cận ngang là $y=-2$, tiệm cận đứng là $x=-1$, giao với Ox tại điểm $(1;0)$, giao với Oy tại điểm $(0;2)$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$.

Câu 27. **[2D1-5.1-2] (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



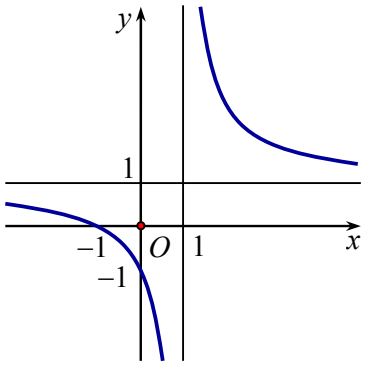
A. $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị thấy có đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=2$ nên chọn phương án **D.**

Câu 28. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



A. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

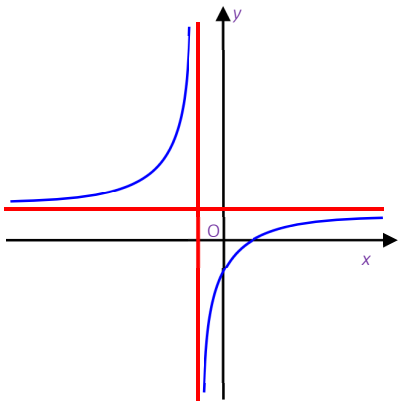
Chọn D.

↳ $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $\Rightarrow$ loại **C.**

↳ Đồ thị hàm số cắt Oy tại $y=-1\Rightarrow$ loại A, **B.**

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 29. **[2D1-5.1-2] (CÔNG TY GD-TÂN HÔNG PHONG-2018)** Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A.

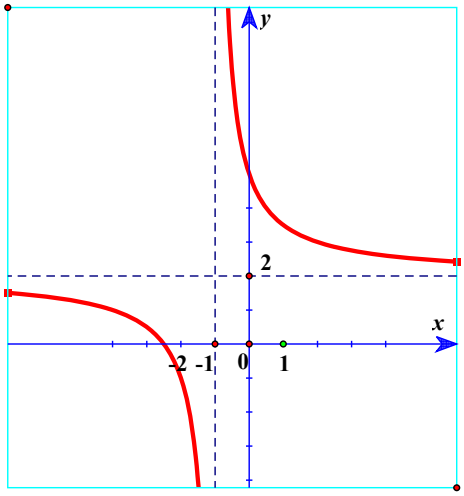
Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị hàm $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow$ loại **B. ,D.**

Từ trái sang phải, hàm số đi lên $\Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét đáp án **A,** ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0\Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét đáp án **C**, ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0 \Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ nghịch biến $\rightarrow$ loại **C**.

Câu 30. [2D1-5.1-2] **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+5}{-x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

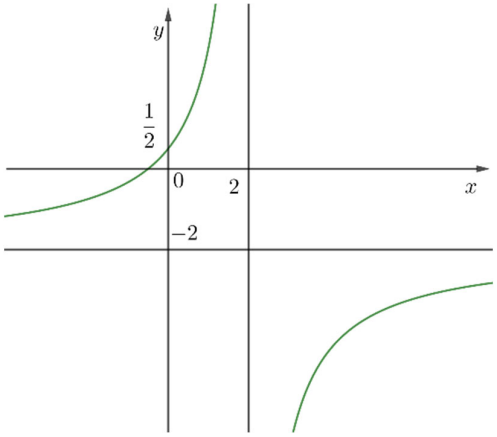
Lời giải

Chọn D.

- Đồ thị hàm số trên hình vẽ đi xuống từ trái qua phải nên hàm số tương ứng là hàm số nghịch biến. Do đó loại đáp án A, B.

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 3 nên hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$

Câu 31. [2D1-5.1-2] Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



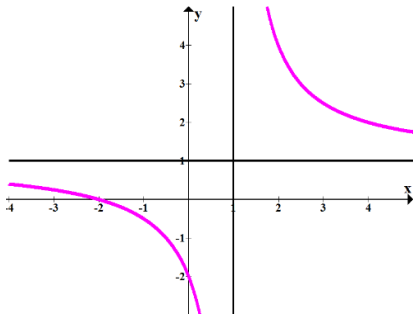
A. $y=\dfrac{2x+1}{8-4x}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai đường tiệm cận là $y=-2$ và $x=2$, ngoài ra đồ thị còn đi qua điểm $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$ nên đồ thị trên là của hàm số $y=\frac{2x+1}{2-x}$.

Câu 32. **[2D1-5.1-2] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\frac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+2}{1-x}$.

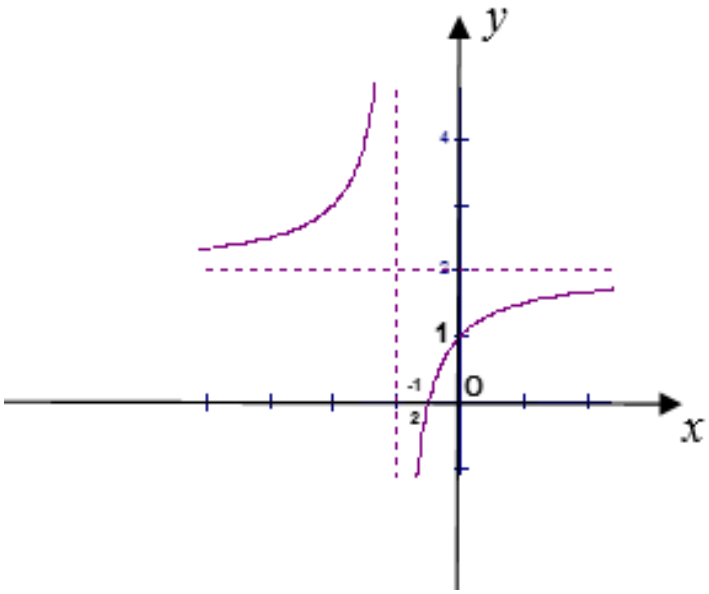
Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $x=2$, cắt trục Oy tại $x=-2$ nên đáp án là **A.**

.

Câu 33. **[2D1-5.1-2] (THPT YÊN LẠC-LẦN 1-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



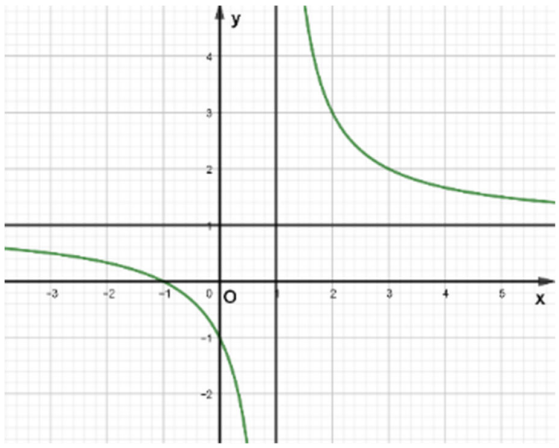
A. $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số nhận (TCĐ): $x=-1$ và (TCN): $y=2$ nên ta loại được đáp án B, C, D.

Câu 34. **[2D1-5.1-1] (Đề Thử Nghiệm - Mã đề 01 - 2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

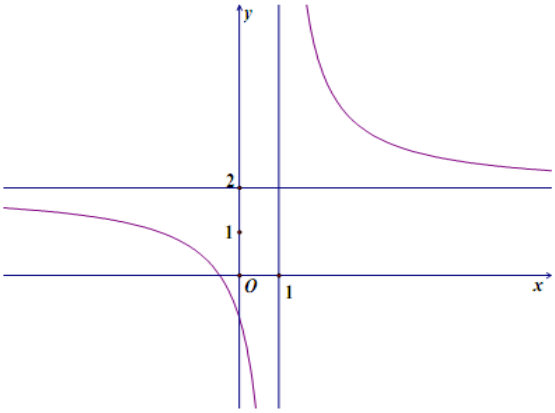
Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị hàm nhất biến nên loại B, **C.**

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng nên chọn **A.**

Câu 35. **[2D1-5.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{-1+x}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$.

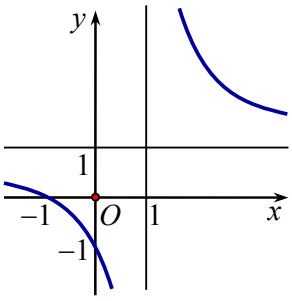
Lời giải

Chọn C.

Ta có đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên ta loại đáp án A, B.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;\infty)$ nên ta chọn đáp án C vì hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-1+x}$ có $y'=\dfrac{-3}{(-1+x)^2}<0$ với $\forall x\neq 1$.

Câu 36. **[2D1-5.1-2] (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

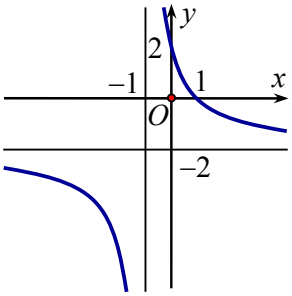
Chọn C.

Dựa vào đồ thị của hàm số: ta được tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Nên ta loại được đáp án A và B.

Mà đồ thị của hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2,3)$ nên ta loại được đáp án **D.**

Câu 37. **[2D1-5.1-2] (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



A. $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

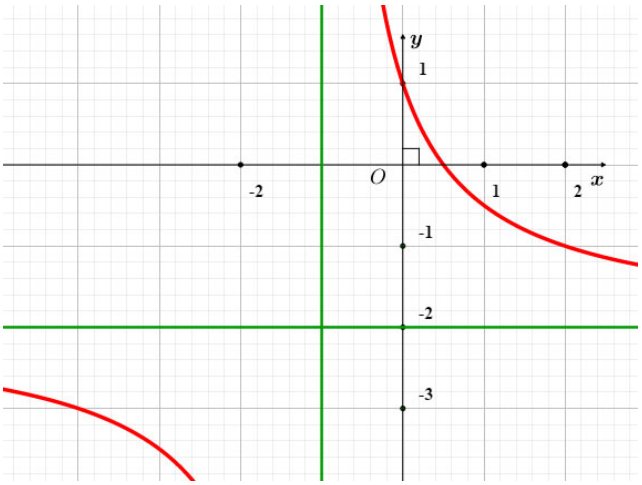
Lời giải

Chọn A.

Ta có từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số giảm, có tiệm cận ngang là $y=-2$, tiệm cận đứng là $x=-1$, giao với Ox tại điểm $(1;0)$, giao với Oy tại điểm $(0;2)$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$.

Câu 38. **[2D1-5.1-2] (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$.

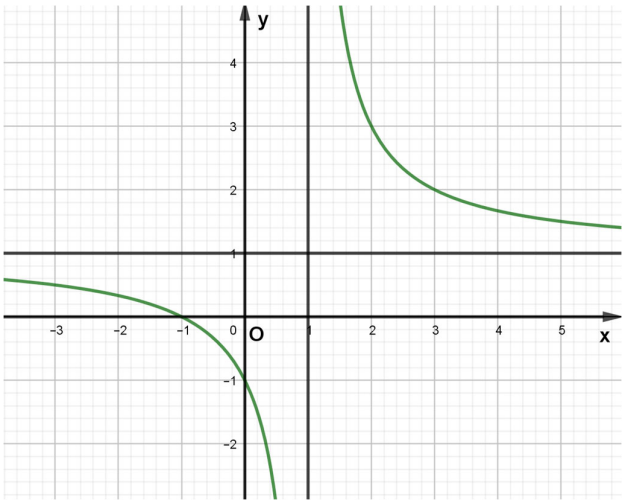
Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị nhận hai đường thẳng $x=-1$ và $y=-2$ là tiệm cận.

Đồ thị là đường đi xuống nên hàm số là hàm nghịch biến và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên hàm số cần tìm là $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 39. **[2D1-5.1-2] (SỞ GD-ĐT PHÚ THỌ-2018)** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

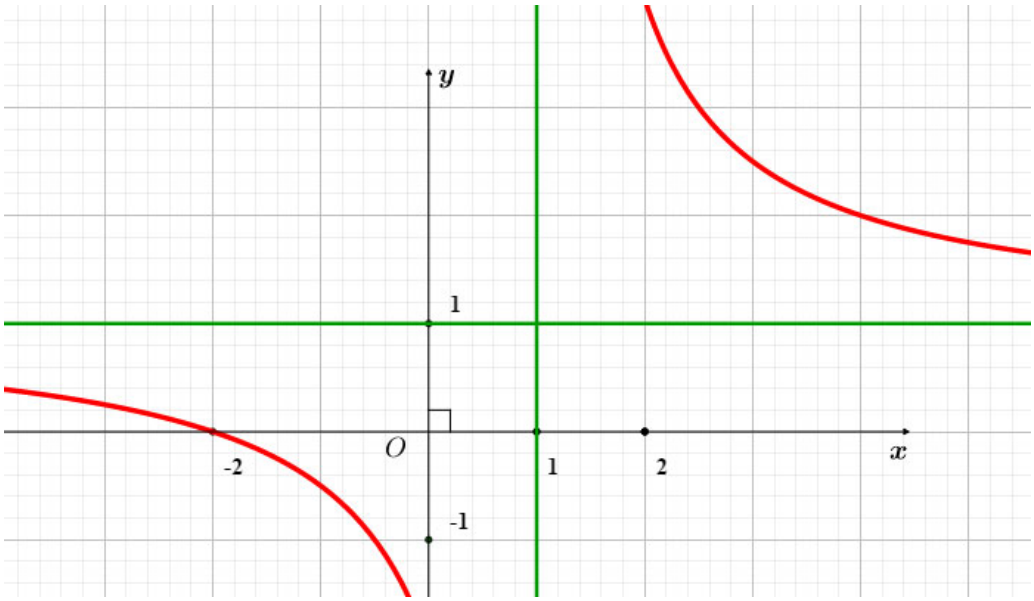
Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào đồ thị ta xác định được $y'<0$.

Chỉ duy nhất hàm số ở câu B thỏa mãn nên đáp án đúng là B.

Câu 40. **[2D1-5.1-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2018)** Hình vẽ sau đây là hình dạng đồ thị của hàm số nào



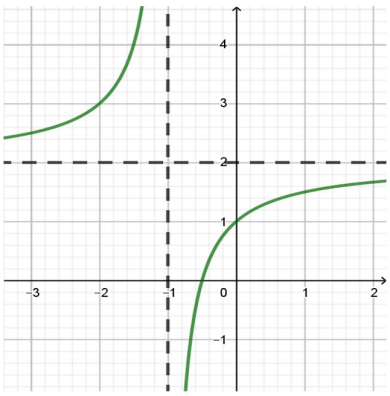
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$. Chỉ có hàm số ở câu B mới thỏa được điều này.

Câu 41. **[2D1-5.1-1] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị trên, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ .và

hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Xét hàm số: $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Tiệm cận ngang là đường thẳng: $y=2$.

BÀI TOÁN 15 : XÁC ĐỊNH HỆ SỐ HÀM HỮU TỶ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

Xác định hệ số a,b,c,d của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ dựa vào đồ thị hàm số.

* Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};(ad-bc\neq 0)$.

* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{.....}{.....}$:

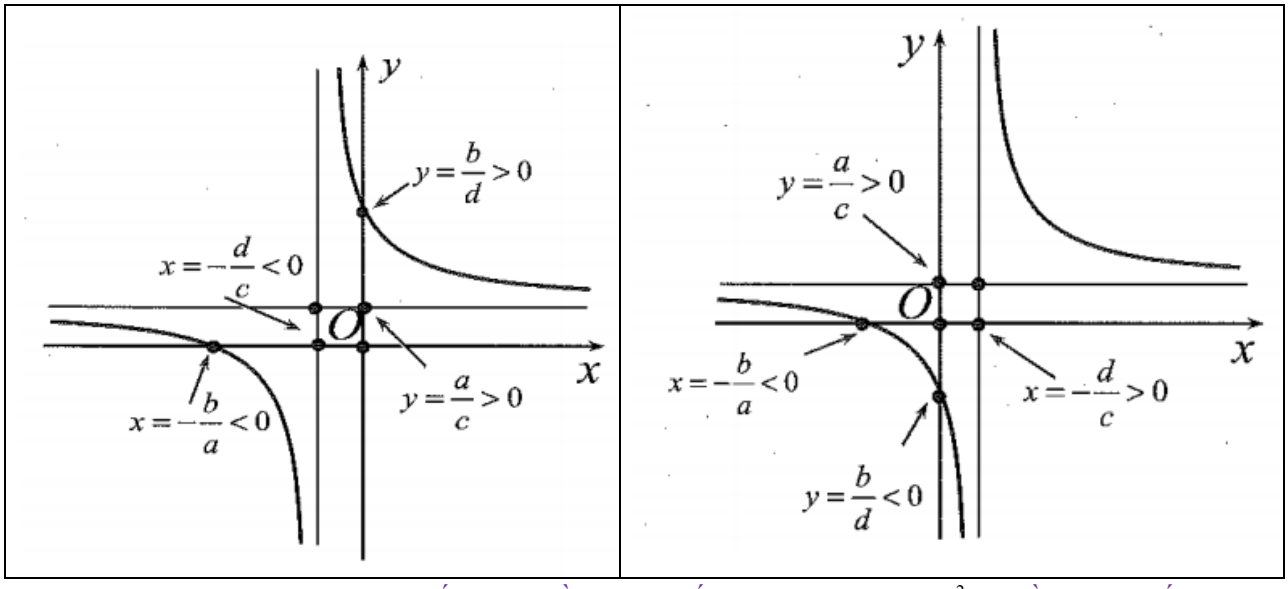
* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=\dfrac{.....}{.....}$

* Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A\left(.....\dfrac{.....}{.....};0\right)$

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $B\left(.....;\dfrac{.....}{.....}\right)$

* Dựa vào đồ thị để xác định 4 yếu tố $.....\dfrac{.....}{.....};.....\dfrac{.....}{.....};.....\dfrac{.....}{.....};.....\dfrac{.....}{.....}$. Từ đó tìm ra mối quan hệ và kết luận.

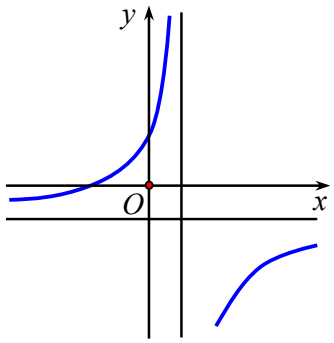
Hình vẽ minh họa:



Lưu ý: Trường hợp 3 và 4 khi hệ số $a=0$ đồ thị hàm số sẽ là parabol $y=bx^2+c$ đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. **[2D1-5.3-2] [TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 8]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



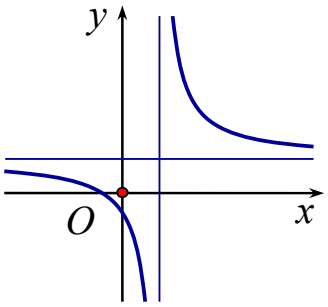
A. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

B. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

D. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và a, b, $c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



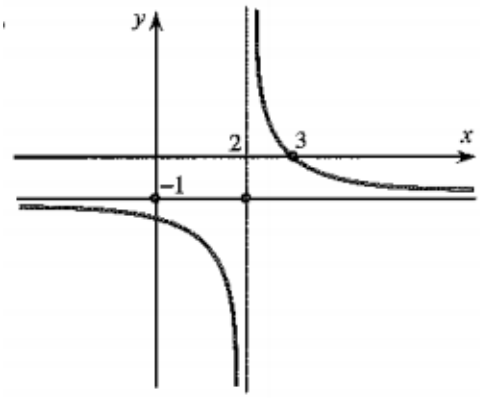
A. $a>0,\ b<0,\ c-ab<0$.

B. $a>0,\ b>0,\ c-ab<0$.

C. $a<0,\ b>0,\ c-ab<0$.

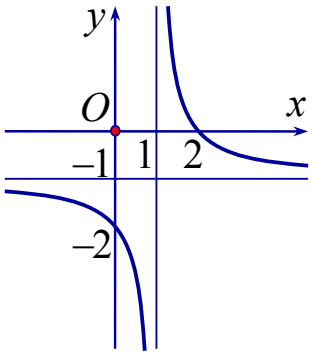
D. $a<0,\ b<0,\ c-ab>0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tính giá trị của $a+2b+c$



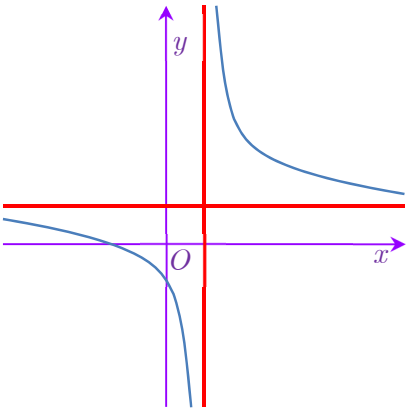
A. -1 **B.** -2 **C.** 0 **D.** 3

Câu 4. **[2D1-5.1-2] (CỤM 5 CHUYÊN ĐỒNG BẰNG SÔNG HỒNG NĂM 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.



A. $T=12$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-9$.

Câu 5. **[VD] (SỞ GD-ĐT BÌNH THUẬN-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{x+b}$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right), B\left(2;4\right)$. Khi đó hàm số là:

A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$.

Câu 7. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+a}{bx-1}$ có tiệm cận ngang là $y=1$ và đi qua điểm $A\left(1;4\right)$. Khi đó giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ là:

A. 1. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 2.

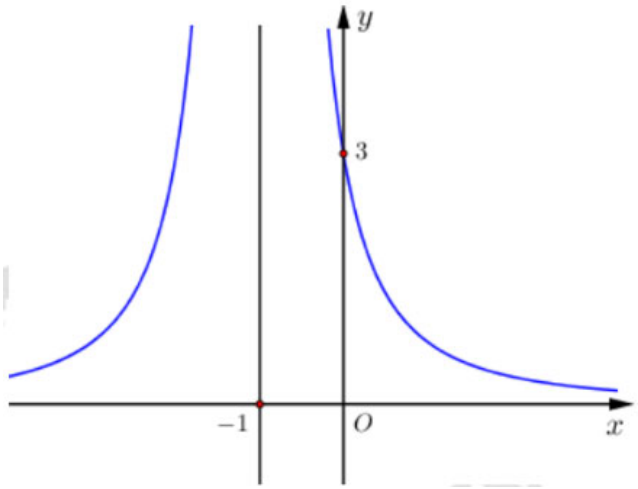
Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{bx+3}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Tại điểm $M\left(-2;-4\right)$ thuộc $\left(C\right)$, tiếp tuyến của $\left(C\right)$ song song với đường thẳng $7x-y+5=0$. Khi đó giá trị của a,b là:

A. $a=1,b=2$. **B.** $a=2,b=1$. **C.** $a=3,b=1$. **D.** $a=1,b=3$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m^2-m}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 10. **[VDC] (THPT YÊN ĐỊNH THANH HÓA -LẦN 1-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:

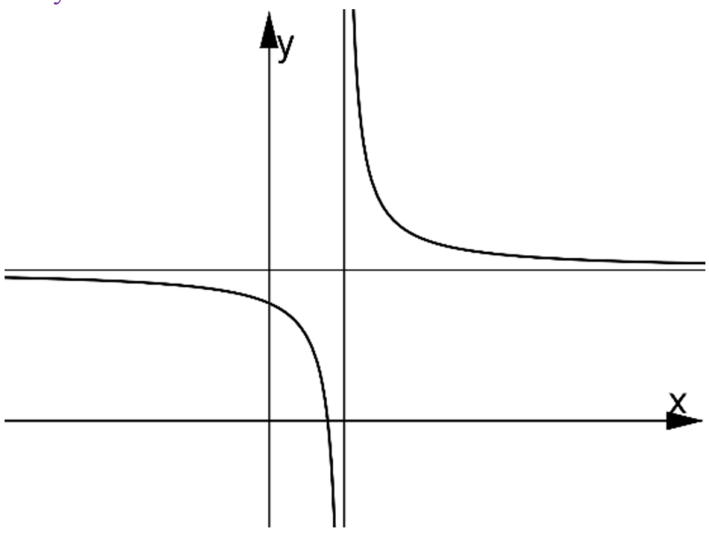


Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(1)=2$. **B.** $f(2)=\dfrac{11}{2}$. **C.** $f(1)=\dfrac{7}{2}$. **D.** $f(2)=6$.

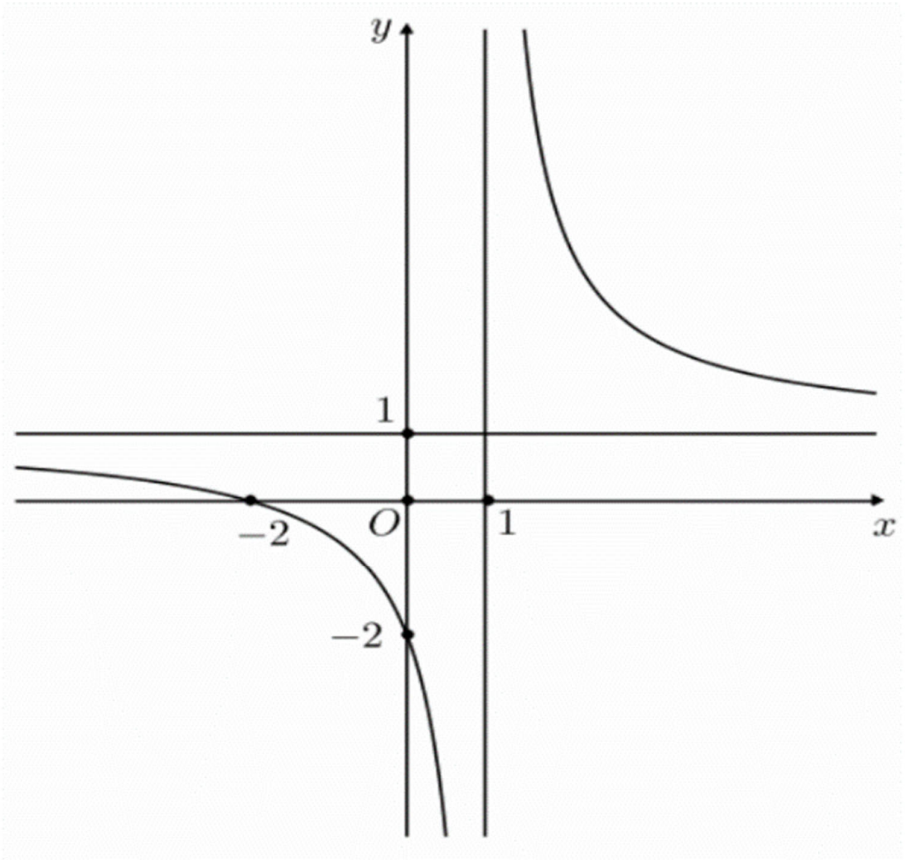
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **(Lớp Toán – Tô Quốc An -2017 - 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



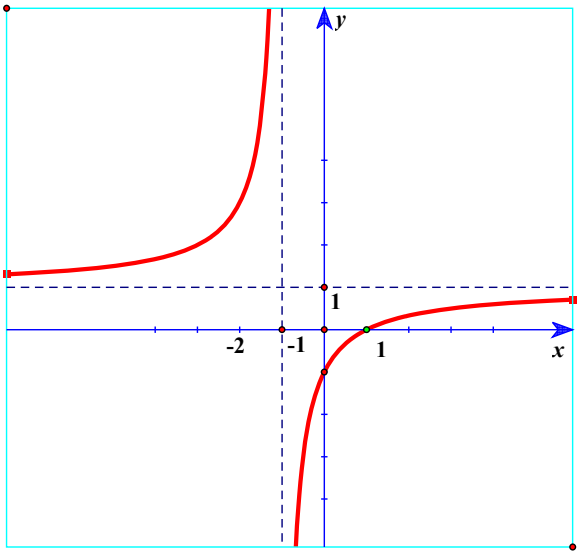
A. $ac>0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bc<0$. **D.** $ad>0$

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT PHAN ĐĂNG LƯU- HUẾ-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



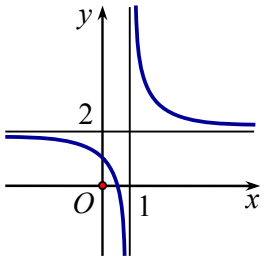
A. $a<0\,;\ b<0$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<b<0$.

Câu 3. Xác định a,b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



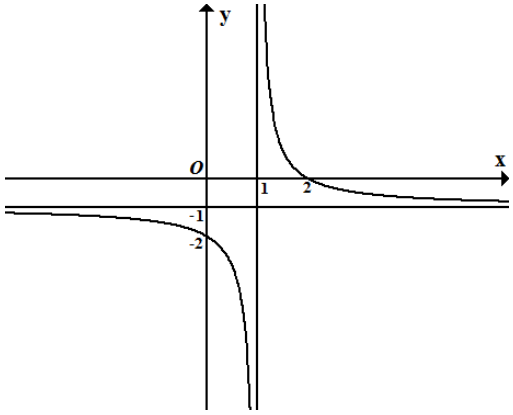
A. $a=1,\ b=-1$. **B.** $a=1,\ b=1$. **C.** $a=-1,\ b=1$. **D.** $a=-1,\ b=-1$.

Câu 4. **[2D1-5.1-2](THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN)** Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



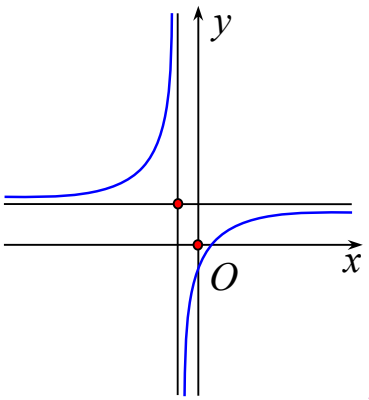
A. $a=2,\ b=1,c=-1$. **B.** $a=2,\ b=1,c=1$. **C.** $a=2,\ b=2,c=-1$. **D.** $a=2,\ b=-1,c=1$.

Câu 5. **[2D1-5.1-2] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?



A. $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=-7$.

Câu 6. **[2D1-5.1-2] [Cụm 7-TPHCM-2017]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ab<0,\ ad<0$. **B.** $bd>0,\ ad>0$. **C.** $ad>0,\ ab<0$. **D.** $bd<0,\ ab>0$.

Câu 7. Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+3}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$. Giá trị của m là:

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Câu 8. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+a}{bx-2}$ đi qua hai điểm $A(1;-3),B(3;5)$. Tính giá trị biểu thức $T=3a-2b$.

A. 3. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 4 .

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-3}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=3$ và đi qua điểm $A(2;-8)$ thì giá trị của a và b lần lượt là:

A. $3;2$. **B.** $2;3$. **C.** $-1;4$. **D.** $3;-2$.

Câu 10. **(Chuyên Vĩnh Phúc lần 1 – 2018)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m,n là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

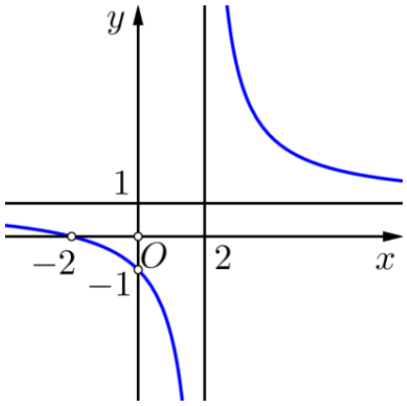
Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+3n+1}$. Đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng. Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 0.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$. Với giá trị thực nào của a và b sau đây thì đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0;-1)$ và có đường tiệm cận ngang là $y=1$?

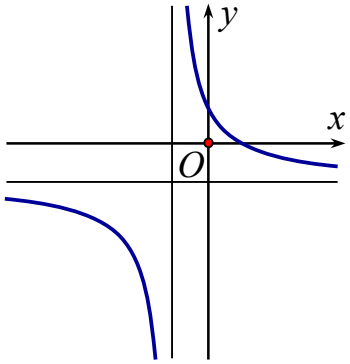
A. $a=1,b=1$. **B.** $a=1;b=0$. **C.** $a=1;b=-1$. **D.** $a=1;b=2$.

Câu 13. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.



A. $P=-3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

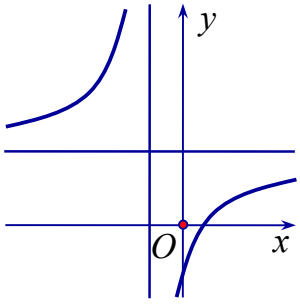
Câu 14. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ (a, c, d : hằng số thực) như hình vẽ.



Khẳng định nào đúng

A. $d>0,a>0,c<0$. **B.** $d>0,a<0,c>0$. **C.** $d<0,a>0,c<0$. **D.** $d<0,a<0,c>0$.

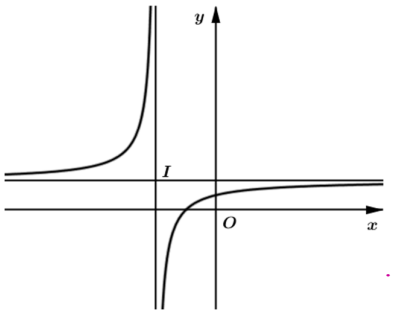
Câu 15. **[2D1-5.1-3] (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $a<0,b>0,\text{c}>0$. **B.** $a>0,b<0,\text{c}>0$. **C.** $a>0,b>0,\text{c}<0$. **D.** $a>0,b<0,\text{c}<0$.

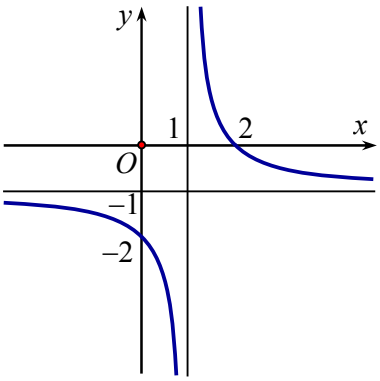
Câu 16. **[2D1-5.3-2] [THPT Kim Liên-HN]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

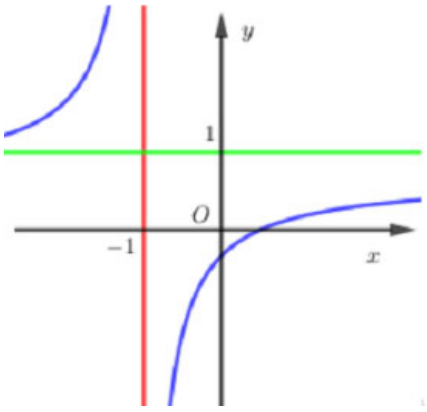
Câu 17. **[2D1-5.3-2] (THTT - Số 484 - Tháng 10 - 2017 - BTN)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

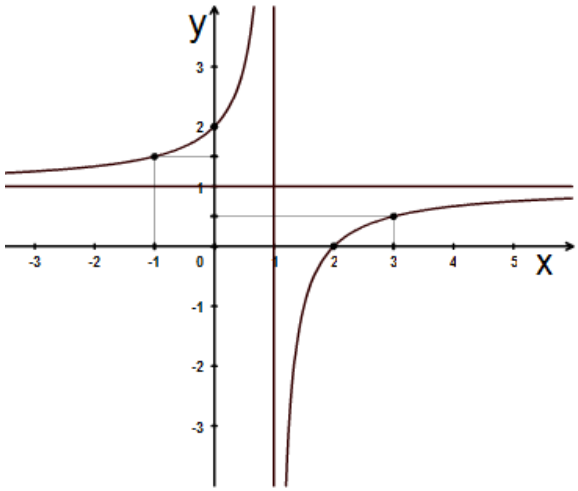
A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Câu 18. **[2D1-5.10-3] [THPT SÓC SƠN-KIÊN GIANG-2018-LẦN 1]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $c=d<0$. **B.** $c=d>0$. **C.** $0<c<d$. **D.** $0<d<c$.

Câu 19. **[2D1-5.1-2] (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị cho trong hình sau. Tìm mệnh đề đúng.



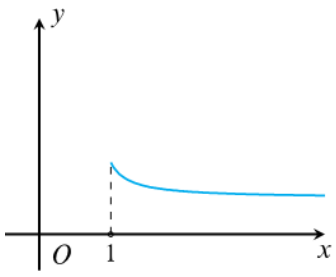
A. $ad>bc$, $cd<ac$.

B. $ad>bc$, $cd>ac$.

C. $ad<bc$, $cd<ac$.

D. $ad<bc$, $cd>ac$.

Câu 20. **[2D1-5.1-2] (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI-LẦN 1-2018)** Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ để hàm số $y=\dfrac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1;+\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



A. 1.

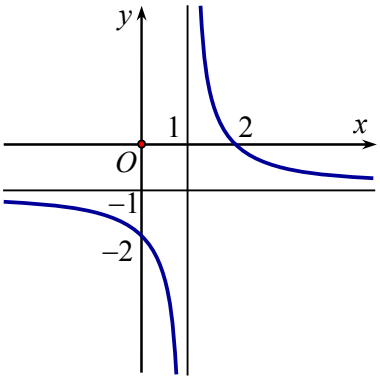
B. 4.

C. 2.

D. 3.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

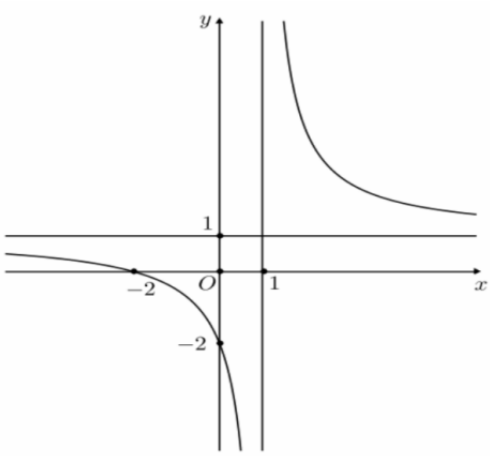
Câu 1. **[2D1-5.1-2] (TOAN HỌC TUỔI TRẺ 484-10/2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

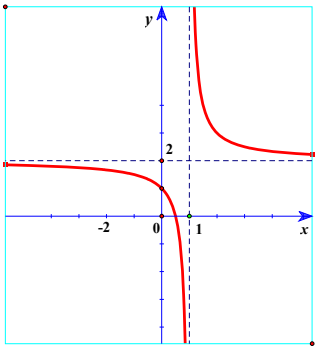
A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT Phan Đăng Lưu - Huế - L2 - 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



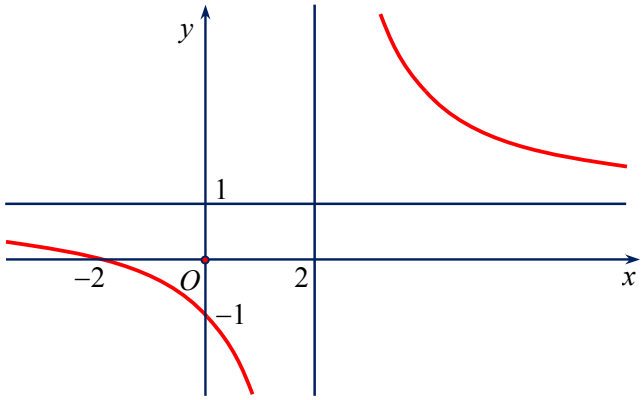
A. $a<0;\ b<0$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<b<0$.

Câu 3. Xác định a,b,c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=-1,c=1$. **B.** $a=2,\ b=1,c=1$. **C.** $a=2,\ b=2,c=-1$. **D.** $a=2,\ b=1,c=-1$.

Câu 4. **[2D1-5.1-3] (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)**Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

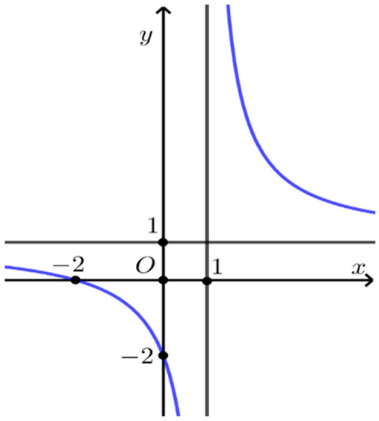
A. $a=2;\ b=2;\ c=-1$.

B. $a=1;\ b=-2;\ c=1$.

C. $a=1;\ b=2;\ c=1$.

D. $a=1;\ b=1;\ c=-1$.

Câu 5. **[2d1-5.1-2] (cụm các trường chuyên đồng bằng sông cửu long-lần 2-2018)** Tìm giá trị của a, b để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$

B. $\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$

C. $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$

D. $\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$

Câu 6. **(THPT Đồng Đậu - Vĩnh Phúc)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-5}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung.

A. $m<0$.

B. $m>0$ và $m\neq\dfrac{5}{4}$.

C. $m>0$

D. $m>0$ và $m\neq-\dfrac{5}{4}$.

Câu 7. **(THPT Nguyễn Huệ - TT. Huế - L1)** Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm đứng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 8. **(THPT Bỉm Sơn - Thanh Hóa - L1 - 2019)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S=m^2+n^2-2$.

A. $S=2$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách giữa giao điểm của hai tiệm cận và gốc tọa độ O bằng $\sqrt{5}$.

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=-2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=4 \end{array}\right.$.

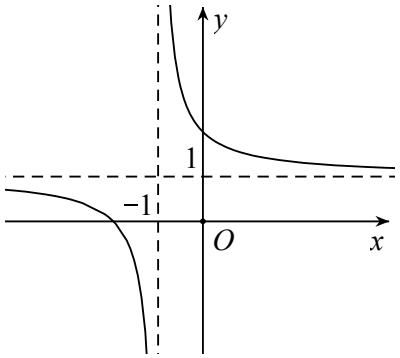
Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{x-m}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m thì đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 6.

A. 2 **B.** 4 **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Tìm a,b để đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ cắt trục Oy tại điểm $M(0;-1)$ đồng thời tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M có hệ số góc $k=3$. Khi đó, tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2$.

A. 17. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 20.

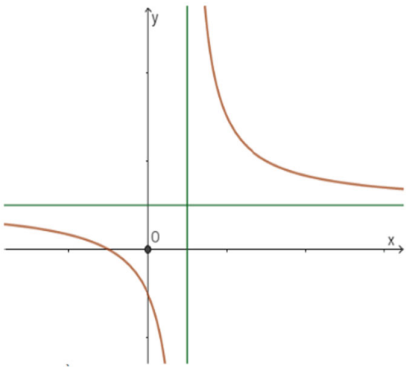
Câu 12. **[2D1-5.1-2]** **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $b<0<a$. **B.** $0<a<b$. **C.** $a<b<0$. **D.** $0<b<a$.

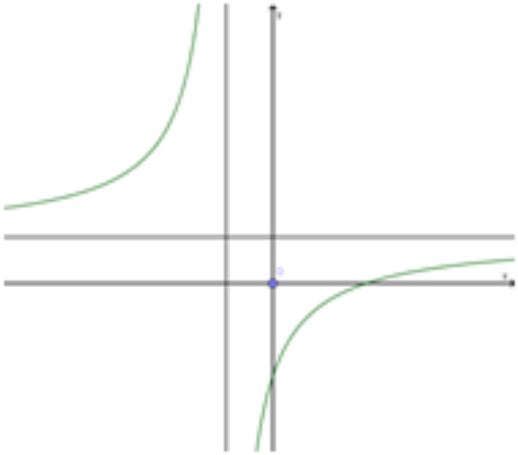
Câu 13. **[2D1-5.1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ac>0, bd>0.$ **B.** $bd<0, ad>0.$ **C.** $bc>0, ad<0.$ **D.** $ab<0, cd<0.$

Câu 14. **[2D1-5.3-2] [THPT Nguyễn Khuyến –NĐ - 2017]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là **đúng**?



A. $ad>0$, $bc<0$. **B.** $ad<0$, $bc>0$. **C.** $cd<0$, $bd>0$. **D.** $ac>0$, $ab>0$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$ và đi qua điểm $A(2;-3)$. Lúc đó hàm số $y=\dfrac{ax+1}{cx+d}$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=\dfrac{-3}{5}.\dfrac{2x+1}{x-1}.$ **B.** $y=\dfrac{2x-1}{1-x}.$ **C.** $y=\dfrac{-2x-1}{-x+1}.$ **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}.$

Câu 16. **(THPT Lê Văn Thịnh - Bắc Ninh - L1 - 2019)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1\le m<3$. **B.** $m>6$. **C.** $m<1$. **D.** $3<m\le 6$.

Câu 17. **(Chuyên Bắc Ninh – L3 - 2019):** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+b}{ax-2}(ab\neq -6)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-4)$ song song với đường thẳng $d: 7x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -1.

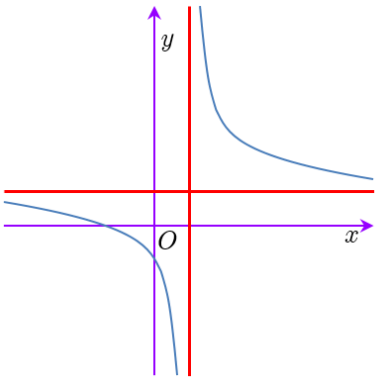
Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 8?

A. $m=2$. **B.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $m\neq\pm 2$.

Câu 19. Hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;1]$ bằng -1. Khi đó giá trị của m bằng

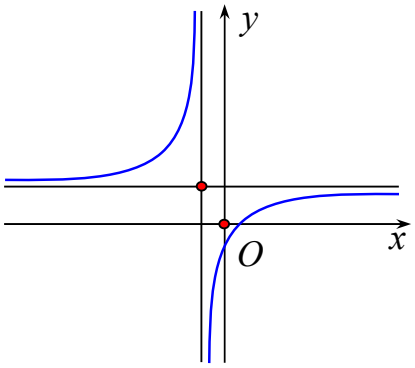
A. $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=-2$ **D.** $m=3$

Câu 20. **[2D1-5.3-2](SGD BINH THUAN_L6_2018_BTN_6ID_HDG)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

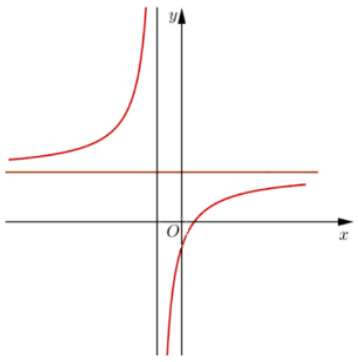
Câu 33. **[2D1-5.3-2] [CỤM 7 TP. HỒ CHÍ MINH]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

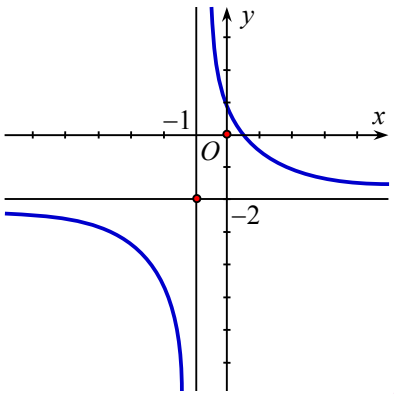
A. $ad>0$, $ab<0$. **B.** $bd>0$, $ad>0$. **C.** $bd<0$, $ab>0$. **D.** $ab<0$, $ad<0$.

Câu 21. **[2D1-5.3-2] [THPT CHUYÊN VINH - 2017]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



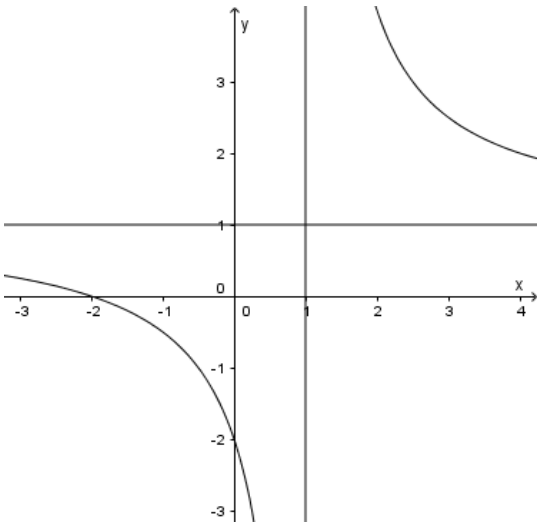
A. $ad>0,\ ab<0$. **B.** $ab<0,\ ad<0$. **C.** $bd>0,\ ad>0$. **D.** $bd<0,\ ab>0$.

Câu 22. **[2D1-5.1-2] [THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG]** Tìm a,b để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



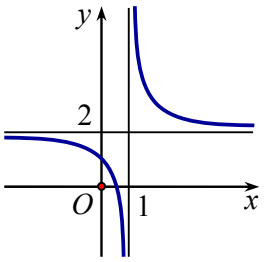
A. $a=-2,b=1$. **B.** $a=-1,b=-2$. **C.** $a=2,b=1$. **D.** $a=1,b=-2$.

Câu 23. **[2D1-5.3-2] [THPT Chuyên SPHN - 2017]** Giá trị của a, b để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ là



A. $a=1$, $b=-2$. **B.** $a=1$, $b=2$. **C.** $a=-1$, $b=-2$. **D.** $a=-1$, $b=2$.

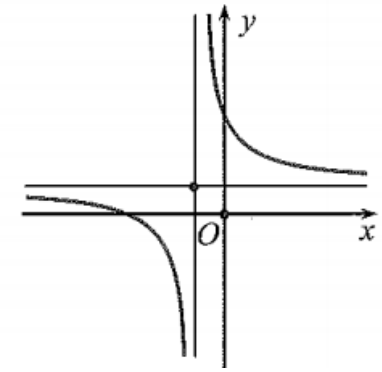
Câu 24. **[2D1-5.1-3] (THPT XUÂN HÒA-LẦN 1-2018)** Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=1,c=-1.$ **B.** $a=2,\ b=1,c=1.$

C. $a=2,\ b=2,c=-1.$ **D.** $a=2,\ b=-1,c=1.$

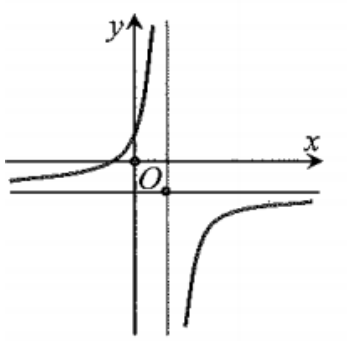
Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $a<b<0$ **B.** $b<0<a$ **C.** $0<b<a$ **D.** $0<a<b$

Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.

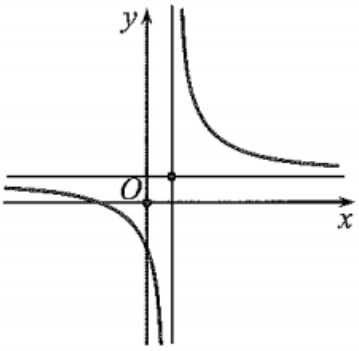


Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $a<0,b>0,c<0,d>0$ **B.** $a>0,b<0,c<0,d>0$

C. $a<0,b<0,c<0,d>0$ **D.** $a<0,b<0,c<0,d<0$

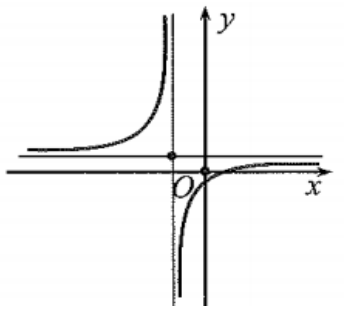
Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

A. $\begin{cases}bd<0\\ad>0\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}ac>0\\bd>0\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}bc>0\\ad<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}ab<0\\cd<0\end{cases}$

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $\begin{cases} ad<0 \\ bc>0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} ad<0 \\ bc<0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} ad>0 \\ bc<0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} ad>0 \\ bc>0 \end{cases}$

BÀI TOÁN 15 : XÁC ĐỊNH HỆ SỐ HÀM HỮU TỶ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán:

Xác định hệ số a,b,c,d của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ dựa vào đồ thị hàm số.

* Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};(ad-bc\neq 0)$.

* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$:

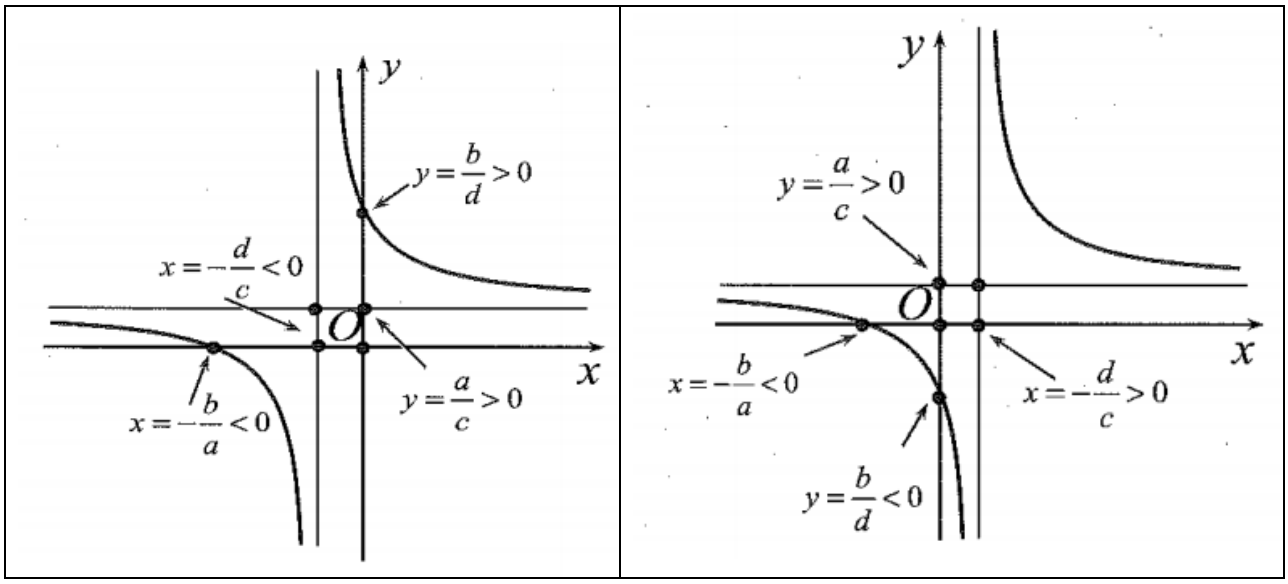
* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=\dfrac{a}{c}$

* Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $A\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$

* Dựa vào đồ thị để xác định 4 yếu tố $-\dfrac{d}{c};-\dfrac{a}{c};-\dfrac{b}{d};\dfrac{b}{d}$. Từ đó tìm ra mối quan hệ và kết luận.

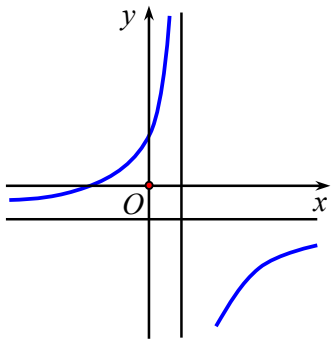
Hình vẽ minh họa:



Lưu ý: Trường hợp 3 và 4 khi hệ số $a=0$ đồ thị hàm số sẽ là parabol $y=bx^2+c$ đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. **[2D1-5.3-2] [TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 8]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

B. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

D. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

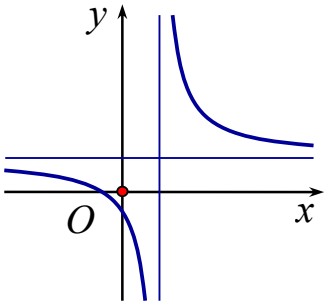
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có

- Tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}<0$ nên a và c trái dấu → loại đáp án **A** và **C.**
- Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}>0$ nên d và c trái dấu (vậy nên a, d cùng dấu)
- $f(0)=\dfrac{b}{d}>0$ nên b và d cùng dấu → loại đáp án **B.**

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và a, b, $c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>0,\ b<0,\ c-ab<0$.

B. $a>0,\ b>0,\ c-ab<0$.

C. $a<0,\ b>0,\ c-ab<0$.

D. $a<0,\ b<0,\ c-ab>0$.

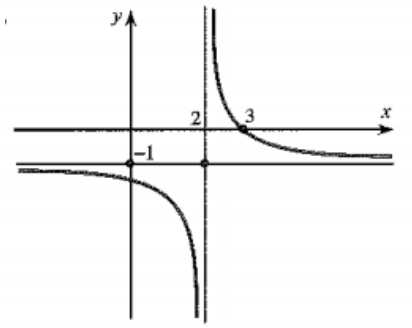
Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=b>0$, tiệm cận đứng $x=a>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c-ab<0$, đáp án B đúng.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tính giá trị của $a+2b+c$



A. -1 **B.** -2 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

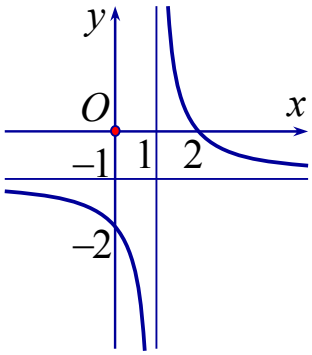
Ta thấy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng: $x=-c=2\Rightarrow c=-2$

Tiệm cận ngang $y=a=-1$. Thay $x=3;y=0$ vào phương trình hàm số ta có:

$$\frac{-3+b}{3-2}=0\Leftrightarrow b=3$$

Suy ra $a+2b+c=-1+2.3+(-2)=3$

Câu 4. **[2D1-5.1-2] (CỤM 5 CHUYÊN ĐỒNG BẰNG SÔNG HỒNG NĂM 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.



A. $T=12$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-9$.

Lời giải

Chọn D.

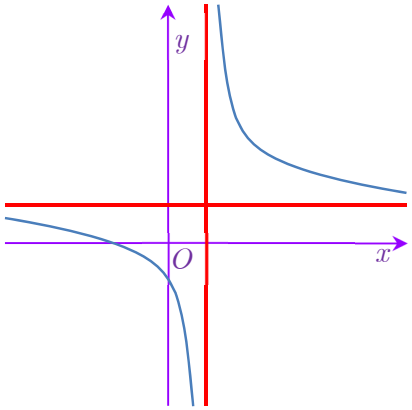
Tiệm cận ngang $y=-1\Rightarrow a=-1$.

Tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow c=-1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-2) \Rightarrow -2=\frac{b}{c} \Rightarrow b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c=-1-3.2+2.(-1)=-9$.

Câu 5. **[VD] (SỞ GD-ĐT BÌNH THUẬN-2018)** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

Lời giải

Chọn B.

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq -\frac{d}{c}$ nên $ad<bc$.

Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\frac{b}{a};0\right)$ và $-\frac{b}{a}<0$ nên $ab>0$ (1) $\Rightarrow$**Loại đáp án A**.

Và $(C)\cap Oy=B\left(0;\frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d}<0$ nên $bd<0$ (2) $\Rightarrow$**Loại đáp án C**.

Từ (1) và (2) ta có $ad<0$ $\Rightarrow$**Loại đáp án D**.

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$. **Chọn B.**

Câu 6. Cho hàm số $y=\frac{ax+2}{x+b}$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(-1;-\frac{1}{2}\right), B(2;4)$. Khi đó hàm số là:

A. $y=\frac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-3}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\frac{2x+2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-1;-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{-a+2}{b-1}=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2a-b=3$.

Đồ thị hàm số đi qua $B(2;4) \Rightarrow \frac{2a+2}{2+b}=4 \Rightarrow a-2b=3$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}2a-b=3\\a-2b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$.

Vậy hàm số là $y=\frac{x+2}{x-1}$.

Câu 7. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{2x+a}{bx-1}$ có tiệm cận ngang là $y=1$ và đi qua điểm $A(1;4)$. Khi đó giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ là:

A. 1. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số có tiệm cận ngang nên có $b\neq 0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\frac{2}{b} \Rightarrow \frac{2}{b}=1 \Rightarrow b=2$.

Đồ thị hàm số đi qua $A(1;4) \Rightarrow \frac{a+2}{b-1}=4 \Rightarrow a=4b-6 \Rightarrow a=2$.

Do đó $P=8$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{ax+2}{bx+3}$ có đồ thị (C). Tại điểm $M(-2;-4)$ thuộc (C), tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $7x-y+5=0$. Khi đó giá trị của a,b là:

A. $a=1,b=2$. **B.** $a=2,b=1$. **C.** $a=3,b=1$. **D.** $a=1,b=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\frac{3a-2b}{(bx+3)^2}$.

Điểm $M\in(C)$ nên $-4=\frac{-2a+2}{-2b+3} \Leftrightarrow a+4b=7 \Leftrightarrow a=7-4b$ (*) và $b\neq\frac{3}{2}$.

Tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $7x-y+5=0$ suy ra $y'(-2)=7$

$\Rightarrow \frac{3a-2b}{(-2b+3)^2}=7 \Rightarrow 3a=28b^2-82b+93$ (**).

Từ (*) và (**) suy ra $4b^2-10b+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b=1\rightarrow a=3\\b=\frac{3}{2}\rightarrow a=1\end{array}\right.$.

Vậy $a=3,b=1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+m^2-m}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$

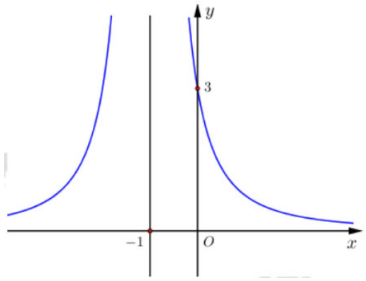
A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ thì $m^2-m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 10. **[VDC] (THPT YÊN ĐỊNH THANH HÓA -LẦN 1-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(1)=2$. **B.** $f(2)=\dfrac{11}{2}$. **C.** $f(1)=\dfrac{7}{2}$. **D.** $f(2)=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $A(0;4)$ nên $b=4d \ (1)$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Căn cứ theo đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $-\dfrac{d}{c}=-1 \Rightarrow c=d \ (2)$.

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua $(0;3)$ nên $\dfrac{ad-bc}{d^2}=3 \Rightarrow ad-bc=3d^2 \ (3)$.

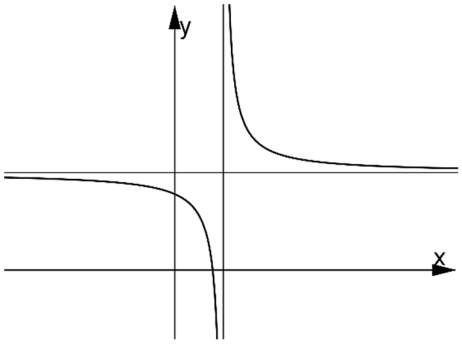
Thay (1), (2) vào (3) ta được $ad-4d^2=3d^2 \Rightarrow a=7d \ (d\neq 0)$ vì nếu $d=0$ thì $a=b=c=d=0$ (vô lí).

Do đó $f(x)=\dfrac{7dx+4d}{dx+d}=\dfrac{7x+4}{x+1}$.

Vậy $f(2)=6$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **(Lớp Toán – Tô Quốc An -2017 - 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



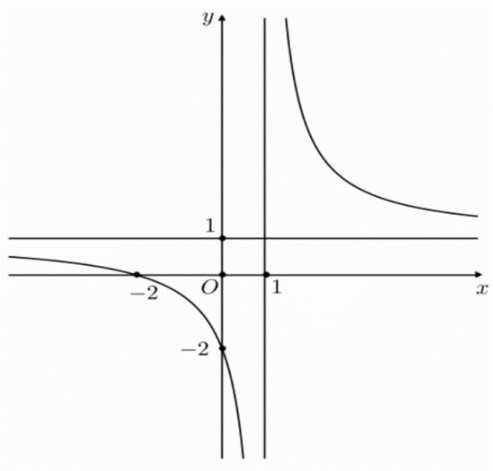
A. $ac>0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bc<0$. **D.** $ad>0$

Lời giải

Chọn D

Ta có: TCĐ: $x=-\dfrac{d}{c}>0 \Leftarrow \boxed{cd<0}$, TCN: $y=\dfrac{a}{c}>0 \Rightarrow \boxed{ac>0}$ vậy $\boxed{ad<0}$.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT PHAN ĐĂNG LƯU- HUẾ-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0$; $b<0$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<b<0$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có:

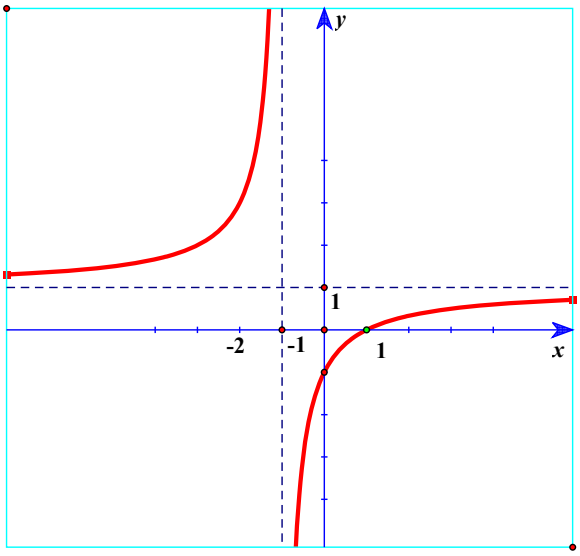
+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a=1>0$.

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2) \Rightarrow b=-2<0$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y'<0 \Rightarrow -a+b<0 \Rightarrow b<a$.

Vậy $b<0<a$.

Câu 3. Xác định a,b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1,\ b=-1$. **B.** $a=1,\ b=1$. **C.** $a=-1,\ b=1$. **D.** $a=-1,\ b=-1$.

Lời giải

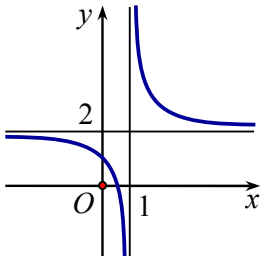
Chọn B.

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=1$ (1)

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có tiệm cận đứng $x=-b$, tiệm cận ngang $y=a$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $a=1,b=1$.

Câu 4. **[2D1-5.1-2](THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN)** Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=1,c=-1$. **B.** $a=2,\ b=1,c=1$. **C.** $a=2,\ b=2,c=-1$. **D.** $a=2,\ b=-1,c=1$.

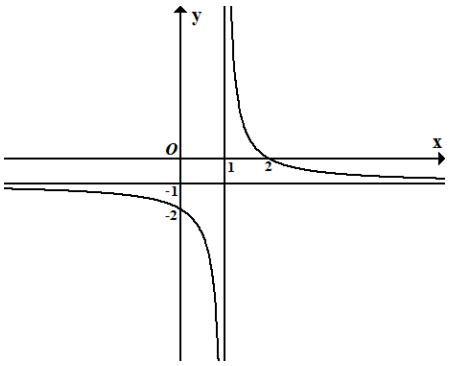
Lời giải

Chọn A

Nhận xét: đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{-b}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{b}$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} \dfrac{-b}{c}=1 \\ \dfrac{a}{b}=2 \\ M(0;1)\in(C): y=\dfrac{ax-1}{bx+c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=0 \\ a=2b \\ 1=\dfrac{-1}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=0 \\ a=2b \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b=2 \\ b=-c=1 \\ c=-1 \end{cases}$.

Câu 5. **[2D1-5.1-2] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?



A. $T=12$. **B.** $T=10$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=-7$.

Lời giải

Chọn C.

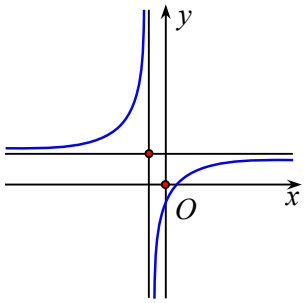
Đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng nên $c=-1$.

Đồ thị hàm số có $y=-1$ là tiệm cận ngang nên $a=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\dfrac{b}{c}=-2$ do đó $b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c=-1-3.2+2(-1)=-9$.

Câu 6. **[2D1-5.1-2] [Cụm 7-TPHCM-2017]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ab<0$, $ad<0$. **B.** $bd>0$, $ad>0$. **C.** $ad>0$, $ab<0$. **D.** $bd<0$, $ab>0$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}<0\Leftrightarrow cd>0$, Tiệm cận ngang $y=\frac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0\Rightarrow ad>0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị với trụ hoành là $x=-\frac{b}{a}>0\Leftrightarrow ab<0$.

Câu 7. Để đồ thị hàm số $y=\frac{mx+3}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$. Giá trị của m là:

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=m$ nên đường thẳng $y=m$ là tiệm cận ngang. Suy ra $m=1$.

Với $m=1$ ta có $y=\frac{x+3}{x-1}\Rightarrow\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty\Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

Do đó $m=1$ thỏa mãn.

Câu 8. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{x+a}{bx-2}$ đi qua hai điểm $A(1;-3),B(3;5)$. Tính giá trị biểu thức $T=3a-2b$.

A. 3. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 4 .

Lời giải

Chọn D

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm A,B nên có $\begin{cases}\frac{a+1}{b-2}=-3\\ \frac{a+3}{3b-2}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+3b=5\\ a-15b=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$.

Do đó $T=4$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x-3}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=3$ và đi qua điểm $A(2;-8)$ thì giá trị của a và b lần lượt là:

A. $3;2$. **B.** $2;3$. **C.** $-1;4$. **D.** $3;-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=a$ nên từ đề bài có $a=3$.

Đồ thị hàm số đi qua $A(2;-8)$ nên có $2a+b=8\Rightarrow b=2$.

Câu 10. **(Chuyên Vĩnh Phúc lần 1 – 2018)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m,n là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=n-3$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì $n=3$.

Để trục tung làm tiệm cận đứng thì $m+3=0\Rightarrow m=-3$.

Thử lại ta có $m=-3,n=3$ thỏa mãn.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+3n+1}$. Đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng. Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=m$ nên theo giả thiết có $m=0$.

Để hàm số có tiệm cận đứng là trục tung thì $3n+1=0\Rightarrow n=-\dfrac{1}{3}$.

Do đó $m+n=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$. Với giá trị thực nào của a và b sau đây thì đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0;-1)$ và có đường tiệm cận ngang là $y=1$?

A. $a=1,b=1$. **B.** $a=1;b=0$. **C.** $a=1;b=-1$. **D.** $a=1;b=2$.

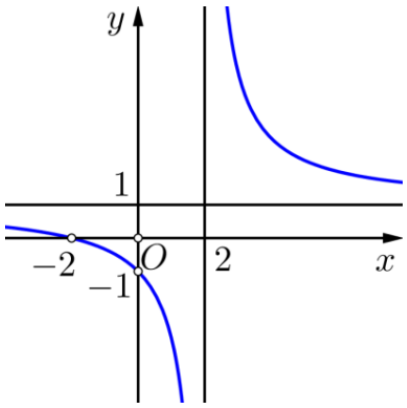
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ nên có $b=-1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=a\ \Rightarrow y=a$ là tiệm cận ngang. Theo giả thiết suy ra $a=1$.

Câu 13. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.



A. $P=-3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: Tiệm cận đứng: $x=2\Rightarrow -\frac{c}{b}=2\Leftrightarrow 2b+c=0\,(1)$.

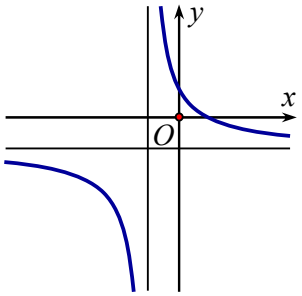
Tiệm cận ngang: $y=1\Rightarrow \frac{1}{b}=1\Leftrightarrow b=1\,(2)$.

Thế (2) vào (1) suy ra $c=-2$. Suy ra hàm số có dạng $y=\frac{x-a}{x-2}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ nên ta có: $0=\frac{-2-a}{-2-2}\Leftrightarrow a=-2$.

Vậy $P=-2+1-2=-3$.

Câu 14. **[2D1-5.1-2] (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=\frac{ax-1}{cx+d}$ (a, c, d : hằng số thực) như hình vẽ.



Khẳng định nào đúng

A. $d>0,a>0,c<0$. **B.** $d>0,a<0,c>0$. **C.** $d<0,a>0,c<0$. **D.** $d<0,a<0,c>0$.

Lời giải

Chọn C.

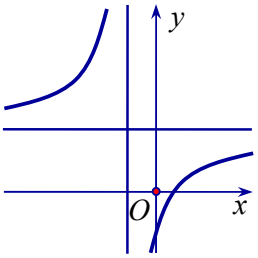
Ta có $x=0\Rightarrow y=-\frac{1}{d}>0\Rightarrow d<0$.

$y=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{a}>0\Rightarrow a>0$.

Hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}<0\Rightarrow c<0$.

Vậy $d<0, a>0, c<0$.

Câu 15. **[2D1-5.1-3] (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $a<0, b>0, \mathrm{c}>0$. **B.** $a>0, b<0, \mathrm{c}>0$. **C.** $a>0, b>0, \mathrm{c}<0$. **D.** $a>0, b<0, \mathrm{c}<0$.

Lời giải

Chọn D.

❖ Từ hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ suy ra:

+ Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình $x=c$.

+ Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng có phương trình $y=a$.

+ Giao điểm với trục hoành là $A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$, $a\neq 0$.

+ Giao điểm với trục tung là $B\left(0;-\dfrac{b}{c}\right)$, $c\neq 0$.

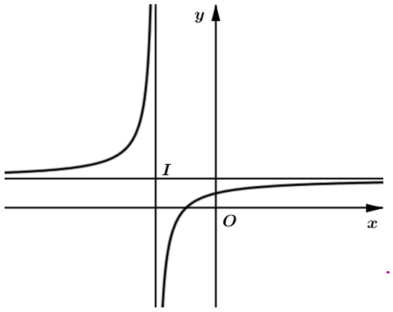
❖ Từ đồ thị hàm số ta có:

+ Đường tiệm cận đứng nằm bên trái Oy nên $c<0$.

+ Đường tiệm cận ngang nằm trên Ox nên $a>0$.

+ Giao điểm với trục Ox có hoành độ dương nên $-\dfrac{b}{a}>0$. Vì $a>0$ nên $b<0$.

Câu 16. **[2D1-5.3-2] [THPT Kim Liên-HN]** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

Lời giải

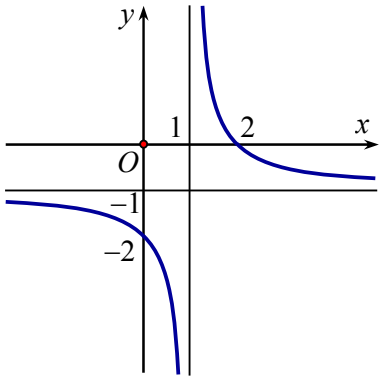
Chọn A

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=b$. Theo như hình vẽ thì $b<0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=a$. Theo như hình vẽ thì $a>0$.

Do đó ta có $a>0>b$.

Câu 17. **[2D1-5.3-2] (THTT - Số 484 - Tháng 10 - 2017 - BTN)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

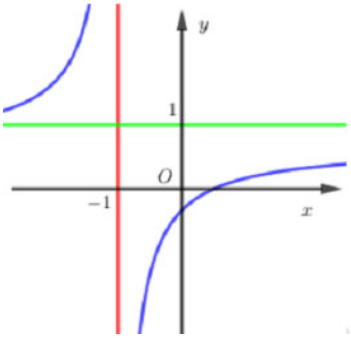
A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Lời giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta thấy : Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$.Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có : $\begin{cases}\dfrac{a}{-1}=1\\ \dfrac{b}{a}>1\end{cases}\Leftrightarrow b<a=-1<0$.

Câu 18. **[2D1-5.10-3] [THPT SÓC SƠN-KIÊN GIANG-2018-LẦN 1]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau



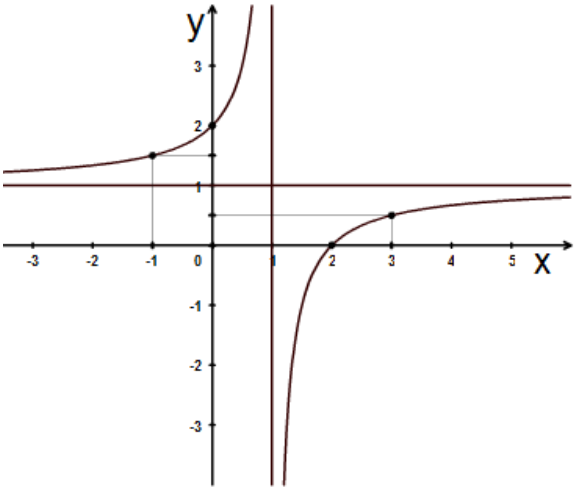
A. $c=d<0$. **B.** $c=d>0$. **C.** $0<c<d$. **D.** $0<d<c$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cân đứng $x=-\dfrac{d}{c}=-1\Rightarrow d=c$ Đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(0;-\dfrac{1}{d}\right)\Rightarrow\dfrac{-1}{d}<0\Rightarrow d>0.$

Câu 19. **[2D1-5.1-2] (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị cho trong hình sau. Tìm mệnh đề đúng.



A. $ad>bc$, $cd<ac$. **B.** $ad>bc$, $cd>ac$.

C. $ad<bc$, $cd<ac$. **D.** $ad<bc$, $cd>ac$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nên $ad-bc>0\Leftrightarrow ad>bc$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\dfrac{a}{c}\Rightarrow y=\dfrac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.

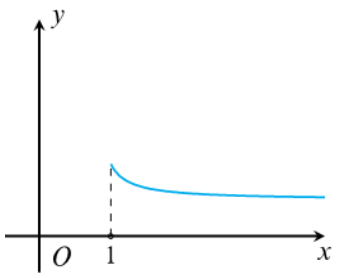
$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^-} y=+\infty \Rightarrow x=-\dfrac{d}{c}$ là tiệm cận đứng.

Theo đồ thị ta có $\dfrac{a}{c}=1$, $-\dfrac{d}{c}=1\Rightarrow\dfrac{d}{c}=-1$.

Từ đó ta có $\dfrac{d}{c}<\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow c^2.\dfrac{d}{c}<c^2.\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow cd<ac$.

Vậy $ad>bc$, $cd<ac$.

Câu 20. **[2D1-5.1-2] (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI-LẦN 1-2018)** Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ để hàm số $y=\dfrac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1;+\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

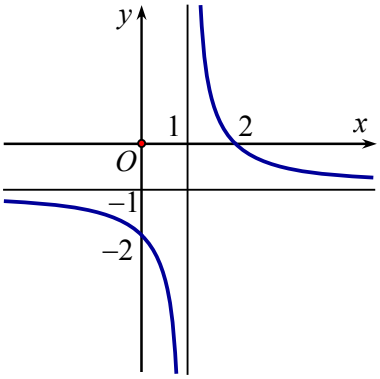
Chọn A.

Hàm số không xác định tại điểm $x=\dfrac{b}{4}$. Theo đồ thị ta có tiệm cận đứng nhỏ hơn 1 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{b}{4}<1\Leftrightarrow b<4$. Do b nguyên dương nên $b\in\{1,2,3\}$.

Ta có $y'=\dfrac{4a-2b}{(4x-b)^2}$. Hàm số nghịch biến nên $4a-2b<0\Leftrightarrow b>2a$. Do a là số nguyên dương và $b\in\{1,2,3\}$ nên ta có một cặp (a,b) thỏa mãn là $(1,3)$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[2D1-5.1-2] (TOAN HỌC TUỔI TRẺ 484-10/2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

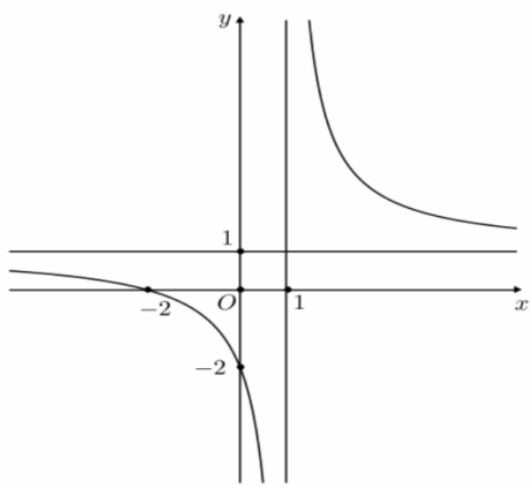
A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta thấy : Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$.Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có : $\begin{cases}\dfrac{a}{-1}=1\\ \dfrac{b}{a}>1\end{cases}\Leftrightarrow b<a=-1<0$.

Câu 2. **[2D1-5.1-2] (THPT Phan Đăng Lưu - Huế - L2 - 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0\,;\ b<0$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<b<0$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có:

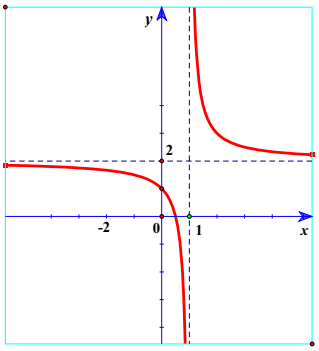
+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a=1>0$.

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)\Rightarrow b=-2<0$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y'<0\Rightarrow -a+b<0\Rightarrow b<a$.

Vậy $b<0<a$.

Câu 3. Xác định a,b,c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



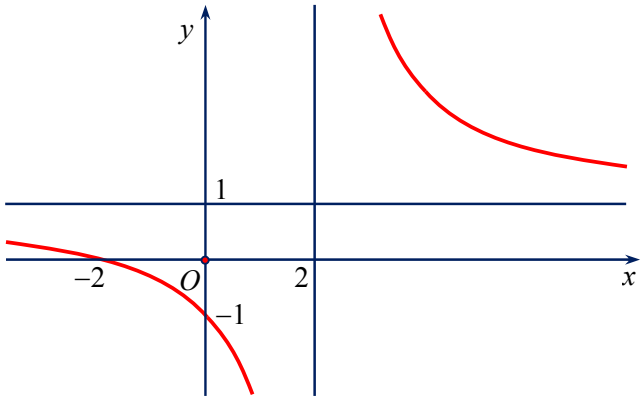
A. $a=2,\ b=-1,c=1.$ **B.** $a=2,\ b=1,c=1.$ **C.** $a=2,\ b=2,c=-1.$ **D.** $a=2,\ b=1,c=-1.$

Chọn D.

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$ và đồ thị đi qua điểm $(0;1)$ (1).

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có tiệm cận đứng $x=-b$, tiệm cận ngang $y=a$ và đi qua điểm $\left(0;\dfrac{-1}{b}\right)$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $a=2,\ b=1,c=-1;$

Câu 4. **[2D1-5.1-3] (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a=2;\ b=2;\ c=-1.$ **B.** $a=1;\ b=-2;\ c=1.$

C. $a=1;\ b=2;\ c=1.$ **D.** $a=1;\ b=1;\ c=-1.$

Lời giải

Chọn B.

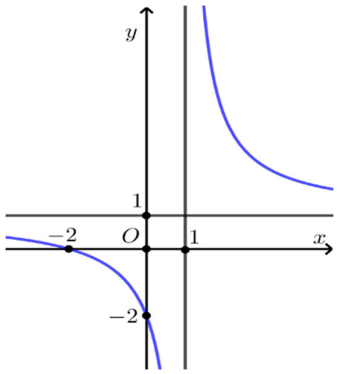
Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2;0)$ nên ta có:

$\dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0\Rightarrow a=1$. Vậy loại A

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1\Rightarrow\dfrac{a}{c}=1\Rightarrow c=a=1$. Vậy loại D

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2\Rightarrow -\frac{b}{c}=2\Rightarrow b=-2c=-2$.

Câu 5. **[2d1-5.1-2] (cụm các trường chuyên đồng bằng sông cửu long-lần 2-2018)** Tìm giá trị của a, b để hàm số $y=\frac{ax+2}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{b\}$.

Dựa vào đồ thị ta có: đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1\Rightarrow \lim\limits_{x\to b^+} y=+\infty \Rightarrow b=1$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} y=1\Leftrightarrow a=1$.

Câu 6. **(THPT Đồng Đậu - Vĩnh Phúc)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{4x-5}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung.

A. $m<0$. **B.** $m>0$ và $m\neq\frac{5}{4}$. **C.** $m>0$ **D.** $m>0$ và $m\neq-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số có tiệm cận thì $m\neq\frac{5}{4}$. Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=m$.

Khi đó, tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung thì $m>0$.

Câu 7. **(THPT Nguyễn Huệ - TT. Huế - L1)** Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1. $m=0$ ta có $y=x$ là đường thẳng nên không có tiệm cận đứng.

Trường hợp 2. $m\neq 0$. Để hàm số không có tiệm cận đứng thì $x=m$ là nghiệm của phương trình $mx-1=0$. Suy ra $m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Vậy có ba giá trị của m thỏa mãn.

Câu 8. **(THPT Bỉm Sơn - Thanh Hóa - L1 - 2019)** Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S=m^2+n^2-2$.

A. $S=2$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Chọn B

Để hàm số nhận 2 trục tọa làm hai đường tiệm cận thì $\begin{cases}m-2n-3=0\\-m-n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=-1\end{cases}$.

Thử lại: Với $\begin{cases}m=1\\n=-1\end{cases}$ có $y=\dfrac{5}{x}\Rightarrow$ thỏa mãn.

Do đó $S=0$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách giữa giao điểm của hai tiệm cận và gốc tọa độ O bằng $\sqrt{5}$.

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=-2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=4\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có để hàm số có hai tiệm cận thì $m\neq 2$.

Khi đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận là $x=-1$ và $y=m$.

Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận. Khi đó $I(-1;m)\Rightarrow OI=\sqrt{1+m^2}$.

Theo giả thiết $\sqrt{1+m^2}=\sqrt{5}\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{x-m}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m thì đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 6.

A. 2 **B.** 4 **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận $y=m-1, x=m$. Giao điểm $I(m;m-1)$ của hai tiệm cận.

Khi đó diện tích của hình chữ nhật là: $\left|m\left(m-1\right)\right|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\left(m-1\right)=6\\m\left(m-1\right)=-6\ \left(\text{VN}\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-2\end{array}\right.$.

Có 2 giá trị của m.

Câu 11. Tìm a,b để đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ cắt trục Oy tại điểm $M\left(0;-1\right)$ đồng thời tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M có hệ số góc $k=3$. Khi đó, tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2$.

A. 17. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

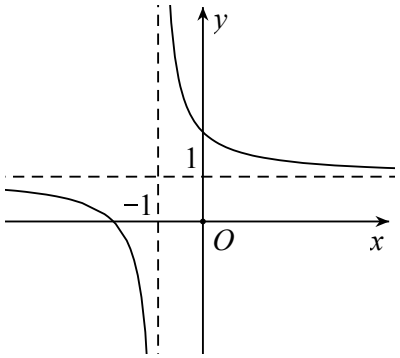
Ta có $y'=\dfrac{-a-b}{\left(x-1\right)^2}$.

Đồ thị hàm số đi qua $M\left(0;-1\right)$ suy ra $b=1$.

The giả thiết $y'\left(0\right)=3\Rightarrow-a-b=3\Rightarrow a=-4$.

Do đó $T=17$.

Câu 12. **[2D1-5.1-2] (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

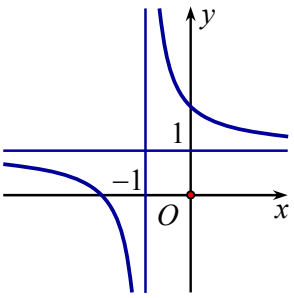


Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $b<0<a$. **B.** $0<a<b$. **C.** $a<b<0$. **D.** $0<b<a$.

Lời giải

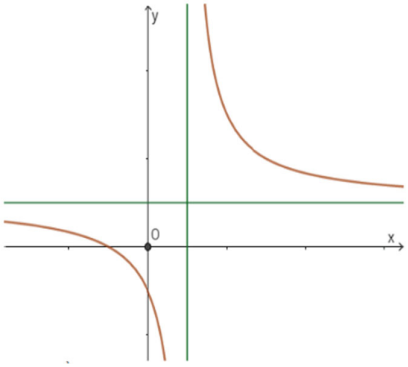
Chọn B.



$y' = \dfrac{a-b}{(x+1)^2}$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định và có đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Suy ra: $\begin{cases} y' < 0 \\ \lim\limits_{x \to \pm y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b < 0 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b > 1 \end{cases}$. Vậy $0 < a < b$.

Câu 13. **[2D1-5.1-2]** Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ac > 0, bd > 0$. **B.** $bd < 0, ad > 0$. **C.** $bc > 0, ad < 0$. **D.** $ab < 0, cd < 0$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có

• Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = \dfrac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0 \quad (1)$

• Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng: $x = -\dfrac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0 \quad (2)$

• Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ: $y = \dfrac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0 \quad (3)$

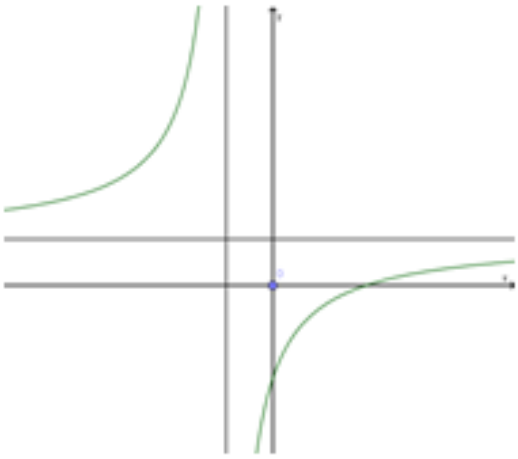
• Đồ thị hàm số cắt Ox tại điểm có hoành độ: $x = -\dfrac{b}{a} < 0 \Rightarrow ab > 0 \quad (4)$

Từ (3) ta loại A, từ (4) loại D

Từ (1) và (2) $\Rightarrow adc^2 < 0 \Rightarrow ad < 0$ ta loại B

Từ (2) và (3) $\Rightarrow bcd^2 > 0 \Rightarrow bc > 0$ kết hợp với trên ta có đáp án đúng C

Câu 14. **[2D1-5.3-2] [THPT Nguyễn Khuyến –NĐ - 2017]** Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là **đúng**?



A. $ad>0,\ bc<0$. **B.** $ad<0,\ bc>0$. **C.** $cd<0,\ bd>0$. **D.** $ac>0,\ ab>0$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta có: TCĐ $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow\dfrac{d}{c}>0\Rightarrow c,\ d$ cùng dấu.

Lại có TCN $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow a,\ c$ cùng dấu.

Suy ra $a,\ c,\ d$ cùng dấu. Lại có $x=0\Rightarrow y=\dfrac{b}{d}<0$, suy ra $b,\ d$ trái dấu.

Suy ra: $ad>0,\ bc<0$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$ và đi qua điểm $A(2;-3)$. Lúc đó hàm số $y=\dfrac{ax+1}{cx+d}$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=\dfrac{-3}{5}.\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{-2x-1}{-x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{a\,x-1}{c\,x+d}$ có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$

Theo đề bài ta có $\begin{cases}\dfrac{a}{c}=2\\ -\dfrac{d}{c}=2\\ \dfrac{a.2-1}{c.2+d}=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2c\\ -d=2c\\ 2a-1=-6c-3d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2c=0\\ 2c+d=0\\ 2a+6c+3d=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ c=-1\\ d=1\end{cases}$

Câu 16. **(THPT Lê Văn Thịnh - Bắc Ninh - L1 - 2019)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1\le m<3$. **B.** $m>6$. **C.** $m<1$. **D.** $3<m\le 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

Trường hợp 1: $m=1$. Khi đó $y=1\Rightarrow m=1$ không thỏa mãn đề bài.

Trường hợp 2: $m<1$. Khi đó hàm số đồng biến trên $[0;1]\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=y(0)=m$.

Suy ra $m=3$ (loại).

Trưởng hợp 3: $m>1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên $[0;1]\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=y(1)=\dfrac{m+1}{2}$.

Suy ra $\dfrac{m+1}{2}=3\Leftrightarrow m=5$.

Câu 17. **(Chuyên Bắc Ninh – L3 - 2019):** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+b}{ax-2}(ab\ne -6)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-4)$ song song với đường thẳng $d:7x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số đi qua $A(1;-4)$ nên $\dfrac{3+b}{a-2}=-4\Rightarrow 4a+b=5\Rightarrow b=5-4a$.

$y'=\dfrac{-6-ab}{(ax-2)^2}\Rightarrow y'(1)=\dfrac{-6-ab}{(a-2)^2}$.

Tiếp tuyến tại A song song với đường thẳng d nên có

$y'(1)=-7\Rightarrow \dfrac{-6-ab}{(a-2)^2}=-7\Leftrightarrow 7(a-2)^2=6+ab$.

Từ đó suy ra $6+a(5-4a)=7(a-2)^2\Leftrightarrow 11a^2-33a+22=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1\to b=1\\ a=2\to b=-3\end{array}\right.$.

So sánh điều kiện có $a=b=1\Rightarrow\ a-3b=-2$.

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 8?

A. $m=2$. **B.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\pm 4$. **D.** $m\ne\pm 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x=1$ và $y=2m$.

Tiệm cận đứng $x=1$ cắt trục Ox tại điểm $A(1;0)$. Tiệm cận ngang cắt trục Oy tại điểm $B(0;2m)$ và hai tiệm cận cắt nhau tại $I(1;2m)$.

Để $OAIB$ là hình chữ nhật thì $m\neq 0$. Khi đó $S_{OAIB}=|2m|$.

Theo giả thiết có $|2m|=8\Rightarrow m=\pm 4$.

Câu 19. Hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;1]$ bằng -1. Khi đó giá trị của m bằng

A. $m=\pm 1$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=-2$ **D.** $m=3$

Lời giải

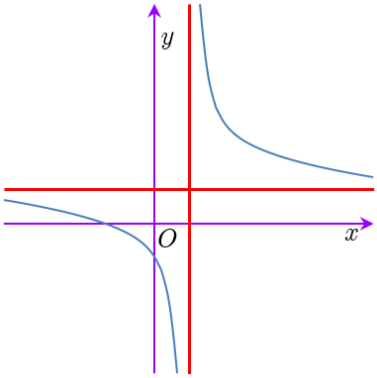
Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{1+m^2}{(x+1)^2}\Rightarrow y'>0,\forall x\in[0;1]$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;1]$

Do đó $\min\limits_{[0;1]} y=y(0)=-m^2$

Suy ra $-m^2=-1\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 20. **[2D1-5.3-2](SGD BINH THUAN_L6_2018_BTN_6ID_HDG)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq -\dfrac{d}{c}$ nên $ad<bc$

.

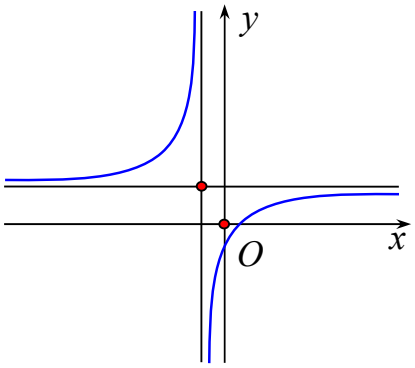
Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\frac{b}{a};0\right)$ và $-\frac{b}{a}<0$ nên $ab>0$ (1) $\Rightarrow$**Loại A**

Và $(C)\cap Oy=B\left(0;\frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d}<0$ nên $bd<0$ $(2)\Rightarrow$**Loại C**

Từ (1) và (2) ta có $ad<0$ $\Rightarrow$**Loại D**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$. **Chọn B**

Câu 21. **[2D1-5.3-2] [CỤM 7 TP. HỒ CHÍ MINH]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ad>0$, $ab<0$. **B.** $bd>0$, $ad>0$. **C.** $bd<0$, $ab>0$. **D.** $ab<0$, $ad<0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có

Đồ thị hàm số có đường tiện cận đứng là $x=-\frac{d}{c}<0$ $\Rightarrow d.c>0$ (1)

Đồ thị hàm số có đường tiện cận ngang $x=\frac{a}{c}>0\Rightarrow a.c>0$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ad>0$.

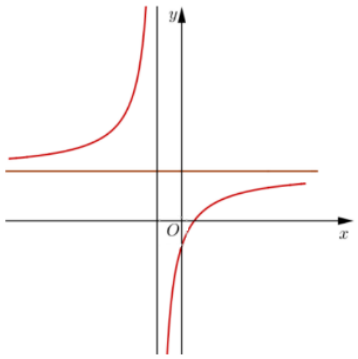
Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương nên $-\frac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0$ (3)

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d}<0\Rightarrow b.d<0$.

Vậy $ad>0$, $ab<0$.

Câu 22. **[2D1-5.3-2] [THPT CHUYÊN VINH - 2017]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $ad>0,\ ab<0$. **B.** $ab<0,\ ad<0$. **C.** $bd>0,\ ad>0$. **D.** $bd<0,\ ab>0$.

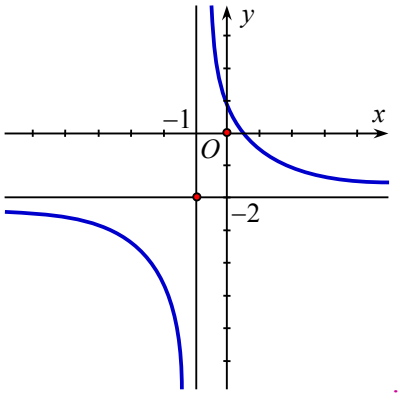
Lời giải

Chọn A

Đồ thị cắt trục Ox tại điểm $\left(\frac{-b}{a};0\right)$. Ta có $\frac{-b}{a}>0\Rightarrow ab<0$.

Mặt khác $TCN\ y=\frac{a}{c}>0$, TCĐ $x=\frac{-d}{c}<0\Rightarrow ad>0$.

Câu 23. **[2D1-5.1-2] [THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG]** Tìm a,b để hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $a=-2,b=1$. **B.** $a=-1,b=-2$. **C.** $a=2,b=1$. **D.** $a=1,b=-2$.

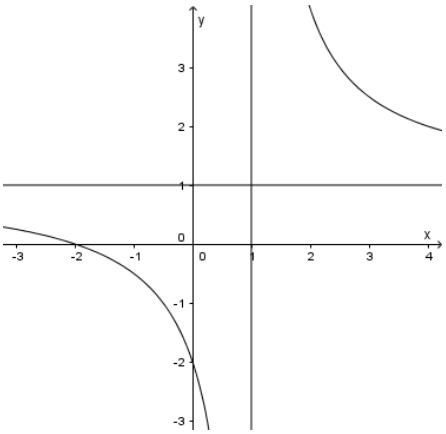
Lời giải

Chọn A

Dễ thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y=-2\Rightarrow\ a=-2$.

$x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị nên $a+b\neq 0\Leftrightarrow b\neq -a\Leftrightarrow b\neq 2$.

Câu 24. **[2D1-5.3-2] [THPT Chuyên SPHN - 2017]** Giá trị của a, b để hàm số $y=\frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ là



A. $a=1,\ b=-2$. **B.** $a=1,\ b=2$. **C.** $a=-1,\ b=-2$. **D.** $a=-1,\ b=2$.

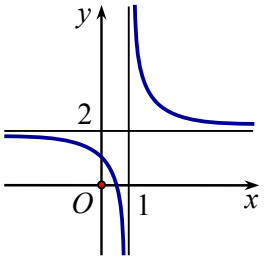
Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$ nên suy ra $a=1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)$ nên $-2=\dfrac{a.0+b}{0-1}\Leftrightarrow b=2$.

Câu 25. **[2D1-5.1-3] (THPT XUÂN HÒA-LẦN 1-2018)** Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=1,c=-1$. **B.** $a=2,\ b=1,c=1$.

C. $a=2,\ b=2,c=-1$. **D.** $a=2,\ b=-1,c=1$.

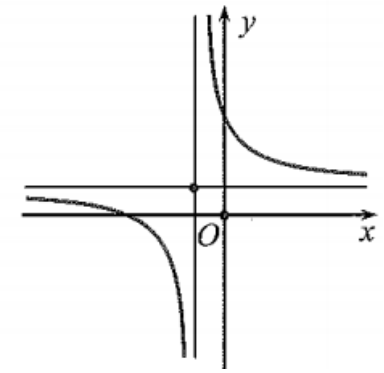
Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{-b}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{b}$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}\dfrac{-b}{c}=1\\ \dfrac{a}{b}=2\\ M(0;1)\in(C):y=\dfrac{ax-1}{bx+c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ 1=\dfrac{-1}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b=2\\ b=-c=1\\ c=-1\end{cases}$.

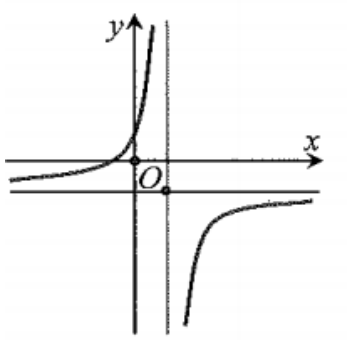
Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $a<b<0$ **B.** $b<0<a$ **C.** $0<b<a$ **D.** $0<a<b$

Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.

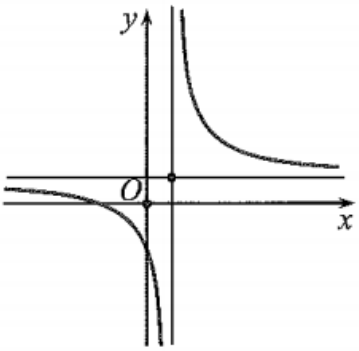


Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $a<0,b>0,c<0,d>0$ **B.** $a>0,b<0,c<0,d>0$

C. $a<0,b<0,c>0,d>0$ **D.** $a<0,b<0,c<0,d<0$

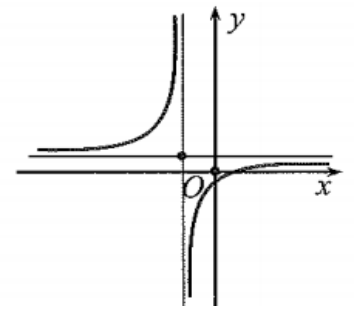
Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

A. $\begin{cases}bd<0\\ad>0\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}ac>0\\bd>0\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}bc>0\\ad<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}ab<0\\cd<0\end{cases}$

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. $\begin{cases} ad<0 \\ bc>0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} ad<0 \\ bc<0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} ad>0 \\ bc<0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} ad>0 \\ bc>0 \end{cases}$

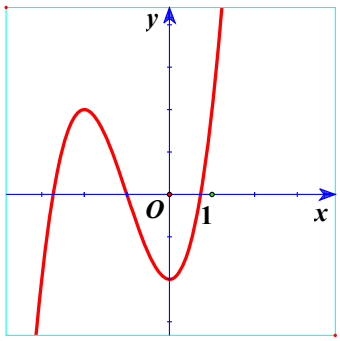
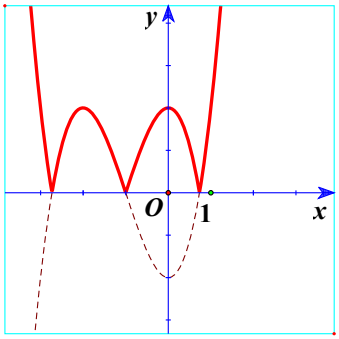
BÀI 16: KHẢO SÁT HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

BÀI TOÁN: Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, xác định đồ thị hàm số có chứa dấu giá trị tuyệt đối.

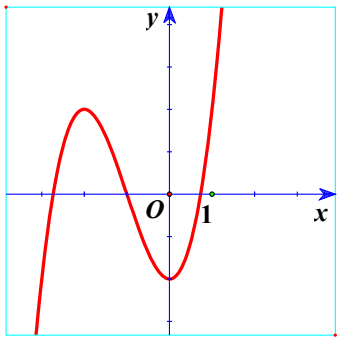
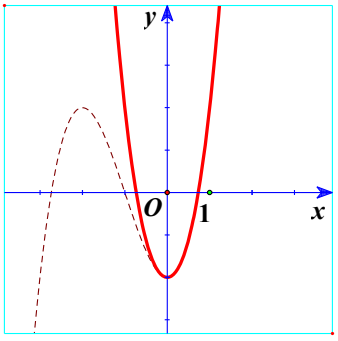
Dạng 1: Từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|f(x)|$.

MINH HỌA

Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$	Đồ thị hàm số $y=\|x^3+3x^2-2\|$
	

Dạng 2: Từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=f(|x|)$.

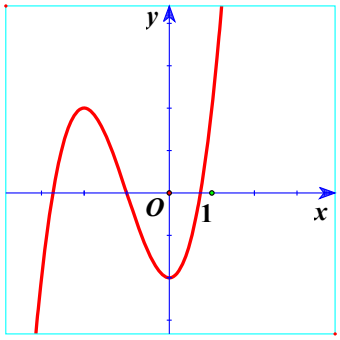
MINH HỌA

Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$	Đồ thị hàm số $y=\|x\|^3+3\|x\|^2-2$
	

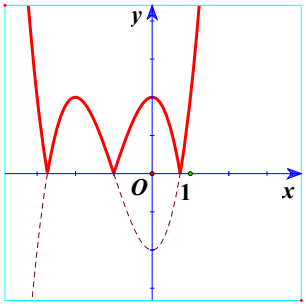
Dạng 3: Từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |f(|x|)|$.

MINH HỌA

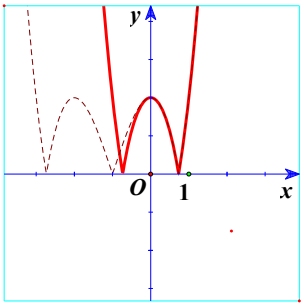
Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$



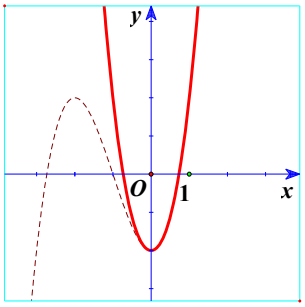
Đồ thị hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$



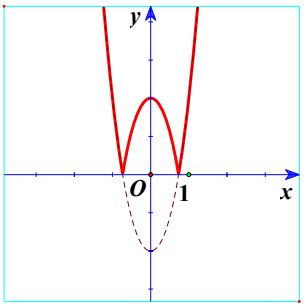
Đồ thị hàm số $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$



Đồ thị hàm số $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$



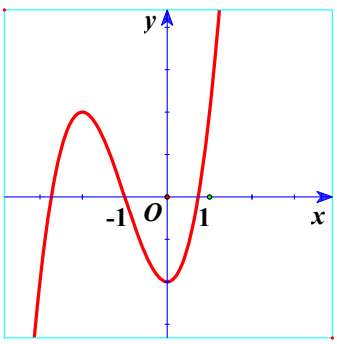
Đồ thị hàm số $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$



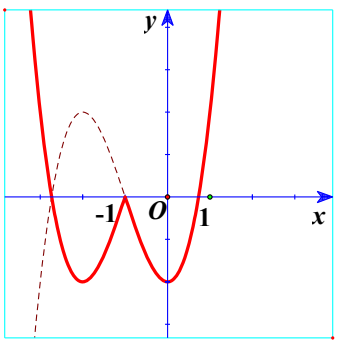
Dạng 4: Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

MINH HỌA

Đồ thị hàm số $y = (x+1)(x^2 + 2x - 2)$

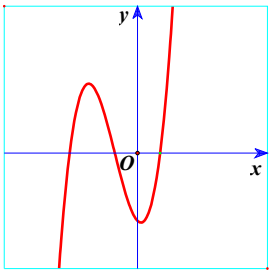


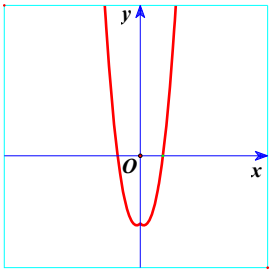
Đồ thị hàm số $y = |x+1|(x^2 + 2x - 2)$

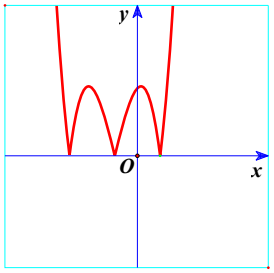


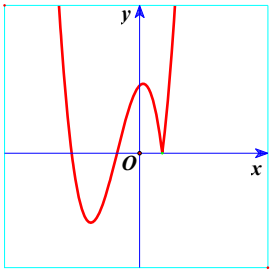
B. VÍ DỤ MINH HỌA

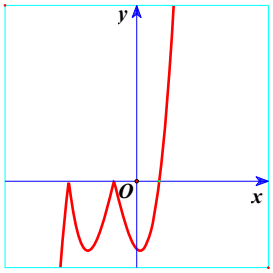
Câu 1: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$?





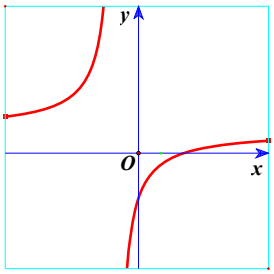


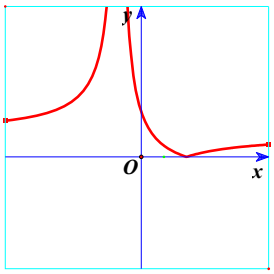


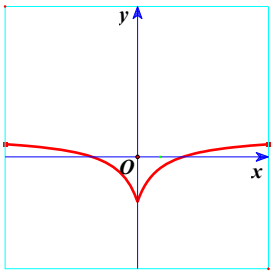


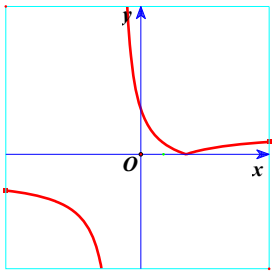
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

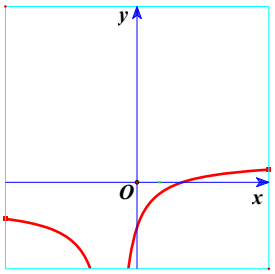
Câu 2: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|\dfrac{x-2}{x+1}\right|$?





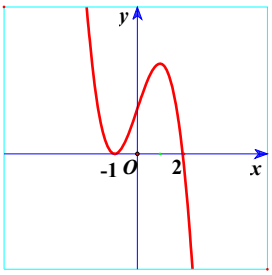


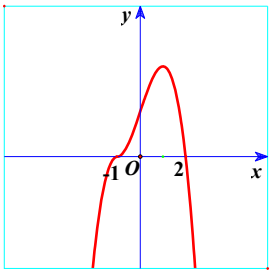


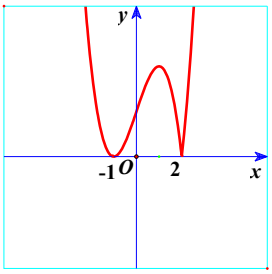


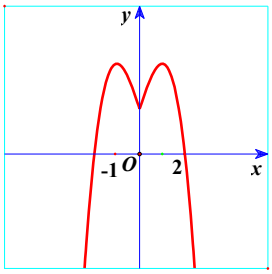
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

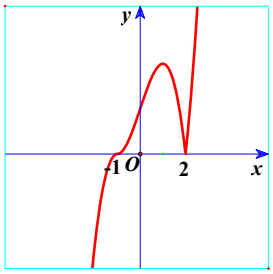
Câu 3: Hàm số $y=2+3x-x^3$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=2+3|x|-|x|^3$?





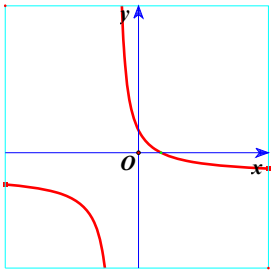


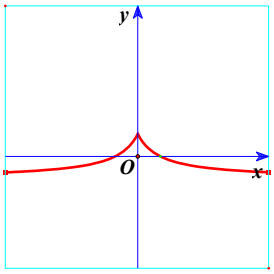


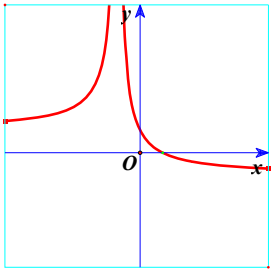


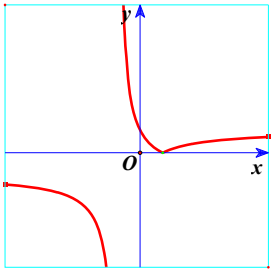
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

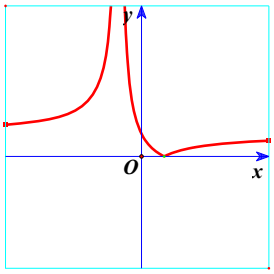
Câu 4: Hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1-|x|}{|x|+1}$?





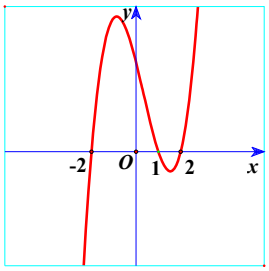


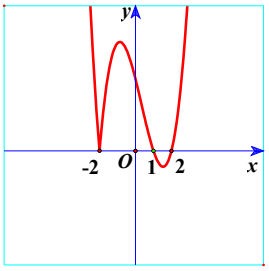


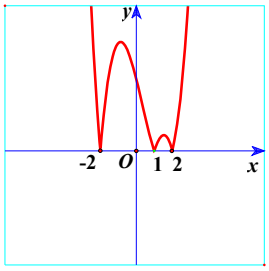


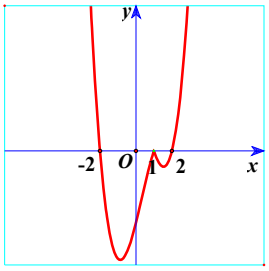
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

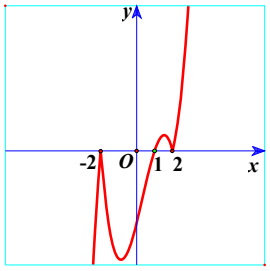
Câu 5: Hàm số $y=(x-1)(x^2-4)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-1|(x^2-4)$?





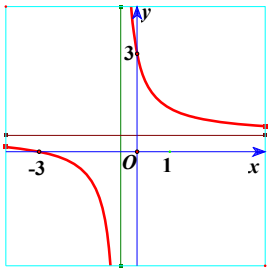


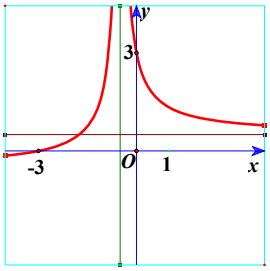


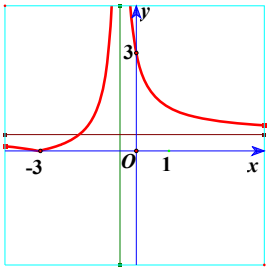


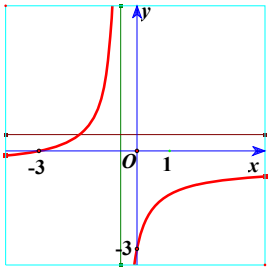
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

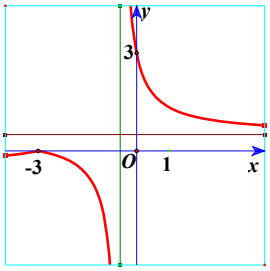
Câu 6: Hàm số $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|x+3|}{2x+1}$?





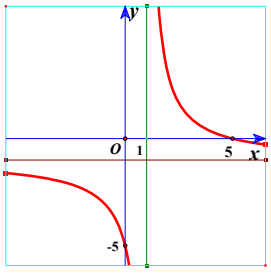


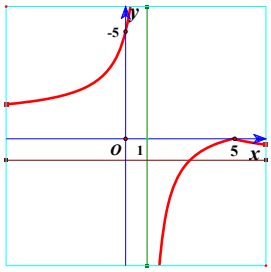


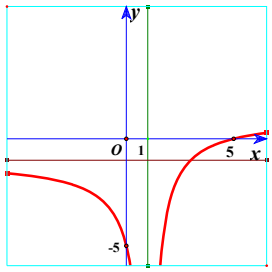


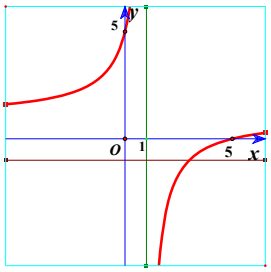
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

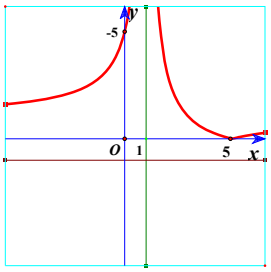
Câu 7: Hàm số $y=\dfrac{x-5}{1-x}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-5}{|1-x|}$?





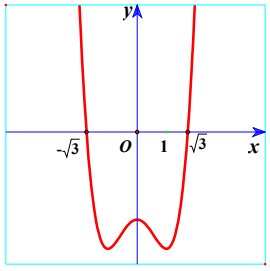


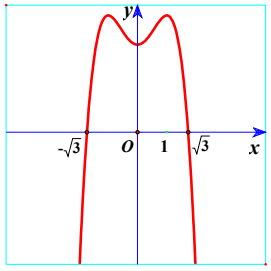


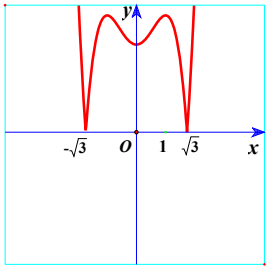


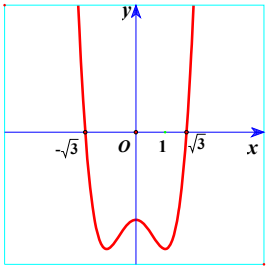
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

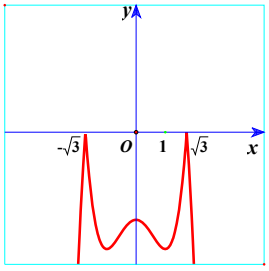
Câu 8: Hàm số $y=\left(x^2+1\right)\left(x^2-3\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left(x^2+1\right)\left|x^2-3\right|$?





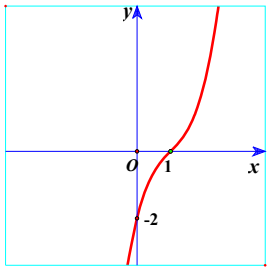




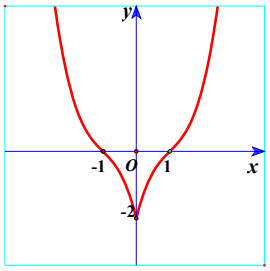


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

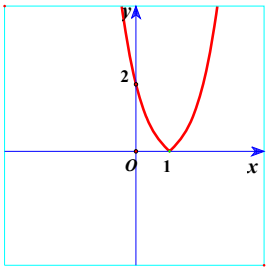
Câu 9: Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left||x|^3-3|x|^2+4|x|-2\right|$?



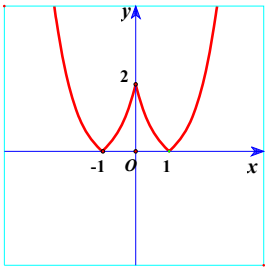
A. Hình 1.



B. Hình 2.

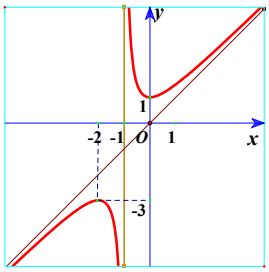


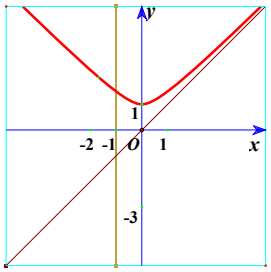
C. Hình 3.



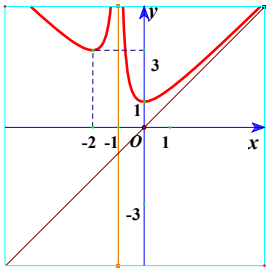
D. Hình 4.

Câu 10: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$?

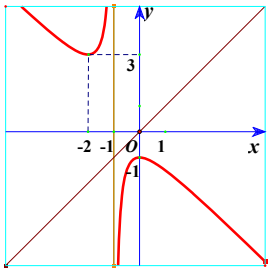




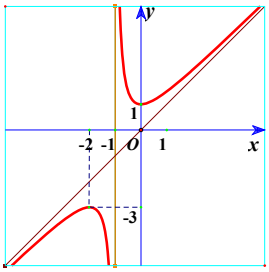
A. Hình 1.



B. Hình 2.



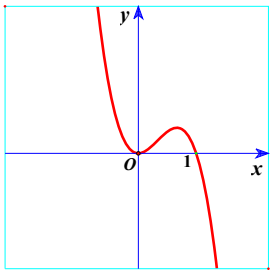
C. Hình 3.

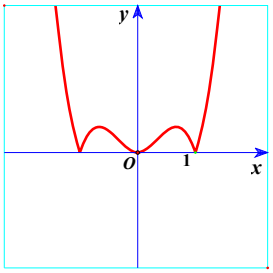


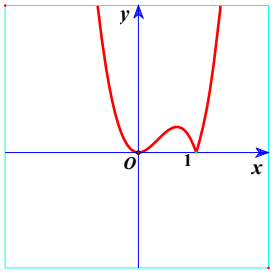
D. Hình 4.

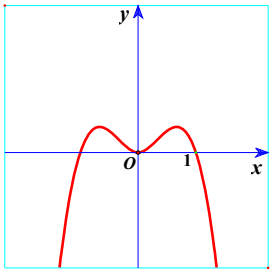
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

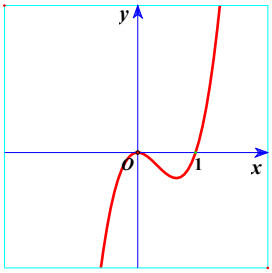
Câu 1: Hàm số $y=-3x^3+3x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|-3x^3+3x^2\right|$?





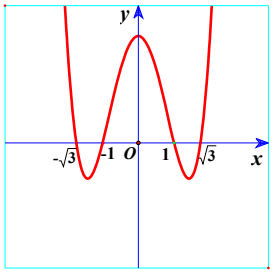


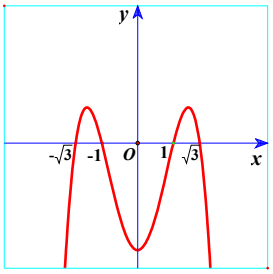


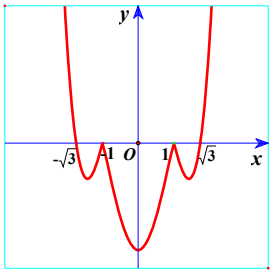


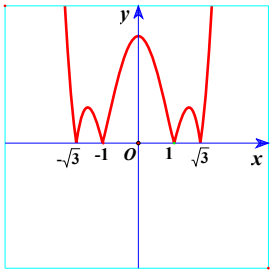
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

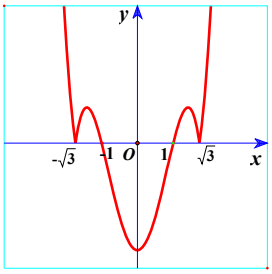
Câu 2: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$?





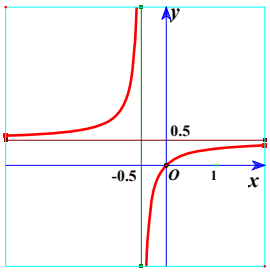


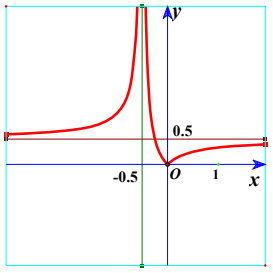


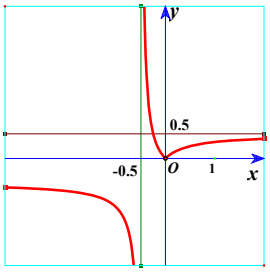


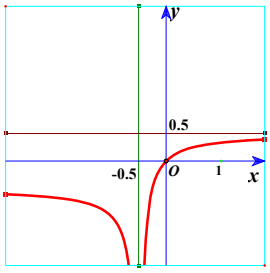
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

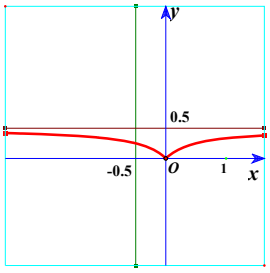
Câu 3: Hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là ĐT của HS $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$?





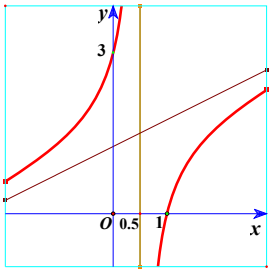




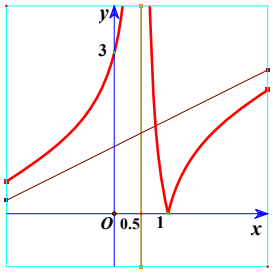


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



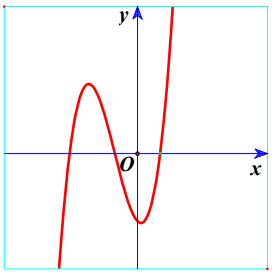
Hình 1.

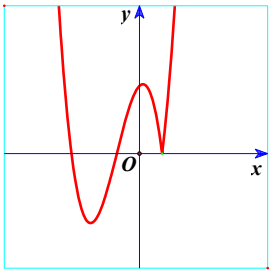


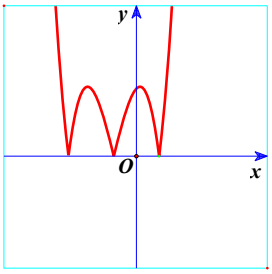
Hình 2.

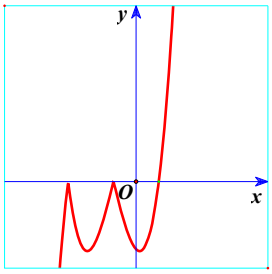
A. $y=-f(x)$. **B.** $y=f(|x|)$. **C.** $y=|f(x)|$. **D.** $y=|f(|x|)|$.

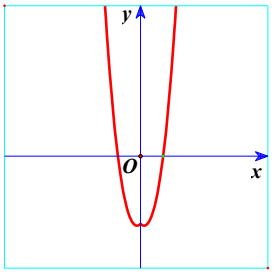
Câu 5: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là ĐTHS $y=f(|x|)$?





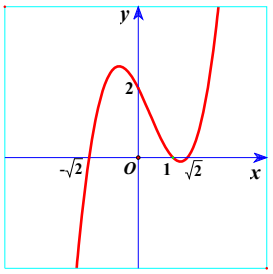




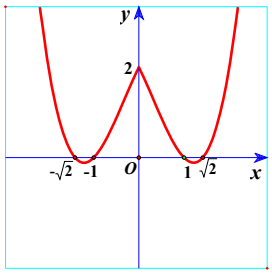


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 6: Cho hàm số $y=x^3-x^2-2x+2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.



Hình 2.

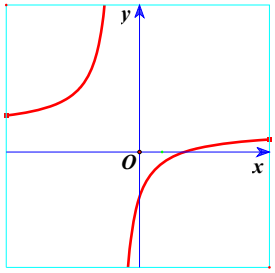
A. $y=-x^3+x^2+2x-2$.

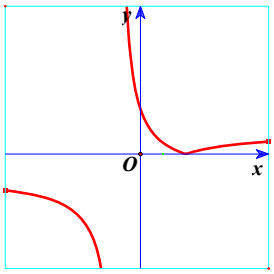
B. $y=\left|x^3-x^2-2x+2\right|$.

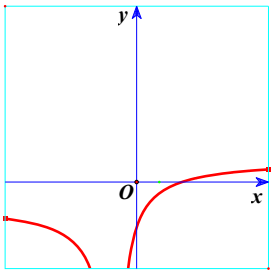
C. $y=\left||x|^3-|x|^2-2|x|+2\right|$.

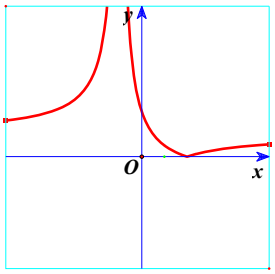
D. $y=|x|^3-|x|^2-2|x|+2$.

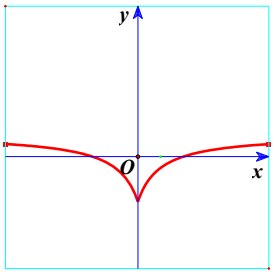
Câu 7: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là ĐTHS $y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$?





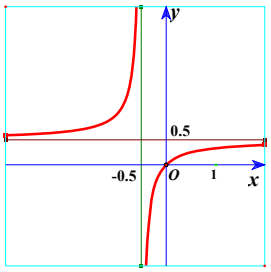




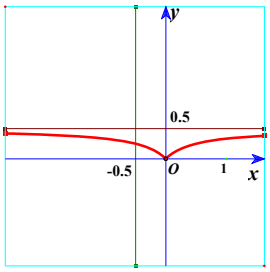


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



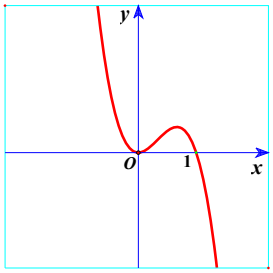
Hình 1.

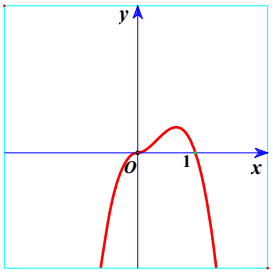


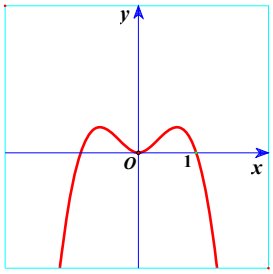
Hình 2.

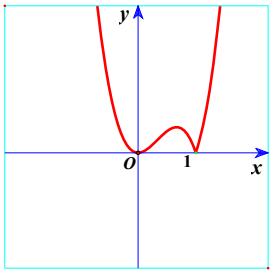
A. $y=\dfrac{|x|}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{|2x+1|}$. **D.** $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$.

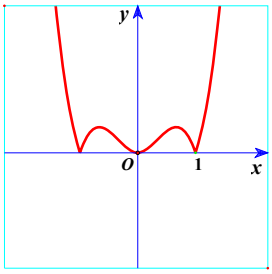
Câu 9: Hàm số $y=x\left(-3x^2+3x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x|\left(-3x^2+3x\right)$?





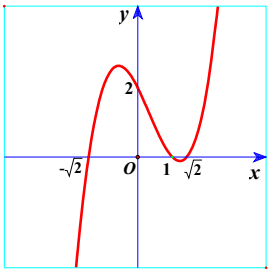




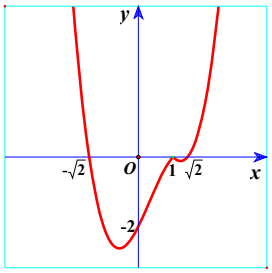


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 10: Cho hàm số $y=\left(x^2-2\right)(x-1)$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.

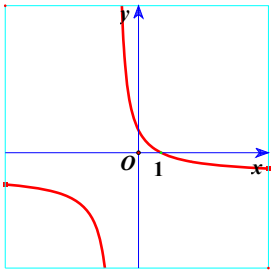


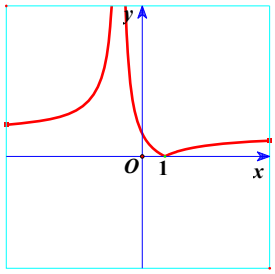
Hình 2.

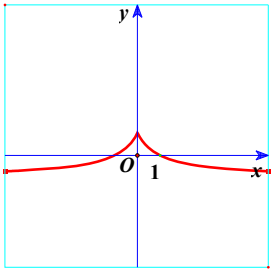
A. $y=\left|\left(x^2-2\right)(x-1)\right|$. **B.** $y=\left|x^2-2\right|(x-1)$.

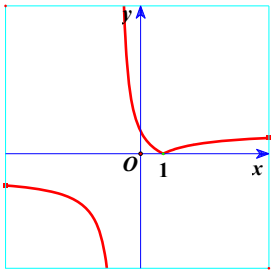
C. $y=|x-1|\left(x^2-2\right)$. **D.** $y=\left(|x|^2-2\right)(|x|-1)$.

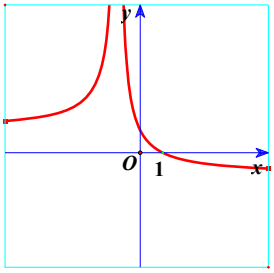
Câu 11: Hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|1-x|}{x+1}$?





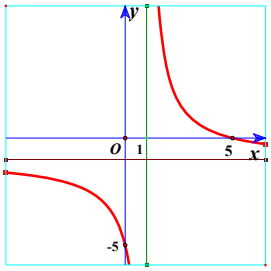


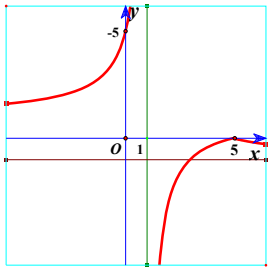


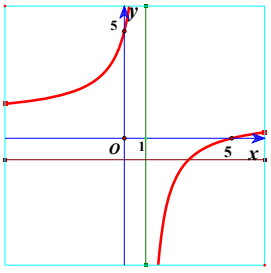


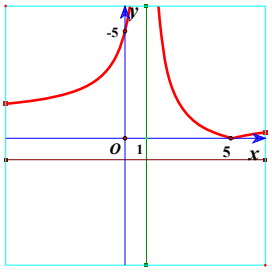
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

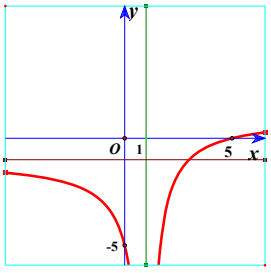
Câu 12: Hàm số $y=\dfrac{x-5}{1-x}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|x-5|}{1-x}$?





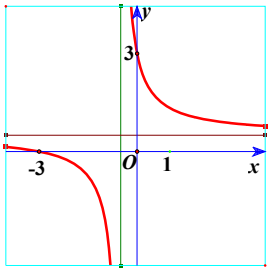


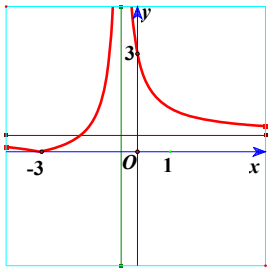


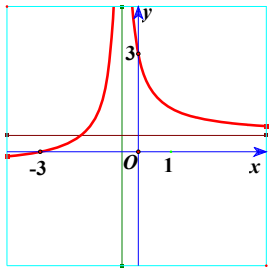


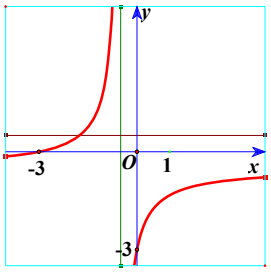
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

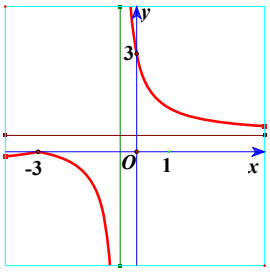
Câu 13: Hàm số $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+3}{|2x+1|}$?





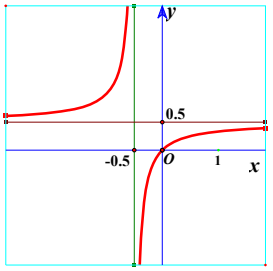




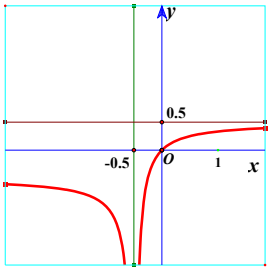


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.

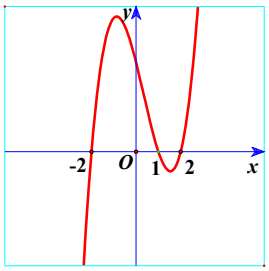


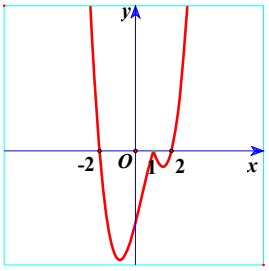
Hình 2.

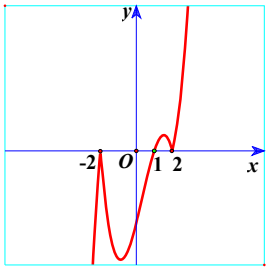
A. $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$. **B.** $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$.

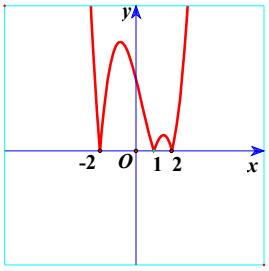
C. $y=\dfrac{|x|}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{|2x+1|}$.

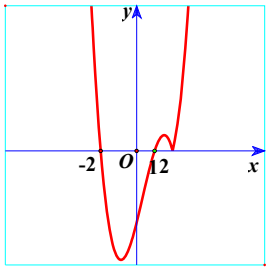
Câu 15: Hàm số $y=(x-1)(x^2-4)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=(x-1)|x^2-4|$?





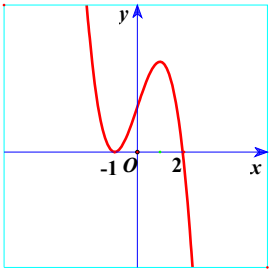


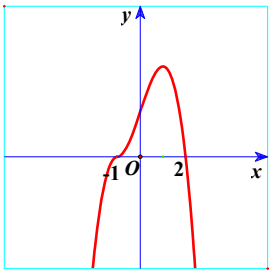


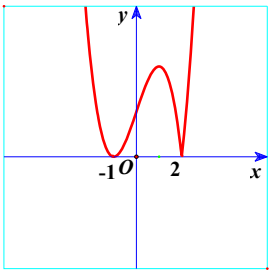


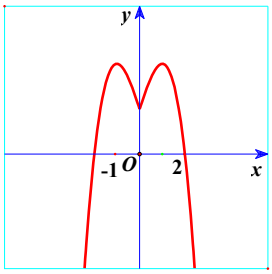
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

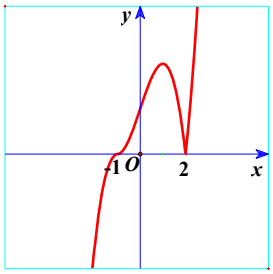
Câu 16: Hàm số $y=(2-x)(x+1)^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=(x+1)|(2-x)(x+1)|$?





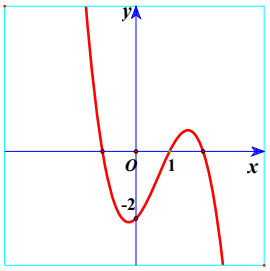




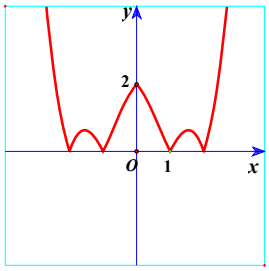


A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 17: Cho hàm số $y=-x^3+2x^2+x-2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.



Hình 2.

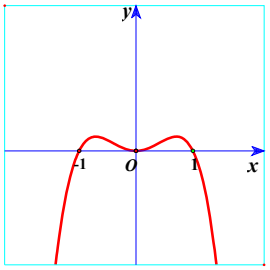
A. $y=\left|-x^3+2x^2+x-2\right|$.

B. $y=-\left|x\right|^3+2x^2+\left|x\right|-2$.

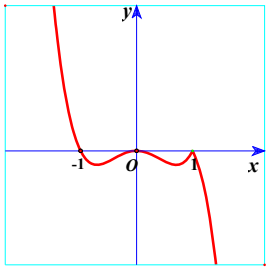
C. $y=\left|-\left|x\right|^3+2x^2+\left|x\right|-2\right|$.

D. $y=-\left(-x^3+2x^2+x-2\right)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=-x^4+x^2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.



Hình 2.

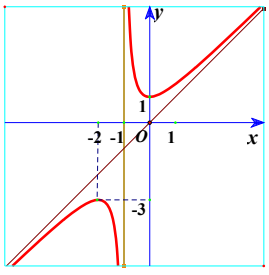
A. $y=-x^2\left|\left(x+1\right)\left(x-1\right)\right|$.

B. $y=-x^2\left(x+1\right)\left|x-1\right|$.

C. $y=-x^2\left(x-1\right)\left|x+1\right|$.

D. $y=\left|-x^2\left(x+1\right)\left(x-1\right)\right|$.

Câu 19: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.



Giá trị của m để phương trình $\dfrac{x^2+x+1}{\left|x+1\right|}=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt là:

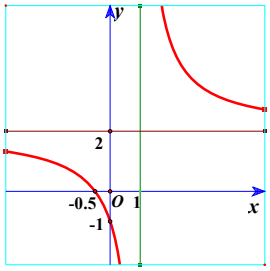
A. $m<3$.

B. $m>3$.

C. Không có m thỏa mãn .

D. $m=3$.

Câu 20: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.



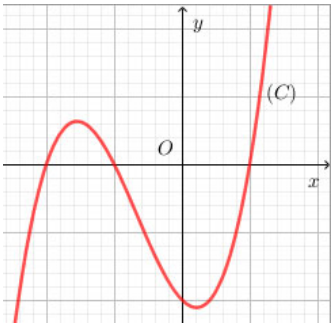
Giá trị của m để phương trình $\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}=m$ có đúng 2 nghiệm âm phân biệt là:

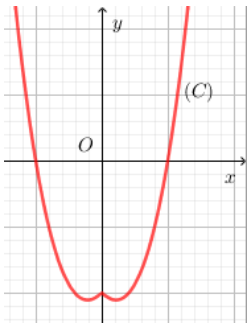
A. $m>-1$. **B.** $m>2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m<2$.

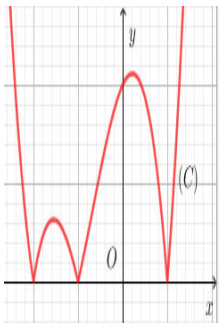
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

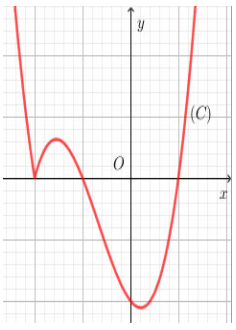
Câu 1. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

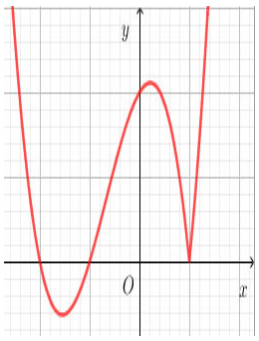
Biết đồ thị của hàm số $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?







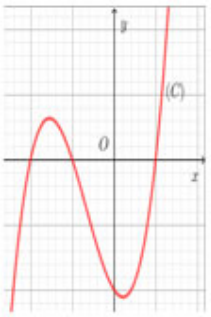


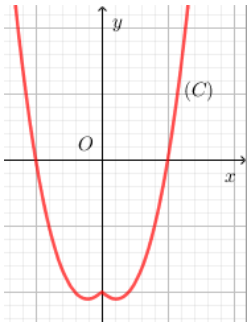


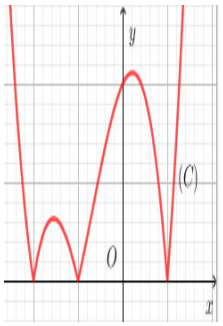
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

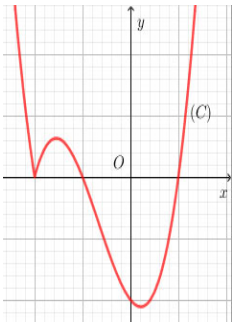
Câu 2. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

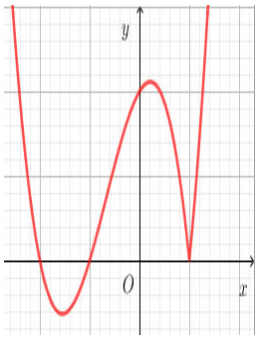
Biết đồ thị của hàm số $y=\left|x^3\right|+2x^2-\left|x\right|-2$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?







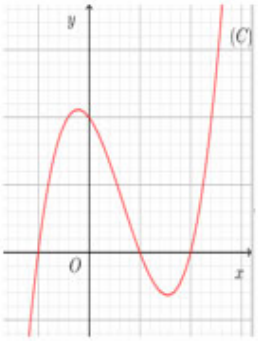


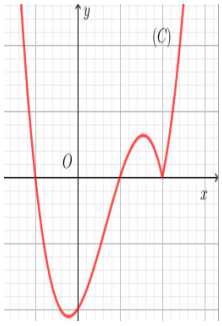


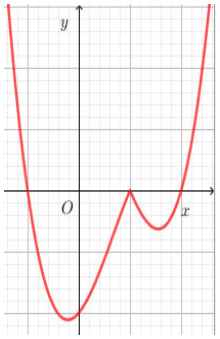
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

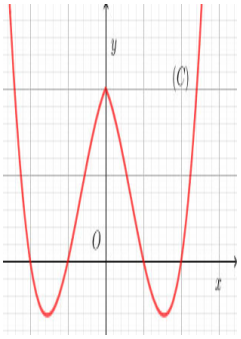
Câu 3. **(Đề tham khảo - BGD&ĐT - 2017)**. Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?





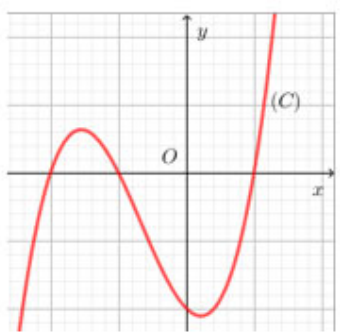


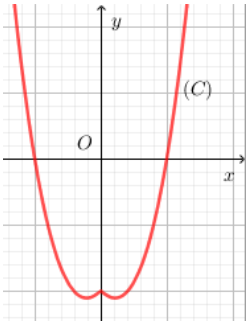


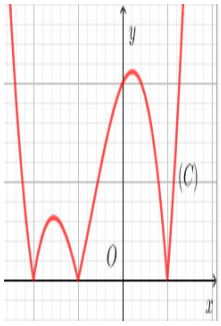


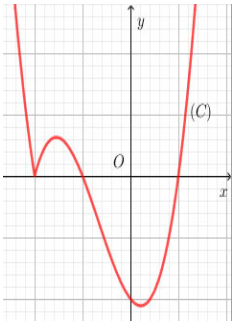
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

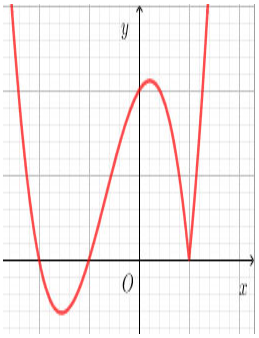
Câu 4. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị của hàm số $y=|x+2|\left(x^2-1\right)$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?





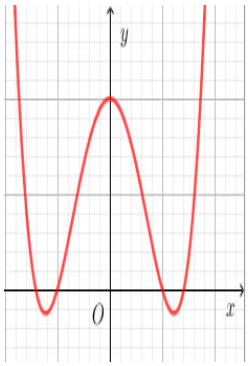


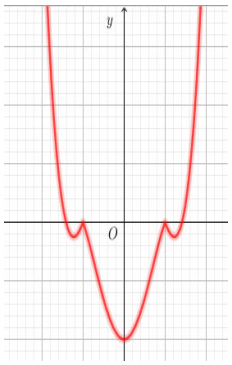


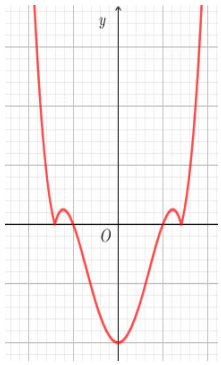


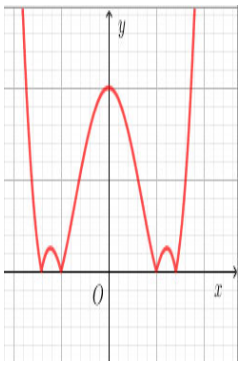
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

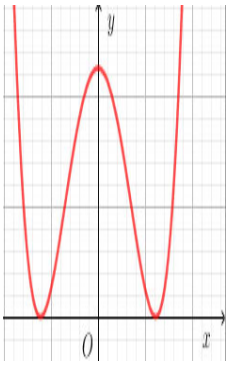
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$?





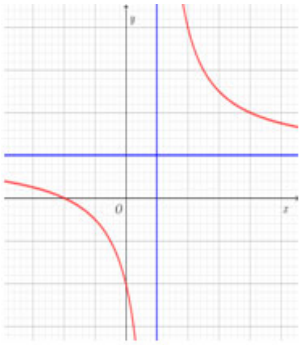


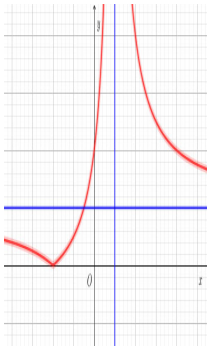


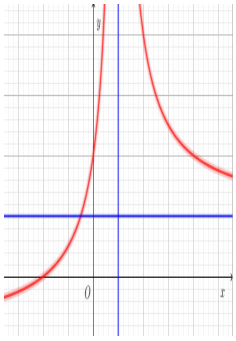


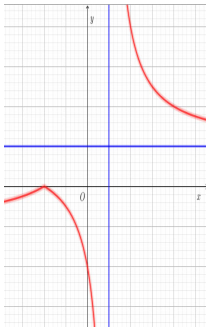
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

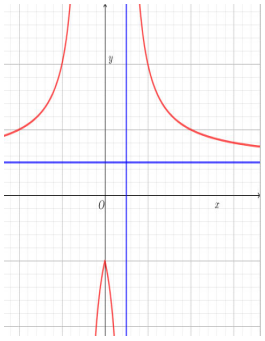
Câu 6. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+2|}{x-1}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?





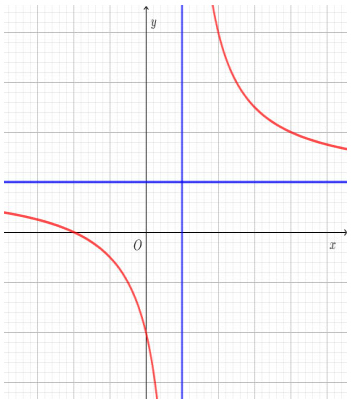


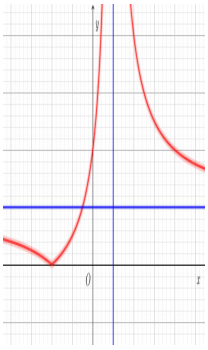


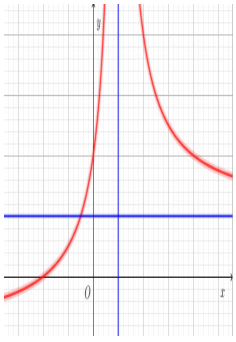


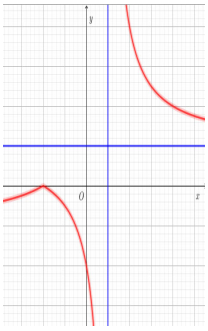
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

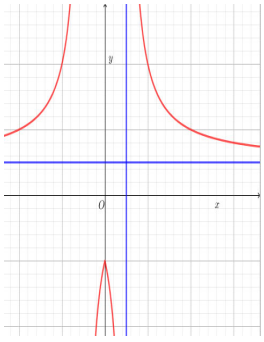
Câu 7. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{|x-1|}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?





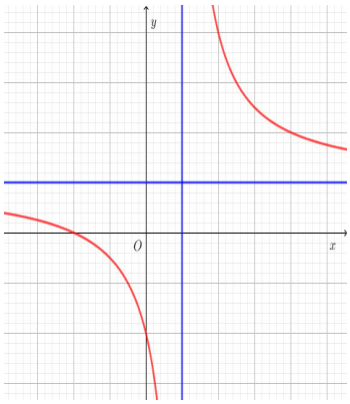


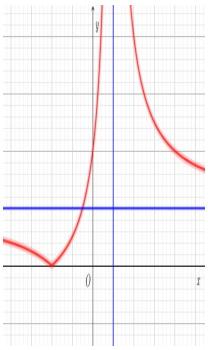


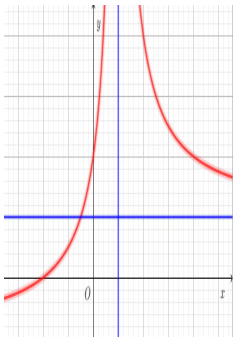


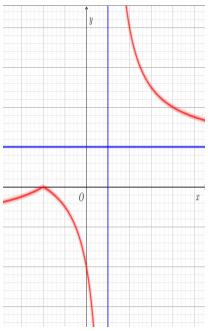
A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

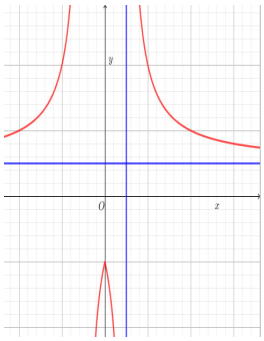
Câu 8. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?





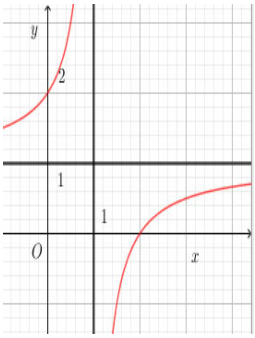






A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 9. (Chuyên Vinh- Lần 3) Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên . Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có hai nghiệm phân biệt là :

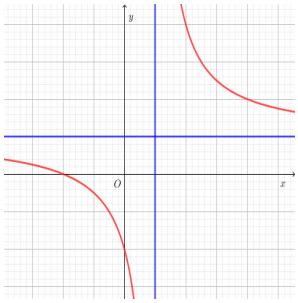


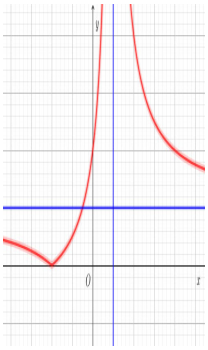
A. $m\geq 2$ hoặc $m\leq 1$. **B.** $0<m<1$.

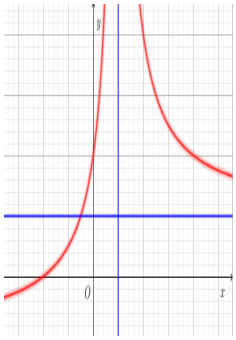
C. $m>2$ hoặc $m<1$ **D.** $0<m<1$ hoặc $m>1$

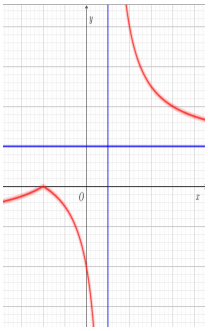
Câu 10. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

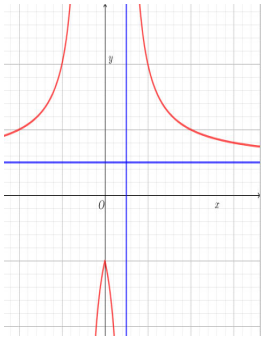
Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|+2}{|x|-1}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?





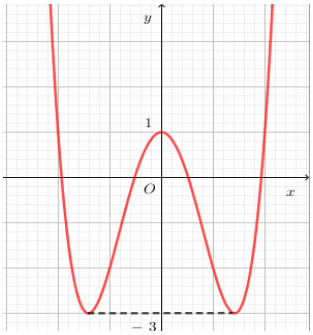






A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trùng phương $y=f(x)$. Giá tri của m để phương trình $|f(x)|=m$ có sáu nghiệm đôi một khác nhau là:



A. $-3<m<1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=0$ hoặc $m=3$ **D.** $1<m<3$

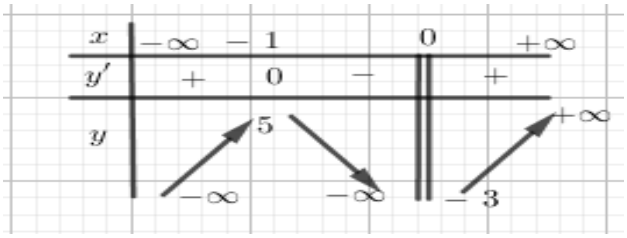
Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2\left|x^2-8\right|=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $m=16$. **B.** $m=0$. **C.** $-16<m<0$. **D.** $0<m<16$.

Câu 13. Tìm m để đồ thị hàm số $y=1+\left|x^4-2x^2\right|$ cắt đường thẳng $y=4^m$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $-1<m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $0<m<\dfrac{1}{2}$.

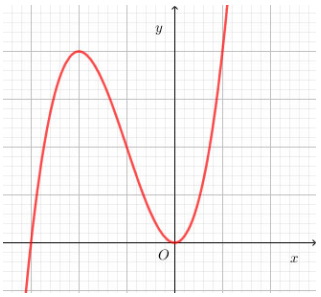
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình dạng như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

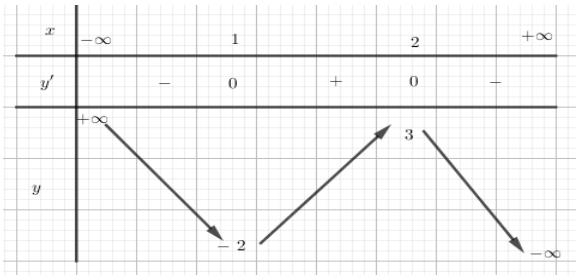


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Hàm số $y=|x^3|-3x^2+2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Không có cực trị.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



Khẳng định nào sau đây là **sai** khi nói về hàm số $y=|f(x)|$?

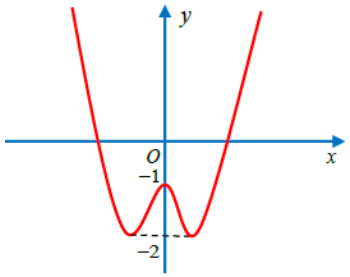
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

B. Hàm số có 5 cực trị.

C. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại 6 điểm phân biệt.

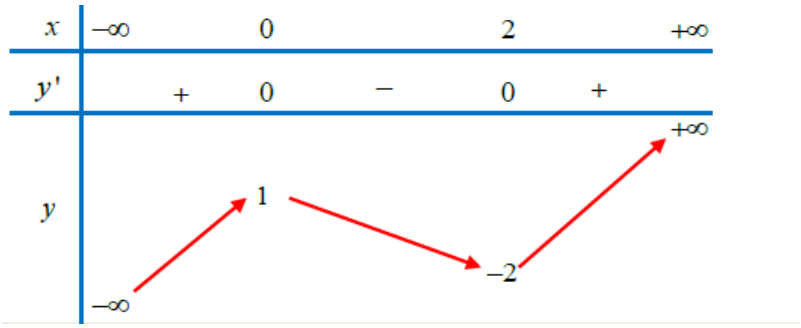
D. Phương trình $\left(|f(x)|\right)'=0$ có nhiều hơn 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.



A. $0<m<4$. **B.** $-1<m<-2$. **C.** $1<m<2$. **D.** $-1<m<2$

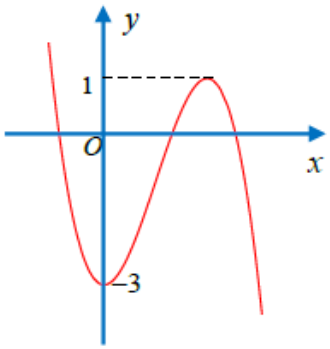
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



Gọi S là tập các giá trị thực của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt. Khi đó tập S là tập nào sau đây?

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=(-2;1)$. **C.** $S=(1;2)$. **D.** $S=[2;+\infty)$

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|f|x||=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

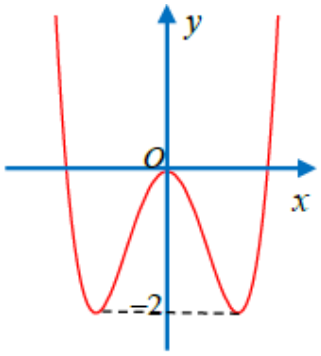


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $\dfrac{|x^4-2x^2+8|}{m^4-2m^2+9}=1$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

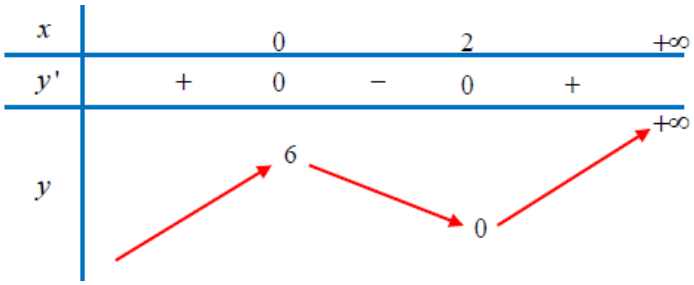
A. 4. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 2

Câu 22. Cho hàm số $y=2x^4-4x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2\left|x^2-2\right|=m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.



A. $0<m<2$.
B. $0<m<1$.
C. $0<m<0,5$.
D. $0,5<m<1$.

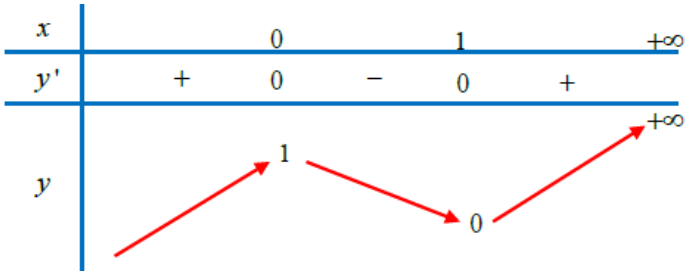
Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 4 nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<1<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<6$.
B. $3<m<6$.
C. $2<m<6$.
D. $4<m<6$.

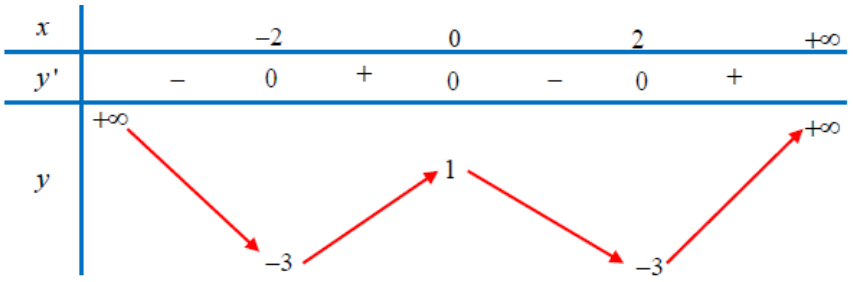
Câu 24. ***(Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 1)***. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



Khi đó phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<1$.
B. $0<m\le 1$.
C. $\dfrac{1}{2}<m<1$.
D. $\dfrac{1}{2}\le m<1$.

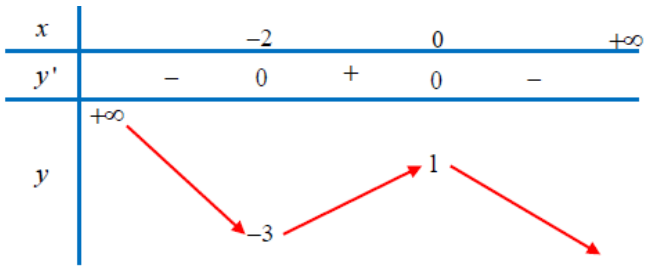
Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm m để phương trình $|f(x)|=m$ có 7 nghiệm thực phân biệt?

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $1<m<3$. **D.** $0<m<1$.

Câu 26. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

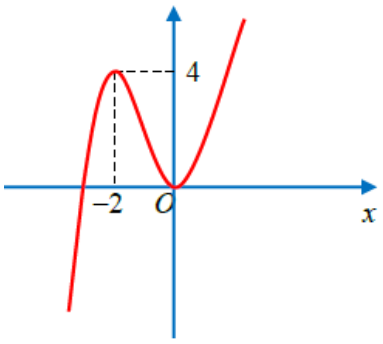
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 27. Xác định tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|2x^3+\frac{3}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{m}{2}-1\right|$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $S=\left(-5;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$.. **B.** $S=\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};7\right)$.

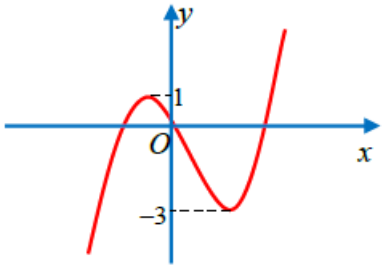
C. $S=\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$.. **D.** $S=(-3;-1)\cup(1;2)$.

Câu 28. **(Chuyên KHTN – Lần 3).** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

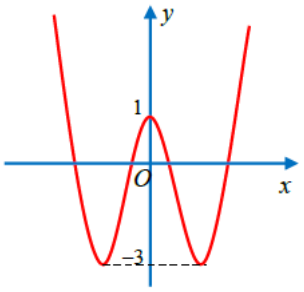
Câu 29. **(Chuyên Vinh – Lần 2).** Đồ thị (C) có hình vẽ bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị là:

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.
B. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.
C. $m=-1$ hoặc $m=3$.
D. $1\le m\le 3$.

Câu 30. Cho hàm số trùng phương $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị là:

A. $-3<m<1$.
B. $-1<m<3$.
C. $m<-3$ hoặc $m>1$.
D. $1<m<3$.

BÀI 16: KHẢO SÁT HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

BÀI TOÁN: Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, xác định đồ thị hàm số có chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Dạng 1: Từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|f(x)|$.

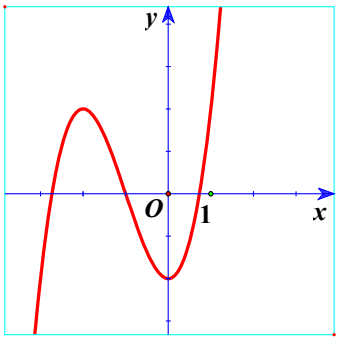
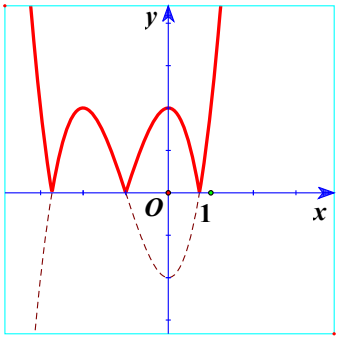
Ta có: $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x)\ge 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x)<0 \end{cases}$

Do đó, đồ thị $(C'):y=|f(x)|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành (cả những điểm nằm trên trục hoành).

+ Phần đối xứng với phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

MINH HỌA

Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$	Đồ thị hàm số $y=\|x^3+3x^2-2\|$
	

NHẬN XÉT: $y=|f(x)|\ge 0$ nên toàn bộ phần đồ thị (C') đều nằm phía trên trục hoành.

Dạng 2: Từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=f(|x|)$.

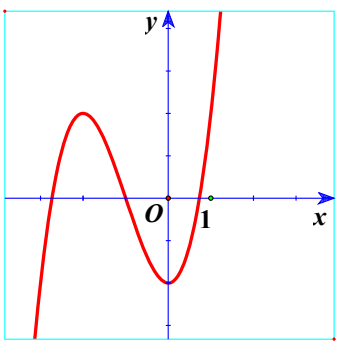
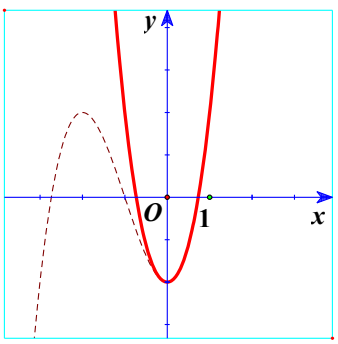
Ta có: $y=f(|x|)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\ge 0 \\ f(-x) & \text{khi } x<0 \end{cases}$

Do đó, đồ thị $(C'):y=f(|x|)$ bao gồm:

+ Phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (cả những điểm nằm trên trục tung).

+ Phần đối xứng với phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung qua trục tung.

MINH HỌA

Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$	Đồ thị hàm số $y=\|x\|^3+3\|x\|^2-2$
	

NHẬN XÉT: $y=f\left(|x|\right)$ là hàm số chẵn nên đồ thị (C') nhận trục tung làm trục đối xứng.

Dạng 3: Từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

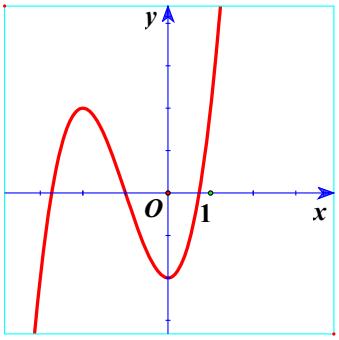
Để có được đồ thị $(C'):y=f\left(|x|\right)$, ta áp dụng hai dạng 1, 2. Cụ thể:

+ Từ đồ thị $(C):y=f(x)\Rightarrow$ đồ thị $(C''):y=|f(x)|=g(x)\Rightarrow$ đồ thị $(C'):y=g\left(|x|\right)=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

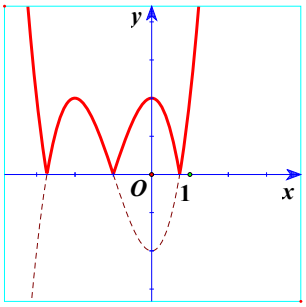
+ Từ đồ thị $(C):y=f(x)\Rightarrow$ đồ thị $(C''):y=f\left(|x|\right)=h(x)\Rightarrow$ đồ thị $(C'):y=|h(x)|=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

MINH HỌA

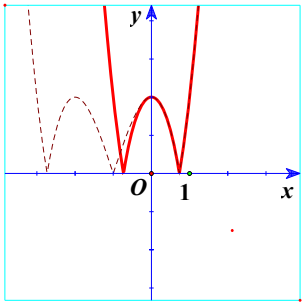
Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$



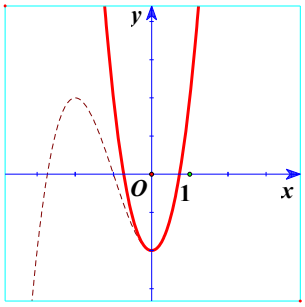
Đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2-2\right|$



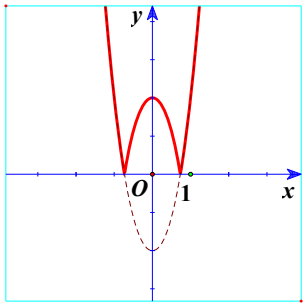
Đồ thị hàm số $y=\left|x\right|^3+3\left|x\right|^2-2$



Đồ thị hàm số $y=\left|x\right|^3+3\left|x\right|^2-2$



Đồ thị hàm số $y=\left|\left|x\right|^3+3\left|x\right|^2-2\right|$



NHẬN XÉT: Đồ thị $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ nằm phía trên trục hoành và nhận trục tung làm trục đối xứng.

Dạng 4: Từ đồ thị $(C):y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|u(x)|.v(x)$.

Ta có: $|u(x)|=\begin{cases}u(x) & \text{khi } u(x)\geq 0\\ -u(x) & \text{khi } u(x)<0\end{cases}$

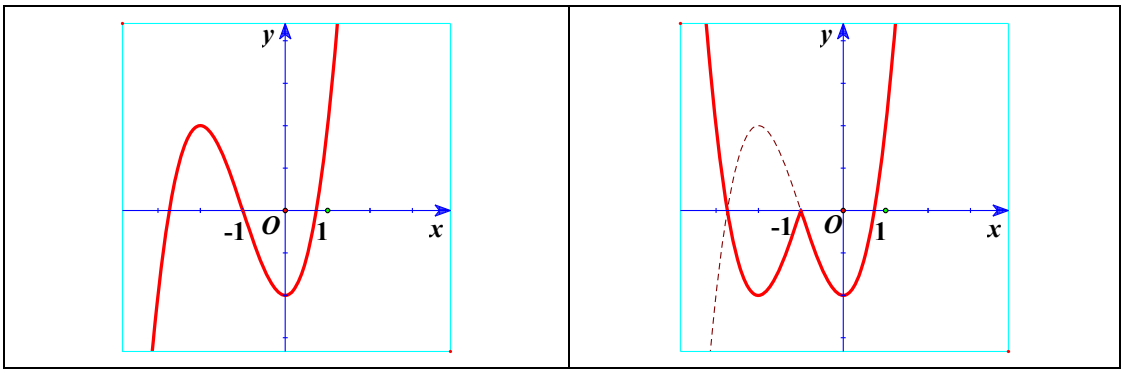
Do đó, đồ thị $(C'):y=|f(x)|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị (C) nằm trên miền $u(x)\geq 0$.

+ Phần đối xứng với phần đồ thị (C) nằm trên miền $u(x)<0$ qua trục hoành.

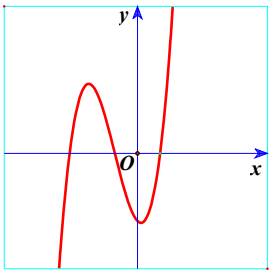
MINH HỌA

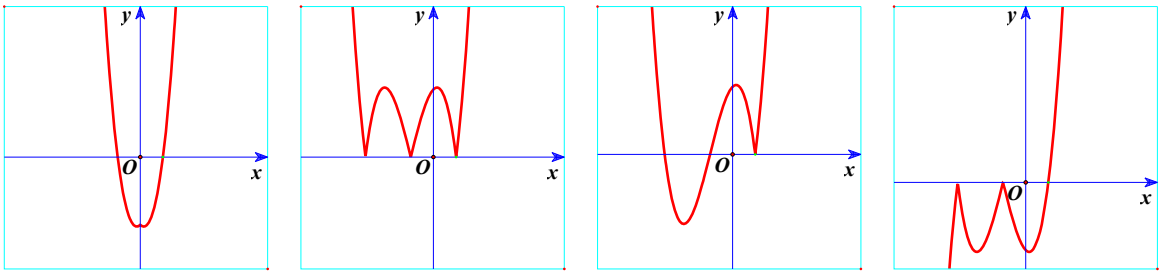
Đồ thị hàm số $y=(x+1)\left(x^2+2x-2\right)$	Đồ thị hàm số $y=\|x+1\|\left(x^2+2x-2\right)$



B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$?





A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

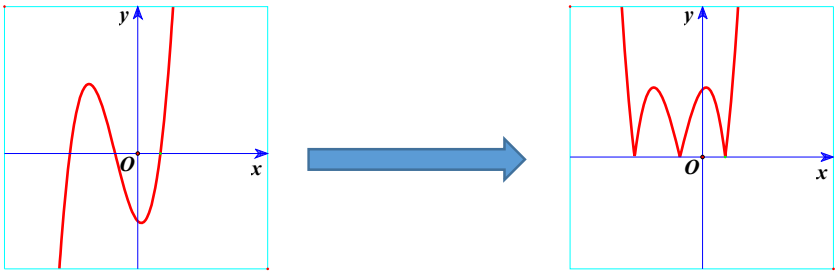
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|f(x)|$.

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm phía trên Ox (cả những điểm nằm trên Ox).

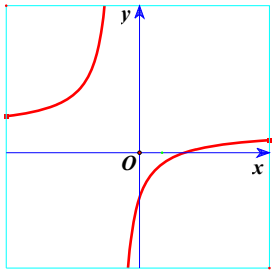
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm phía dưới Ox qua Ox.

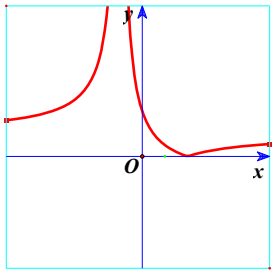
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

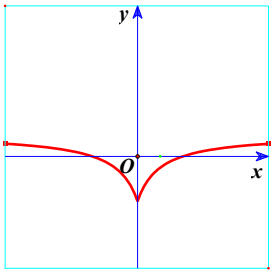


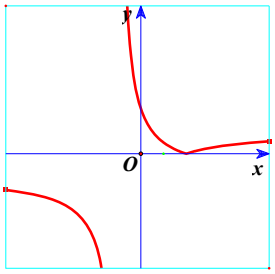
NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ luôn nằm trên trục Ox nên có thể loại ngay các đáp án A. C. D.

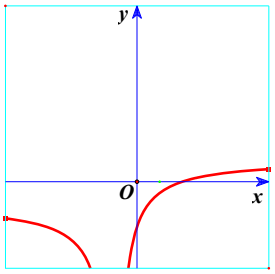
Câu 2: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|\dfrac{x-2}{x+1}\right|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

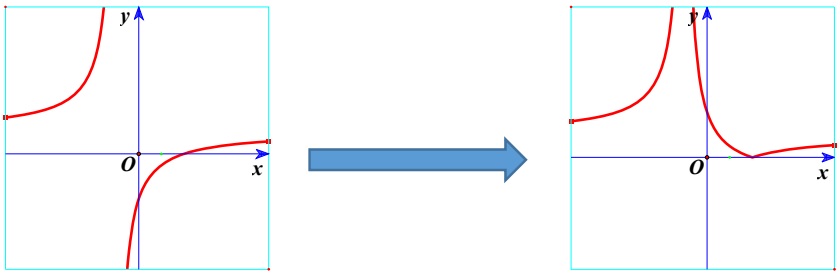
Đây là dạng bài từ đồ thị $\left(C\right):y=f\left(x\right)$, suy ra đồ thị $\left(C'\right):y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{x-2}{x+1}\right|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ nằm phía trên Ox (cả những điểm nằm trên Ox).

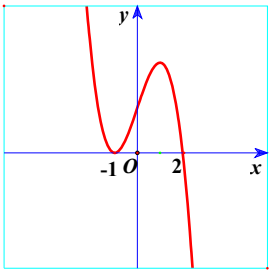
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ nằm phía dưới Ox qua Ox.

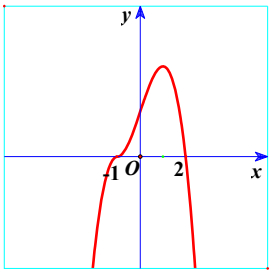
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

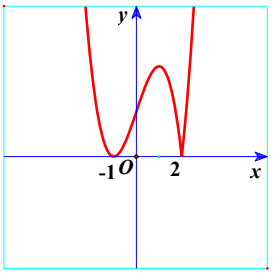


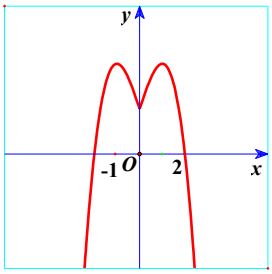
NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ luôn nằm trên trục Ox nên có thể loại ngay các đáp án B. C. D.

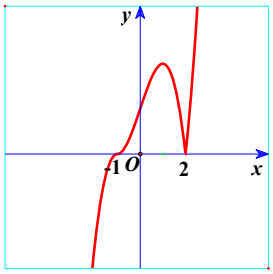
Câu 3: Hàm số $y=2+3x-x^3$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=2+3\left|x\right|-\left|x\right|^3$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

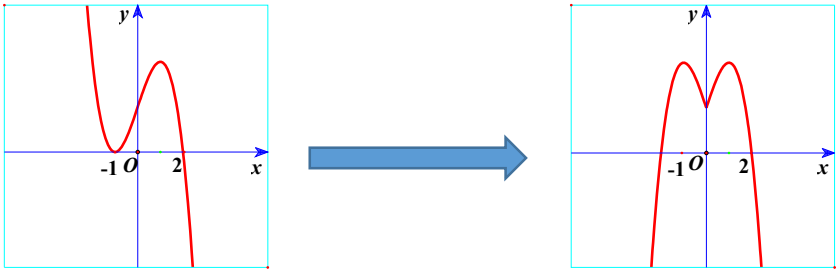
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

Đồ thị hàm số $y = 2 + 3|x| - |x|^3$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y = 2 + 3x - x^3$ nằm bên phải Oy (cả những điểm nằm trên Oy).

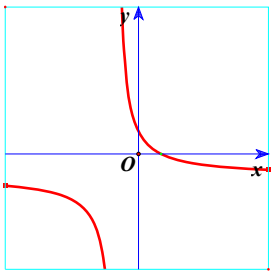
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = 2 + 3x - x^3$ nằm bên phải Oy qua Oy.

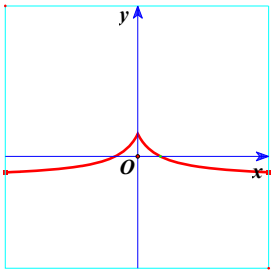
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

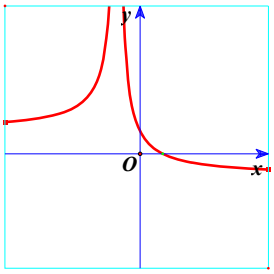


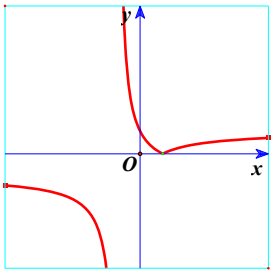
NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng nên có thể loại ngay các đáp án A. B. D.

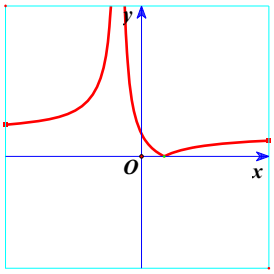
Câu 4: Hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{1-|x|}{|x|+1}$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

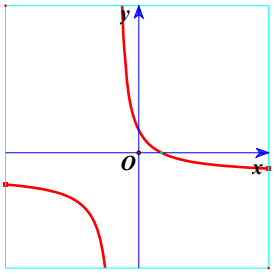
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

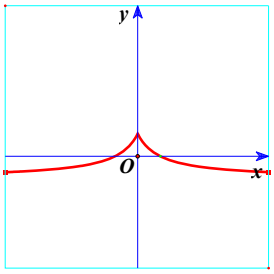
Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-|x|}{|x|+1}$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ nằm bên phải Oy (cả những điểm nằm trên Oy).

+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ nằm bên phải Oy qua Oy.

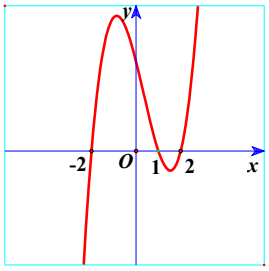
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

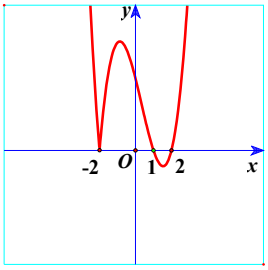


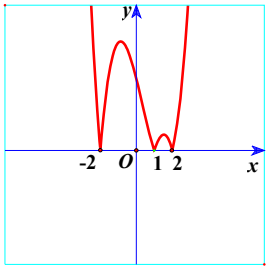


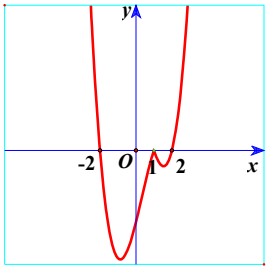
NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-|x|}{|x|+1}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng nên có thể loại ngay các đáp án B. C. D.

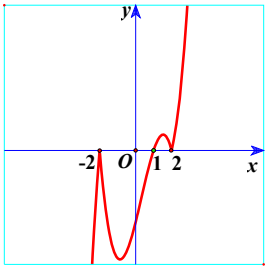
Câu 5: Hàm số $y = (x-1)(x^2-4)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-1|(x^2-4)$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

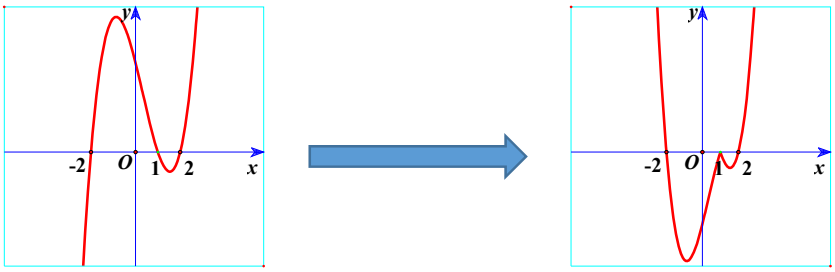
Ta có: $|x-1|\left(x^2-4\right) = \begin{cases} (x-1)\left(x^2-4\right) & \text{khi } x \ge 1 \\ -(x-1)\left(x^2-4\right) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = |x-1|\left(x^2-4\right)$ bao gồm:

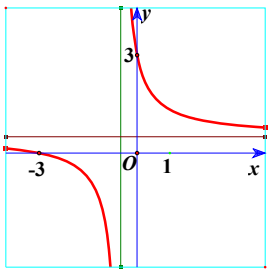
+ Phần đồ thị hàm số $y = (x-1)\left(x^2-4\right)$ trên miền $x \ge 1$.

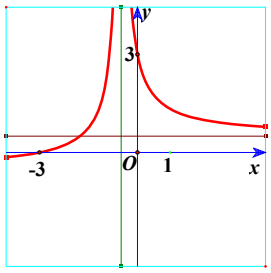
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = (x-1)\left(x^2-4\right)$ trên miền $x < 1$ qua Ox.

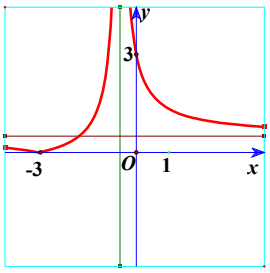
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

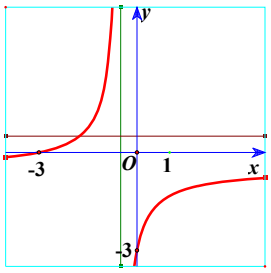


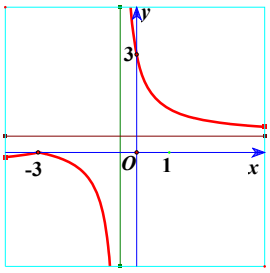
Câu 6: Hàm số $y = \dfrac{x+3}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{|x+3|}{2x+1}$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn D

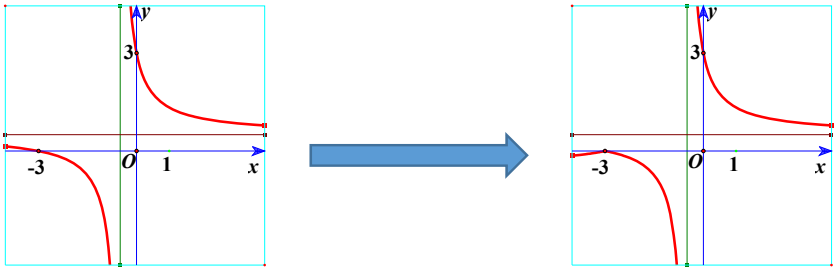
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

Ta có: $\dfrac{|x+3|}{2x+1} = \begin{cases} \dfrac{x+3}{2x+1} & \text{khi } x \ge -3 \\ -\dfrac{x+3}{2x+1} & \text{khi } x < -3 \end{cases}$

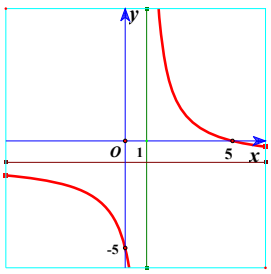
Đồ thị hàm số $y = \dfrac{|x+3|}{2x+1}$ bao gồm:

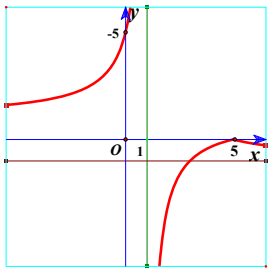
+ Phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{2x+1}$ trên miền $x \ge -3$.+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{2x+1}$ trên miền $x < -3$ qua Ox.

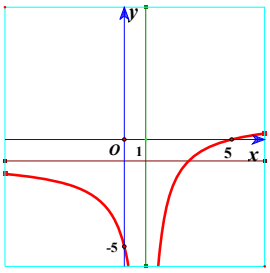
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

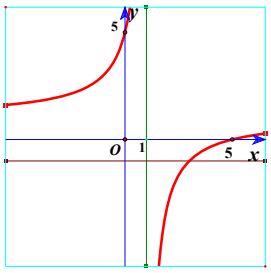


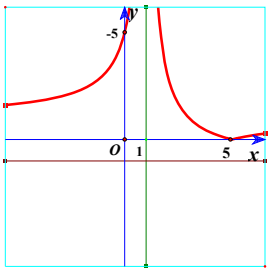
Câu 7: Hàm số $y = \dfrac{x-5}{1-x}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-5}{|1-x|}$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

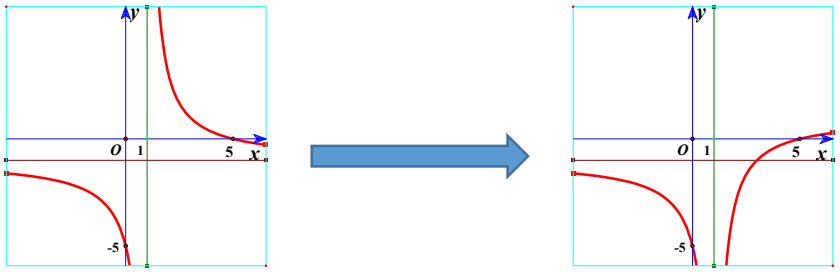
Ta có: $\dfrac{x-5}{|1-x|} = \begin{cases} \dfrac{x-5}{1-x} & \text{khi } x<1 \\ -\dfrac{x-5}{1-x} & \text{khi } x>1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-5}{|1-x|}$ bao gồm:

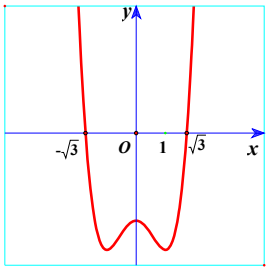
+ Phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-5}{1-x}$ trên miền $x<1$.

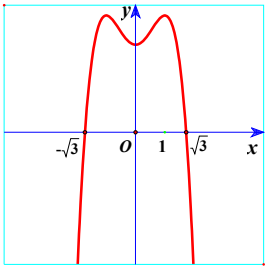
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-5}{1-x}$ trên miền $x>1$ qua Ox.

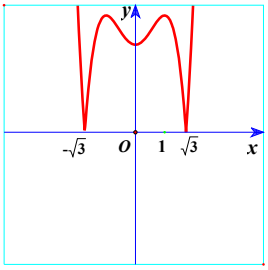
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

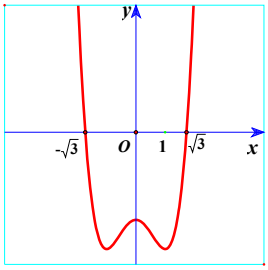


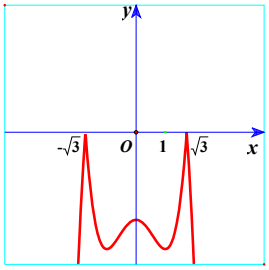
Câu 8: Hàm số $y = (x^2+1)(x^2-3)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x^2+1)|x^2-3|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

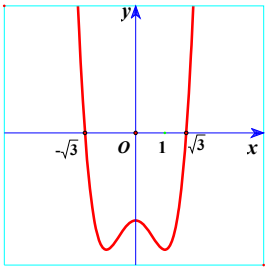
Ta có: $y = (x^2+1)|x^2-3| = \begin{cases} (x^2+1)(x^2-3) & \text{khi } x \in (-\infty;-\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3};+\infty) \\ -(x^2+1)(x^2-3) & \text{khi } x \in (-\sqrt{3};\sqrt{3}) \end{cases}$

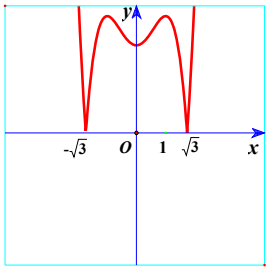
Đồ thị hàm số $y = (x^2+1)|x^2-3|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y = (x^2+1)(x^2-3)$ trên miền $x \in (-\infty;-\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3};+\infty)$.

+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = (x^2+1)(x^2-3)$ trên miền $x \in (-\sqrt{3};\sqrt{3})$ $x \in (-2;2)$ qua Ox.

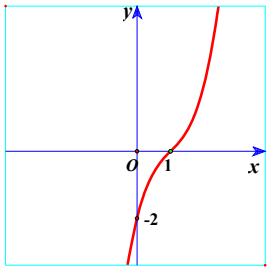
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

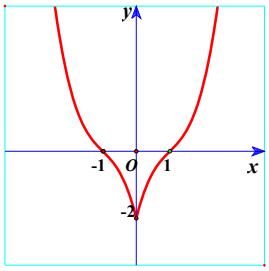


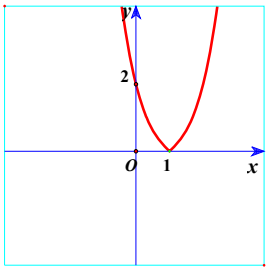


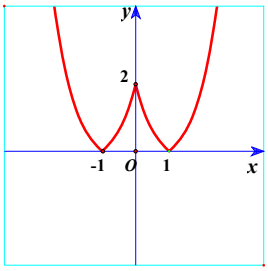
NHẬN XÉT: $y = (x^2+1)|x^2-3| = |(x^2+1)(x^2-3)|$ nên có thể sử dụng Dạng 1 để giải.

Câu 9: Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = ||x|^3 - 3|x|^2 + 4|x| - 2|$?









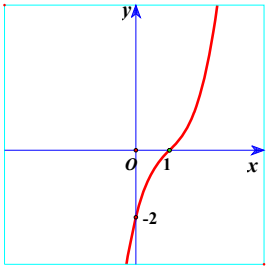
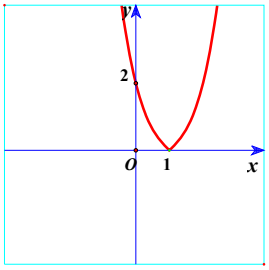
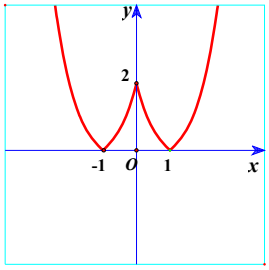
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

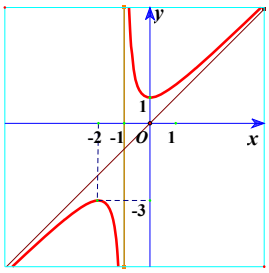
Chọn D

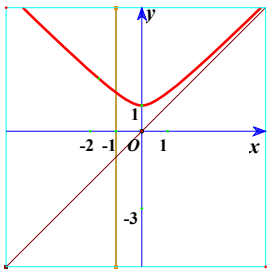
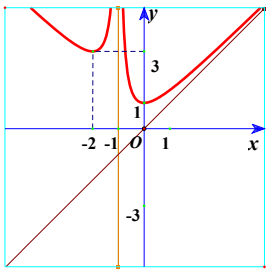
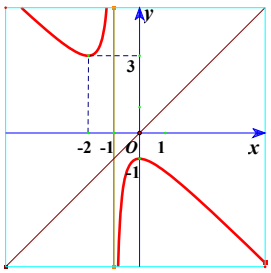
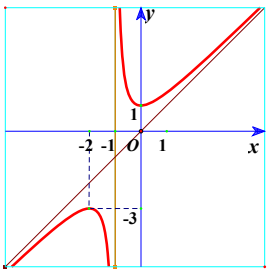
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |f(|x|)|$.

Từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4x-2$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+4x-2\right|$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\left||x|^3-3|x|^2+4|x|-2\right|$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4x-2$	Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+4x-2\right|$	Đồ thị hàm số $y=\left||x|^3-3|x|^2+4|x|-2\right|$
		

Câu 10: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$?



A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

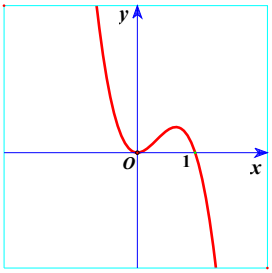
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=\left|f(|x|)\right|$.

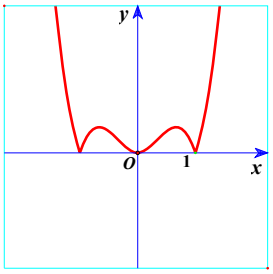
Đồ thị hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ nằm phía trên Ox nên loại các đáp án C. D.

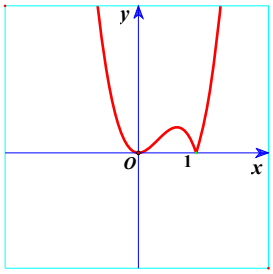
Đồ thị hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ có trục đối xứng là Oy nên loại đáp án B.

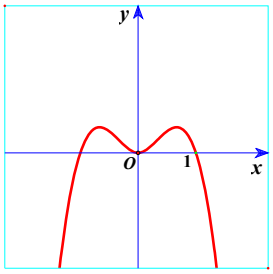
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

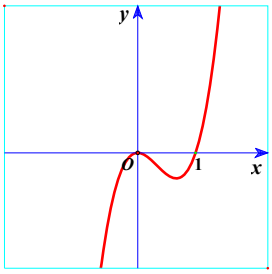
Câu 1: Hàm số $y=-3x^3+3x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|-3x^3+3x^2\right|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

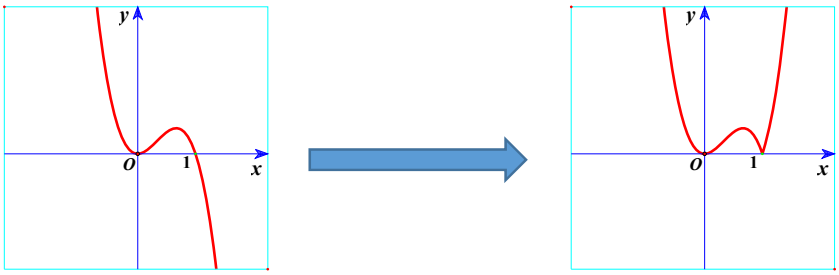
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=\left|f(x)\right|$.

Đồ thị hàm số $y=\left|-3x^3+3x^2\right|$ bao gồm:

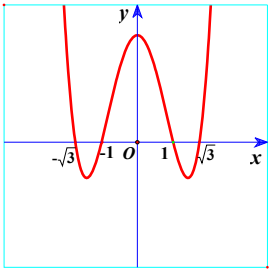
+ Phần đồ thị hàm số $y=-3x^3+3x^2$ nằm phía trên Ox (cả những điểm nằm trên Ox).

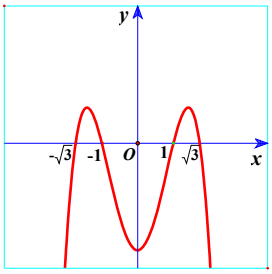
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=-3x^3+3x^2$ nằm phía dưới Ox qua Ox.

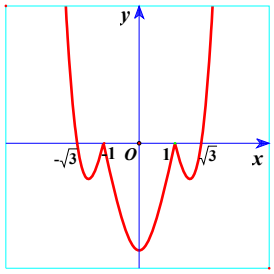
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

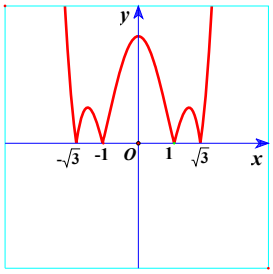


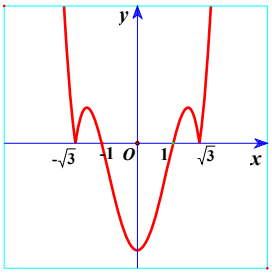
Câu 2: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

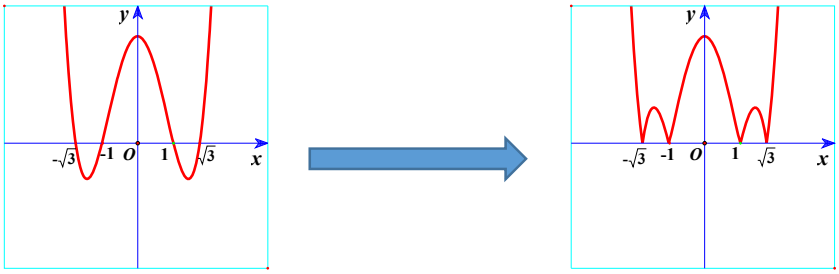
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên Ox (cả những điểm nằm trên Ox).

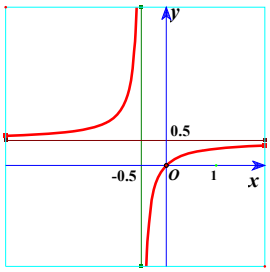
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía dưới Ox qua Ox.

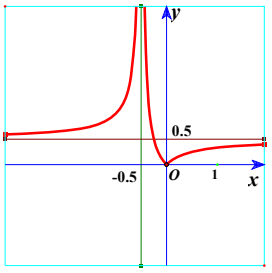
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

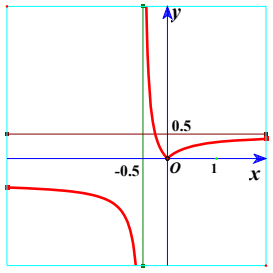


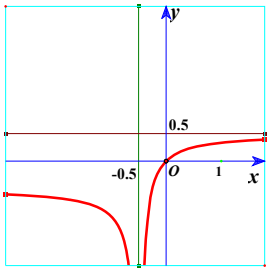
NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ luôn nằm trên trục Ox nên có thể loại ngay các đáp án A. B. D.

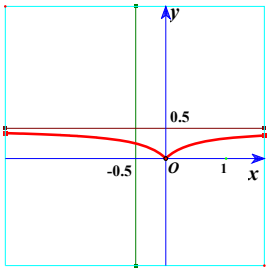
Câu 3: Hàm số $y = \dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

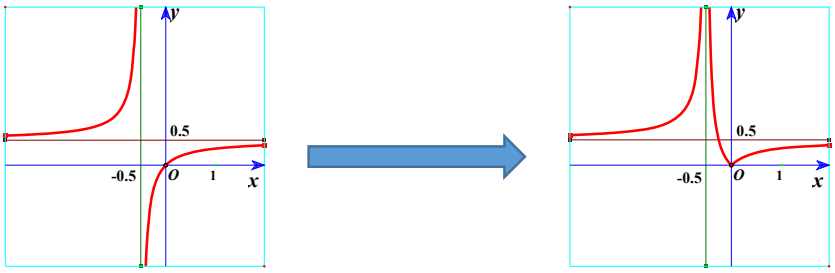
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

Đồ thị hàm số $y = \left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$ bao gồm:

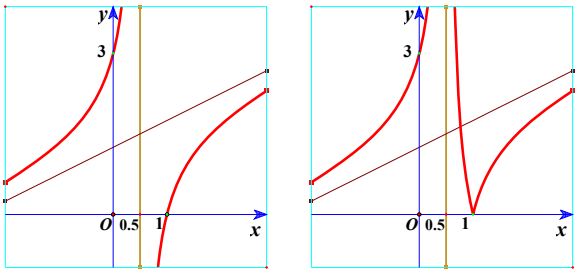
+ Phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{2x+1}$ nằm phía trên Ox (cả những điểm nằm trên Ox).

+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{2x+1}$ nằm phía dưới Ox qua Ox.

Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1. Hình 2.

A. $y = -f(x)$. **B.** $y = f(|x|)$. **C.** $y = |f(x)|$. **D.** $y = |f(|x|)|$.

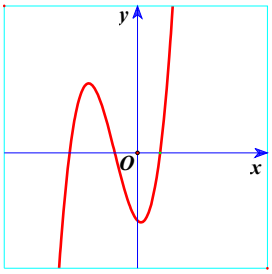
Lời giải:

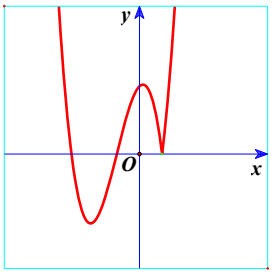
Chọn C

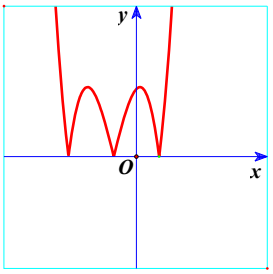
Quan sát thấy đồ thị hàm số ở Hình 2 không nhận trục tung làm trục đối xứng nên hàm số cần tìm không phải là hàm số chẵn, ta loại được các đáp án B. và D.

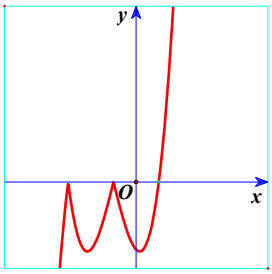
Đồ thị hàm số ở Hình 2 nằm phía trên trục hoành nên loại đáp án A.

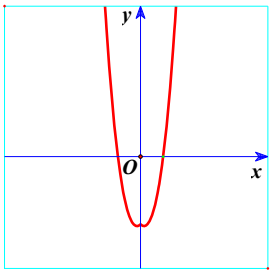
Câu 5: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn D

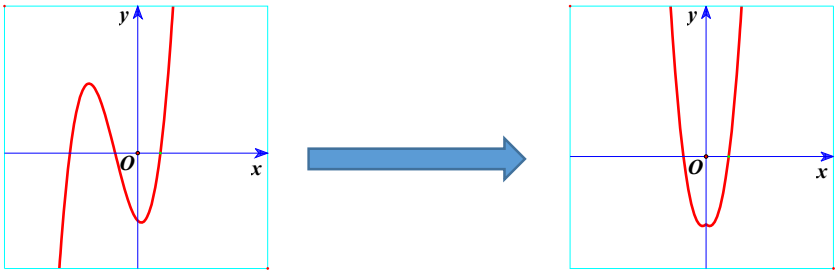
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = f(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm bên phải Oy (cả những điểm nằm trên Oy).

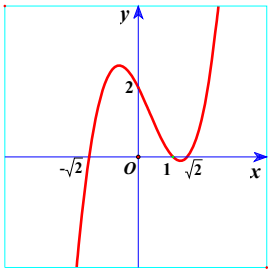
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm bên phải Oy qua Oy.

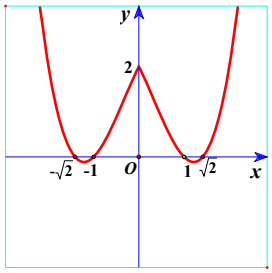
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng nên có thể loại ngay các đáp án A. B. C.

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?





Hình 1. Hình 2.

A. $y=-x^3+x^2+2x-2$.

B. $y=\left|x^3-x^2-2x+2\right|$.

C. $y=\left||x|^3-|x|^2-2|x|+2\right|$.

D. $y=|x|^3-|x|^2-2|x|+2$.

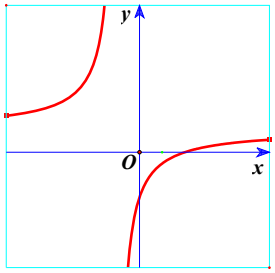
Lời giải:

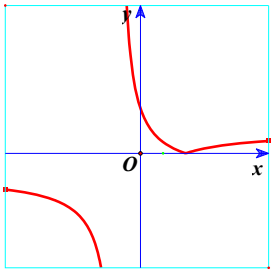
Chọn D

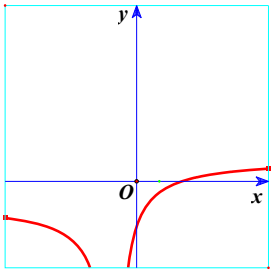
Quan sát thấy đồ thị hàm số ở Hình 2 nhận trục tung làm trục đối xứng nên hàm số cần tìm là hàm số chẵn nên loại được đáp án A. và B.

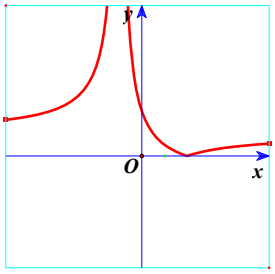
Đồ thị hàm số $y=\left||x|^3-|x|^2-2|x|+2\right|$ nằm phía trên trục hoành nên loại đáp án C.

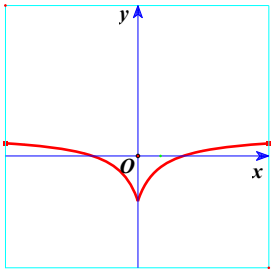
Câu 7: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn D

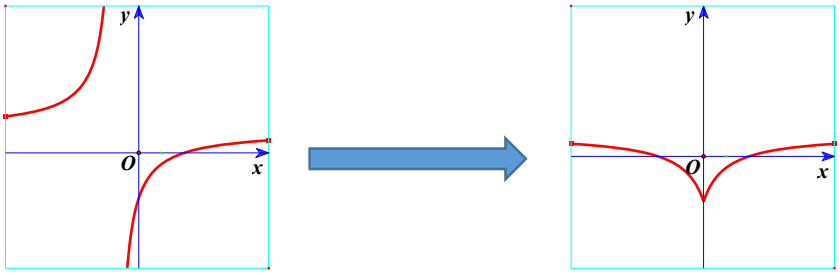
Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=f(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=f(|x|)$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ nằm bên phải Oy (cả những điểm nằm trên Oy).

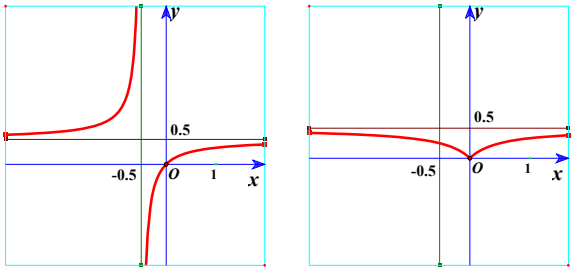
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ nằm bên phải Oy qua Oy.

Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



NHẬN XÉT: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng nên có thể loại ngay các đáp án A. B. C.

Câu 8: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1. Hình 2.

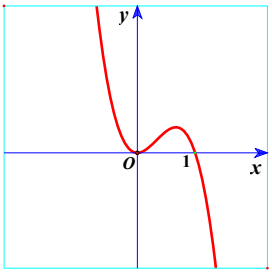
A. $y=\dfrac{|x|}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{|2x+1|}$. **D.** $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$.

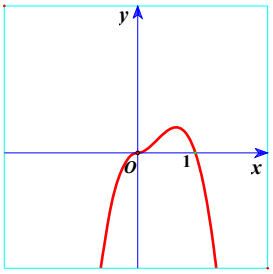
Lời giải:

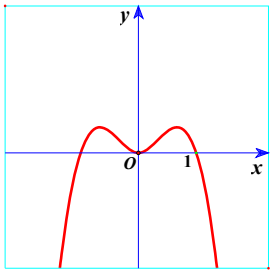
Chọn B

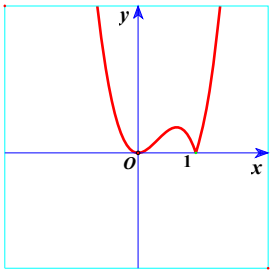
Quan sát thấy đồ thị hàm số ở Hình 2 nhận trục tung làm trục đối xứng nên hàm số cần tìm là hàm số chẵn nên loại được các đáp án A. C. và D.

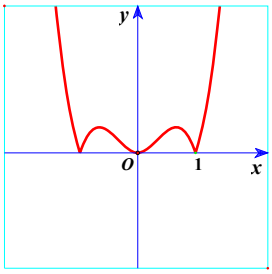
Câu 9: Hàm số $y=x\left(-3x^2+3x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x|\left(-3x^2+3x\right)$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y=|u(x)|.v(x)$.

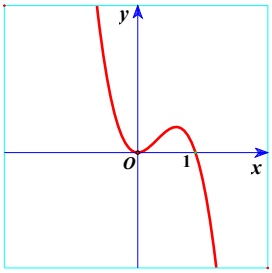
Ta có: $|x|\left(-3x^2+3x\right)=\begin{cases} x\left(-3x^2+3x\right) & \text{khi } x\geq 0 \\ -x\left(-3x^2+3x\right) & \text{khi } x<0 \end{cases}$

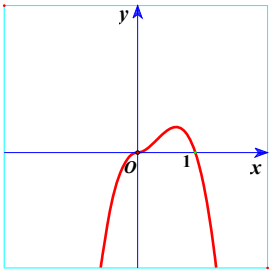
Đồ thị hàm số $y=|x|\left(-3x^2+3x\right)$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y=x\left(-3x^2+3x\right)$ bên phải Oy.

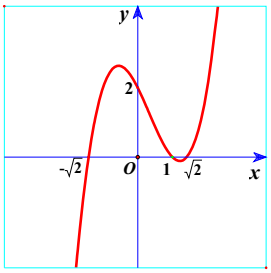
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=x\left(-3x^2+3x\right)$ bên trái Oy qua Ox.

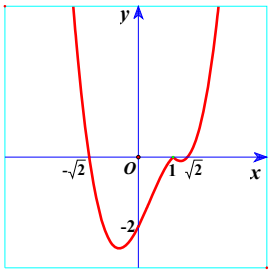
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:





Câu 10: Cho hàm số $y=\left(x^2-2\right)(x-1)$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?





Hình 1. Hình 2.

A. $y=\left|\left(x^2-2\right)(x-1)\right|$. **B.** $y=\left|x^2-2\right|(x-1)$.

C. $y=|x-1|\left(x^2-2\right)$. **D.** $y=\left(|x|^2-2\right)(|x|-1)$.

Lời giải:

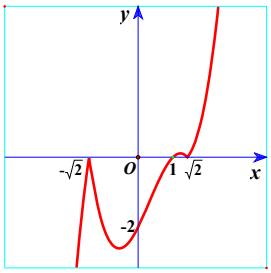
Chọn C

Đồ thị hàm số ở Hình 2 có phần ở dưới trục hoành nên loại phương án A.

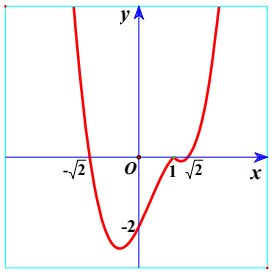
Đồ thị hàm số ở Hình 2 không đối xứng qua trục tung nên loại phương án D.

Đồ thị các hàm số trong các phương án B. và C. như sau:

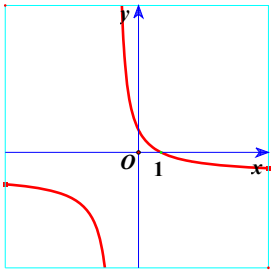
B.

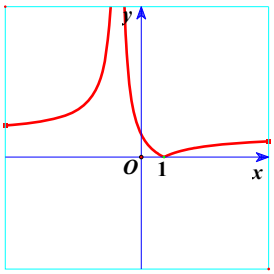


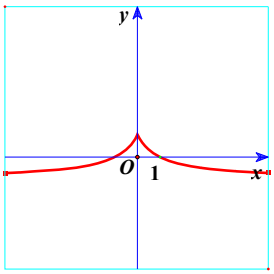
C.

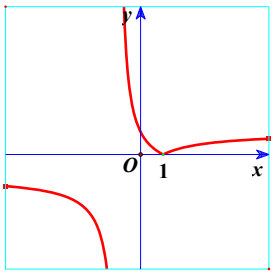


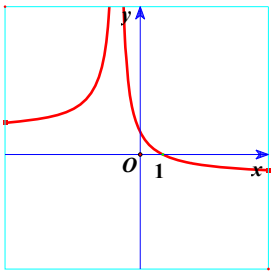
Câu 11: Hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|1-x|}{x+1}$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|u(x)|.v(x)$.

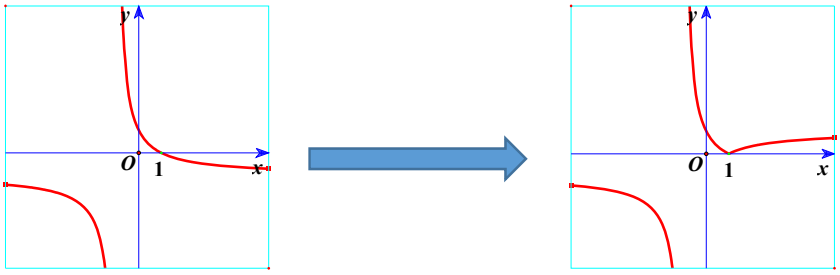
Ta có: $\dfrac{|1-x|}{x+1}=\begin{cases}\dfrac{1-x}{x+1} & \text{khi } x\le 1\\ -\dfrac{1-x}{x+1} & \text{khi } x>1\end{cases}$

Do đó, đồ thị $y=\dfrac{|1-x|}{x+1}$ bao gồm:

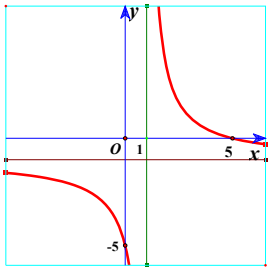
+ Phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ trên miền $x\le 1$

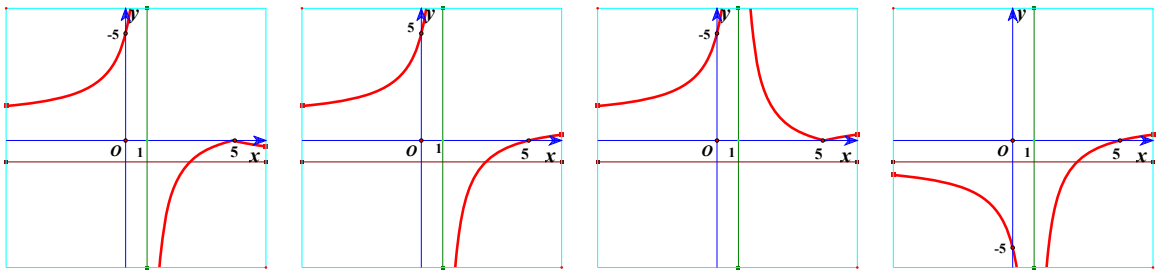
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ trên miền $x>1$ qua Ox.

Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 12: Hàm số $y=\dfrac{x-5}{1-x}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|x-5|}{1-x}$?





A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|u(x)|.v(x)$.

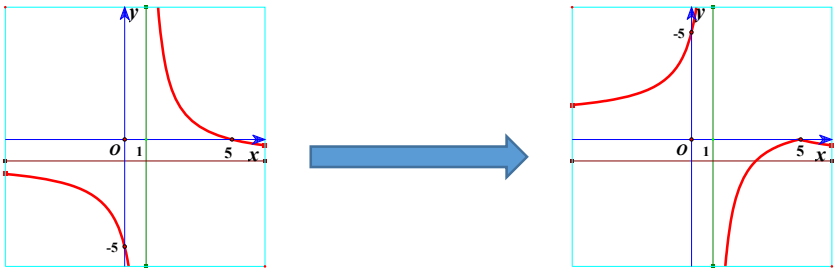
Ta có: $\dfrac{|x-5|}{1-x}=\begin{cases}\dfrac{x-5}{1-x} & \text{khi } x\geq 5\\ -\dfrac{x-5}{1-x} & \text{khi } x<5\end{cases}$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x-5|}{1-x}$ bao gồm:

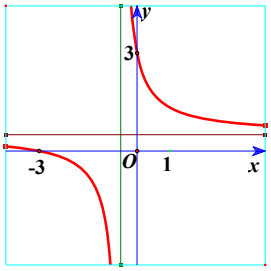
+ Phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-5}{1-x}$ trên miền $x\geq 5$.

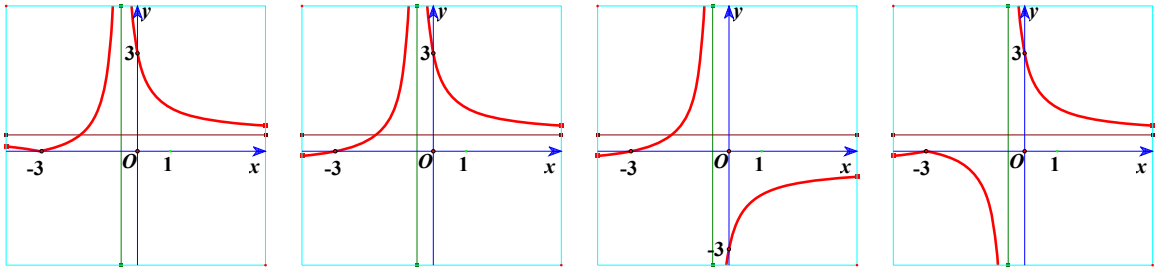
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-5}{1-x}$ trên miền $x<5$ qua Ox.

Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 13: Hàm số $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+3}{|2x+1|}$?





A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C):y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'):y=|u(x)|.v(x)$.

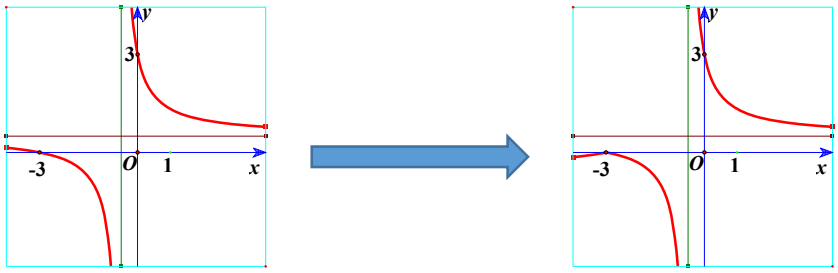
Ta có: $\dfrac{x+3}{|2x+1|}=\begin{cases}\dfrac{x+3}{2x+1} & \text{khi } x>-\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{x+3}{2x+1} & \text{khi } x<-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{|2x+1|}$ bao gồm:

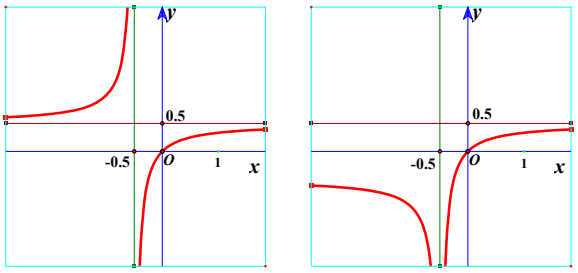
+ Phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$ trên miền $x>-\dfrac{1}{2}$.

+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$ trên miền $x<-\dfrac{1}{2}$ qua Ox.

Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1. Hình 2.

A. $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$.

B. $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$.

C. $y=\dfrac{|x|}{2x+1}$.

D. $y=\dfrac{x}{|2x+1|}$.

Lời giải:

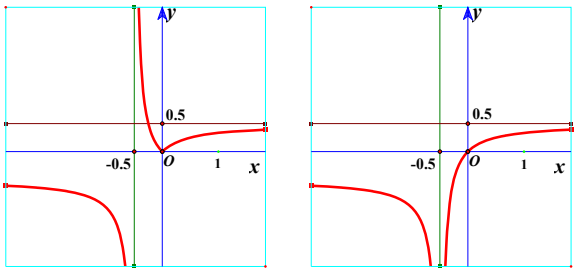
Chọn D

Đồ thị hàm số ở Hình 2 có phần ở dưới trục hoành nên loại phương án A.

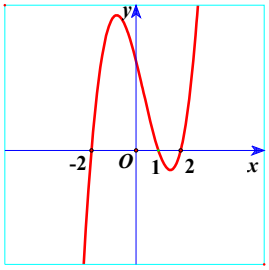
Đồ thị hàm số ở Hình 2 không đối xứng qua trục tung nên loại phương án B.

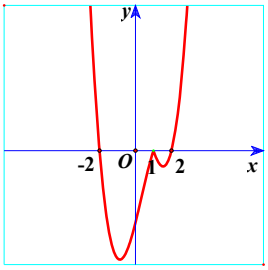
Đồ thị các hàm số trong các phương án C. và D. như sau:

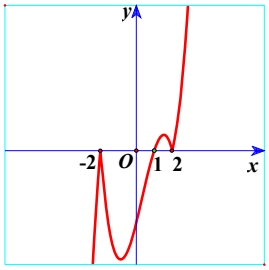
C. D.

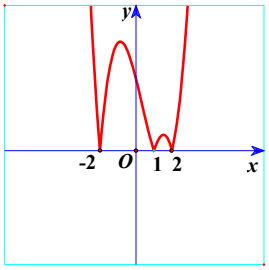


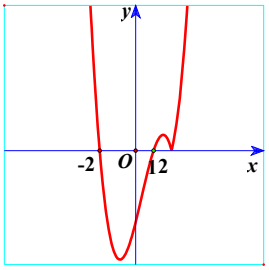
Câu 15: Hàm số $y=(x-1)(x^2-4)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=(x-1)|x^2-4|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

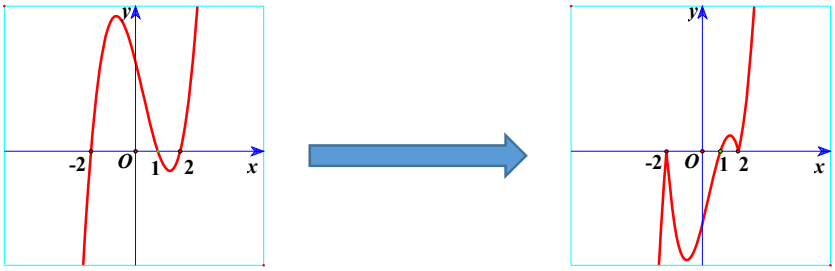
Ta có: $(x-1)|x^2-4| = \begin{cases} (x-1)(x^2-4) & \text{khi } x \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty) \\ -(x-1)(x^2-4) & \text{khi } x \in (-2;2) \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = (x-1)|x^2-4|$ bao gồm:

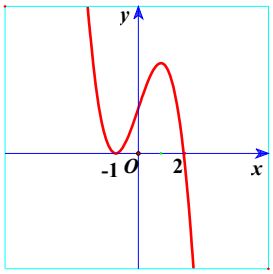
+ Phần đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2-4)$ trên miền $x \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

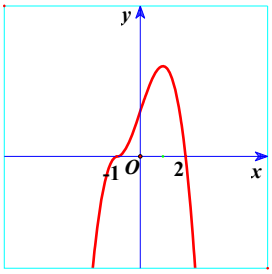
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2-4)$ trên miền $x \in (-2;2)$ qua Ox.

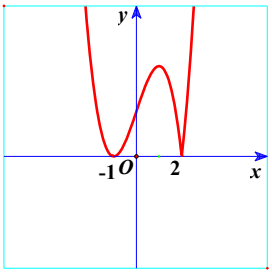
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:

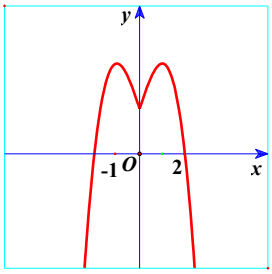


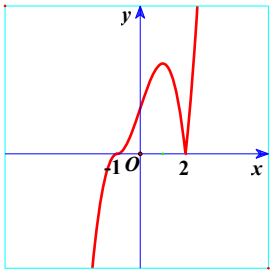
Câu 16: Hàm số $y = (2-x)(x+1)^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x+1)|(2-x)(x+1)|$?











A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn D

Đây là dạng bài từ đồ thị $(C): y=u(x).v(x)$, suy ra đồ thị $(C'): y=|u(x)|.v(x)$.

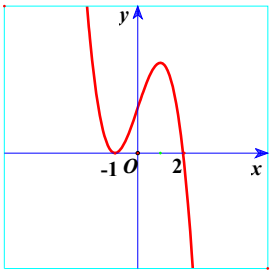
Ta có: $|(2-x)(x+1)|=\begin{cases}(2-x)(x+1) & \text{khi } x\in[-1;2]\\ -(2-x)(x+1) & \text{khi } x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)\end{cases}$

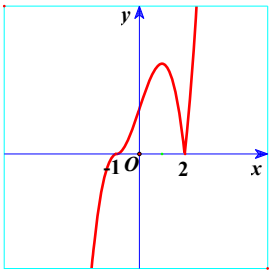
Do đó, đồ thị $y=(x+1)|(2-x)(x+1)|$ bao gồm:

+ Phần đồ thị hàm số $y=(2-x)(x+1)^2$ trên miền $x\in[-1;2]$.

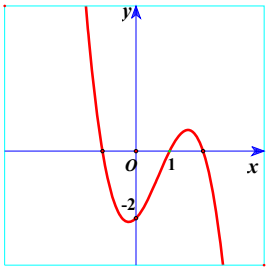
+ Phần đối xứng với phần đồ thị hàm số $y=(2-x)(x+1)^2$ trên miền $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ qua Ox.

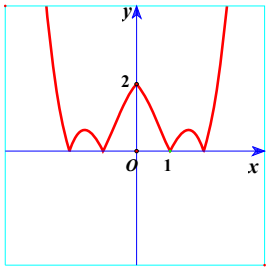
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 17: Cho hàm số $y=-x^3+2x^2+x-2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?





Hình 1. Hình 2.

A. $y=|-x^3+2x^2+x-2|$. **B.** $y=-|x|^3+2x^2+|x|-2$.

C. $y=|-|x|^3+2x^2+|x|-2|$. **D.** $y=-(-x^3+2x^2+x-2)$.

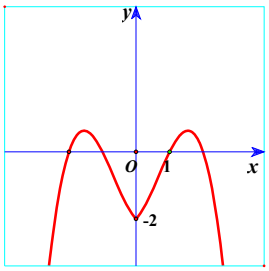
Lời giải:

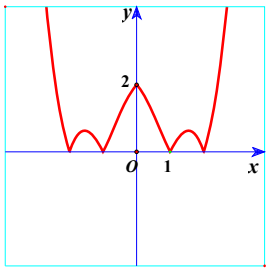
Chọn C

Đồ thị hàm số ở Hình 2 đối xứng qua trục tung (hàm số chẵn) nên loại phương án A. và D.

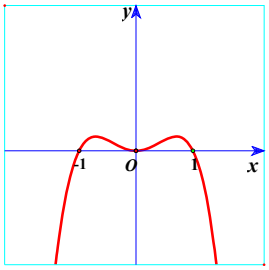
Đồ thị các hàm số trong các phương án B. và C. như sau:

B. C.

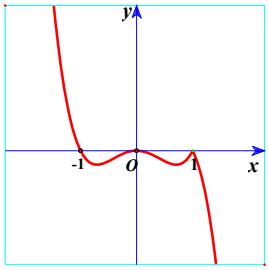




Câu 18: Cho hàm số $y=-x^4+x^2$ có đồ thị như Hình 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là Hình 2?



Hình 1.



Hình 2.

A. $y=-x^2\left|(x+1)(x-1)\right|$.

B. $y=-x^2(x+1)\left|x-1\right|$.

C. $y=-x^2(x-1)\left|x+1\right|$.

D. $y=\left|-x^2(x+1)(x-1)\right|$.

Lời giải:

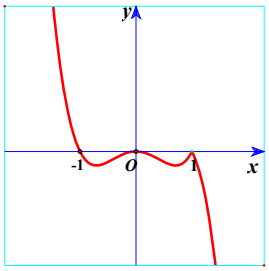
Chọn B

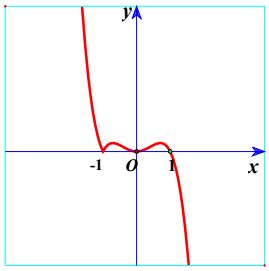
Đồ thị hàm số ở Hình 2 không nằm trên trục hoành nên loại phương án D.

Phương án A. bị loại do hàm số $y=-x^2\left|(x+1)(x-1)\right|=-\left|x^2(x+1)(x-1)\right|\le 0$ nên đồ thị nằm bên dưới trục hoành .

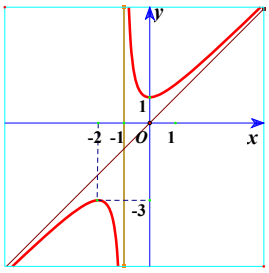
Đồ thị các hàm số trong các phương án B. và C. như sau:

B. C.





Câu 19: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.



Giá trị của m để phương trình $\dfrac{x^2+x+1}{|x+1|}=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt là:

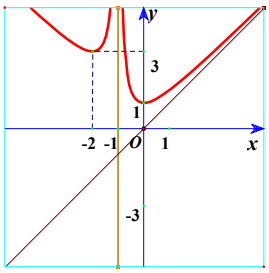
A. $m<3$. **B.** $m>3$.

C. Không có m thỏa mãn. **D.** $m=3$.

Lời giải:

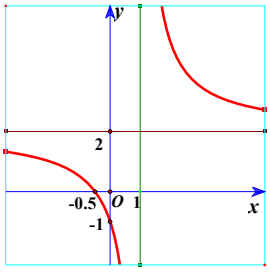
Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{|x+1|}$ là hình bên.



Khi đó số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2+x+1}{|x+1|}=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=\dfrac{x^2+x+1}{|x+1|}$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt là $m=3$.

Câu 20: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.



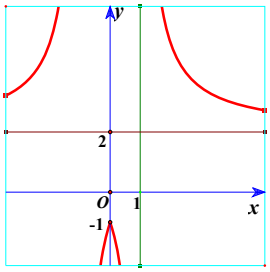
Giá trị của m để phương trình $\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}=m$ có đúng 2 nghiệm âm phân biệt là:

A. $m>-1$. **B.** $m>2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m<2$.

Lời giải:

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}$ là hình bên.

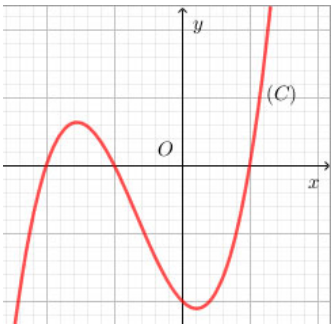


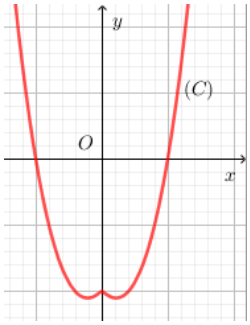
Khi đó số nghiệm của phương trình $\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có đúng 2 nghiệm âm phân biệt là $m<-1$.

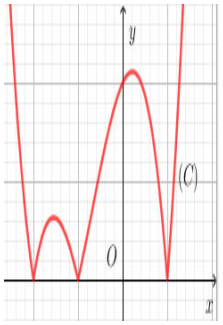
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

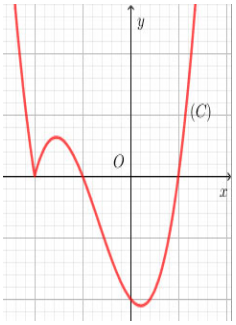
Câu 1. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

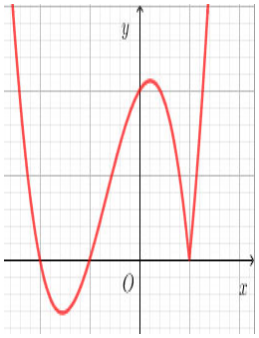
Biết đồ thị của hàm số $y=\left|x^3+2x^2-x-2\right|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

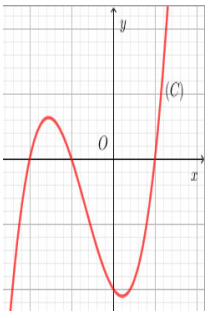
Chọn B

Đây là dạng câu hỏi từ đồ thị $y=f(x)$ suy ra đồ thị $y=\left|f(x)\right|$. Nên:

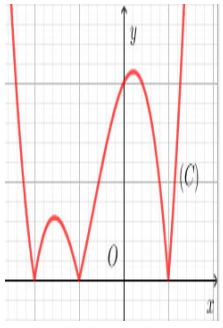
Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục Ox (cả những điểm thuộc trục Ox) của (C)

Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox của (C) qua trục Ox.

Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ:





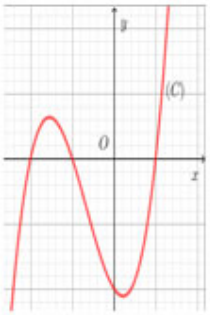


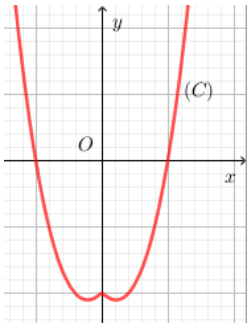
Chú ý:

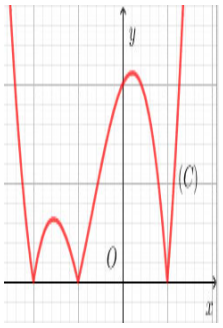
+) Nếu để ý $y=\left|f(x)\right|\geq 0$ (đồ thị nằm phía trên trục Ox, không có phần phía dưới Ox) ta có thể loại bỏ được ngay các phương án "nhiễu xa" A, B, C. Khi đó ta chọn được phương án B.

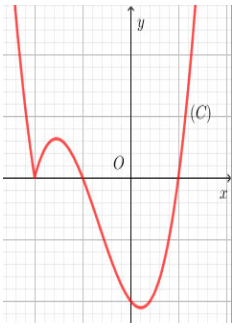
Câu 2. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

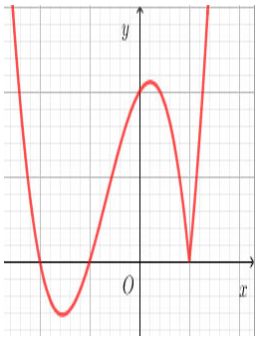
Biết đồ thị của hàm số $y=\left|x^3\right|+2x^2-\left|x\right|-2$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

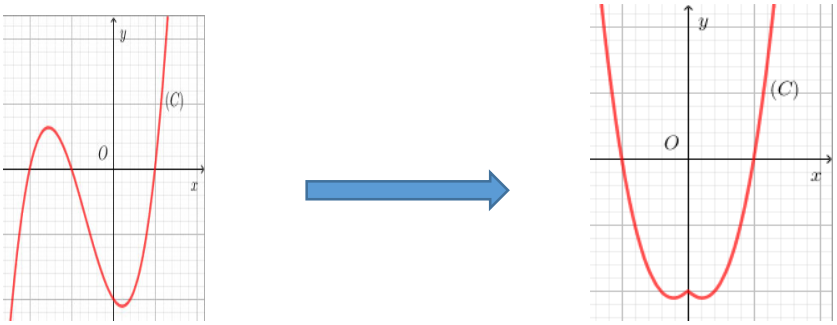
Chọn A

Đây là dạng câu hỏi từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, suy ra đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ (với chú ý $x^2=|x^2|$). Nên:

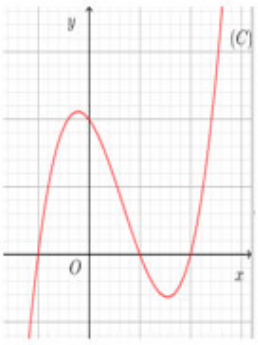
Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị phíabên phải trục Oy (cả những điểm thuộc trục Oy) của (C) và xóa toàn bộ phần đồ thị phía bên trái của trục Oy của (C).

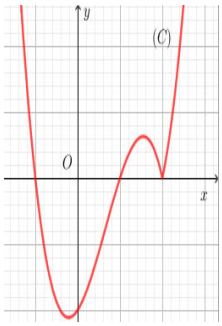
Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị (C) được giữ lại ở bước 1 qua trục Oy.

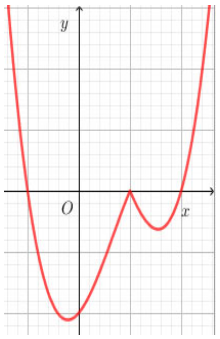
Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ.

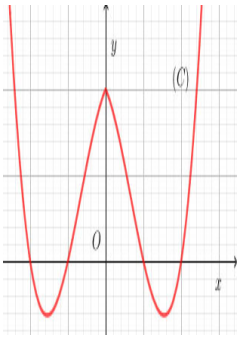


Câu 3. **(Đề tham khảo - BGD&ĐT - 2017)**. Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn A

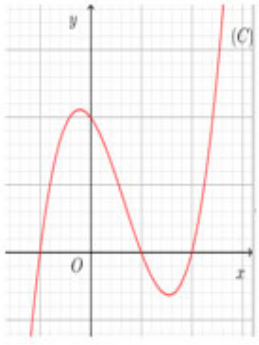
Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-2)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow x=2; x=\pm 1$

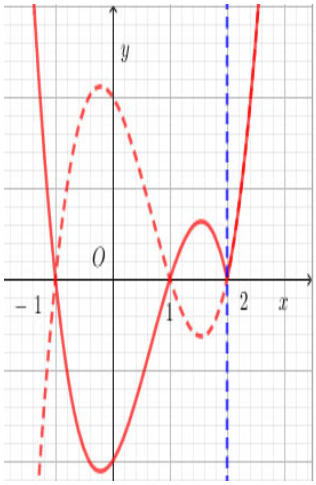
Ta có: $y=|x-2|(x^2-1)=\begin{cases}(x-2)(x^2-1) & \text{khi } x\geq 2 \ (C_1)\\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } x<2 \ (C_2)\end{cases}$

Như vậy, đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$ gồm hai phần:

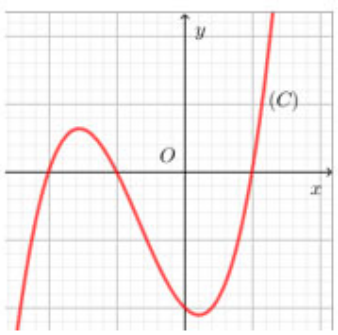
+) Phần 1: Là phần đồ thị (C_1) được giữ lại từ đồ thị $(C): y=(x-2)(x^2-1)$ trên miền $x\geq 2$.

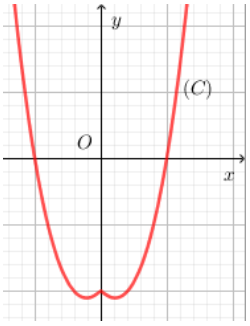
+) Phần 2: Là phần đồ thị (C_2) được tạo ra khi ta lấy toàn bộ phần đồ thị $(C): y=(x-2)(x^2-1)$ trên miền $x<2$ đối xứng qua trục Ox.

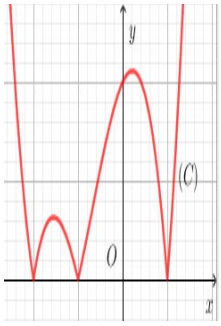


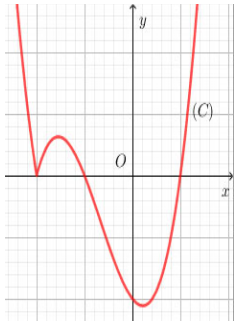


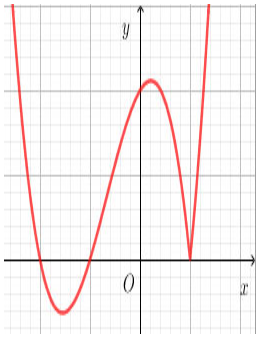
Câu 4. Cho hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị của hàm số $y=|x+2|\left(x^2-1\right)$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

Viết lại $y=x^3+2x^2-x-2=(x+2)\left(x^2-1\right)$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $(x+2)\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow x=-2;x=\pm1$.

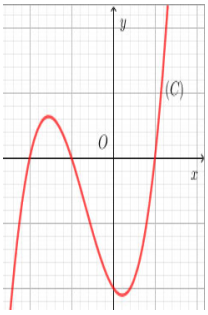
Ta có $y=|x+2|\left(x^2-1\right)=\begin{cases}(x+2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x\geq-2\,(C_1)\\ -(x+2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x<-2\,(C_2)\end{cases}$

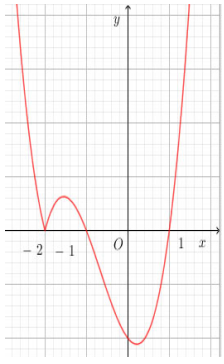
Như vậy đồ thị của hàm số $y=|x+2|\left(x^2-1\right)$ gồm hai phần:

+) Phần 1: Là phần đồ thị (C_1) được giữ lại từ đồ thị (C) trên miền $x\geq-2$.

+) Phần 2: Là phần đồ thị (C_2) được tạo ra khi lấy toàn bộ phần đồ thị (C) trên miền $x<-2$ đối xứng qua trục Ox.

Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ sau:

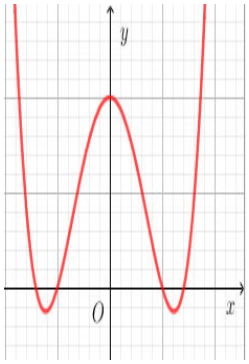


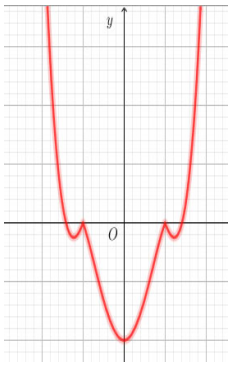


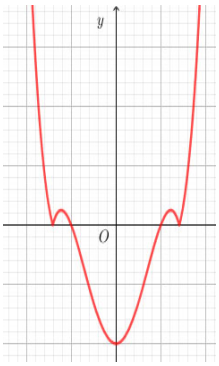
Chú ý:

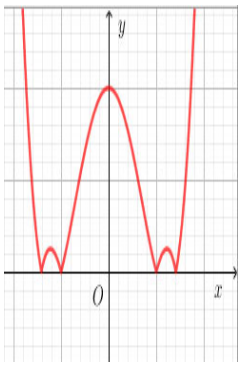
+) Ở hình 4 chính là đồ thị của hàm số $y=|x-1|\left(x^2+3x+2\right)$.

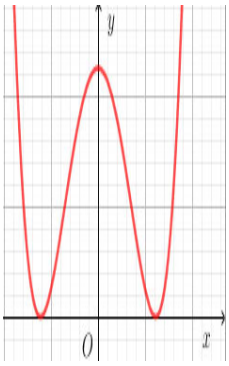
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

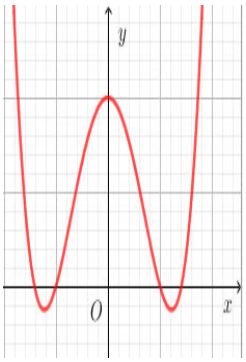
Chọn C

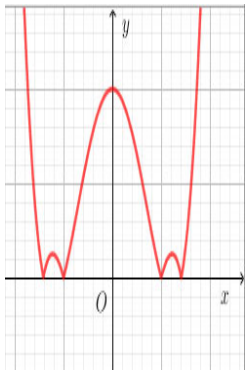
Đây là dạng câu hỏi từ đồ thị $y=f(x)$, suy ra đồ thị $y=|f(x)|$. Nên:

Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục Ox (Cả những điểm thuộc Ox) của (C).

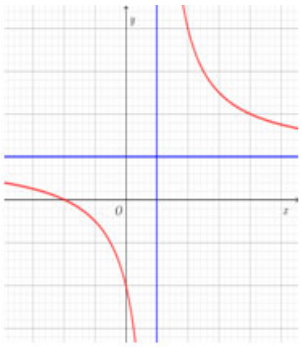
Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox của (C) qua trục Ox.

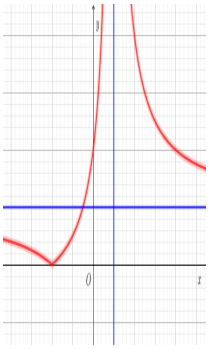
Khi đó, ta được đồ thị như hình vẽ.

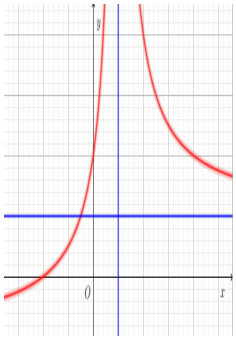


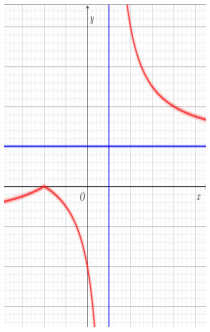


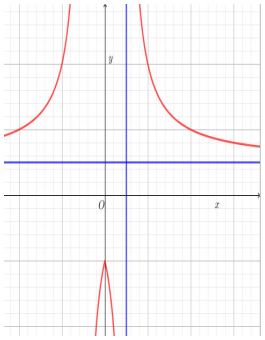
Câu 6. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+2|}{x-1}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là: $\frac{x+2}{x-1}=0 \Leftrightarrow x=-2$

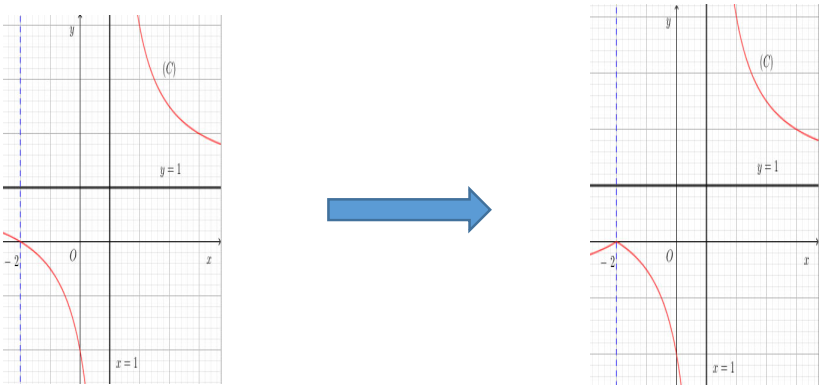
Ta có: $y=\frac{|x+2|}{x-1}=\begin{cases}\frac{x+2}{x-1}=f(x) & khi \quad x\geq -2 \quad (C_1)\\ -\frac{x+2}{x-1}=-f(x) & khi \quad x<-2 \quad (C_2)\end{cases}$

Như vậy, đồ thị hàm số $y=\frac{|x+2|}{x-1}$ gồm hai phần:

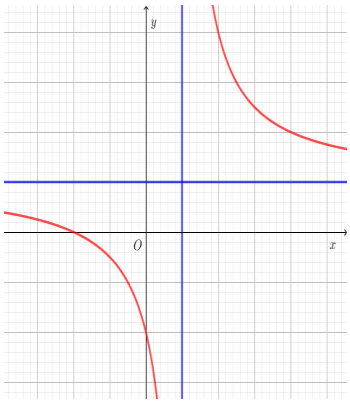
+) Phần 1: Là phần đồ thị (C_1) được giữ lại từ đồ thị (C) trên miền $x\geq -2$.

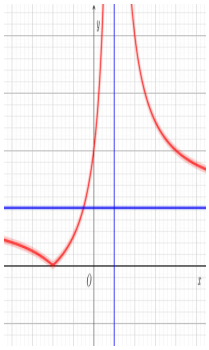
+) Phần 2: Là phần đồ thị (C_2) được tạo ra khi ta lấy toàn bộ phần đồ thị (C) trên miền $x<-2$ đối xứng qua trục Ox.

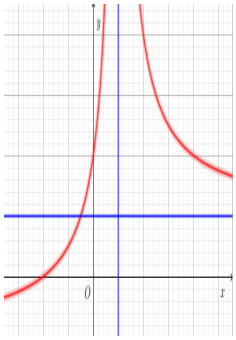
Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ:

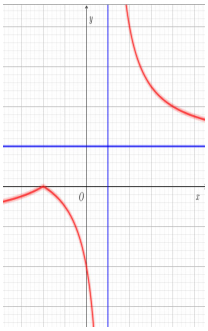


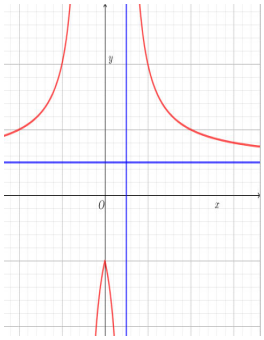
Câu 7. Hàm số $y=f(x)=\frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{|x-1|}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

Chọn B

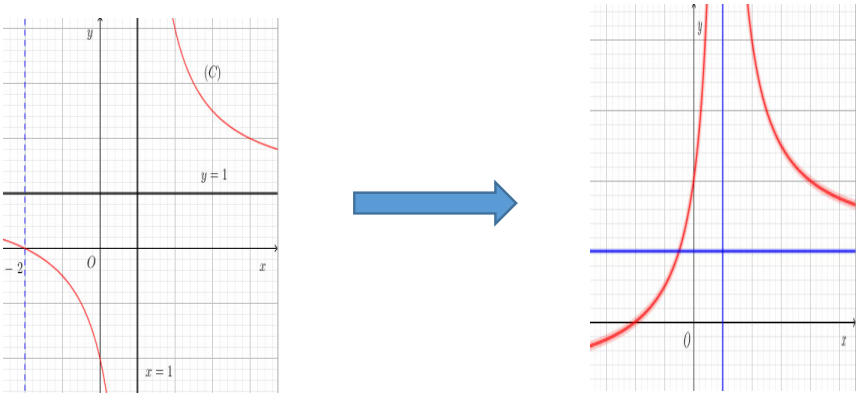
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là: $\frac{x+2}{x-1}=0 \Leftrightarrow x=-2$

Ta có: $y=\frac{x+2}{|x-1|}=\begin{cases}\frac{x+2}{x-1}=f(x) & khi \quad x>1 \quad (C_1)\\ -\frac{x+2}{x-1}=-f(x) & khi \quad x<1 \quad (C_2)\end{cases}$

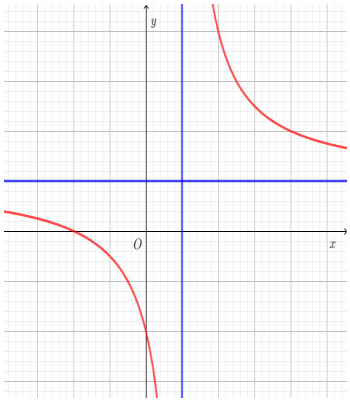
Như vậy, đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{|x-1|}$ gồm hai phần:

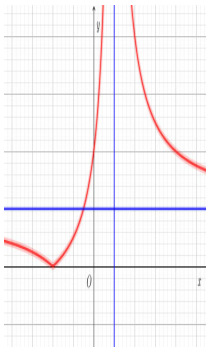
+) Phần 1: Là phần đồ thị (C_1) được giữ lại từ đồ thị (C) trên miền $x>1$.

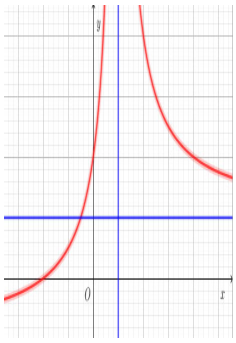
+) Phần 2: Là phần dồ thị (C_2) được tạo ra khi ta lấy toàn bộ phần đồ thị (C) trên miền $x<1$ đối xứng qua trục Ox. Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ:

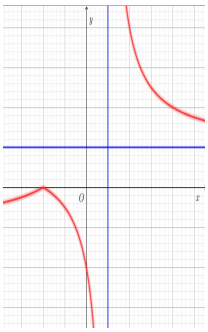


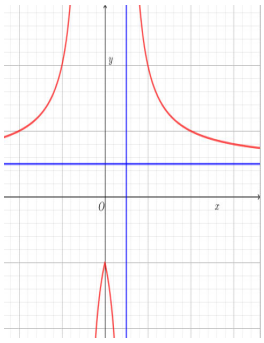
Câu 8. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?











A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

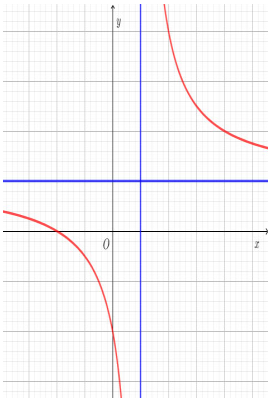
Chọn A

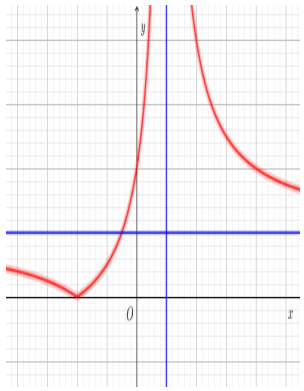
Đây là dạng câu hỏi từ đồ thị $y=f(x)$, suy ra đồ thị $y=|f(x)|$. Nên:

Bước 1: Giữ ngên phần đồ thị phía trên trục Ox (cả những điểm thuộc Ox) của (C).

Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox của (C)qua Ox.

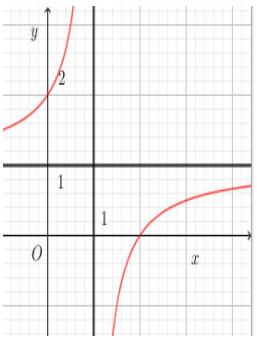
Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ:





Chú ý: Nếu để ý $y=|f(x)|\geq 0$ *(đồ thị nằm phía trên trục Ox, không có phần phía dưới trục Ox) ta có thể loại bỏ ngay được các phương án "nhiễu xa" B, C,* ***D.*** *Khi đó ta cọn được phương án A.*

Câu 9. (Chuyên Vinh- Lần 3) Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên . Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có hai nghiệm phân biệt là :



A. $m\geq 2$ hoặc $m\leq 1$.

B. $0<m<1$.

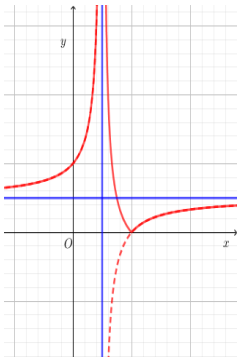
C. $m>2$ hoặc $m<1$

D. $0<m<1$ hoặc $m>1$

Lời giải:

Chọn D

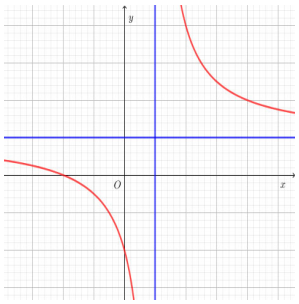
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, ta suy ra đồ thị của hàm số $y=|f(x)|=\left|\dfrac{ax+b}{cx+d}\right|$ (như hình bên).

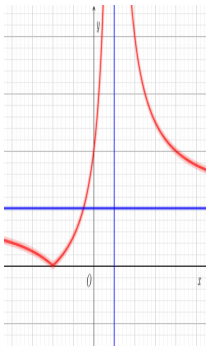
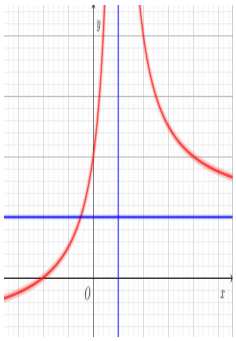
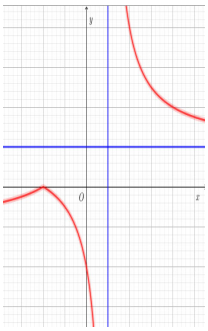
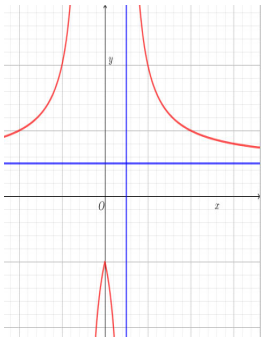


Khi đó số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m>1 \end{array}\right.$

Câu 10. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|+2}{|x|-1}$ là một trong các hình dưới đây, đó là hình nào?



A. Hình 1 **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải:

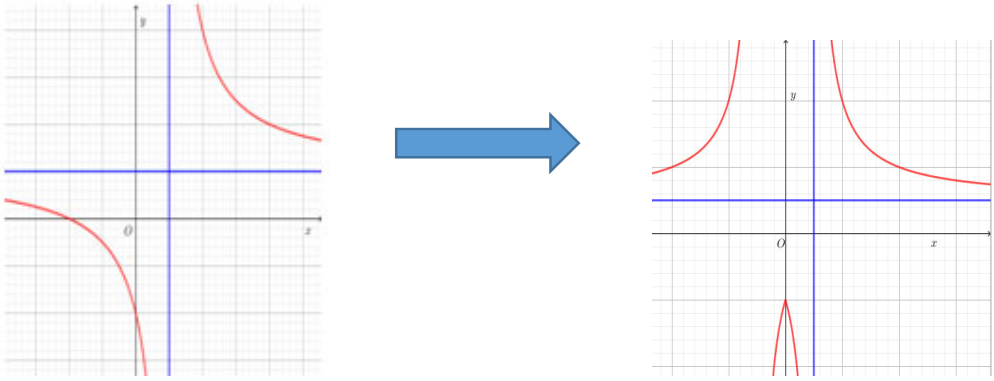
Chọn D

Đây là dạng câu hỏi từ đồ thị $y=f(x)$, suy ra đồ thị $y=f\left(|x|\right)$. Nên:

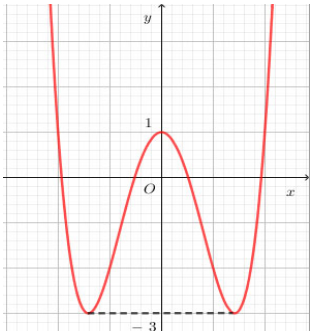
Bước 1: Giữ toàn bộ phần phía bên phải của trục Oy (cả những điểm thuộc trục Oy) của (C) và xóa toàn bộ phần đồ thị phía bên trái Oy của (C).

Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị (C) được giữ lại ở bước 1 qua trục Oy.

Khi đó ta được đồ thị như hình vẽ:



Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trùng phương $y=f(x)$. Giá tri của m để phương trình $|f(x)|=m$ có sáu nghiệm đôi một khác nhau là:

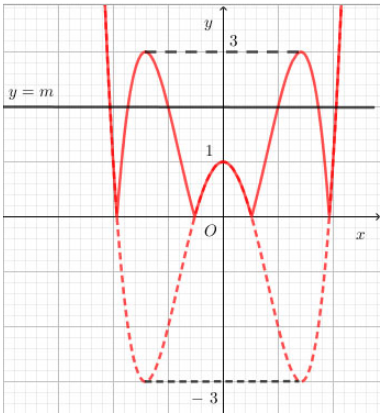


A. $-3<m<1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=0$ hoặc $m=3$ **D.** $1<m<3$

Lời giải:

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ (như hình bên)



Khi đó số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có sáu nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1<m<3$

Chú ý:

+) Nếu câu hỏi là: Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có

- *2 nghiệm phân biệt* $\Leftrightarrow m>3$.
- *4 nghiệm phân biệt* $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.
- *6 nghiệm phân biệt* $\Leftrightarrow 1<m<3$.
- *7 nghiệm phân biệt* $\Leftrightarrow m=1$.
- *8 nghiệm phân biệt* $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2|x^2-8|=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $m=16$. **B.** $m=0$. **C.** $-16<m<0$. **D.** $0<m<16$.

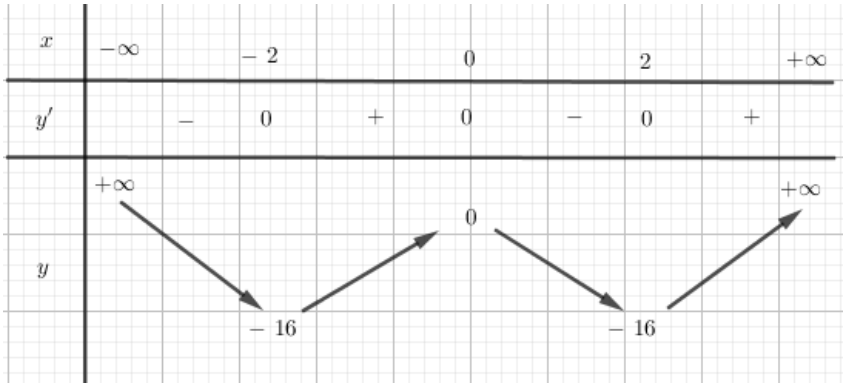
Lời giải:

Chọn A

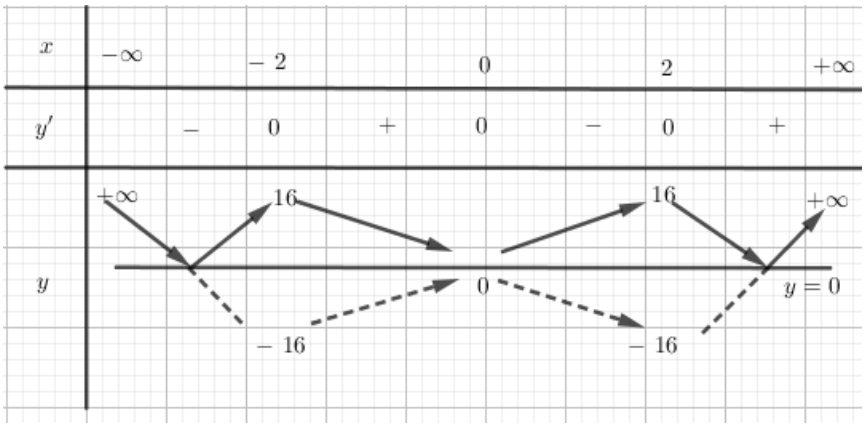
Xét hàm số $y=f(x)=x^2\left(x^2-8\right)$

$$y'=4x^3-16x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=0 \\ x=2\Rightarrow y=-16 \\ x=-2\Rightarrow y=-16 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:



Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|=x^2|x^2-8|$



Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương song song hoặc trùng với trục Ox).

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy mới $m=16$ thì đường thẳng $y=m$ cắt $y=|f(x)|$ tại 4 điểm.

Câu 13. Tìm m để đồ thị hàm số $y=1+|x^4-2x^2|$ cắt đường thẳng $y=4^m$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $-1<m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $0<m<\frac{1}{2}$.

Lời giải:

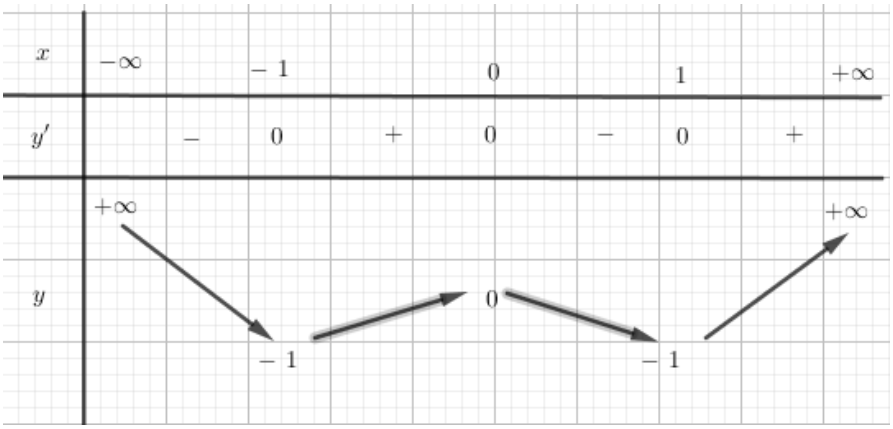
Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $1+|x^4-2x^2|=4^m \Leftrightarrow |x^4-2x^2|=4^m-1\ (*)$

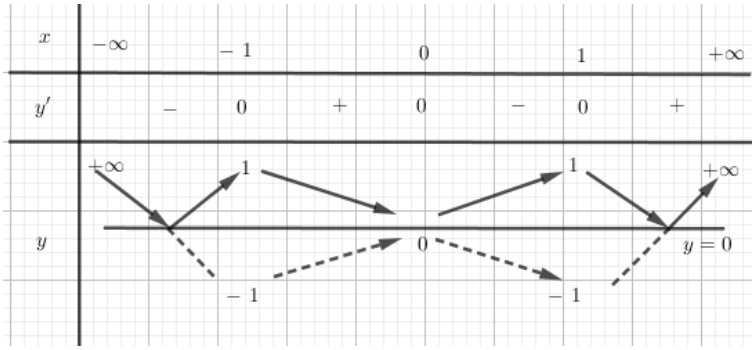
Xét hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2$

$$y'=4x^3-4x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=0 \\ x=1\Rightarrow y=-1 \\ x=-1\Rightarrow y=-1 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:



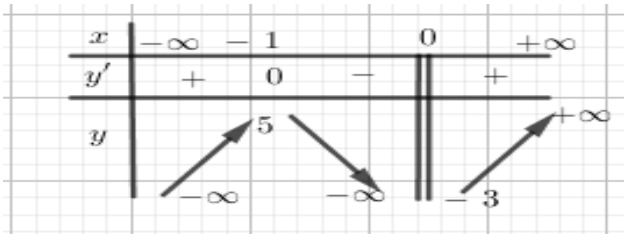
Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|=|x^4-2x^2|$:



Ta cần phương trình $(*)$ có 6 nghiệm phân biệt, suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=4^m-1$ (có phương song song hoặc trùng Ox) cắt nhau tại 6 điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy đường thẳng $y=4^m-1$ cắt $y=|f(x)|$ tại 6 điểm khi và chỉ khi: $0<4^m-1<1\Leftrightarrow 1<4^m<2\Leftrightarrow 0<2m<1\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác địnhvà có bảng biến thiên như sau:



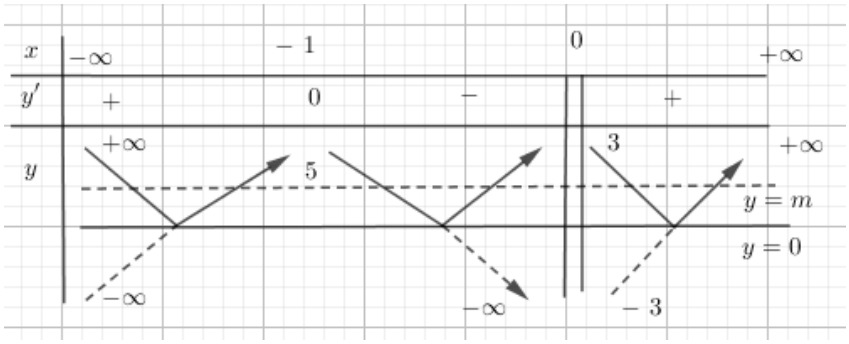
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 7 .

Lời giải:

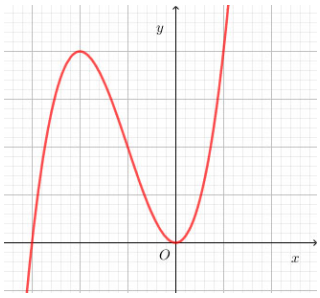
Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra được bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương song song hoặc trùng Ox). Do đó, để phương trình có 6 nghiệm thực phân biệt thì $0<m<3\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{1;2\}$: có 2 giá trị nguyên.

Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình dạng như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

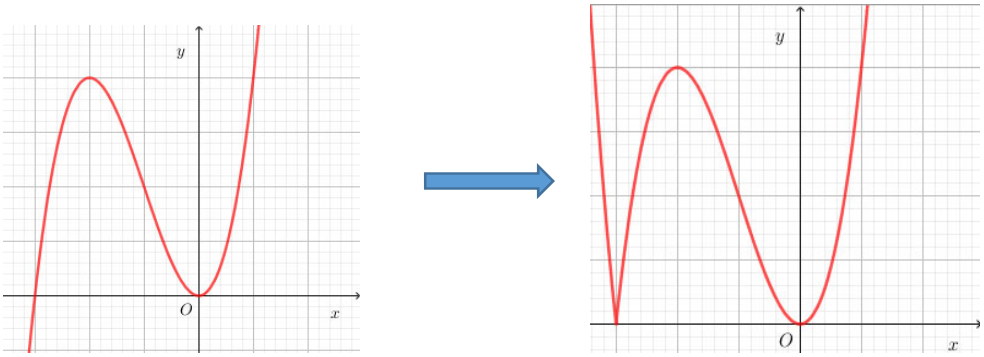


A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải:

Chọn D

Cách 1: Từ đồ thị $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ như sau:



Dựa vào đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ ta nhận được 3 điểm cực trị.

Cách 2: (Áp dụng định nghĩa). $y=f(x)=\sqrt{f^2(x)}\Rightarrow y'=\dfrac{2f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

$$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0(1)\\f'(x)=0(2)\end{array}\right.$$

Số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của dồ thị $y=f(x)$ và trục hoành $y=0$ nên ta có 2 nghiệm, trong đó có nghiệm $x=0$ là nghiệm bội chẵn (vì đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ). Còn số nghiệm của (2) là số cực trị của hàm số $y=f(x)$, dựa vào đồ thị suy ra (2) có 2 nghiệm (không có nghiệm bội chẵn- vì nó là các điểm cực trị). Vậy tổng số nghiệm của (1) và (2) là 4, nhưng có một nghiệm bội chẵn $x=0$ và tạo ra nghiệm bội lẻ). Do đó có 3 điểm thỏa mãn điều kiện đủ để là cực trị. Vậy đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Câu 16. Hàm số $y=\left|x^3\right|-3x^2+2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3. **D.** Không có cực trị.

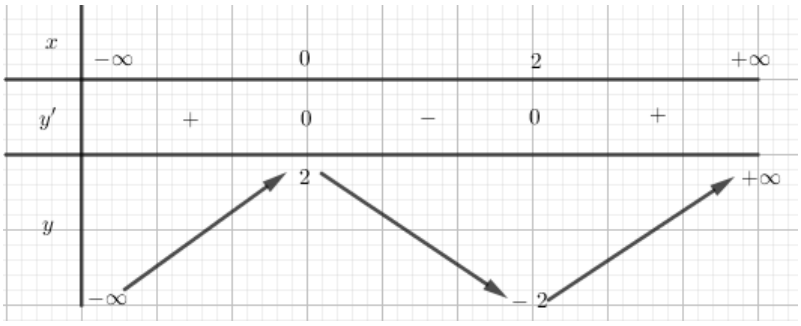
Lời giải:

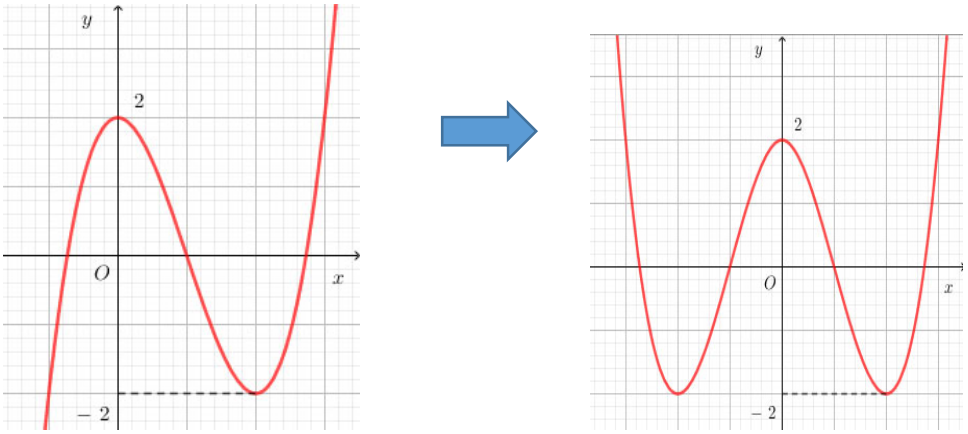
Chọn C

Cách 1: Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$

Ta có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$

Bảng biến thiên:





Từ đồ thị $y=x^3-3x^2+2=f(x)$, suy ra $y=f\left(|x|\right)=x^3-3x^2+2$, suy ra hàm số có 3 cực trị.

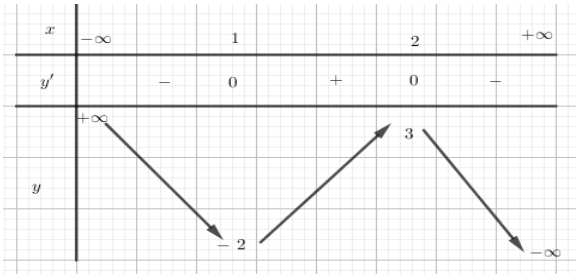
Cách 2: (Dùng định nghĩa)

Viết lại: $y=\left|x^3\right|-3x^2+2=\sqrt{x^6}-3x^2+2$. Suy ra $y'=\dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6}}-6x=\dfrac{3x^3}{|x|}-6x=\dfrac{3x.\left(x^2-2|x|\right)}{|x|}$

Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=2|x|\\ x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x=\pm 2$ và y' không xác định khi $x=0$.

Vì y' đi qua $x=\pm 2; x=0$ đổi dấy (thảo mãn điều kiện đủ) nên nó đều là các điểm cực trị. Suy ra hàm số có 3 cực trị.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



Khẳng định nào sau đây là **sai** khi nói về hàm số $y=|f(x)|$?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

B. Hàm số có 5 cực trị.

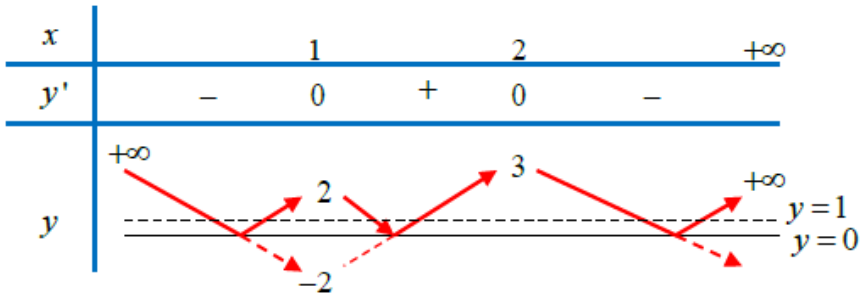
C. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại 6 điểm phân biệt.

D. Phương trình $\left(|f(x)|\right)'=0$ có nhiều hơn 2 nghiệm thực phân biệt.

Lời giải:

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:



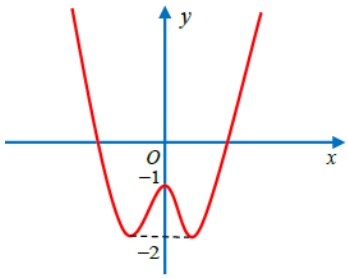
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ suy ra A, B, C đúng,suy ra D sai $\rightarrow$ Đáp án **D.**

Chú ý: Ở đây D sai là vì: $\left(|f(x)|\right)'=\left(\sqrt{f^2(x)}\right)'=\dfrac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}$*; Do đó:*

$\left(|f(x)|\right)'=0\Leftrightarrow\dfrac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}=0\Leftrightarrow f'(x)=0$ *có 2 nghiệm* $x=1;x=2$

(Vì hàm số $y=f(x)$ *có 2 điểm cực trị* $x=1;x=2$*). Đến đây nhiều bạn sẽ thắc mắc "sao phương trình* $\left(|f'(x)|\right)=0$ *chỉ có 2 nghiệm mà hàm số* $y=|f(x)|$ *lại có 5 điểm cực trị". Trả lời: " Vì có 2 nghiệm* $x=1;x=2$ *làm cho* $\left(|f'(x)|\right)=0$ *còn có 3 giá trị* x *làm cho hàm số không xác định nhưng nó vẫn là điểm cực trị (xem lại điều kiện cần và đủ trong bài giảng " tổng quan về cực trị của hàm số").*

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

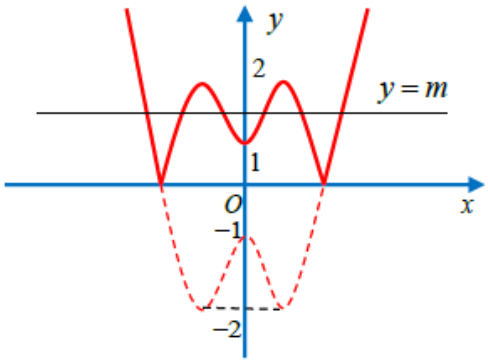


A. $0<m<4$. **B.** $-1<m<-2$. **C.** $1<m<2$. **D.** $-1<m<2$

Lời giải:

Chọn C

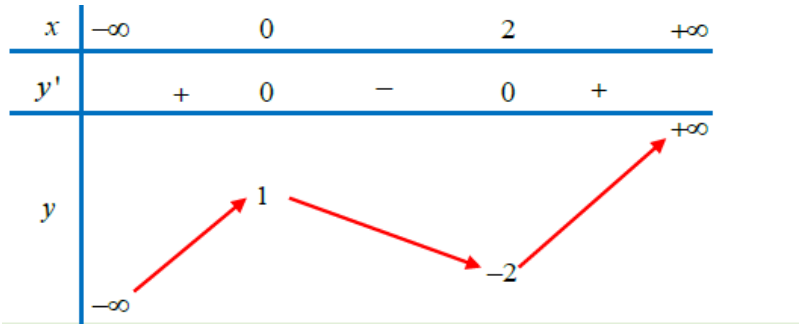
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ (như hình bên).



Khi đó số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1<m<2$

$\rightarrow$ Đáp án **C**.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



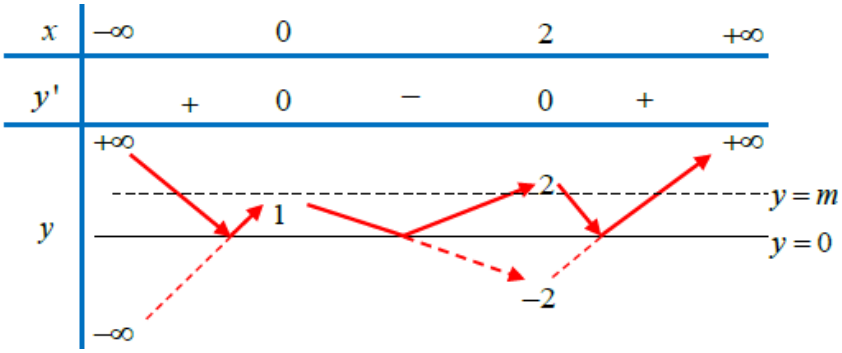
Gọi S là tập các giá trị thực của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt. Khi đó tập S là tập nào sau đây?

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=(-2;1)$. **C.** $S=(1;2)$. **D.** $S=[2;+\infty)$

Lời giải:

Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương song song hoặc trùng với trục Ox). Do đó, để phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt thì $1<m<2$ hay $S=(1;2)$

$\rightarrow$ Đáp án C

Chú ý:

Nếu câu hỏi là: Tìm tất cả các giá trị của m *để phương trình* $|f(x)|=m$ *có:*

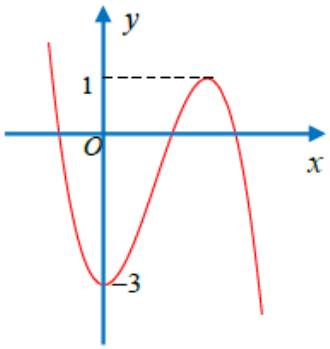
+ 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m<2$.

+3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$.

+ 5 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m=1$.

+ 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|f|x||=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

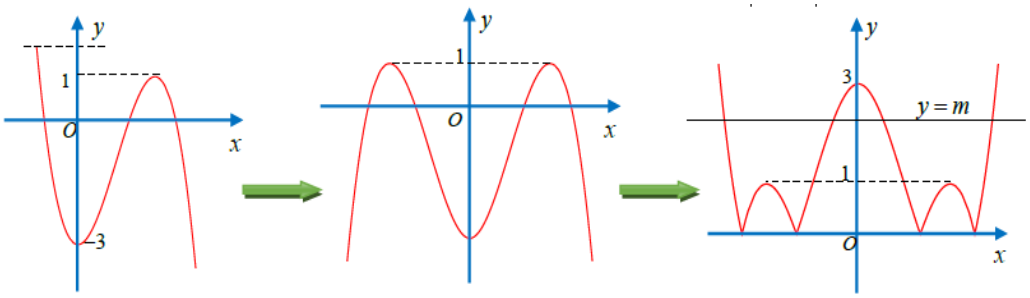


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số

Lời giải:

Chọn C

Từ đồ thị $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị $y=f(|x|)$, sau đó suy ra đồ thị $y=|f(|x|)|$ như sau:



$y=f(x)$ $y=f(|x|)$ $y=|f(|x|)|$

Ta có số nghiệm của phương trình $|f(|x|)|=m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(|x|)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương song song hoặc trùng với trục Ox). Do đó, để phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} 1<m<3 \\ m=0 \end{array}\right. \xrightarrow{m\in Z} m\in\{0;2\}$ hay có 2 giá trị m.

$\rightarrow$ Đáp án. **C.**

Chú ý: *Nếu câu hỏi là: Tìm tất cả các giá trị của* m *để phương trình* $|f(|x|)|=m$ *có*

2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>3$.

3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m=3$.

6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m=1$.

8 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $\dfrac{\left|x^4-2x^2-8\right|}{m^4-2m^2+9}=1$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 2

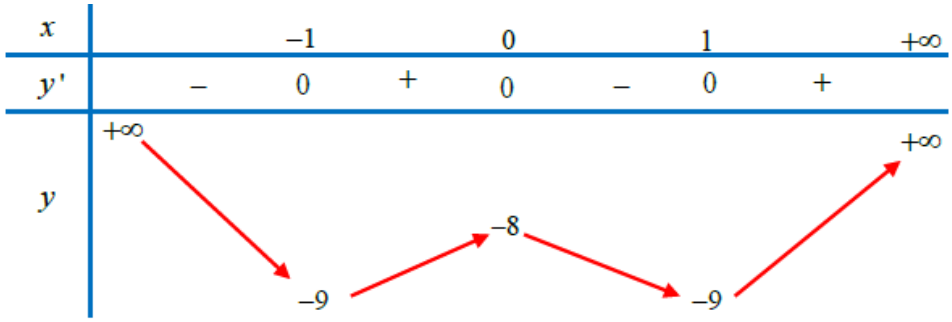
Lời giải:

Chọn D

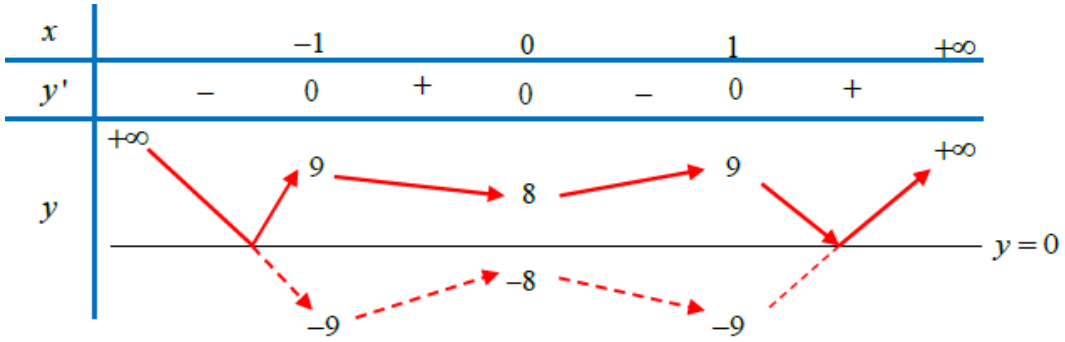
Xét hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2-8$

Ta có: $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=0\\x=\pm1\Rightarrow y=-1\end{array}\right.$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2-8$ là:



Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(x)\right|=\left|x^4-2x^2-8\right|$ là:

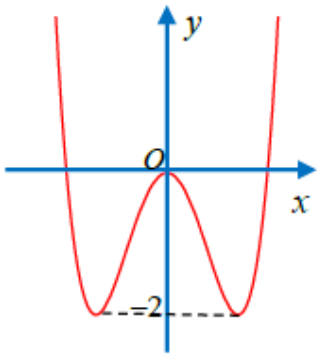


Ta có phương trình: $\dfrac{\left|x^4-2x^2-8\right|}{m^4-2m^2+9}=1\Leftrightarrow\left|x^4-2x^2-8\right|=m^4-2m^2+9$ (*)

Số nghiệm của (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|x^4-2x^2-8\right|$ và đương thẳng $y=m^4-2m^2+9$ (có phương trình song song hoặc trùng với trục Ox). Do đó để (*) có 5 nghiệm thực phân biệt, thì đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ và đường thẳng $y=m^4-2m^2+9$ cắt nhau tại 5 điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy đường thẳng $y=m^4-2m^2+9$ cắt $y=\left|x^4-2x^2-8\right|$ tại 5 điểm khi và chỉ khi:

$m^4-2m^2+9=8\Leftrightarrow m^4-2m^2+1=0\Leftrightarrow\left(m^2-1\right)^2=0\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm1$. Nghĩa là có 2 giá trị của m thỏa mãn $\rightarrow$ Đáp án **D.**

Câu 22. Cho hàm số $y=2x^4-4x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2\left|x^2-2\right|=m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.



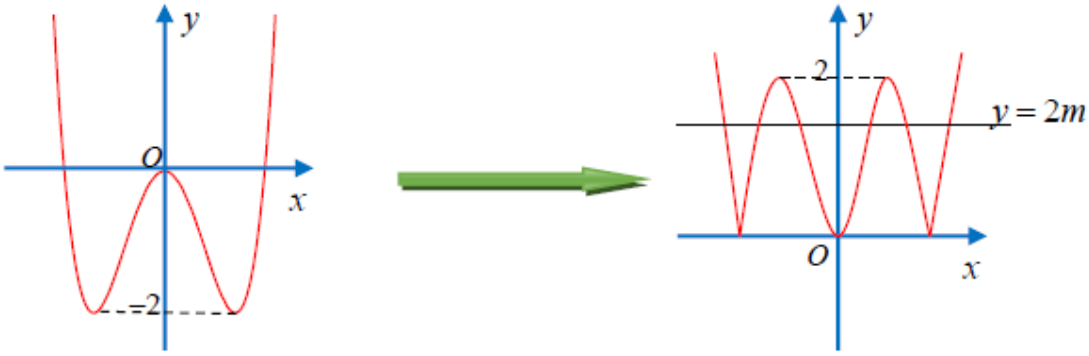
A. $0<m<2$. **B.** $0<m<1$.

C. $0<m<0,5$. **D.** $0,5<m<1$.

Lời giải:

Chọn B

Từ đồ thị $y=f(x)=2x^4-4x^2$ ta suy ra đồ thị $y=|f(x)|=|2x^4-4x^2|$ như sau:

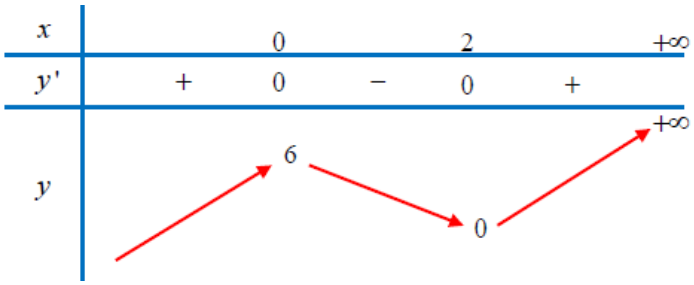


Biến đổi phương trình: $x^2|x^2-2|=m\Leftrightarrow|2x^4-4x^2|=2m$ (*)

Số nghiệm của (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|=|2x^4-4x^2|$ và đường thẳng $y=2m$ (có phương trình song song hoặc trùng với trục Ox).

Do đó để (*) có 6 nghiệm thực phân biệt, thì: $0<2m<2\Leftrightarrow 0<m<1\rightarrow$ Đáp án **B.**

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



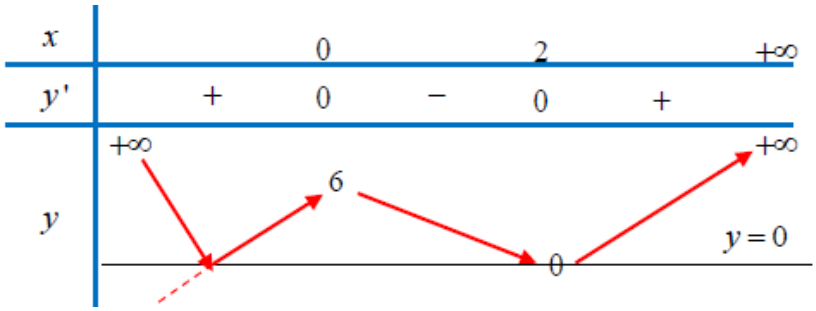
Phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<1<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<6$. **B.** $3<m<6$. **C.** $2<m<6$. **D.** $4<m<6$.

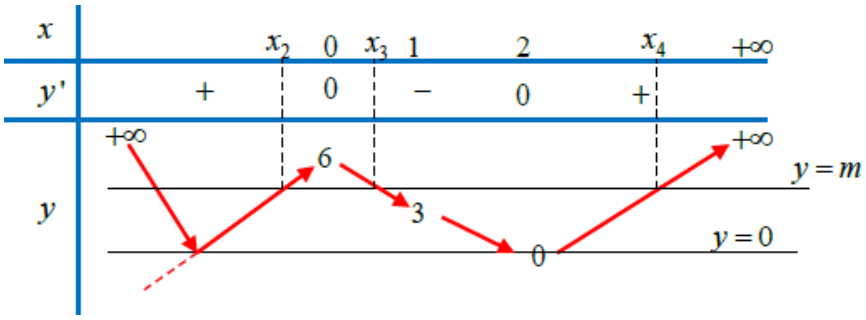
Lời giải:

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Vì bài toán quan tâm tới việc sắp thứ tự các nghiệm với giá trị $x=1$ do đó ta cần tính được giá trị của hàm số $x=1$. Ta nhận thấy $M(0;6)$ và $N(2;0)$ là hai điểm cực trị của hàm số. Khi đó, trung điểm $I(1;3)$ của MN cũng thuộc đồ thị hàm số hay $f(1)=3$ nên ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên này, suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn

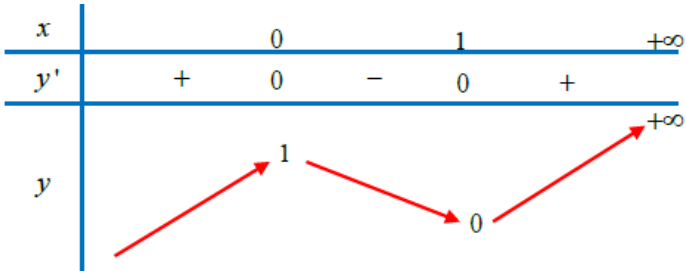
$x_1<x_2<x_3<1<x_4$ khi và chỉ khi $3<m<6 \rightarrow$ Đáp án **B**

Chú ý:

+) Ở bài toán này các bạn có thể "phác họa" nhanh đồ thị hàm $y=f(x)$ (đặc biệt quan tâm tới vị trí 2 điểm cực trị) để từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

+) Bài toán này có một "điểm nhấn " khá quan trọng là ta phải đi tính được $f(1)$ trong khi hàm số $y=f(x)$ chưa tường minh. Và để làm được điều này, ta cần nắm được tính chất " Trung điểm nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm bậc ba cũng thuộc hàm đồ thị (còn gọi là điểm uốn) ".

Câu 24. ***(Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 1)***. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:



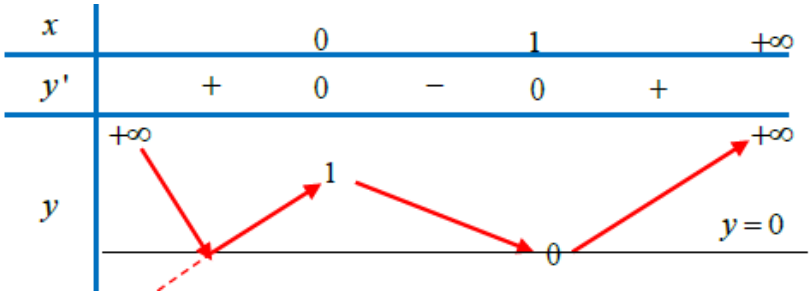
Khi đó phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m<1$. **B.** $0<m\le 1$. **C.** $\frac{1}{2}<m<1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

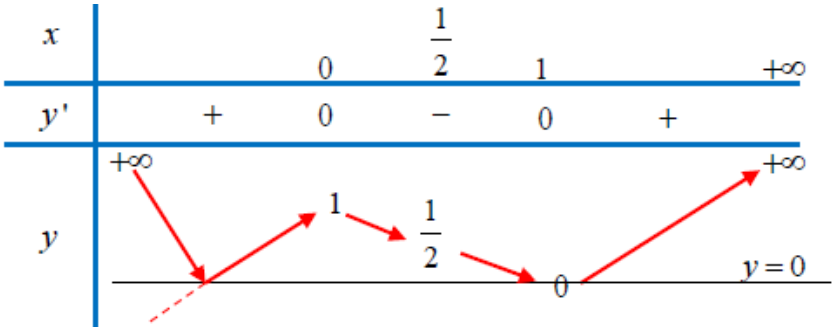
Lời giải:

Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

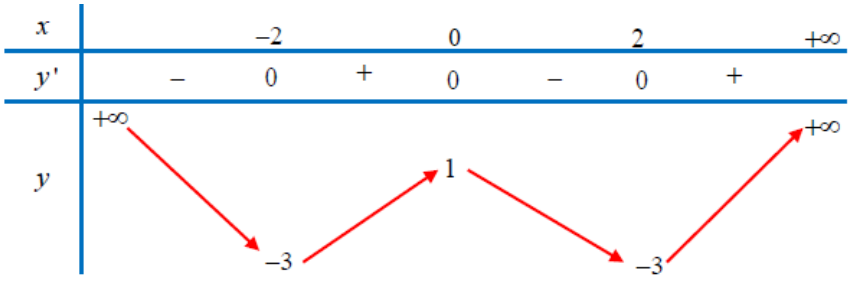


Vì bài toán quan tâm tới việc sắp thứ tự các nghiệm với giá trị $x=\frac{1}{2}$ do đó ta cần tìm được giá trị của hàm số tại $x=\frac{1}{2}$. Nhưng ta nhận thấy $M(0;1)$ và $N(1;0)$ là hai điểm cực trị của hàm số. Khi đó, trung điểm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ của MN cũng thuộc đồ thị hàm số hay $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ nên ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên này, suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2}<m<1\rightarrow$ Đáp án. **C.**

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



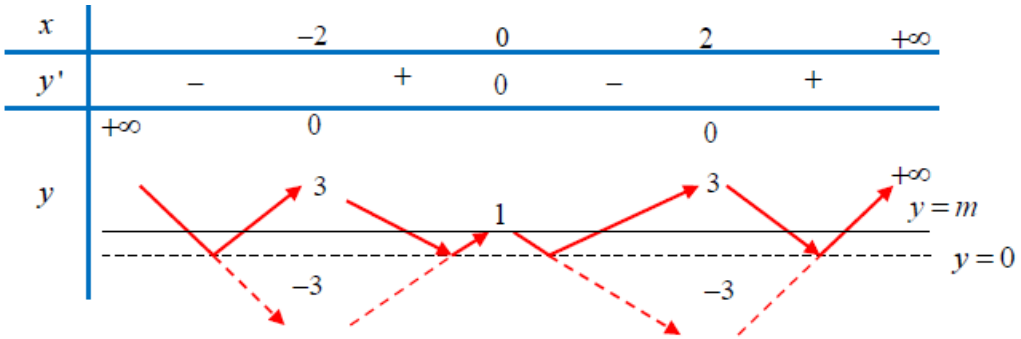
Tìm m để phương trình $|f(x)|=m$ có 7 nghiệm thực phân biệt?

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $1<m<3$. **D.** $0<m<1$.

Lời giải:

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ cũng chính là giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương trình song song hoặc trùng với trục Ox).

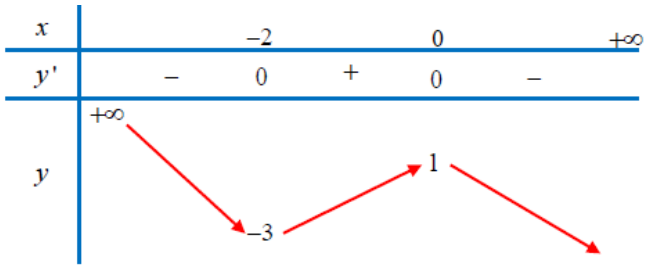
Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy với $m=1$ thì đường thẳng $y=m$ cắt $y=|f(x)|$ tại 7 điểm

→ Đáp án **B**

Chú ý:

Ở bài toán này các bạn có thể "phác họa" nhanh đồ thị hàm $y=f(x)$ (đặc biệt quan tâm tới vị trí 3 điểm cực trị) để từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Câu 26. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



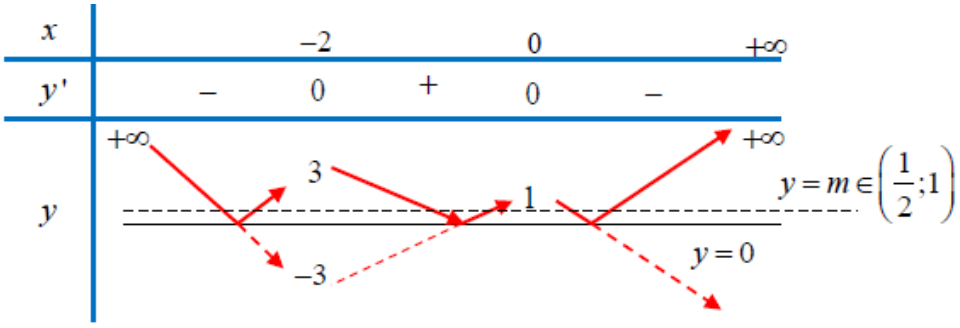
Với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải:

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (có phương trình song song hoặc trùng với trục Ox).

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy với $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ thì đường thẳng $y=m$ cắt $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 6 điểm hay phương trình có 6 nghiệm thực phân biệt. → Đáp án **D.**

Câu 27. Xác định tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|2x^3+\frac{3}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{m}{2}-1\right|$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $S=\left(-5;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$..

B. $S=\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};7\right)$.

C. $S=\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$..

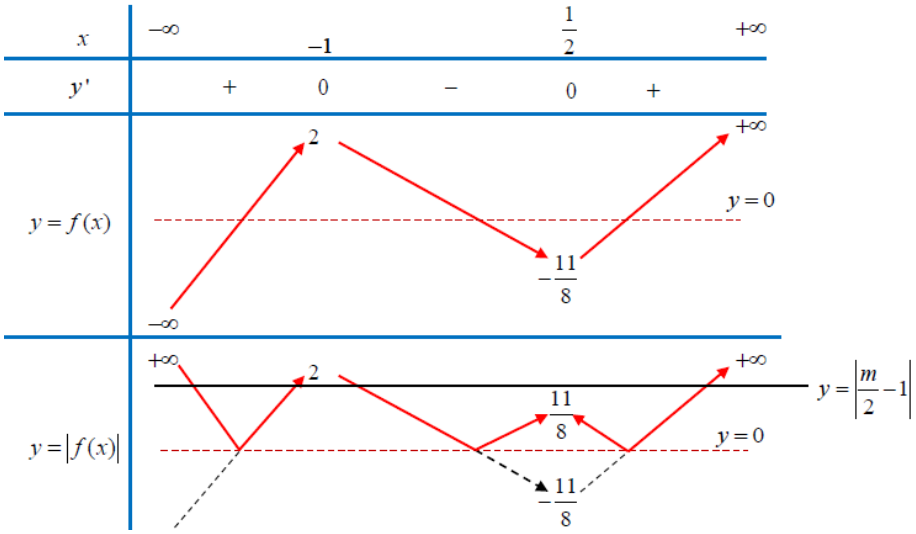
D. $S=\left(-3;-1\right)\cup\left(1;2\right)$.

Lời giải:

Chọn C

Xét hàm số $y=f\left(x\right)=2x^3+\frac{3}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}$.

Ta có $y'=6x^2+3x-3=3\left(2x^2+x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên:

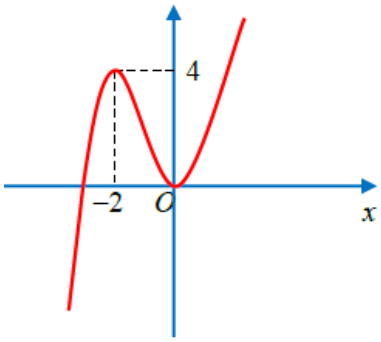


Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $\left|2x^3+\frac{3}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{m}{2}-1\right|$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi:

$$\frac{11}{8}<\left(\frac{m}{2}-1\right)<2\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-2<\frac{m}{2}-1<2\\\left[\begin{array}{l}\frac{m}{2}-1>\frac{11}{8}\\\frac{m}{2}-1<-\frac{11}{8}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-2<m<6\\\left[\begin{array}{l}m>\frac{19}{4}\\m<-\frac{3}{4}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in S=\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)\rightarrow$$

Đáp án C.

Câu 28. **(Chuyên KHTN – Lần 3).** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

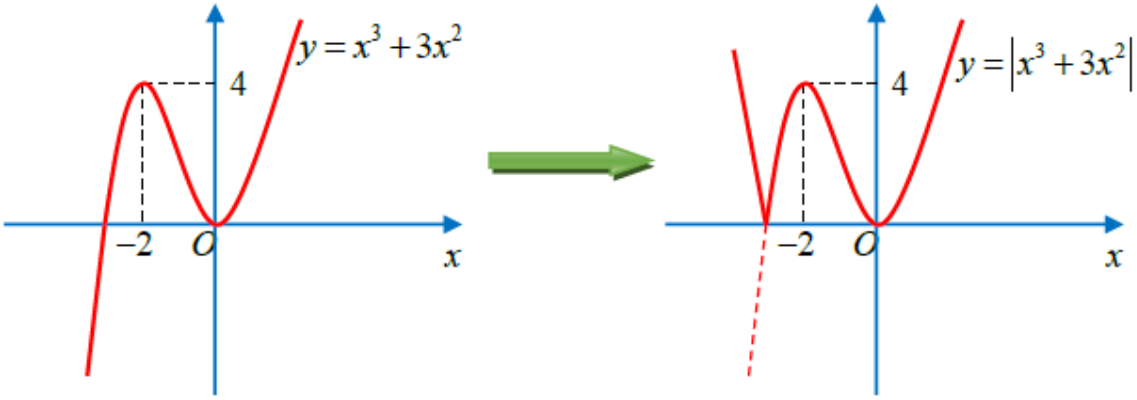


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải:

Chọn D

Cách 1: Từ đồ thị $y=x^3+3x^2$, suy ra đồ thị $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có hình vẽ như sau:



Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có 3 điểm cực trị $\rightarrow$ Đáp án **D.**

Cách 2: Ta có $y=\left|x^3+3x^2\right|=\sqrt{\left(x^3+3x^2\right)^2} \Rightarrow y'=\dfrac{\left(x^3+3x^2\right).\left(3x^2+6x\right)}{\sqrt{\left(x^3+3x^2\right)^2}}$.

Cực trị của hàm số là những giá trị của x làm cho $y'=0$ hoặc y' không xác định thỏa mãn:

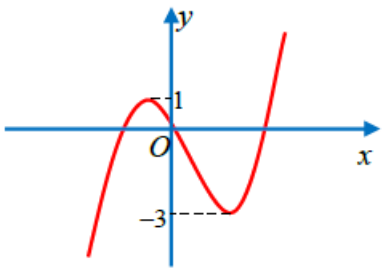
$$\left(x^3+3x^2\right).\left(3x^2+6x\right)=0 \Leftrightarrow 3x^3\left(x+3\right)\left(x+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \Rightarrow \text{ có 3 điểm cực trị} \\ x=-2 \end{array}\right.$$

$\rightarrow$Đáp án **D.**

Chú ý:

Ở bài toán này những giá trị x làm cho $y'=0$ hoặc y' không xác định đều là các nghiệm đơn (hoặc bội lẻ), do đó qua nó y' đổi dấu nên nó thỏa mãn điều kiện đủ. Vì vậy, nó đều là các điểm cực trị.

Câu 29. **(Chuyên Vinh – Lần 2).** Đồ thị (C) có hình vẽ bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị là:

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.
B. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.
C. $m=-1$ hoặc $m=3$.
D. $1\le m\le 3$.

Lời giải:

Chọn A

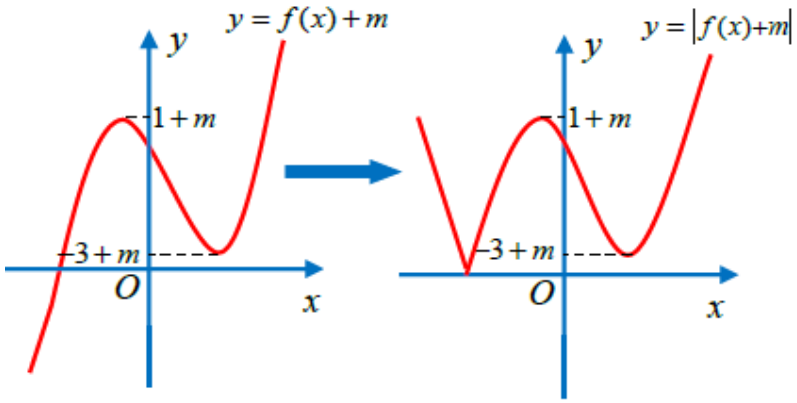
Cách 1:

Do $y=f\left(x\right)+m$ là hàm số bậc ba

Khi đó, hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ hàm số $y=f\left(x\right)+m$ có $y_{CD}.y_{CT}\ge 0$

(hình minh họa)



$\Leftrightarrow \left(1+m\right)\left(-3+m\right)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.\rightarrow$ Đáp án A

Cách 2:

Ta có $y=\left|f\left(x\right)+m\right|=\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}\Rightarrow y'=\dfrac{\left(f\left(x\right)+m\right).f'\left(x\right)}{\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}}$.

Để tìm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$, ta tìm x thỏa mãn $y'=0$ hoặc y' không xác định.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'\left(x\right)=0 & (1) \\ f\left(x\right)=-m & (2) \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số có 2 điểm cực trị x_1,x_2 trái dấu.

Suy ra (1) có hai nghiệm x_1,x_2 trái dấu.

Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì (2) có một nghiệm khác x_1,x_2.

Số nghiệm của (2) chính là số giao điểm của đồ thị $\left(C\right)$ và đường thẳng $y=-m$.

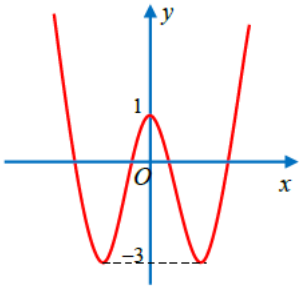
Do đó để (2) có một nghiệm thì dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $\left[\begin{array}{l}-m\ge 1\\-m\le -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\m\ge 3\end{array}\right.$

$\rightarrow$ Đáp án. **A.**

Chú ý:

Nếu $x=x_0$ là cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$ hoặc không tồn tại $f'(x_0)$.

Câu 30. Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



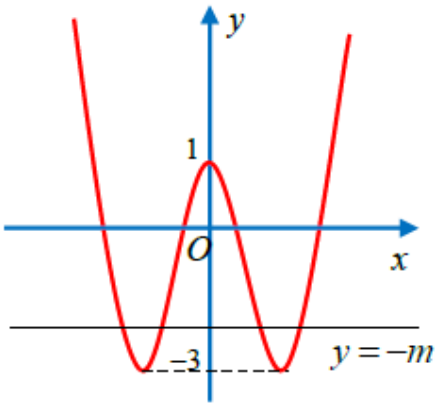
Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có 7 điểm cực trị là:

A. $-3<m<1$. **B.** $-1<m<3$.

C. $m<-3$ hoặc $m>1$. **D.** $1<m<3$.

Lời giải:

Chọn B



Ta có $y=\left|f(x)+m\right|=\sqrt{\left(f(x)+m\right)^2}\Rightarrow y'=\dfrac{\left(f(x)+m\right).f'(x)}{\sqrt{\left(f(x)+m\right)^2}}$

Để tìm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$, ta tìm x

thỏa mãn $y'=0$ hoặc y' không xác định.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f'(x)=0 & (1)\\f(x)=-m & (2)\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có (1) có 3 nghiệm là 3 điểm cực trị.

Vậy để đồ thị hàm số có 7 cực trị thì (2) có 4 nghiệm

khác với các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Số nghiệm của (2) chính là số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=-m$.

Để (2) có 4 nghiệm thì dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $-3<-m<1\Leftrightarrow -1<m<3\rightarrow$ Đáp án **B**

BÀI TOÁN 17: XÉT TƯƠNG GIAO DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán: Xác định số nghiệm của phương trình $g(x)=f(m)$ $(*)$ hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f(m)$ với ĐTHS $y=g(x)$.

Phương pháp giải:

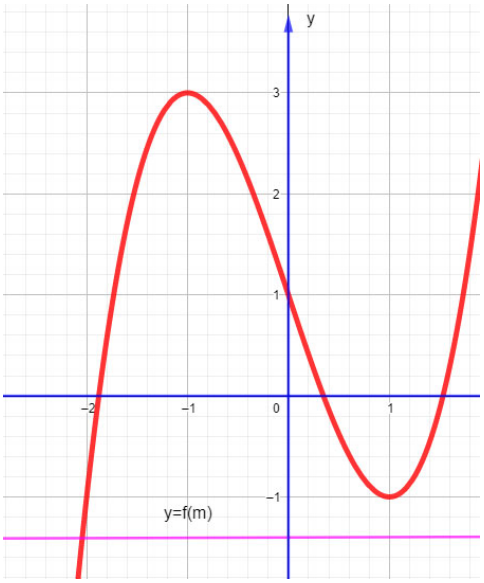
- Số nghiệm của phương trình (*) là số …….. giữa ĐTHS $y=g(x)$ và …….. $y=f(m)$ (…….. $y=f(m)$ …… Ox).

- Dựa vào cực trị hoặc giá trị đặc biệt (nếu có) để xét giá trị của …… $y=f(m)$

Ví dụ minh họa:

Cho ĐTHS $y=g(x)$ như hình vẽ dưới.

Biện luận số nghiệm của phương trình $g(x)=f(m)$ $(*)$



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có:

Phương trình (*) có 1 nghiệm (tức là có 1 giao điểm) ……..

……

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt (tức là có 2 giao điểm) ……..

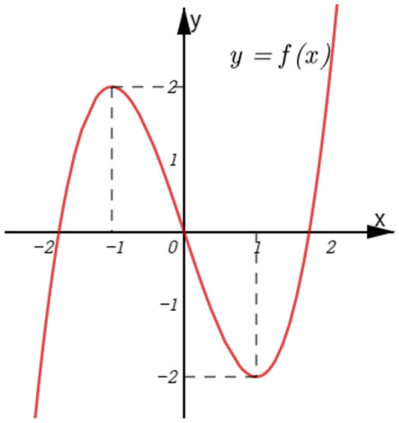
……...

Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt (tức là có 3 giao điểm) ……...

……...

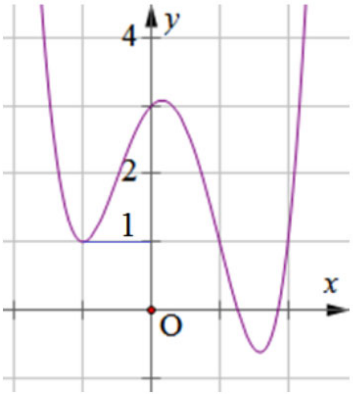
B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. **[NB] (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là:



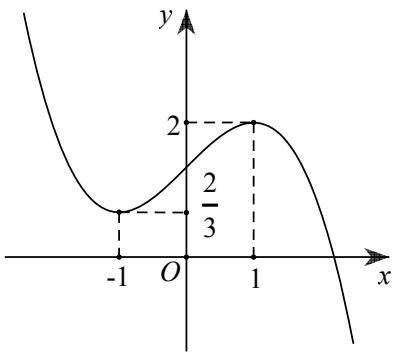
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 2. **[NB] (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



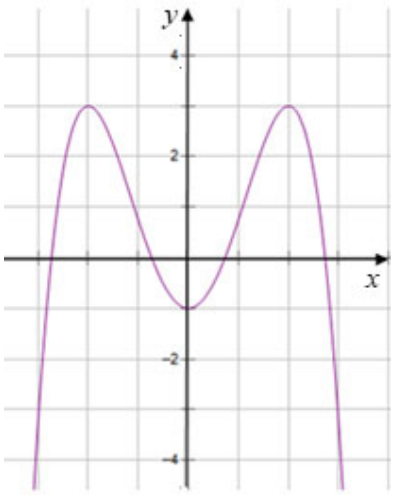
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3. **[TH] (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 2 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

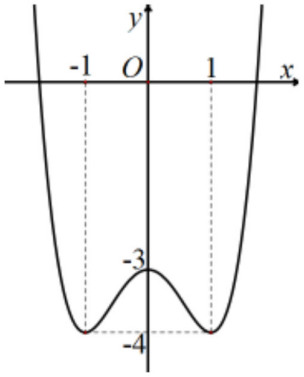
Câu 4. **[TH] (THPT Nguyễn Trãi – Đà Nẵng – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

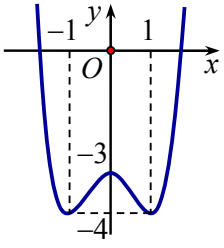
Câu 5. **[TH] (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ-LẦN 2-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

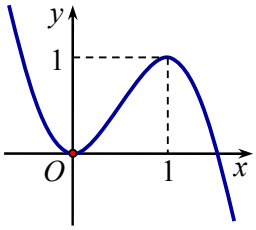
A. $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

Câu 6. **[TH] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



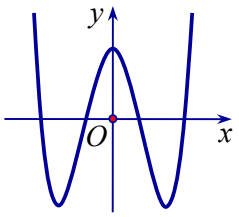
A. $2021 \le m \le 2022$. **B.** $2021 < m < 2022$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 2022 \\ m \le 2021 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2022 \\ m < 2021 \end{array}\right.$.

Câu 7. **[VD] (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



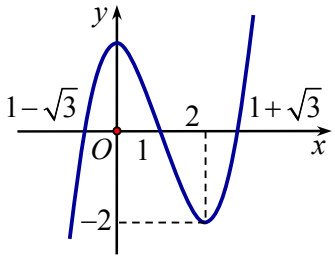
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. **[VD] (SỞ GD ĐỒNG NAI HKI KHỐI 12-2018-2019)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = x^4 + mx^2 + n$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết phương trình $x^4 + mx^2 + n = 0$ có k nghiệm thực phân biệt, $k \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $k = 2$ và $mn < 0$. **B.** $k = 4$ và $mn < 0$. **C.** $k = 4$ và $mn > 0$. **D.** $k = 2$ và $mn > 0$.

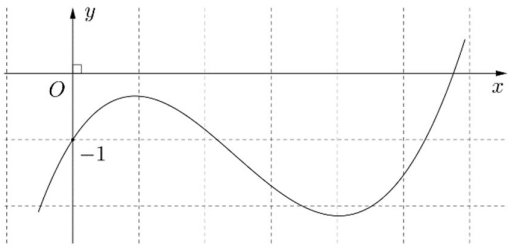
Câu 9. **[VD] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)^3 - 3\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

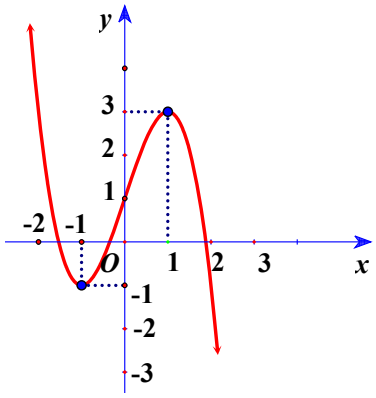
Câu 10. **[VDC] (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ là



A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

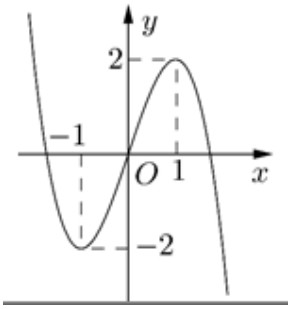
Câu 1. **[NB] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

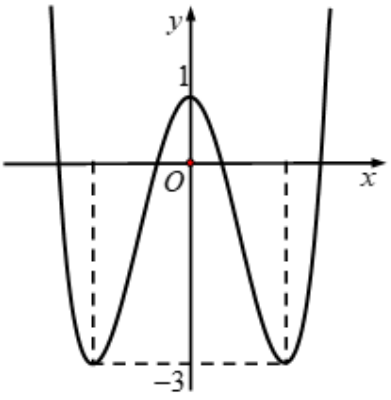
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2. **[NB] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

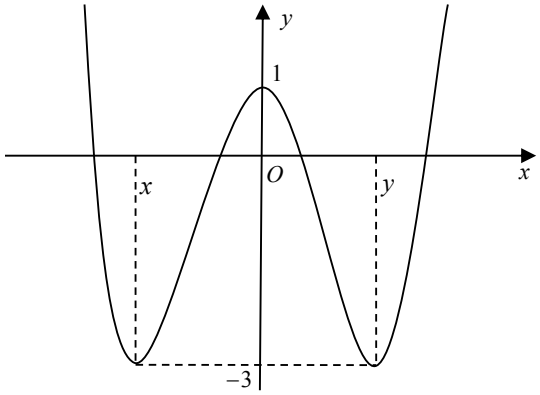
Câu 3. **[NB] [SDG PHU THO_2018_6ID_HDG]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

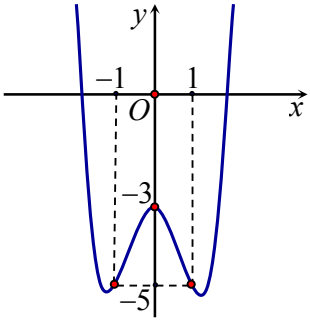
Câu 4. **[NB] (SỞ GD-ĐT PHÚ THỌ-Lần 2-2018-BTN)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$

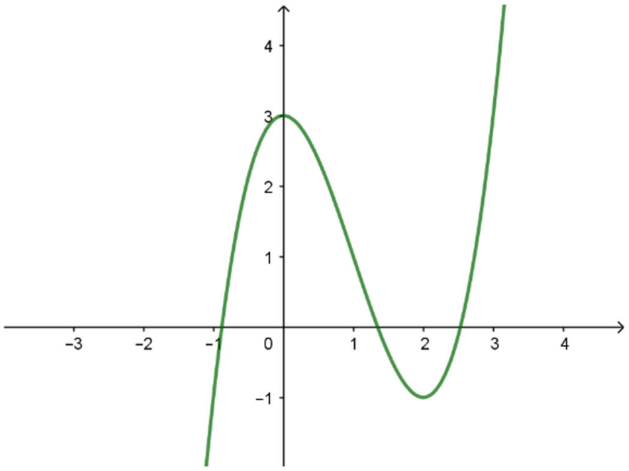
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5. **[TH] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

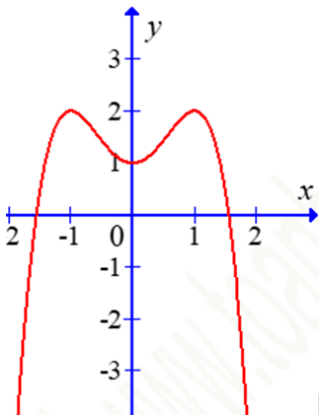
Câu 6. **[TH] (THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG - HÀ NỘI - HKII - 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+3=m$ có hai nghiệm thực.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

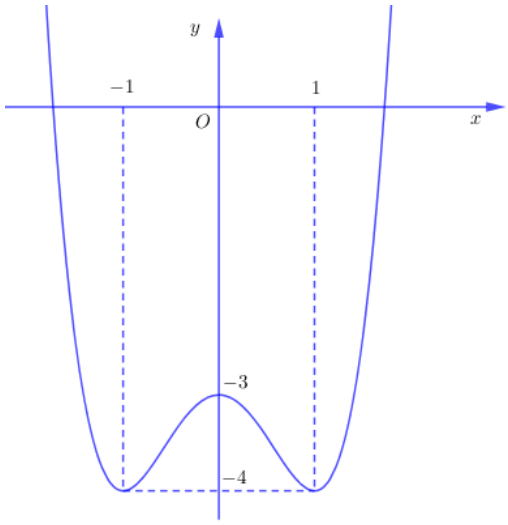
Câu 7. **[TH] (THPT Kinh Môn 2 - Hải Dương - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi phương trình $m=f(x)+1$ với $m<2$ có bao nhiêu nghiệm?

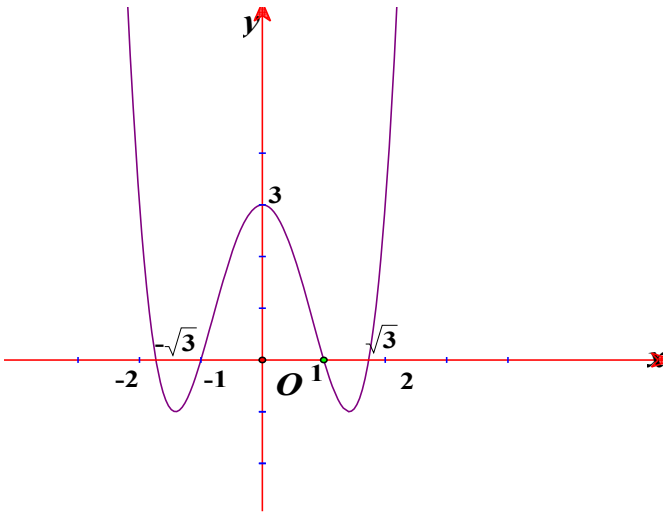
A. 3. **B.** Vô nghiệm. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 8. **[TH] (THPT Chuyên Hà Tĩnh - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



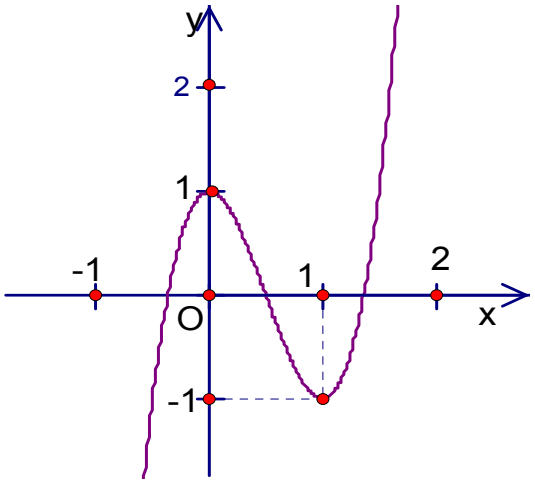
A. $2021\le m\le 2022$ **B.** $2021<m<2022$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2022 \\ m\le 2021 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2022 \\ m<2021 \end{array}\right.$

Câu 9. **[VD] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2017 - 2018 -BTN)** Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?



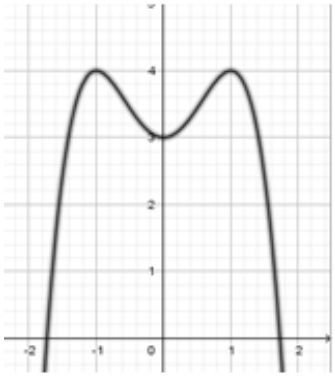
A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 10. **[VD] (THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực**C.**



A. 3. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

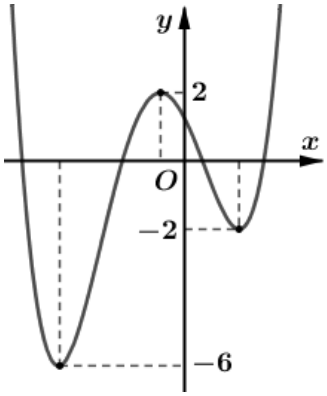
Câu 11. **[NB] (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 – 2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Phương trình $f\left(x\right)=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

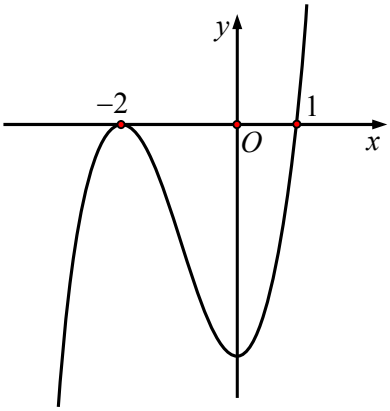
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x)-1=0$ có mấy nghiệm?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

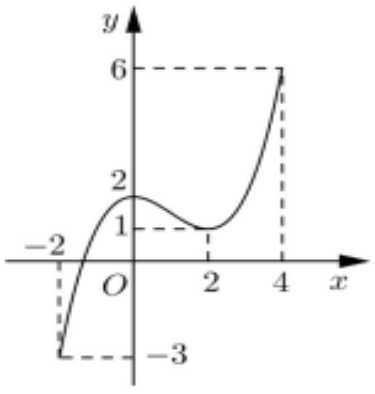
Câu 13. **[NB]** **(CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

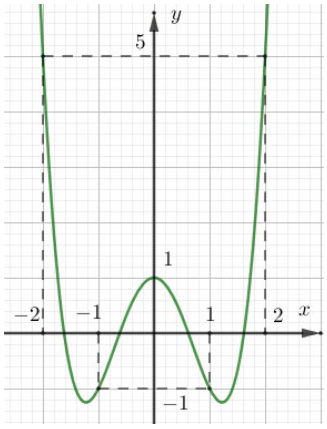
Câu 14. **[NB]** **(TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN-2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

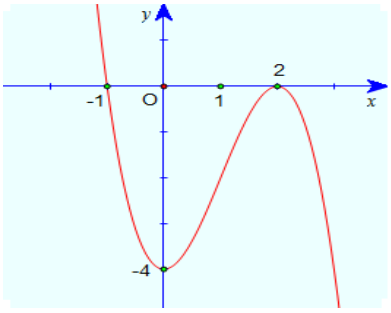
Câu 15. **[TH] (SỞ DG-ĐT CẦN THƠ-2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm phân biệt là

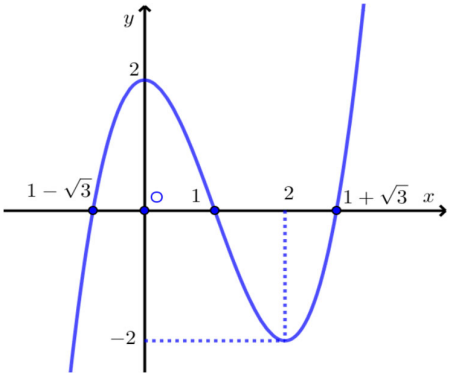
A. $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

Câu 16. **[TH] (Kiểm tra học kì 1_Sở Bạc Liêu)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m\le -4$ hoặc $m\ge 0$. **B.** $m\le -4$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>0$.

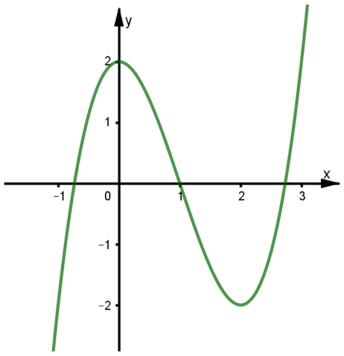
Câu 17. **[VD] (THPT Chuyên Bắc Ninh - Lần 2 - 2017 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 1.

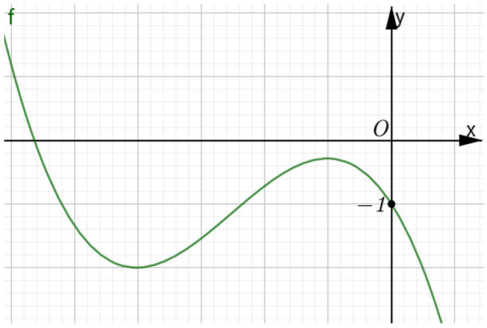
Câu 18. **[VD] (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa- Lần 1- 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình v



Gọi m là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=6$. **B.** $m=7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

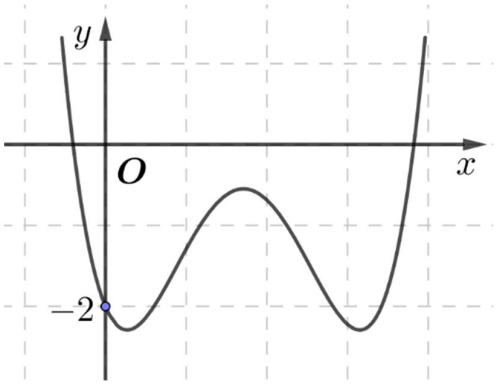
Câu 19. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x))+1=0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 20. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

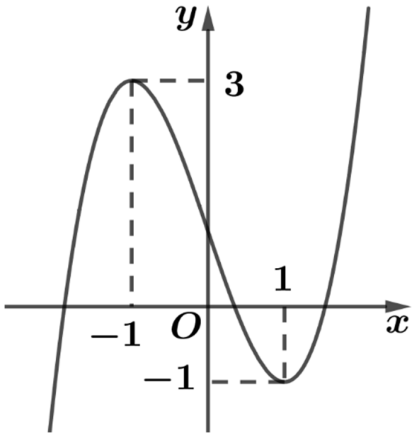


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x))+2=0$ là

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

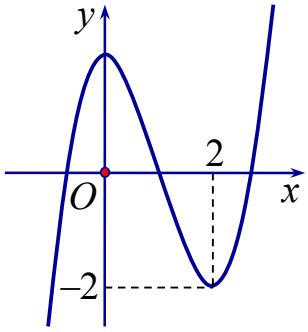
Câu 1. **[NB] Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 104)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

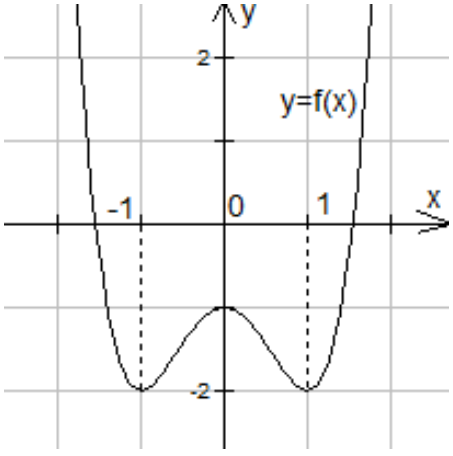
Câu 2. **[NB] (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

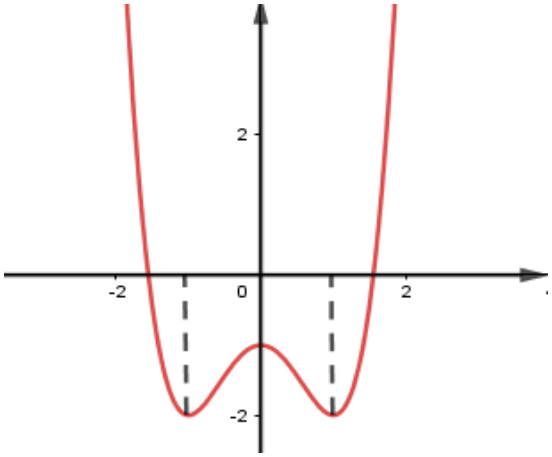
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x)=-\sqrt{3}$ là



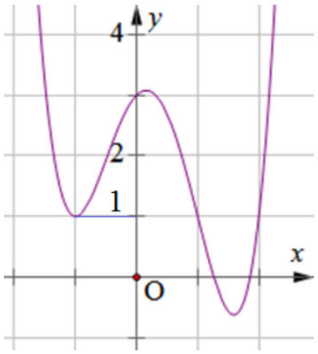
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 4. **[NB] (THPT HAU LOC 2_THANH HOA_LAN2_2018_BTN_6ID_HDG)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là



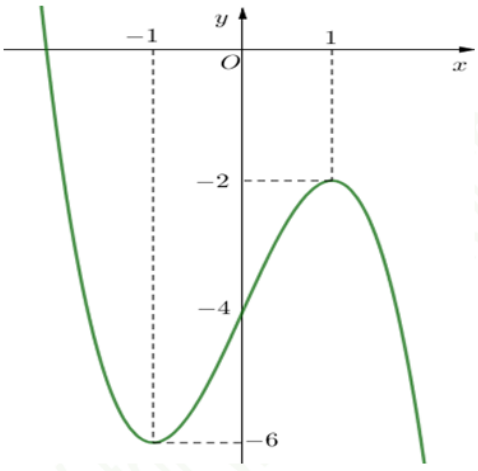
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5. **[NB] (THPT Mộ Đức 2 - Quảng Ngãi - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



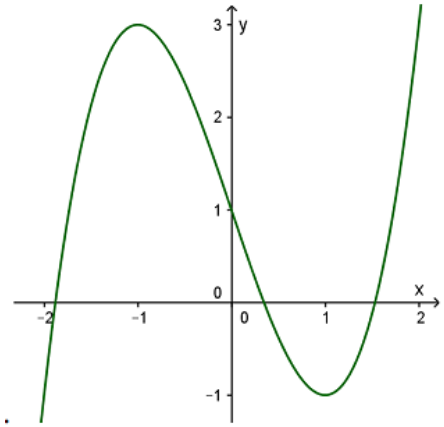
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. **[NB] (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)=-3$ có số nghiệm là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

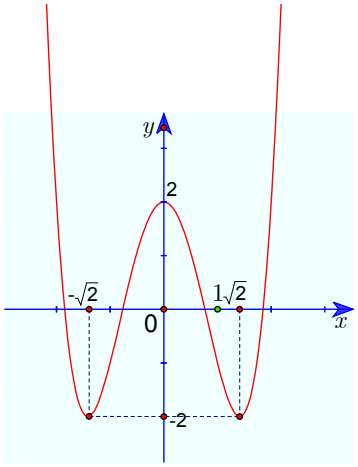
Câu 7. **[NB] (THPT Quốc Oai - Hà Nội - HKII - 2016 - 2017 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thi (C) như hình vẽ



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là :

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

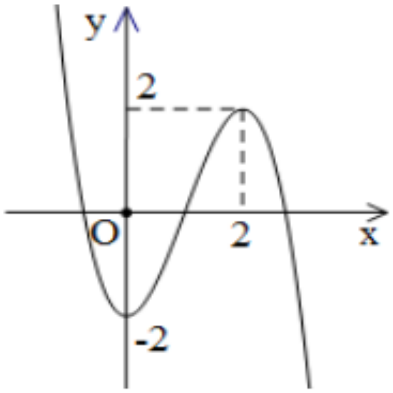
Câu 8. **[NB] (THPT Thuận Thành - Bắc Ninh - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là:

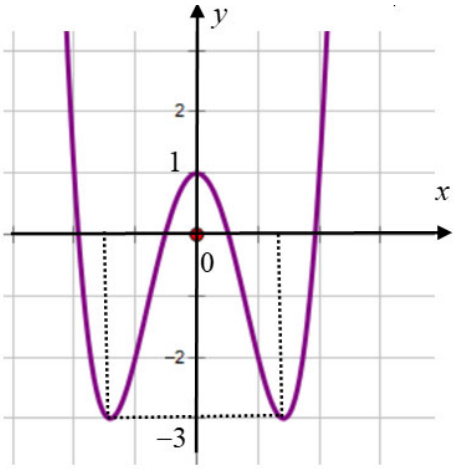
A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 9. **[NB] (SGD - Quảng Nam - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

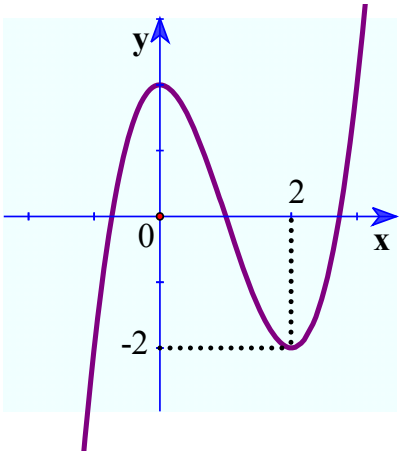
Câu 10. **[NB] (THPT AN LÃO-HẢI PHÒNG-Lần 3-2018-BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

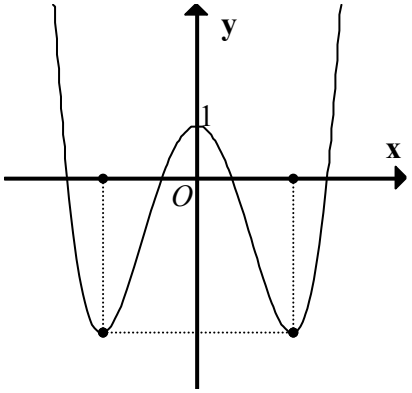
Câu 11. **[NB] (Sở Phú Thọ - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

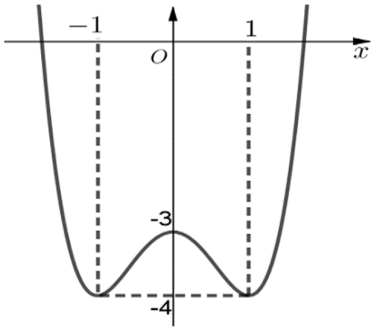
Câu 12. **[NB] (THPT THÁI PHIÊN-HẢI PHÒNG-Lần 4-2018-BTN)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

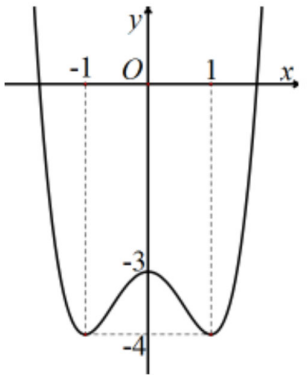
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $0<m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m\le\dfrac{1}{2}$.

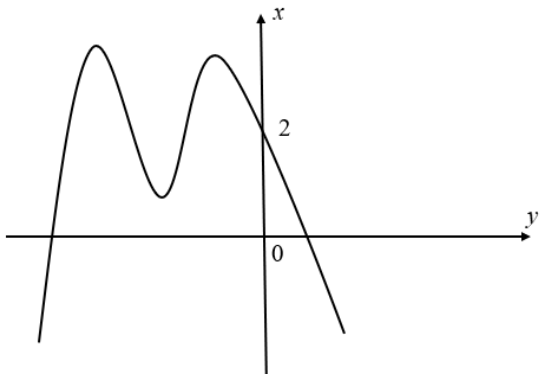
Câu 14. **[TH] (THPT Chuyên Quốc Học Huế - Lần 2 -2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

A. $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

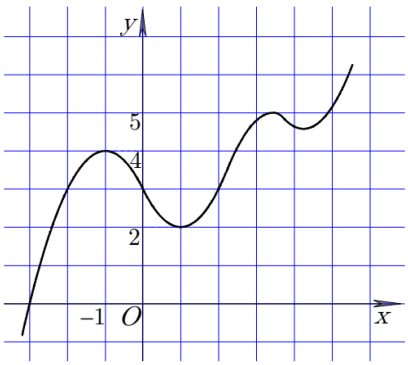
Câu 15. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 104)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)=2$ là:

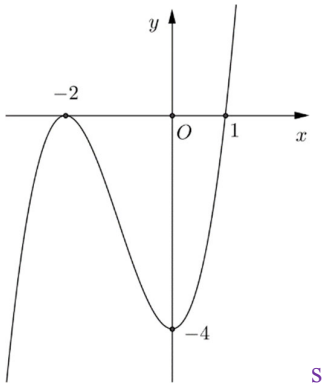
A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 16. **[VDC] (CHUYÊN VINH - LẦN 2 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(x^2-2x\right)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17. **[VDC] (Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới

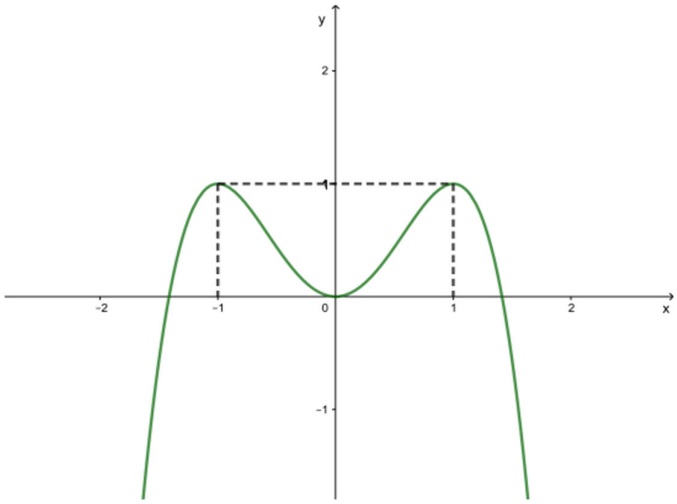


s

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+5)\left|f(x)\right|+4m+4=0$ có 7 nghiệm phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

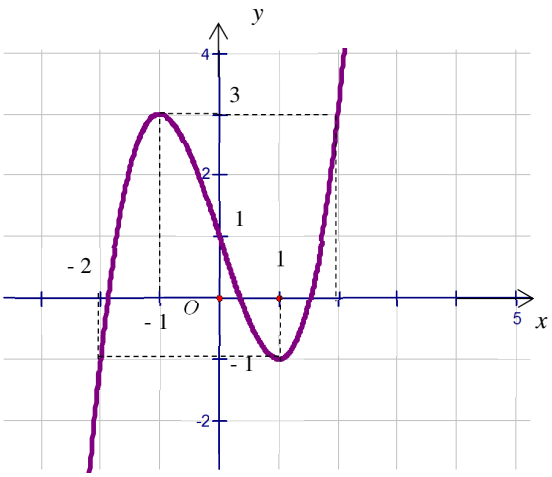
Câu 18. **[VDC]** **(LÊ HỒNG PHONG HKI 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(\dfrac{4\sin x-1}{3}\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{7\pi}{6}\right)$?

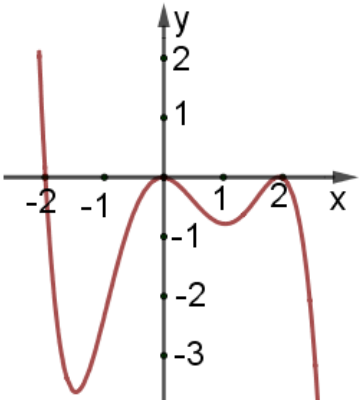
A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(1+\cos 2x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



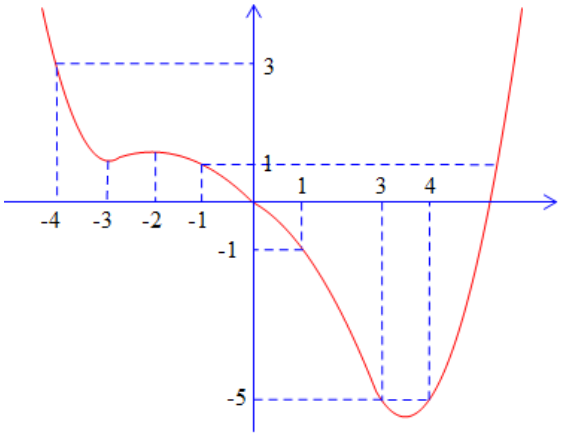
A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;1]$. **C.** $[-1;3)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(f(x))$. Hỏi phương trình $g'(x)=0$ có mấy nghiệm thực phân biệt?



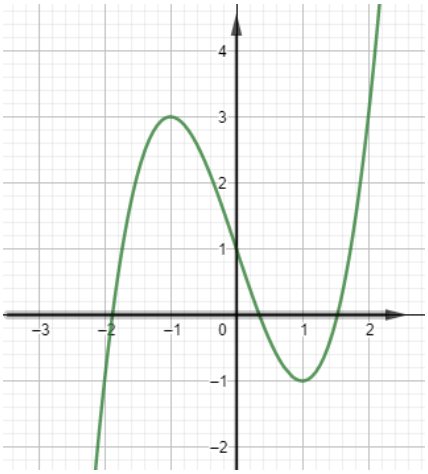
A. 14. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 21. **[VDC]** **(Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)=m-3$ có nghiệm.



A. 10. **B.** 13. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 22. **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x+1$. Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^3-3f\left(x\right)+1=0$ là



A. 1. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

BÀI TOÁN 17: XÉT TƯƠNG GIAO DỰA VÀO ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT:

Bài toán: Xác định số nghiệm của phương trình $g(x)=f(m)$ $(*)$ hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f(m)$ với ĐTHS $y=g(x)$.

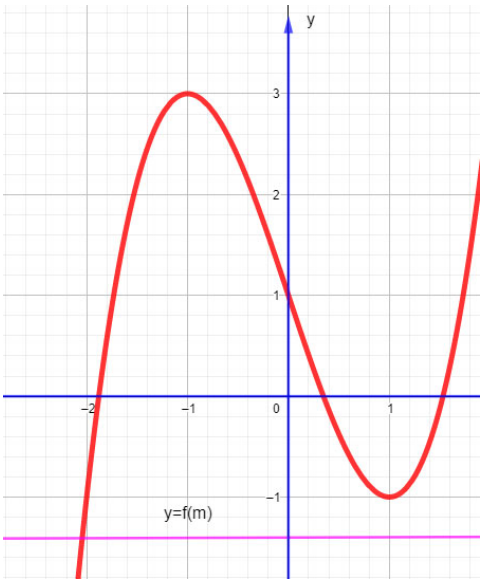
Phương pháp giải:

- Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa ĐTHS $y=g(x)$ và đường thẳng $y=f(m)$ (Đường thẳng $y=f(m)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

- Dựa vào cực trị hoặc giá trị đặc biệt (nếu có) để xét giá trị của đường thẳng $y=f(m)$

Ví dụ minh họa:

Cho ĐTHS $y=g(x)$ như hình vẽ bên. Biện luận số nghiệm của phương trình $g(x)=f(m)$ $(*)$



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có:

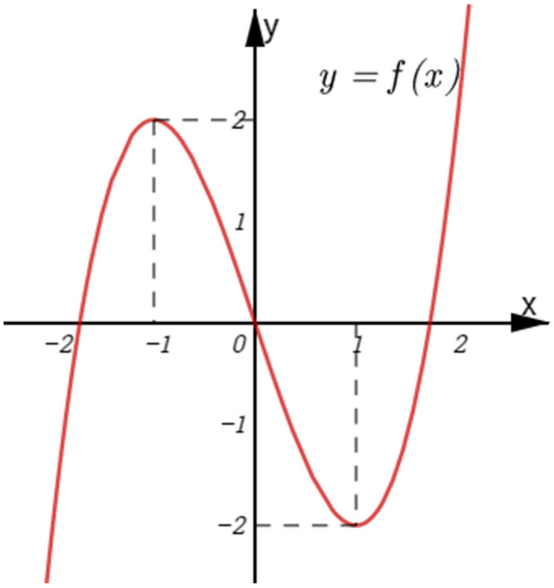
Phương trình (*) có 1 nghiệm (tức là có 1 giao điểm) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(m)>3 \\ f(m)<-1 \end{array}\right.$.

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt (tức là có 2 giao điểm) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(m)=3 \\ f(m)=-1 \end{array}\right.$.

Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt (tức là có 3 giao điểm) $\Leftrightarrow -1<f(m)<3$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. **[NB] (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là:

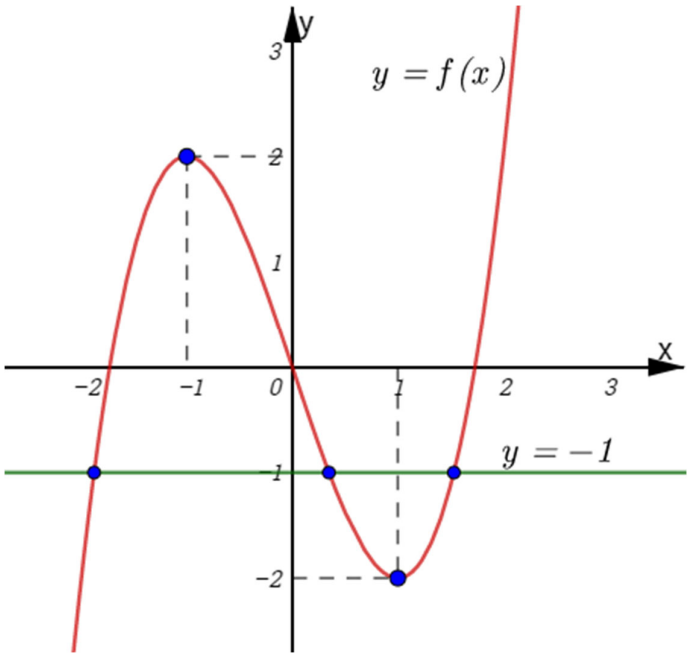


A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

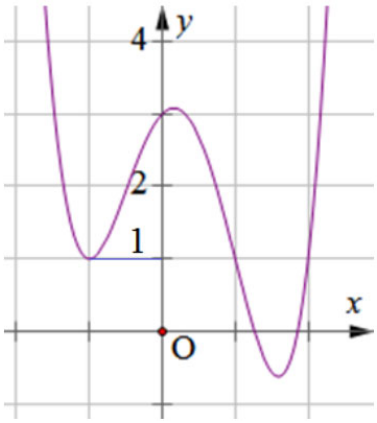
Chọn A.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-1$.



Từ hình vẽ suy ra 3 nghiệm.

Câu 2. **[NB] (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

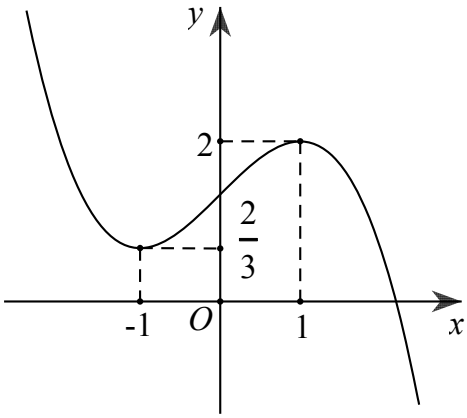
Lời giải

Chọn D.

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số 1 và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 3. **[TH] (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 2 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.



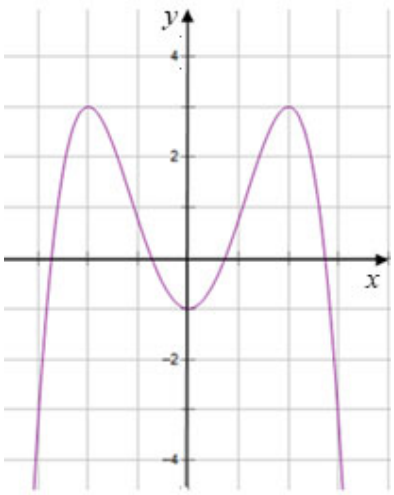
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=f(x+2018)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

Câu 4. **[TH] (THPT Nguyễn Trãi – Đà Nẵng – 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

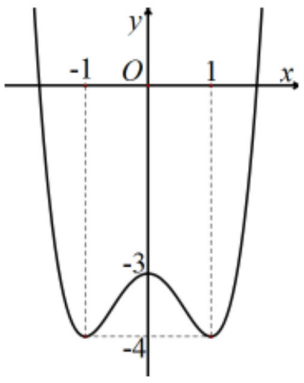
Chọn D

Ta có $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2\Rightarrow 1-f(x)=2+2f(x)\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{3}$

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ tại bốn điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

Câu 5. **[TH] (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ-LẦN 2-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

A. $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

Lời giải

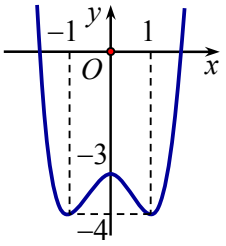
Chọn D.

Ta có: $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m$.

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=-m$ (song song hoặc trùng với trục hoành) cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa đồ thị ta có $-m=-3 \Leftrightarrow m=3$.

Câu 6. **[TH] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $2021 \le m \le 2022$. **B.** $2021 < m < 2022$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 2022 \\ m \le 2021 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2022 \\ m < 2021 \end{array}\right.$.

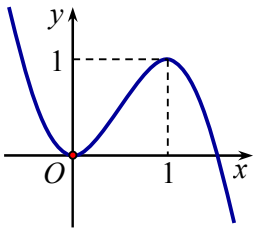
Lời giải

$f(x)+m-2018=0 \Leftrightarrow f(x)=2018-m \ (1)$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=2018-m$ (d vuông góc với Oy).

Để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt thì d cắt (C) tại 4 điểm phân biệt $-4<2018-m<-3 \Leftrightarrow 2021<m<2022$.

Câu 7. **[VD] (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x)=x$.

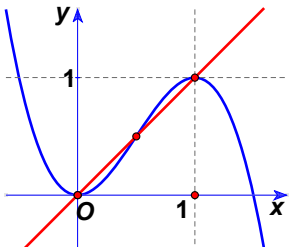


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

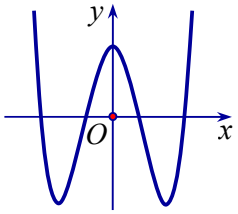
Chọn D.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x$.



Dựa và hình vẽ suy ra phương trình $f(x)=x$ có 3 nghiệm.

Câu 8. **[VD] (SỞ GD ĐỒNG NAI HKI KHỐI 12-2018-2019)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=x^4+mx^2+n$ với $m,n\in\mathbb{R}$. Biết phương trình $x^4+mx^2+n=0$ có k nghiệm thực phân biệt, $k\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $k=2$ và $mn<0$. **B.** $k=4$ và $mn<0$. **C.** $k=4$ và $mn>0$. **D.** $k=2$ và $mn>0$.

Lời giải

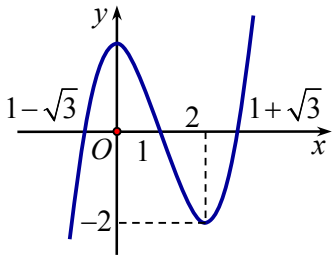
Chọn B

- Đồ thị hàm số $y=x^4+mx^2+n$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt nên phương trình $x^4+mx^2+n=0$ có 4 nghiệm phân biệt hay $k=4$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;n)$ có tung độ dương nên $n>0$.
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 4x^3+2mx=0\Leftrightarrow 2x\left(2x^2+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2=-m\end{array}\right.$$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m<0$

Vậy $k=4$ và $mn<0$.

Câu 9. **[VD] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ (1)

Đặt $t=x^3-3x^2+2$ (*) thì (1) trở thành $t^3-3t^2+2=0$ (2)

Theo đồ thị ta có (2) có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=1-\sqrt{3} \\ t=1+\sqrt{3} \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số ta có

+ $t=1\in(-2;2)$ (*) có ba nghiệm phân biệt

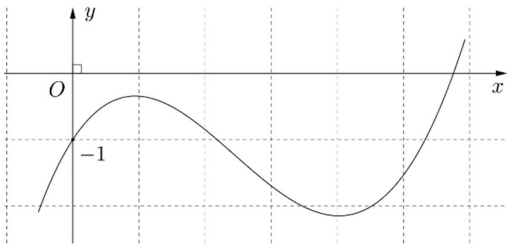
+ $t=1-\sqrt{3}\in(-2;2)$ nên (*) có ba nghiệm phân biệt (khác ba nghiệm khi $t=1$)

+ $t=1+\sqrt{3}>2$ nên (*) có đúng một nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt

Nhận xét: Với mỗi giá trị t, học sinh có thể sử dụng máy tính bỏ túi để thử nghiệm

Câu 10. **[VDC] (Đề tốt nghiệp 2020 Mã đề 101)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là

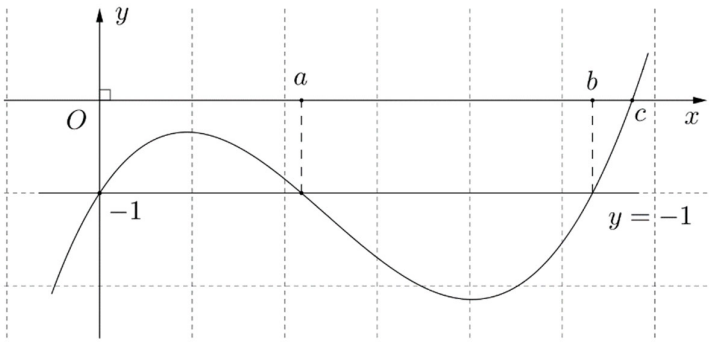


A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

$$f\left(x^3f(x)\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(x^3f(x)\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^3f(x)=0 \\ x^3f(x)=a>0 \\ x^3f(x)=b>0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{a}{x^3}(\text{do } x\neq 0) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^3}(\text{do } x\neq 0) \end{array}\right.$$



- $f(x)=0$ có một nghiệm dương $x=c$.
- Xét phương trình $f(x)=\dfrac{k}{x^3}$ với $x\neq 0,\ k>0$.

Đặt $g(x)=f(x)-\frac{k}{x^3}$.

$g'(x)=f'(x)+\frac{3k}{x^4}$.

- Với $x>c$, nhìn hình ta ta thấy $f'(x)>0\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\frac{3k}{x^4}>0$

  $\Rightarrow g(x)=0$ có tối đa một nghiệm.

  Mặt khác $\begin{cases} g(c)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c;+\infty)$

  $\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(c;+\infty)$.

- Với $0<x<c$ thì $f(x)<0<\frac{k}{x^3}\Rightarrow g(x)=0$ vô nghiệm.

- Với $x<0$, nhìn hình ta ta thấy $f'(x)>0\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\frac{3k}{x^4}>0$

  $\Rightarrow g(x)=0$ có tối đa một nghiệm.

  Mặt khác $\begin{cases} \lim\limits_{x\to0^-} g(x)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty;0)$.

  $\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty;0)$.

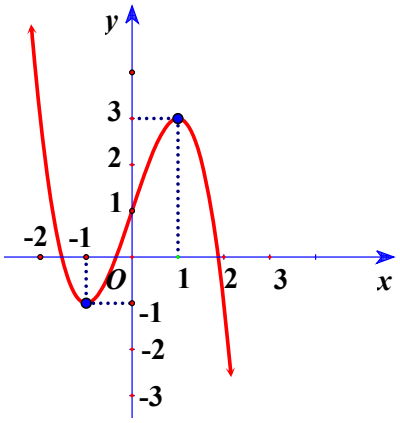
Tóm lại $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Suy ra hai phương trình $f(x)=\frac{a}{x^3}$, $f(x)=\frac{b}{x^3}$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c.

Vậy phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[NB] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

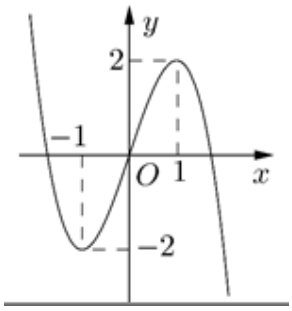
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 2. **[NB] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là



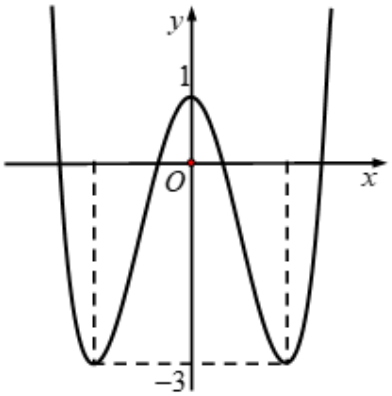
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là 3.

Câu 3. **[NB] [SDG PHU THO_2018_6ID_HDG]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

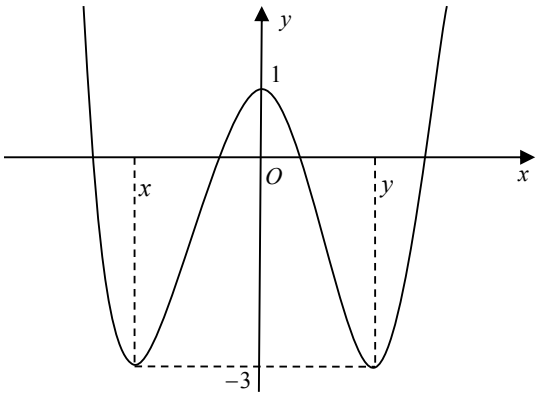
Lời giải

Chọn C

* Ta có $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

* Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y=1$. Từ đồ thị hàm số ta suy ra đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại ba điểm nên phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 4. **[NB] (SỞ GD-ĐT PHÚ THỌ-Lần 2-2018-BTN)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

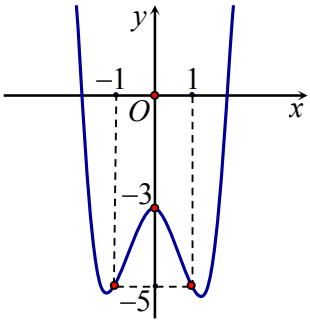
Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$ (1). Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=-3$.

Từ đồ thị ta thấy hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=-3$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, nên (1) có 2 nghiệm.

Câu 5. **[TH] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

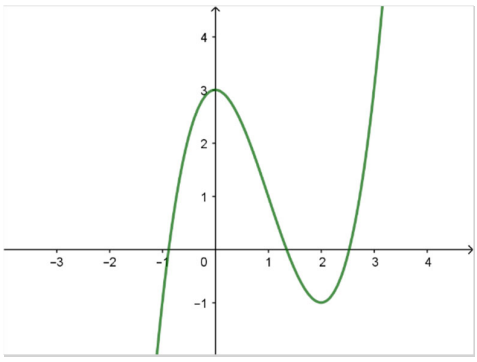
Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình $x^4-3x^2+m=0 \Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Khi đó Dựa vào đồ thị để phương trình đã cho có ba nghiệm thì $-m-3=-3 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 6. **[TH] (THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG - HÀ NỘI - HKII - 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+3=m$ có hai nghiệm thực.

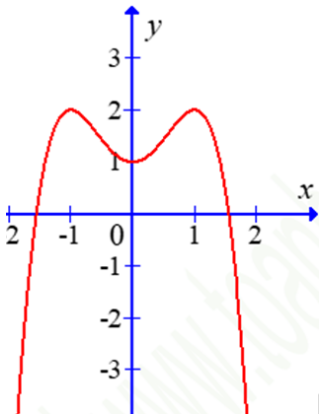
A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^3-3x^2+3=m$ có hai nghiệm thực khi và khi khi đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ cắt đường thẳng $y=m$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1. \end{array}\right.$.

Câu 7. **[TH] (THPT Kinh Môn 2 - Hải Dương - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi phương trình $m=f\left(x\right)+1$ với $m<2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** Vô nghiệm. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

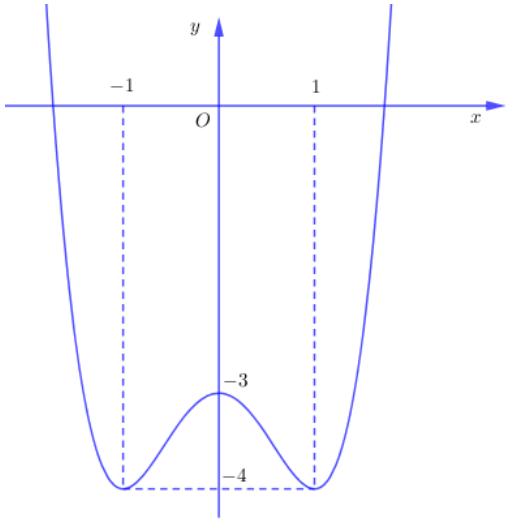
Chọn D

Ta có $m=f\left(x\right)+1\Leftrightarrow f\left(x\right)=m-1\ \left(1\right)$.

Số nghiệm của phương trình $\left(1\right)$ chính bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=m-1$.

Với $m<2\Leftrightarrow m-1<1$: Khi đó đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 2 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 8. **[TH] (THPT Chuyên Hà Tĩnh - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $2021\le m\le 2022$ **B.** $2021<m<2022$ **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2022\\m\le 2021\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}m>2022\\m<2021\end{array}\right.$

Lời giải

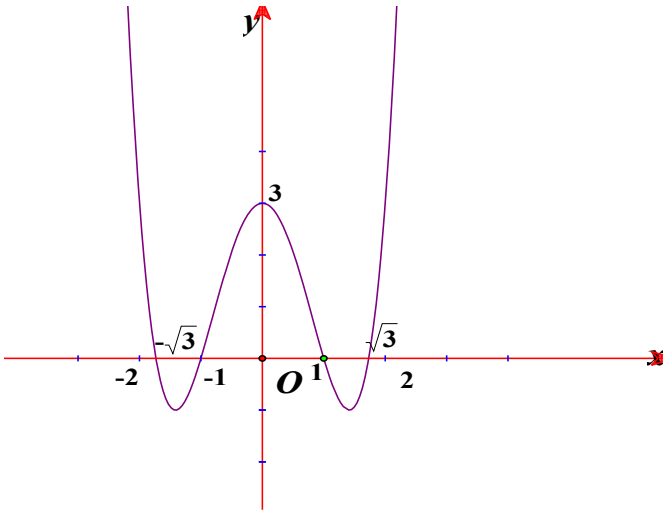
Chọn B

$f(x)+m-2018=0 \Leftrightarrow f(x)=2018-m \ (1)$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=2018-m$ (d vuông góc với Oy).

Để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt thì d cắt (C) tại 4 điểm phân biệt $-4<2018-m<-3 \Leftrightarrow 2021<m<2022$.

Câu 9. **[VD] (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2017 - 2018 -BTN)** Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?



A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

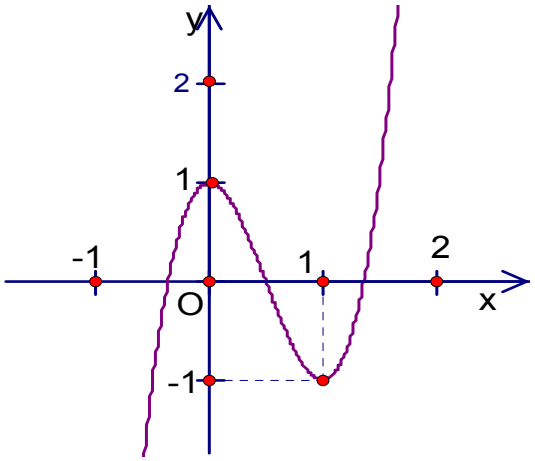
Đặt $t=x^4-2x^2+3$. Khi đó ta có phương trình $t^4-4t^2+3=0$ (2).

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành

Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình có 4 nghiệm

$$\begin{bmatrix} t=-\sqrt{3} \\ t=-1 \\ t=1 \\ t=\sqrt{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x^4-2x^2+3=-\sqrt{3} \\ x^4-2x^2+3=-1 \\ x^4-2x^2+3=1 \\ x^4-2x^2+3=\sqrt{3} \end{bmatrix}$$ (1) (vô nghiệm).

Câu 10. **[VD] (THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



A. 3. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$

Đặt $t=4x^3-6x^2+1$, ta có phương trình $4t^3-6t^2+1=0\ (*)$

Dựa vào đồ thị thì $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt với $-1<t_1<t_2<1$ và $1<t_3<2$.

Khi đó phương trình:

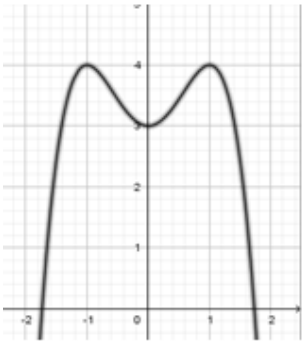
$4x^3-6x^2+1=t_1$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3-6x^2+1=t_2$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3-6x^2+1=t_3$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.

Câu 11. **[NB] (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 – 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Phương trình $f(x)=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

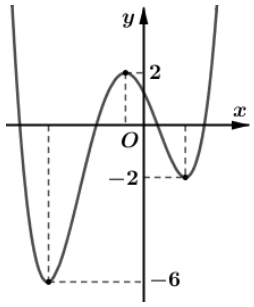
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=\pi$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=\pi$ và đồ thị hàm số $f(x)=\pi$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\pi$ cắt đồ thị tại 4 điểm nên phương trình có 4 nghiệm.

Câu 12. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x)-1=0$ có mấy nghiệm?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

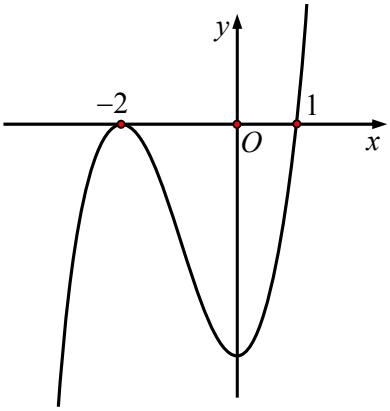
Chọn D

Ta có : $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại bốn điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x)-1=0$ có 4 nghiệm.

Câu 13. **[NB]** **(CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

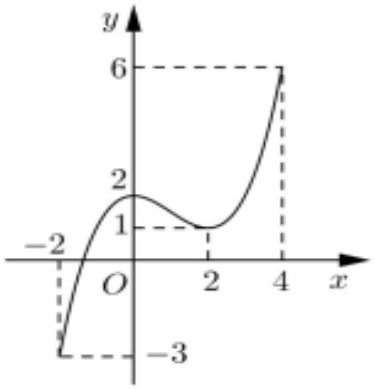
Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$

Dựa đồ thị ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại một điểm nên phương trình có một nghiệm.

Câu 14. **[NB] (TRIỆU QUANG PHỤC HƯNG YÊN-2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

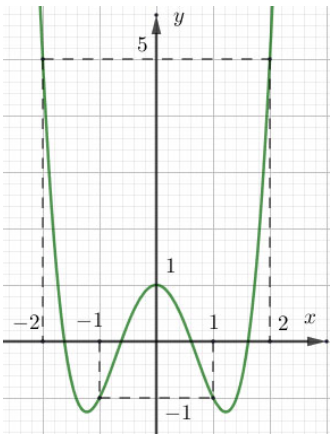
Ta có: $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$.

Xét trên đoạn $[-2;4]$, đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm $y=f(x)$ tại ba điểm.

Vậy phương trình $3f(x)-4=0$ có ba nghiệm trên đoạn $[-2;4]$.

Câu 15. **[TH] (SỞ DG-ĐT CẦN THƠ-2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên dưới



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+2m=0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{8}<m<\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}<m<1$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

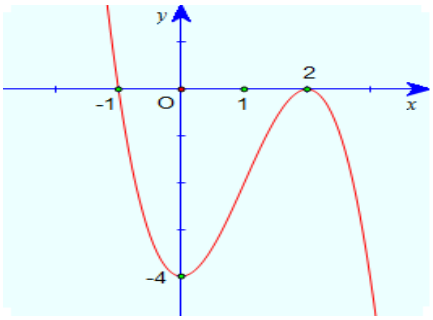
Lời giải

Chọn D.

Do đó phương trình $f(x)+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$-\frac{5}{4}<-2m<1\Leftrightarrow-\frac{1}{2}<m<\frac{5}{8}$.

Câu 16. **[TH] (Kiểm tra học kì 1_Sở Bạc Liêu)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m\le-4$ hoặc $m\ge0$. **B.** $m\le-4$. **C.** $m<-4$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn C

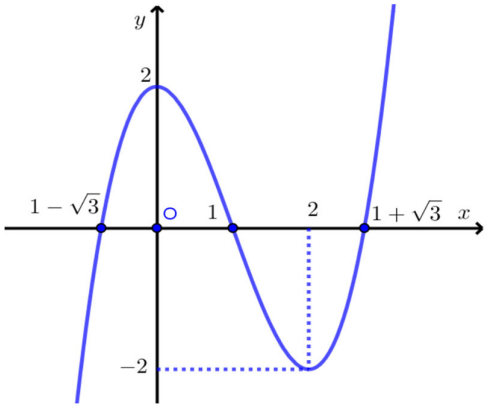
Ta có $x^3-3x^2+4+m=0\Leftrightarrow-x^3+3x^2-4=m$.

Do đó, số nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ là số giao điểm giữa đồ thị (C) của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ và đường thẳng $y=m$.

Chính vì vậy, để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì $y=m$ phải cắt (C) tại một điểm duy nhất có hoành độ lớn hơn 2, dựa vào đồ thị ta có $m<-4$.

Ta chọn đáp C

Câu 17. **[VD] (THPT Chuyên Bắc Ninh - Lần 2 - 2017 - 2018)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



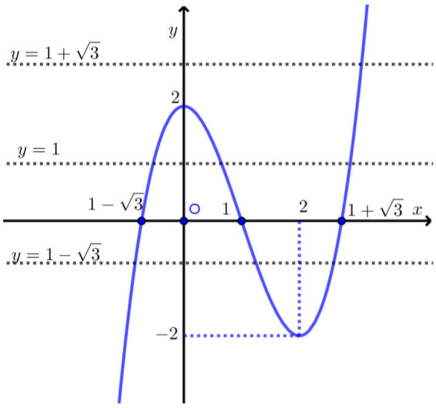
Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=x^3-3x^2+2$, ta có phương trình $t^3-3t^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=1+\sqrt{3} \\ t=1-\sqrt{3} \end{array}\right.$.



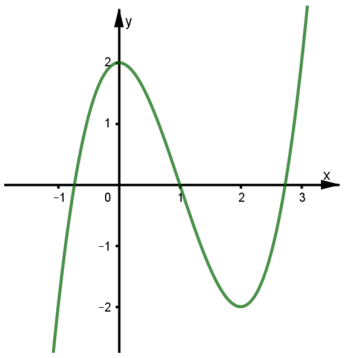
Với $t=1 \Rightarrow f(x)=1$. Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t=1$ có hai nghiệm x dương phân biệt.

Với $t=1+\sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=1+\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại một điểm và là điểm có hoành độ dương nên phương trình $t=1+\sqrt{3}$ có một nghiệm x dương.

Với $t=1-\sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=1-\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t=1-\sqrt{3}$ có hai nghiệm x dương phân biệt.

Vậy phương trình bài ra có 5 nghiệm phân biệt dương.

Câu 18. **[VD] (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa- Lần 1- 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình v



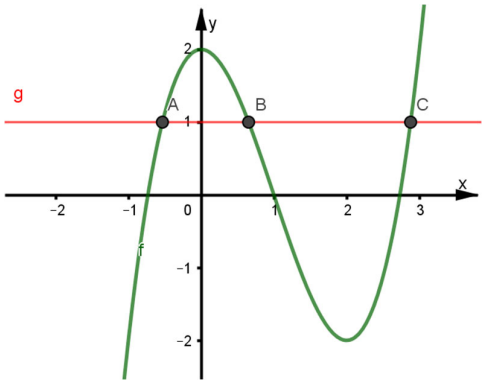
Gọi m là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=6$. **B.** $m=7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

Lời giải

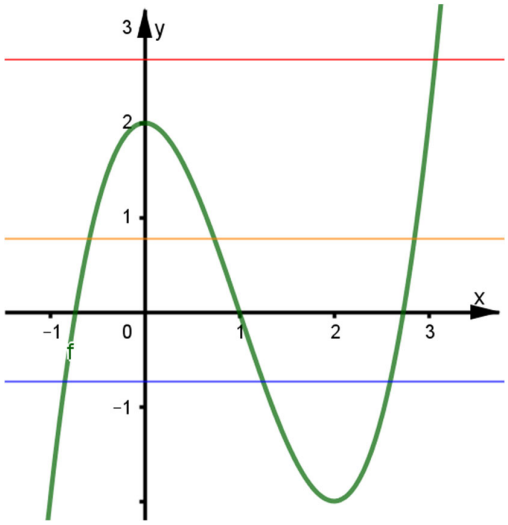
Chọn B

Đặt $f(x)=u$ khi đó nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị $f(u)$ với đường thẳng $y=1$.



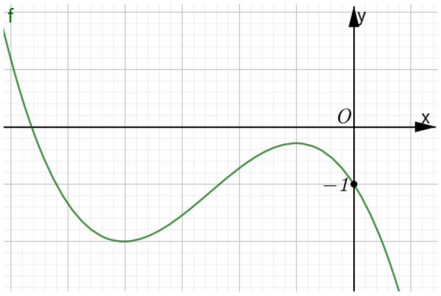
Dựa vào đồ thị ta có ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} f(x)=u_1 \\ f(x)=u_2 \\ f(x)=u_3 \end{array}\right.$ với $u_1\in(-1;0)$, $u_2\in(0;1)$, $u_3\in\left(\frac{5}{2};3\right)$.

Tiếp tục xét số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với từng đường thẳng $y=u_1$, $y=u_2$, $y=u_3$.



Dựa vào đồ thị ta có được 7 giao điểm. Suy ra phương trình ban đầu $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có 7 nghiệm.

Câu 19. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 102)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f\left(x\right)\right)+1=0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f\left(x^3f\left(x\right)\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(x^3f\left(x\right)\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3f\left(x\right)=a\in\left(-6;-5\right) & (1)\\ x^3f\left(x\right)=b\in\left(-3;-2\right) & (2)\\ x^3f\left(x\right)=0 & (3)\end{array}\right.$

+ Phương trình (3) tương đương $\left[\begin{array}{l}x=0\\ f\left(x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=x_1,\ \left(-6<x_1<a<-5\right)\end{array}\right.$.

+ Các hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{a}{x^3}$ và $h\left(x\right)=\dfrac{b}{x^3}$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$, và nhận xét rằng $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình (1) nên:

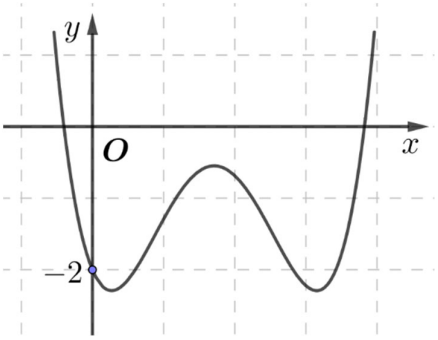
$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=g\left(x\right)\\ f\left(x\right)=h\left(x\right)\end{array}\right.$.

+ Trên khoảng $(-\infty;0)$, ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-1\\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=0\\ \lim\limits_{x\to0^-} g(x)=\lim\limits_{x\to0^-} h(x)=+\infty\end{cases}$ nên các phương trình $f(x)=g(x)$ và $f(x)=h(x)$ có nghiệm duy nhất.

+ Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-1\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0\\ \lim\limits_{x\to0^+} g(x)=\lim\limits_{x\to0^+} h(x)=-\infty\end{cases}$ nên các phương trình $f(x)=g(x)$ và $f(x)=h(x)$ có nghiệm duy nhất.

Do đó, phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 20. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 103)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

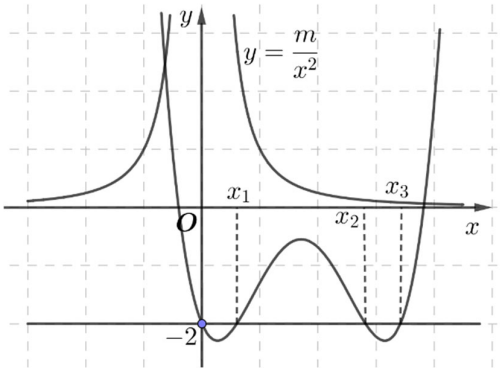


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0$ là

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D



$f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2 f(x)=0\\ x^2 f(x)=a\ (1)\\ x^2 f(x)=b\ (2)\\ x^2 f(x)=c\ (3)\end{array}\right.$ với $0<a<b<c$.

Xét phương trình $f(x)=\frac{m}{x^2}(1)\quad (m>0)$.

Gọi α,β là hoành độ giao điểm của $(C):y=f(x)$ và Ox ; $\alpha<0<\beta$.

$(1)\Leftrightarrow f(x)-\frac{m}{x^2}=0$. Đặt $g(x)=f(x)-\frac{m}{x^2}$

Đạo hàm $g'(x)=f'(x)+\frac{2m}{x^3}$.

Trường hợp 1: $x<\alpha; f'(x)<0; \frac{2m}{x^3}<0\Rightarrow g'(x)<0$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty, g(\alpha)=-\frac{m}{\alpha^2}<0$. Phương trình $g(x)=0$ có một nghiệm thuộc $(-\infty;\alpha)$.

Trường hợp 2: $\alpha<x<\beta$

$f(x)<0$, $\frac{m}{x^2}>0$ suy ra $g(x)<0\quad \forall x\in(\alpha,\beta)$.

Trường hợp 3: $x>\beta; f'(x)>0;\quad \frac{2m}{x^3}>0\Rightarrow g'(x)>0$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty, g(\beta)=-\frac{m}{\beta^2}<0$. Phương trình $g(x)=0$ có một nghiệm thuộc $(\beta;+\infty)$.

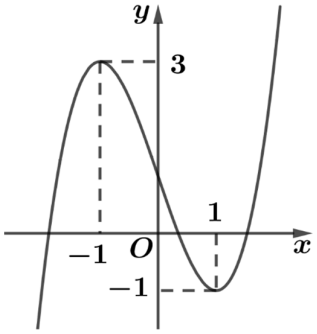
Vậy phương trình $f(x)=\frac{m}{x^2}$ có hai nghiệm $\forall m>0$.

Ta có: $x^2 f(x)=0\Leftrightarrow x=0\vee f(x)=0$: có ba nghiệm.

Vậy phương trình (1) có 9 nghiệm.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[NB] Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 104)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

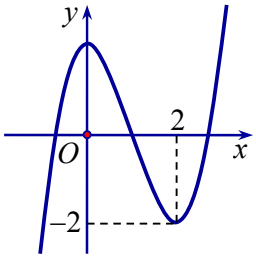
Lời giải

Chọn B

Ta có số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 2. **[NB] (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

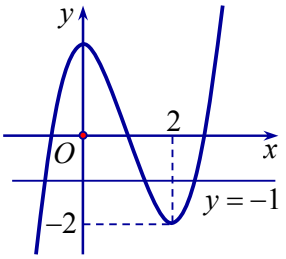


Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

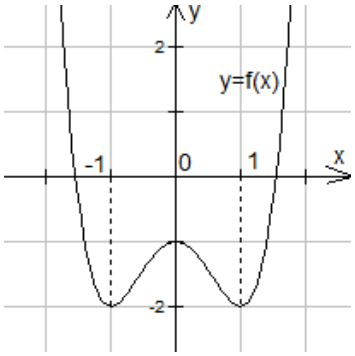
Chọn B.



Ta có $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x)=-\sqrt{3}$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

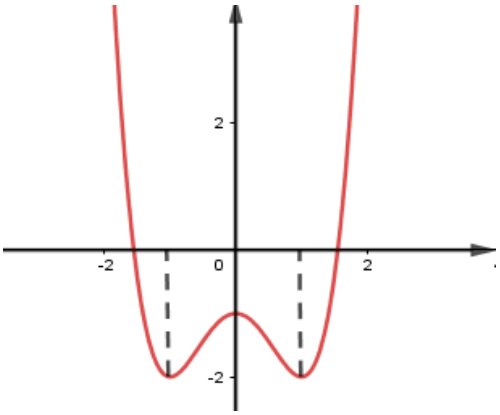
Chọn C

Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x)=-\sqrt{3}$ là số giao điểm có hoành độ dương phân biệt của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\sqrt{3}$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ, đường thẳng $y=-\sqrt{3}$ song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;-\sqrt{3})$

Suy ra phương trình $f(x)=-\sqrt{3}$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

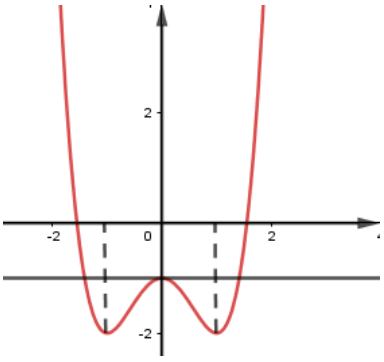
Câu 4. **[NB]** **(THPT HAU LOC 2_THANH HOA_LAN2_2018_BTN_6ID_HDG)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

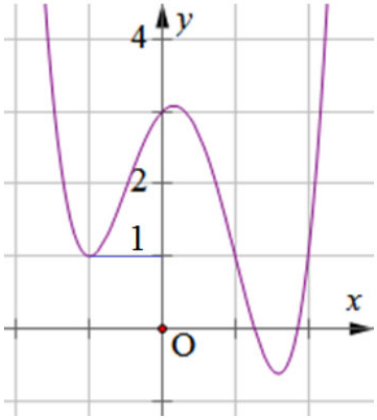


Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C).

Ta có: $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y=-1$. Do đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của (C) và (d).

Dựa vào đồ thị hai hàm số ta có (C) và (d) có 3 điểm chung nên phương trình có 3 nghiệm.

Câu 5. **[NB] (THPT Mộ Đức 2 - Quảng Ngãi - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

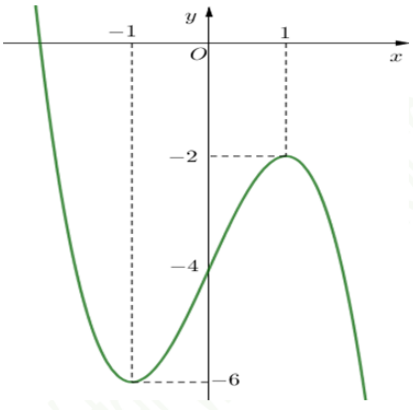
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số 1 và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 6. **[NB] (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)=-3$ có số nghiệm là



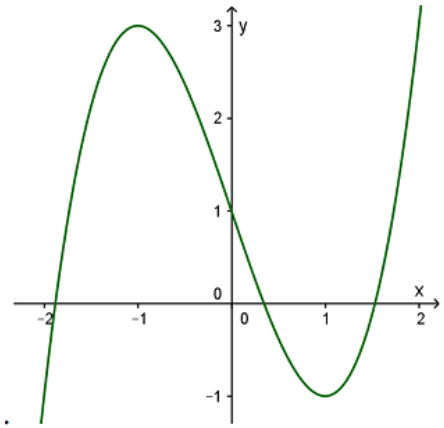
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình $f\left(x\right)=-3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 7. **[NB] (THPT Quốc Oai - Hà Nội - HKII - 2016 - 2017 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thi $\left(C\right)$như hình vẽ



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$ là :

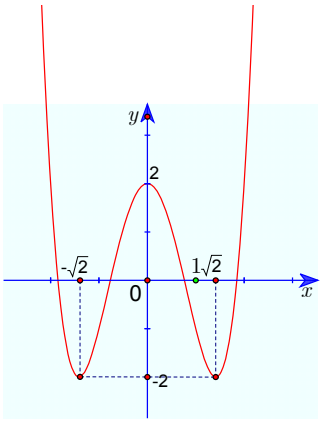
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị $\left(C\right)$của hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 8. **[NB] (THPT Thuận Thành - Bắc Ninh - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên dưới

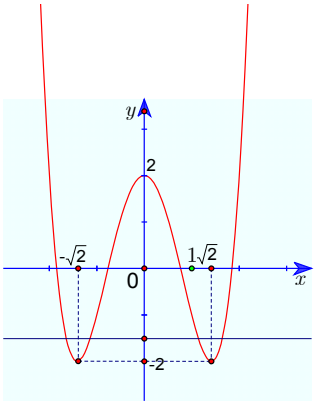


Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

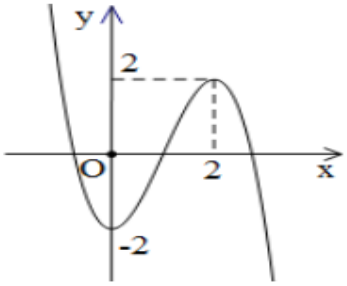
Lời giải

Chọn A



Ta có $2f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị, nhận thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 9. **[NB] (SGD - Quảng Nam - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f\left(x\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

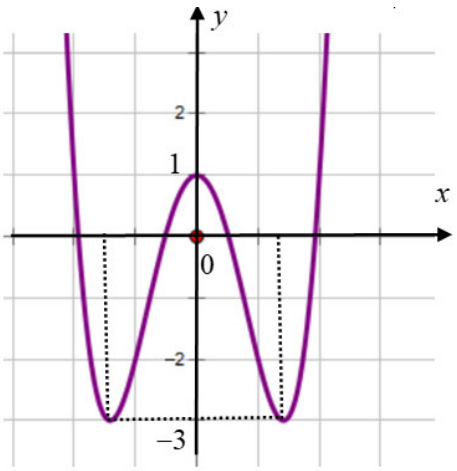
Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm trong đó có đúng một điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Vậy phương trình $f\left(x\right)=1$ có đúng 1 nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.

Câu 10. **[NB] (THPT AN LÃO-HẢI PHÒNG-Lần 3-2018-BTN)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 4 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Lời giải

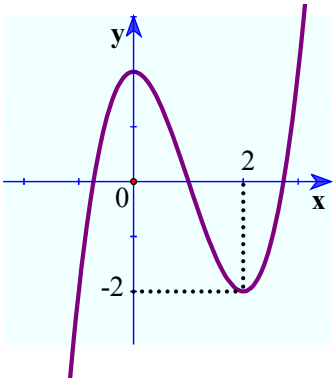
Chọn D

$f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$(*).

Số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-3$.

Dựa vào đồ thị thấy có hai giao điểm suy ra phương trình (*) có hai nghiệm .

Câu 11. **[NB] (Sở Phú Thọ - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

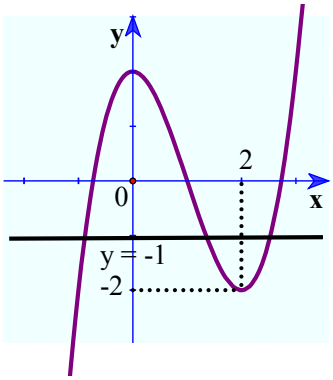


Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 1 .

Lời giải

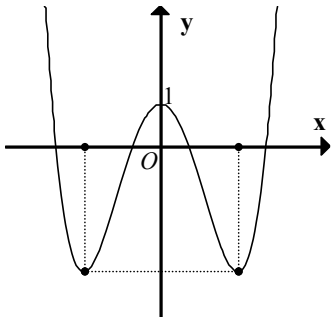
Chọn B



Ta có $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 12. **[NB] (THPT THÁI PHIÊN-HẢI PHÒNG-Lần 4-2018-BTN)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

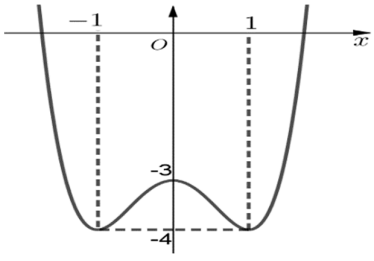
Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 13. **[TH]** Cho hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $0<m<\frac{1}{2}$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m \le \frac{1}{2}$.

Lời giải

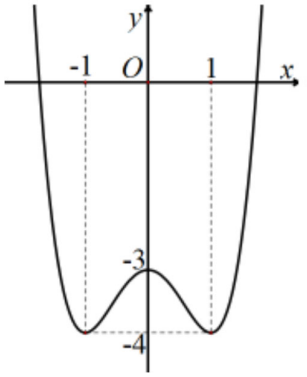
Chọn A

Số nghiệm của phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=2m-4$ và đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\left[\begin{array}{l}2m-4=-4\\2m-4>-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m>\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$. Chọn đáp án A

Câu 14. **[TH] (THPT Chuyên Quốc Học Huế - Lần 2 -2018 - BTN)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

A. $m<3$. **B.** $m=-3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $m=3$.

Lời giải

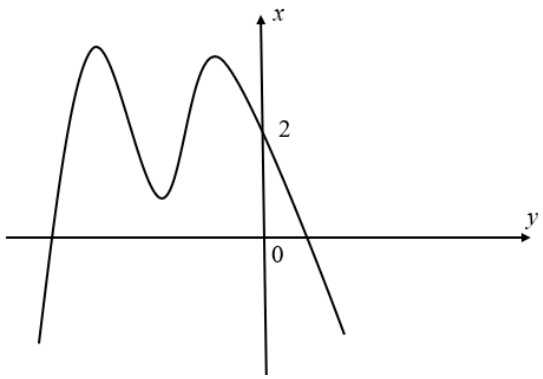
Chọn D

Ta có: $f(x)+m=0\Leftrightarrow f(x)=-m$.

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=-m$ (song song hoặc trùng với trục hoành) cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa đồ thị ta có $-m=-3\Leftrightarrow m=3$.

Câu 15. **[VDC] (Đề tốt nghiệp THPT 2020 mã đề 104)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2 f\left(x\right)\right)=2$ là:

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f\left(x^2 f\left(x\right)\right)=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 f\left(x\right)=0 \\ x^2 f\left(x\right)=a<0 \\ x^2 f\left(x\right)=b<0 \\ x^2 f\left(x\right)=c<0 \end{array}\right.$.

Xét phương trình: $x^2 f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)=0 \end{array}\right.$ mà $f\left(x\right)=0$ có hai nghiệm $\Rightarrow x^2.f\left(x\right)=0$ có ba nghiệm.

Xét phương trình: $x^2 f\left(x\right)=a<0$

Do $x^2 \geq 0$; $x=0$ không là nghiệm của phương trình $\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{a}{x^2}<0$

Xét $g\left(x\right)=\frac{a}{x^2} \Rightarrow g'\left(x\right)=\frac{-2a}{x^3}$

Bảng biến thiên:

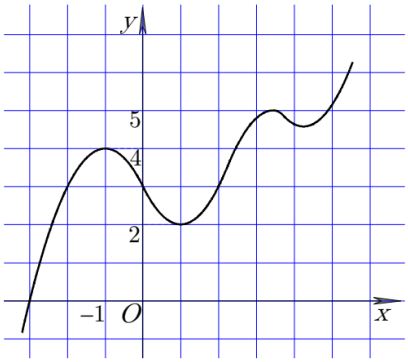
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$+$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	0

Từ bảng biến thiên với $f\left(x\right)<0 \Rightarrow f\left(x\right)=\frac{a}{x^2}$ có 2 nghiệm.

Tương tự: $x^2 f\left(x\right)=b$ và $x^2 f\left(x\right)=c\ \left(b,c<0\right)$ mỗi phương trình cũng có hai nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f\left(x^2 f\left(x\right)\right)=2$ là 9 nghiệm.

Câu 16. **[VDC] (CHUYÊN VINH - LẦN 2 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(x^2-2x\right)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2-2x$, $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{3}{2}$		-1		$\frac{3}{2}$
t'		$-$	0	$+$	
t	$\frac{21}{4}$	↘	-1	↗	$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t\in\left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Ta có: $f\left(x^2-2x\right)=m\ (1)\ \Leftrightarrow f(t)=m\ (2)$.

Ta thấy, với mỗi giá trị $t\in\left(-1;\frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

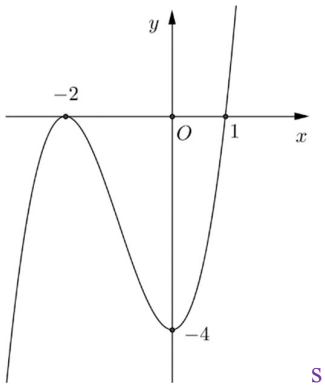
Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m=3$ và $m=5$.

Câu 17. **[VDC]** **(Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới



s

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+5)|f(x)|+4m+4=0$ có 7 nghiệm phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

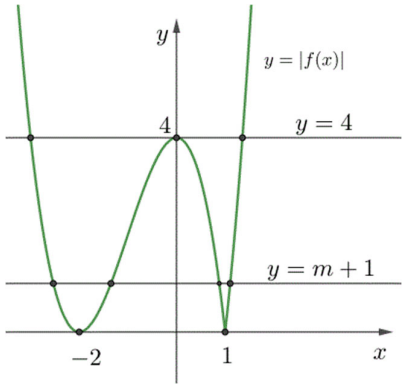
Lời giải

Chọn C

Phương trình tương đương với

$$f^2(x)-5|f(x)|+4-m(|f(x)|-4)=0$$
$$\Leftrightarrow (|f(x)|-4)(|f(x)|-1)-m(|f(x)|-4)=0$$
$$\Leftrightarrow (|f(x)|-4)(|f(x)|-1-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|f(x)|=4 \ (1)\\ |f(x)|=m+1 \ (2)\end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau



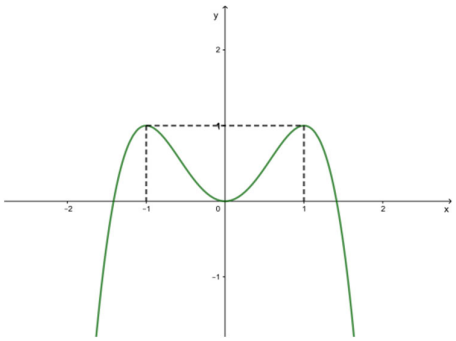
Dựa vào đồ thị hàm số $y=|f(x)|$, suy ra phương trình (1) luôn có 3 nghiệm phân biệt.

Vì vậy, yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt khác 4.

Suy ra $0<m+1<4 \Leftrightarrow -1<m<3 \Rightarrow m=0,\ 1,\ 2.$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa bài toán.

Câu 18. **[VDC]** **(LÊ HỒNG PHONG HKI 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(\dfrac{4\sin x-1}{3}\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{7\pi}{6}\right)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

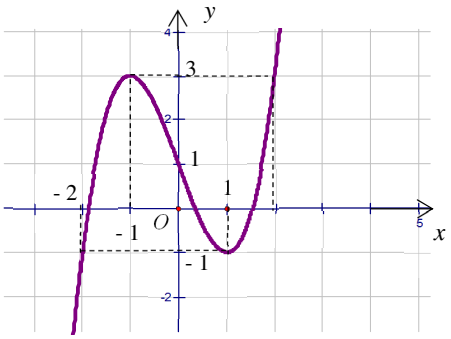
Chọn A

$x\in\left(0;\dfrac{7\pi}{6}\right)\Rightarrow \sin x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]\Rightarrow \dfrac{4\sin x-1}{3}\in(-1;1].$

Ta có $3f\left(\dfrac{4\sin x-1}{3}\right)=m\Leftrightarrow f\left(\dfrac{4\sin x-1}{3}\right)=\dfrac{m}{3}.$

Từ đồ thị suy ra để phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{7\pi}{6}\right)$ ta cần có $\dfrac{m}{3}\in[0;1]\Leftrightarrow m\in[0;3]$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 19. **[VDC]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(1+\cos 2x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;1]$. **C.** $[-1;3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

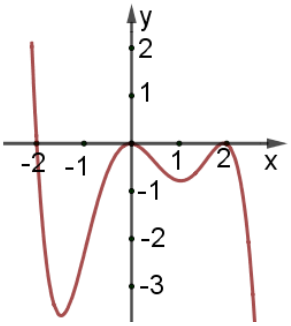
Đặt $1+\cos 2x=t$

Vì $x\in(0;\pi)$ nên $2x\in(0;2\pi)\Rightarrow\cos 2x\in[-1;1)\Rightarrow t\in[0;2)$.

Bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ thuộc nửa khoảng $[0;2)$.

Dựa vào đồ thị ta có đáp số của bài toán là $m\in[-1;3)$.

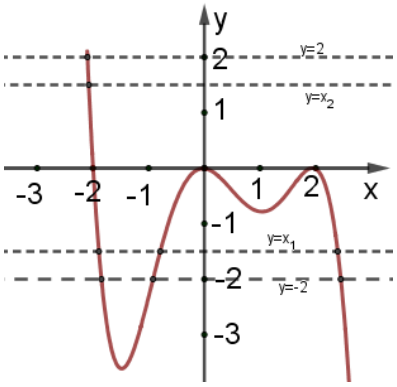
Câu 20. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(f(x))$. Hỏi phương trình $g'(x)=0$ có mấy nghiệm thực phân biệt?



A. 14. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g'(x)=f'(f(x)).f'(x)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(f(x))=0\\f'(x)=0\end{array}\right.$$

Có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1,(-2<x_1<-1)\\x=0\\x=x_2,(1<x_2<2)\\x=2\end{array}\right.$; $f'(f(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=x_1\\f(x)=0\\f(x)=x_2\\f(x)=2\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x=-2,x=0,x=2$, trong đó có 2 nghiệm trùng với nghiệm của $f'(x)=0$.

$f(x)=x_1$ có 3 nghiệm phân biệt $x_3\in(-2;-1),x_4\in(-1;1),x_5\in(2;+\infty)$.

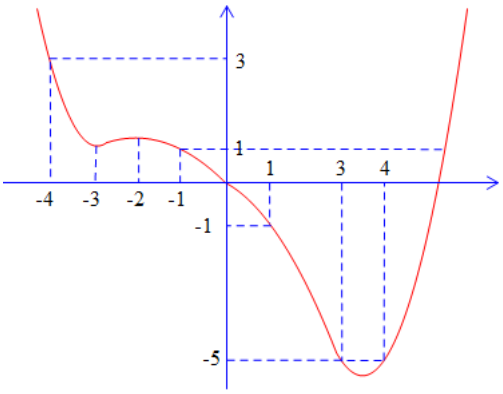
$f(x)=x_2$ có 1 nghiệm duy nhất $x_6\in(-\infty;-2)$.

$f(x)=2$ có 1 nghiệm duy nhất $x_7\in(-\infty;-2)$.

Cũng từ đồ thị có thể thấy các nghiệm $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,-2,0,2$ đôi một khác nhau.

Vậy $g'(x)=0$ có tổng cộng 10 nghiệm phân biệt.

Câu 21. **[VDC] (Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)=m-3$ có nghiệm.



A. 10. **B.** 13. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

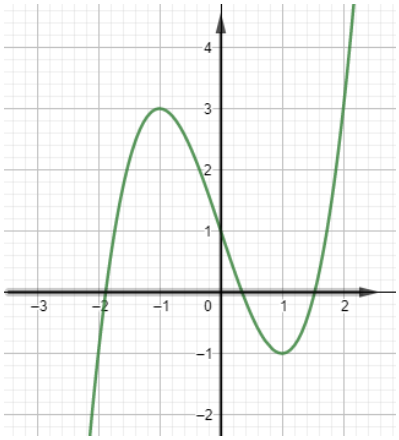
Đặt $3-4\sqrt{6x-9x^2}=t\Leftrightarrow 6x-9x^2=\dfrac{(t-3)^2}{16}(t\le 3)\ (1)$.

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow\dfrac{(t-3)^2}{16}\le 1\Leftrightarrow -1\le t\le 7$. Kết hợp điều kiện $\Rightarrow -1\le t\le 3$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $2f\left(t\right)=m-3\Leftrightarrow f\left(t\right)=\dfrac{m-3}{2}$ có nghiệm trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Từ đồ thị suy ra $-5\le\dfrac{m-3}{2}\le 1\Leftrightarrow -7\le m\le 5$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 22. **[VDC]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x+1$. Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^3-3f\left(x\right)+1=0$ là



A. 1. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x+1$ như hình vẽ bên

Từ đồ thị ta có $\left[f\left(x\right)\right]^3-3f\left(x\right)+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=a\in\left(-2;-1\right)\\f\left(x\right)=b\in\left(0;1\right)\\f\left(x\right)=c\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$.

+) Phương trình $f\left(x\right)=a\in\left(-2;-1\right)$ có đúng 1 nghiệm.

+) Phương trình $f\left(x\right)=b\in\left(0;1\right)$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f\left(x\right)=c\in\left(1;2\right)$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^3-3f\left(x\right)+1=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

BÀI TOÁN 18: TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ CHỨA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

❒ **Bài toán 1:** Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=f\left(m\right)$ $\left(1\right)$ hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f\left(m\right)$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=f\left(m\right)$ (Đường thẳng $y=f\left(m\right)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+ .....

+ .....

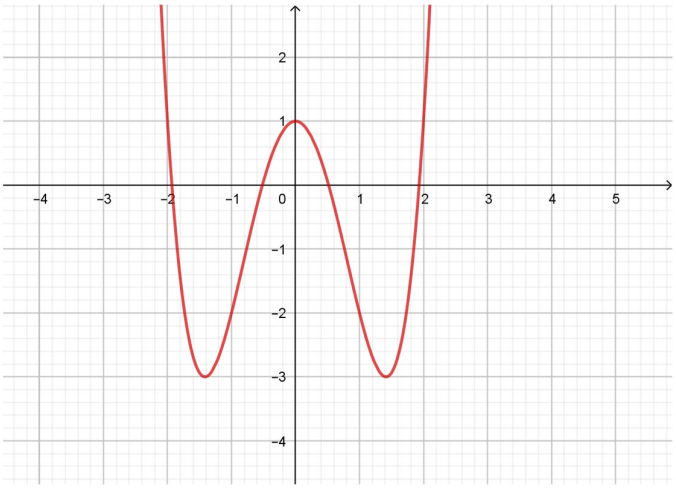
+ .....

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

Ví dụ minh họa:

Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ (C) như hình vẽ bên.



Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=f\left(m\right)$.

Giải

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

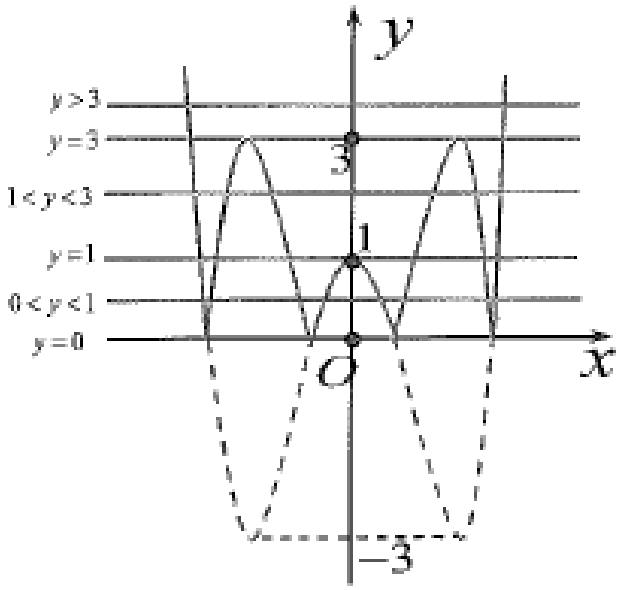
+ .....

+ .....

+ .....

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Dựa vào đồ thị:



- Phương trình (*) vô nghiệm tức không có giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)<0$.

- Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, tức có hai giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)>3$.

- Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt, tức có bốn giao điểm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(m\right)=0 \\ f\left(m\right)=3 \end{array}\right.$.

- Phương trình (*) có 6 nghiệm phân biệt tức có 6 giao điểm $\Leftrightarrow 1<f\left(m\right)<3$.

- Phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt tức có 7 giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)=1$.

- Phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt tức có 8 giao điểm $\Leftrightarrow 0<f\left(m\right)<1$.

❒ **Bài toán 2:** Biện luận số nghiệm của phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=f\left(m\right)\quad(2)$ hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f\left(m\right)$ và đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=f\left(\left|x\right|\right)$ và đường thẳng $y=f\left(m\right)$ (Đường thẳng $y=f\left(m\right)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+ .....

+ .....

+ .....

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

❒ **Bài toán 3:** Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(|x|\right)\right|=f\left(m\right)$ (3) hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f\left(m\right)$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ và đường thẳng $y=f\left(m\right)$ (Đường thẳng $y=f\left(m\right)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+ .....

+ .....

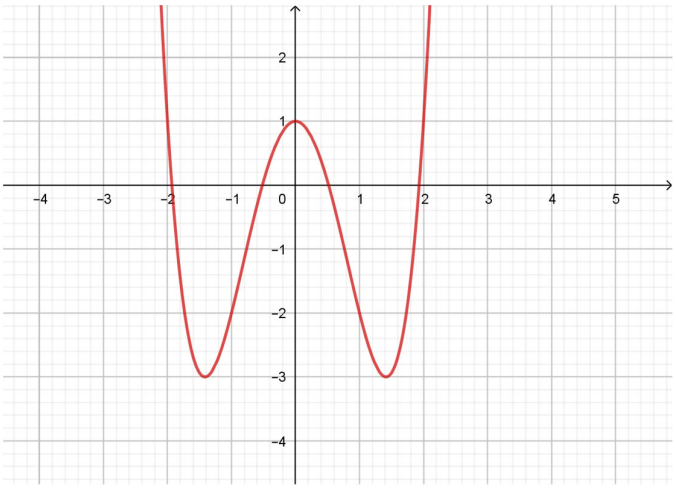
+ .....

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

Ví dụ minh họa:

Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ (C) như hình vẽ bên.



Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=f\left(m\right)$.

Giải

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

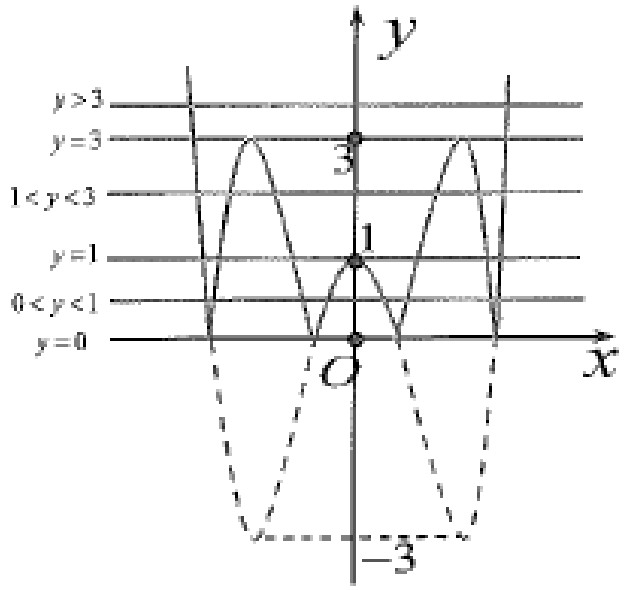
+ .....

+ .....

+ .....

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Dựa vào đồ thị:



- Phương trình (*) vô nghiệm tức không có giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)<0$.

- Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, tức có hai giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)>3$.

- Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt, tức có bốn giao điểm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(m\right)=0 \\ f\left(m\right)=3 \end{array}\right.$.

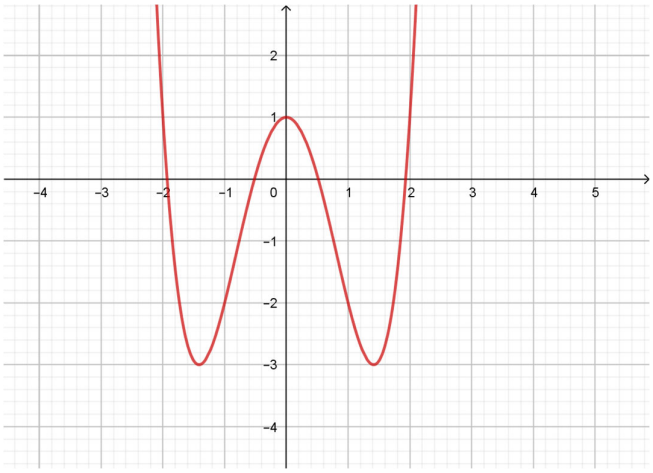
- Phương trình (*) có 6 nghiệm phân biệt tức có 6 giao điểm $\Leftrightarrow 1<f\left(m\right)<3$.

- Phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt tức có 7 giao điểm $\Leftrightarrow f\left(m\right)=1$.

- Phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt tức có 8 giao điểm $\Leftrightarrow 0<f\left(m\right)<1$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

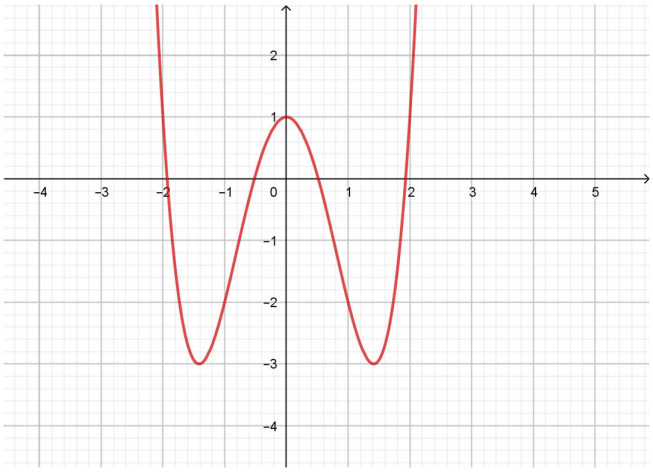
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt là:

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<3$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m=3$.

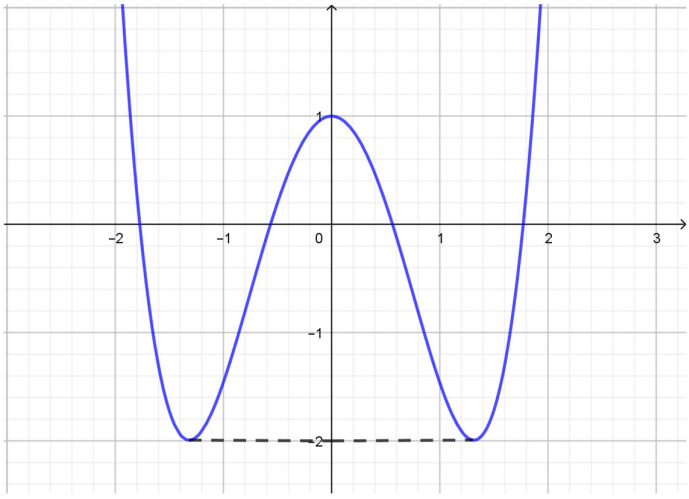
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|+m+1=0$ có 7 nghiệm phân biệt là:

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

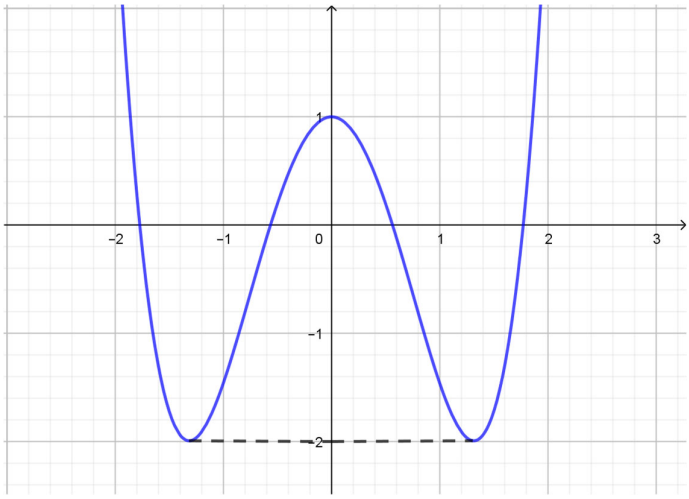
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m-1=0$ có 6 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $1\le m\le 2$.

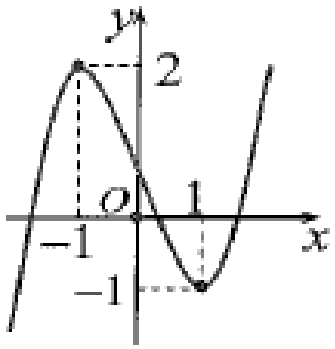
Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \ \left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $1\le m\le 2$.

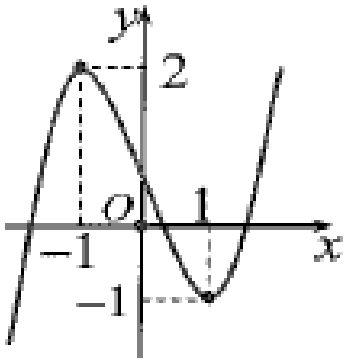
Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ \left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|-m+1=0$ có 4 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $2<m<3$. **D.** $m=2$.

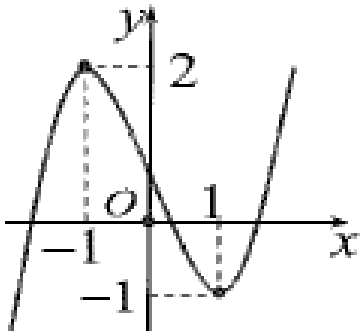
Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m=0$.

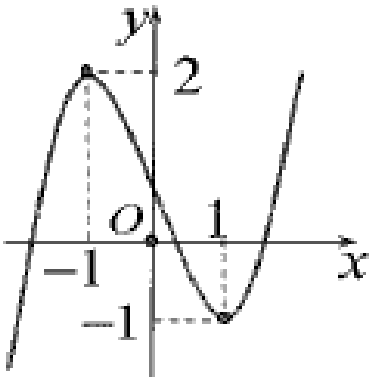
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Đặt $g(x)=|f(x)|$. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm $g(x)$?

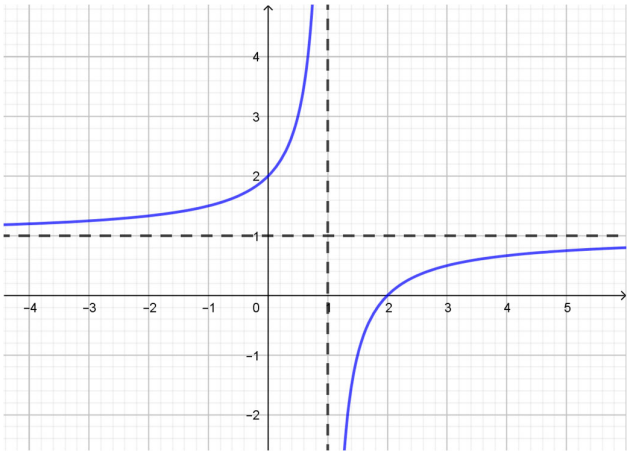
A. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

C. Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $g(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

D. Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $g(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

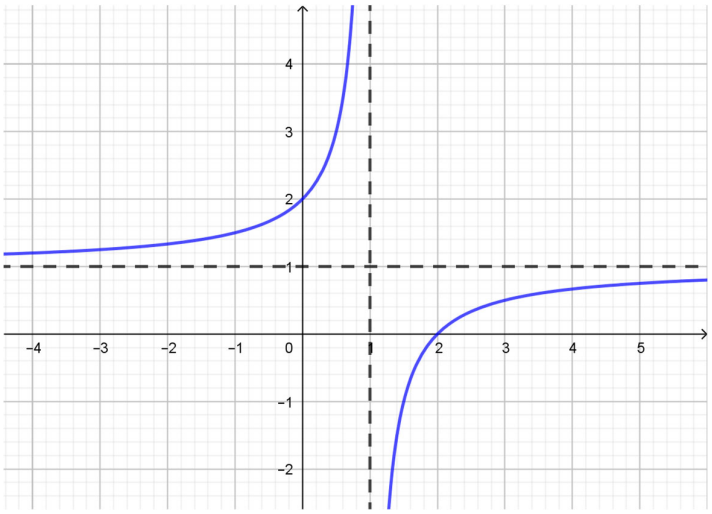
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 2 nghiệm phân biệt là:

A. $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m>1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right.$. **D.** $0<m<1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.

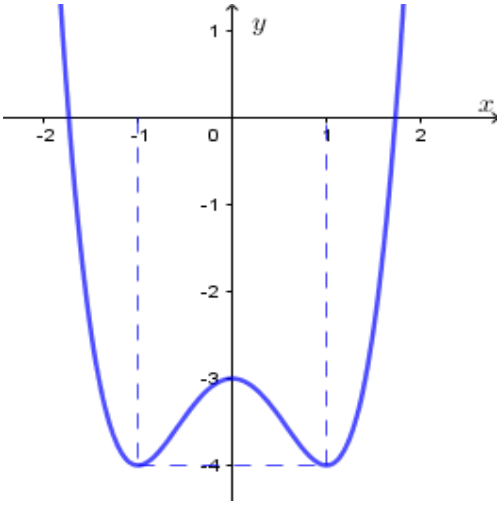


Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m-1$ có duy nhất 1 nghiệm là:

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $m=1$.

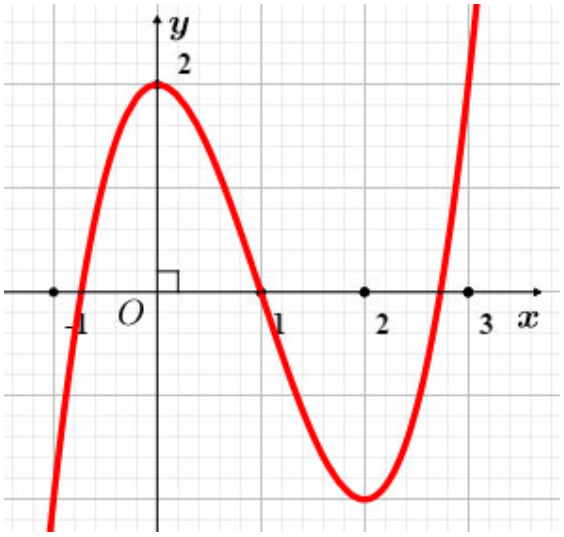
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. [2D1-5.3-3] **(TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 6)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:



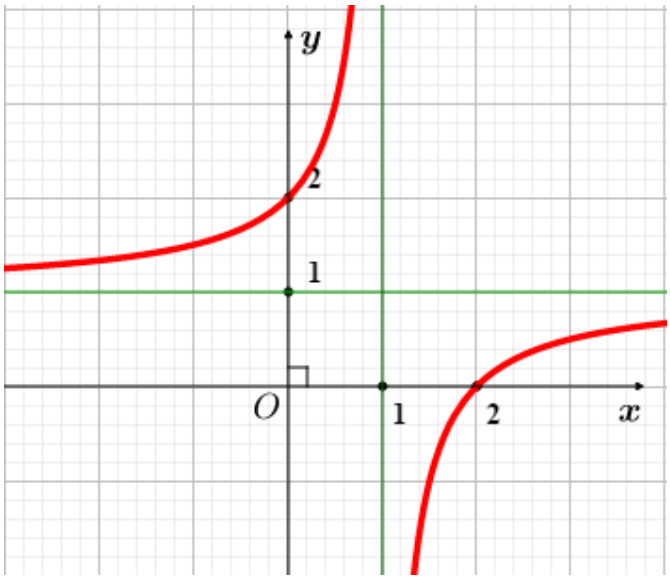
A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Câu 2. [2D1-5.3-3] **(CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3-3x^2+2|-m=1$ có 6 nghiệm phân biệt.



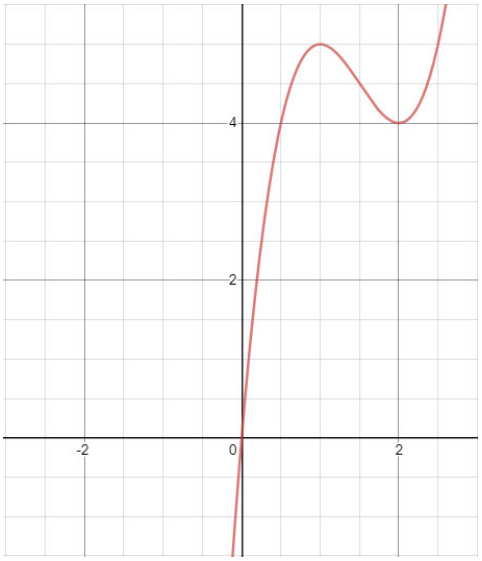
A. $-2<m<0$. **B.** $1<m<3$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 3. **[2D1-6.4-4]**Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 2 nghiệm phân biệt là:



A. $m \ge 2$ *và* $m \le 1$ **B.** $0 < m < 1$ *và* $m > 1$ **C.** $m > 2$ *và* $m < 1$ **D.** $0 < m < 1$

Câu 4. **(Sở GD-ĐT Cần Thơ -2018-BTN)** Biết đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là



A. $4 < m < 5$. **B.** $5 < m < 6$. **C.** $3 < m < 4$. **D.** $m > 6$ hoặc $m < 5$.

Câu 5. **[2D1-5.3-3] (THPT HOA LƯ A- LẦN 1-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m \le \dfrac{-1}{3}$. **B.** $-1 < m \le -\dfrac{1}{3}$. **C.** $-1 < m < -\dfrac{1}{3}$. **D.** $3 < m < 5$.

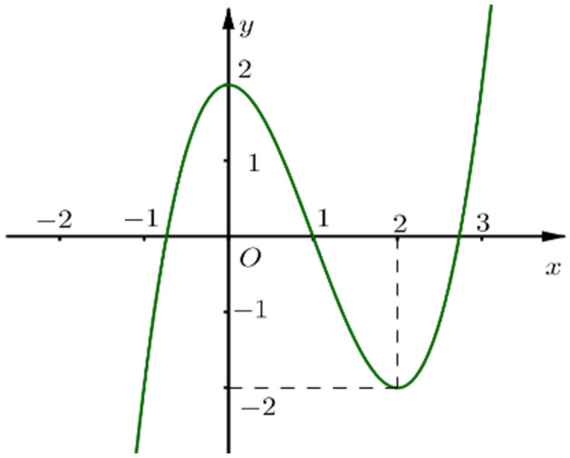
Câu 6. **[2D1-5.3-3] (Chuyên Bắc Ninh - Lần 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

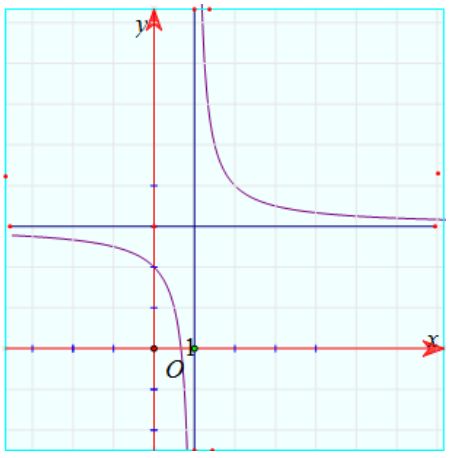
A. $-2<m<-1$. **B.** $-3\le m\le -2$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $-3<m<-2$

Câu 7. **[THPT chuyên Thái Bình-2017]** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|x\right|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $0<m<2$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $0\le m\le 2$.

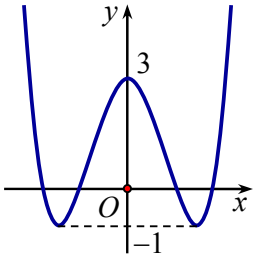
Câu 8. **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018 - BTN)** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{\left|3x-2\right|}{x-1}=m$ có hai nghiệm thực dương?

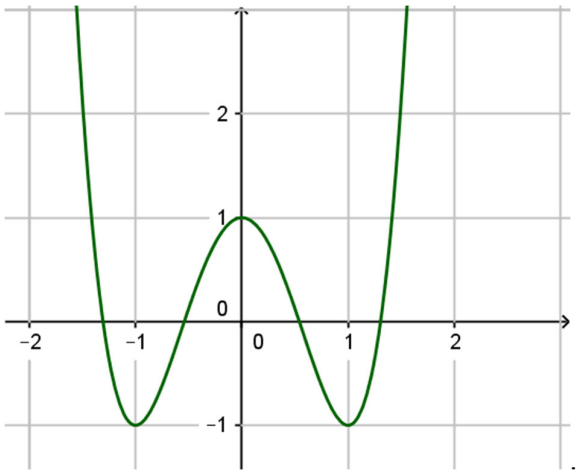
A. $-2<m<0$. **B.** $m<-3$. **C.** $0<m<3$. **D.** $m>3$.

Câu 9. **[2D1-5.4-2] (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|x^4-8x^2+12\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt là



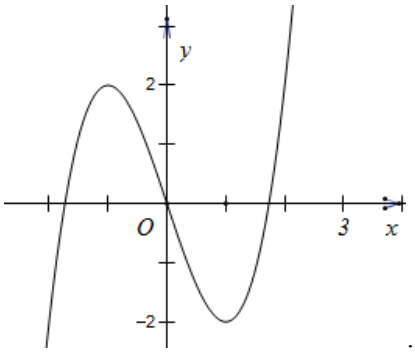
A. 3. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 0.

Câu 10. **[THPT Kim Liên-HN-2017]** Hình bên là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m$ có 8 nghiệm phân biệt.



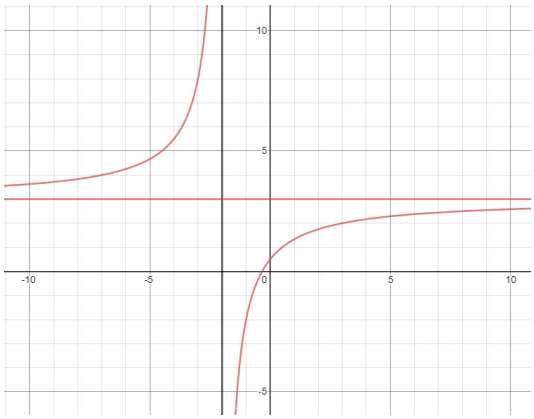
A. $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $m\geq\frac{1}{4}$. **C.** $0<m<\frac{1}{2}$. **D.** $0<m<\frac{1}{4}$.

Câu 11. **[THPT Chuyên Bình Long-2017]** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi m thuộc



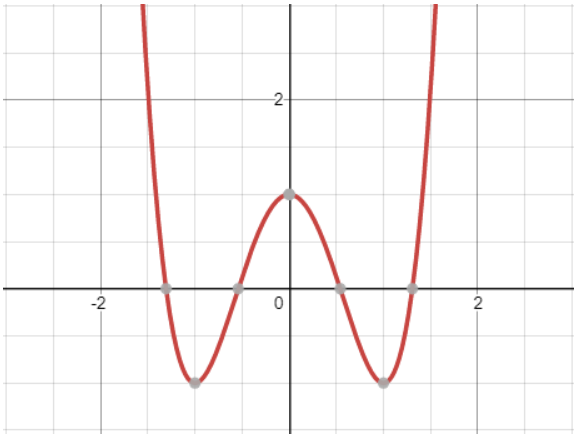
A. $m>0$. **B.** $-1<m<0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Câu 12. **[SGD NINH BINH _ 2018 _ BTN _ 6ID _ HDG]** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\dfrac{3|x|+1}{|x|+2}-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $a+b$.



A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

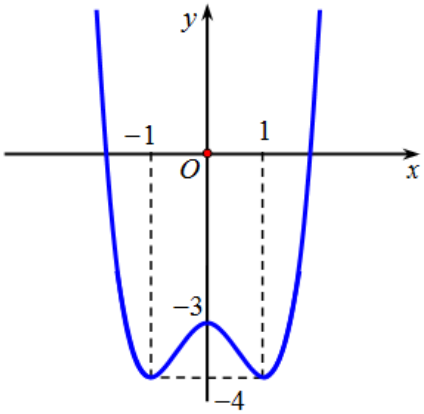
Câu 13. **(SGD VĨNH PHÚC - 2018 - BTN)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S ?



A. $S=(-1;1)$ **B.** $S=(1;2)$ **C.** $S=(0;2)$ **D.** $S=(0;1)$

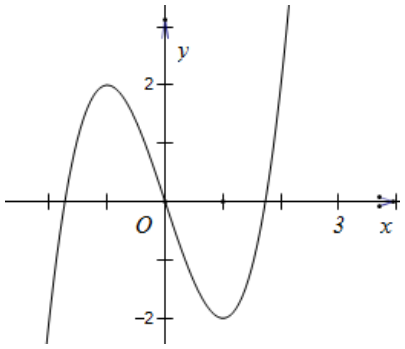
Câu 14. **[THPT chuyên Lam Sơn lần 2-2017]** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

Phương trình $|f(x)|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.



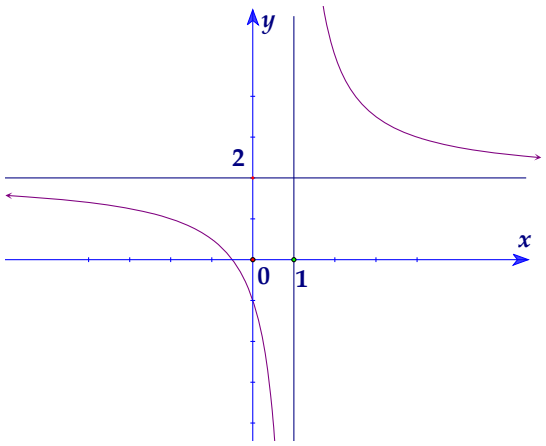
A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 15. **(THPT Ninh Giang – Hải Dương – Lần 2 – Năm 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



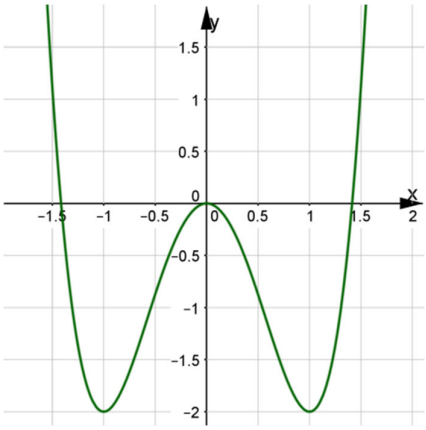
A. $-1<m<0$.
B. $m>0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$.
D. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Câu 16. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{\left|2x+1\right|}{x-1}=3m-1$ có hai nghiệm phân biệt.



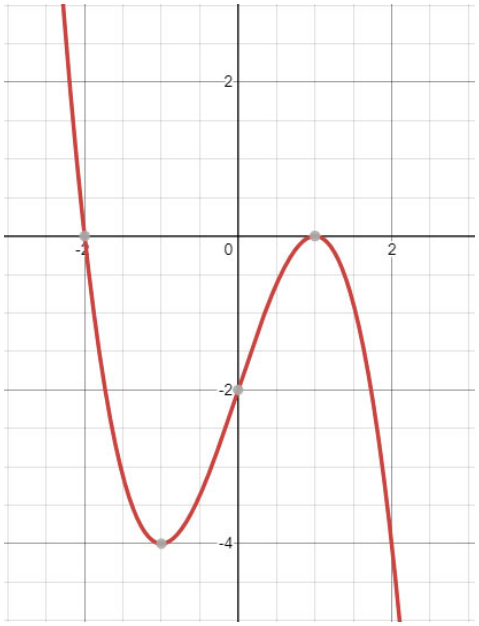
A. $-\dfrac{1}{3}<m<\dfrac{1}{3}$.
B. Không có m.
C. $m>1$.
D. $-2<m<0$.

Câu 17. **(THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU)** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2\left|x^2-2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.



A. $0<m<2$.
B. $0<m<1$.
C. $1<m<2$.
D. Không tồn tại m.

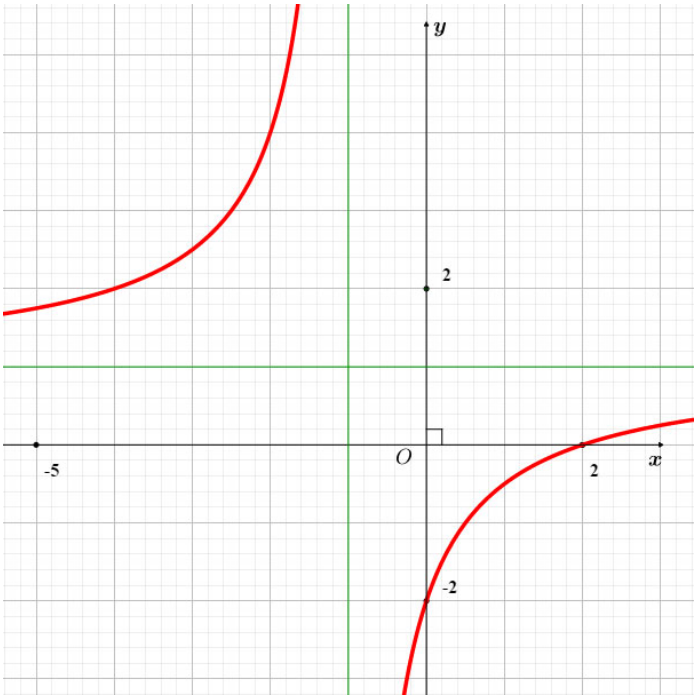
Câu 18. Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=-x^3+3x-2$ như hình vẽ.



Phương trình $\left|x+2\right|\left(x-1\right)^2=m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

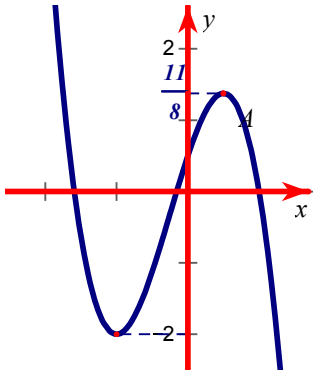
A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=4 \end{array}\right.$. **B.** $0\le m\le 4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Câu 19. **(Chuyên Long An - Lần 2 - Năm 2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\dfrac{\left||x|-2\right|}{|x|+1}=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.



A. $\left[0;2\right)$. **B.** $\left[1;2\right]\cup\left\{0\right\}$. **C.** $\left[1;2\right)$. **D.** $\left[1;2\right)\cup\left\{0\right\}$.

Câu 20. **[THPT chuyên Lê Quý Đôn-2017]** Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left|-2x^3-\dfrac{3}{2}x^2+3x+\dfrac{1}{2}\right|=\left|\dfrac{k}{2}-1\right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



A. $k \in \left(\frac{19}{4};5\right)$.

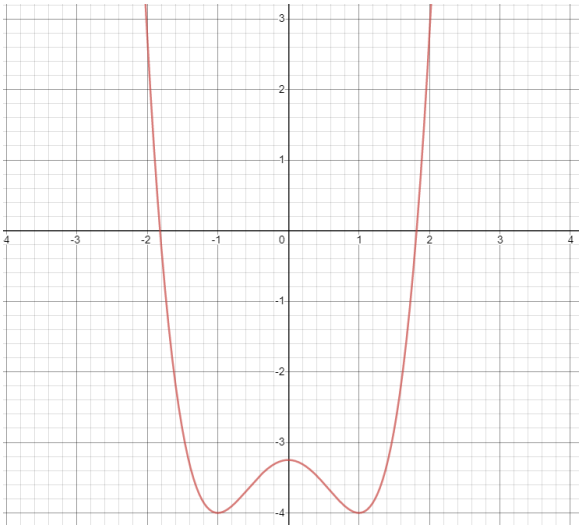
B. $k \in (-2;-1) \cup \left(1;\frac{19}{4}\right)$.

C. $k \in \varnothing$.

D. $k \in \left(-2;-\frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{19}{4};6\right)$.

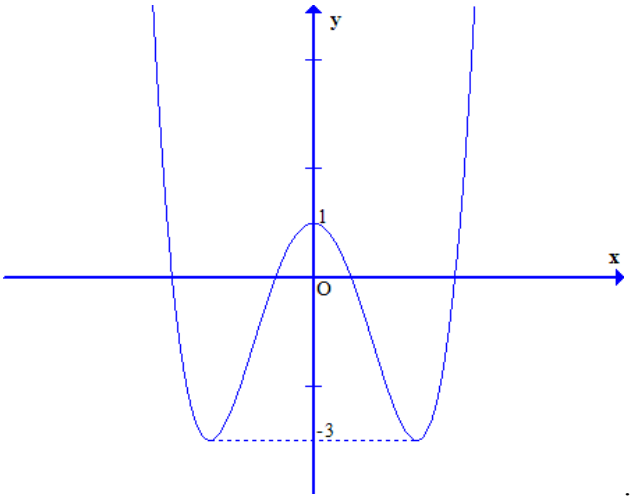
D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[CHUYÊN VĨNH PHÚC-2017]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.



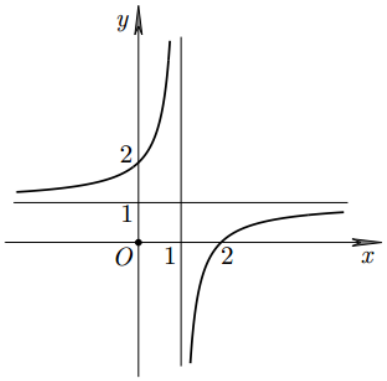
A. $-4<m<0$. **B.** $m>4; m=0$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

Câu 2. **[THPT CHUYÊN VINH-2017]** Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:



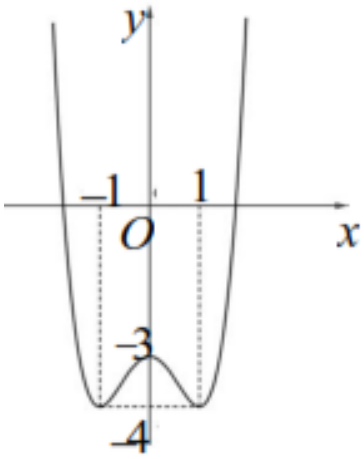
A. $-3<m<1$. **B.** $m=0$. **C.** $1<m<3$. **D.** $m=0,\ m=3$.

Câu 3. **[THPT chuyên Vĩnh Phúc lần 5 - 2017]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



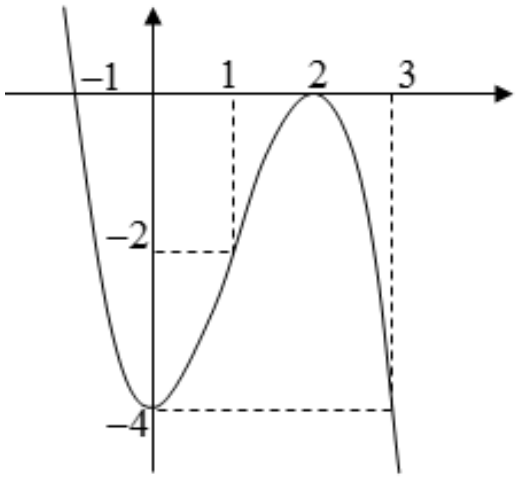
A. $m>0;m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$. **D.** $m>0$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. $-4<m<-3$ **B.** $4<m<5$ **C.** $m>5$ **D.** $0<m<4$

Câu 5. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=f(x)=-x^3+3x^2-4$.



Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)|=m+1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-1<m<3$. **B.** $m\leq -4$ *hay* $m>0$. **C.** $-4<m\leq 0$. **D.** $0<m<4$.

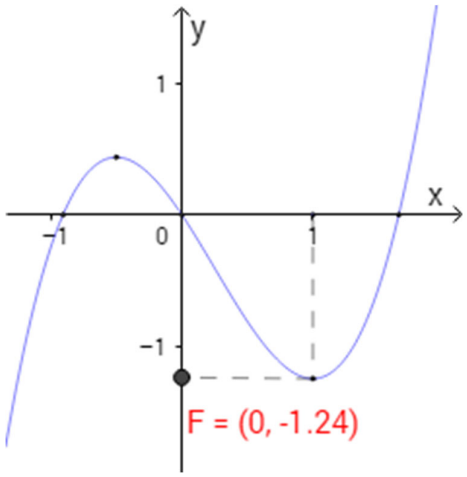
Câu 6. **[2D1-5.4-4] (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-2018 ↗	2018 ↘	$-\infty$

Hỏi phương trình $\left|f(x+2017)-2018\right|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

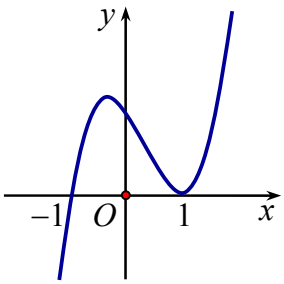
A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 7. **(THPT Chuyên Thái Nguyên - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4\left|x^3\right|-3x^2-6\left|x\right|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.



A. $m=0$ hoặc $m=6$. **B.** $m>0$ hoặc $m<6$. **C.** $0<m<3$. **D.** $1<m<6$.

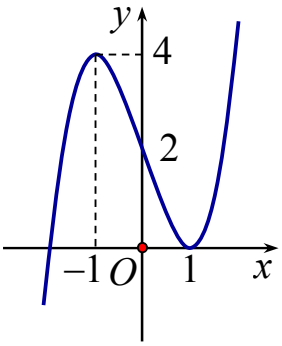
Câu 8. **[2D1-5.4-3] (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)\left|x-1\right|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. $m>0$. **B.** $m>1$ hoặc $m<0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

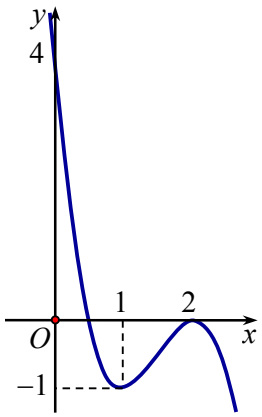
Câu 9. **[2D1-5.3-3] (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $\left|f(x-2)-2\right|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 10. **[2D1-5.3-3] (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2\left|x\right|^3-9x^2+12\left|x\right|+m=0$ có 6 nghiệm phân biệt



A. $(-1;0)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(-4;-3)$.

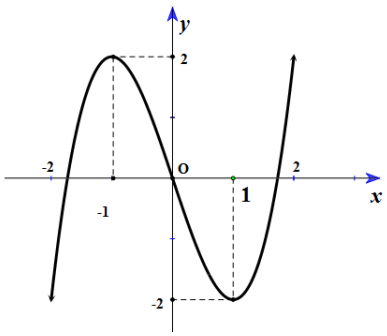
Câu 11. **[2D1-5.3-3] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$, có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m=\left|f(x)\right|$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. $m>2$. **B.** $0<m<4$. **C.** $m>0$. **D.** $2<m<4$.

Câu 12. **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x\right|^3-3\left|x\right|=2m$ có 4 nghiệm phân biệt. Cho đồ thị hàm số y=f(x) như hình vẽ dưới



A. $-2<m<0$. **B.** $-2\le m$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1\le m$.

Câu 13. **[2D1-5.3-3] (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)**Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

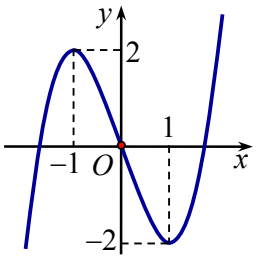
Câu 14. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=\frac{2}{e}$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

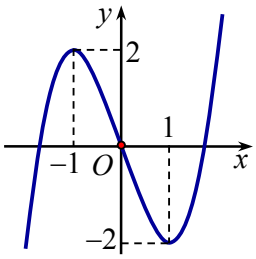
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 15. **[2D1-5.3-3] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.



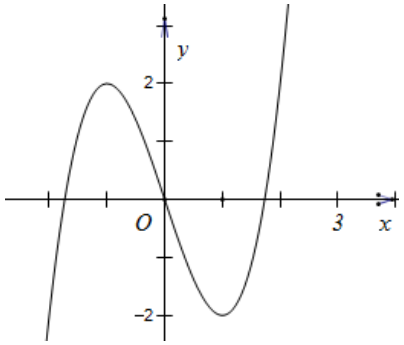
A. $0 \le m \le 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Câu 16. **[2D1-5.3-3] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $0 \le m \le 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

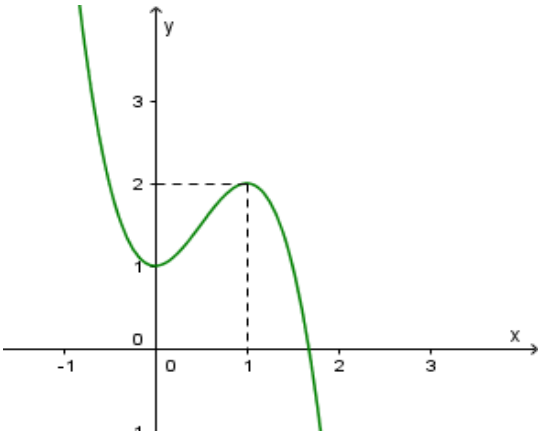
Câu 17. **[2D1-5.3-3] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



A. $-1 < m < 0$. **B.** $m > 0$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 1$. **D.** $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

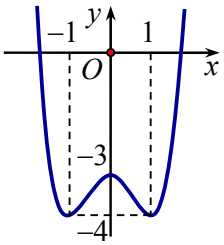
Câu 18. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.\left|f(x-1)\right|-3=0$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19. **[2D1-5.3-3] (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:



A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Câu 20. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f(x-1)\right|=2$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

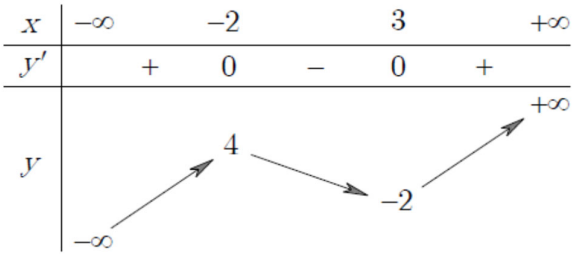
Câu 21. **[2D1-5.3-3] (CHUYÊN LAM SƠN -LẦN 3-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

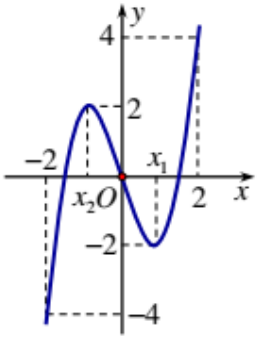
Câu 22. **[2D1-5.3-3] (CHUYÊN ĐH VINH-2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. **[2D1-5.3-3] (THPT Đức Thọ - Hà Tĩnh - 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

BÀI TOÁN 18: TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ CHỨA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

❒ **Bài toán 1:** Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=f\left(m\right)$ $\left(1\right)$ hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f\left(m\right)$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=f\left(m\right)$ (Đường thẳng $y=f\left(m\right)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

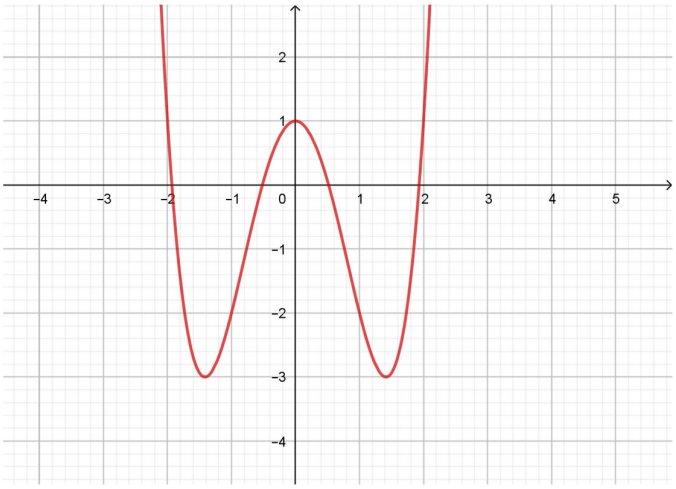
+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

Ví dụ minh họa:

Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ (C) như hình vẽ bên.



Biện luận số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=f\left(m\right)$.

Giải

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

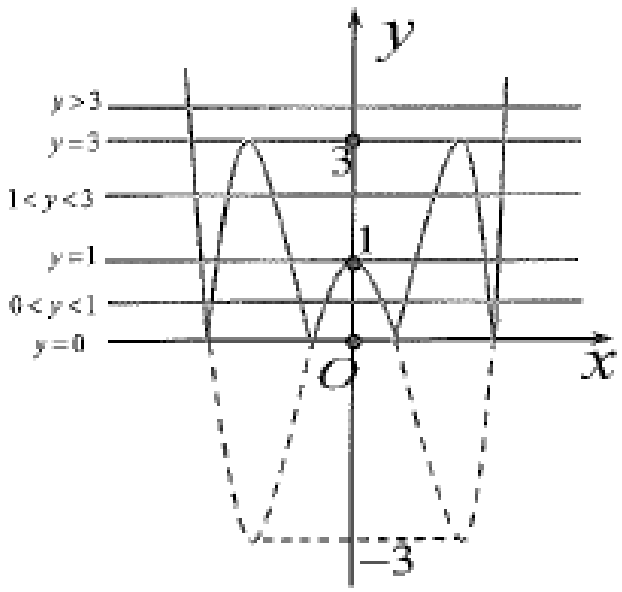
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

* Dựa vào đồ thị:



- Phương trình (*) vô nghiệm tức không có giao điểm $\Leftrightarrow f(m)<0$.

- Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, tức có hai giao điểm $\Leftrightarrow f(m)>3$.

- Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt, tức có bốn giao điểm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(m)=0 \\ f(m)=3 \end{array}\right.$.

- Phương trình (*) có 6 nghiệm phân biệt tức có 6 giao điểm $\Leftrightarrow 1<f(m)<3$.

- Phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt tức có 7 giao điểm $\Leftrightarrow f(m)=1$.

- Phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt tức có 8 giao điểm $\Leftrightarrow 0<f(m)<1$.

Ví dụ minh họa:

❒ **Bài toán 2:** Biện luận số nghiệm của phương trình $f(|x|)=f(m)$ (2) hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f(m)$ và đồ thị hàm số $y=f(|x|)$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=f(|x|)$ và đường thẳng $y=f(m)$ (Đường thẳng $y=f(m)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

❒ **Bài toán 3:** Biện luận số nghiệm của phương trình $|f(|x|)|=f(m)$ (3) hoặc số giao điểm giữa đường thẳng $y=f(m)$ và đồ thị hàm số $y=|f(|x|)|$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm giữa đồ thị $y=f(|x|)$ và đường thẳng $y=f(m)$ (Đường thẳng $y=f(m)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

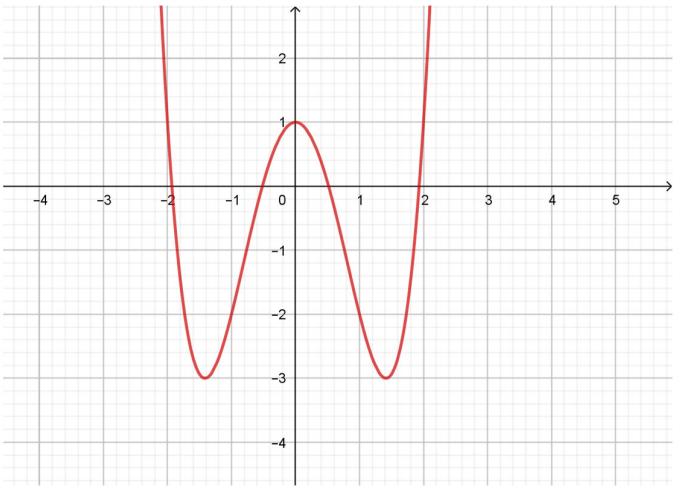
+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Bước 2: Xét tương giao dựa vào đồ thị.

Ví dụ minh họa:

Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ (C) như hình vẽ bên.



Biện luận số nghiệm của phương trình $|f(x)|=f(m)$.

Giải

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

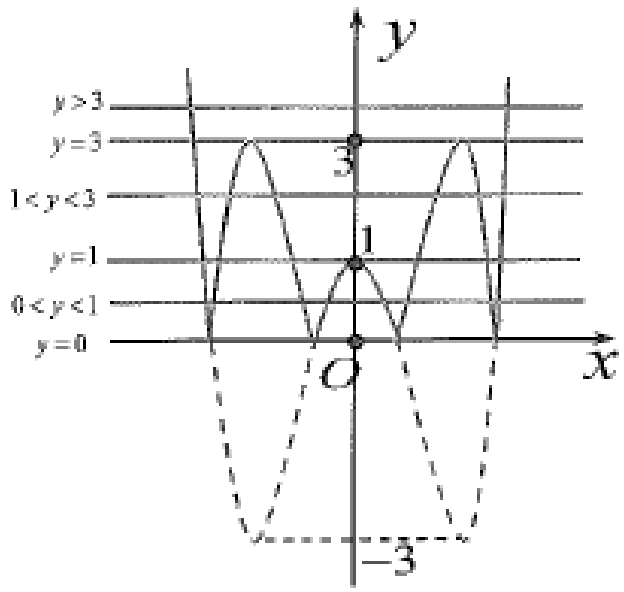
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

* Dựa vào đồ thị:



- Phương trình (*) vô nghiệm tức không có giao điểm $\Leftrightarrow f(m)<0$.

- Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, tức có hai giao điểm $\Leftrightarrow f(m)>3$.

- Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt, tức có bốn giao điểm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(m)=0 \\ f(m)=3 \end{array}\right.$.

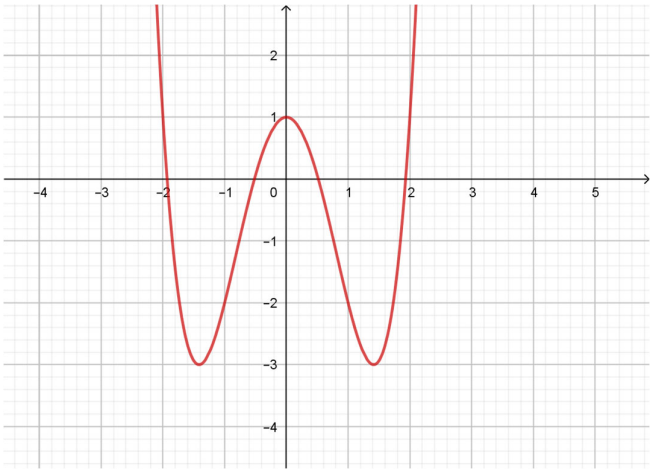
- Phương trình (*) có 6 nghiệm phân biệt tức có 6 giao điểm $\Leftrightarrow 1<f(m)<3$.

- Phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt tức có 7 giao điểm $\Leftrightarrow f(m)=1$.

- Phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt tức có 8 giao điểm $\Leftrightarrow 0<f(m)<1$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt là:

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<3$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m=3$.

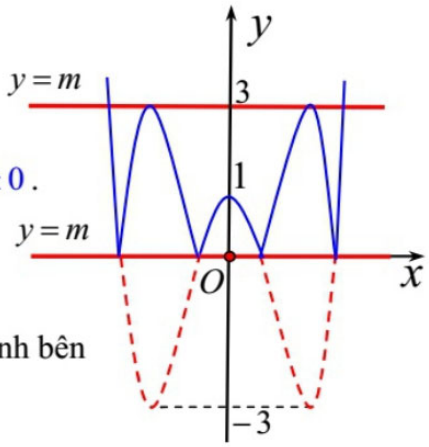
Lời giải -1:

Chọn A.

Hàm số $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\geq 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.



Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $|f(x)|=m\ (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ với đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt

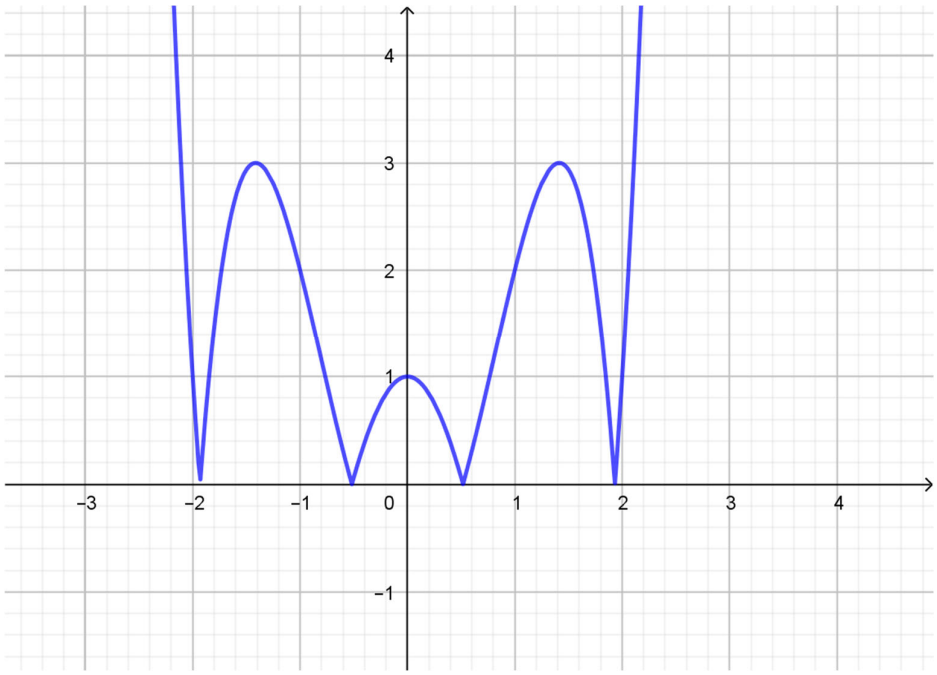
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Lời giải -2:

Chọn A.

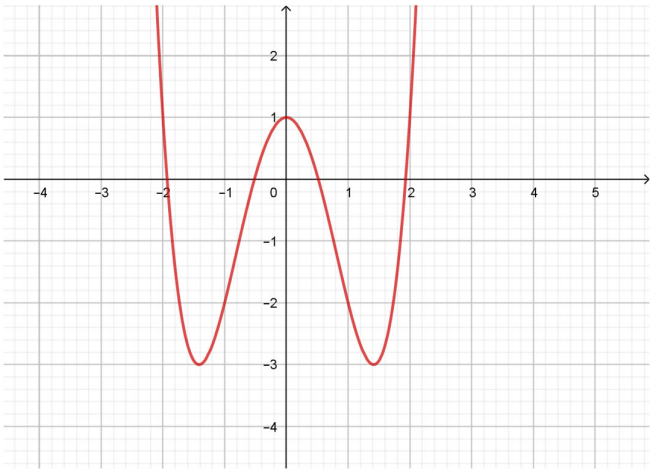
Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|+m+1=0$ có 7 nghiệm phân biệt là:

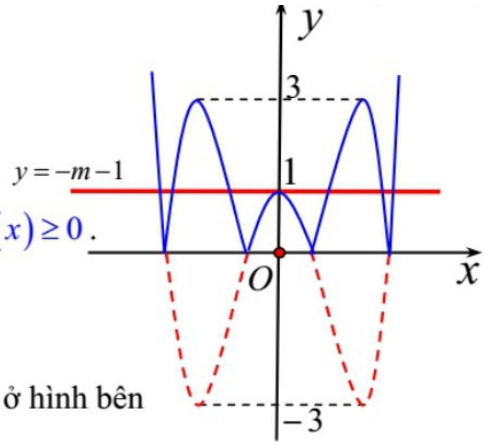
A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải -1:

Chọn A.

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)<0\end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



- Giữ nguyên đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $\left|f\left(x\right)\right|+m+1=0\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|=-m-1\ (*)$

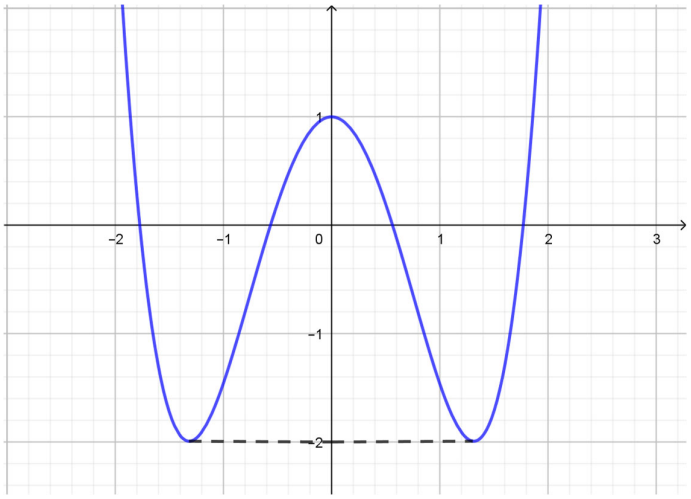
Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ với đường thẳng $y=-m-1$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=-m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 7 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -m-1=1\Leftrightarrow m=-2$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



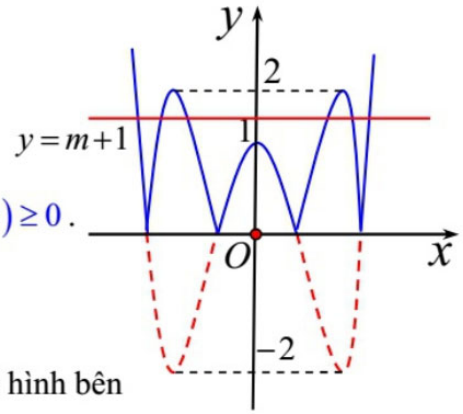
Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m-1=0$ có 6 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $1\le m\le 2$.

Lời giải -1:

Chọn A.

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)<0\end{cases}$



Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $\left|f\left(x\right)\right|-m-1=0\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|=m+1\ (*)$

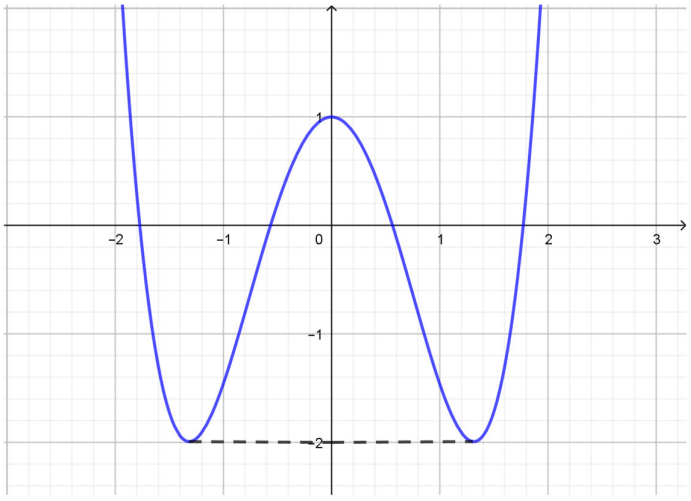
Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ với đường thẳng $y=m+1$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 6 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 1<m+1<2\Leftrightarrow 0<m<1$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $1\le m\le 2$.

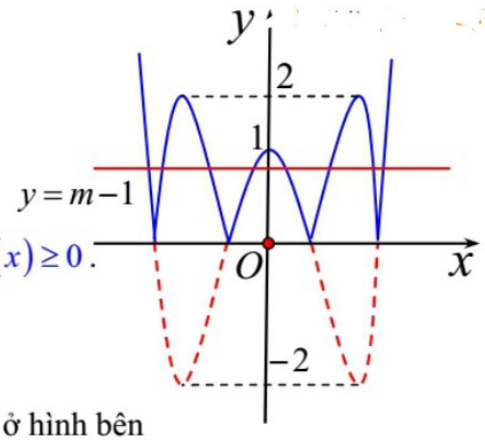
Lời giải -1:

Chọn B.

Lời giải:

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)<0\end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



- Giữ nguyên đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $\left|f\left(x\right)\right|-m+1=0\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|=m-1\ (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ với đường thẳng $y=m-1$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 8 điểm phân biệt

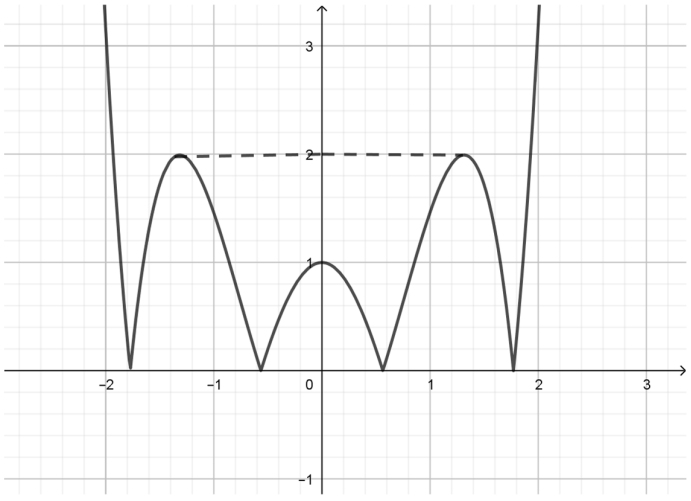
$\Leftrightarrow 0<m-1<1\Leftrightarrow 1<m<2$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Lời giải -2:

Chọn B.

Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

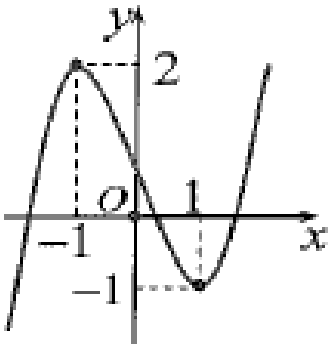


Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m+1=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 0<m-1<1\Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|-m+1=0$ có 4 nghiệm phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $2<m<3$. **D.** $m=2$.

Lời giải -1:

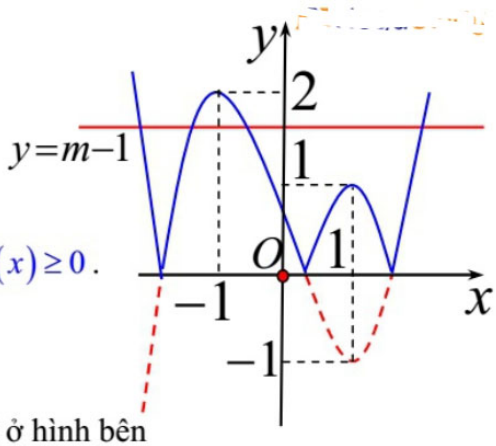
Chọn C.

Lời giải:

Hàm số $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\geq 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.



Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $|f(x)|-m+1=0\Leftrightarrow|f(x)|=m-1\ (*)$

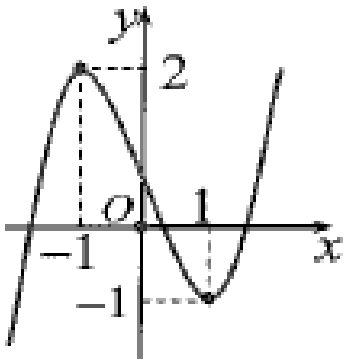
Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ với đường thẳng $y=m-1$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 1<m-1<2\Leftrightarrow 2<m<3$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

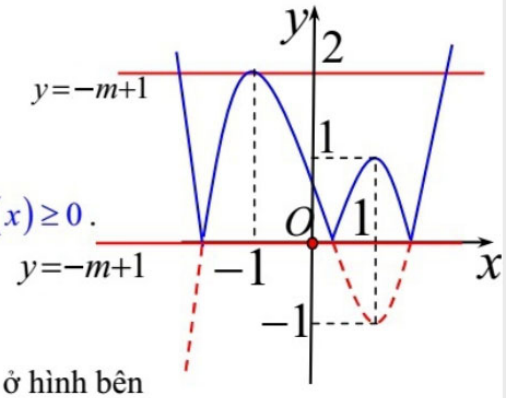
A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m=0$.

Lời giải -1:

Chọn C.

Lời giải:

Hàm số $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\geq 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$



Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $|f(x)|+m-1=0\Leftrightarrow |f(x)|=-m+1\ (*)$

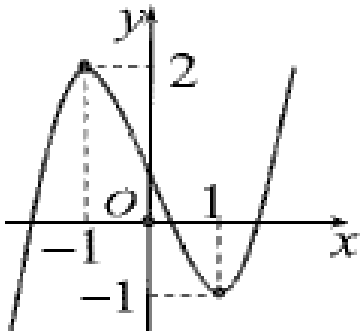
Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ với đường thẳng $y=-m+1$.

Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m+1=0 \\ -m+1=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải -1:

Chọn D.

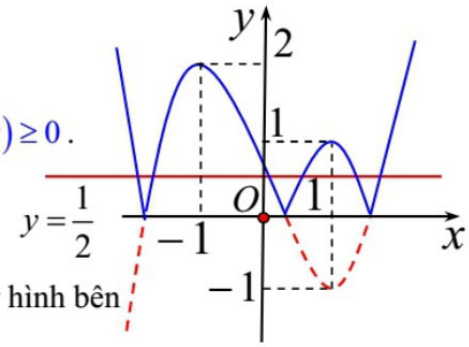
Lời giải:

Hàm số $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\geq 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ cần vẽ ở hình bên



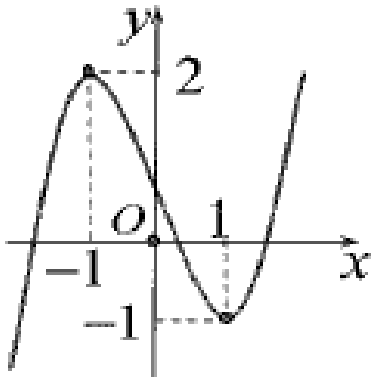
Ta có: $|f(x)|=\frac{1}{2}\ (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ với đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.Dựa vào đồ thị đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $(*)$ có 6 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Đặt $g(x)=|f(x)|$. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm $g(x)$?

A. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

C. Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $g(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

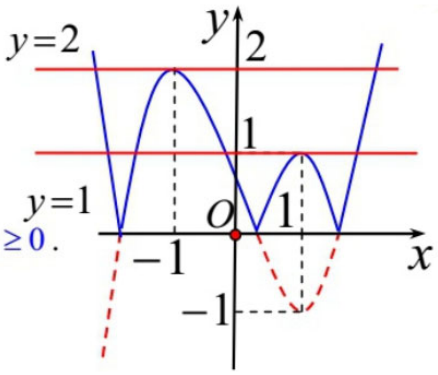
D. Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $g(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải -1:

Chọn C.

Lời giải:

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)<0\end{cases}$



Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ cần vẽ ở hình bên

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 5 điểm cực trị trong đó có 3 điểm cực tiểu, 2 điểm cực đại.

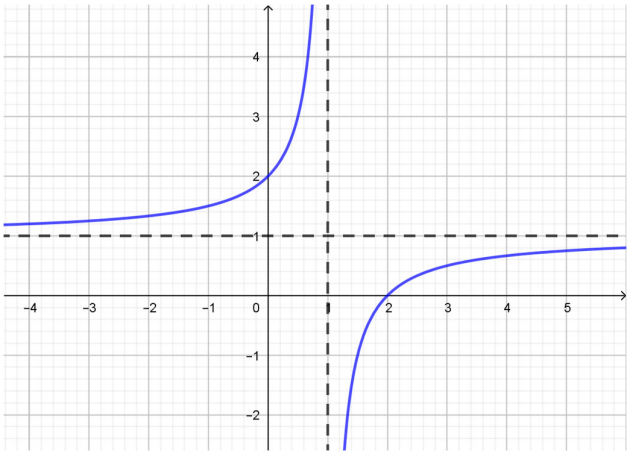
$\Rightarrow$ Đáp án A, B đúng

Đường thẳng $y=1$ giao với đồ thị hàm số tại 5 điểm phân biệt $\Rightarrow$ Đáp án C sai

Đường thẳng $y=2$ giao với đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt $\Rightarrow$ Đáp án D đúng

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 2 nghiệm phân biệt là:

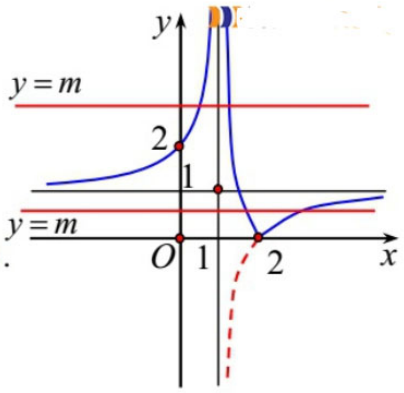
A. $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le 1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m>1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<1\end{array}\right.$. **D.** $0<m<1$.

Lời giải -1:

Chọn B.

Lời giải:

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases}f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)\ge 0\\ -f\left(x\right) & khi\, f\left(x\right)<0\end{cases}$



Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ cần vẽ ở hình bên

Ta có: $\left|f\left(x\right)\right|=m\ \ (*)$

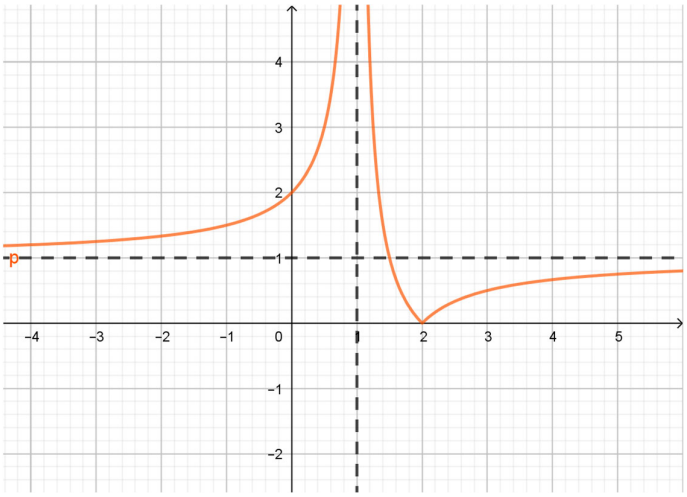
Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ với đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\ 0<m<1\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Lời giải -2:

Chọn B.

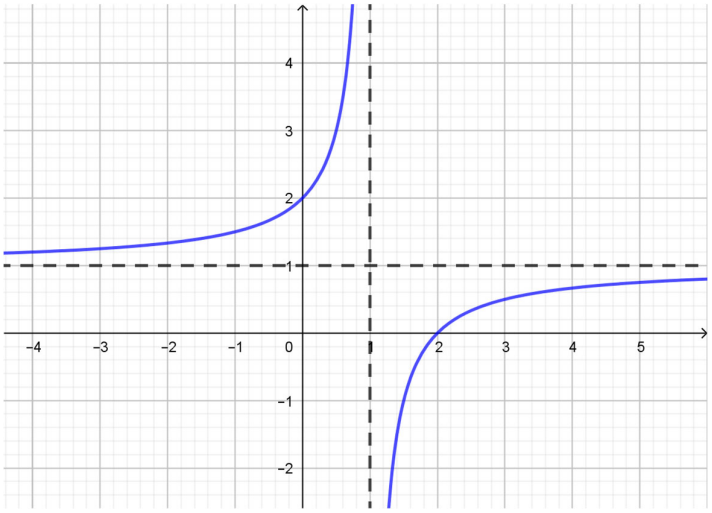
Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m>1\end{array}\right.$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m-1$ có duy nhất 1 nghiệm là:

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $m=1$.

Lời giải -1:

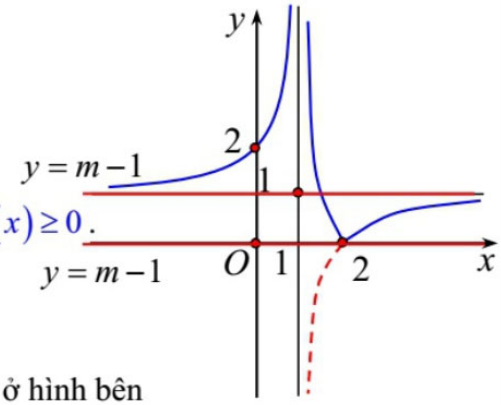
Chọn C.

Lời giải:

Hàm số $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\ge 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục Ox ứng với $f(x)\ge 0$.
- Bỏ phần đồ thị ở phía dưới trục Ox.
- Lấy đối xứng phần bỏ đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.



Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ cần vẽ ở hình bên

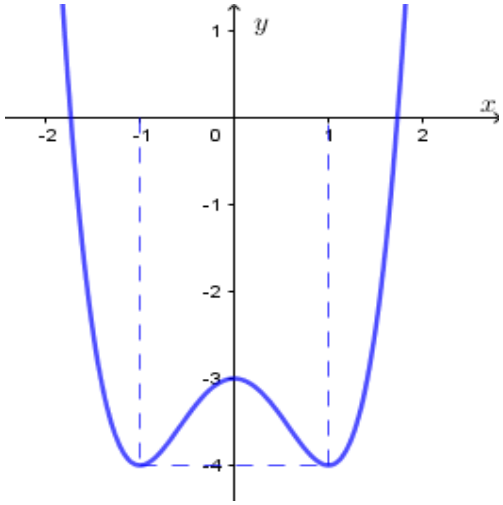
Ta có: $|f(x)|=m-1$ $(*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ với đường thẳng $y=m-1$. Dựa vào đồ thị để đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 1 điểm duy nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=1 \\ m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. **[2D1-5.3-3] (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 6)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:

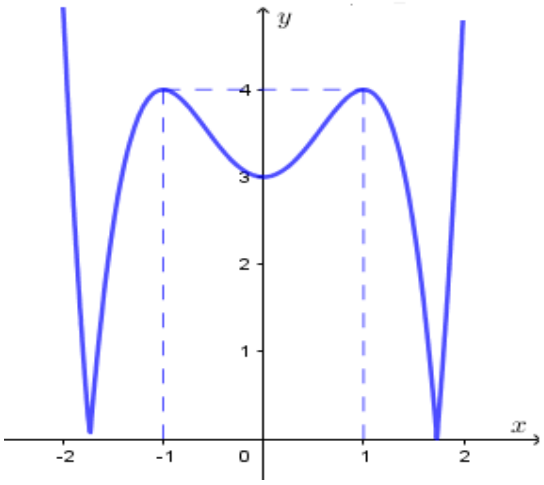


A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Lời giải

Chọn D

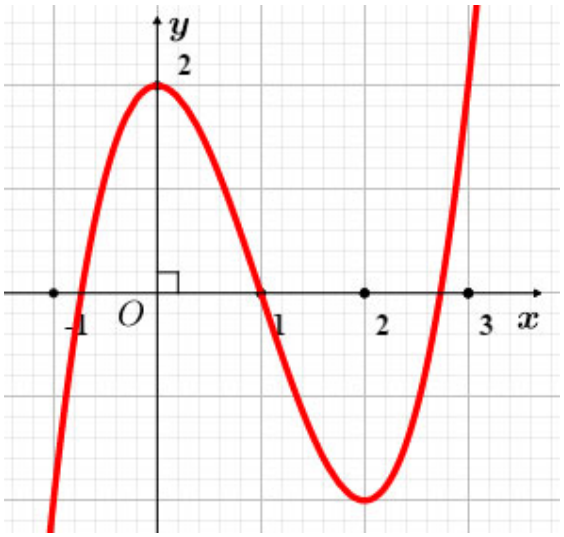
Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có được bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm trên trục hoành, lấy đối xứng phần dưới trục hoành qua trục hoành.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có 6 nghiệm khi $3<m<4$.

Câu 2. **[2D1-5.3-3] (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3-3x^2+2|-m=1$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $-2<m<0$. **B.** $1<m<3$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-1<m<1$.

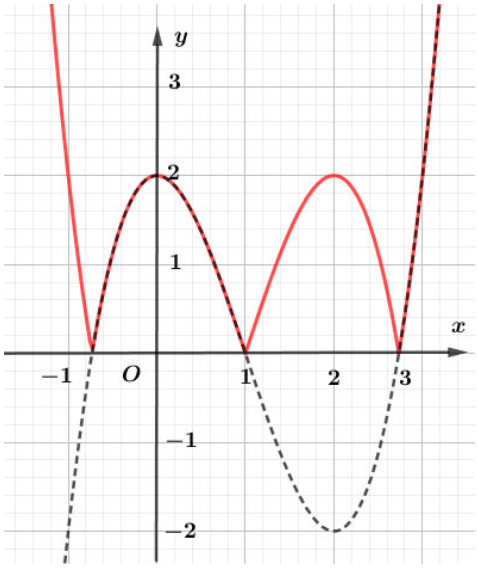
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left|x^3-3x^2+2\right|-m=1\Leftrightarrow\left|x^3-3x^2+2\right|=m+1\ (*)$.

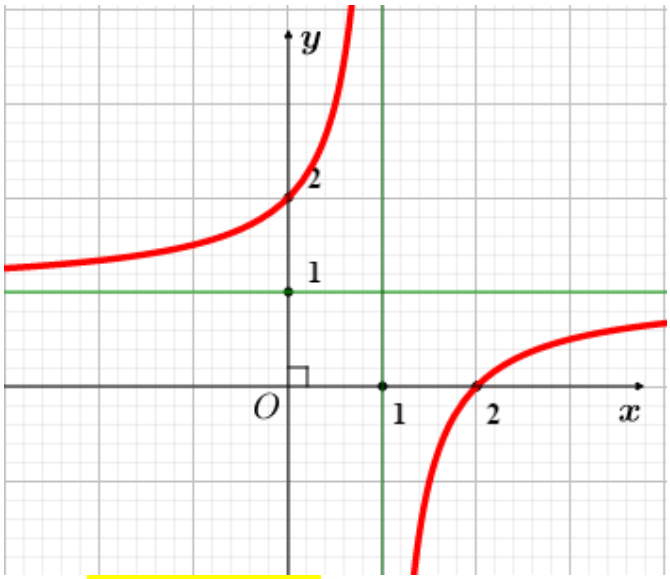
Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số điểm chung giữa đồ thị (C) của hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ và đường thẳng $d: y=m+1$.

Đồ thị hàm số (C) có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành, ta được đồ thị hàm số (nét liền) như hình vẽ bên dưới.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=m+1$ có 6 điểm chung với đồ thị hàm số (C) khi và chỉ khi $0<m+1<2\Leftrightarrow-1<m<1$.

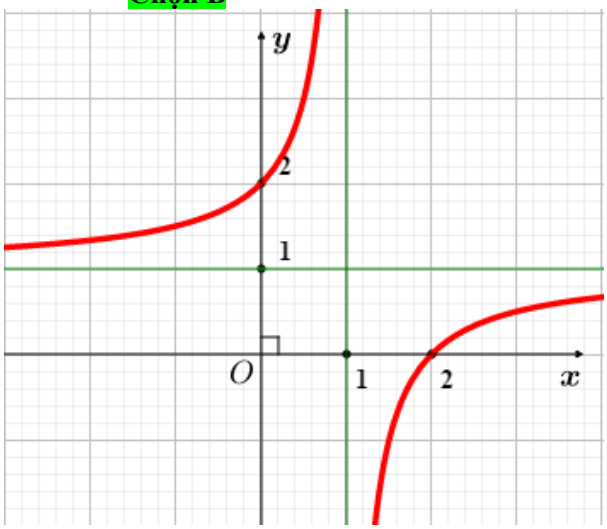
Câu 3. **[2D1-6.4-4]**Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có 2 nghiệm phân biệt là:

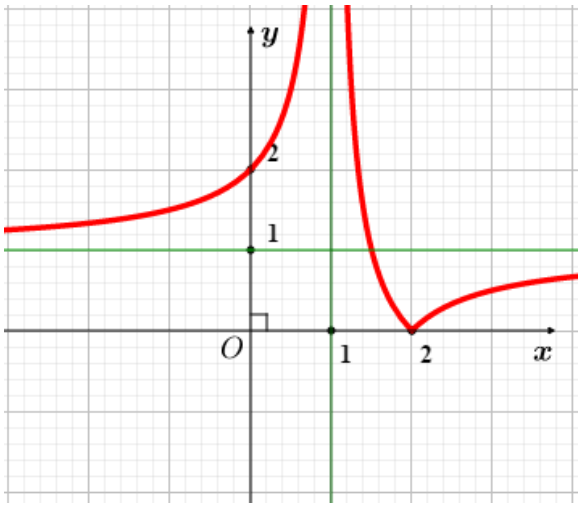


A. $m \ge 2$ *và* $m \le 1$ **B.** $0 < m < 1$ *và* $m > 1$ **C.** $m > 2$ *và* $m < 1$ **D.** $0 < m < 1$

Lời giải

Chọn B

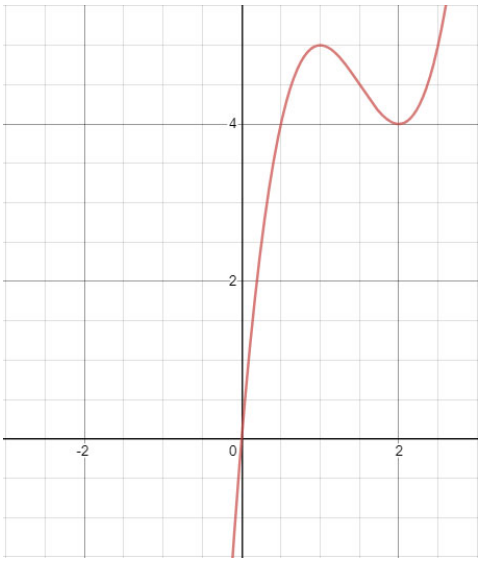




Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có được bằng cách giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở trên trục hoành và lấy phần phía dưới trục hoành đối xứng qua trục hoành. Đồ thị có được như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

Khi đó, phương trình $|f(x)| = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$ và $m > 1$.

Câu 4. **(Sở GD-ĐT Cần Thơ -2018-BTN)** Biết đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là



A. $4<m<5$. **B.** $5<m<6$. **C.** $3<m<4$. **D.** $m>6$ hoặc $m<5$.

Lời giải

Chọn B

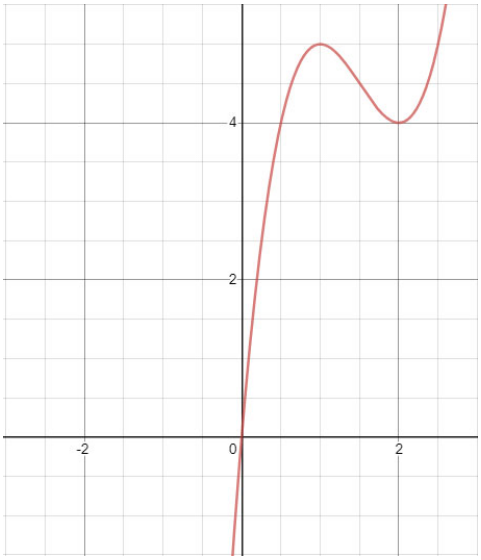
Hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

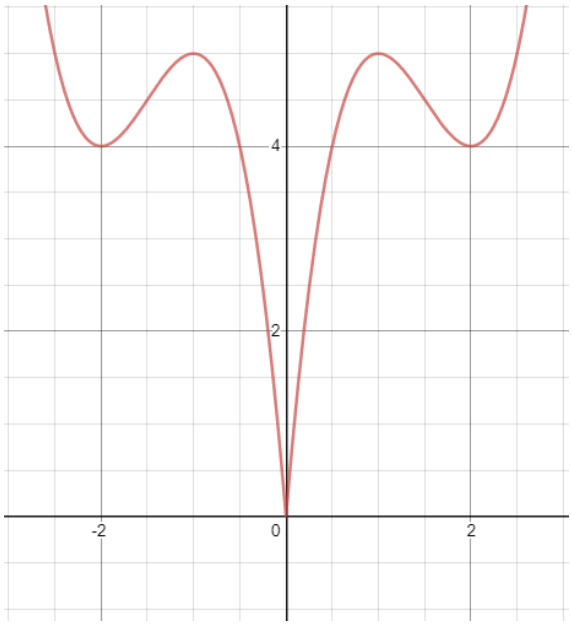
Bởi vậy, đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=2x^3-9x^2+12x$ như sau:

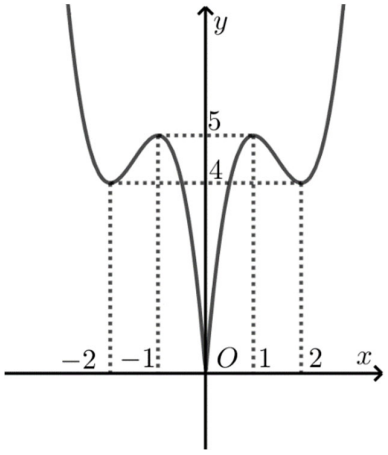
□ Đồ thị (C_1) ứng với $x\geq 0$ là phần đồ thị (C) bên phải trục tung.

□ Lấy đối xứng với phần trên qua trục tung ta được đồ thị (C_1) ứng với $x<0$.

Đồ thị (C_1) có hình dạng như sau:







Từ đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$, suy ra đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị (C_1) tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4<m-1<5\Leftrightarrow 5<m<6$.

Câu 5. **[2D1-5.3-3] (THPT HOA LƯ A- LẦN 1-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m\le\dfrac{-1}{3}$. **B.** $-1<m\le-\dfrac{1}{3}$. **C.** $-1<m<-\dfrac{1}{3}$. **D.** $3<m<5$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$, ta có bảng biến thiên hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $|f(x)|=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 3<2-3m<5\Leftrightarrow -1<m<-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6. **[2D1-5.3-3] (Chuyên Bắc Ninh - Lần 1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\lVert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

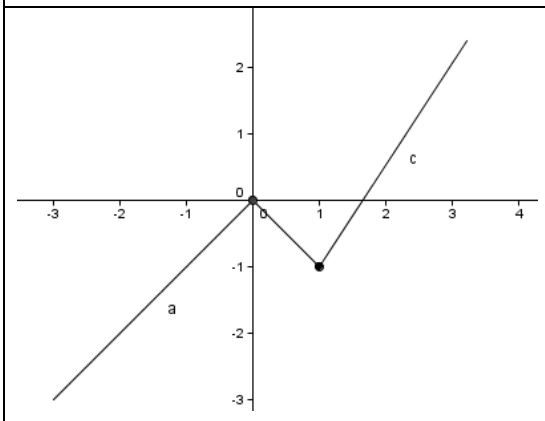
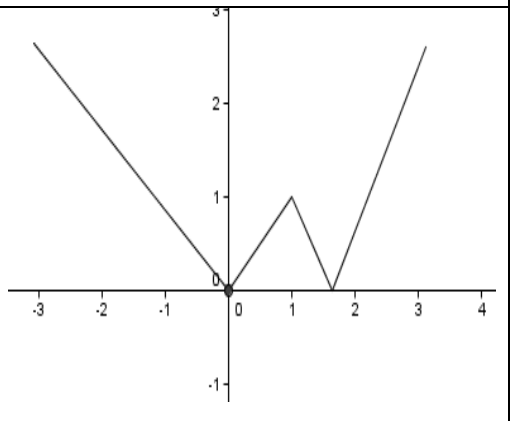
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $-2<m<-1$. **B.** $-3\le m\le -2$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $-3<m<-2$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1. Từ bảng biến thiên đã cho ta suy ra hình dạng của đồ thị tương ứng

Mô phỏng đồ thị $y=f\left(x\right)$	Mô phỏng đồ thị $y=\left\|f\left(x\right)\right\|$
	

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào đồ thị thì phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

Cách 2. Gọi $x_1\in\left(1;+\infty\right)$ thỏa mãn $f\left(x_1\right)=0$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra bbt của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như bảng 1 hoặc bảng 2

Bảng 1:

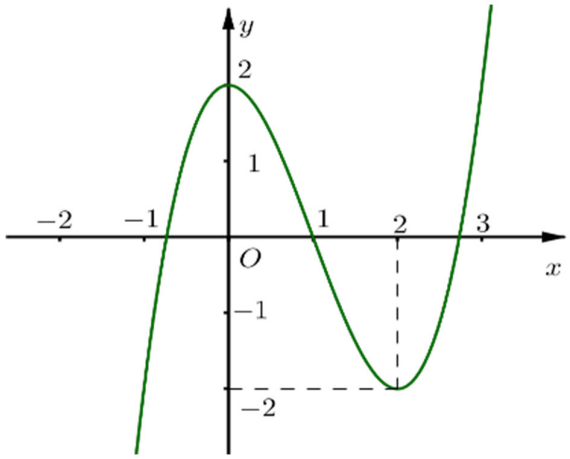
x	$-\infty$		0		1		x_1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Bảng 2:

x	$-\infty$		0		1		x_1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ (*) chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

Câu 7. **[THPT chuyên Thái Bình-2017]** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $0<m<2$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $0\le m\le 2$.

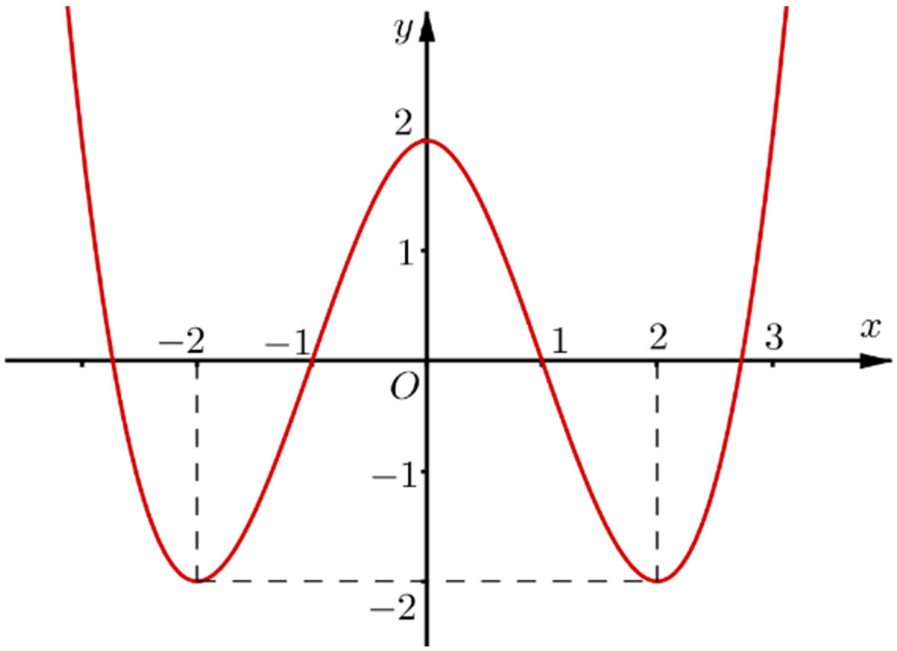
Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

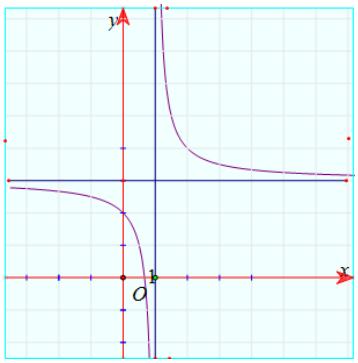
Khi $x\ge 0$, $g(x)=x^3-3x^2+2$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ có dạng như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi $-2<m<2$.

Câu 8. **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2018 - BTN)** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm thực dương?

A. $-2<m<0$. **B.** $m<-3$. **C.** $0<m<3$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn A

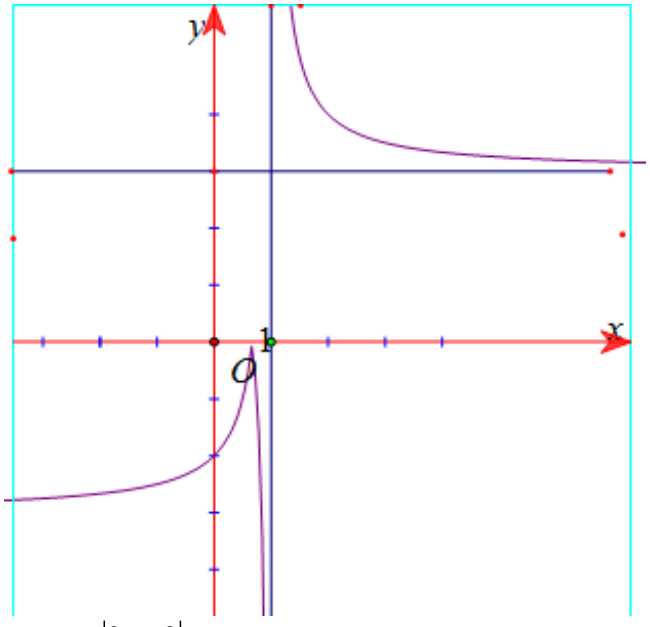
Số nghiệm của phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=\dfrac{|3x-2|}{x-1}$ (C') và đường thẳng $y=m$ (d).

Do $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x\geq\dfrac{2}{3}\\ -\dfrac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x<\dfrac{2}{3}\end{cases}$ nên đồ thị (C') có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x\geq\dfrac{2}{3}$.

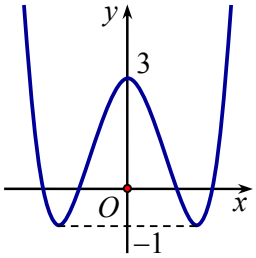
Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x<\dfrac{2}{3}$.

Hợp của hai phần đồ thị là (C').



Từ đồ thị ta có phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2<m<0$

Câu 9. **[2D1-5.4-2] (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|x^4-8x^2+12\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt là



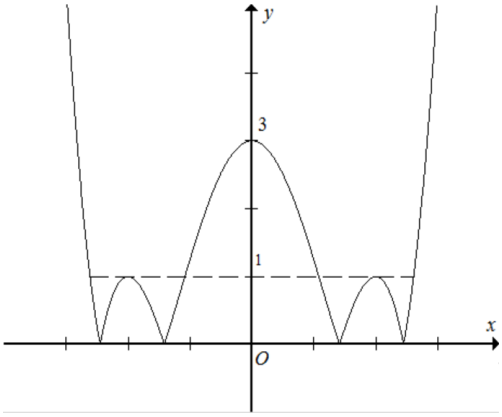
A. 3. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\left|x^4-8x^2+12\right|=m \Leftrightarrow \left|\frac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|=\frac{m}{4}$ (*).

Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|$:

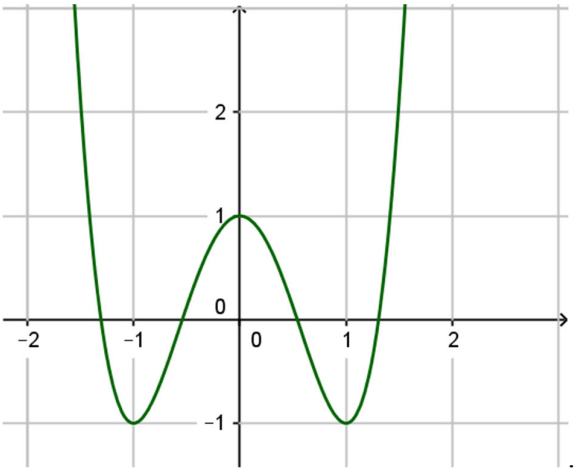


Suy ra để phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt thì ta phải có $0<\frac{m}{4}<1 \Leftrightarrow 0<m<4$.

Suy ra các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Do đó tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là bằng 6.

Câu 10. **[THPT Kim Liên-HN-2017]** Hình bên là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m$ có 8 nghiệm phân biệt.



A. $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$. **B.** $m\ge\frac{1}{4}$. **C.** $0<m<\frac{1}{2}$. **D.** $0<m<\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

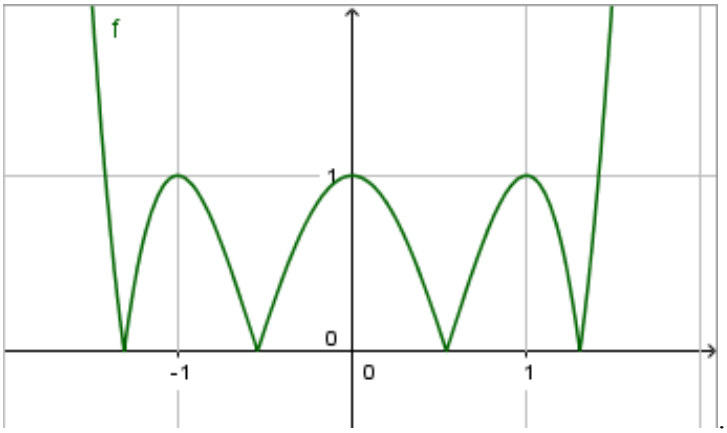
* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

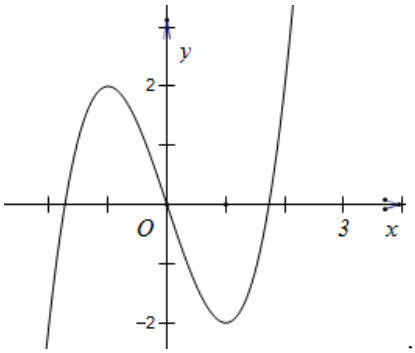


Dựa vào đồ thị của hàm số $y=2x^4-4x^2+1$ ta suy ra được đồ thị $\left(C'\right)$ của hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$ như hình vẽ bên.

Số nghiệm của phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m\Leftrightarrow\left|2x^4-4x^2+1\right|=4m$ là số giao điểm của đồ thị $\left(C'\right)$ và đường thẳng $d:y=4m$.

Phương trình có 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<4m<1\Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{4}$.

Câu 11. **[THPT Chuyên Bình Long-2017]** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi m thuộc



A. $m>0$.
B. $-1<m<0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$.
D. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Lời giải

Chọn D

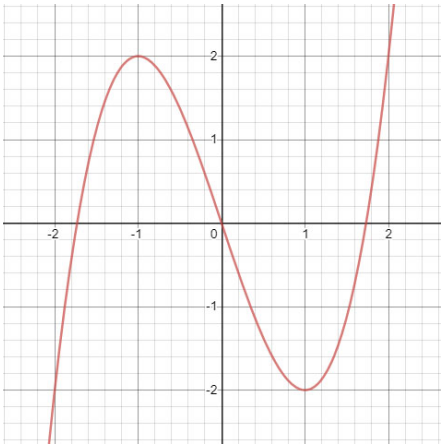
* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

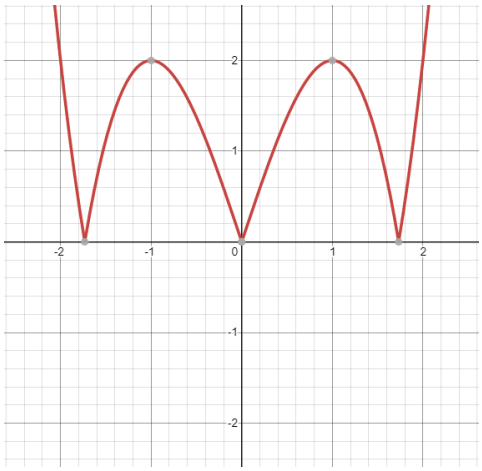
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f\left(x\right)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f\left(x\right)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.





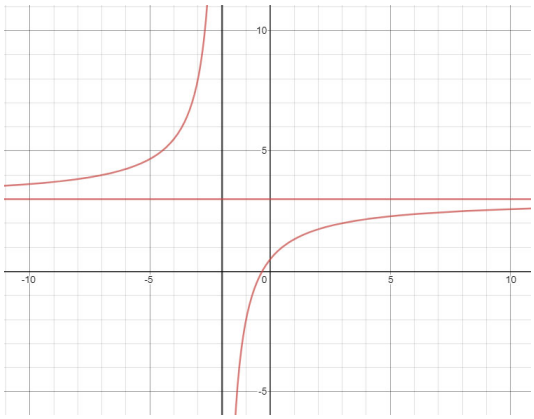
Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ với đường thẳng $y=m^2+m$ (luôn song song với trục hoành).

Từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành, lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua trục hoành rồi bỏ phần phía dưới đi. Ta được đồ thị như hình vẽ.

Từ đồ thị ta có: để phương trình có 6 nghiệm thì $0<m^2+m<2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m<2\\0<m^2+m\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<m<-1\\0<m<1\end{array}\right.$

Câu 12. **[SGD NINH BINH _ 2018 _ BTN _ 6ID _ HDG]** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\frac{3|x|+1}{|x|+2}-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $a+b$.



A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

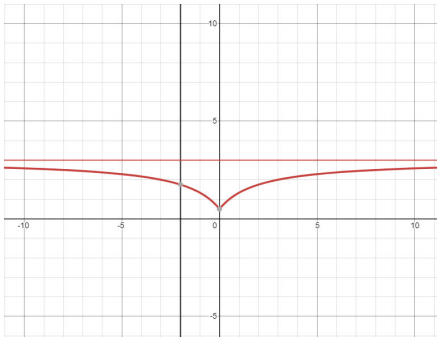
Lời giải

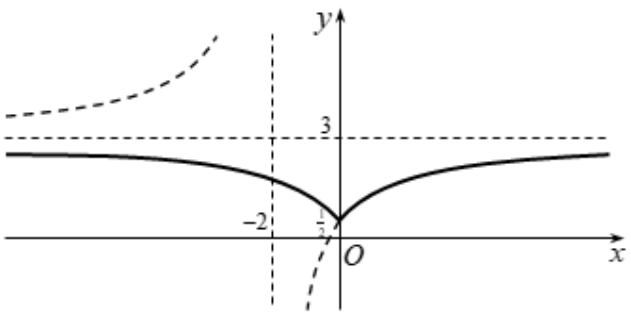
Chọn A

Ta có $\frac{3|x|+1}{|x|+2}-m=0 \Leftrightarrow \frac{3|x|+1}{|x|+2}=m$.

Số nghiệm phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ và đường thẳng $y=m$.

Đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ được suy từ đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ bằng cách giữ lại phần đồ thị nằm bên phải trục Oy rồi lấy đối xứng qua trục Oy. Đồ thị $(C): y=\frac{3|x|+1}{|x|+2}$ như sau

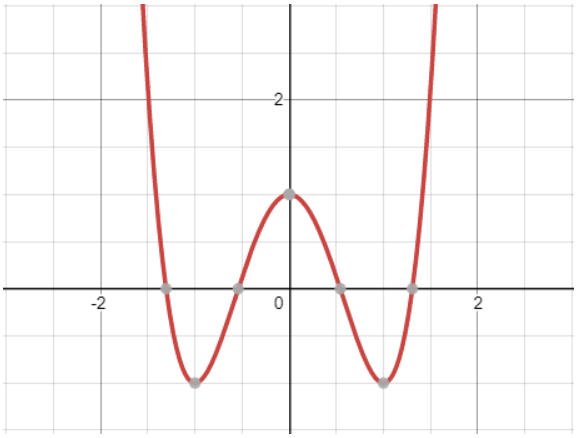




Từ đồ thị suy ra để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $m \in \left(\frac{1}{2};3\right)$.

Do đó $a=\frac{1}{2}$, $b=3$ $\Rightarrow a+b=\frac{7}{2}$.

Câu 13. **(SGD VĨNH PHÚC - 2018 - BTN)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S ?



A. $S=(-1;1)$ **B.** $S=(1;2)$ **C.** $S=(0;2)$ **D.** $S=(0;1)$

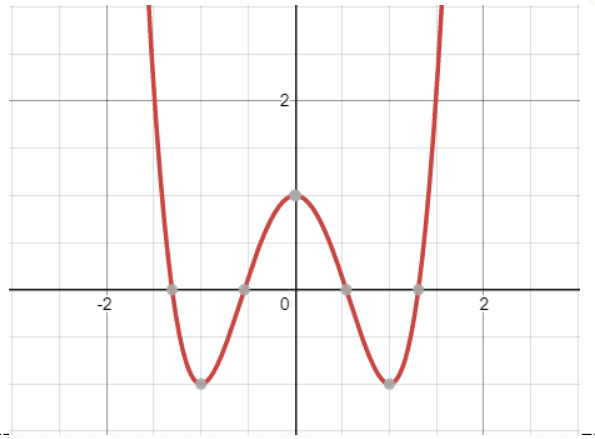
Lời giải

Chọn D

Xét hàm số: $y=2x^4-4x^2+1$. $y'=8x^3-8x$, $y'=0 \Leftrightarrow 8x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$



* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như sau:

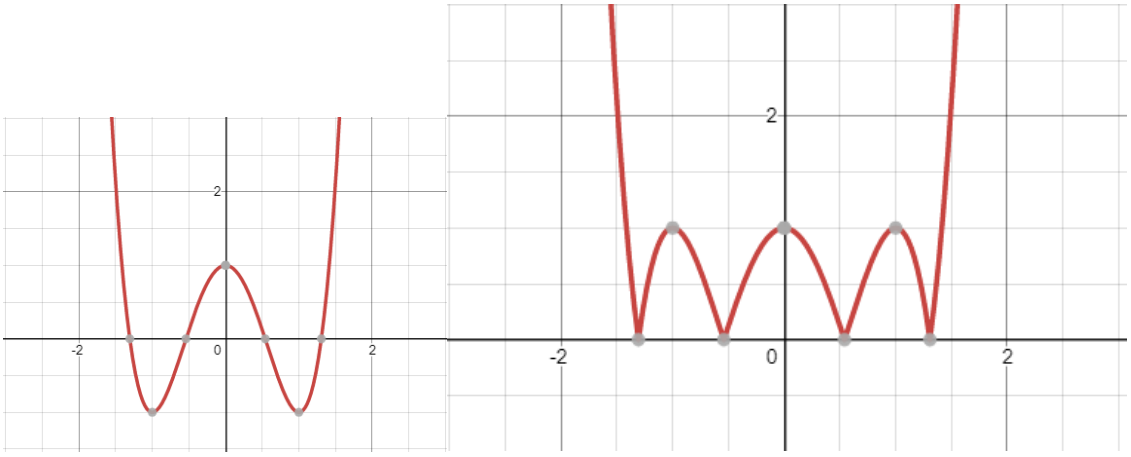
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

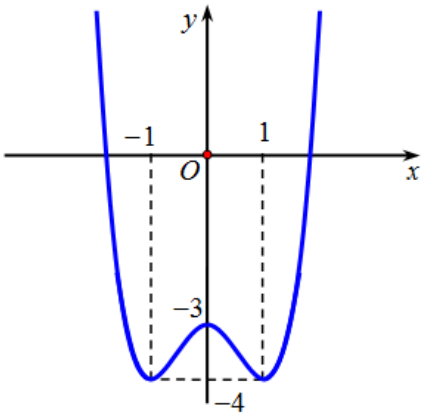
Suy ra đồ thị hàm số $y=|2x^4-4x^2+1|$



Nghiệm của phương trình $|2x^4-4x^2+1|=m$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồthị hàm số $y=|2x^4-4x^2+1|$. Dựa vào đồ thị ta có khi $0<m<1$ thì phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 14. **[THPT chuyên Lam Sơn lần 2-2017]** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

Phương trình $|f(x)|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.



A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

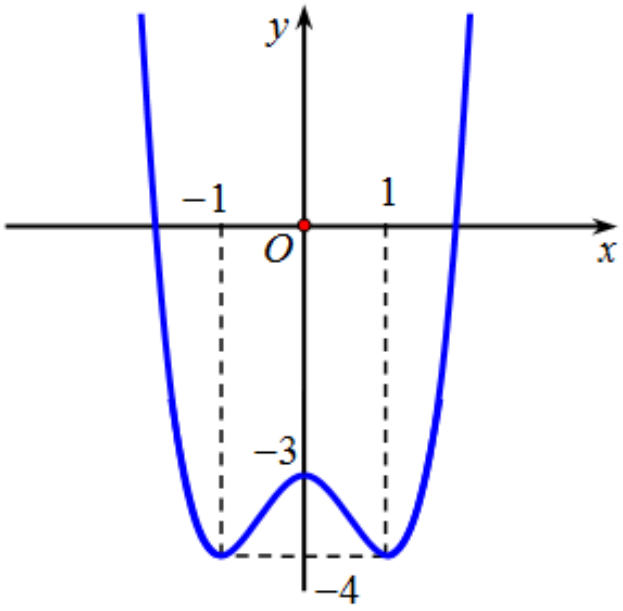
* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

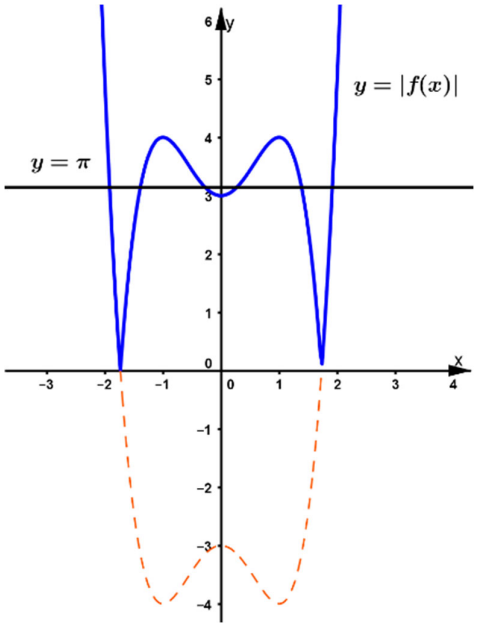
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

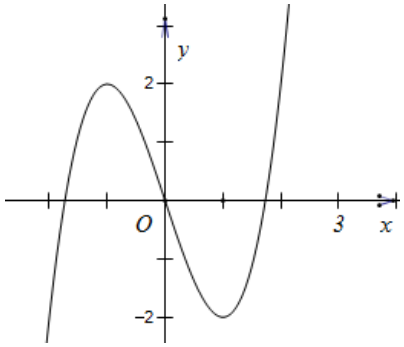
Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.





Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=\pi$ cũng là số giao điểm của đường thẳng $y=\pi$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$. Dựa vào đồ thị ta có số giao điểm là 6.

Câu 15. **(THPT Ninh Giang – Hải Dương – Lần 2 – Năm 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



A. $-1<m<0$.
B. $m>0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$.
D. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

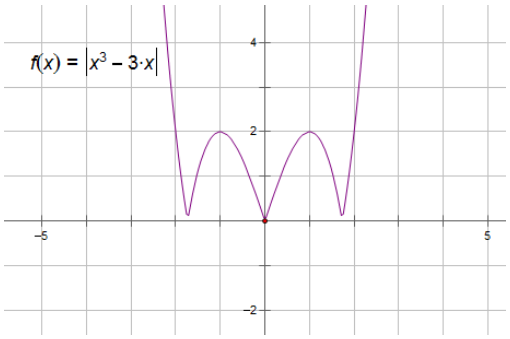
Lời giải

Chọn D

Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|\left(C'\right)$ với đường thẳng $y=m^2+m\left(d\right)$.

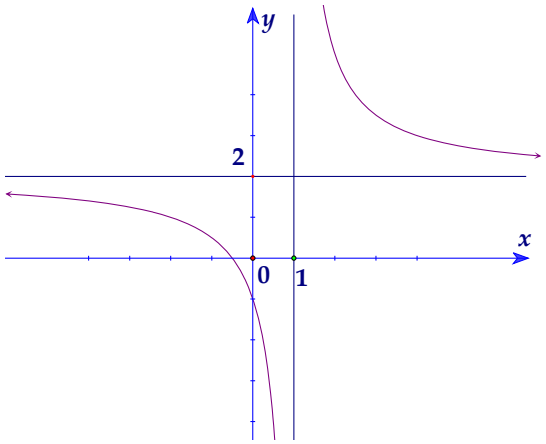
Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|\left(C'\right)$ được suy ra từ đồ thị $y=x^3-3x\left(C\right)$ bằng cách:

- Giữ lại phần $\left(C\right)$ nằm trên trục Ox.
- Lấy đối xứng phần $\left(C\right)$ nằm dưới Ox qua trục Ox.



Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m^2+m<2 \Leftrightarrow -2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Câu 16. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{|2x+1|}{x-1}=3m-1$ có hai nghiệm phân biệt.



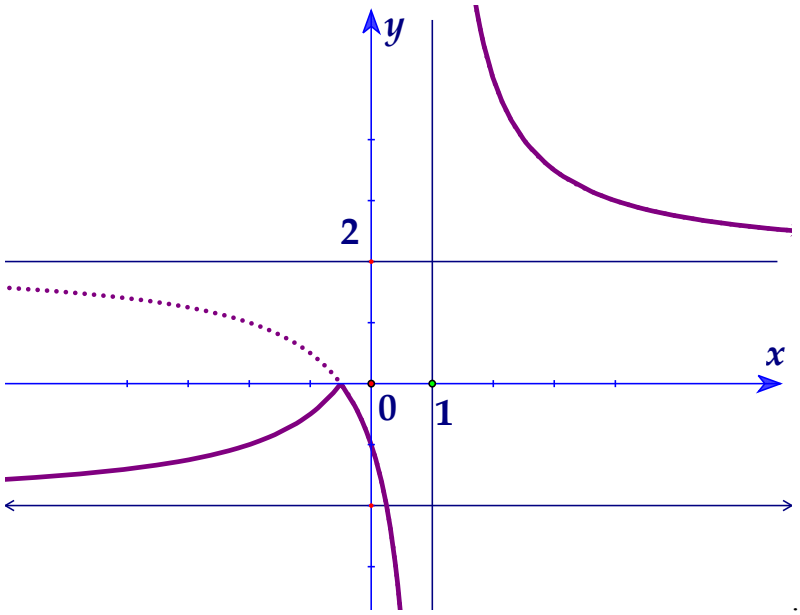
A. $-\dfrac{1}{3}<m<\dfrac{1}{3}$. **B.** Không có m. **C.** $m>1$. **D.** $-2<m<0$.

Lời giải

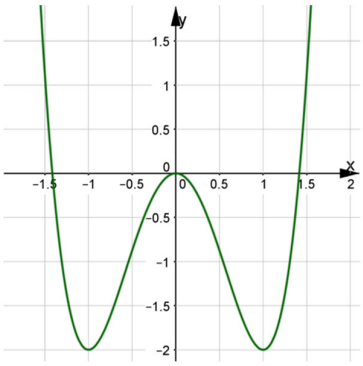
Chọn A

Nói rõ cách vẽ đồ thị

Từ đồ thị đã cho, ta suy ra đồ thị của hàm số $y=\dfrac{|2x+1|}{x-1}$. Từ đó ta có kết quả thảo mãn yêu cầu bài toán $-2<3m-1<0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}<m<\dfrac{1}{3}$.



Câu 17. **(THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU)** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2\left|x^2-2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.



A. $0<m<2.$ **B.** $0<m<1.$ **C.** $1<m<2.$ **D.** Không tồn tại $m.$

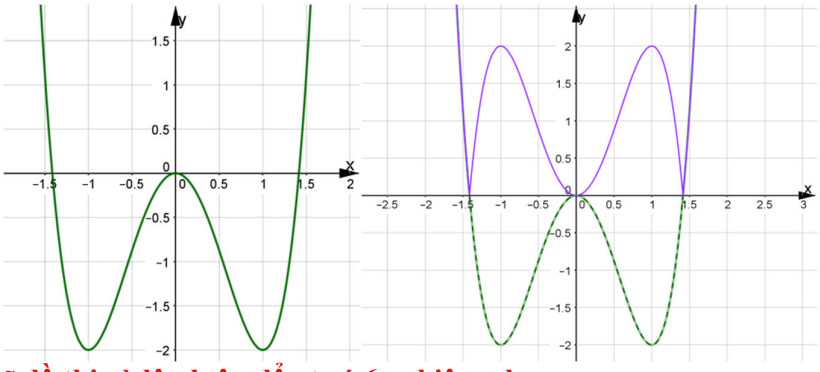
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=g(x)=2x^2\left(x^2-2\right)=2x^4-4x^2$

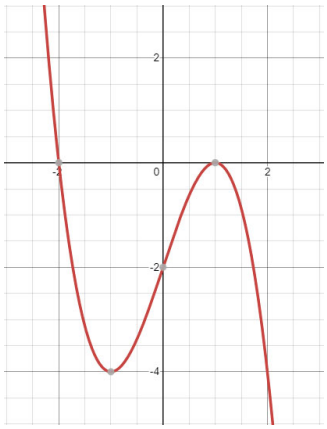
Ta có $g'(x)=8x^3-8x=8x\left(x^2-1\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Ta có đồ thị hàm số $g(x)=2x^4-4x^2$, từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=2x^2\left|x^2-2\right|$



Nói rõ cách vẽ đồ thị và lập luận để pt có 6 nghiệm pb

Câu 18. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3x-2$ như hình vẽ.



Phương trình $|x+2|(x-1)^2=m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

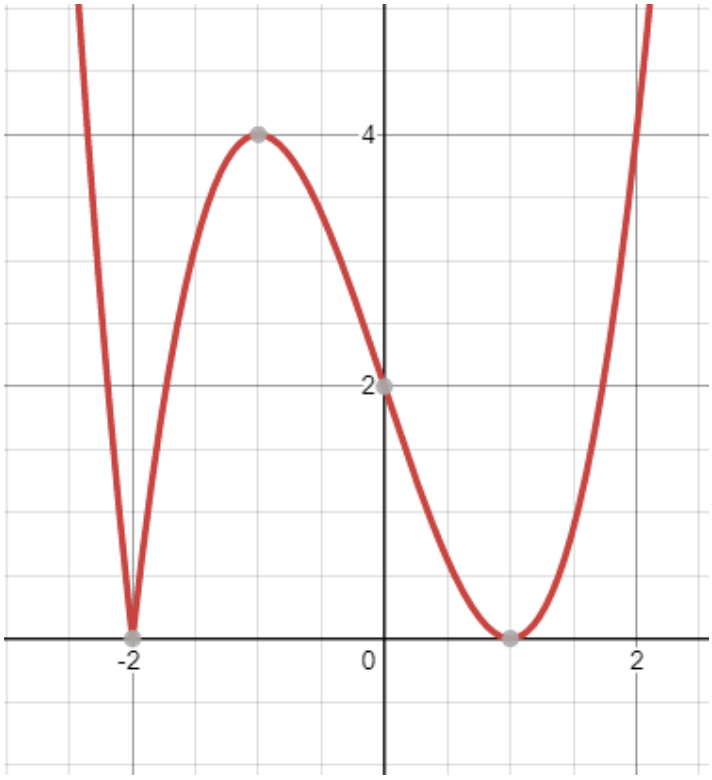
A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=4 \end{array}\right.$. **B.** $0\le m\le 4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

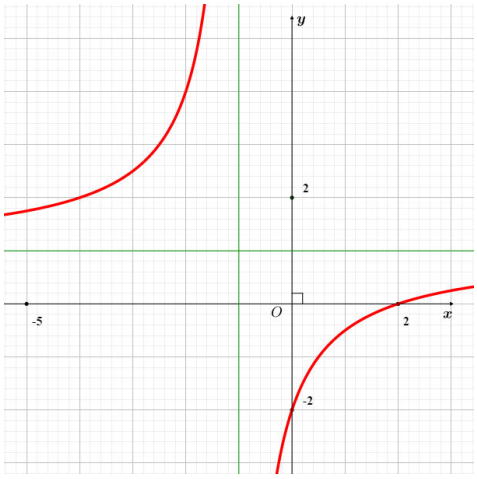
$y=f(x)=-x^3+3x-2=-(x+2)(x-1)^2$

Đồ thị hàm số $y=|x+2|(x-1)^2$ là phần phía trên trục hoành



Từ đồ thị hàm số suy ra để phương trình $|x+2|(x-1)^2=m$ có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>4 \end{array}\right.$.

Câu 19. **(Chuyên Long An - Lần 2 - Năm 2018)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\dfrac{||x|-2|}{|x|+1}=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

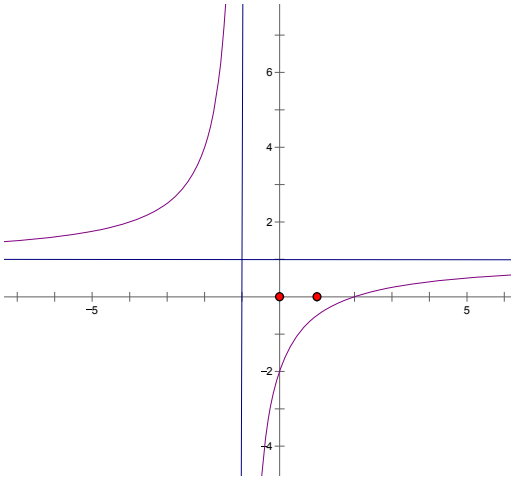


A. $[0;2)$. **B.** $[1;2]\cup\{0\}$. **C.** $[1;2)$. **D.** $[1;2)\cup\{0\}$.

Lời giải

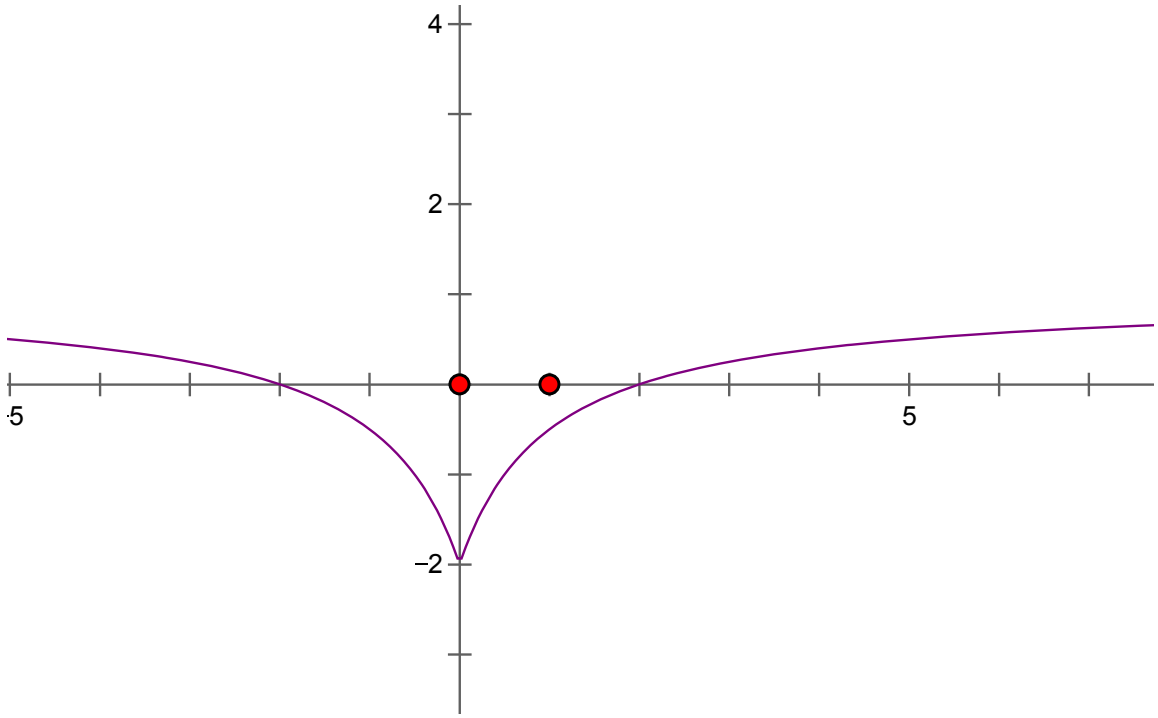
Chọn D

+ Vẽ đồ thị (C) hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$

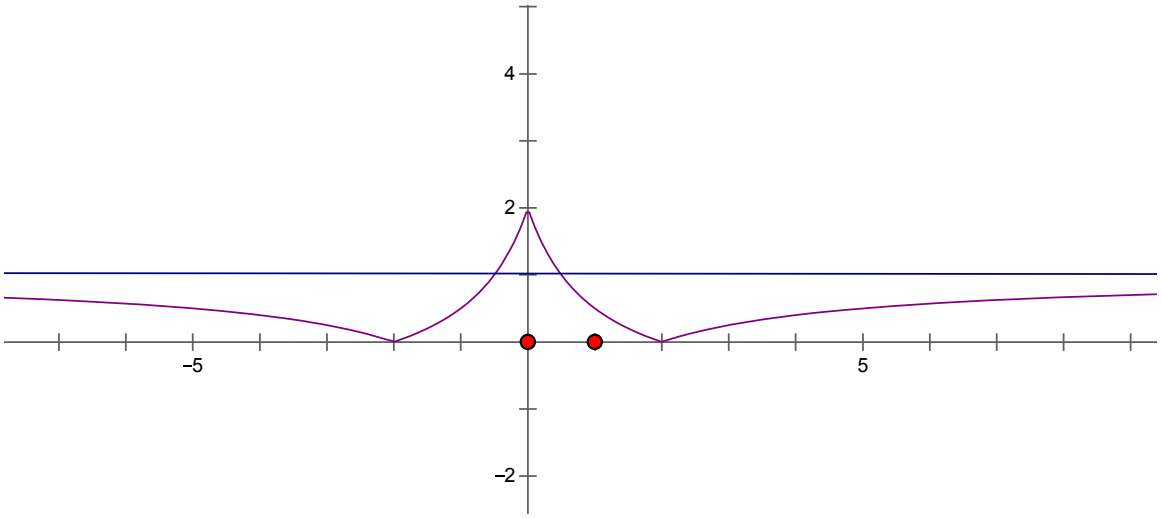


+ Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{||x|-2|}{|x|+1}$ được suy ra từ đồ thị (C) như sau:

- Giữ phần đồ thị (C) bên phải trục Oy (bỏ phần bên trái). Lấy đối xứng của nhánh đồ thị (C) của phần đồ thị khi $x\ge 0$ qua trục Oy, ta được đồ thị $(C'):y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$.



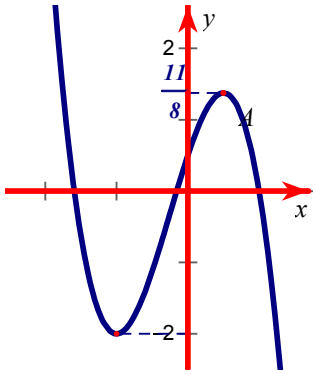
- Phần đồ thị (C') nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}$.



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}$ tại hai điểm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

Câu 20. **[THPT chuyên Lê Quý Đôn-2017]** Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left|-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{k}{2}-1\right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



A. $k\in\left(\frac{19}{4};5\right)$.

B. $k\in(-2;-1)\cup\left(1;\frac{19}{4}\right)$.

C. $k\in\varnothing$.

D. $k\in\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$.

Lời giải

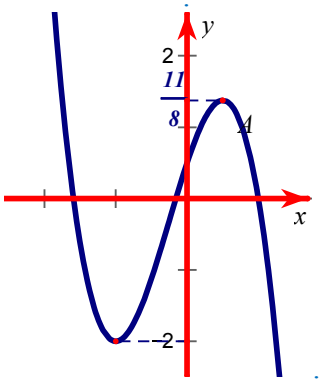
Chọn D

Đặt $f(x)=-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}$.

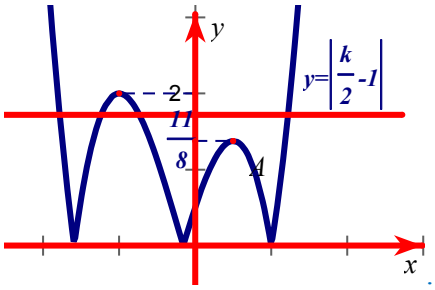
$f'(x)=-6x^2-3x+3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

BBT.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$\frac{11}{8}$	$\searrow$	$-\infty$



Suy ra đồ thị của hàm trị tuyệt đối $y=\left|-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}\right|$ bằng cách lấy đối xứng qua trục Ox.

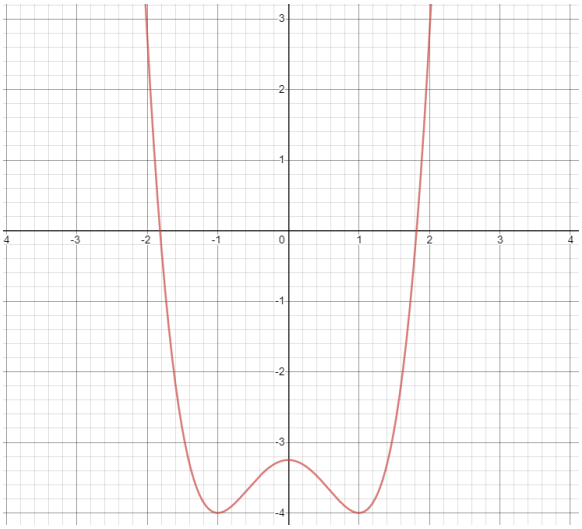


Vậy để PT có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{11}{8} < \left|\frac{k}{2}-1\right| < 2 \Leftrightarrow \frac{121}{64} < \frac{k^2}{4}-k+1 < 4 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{k^2}{4}-k-\frac{57}{64}>0 \\ \frac{k^2}{4}-k-3<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} k<-\frac{3}{4} \\ k>\frac{19}{4} \end{array}\right. \\ -2<k<6 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<k<-\frac{3}{4} \\ \frac{19}{4}<k<6 \end{array}\right.$$

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. **[CHUYÊN VĨNH PHÚC-2017]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.



A. $-4<m<0$. **B.** $m>4; m=0$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

Lời giải

Chọn B

(Dựa vào các điểm cực trị ta tìm được hàm số. Ban đầu là $y=\frac{3}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2-\frac{13}{4}=f(x)$.)

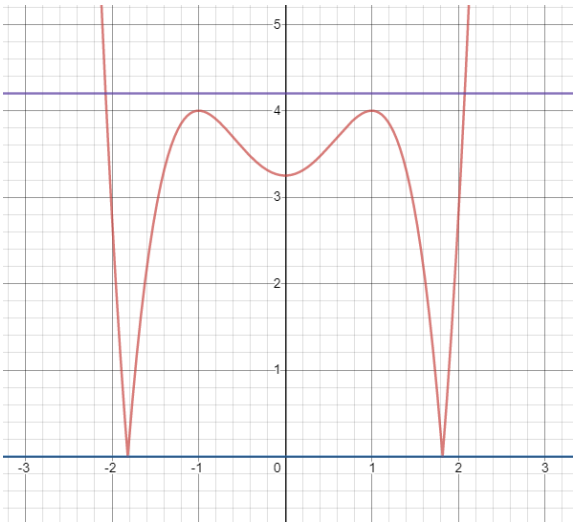
* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\geq 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

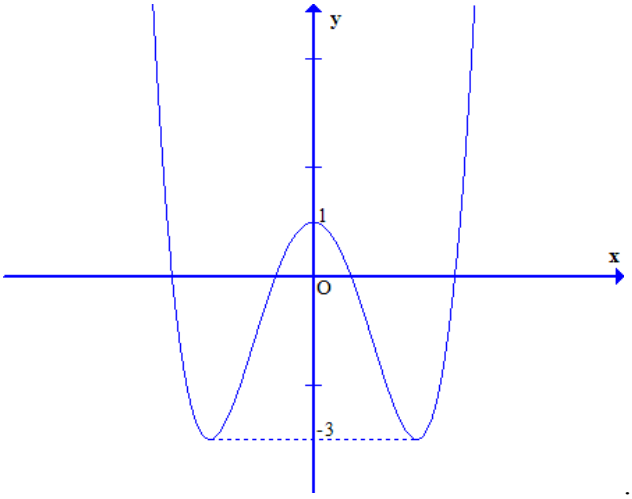
Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.



Dựa vào đồ thị hàm số :

Ta được $m>4$ và $m=0$.

Câu 2. **[THPT CHUYÊN VINH-2017]** Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:



A. $-3<m<1$. **B.** $m=0$. **C.** $1<m<3$. **D.** $m=0,\ m=3$.

Lời giải

Chọn D

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

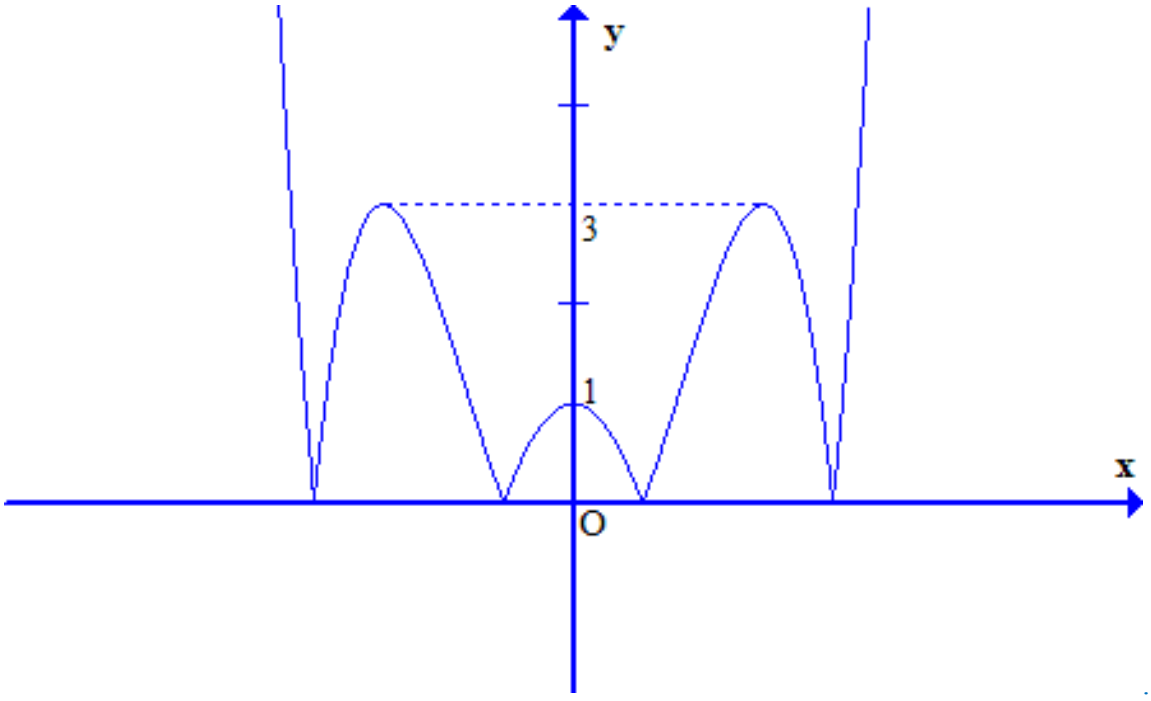
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x)\ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x)<0$.

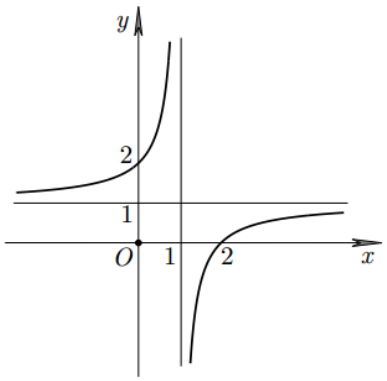
Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Đồ thị $y=|f(x)|$ là :



Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 3. **[THPT chuyên Vĩnh Phúc lần 5 - 2017]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $m>0; m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

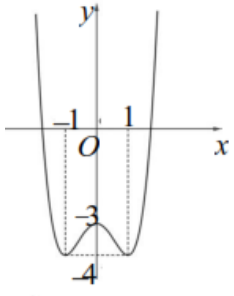
Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nằm bên trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị còn lại qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Lại có: số nghiệm phương trình $|f(x)|=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Vậy phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi $m>0; m\neq 1$.

Vẽ đồ thị

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. $-4<m<-3$ **B.** $4<m<5$ **C.** $m>5$ **D.** $0<m<4$

Lời giải

Chọn B

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

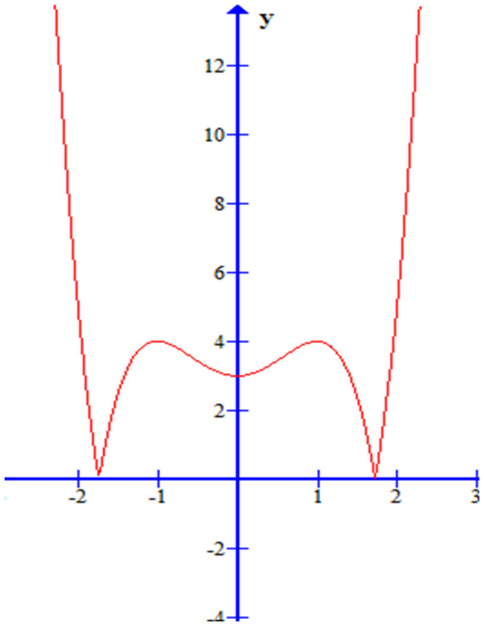
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x) \ge 0$.

+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x) < 0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Sử dụng phép suy đồ thị ta vẽ được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

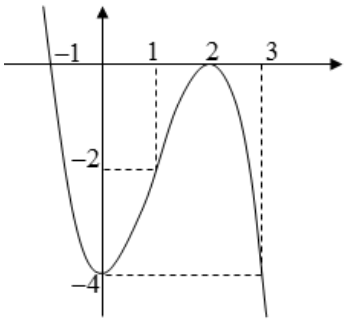


Phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$

đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 3 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 4 < m < 5$.

Câu 5. Đồ thị sau đây là của hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.



Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| = m + 1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-1 < m < 3$. **B.** $m \le -4$ *hay* $m > 0$. **C.** $-4 < m \le 0$. **D.** $0 < m < 4$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

* Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

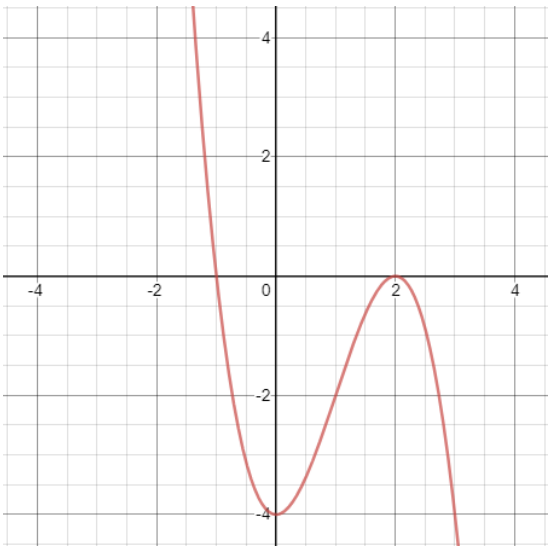
+ Giữ nguyên đồ thị hàm số (C) nằm phía trên trục Ox ứng với $f(x) \ge 0$.

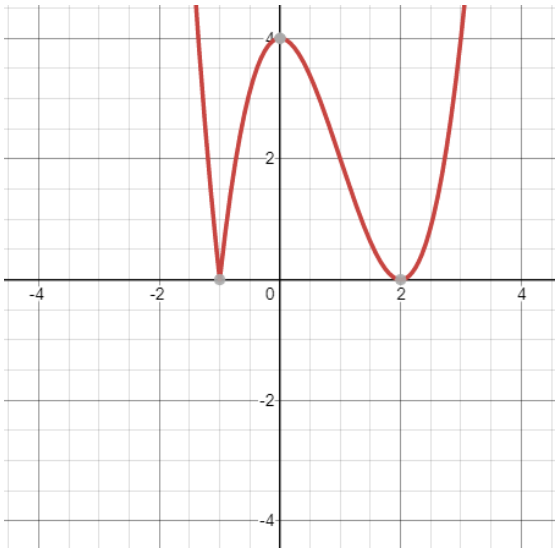
+ Bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần bỏ đi đó qua Ox ứng với $f(x) < 0$.

Hợp hai phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ (hoặc lập BBT), ta có:





YCBT $\Leftrightarrow 0 < m+1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3$. Chọn D

Câu 6. **[2D1-5.4-4] (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-2018	↗ 2018	↘ $-\infty$

Hỏi phương trình $|f(x+2017)-2018| = 2019$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Xét đồ thị hàm số $y = f(x+2017)-2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với trục Ox sang trái 2017 đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục Oy xuống dưới 2018 đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y = g(x) = f(x+2017)-2018$ như sau

x	$-\infty$	-2017	-2016	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	-4036 ↗	0 ↘	$-\infty$

Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x+2017\right)-2018$ nằm phía trên trục hoành.

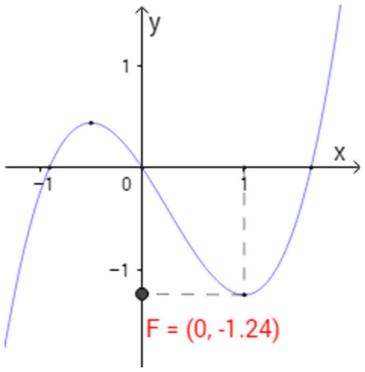
+ Và phần đối xứng của đồ thị $y=g\left(x\right)=f\left(x+2017\right)-2018$ nằm phía dưới trục hoành.

Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ như sau

x	$-\infty$	x_0	-2017	-2016	$+\infty$
$\left\|g(x)\right\|$	$+\infty$ ↘	0 ↗	4036 ↘	0 ↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|=2019$ có 4 nghiệm.

Câu 7. **(THPT Chuyên Thái Nguyên - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4\left|x^3\right|-3x^2-6\left|x\right|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

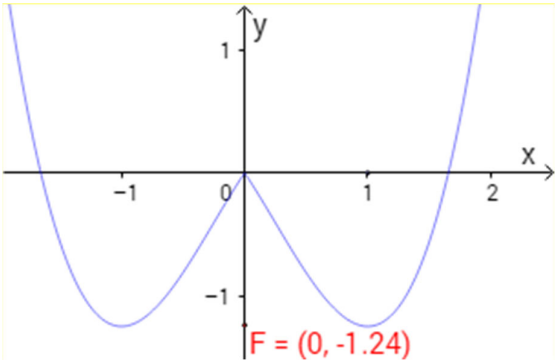


A. $m=0$ hoặc $m=6$. **B.** $m>0$ hoặc $m<6$. **C.** $0<m<3$. **D.** $1<m<6$.

Lời giải

Chọn B

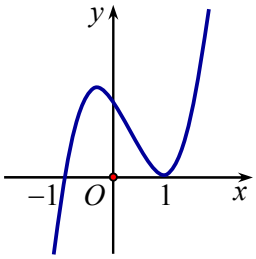
Nói rõ cách vẽ đồ thị



Ta có $4\left|x^3\right|-3x^2-6\left|x\right|=m^2-6m \Leftrightarrow \left|x^3\right|-\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{3\left|x\right|}{2}=\dfrac{m^2-6m}{4}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình phương trình $4\left|x^3\right|-3x^2-6\left|x\right|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{m^2-6m}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$

Câu 8. **[2D1-5.4-3] (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $\left[-1;1\right]$.

A. $m>0$. **B.** $m>1$ hoặc $m<0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

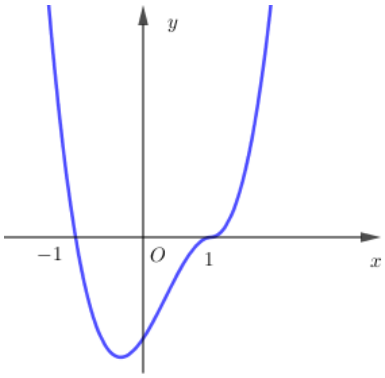
Lời giải

Chọn B.

Ta có $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|=\left\{\begin{array}{ll} f\left(x\right)\left(x-1\right) & \text{khi } x\geq 1 \\ -f\left(x\right)\left(x-1\right) & \text{khi } x<1 \end{array}\right.$ nên hàm số $y=f\left(x\right)\left|x-1\right|$ có đồ thị:

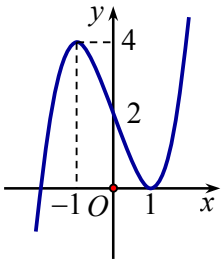
+) Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x\geq 1$.

+) Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x<1$ và bỏ phần đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)\left(x-1\right)$ ứng với miền $x<1$ nằm trên trục Ox.



Để đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$ thì đường thẳng $y=m^2-m$ nằm hoàn toàn trên trục hoành. Khi đó $m^2-m>0 \Leftrightarrow m>1$ hoặc $m<0$.

Câu 9. **[2D1-5.3-3] (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $|f(x-2)-2|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

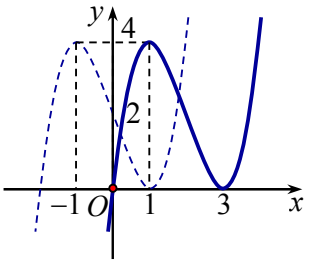
A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

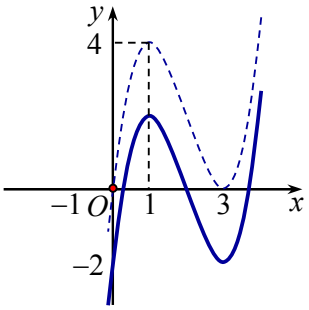
Chọn B.

Cách 1:

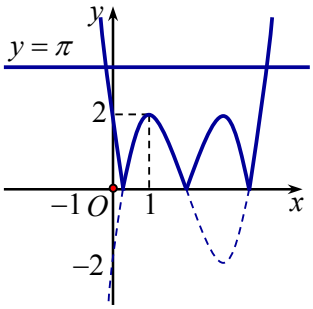
+ Tịnh tiến đồ thị $y=f(x)$ theo vectơ $\vec{u}=(2;0)$ ta được đồ thị hàm số $y=f(x-2)$ (hình a)
+ Tịnh tiến đồ thị $y=f(x-2)$ theo vectơ $\vec{v}=(0;-2)$ ta được đồ thị hàm số $y=f(x-2)-2$ (hình b)
+ Vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x-2)-2|$ như hình c.



Hình a.



Hình b.



Hình c.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2\right)-2\right|$ suy ra phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right|=\pi$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Cách 2: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=k$ và số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x+p\right)$ với đường thẳng $y=k$ luôn như nhau.

Do đó số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right|=\pi$ cũng chính là số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)-2\right|=\pi$

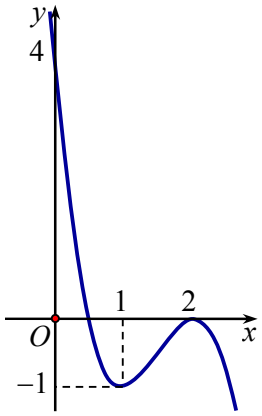
Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-2=\pi\\f\left(x\right)-2=-\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2+\pi\ (1)\\f\left(x\right)=2-\pi\ (2)\end{array}\right.$

Xét (1): Vì $2+\pi>4$ nên pt có 1 nghiệm

Xét (2): Vì $2-\pi<0$ nên pt có 1 nghiệm

KL: PT đã cho có 2 nghiệm.

Câu 10. **[2D1-5.3-3] (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2\left|x\right|^3-9x^2+12\left|x\right|+m=0$ có 6 nghiệm phân biệt



A. $(-1;0)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(-4;-3)$.

Lời giải

Chọn C.

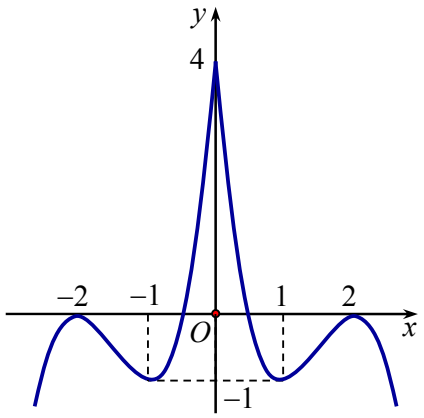
Xét phương trình

$2\left|x\right|^3-9x^2+12\left|x\right|+m=0$

$\Leftrightarrow-2\left|x\right|^3+9x^2-12x+4=m+4\ (*)$

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2\left|x\right|^3+9x^2-2x+4$ và đường thẳng $y=m+4$

Hình vẽ dưới là đồ thị hàm số $y=-2\left|x\right|^3+9x^2-2x+4$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy để (*) có 6 nghiệm phân biệt thì $-1<m+4<0\Leftrightarrow-5<m<-4$.



Câu 11. **[2D1-5.3-3] (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$, có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m=|f(x)|$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. $m>2$. **B.** $0<m<4$. **C.** $m>0$. **D.** $2<m<4$.

Lời giải

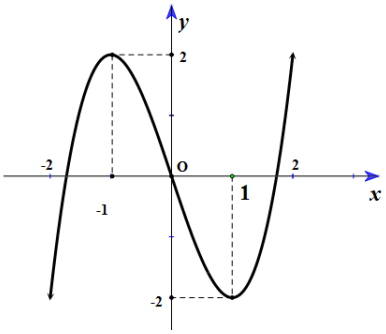
Chọn D.

Ta có: $y(0)=\dfrac{y(-1)+y(1)}{2}=2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ là:

x	$-\infty$		x_0		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	2	↘	0	↗	$+\infty$

Câu 12. **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|^3-3|x|=2m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $-2<m<0$. **B.** $-2\le m$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1\le m$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y=x^3-3x$

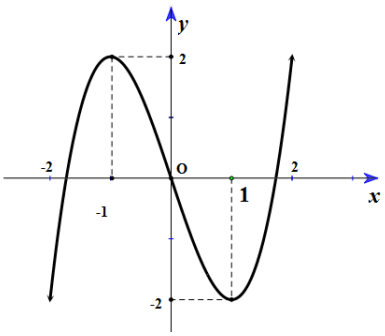
TXĐ: $D=\mathbb{R}$

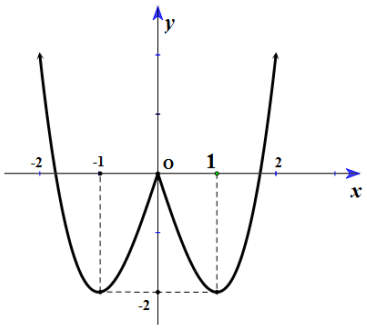
Ta có: $y'=3x^2-3$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	2	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Đồ thị





Viết phương trình dưới dạng $|x|^3-3|x|=2m\ (1)$

Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=|x|^3-3|x|$ gồm 2 phần

* Phần phía bên phải Oy của (C)

* Phần đối xứng phần đồ thị trên qua Oy

Do $(d): y=2m$ là đường thẳng cùng phương với Ox khi đó số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của (C') và đường thẳng $(d): y=2m$.

Điều kiện để phương trình (1) có 4 nghiệm khi và chỉ khi: $-2<2m<0 \Leftrightarrow -1<m<0$.

Câu 13. **[2D1-5.3-3] (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

Lời giải

Chọn B.

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f(x)$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$, $x=1$ nên ta có $\begin{cases}y'(0)=0\\y'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b=0\end{cases}$ (1)

Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases}y(0)=1\\y(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=1\\a+b=-1\end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $a=2$, $b=-3$, $c=0$, $d=1$.

Như vậy $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

• Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|f(x)|$ như sau:

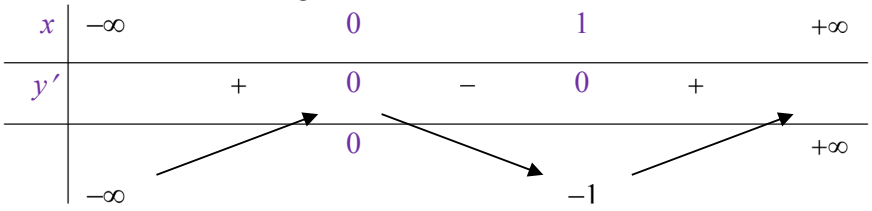
x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗	1	↘		↘		↗	$+\infty$



• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ thì điều kiện của m là $\frac{1}{2}<m<1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $\frac{1}{2}<m<1$.

Câu 14. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



Hỏi phương trình $|f(x)|=\frac{2}{e}$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

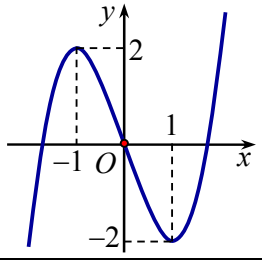
Ta có: $|f(x)|=\begin{cases}\frac{2}{e} & \text{khi } f(x)\ge 0\\ -\frac{2}{e} & \text{khi } f(x)<0\end{cases}$

Khi $f(x)\ge 0$ ta có: $f(x)=\frac{2}{e}$ dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có một nghiệm.

Khi $f(x)<0$ ta có: $f(x)=-\frac{2}{e}$ dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

Câu 15. **[2D1-5.3-3] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $0 \le m \le 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải

Chọn B.

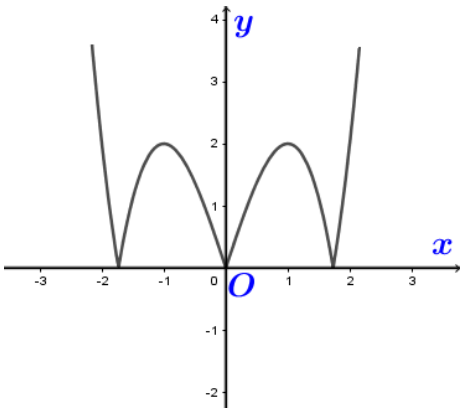
Phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & khi\ f(x) \ge 0 \\ -f(x) & khi\ f(x) < 0 \end{cases}$ suy ra: đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía trên Ox.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ phí dưới Ox qua trục Ox.

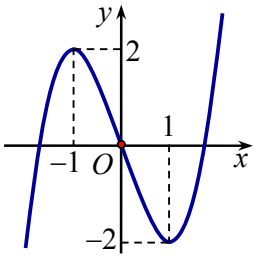
Ta được đồ thị:



Quan sát đồ thị hàm số, ta có: để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 2$

.

Câu 16. **[2D1-5.3-3]** **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $0 \le m \le 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải

Chọn B.

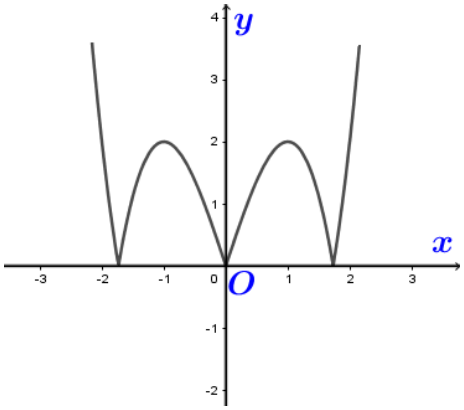
Phương trình $|f(x)|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (cùng phương Ox).

Ta có: $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & khi\ f(x)\geq 0 \\ -f(x) & khi\ f(x)<0 \end{cases}$ suy ra: đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x)$ phía trên Ox.

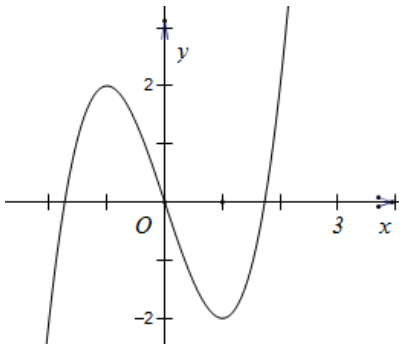
+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x)$ phí dưới Ox qua trục Ox.

Ta được đồ thị:



Quan sát đồ th hàm số, ta có: để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<2$.

Câu 17. **[2D1-5.3-3] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



A. $-1<m<0$.

B. $m>0$.

C. $m<-2$ hoặc $m>1$.

D. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

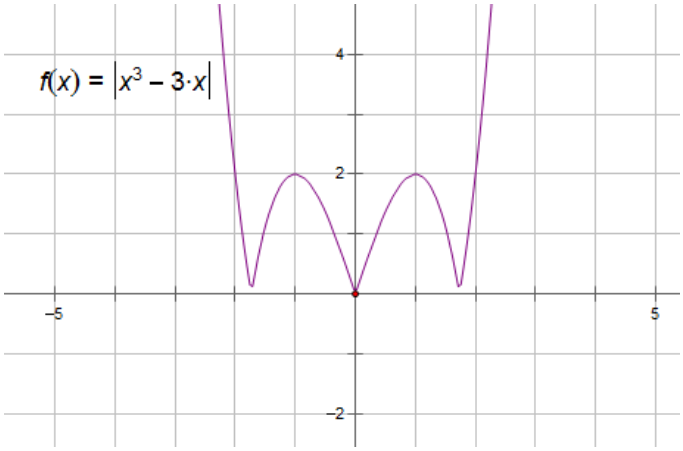
Lời giải

Chọn D.

Phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=|x^3-3x|(C')$ với đường thẳng $y=m^2+m(d)$.

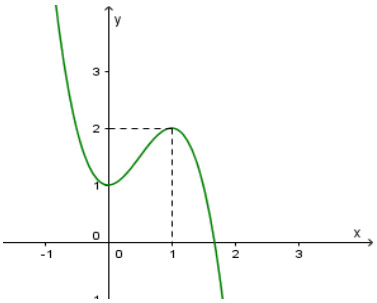
Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|\left(C'\right)$ được suy ra từ đồ thị $y=x^3-3x\left(C\right)$ bằng cách:

- Giữ lại phần $\left(C\right)$ nằm trên trục Ox.
- Lấy đối xứng phần $\left(C\right)$ nằm dưới Ox qua trục Ox.



Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m^2+m<2 \Leftrightarrow -2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Câu 18. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.\left|f(x-1)\right|-3=0$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

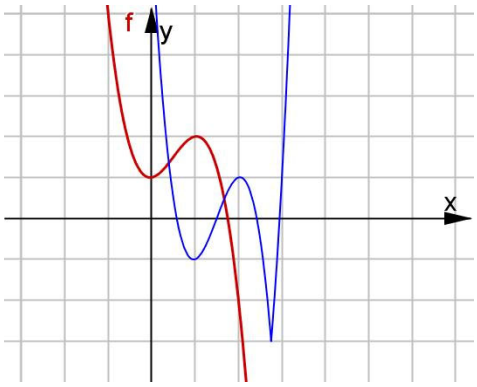
Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Ta thực hiện các thao tác sau:

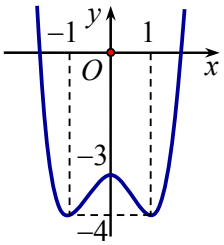
- ✓ Tịnh tiến qua trái 1 đơn vị.
- ✓ Lấy đối xứng qua trục Ox.
- ✓ Tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

Ta được đồ thị hàm số $g\left(x\right)=2.\left|f(x-1)\right|-3$.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $2.\left|f(x-1)\right|-3=0$ có 4 nghiệm.

Câu 19. **[2D1-5.3-3] (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:

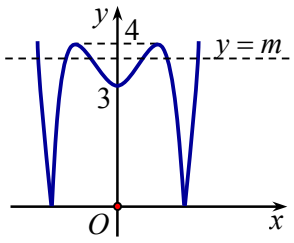


A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Lời giải

Chọn D.

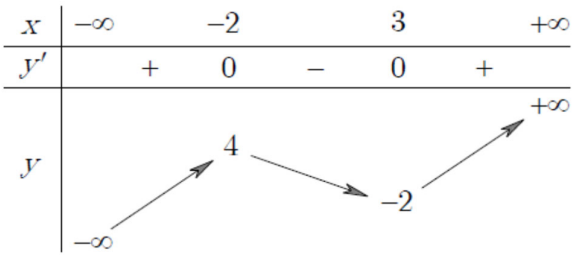
Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có được bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nằm trên trục hoành, lấy đối xứng phần dưới trục hoành qua trục hoành.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có 6 nghiệm khi $3<m<4$.

Câu 20. **[2D1-5.3-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



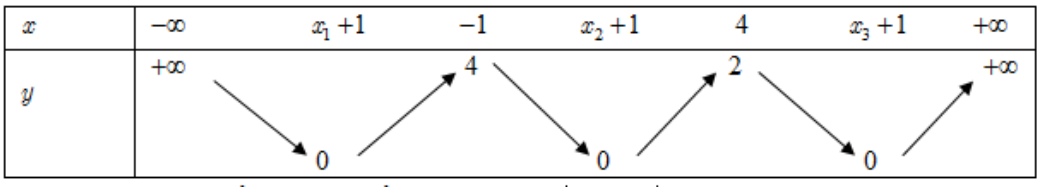
Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

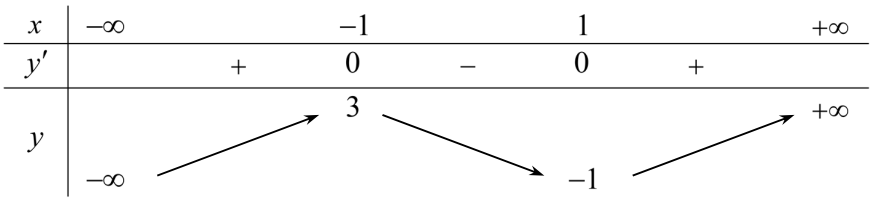
Chọn A.

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ như sau (trong đó $x_1;x_2;x_3$ là các nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$):



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ có 5 nghiệm.

Câu 21. **[2D1-5.3-3] (CHUYÊN LAM SƠN -LẦN 3-2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



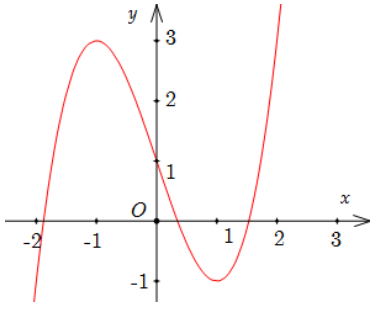
Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

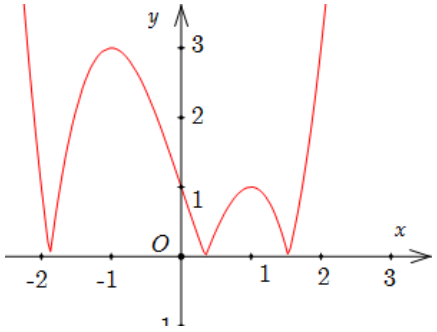
Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số như sau



Số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Ta có đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.



Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Chú ý: (đồ thị hàm số chỉ cần xác định một cách thương đối thông qua giá trị cực đại, cực tiểu).

Câu 22. **[2D1-5.3-3] (CHUYÊN ĐH VINH-2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)|=2$ là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

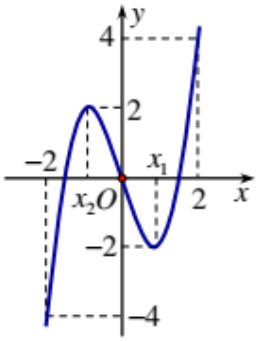
Chọn A.

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x-1)|$ như sau (trong đó $x_1;x_2;x_3$ là các nghiệm của phương trình $f(x)=0$):

x	$-\infty$		x_1+1		-1		x_2+1		4		x_3+1		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $|f(x-1)|=2$ có 5 nghiệm.

Câu 23. **[2D1-5.3-3] (THPT Đức Thọ - Hà Tĩnh - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



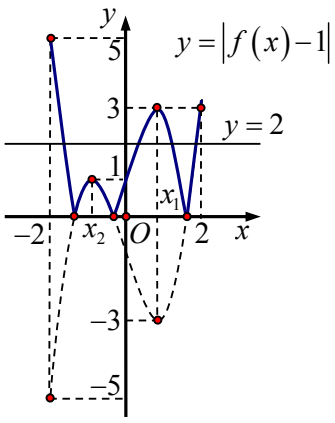
Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

* Từ hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra đồ thị hàm số: $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$.



* Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số: $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ và đường thẳng $y=2$.

* Dựa đồ thị ta có phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ có 4 nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

BÀI TOÁN 19: BIỆN LUẬN SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

Cho hình vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)$ có n_1 điểm cực trị. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+k)+f(m)\right|$ có n_2 điểm cực trị.

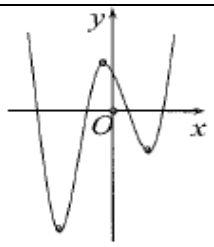
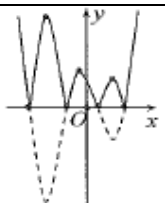
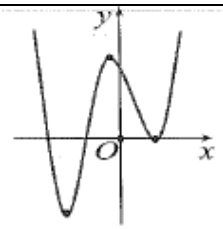
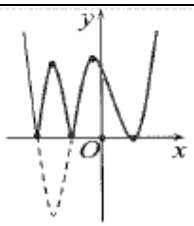
+ Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f(x+k)+f(m)\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và số giao điểm giữa đồ thị $y=f(x)+f(m)$ với trục Ox.

+ Khi tịnh tiến sang trái hoặc sang phải k đơn vị thì số điểm cực trị hàm số $y=f(x+k)$ bằng số điểm cực trị hàm số $y=f(x)$.

+ Để tìm số giao điểm $y=f(x)+f(m)$ với trục Ox ta chuyển về dạng tìm số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-f(m)$.

Lưu ý:

Số giao điểm này không tính giao tại điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Vì nó đã được tính là cực trị của hàm $y=f(x)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$	Đồ thị hàm số $y=\left\|f(x)\right\|$
 Số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là ….. Số giao điểm với trục Ox là …...	 Số điểm cực trị của hàm số $y=\left\|f(x)\right\|$ là ……. Mỗi giao điểm là một cực trị.
 Số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là ……... Số giao điểm với trục Ox là ……...	 Số điểm cực trị của hàm số $y=\left\|f(x)\right\|$ là ……. …….. …….. ……

Một số tính chất:

1. Hàm số $y=f(ax+b)+c\ (a\neq 0)$ có số điểm cực trị …….. $y=f(x)$.
2. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ cộng số ……..…… cộng …… của phương trình $f(x)=0$.
3. Hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực trị bằng $2a+1$, với a là …… của hàm số $y=f(x)$.

4. *Đặc biệt:* Đối với hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $x_1;\ x_2$. Khi đó hàm số $y=|f(x)|$ có n điểm cực trị:

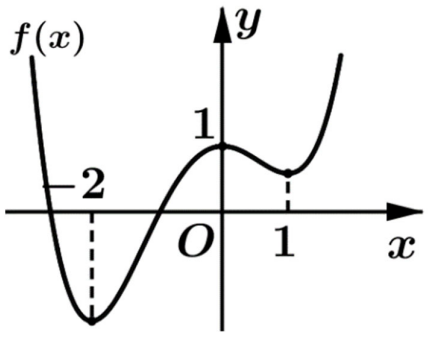
- $n=\ldots\ldots\ldots\Leftrightarrow f_{cđ}.f_{ct}<0$.
- $n=\ldots\ldots\ldots\Leftrightarrow f_{cđ}.f_{ct}\geq 0$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x^2-4)(x^3-1)^2(3^x-27)(x-25)^3(x-7)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f(|x|)$ là

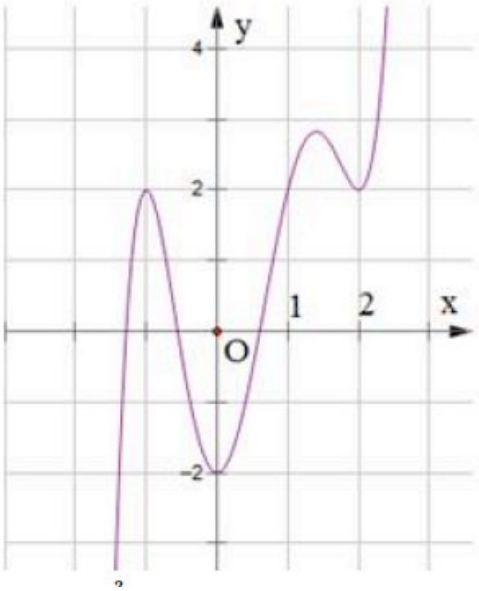
A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(|x+1|-3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

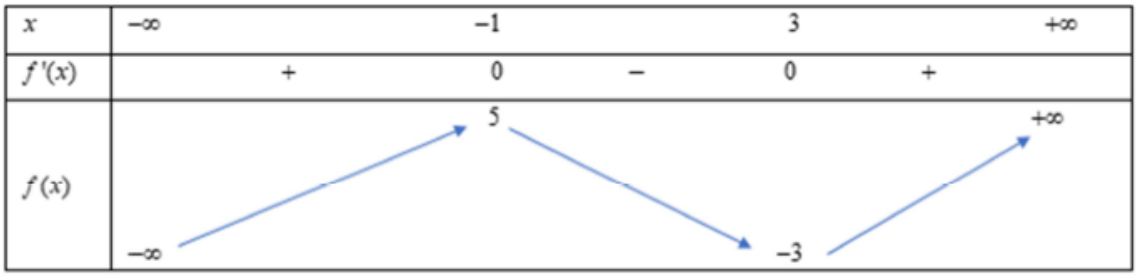
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y=\left|2f\left(x\right)-3\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

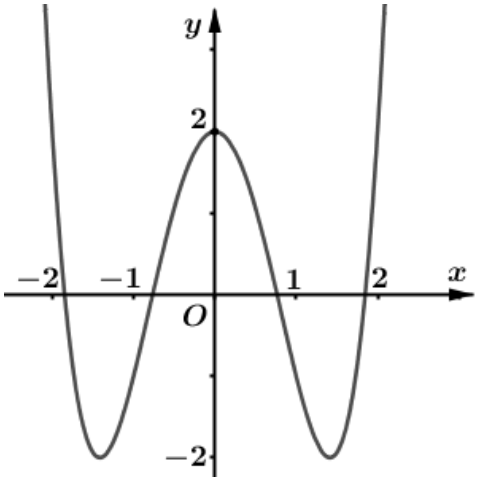
Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hàm số $y=\left|f\left(1-3x\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

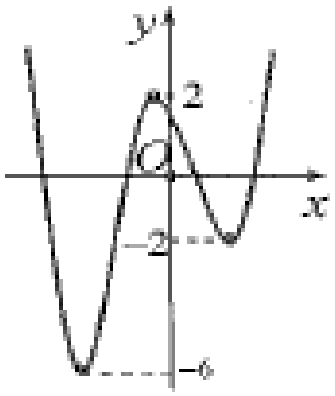
Câu 5: **[Mức độ 2]** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới



Số giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-10;10\right]$ của m để hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị là:

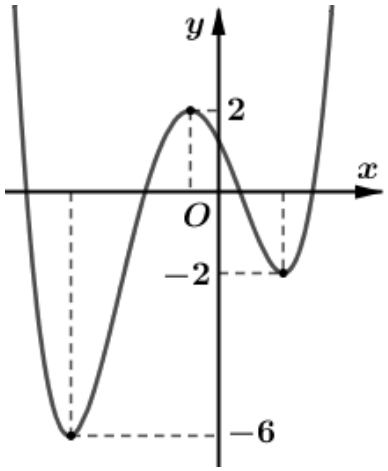
A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)-m+1\right|$ có 7 điểm cực trị?



A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

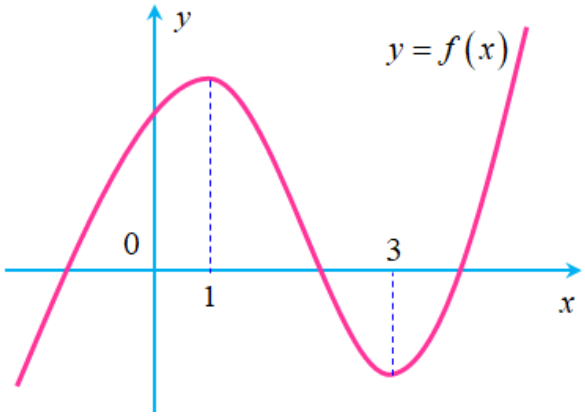
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f(x+2019)+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 1 . **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x+m\right|\right)$ có 5 điểm cực trị ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

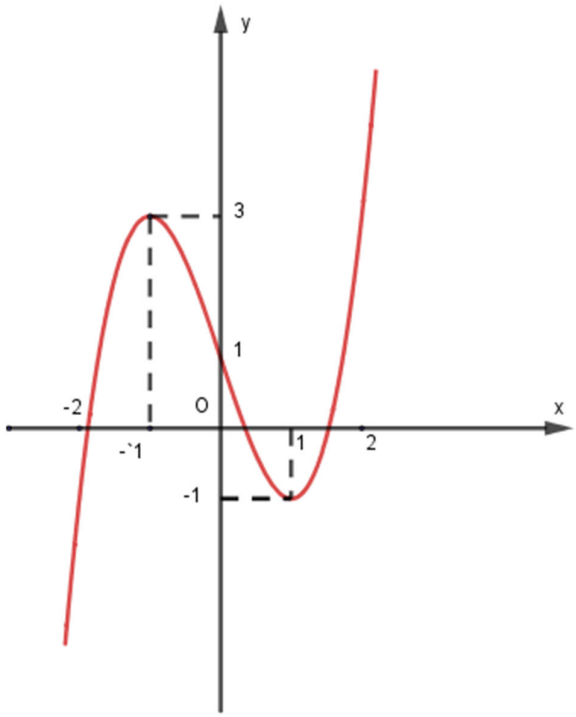
Câu 9: [2D1-2.2-3] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)-2m\right|$ có 5 điểm cực trị.

A. $m \in (4;11)$. **B.** $m \in \left(2;\frac{11}{2}\right)$. **C.** $m = 3$. **D.** $m \in \left[2;\frac{11}{2}\right]$.

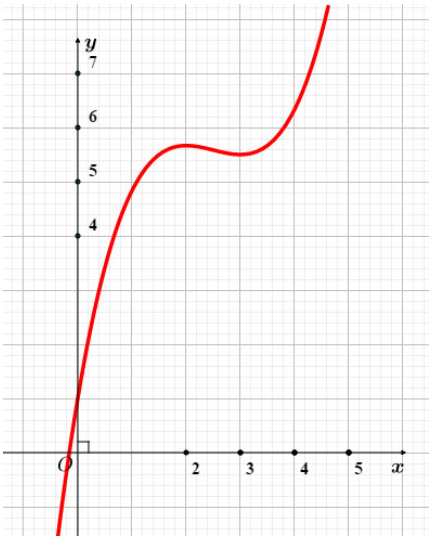
Câu 10: [2D1-2.2-3] Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị.



A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

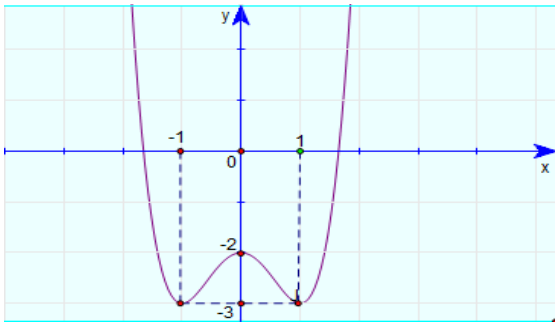
C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho $y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x+1$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

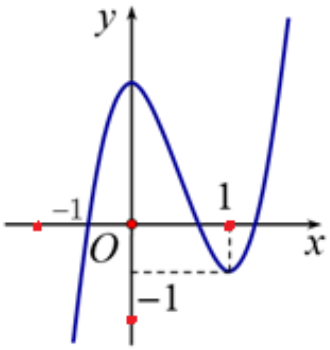
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x-1)+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

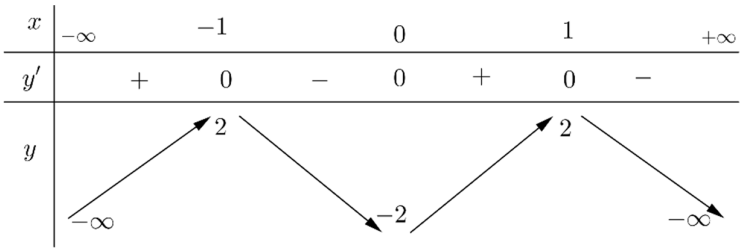
Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=|f(|x+1|-1)|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 4: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

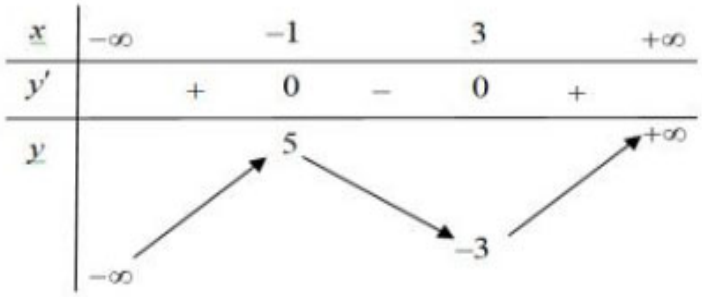


Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)+1|$ là

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Bổ trợ: *Số điểm cực trị của hàm số* $g(x)=|f(x)|$ *bằng số điểm cực trị của hàm* $y=f(x)$ *cộng với số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của phương trình* $f(x)=0$.

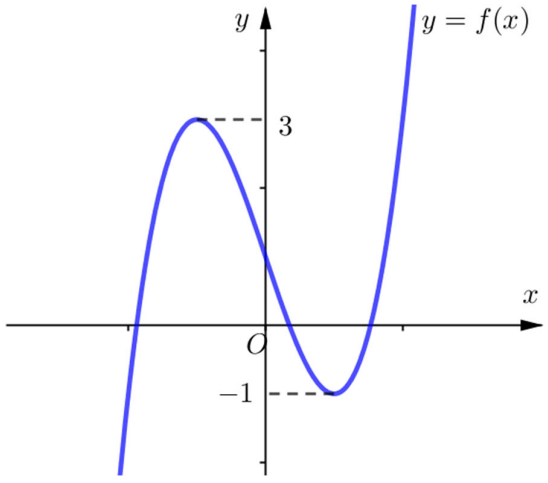
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|2x+1|+3)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

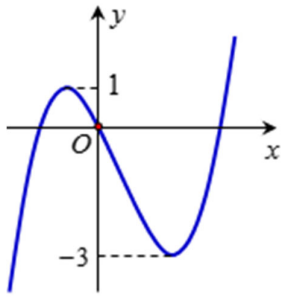
Câu 6: **[2D1-2.3-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2019;2019]$ sao cho hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị?

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 4036. **D.** 4038.

Câu 7: **[THPT CHUYÊN VINH-2017]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là.

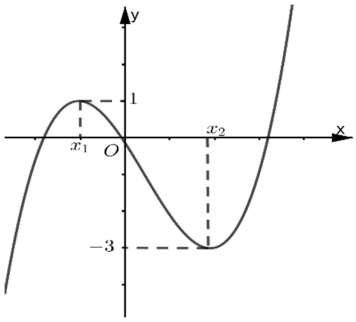
A. $m=-1$ hoặc $m=3$.

B. $1\le m\le 3$.

C. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

D. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\ne 0,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị là

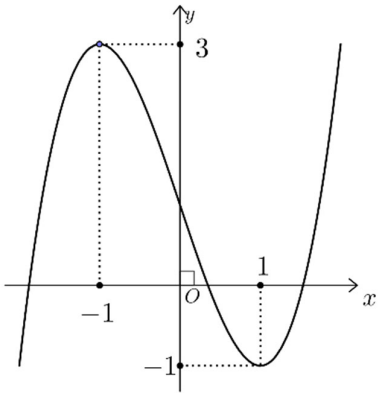
A. $S=\{-1;3\}$.

B. $S=[1;3]$.

C. $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

D. $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$.

Câu 9: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=|2f(x)-m|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

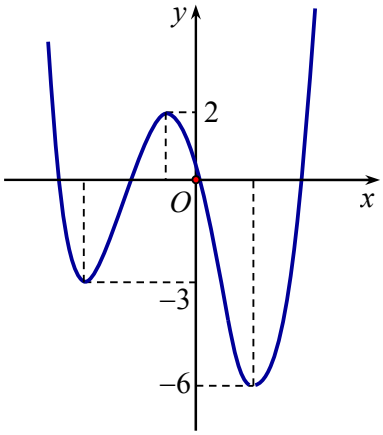
A. 14.

B. 10.

C. 21.

D. 15.

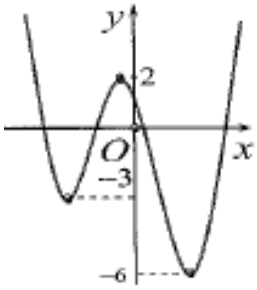
Câu 10: [2D1-2.6-4] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 15.

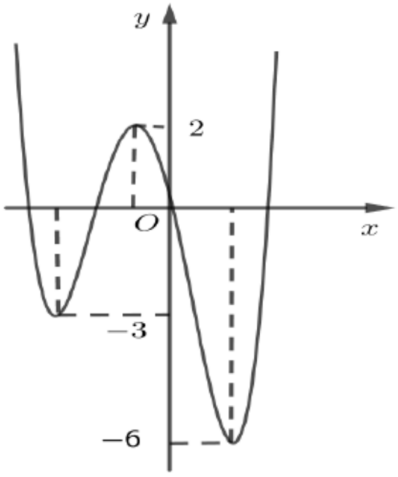
Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+1)+\frac{m^2}{3}\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 0. **C.** −7. **D.** 1.

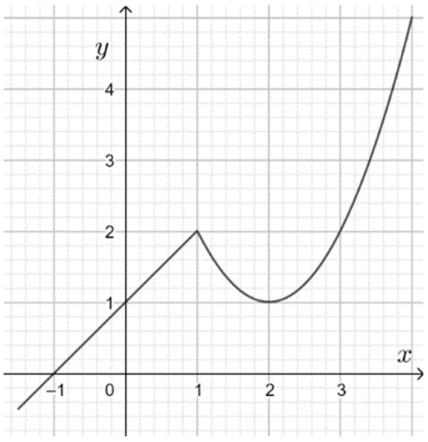
Câu 12: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 1 .

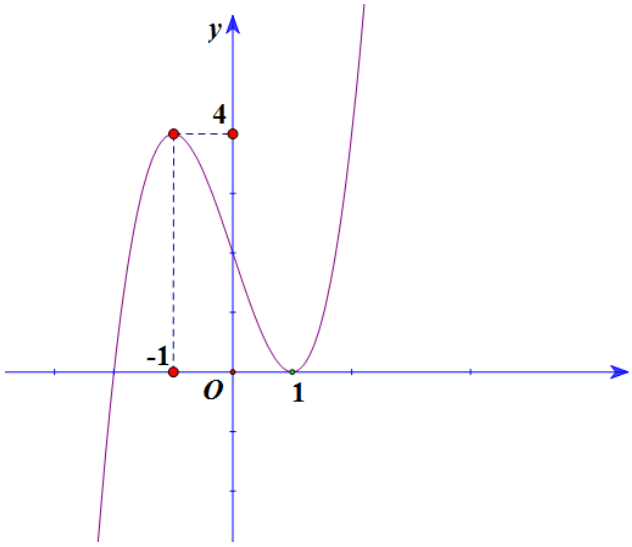
Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x+m\right|\right)+2019m$ có 5 điểm cực trị

A. $m>-\frac{1}{2}$. **B.** $m>1$. **C.** $m\geq-\frac{1}{2}$. **D.** $m\geq1$.

Câu 14: [2D1-2.6-4] Cho $y=f(x)$ là hàm bậc 3 có đồ thị như hình vẽ ở bên. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị.



A. $0<m<2$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m<0$. **D.** $-2<m<0$.

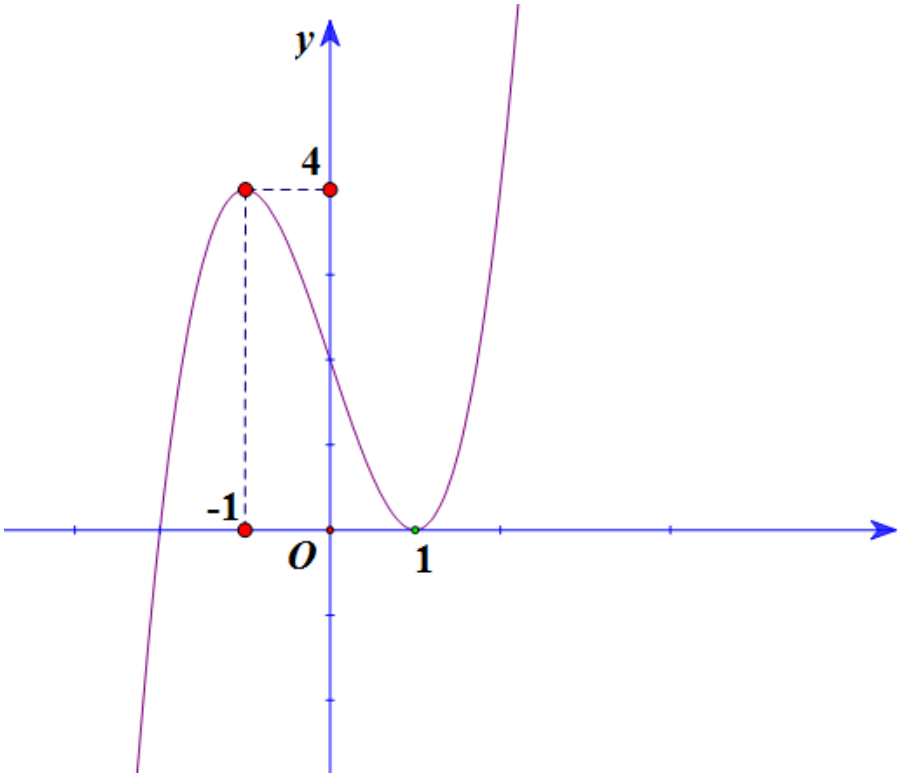
Câu 15: [2D1-2.6-4]Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	4	↘	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|3-x|+m^2-1\right)$ có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 16: Cho $y=f(x)$ là hàm bậc 3 có đồ thị như hình vẽ ở bên. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị.



A. $0<m<2$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m<0$. **D.** $-2<m<0$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x^2-4)(x^3-1)^2(3^x-27)(x-25)^3(x-7)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f(|x|)$ là

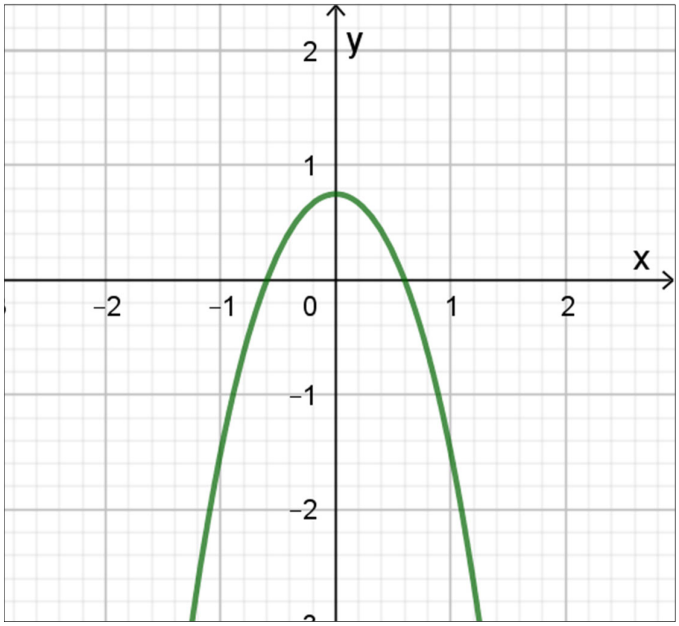
A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 2: **(THPT CHUYÊN ĐH VINH - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 2018. **C.** 2022. **D.** 11.

P/S: Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ bằng tổng số cực trị của hàm số $y=f(x)$ với số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=0$.

Câu 3: Biết rằng hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới

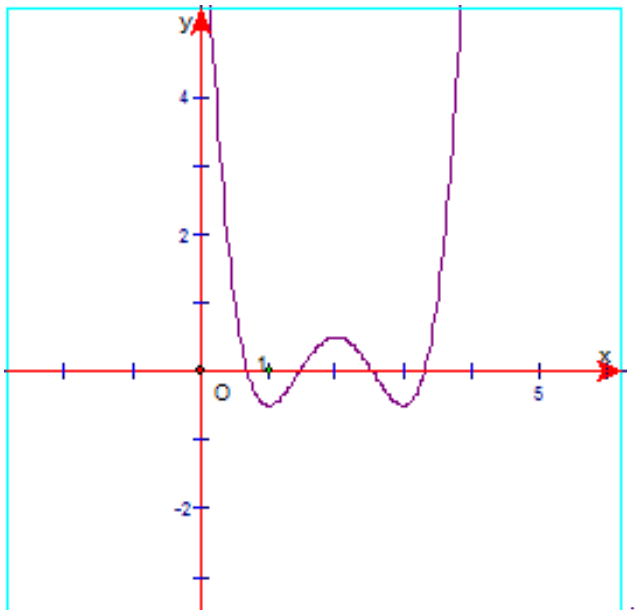


Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x-1)|-2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Nhận xét. Đồ thị hàm số $y=f(x+a)+b$ được dựng bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ theo vectơ $\vec{v}=(-a;b)$.

Câu 4: **[DS12.C1.2.BT.c] [Sở Hải Dương 2017]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x-1)|$.



A. 7. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2019	↘	-2020	↗	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=|f(x-2019)+2020|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 3.

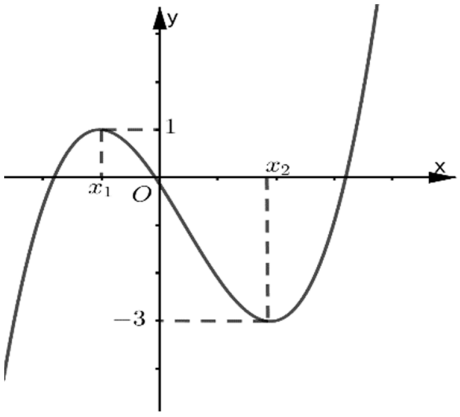
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x)=f(|2x-3|-2)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

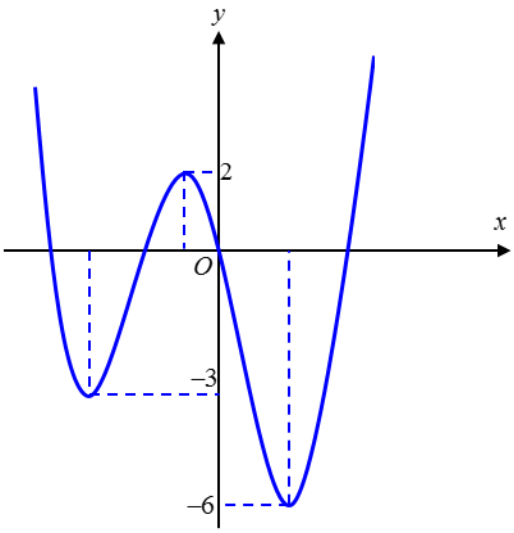
Câu 7: **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc ba: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị là

A. $S=\left\{-1;3\right\}$.
B. $S=\left[1;3\right]$.
C. $S=\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.
D. $S=\left(-\infty;-3\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

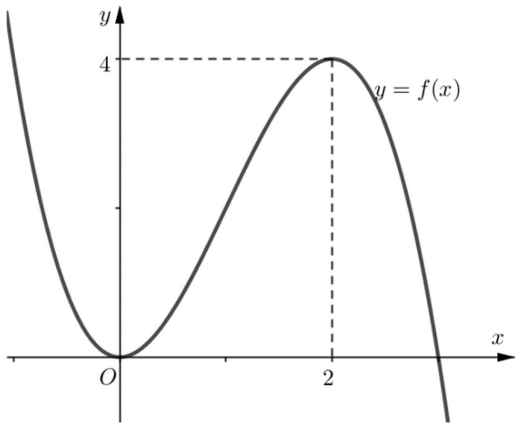
Câu 8: **(THPT Đoàn Thượng - Hải Phòng - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

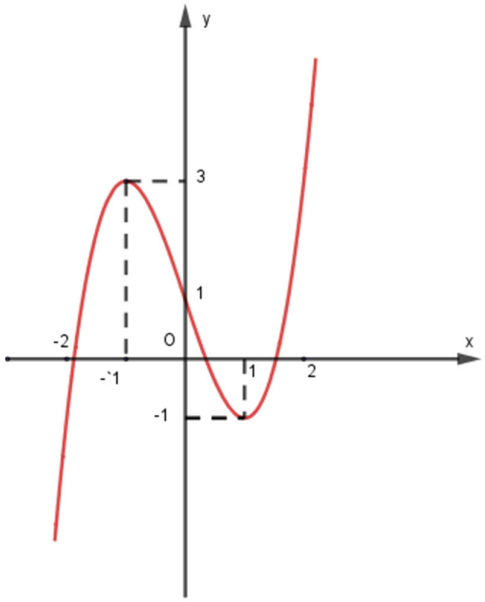
A. 7.
B. 6.
C. 5.
D. 9.

Câu 9: **[2D1-2.2-4]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|3x-2019m\right|+m-2019\right)$ có ba điểm cực đại?



A. 2016 . **B.** 2019 . **C.** 2018 . **D.** 2017 .

Câu 10: **[2D1-2.2-3]** Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x+m\right|\right)$ có 5 điểm cực trị.



A. $\left(-\infty;-1\right]$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

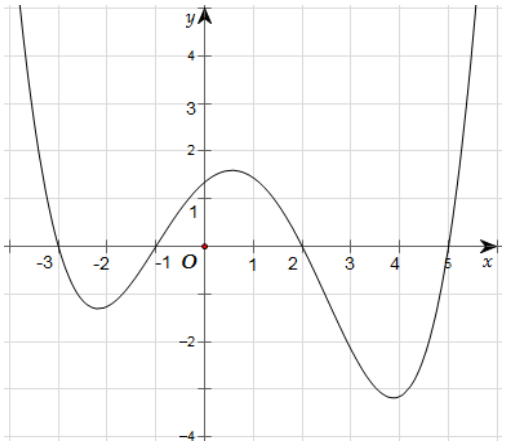
Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Biết đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)-m\right|$ có 5 điểm cực trị. Khi đó số các giá trị nguyên của tham số của m là

A. 6 . **B.** 7 . **C.** 8 . **D.** 9 .

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x)=f(|x|+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?



A. 2 . **B.** 3 . **C.** 1. **D.** Vô số.

BÀI TOÁN 19: BIỆN LUẬN SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. LÝ THUYẾT:

Cho hình vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)$ có n_1 điểm cực trị. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+k)+f(m)\right|$ có n_2 điểm cực trị.

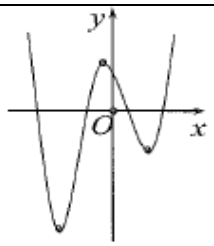
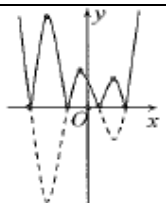
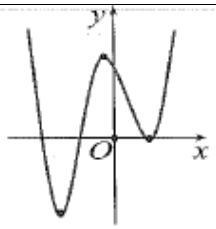
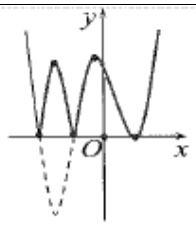
+ Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f(x+k)+f(m)\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và số giao điểm giữa đồ thị $y=f(x)+f(m)$ với trục Ox.

+ Khi tịnh tiến sang trái hoặc sang phải k đơn vị thì số điểm cực trị hàm số $y=f(x+k)$ bằng số điểm cực trị hàm số $y=f(x)$.

+ Để tìm số giao điểm $y=f(x)+f(m)$ với trục Ox ta chuyển về dạng tìm số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-f(m)$.

Lưu ý:

Số giao điểm này không tính giao tại điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Vì nó đã được tính là cực trị của hàm $y=f(x)$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$	Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$
 Số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là 3. Số giao điểm với trục Ox là 4.	 Số điểm cực trị của hàm số $y=\left\|f(x)\right\|$ là 7. Mỗi giao điểm là một cực trị.
 Số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là 3. Số giao điểm với trục Ox là 3.	 Số điểm cực trị của hàm số $y=\left\|f(x)\right\|$ là 5. Khi giao với trục Ox tại điểm cực trị ta sẽ không tính điểm đó là cực trị.

Một số tính chất:

1. Hàm số $y=f(ax+b)+c\ \ (a\neq 0)$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.
2. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ cộng số nghiệm đơn cộng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=0$.

3. Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có số điểm cực trị bằng $2a+1$, với a là số điểm cực trị dương của hàm số $y=f\left(x\right)$.

4. *Đặc biệt:* Đối với hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị x_1; x_2. Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có n điểm cực trị:

- $n=5\Leftrightarrow f_{cđ}.f_{ct}<0$.
- $n=3\Leftrightarrow f_{cđ}.f_{ct}\geq 0$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-1\right)^2\left(3^x-27\right)\left(x-25\right)^3\left(x-7\right)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f\left(|x|\right)$ là

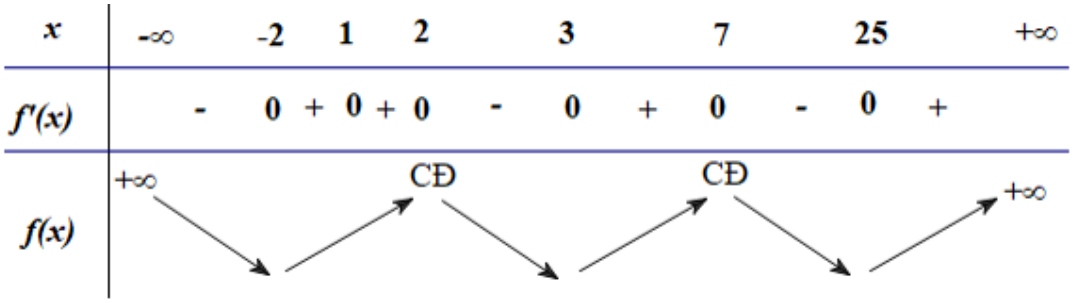
A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

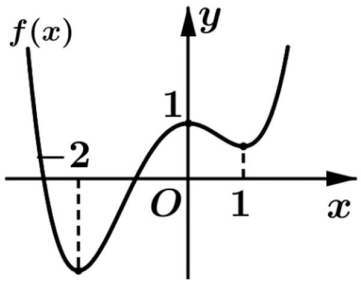
Cho $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\\x=1\\x=3\\x=25\\x=7\end{array}\right.$

BBT



Dựa vào BBT ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại dương nên hàm số $f\left(|x|\right)$ có 4 điểm cực đại (lưu ý nếu trên khoảng $(-2;2)$ hàm số $f(x)$ đồng biến thì $f\left(|x|\right)$ đạt cực tiểu $x=0$).

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f\left(|x+1|-3\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

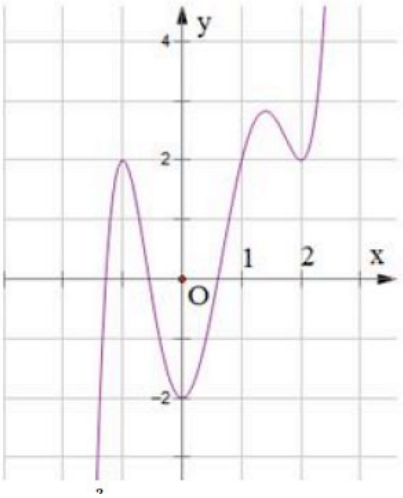
Đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-3\right)$ được suy từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng cách

• Tịnh tiến sang phải 3 đơn vị;

• Xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái trục tung, phần đồ thị phía bên phải trục tung thì lấy đối xứng qua trục tung;

• Cuối cùng tịnh tiến đồ thị sang trái 1 đơn vị.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y=\left|2f\left(x\right)-3\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 . **B.** 7 . **C.** 5 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|2f\left(x\right)-3\right|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-\frac{3}{2}\right|$.

Đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)-\frac{3}{2}(C)$ được suy ra từ đồ thị ban đầu bằng cách tịnh tiến theo trục Oy xuống dưới $\frac{3}{2}$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)-\frac{3}{2}\right|$ được suy ra từ $\left(C\right)$ bằng cách giữ nguyên phần của $\left(C\right)$ bên trên trục hoành; lấy đối xứng qua Ox phần của $\left(C\right)$ dưới trục Ox.

Dựa vào đồ thị suy ra số điểm cực trị là 7.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f\left(1-3x\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g\left(x\right)=f\left(1-3x\right)+1$.

$\Rightarrow g'\left(x\right)=-3.f'\left(1-3x\right)$.

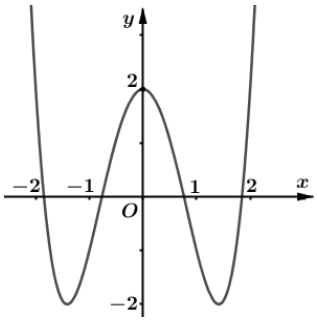
$$\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(1-3x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$$

Suy ra bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	3 ↘ 0	↗	5 ↘ 0 ↗ $+\infty$

Vậy hàm số $y=\left|g(x)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 5: **[Mức độ 2]** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới



Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của m để hàm số $g(x)=|f(x)+m|$ có đúng 3 điểm cực trị là:

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

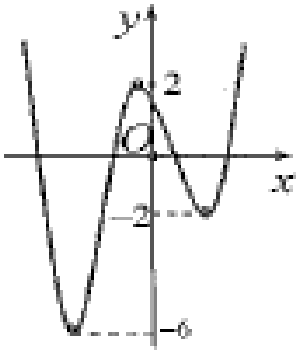
Lời giải

Chọn B

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x)+m$ cũng luôn có 3 điểm cực trị.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)+m=0$ không có nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow$ Đồ thị $y=f(x)+m$ là ảnh của đồ thị hàm số $y=f(x)$ qua phép tịnh tiến lên trên ít nhất 2 đơn vị $\Leftrightarrow m\geq 2$. Suy ra $m=\{2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|f(x)-m+1|$ có 7 điểm cực trị?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

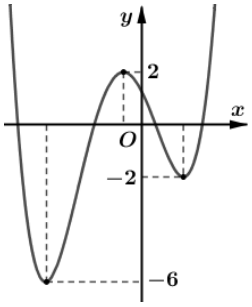
Lời giải

Số cực trị của hàm số $y=|f(x)-m+1|$ bằng tổng số cực trị của hàm số $y=f(x)$ và số nghiệm đơn, bội lẻ của phương trình $f(x)-m+1=0$.

Do hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị, nên hàm số $y=|f(x)-m+1|$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x)=m-1$ có 4 nghiệm đơn bội lẻ $\Leftrightarrow -2<m-1<2\Leftrightarrow -1<m<3$.

Vì m nguyên nên $m=\{0;1;2\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f(x+2019)+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 1 . **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x+2019)+m^2$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị $f(x+2019)+m^2$ với trục hoành là 2.

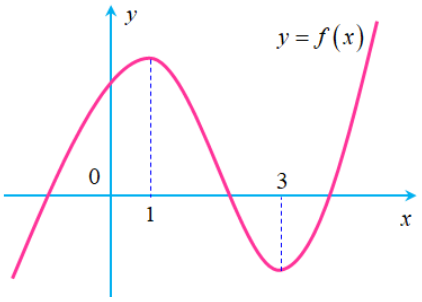
Để số giao điểm của đồ thị $f(x+2019)+m^2$ với trục hoành là 2 , ta cần

+Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới tối thiểu 2 đơn vị $\longrightarrow m^2\le -2$: vô lý

+ Hoặc tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên tối thiểu 2 đơn vị nhưng phải nhỏ hơn 6 đơn vị

$$\longrightarrow 2\le m^2<6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\le m<\sqrt{6}\\ -\sqrt{6}<m\le -\sqrt{2}\end{array}\right.\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-2;2\}.$$

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x+m\right|\right)$ có 5 điểm cực trị ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số $f(x)$ có 2 **điểm cực trị dương.**

$\longrightarrow f(|x|)$ có 5 **điểm cực trị.**

$\longrightarrow f(|x+m|)$ có 5 **điểm cực trị** với mọi m (vì tịnh tiến sang trái hay sang phải không ảnh hưởng đến **số điểm cực trị** của **hàm số**) .

Vậy có vô số giá trị m để hàm số $g(x)=f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 9: **[2D1-2.2-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y=|f(x)-2m|$ có 5 điểm cực trị.

A. $m\in(4;11)$. **B.** $m\in\left(2;\frac{11}{2}\right)$. **C.** $m=3$. **D.** $m\in\left[2;\frac{11}{2}\right]$.

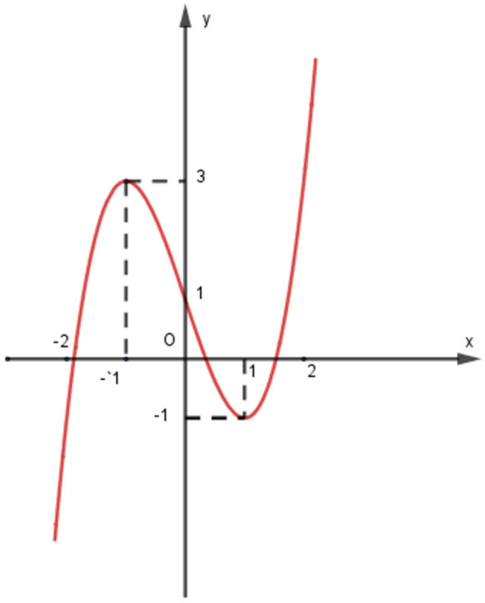
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị nên đồ thị hàm số $y=f(x)-2m$ có 2 điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y=|f(x)-2m|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=2m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4<2m<11\Leftrightarrow 2<m<\frac{11}{2}$.

Câu 10: **[2D1-2.2-3]** Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị.



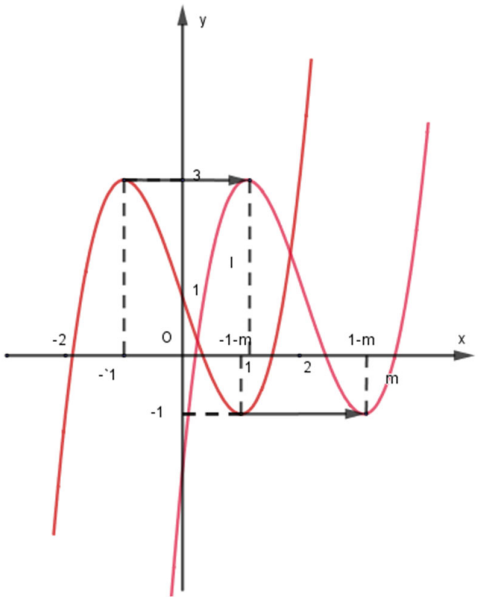
A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x+m)$ có 2 điểm cực trị nằm bên phải Oy.

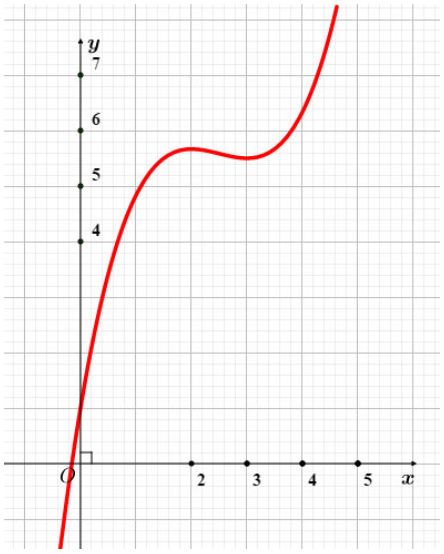
Mà đồ thị hàm số $y=f(x+m)$có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang phải $-m$ đơn vị như nhìn vẽ dưới đây.



Do đó đồ thị hàm số $y=f(x+m)$ có 2 điểm cực trị nằm bên phải Oy khi và chỉ khi $-1-m>0\Leftrightarrow m<-1$.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1: Cho $y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x+1$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

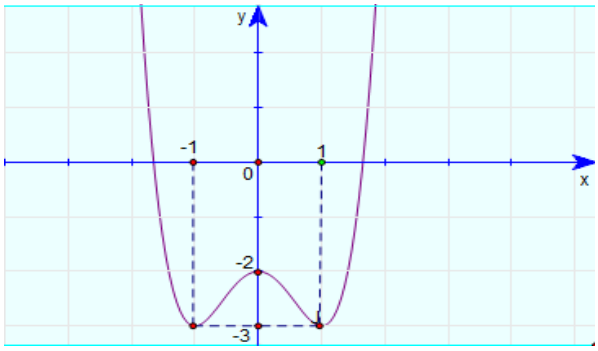
Ta có: Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)=2k+1$. Trong đó k là số điểm cực trị dương của hàm số $y=f(x)$.

Xét hàm số: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x+1\Rightarrow f'(x)=x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương hay $k=2$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)=2k+1=2.2+1=5$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



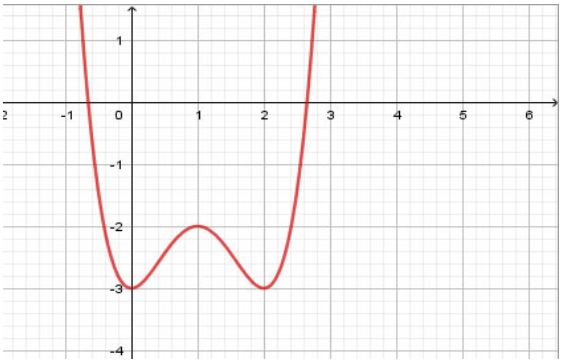
Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x-1)+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

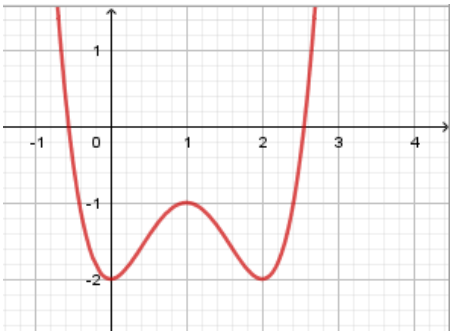
Lời giải

Chọn C

Tịnh tiến đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ dọc theo trục Ox sang bên phải 1 đơn vị ta được đồ thị (C_1) của hàm số $y=f(x-1)$

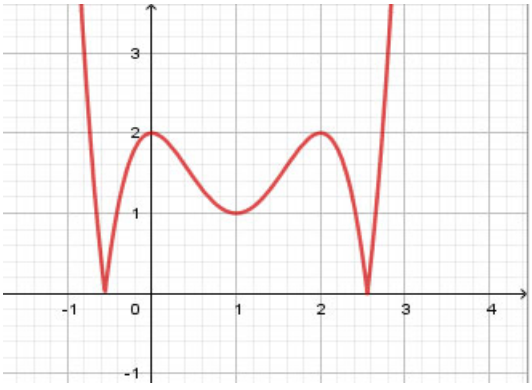


Tịnh tiến đồ thị (C_1) dọc theo trục Oy lên trên 1 đơn vị ta được đồ thị (C_2) của hàm số $y=f(x-1)+1$



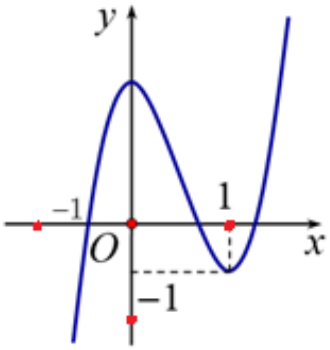
- Giữ nguyên phần đồ thị (C_2) nằm phía trên trục hoành.

- Phần đồ thị của (C_2) nằm phía dưới trục hoành lấy đối xứng qua trục hoành sau đó xóa phần đồ thị của (C_2) nằm phía dưới trục hoành. Khi đó ta được đồ thị hàm số $y=\left|f(x-1)+1\right|$ có dạng như sau



Suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(x-1)+1\right|$ có 5 điểm cực trị

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=\left|f\left(\left|x+1\right|-1\right)\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 11 **B.** 7 . **C.** 5 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn A

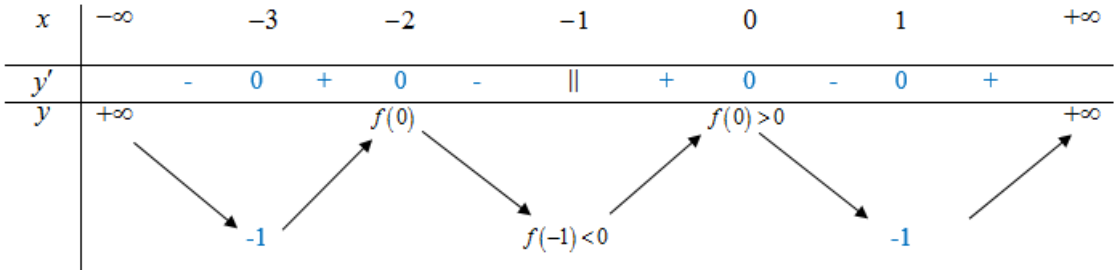
Xét hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-1\right)$

Ta có $y'=\dfrac{x+1}{\left|x+1\right|}f'\left(\left|x+1\right|-1\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x+1\right|-1=0\\ \left|x+1\right|-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=0\\ x=-2\\ x=-3\end{array}\right.$$

y' không xác định tại $x=-1$.

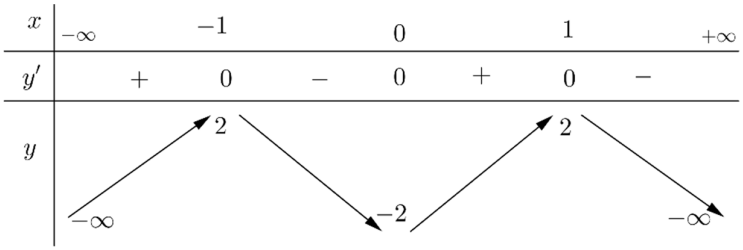
Bảng biến thiên



Dựa vào BBT của hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-1\right)$ suy ra BBT của hàm số $y=\left|f\left(\left|x+1\right|-1\right)\right|$.

Vậy hàm số $y=\left|f\left(\left|x+1\right|-1\right)\right|$ có 11 cực trị.

Câu 4: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)+1|$ là

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

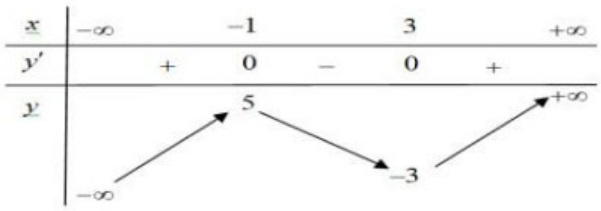
Vì hàm số $y=f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên hàm số $y=f(x)+1$ cũng có 3 điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình $f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-1$ có 4 nghiệm đơn phân biệt.

Suy ra số điểm cực trị hàm số $g(x)=|f(x)+1|$ là $3+4=7$.

Bổ trợ: *Số điểm cực trị của hàm số* $g(x)=|f(x)|$ *bằng số điểm cực trị của hàm* $y=f(x)$ *cộng với số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của phương trình* $f(x)=0$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|2x+1|+3)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

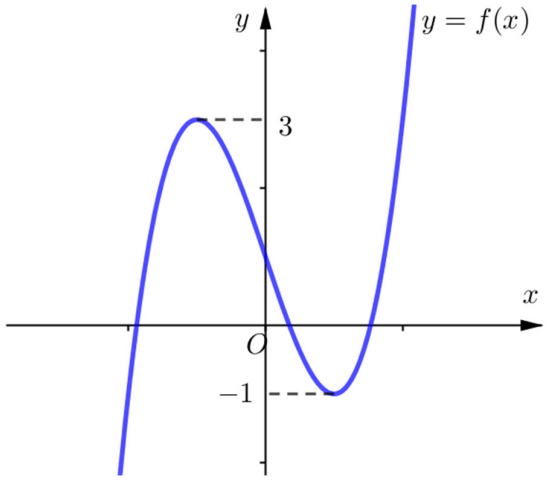
Chọn A

+/ Ta có : Số điểm cực trị của hàm $y=f(|2x+1|+3)$ bằng $2\alpha+1$, với α bằng số điểm cực trị lớn hơn $-\frac{1}{2}$ của hàm $y=f(2x+1+3)=f(2x+4)$.

+/ Hàm $y=f(2x+4)$ có 2 điểm cực trị là: $\left[\begin{array}{l}2x+4=-1\\2x+4=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{5}{2}\ \text{(loaïi)}\\x=-\frac{1}{2}\ \text{(loaïi)}\end{array}\right.$

Vậy: Số điểm cực trị của hàm $y=f(|2x+1|+3)$ bằng $2.0+1=1\Rightarrow$ Chọn A.

Câu 6: [2D1-2.3-3] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2019;2019]$ sao cho hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị?

A. 2017 . **B.** 2019 . **C.** 4036 . **D.** 4038 .

Lời giải

Chọn C

Nhận xét

+ Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ lên trên hoặc xuống dưới dọc theo trục tung $|m|$ đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y=f(x)+m$.

+ Giữ lại đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ phần nằm trên trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành phần còn lại, ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)+m|$.

Từ nhận xét trên ta có

Để hàm số $y=|f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)+m$ có giá trị cực tiểu không âm hoặc giá trị cực đại không dương. Khi đó

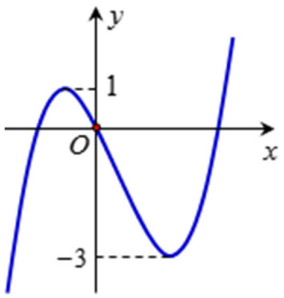
Với $m>0$ thì $-1+m\geq 0\Leftrightarrow m\geq 1$.

Với $m<0$ thì $3+m\leq 0\Leftrightarrow m\leq -3$.

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2019;2019]$, suy ra $m\in\{-2019;-2018;...;-3;1;2;...;2019\}$.

Có 4036 giá trị m thỏa mãn.

Câu 7: [THPT CHUYÊN VINH-2017] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị là.

A. $m=-1$ hoặc $m=3$.

B. $1\le m\le 3$.

C. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

D. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

Lời giải

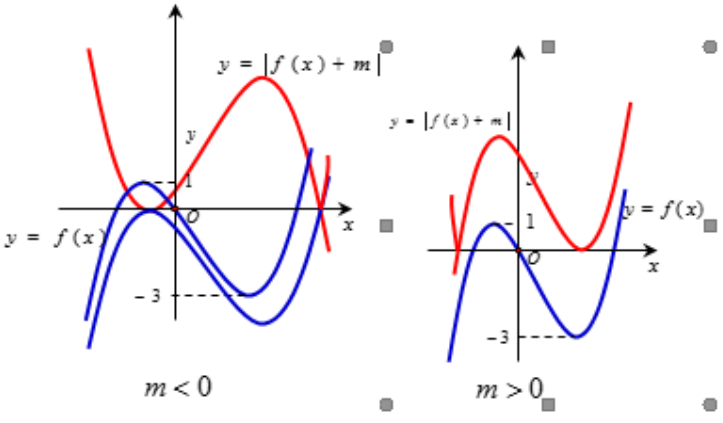
Chọn C.

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ gồm hai phần:

·Phần 1 là phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ nằm phía trên trục hoành;

·Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)+m$.



Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1+m\le 0\\-3+m\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\m\ge 3\end{array}\right.$.

Cách 2: Ta có.

$y=\left|f\left(x\right)+m\right|=\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}$; $y'=\dfrac{f'\left(x\right).\left(f\left(x\right)+m\right)}{\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}}$.

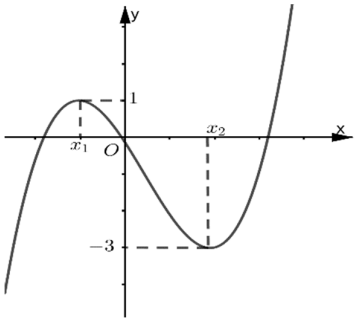
Để tìm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$, ta tìm x thỏa mãn $y'=0$ hoặc y' không xác định

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f'\left(x\right)=0 & (1) \\ f\left(x\right)=-m & (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta có (1) có hai điểm cực trị x_1,x_2 trái dấu. Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì (2) có một nghiệm khác x_1,x_2.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $\left[\begin{array}{l} -m\ge 1 \\ -m\le -3 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$ nên chọn đáp án A.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba: $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a\ne 0,a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị là

A. $S=\left\{-1;3\right\}$.

B. $S=\left[1;3\right]$.

C. $S=\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.

D. $S=\left(-\infty;-3\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

+) Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ bằng $A+B$ với A là số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và B là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục hoành (không tính các điểm trùng với các điểm đã tính ở A).

+) Vì hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị nên hàm số $y=f\left(x\right)+m$ cũng luôn có hai điểm cực trị.

Do đó yêu cầu bài toán xảy ra $\Leftrightarrow$ Phương trình $f\left(x\right)+m=0$ có đúng một nghiệm đơn.

Để phương trình $f\left(x\right)+m=0$ có đúng một nghiệm đơn, ta cần:

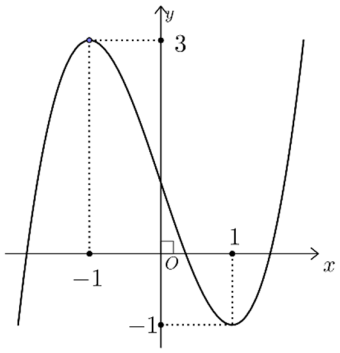
+) Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ dọc theo Oy xuống dưới tối thiểu 1 đơn vị (1)

+) Hoặc tịnh tiến đồ thị $y=f\left(x\right)$ dọc theo Oy lên trên tối thiểu 3 đơn vị (2)

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta được: $\left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m\leq -1 \end{array}\right.$.

Vậy: tập tất cả các giá trị m là: $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 9: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=|2f(x)-m|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 14. **B.** 10. **C.** 21. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị $y=f(x)$, ta suy ra $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt là $1;\ -1$.

Xét hàm số $y=|2f(x)-m|$, ta có $y'=\dfrac{(2f(x)-m)'.[2f(x)-m]}{|2f(x)-m|}=\dfrac{2f'(x).[2f(x)-m]}{|2f(x)-m|}$.

Ta có hàm số $y=2f(x)-m$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Suy ra tại các nghiệm bội lẻ của phương trình $2f(x)-m=0$ thì y' không xác định nhưng đổi dấu nên hàm số $y=|2f(x)-m|$ đạt cực trị tại các điểm đó.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là số nghiệm không trùng nhau của $f'(x)=0$ và $2f(x)-m=0$.

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $2f(x)-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác $1;\ -1$.

$$-1<\frac{m}{2}<3\Leftrightarrow -2<m<6.$$

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}^+$. Suy ra $m\in\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $1+2+3+4+5=15$.

Cách 2 <Tô Quốc An>

Ta có $y=2\left|f\left(x\right)-\frac{m}{2}\right|$ suy ra số điểm cực trị của hàm số $y=\left|2f\left(x\right)-m\right|$, bằng số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-\frac{m}{2}\right|$, bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)-\frac{m}{2}=0$.

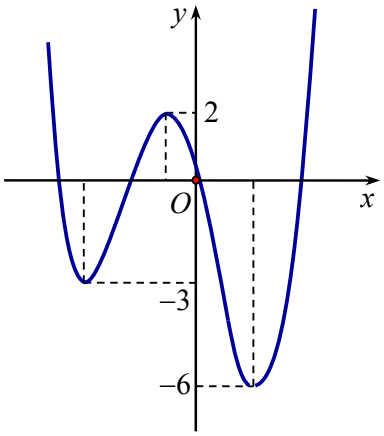
Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị.

Vậy hàm số $y=\left|2f\left(x\right)-m\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f\left(x\right)-\frac{m}{2}=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $-1<\frac{m}{2}<3\Leftrightarrow -2<m<6$.

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}^+$, suy ra $m\in\left\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\right\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $1+2+3+4+5=15$.

Câu 10: **[2D1-2.6-4]** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

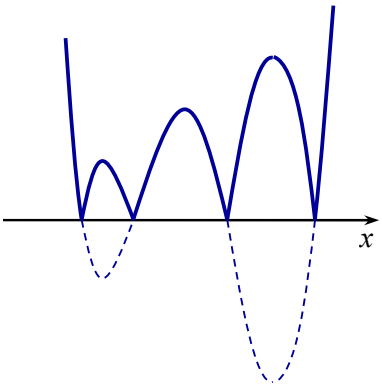
A. 9. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 15.

Lời giải

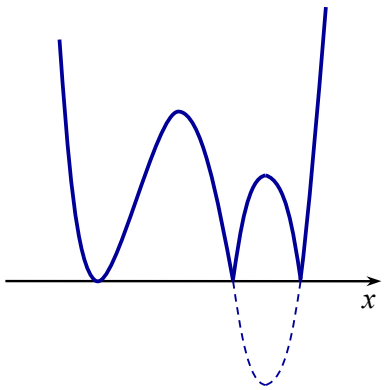
Chọn B.

Nhận xét: Số giao điểm của $\left(C\right):y=f\left(x\right)$ với Ox bằng số giao điểm của $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ với Ox.

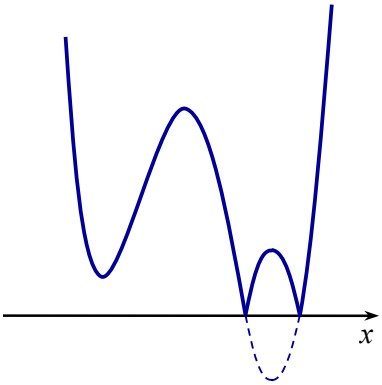
Vì $m>0$ nên $\left(C''\right):y=f\left(x-1\right)+m$ có được bằng cách tịnh tiến $\left(C'\right):y=f\left(x-1\right)$ lên trên m đơn vị.



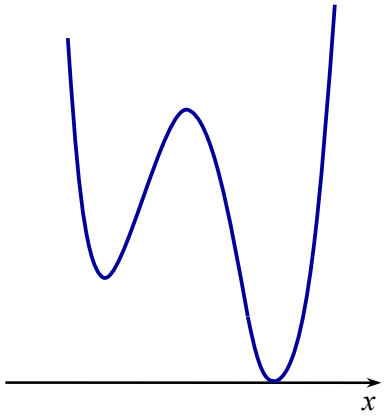
TH1 : $0 < m < 3$



TH2 : $m = 3$



TH3 : $3 < m < 6$



TH4 : $m \ge 6$

TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

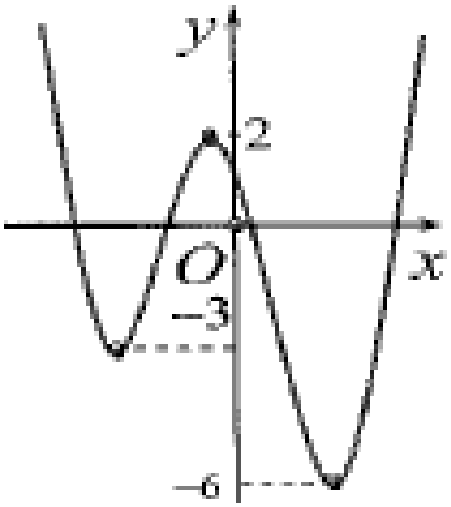
TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH4: $m \ge 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy $3 \le m < 6$, do $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{3;4;5\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng 12.

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+\frac{m^2}{3}\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7 . **B.** 0 . **C.** -7 . **D.** 1 .

Lời giải

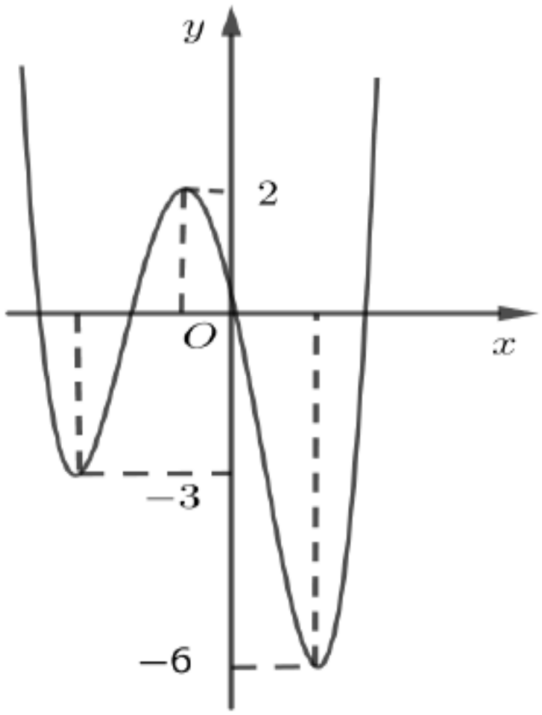
Số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+\frac{m^2}{3}\right|$ bằng tổng số cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và số nghiệm đơn, bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)+\frac{m^2}{3}=0$.

Do hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị, nên hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+\frac{m^2}{3}\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\frac{m^2}{3}$ có 2 nghiệm đơn, bội lẻ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{m^2}{3}\geq 2 \ \text{(VN)} \\ -6<-\frac{m^2}{3}\leq -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow 9\leq m^2<18$.

Vì m nguyên nên $S=\left\{\pm 3;\pm 4\right\}$. Vậy tổng các phần tử của S là 0 .

Câu 12: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ được suy ra từ đồ thị $\left(C\right)$ ban đầu như sau:

+ Tịnh tiến $\left(C\right)$ sang trái một đơn vị, sau đó tịnh tiến lên trên (hay xuống dưới) m đơn vị. Ta được đồ thị $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$.

+ Phần đồ thị $\left(C'\right)$ nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$.

Ta được bảng biến thiên của của hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ như sau.

x	$-\infty$		-4		-2		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-3+m$	↗	$2+m$	↘	$-6+m$	↗	$+\infty$

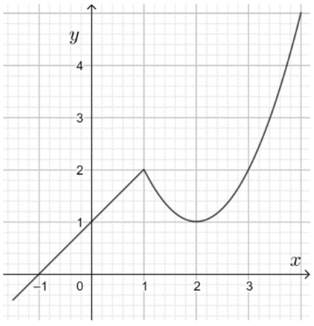
Để hàm số $y=\left|f\left(x+1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị của hàm số $\left(C'\right):y=f\left(x+1\right)+m$ phải cắt trục Ox tại 2 hoặc 3 giao điểm.

+ TH1: Tịnh tiến đồ thị $(C'): y = f(x+1)+m$ lên trên. Khi đó $\begin{cases} m > 0 \\ -3+m \ge 0 \\ -6+m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \le m < 6$.

+ TH2: Tịnh tiến đồ thị $(C'): y = f(x+1)+m$ xuống dưới. Khi đó $\begin{cases} m < 0 \\ 2+m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -2$.

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m là $3;4;5$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm m để hàm số $g(x) = f(|x+m|)+2019m$ có 5 điểm cực trị

A. $m > -\frac{1}{2}$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \ge -\frac{1}{2}$. **D.** $m \ge 1$.

Lời giải

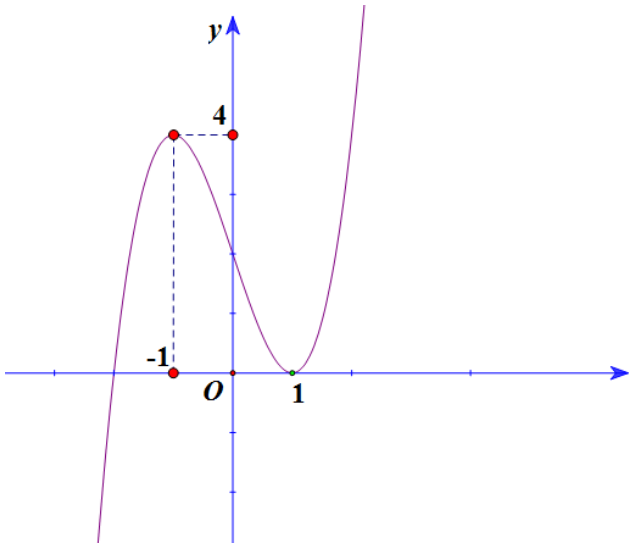
Chọn A

Tịnh tiến đồ thị $y = f(|x+m|)$ lên trên hoặc xuống dưới không làm ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số đã cho. Do đó số cực trị của hàm số $y = g(x)$ bằng số cực trị của hàm số $y = f(|x+m|)$.

Để $f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị thì $f(x+m)$ phải có 2 điểm cực trị dương với $x+m > 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1, x = 2$ nên $f(x+m)$ đạt cực trị tại $x = 2+m; x = 1+m$. Do đó $\begin{cases} 2+m+m > 0 \\ 1+m+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$.

Câu 14: [2D1-2.6-4] Cho $y = f(x)$ là hàm bậc 3 có đồ thị như hình vẽ ở bên. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(|x|)+m|$ có 7 điểm cực trị.

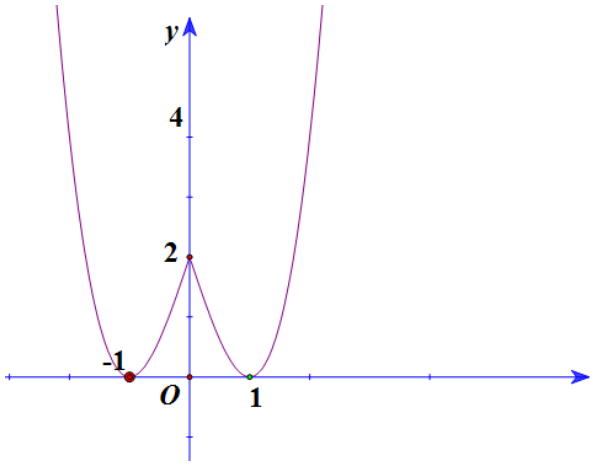


A. $0<m<2$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m<0$. **D.** $-2<m<0$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có đồ thị như sau:



Để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)+m$ có tổng số điểm cực trị và số giao điểm với trục hoành bằng 7 (không tính giao điểm với trục hoành mà trùng với điểm cực trị). Do đồ thị đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)+m$ đã có 3 điểm cực trị (bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$), nên đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)+m$ phải cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Suy ra $0<-m<2\Leftrightarrow -2<m<0$.

Câu 15: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|3-x|+m^2-1\right)$ có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có

$$g(x)=f\left(|x-3|+m^2-1\right)=\begin{cases}f\left(x+m^2-4\right),x\geq 3\\ f\left(-x+m^2+2\right),x<3\end{cases}$$

Với $x=3$ ta có $f'\left(3+m^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2-1=-1\\ m^2-1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=0\\ m^2=4\end{array}\right.$.

TH1: $m\neq 0$, $m^2\neq 4$ (*)

$$g'(x)=\begin{cases}f'\left(x+m^2-4\right),x>3\\ -f'\left(-x+m^2+2\right),x<3\end{cases}$$

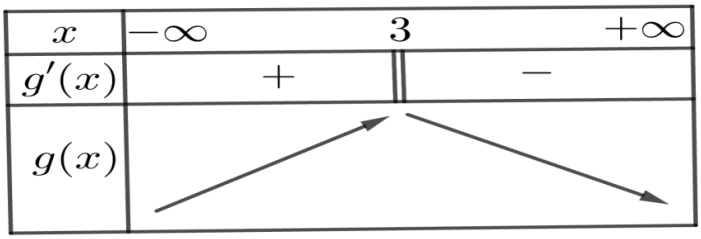
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f'\left(x+m^2-4\right)=0\\ x>3\end{cases}\\ \begin{cases}-f'\left(-x+m^2+2\right)=0\\ x<3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=3-m^2\\ x=7-m^2\end{array}\right.\\ x>3\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=3+m^2\\ x=-1+m^2\end{array}\right.\\ x<3\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=7-m^2\\ x>3\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1+m^2\\ x<3\end{cases}\end{array}\right.$$

Hàm số có một điểm cực trị là $x=3$.

Nên điều kiện cần để hàm số có một điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là phương trình

$g'(x)=0$ vô nghiệm hay $\begin{cases}7-m^2\leq 3\\ m^2-1\geq 3\end{cases}\Leftrightarrow m^2>4$ (do (*)).

Thử lại:



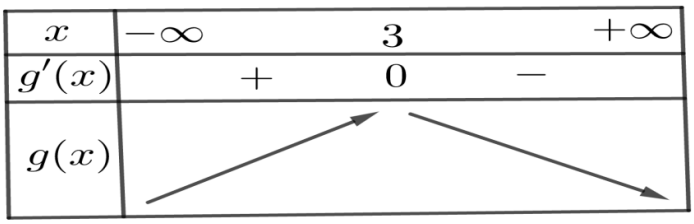
$\Rightarrow$ Hàm số có một điểm cực đại $x=3$, không có điểm cực tiểu.

$\Rightarrow$ Loại $m^2>4$.

TH2: $m=0 \vee m^2=4$

+ Với $m=0$ thì $g'(x)=0$ có 3 nghiệm nên loại.

+ Với $m^2=4$



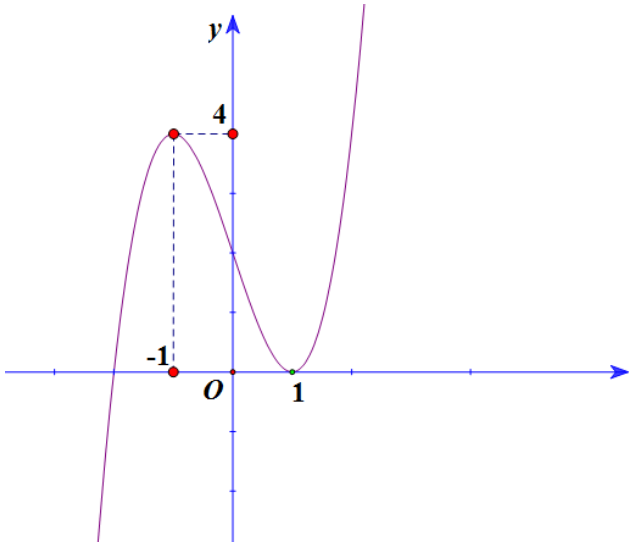
Loại $m^2=4$.

Kết luận: Không tồn tại m thỏa mãn bài toán.

Cách 2:

Ta có $g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ mặt khác $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty \Rightarrow$ Hàm số luôn có cực đại.

Câu 16: Cho $y=f(x)$ là hàm bậc 3 có đồ thị như hình vẽ ở bên. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị.

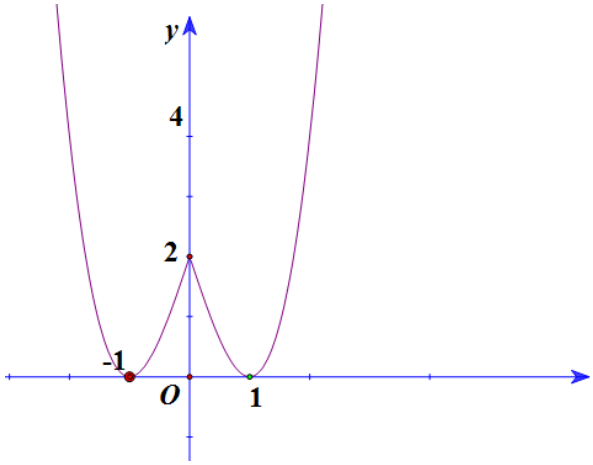


A. $0 < m < 2$. **B.** $-4 < m < 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f\left(|x|\right)$ có đồ thị như sau:



Để đồ thị hàm số $y = \left|f\left(|x|\right) + m\right|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f\left(|x|\right) + m$ có tổng số điểm cực trị và số giao điểm với trục hoành bằng 7 (không tính giao điểm với trục hoành mà trùng với điểm cực trị). Do đồ thị đồ thị hàm số $y = f\left(|x|\right) + m$ đã có 3 điểm cực trị (bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f\left(|x|\right)$), nên đồ thị hàm số $y = f\left(|x|\right) + m$ phải cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Suy ra $0 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 0$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x^2-4)(x^3-1)^2(3^x-27)(x-25)^3(x-7)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f(|x|)$ là

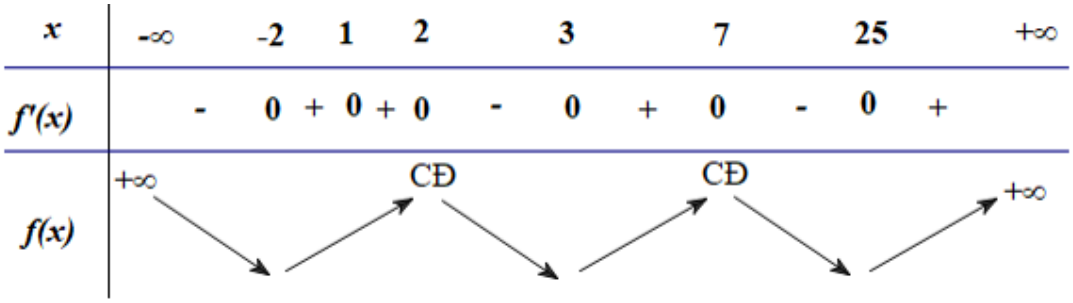
A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \\ x=25 \\ x=7 \end{array}\right.$

BBT



Dựa vào BBT ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại dương nên hàm số $f(|x|)$ có 4 điểm cực đại (lưu ý nếu trên khoảng $(-2;2)$ hàm số $f(x)$ đồng biến thì $f(|x|)$ đạt cực tiểu $x=0$).

Câu 2: **(THPT CHUYÊN ĐH VINH - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 2018. **C.** 2022. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^3(x-2)(x^2-2)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu 4 lần nên hàm số $y=f(x)$ có 4 cực trị.

Bảng biến thiên của hàm số

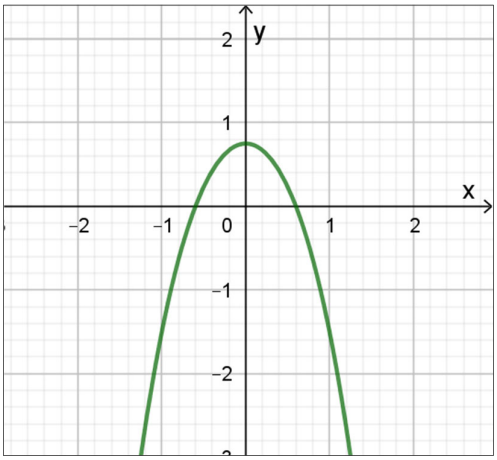
x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘		↗	

Từ BBT suy ra $f(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt. Nên phương trình $f(1-2018x)=0$ cũng có tối đa 5 nghiệm bội lẻ.

Do đó $y=|f(1-2018x)|$ có tối đa 9 cực trị.

P/S: Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ bằng tổng số cực trị của hàm số $y=f(x)$ với số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=0$.

Câu 3: Biết rằng hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hỏi đồ thị hàm số $y=|f(x-1)|-2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

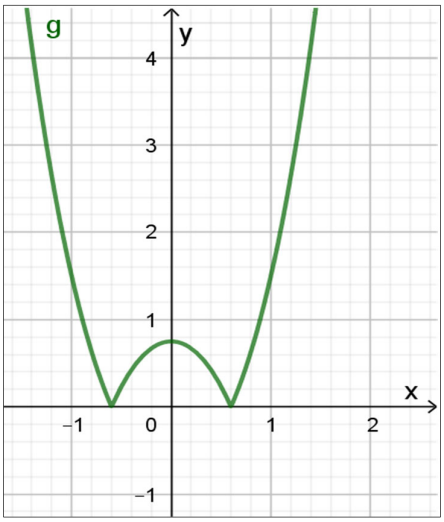
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x)$ phần phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ phần phía dưới trục hoành.

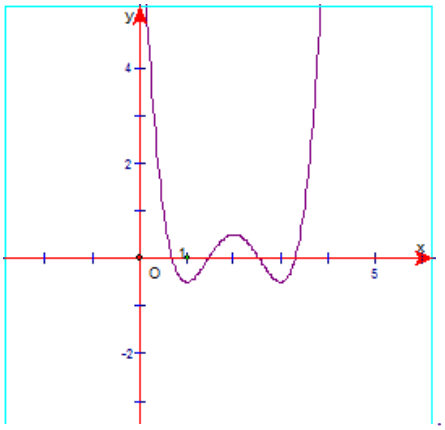


Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 3 cực trị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|-2$ là tịnh tiến của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ theo $\vec{v}=\left(1;-2\right)$ nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|-2$ vẫn có 3 điểm cực trị.

Nhận xét. Đồ thị hàm số $y=f\left(x+a\right)+b$ được dựng bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ theo vectơ $\vec{v}=\left(-a;b\right)$.

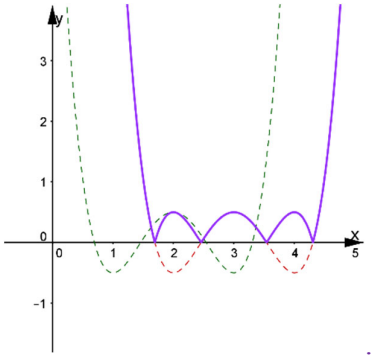
Câu 4: **[DS12.C1.2.BT.c] [Sở Hải Dương 2017]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$.



A. 7. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.

Đồ thị của hàm số $y=|f(x-1)|$ là gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $f(x-1)$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của đồ thị hàm $f(x-1)$ qua trục Ox.

Suy ra: Đồ thị của hàm số $y=|f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2019	↘	-2020	↗	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=|f(x-2019)+2020|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

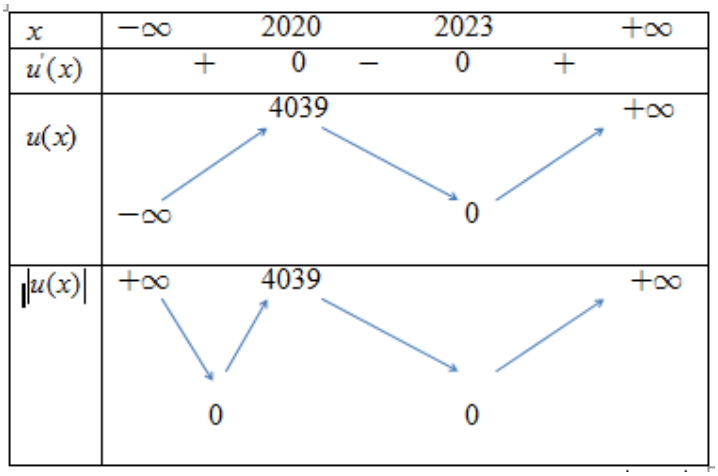
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đồ thị hàm số $u(x)=f(x-2019)+2020$ có được từ đồ thị $f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 2019 đơn vị và lên trên 2020 đơn vị.

Suy ra bảng biến thiên của $u(x)$



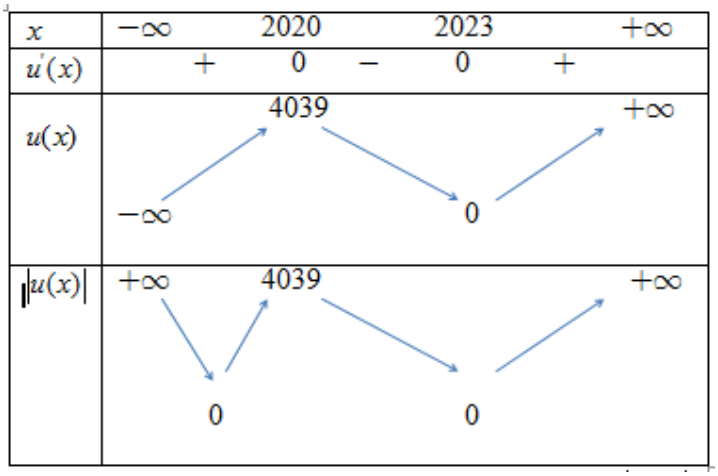
Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $g(x)=|u(x)|$ có 3 điểm cực trị. Chọn B.

Cách 2:

Đặt $u(x)=f(x-2019)+2020$

$$\Rightarrow u'(x)=f'(x-2019)\Rightarrow u'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2020\\x=2023\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $g(x)=|u(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		0		2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x)=f(|2x-3|-2)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

$$g'(x)=(|2x-3|-2)'.f'(|2x-3|-2)=\frac{2(2x-3)}{|2x-3|}.f'(|2x-3|-2)$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|2x-3|-2=0\\|2x-3|-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5/2\\x=1/2\\x=7/2\\x=-1/2\end{array}\right.$$

BBT:

x	$-\infty$	$-1/2$		$1/2$		$3/2$		$5/2$		$7/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-	‖	+	0	-	0	+
$g(x)$	↘		↗		↘		↗		↘		↗

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

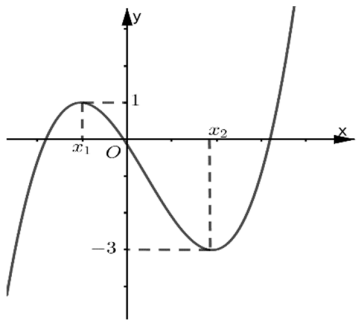
Cách 2.

Số cực trị của hàm số $y=f(|2x-3|-2)=2n+1,$ với n bằng số cực trị của hàm số $y=f(2x-3-2)=f(2x-5),\ x>\frac{3}{2}.$

$$y=f(2x-5)\Rightarrow y'=2f'(2x-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-5=0\\2x-5=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{2}\ (\text{nhaän})\\x=\frac{7}{2}\ (\text{nhaän})\end{array}\right.$$

$\Rightarrow n=2.$ Vậy $2n+1=5.$

Câu 7: **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc ba: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị là

A. $S=\{-1;3\}.$ **B.** $S=[1;3].$

C. $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty).$ **D.** $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty).$

Lời giải

Chọn C

+) Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ bằng $A+B$ với A là số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và B là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục hoành (không tính các điểm trùng với các điểm đã tính ở A).

+) Vì hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị nên hàm số $y=f\left(x\right)+m$ cũng luôn có hai điểm cực trị.

Do đó yêu cầu bài toán xảy ra $\Leftrightarrow$ Phương trình $f\left(x\right)+m=0$ có đúng một nghiệm đơn.

Để phương trình $f\left(x\right)+m=0$ có đúng một nghiệm đơn, ta cần:

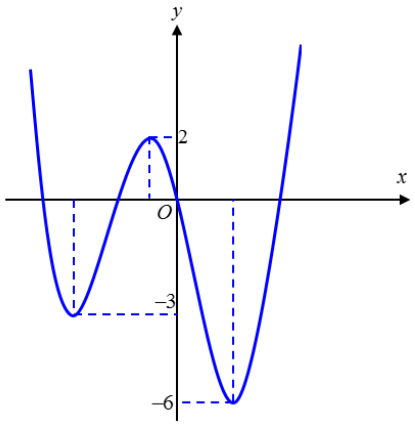
+) Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ dọc theo Oy xuống dưới tối thiểu 1 đơn vị (1)

+) Hoặc tịnh tiến đồ thị $y=f\left(x\right)$ dọc theo Oy lên trên tối thiểu 3 đơn vị (2)

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta được: $\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le -1\end{array}\right.$.

Vậy: tập tất cả các giá trị m là: $S=\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.

Câu 8: **(THPT Đoàn Thượng - Hải Phòng - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có: hàm số $y=f\left(x+2018\right)$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tịnh tiến sang trái 2018 đơn vị;

Hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)$ tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

Hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có đồ thị gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ phần phía trên Ox.

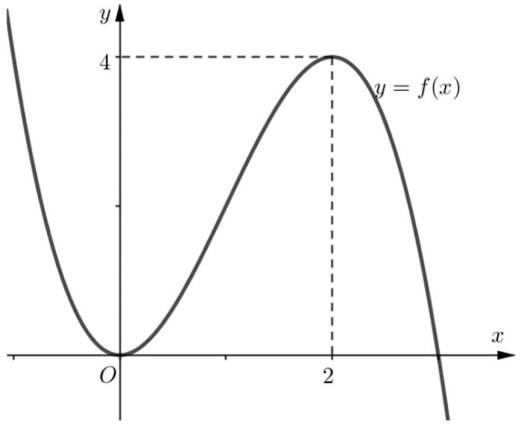
+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ phía dưới trục Ox qua Ox.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow 3\le\frac{1}{3}m^2<6\Leftrightarrow 9\le m^2<18$

$\Leftrightarrow 3\le m<3\sqrt{2}$ (do $m\in\mathbb{Z}^+$) suy ra: $m\in\{3;4\}\Rightarrow S=\{3;4\}$.

Vậy tổng cần tìm bằng 7.

Câu 9: [2D1-2.2-4] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|3x-2019m\right|+m-2019\right)$ có ba điểm cực đại?



A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn C

$$g\left(x\right)=f\left(\left|3x-2019m\right|+m-2019\right)=\begin{cases}f\left(3x-2018m-2019\right),\text{nếu } x\ge 673m\\ f\left(-3x+2020m-2019\right),\text{nếu } x<673m\end{cases}.$$

$$g'\left(x\right)=\begin{cases}3f'\left(3x-2018m-2019\right),\text{ nếu } x>673m\\ -3f'\left(-3x+2020m-2019\right),\text{ nếu } x<673m\end{cases}$$ và $g\left(x\right)$ không có dạo hàm tại $x=673m$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>673m \\ \left[\begin{array}{l} 3x-2018m-2019=0 \\ 3x-2018m-2019=2 \end{array}\right. \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x<673m \\ \left[\begin{array}{l} -3x+2020m-2019=0 \\ -3x+2020m-2019=2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>673m \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3}(2018m+2019)=x_1 \\ x=\frac{1}{3}(2018m+2021)=x_2 \end{array}\right. \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x<673m \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3}(2020m-2019)=x_3 \\ x=\frac{1}{3}(2020m-2021)=x_4 \end{array}\right. \end{cases}$$

Điều kiện cần để hàm số $g(x)$ có ba điểm cực đại là $g(x)$ có năm điểm cực trị

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(2020m-2019)<673m<\frac{1}{3}(2018m+2019) \Leftrightarrow m<2019$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

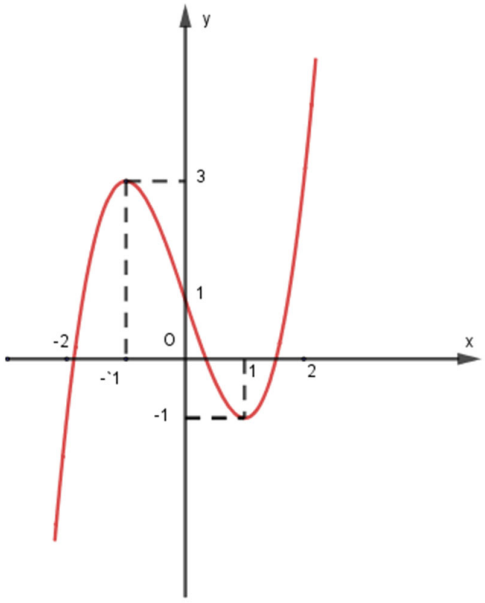
x	$-\infty$		x_4		x_3		$673m$		x_1		x_2		x
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘		↗		↘	

(Lưu ý: $g'\left(\frac{2018m+2022}{3}\right)=3f'(3)<0 \Rightarrow g'(x)<0, \forall x>x_2$)

Hàm số đã cho có ba điểm cực đại $\Leftrightarrow m<2019$

Vậy có 2018 giá trị nguyên dương m.

Câu 10: **[2D1-2.2-3]** Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị.



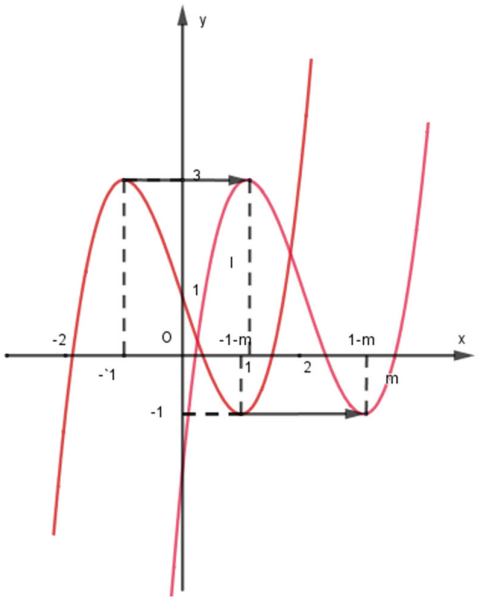
A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x+m)$ có 2 điểm cực trị nằm bên phải Oy.

Mà đồ thị hàm số $y=f(x+m)$có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang phải $-m$ đơn vị như nhìn vẽ dưới đây.



Do đó đồ thị hàm số $y=f(x+m)$ có 2 điểm cực trị nằm bên phải Oy khi và chỉ khi $-1-m>0\Leftrightarrow m<-1$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Biết đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x)-m\right|$ có 5 điểm cực trị. Khi đó số các giá trị nguyên của tham số của m là

A. 6 . **B.** 7 . **C.** 8 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn B

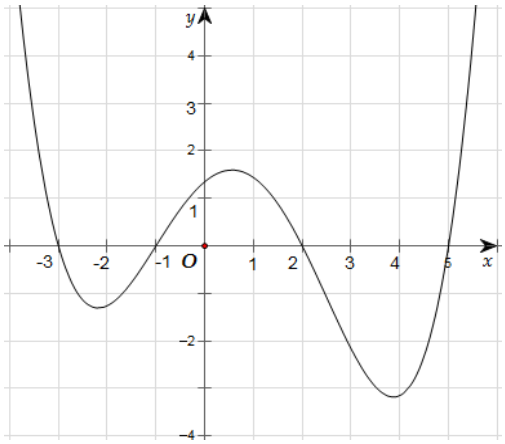
Do hàm $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nên $y=f(x)-m$ có hai điểm cực trị.

Để thoả mãn yêu cầu bài thì số giao điểm của đồ thị $y=f(x)-m$ với trục hoành phải là 3 hay số giao điểm của $y=f(x)$ và $y=m$ phải là 3. $g(x)=f(1-3x)\Rightarrow g'(x)=-3.f'(1-3x)$

Suy ra $4<m<11$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{4,5,6,7,8,9,10\}$ nên chọn đáp án B.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x)=f\left(\left|x\right|+m\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?



A. 2 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x)=f\left(\left|x\right|+m\right)=\begin{cases}f(x+m) & ,khi\ x\geq 0\\ f(-x+m), & khi\ x<0\end{cases}$

Do hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$

Và ta lại có $g(-x)=f(|x|+m)=g(x)\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g(x)$ đối xứng qua trục Oy.

Hàm số $y=g(x)$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị dương, 3 điểm cực trị âm và một điểm cực trị bằng 0 (*)

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\\x=2\\x=5\end{array}\right.$

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$, ta được $g(x)=f(x+m)$

+ Ta có $g'(x)=f'(x+m)$

+ $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+m=-3\\x+m=-1\\x+m=2\\x+m=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-m-3\\x=-m-1\\x=-m+2\\x=-m+5\end{array}\right.$

+ Nhận thấy $-m-3<-m-1<-m+2<-m+5$

Theo yêu cầu (*) bài toán $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-m-1>0\\-m-3\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow -3\le m<-1\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\in\mathbb{Z}\\m\in\{-3;-2\}\end{array}\right.$

BÀI TOÁN 20: XÉT TƯƠNG GIAO DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT:

❒ Bài toán:

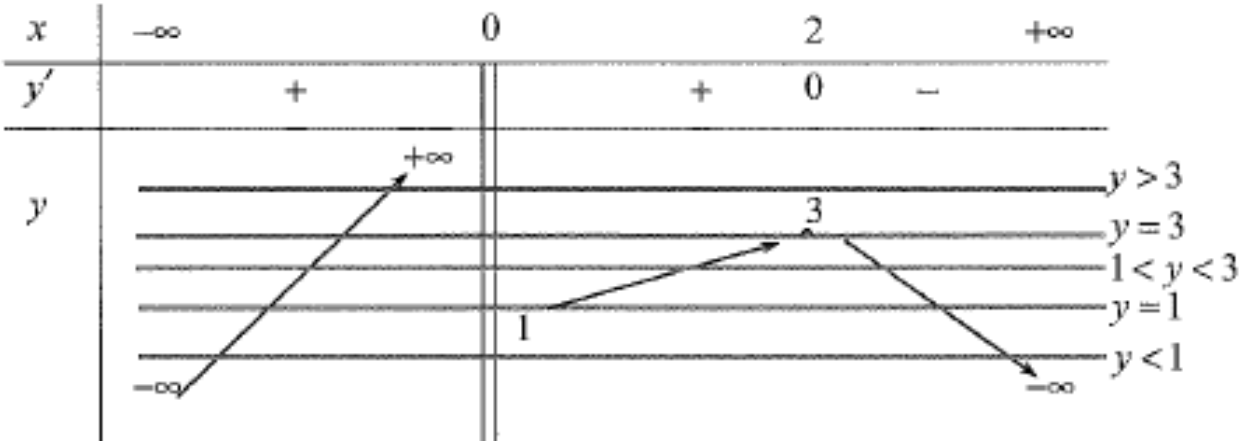
Biện luận số nghiệm của phương trình $f(x)=g(m)$ (*) dựa vào bảng biến thiên.

+ Số nghiệm của phương trình (*) ……
(…… $y=g(m)$ …… Ox).

+ Dựa vào ……
(nếu có) để xét giá trị của đường thẳng $y=g(m)$.

Ví dụ minh họa

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Xét phương trình $f(x)=g(m)$ (*).

Dựa vào bảng biến thiên:

- Phương trình (*) có 1 nghiệm, tức có 1 giao điểm ……...

- Phương trình (*) có 2 nghiệm, tức có 2 giao điểm ……..

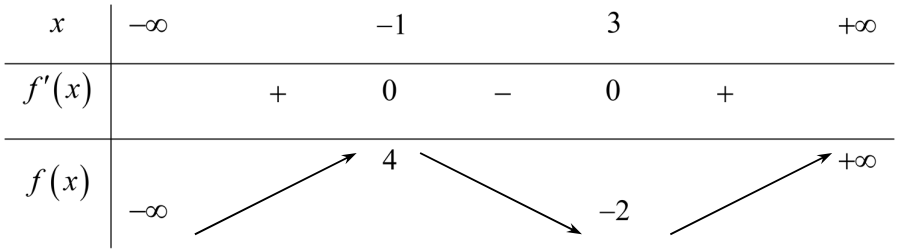
……

- Phương trình (*) có 3 nghiệm, tức có 3 giao điểm ……...

Lưu ý: Các bạn có thể ……..
dựa vào bảng biến thiên để xét tương giao dựa vào đồ thị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

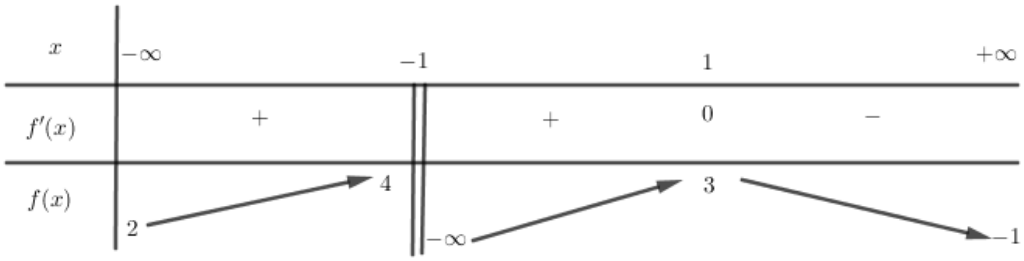
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

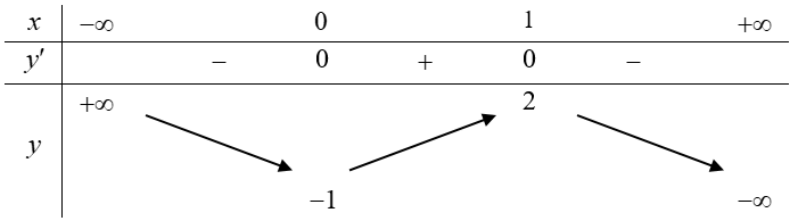
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 0 . **D.** 3 .

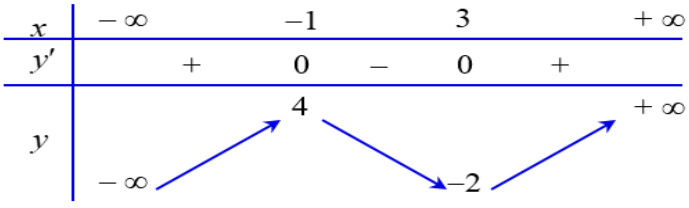
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 1 .

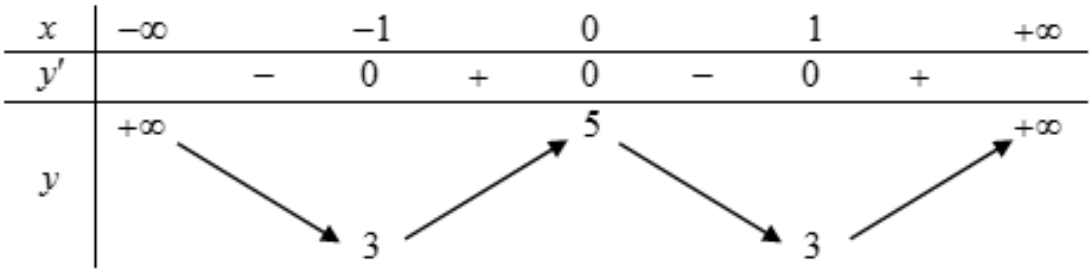
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

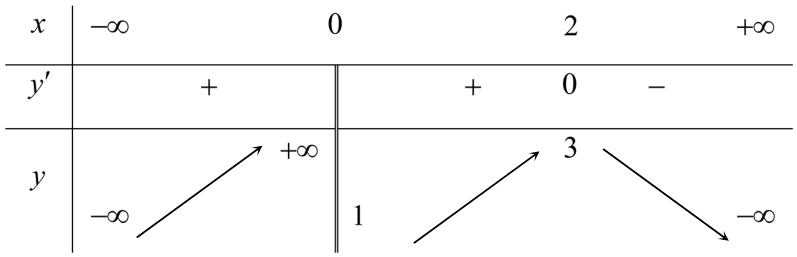


Tìm m để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<-\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$.

C. $m\le -1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{1}{3}$.

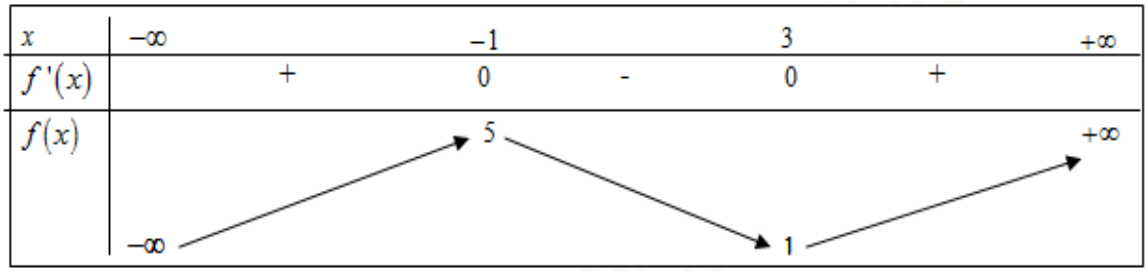
Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là:

A. $m\le 1$. **B.** $1<m\le 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m\le 1 \end{array}\right.$.

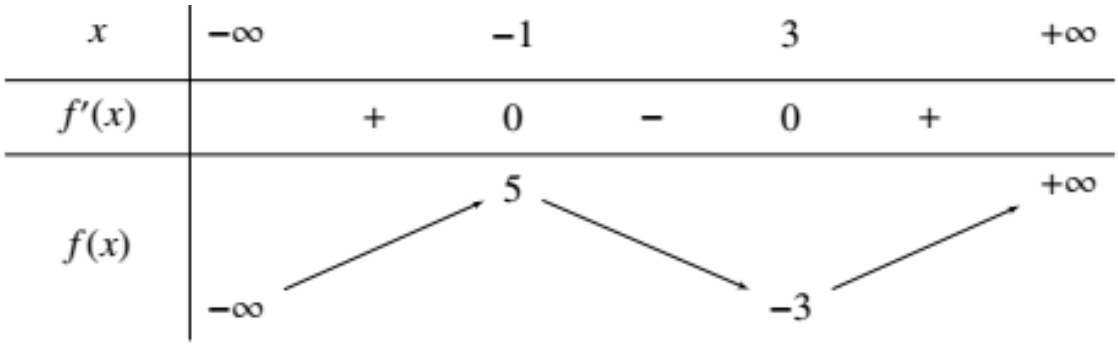
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

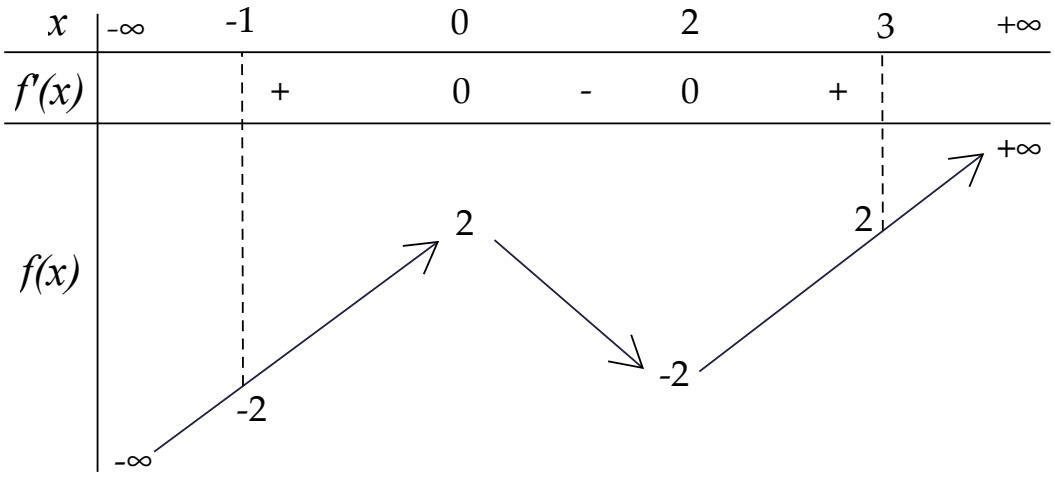
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Phương trình $\left|f\left(1-3x\right)+1\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 5

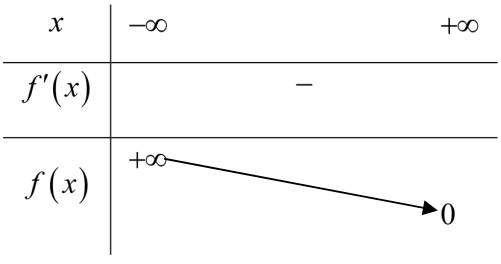
Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên dưới đây.

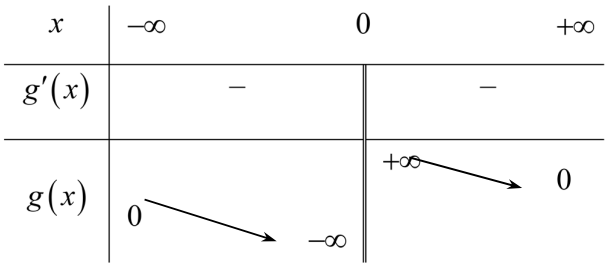


Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(-2;2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;3\right)\setminus\left\{0;2\right\}$. **C.** $m\in\left(-1;3\right)$. **D.** $m\in\left[-1;3\right]\setminus\left\{0;2\right\}$.

Câu 10. Cho các hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây:





Xét 4 mệnh đề nào sau đây:

(I). Phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm trên khoảng $(-\infty;0)$.

(II). Phương trình $f(x)+g(x)=2018$ có nghiệm.

(III). Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm phân biệt với mọi tham số $m>0$.

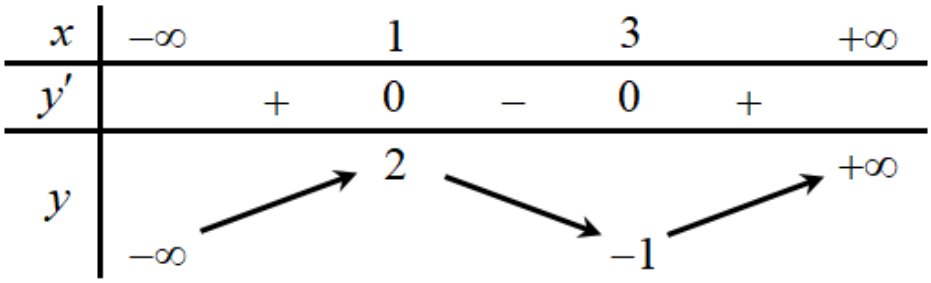
(IV). Phương trình $f(x)-g(x)=-2018$ không có nghiệm.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

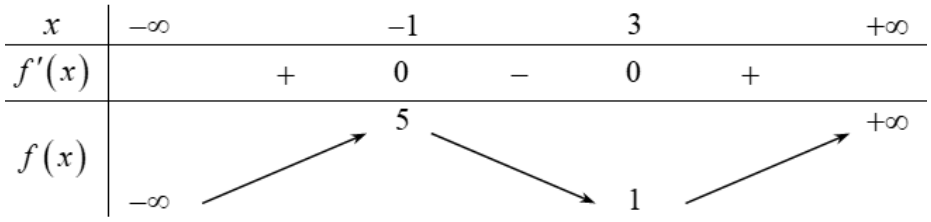
Câu 1. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

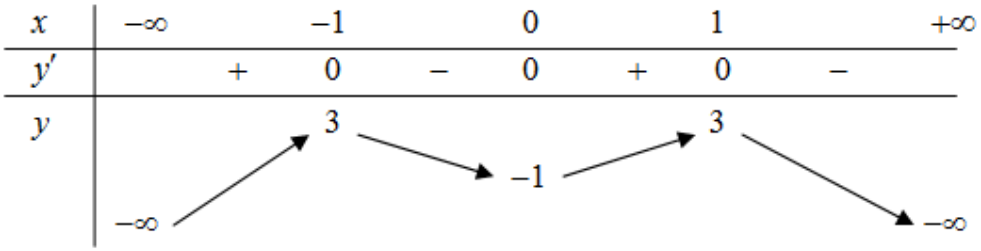
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

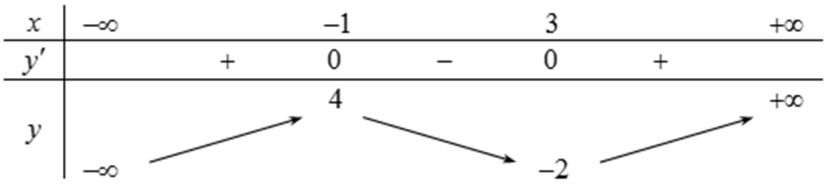
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2021$ tại bao nhiêu điểm?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

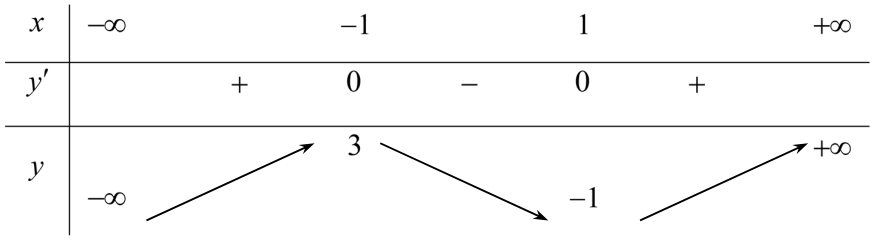
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

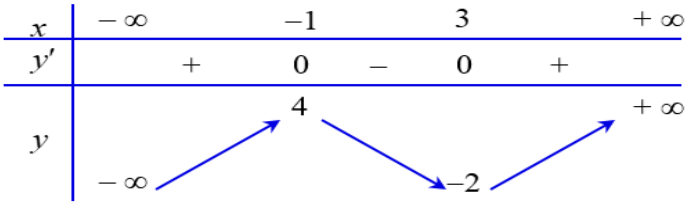
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-1=0$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

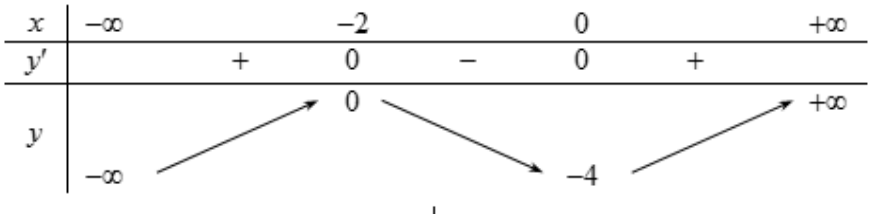
Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bản biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=2m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

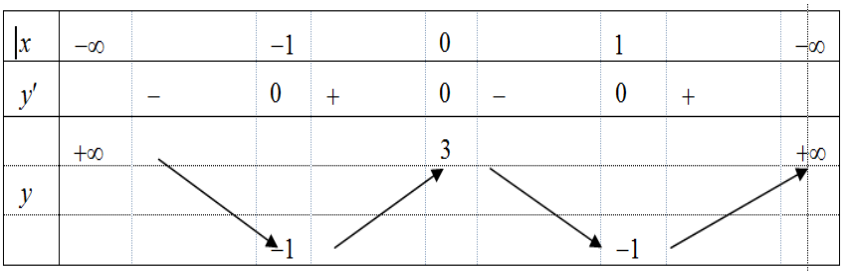
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-3;1)$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

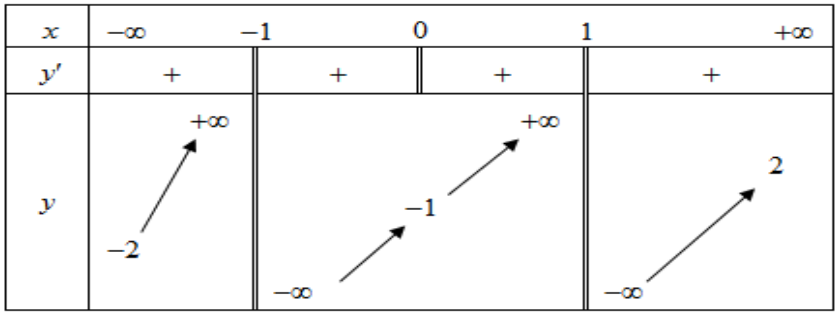
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $(-1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-1;+\infty)$.

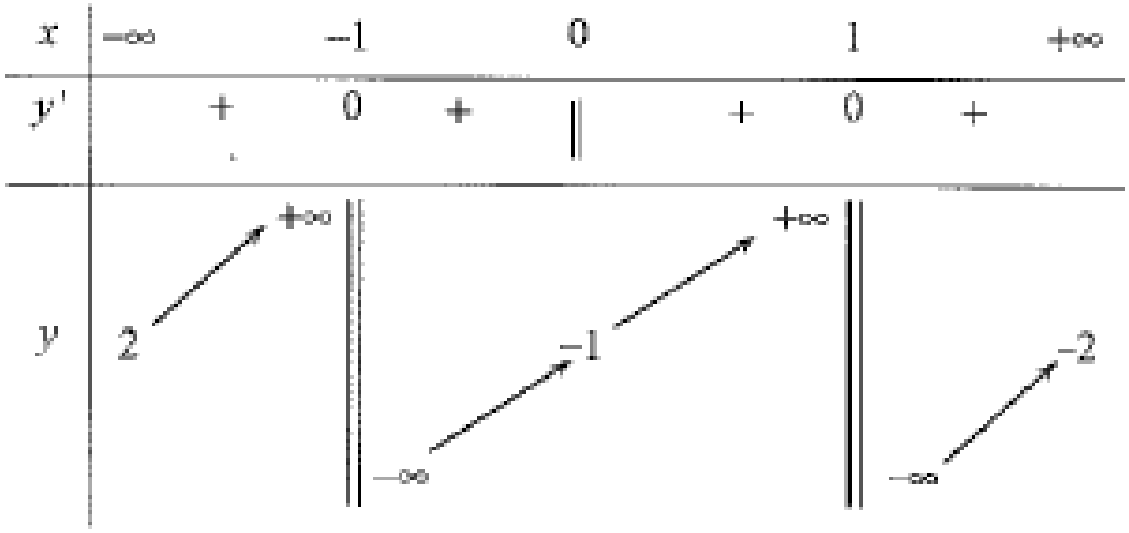
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

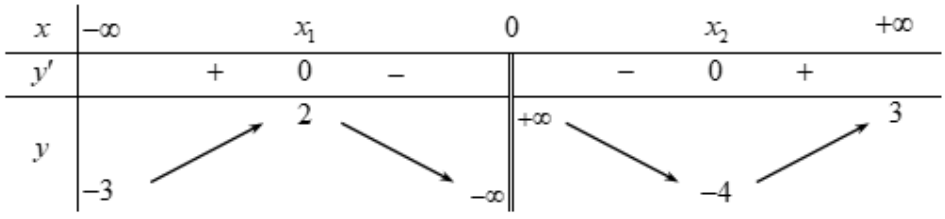
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=1-m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt là:

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **B.** $m\geq 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\leq -1 \\ m\geq 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$.

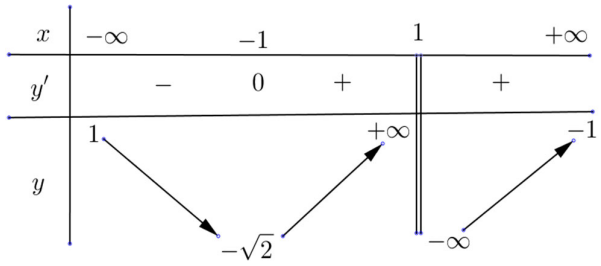
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $-4<m<3$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-3<m<2$.

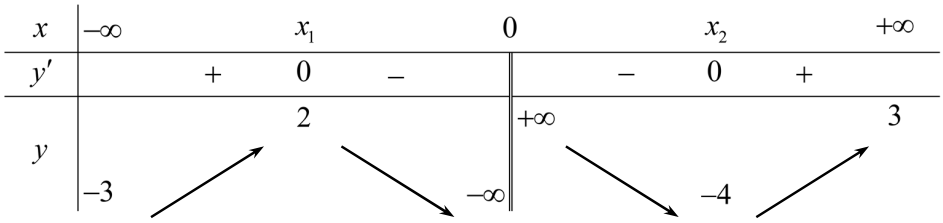
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\left(-\sqrt{2};-1\right]$. **B.** $\left(-\sqrt{2};-1\right)$. **C.** $(-1;1]$. **D.** $(-1;1)$.

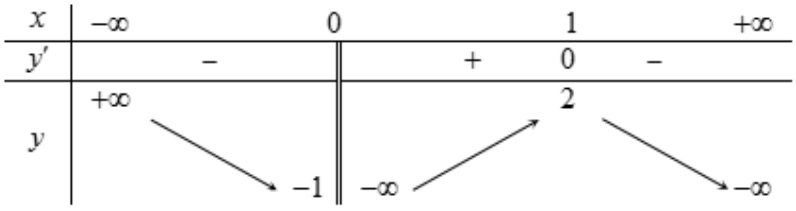
Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m=-4$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $m=2$.

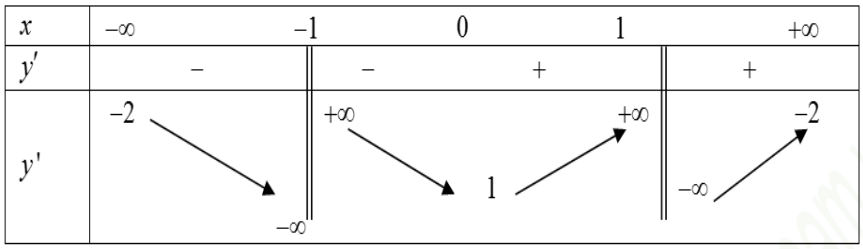
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

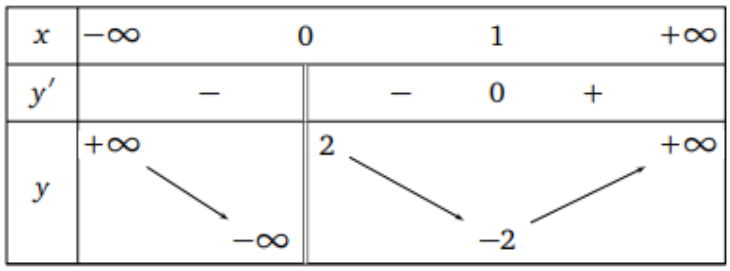
A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-1;2]$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $[-1;2]$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.



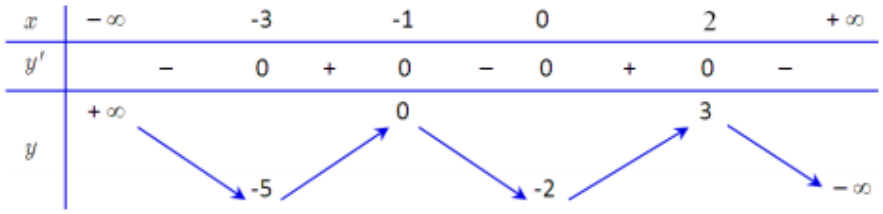
A. $[-2;1]$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[-2;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in[-2;2)$.

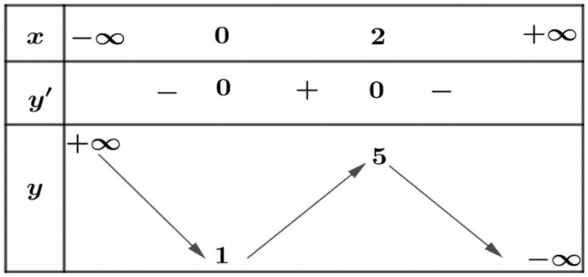
Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A. $m=-5$ và $m=3$. **B.** $m=-2$ và $m=0$. **C.** $m=-2$ và $m=3$. **D.** $m=-5$ và $m=0$.

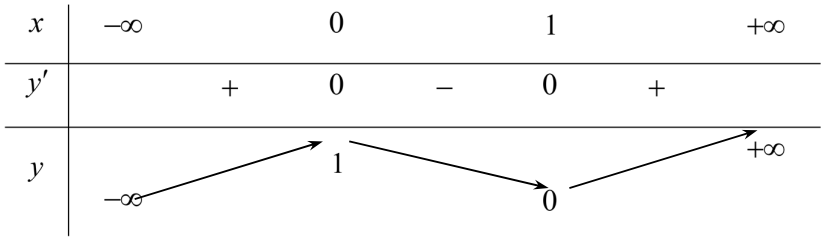
Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2018$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

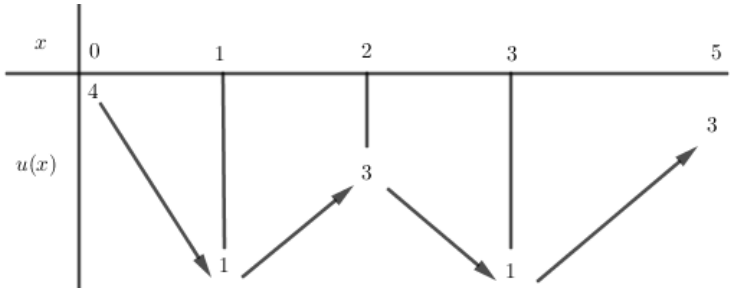
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

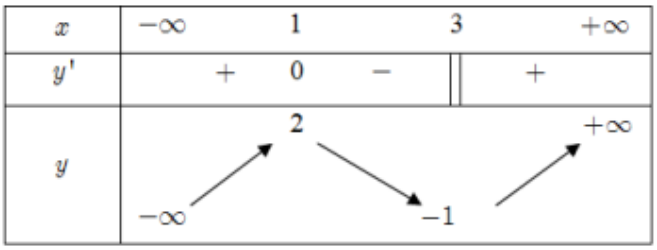
Câu 20. Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

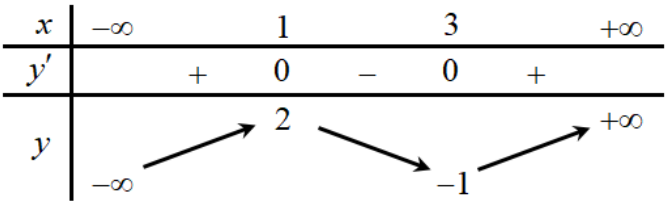
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$.

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

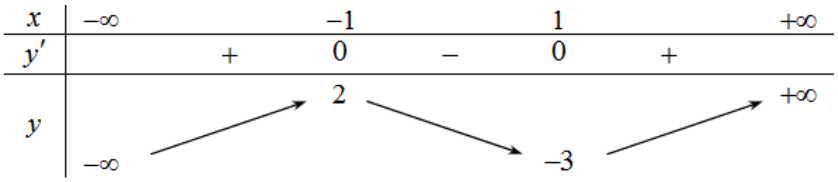
Câu 2. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

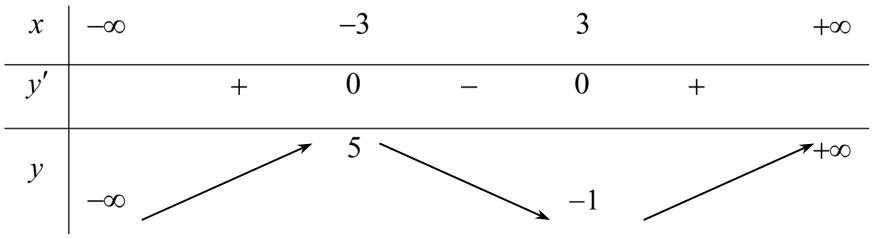
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là:



A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)-2m=0$ có 3 nghiệm khi

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-1<m\le 2$. **D.** $-2<m<4$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)=2m+1$ có 3 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $-1<m<1$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Số Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

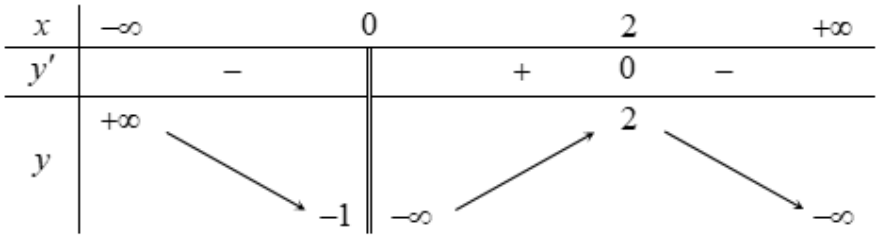
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m=-2,\ m\ge -1$. **B.** $m>0,\ m=-1$. **C.** $m=-2,\ m>-1$. **D.** $-2<m<-1$.

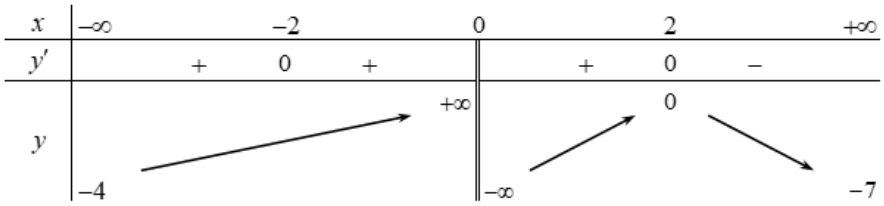
Câu 9. Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:



Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2;1)$. **B.** $[-1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1]$.

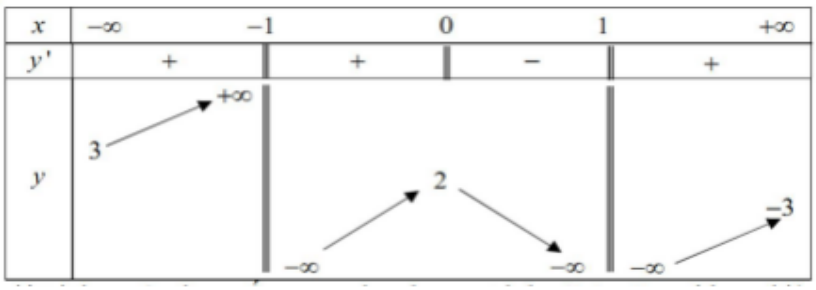
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $-4<m<0$. **B.** $-4<m\le 0$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $-4\le m<0$.

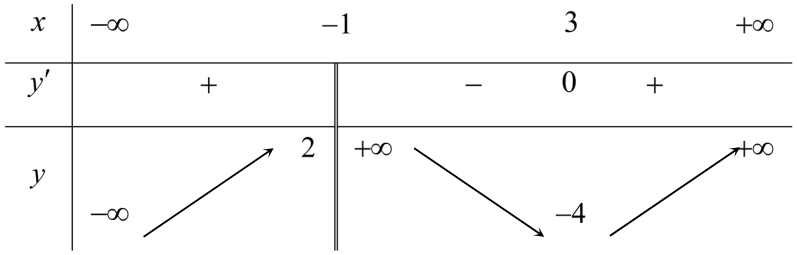
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<\dfrac{-2}{3}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $A=\sqrt{7}$.

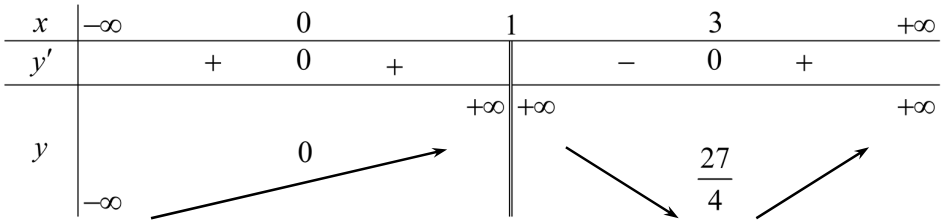
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

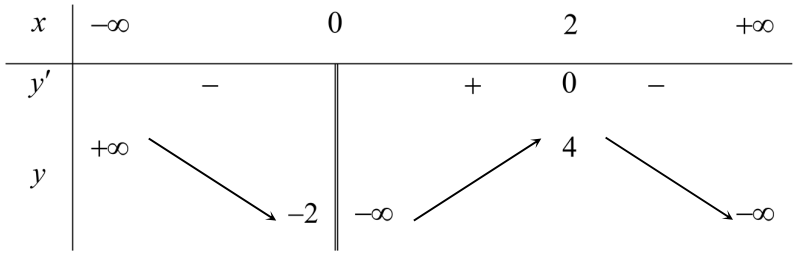
Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\dfrac{27}{4}$. **D.** $m>\dfrac{27}{4}$.

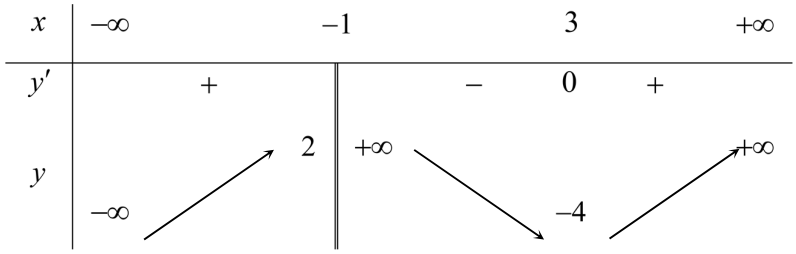
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

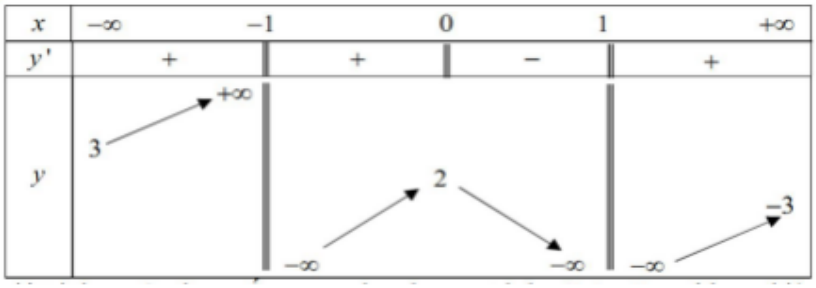
A. $[-2;4]$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-2;4]$. **D.** $(-\infty;4]$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $45°$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.



A. $[-4;2)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-4;2]$.

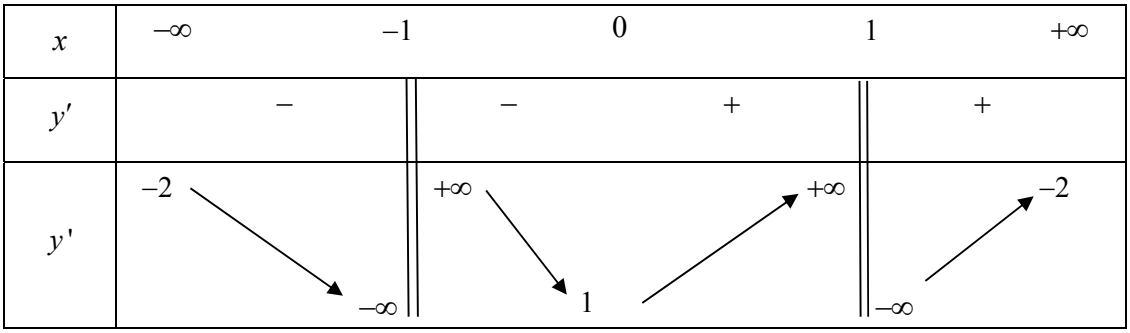
Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

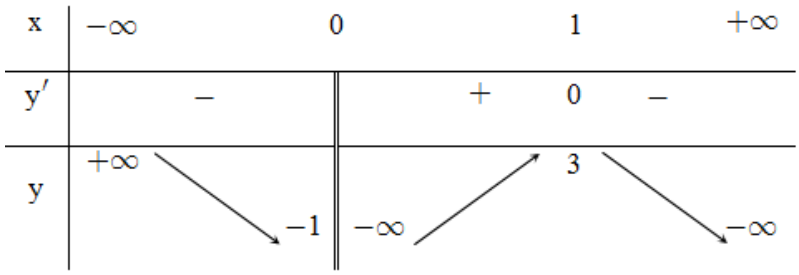
A. $-1<m<\dfrac{-2}{3}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $A=\sqrt{7}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.



A. $[-2;1]$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[-2;1)$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m\in(-\infty;-1]$. **B.** $m\in(-\infty;3]$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	-3	↗	2	↘	$-\infty$ / $+\infty$	↘	-4	↗	3

Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $-4<m<3$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-3<m<2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y′		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 / $-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m\in(-\infty;-1]$. **B.** $m\in(-\infty;3]$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;3)$.

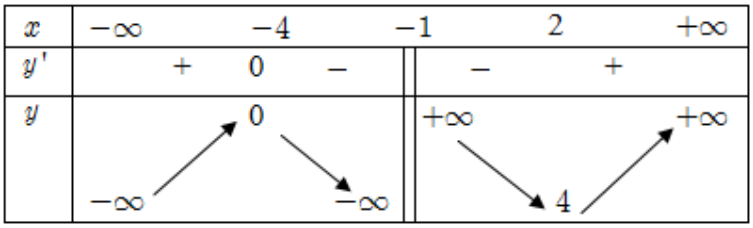
Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-1;0)$, $(0;5)$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0)\cup(0;5)$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp

x	-1		0		$\sqrt{5}$		5
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	↘	$-\infty$ / $+\infty$	↘	$4+2\sqrt{5}$	↗	$+\infty$

A. $\left(4+2\sqrt{5};10\right)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup[10;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)\cup\left\{4+2\sqrt{5}\right\}\cup[10;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup\left[4+2\sqrt{5};+\infty\right)$.

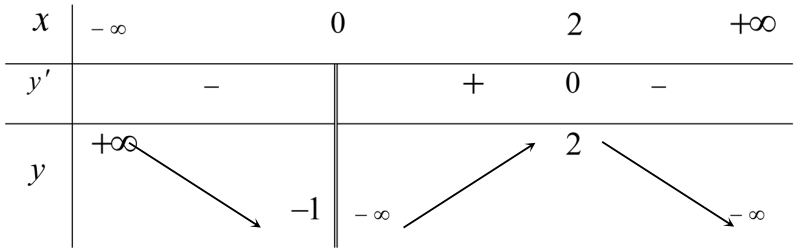
Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

A. $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<5$. **C.** $m<1$. **D.** $m>5$.

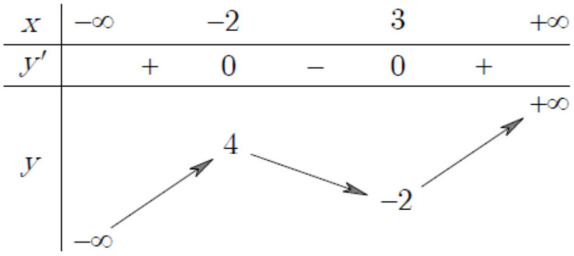
Câu 23. Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:



Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2;1)$. **B.** $[-1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1]$.

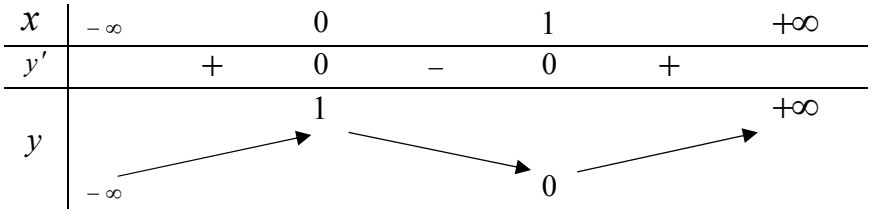
Câu 24. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)|=2$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

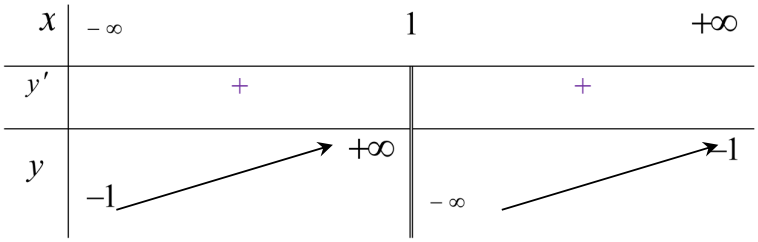
Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-x^2+2x-1=0$ là

A. vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

BÀI TOÁN 20: XÉT TƯƠNG GIAO DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

A. LÝ THUYẾT:

❒ Bài toán:

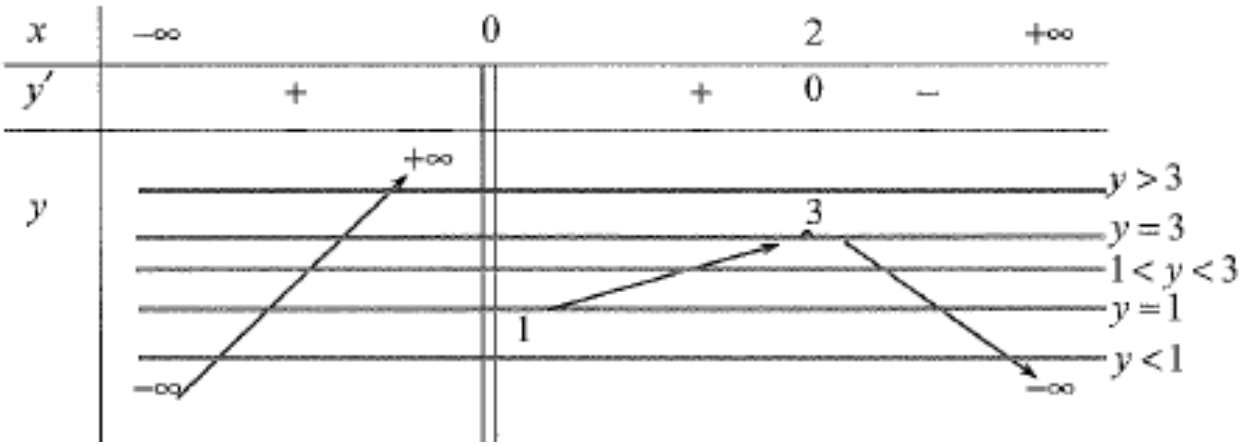
Biện luận số nghiệm của phương trình $f(x)=g(m)$ (*) dựa vào bảng biến thiên.

+ Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=g(m)$ (Đường thẳng $y=g(m)$ song song hoặc trùng với trục Ox).

+Dựa vào giá trị cực đại hoặc giá trị đặc biệt (nếu có) để xét giá trị của đường thẳng $y=g(m)$.

Ví dụ minh họa

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Xét phương trình $f(x)=g(m)$ (*).

Dựa vào bảng biến thiên:

- Phương trình (*) có 1 nghiệm, tức có 1 giao điểm $\Leftrightarrow g(m)>3$.

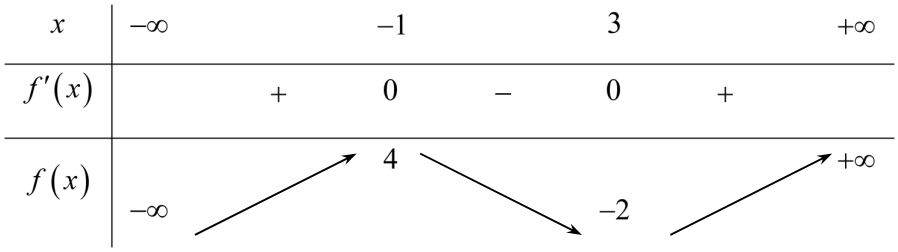
- Phương trình (*) có 2 nghiệm, tức có 2 giao điểm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(m)=3 \\ g(m)\le 1 \end{array}\right.$.

- Phương trình (*) có 3 nghiệm, tức có 3 giao điểm $1<g(m)<3$.

Lưu ý: Các bạn có thể vẽ minh họa đồ thị dựa vào bảng biến thiên để xét tương giao dựa vào đồ thị.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

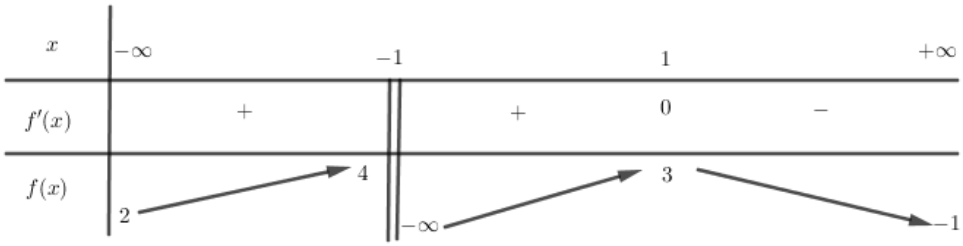
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$. Dựa vào bảng biến thiên, ta có 3 giao điểm, do đó phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

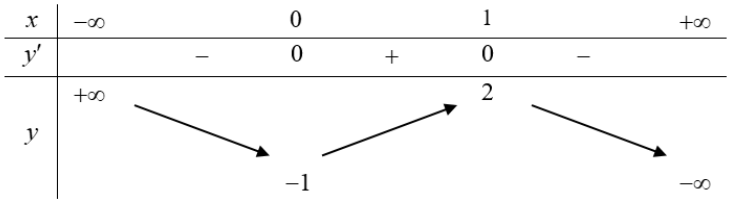
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là số giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)$ và đường thẳng $d:y=2$. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

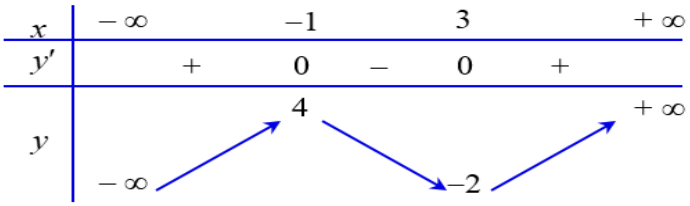
Đặt $t=2-x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của t cho duy nhất một giá trị của x $(x=2-t)$.

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt. **B** là đáp án đúng.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

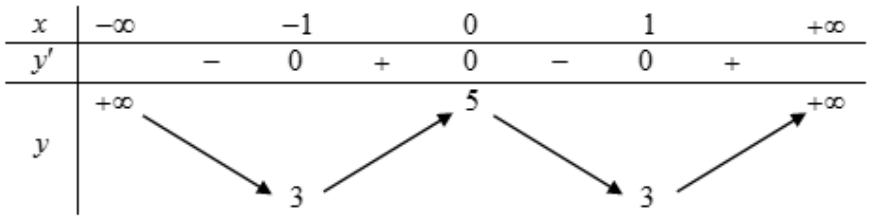
Lời giải

Chọn B

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Do đó, dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m<4$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tìm m để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<-\frac{1}{3}$. **B.** $m=-\frac{1}{3}$.

C. $m\le -1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>-\frac{1}{3}$.

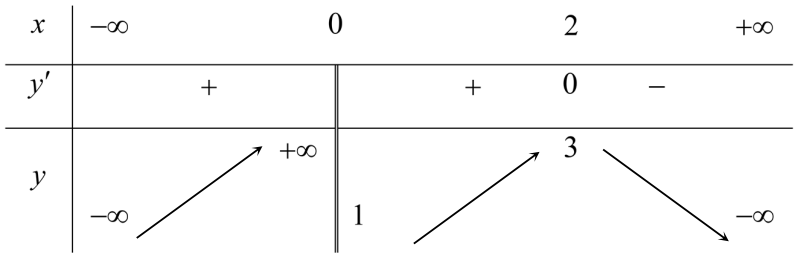
Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=2-3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2-3m$.

Để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3<2-3m<5\Leftrightarrow -1<m<-\frac{1}{3}$..

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác đinh trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là:

A. $m\le 1$. **B.** $1<m\le 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m\le 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

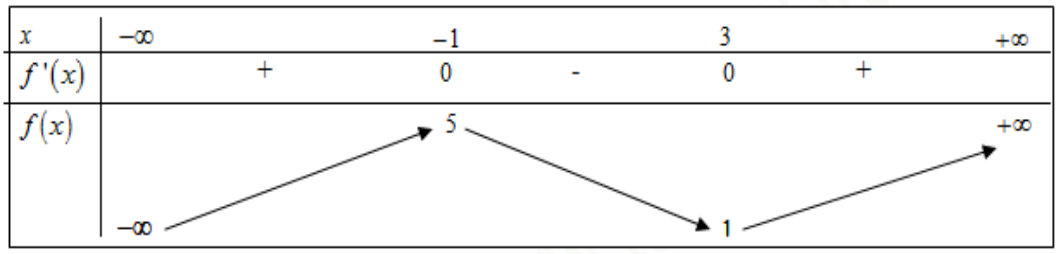
Chọn D.

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ (C) và đường thẳng $y=m$ (d).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy (C) cắt d tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m\le 1 \end{array}\right.$.

Vậy với $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m\le 1 \end{array}\right.$ thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



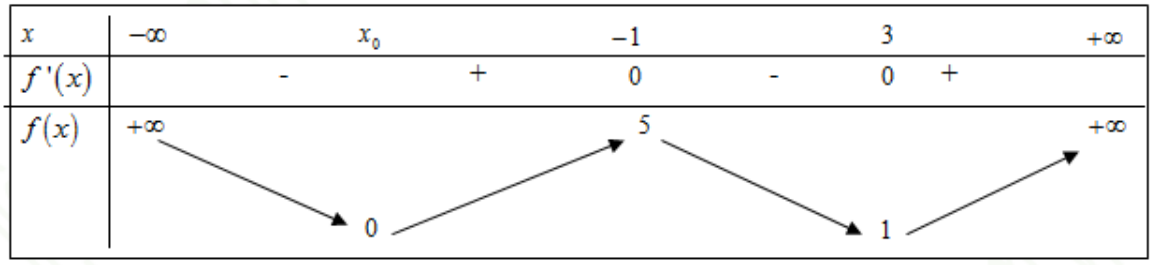
Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

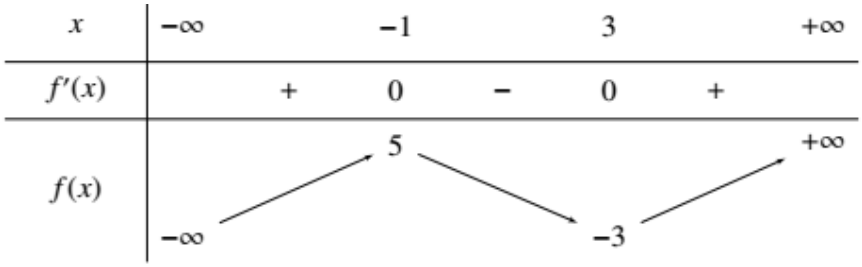
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Gọi x_0 là giá trị thỏa mãn $f(x_0)=0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là 4 nghiệm.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 5

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f(1-3x)+1$.

Ta có $g'(x)=-3f'(1-3x)$ suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-3x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

$g\left(\frac{2}{3}\right)=f(-1)+1=6$; $g\left(-\frac{2}{3}\right)=f(3)+1=-2$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	6	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $\left|f\left(1-3x\right)+1\right|=3$ có 4 nghiệm.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	0	-	0	+			
$f(x)$	-∞	↗	-2	↗	2	↘	-2	↗	2	↗	+∞

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(-2;2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;3\right)\backslash\left\{0;2\right\}$. **C.** $m\in\left(-1;3\right)$. **D.** $m\in\left[-1;3\right]\backslash\left\{0;2\right\}$.

Lời giải

Chọn B

+ $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$

$f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$, $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm là $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=0\\12a+4b=0\Leftrightarrow3a+b=0\end{array}\right.\left(1\right)$

Lại có: $\left\{\begin{array}{l}f\left(0\right)=2\\f\left(2\right)=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}d=2\\8a+4b+2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow8a+4b=-4\Leftrightarrow2a+b=-1\ \left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra $\left\{\begin{array}{l}b=-3\\a=1\end{array}\right.$

$\Rightarrow f\left(x\right)=x^3-3x^2+2$

+ Để phương trình $f\left(x\right)=f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow-2<f\left(m\right)<2$

$\Leftrightarrow-2<m^3-3m^2+2<2\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^3-3m^2<0\\m^3-3m^2+4>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^2\left(m-3\right)<0\\\left(m+1\right)\left(m-2\right)^2>0\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m \neq 0 \\ m < 3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m \neq 2 \\ m > -1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow m \in (-1;3) \setminus \{0;2\}.$$

Câu 10. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$ 0

Xét 4 mệnh đề nào sau đây:

(I). Phương trình $f(x) = g(x)$ vô nghiệm trên khoảng $(-\infty;0)$.

(II). Phương trình $f(x) + g(x) = 2018$ có nghiệm.

(III). Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt với mọi tham số $m > 0$.

(IV). Phương trình $f(x) - g(x) = -2018$ không có nghiệm.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(x) > 0, g(x) < 0$ nên phương trình $f(x) = g(x)$ vô nghiệm suy ra (I) đúng.

Đặt $h(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) + g'(x) < 0, \forall x \neq 0$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$ $-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta có (II), (III) đúng.

Xét hàm số $u(x) = g(x) - 2018$, ta có bảng biến thiên:

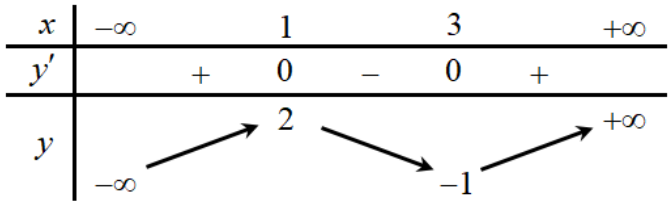
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$u'(x)=g'(x)$		$-$		$-$	
$g(x)-2018$	-2018	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2018
		$-\infty$			

Đồng thời ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số $f(x)$ và $u(x)$ cắt nhau tại một điểm duy nhất có hoành độ $x_0>0$.

Suy ra phương trình $f(x)=g(x)-2018$ có đúng một nghiệm. Vậy (IV) sai.

C. BÀI TẬP TRÊN LỚP

Câu 1. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

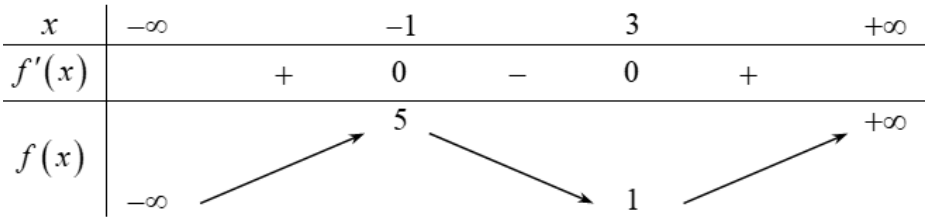
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



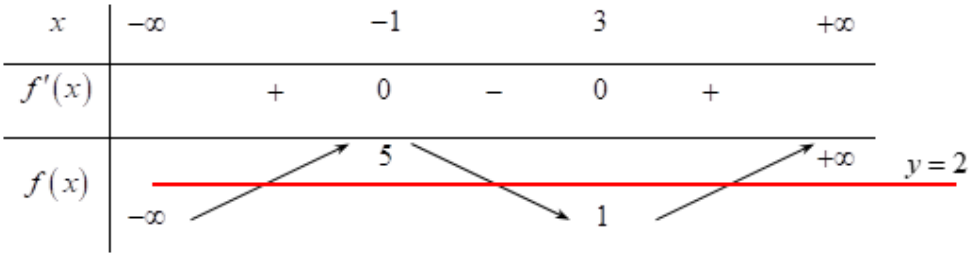
Phương trình $f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

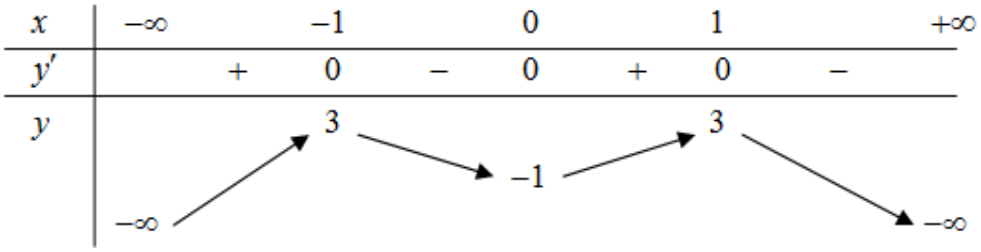
Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ có số nghiệm là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và $y=2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm



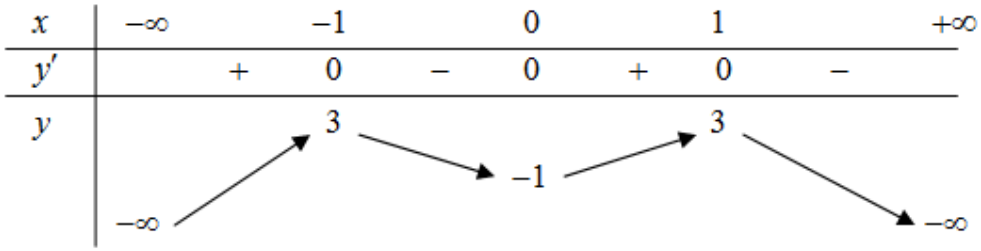
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2021$ tại bao nhiêu điểm?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

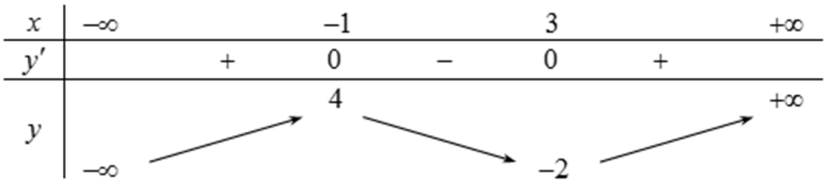
Lời giải

Chọn A



Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2021$ tại 2 điểm.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f^2(x)-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$.

Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt (khác 3 nghiệm trên).

Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là 5.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

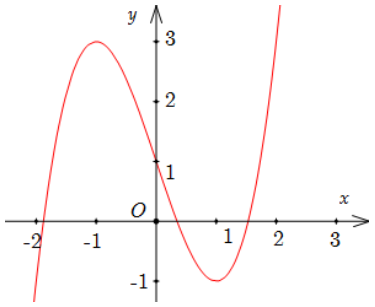
Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

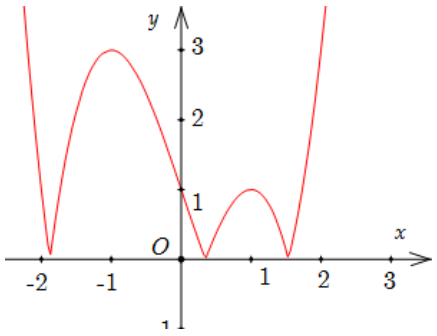
Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số như sau



Số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

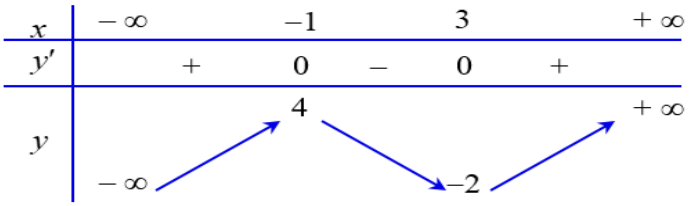
Ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.



Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Chú ý: (đồ thị hàm số chỉ cần xác định một cách thương đối thông qua giá trị cực đại, cực tiểu).

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bản biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=2m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

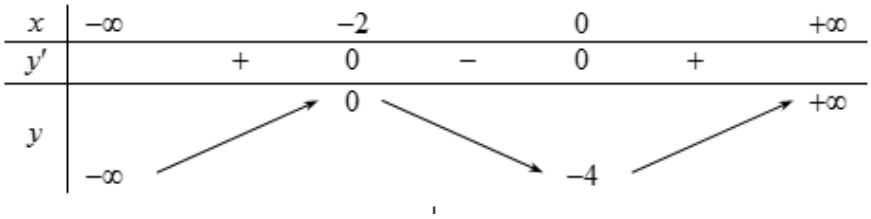
Lời giải

Chọn B

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Do đó, dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1<m<2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-3;1)$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

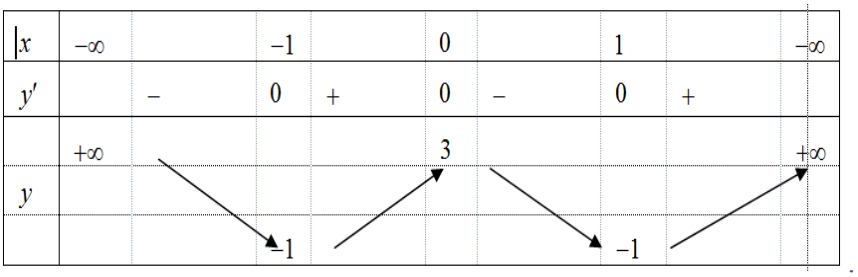
Lời giải

Chọn A

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x)=m-1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m-1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Dựa vào bảng trên suy ra phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-4<m-1<0\Leftrightarrow -3<m<1$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

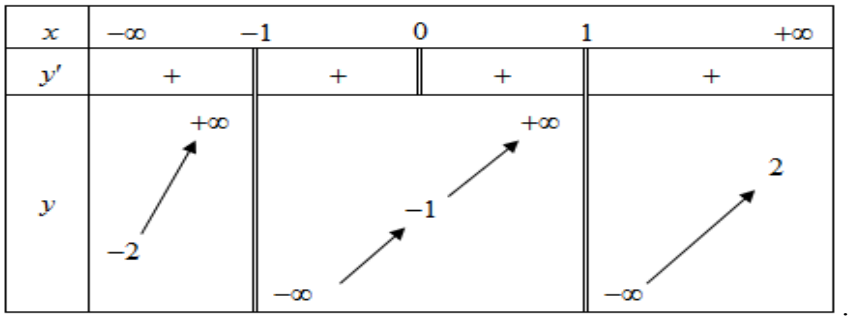
A. $(-1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$ để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m\in(-1;3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

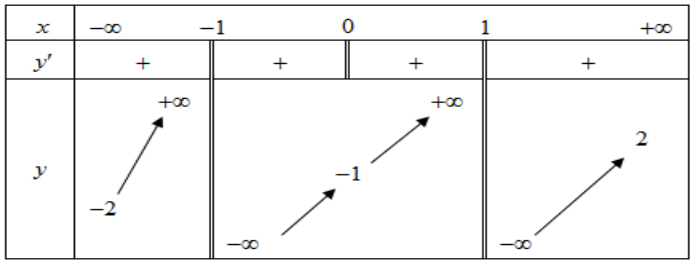


Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

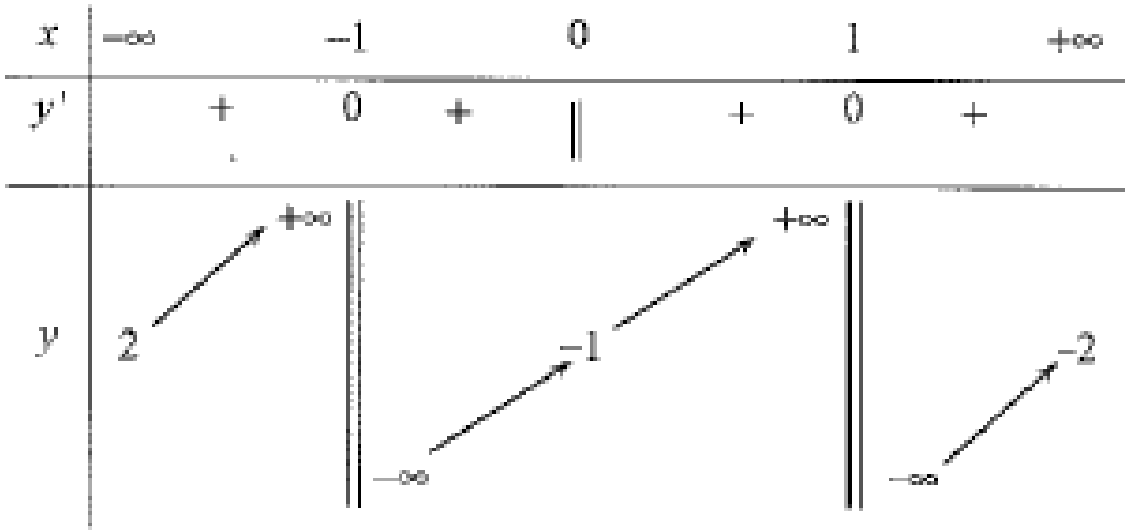


Phương trình $f(x)=m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=m$ cùng phương với trục Ox.

Do đó, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi d cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-2<m<2$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=1-m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt là:

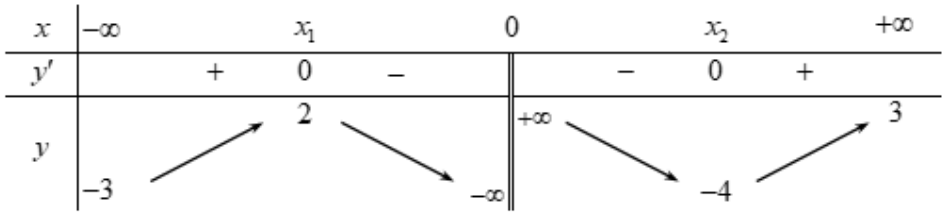
A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **B.** $m\geq 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\leq -1 \\ m\geq 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=1-m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-m<-2 \\ 1-m>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-1 \end{array}\right.$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

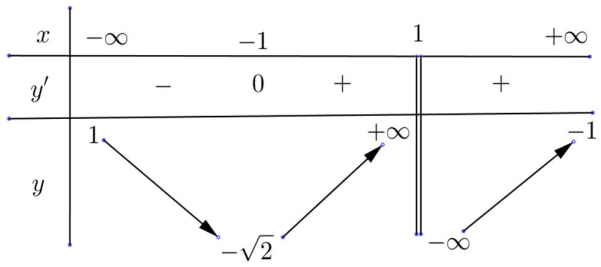
A. $-4<m<3$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-3<m<2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $-3<m<2$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\left(-\sqrt{2};-1\right]$. **B.** $\left(-\sqrt{2};-1\right)$. **C.** $(-1;1]$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

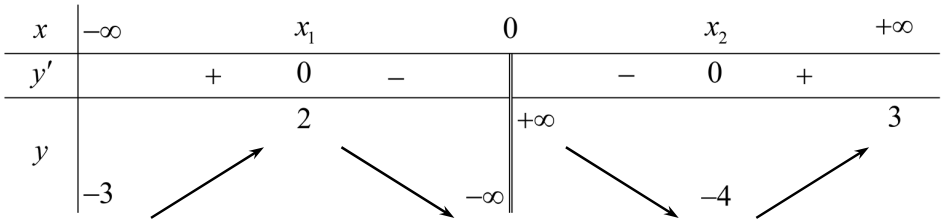
Chọn B

Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<-1 \Leftrightarrow m\in\left(-\sqrt{2};-1\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

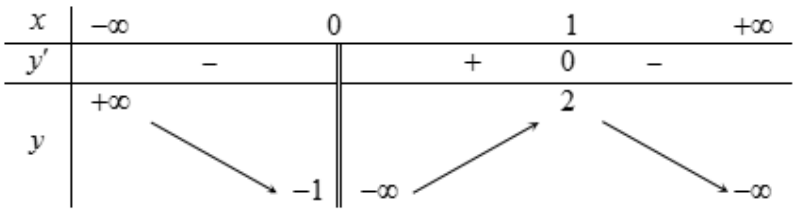
A. $m=-4$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $m=2$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

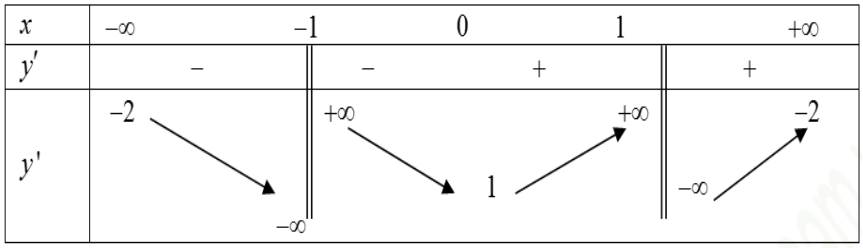
A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-1;2]$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $[-1;2]$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1<m<2$ hay $m\in(-1;2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.



A. $[-2;1]$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[-2;1)$.

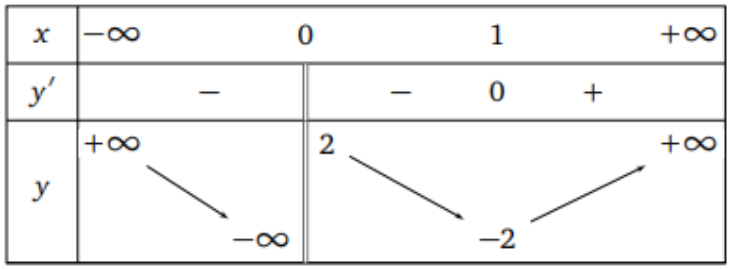
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta có khi $-2\le m<1$ thì đồ thị $f(x)=m$ và đường thẳng $y=m$ không có điểm chung hay phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



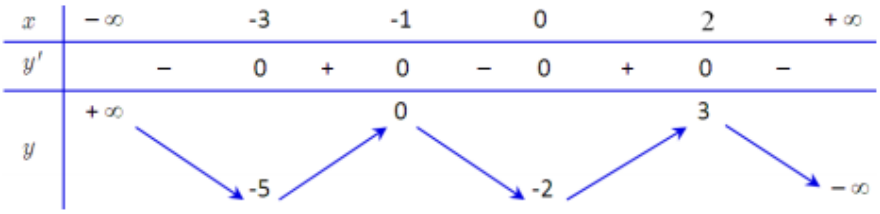
A. $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in[-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra $m\in(-2;2)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

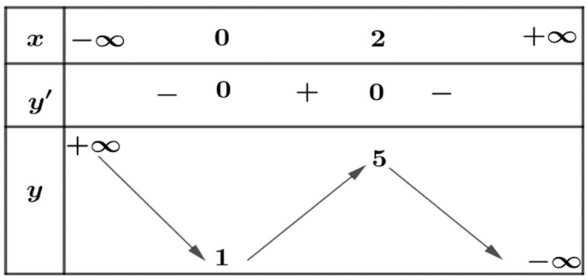
A. $m=-5$ và $m=3$. **B.** $m=-2$ và $m=0$. **C.** $m=-2$ và $m=3$. **D.** $m=-5$ và $m=0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung khi và chỉ khi $m=-5$ và $m=3$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



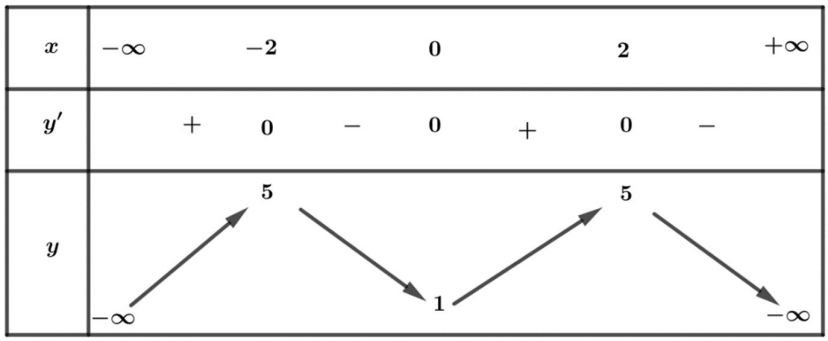
Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2018$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

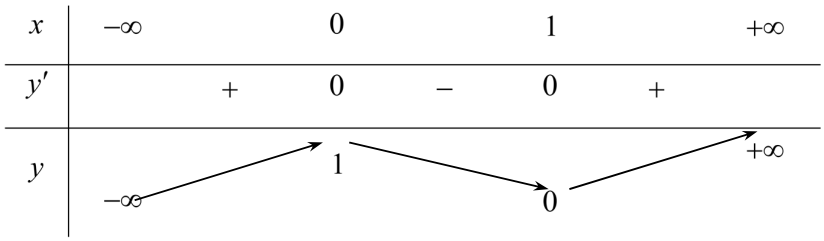
Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$



Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(|x|)=2018$ vô nghiệm.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $\frac{1}{2}\le m<1$.

Lời giải

Chọn B.

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f(x)$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$, $x=1$ nên ta có $\begin{cases}y'(0)=0\\y'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b=0\end{cases}$ (1)

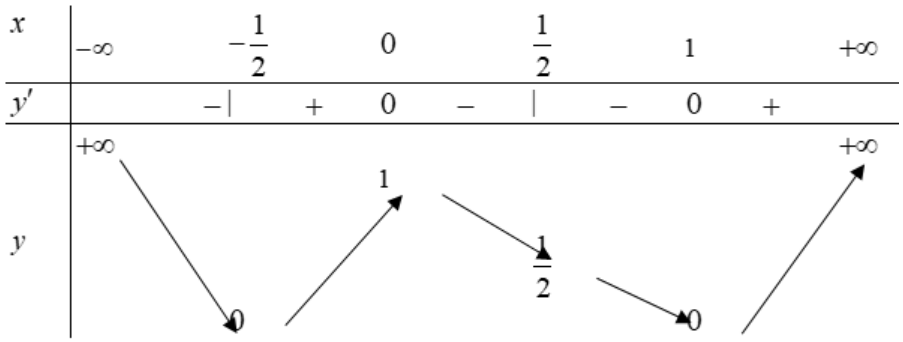
Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases}y(0)=1\\y(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=1\\a+b=-1\end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $a=2$, $b=-3$, $c=0$, $d=1$.

Như vậy $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

• Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$.

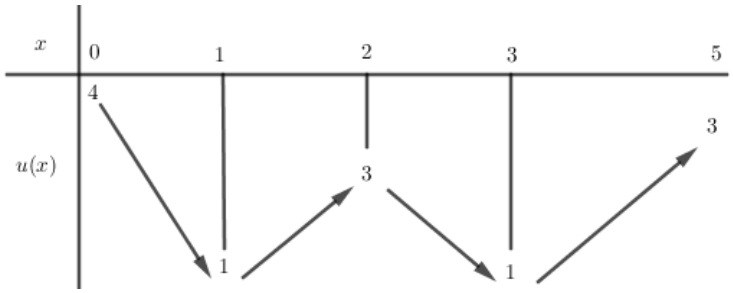
Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|f(x)|$ như sau:



• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ thì điều kiện của m là $\frac{1}{2}<m<1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $\frac{1}{2}<m<1$.

Câu 20. Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Theo bảng biến thiên ta có trên $[0;5]$ thì $1\le u(x)\le 4$ (1),

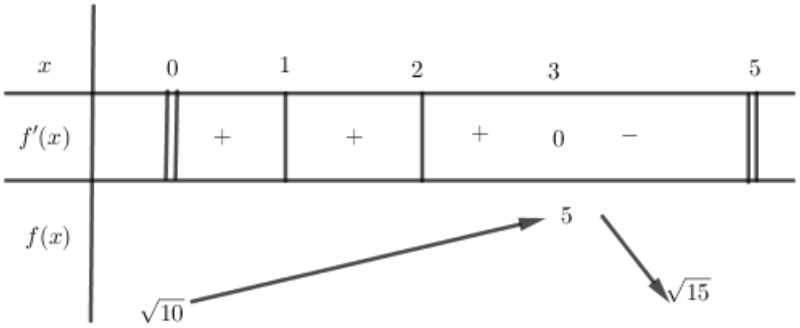
Ta có $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)}=m$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên $[0;5]$

Ta có $f'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}-\frac{2}{2\sqrt{10-2x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{3}\sqrt{10-2x}=2\sqrt{x}\Leftrightarrow 3(10-2x)=4x\Leftrightarrow x=3$

.

Bảng biến thiên



Do đó ta có trên $[0;5]$ thì $\sqrt{10} \le f(x) \le 5 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} \max f(x) = f(3) = 5 \\ \min u(x) = u(3) = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} \min f(x) = f(0) = \sqrt{10} \\ \max u(x) = u(0) = 4 \end{cases}$

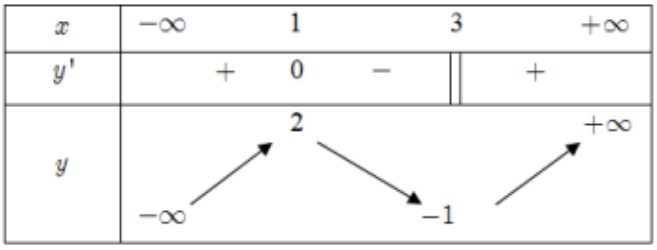
Do đó $\dfrac{\sqrt{10}}{4} \le \dfrac{f(x)}{u(x)} \le 5$ với mọi $x \in [0;5]$.

Để phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$ $\Leftrightarrow$ phương trình $\dfrac{\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}}{u(x)} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0;5] \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{4} \le m \le 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$.

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

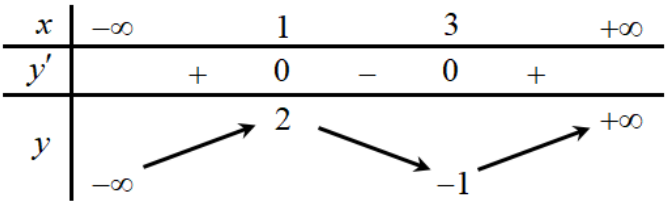
Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm.

Vậy phương trình $f(x)+1=0$ có 2 nghiệm.

Câu 2. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

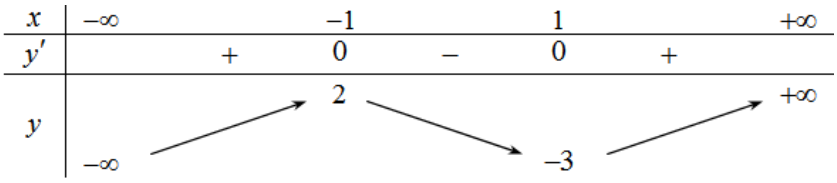
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là:



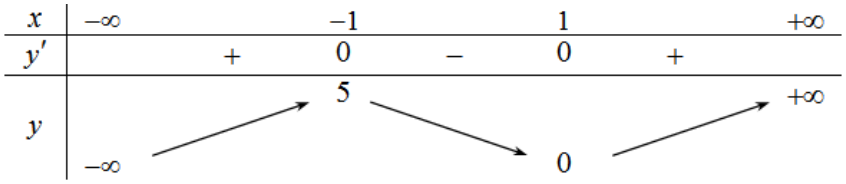
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

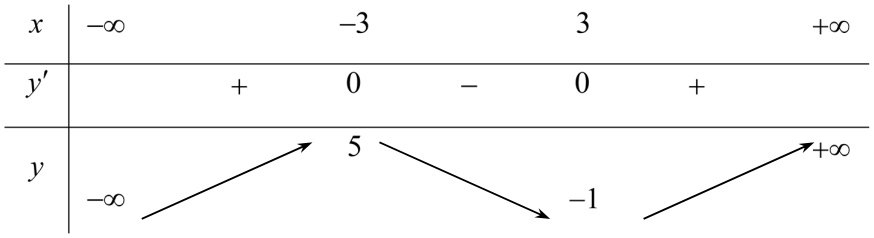
Đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ theo chiều dương trục tung 3 đơn vị.

Bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ là



Vậy số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là 2.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

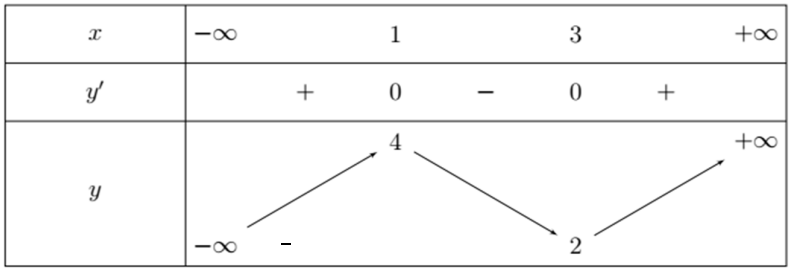
Chọn B

Ta có $f^2(x)-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=3 \\ f(x)=-3 \end{array}\right.$.

Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=-3$ có 1 nghiệm phân biệt (khác 3 nghiệm trên).

Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x)-9=0$ là 4.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Phương trình $f(x)-2m=0$ có 3 nghiệm khi

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-1<m\le 2$. **D.** $-2<m<4$.

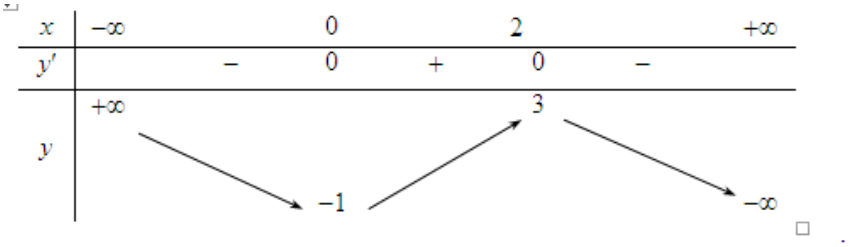
Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)-2m=0 \Leftrightarrow f(x)=2m \ (1)$.

Để (1) có 3 nghiệm thì: $2<2m<4 \Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)=2m+1$ có 3 nghiệm phân biệt.



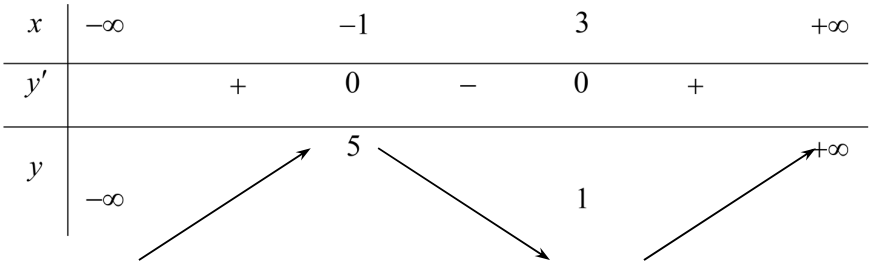
A. $-1<m<1$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình $f(x)=2m+1$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-1<2m+1<3 \Leftrightarrow -1<m<1$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

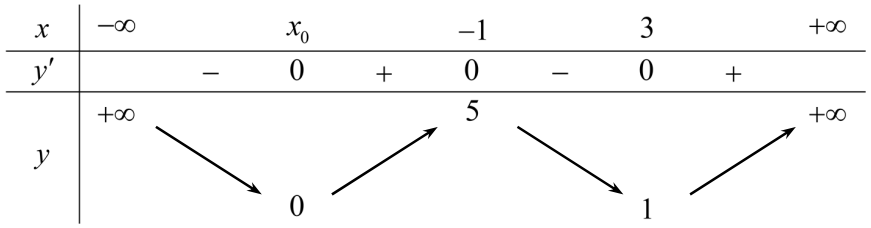


Số Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Gọi x_0 là giá trị thỏa mãn $f(x_0)=0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là 4 nghiệm.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m=-2,\ m\geq -1$. **B.** $m>0,\ m=-1$. **C.** $m=-2,\ m>-1$. **D.** $-2<m<-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$.

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có đúng hai nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$

Câu 9. Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 $\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2;1)$. **B.** $[-1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1]$.

Lời giải

Chọn A

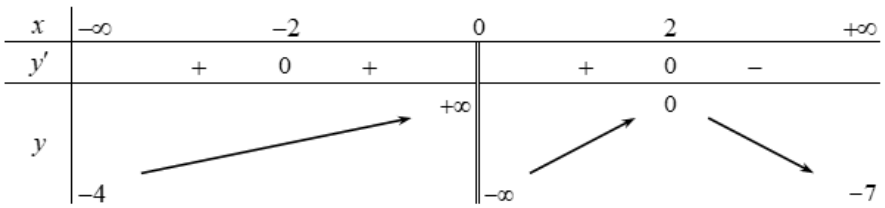
Ta có $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m\ (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số H và đường thẳng $y=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)=-m$ có ba nghiệm phân biệt khi:

$-1<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

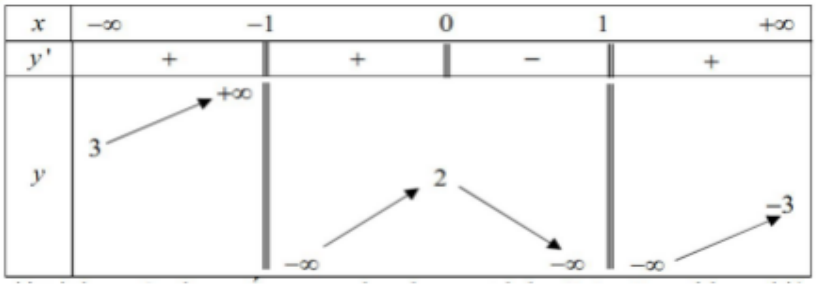
A. $-4<m<0$. **B.** $-4<m\le 0$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $-4\le m<0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $-4<m<0$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

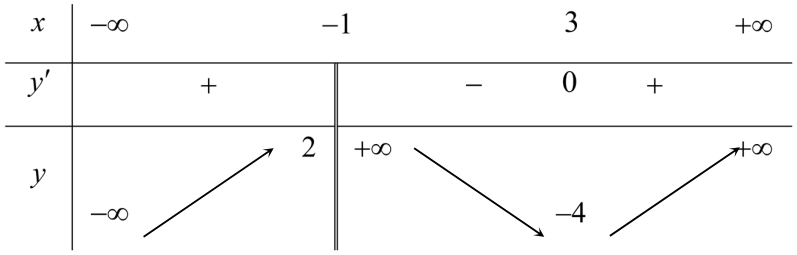
A. $-1<m<\dfrac{-2}{3}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $A=\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biên thiên ta có $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3m<-3\Leftrightarrow x<-1$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải.

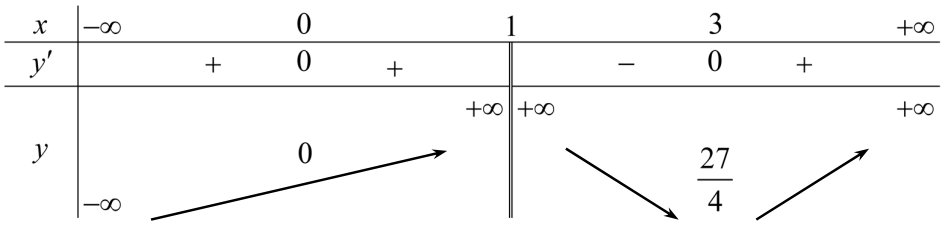
Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của hai đường $y=f(x)$ và $y=m$: là đường thẳng song song với trục Ox cắt Oy tại điểm có tung độ m.

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên có $m\in(-4;2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\dfrac{27}{4}$. **D.** $m>\dfrac{27}{4}$.

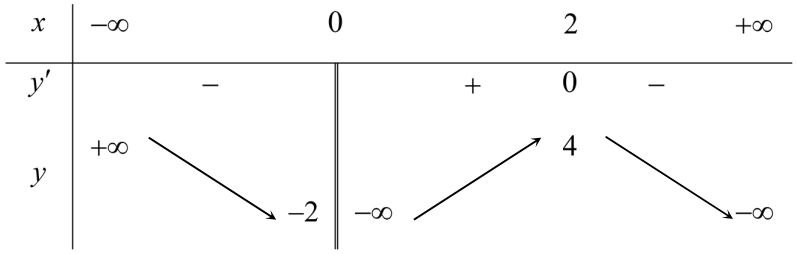
Lời giải

Chọn D

Để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m>\dfrac{27}{4}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-2;4]$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-2;4]$. **D.** $(-\infty;4]$.

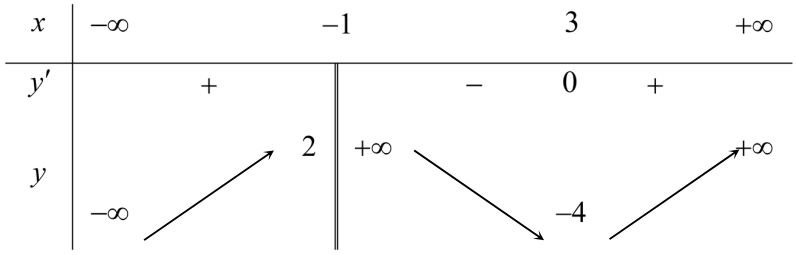
Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ (d) với đồ thị hàm số $y=f(x)$ (C).

(d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m<4$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $45°$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trinh $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.



A. $[-4;2)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-4;2]$.

Lời giải

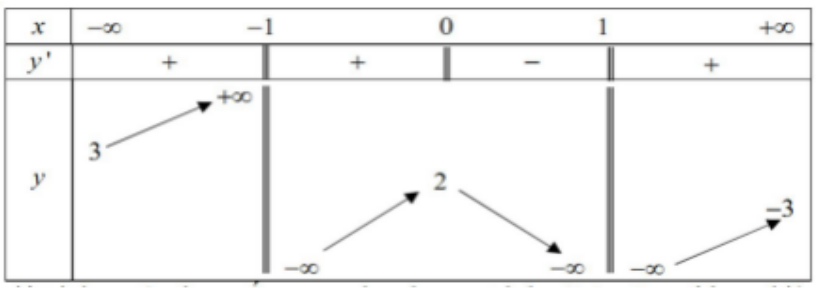
Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m\in(-4;2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

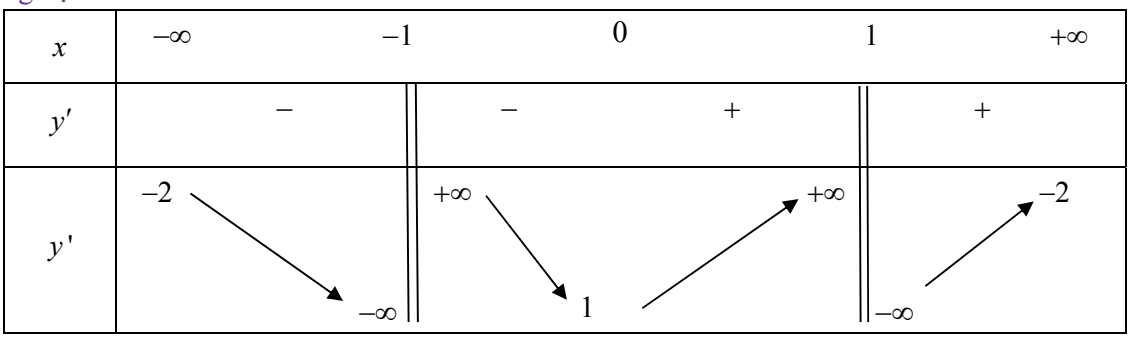
A. $-1<m<\dfrac{-2}{3}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $A=\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biên thiên ta có $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3m<-3\Leftrightarrow x<-1$

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.



A. $[-2;1]$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[-2;1)$.

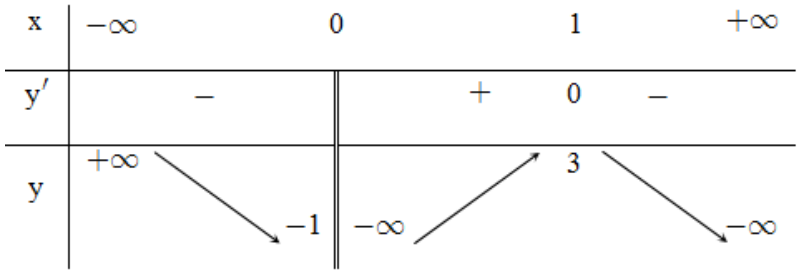
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta có khi $-2\le m<1$ thì đồ thị $f(x)=m$ và đường thẳng $y=m$ không có điểm chung hay phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m\in(-\infty;-1]$. **B.** $m\in(-\infty;3]$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

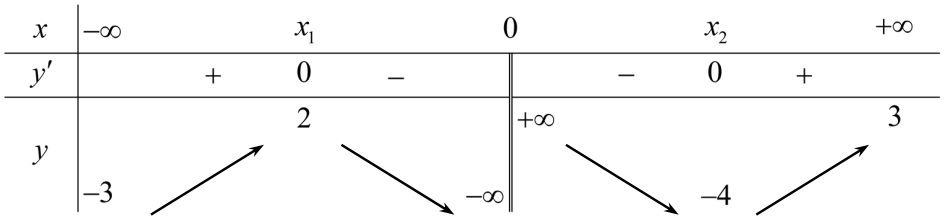
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $m<3$.

Vậy tập hợp các giá trị cần tìm của m là $(-\infty;3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

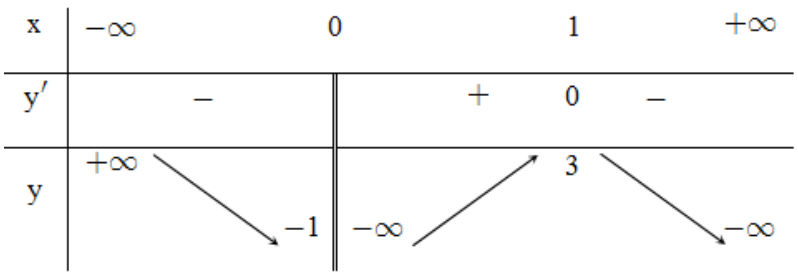
A. $-4<m<3$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-3<m<2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $-3<m<2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m\in(-\infty;-1]$. **B.** $m\in(-\infty;3]$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $m<3$.

Vậy tập hợp các giá trị cần tìm của m là $(-\infty;3)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-1;0)$, $(0;5)$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0)\cup(0;5)$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp

x	-1		0		$\sqrt{5}$		5
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	$4+2\sqrt{5}$	↗	$+\infty$

A. $\left(4+2\sqrt{5};10\right)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup[10;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)\cup\left\{4+2\sqrt{5}\right\}\cup[10;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup\left[4+2\sqrt{5};+\infty\right)$.

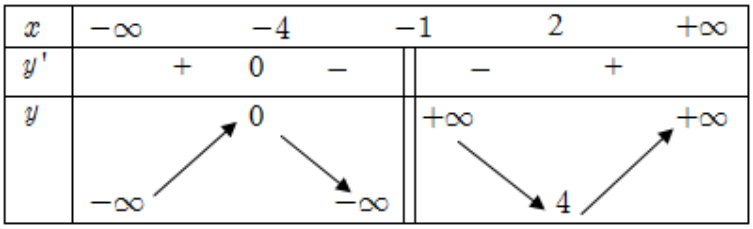
Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=m$ với đường thẳng $y=m$.

Từ bảng biến thiên suy ra: để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0)\cup(0;5)$ thì $m\in(-\infty;-2)\cup\left\{4+2\sqrt{5}\right\}\cup[10;+\infty)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

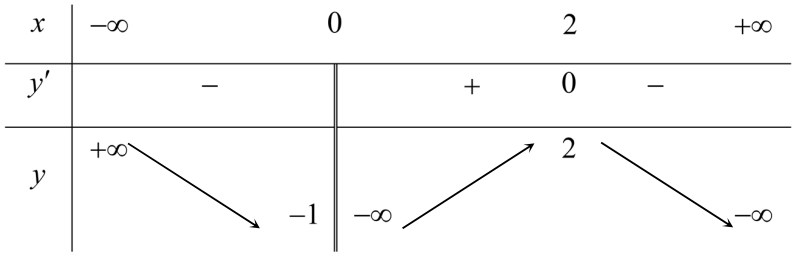
A. $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **B.** $1<m<5$. **C.** $m<1$. **D.** $m>5$.

Lời giải

Chọn A

PT có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1<0 \\ m-1>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$.

Câu 23. Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:



Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2;1)$. **B.** $[-1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1]$.

Lời giải

Chọn A

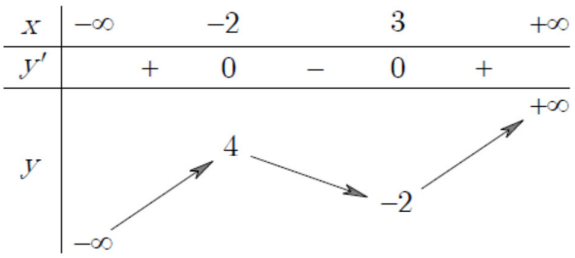
Ta có $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m\ (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số H và đường thẳng $y=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)=-m$ có ba nghiệm phân biệt khi:

$-1<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<1$.

Câu 24. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



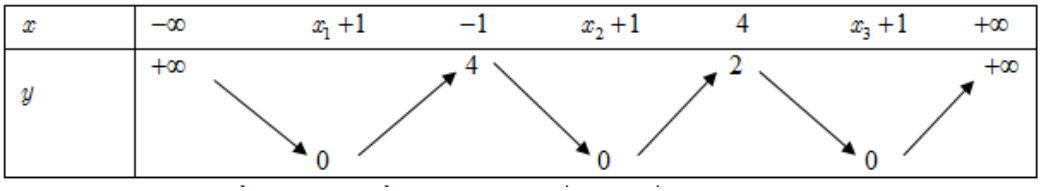
Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

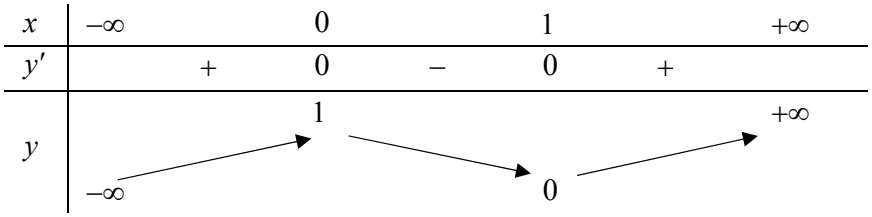
Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ như sau (trong đó $x_1;x_2;x_3$ là các nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$):



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ có 5 nghiệm.

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $0<m<1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $0<m\leq 1$. **D.** $\frac{1}{2}\leq m<1$.

Lời giải

Chọn B

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f\left(x\right)$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$, $x=1$ nên ta có $\begin{cases}y'\left(0\right)=0\\y'\left(1\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b=0\end{cases}\left(1\right)$

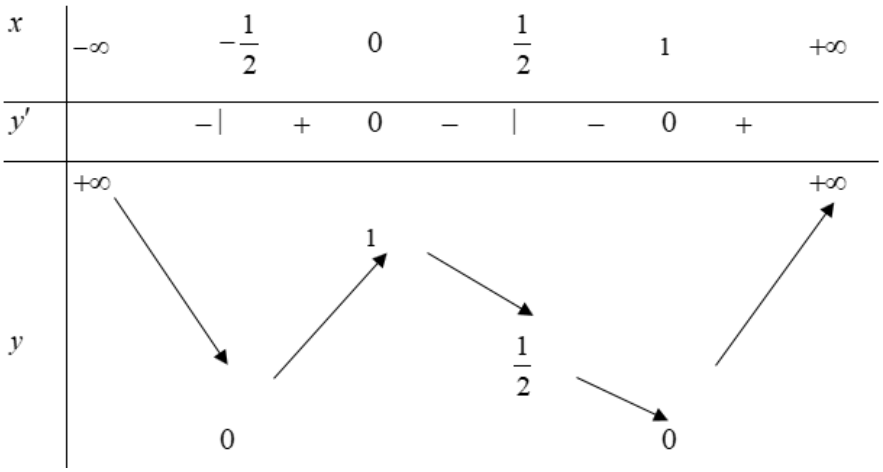
Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases} y(0)=1 \\ y(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=1 \\ a+b=-1 \end{cases} (2)$

Từ (1) và (2) ta suy ra $a=2$, $b=-3$, $c=0$, $d=1$.

Như vậy $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

• Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$.

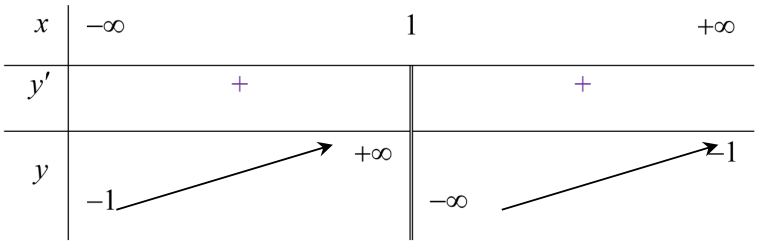
Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|f(x)|$ như sau:



• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$ thì điều kiện của m là $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)-x^2+2x-1=0$ là

A. vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$f(x)-x^2+2x-1=0 \Leftrightarrow f(x)=(x-1)^2$.

Với $x>1$ thì $f(x)<0$ nên phương trình vô nghiệm.

Với $x<1$ ta có $g(x)=f(x)-x^2+2x-1$. Ta có $g'(x)=f'(x)-2x+2>0$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến và liên tục trên $(-\infty;1)$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to1^-} g(x)=+\infty$ nên phương trình có 1 nghiệm duy nhất trên $(-\infty;1)$.